

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**EKSANTRİK YÜKLÜ KORNİYERLERİN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE
GEOMETRİ VE MALZEME BAKIMINDAN DOĞRUSAL OLMAYAN
BURKULMA ANALİZİ**

DOKTORA TEZİ

İnş. Yük. Müh. Mustafa DURMAZ

**MAYIS 2011
TRABZON**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**EKSANTRİK YÜKLÜ KORNİYERLERİN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE
GEOMETRİ VE MALZEME BAKIMINDAN DOĞRUSAL OLMAYAN
BURKULMA ANALİZİ**

İnş. Yük. Müh. Mustafa DURMAZ

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde
“Doktor (İnşaat Mühendisliği)”
Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 06.08.2010
Tezin Savunma Tarihi : 06.05.2011**

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Ayşe DALOĞLU

Jüri Üyesi : Prof. Dr. Ragıp ERDÖL

Jüri Üyesi : Prof. Dr. Hasan SOFUOĞLU

Jüri Üyesi : Prof. Dr. Metin HÜSEM

Jüri Üyesi : Prof. Dr. Mehmet Zülfü AŞIK

Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Sadettin KORKMAZ

Trabzon 2011

ÖNSÖZ

Bu çalışma Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda doktora tezi olarak gerçekleştirilmiştir.

Yüksek lisans ve doktora çalışmalarım süresince desteklerini ve yardımlarını esirgemeyen hocam Sayın Prof. Dr. Ayşe DALOĞLU'na teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Değerli zamanlarını ayırarak tezimi değerlendiren saygıdeğer hocalarım Prof. Dr. Ragıp ERDÖL'e, Prof. Dr. Hasan SOFUOĞLU'na, Prof. Dr. Metin HÜSEM'e ve Prof. Dr. Mehmet Zülfü AŞIK'a teşekkür ederim.

Eğitim-öğretim süresince bana emeği geçen tüm hocalarıma teşekkürlerimi sunarım.

Doktora çalışmam süresince benim için hiçbir konuda yardımlarını esirgemeyen araştırma görevlisi arkadaşlarıma teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca, bu çalışmayı 2008.112.01.3 kod numaralı araştırma projesi kapsamında destekleyen Karadeniz Teknik Üniversitesi Araştırma Fonu Müdürlüğüne teşekkür ederim.

Öğrenim hayatım boyunca maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen sevgili annem Çiğdem DURMAZ ve sevgili babam Şaban DURMAZ'a çok minnettarım. Onlar bana inanmasalardı asla bu noktaya gelemezdim.

Doktora eğitimim süresince ümitsizliğe kapıldığım, motivasyonumu kaybettiğim, gergin ve stresli olduğum zamanlar oldu. Bu zor zamanlarda gerek tavsiyeleri gerekse de hal ve hareketleri ile bana ümit veren, motivasyonumu arttıran, moral verip stresimi azaltan evimizin huzur kaynağı, fedakar eşim Bahar olmuştur. Ona en derin kalbi hislerimle teşekkür ederim.

Sevgili oğlum Selim Emre'ye de her daim bana neşe, moral ve sevgi kaynağı olduğu için ayrıca teşekkür ederim.

Eşimin çok kıymetli ailesine ve ailemin diğer fertlerine de çok müteşekkir olduğumu belirtmek isterim.

Akıl, ruh ve beden sağlığı vererek doktora çalışmamın bu noktaya gelmesini nasip ettiği için O'na şükreder, bu çalışmanın ülkemize faydalı olmasını temenni ederim.

Mustafa DURMAZ
Trabzon 2011

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ	II
İÇİNDEKİLER.....	III
ÖZET	VI
SUMMARY	VII
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	VIII
TABLolar DİZİNİ.....	X
SEMBOLLER DİZİNİ.....	XII
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1. Giriş	1
1.2. Merkezi ve Eksantrik Yüklü Korniyerlerin Elastik ve Elastik Olmayan Davranışı.....	5
1.2.1. Genel.....	5
1.2.2. Eğilmeli Burkulma Teorisi	7
1.2.2.1. Eğilmeli Burkulma Üzerine Yapılan Deneysel Çalışmalar	10
1.2.3. Burulmalı-Eğilmeli Burkulma Teorisi.....	11
1.2.3.1. Teorik İnceleme	11
1.2.3.2. Merkezi Yüklü Korniyerlerin Elastik Burkulması	12
1.2.3.3. Merkezi Yüklü Korniyerlerin Elastik Olmayan Burkulması.....	16
1.2.3.4. Merkezi Yüklü Korniyerler Üzerinde Yapılan Deneysel Çalışmalar.....	17
1.2.3.5. Elastik Burkulma: Eksantrik Yük Hali	20
1.2.3.5.1. Eşit Kollu Korniyerler	22
1.2.3.5.2. Değişik Kollu Korniyerler	23
1.2.3.6. Elastik Olmayan Burkulma: Eksantrik Yük Hali	24
1.2.4. Burulmalı-Eğilmeli Burkulma Üzerine Yapılan Bazı Deneysel	24
Çalışmalar	24
1.2.5. Eksantrik Yüklü Korniyerler Üzerinde Yapılan Deneysel Çalışmalar...	25
1.2.6. Mevcut Analitik Modeller	26
1.2.6.1. “Basit Kolon” Analitik Modeli.....	26
1.2.6.2. “Kiriş-Kolon” Analitik Modeli.....	27
1.2.7. TS 648’in Konuya Yaklaşımı	28

1.2.7.1.	TS 648'e Göre Korniyerlerin Merkezi Yük Taşıma Kapasiteleri	28
1.2.7.2.	TS 648'e Göre Korniyerlerin Eksantrik Yük Taşıma Kapasiteleri	30
1.3.	Asimetrik İnce Cidarlı Açık Kesitli Elemanların Geometrik Bakımdan Doğrusal Olmayan Analizi	35
1.3.1.	Geometrik Bakımdan Doğrusal Olmayan Elastik Analiz.....	35
1.3.1.1.	Geometrik Formülasyonlar	35
1.3.1.2.	Kesin ve İnterpolasyon Şekil Fonksiyonları.....	40
1.3.1.3.	Virtüel İş ve Minimum Potansiyel Enerji Yöntemleri.....	43
1.3.2.	Doğrusal Olmayan Çözüm Yöntemleri	45
1.3.2.1.	Giriş	45
1.3.2.2.	Newton-Raphson Metodu	46
1.3.2.3.	Yay-boyu (Arc-length) Metodu.....	48
1.3.2.3.1.	Tahmini Çözüm	53
1.3.2.3.2.	Yakınsama Kriterleri	54
1.4.	Amaç ve Yöntem	55
1.4.1.	Amaç.....	55
1.4.2.	Yöntem	56
1.4.2.1.	Genel.....	56
1.4.2.2.	Sonlu Eleman Yönteminin Temelleri	57
1.4.2.3.	Doğrusal Olmayan Analiz	58
2.	YAPILAN ÇALIŞMALAR, BULGULAR VE İRDELEME	60
2.1.	Eksantrik Yüklü Korniyerlerin Geometri ve Malzeme Bakımından Doğrusal Olmayan Sonlu Elemanlar Analizi	60
2.1.1.	Merkezi Yüklü Eşit Kollu Korniyerlerin Göçme Burkulma Yüklerinin Belirlenmesi.....	60
2.1.1.1.	Sonlu Eleman Modellemesi Hakkında Ön bilgiler.....	60
2.1.1.1.1.	Genel.....	60
2.1.1.1.2.	Sonlu Eleman Tipi ve Ağı	62
2.1.1.1.3.	Sınır Şartları ve Yük Tatbiki	62
2.1.1.1.4.	Malzeme Modeli.....	63
2.1.1.1.5.	İlkel Kusurların Modellenmesi	63
2.1.1.2.	Sonlu Eleman Modelinin Oluşturulması	63
2.1.1.3.	Sonlu Eleman Modeli ile Göçme Yüklerinin Belirlenmesi.....	65
2.1.2.	Merkezi Yüklü Eşit ve Değişik Kollu Korniyerlerin Göçme Burkulma Yüklerinin Belirlenmesi	66
2.1.2.1.	Model-1'in Oluşturulması	67

2.1.2.2.	Model-2'nin Oluşturulması	68
2.1.2.3.	Model-3'ün Oluşturulması	70
2.1.2.4.	Model-4'ün Oluşturulması	71
2.1.2.5.	Model-5'in Oluşturulması	72
2.1.2.6.	Sonlu Eleman Modeline Karar Verilmesi	74
2.1.2.7.	Sonlu Eleman Modeli ile Göçme Yüklerinin Belirlenmesi	77
2.1.2.8.	Parametrik Çalışma ve TS 648'e Göre Korniyerlerin Merkezi Yük Taşıma Kapasiteleri	78
2.1.3.	Eksantrik Yüklü Eşit ve Değişik Kollu Korniyerlerin Göçme Burkulma Yüklerinin Belirlenmesi	81
2.1.3.1.	SEM-3 ile Yapılan Parametrik Çalışma	86
2.1.3.2.	TS 648'e Göre Korniyerlerin Eksantrik Yük Taşıma Kapasiteleri	91
2.2.	Asimetrik İnce Cidarlı Açık Kesitli Elemanların Geometrik Bakımdan Doğrusal Olmayan Sonlu Eleman Analizi	92
2.2.1.	Problemin Formülasyonu	92
2.2.1.1.	Eleman Referans Eksenleri ve Temel Varsayımlar	92
2.2.1.2.	Toplam Potansiyel Enerji	93
2.2.1.3.	Geometrik Rijitlik Matrisinin Elde Edilişi	99
2.2.1.4.	Tanjant Rijitlik Matrisinin Elde Edilişi	103
2.2.2.	Elastik Burkulma Yükleri	104
2.2.2.1.	Doğrusallaştırılmış Özdeğer Yaklaşımı	104
2.2.2.2.	Doğrusal Burkulma Yükleri	105
2.2.2.2.1.	Eksenel Basınca Maruz Korniyerlerin Burkulması	105
2.2.2.2.2.	Eksenel Basınca Maruz Asimetrik U Profilli Konsol Bir Kirişin Burkulması	107
2.2.3.	Yük-Deformasyon Eğrisinin Elde Edilmesi	108
2.2.3.1.	Eksantrik Yüklü Korniyer Kiriş Kolunun Doğrusal Olmayan Analizi ..	110
3.	SONUÇLAR	112
4.	ÖNERİLER	115
5.	KAYNAKLAR	116
6.	EKLER	125
ÖZGEÇMİŞ		

ÖZET

Tek parçalı çelik korniyerlerin üretimi, taşınması ve montajı kolay olduğundan kafes kiriş, çatı makası ve elektrik iletim kulesi gibi yapısal uygulamalarda sıklıkla kullanılırlar. Uç birleşimleri nedeniyle genellikle eksantrik yüklere maruz kalırlar. Aynı zamanda birleşim elemanının eğilme rijitliğinden dolayı uçlarında dönmeleri sınırlandıran momentler de vardır. Korniyerler asimetrik veya tek simetri eksenli olduklarından uçlarındaki sınırlandırıcılarla birlikte eksantrik yük altında basınç kapasitelerinin tayini oldukça zordur.

Bu tezde eksantrik yüklü korniyerlerin davranışını anlayabilmek için etkin bir sonlu eleman modeli geliştirilmiştir. Bu amaçla mafsal uçlu, merkezi ve eksantrik yüklü korniyerlerin teorik burkulma ve deney göçme yükleri ABAQUS 6.5’de geliştirilen çeşitli modellerin özdeğer ve yük-deformasyon analizleri ile tahmin edilmiştir. Bütün modellerde geometri ve malzeme bakımından doğrusal olmayan davranış dikkate alınmış, korniyerler kabuk elemanlarla modellenmiştir. Korniyerlerin ilkel kusurları, artık gerilmeleri, uç mesnet şartları, geometrisi ve malzeme özelliği değişimi her model için farklı idealleştirilmiştir. En gerçekçi tahminlerin elde edildiği modelle kapsamlı bir parametrik çalışma yapılarak korniyerlerin yük taşıma kapasiteleri araştırılmıştır. Ayrıca korniyerlerin basınç kapasitelerinin TS 648’e göre aşırı emniyetli hesaplandığı görülmüştür.

Bu tezde ayrıca korniyerler gibi asimetrik ince cidarlı açık kesitli elemanların geometrik bakımdan doğrusal olmayan analizi için daha hassas bir geometrik rijitlik matrisi elde edilmiştir. Bunun için 2 düğüm noktalı, 14 serbestlik dereceli bir kiriş-kolon elemanının toplam potansiyel enerji ifadesinde bütün yüksek mertebeden terimler dikkate alınmıştır. Bu matris ile çeşitli uç mesnet şartlarına sahip korniyerlerin dallanma yükleri neredeyse kesin olarak tahmin edilmiştir. Burkulma öncesine ve sonrasına ait yük-deformasyon eğrilerini elde etmek için değiştirilmiş Newton-Raphson tekniği ile birlikte güncellenen Lagrangian formülasyonu kullanılmıştır. Mathematica’da kodlanan bir program ile eksantrik yüklü korniyerlerin büyük yer değiştirme analizine ait sayısal örnekler çözülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Burkulma, Göçme Yüğü, Korniyerler, Sonlu Elemanlar Yöntemi, Yapısal Tasarım, İnce Cidarlı Elemanlar, Doğrusal Olmayan Analiz

SUMMARY

Geometrically and Materially Nonlinear Buckling Analysis of Eccentrically Loaded Angles by the Finite Element Method

Single steel angles are used in structures such as steel joists, roof trusses and latticed transmission towers because of ease in fabrication, transportation and connection. They are usually connected eccentrically at their ends. At the same time, restraining moments at the ends of the member are also present due to the flexural rigidity of the connected elements. The determination of the compression capacity under eccentric loading along with end restraints is complex due to the asymmetry or monosymmetry of the angle cross section.

An efficient nonlinear finite element model is provided to understand the behavior of eccentrically loaded single angles. Theoretical buckling and the experimental failure loads of pin ended, concentrically and eccentrically loaded angles were predicted by eigenvalue and load-deformation analyses of various models developed in ABAQUS 6.5. The angles were modeled by shell elements considering geometrically and materially nonlinear behavior. Initial imperfections, residual stresses, end support conditions, geometry and material property variation of the angles were included differently in each model. The load-carrying capacity of the single angles are investigated by performing an extensive parametric study obtaining the most realistic estimations. It is seen that compression capacities of eccentrically loaded angles are overestimated according to TS 648.

A more precise geometric stiffness matrix was derived for geometrically nonlinear analysis of asymmetric thin-walled open section members such as angles. To this end, all the higher order terms were incorporated in the total potential energy equation of the thin-walled beam-column element with 2 nodes and 14 degrees of freedom. Bifurcation loads of angles with different end conditions were predicted exactly. An updated Lagrangian formulation, coupled with modified Newton-Raphson technique, were employed to trace the pre-buckling and post-buckling load-displacement paths. Numerical examples of large deflection analysis of eccentrically loaded angles were solved by a program coded.

Key Words: Buckling, Failure Load, Angles, Finite Element Method, Structural Design, Thin-Walled Members, Nonlinear Analysis

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1.	Tipik bir anten kulesi 2
Şekil 1.2.	Tipik bir elektrik iletim hattı kulesi 2
Şekil 1.3.	Burulmalı-eğilmeli ve eğilmeli burkulma modunda göçen korniyerler 6
Şekil 1.4.	Lokal burkulma modunda göçen korniyerler 6
Şekil 1.5.	İdealize edilmiş tek parçalı eşit kollu bir korniyer enkesiti 13
Şekil 1.6.	İdealize edilmiş tek parçalı değişik kollu bir korniyer enkesiti 13
Şekil 1.7.	Eksantrik yüklü eşit kollu bir korniyerin enkesiti 20
Şekil 1.8.	Eksantrik yüklü tek parçalı korniyer 27
Şekil 1.9.	M_1 / M_2 oranının işareti 32
Şekil 1.10.	Geometrik bakımdan doğrusal olmayan formülasyon 37
Şekil 1.11.	Yapıların doğrusal olmayan temel davranış türleri: (a) Gevrek göçme durumuna kadar doğrusal davranış, (b) Pekleşme, (c) Yumuşama, (d) Vurgu burkulması, (e) Ters vurgu burkulması. (Polat, 2006) 46
Şekil 1.12.	Newton-Raphson metodunun uygulanışı. (Polat, 2006) 48
Şekil 1.13.	Yay-boyu metodunun uygulanışı. (Polat, 2006) 52
Şekil 2.1.	Esas modellerle modellenen SA1 korniyeri 64
Şekil 2.2.	L/1760'lık ilkel eğriliğe sahip SA1 korniyerinin abartılı eğriliği 65
Şekil 2.3.	Model-1 ile modellenen SA2'nin uç kısımları 67
Şekil 2.4.	Model-2 ile modellenen SA2'nin uç kısımları 69
Şekil 2.5.	Model-3 ile modellenen SA2'nin uç kısımları 70
Şekil 2.6.	Model-4 ile modellenen SA2'nin uç kısımları 72
Şekil 2.7.	Model-5 ile modellenen SA2'nin uç kısımları 73
Şekil 2.8.	Eşit kollu korniyerlerin 1. burkulma modları 75
Şekil 2.9.	Değişik kollu korniyerlerin 1. burkulma modları 76
Şekil 2.10.	SA10 elemanının göçme modu 78
Şekil 2.11.	SA10 elemanının yük-deformasyon eğrisi 78
Şekil 2.12.	Eksenel basınç yükü altında test edilen uç mafsallı korniyerlere ait deney düzeneği. (Liu ve Hui, 2010) 81
Şekil 2.13.	Bathon vd.'nin (1993) çalışmasındaki deney düzeneği 83

Şekil 2.14.	Bathon vd.'nin (1993) çalışmasındaki uç birleşimlerinin detayları: a) iki civatalı birleşim b) üç civatalı birleşim c) beş civatalı birleşim	83
Şekil 2.15.	SEM-3 ile modellenen 73 nolu eleman.....	87
Şekil 2.16.	SEM-3 ile modellenen 73 nolu elemanın göçme modu.....	87
Şekil 2.17.	SEM-3 ile modellenen 73 nolu elemanın yük-deformasyon eğrisi ...	88
Şekil 2.18.	Yükün tatbik noktaları	88
Şekil 2.19.	Elemanın genelleştirilmiş kuvvetleri, yer değiştirmeleri ve koordinat eksenleri.....	93
Şekil 2.20.	Eleman ve sistem koordinat eksen takımları	103
Şekil 2.21.	Sonlu eleman çözümlerinin yaklaşımı	106
Şekil 2.22.	Merkezi yüklü korniyerlerin burkulması	107
Şekil 2.23.	Eksenel basınca maruz asimetrik U profilli bir konsol giriş.....	108
Şekil 2.24.	Korniyer konsol çubuğun yük-deformasyon eğrisi.....	111
Ek Şekil 1.	Sistem koordinatlarında ve s eğriçizgisel (curvilinear) koordinatında bir açık kesit.....	145

TABLolar DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 1.1. Korniyerlere ait kesit boyutları	18
Tablo 1.2. Korniyerlere ait kesit özellikleri ve deneysel burkulma yükleri	18
Tablo 1.3. ψ değerleri	33
Tablo 1.4. C_b Katsayıları	34
Tablo 2.1. Korniyerlerin hesaplanan geometrik verileri ve elastik burkulma yükleri	61
Tablo 2.2. Teorik ve sonlu eleman elastik burkulma yüklerinin karşılaştırılması	64
Tablo 2.3. Deneysel ve sonlu eleman göçme burkulma yüklerinin karşılaştırılması	66
Tablo 2.4. Model-1'e ait elastik burkulma yüklerinin teorik yüklerle karşılaştırılması	68
Tablo 2.5. Model-2'ye ait elastik burkulma yüklerinin teorik yüklerle karşılaştırılması	69
Tablo 2.6. Model-3'e ait elastik burkulma yüklerinin teorik yüklerle karşılaştırılması	71
Tablo 2.7. Model-4'e ait elastik burkulma yüklerinin teorik yüklerle karşılaştırılması	72
Tablo 2.8. Model-5'e ait elastik burkulma yüklerinin teorik yüklerle karşılaştırılması	74
Tablo 2.9. Modellerle yapılan tahminlerdeki hataların istatistiki analizi	74
Tablo 2.10. Modelden ve deneyden elde edilen göçme yüklerinin karşılaştırılması	77
Tablo 2.11. Korniyerlerin geometri ve malzeme özellikleri ve modelle tahmin edilen göçme yükleri	79
Tablo 2.12. Korniyerlerin TS 648'e göre hesaplanan merkezi yük taşıma kapasitesileri	80
Tablo 2.13. Adluri and Madugula'nın (1996) deneysel çalışmasına ait veriler	82
Tablo 2.14. Bathon vd.'nin (1993) deneysel çalışmasına ait veriler	84
Tablo 2.15. Modeller için dikkate alınan parametreler	84
Tablo 2.16. Numunelere ait test göçme yüklerinin modellerden tahmin edilen göçme yüklerine oranı	85
Tablo 2.17. SEM-3 kullanılarak belirlenen tahmini göçme yükleri ve test yüklerinin bu yüklere oranı	86

Tablo 2.18.	Yükün iki farklı uygulama noktası için numunelerin tahmin edilen göçme yükleri.....	89
Tablo 2.19.	$t/5$, $t/25$ ve $t/100$ 'lük ilkel eğrilikler ile beraber g_1 ve g_2 yük tatbik noktaları dikkate alınarak tahmin edilen göçme yükleri.....	90
Tablo 2.20.	TS 648'e göre hesaplanan taşıma yükleri	91
Tablo 2.21.	Geometrik merkezinden aksenal basınca maruz asimetrik U profilli bir konsol kirişin eğilmeli-burulmalı burkulma yükleri (N)	108

SEMBOLLER DİZİNİ

A	Enkesit alanı
A _b	Basınç başlığı ve gövdenin basınç bölgesinin 1/3'ünden oluşan kesitin alanı
a ₀	Kayma merkezinden enkesit üzerindeki herhangi bir noktaya olan uzaklık
b	B ₂ -(t/2)
b	İtibari kol genişliği
B ₁	Değişik kollu korniyer enkesitinin kısa kolunun uzunluğu, eşit kollu korniyer enkesitinin kollarından herhangi birinin uzunluğu
B ₂	Değişik kollu korniyer enkesitinin uzun kolunun uzunluğu, eşit kollu korniyer enkesitinin diğer kolunun uzunluğu
C	Geometrik merkez
C	Yük artımı başlangıcındaki tanjant rijitlik matrisinin diyagonal terimlerinden oluşan diyagonal matrisin tersi
C _b	$1.75 \mp 1.05 \cdot \left(\frac{M_1}{M_2} \right) + 0.3 \cdot \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^2 \leq 2.3$
₀ C _{ijrs}	Bünye tensörü
₁ C _{ijkl}	Artımsal bünye katsayılarının dördüncü mertebe tensörü
C ₀	Başlangıçtaki deforme olmamış hal
C ₁	Bilinen en son deforme olmuş hal
C ₂	Mevcut deforme olmuş hal
C _m	Uç ve açıklık momentleri ile yanal desteklemeyi gözönüne alan bir katsayı
C _w	Enkesitin çarpılma katsayısı
[D]	Malzeme özellikleri ile ilgili olarak genelleştirilmiş Hooke sabitini gösteren matris
E	Young elastisite modülü
₀ e _{ij}	C ₀ halindeki artımsal Green-Langrange şekil değiştirmelerinin doğrusal bileşeni
₁ e _{ij}	Green-Langrange artımsal şekil değiştirme tensörünün doğrusal bileşeni
e ^{AB}	Sonlu eleman modelinden elde edilen boyuna kısalma
E _{eff}	Efektif elastisite modülü
E _R	İndirgenmiş modül
E _T	Tanjant elastisite modülü

e_w	Eğilme asal eksenleri referans olmak üzere eksantrik aksenal yükün uygulama noktasının w koordinatı
e_x	Eğilme asal eksenleri referans olmak üzere eksantrik aksenal yükün uygulama noktasının x koordinatı
e_y	Eğilme asal eksenleri referans olmak üzere eksantrik aksenal yükün uygulama noktasının y koordinatı
e_z	Eğilme asal eksenleri referans olmak üzere eksantrik aksenal yükün uygulama noktasının z koordinatı
$E\eta$	Tanjant elastisite modülü
F	Çubuğun en kesit alanı
2_1f_m	C_2 'de etkiyen, fakat hesaplanmış son hal C_1 'e atfedilen yüzey traksiyonu
$[f_1]$	$[\rho_1 \quad \rho_2]$
$[f_2]$	$[(3 - 2\rho_1)\rho_1^2 \quad \rho_1^2 p_2 L \quad (3 - 2\rho_2)\rho_2^2 \quad -\rho_1 p_2^2 L]$
$\{F\}$	Düğüm noktası kuvvet vektörü
$\{F_e\}$	Düğüm noktası harici yük vektörü
$\{F_i\}$	Düğüm noktası iç kuvvet vektörü
$F(u)$	Sistemdeki iç kuvvet vektörü
F_x	x eksenine doğrultusundaki çekme veya basınç kuvveti
F_y	Malzemenin akma gerilmesi
F_y	y eksenine doğrultusundaki kesme kuvveti
F_z	z eksenine doğrultusundaki kesme kuvveti
G	Kayma modülü
G	Çubuğun ağırlığı
g	Yükün uygulandığı noktanın korniyer topuğundan uzaklığı
g_1	CAN/CSA-S16.1-94 standartına göre yükün uygulandığı noktanın korniyer topuğundan korniyer kol uzunluğunun yarısı kadar uzaklığı
g_2	CAN/CSA-S16.1-94 standartına göre yükün uygulandığı noktanın korniyer topuğundan maksimum uzaklığı
GJ	Burulma rijitliği
$G\eta$	Tanjant kayma modülü
h	Kesitin başlıkları arasındaki dıştan dışa mesafe
I	Eleman enkesitinin en küçük atalet momenti
$I_{\bar{z}}$	\bar{z} asal eksenine göre eylemsizlik momenti
$I_{\bar{y}}$	\bar{y} asal eksenine göre eylemsizlik momenti
I_p	Kayma merkezine göre polar eylemsizlik yarı çapı

I_{ps}	Kayma merkezine göre polar atalet momenti
I_x	x asal eksenine göre atalet momenti
I_y	y asal eksenine göre atalet momenti
I_ω	Korniyer enkesitinin çarpılma sabiti
i	Eğilme deformasyonunun olduğu eksene dik (moment vektörünün bulunduğu) eksene göre atalet yarıçapı
i	İterasyon sayılarını gösteren sayaç
i_b	Basınç başlığı ve gövdenin basınç bölgesinin 1/3'ünden oluşan kesitin gövde eksenine göre atalet yarıçapı
i_x	x asal eksenine ait asal atalet yarıçapı
i_y	y asal eksenine ait asal atalet yarıçapı
J	Enkesitin Saint-Venant burulma katsayısı
j	İterasyon sayısı
K	Uzun eşit kollu korniyerler için 0.425'e yaklaşan plak burkulma katsayısı
K	Eğilmenin olduğu eksene göre burkulma boyunu elde etmek için kullanılan katsayı
k	Yer değiştirme vektöründeki toplam serbestlik derecesi
[K]	Mevcut deplasman durumunun tanjant rijitlik matrisi
[K _G]	Yapının geometrik rijitlik matrisi
[K _L]	Yapının doğrusal rijitlik matrisi
[k _T] _g	Sistem koordinatlarındaki eleman tanjant rijitlik matrisi
k _G	Elemanın geometrik rijitlik matrisi
KL	Geometrik eksenlere göre atalet momentinin küçük olduğu eksen doğrultusundaki etkili uzunluk
kL	Elemanın etkili uzunluğu
k _L	Elemanın doğrusal rijitlik matrisi
kL/r _z	Efektif narinlik oranı
KL/r _z	Narinlik
K _T	Yapının tanjant rijitlik matrisi
L	Korniyerin uzunluğu
L	Elemanın gerçek uzunluğu
l	Sabit yay boyu
ℓ	Mesnetler arasındaki desteksiz mesafe
(L/r) _{eq}	Eşdeğer narinlik oranı
[L ₁]	x", y", z" birleşim noktası eleman koordinat eksenlerini X, Y, Z sistem koordinat eksenleri ile ilişkilendiren dönüşüm matrisi

[L ₂]	Birleşimin eksantrisitesini dikkate almak için kayma merkezinden geçen x', y', z' eksenlerini bu eksenlere paralel birleşim noktası eleman koordinat eksenleri x'', y'', z'' ile ilişkilendiren dönüşüm matrisi
[L ₃]	Asal düzlemleri (xy ve xz) sistem eksenlerine paralel olan eksenlere ($x'y'$ ve $x'z'$) döndürmek için kullanılan dönüşüm matrisi
ℓ_b	Kirişin basınç başlığında dönmeye ve yanal deplasmana karşı koyan mesnetler arasındaki mesafe
ℓ_H	Çubuğun planda ölçülen (yatay düzlem izdüşüm) uzunluğu
M_1/M_2	Çubuğun iki ucundaki eğilme momentlerinin küçüğünün büyüğüne oranı
M_{maks}	Çubuktaki maksimum açıklık momenti
M_n	Çekme veya basınçtan uygun olanı için itibari eğilme dayanımı
M_u	Gerekli eğilme dayanımı
M_x	x eksenine göre eğilme momenti
M_x	x eksenine göre burulma momenti
M_y	y eksenine göre eğilme momenti
M_y	y asal eksenine göre eğilme momenti
M_z	z asal eksenine göre eğilme momenti
M_ω	x eksenine göre çarpılma momenti veya bimoment
n	Emniyet katsayısı
n	Yük adımlarını gösteren sayaç
n	Eleman sayısı
P	Uygulanan harici yük
P	Dış yük vektörü
p	İlgili büyüklüğün tahmini değerini temsil eden alt indis
P	Geometrik merkezin eksenine boyunca etkiyen aksenal kuvvet
{P}	Sistem yük vektörü
P_C	Euler yükü
P_{cr}	Elemanın kritik yükü
P_{cr}	Teorik elastik burkulma yükü
P_{cr}^{AB}	Sonlu eleman modelinden elde edilen elastik burkulma yükü
P_f	Deneysel göçme burkulma yükü
P_f^{AB}	Sonlu eleman modelinden elde edilen göçme yükü
P_{fab3}	SEM-3 ile elde edilen tahmini göçme burkulma yükleri
P_{fab-g1}	Yükün g_1 uygulama noktası için numunelerin tahmin edilen göçme yükleri
P_{fab-g2}	Yükün g_2 uygulama noktası için numunelerin tahmin edilen göçme yükleri

P_{fab_i}	Modellerden tahmin edilen göçme yükleri, ($i : 1,2, \dots, 14$)
$P_{fab-t/100}$	$t/100$ 'lük ilkel eğrilik ile beraber g_1 ve g_2 yük tatbik noktaları dikkate alınarak tahmin edilen göçme yükleri
$P_{fab-t/25}$	$t/25$ 'lik ilkel eğrilik ile beraber g_1 ve g_2 yük tatbik noktaları dikkate alınarak tahmin edilen göçme yükleri
$P_{fab-t/5}$	$t/5$ 'lik ilkel eğrilik ile beraber g_1 ve g_2 yük tatbik noktaları dikkate alınarak tahmin edilen göçme yükleri
P_{ft}	$\frac{(P_x + P_t) - \sqrt{[(P_x + P_t)^2 - 4P_x P_t (1 - (x_o / r_1)^2)]}}{2(1 - (x_o / r_1)^2)}$
P_g	Kitipornchai ve Lee'nin (1986) çalışmasındaki korniyerlerin deneysel göçme yükleri ve parametrik çalışmaya konu olan korniyerlerin sonlu eleman modeli ile tahmin edilen göçme yükleri
P_n	Merkezi aksenal yükleme için itibari basınç dayanımı
P_{oc}	P_y
P_T	Tanjant modülü yükü
P_t	Kayma merkezi eksenine göre burulmalı burkulma yükü
$P_{TS648-g}$	Yükün g noktasına uygulanması ile TS 648'e göre elde edilen göçme burkulma yükleri
$P_{TS648-g1}$	Yükün g_1 noktasına uygulanması ile TS 648'e göre elde edilen göçme burkulma yükleri
$P_{TS648-g2}$	Yükün g_2 noktasına uygulanması ile TS 648'e göre elde edilen göçme burkulma yükleri
P_u	Gerekli basınç dayanımı
P_u	Maksimum asal eğilme eksenini etrafındaki Euler kritik yükü
P_v	Minimum asal eğilme eksenini etrafındaki Euler kritik yükü
P_x	x asal eksenine göre Euler eğilmeli burkulma yükü
P_y	y asal eksenine göre Euler eğilmeli burkulma yükü
R	Artık veya dengelenmemiş yük vektörü
r	Korniyerin yuvarlatılmış köşesinin yarıçapı
r	Serbest düğüm noktası deplasmanı
2R	Bileşenleri ${}^2_0 t_k$ olan yüzey traksiyonunun ve bileşenleri ${}^2_0 f_k$ olan kütle kuvvetlerinin neden olduğu toplam harici virtüel iş
$\{r\}$	Burkulma deformasyon vektörü
r_1	$\sqrt{r_o^2 + x_o^2 + y_o^2}$
r_m	Korniyer modelindeki yuvarlatılmış köşenin yarıçapı
r_{min}	Minimum atalet yarıçapı

r_o	$\sqrt{(I_x + I_y)}/A$
r_u	Geometrik eksenlere göre atalet momentinin küçük olduğu eksene göre atalet yarıçapı
r_y	y asal eksenine göre atalet yarıçapı
r_z	z asal eksenine göre atalet yarıçapı
S	Kayma merkezi
S	TS 648'e göre merkezi basınca maruz iki ucu mafsallı bir çubuğun taşıyabileceği maksimum yük
s	+1 ve -1 değerlerini alan bir parametre
${}^2_0S_{ij}$	C_2 halindeki ikinci "Piola-Kirchhoff gerilme tensörü"
s_{kx}	Çubuğun x-x asal eksenine dik düzlemdeki burkulma boyu
s_{ky}	Çubuğun y-y asal eksenine dik düzlemdeki burkulma boyu
t	Korniyer kolunun cidar kalınlığı
2_1t_m	C_2 'de etkiyen, fakat hesaplanmış son hal olan C_1 'e atfedilen kütle kuvvetleri
u	Herhangi bir sistemin düğüm yer değiştirme vektörü
u	Kayma merkezinin x-x eğilme asal eksenini boyunca yerdeğiştirme
u	Toplam yer değiştirmeler
u	Ağırlık merkezlerinden geçen eksen boyunca aksel deplasman
U	Elemanda depolanan şekil değiştirme enerjisi
u_{n+1}^{i+1}	n+1. adımın i+1. iterasyonundaki yer değiştirme vektörü
{u}	Düğüm noktası deplasman vektörü
{U}	Sistem deplasman vektörü
u_i	En kesit üzerindeki herhangi bir noktanın x doğrultusundaki deplasmanı
u_n	n. adımdaki yer değiştirme vektörü
u_{n+1}	n+1. adımdaki yer değiştirme vektörü
u_s	Kayma merkezine uygulanan yükten dolayı aksel kısalma
v	Kayma merkezinin y-y eğilme asal eksenini boyunca yerdeğiştirme
v	Kayma merkezinin y doğrultusundaki deplasmanı
V	Dış kuvvetler tarafından yapılan iş
v_1	Elemanın 1 no'lu ucundaki enine deplasman
v_2	Elemanın 2 no'lu ucundaki enine deplasman
v_i	En kesit üzerindeki herhangi bir noktanın y doğrultusundaki deplasmanı
v_s	Kayma merkezine uygulanan yükten dolayı y doğrultusundaki yanıl yer değiştirme

V_y	x eksenine dik olan y doğrultusunda etkiyen kesme kuvveti
V_z	x eksenine dik olan z doğrultusunda etkiyen kesme kuvveti
w	Maksimum asal eksen eğilmesini belirten alt indis sembolü
w	Korniyer kol genişliği
w	Kayma merkezinin z doğrultusundaki deplasmanı
w_i	En kesit üzerindeki herhangi bir noktanın z doğrultusundaki deplasmanı
w_s	Kayma merkezine uygulanan yükten dolayı z doğrultusundaki yanıl yer değiştirme
x	İnce cidarlı açık kesitli bir elemanda en kesit kayma merkezleri olan S ve S' 'den geçen ve deformatsyondan önce elemanın uçlarındaki en kesit ağırlık merkezleri olan C ve C' 'den geçen \bar{x} eksenine paralel eksen
\bar{x}	İnce cidarlı açık kesitli bir elemanda deformatsyondan önce elemanın uçlarındaki en kesit ağırlık merkezleri olan C ve C' 'den geçen eksen
x'', y'', z''	Elemanın eksantrik uç birleşimlerine müsaade etmek için tanımlanan eleman koordinat eksen takımı
x, y, z	Eleman koordinat eksen takımı
X, Y, Z	Yapının koordinat eksen takımı
x', y', z'	Asal eksenlerden ϕ kadar bir açıyla S kayma merkezinden geçen eleman koordinat eksen takımı
x_0	Eğilme asal eksenleri referans olmak üzere kayma merkezinin x koordinatı
y	İnce cidarlı açık kesitli bir elemanda en kesit asal ekseni olan \bar{y} eksenine paralel ve x eksenine dik eksen
\bar{y}	İnce cidarlı açık kesitli bir elemanda x eksenine dik asal eksenlerden biri
y_0	Eğilme asal eksenleri referans olmak üzere kayma merkezinin y koordinatı
z	Minimum asal eksen eğilmesini belirten alt indis sembolü
z	İnce cidarlı açık kesitli bir elemanda en kesit asal ekseni olan \bar{z} eksenine paralel ve x eksenine dik eksen
\bar{z}	İnce cidarlı açık kesitli bir elemanda x eksenine dik asal eksenlerden biri
α_1	B_1/B_2
α_2	B_2/t
α_i	Katsayılar, $i = 1, 2, \dots, 13, 14$
β	Önceden belirlenen tolerans değeri
$\beta_{\bar{y}}$	$\frac{1}{I_{\bar{y}}^A} \iint_A (\bar{z}^3 + \bar{y}^2) dA + 2z_0$
$\beta_{\bar{z}}$	$\frac{1}{I_{\bar{z}}^A} \iint_A (\bar{y}^3 + \bar{z}^2) dA + 2y_0$

β_{ω}	$\frac{1}{I_{\omega}} \iint_A \omega(\bar{y}^2 + \bar{z}^2) dA$
γ_{xy}	$2\varepsilon_{xy}$
γ_{xz}	$2\varepsilon_{xz}$
δu_k	C_2 'deki deplasman bileşenlerinin varyasyonu
δu_m	C_2 'deki deplasman bileşenlerinin varyasyonu
δu_n^i	Artımsal yer değiştirmeler
$\delta \bar{u}$	λ_i yük seviyesindeki Newton-Raphson metodundan elde edilen yer değiştirmedeki iteratif değişim
$\{\Delta F\}$	Artımsal düğüm noktası kuvvet vektörü
$\{\Delta F\}_e$	Uygulanan artımsal yük vektörü
$\{\Delta r\}$	Artımsal deplasman vektörü
$\{\Delta r\}_e$	Uygulanan artımsal deplasman vektörü
δ_0	Eğilme yükünden meydana gelen maksimum deplasman
$\delta^2 \Pi$	Π 'nin ikinci varyasyonu
Δl	Belirlenen artımsal yay boyu
ΔM_x	M_x 'deki artım
ΔM_{y1}	M_{y1} 'deki artım
ΔM_{y2}	M_{y2} 'deki artım
ΔM_{z1}	M_{z1} 'deki artım
ΔM_{z2}	M_{z2} 'deki artım
ΔP	P 'deki artım
Δu	Artımsal yer değiştirmeler
δu	Yer değiştirme vektöründeki iteratif değişim
δu	İteratif yer değiştirmeler
Δu_{i+1}	$i+1$. iterasyondaki artımsal yer değiştirmeler
Δu_n	Önceki yakınsamış artımsal yer değiştirme
δu_t	Sabit dış yük vektörü P ye karşılık gelen yer değiştirme
Δu_x	u_x 'deki artım
$\Delta \theta_{x1}$	θ_{x1} 'deki artım
$\Delta \theta_{x2}$	θ_{x2} 'deki artım
$\Delta \theta_{y1}$	θ_{y1} 'deki artım
$\Delta \theta_{y2}$	θ_{y2} 'deki artım
$\Delta \theta_{z1}$	θ_{z1} 'deki artım

$\Delta\theta_{z2}$	θ_{z2} 'deki artım
$\Delta\lambda$	Artımsal dış yük vektörü çarpanı
$\delta\lambda$	Yük faktöründeki iteratif değişim
$\Delta\lambda_{i+1}$	i+1. iterasyondaki artımsal dış yük vektörü çarpanı
$\delta\Pi$	Π 'nin birinci varyasyonu
$\{\varepsilon\}$	Şekil değiştirme tensörü
$\{\varepsilon_L\}$	Şekil değiştirme tensörünün doğrusal bileşeni
$\{\varepsilon_N\}$	Şekil değiştirme tensörünün doğrusal olmayan bileşeni
ε_{xx}	x eksenine göre birim şekil değiştirme
ε_{xy}	y eksenine göre kayma açısı
ε_{xz}	z eksenine göre kayma açısı
η	Tanjant modülünün elastisite modülüne oranı
${}_0\eta_{ij}$	C_0 halindeki artımsal Green-Langrange şekil değiştirmelerinin doğrusal olmayan bileşeni
${}_1\eta_{ij}$	Green-Langrange artımsal şekil değiştirme tensörünün doğrusal olmayan bileşeni
θ'_x	x eksenine göre çarpılma açısı
θ_1	Elemanın 1 no'lu ucundaki dönme
θ_2	Elemanın 2 no'lu ucundaki dönme
θ_x	Kayma merkezlerinden geçen eksene göre burulma açısı
θ_y	y eksenine göre dönme açısı
θ_z	z eksenine göre dönme açısı
λ	Çubuğun narinliği
λ	Dış yük vektörü çarpanı
λ	Yük seviyesi parametresi
λ	Keyfi bir yük faktörü
λ_{eq}	Eşdeğer narinlik parametresi
λ_n	n. adımdaki dış yük çarpanı
λ_{n+1}	n+1. adımdaki dış yük çarpanı
λ_o	Narinlik parametresi
λ_p	Plastik narinlik sınırı
λ_x	Çubuğun x eksenine göre narinliği
λ_y	Çubuğun y eksenine göre narinliği
ξ	Elemanın boyuna ekseni boyunca x/L'ye eşit boyutsuz koordinat
Π	Toplam potansiyel enerji

Π_p	Sistemin toplam potansiyel enerjisi
ρ_1	$1-x/L$
ρ_2	x/L
σ	Merkezi basınç gerilmesi
$\{\sigma\}$	Gerilme tensörü
σ_a	Çeliğin akma gerilmesi
σ_a	Basınç başlığının akma gerilmesi
σ_b	Yalnız eğilme momenti etkisi altında hesaplanan eğilme basınç gerilmesi
σ_B	Yalnız eğilme momenti etkisi altında müsaade edilecek basınç eğilme gerilmesi
σ_{bem}	İncelenen yükleme ve malzemeye göre basınç emniyet gerilmesi
σ_{bem}	Yalnız basınç kuvveti etkisi altında dikkate alınacak emniyet gerilmesi
σ_{cr}	Lokal burkulma gerilmesi
$\sigma_{çem}$	İncelenen yükleme ve malzemeye göre çekme emniyet gerilmesi
σ_e'	Asal eksenler etrafındaki burkulma için hesaplanan ve Euler gerilmesinden türetilen gerilme
σ_{eb}	Yalnız basınç kuvveti etkisi altında hesaplanan gerilme
σ_{xx}	x eksenini doğrultusundaki normal gerilme
σ_y	Malzemenin akma gerilmesi
${}^1\tau_{ij}$	C_1 'deki Cauchy gerilme tensörü
τ_{xy}	y eksenini doğrultusundaki kayma gerilmesi
τ_{xz}	z eksenini doğrultusundaki kayma gerilmesi
ν	Poisson oranı
Φ	Basınç için direnç katsayısı, 0.90
Φ	Boyuna eksen etrafında kayma merkezinin dönmesi
Φ_b	Eğilme için direnç katsayısı, 0.90
Ψ	Yük ölçeklendirme parametresi
Ψ	$\frac{\pi^2 \cdot \delta_0 \cdot E \cdot I}{M_{maks} \cdot \ell^2} - 1$
ω	Çubuğun narinliği ile bağlantılı burkulma katsayısı
ω	Sektörel koordinat

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Çelik veya alüminyum malzemeden sıcakta haddelenerek veya soğukta şekil verilerek üretilen L enkesitli elemanlar (korniyerler) en temel ve en sık kullanılan çelik yapı elemanlarından biridir. Üretiminin, taşınmasının ve yerine inşa edilmesinin kolay olması bu elemanların bu kadar popüler olmasının nedenlerinden bazılarıdır. Ayrıca çeşitli boy ve ebatlarda olup uç birleşimleri de oldukça basittir.

Korniyerler, elektrik iletim hattı ve iletişim anteni kulelerinde kullanılan başlıca elemanlardan olup bu yapıların kafeslerinde stabilite bağlantı ve örgü çubukları (dikme ve çapraz çubuklar) olarak kullanılırlar. Şekil 1.1. ve 1.2.'de bunlara ait örnekler gösterilmektedir. Bunlara ilaveten, düzlem kafes kirişlerde ve çatı makaslarında alt ve üst başlık elemanı ve örgü çubukları olarak kullanılırlarken düzlem ve uzay çerçeve sistemlerinde yatay ve düşey rijitlik bağlantısı elemanları olarak da kullanılabilirler. Ayrıca, çok parçalı basınç çubuklarında da bu tip elemanlardan yararlanır. Bu elemanlar başlık elemanına birleşecek ise birleşim kaynaklı, düğüm noktası levhasına birleşecekse birleşim hem kaynaklı hem de civatalı teşkil edilebilir.

Korniyerler, özellikle örgü çubukları ve rijitlik bağlantısı elemanı olarak kullanıldıklarında genellikle eksenel basınç yüklerine maruz kalırlar. Ayrıca bu elemanlar genellikle tek parçalı teşkil edilirler. Bu tip tek parçalı korniyerlere yükler birleşimlerdeki kaynaklar ve civatalar vasıtasıyla aktarıldıklarından genellikle etkiyen yüklerin doğrultuları elemanların asal eksenleri ile çakışmaz ve bundan dolayı bu elemanlar eksantrik etkiyen eksenel basınç yüklerine maruz kalırlar.

Bu yük eksantrisitesi, analizi ve çözümü oldukça zor olan “eksenel basınç ve iki eksenli eğilme etkisindeki çubuk problemine” neden olur. Ayrıca aşağıdaki nedenler de problemi daha karmaşık bir hale getirir (Sakla, 2004):

1) Tek parçalı korniyerlerin sıklıkla çubuk kollarından yalnızca biri kullanılarak birleşiminin sağlanması. Diğer bir ifade ile korniyerin yalnızca tek kolundan mesnetlenmesi.

2) Kafes veya çerçeve sistem elemanı olarak kullanılan bir korniyerin asal eksenlerinin bu sistemlerin eksenleri ile çakışmaması.

3) İki eksenli eğilmeye maruz bir korniyerin eğilme düzleminin etkiyen yükün düzlemiyle aynı olmaması.



Şekil 1.1. Tipik bir anten kulesi



Şekil 1.2. Tipik bir elektrik iletim hattı kulesi

4) Tek simetri ekseni olan eşit kollu korniyerin ve simetri ekseni olmayan değişik kollu korniyerin ağırlık merkezlerinin kayma merkezleri ile çakışmaması. Bu durum, çoğunlukla etkiyen yüklere ait kuvvetler çizgisinin kayma merkezinden geçmemesinden dolayı eğilme momentlerine ek olarak burulma momentinin oluşmasına neden olur.

5) Korniyerlerin uçlarındaki mesnetlenme şartlarının tam olarak belli olmaması. Bu durum, etkili burkulma boyu katsayısı bulmayı gerektiren pek çok pratik durumda soruna neden olmaktadır.

Sözü edilen bütün bu etkenler eksantrik etkiyen aksenel yüklere maruz tek parçalı korniyerlerin yapısal davranışlarının karmaşıklığına katkıda bulunarak bu elemanların yük taşıma kapasitelerini tahmin etmekte kullanılacak etkili bir tasarım modelinin kurulmasında zorluğa neden olurlar. Uygulamada kullanılan mevcut standartlar eksantrik yüklü tek parçalı korniyerlerin tasarımında birbirlerinden oldukça farklılık arz etmektedirler. Ayrıca bu standartlar arasında uygulanan yükün eksantrikliğini ve düzlem içindeki ve dışındaki uç mesnet şartlarını hesaba katan genel kabul görmüş bir tasarım modeli de bulunmamaktadır (Woolcock ve Kitipornchai, 1986). Halihazırda kullanılan tasarım modellerinin üzerlerinde çalışılarak geliştirilmesine ihtiyaç vardır (Sun ve Butterworth, 1998).

Bu tezde sunulan çalışmanın ilk amacı değişik mesnet şartlarına sahip eksantrik yüklü korniyer kolonların geometri ve malzeme bakımından doğrusal olmayan davranış altındaki yük taşıma kapasitelerini tahmin eden etkili ve güvenilir bir sonlu eleman modeli oluşturmaktır. Üç aşamada bu sonuca ulaşılmıştır.

Öncelikle mafsal uçlu, merkezi yüklü eşit kollu korniyerlerin sonlu eleman modeli üzerinde durulmuştur. Bunun için test sonuçları bilinen eşit kollu 7 korniyerin teorik burkulma ve deneysel göçme yükleri çeşitli sonlu eleman modellerini test etmek için kullanılmıştır. ABAQUS 6.5 sonlu eleman paket programı yardımıyla korniyerler modellenerek burkulma analizleri yapılmıştır. Bu aşamada elemanların kritik burkulma yüklerine en yakın yükleri veren model esas model olarak seçilmiştir. Modelde korniyerleri modellemek için en uygun sonlu elemanın ABAQUS sonlu eleman kütüphanesindeki kabuk elemanlardan biri olan 4 düğüm noktalı, indirgenmiş integrasyonlu S4R olmasına ve sonlu eleman ağında kullanılacak eleman boyutlarının 10×10 mm olmasına karar verilmiştir. Kurulan modelin teorik sonuçlarla uygunluk gösterdiği belirlendikten sonra doğrusal olmayan sonlu eleman analizi ile korniyerlerin göçme yükleri tahmin edilmeye çalışılmıştır. Yapısal elemanlar kusursuz düzlükte ve doğrulukta yüzeyle sahip olmadığı

için önce her elemana ilkel bir eğrilik verilmiştir. Bu eğrilik merkez sapması eleman uzunluğunun $1/1760$ 'ı olan yarım sinüs dalgası şeklinde kabul edilebilir (Adluri ve Madugula, 1996). Ayrıca malzeme olarak doğrusal elastik-ideal plastik malzeme kullanılmıştır. Belirlenen model ile yapılan doğrusal olmayan analiz sonucunda eşit kollu korniyerler için test sonuçlarına yakın değerler elde edildiği görülmüştür.

İkinci olarak merkezi yüklü değişik kollu korniyerlerin yük taşıma kapasitelerini tahmin etmek için eşit kollu korniyerlerin göçme yüklerini tahmin etmekte kullanılan sonlu eleman modelinin geliştirilmesine ihtiyaç duyulmuştur. Bunun için ilk modelden yararlanılarak 5 ayrı sonlu eleman modeli üzerinde durulmuştur. En uygun modele test sonuçları bilinen 13 korniyere ait sonuçlardan yararlanılarak karar verilmiştir. Belirlenen bu modelle merkezi yüklü korniyerler için parametrik bir çalışma gerçekleştirilmiş ve elde edilen sonuçlar TS 648'in yalnızca basınca maruz çubuklar için önerdiği tasarım yükleriyle karşılaştırılmıştır.

Son olarak değişik mesnet şartlarına sahip eksantrik yüklü değişik ve eşit kollu korniyerlerin yük taşıma kapasitelerini tahmin etmek için en son belirlenen sonlu eleman modelinin de geliştirilmesine ihtiyaç duyulmuştur. Bunun için son modelden yararlanılarak 14 farklı sonlu eleman modeli üzerinde durulmuştur. Bu modeller arasından test sonuçları bilinen 22 adet merkezi ve 26 adet eksantrik yüklü korniyerin yük taşıma kapasitelerini başarıyla tahmin eden model esas model olarak seçilmiştir. Bu modelde elemanın küçük bir kısmını ve tamamını ilgilendiren ilkel eğriliklerin yanında artık gerilmeler hesaba katılmış, korniyer kollarındaki ve köşesindeki malzemenin doğrusal olmayan özellikleri ayrıca modele dahil edilmiş ve sınır şartları rijit kütle yardımıyla sağlanmıştır.

Uygulanan yükün konumunun, artık gerilmelerin, narinlik oranının ve ilkel eğriliğin göçme yükü üzerindeki etkisini araştırmak için tek kolundan mesnetli korniyerler üzerinde geliştirilen sonlu eleman modeli kullanılarak parametrik bir çalışma yapılmıştır. Sonlu eleman modeliyle tahmin edilen yük taşıma kapasiteleri TS 648'e göre iki eksenli eğilmeye ve basınca maruz çubuklar için hesaplanan tasarım kapasiteleri ile karşılaştırılmış ve TS 648'in bu tip elemanlar için aşırı emniyetli tasarım yükleri önerdiği sonucuna varılmıştır.

Bu tezin ikinci amacı ilkel kusurları ve doğrusal olmayan davranışı dikkate alan merkezi ve eksantrik yüklü tek parçalı eşit ve değişik kollu korniyerlerin göçme yükleri için 2 düğüm noktalı sonlu elemanlardan oluşan bir modelin geliştirilmesidir. İlk olarak toplam potansiyel enerji yöntemi ile yalnızca geometrik bakımdan doğrusal olmayan davranışı dikkate alarak daha önce ihmal edilmiş terimleri de dahil ederek iki düğüm

noktalı, 14 serbestlik dereceli bir boyutlu elemanın doğrusal ve geometrik rijitlik matrisleri elde edilmiştir. Elde edilen rijitlik matrislerinin doğruluğunu test etmek için bir program kodlanmış ve çeşitli korniyerlerin teorik elastik burkulma yükleri neredeyse kesin olarak tahmin edilmiştir. Göçme yükünün tahmini için gereken yük-deformasyon analizi “değiştirilmiş (modified) Newton-Raphson yöntemi” ile birlikte “güncellenen Lagrangian formülasyonu” kullanılarak yapılmıştır. Eksantrik yüklü korniyerlerin ikinci mertebe analizine ait sayısal örneklerin çözümü için Mathematica’da (Wolfram Research, 2005) bir program kodlanmıştır. Elde edilen sonuçlar literatürdekilerle karşılaştırılmıştır.

1.2. Merkezi ve Eksantrik Yüklü Korniyerlerin Elastik ve Elastik Olmayan Davranışı

1.2.1. Genel

Çelik korniyerlerin pek çok davranış özelliği enkesitleri L’den farklı olan diğer çelik elemanlarınkine benzer. Ancak bununla beraber çelik tek parçalı korniyerlerin enkesitleri çift simetri eksenli olmadığından (Eşit kollu korniyerlerin yalnızca bir simetri eksen varken değişik kollu korniyerlerin simetri eksen yoktur.) bu elemanlar diğer enkesitli elemanlardan mukavemet ve davranış bakımından oldukça önemli farklara sahiptirler. Bu durum tek parçalı korniyerlerin üzerinde burulmalı-eğilmeli burkulma gibi farklı göçme modlarının etkili olmasına neden olur ki, bu aşamada, bu elemanların mukavemetleri ve davranışları, üzerinde çalışılması gereken oldukça ilginç ve önemli bir hale gelmektedir (Adluri ve Madugula, 1996).

Eksenel yüklü tek parçalı korniyerler genelde aşağıdaki modlardan birinde göçerler. Bu göçmeler elastik veya elastik-plastik tarzda olabilir.

i. Asal eksenlerden hangisine göre atalet momenti küçükse o asal eksen etrafında eğilerek oluşan eğilmeli burkulma modu ile

ii. Asal eksenlerden hangisine göre atalet momenti büyükse o asal eksen etrafında eğilerek ve aynı zamanda boyuna eksen etrafında dönerek oluşan burulmalı-eğilmeli burkulma modu ile

iii. Lokal burkulma modu ile

Tek parçalı bir korniyer uzunluğuna, enkesit boyutlarına ve uç mesnetlenme şartlarına bağlı olarak yukarıdaki modlardan birinde burkularak göçebilir (Kennedy ve

Madugula, 1982). Burulmalı-eğilmeli burkulma modunda ve eğilmeli burkulma modunda göçen eşit kollu korniyerlere bir örnek Şekil 1.3’de gösterilmektedir. Burada soldan sağa ilk iki numune burulmalı-eğilmeli burkulma modunda, son numune ise eğilmeli burkulma modunda göçmüştür. Daha çok kısa korniyerlerde gözüken lokal burkulma moduna bir örnek ise Şekil 1.4’de gösterilmektedir (Popovic vd., 2000).



Şekil 1.3. Burulmalı-eğilmeli ve eğilmeli burkulma modunda göçen korniyerler



Şekil 1.4. Lokal burkulma modunda göçen korniyerler

1.2.2. Eğilmeli Burkulma Teorisi

Eksenel basınç yüklerinin hakim olduğu yapısal elemanlar olan kolonların mukavemet analizi, hakkında en geniş çapta bilgi sahibi olunan yapı mühendisliği ilgi alanlarından biri olup pek çok araştırmacı tarafından uzunca zamandır üzerinde çalışılmaktadır. “Bir kolonun güvenle taşıyabileceği basınç yükü” problemine çözüm bulmak için girişilen çabalar yüzlerce yıl öncesine uzanmasına rağmen ilk çözüm Euler tarafından 1774’de elde edilmiştir. Kolonların yük taşıma kapasitelerine ait ilk çalışmalar 19. yüzyılın başlarında J. Rabinson tarafından çelik hariç diğer bazı metallere üretilen kolonlarda ve E. Hodgkinson tarafından yalnızca demirden mamul kolonlarda gerçekleştirilenlerdir (Todhunter ve Pearson, 1960). Sonraları, bu alanda çok sayıda araştırmacının çabası ile pek çok parametrenin dikkate alındığı kolon mukavemet denklemleri kurulmuştur. Ancak, yapılan bu araştırmaların çoğunluğu geniş başlıklı I kesitleri ve diğer çift simetri eksenli kesitlerle ilgili olmuştur. Bu denklemlere L kesitli elemanlar özel olarak dahil edilmemişlerdir.

Euler kritik yük formülü şu şekilde yazılabilir:

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2} \quad (1.1)$$

Burada P_c elemanın kritik yükü, E Young elastisite modülü, I eleman enkesitinin en küçük atalet momenti ve kL elemanın etkili uzunluğu veya burkulma boyudur.

Euler kritik yükü P_c , eksenel yükün elastik narin bir kolonu başlangıçtaki doğrusal halinden farklı olarak eğilmiş bir durumda ikinci bir denge durumuna getiren kritik değeri olarak tanımlanır. Bu denklem gerilmeler elastik sınırlar içerisinde olduğu sürece eğilmeli burkulma modunda göçen bütün kolonlar için geçerlidir.

19. yüzyılın başlarında teorik olarak doğru gözükten Euler formülünün o zamanki mevcut malzeme ve eleman şekilleri için emniyetli olmayan kolon kapasiteleri verdiği gözlenmiştir. Ancak, Euler’in kritik yük formülünün ortaya çıkışından neredeyse 100 yıl sonra çoğunlukla bu formülün uygulanabilir olduğu yapısal malzemeler kullanılmaya başlanmıştır. 1850’lerde kullanılan bu malzemeler ilk olarak dövme demir ve bunu takiben yapı çeliği idi. Daha sonraları 1900’lü yılların başlarında yapı malzemesi ailesine alüminyum alaşımları da eklendi. Euler’in elastik davranış hakkındaki ilk ifadelerinden

sonraki süreç elastik olmayan bölgedeki gerilme-şekil değiştirme ve eğrilik-eğilme momenti arasındaki ilişkilerin tam olarak belirlenememiş olmasından dolayı yıllarca kesintiye uğradı. 1889'da Considere, Euler formülünün mühendisler için neden daha yararlı olmadığını gösterdi (Johnston, 1983). Considere 32 kolon üzerinde yaptığı testlerden elde ettiği sonuçlara dayanarak orantılılık sınırı üstünde burkulma meydana geliyorsa Euler formülündeki elastisite modülü E 'nin yerine efektif modül E_{eff} 'nin kullanılması gerektiğini ifade etmiştir. Considere, efektif modülün, elastik modül E ile tanjant modülü E_T arasında olması gerektiğini belirtmiştir. Considere'den bağımsız olarak 1889'da Engesser, elastik olmayan bölgedeki kolon mukavemetinin Euler formülündeki E 'nin yerine E_T 'nin kullanılması ile kolayca elde edilebileceğini ifade etmiştir. Bu kritik tanjant modülü yükü aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$P_T = \frac{\pi^2 E_T A}{(kL/r_z)^2} \quad (1.2)$$

Burada P_T tanjant modülü yükü, E_T göçme anındaki gerilmeye karşılık gelen gerilme-şekil değiştirme eğrisinin tanjantının eğimi, A enkesit alanı ve kL/r_z ise efektif narinlik oranıdır.

1895'de Jasinsky, Considere'nin çalışmasını Engesser'in dikkatine sundu (Johnston, 1983). Engesser aynı yıl içinde indirgenmiş bir modül için E_T ve E arasında kalan düzeltilmiş genel bir formül elde etti. Engesser, bu indirgenmiş modülün yalnızca E_T ve E 'ye bağlı değil aynı zamanda enkesite bağlı olduğunu da belirtmiştir. 1910'da T. Von Karman hem dikdörtgen hem de idealize edilmiş H kesitli kolonlara ait indirgenmiş modüller için açık ifadeler türetmiştir. İndirgenmiş modül için kritik yük, denklem (1.2)'deki E_T yerine E_R konularak elde edilir.

Her ne kadar indirgenmiş modül teorisi daha gelişmiş bir modül izlenimi verse de içlerinde Templin'in (1938) de bulunduğu pek çok araştırmacı yaptıkları pratik araştırmalarla kolonların elastik ötesi kapasitelerinin daha çok tanjant modülü teorisine uyduğunu ispatlamışlardır. Bu paradoks Shanley (1947) tarafından izah edilip çözüme kavuşturulmuştur. Shanley'e göre kolonların elastik olmayan stabilite problemleri için iki kolon teorisinden indirgenmiş modül teorisi üst sınır, mühendislik tasarımları için daha uygun olduğu kanıtlanmış olan tanjant modül teorisi ise alt sınırdır.

Çelik profillerin yük taşıma kapasiteleri burkulma modlarına bağlıdır. Tek simetri eksenli çelik korniyerler için merkezi yüklü aksenal yük altında öncelikli baskın burkulma

modunun ya eğilmeli burkulma (flexural buckling) ya da burulmalı-eğilmeli burkulma (torsional-flexural buckling) olduğu kanıtlanmıştır. Bu elemanlarda, pek çok faktörden etkilenmesine rağmen lokal burkulma genellikle burulmalı-eğilmeli burkulmanın burulmalı kısmıyla eş anlamlı olarak düşünülür.

Tanjant modülü yaklaşımı çelik elemanların artık gerilmeleri ile beraber malzemenin elastik olmayan özelliklerinin etkilerini dikkate almaktadır. Ancak, bu teoriye elemanın ilkel eğriliğinin etkisi direk olarak dahil edilemez. Bu etkiyi ele almanın bir yolu kiriş-kolon analizi uygulamaktır (Nandula, 1998).

Madugula ve Kennedy (1985), çelik korniyer kolonların elastik davranışı konusunu bütün yönleriyle işledi. Kennedy ve Madugula (1972), çelik korniyerlerin elastik olmayan davranışı için Column Research Council (CRC) tarafından daha önce verilen formüle dayalı olarak ampirik bir yöntem önerdi. Kitipornchai ve Lee (1986), tanjant modülü yaklaşımını kullanarak merkezi yüklü çelik korniyerler üzerinde çalıştı. Chan ve Kitipornchai (1993), sonlu eleman yönteminden yararlanarak ilkel eğrilikli kolonların elastik olmayan göçmesi üzerine çalıştı.

Sonlu eleman yöntemi, bu tip problemleri analiz etmenin en etkili yollarından biridir. Sonlu eleman analizi (SEA) son birkaç on yılda çok hızlı bir gelişme göstermiştir. ABAQUS, ANSYS, NASTRAN ve LUSAS gibi pek çok hazır program da rutin kullanım için geliştirilmiştir.

Haiijer, Carskaddan ve Grubb (1981), bir kolundan mesnetli eksantrik yüklü tek parçalı korniyer kolon üzerinde fiziksel test yapmak yerine SEA kullanmanın uygunluğu üzerinde çalıştılar. Hu, Shen ve Lu (1982), kolonların ve kiriş-kolonların elastik olmayan davranışla stabilitelelerini kaybederek göçmelerini incelediler ve ilkel eğrilikli elemanların kararsızlık (instability) analizi için bir sonlu eleman yöntemi geliştirdiler. Chuenmei (1984), tek parçalı korniyer kolonların elasto-plastik burkulma analizi üzerine çalıştı ve sonlu eleman tekniğinin uygun verilerin girilmesi şartıyla değişik sınır şartlarına, yükleme durumuna, artık gerilmelere ve geometrik noksanlıklara sahip problemlere uygulanabileceği sonucuna vardı. Ayrıca, sonlu eleman analizinin çelik korniyer elemanların göçme analizi içinde kullanılabileceği Adluri, Madugula ve Monforton (1991) tarafından gösterildi.

1.2.2.1. Eğilmeli Burkulma Üzerine Yapılan Deneysel Çalışmalar

Yukarıda değinildiği gibi, Euler formülü elde edildikten sonra bu formülü zamanın mevcut malzemelerinden ve eleman şekillerinden imal edilmiş kolonların kapasitelerini belirlemek için kullanmak uygun görülmemiştir. Pek çok araştırmacı 20. yüzyılın ilk yarısında kolonların burkulma davranışı üzerinde çalıştılar ve elde ettikleri kolon göçme yüklerinin tanjant modül teorisine uyduğunu gördüler. Templin, Sturm, Hartmann ve Holt (1938) gibi araştırmacılar da kapasitelerine plastik bölgeye geçerek ulaşan kolonlar üzerindeki pratik testlerin daha gelişmiş gibi gözükten indirgenmiş modül teorisinden ziyade tanjant modül teorisine uygun sonuçlar verdiğini gözlemlediler.

II. Dünya Savaşından sonra, titiz analitik çalışmalarla desteklenen geniş çaplı laboratuvar testlerinin yardımıyla pratik öneme sahip pek çok parametreyi dikkate alan kolon mukavemet denklemleri elde edildi. Bu şekilde yapılan çalışmaların çoğu geniş başlıklı ve diğer ağır kesitli kolonlarla ilgili olmuştur. Çelik korniyerler ise nadiren test edilmiştir (Shani, 1998).

Korniyerlerin basınç kapasiteleri üzerine ilk ayrıntılı deneysel çalışmalar Stang ve Strickenberg (1924) tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu araştırmacılar 170 adet standart çekilmiş korniyeri farklı uç birleşimlerini dikkate alarak test ettiler. Daha sonra test sonuçlarının uygulanabilirliğini T. von Karman'ın elastik olmayan kolonlar üzerine yaptığı çalışmaları göz önünde tutarak tartıştılar. Ancak, test örneklerinin etkili uzunluğunu belirlemek oldukça zordu. Bunun sebebi, eleman uç birleşimlerinin serbestçe dönmesine müsaade edecek özel bir gayretin gösterilmemiş olmasıydı. Bundan dolayı bu test sonuçları pek çok yapı standardındaki tasarım denklemlerini kalibre etmek için kullanılmamıştır.

Korniyerler üzerine yapılmış teorik ve deneysel çalışmalar Kennedy ve Madugula (1982) tarafından özetlendi. Bunu takiben Allwarden (1987), korniyerlerin basınç davranışı için Kennedy ve Madugula'nın başvurduğu kaynaklardaki mevcut verileri kullanarak istatistiksel bir analiz gerçekleştirdi.

Kitipornchai ve Lee (1986), merkezi yüklü uç mafsallı tek parçalı ve çift parçalı korniyer ve T enkesitli örgü çubuklarının elastik olmayan burkulması üzerine yaptıkları deneysel çalışmayı yayımladılar. Bu çalışmada, 26 tek parçalı eşit ve değişik kollu korniyer, 12 T enkesitli profil ve 16 çift parçalı korniyer örgü çubuğu kullanıldı. Çalışmadaki korniyerler için narinlik parametresi 0.57 ve 1.07 arasında değişmiştir. Ayrıca artık gerilmeler ve eğrilikler bildirilmemiştir. Bazı örgü çubukları için kol genişliğinin

cidar kalınlığına oranı limit değeri geçtiği halde etkili alandaki veya etkili akma gerilmesindeki azaltma sonuçlara dahil edilmemiştir. Araştırmacılar yalnızca eğilme dayanımını dikkate alarak önerilerde bulunmuşlardır.

Al-Sayed (1987) ve Al-Sayed ve Bjorhovde (1989) gerçekleştirdikleri deneysel bir araştırma ile eğilmeli veya burulmalı-eğilmeli burkulma modunda göçen 12 adet çelik korniyerden elde ettikleri sonuçları yayımladılar. Testler eğilme ve burulma deformasyonlarına müsaade eden küresel uçlar kullanılarak merkezi yükler altında gerçekleştirildi. İlkel eğriliklerin ölçülmediği bu çalışmadan elde edilen sonuçlar artık gerilmeleri, kısa kolon dayanımını ve diğer gözlemleri içermektedir. Yeterli veri sağlanamadığından herhangi bir tasarım denklemi önerilmemiştir. Elde edilen sonuçlar Kitipornchai ve Lee'nin (1986) elde ettiklerinden ortalama olarak daha yüksektir.

1.2.3. Burulmalı-Eğilmeli Burkulma Teorisi

1.2.3.1. Teorik İnceleme

Tek simetri eksenli elemanlar eğilmeli ve lokal burkulma modlarına ilaveten burulmalı-eğilmeli burkulma moduyla da göçebilirler. Simetri eksenli olmayan kesitler yalnızca burulmalı-eğilmeli burkulma ve lokal burkulma modlarında burkulabilirler. Tek parçalı korniyerlerin ya tek simetri eksenli olduğundan ya da simetri eksenli olmadığından burulmalı-eğilmeli burkulma bu elemanlar için çok önemli bir göçme modudur.

Burulmalı-eğilmeli burkulmada enkesit, simetri eksenli üzerinde olan ve kayma merkezine yakın bir pozisyondaki dönme merkezi denenen bir nokta etrafında döner. 90°'lik eşit kollu bir korniyerin kayma merkezi iki kolun kesişim noktasında bulunur.

İdeal tek parçalı eşit kollu korniyerler için burulmalı-eğilmeli burkulma ve lokal plak burkulması modları arasında bir ayırım yoktur. Ancak, tek parçalı değişik kolu korniyerler için burulmalı-eğilmeli burkulma modu lokal plak burkulma modundan oldukça farklıdır. İdeal tek parçalı eşit kollu bir korniyerin her iki kolu da üç kenarından sabit mesnetli ve dördüncü kenarından serbest olan bir plak gibi davranırlar. Her iki kolun eşit genişliği olduğundan aynı anda burkulurlar ve kollardan hiçbiri diğerine mesnet teşkil edemez. Lokal burkulma gerilmesi, σ_{cr} , aşağıdaki denklemden hesaplanır (Bleich, 1952).

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sqrt{\eta}} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 K \quad (1.3)$$

Burada $\eta = E_T/E$ olup tanjant modülünün elastisite modülüne oranı ve K uzun eşit kollu korniyerler için 0.425'e yaklaşan plak burkulma katsayısıdır. Değişik kollu korniyerler durumunda kollardan kısa olan kol, genişliklerinin oranına bağlı olarak uzun kol üzerinde hareketini sınırlayıcı bir etki ortaya koyar.

İnce cidarlı kesitlerin elastik burulmalı-eğilmeli burkulma teorisi oldukça gelişmiş olup Chajes (1974) gibi pek çok yazar tarafından açıkça tanımlanmıştır. Burulma ve eğilmeyi birleştiren elastik olmayan teori ise daha karmaşık olup çözülmesi zor denklemleri içermektedir. Çelik korniyerlerin burulmalı-eğilmeli burkulması Kitipornchai ve Lee (1986) tarafından çalışılmıştır. Bu çalışmada gerçekleştirilen analiz tanjant modül teorisine dayalıdır ve bu yüzden ilkel eğrilikler hesaba katılamamıştır. İlkel eğriliğin etkisini de dahil ederek çelik korniyerlerin elastik bölgedeki burulmalı-eğilmeli burkulma analizini gerçekleştirmek hatırı sayılır derecede daha kompleks bir problemdir.

Kolon mukavemeti üzerindeki ilk araştırmaların çoğu eğilmeli burkulma ile ilgiliydi. 1920'lerden bu yana ise kayma merkezi ve dönme merkezi kavramı ile beraber keyfi enkesit ve uzunluğa sahip basınç elemanlarının genel davranışı üzerine ayrıntılı çalışmalar yapılmaktadır.

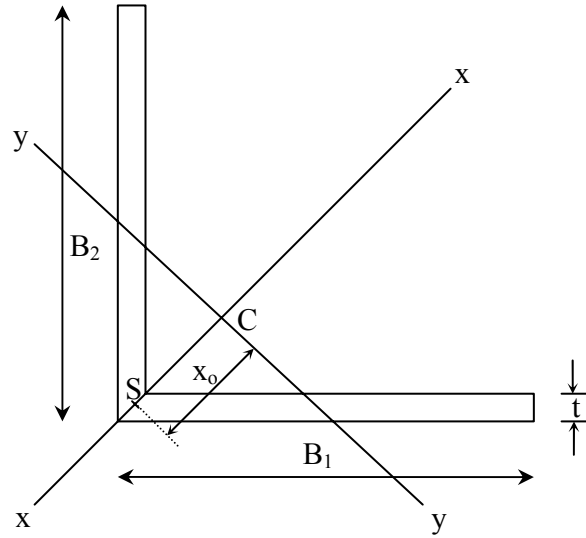
1929'da Wagner ince cidarlı kesitlerin burulmalı burkulmasını inceleyen ilk kişiydi. Wagner bu çalışmasında daha sonradan doğru olmadığı ispatlanacak olan dönme merkezinin kayma merkezi ile çakıştığı varsayımını kullandı. Korniyerlerin burulmalı-eğilmeli burkulması için kesin çözüm ilk olarak Ostfeld (1931) tarafından verildi. Bleich (1936, 1952), Kappus (1937), Lundquist ve Fligg (1937), Vlasov (1961), Goodier (1941, 1942) ve Timoshenko ve Gere (1961) burulmalı-eğilmeli burkulma problemini çalışan ilk araştırmacılardan bazılarıdır.

1.2.3.2. Merkezi Yüklü Korniyerlerin Elastik Burkulması

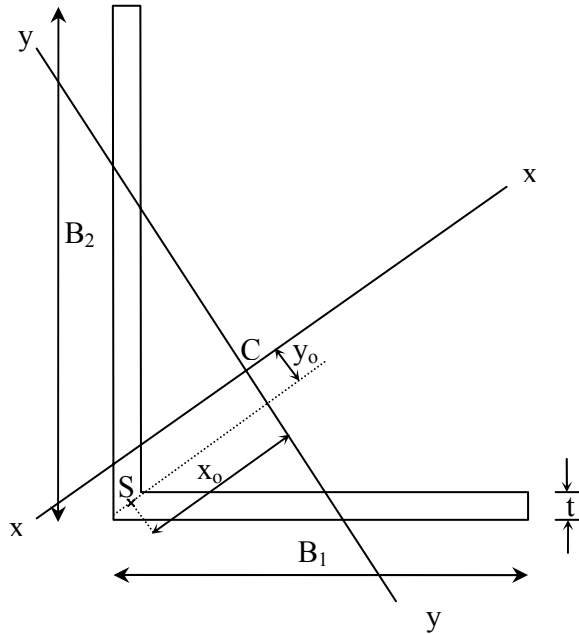
Şekil 1.5 ve 1.6'da sırasıyla idealize edilmiş eşit kollu ve değişik kollu tek parçalı korniyerlerin enkesitleri verilmektedir.

Bu tip merkezi yüklü mafsal uçlu korniyerlerin elastik kritik burkulma yükü, P_{cr} aşağıdaki kübik denklemin en küçük kökü olarak alınır (Kitipornchai ve Lee, 1986).

$$(P - P_x)(P - P_y)\left(\int_A \sigma a^2 dA - GJ\right) - (Px_0)^2(P - P_y) - (Py_0)^2(P - P_x) = 0 \quad (1.4)$$



Şekil 1.5. İdealize edilmiş tek parçalı eşit kollu bir korniyer enkesiti



Şekil 1.6. İdealize edilmiş tek parçalı değişik kollu bir korniyer enkesiti

Burada GJ burulma rijitliği, σ merkezi basınç gerilmesi, (x_0, y_0) kayma merkezi koordinatı ve a_0 kayma merkezinden enkesit üzerindeki herhangi bir noktaya olan uzaklık olmak üzere aşağıdaki ifade ile verilir.

$$a_0^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \quad (1.5)$$

P_x ve P_y terimleri korniyerin x ve y asal eksenlerine göre Euler eğilmeli burkulma yüklerini göstermek üzere

$$P_x = \frac{\pi^2 EI_x}{L^2} \quad (1.6)$$

$$P_y = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} \quad (1.7)$$

şeklinde ifade edilmektedirler. Burada E Young elastisite modülü, I_x ve I_y sırasıyla x ve y asal eksenlerine göre atalet momentleri ve L korniyerin uzunluğudur.

Elastik burkulma için $\int_A \sigma a_0^2 dA$ terimi denklem (1.5) kullanılarak

$$\int_A \sigma a_0^2 dA = P \left(\frac{I_x + I_y}{A} + x_0^2 + y_0^2 \right) = P(r_0^2 + x_0^2 + y_0^2) = Pr_1^2 \quad (1.8)$$

şeklinde yazılabilir. Burada A korniyer enkesitinin alanıdır.

Böylece denklem (1.4)

$$(P - P_x)(P - P_y)(P - P_t)r_1^2 - (Px_0)^2(P - P_y) - (Py_0)^2(P - P_x) = 0 \quad (1.9)$$

haline gelir. Burada P_t kayma merkezi eksenine göre burulmalı burkulma yüküdür ve aşağıdaki formül ile ifade edilir.

$$P_t = \frac{1}{r_1^2} \left(GJ + \frac{\pi^2 EI_\omega}{L^2} \right) \quad (1.10)$$

Burada I_ω korniyer enkesitinin çarpılma sabiti olup oldukça küçük olduğundan çoğu araştırmacı tarafından ihmal edilmekle birlikte aşağıdaki şekilde ifade edilir (Bleich ve Bleich, 1952).

$$I_\omega = \frac{t^3}{36} \left\{ [B_1 - (t/2)]^3 + [B_2 - (t/2)]^3 \right\} \quad (1.11)$$

Burada t korniyer kollarının cidar kalınlığı, B_1 ve B_2 sırasıyla korniyer enkesitinin kısa ve uzun kollarının genişliğidir. Eşit kollu korniyerde B_2 , B_1 'e eşit alınır.

Değişik kollu korniyerlerin simetri eksenini olmadığından denklem (1.4) ve (1.9) basitleştirilemez ve kübik denklemin kökleri P_x , P_y ve P_t 'nin fonksiyonları olur. Böylece tek parçalı değişik kollu korniyer kolonların elastik burkulmaları daima P_x , P_y ve P_t 'nin en küçüğüne eşit veya daha küçük bir değere sahip eğilmeli-burulmalı moddaki burkulmaya karşılık gelir. Eşit kollu korniyerlerin yalnızca bir simetri eksenini olduğundan kayma merkezi koordinatı $y_0=0$ olur ve denklem (1.9)

$$(P - P_y) \left[P^2 (r_1^2 - x_0^2) - Pr_1^2 (P_x + P_t) + r_1^2 P_x P_t \right] = 0 \quad (1.12)$$

ifadesine indirgenir. Böylece tek simetri eksenli korniyer kolonların elastik burkulma yükü aşağıdaki ifadelerle elde edilen değerlerin en küçüğü olarak alınır.

$$P_{oc} = P_y \quad (1.13)$$

$$P_{ft} = \frac{(P_x + P_t) - \sqrt{(P_x + P_t)^2 - 4P_x P_t (1 - (x_0 / r_1)^2)}}{2(1 - (x_0 / r_1)^2)} \quad (1.14)$$

Bu yüzden tek simetri eksenli korniyer kolonlar ya eğilmeli ya da eğilmeli-burulmalı burkulma ile göçerler.

1.2.3.3. Merkezi Yüklü Korniyerlerin Elastik Olmayan Burkulması

Denklem (1.6), (1.7) ve (1.10) yalnızca elastik bölgede geçerlidir. Korniyer kolonların elastik olmayan davranışı Kitipornchai ve Lee (1986) tarafından sonlu eleman yöntemi kullanılarak incelenmiştir. Daha kabaca bir yaklaşım denklem (1.6), (1.7) ve (1.10)'daki elastik modül E'yi tanjant modülü E_T ile değiştirmektir. Denklem (1.10)'daki kayma modülü G ise değiştirilmeden bırakılır. Tanjant modülün kullanımı iterasyon gerektirdiğinden dolayı karmaşıktır. Daha basit bir yaklaşım AISC-LRFD (AISC, 1993) yönetmeliğinin E3 ekinde önerilmekte ve aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır.

1. Denklem (1.9) ve (1.12)'den uygun olanı ile elastik kritik burkulma yükü belirlenir.

2. Eşdeğer narinlik parametresi aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$\lambda_{eq} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{L}{r} \right)_{eq} \sqrt{\frac{F_y}{E}} = \sqrt{\frac{AF_y}{P}} \quad (1.15)$$

Burada F_y akma gerilmesi ve $(L/r)_{eq}$ eşdeğer narinlik oranıdır.

3. AISC-LRFD yönetmeliğinin E2 kısmındaki formül kullanılarak burkulma yükü belirlenir.

Kitipornchai (1983), denklem (1.9) ve (1.12) çözümlerine eğri uydurarak eşdeğer narinlik oranı için aşağıdaki yaklaşık ifadeleri önermiştir. Eşit kollu korniyerler için

$$\left(\frac{L}{r} \right)_{eq} = 0.05 \left(\frac{L}{r_y} \right) + 0.48\alpha_2 \leq \left(\frac{L}{r_y} \right) \quad (1.16)$$

ve değişik kollu korniyerler için

$$\left(\frac{L}{r} \right)_{eq} = \left[\left(\frac{L}{r_y} \right)^3 - 8(\alpha_1 - 0.5)\alpha_2^2 \left(\frac{L}{r_y} \right) + 0.76\alpha_2^3 \right]^{1/3} \quad (1.17)$$

önerilmiştir. Burada r_y y asal eksenine göre atalet yarıçapı, $\alpha_1=B_1/B_2$ ve $\alpha_2=B_2/t'$ dir.

Kennedy ve Madugula (1972) tarafından sıcakta haddelenmiş korniyerler üzerinde yapılan testler eşdeğer narinlik oranı yönteminin dayanım için tatmin edici tahminler sağladığını göstermiştir. Bu durumu destekler mahiyetteki bir çalışma da Marsh (1969) tarafından gerçekleştirilmiştir. Marsh (1969), tek ve çift civatalı birleşime sahip narin eşit kollu alüminyum korniyerler üzerinde yaptığı testlerden elde ettiği kritik burkulma yüklerinin

$$P_{cr} = \frac{0.9\pi^2 E}{(L/r)_{eq}^2} \quad (1.18)$$

ifadesi ile yeterince doğru bir şekilde tahmin edildiğini ortaya koymuştur. Burada

$$\left(\frac{L}{r}\right)_{eq} = \sqrt{\left(\frac{5b}{t}\right)^2 + \left(\frac{KL}{r_u}\right)^2} \quad (1.19)$$

olup bu ifade de geçen $b=B_2-(t/2)$, KL geometrik eksenlere göre atalet momentinin küçük olduğu eksen doğrultusundaki etkili uzunluk ve r_u bu eksene göre atalet yarıçapıdır.

1.2.3.4. Merkezi Yüklü Korniyerler Üzerinde Yapılan Deneysel Çalışmalar

Kitipornchai ve Lee (1986) tarafından merkezi yüklü, uç mafsallı, yumuşak çelikten mamul, tek parçalı ve çift parçalı korniyer ve T enkesitli örgü çubuklarının elastik olmayan burkulması üzerine deneysel bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada, 26 tek parçalı eşit ve değişik kollu korniyer, 12 T enkesitli profil ve 16 çift parçalı korniyer örgü çubuğu kullanılmıştır. Her boy ve ebattaki çubuktan iki adet (a, b) hazırlanmış ve ortalama göçme yükünü elde etmek için test edilmişlerdir. Çalışmadaki korniyerlerin narinlik parametresi 0.57 ve 1.08 arasında kalmıştır. Özel olarak tasarlanan mesnetler çubuk uçlarının asal eksenler etrafında dönmesine izin vermiş, ancak boyuna eksen etrafında burulmasına engel olmuştur. Bütün çubuklar aşırı miktarda eğilme ve burulmayla birlikte elastik olmayan bölgede göçmüşlerdir. Bu çalışmada kullanılan korniyerlere ait kesit boyutları Tablo 1.1'de, kesit özellikleri ve deneysel burkulma yükleri Tablo 1.2'de verilmektedir. Tablo 1.1'deki B_1 ve B_2 ifadeleri korniyer kollarının uzunluğunu; t , korniyer cidar kalınlığını

göstermektedir. Tablo 1.2'deki F_y akma gerilmesini, A korniyer enkesit alanını, r_{\min} minimum atalet yarıçapını, λ_o narinlik parametresini, P_{cr} kritik teorik elastik burkulma yükünü ve P_f deneysel göçme burkulma yükünü göstermektedir.

Tablo 1.1. Korniyerlere ait kesit boyutları

Numune Tipi	Numune Numarası	Anma Boyutları (mm)	Etkili Uzunluk (mm)	Ölçülen Boyutlar (mm)		
				B ₁	B ₂	t
Eşit Kollu	SA1-a,b	64×64×5	600	64.7	64.7	4.8
Eşit Kollu	SA2-a,b	64×64×5	700	64.7	64.7	4.8
Eşit Kollu	SA3-a,b	76×76×5	850	76.1	76.1	5.1
Eşit Kollu	SA4-a,b	76×76×5	1000	76.1	76.1	5.1
Eşit Kollu	SA5-a,b	76×76×5	1100	76.1	76.1	5.1
Eşit Kollu	SA6-a,b	102×102×6.5	1310	100.2	100.2	6.7
Eşit Kollu	SA7-a,b	102×102×6.5	1400	100.2	100.2	6.7
Değişik Kollu	SA8-a,b	51×66×4.5	700	51.2	65.6	4.7
Değişik Kollu	SA9-a,b	51×66×4.5	900	51.2	65.6	4.7
Değişik Kollu	SA10-a,b	51×77×5	800	51.4	76.7	4.8
Değişik Kollu	SA11-a,b	51×77×5	1000	51.4	76.7	4.8
Değişik Kollu	SA12-a,b	77×101×6.5	1200	76.8	101.0	6.4
Değişik Kollu	SA13-a,b	77×101×6.5	1500	76.8	101.0	6.4

Tablo 1.2. Korniyerlere ait kesit özellikleri ve deneysel burkulma yükleri

Numune Numarası	F_y (MPa)	A (mm ²)	r_{\min} (mm)	$\lambda_o = \frac{1}{\pi} \left(\frac{L}{r_{\min}} \right) \sqrt{\frac{F_y}{E}}$	P_f (kN)	Göçme Tipi
SA1-a,b	307	598	12,8	0.57	163	F ^a
SA2-a,b	307	598	12,8	0.66	169	F
SA3-a,b	298	750	15,1	0.67	182	F
SA4-a,b	298	750	15,1	0.79	167	F
SA5-a,b	298	750	15,1	0.87	161	F
SA6-a,b	275	1298	19,9	0.75	295	F
SA7-a,b	275	1298	19,9	0.80	283	F
SA8-a,b	295	530	11,0	0.75	141	FT ^b
SA9-a,b	295	530	11,0	0.97	135	FT
SA10-a,b	312	587	11,3	0.86	143	FT
SA11-a,b	312	587	11,3	1.08	123	FT
SA12-a,b	296	1100	16,6	0.86	277	FT
SA13-a,b	296	1100	16,6	1.07	190	FT

^a F = Eğilmeli Burkulma

^b FT = Eğilmeli-Burulmalı Burkulma

Al-Sayed (1987) ve Al-Sayed ve Bjorhovde (1989) gerçekleştirdikleri deneysel bir araştırma ile eğilmeli veya burulmalı-eğilmeli burkulma modunda göçen 12 adet çelik korniyerden elde ettikleri sonuçları bildirdiler. Testler eğilme ve burulma deformasyonlarına müsaade eden küresel uçlar kullanılarak merkezi yükler altında gerçekleştirildi. İlkel eğriliklerin ölçülmediği bu çalışmadan elde edilen sonuçlar artık gerilmeleri, kısa kolon dayanımını ve diğer gözlemleri içermektedir. Yeterli veri sağlanamadığından herhangi bir tasarım denklemi önerilmemiştir. Elde edilen sonuçlar Kitipornchai ve Lee'nin (1986) elde ettiklerinden ortalama olarak daha yüksektir.

Yokoo, Wakabayashi ve Nonaka (1968), yumuşak dökme çelikten imal edilmiş 57 adet eşit kollu korniyeri hem merkezi hem de eksantrik etkiyen aksel yük altında test etti. Merkezi yüklü korniyerler üzerindeki testler elemanların orta kısımlarında uç kısımlarında görünenden daha fazla burulma deformasyonlarının meydana geldiğini göstermiştir ki bu durum tek parçalı eşit kollu korniyerlerin burkulma dayanımlarının numune uçarındaki burulma için söz konusu olan sınır şartlarından önemli derecede etkilenmediği savını kanıtlamıştır.

Wakabayashi ve Nonaka (1965), 20-150 arasında değişen narinlik oranlarına sahip 48 adet $90 \times 90 \times 7$ mm'lik yumuşak dökme çelik korniyerler üzerinde testler gerçekleştirdiler. Uç mesnet şartları numunenin burulmasına ve bütün yönlerde dönmesine müsaade edecek tarzda teşkil edildi. Bu 48 adet numune beş ayrı gruba ayrılarak test edildiler. Birinci gruptaki 8 numune merkezi yük altında test edilmiştir.

Adluri ve Madugula (1996), 26 adet eşit kollu tek parçalı korniyer çubuğu merkezi yük altında test ettiler. Altı farklı ebat ve narinlik oranı 68 ile 128 arasında değişen korniyerler bu deneysel çalışmada kullanılmıştır.

Ishida (1968) tarafından haddelenmiş yüksek mukavemetli çelikten $75 \times 75 \times 6$ mm ve $65 \times 65 \times 6$ mm boyutlarında eşit kollu tek parçalı korniyerler üzerinde testler gerçekleştirilmiştir. 20 ile 100 arasında değişen narinlik oranlarına sahip bu korniyerlerin 33 tanesi merkezi yük, 7 tanesi de eksantrik yük altında test edilmiştir. Daha fazla artık gerilmelere sahip olduğundan dolayı haddelenmiş yüksek mukavemetli çelik korniyerlerin davranışı haddelenmiş yumuşak çelik korniyerlerinkinden farklı, kaynakla teşkil edilmiş korniyerlerinkine ise benzer bulunmuştur. Teste tabi tutulan korniyerlerden çok büyük narinlik oranına sahip olanlar hariç hepsinin yük taşıma kapasiteleri yumuşak çelik korniyerlerinkinden düşük çıkmıştır. Kapasitedeki azalma $\pi(E/\sigma_y)^{1/2}$ ye eşit bir narinlik

oranı civarında daha açık bir şekilde görülmüştür. Burada σ_y malzemenin akma gerilmesidir.

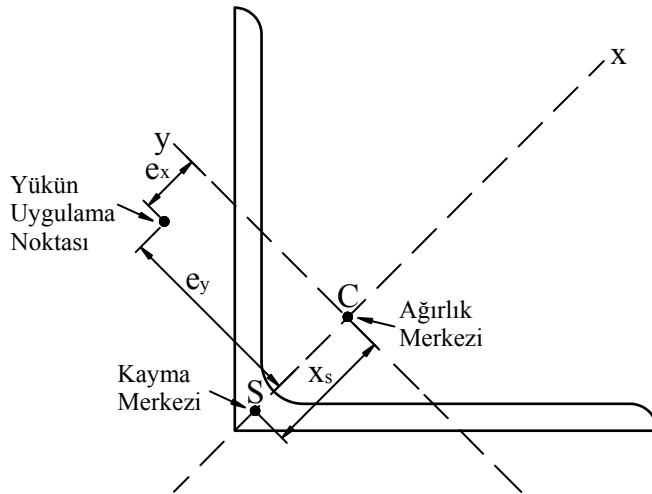
Kennedy ve Madugula (1972) tarafından değişik sınır şartları altında 72 adet tek parçalı ve çift parçalı korniyer kolon üzerinde merkezi yük altında testler gerçekleştirilmiştir. Narinlik oranları test numunelerinin elastik olmayan bölgede göçmelerine neden olacak şekilde seçilmiştir. Bu deneysel çalışmadan elde edilen sonuçlar elastik olmayan bölgedeki eğilmeli, eğilmeli-burulmalı ve lokal burkulma için türetilmiş teorik çözümlerin doğruluğunu teyit etmiştir. Bu test sonuçlarına bağlı olarak belirli bir korniyer kolon için müsaade edilen burkulma gerilmesinin gerçekçi bir tahmininde bulunmaya yarayan bir yöntem önerilmiştir.

1.2.3.5. Elastik Burkulma: Eksantrik Yük Hali

Tek parçalı korniyerler çoğunlukla örgü çubuğu ve deprem veya rüzgar rijitlik bağlantıları olarak kullanıldıklarından bu elemanlar için en genel yükleme hali eksantrik aksenal yük halidir.

Eksantrik yükleme halinde yükün bileşkesi eleman enkesitinin ağırlık merkezinden geçmez. Bu yüzden eleman aksenal yüke ilaveten eğilmeye de maruz kalır.

Şekil 1.7'de gösterildiği gibi uçlarından aksenal yüklü ve iki eksenli eksantrisiteye sahip bir kolonun temel diferansiyel denge denklemleri Timoshenko ve Gere (1961) tarafından aşağıdaki gibi verilmektedir.



Şekil 1.7. Eksantrik yüklü eşit kollu bir korniyerin enkesiti

$$EI_y u^{iv} + Pu'' + P(y_o - e_y)\phi'' = 0 \quad (1.20)$$

$$EI_x v^{iv} + Pv'' - P(x_o - e_x)\phi'' = 0 \quad (1.21)$$

$$EC_w \phi^{iv} - (GJ - Pe_y \beta_1 - Pe_x \beta_2 - P \frac{I_{ps}}{A})\phi'' + P(y_o - e_y)u'' - P(x_o - e_x)v'' = 0 \quad (1.22)$$

Burada E elastisite modülü, I_x ve I_y sırasıyla eğilme asal eksenleri olan x-x ve y-y eksenlerine göre kesitin maksimum ve minimum atalet momentleri, P uygulanan harici yük, x_o ve y_o sırasıyla eğilme asal eksenleri referans olmak üzere kayma merkezinin x ve y koordinatları, e_x ve e_y sırasıyla eğilme asal eksenleri referans olmak üzere eksantrik eksenel yükün uygulama noktasının x ve y koordinatları, C_w enkesitin çarpılma katsayısı, G kayma modülü, I_{ps} kayma merkezine göre polar atalet momenti, A enkesitin alanı, u ve v sırasıyla kayma merkezinin x-x ve y-y eğilme asal eksenleri boyunca yerdeğiştirme bileşenleri, Φ uzunluğuna eksen etrafında kayma merkezinin dönmesi ve J enkesitin Saint-Venant burulma katsayısıdır. β_1 ve β_2 değerleri ise aşağıdaki denklemlerden bulunur.

$$\beta_1 = (1/I_x) \left(\int_A y^3 dA + \int_A x^2 y dA \right) - 2y_o \quad (1.23)$$

$$\beta_2 = (1/I_y) \left(\int_A x^3 dA + \int_A x y^2 dA \right) - 2x_o \quad (1.24)$$

Yukarıdaki denge denklemleri aşağıdaki varsayımlara dayanarak formüle edilmiştir.

- i. Kolon başlangıçta doğrusaldır.
- ii. İlkel gerilmelerin etkisi ihmal edilmektedir.
- iii. Eleman enkesitinin geometrisi burkulma süresince değişmemektedir. Bu varsayım eleman enkesiti üzerindeki her noktanın deplasmanının kayma merkezinin yerdeğiştirme bileşenleri olan u, v ve Φ cinsinden ifade edilebileceğini ima etmektedir.
- iv. Kayma ve eksenel deformasyonlar önemli değildir.
- v. u ve v deplasmanları elemanın uzunluğuna kıyasla, Φ ise $\pi/2$ 'ye kıyasla oldukça küçüktür.

vi. Malzemenin gerilme-şekil değiştirme eğrisi akma noktasının tam olarak belli olduğu elasto-plastik bir davranış sergiler. Eğrinin elastik kısmı doğrusaldır.

1.2.3.5.1. Eşit Kollu Korniyerler

u-u eksenini simetri eksenini olmak üzere tek parçalı eşit kollu korniyerler için kritik yük aşağıdaki determinanttan elde edilen kübik denklemin çözümüyle hesaplanır.

$$\begin{vmatrix} (P_y - P_{cr}) & 0 & P_{cr} e_y \\ 0 & (P_x - P_{cr}) & P_{cr} (x_o - e_x) \\ P_{cr} e_y & P_{cr} (x_o - e_x) & (P_t \frac{I_{ps}}{A} - P_{cr} e_y \beta_1 - P_{cr} e_x \beta_2 - P_{cr} \frac{I_{ps}}{A}) \end{vmatrix} = 0 \quad (1.25)$$

Bu determinant açılıp kübik denklemin kökleri bulunduğunda bu tür kolonların burkulmasının birleşik eğilme ve burulmayla meydana geldiği görülür. Kübik denklemin en küçük kökü ise kritik burkulma yüküdür. Özel bir durum olarak yük x-x simetri eksenini üzerine etkiğinde, yani $e_y=0$ hali söz konusu olduğunda denklem (1.25) y-y eksenine göre burkulma için Euler burkulma yükü P_y 'ye eşit bir kritik yük verir. Ancak, x-x eksenine göre ise yine eğilmeli-burulmalı burkulma söz konusudur. Kritik yük aşağıdaki kuadratik denklemin çözümünden elde edilir (Timoshenko ve Gere, 1961).

$$(P_x - P_{cr}) \left[P_t \frac{I_{ps}}{A} - P_{cr} \left(e_y \beta_1 + \frac{I_{ps}}{A} \right) \right] - P_{cr}^2 (x_o - e_x)^2 = 0 \quad (1.26)$$

Denklem (1.26)'nın en küçük kökü $P_{cr}=P_{tx}$ olarak düşünülecek olursa bu kritik yük x-x eksenine göre Euler burkulma yükü P_x 'den daha küçüktür ve böylece göçme yükü P_y veya P_{tx} 'den hangisi küçükse o olur. Özel bir durum olarak yükün etkime çizgisi kayma merkezinden geçerse, yani $e_x=x_o$ olduğunda denklem (1.26) aşağıdaki ifadeye indirgenir.

$$(P_x - P_{cr}) \left[P_t \frac{I_{ps}}{A} - P_{cr} \left(e_y \beta_1 + \frac{I_{ps}}{A} \right) \right] = 0 \quad (1.27)$$

Bu denklemin iki çözümü

$$P_{cr} = P_x \quad (1.28)$$

ve

$$P_{cr} = \frac{P_t}{1 + e_x \beta_1 (A / I_{ps})} \quad (1.29)$$

olarak elde edilir.

Bu nedenle aksel yük tek simetri aksenli bir kesitin kayma merkezinden geçecek şekilde tatbik edildiğinde eğilmeli burkulma modları (y-y ve x-x asal eksenlerine göre eğilmeli burkulma modları) ve burulmalı burkulma modu birbirlerinden ayrılırlar. Göçme yükü P_y , P_x veya $P_t/[1+e_x\beta_1(A/I_{ps})]$ 'dan en küçüğüne eşittir.

1.2.3.5.2. Değişik Kollu Korniyerler

Eğilme asal eksenleri x-x ve y-y olan ve simetri ekseni olmayan değişik kollu bir korniyer için kritik yük aşağıdaki determinanı açarak elde edilen kübik denklemden hesaplanır.

$$\begin{vmatrix} (P_y - P_{cr}) & 0 & -P_{cr}(y_o - e_y) \\ 0 & (P_x - P_{cr}) & P_{cr}(x_o - e_x) \\ -P_{cr}(y_o - e_y) & P_{cr}(x_o - e_x) & (P_t \frac{I_{ps}}{A} - P_{cr}e_y\beta_1 - P_{cr}e_x\beta_2 - P_{cr} \frac{I_{ps}}{A}) \end{vmatrix} = 0 \quad (1.30)$$

Bu tür korniyerler (1.30) denkleminin en küçük köküne karşılık gelen bir yükten dolayı burulmalı-eğilmeli burkulma modunda geçerler. Yük kayma merkezinden geçtiği takdirde ($e_x=x_o$ ve $e_y=y_o$) sözü edilen üç tip burkulma modu (ikisi eğilmeli ve biri burulmalı) değişik kollu bir korniyer için bile birbirlerinden ayrılabilirler. Bu durumda $e_x=x_o$ ve $e_y=y_o$ ifadeleri yerine yazıldığında denklem (1.30)'un çözümü aşağıdaki denklemlere indirgenir.

$$P_{cr} = P_y \quad (1.31)$$

$$P_{cr} = P_x \quad (1.32)$$

$$P_{cr} = \frac{P_t}{1 + e_y \beta_1 (A / I_{ps}) + e_x \beta_2 (A / I_{ps})} \quad (1.33)$$

Göçme yükü yukarıda verilen üç burkulma yükünden en küçüğüne eşittir.

1.2.3.6. Elastik Olmayan Burkulma: Eksantrik Yük Hali

Kısa ve orta boylu kolonlar için (örneğin küçük veya orta narinlik oranlarına sahip elemanlar için) burkulmadaki gerilme malzemenin orantılılık sınırını aşabilir ve böylece elastik olmayan burkulma durumu ortaya çıkar. Elastik olmayan bölgedeki eğilmeli burkulma için elastik modül E , $E\eta$ ile değiştirilerek bundan önceki kısımlarda verilen denklemler kullanılabilir ($E\eta$ ifadesindeki η tanjant modülünün elastik modüle oranıdır ve gerilme düzeyine bağlıdır). Fakat, elastik olmayan bölgedeki burulmalı ve burulmalı-eğilmeli burkulma için kayma modülü G 'nin yerine kullanılacak bir değer üzerinde ittifak sağlanamamıştır. Bleich (1952) kolaylık olsun diye G 'nin yerine $G\eta$ 'nin kullanılmasını önermiştir. Bu yaklaşım konservatif sonuçları beraberinde getirdiği gibi G 'nin $G\eta$ ile değiştirilmesiyle burulmalı ve burulmalı-eğilmeli burkulma denklemlerinin elastik olmayan burkulma hali için de kolayca kullanılmasını mümkün kılmıştır.

1.2.4. Burulmalı-Eğilmeli Burkulma Üzerine Yapılan Bazı Deneysel Çalışmalar

Wakabayashi ve Nonaka (1965) tarafından çelik korniyerlerin burkulma dayanımları üzerine deneysel bir araştırma gerçekleştirilmiştir. Değişik eksantrisite ve narinlik oranlarının etkilerinin incelendiği bu araştırmadan elde edilen test sonuçları teorik tahminlerle uygunluk göstermektedir.

Yokoo, Wakabayashi ve Nonaka (1968), yumuşak dökme çelikten imal edilmiş 57 adet eşit kollu korniyeri hem merkezi hem de eksantrik etkiyen aksenal yük altında test etmiştir.

Kennedy ve Madugula (1972), çelik korniyerleri deneysel olarak çalıştı. Testler altı farklı boyuta sahip çok sayıda korniyer üzerinde gerçekleştirildi. Yapılan testlerde bazı numunelerin burulmalı-eğilmeli burkulma modunda göçtüğü gözlemlendi. Bu araştırmanın sonuçlarına dayanarak belirli bir korniyer örgü çubuğu için izin verilebilen burkulma gerilmelerinin gerçekçi tahminlerini yapmak üzere kullanılacak bir prosedür önerildi.

Kitipornchai ve Lee (1984, 1986), 6 adet eksenel yüklü tek parçalı mafsal uçlu korniyerin burulmalı-eğilmeli burkulması üzerine deneysel bir inceleme gerçekleştirdi. Ancak korniyerlerin burulmalı-eğilmeli burkulma dayanımları çalışmanın sonuç önerisinde dikkate alınmadı.

1.2.5. Eksantrik Yüklü Korniyerler Üzerinde Yapılan Deneysel Çalışmalar

Wakabayashi ve Nonaka (1965), 20 ile 150 arasında değişen narinlik oranlarına sahip çok sayıda yumuşak dökme çelik korniyer üzerinde beş dizi test gerçekleştirdi. Bu beş dizi testten ikisinde yük, minimum eğilme asal eksenine göre 17.7 mm'lik minimum atalet yarıçapına eşit bir eksantrisite ile kesitin maksimum eğilme asal eksenine üzerine uygulanmıştır. Bu iki dizi testten birinde uygulanan yük kayma merkezinden uzakta iken diğer dizide kayma merkezinden geçecek şekilde idi. Üçüncü dizide yük, maksimum eğilme asal eksenine göre 17.4 mm'lik maksimum atalet yarıçapının yarısına eşit bir eksantrisite ile kesitin minimum eğilme asal eksenine üzerine uygulandı. Dördüncü dizide yük, minimum ve maksimum eğilme asal eksenlerine göre sırasıyla 17.7 mm ve 17.4 mm'lik eksantrisite ile uygulandı. Son dizide yükler merkezi eksenel uygulandı. Bu araştırmada kullanılan malzemenin minimum 295 MPa'lık akma gerilmesi dayanımı vardı. Uç mesnetleri numunelerin uçlarında burulmaya ve dönmeye izin verecek şekilde tasarlandı.

Ishida (1968), yedi adet yüksek dayanımlı çelik korniyer üzerinde yaptığı testlerin sonuçlarını bildirdi. Bu testlerde yük, minimum eğilme asal eksenine göre minimum atalet yarıçapına eşit bir eksantrisite ile kayma merkezinden geçecek şekilde maksimum eğilme asal eksenine üzerine uygulandı. Numunelerin narinlik oranı 20 ile 100 arasındaydı.

Mueller ve Erzurumlu (1983a, 1983b), 16 adet tek parçalı eşit kollu korniyer üzerinde gerçekleştirdiği deneylerin sonuçlarını bildirdi. Numunelerin uçları herhangi bir doğrultuda dönmeye izin verecek şekilde mafsal uçluydu. Narinlik oranı 60 ile 192 arasında değişmekteydi.

1.2.6. Mevcut Analitik Modeller

Pratikteki mevcut standartlar aksenel yüklü tek parçalı korniyer çubukları oldukça farklı şekillerde ele alırlar. Bu standartlarda yük eksantrisitesini ve hem düzlem içi hem de düzlem dışı uç mesnetlenmesini hesaba katan genel kabul görmüş bir tasarım yöntemine rastlanmamaktadır (Woolcock ve Kitipornchai, 1986). Günümüzde pratikte kullanılan standartlar eksantrik yüklü tek parçalı korniyer örgü çubuklarının tasarımı için iki modelden birini takip ederler. Birinci modelde korniyer merkezi yüklü bir örgü çubuğu olarak düşünülürken, ikincisinde korniyer örgü çubuğunun bir kiriş-kolon olduğu farzedilir. Aşağıda bu iki temel model kısaca açıklanarak modern standartlardan bazılarındaki uygulamaları hakkında kısa bilgiler verilmektedir.

1.2.6.1. “Basit Kolon” Analitik Modeli

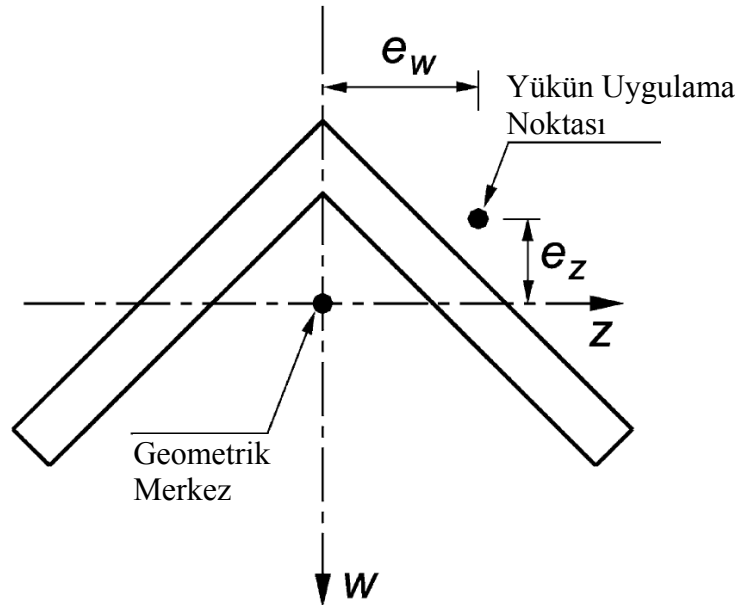
Bu modelde, eksantrik yüklü tek parçalı korniyer örgü çubuğu merkezi yüklü mafsal uçlu tek parçalı korniyer örgü çubuğu gibi tasarlanır. Etkili uzunluk, yük eksantrisitesinin ve birleşimlerdeki dönmeyle ilgili uç sınır şartlarının yük taşıma kapasitesi üzerine etkilerini yansıtabilecek şekilde analitik olarak değiştirilir. Basit kolon modeli, uygulandığı kolaylıktan dolayı pratikteki mühendisler tarafından cazip gelmektedir. ASCE Standard 10-97, Design of Latticed Steel Transmission Structures (ASCE, 2000), the Steel Joist Institute: Standard Specifications for Steel Joists and Joist Girders (SJI, 1994) ve the British Standards Institute, BS5950, Structural Use of Steelwork in Building (BSI, 1985) gibi basit kolon modelini benimsemiş pek çok standart vardır.

ASCE 10-97 standardı basit kolon tasarımına uyum sağlamış tasarım standartlarına tipik bir örnektir. Bu standartta, özellikle, iletim hattı kulelerinde kullanılan kollarından yalnızca birinin uçlarından mesnetli tek parçalı korniyer basınç elemanlarının tasarımı üzerinde durulmaktadır. Tasarım modeli tek parçalı korniyerleri basit kolonlar gibi düşünmeye dayalıdır, ancak basınç dayanımını hesaplarken kullanılacak olan narinlik oranını değiştirmek gerekir. Narinlik oranı, hem uç eksantrisitesini hem de uç mesnetlenmesini hesaba katmak için analitik olarak değiştirilir. Narinlik oranı 120 veya daha az olan korniyerler için (örneğin kısa korniyerler için) uç birleşimlerinin eksantrisitesi baskın faktör olarak düşünülür. Narinlik oranı 120 veya daha fazla olan korniyerler için

(örneğin narin korniyerler için) ise dönme ile ilgili sınır şartları daha önemli olarak düşünülür (Sakla, 2004).

1.2.6.2. “Kiriş-Kolon” Analitik Modeli

Bu tasarım modelinde tek parçalı korniyer örgü çubuğu iki eksenli eğilme momentine maruz bir kiriş-kolon gibi işlem görür. Kiriş-kolon modelinin uygulanışı iki adımda gerçekleşir. İlk adımda, Şekil 1.8’de görüldüğü gibi yükün uygulama noktası belirlenir ve yükün uygulama noktasının eksantrisitesinden kaynaklanan her iki asal eksene göre eğilme momentleri hesaplanır. İkinci adımda ise tek parçalı korniyer örgü çubuğunun yük taşıma kapasitesini tahmin etmek için bir etkileşim denklemi kullanılır. Pratikteki bazı standartlar (AISC, 2000; SAA, 1998; TSE, 1980) eksantrik yüklü elemanların tasarımı için etkileşim denklemlerini benimsemişlerdir. Bu etkileşim denklemleri temel olarak çift simetri eksenli I profilleri üzerinde yapılan araştırmalardan türetilmiştir. Ancak, korniyerlerin ya tek simetri vardır, ya da simetri eksenleri yoktur. Bu nedenle etkileşim denklemlerinin eksantrik yüklü bu elemanlar için kullanılması uygun olmayabilmektedir (Trahair, 2001; Adluri ve Madugula, 1992).



Şekil 1.8. Eksantrik yüklü tek parçalı korniyer

Birleşik Devletlerde tek parçalı korniyer örgü çubuklarının tasarımı için AISC Load and Resistance Factor Design Specification for Single-Angle Members (AISC, 2000) kullanılmaktadır. Bu standart açık bir şekilde eksantrik yüklü tek parçalı bir korniyerin bir kiriş-kolon gibi düşünülmesini önermektedir. Eksantrik yüklü bir kiriş-kolonun yeterli olup olmadığına karar vermek için AISC tarafından kullanılan kiriş-kolon denklemleri aşağıda verilmektedir.

$$\frac{P_u}{\phi P_n} \geq 0.2 \text{ için } \frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{uw}}{\phi_b M_{nw}} + \frac{M_{uz}}{\phi_b M_{nz}} \right) \leq 1.0 \quad (1.34)$$

$$\frac{P_u}{\phi P_n} \leq 0.2 \text{ için } \frac{P_u}{2\phi P_n} + \left(\frac{M_{uw}}{\phi_b M_{nw}} + \frac{M_{uz}}{\phi_b M_{nz}} \right) \leq 1.0 \quad (1.35)$$

Burada P_u gerekli basınç dayanımı, P_n merkezi aksel yükleme için itibari basınç dayanımı, M_u gerekli eğilme dayanımı, M_n çekme veya basınçtan uygun olanı için itibari eğilme dayanımı, Φ basınç için direnç katsayısı (0.90), Φ_b eğilme için direnç katsayısı (0.90), w maksimum asal eksen eğilmesini belirten alt indis sembolü ve z minimum asal eksen eğilmesini belirten alt indis sembolüdür.

1.2.7. TS 648'in Konuya Yaklaşımı

Türk Standartlarının hiçbirinde eksantrik yüklü korniyerler için özel bir tasarım şekli bulunmamakla birlikte TS 648'de iki aksenli eğilmeli ve aksel yüküne maruz çubuklar için etkileşim denklemleri önerilmektedir. Yani TS 648'de bu tip problemlerin çözümü için kiriş-kolon analitik modeli benimsenmiştir.

1.2.7.1. TS 648'e Göre Korniyerlerin Merkezi Yük Taşıma Kapasiteleri

TS 648'e göre merkezi basınca maruz iki ucu mafsallı bir çubuğun taşıyabileceği maksimum yük, S (kg)

$$S = \frac{\sigma_{\text{cem}} F}{\omega} \quad (1.36)$$

ile belirlenir. Burada F çubuğun en kesit alanı (cm^2), σ_{cem} incelenen yükleme ve malzemeye göre çekme emniyet gerilmesi (kg/cm^2), ω çubuğun narinliği λ ile bağlantılı burkulma katsayısını göstermek üzere şu şekilde belirlenir.

$$\omega = \frac{\sigma_{\text{cem}}}{\sigma_{\text{bem}}} \quad (1.37)$$

Burada σ_{bem} incelenen yükleme ve malzemeye göre basınç emniyet gerilmesini (kg/cm^2) gösterir. Çubuğun narinliği λ , $\lambda_x = s_{kx}/i_x$ ve $\lambda_y = s_{ky}/i_y$ değerlerinden büyüğüdür. Burada λ_x ve λ_y sırasıyla çubuğun x ve y eksenine göre narinliği, s_{kx} ve s_{ky} sırasıyla çubuğun $x-x$ ve $y-y$ asal eksenlerine dik düzlemlerdeki burkulma boyları ve i_x ve i_y bu asal eksenlere ait asal atalet yarıçaplarıdır. $\lambda < 20$ olan çubuklar için burkulma hesabı yapılmaz, yani bunlar için $\omega = 1$ alınır.

Eksenel basınca çalışan çubuğun narinliği λ λ_p 'den az ise ($\lambda \leq \lambda_p$) basınç emniyet gerilmesi

$$\sigma_{\text{bem}} = \frac{\left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{\lambda_p} \right)^2 \right] \sigma_a}{n} \quad (1.38)$$

formülü ile, çubuğun narinliği ($\lambda \geq \lambda_p$) ise basınç emniyet gerilmesi

$$\sigma_{\text{bem}} = \frac{2 \pi^2 E}{5 \lambda^2} \quad (1.39)$$

formülü ile hesap edilir.

(1.38) formülünde n , $n \geq 1.67$ olmak üzere emniyet katsayısıdır. $\lambda < 20$ ise $n = 1.67$ olarak alınır. $20 \leq \lambda \leq \lambda_p$ ise

$$n = 1.5 + 1.2 \left(\frac{\lambda}{\lambda_p} \right) - 0.2 \left(\frac{\lambda}{\lambda_p} \right)^3 \quad (1.40)$$

ifadesi ile belirlenir. $\lambda \geq \lambda_p$ ise $n=2.5$ alınır. (1.39) formülünde E elastisite modülü (kg/cm^2), σ_a çeliğin akma sınırı (kg/cm^2), λ_p plastik narinlik sınırı (kritik narinlik) olmak üzere

$$\lambda_p = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{\sigma_a}} \quad (1.41)$$

formülü ile belirlenir.

1.2.7.2. TS 648'e Göre Korniyerlerin Eksantrik Yük Taşıma Kapasiteleri

TS 648'e göre eksantrik bir basınç kuvveti veya merkezi basınç kuvveti ile beraber M_x ve/veya M_y eğilme momentleriyle zorlanan çubuklarda genel kontrol,

$$\frac{\sigma_{eb}}{\sigma_{bem}} + \frac{C_{mx} \sigma_{bx}}{\left(1 - \frac{\sigma_{eb}}{\sigma_{ex}}\right) \sigma_{Bx}} + \frac{C_{my} \sigma_{by}}{\left(1 - \frac{\sigma_{eb}}{\sigma_{ey}}\right) \sigma_{By}} \leq 1.0 \quad (1.42)$$

$$\frac{\sigma_{eb}}{0.6\sigma_a} + \frac{\sigma_{bx}}{\sigma_{Bx}} + \frac{\sigma_{by}}{\sigma_{By}} \leq 1.0 \quad (1.43)$$

formülleri ile yapılır. Eğer $\frac{\sigma_{eb}}{\sigma_{bem}} \leq 0.15$ ise yukarıdaki formüller yerine

$$\frac{\sigma_{eb}}{\sigma_{bem}} + \frac{\sigma_{bx}}{\sigma_{Bx}} + \frac{\sigma_{by}}{\sigma_{By}} \leq 1.0 \quad (1.44)$$

formülü kullanılabilir. Bu ifadelerde gerilmenin veya ilgili katsayıların uygulandığı eksen gösteren x ve y indisleri dikkate alınmaksızın kullanılan sembollerin manaları aşağıda verilmiştir.

Yukarıdaki formüllerde :

σ_{bem} : Yalnız basınç kuvveti etkisi altında dikkate alınacak emniyet gerilmesi olup

$$\sigma_{bem} = \frac{\sigma_{em}}{\omega} \quad (1.45)$$

değerine eşittir (ω , moment düzleminde hesaplanır).

σ_{eb} : Yalnız basınç kuvveti etkisi altında hesaplanan gerilme,

σ_b : Yalnız eğilme momenti etkisi altında hesaplanan eğilme basınç gerilmesi,

σ_e' : Asal eksenler etrafındaki burkulma için hesaplanan ve Euler gerilmesinden türetilen gerilmeyi ifade eder ve aşağıdaki

$$\sigma_e' = \frac{\pi^2 E}{(K\ell/i)^2} \frac{\ell}{2.5} = \frac{8.29 \times 10^4}{(K\ell/i)^2} \text{ (kN/cm}^2\text{)} \quad (1.46)$$

formülü ile hesaplanır. Bu formüldeki 2.5 değeri Euler gerilmesinin geçerli olduğu elastik bölgede basınç emniyet gerilmesini elde etmek için kullanılan emniyet katsayısıdır.

Formüldeki

ℓ : Mesnetler arasındaki desteksiz mesafe,

i : Eğilme deformasyonunun olduğu eksene dik (moment vektörünün bulunduğu) eksene göre atalet yarıçapı,

K : Eğilmenin olduğu eksene göre burkulma boyunu elde etmek için kullanılan katsayıdır.

C_m : Uç ve açıklık momentleri ile yanal desteklemeyi gözönüne alan bir katsayı olup,

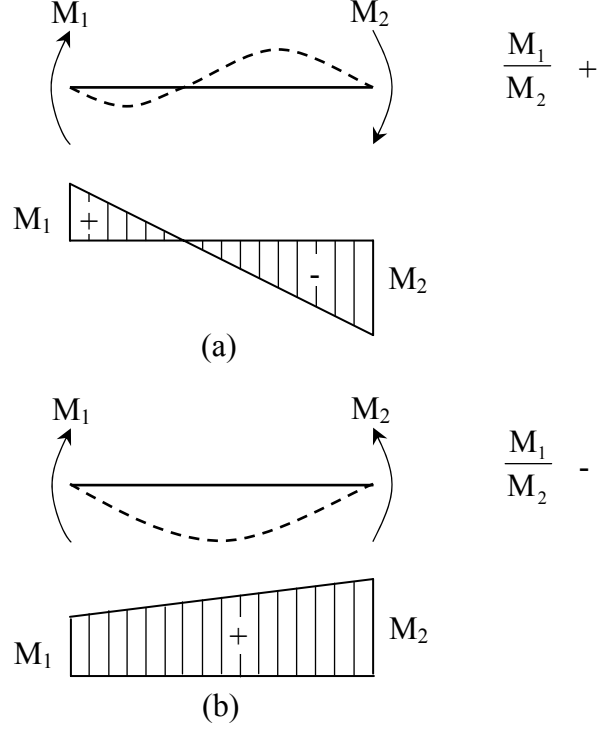
- Yanal deplasmanın mümkün olduğu çerçevelerde

$$C_m = 0.85$$

- Düğüm noktalarının ötelenmesine müsaade edilmeyen çerçevelerde ve üzerinde eğilmenin düşünüldüğü düzlemde herhangi bir yük olmayan çubuklarda

$$C_m = 0.6 \pm 0.4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0.4 \quad (1.47)$$

alınır. M_1/M_2 çubuğun iki ucundaki eğilme momentlerinin küçüğünün büyüğüne oranı olup iki yönlü eğilmede pozitif (Şekil 1.9a), tek yönlü eğilmede ise negatiftir (Şekil 1.9b).



Şekil 1.9. M_1 / M_2 oranının işareti

- Düğüm noktalarının ötelenmesine müsaade edilmeyen çerçevelerde ve üzerine eğilmenin düşünüldüğü düzlemde yük alan çubuklarda C_m kesin hesap yöntemleriyle bulunmalıdır. Tablo 1.3'de verilen durumlar için

$$C_m = 1 + \psi \frac{\sigma_{eb}}{\sigma_e'} \quad (1.48)$$

formülü kullanılarak bulunabilir. Bu formülde

$$\psi = \frac{\pi^2 \delta_0 EI}{M_{maks} \ell^2} - 1 \quad (1.49)$$

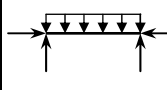
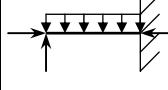
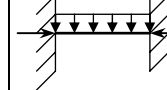
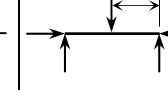
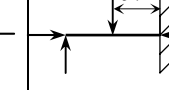
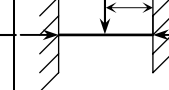
ile bulunur. Formüldeki

δ_0 : Eğilme yükünden meydana gelecek maksimum deplasman,

M_{maks} : Çubuktaki maksimum açıklık momentidir.

Tablo 1.3'de çeşitli konumlara göre hesaplanmış ψ değerleri verilmiştir.

Tablo 1.3. ψ değerleri

Durum						
ψ	0	-0.3	-0.4	-0.2	-0.4	-0.6

σ_B : Yalnız eğilme momenti etkisi altında müsaade edilecek basınç eğilme gerilmesi olup

$$\lambda_b = \frac{\ell_b}{i_b} \leq \sqrt{\frac{3 \times 10^5 C_b}{\sigma_a}} \text{ ise } \sigma_B = \left[\frac{2}{3} - \frac{\sigma_a \lambda_b^2}{9 \times 10^5 C_b} \right] \sigma_a \quad (1.50)$$

$$\lambda_b = \frac{\ell_b}{i_b} > \sqrt{\frac{3 \times 10^5 C_b}{\sigma_a}} \text{ ise } \sigma_B = \frac{10^5 C_b}{\lambda_b^2} \quad (1.51)$$

ifadelerinden uygun olanı ile bulunur. Eğer basınç başlığı dolu kesitli olup yaklaşık olarak dikdörtgen şeklinde ve alanı çubuk enkesitinin çekme başlığı alanından daha küçük değilse

$$\sigma_B = \frac{84 \times 10^2 C_b}{\ell_b h / A_b} \quad (1.52)$$

şeklinde hesaplanabilir. Ayrıca σ_B değeri $0.585\sigma_a$ 'dan büyük alınamaz. Bu formüllerde

ℓ_b : Kirişin basınç başlığında dönmeye ve yanal deplasmana karşı koyan mesnetler arasındaki mesafe (cm)

i_b : Basınç başlığı ve gövdenin basınç bölgesinin 1/3'ünden oluşan kesitin gövde eksenine göre atalet yarıçapı (cm)

A_b : Basınç başlığı ve gövdenin basınç bölgesinin 1/3'ünden oluşan kesitin alanı (cm^2)

h : Kesitin başlıkları arasındaki dıştan dışa mesafe

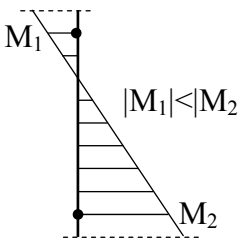
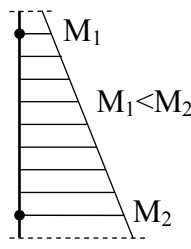
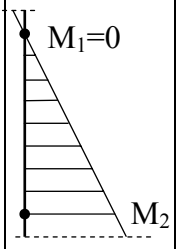
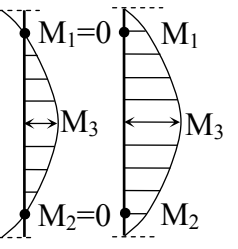
σ_a : Basınç başlığının akma gerilmesi (kN/cm²)

C_b : Bir katsayı olup aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$C_b = 1.75 \mp 1.05 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) + 0.3 \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^2 \leq 2.3 \quad (1.53)$$

M_1 ve M_2 momentleri için C_m ifadesi sonrasında söylenenler burada da aynen geçerlidir (1 ve 2 yanal deplasmanın önlendiği noktalardır). Yukarıdaki formülden de görüldüğü gibi C_b değeri 2.3'den büyük olamaz. Tablo 1.4'den de görüldüğü üzere yanal mesnetler arasında herhangi bir noktadaki uç momentlerinden (burada M_1 ve M_2) büyükse C_b değeri 1.0 alınmalıdır.

Tablo 1.4. C_b Katsayıları

Konum	1	2	3	4
Moment Diyagramının Şekli				
C_b	$C_b = 1.75 + 1.05 \cdot \left(\frac{M_1}{M_2} \right) + 0.3 \cdot \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^2$	$C_b = 1.75 - 1.05 \cdot \left(\frac{M_1}{M_2} \right) + 0.3 \cdot \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^2$	1.75	1.00

Eksenel basınca ilave olarak yatay veya eğik durmalarından dolayı zati yüklerinin tesiri ile eğilmeye çalışan çubukların da yukarıdaki gibi hesaplanması gerekir. Burada M için yaklaşık olarak

$$M = \frac{Gl_H}{10} \quad (1.54)$$

değeri alınabilir. Bu formülde

G : Çubuğun ağırlığı,

ℓ_H : Çubuğun planda ölçülen (yatay düzlem izdüşüm) uzunluğudur. ($\ell_H \leq 6$ m olan çubuklarda bu etki hesaba katılmaz.)

1.3. Asimetrik İnce Cidarlı Açık Kesitli Elemanların Geometrik Bakımdan Doğrusal Olmayan Analizi

1.3.1. Geometrik Bakımdan Doğrusal Olmayan Elastik Analiz

Gerçekçi bir kiriş-kolon stabilite teorisinde başlangıçtaki deforme olmamış hal ve sonraki deforme olmuş hal dikkate alınmalıdır. Bu, stabilite denklemlerinin doğrusal olmaması ile sonuçlanır. Bir yapı aşırı derecede deforme olursa koordinatlar değiştiğinden orijinal geometri dönüşüm matrisinin formülasyonu için artık kullanılamaz. Bu etki özellikle narin taşıyıcı sistemli yapılarda çok önemlidir. Bu ikinci mertebe etkisi $P-\Delta$ etkisi olarak isimlendirilir. Diğer ikinci mertebe etkisi olan $P-\delta$ etkisi ise bir eleman boyunca aksel yükten dolayı oluşan sehimden kaynaklanır. Bu etki elemanın rijitliği ile birlikte gerilme durumunu da etkiler. Eleman denge denklemlerinde ve eleman rijitlik matrisinde aksel kuvvet ve kesit momentlerine dair kuplaj (coupling) terimleri dikkate alınmalıdır. Bir elemanı modellemek için birkaç eleman kullanıldığında geometrinin güncellenmesi için daha çok düğüm noktası elemana eklenebilir, böylece aksel yük etkisi $P-\Delta$ etkisine dönüştürülerek dahil edilebilir. Geometrik bakımdan doğrusal olmayan analiz uzun yıllardır araştırmacıların dikkatini çekmekte ve bu araştırmacılar tarafından problemin genel yaklaşımına pek çok katkı sağlanmaktadır. Bu katkılar, formülasyonlar, şekil fonksiyonları, büyük dönmeler, burkulma tipleri, deneysel çalışmalar ve sayısal teknikler olmak üzere bütün yönleri kapsamaktadır.

1.3.1.1. Geometrik Formülasyonlar

Geometrik bakımdan doğrusal olmayan bir boyutlu bir kiriş-kolon elemanının gelişiminde katı cisimler mekaniği prensiplerine dayalı genel doğrusal olmayan formülasyonların etkili bir biçimde uygulanabileceği görülmektedir. Deplasmanların, iç ve dış kuvvetlerin veya gerilmelerin tanımı kesin bir koordinat sistemine dayalı olmak

zorundadır. Cisim ya rijit hareketli bir biçim değişimine ya da dönmeye sahip olabilir. Gerilmeleri, şekil değiştirmeleri ve deplasmanları içeren bütün durum değişkenleri seçilen koordinatlara bağlıdır.

Artımsal doğrusal olmayan sonlu eleman analizinde temel olarak iki farklı yaklaşım takip edilmektedir. İlk olarak statik ve kinematik değişkenler her yük adımında şekil değiştirmiş cisme sürekli bitişik olan bir konfigürasyona atfedilir. Bu prosedüre genellikle Eulerian veya konumsal koordinatlar adı verilir. Genellikle akışkanlar mekaniği problemlerinin analizlerinde kullanılması benimsenmiştir. Genellikle Lagrangian veya maddesel koordinatlar adı verilen ikinci yaklaşımda bütün statik ve kinematik değişkenler şekil değiştirmeden önce cisime bitişik olan sabit bir konfigürasyona atfedilir. Lagrangian formülasyonu özellikle yükleme işlemi sırasında cismin her noktasındaki deformasyonun geçmişiyle ilgilendiğimiz katı cisimlerin doğrusal olmayan adım adım analizi için uygundur. Çoğu doğrusal olmayan kiriş-kolon elemanları için güncellenen Lagrangian veya toplam Lagrangian formülasyonu kullanılır.

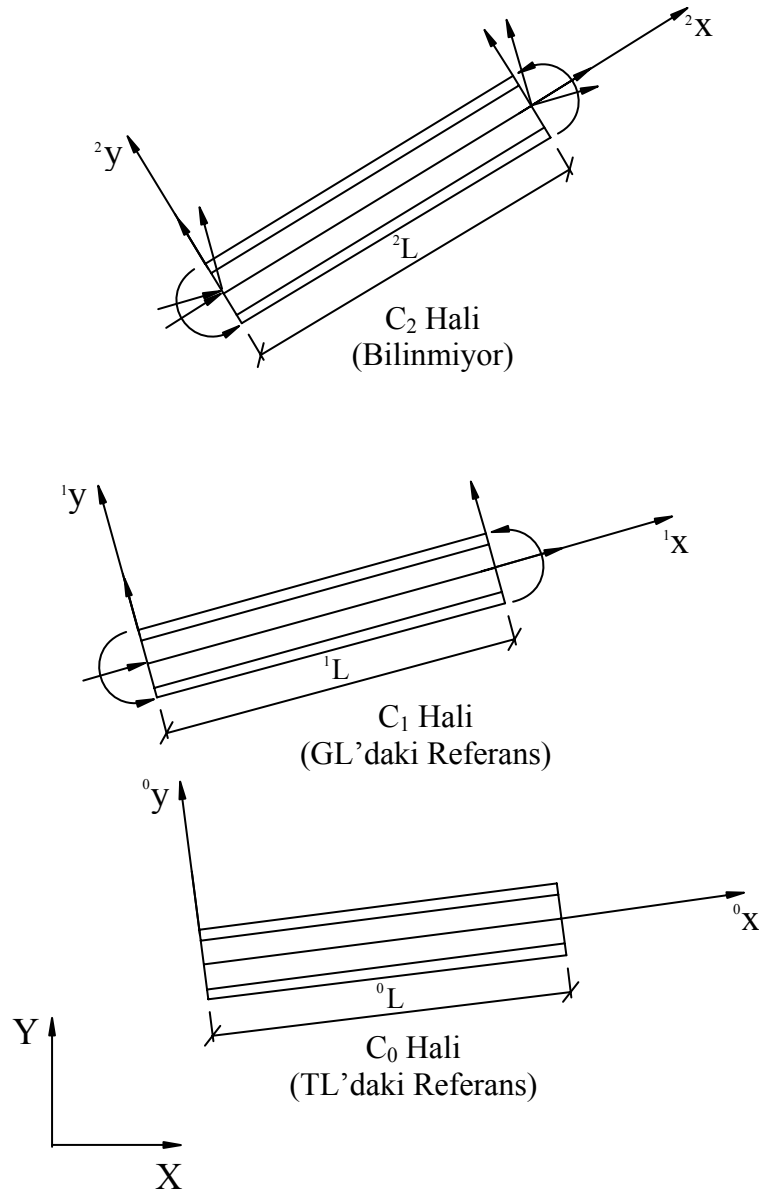
Deplasman tabanlı sonlu eleman kiriş-kolon formülasyonunda tipik olarak üç teknikten biri kullanılır: Korotasyonel (Co-rotational), güncellenen (Updated) Lagrangian veya toplam (Total) Lagrangian. Lagrangian yaklaşımı ile doğrusal olmayan analizin artımsal teori formülasyonuna katı bir cismin yükleme hattını birkaç denge durumuna ayırmakla başlanır.

Sabit bir kartezyen koordinat sistemi ile ilgili olarak Şekil 1.10'da görüldüğü gibi cismin üç önemli hali düşünülebilir: C_0 başlangıçtaki deforme olmamış hal, C_1 bilinen en son deforme olmuş hal ve C_2 mevcut deforme olmuş hal. C_1 'den C_2 'ye artımsal adım zarfındaki deformasyonların küçük olduğunu varsayılırken C_0 'dan C_1 'e veya C_2 'ye birikmiş deformasyonlar isteğe bağlı olarak büyük olabilir.

Mevcut deforme olmuş haldeki (C_2) temel denklemleri kurabilmek için referans durumu olarak hangi öncül halin seçildiğine bağlı olarak iki tip Lagrangian formülasyonu tanımlanabilir: Güncellenen Lagrangian (GL) formülasyonunda en son hesaplanan hal (C_1) referans durumu olarak seçilirken toplam Lagrangian (TL) formülasyonunda başlangıçtaki deforme olmamış hal (C_0) aynı amaç için kullanılır.

Toplam Lagrangian formülasyonu başlangıçtaki deforme olmamış hali kullanmayı gerektirir. Bütün nicelikler yapının orijinal deforme olmamış pozisyonuna atfedildiğinden şekil değiştirme-deplasman ilişkisi sayesinde büyük deplasman etkileri otomatik olarak düşünülür. Sınırlanmamış büyük deplasmanlar ve deformasyonlarla birlikte hem geometrik

hem de malzeme bakımından doğrusal olmama dikkate alınabilir. Hareketin toplam Lagrangian tanımındaki birleşim yeri dönmelerinin büyüklüğündeki limitten dolayı büyük deplasman-küçük şekil değiştirme söz konusu olduğunda güncellenen Lagrangian formülasyonunun toplam Lagrangian'dan daha basit olduğu anlaşılır. Güncellenen Lagrangian formülasyonunun özü periyodik olarak referans sisteminin güncellenmesidir. Güncellenen Lagrangian formülasyonunda toplam nicelikler yerine artımsal nicelikler gerekir ve doğrusal olmayan denge denklemleri artımsal adımın başlangıcındaki geometri ile ilgili olarak artımsal biçimde ifade edilir.



Şekil 1.10. Geometrik bakımdan doğrusal olmayan formülasyon

Bath v.d. (1975, 1979) geometrik bakımdan doğrusal olmayan üç boyutlu iki kiriş elemanını toplam Lagrangian formülasyonu ve güncellenen Lagrangian formülasyonu ile elde etti. Cordona ve Geradin (1988) çalışmalarında bu formülasyonların daha ayrıntılı tanımlarını vermişler, ayrıca dönel vektör ve güncellenen Lagrangian yaklaşımı kullanarak keyfi büyük sonlu dönmelerin üstesinden gelebilmişlerdir. Yang ve Kuo (1994), kitaplarında bu formülasyonları daha da kapsamlı izah etmişlerdir.

1980'den evvel pek çok araştırmacı uzay çerçeve yapıların büyük deformasyon analizinde toplama Lagrangian'ı başarıyla kullanmışlardır. Son zamanlarda ise Yang ve McGuire (1986a, 1986b), Chan ve Kitipornchai (1987), Al-Bermani ve Kitipornchai (1990), Chen ve Blandford (1991a, 1991b) ve Conci (1992a, 1992b) tarafından çarpılma etkisinin de dikkate alındığı ince cidarlı kesite sahip bir kiriş-kolon elemanı elde etmek için güncellenen Lagrangian şeması başarıyla kullanılmıştır. Yang ve Leu (1991) ve Yang ve Kuo (1991) da çerçeve yapıların burkulmasını çalışmak için güncellenen Lagrangian yaklaşımını kullanmışlar, dikkatlerini doğrusal olmayan analizin uygulanmasına yoğunlaştırmışlardır.

Korotasyonal tabiri pek çok farklı bağlamda kullanılır, ancak burada eleman ile birlikte sürekli dönen, fakat onunla birlikte deforme olmayan bir referans çerçeveden bahsetmek için kullanılmaktadır. Elemanla birlikte sürekli ötelenen ve dönen referans konfigürasyonundan dolayı düğüm noktası doğal serbestlik dereceleri elemanın rijit kütle hareketinin dahil edilmediği düğüm noktası lokal serbestlik derecelerinin özel bir durumunu oluşturur. Korotasyonal sisteminin doğası gereği elemanın rijit kütle hareketinin etkileri doğal tanjant rijitlik matrisine dahil edilmez. Tanjant rijitlik matrisi bilinmeyen konfigürasyondaki anlık rijitliktir ve öncelikle bilinen herhangi bir konfigürasyona dönüştürülmelidir. Dönüşüm rutinini gerçekleştirmek için doğal tanjant rijitlik matrisine stabilite veya geometrik matrisinin eklenmesi gerekir. Geometrik matris ile elemanın rijit kütle dönmeleri hesaba katılır. Korotasyonal formülasyonun eğilme etkisi ve boyun eğme etkisi (bow effects) ile ilgili kuplaj terimlerini daha uygun dikkate aldığı görülmüştür. Korotasyonal formülasyonu, cismin safi deformasyonlarından rijit kütle hareketlerinin etkileri ayrıldığında güncellenen Lagrangian yaklaşımının basitleştirilmiş versiyonu olarak bilinen ve sonlu dönmelerle başa çıkmak için oldukça ideal olan sonlu dönme formülasyonuna dönüşebilir. (Sun, 2002)

Bu tip korotasyonal elemanlar ilk olarak Oran (1973a, 1973b) tarafından önerilmiştir. Korotasyonal formülasyonu açık bir şekilde işlenmiş, bununla düzlem ve uzay çerçevelerin

doğrusal olmayan analizi için tutarlı bir tanjant rijitlik matrisi elde edilmiştir. Bunun ardından Belyschko vd. (1973, 1977, 1979) ile Meek ve Tan (1984) tarafından uç kuvvetleri ve uç deplasmanlarına dair tam kısmi diferansiyel sekant ilişkisi ile stabilite veya geometrik matris elde edilmiştir. Bu matris, doğrusal olmayan bir analizdeki artımsal adım sırasındaki rijit kütle dönmesinden dolayı düğüm noktası kuvvetlerinin doğrultularındaki değişimi tarifleyerek de elde edilebilir. Bu metod ayrıca Meek ve Loganathan (1989), Izzuddin (1991), Chan ve Zhou (1994) ve Meek ve Xue (1996, 1998) tarafından da kullanılmıştır. Korotasyonel kavramı, Argyris vd. (1979), Conci ve Gattass (1990a, 1990b), Hisao vd. (1987) ve Crisfield (1990) tarafından yapılan çalışmalarda büyük birleşim noktası dönmelerinin söz konusu olduğu üç boyutlu kiriş-kolon elemanları elde edilirken kullanılmıştır. Hsiao vd. (1998, 2000), kiriş elemanların eğilme, burulma ve uzama deformasyonları arasındaki bütün kuplajı göz önüne alarak çalışmalarını doğrusal burkulma ve burkulma sonrası davranışa genişletmişlerdir.

Korotasyonel formülasyonunda ortaya koyulan stabilite veya geometrik rijitlik matrislerinin çoğunda stabilite matrisindeki düğüm noktası momentlerinin dönme davranışı ihmal edilir. Bu durum, elemanları bir doğru üzerinde birleşmeyen uzaysal yapıların eğilmeli-burulmalı burkulma yüklerini tahmin etmede başarısızlığa neden olabilir. Teh ve Clarke (1998), artımsal bir deplasman sırasında rijit kütle dönmesinin ortaya çıkardığı düğüm noktası momentlerindeki değişimi içeren gözden geçirilmiş simetrik bir stabilite matrisi ortaya koydular. Ayrıca Teh ve Clarke (1997, 1999) güncellenen Lagrangian ve korotasyonel formülasyonları arasındaki etkinlik ve hassasiyeti karşılaştırmışlardır.

Pek çok araştırmacı tarafından güncellenen Lagrangian ve korotasyonel formülasyonlarının büyük deplasman problemlerinde daha etkili ve doğru sonuçlar verdiği ortaya koyulmuştur. Eleman düzeyindeki formülasyonda gereken serbestlik derecesi sayısı korotasyonel formülasyonda rijit kütle modlarının sayısına indirgendiği için güncellenen Lagrangian'a göre avantajlıdır.

Doğrusal olmayan analizde Newton-Raphson sayısal metodu kullanıldığında bir elemanın sekant ve tanjant rijitlik matrislerinin formülasyonu analiz sürecinin en önemli kısmını teşkil eder. Elastik bir eleman için belli bir deformasyon halindeki eleman uç düzelme kuvvetleri (recovery forces) formülasyondan bağımsız, bilinen herhangi bir konfigürasyona göre ifade edilebilirler. Bu noktada Lagrangian ve Korotasyonel formülasyonları arasında bir ayırım yapmaya gerek yoktur. İki formülasyonda da bütün kinematik değişkenler elemanın en çok güncellenen ve bilinen konfigürasyonuna atfedilir.

Artımsal adımlarda eleman rijitlik matrislerini yapının rijitlik matrisine yerleştirmeden önce hem güncellenen Lagrangian hem de Korotasyonel formülasyonda aynı eleman oryantasyon matrisi kullanılır. Güncellenen Lagrangian formülasyonunda, aksenal boy değişimi, eğilme ve burulma kuplajı deplasman ve şekil değiştirme arasındaki doğrusal olmayan ilişkilerin adapte edilmesi ile dikkate alınabilir. Rijit kütle ötelenmesi ve dönmesinin etkileri kiriş eleman düğüm noktası deplasmanları bileşenlerinin tamamını içeren deplasman vektörü olarak tamamen türetilir. Bu yüzden güncellenen Lagrangian eğilmeli-burulmalı burkulmanın tahmini için daha uygundur.

1.3.1.2. Kesin ve İnterpolasyon Şekil Fonksiyonları

Sonlu eleman metodu, interpolasyon veya şekil fonksiyonları ile bir sonlu eleman içindeki herhangi bir noktanın deplasmanlarının bu sonlu elemanın düğüm noktalarındaki deplasmanlarla ilişkilendirilebildiği Rayleigh-Ritz adım adım yaklaşım yöntemi olarak da tarif edilebilir. Kabul edilen deplasman fonksiyonu (yaklaşım fonksiyonu), her biri küçük bir bölge üzerine tanımlı basit fonksiyonları birbirine ekleyerek biçimlendirilebilir. Deplasman fonksiyonu belirli kriterleri sağlamalı ve kullanılması kolay olmalıdır. Yalnızca polinom ve zaman zaman kullanılan sinüs ve kosinüs fonksiyonları basit ve güvenilirdir. Sonlu eleman analizindeki önemli bir bileşen münferit elemanların davranışdır. Az miktarda iyi eleman çok sayıda kötü elemandan daha iyi sonuçlar verebilir. (Sun, 2002)

Rayleigh-Ritz çözümü ya kesin veya çok rijittir. Bunun nedeni farazi deplasman fonksiyonunda sonlu sayıda fonksiyon süperpoze edilerek tanımlanan şekillerin yerine geçmesine izin verilen matematiki yapıdır. Bu yüzden doğru şekil, büyük sayıda elemanın süperpoze edilmesi ile elde edilir. Etkin bir biçimde kullanılan farazi deplasman fonksiyonu yapının mevcut halinin dışına deforme olmasını engelleyecek sınırlar getirir. Çözüm yöntemi aslında gerçeğinden daha rijit bir temsili yapı meydana getirir. (Sun, 2002)

Her sonlu eleman uygun deplasman interpolasyon fonksiyonu kullanarak uygulanmak zorundadır. Bu fonksiyonların seçimini dikkate aldığımızda sabit en kesitli bir kirişin küçük deplasman analizinde pek çok araştırmacının enine eğilme deplasmanlarını tahmin etmek için Hermitian fonksiyonlarını kullandıkları anlaşılmaktadır. Kübik interpolasyon fonksiyonları

$$v = \begin{bmatrix} 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \\ L\xi(1 - 2\xi + \xi^2) \\ \xi^2(3 - 2\xi) \\ L\xi^2(-1 + \xi) \end{bmatrix}^T [v_1 \quad \theta_1 \quad v_2 \quad \theta_2]^T \quad (1.55)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada v_1 ve v_2 elemanın iki ucundaki enine deplasmanlar, θ_1 ve θ_2 elemanın iki ucundaki dönmeler ve ξ elemanın boyuna eksenine boyunca x/L 'ye eşit boyutsuz koordinattır.

Kübik Hermitian elemanı, aksenal kuvvet olmadan yalnızca uç momentlere maruz doğrusal bir elemanın diferansiyel denge denklemlerinin kesin çözümünü verir. Bu fonksiyon, doğrusal sonlu eleman analizinde uç moment etkileri altındaki kirişlerin kesin çözümünü verirken, doğrusal olmayan analizde yapı elemanı modellenirken daha fazla sayıda sonlu eleman kullanılarak kesinlik sağlanabilir. Açık ve basit fiziksel anlamından dolayı kübik fonksiyon pek çok araştırmacı tarafından geniş çapta kullanılmaktadır. Sınır şartları analizde sağlanacağından ince cidarlı elemanların çarpılma analizinde burulma deplasmanını modellemek için de kullanılabilir.

Kübik fonksiyon aksenal kuvvetten bağımsız olduğundan gerçek deplasmanları kesin olarak temsil etmekte genellikle yetersiz kalır. Sonuç olarak, aksenal kuvvetin ve eğilme momentlerinin birbirlerine etkisi genellikle geometrik rijitlik matrisi ile sonradan ortaya konulur. Formülasyon, yalnızca aksenal kuvvet küçükken veya doğrusal olmayan analizde bir yapı elemanını modellemek için birkaç sonlu eleman kullanıldığında kullanılmalıdır. Her yapı elemanı için birkaç kübik eleman kullanmanın kusurlu yönleri pek çok araştırmacı tarafından bildirilmiştir (So ve Chan, 1991; White ve Chen, 1993). Kübik fonksiyon, iki ucu da mafsalı bir kolon yalnızca bir sonlu eleman ile modellendiğinde %20'den fazla bir hata vermektedir. Daha fazla eleman kullanımı hassasiyeti arttırmasına rağmen oldukça karmaşık veri işleme uğraşını beraberinde getirir. Bu durum yalnızca külfet getirmekle, fazla bilgisayar zamanı gerektirmekle, doğrusal ve ikinci mertebe analizlerde kullanılan modeller için tutarsızlığa sevk etmekle kalmaz, aynı zamanda kullanılan tanjant rijitliğinin uygun olmamasından dolayı bazı durumlarda iraksama problemine de neden olur.

Kesin deplasman fonksiyonları kullanıldığında formülasyon hataları bertaraf edilebilir ve daha hızlı bir yakınsama oranına kavuşulur. Momentlerle birlikte büyük bir aksenal kuvvete maruz bir kiriş-kolonun temel denge denklemini çözerken Timoshenko

kiriş-kolon teorisi varsayımı ile stabilite fonksiyonu kesin çözümü verir. Eksenel kuvvetin ve momentin birbirlerine etkileri matris formülasyonunda dikkate alınabilir.

Oran (1973a, 1973b), eksenel kuvvetin momentler üzerine ikincil etkilerini izah etmek için stabilite fonksiyonlarını kullanmıştır. Chan ve Gu (2000), stabilite fonksiyonunu ilkel eğrilikli elemanlar için de kullanmıştır. Taniguichi vd. (1999), stabilite fonksiyonu kullanarak tanjant rijitlik denklemlerini elde etmiştir.

Stabilite fonksiyon yöntemi doğrusal olmayan analiz için şüphesiz daha uygundur. Eleman rijitlik matrisi üzerindeki eksenel yük etkisini tam olarak yansıtmak için yapı elemanı başına iki veya daha fazla sayıda sonlu eleman kullanımı gereksinimini ortadan kaldırır. İkinci merteye analizi için doğrusal analizde gerekenden biraz daha fazla ilave veri işleme çabası gerekir.

Stabilite fonksiyonu kullanıldığında tanjant rijitlik matrisi için daha karmaşık ifadeler gerekir. Çözümün çekme, basınç ve sıfır yük durumları için ayrı olması gerektiğinden genel çözüm verememesine ve programlamada uygunsuzluğa neden olur. Daha önemlisi, triviyal bir fonksiyona dayalı sonlu eleman yaklaşımı olmadığından kesit özelliklerini örneklemek için kullanılan sayısal integrasyon gibi çeşitli sayısal teknikler bu kesin eleman kullanıldığında uygulanamaz. Eleman rijitlik matrisinin formülasyonu için kullanılan diferansiyel denge denklemleri bu teknik kullanıldığında genellikle işe yaramazlar. Fonksiyon, eksenel kuvvetin küçük olduğu bazı durumlarda sayısal sorunlara da neden olur.

Eleman deplasman fonksiyonlarının, fiziksel olarak eksenel kuvvetin büyüklüğü ve işareti ile birlikte düğüm noktası dönmesine bağlı olması tavsiye edilir. Pek çok araştırmacı tarafından denge ve gerilme diferansiyel denklemlerinin gerçek deplasmanlara yakın sınır şartlarını sağlamasına yönelik alternatif yöntemler geliştirilmiştir. Chan ve Zhou (1994), denge şartlarını açıklığın orta noktasında zorlama kavramını kullanarak özdenge elemanı (the self-equilibrium element) adında bir eleman geliştirdi. Eksenel kuvvet, eleman deplasman fonksiyonuna dahil edildiği için eksenel kuvvet sıfır, çekme veya basınç olduğunda rijitlik matrisinde eleman aynı ifadeye sahiptir. Bu da eleman ifadesine tutarlılık getirir. Izzuddin ve Elnashai (1993) ve Izzuddin ve Smith (1996), çerçevelerin doğrusal olmayan analizi için dördüncü dereceden bir polinom deplasman fonksiyonu kullanmışlar ve yüksek mertebeden eleman kullanmayı önermişlerdir.

1.3.1.3. Virtüel İş ve Minimum Potansiyel Enerji Yöntemleri

Temel denge denklemleri virtüel iş ve enerji prensipleri yardımıyla türetilebilir. Çoğu araştırmacı denge denklemlerini virtüel iş prensibiyle türetmektedirler. Denge konumunu elde etmek için Newton-Raphson yönteminde kullanılan artımsal formlar ya iki komşu halin denge denklemlerinin farklarının doğrusallaştırılmasından ya da virtüel iş ifadesinin doğrusallaştırılması ve ayrıştırılmasından elde edilebilir (Bonet ve Wood, 1997).

Bathe vd. (1975, 1979) tarafından ortaya konulan Lagrangian formülasyonları doğrusal olmayan sonlu eleman analizine uygulanan en kapsamlı doğrusal olmayan mekanik teorileri arasındadırlar. Lagrangian formülasyonlarını ayrıntılı bir şekilde vermek bu tezin amacı dışında olduğundan burada kısaca özetlenmektedir. Öncelikle bir sembolün sol tarafında bulunan alt ve üst indisin hangi hallere işaret ettiğini belirtmek gerekir. Soldaki üst indis niceliğin ortaya çıktığı hale atfen kullanılır. Bu indisin yokluğu niceliğin C_1 ve C_2 arasında artımda olduğunu göstermektedir. Soldaki alt indis ise niceliğin ölçüldüğü hale mahsus kullanılır. Bu indisin yokluğu referansının ya C_1 yada belli olan bir hal olduğunu göstermektedir.

Toplam Lagrangian formülasyonunda bütün statik ve kinematik değişkenler başlangıç (initial) hali C_0 'a atfedilir. Cismin C_2 halindeki dengesi düşünülür ve artımsal deplasmanlardaki doğrusal olmayan denklemler doğrusallaştırılırsa virtüel yerdeğiştirmeler prensibi ile

$$\int_{0V} {}_0C_{ijrs} {}_0e_{rs} \delta_0 e_{ij} {}^0 dV + \int_{0V} {}^2S_{ij} \delta_0 \eta_{ij} {}^0 dV = {}^2R - \int_{0V} {}^2S_{ij} \delta_0 e_{ij} {}^0 dV \quad (1.56)$$

ifadesi elde edilir. Burada ${}_0C_{ijrs}$ bünye tensörünü, ${}_0e_{ij}$ ve ${}_0\eta_{ij}$ sırasıyla C_0 halindeki artımsal Green-Langrange şekil değiştirmelerinin doğrusal ve doğrusal olmayan bileşenlerini göstermektedir. ${}^2S_{ij}$ C_2 halindeki ikinci "Piola-Kirchhoff gerilme tensörü" olarak bilinir ve C_0 halinde ölçülür. 2R , bileşenleri 2t_k olan yüzey traksiyonunun ve bileşenleri 2f_k olan kütle kuvvetlerinin neden olduğu toplam harici virtüel iş ifadesidir.

$${}^2R = \int_{0A} {}^2t_k \delta u_k {}^0 dA + \int_{0V} {}^2f_k \delta u_k {}^0 dV \quad (1.57)$$

şeklinde ifade edilir. Burada δu_k C_2 'deki deplasman bileşenlerinin varyasyonudur.

Güncellenen Lagrangian formülasyonunda toplam Lagrangian formülasyonunda olduğu gibi aynı artımsal gerilme ve şekil değiştirme ayrıştırmaları işletilir, fakat bütün değişkenler C_1 haline yani bilinen en son hale atfedilir. Böylece yukarıdaki denkleme karşılık güncellenen Lagrangian formülasyonundaki doğrusallaştırılmış denge denklemi

$$\int_{^1V} {}^1C_{ijkl} e_{kl} \delta_1 e_{ij} {}^1dV + \int_{^1V} {}^1\tau_{ij} \delta_1 \eta_{ij} {}^1dV = {}^2R - {}^1R \quad (1.58)$$

şeklini alır. Burada ${}^1C_{ijkl}$ artımsal bünye katsayılarının dördüncü mertebeye tensörü, ${}^1e_{ij}$ ve ${}^1\eta_{ij}$ sırasıyla Green-Lagrange artımsal şekil değiştirme tensörünün doğrusal ve doğrusal olmayan bileşenlerini göstermektedir. Son hal C_1 'de ve halihazır bilinmeyen hal C_2 'de cisme etkiyen dış yükler tarafından yapılan virtüel iş

$${}^1R = \int_{^1V} {}^1\tau_{ij} \delta_1 e_{ij} {}^1dV \quad (1.59)$$

ve

$${}^2R = \int_{^0A} {}^2t_m \delta u_m {}^1dA + \int_{^0V} {}^2f_m \delta u_m {}^1dV \quad (1.60)$$

şeklinde ifade edilir. Burada ${}^1\tau_{ij}$ C_1 'deki Cauchy gerilme tensörüne, 2f_m ve 2t_m halihazır bilinmeyen hal C_2 'de etkiyen, fakat hesaplanmış son hal C_1 'e atfedilen sırasıyla yüzey traksiyonuna ve kütle kuvvetlerine işaret etmektedir. δu_m ise C_2 'deki deplasman bileşenlerinin varyasyonudur.

Geçmişte pek çok araştırmacı denge denklemlerini virtüel iş ile elde ederek tutarlı sonuçlara ulaşmışlardır. Bu yöntemle hem geometrik hem de malzeme bakımından doğrusal olmayan katı cisimler mekaniği problemleri kolaylıkla modellenmiştir. Formülasyonun güçlü bir mekanik tabanı vardır ve çok fazla sayıda sonlu elemanla birlikte tutarlı bir şekilde kullanılabilir. Fakat, integrasyon işlemine muhtaç bıraktığından sonlu

eleman matrisleri her zaman açık bir şekilde türetilemez. Bu, integrasyon elemanının etkinliğini düşürür ve diğer kiriş formülasyonları ile kıyaslanmasını zorlaştırır.

Varyasyon veya enerji yöntemleri bir asırdan fazla zamandır yapı mekaniğindeki temel denklemlerin geliştirilmesinde önemli bir araç olmuştur. Yerdeğiştirmeler cinsinden yazılan toplam potansiyel enerji ifadesinin minimum olması prensibinden denge denklemlerinin elde edilmesi küçük şekil değiştirmelere dayalı doğrusal elastisite teorisinde iyi bilinen bir uygulamadır. Bu yöntemler, rijit deplasmanlar artımsal yerdeğiştirme vektörlerinden çıkarıldığında Korotasyonel formülasyonlarda doğal tanjant rijitlik matrisinin türetilmesi için daha uygundur. Güncellenen Lagrangian elemanının denge denklemi ise minimum potansiyel enerji prensibinden daha çok virtüel iş prensibi kullanılarak formüle edilir. (Sun, 2002)

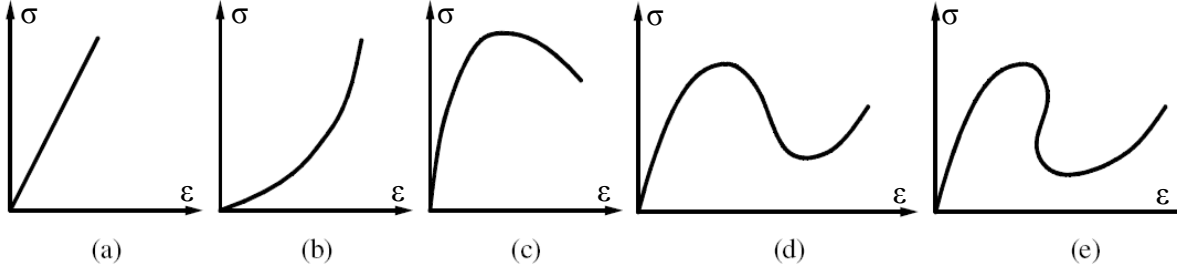
Enerji yöntemleri, sonlu deformasyonların söz konusu olduğu durumlar için gayet kolay bir şekilde uygulanır. Bu yöntemler, sıkıştırılmama (incompressibility), temas sınır şartları ve sonlu eleman teknolojisi gibi konuların formüle edilebileceği kapsamlı bir çerçeve sağladığından avantajlıdır. Pek çok araştırmacı en genel haldeki kesite sahip bir kiriş-kolonun toplam potansiyel enerji ifadesini vermişlerdir. Oran (1973a, 1973b), kesitinde iki eksenli simetri olan bir kiriş kolonun potansiyel enerji ifadesini vermiştir. Chan ve Kitipornchai (1987) ince cidarlı bir kiriş kolonun toplam potansiyel enerji ifadesini güncellenen Lagrangian formülasyonu için vermiştir. Aynı denklem Trahair (1993) tarafından da verilmiştir.

1.3.2. Doğrusal Olmayan Çözüm Yöntemleri

1.3.2.1. Giriş

Yapı sistemlerinin doğrusal olmayan denklemlerinin çözümü için birçok metot geliştirilmiştir. Şekil 1.11.'de yapıların statik analizinde en sık karşılaşılan doğrusal olmayan yük deformasyon eğrileri verilmiştir.

Bu bölümde yapı sistemlerinin doğrusal olmayan analizlerinde en çok kullanılan çözüm yöntemlerinden olan Newton-Raphson ve Yay-boyu (Arc-length) metotları kısaca verilmektedir.



Şekil 1.11. Yapıların doğrusal olmayan temel davranış türleri: (a) Gevrek göçme durumuna kadar doğrusal davranış, (b) Pekleşme, (c) Yumuşama, (d) Vurgu burkulması, (e) Ters vurgu burkulması. (Polat, 2006)

1.3.2.2. Newton-Raphson Metodu

Newton-Raphson metodu iteratif bir yöntem olup, doğrusal olmayan denklem sistemlerinin çözümünde kullanılan başlıca metotlardan birisidir. Bu metot aynı zamanda Yay-boyu metotlarının temelini teşkil eder. Herhangi bir sistemin düğüm yer değiştirme vektörünü u ile gösterelim. Bu sistemdeki iç kuvvet vektörü

$$F(u) = \int_V B^T \sigma(u) dV \quad (1.61)$$

denklemleri ile ifade edilebilir. Sadece geometrik bakımdan doğrusal olmayan sistemler dikkate alındığında σ gerilmeleri yapısal deformasyon durumuna bağlı olur. Dış yük vektörü P ile belirtilirse, doğrusal olmayan denklemler

$$R(u) \equiv F(u) - \lambda P = 0 \quad (1.62)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada R artık veya dengelenmemiş yük vektörünü göstermektedir. λ parametresi ise dış yük vektörü çarpanıdır. Denge durumunda uygulanan dış yükler ile iç kuvvetler birbirlerine eşit olur. Newton-Raphson yönteminde dış yük vektörü belirli oranlarda artırılarak buna karşılık gelen u yer değiştirmeleri iteratif olarak bulunur. Bundan dolayı bu metot yük-kontrollü (load-controlled) bir metottur. n . adımdaki λ_n yük çarpanı ve u_n yer değiştirme vektörü kullanılarak $n+1$. adımdaki u_{n+1} yer değiştirme

vektörü aşağıdaki şekilde bulunabilir. Dış yük vektörü çarpanının $\Delta\lambda$ kadar artımına bağlı olarak n+1. adımdaki dış yük vektörü çarpanı

$$\lambda_{n+1} = \lambda_n + \Delta\lambda \quad (1.63)$$

şeklinde elde edilebilir. Buna karşılık gelen u_{n+1} yer değiştirmesi iteratif olarak belirlenir. i+1 iterasyonundaki yer değiştirme

$$u_{n+1}^{i+1} = u_{n+1}^i + \delta u_n^i \quad (1.64)$$

bağıntısı ile hesaplanabilir. Burada n ve i sayaçları sırası ile yük adımlarını ve iterasyon sayılarını göstermektedir. (1.62) denklemindeki $R(u)$ artık yük için parça parça doğrusallaştırma yaklaşımı (kısaltılmış Taylor açılımı) uygulanırsa

$$R(u_{n+1}^{i+1}) \equiv R(u_{n+1}^i) + \left(\frac{dR}{du} \right)_{n+1}^i \delta u_n^i = 0 \quad (1.65)$$

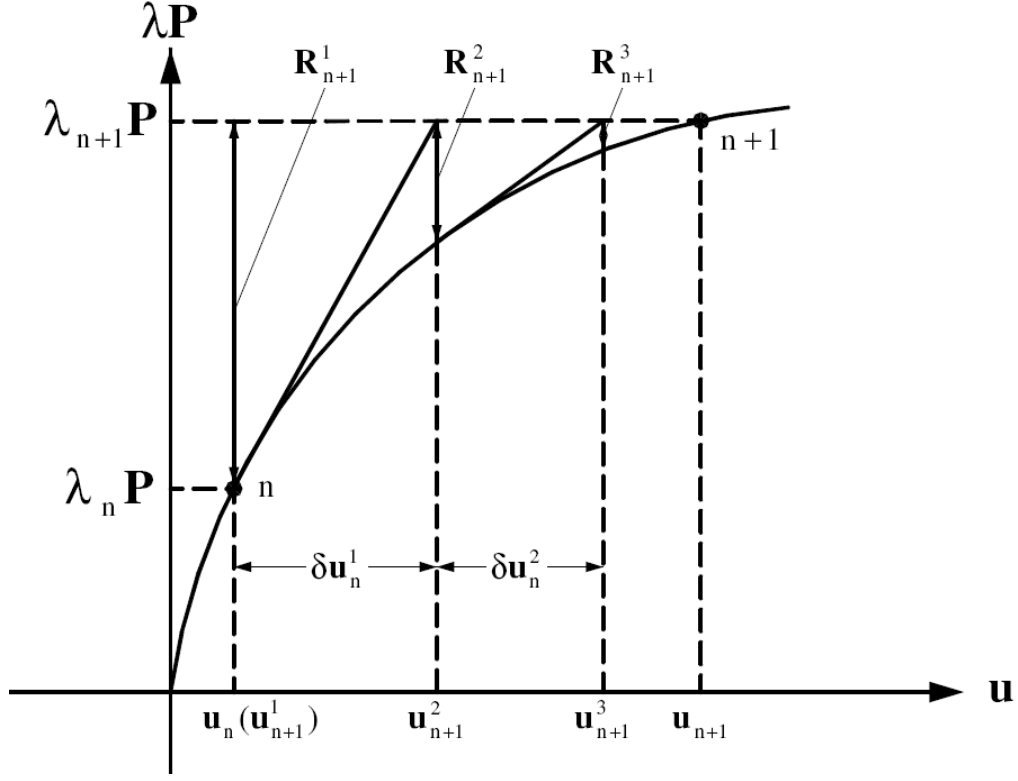
eşitliği elde edilebilir. Bu denklemde

$$\frac{dR}{du} \equiv \frac{dF}{du} \equiv K_T(u) \quad (1.66)$$

dir. (1.65) ve (1.66) denklemlerinden artımsal yer değiştirmeler

$$\delta u_n^i = -(K_T^i)^{-1} R_{n+1}^i \quad (1.67)$$

şeklinde hesaplanabilir. İterasyon işlemi belirlenen yakınsaklık değeri sağlanıncaya kadar sürdürülür (Cook vd., 1989; Paz, 1997; Chopra, 1995). Şekil 1.12'de Newton-Raphson metodunun uygulanışı grafiksel olarak gösterilmektedir.



Şekil 1.12. Newton-Raphson metodunun uygulanışı. (Polat, 2006)

1.3.2.3. Yay-boyu (Arc-length) Metodu

Yapıların doğrusal olmayan davranışını inceleyebilmek için yük-deformasyon eğrisi tam olarak elde edilmelidir. Yük kontrollü bir metot olan Newton-Raphson metodu sınır noktası civarlarında çözüm vermediğinden deplasman kontrollü metotlar geliştirilmiştir. Fakat, vurgu burkulması (snap-through) veya ters vurgu burkulması (snap-back) davranışı gösteren sistemlerde bu metotlar hatalara neden olmaktadır. Bu problemleri aşmak için yük kontrollü metotlarla deplasman kontrollü metotları birlikte kullanmak bir çözüm yöntemi olabilir (Memon ve Su, 2004).

Yapıların doğrusal olmayan davranışını elde etmek için kullanılan Yay-boyu metodu daha genel bir metot olup, ilk olarak Riks (1972, 1979) ve Wempner (1971) tarafından geliştirilmiş ve daha sonraları birçok araştırmacı (Bergan vd., 1978; Crisfield, 1981, 1983; Feng vd., 1996; Hellweg ve Crisfield, 1998; Souza ve Feng, 1999) tarafından yeniden düzenlenmiştir. Yay-boyu metotları kullanılarak sınır noktalarını (maksimum ve minimum yükler) geçen çözüm algoritmaları üretilebilir.

Yük veya deplasman kontrollü metotlarda bir adımdaki yük seviyesi parametresi veya deplasman sabit tutulmaktadır. Buna karşılık Yay-boyu metodunda ise yük seviyesi parametresi her iterasyonda yeniden elde edilerek yakınsama noktasına ulaşılır. Dolayısı ile bu metotta yük seviyesi parametresi λ , denge denklemlerine ilave bir değişken olarak girer. Bu yöntemde doğrusal olmayan yapı sistemlerinin denge denklemleri

$$R(u, \lambda) \equiv F(u) - \lambda P = 0 \quad (1.68)$$

şeklinde yazılabilir (Meek ve Tan, 1984). Burada R artık kuvvet, F iç kuvvet ve P ise dış yük vektörünü göstermektedir.

Yay-boyu metodunun amacı (1.68) denklemi ile ℓ sabit yay boyu arasındaki kesişimi bulmaktır. ℓ sabit yay boyu diferansiyel olarak

$$\ell = \int \sqrt{du^T du + d\lambda^2 \Psi^2 P^T P} \quad (1.69)$$

şeklinde veya artımsal olarak

$$a(\Delta u, \Delta \lambda) = \Delta u^T \Delta u + \Delta \lambda^2 \Psi^2 P^T P - \Delta \ell \quad (1.70)$$

biçiminde ifade edilebilir. Burada Δu artımsal yer değiştirmeleri, $\Delta \lambda$ artımsal yük faktörünü, $\Delta \ell$ belirlenen artımsal yay boyunu (Şekil 1.13) ve Ψ ise yük ölçeklendirme parametresini göstermektedir.

Yay-boyu metodunda yük seviyesi parametresi λ ilave bir değişken olarak ele alındığından, k yer değiştirme vektöründeki toplam serbestlik derecesini göstermek üzere, denge denklemlerindeki toplam bilinmeyen sayısı k+1 olur. Bu denklemleri çözmek için (1.68) bağıntısı ve (1.70) sınırlayıcı denklemi kullanılabilir. Riks (1979) ve Wempner (1971), bu k+1 sayıdaki değişkeni Newton-Raphson metodunu (1.68) ve (1.70) denklemlerine doğrudan uygulayarak çözmüşlerdir. Denklem (1.68) ve (1.70)'in kısaltılmış Taylor açılımları sırasıyla,

$$R_{i+1} = R_i + \frac{\partial R_i}{\partial u} \delta u + \frac{\partial R_i}{\partial \lambda} \delta \lambda = R_i + K_T \delta u - P \delta \lambda = 0 \quad (1.71)$$

$$\mathbf{a}_{i+1} = \mathbf{a}_i + 2\Delta\mathbf{u}^T \delta\mathbf{u} + 2\Delta\lambda\psi^2 \mathbf{P}^T \mathbf{P} \delta\lambda = 0 \quad (1.72)$$

biçiminde yazılabilir. Denklem (1.71) ve (1.72) birleştirilebilir. Söz konusu denklemler $\delta\mathbf{u}$ yer değiştirme vektöründeki iteratif değişim ve $\delta\lambda$ yük faktöründeki iteratif değişim için çözülecek olursa,

$$\begin{Bmatrix} \delta\mathbf{u} \\ \delta\lambda \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_T & -\mathbf{P} \\ 2\Delta\mathbf{u}^T & 2\Delta\lambda\psi^2 \mathbf{P}^T \mathbf{P} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{R}_i \\ \mathbf{a}_i \end{Bmatrix} \quad (1.73)$$

eşitliği yazılabilir. Burada \mathbf{K}_T tanjant rijitlik matrisi tekil (singular) olsa dahi köşeli parantez içindeki genişletilmiş rijitlik matrisi tekil olmayabilir. Bununla birlikte \mathbf{K}_T matrisi simetrik olmasına karşılık bu matris simetrik değildir. Bu nedenlerden dolayı yukarıdaki denklemin sayısal çözümü zorlaşır. Yukarıdaki denklemi çözmek yerine, Batoz ve Dhatt'ın (1979) tekniği kullanılarak bir tek noktadaki yer değiştirme kontrolü için (1.72) bağıntısındaki sınırlama doğrudan kullanılabilir. Bunun için $\delta\mathbf{u}$ iteratif yer değiştirmesi iki kısma ayrılır. Yeni bilinmeyen yük seviyesi

$$\lambda_{i+1} = \lambda_i + \delta\lambda \quad (1.74)$$

şeklinde ifade edilecek olursa, bu yük seviyesinde iteratif yer değiştirmedeki değişim (1.71) bağıntısından

$$\delta\mathbf{u} = -\mathbf{K}_T^{-1} \mathbf{R}(\mathbf{u}_i, \lambda_{i+1}) = -\mathbf{K}_T^{-1} (\mathbf{R}(\mathbf{u}_i, \lambda_i) - \delta\lambda \mathbf{P}) \quad (1.75)$$

şeklinde elde edilebilir. Bu eşitlik

$$\delta\mathbf{u} = -\mathbf{K}_T^{-1} \mathbf{R}_i + \delta\lambda \mathbf{K}_T^{-1} \mathbf{P} = \delta\bar{\mathbf{u}} + \delta\lambda \delta\mathbf{u}_t \quad (1.76)$$

formunda yeniden yazılabilir. Burada $\delta\bar{\mathbf{u}}$, λ_i yük seviyesindeki Newton-Raphson metodundan elde edilen yer değiştirmedeki iteratif değişimi ve $\delta\mathbf{u}_t$ ise sabit dış yük vektörü \mathbf{P} ye karşılık gelen yer değiştirmeyi göstermektedir.

$i+1$ iterasyonundaki artımsal yer değiştirmeler

$$\Delta u_{i+1} = \Delta u_i + \delta u = \Delta u_i + \delta \bar{u} + \delta \lambda \delta u_t \quad (1.77)$$

olarak elde edilebilir. Bu eşitlikteki tek bilinmeyen olan $\delta \lambda$ denklem (1.70)'deki sınırlama kullanılarak bulunabilir. (1.70) sınırlayıcı denklemi

$$\Delta u_i^T \Delta u_i + \Delta \lambda_i^2 \Psi^2 P^T P = \Delta u_{i+1}^T \Delta u_{i+1} + \Delta \lambda_{i+1}^2 \Psi^2 P^T P = \Delta \ell^2 \quad (1.78)$$

şeklinde yeniden yazılır ve (1.77) bağıntısı bu eşitlikte kullanılırsa,

$$c_1 \delta \lambda^2 + c_2 \delta \lambda + c_3 = 0 \quad (1.79)$$

ikinci dereceden denklemi elde edilir. Burada c_1 , c_2 ve c_3 sırasıyla

$$c_1 = \delta u_t^T \delta u_t + \Psi^2 P^T P \quad (1.80)$$

$$c_2 = 2 \delta u_t (\Delta u_i + \delta \bar{u}) + 2 \Delta \lambda_i \Psi^2 P^T P \quad (1.81)$$

$$c_3 = (\Delta u_i + \delta \bar{u})^T (\Delta u_i + \delta \bar{u}) - \Delta \ell^2 + \Delta \lambda_i^2 \Psi^2 P^T P \quad (1.82)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Crisfield (1991), bu denklemlerde yük ölçeklendirme parametresini sıfır almanın ($\Psi=0$) çözümleri fazla etkilemediğini belirtmiştir. (1.80)-(1.82) denklemleri çözülerek $\delta \lambda$ iteratif değişimi için iki kök elde edilebilir. $\delta \lambda_1$ ve $\delta \lambda_2$ köklerinden iki tane artımsal yer değiştirme

$$\Delta u_{i+1,1} = \Delta u_i + \delta \bar{u} + \delta \lambda_1 \delta u_t \quad (1.83)$$

$$\Delta u_{i+1,2} = \Delta u_i + \delta \bar{u} + \delta \lambda_2 \delta u_t \quad (1.84)$$

olarak bulunur. Bu yer değiştirmelerden, bir önceki Δu_i artımsal yer değiştirme doğrultusuna en yakın doğrultuyu sağlayanı seçilerek yük-deformasyon eğrisinin kendi izi

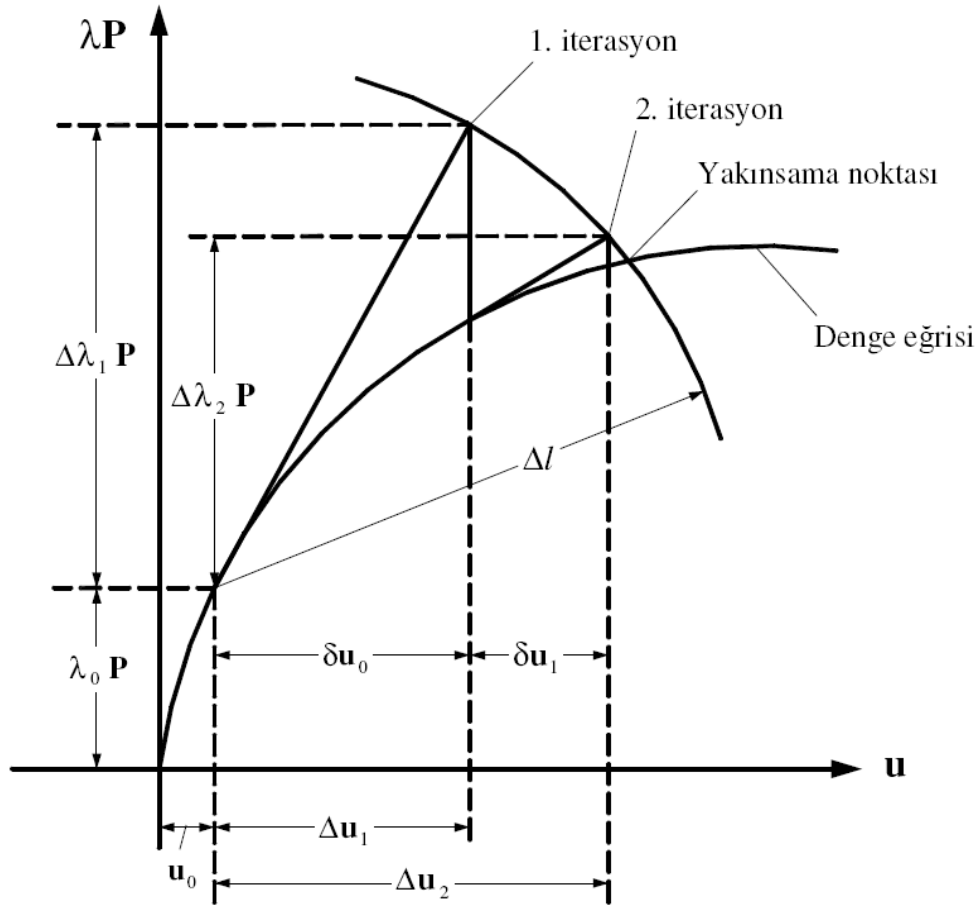
üzerinde ikiye katlanması önlenabilir. Bunu belirlemek için Δu_i ve Δu_{i+1} arasındaki en küçük açıyı sağlayan $\delta\lambda$ değeri çözümlerde kullanılır. Yani

$$\cos\theta = \frac{\Delta u_i^T \Delta u_{i+1}}{\Delta \ell^2} = \frac{\Delta u_i^T (\Delta u_i + \delta \bar{u})}{\Delta \ell^2} + \delta\lambda \frac{\Delta u_i^T \delta u_t}{\Delta \ell^2} \quad (1.85)$$

bağıntısından maksimumum kosinüs değerini veren θ açısı genellikle istenilen çözümü verir. Fakat bazı keskin ters vurgu burkulması durumunda bu kriter de hatalı seçime neden olabilmektedir (Crisfield, 1991). Yukarıdaki denklemlerde verilen artımsal yük faktörü

$$\Delta \lambda_{i+1} = \Delta \lambda_i + \delta \lambda \quad (1.86)$$

bağıntısı ile güncelleştirilir. Yay-boyu metodu Şekil 1.13'de grafiksel olarak gösterilmektedir.



Şekil 1.13. Yay-boyu metodunun uygulanışı. (Polat, 2006)

1.3.2.3.1. Tahmini Çözüm

Bir önceki kısımda Yay-boyu metodunun uygulanması açıklanmıştır. İterasyonların başlangıcında ileri Euler teğetsel tahmini göz önüne alınarak

$$\Delta u_p = K_T^{-1} \Delta P = \Delta \lambda_p K_T^{-1} P = \Delta \lambda_p \delta u_t \quad (1.87)$$

olarak yazılabilir. Burada K_T iterasyonların başlangıcındaki tanjant rijitlik matrisini ve p alt indisi ise ilgili büyüklüğün tahmini değerini temsil etmektedir. Bu eşitlik (1.78) denkleminde kullanılır ve $\Psi=0$ alınır

$$\Delta \lambda_p = \pm \frac{\Delta \ell}{\sqrt{\delta u_t^T \delta u_t}} = s \frac{\Delta \ell}{\sqrt{\delta u_t^T \delta u_t}} \quad (1.88)$$

olarak elde edilir. Denklem (1.88)'deki s , +1 ve -1 değerlerini alan bir parametredir. Çözüm başlangıcında K_T matrisi pozitif tanımlı ise bu parametre 1 olarak alınır. Çözümün ileriki safhalarında bu değişkenin işaretinin belirlenmesi için çeşitli kriterler kullanılmaktadır. Bunlardan bazıları aşağıda şekilde verilmektedir:

a) Mevcut tanjant rijitlik matrisinin determinantının işareti

$$\text{sign}(s) = \text{sign}(|K_T|) \quad (1.89)$$

Denge eğrisinin limit ve burkulma noktalarında, tanjant rijitlik matrisinde negatif pivot oluşur. Söz konusu kriter bu iki nokta arasındaki farkı ayırt edememektedir. Burkulma durumunda, tahmini denge eğrisini izlemek yerine burkulmanın meydana geldiği nokta etrafında salınım yapmaktadır. Dolayısıyla çözüm başarıyla tamamlanamayabilir.

b) Artımsal iş işareti

$$\text{sign}(s) = \text{sign}(\delta u_t P) \quad (1.90)$$

Bu kriter burkulma noktalarına duyarlı değildir, yani burkulma noktasını geçerek denge eğrisini izlemeye devam edebilir. Bununla birlikte ters vurgu burkulma davranışı mevcut olursa çözüm elde edilemeyebilir.

c) Önceki yakınsamış artımsal yer değiştirme ile mevcut teğetsel çözüm arasındaki iç çarpımın işareti

$$\text{sign}(s) = \text{sign}(\Delta u_n^T \delta u_t) \quad (1.91)$$

Burada Δu_n önceki yakınsamış artımsal yer değiştirme olup, mevcut denge eğrisinin geçmişi hakkında bilgi içermektedir. Bundan dolayı (a) ve (b) kriterlerinde oluşan problemler bu kriterde kolayca aşılabılır. Bununla birlikte Δu_n artımsal yer değiştirmelerinin yeterince küçük olması gerekir (Feng vd., 1996; Souza ve Feng, 1999).

1.3.2.3.2. Yakınsama Kriterleri

Artımsal-iteratif metotlarda iterasyon işlemi belirli yakınsama sağlanıncaya kadar devam ettirilmelidir. Doğrusal olmayan denklemlerin çözümünde genellikle deplasman, yük ve enerji esaslı yakınsama kriterleri kullanılmaktadır. Deplasman esaslı kriter artımsal yer değiştirmeleri toplam yer değiştirmeler ile karşılaştırmak için kullanılmakta olup

$$\|\delta u_i\| < \beta \|u_{i+1}\| \quad (1.92)$$

şeklinde verilebilir. Burada δu iteratif yer değiştirmeleri, u toplam yer değiştirmeleri ve β ise önceden belirlenen tolerans değerini göstermektedir. İteratif yer değiştirme vektörünün normu çok küçük, buna karşılık artık kuvvet vektörünün normu çok büyük olabilir. Bu nedenle deplasman esaslı kriterin tek başına kullanılması uygun olmayabilir. Yük esaslı kriter, artık yüklerin yeterince küçük olmasını sağlamak için kullanılmaktadır ve

$$\sqrt{R_{i+1}^T C R_{i+1}} < \beta (\lambda_{i+1} \sqrt{P^T C P}) \quad (1.93)$$

biçiminde tanımlanabilir. Burada C matrisi yük artımı başlangıcındaki tanjant rijitlik matrisinin diyagonal terimlerinden oluşan diyagonal matrisin tersi olup, genellikle ölçekleme matrisi olarak da bilinmektedir (Warren, 1997).

Enerji esaslı yakınsama kriteri ise

$$|\delta u_i^T R_{i+1}| < \beta |u_{i+1}^T (\lambda_{i+1} P)| \quad (1.94)$$

şeklinde verilebilir (Crisfield, 1991).

1.4. Amaç ve Yöntem

1.4.1. Amaç

Elektrik iletim hattı ve iletişim anteni kulelerinde ve kafes sistemlerde örgü çubuğu ve stabilite bağlantı çubuğu olarak genellikle tek parçalı çelik korniyerler kullanılmaktadır. Tek parçalı bir korniyer bu şekilde kullanıldığında genellikle başka bir elemana veya düğüm noktası levhasına kollarından birinin düzleminde birleşir. Bu durum korniyerin her iki eğilme asal eksenine göre eksantrik bir yüke maruz kalmasına sebep olur. Günümüzde pratikte kullanılan standartlar eksantrik yüklü tek parçalı korniyer çubuklarının tasarımı için iki modelden birini takip ederler. Bu modeller, etkili narinlik oranı kavramını işleterek eksantrisiteyi ihmal eden “basit kolon” analitik modeli ve iki eksenli eğilme etkileşim denklemlerinin kullanıldığı “kiriş-kolon” analitik modelidir. Yapılan deneylerden elde edilen test sonuçları “kiriş-kolon” modeli ile gereğinden fazla emniyetli eleman kapasiteleri elde edildiğini (Adluri ve Madugula, 1992), “basit kolon” modeli ile ya emniyetli (Madugula ve Adluri, 1991) ya da bazı pratik durumlar için emniyetsiz sonuçlar elde edildiğini (Elgaaly vd., 1991; Bathon vd., 1993) göstermiştir.

L enkesitli çubukların tasarımı için yük eksantrisitesinin ve uç mesnetlenme durumlarının etkilerini hesaba katacak genel bir yöntemin geliştirilmesi gerektiği yapılan literatür incelemelerinden anlaşılmaktadır. Bunun için öncelikli olarak eksantrik eksenel yüklere maruz korniyerlerin yük taşıma kapasitelerini doğru tahmin edebilmek amacıyla doğrusal olmayan sonlu elemanlar yöntemi ile bir analitik model hazırlamak gerekmektedir. Kurulan modelin doğruluğunu mevcut deney sonuçlarını kullanarak test

ettikten sonra doğruluğu kanıtlanmış modellerle uygulanan yükün konumunu, çubuğun narinliğini, ilkel kusurları vb. önemli parametreleri dikkate alan parametrik bir çalışma yaparak genel bir yöntemin geliştirilmesine yönelik altlığın tesis edilmesine çalışılacaktır. Ayrıca, bu konuyla ilgili Türk Standartlarını gözden geçirmenin ve gerekiyorsa bu standartlar için önerilerde bulunmanın faydalı olacağı düşünülmektedir.

Bu tezde sunulan çalışmanın ikinci amacı ilkel kusurları ve doğrusal olmayan davranışı dikkate alan merkezi ve eksantrik yüklü tek parçalı eşit ve değişik kollu korniyerlerin göçme yükleri için 2 düğüm noktalı sonlu elemanlardan oluşan bir modelin geliştirilmesidir. İlk olarak enerji yöntemleri ile yalnızca geometrik bakımdan doğrusal olmayan davranışı dikkate alarak daha önce ihmal edilmiş terimleri de dahil ederek iki düğüm noktalı, her düğüm noktası 7 serbestlik dereceli bir boyutlu elemanın doğrusal ve geometrik rijitlik matrisleri elde edilmiştir. Elde edilen rijitlik matrislerinin doğruluğunu test etmek için bir program kodlanmış ve çeşitli korniyerlerin teorik elastik burkulma yükleri neredeyse kesin olarak tahmin edilmiştir. Göçme yükünün tahmini için gereken yük-deformasyon analizi değiştirilmiş Newton-Raphson yöntemi ile birlikte güncellenen Lagrangian formülasyonu kullanılarak yapılmıştır. Eksantrik yüklü korniyerlerin ikinci mertebe analizine ait sayısal örneklerin çözümü için Mathematica'da bir program kodlanmıştır. Elde edilen sonuçlar literatürdekilerle karşılaştırılmıştır.

1.4.2. Yöntem

1.4.2.1. Genel

Elde edilen deneysel sonuçların sayısal bir model kullanılarak teyit edilmesi hemen hemen her zaman arzu edilen bir durumdur. Bu yüzden deneysel ve teorik sonuçlar karşılaştırılır ve aralarında iyi bir uyum varsa sayısal model kapsamlı bir parametrik çalışma yapmak için kullanılır. Sayısal modelleme, belirli bir problem hakkında veri toplamak için bütünüyle zaman alıcı ve maliyeti yüksek olan deneysel bir incelemeden hem daha çabuk hem de daha ucuz bir yoldur. Sonlu eleman yöntemi, elastik ve elastik olmayan problemler için komple bir çözüm sağlama yetisine sahip en etkili ve en esnek yöntemdir.

Üstün hesaplama gücüyle sonlu eleman yöntemi günümüzde yapı mühendisliğinin ufkunu açmıştır. Sonlu eleman yöntemi ile klasik metotlarla etkili bir şekilde çözülemeyen

veya kapalı formunun çözümünü elde etmenin neredeyse mümkün olmadığı problemler rahatlıkla çözülebilir.

1.4.2.2. Sonlu Eleman Yönteminin Temelleri

Sonlu eleman analizinde ilk adım problemi yapı bileşenleri takımlarına ayırmaktır. Her sonlu eleman komşu elemanlarla düğüm noktası denen noktalarda birleşir. Deplasmanlara ve dönmelere maruz bu düğüm noktalarına düğüm noktası kuvvetleri etkir. Bu fiziksel nicelikleri ilişkilendiren standart bir denklem takımı yazılabilir. Bu sonlu elemanları fiziksel olarak bütün yapıyı oluşturacak şekilde toplamak bu elemanların denklemlerini matematiksel olarak süperpoze etmeye eşittir. Sonuç olarak ancak bilgisayar kullanılarak çözülebilecek çok büyük bir denklem takımı oluşur.

Potansiyel enerji formülasyonundan aşağıdaki matris formundaki denklem elde edilir.

$$\Pi_p = \frac{1}{2}\{U\}^T [K_L] \{U\} + \frac{1}{2}\{U\}^T [K_G] \{U\} - \{U\}^T \{P\} \quad (1.95)$$

Burada Π_p sistemin toplam potansiyel enerjisi, $\{U\}$ sistem deplasman vektörü, $\{P\}$ sistem yük vektörü, $[K_L]$ yapının doğrusal rijitlik matrisi ve $[K_G]$ yapının geometrik rijitlik matrisidir. Basınç yükü altındaki korniyer elemanların burkulma problemi “büyük bir deplasman problemi” olduğundan elemanların deforme olmuş geometrilerini denge denklemlerinde hesaba katmak için geometrik rijitlik matrisi analize dahil edilir.

Sistemin minimum potansiyeline karar vermek için denklemin yerdeğıştirmeye göre diferansiyelini alıp sıfıra eşitlersek aşağıdaki ifade elde edilir

$$[K_L] \{U\} + [K_G] \{U\} = \{P\} \quad (1.96)$$

Yukarıdaki ifade sistem yerdeğıştirmelerini sistem kuvvetleriyle ilişkilendiren temel sonlu eleman denklemini verecek şekilde basitleştirilebilir.

$$[K] \{U\} = \{P\} \quad (1.97)$$

Burada $[K] = [K_L] + [K_G]$ 'dir.

1.4.2.3. Doğrusal Olmayan Analiz

Burkulma problemi iki şekilde çözülebilir:

i. Yükleme halinin küçük bir kısmı altında bütün yapının geometrik rijitlik matrisini oluşturup özdeğerlerini ve mod şekillerini elde ederek. Bu yöntem yalnızca burkulma boyunca elastik kalan yapılar için kullanışlıdır.

ii. Doğrusal olmayan analiz gerçekleştirerek. Bu durumda burkulma, aşırı deformasyonlar ve bunu takiben yük taşıma kapasitesindeki azalmayla ifade edilir.

Amaçlanan çalışmada burkulma yükleri doğrusal olmayan analizle tahmin edilecektir. Bu metot yapının doğrusal olmayan geometrik ve malzeme açısından incelenmesine olanak vermektedir.

Bu tür problemleri ele alan pek çok çözüm tekniği vardır. Bunlardan Newton stratejileri oldukça yaygındır. Doğrusal olmayan çözüm, bir dizi doğrusal problemi iteratif olarak çözerek elde edilir. Yapının herhangi bir yer değiştirmiş durumu için $\{u\}$ düğüm noktası deplasman vektörü, $\{F_e\}$ düğüm noktası harici yük vektörü, $\{F_i\}$ düğüm noktası iç kuvvet vektörü ve $[K]$ mevcut deplasman durumunun tanjant rijitlik matrisi olsun. Düğüm noktası kuvvetlerinin dengesiz kısmı

$$\{F_u\} = \{F_e\} + \{F_i\} \quad (1.98)$$

ile verilir.

$\{F_u\}$ deplasman durumu $\{u\}$ ile gösterildiğinden mevcut çözümdeki hatayı gösterir. Newton tipi çözümler için iteratif teknik aşağıdaki gibidir.

$$\{F_u^j\} = \{F_e\} - \{F_i^j\} \quad (1.99)$$

$$\Delta_r^j = \{K^j\}^{-1} F_u^j \quad (1.100)$$

$$r^{j+1} = r^j + \Delta_r^j \quad (1.101)$$

$$F_i^{j+1} = f(r^{j+1}) \quad (1.102)$$

Yapıya uygulanan yükleme adım adım arttırılır ve her artımda doğrusal olmayan denklemler ya Newton yöntemi ya da bu yöntemin varyasyonları olan teknikler (quasi-Newtonian techniques) ile çözülür.

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR, BULGULAR VE İRDELEME

2.1. Eksantrik Yüklü Korniyerlerin Geometri ve Malzeme Bakımından Doğrusal Olmayan Sonlu Elemanlar Analizi

2.1.1. Merkezi Yüklü Eşit Kollu Korniyerlerin Göçme Burkulma Yüklerinin Belirlenmesi

Kitipornchai ve Lee (1986) tarafından merkezi yük altında test edilen uç mafsallı yumuşak çelikten tek parçalı eşit ve değişik kollu toplam 13 adet korniyere ait verilerin ve deneysel sonuçların bu çalışma için kullanılmasına karar verilmiştir. Bu deneysel çalışmadaki 7 adet eşit kollu korniyere ait teorik elastik burkulma yüklerinin ise kurulan sonlu eleman modellerini test etmek için kullanılması düşünülmüştür. Bu yüzden öncelikle bu korniyerlerin elastik kritik burkulma yüklerinin denklem (1.9) kullanılarak hesaplanması gerekmektedir. Korniyerlerin kesitlerine ait geometrik verilerin hesabında ölçülmüş boyutlar kullanılmıştır. Bu korniyerler için $E=214000$ MPa'lık bir ortalama değer önerilmiştir. Korniyerlerin hesaplanan geometrik verileri ve elastik burkulma yükü (P_{cr}) değerleri Tablo 2.1'de verilmektedir.

Kritik burkulma yüklerine en yakın sonuçları veren model ile doğrusal olmayan analiz yapılarak korniyerlerin deney sonuçlarına ait göçme yükleri yük-deformasyon eğrilerinden tahmin edilmiştir.

2.1.1.1. Sonlu Eleman Modellemesi Hakkında Ön bilgiler

2.1.1.1.1. Genel

Bu çalışmada sonlu eleman modelinin geliştirilmesi ve geliştirilen modelin doğruluğunun onaylanması için gereken burkulma analizleri Kitipornchai ve Lee (1986) tarafından kullanılan eşit kollu korniyerlerin verilerine dayanarak ABAQUS 6.5 (2005) sonlu eleman paket programında gerçekleştirilmiştir. Modelin, deneyde kullanılan korniyerlerin ölçülmüş boyutlarını, sınır şartlarını, yük koşullarını, ilkel geometrik kusurlarını ve malzeme özelliklerini yansıtacak şekilde geliştirilmesine çalışılmıştır.

Burkulma için sonlu eleman analizi iki tip analizin arka arkaya uygulanmasını gerektirmektedir. Bunlardan ilki, burkulma modlarını ve yüklerini tahmin etmek için kullanılan özdeğer analizidir.

Tablo 2.1. Korniyerlerin hesaplanan geometrik verileri ve elastik burkulma yükleri

Numune	A (mm ²)	I _x (mm ⁴)	I _y (mm ⁴)	I _ω (mm ⁴)	x _o (mm)	y _o (mm)	r ₁ ² (mm ²)	J (mm ⁴)	P _{cr} (kN)
SA1-a,b	598	387461	98157	1485646	22.0	0.0	1296	4593	283.4
SA2-a,b	598	387461	98157	1485646	22.0	0.0	1296	4593	276.3
SA3-a,b	750	677203	171129	2932149	26.0	0.0	1805	6504	283.6
SA4-a,b	750	677203	171129	2932149	26.0	0.0	1805	6504	275.4
SA5-a,b	750	677203	171129	2932149	26.0	0.0	1805	6504	269.6
SA6-a,b	1298	2031289	513282	15179266	34.2	0.0	3130	19419	474.9
SA7-a,b	1298	2031289	513282	15179266	34.2	0.0	3130	19419	468.2
SA8-a,b	527	289517	63800	1065938	18.3	9.8	1101	3880	214.5
SA9-a,b	527	289517	63800	1065938	18.3	9.8	1101	3880	151.1
SA10-a,b	592	418624	75208	1621467	18.0	16.4	1429	4545	176.9
SA11-a,b	592	418624	75208	1621467	18.0	16.4	1429	4545	132.6
SA12-a,b	1097	1421356	303462	9714835	27.5	16.3	2598	14977	342.6
SA13-a,b	1097	1421356	303462	9714835	27.5	16.3	2598	14977	253.1

Bu tip bir analiz ABAQUS kütüphanesindeki (*BUCKLE) prosedürü kullanılarak aynı analiz adımıyla hareketli yük ile birlikte uygulanan doğrusal elastik bir analizdir. Burkulma analizi ile hareketli yükün burkulma yüküne ulaşması için çarpılması gereken katsayılar belirlenir. Pratikte, özdeğer analizi ile tahmin edilen en küçük burkulma yükü ve modu kullanılır.

İkincisi, doğrusal olmayan yük-deformasyon analizi olarak bilinen ve özdeğer analizini takip eden analizdir. Burkulma sonrası davranışın kararlı olup olmadığını anlamak için gereklidir. Göçme yükü, bu analizde yükün artış göstermeden deplasmanların sürekli artış gösterdiği yük olarak belirlenir.

ABAQUS'de analizler öncelikle bir girdi dosyası hazırlandıktan sonra gerçekleştirilir. ABAQUS girdi dosyası bir ASCII veri dosyasıdır. Bir metin editörüyle veya ABAQUS/Pre gibi bir grafik önışlemci ile oluşturulabilir. Genellikle giriş dosyalarının temel yapısı aynıdır ve Anahtar Kelime ve Veri satırları denen satırlardan oluşur. Giriş dosyalarında bir veya daha fazla sayıda Adım denen ve analizlerle ilgili bilgilerin verildiği alanlar vardır. Her adımda işlem tipi, doğrusal veya doğrusal olmayan çözüm yöntemlerine ait işlemler için kontrol parametreleri ve çıktı istekleri değerlendirilir.

2.1.1.1.2. Sonlu Eleman Tipi ve Ağı

ABAQUS el kitabında ve ince cidarlı kesitlere sahip elemanlarla ilgili yapılan çalışmalarda S4R ve S8R kabuk elemanın kompleks burkulma davranışı için ideal olabileceğinden sözedilmektedir (ABAQUS, 2005; Ellobody ve Young, 2005; Nandula, 1998). S4R elemanı, 4 düğüm noktalı, çift eğrilikli, indirgenmiş integrasyonlu bir eleman olup her düğüm noktasında altı serbestlik derecesi vardır. Genellikle ince cidarlı çubukları kabuk elemanla modellerken kalın kabuk elemanlara (kalınlığı karakteristik uzunluğunun 1/15'inden daha büyük olan kabuk elemanlar) ihtiyaç duyulduğundan bu elemanların benzetiminde önemli olan enine (transverse) kayma deformasyonlarına bu eleman müsaade etmektedir. S4R elemanı sonlu şekil değiştirmeyi de ele aldığından büyük şekil değiştirme analizleri için de uygundur. S8R elemanı ise 8 düğüm noktalı, çift eğrilikli, indirgenmiş integrasyonlu bir eleman olup her düğüm noktasında altı serbestlik derecesi vardır. Enine kayma deformasyonları her integrasyon noktasında hesaplanır. Deformasyon nedeni ile oluşan kalınlıktaki değişim bu elemanda ihmal edilir.

2.1.1.1.3. Sınır Şartları ve Yük Tatbiki

Kitipornchai ve Lee (1986) tarafından yapılan çalışmaya sadık kalarak modelde korniyerlerin uçları asal eksenler etrafında dönmeye ve yükün uygulandığı uçtaki boyuna yer değiştirmeye karşı serbest bırakılıp, boyuna eksen etrafında dönmeye ve diğer doğrultulardaki yer değiştirmelere karşı tutulmuştur.

Burkulmaya ait ikinci analizde yük, ABAQUS kütüphanesinde mevcut olan değiştirilmiş RIKS yöntemi kullanılarak artımlar halinde uygulanmıştır. RIKS yöntemi, burkulma sonrası (postbuckling) analizi gibi analizlerde bir yapının kararsız ve doğrusal olmayan geçmesini tahmin etmek için kullanılır. Bu yöntemde yük büyüklüğü ilave bir bilinmeyen olarak kabul edilir ve yüklerle birlikte deplasmanlar eş zamanlı olarak çözülür. Yük, uygulandığı uçta korniyerin merkezi yükünü verecek şekilde korniyer kollarının uçlarındaki ve kolların kesiştiği noktadaki üç düğüm noktasına uygun şekilde dağıtılarak tekil yük olarak uygulanır. Bu ikinci analizde büyük deplasmanları hesaba katmak için doğrusal olmayan geometri parametresi (NLGEOM) analize dahil edilmiştir. Özdeğer analizinde ise 1 kN'luk yük ikinci analizde olduğu gibi uygulanan uçtaki düğüm noktalarına tekil yük olarak tatbik edilmiştir.

2.1.1.1.4. Malzeme Modeli

Çeliğin mekanik özelliğini modellemek için basit bir “doğrusal elastik ideal plastik” gerilme-şekil değiştirme ilişkisi kullanılmıştır. ABAQUS, izotropik metaller için malzemenin akma koşulu olarak von Mises akma kriterini kullanır. Bu kritere göre akma yüzeyi pekleşme dikkate alınmadan göçme yüzeyi olarak alınır. Bu çalışmaya konu olan korniyerlere ait akma gerilmeleri modelin göçme yükünün belirlenmesinde kullanılmıştır.

2.1.1.1.5. İlkel Kusurların Modellenmesi

Yapısal elemanlar kusursuz düzlükte ve doğrulukta yüzeylere sahip olmayıp daima bir miktar eğriliğe sahiptirler. Burkulma yükünde bu eksantrisite çok büyük deformasyonlara sebep olur. Bu durum elemanın basınç mukavemetinde büyük miktarda düşüşe sebep olur. İlkel kusurların bu etkisi pek çok tasarım standartında doğrudan veya dolaylı olarak hesaba katılır. Sonlu eleman modelinde bu kusurlar modele ilkel bir eğrilik vererek uygulanan yük için yapay bir eksantrisite oluşturulmasıyla benzeştirilebilir. Bu eğrilik elemana ilkel geometrinin merkezdeki sapması eleman uzunluğunun $1/1760$ 'ı ($L/1760$) olan yarım sinüs dalgası şeklinde kabul edilmesi ile verilebilir (Adluri ve Madugula, 1996).

Göçme yüklerinin belirlenmesi için kullanılacak olan modeldeki düğüm noktaları koordinatları korniyerlerin bu ilkel eğriliklerini hesaba katacak şekilde hesaplanarak güncellenmiş ve modele dahil edilmişlerdir.

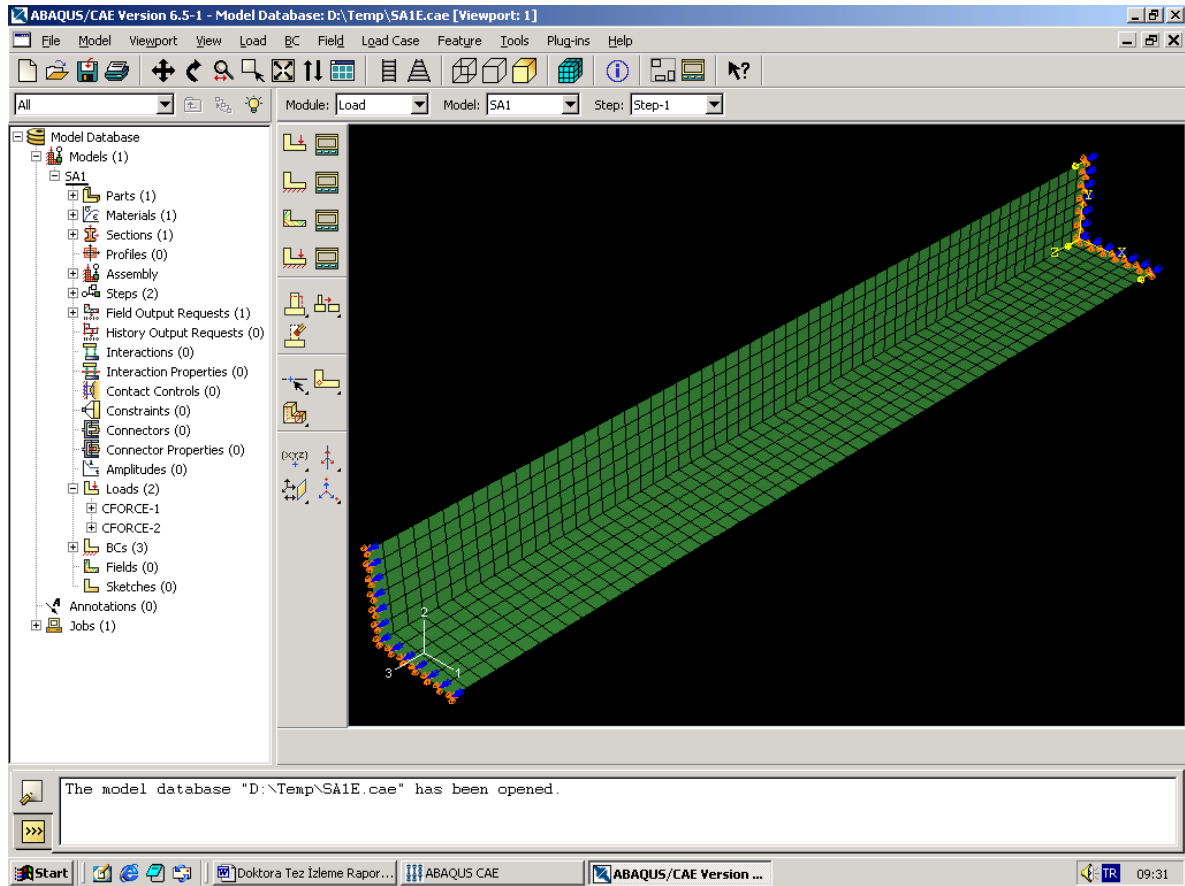
2.1.1.2. Sonlu Eleman Modelinin Oluşturulması

İlk olarak ABAQUS 6.5 sonlu eleman paket programı yardımıyla S4R ve S8R kabuk elemanlarından ve çeşitli sonlu eleman ağlarından oluşan modellerle Kitipornchai ve Lee'nin (1986) çalışmasındaki 7 adet tek parçalı eşit kollu korniyerler modellenerek özdeğer analizleri yapılmış ve yaklaşım çalışmalarına başlanmıştır. Bu çalışmada modellerin uçlarındaki hareketli yük 1 kN seçilerek özdeğer analizi ile belirlenen katsayının burkulma yükü olması sağlanmıştır. Yaklaşım çalışmaları sonucu elemanların Tablo 2.1'de verilen teorik kritik burkulma yüklerine en yakın yükleri veren model esas

model olarak seçilmiştir. Esas modelin S4R kabuk elemandan ve 10×10 mm boyutlarında elemanlardan oluşan sonlu eleman ağından oluşmasına karar verilmiştir. Bu model ile elde edilen kritik burkulma yükü (P_{cr}^{AB}) değerleri Tablo 2.2’de verilerek teorik sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Esas modelle modellenen SA1 korniyeri Şekil 2.1.’de verilmektedir.

Tablo 2.2. Teorik ve sonlu eleman elastik burkulma yüklerinin karşılaştırılması

Numune	P_{cr} (kN)	Teorik Burkulma Modu	P_{cr}^{AB} (kN)	Sonlu Eleman Burkulma Modu	P_{cr} / P_{cr}^{AB}	Hata, %
SA1-a,b	283.4	FT	276.6	FT	1.012	1.228
SA2-a,b	276.3	FT	273.1	FT	1.012	1.202
SA3-a,b	283.6	FT	278.4	FT	1.019	1.857
SA4-a,b	275.4	FT	274.8	FT	1.002	0.227
SA5-a,b	269.6	FT	272.3	FT	0.990	0.989
SA6-a,b	474.9	FT	469.9	FT	1.011	1.073
SA7-a,b	468.2	FT	467.1	FT	1.002	0.239

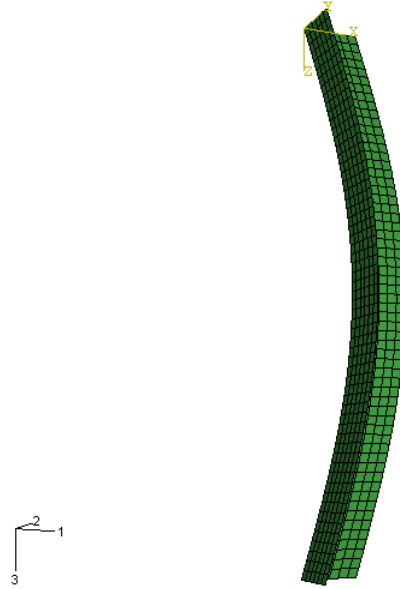


Şekil 2.1. Esas modelle modellenen SA1 korniyeri

Tablo 2.2'den de görüldüğü üzere sonlu eleman modelinden elde edilen elastik burkulma yükleri teorik yüklerle çok yakın çıkmıştır. Teorik elastik burkulma yükünün modelle tahmin edilmesindeki en büyük hata % 1.857 olup arzu edilen düzeydedir. Genel olarak model ile tahmin edilen elastik burkulma yüklerinin teorik yüklerden küçük olduğu da Tablo 2.2'den anlaşılmaktadır.

2.1.1.3. Sonlu Eleman Modeli ile Göçme Yüklerinin Belirlenmesi

Model oluşturulduktan sonra Kitipornchai ve Lee'nin (1986) çalışmasındaki eşit kollu korniyerler modellenerek bu korniyerlerin göçme yükleri tahmin edilmiş ve bu tahminler deney sonuçları ile karşılaştırılarak sonlu eleman modelinin doğruluğu araştırılmıştır. RIKS yöntemi ile burkulmaya ait ikinci analiz olan doğrusal olmayan yük-deplasman analizine geçmeden önce modellenen elemanların ilkel eğrilikleri modele verilmiştir. L/1760'lık bir ilkel eğriliğe maruz bırakılan SA1 korniyeri eğrilik 50 kat abartılarak Şekil 2.2'de verilmektedir.



Şekil 2.2. L/1760'lık ilkel eğriliğe sahip SA1 korniyerinin abartılı eğriliği

Modelin yük-deplasman analizi ile elde edilen göçme burkulma yükü (P_f^{AB}) değerleri Tablo 2.3'de verilerek deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Tablo 2.3. Deneysel ve sonlu eleman göçme burkulma yüklerinin karşılaştırılması

Numune	P_f (kN)	Deneysel Burkulma Modu	P_f^{AB} (kN)	Sonlu Eleman Burkulma Modu	P_{cr} / P_{cr}^{AB}	Hata, %
SA1-a,b	163	F	159.3	FT	1.023	2.270
SA2-a,b	169	F	157.3	FT	1.074	6.923
SA3-a,b	182	F	160.3	FT	1.135	11.923
SA4-a,b	167	F	158.2	FT	1.056	5.269
SA5-a,b	161	F	156.8	FT	1.027	2.609
SA6-a,b	295	F	270.6	FT	1.090	8.271
SA7-a,b	283	F	269.0	FT	1.052	4.947

Tablo 2.3.'den de görüldüğü üzere sonlu eleman modelinden elde edilen göçme burkulma yükleri deneysel yüklere çok yakın çıkmamıştır. Deneysel göçme burkulma yükünün modelle tahmin edilmesindeki hata en büyük % 11.923 olup arzu edilen düzeyin üzerindedir. Ancak diğer 6 elemandaki hataların kabul edilebilir düzeyde olduğu söylenebilirse de modelin geliştirilmesine olan ihtiyaç ortadadır. Model ile tahmin edilen göçme burkulma yüklerinin deneysel yüklerden küçük olduğu da Tablo 2.3'den anlaşılmaktadır.

2.1.2. Merkezi Yüklü Eşit ve Değişik Kollu Korniyerlerin Göçme Burkulma Yüklerinin Belirlenmesi

Merkezi yüklü eşit ve değişik kollu korniyerlerin göçme burkulma yüklerini çok iyi tahmin eden bir modelin kurulmasında yine Kitipornchai ve Lee (1986) çalışmasındaki korniyerlere ait veriler ve deneysel sonuçlar kullanılmıştır. Merkezi yüklü eşit kollu korniyerlerin göçme burkulma yüklerini tahmin etmek için belirlenen sonlu eleman modeli geliştirilerek 5 farklı sonlu eleman modeli kurulmuş ve burkulma analizleri yapıldıktan sonra korniyerlerin teorik burkulma yüklerini en fazla %1.0 hata ile tahmin eden model esas model olarak seçilmiştir.

İlk olarak, ABAQUS 6.5 sonlu eleman paket programı kullanılarak sözü edilen korniyerlerin teorik elastik burkulma yüklerine ve modlarına en yakın sonuçları vermesi beklenen 5 ayrı model üretilmiştir. Bu modellerin hepsinde eşit kollu korniyerler için belirlenen modelde olduğu gibi sonlu eleman olarak S4R kabuk eleman kullanılmıştır. Ayrıca literatürdeki korniyerlerin kabuk elemanlarla modellendiği çalışmalarda sonlu

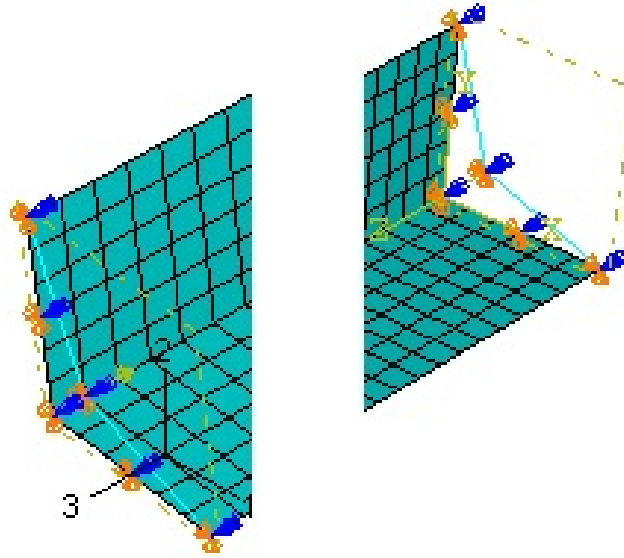
eleman ağının kenar uzunluğu 10 mm olan karelerle oluşturulduğu görülmüştür. Bu çalışmada da sonlu eleman ağı için aynı yaklaşım kullanılmıştır.

Bu çalışmada sınır şartları uygulanırken korniyerin enkesit düzleminde bulunan ve doğrultuları korniyerin birbirine dik kollarına paralel olan eksenlerden bahsederken “enine eksenler” tabiri, enkesit düzleminde dik doğrultudaki eksenden bahsederken “boyuna eksen” tabiri kullanılmıştır.

2.1.2.1. Model-1’in Oluşturulması

Bu modelde bütün korniyerlerin her iki ucunda “B31 beam” elemandan oluşan üçer adet rijit kiriş bulunmaktadır. Bu rijit kirişlerin bir uçları korniyer enkesitinin geometrik merkezinde çakışırken diğer uçları korniyer kollarına tatbik edilmiştir. Bu kirişlerin rijitliği elastisite modülleri ve atalet momentleri çok yüksek tutularak sağlanmıştır. Sınır şartları korniyer kollarının uçlarına ve rijit kirişlere uygulanmaktadır. Bu sınır şartları enine eksenler doğrultusundaki ve boyuna eksen etrafındaki yerdeğiştirmelere müsaade etmezken, diğer doğrultulardaki yerdeğiştirmelere müsaade etmektedir. Yükler korniyerin iki ucunda bulunan rijit kirişler vasıtasıyla korniyer merkezine etkimektedir. Bu modelle modellenen SA2 korniyeri Şekil 2.3’de verilmektedir.

Korniyerler için bu model ile elde edilen kritik burkulma yükü (P_{cr}^{AB}) değerleri Tablo 2.4’de verilerek teorik sonuçlarla karşılaştırılmıştır.



Şekil 2.3. Model-1 ile modellenen SA2’nin uç kısımları

Tablo 2.4. Model-1'e ait elastik burkulma yüklerinin teorik yüklerle karşılaştırılması

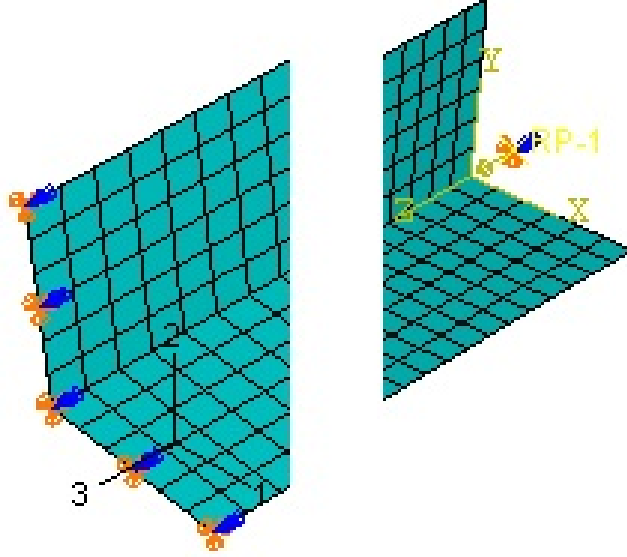
Numune	P_{cr} (kN)	Teorik Elastik Burkulma Modu	P_{cr}^{AB} (kN)	Sonlu Eleman Burkulma Modu	P_{cr} / P_{cr}^{AB}	Hata, %
SA1-a,b	283.4	FT	288.73	FT	0.982	1.881
SA2-a,b	276.3	FT	279.36	FT	0.989	1.107
SA3-a,b	283.6	FT	286.05	FT	0.991	0.864
SA4-a,b	275.4	FT	276.29	FT	0.997	0.323
SA5-a,b	269.6	FT	269.72	FT	1.000	0.045
SA6-a,b	474.9	FT	472.24	FT	1.006	0.560
SA7-a,b	468.2	FT	464.84	FT	1.007	0.718
SA8-a,b	214.5	FT	206.32	FT	1.040	3.814
SA9-a,b	151.1	FT	141.70	FT	1.066	6.221
SA10-a,b	176.9	FT	171.89	FT	1.029	2.832
SA11-a,b	132.6	FT	126.71	FT	1.046	4.442
SA12-a,b	342.6	FT	332.14	FT	1.031	3.053
SA13-a,b	253.1	FT	242.22	FT	1.045	4.299

Tablo 2.4'den de görüldüğü üzere sonlu eleman modelinden elde edilen elastik burkulma yükleri teorik yüklerle eşit kollu korniyerler için yakın çıkmakla birlikte değişik kollu korniyerler için aynı yakınlık sağlanamamıştır. Eşit kollu korniyerler için teorik elastik burkulma yükünün modelle tahmin edilmesindeki hata en büyük % 1.881 olup arzu edilen düzeye yakındır. Ancak, değişik kollu korniyerler için teorik elastik burkulma yükünün modelle tahmin edilmesindeki hata en büyük % 6.221 olup arzu edilen düzeyden oldukça uzaktır.

2.1.2.2. Model-2'nin Oluşturulması

Bu modelde her korniyerin yalnız bir ucunda referans noktası tanımlanmış olup bu nokta enkesitin geometrik merkezindedir. ABAQUS'teki "rigid body constraints" özelliği ile korniyerin referans noktası tanımlanan ucundaki kesit rijit kütle olarak belirlenmiş ve bu bölgenin sınır şartları ve yük durumu referans noktası yoluyla belirlenmiştir. Referans noktasının sınır şartları enine eksenler doğrultusundaki ve boyuna eksen etrafındaki yerdeğiştirmelere müsaade etmezken, diğer yerdeğiştirmelere müsaade etmektedir. Korniyerin diğer ucundaki kolların sınır şartları ise her üç eksen doğrultusundaki ve boyuna eksen etrafındaki yerdeğiştirmelere müsaade etmezken, diğerlerine müsaade etmektedir. Yük korniyerin bir ucunda bulunan referans noktası vasıtasıyla korniyer merkezine etkimektedir. Bu modelle modellenen SA2 korniyeri Şekil 2.4'de verilmektedir.

Korniyerler için bu model ile elde edilen kritik burkulma yükü (P_{cr}^{AB}) değerleri Tablo 2.5’de verilerek teorik sonuçlarla karşılaştırılmıştır.



Şekil 2.4. Model-2 ile modellenen SA2'nin uç kısımları

Tablo 2.5. Model-2'ye ait elastik burkulma yüklerinin teorik yüklerle karşılaştırılması

Numune	P_{cr} (kN)	Teorik Elastik Burkulma Modu	P_{cr}^{AB} (kN)	Sonlu Eleman Burkulma Modu	P_{cr} / P_{cr}^{AB}	Hata, %
SA1-a,b	283.4	FT	284.53	FT	0.996	0.399
SA2-a,b	276.3	FT	280.47	FT	0.985	1.509
SA3-a,b	283.6	FT	286.28	FT	0.991	0.945
SA4-a,b	275.4	FT	281.98	FT	0.977	2.389
SA5-a,b	269.6	FT	279.03	FT	0.966	3.498
SA6-a,b	474.9	FT	482.68	FT	0.984	1.638
SA7-a,b	468.2	FT	479.01	FT	0.977	2.309
SA8-a,b	214.5	FT	257.47	FT	0.833	20.033
SA9-a,b	151.1	FT	226.68	FT	0.667	50.020
SA10-a,b	176.9	FT	220.87	FT	0.801	24.856
SA11-a,b	132.6	FT	193.27	FT	0.686	45.754
SA12-a,b	342.6	FT	415.10	FT	0.825	21.162
SA13-a,b	253.1	FT	372.41	FT	0.680	47.139

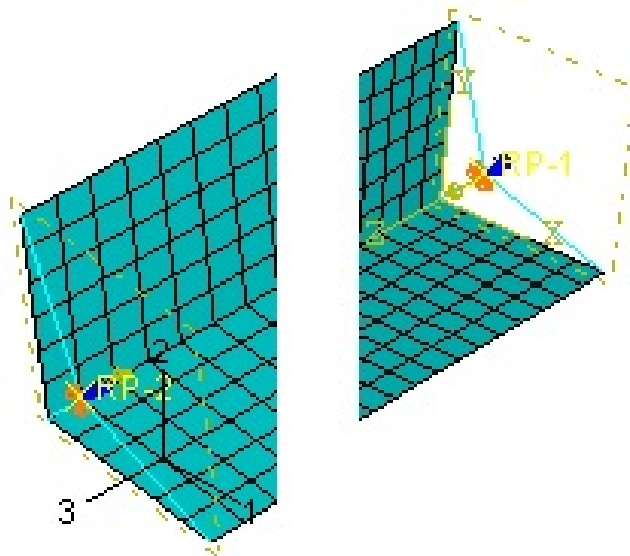
Tablo 2.5’den de görüldüğü üzere sonlu eleman modelinden elde edilen elastik burkulma yükleri teorik yüklerle eşit kollu korniyerler için yakın çıkmakla birlikte değişik kollu korniyerler için oldukça uzak çıkmaktadır. Eşit kollu korniyerler için teorik elastik burkulma yükünün modelle tahmin edilmesindeki hata en büyük % 3.498 olup arzu edilen

düzeyin bir miktar uzağındadır. Ancak, değişik kollu korniyerler için teorik elastik burkulma yükünün modelle tahmin edilmesindeki hata en büyük % 50.020 olup arzu edilen düzeyden aşırı derecede uzaktır.

2.1.2.3. Model-3'ün Oluşturulması

Bu modelde bütün korniyerlerin her iki ucunda “B31 beam” elemandan oluşan üçer adet rijit kiriş ve birer adet referans noktası tanımlanmıştır. Bu rijit kirişlerin bir uçları korniyer enkesinin geometrik merkezinde çakışırken diğer uçları korniyer kollarına tatbik edilmiştir. Bu kirişlerin rijitliği elastisite modülleri ve atalet momentleri çok yüksek tutularak sağlanmıştır. Tanımlanan referans noktaları enkesinin geometrik merkezindedir. ABAQUS'teki “rigid body constraints” özelliği ile korniyerin her iki ucundaki rijit kirişler rijit kütle olarak belirlenmiş ve bu bölgelerin sınır şartları ve yük durumları referans noktaları yoluyla belirlenmiştir. Referans noktalarının sınır şartları enine eksenler doğrultusundaki ve boyuna eksen etrafındaki yerdeğişirmelere müsaade etmezken, diğer yerdeğişirmelere müsaade etmektedir. Yükler korniyerin her iki ucunda bulunan referans noktaları vasıtasıyla korniyer merkezine etkimektedir. Bu modelle modellenen SA2 korniyeri Şekil 2.5'de verilmektedir.

Korniyerler için bu model ile elde edilen kritik burkulma yükü (P_{cr}^{AB}) değerleri Tablo 2.6'da verilerek teorik sonuçlarla karşılaştırılmıştır.



Şekil 2.5. Model-3 ile modellenen SA2'nin uç kısımları

Tablo 2.6. Model-3'e ait elastik burkulma yüklerinin teorik yüklerle karşılaştırılması

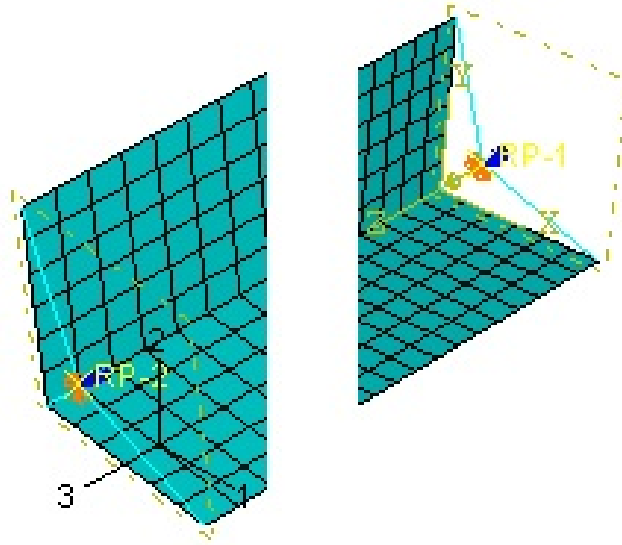
Numune	P_{cr} (kN)	Teorik Elastik Burkulma Modu	P_{cr}^{AB} (kN)	Sonlu Eleman Burkulma Modu	P_{cr} / P_{cr}^{AB}	Hata, %
SA1-a,b	283.4	FT	286.46	FT	0.989	1.080
SA2-a,b	276.3	FT	277.67	FT	0.995	0.496
SA3-a,b	283.6	FT	284.14	FT	0.998	0.190
SA4-a,b	275.4	FT	274.91	FT	1.002	0.178
SA5-a,b	269.6	FT	268.60	FT	1.004	0.371
SA6-a,b	474.9	FT	469.66	FT	1.011	1.103
SA7-a,b	468.2	FT	462.60	FT	1.012	1.196
SA8-a,b	214.5	FT	209.09	FT	1.026	2.522
SA9-a,b	151.1	FT	144.90	FT	1.043	4.103
SA10-a,b	176.9	FT	173.48	FT	1.020	1.933
SA11-a,b	132.6	FT	128.69	FT	1.030	2.949
SA12-a,b	342.6	FT	335.76	FT	1.020	1.996
SA13-a,b	253.1	FT	246.86	FT	1.025	2.465

Tablo 2.6'dan da görüldüğü üzere sonlu eleman modelinden elde edilen elastik burkulma yükleri teorik yüklerle eşit kollu korniyerler için oldukça yakın çıkmakla birlikte değişik kollu korniyerler için aynı yakınlık sağlanamamıştır. Eşit kollu korniyerler için teorik elastik burkulma yükünün modelle tahmin edilmesindeki hata en büyük % 1.196 olup arzu edilen düzeye yakındır. Ancak, değişik kollu korniyerler için teorik elastik burkulma yükünün modelle tahmin edilmesindeki hata en büyük % 4.103 olup arzu edilen düzeyden uzaktır

2.1.2.4. Model-4'ün Oluşturulması

Bu modelde Model-3'den farklı olarak korniyerin bir ucundaki referans noktasının sınır şartları enine eksenler doğrultusundaki ve boyuna eksen etrafındaki yerdeğiştirmelere müsaade etmezken, diğer yerdeğiştirmelere müsaade etmektedir. Korniyerin diğer ucundaki referans noktasının sınır şartları ise her üç eksen doğrultusundaki ve boyuna eksen etrafındaki yerdeğiştirmeye müsaade etmezken, diğer yerdeğiştirmelere müsaade etmektedir. Yük, boyuna eksen doğrultusundaki yerdeğiştirmesine izin verilen referans noktası vasıtasıyla korniyer merkezine etkimektedir. Modellenen SA2 korniyeri Şekil 2.6'da verilmektedir.

Korniyerler için bu model ile elde edilen kritik burkulma yükü (P_{cr}^{AB}) değerleri Tablo 2.7'de verilerek teorik sonuçlarla karşılaştırılmıştır.



Şekil 2.6. Model-4 ile modellenen SA2'nin uç kısımları

Tablo 2.7. Model-4'e ait elastik burkulma yüklerinin teorik yüklerle karşılaştırılması

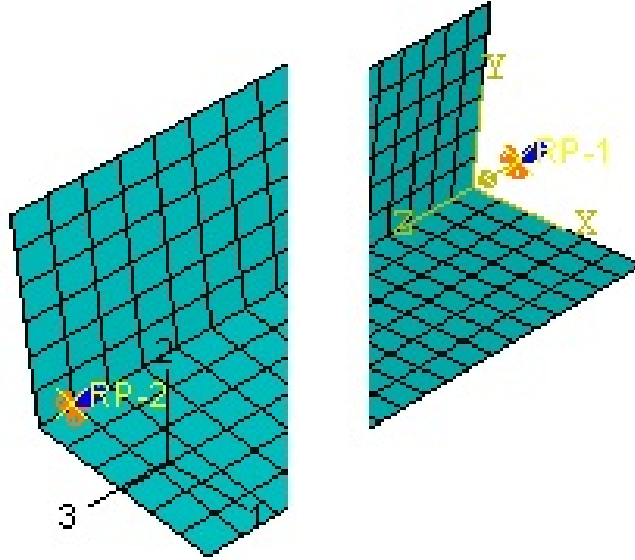
Numune	P_{cr} (kN)	Teorik Elastik Burkulma Modu	P_{cr}^{AB} (kN)	Sonlu Eleman Burkulma Modu	P_{cr} / P_{cr}^{AB}	Hata, %
SA1-a,b	283.4	FT	286.46	FT	0.989	1.080
SA2-a,b	276.3	FT	277.67	FT	0.995	0.496
SA3-a,b	283.6	FT	284.14	FT	0.998	0.190
SA4-a,b	275.4	FT	274.91	FT	1.002	0.178
SA5-a,b	269.6	FT	268.60	FT	1.004	0.371
SA6-a,b	474.9	FT	469.66	FT	1.011	1.103
SA7-a,b	468.2	FT	462.60	FT	1.012	1.196
SA8-a,b	214.5	FT	209.09	FT	1.026	2.522
SA9-a,b	151.1	FT	144.90	FT	1.043	4.103
SA10-a,b	176.9	FT	173.48	FT	1.020	1.933
SA11-a,b	132.6	FT	128.69	FT	1.030	2.949
SA12-a,b	342.6	FT	335.76	FT	1.020	1.996
SA13-a,b	253.1	FT	246.86	FT	1.025	2.465

Tablo 2.7.'den de görüldüğü üzere bu modelle elde edilen sonuçlar Model-3 ile elde edilenlerle aynıdır.

2.1.2.5. Model-5'in Oluşturulması

Bu modelde korniyerlerin her iki ucunda da referans noktası tanımlanmış olup bu noktalar enkesitin geometrik merkezindedir. ABAQUS'teki "rigid body constraints"

özelliği ile korniyerin her iki ucundaki kesitler rijit kütle olarak belirlenmiş ve bu bölgenin sınır şartları ve yük durumu referans noktaları yoluyla belirlenmiştir. Korniyerin bir ucundaki referans noktasının sınır şartları enine eksenler doğrultusundaki ve boyuna eksen etrafındaki yerdeğiştirmelere müsaade etmezken, diğer yerdeğiştirmelere müsaade etmektedir. Korniyerin diğer ucundaki referans noktasının sınır şartları ise her üç eksen doğrultusundaki ve boyuna eksen etrafındaki yerdeğiştirmeye müsaade etmezken, diğer yerdeğiştirmelere müsaade etmektedir. Yük, boyuna eksen doğrultusundaki yerdeğiştirmesine izin verilen referans noktası vasıtasıyla korniyer merkezine etkimektedir. Bu modelle modellenen SA2 korniyeri Şekil 2.7’de verilmektedir.



Şekil 2.7. Model-5 ile modellenen SA2'nin uç kısımları

Korniyerler için bu model ile elde edilen kritik burkulma yükü (P_{cr}^{AB}) değerleri Tablo 2.8’de verilerek teorik sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Tablo 2.8’den de görüldüğü üzere sonlu eleman modelinden elde edilen elastik burkulma yükleri teorik yüklere hem eşit kollu korniyerler hem de değişik kollu korniyerler için neredeyse aynı derecede yakın çıkmaktadır. Diğer taraftan bütün korniyerler için bu modelle tahmin edilen değerler teorik değerlerden küçük çıkmaktadır. Eşit kollu korniyerler için teorik elastik burkulma yükünün modelle tahmin edilmesindeki hata % 2.433 ile % 3.085 arasında olup arzu edilen düzeyin biraz uzağında, değişik kollu korniyerler için teorik elastik burkulma yükünün modelle tahmin edilmesindeki hata ise % 2.896 ile % 4.507 arasında olup arzu edilen düzeyin uzağında çıkmaktadır.

Tablo 2.8. Model-5'e ait elastik burkulma yüklerinin teorik yüklerle karşılaştırılması

Numune	P_{cr} (kN)	Teorik Elastik Burkulma Modu	P_{cr}^{AB} (kN)	Sonlu Eleman Burkulma Modu	P_{cr} / P_{cr}^{AB}	Hata, %
SA1-a,b	283.4	FT	276.00	FT	1.027	2.611
SA2-a,b	276.3	FT	269.14	FT	1.027	2.591
SA3-a,b	283.6	FT	276.39	FT	1.026	2.542
SA4-a,b	275.4	FT	268.61	FT	1.025	2.466
SA5-a,b	269.6	FT	263.04	FT	1.025	2.433
SA6-a,b	474.9	FT	460.25	FT	1.032	3.085
SA7-a,b	468.2	FT	453.95	FT	1.031	3.044
SA8-a,b	214.5	FT	205.81	FT	1.042	4.051
SA9-a,b	151.1	FT	144.29	FT	1.047	4.507
SA10-a,b	176.9	FT	170.73	FT	1.036	3.488
SA11-a,b	132.6	FT	127.73	FT	1.038	3.673
SA12-a,b	342.6	FT	331.69	FT	1.033	3.184
SA13-a,b	253.1	FT	245.77	FT	1.030	2.896

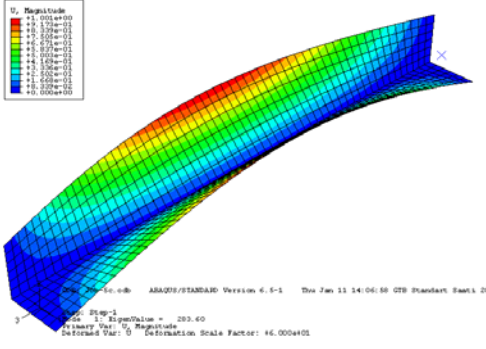
2.1.2.6. Sonlu Eleman Modeline Karar Verilmesi

Korniyerlerinin göçme yüklerinin tahmin edileceği modelle belirlenen hem eşit kollu, hem de değişik kollu korniyerlerin elastik burkulma yüklerinin bu korniyerlerin teorik burkulma yüklerine çok yakın sonuçlar vermesi gerekmektedir. Oluşturulan modellerle korniyerlerin teorik burkulma yüklerinin tahmininde yapılan mutlak hataların istatistiki değerleri Tablo 2.9'da verilmektedir.

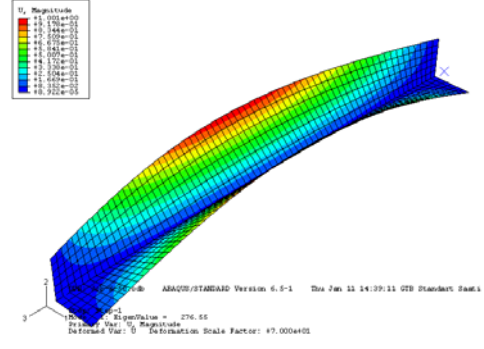
Tablo 2.9. Modellerle yapılan tahminlerdeki hataların istatistiki analizi

Model	Eşit Kollu Korniyerler		Değişik Kollu Korniyerler		Hataların Ortalaması, %	Hataların Varyansı, %
	Minimum Hata, %	Maksimum Hata, %	Minimum Hata, %	Maksimum Hata, %		
Model-1	0.045	1.881	2.832	6.221	2.32	3.77
Model-2	0.399	3.498	20.033	50.020	17.05	377.88
Model-3	0.178	1.196	1.933	4.103	1.58	1.45
Model-4	0.178	1.196	1.933	4.103	1.58	1.45
Model-5	2.433	3.085	2.896	4.507	3.12	0.42

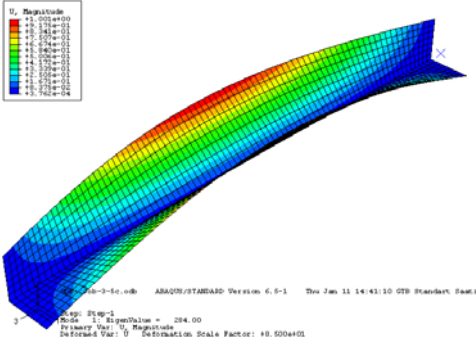
Model-5, hata varyansı en küçük olan model olup % 5'in altında hata vermesi ve hata ortalaması en fazla % 4 olması nedeniyle seçilmiştir. Bütün korniyer elemanların Model-5'e göre elde edilen 1. burkulma modları Şekil 2.8 ve Şekil 2.9'da verilmektedir.



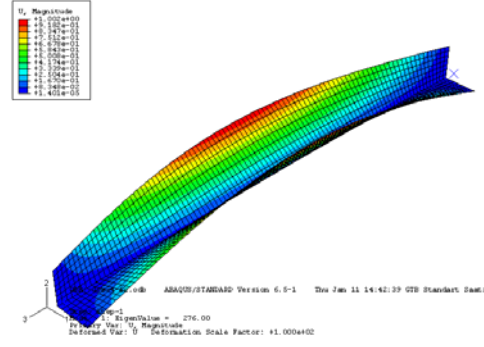
a. SA1'in 1.burkulma modu



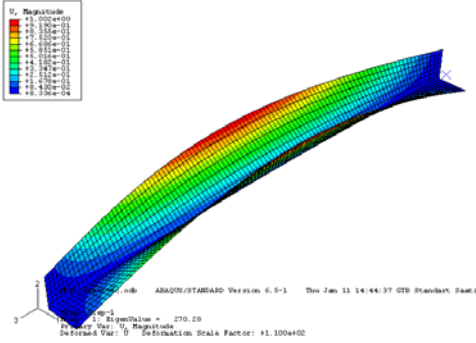
b. SA2'nin 1.burkulma modu



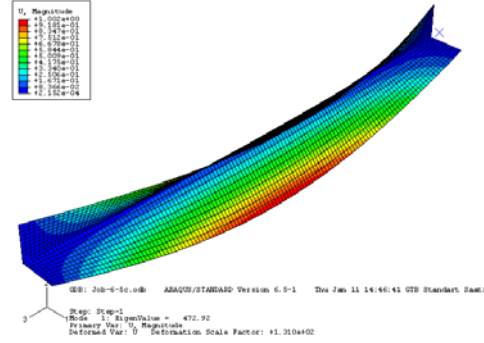
c. SA3'ün 1.burkulma modu



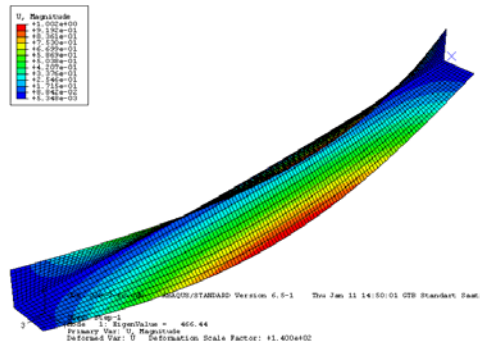
d. SA4'ün 1.burkulma modu



e. SA5'in 1.burkulma modu

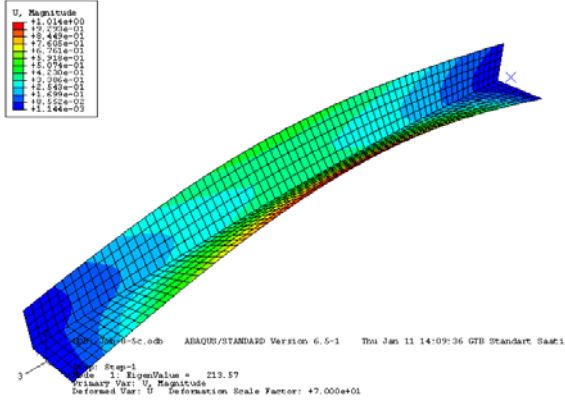


f. SA6'nin 1.burkulma modu

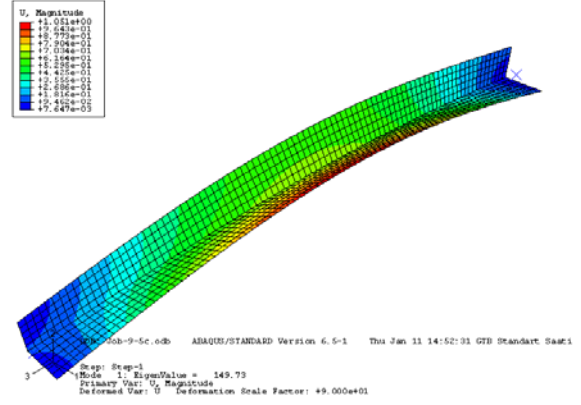


g. SA7'nin 1.burkulma modu

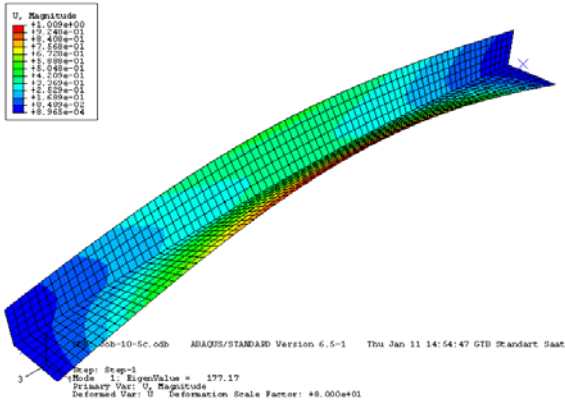
Şekil 2.8. Eşit kollu korniyerlerin 1. burkulma modları



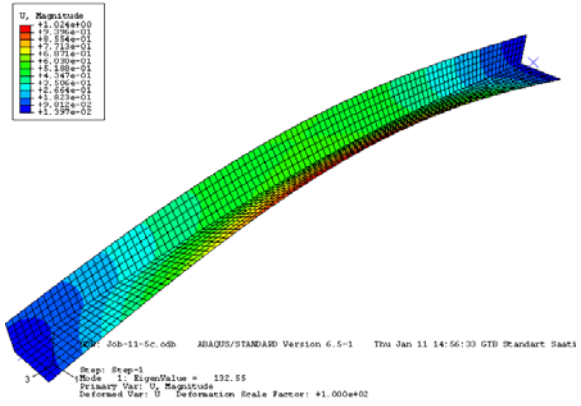
a. SA8'in 1.burkulma modu



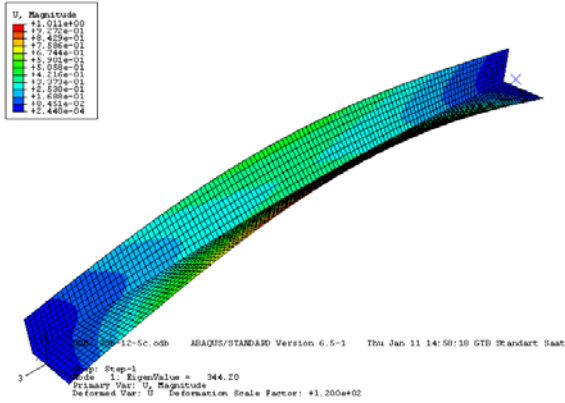
b. SA9'un 1.burkulma modu



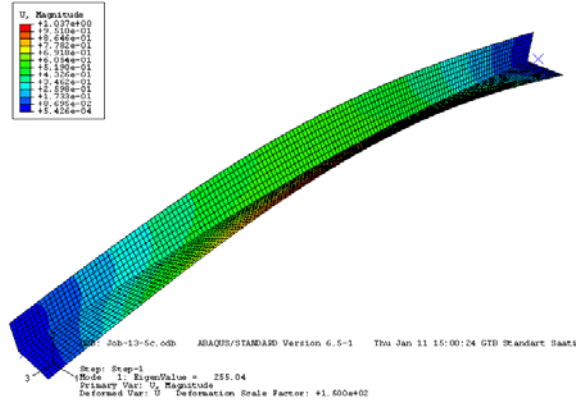
c. SA10'un 1.burkulma modu



d. SA11'in 1.burkulma modu



e. SA12'nin 1.burkulma modu



f. SA13'ün 1.burkulma modu

Şekil 2.9. Değişik kollu korniyerlerin 1. burkulma modları

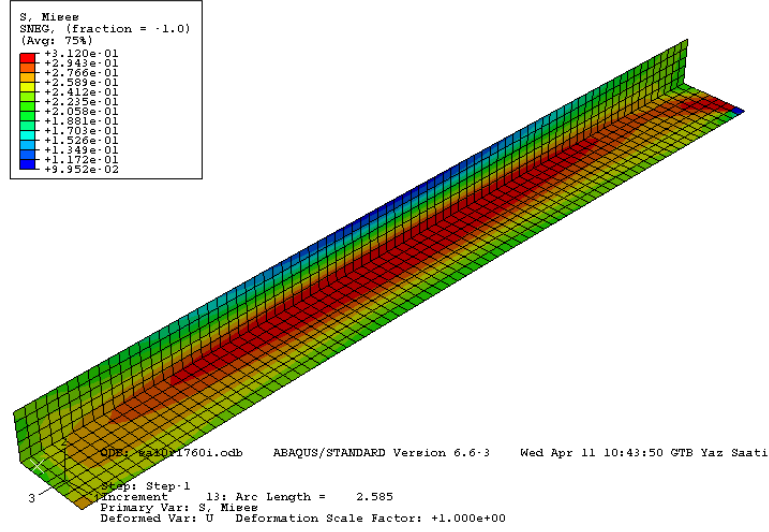
2.1.2.7. Sonlu Eleman Modeli ile Göçme Yüklerinin Belirlenmesi

Model-5 ile Kitipornchai ve Lee'nin (1986) çalışmasındaki korniyerlerin göçme yükleri tahmin edilmiş ve bu tahminler deney sonuçları ile karşılaştırılarak sonlu eleman modelinin doğruluğu araştırılmıştır. RIKS yöntemi ile burkulmaya ait ikinci analiz olan doğrusal olmayan yük-deplasman analizine geçmeden önce her korniyer için $L/1760$ 'lık ilkel eğrilik modele verilmiştir. Modelin yük-deplasman analizi ile elde edilen göçme burkulma yükü (P_f^{AB}) değerleri Tablo 2.10'da verilerek deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Örnek bir göçme modu olarak SA10 elemanın göçme modu Şekil 2.10'da ve bu elemanın yük-boyuna deformasyon eğrisi Şekil 2.11'de verilmektedir.

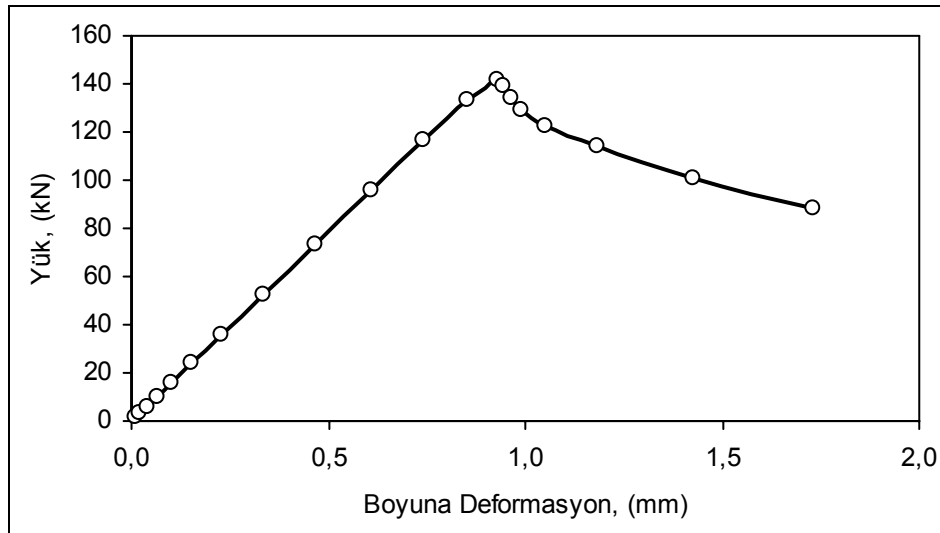
Tablo 2.10. Modelden ve deneyden elde edilen göçme yüklerinin karşılaştırılması

Numune	P_f (kN)	Deneysel Burkulma Modu	P_f^{AB} (kN)	Sonlu Eleman Burkulma Modu	Boyuna Kısalma, e^{AB} (mm)	P_f / P_f^{AB}
SA1-a,b	163	F	172.4	F	0.85	0.945
SA2-a,b	169	F	167.5	F	0.98	1.009
SA3-a,b	182	F	203.5	F	1.15	0.894
SA4-a,b	167	F	192.5	F	1.32	0.868
SA5-a,b	161	F	181.5	F	1.37	0.887
SA6-a,b	295	F	312.6	F	1.64	0.944
SA7-a,b	283	F	303.5	F	1.70	0.932
SA8-a,b	141	FT	134.4	FT	0.92	1.049
SA9-a,b	135	FT	111.8	FT	1.10	1.208
SA10-a,b	143	FT	142.0	FT	0.93	1.007
SA11-a,b	123	FT	111.9	FT	1.23	1.099
SA12-a,b	277	FT	257.9	FT	1.47	1.074
SA13-a,b	190	FT	207.5	FT	1.74	0.916
					Ortalama	0.987
					Varyans	0.010

Tablo 2.10'dan da görüldüğü üzere sonlu eleman modelinden elde edilen göçme burkulma yükleri deneysel göçme yüklerine yakın çıkmıştır. Deneysel göçme yükünün modelle tahmin edilen göçme yüküne oranının ortalama değeri 0.987 ve varyansı 0.010 olup arzu edilen düzeye yakındır. Bu sonuçlardan anlaşıldığı üzere göçme yüklerini iyi bir yaklaşıklıkla tahmin eden bu modelle merkezi yüklü korniyerler için parametrik çalışma gerçekleştirilebilir.



Şekil 2.10. SA10 elemanın göçme modu



Şekil 2.11. SA10 elemanın yük-deformasyon eğrisi

2.1.2.8. Parametrik Çalışma ve TS 648'e Göre Korniyelerin Merkezi Yük Taşıma Kapasiteleri

Bu bölümde parametrik çalışmayı gerçekleştirmek amacıyla narinliği (λ) 60.2 ile 171 arasında ve kol genişliğinin cidar kalınlığına oranı (w/t) 6.7 ile 15.8 arasında değişen ve 6 farklı kesitten oluşan merkezi yüklü ve mafsal uçlu 23 adet eşit kollu korniyerin göçme yükleri belirlenen modelle tahmin edilmiş ve TS 648'in bu korniyeler için önerdiği merkezi yük taşıma kapasiteleri ile karşılaştırılmıştır. Parametrik çalışmaya konu olan bütün korniyelerin elastisite modülleri 199.95 GPa'dır. Tablo 2.11'de korniyelerin

geometri ve malzeme özellikleri ile birlikte modelle tahmin edilen göçme yükleri ve uzama değerleri verilmektedir.

Tablo 2.11. Korniyerlerin geometri ve malzeme özellikleri ve modelle tahmin edilen göçme yükleri

Numune No	B ₁	B ₂	t	Etkili Uzunluk, L	Narinlik Oranı, λ	w/t	F _y (MPa)	P _f ^{AB} (kN)	e ^{AB} (mm)	Göçme Modu
302E	127	127	9.5	2134	84.9	13.4	380	519.1	3.33	F
303A	76	76	4.8	915	60.6	15.8	335	205.7	1.44	F
303B	76	76	4.8	1213	80.3	15.8	335	163.3	1.74	F
303C	76	76	4.8	1520	100.6	15.8	335	116.6	2.01	F
303D	76	76	4.8	1824	120.8	15.8	335	85.1	2.22	F
303E	76	76	4.8	2129	141.0	15.8	335	63.8	2.85	F
304B	102	102	7.9	1215	60.2	12.9	349	467.1	2.02	F
304C	102	102	7.9	1524	75.5	12.9	349	391.2	2.24	F
304D	102	102	7.9	1824	90.4	12.9	349	309.3	2.50	F
304E	102	102	7.9	2129	105.5	12.9	349	238.2	2.60	F
305C	102	102	9.5	1522	75.8	10.7	311	435.2	2.11	F
305D	102	102	9.5	1828	91.0	10.7	311	346.4	2.40	F
305E	102	102	9.5	2129	106.0	10.7	311	275	2.57	F
306A	76	76	13	915	61.8	6.0	411	566.1	1.66	F
306B	76	76	13	1214	82.1	6.0	411	404.2	2.01	F
306C	76	76	13	1521	102.8	6.0	411	301.5	1.97	F
306D	76	76	13	1825	123.4	6.0	411	196.5	3.30	F
306E	76	76	13	2134	144.2	6.0	411	147.3	3.11	F
307A	64	64	9.5	915	73.3	6.7	331	274.2	1.34	F
307B	64	64	9.5	1214	97.3	6.7	331	185.4	1.43	F
307C	64	64	9.5	1521	121.9	6.7	331	127.1	1.92	F
307D	64	64	9.5	1827	146.4	6.7	331	90.4	2.54	F
307E	64	64	9.5	2134	171.0	6.7	331	66.8	2.46	F

Parametrik çalışma ile göçme yükleri tahmin edilen ve daha önce Kitipornchai ve Lee'nin (1986) çalışmasında göçme yükleri belirlenen toplam 36 adet korniyer için TS 648'e göre belirlenen merkezi yük taşıma kapasitesi (S) değerleri Tablo 2.12'de verilerek karşılaştırmaları yapılmıştır. Tablo 2.12'de P_g, Kitipornchai ve Lee'nin (1986) çalışmasındaki korniyerlerin deneysel göçme yüklerini ve parametrik çalışmaya konu olan korniyerlerin sonlu eleman modeli ile tahmin edilen göçme yüklerini ifade etmektedir.

Tablo 2.12'den de görüleceği üzere TS 648 ile belirlenen korniyerlerin merkezi yük taşıma kapasiteleri deneysel çalışmadan elde edilen ve modelle tahmin edilen göçme yüklerinin tamamından büyük olup S/P_g oranı 0.39 ile 0.53 arasında değişmektedir. Ayrıca

S/P_g oranının ortalama değeri 0.47 olup 0.0015'lik varyansa sahiptir. Buradan çıkan sonuç TS 648'in korniyerlerin merkezi yük taşıma kapasiteleri için ortalama 2 kat fazla değer önerdiği yani aşırı emniyetli değerler verdiğiidir.

Tablo 2.12. Korniyerlerin TS 648'e göre hesaplanan merkezi yük taşıma kapasitesileri

Numune	F _y (MPa)	λ _p	n	σ _{bem} (MPa)	σ _{çem} (MPa)	ω	P _g (kN)	S (kN)	S/P _g
SA1-a,b	307	117.3	1.97	143.7	184.2	1.28	163.0	85.9	0.53
SA2-a,b	307	117.3	2.04	134.2	184.2	1.37	169.0	80.3	0.48
SA3-a,b	298	119.1	2.05	129.4	178.8	1.38	182.0	97.1	0.53
SA4-a,b	298	119.1	2.13	118.1	178.8	1.51	167.0	88.6	0.53
SA5-a,b	298	119.1	2.19	110.7	178.8	1.62	161.0	83.0	0.52
SA6-a,b	275	123.9	2.11	112.0	165.0	1.47	295.0	145.4	0.49
SA7-a,b	275	123.9	2.14	107.5	165.0	1.53	283.0	139.5	0.49
SA8-a,b	295	119.7	2.11	120.2	177.0	1.47	141.0	63.3	0.45
SA9-a,b	295	119.7	2.26	100.2	177.0	1.77	135.0	52.8	0.39
SA10-a,b	312	116.4	2.19	116.2	187.2	1.61	143.0	68.7	0.48
SA11-a,b	312	116.4	2.33	95.1	187.2	1.97	123.0	56.3	0.46
SA12-a,b	296	119.5	2.18	111.0	177.6	1.60	277.0	121.7	0.44
SA13-a,b	296	119.5	2.32	91.2	177.6	1.95	190.0	100.1	0.53
302E	380	101.9	2.38	104.1	228.0	2.19	519.1	241.8	0.43
303A	335	108.5	2.14	132.5	201.0	1.52	205.7	93.6	0.44
303B	335	108.5	2.31	105.5	201.0	1.91	163.3	74.5	0.47
303C	335	108.5	2.45	77.9	201.0	2.58	116.6	55.0	0.47
303D	335	108.5	2.5	54.1	201.0	3.71	85.1	38.2	0.46
303E	335	108.5	2.5	39.7	201.0	5.06	63.8	28.1	0.47
304B	349	106.3	2.14	136.7	209.4	1.53	467.1	211.8	0.47
304C	349	106.3	2.28	114.4	209.4	1.83	391.2	177.3	0.39
304D	349	106.3	2.40	93.0	209.4	2.25	309.3	144.0	0.45
304E	349	106.3	2.50	71.0	209.4	2.95	238.2	110.0	0.45
305C	311	112.7	2.25	107.1	186.6	1.74	435.2	198.0	0.41
305D	311	112.7	2.36	88.6	186.6	2.11	346.4	163.8	0.47
305E	311	112.7	2.46	70.4	186.6	2.65	275.0	130.1	0.51
306A	411	98.0	2.21	149.1	246.6	1.65	566.1	263.8	0.41
306B	411	98.0	2.39	111.8	246.6	2.21	404.2	197.8	0.50
306C	411	98.0	2.5	74.7	246.6	3.30	301.5	132.1	0.47
306D	411	98.0	2.5	51.9	246.6	4.75	196.5	91.8	0.47
306E	411	98.0	2.5	37.9	246.6	6.50	147.3	67.1	0.49
307A	331	109.2	2.25	114.2	198.6	1.74	274.2	128.5	0.44
307B	331	109.2	2.43	82.2	198.6	2.42	185.4	92.5	0.53
307C	331	109.2	2.5	53.1	198.6	3.74	127.1	59.8	0.50
307D	331	109.2	2.5	36.8	198.6	5.40	90.4	41.4	0.49
307E	331	109.2	2.5	27.0	198.6	7.36	66.8	30.4	0.47
								Ortalama	0.47
								Varyans	0.0015

2.1.3. Eksantrik Yüklü Eşit ve Değişik Kollu Korniyerlerin Göçme Burkulma Yüklerinin Belirlenmesi

Değişik mesnet şartlarına sahip eksantrik yüklü değişik ve eşit kollu korniyerlerin yük taşıma kapasitelerini tahmin etmek için en son belirlenen sonlu eleman modelinin geliştirilmesine ihtiyaç duyulmuştur. Bunun için son modelden yararlanılarak 14 farklı sonlu eleman modeli üzerinde durulmuştur. Adluri and Madugula (1996) tarafından merkezi yük altında test edilen uç mafsallı, narinliği 68 ile 188 arasında değişen 22 adet tek parçalı eşit kollu korniyere ait deneysel sonuçlar oluşturulan modellerin doğruluğunu kontrol etmek için kullanılmıştır. Bu tip korniyerlere ait deney düzeneği Şekil 2.12’de, bu korniyerlerin geometrik ve malzeme özellikleri ile test sonuçları Tablo 2.13’de verilmektedir. Tablo 2.13’de r korniyerin yuvarlatılmış köşesinin yarıçapını, KL/r_z narinliği, F_y malzemenin akma gerilmesini ve P_f test göçme yükünü vermektedir.



Şekil 2.12. Aksenal basınç yükü altında test edilen uç mafsallı korniyerlere ait deney düzeneği. (Liu ve Hui, 2010)

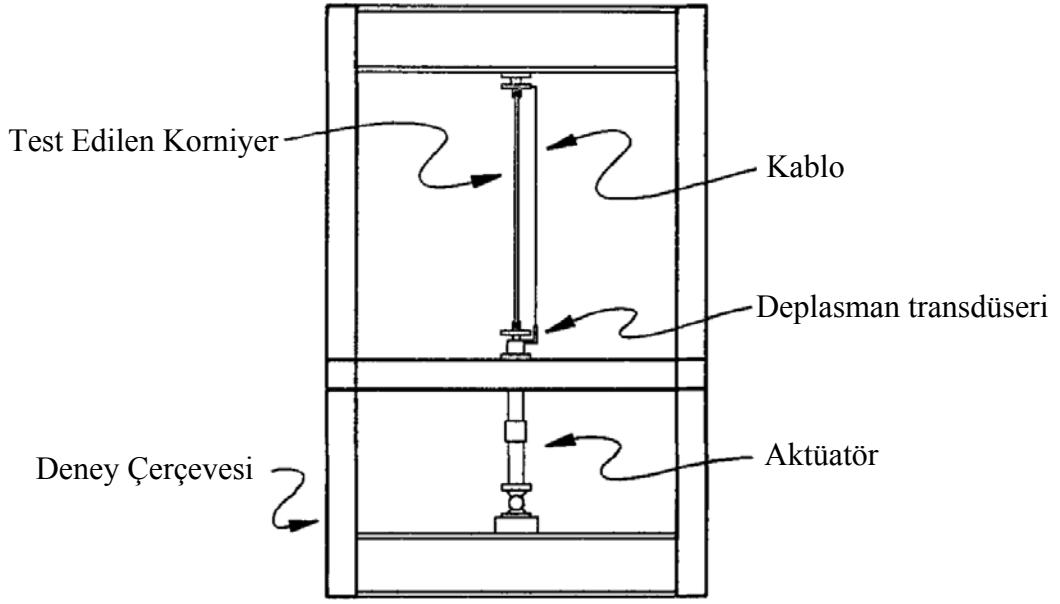
Tablo 2.13. Adluri and Madugula'nın (1996) deneysel çalışmasına ait veriler

Numune	Anma Ebadı (mm)	r (mm)	Uzunluk (mm)	KL/r _z	w/t	F _y (MPa)	P _f (kN)
302E	127×127×9.5	12.7	2134	92.0	13.6	380	557
303A	76×76×4.8	7.9	915	72.8	16.4	335	212
303B	76×76×4.8	7.9	1213	92.6	16.4	335	157
303C	76×76×4.8	7.9	1520	113.0	16.4	335	117
303D	76×76×4.8	7.9	1824	133.2	16.4	335	83
303E	76×76×4.8	7.9	2129	153.5	16.4	335	60
304B	102×102×7.9	9.5	1215	68.8	13.4	349	450
304C	102×102×7.9	9.5	1524	84.0	13.4	349	453
304D	102×102×7.9	9.5	1824	98.8	13.4	349	321
304E	102×102×7.9	9.5	2129	113.8	13.4	349	246
305C	102×102×9.5	9.5	1522	85.8	10.8	311	487
305D	102×102×9.5	9.5	1828	101.2	10.8	311	352
305E	102×102×9.5	9.5	2129	116.4	10.8	311	255
306B	76×76×12.7	7.9	1214	93.5	6.2	411	399
306C	76×76×12.7	7.9	1521	114.1	6.2	411	282
306D	76×76×12.7	7.9	1825	134.4	6.2	411	194
306E	76×76×12.7	7.9	2134	155.2	6.2	411	137
307A	64×64×9.5	6.4	915	89.1	6.9	331	290
307B	64×64×9.5	6.4	1214	113.4	6.9	331	173
307C	64×64×9.5	6.4	1521	138.4	6.9	331	119
307D	64×64×9.5	6.4	1827	163.2	6.9	331	84
307E	64×64×9.5	6.4	2134	188.2	6.9	331	64

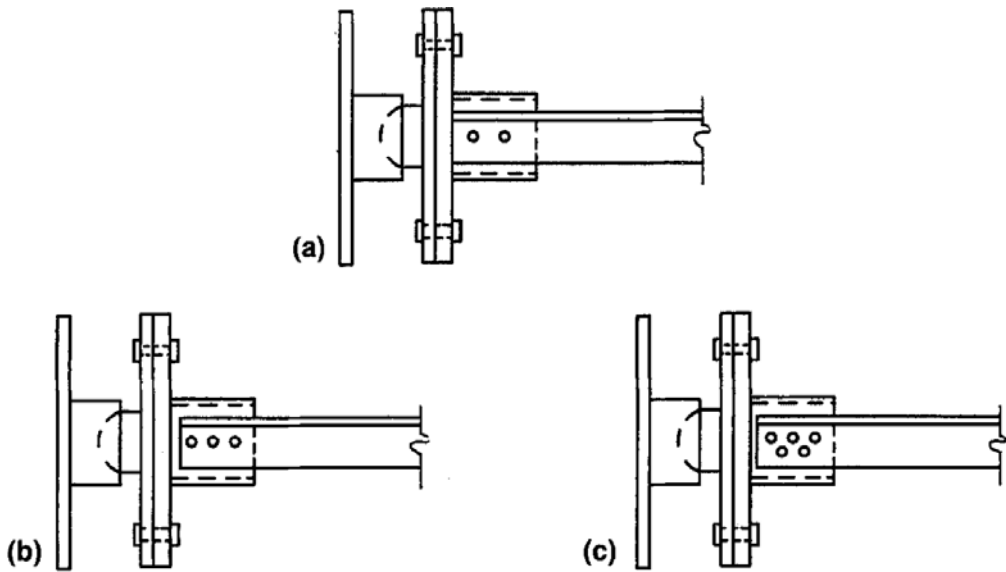
Seçilen modelin doğruluğu bir kez de Bathon vd. (1993) tarafından eksantrik yük altında test edilen tek kolundan mafsal mesnetli, narinliği 60 ile 180 arasında değişen 26 adet korniyere ait test sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Bu çalışmada kullanılan deney düzeneği ve uç birleşimleri sırasıyla Şekil 2.13 ve 2.14'de verilmektedir. Bu korniyerlerin geometrik ve malzeme özellikleri ile test sonuçları Tablo 2.14'de verilmektedir. Bu tabloda g yükün uygulandığı noktanın korniyer topuğundan uzaklığını göstermektedir.

Bütün modellerde malzemeler doğrusal elastik, ideal plastik olarak tanımlanmış; kabuk eleman olarak 10×10 mm ebatında S4R eleman kullanılmıştır. Korniyer elemanlarda artık gerilme olarak 0.25F_y membran gerilmenin varlığı kabul edilmiştir (Adluri ve Madugula, 1996). Yerel ve bütünsel ilkel eğrilikler Ellobody ve Young (2005)'in çalışmasındaki gibi modellerin özdeğer analizinden elde edilen birinci ve ikinci burkulma modları t cinsinden değerlerle çarpılarak elde edilebilir. Genellikle bu çarpım değeri bütünsel eğrilik için t/10, t/50 veya t/200 ve yerel eğrilik için t/200'dür. Adluri ve Madugula (1996) ve Ellobody ve Young (2005) tarafından yapılan çalışmalarda korniyer

elemanların köşelerindeki malzemenin korniye elemanların kollarındaki malzemeye göre daha sünek olduğu ve akma gerilmesinin daha fazla olduğu görülmüştür. Bazı modellerde bu farklılık dikkate alınmış ve Adluri and Madugula (1996) ve Bathon vd.'nin (1993) çalışmalarında belirlenen köşelere ve kollara ait malzeme değerleri modellere dahil edilmiştir. Tablo 2.15'de verilen karşılaştırma tablosunda her model için hangi parametrenin dikkate alındığı ✓ işareti ile gösterilmektedir.



Şekil 2.13. Bathon vd.'nin (1993) çalışmasındaki deney düzeneği



Şekil 2.14. Bathon vd.'nin (1993) çalışmasındaki uç birleşimlerinin detayları: a) iki civatalı birleşim b) üç civatalı birleşim c) beş civatalı birleşim

Tablo 2.14. Bathon vd.'nin (1993) deneysel çalışmasına ait veriler

Numune	Anma Ebadı (mm)	KL/r _z	Uzunluk (mm)	g (mm)	F _y (MPa)	P _f (kN)
14	44×44×3.2	60	528	25	378.3	37.40
12	44×44×3.2	90	793	25	378.3	38.70
11	44×44×3.2	120	1057	25	378.3	34.30
13	51×51×3.2	60	606	25	403.1	57.90
10	51×51×3.2	90	909	25	403.1	53.40
9	51×51×3.2	120	1212	25	403.1	37.00
21	63×63×4.8	60	754	25	365.9	94.80
23	63×63×4.8	90	1131	25	365.9	78.80
73	63×63×4.8	120	1508	25	365.9	51.20
43	63×63×4.8	120	1508	25	365.9	52.00
8	76×76×6.4	60	902	37	347.9	137.10
6	76×76×6.4	90	1352	32	347.9	135.30
3	76×76×6.4	120	1803	32	347.9	114.90
2	76×76×6.4	180	2705	32	347.9	47.60
1	76×76×6.4	180	2705	32	347.9	49.00
67	89×89×6.4	60	1057	35	334.9	173.60
46	89×89×6.4	90	1585	35	339	134.00
51	89×89×6.4	120	2114	35	339	93.50
28	127×127×7.9	60	1514	51	343.1	289.40
74	127×127×9.5	60	1508	51	345.9	347.20
55	127×127×7.9	90	2271	51	347.3	211.00
35	127×127×7.9	90	2271	51	343.1	219.00
62	127×127×7.9	120	3027	51	347.3	149.10
38	127×127×7.9	120	3027	51	343.1	158.50
60	152×152×9.5	90	2718	57	356.9	324.90
75	152×152×9.5	120	3624	57	356.9	253.70

Tablo 2.15. Modeller için dikkate alınan parametreler

Parametre	Model													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Bütünsel İlkel Eğrilik	t/10			✓									✓	✓
	t/50	✓	✓	✓		✓	✓		✓		✓	✓		
	t/200							✓		✓			✓	
Köşeler	Yuvarlatılmış	✓	✓				✓	✓	✓	✓				
	Yuvarlatılmamış			✓	✓	✓						✓	✓	✓
Yuvarlatılmış Köşede r _m	r _m = r/2	✓												
	r _m = r		✓				✓	✓	✓	✓				
Malzeme tanımı	Köşede aynı					✓	✓	✓		✓				✓
	Köşede farklı	✓	✓	✓	✓				✓	✓		✓	✓	✓
Uç elemanları	Surface + Rigid body	✓	✓	✓	✓	✓	✓							
	Pin set + Rigid body								✓	✓	✓	✓	✓	✓

Tablo 2.16’da Adluri ve Madugula’nın (1996) çalışmasındaki numunelere ait test göçme yükünün (P_f) modellerden tahmin edilen göçme yüklerine (P_{fab_i} , $i=1, 2, \dots, 14$) oranı verilmektedir. Tablodan da görüldüğü gibi varyansı en küçük olup ortalaması 1’e en yakın olan model 3. modeldir. Bu yüzden parametrik çalışmada kullanılacak olan model 3 nolu model olup bundan sonra SEM-3 adıyla anılacaktır.

Tablo 2.16. Numunelere ait test göçme yüklerinin modellerden tahmin edilen göçme yüklerine oranı

Num. No	P_f	P_f/P_{fab1}	P_f/P_{fab2}	P_f/P_{fab3}	P_f/P_{fab4}	P_f/P_{fab5}	P_f/P_{fab6}	P_f/P_{fab7}	P_f/P_{fab8}	P_f/P_{fab9}	P_f/P_{fab10}	P_f/P_{fab11}	P_f/P_{fab12}	P_f/P_{fab13}	P_f/P_{fab14}
302E	557	1.02	1.09	0.93	1.02	1.04	1.11	1.09	1.09	1.08	1.11	0.93	0.91	1.02	1.04
303A	212	1.01	1.07	0.95	1.00	1.03	1.08	1.07	1.07	1.06	1.08	0.99	1.00	1.00	1.03
303B	157	0.89	0.98	0.81	0.89	0.93	0.99	0.99	0.98	0.97	1.00	0.80	0.77	0.89	0.92
303C	117	0.95	1.02	0.89	0.95	0.95	1.03	1.02	1.02	1.01	1.03	0.89	0.88	0.95	0.95
303D	83	0.95	1.01	0.90	0.93	0.93	1.02	1.01	1.01	1.00	1.02	0.90	0.89	0.93	0.93
303E	60.1	0.93	0.98	0.89	0.91	0.91	0.98	0.98	0.98	0.98	0.99	0.89	0.88	0.91	0.91
304B	450	0.95	1.00	0.89	0.97	0.98	1.01	0.99	1.00	0.99	1.01	0.89	0.87	0.96	0.98
304C	453	1.09	1.19	0.99	1.13	1.15	1.20	1.18	1.19	1.17	1.20	0.99	0.95	1.12	1.15
304D	321	1.00	1.08	0.91	1.01	1.02	1.09	1.08	1.08	1.06	1.09	0.91	0.89	1.01	1.01
304E	246	1.00	1.06	0.93	0.98	1.00	1.07	1.06	1.06	1.05	1.06	0.93	0.92	0.98	1.00
305C	487	1.07	1.15	0.98	1.11	1.14	1.16	1.13	1.15	1.13	1.16	0.91	0.97	1.07	1.09
305D	352	0.96	1.03	0.88	0.98	1.01	1.04	1.02	1.03	1.01	1.04	0.83	0.88	0.95	0.97
305E	255	0.89	0.96	0.83	0.90	0.91	0.97	0.95	0.96	0.94	0.97	0.79	0.83	0.89	0.89
306B	399	1.00	1.05	0.91	1.04	1.08	1.07	1.05	1.05	1.03	1.07	0.92	0.88	1.04	1.09
306C	282	0.98	1.03	0.96	1.05	1.05	1.04	1.02	1.03	1.01	1.04	0.96	0.94	1.05	1.05
306D	194	0.89	0.95	0.93	0.99	1.00	0.96	0.94	0.95	0.93	0.96	0.93	0.92	0.99	1.00
306E	137	0.84	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.88	0.89	0.87	0.89	0.89	0.88	0.93	0.93
307A	290	1.03	1.12	0.93	1.11	1.16	1.14	1.10	1.12	1.10	1.14	0.93	0.88	1.11	1.16
307B	173	0.89	0.96	0.84	0.95	0.96	0.98	0.96	0.96	0.94	0.98	0.84	0.82	0.95	0.96
307C	119	0.92	0.98	0.87	0.93	0.94	0.99	0.98	0.99	0.97	0.99	0.87	0.86	0.93	0.94
307D	84	0.92	0.98	0.88	0.92	0.93	0.98	0.98	0.98	0.97	0.98	0.88	0.87	0.92	0.93
307E	64	0.95	1.00	0.91	0.94	0.94	1.01	1.00	1.00	1.00	1.01	0.91	0.91	0.94	0.94
Ort.		0.961	1.027	0.905	0.982	0.997	1.04	1.023	1.027	1.012	1.037	0.9	0.891	0.979	0.995
Var.		0.004	0.005	0.002	0.005	0.006	0.01	0.005	0.005	0.005	0.005	0.003	0.002	0.005	0.006

Merkezi yüklü korniyerler için iyi sonuç veren SEM-3’ün doğruluğu bir kez de Bathon vd.’nin (1993) çalışmasındaki eksantrik yüklü numunelere tatbik edilerek araştırılmıştır. Bu numunelerin SEM-3 kullanılarak belirlenen tahmini göçme yükleri ve test yüklerinin bu yüklerle oranı Tablo 2.17’de verilmektedir. Tablo 2.17’den de görüldüğü üzere Bathon’un çalışmasındaki numunelerin göçme yükleri SEM-3 ile oldukça iyi bir yaklaşıklıkla tahmin edilmiştir.

Tablo 2.17. SEM-3 kullanılarak belirlenen tahmini göçme yükleri ve test yüklerinin bu yüklere oranı

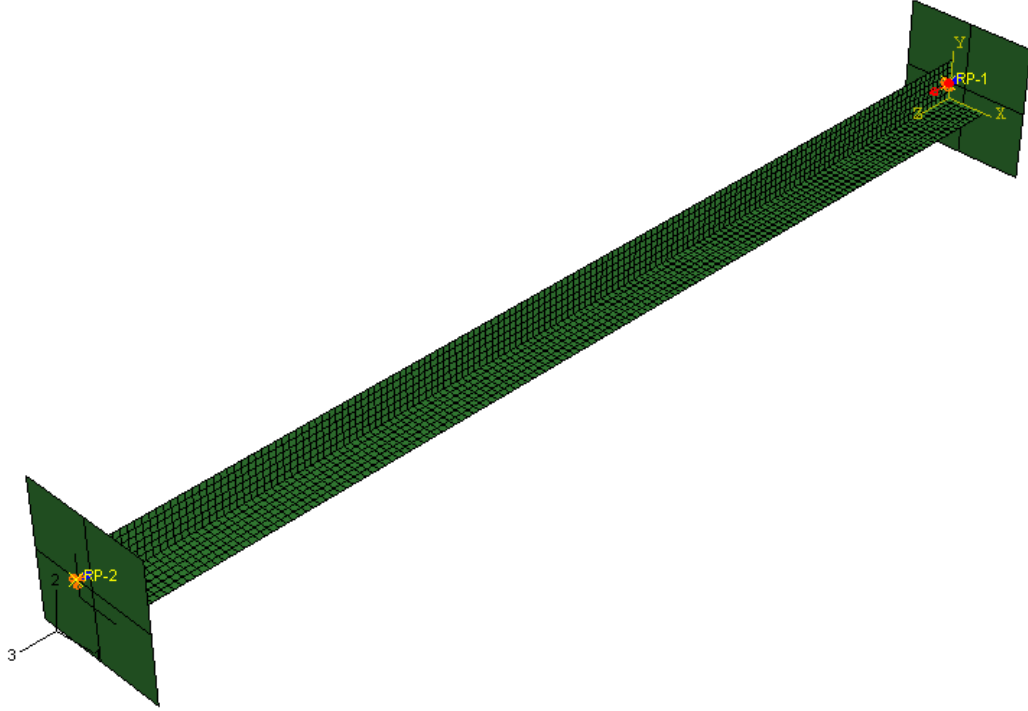
Numune	Anma Ebadı (mm)	KL/r _z	Uzunluk (mm)	g (mm)	F _y (MPa)	P _f (kN)	P _{fab3} (kN)	P _f / P _{fab3}
14	44×44×3.2	60	528	25	378.3	37.40	38.2	0.98
12	44×44×3.2	90	793	25	378.3	38.70	34.8	1.11
11	44×44×3.2	120	1057	25	378.3	34.30	29.3	1.17
13	51×51×3.2	60	606	25	403.1	57.90	60.1	0.96
10	51×51×3.2	90	909	25	403.1	53.40	46.3	1.15
9	51×51×3.2	120	1212	25	403.1	37.00	31.8	1.16
21	63×63×4.8	60	754	25	365.9	94.80	98.2	0.97
23	63×63×4.8	90	1131	25	365.9	78.80	71.8	1.10
73	63×63×4.8	120	1508	25	365.9	51.20	51.2	1.00
43	63×63×4.8	120	1508	25	365.9	52.00	51.2	1.02
8	76×76×6.4	60	902	37	347.9	137.10	164.5	0.83
6	76×76×6.4	90	1352	32	347.9	135.30	114.9	1.18
3	76×76×6.4	120	1803	32	347.9	114.90	121.5	0.95
2	76×76×6.4	180	2705	32	347.9	47.60	45.2	1.05
1	76×76×6.4	180	2705	32	347.9	49.00	45.2	1.08
67	89×89×6.4	60	1057	35	334.9	173.60	174.4	1.00
46	89×89×6.4	90	1585	35	339	134.00	130.9	1.02
51	89×89×6.4	120	2114	35	339	93.50	95.2	0.98
28	127×127×7.9	60	1514	51	343.1	289.40	314.6	0.92
74	127×127×9.5	60	1508	51	345.9	347.20	373.9	0.93
55	127×127×7.9	90	2271	51	347.3	211.00	236.7	0.89
35	127×127×7.9	90	2271	51	343.1	219.00	235.2	0.93
62	127×127×7.9	120	3027	51	347.3	149.10	171.9	0.87
38	127×127×7.9	120	3027	51	343.1	158.50	171.3	0.93
60	152×152×9.5	90	2718	57	356.9	324.90	330.1	0.98
75	152×152×9.5	120	3624	57	356.9	253.70	241	1.05
							Ortalama	1.01
							Varyans	0.0089

Örnek olarak bu modelle modellenen 73 nolu numune Şekil 2.15'de, bu numunenin göçme modu Şekil 2.16'da ve bu elemanın yük-boyuna deformasyon eğrisi Şekil 2.17'de verilmektedir. 73 nolu elemanın özdeğer ve Riks analizi için ABAQUS 6.5 paket programına göre hazırlanan giriş dosyaları Ek 1. ve Ek 2.'de verilmektedir.

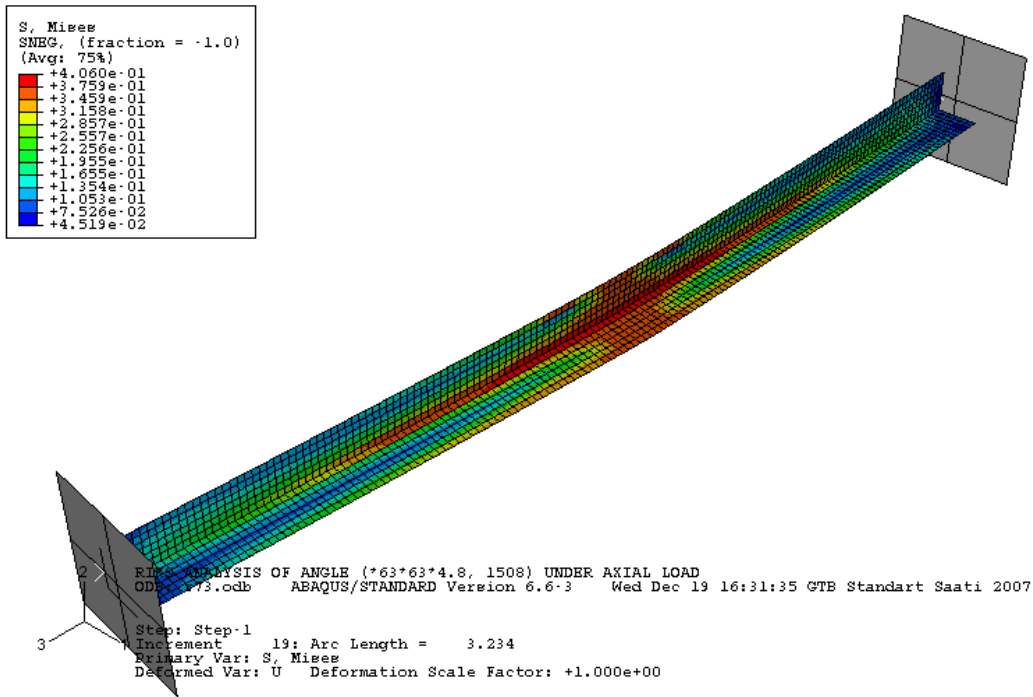
2.1.3.1. SEM-3 ile Yapılan Parametrik Çalışma

Uygulanan yükün konumunun, artık gerilmelerin, narinlik oranının ve ilkel eğriliğin göçme yükü üzerindeki etkisini araştırmak için geliştirilen sonlu eleman modeli

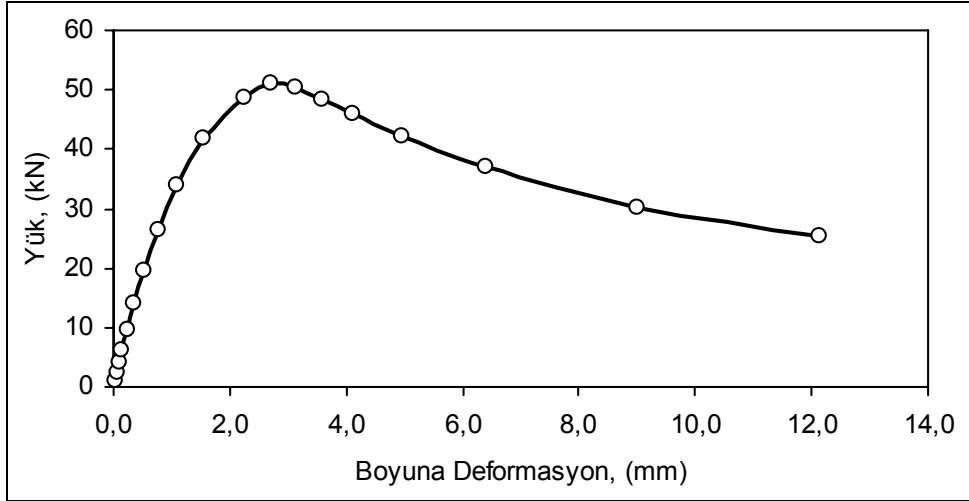
kullanılarak Bathon vd.'nin (1993) çalışmasındaki tek kolundan mesnetli eksantrik yüklü korniyerler üzerinde parametrik bir çalışma yapılmıştır.



Şekil 2.15. SEM-3 ile modellenen 73 nolu eleman

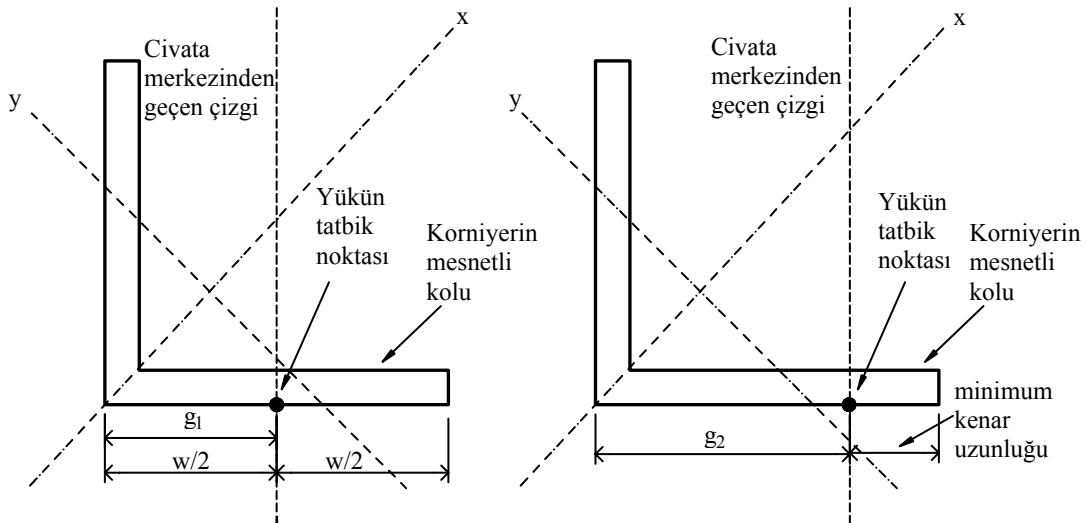


Şekil 2.16. SEM-3 ile modellenen 73 nolu elemanın göçme modu



Şekil 2.17. SEM-3 ile modellenen 73 nolu elemanın yük-deformasyon eğrisi

Öncelikle uygulanan yükün konumunun etkisini araştırmak amacıyla parametrik çalışma yapılmıştır. Korniyelerin tek kolundan mafsalsal mesnetli olduğu kabul edildiğinden her korniyerin yalnızca mesnetli koluna yük iki farklı noktadan tatbik edilmiştir. Yükün tatbik noktaları olarak CAN/CSA-S16.1-94'deki (1994) sınır durumlar dikkate alınmıştır. Bu standarda göre belirlenen tatbik noktaları Şekil 2.18'de gösterilmiştir. Tablo 2.18'de yükün iki farklı uygulama noktası için numunelerin tahmin edilen göçme yükleri verilmektedir. Tablodan da görüldüğü üzere numunelerin taşıma kapasiteleri eksantrisite arttıkça azalmaktadır. Bütün numuneler için yük g_2 'ye tatbik edildiğinde tahmin edilen taşıma gücü, yük g_1 'e tatbik edildiğinde tahmin edilenden küçük çıkmaktadır.



Şekil 2.18. Yükün tatbik noktaları

Tablo 2.18. Yükün iki farklı uygulama noktası için numunelerin tahmin edilen göçme yükleri

Numune	Anma Ebadı (mm)	g ₁ (mm)	g ₂ (mm)	Uzunluk (mm)	KL/r _z	F _y (MPa)	P _{fab-g1} (kN)	P _{fab-g2} (kN)
14	44×44×3.2	22	25	528	60	378.3	49.2	38.2
12	44×44×3.2	22	25	793	90	378.3	39.5	34.8
11	44×44×3.2	22	25	1057	120	378.3	26.6	29.3
13	51×51×3.2	29	29	606	60	403.1	60.1	47.1
10	51×51×3.2	29	29	909	90	403.1	46.3	43.5
9	51×51×3.2	29	29	1212	120	403.1	31.8	34.4
21	63×63×4.8	32	41	754	60	365.9	96	65.7
23	63×63×4.8	32	41	1131	90	365.9	85.8	56.1
73	63×63×4.8	32	41	1508	120	365.9	58.7	45.7
8	76×76×6.4	38	54	902	60	347.9	156	90.9
6	76×76×6.4	38	54	1352	90	347.9	134.2	78
3	76×76×6.4	38	54	1803	120	347.9	92.7	64.5
1	76×76×6.4	38	54	2705	180	347.9	48.4	41
67	89×89×6.4	45	67	1057	60	334.9	165.6	96.4
46	89×89×6.4	45	67	1585	90	339	157.8	83.2
51	89×89×6.4	45	67	2114	120	339	110.6	69.1
7	102×102×6.4	51	80	1211	60	325.9	130.5	74.1
16	102×102×6.4	51	80	1816	90	325.9	115.8	61.9
5	102×102×6.4	51	80	2421	120	325.9	100	50.5
28	127×127×7.9	64	105	1514	60	343.1	308.6	155
74	127×127×9.5	64	105	1508	60	345.9	377.3	188.8
35	127×127×7.9	64	105	2271	90	343.1	273.8	131.5
62	127×127×7.9	64	105	3027	120	347.3	194.3	110
60	152×152×9.5	76	130	2718	90	356.9	397	187.9
75	152×152×9.5	76	130	3624	120	356.9	279.9	155.3

Artık gerilmelerin taşıma kapasiteleri üzerindeki etkisini araştırmak için Adluri ve Madugula'nın (1996) çalışmasındaki numuneler bir kez de artık gerilmeler dikkate alınmadan SEM-3'e göre analiz edilmişlerdir. Bu analiz sonucunda artık gerilmelerin etkisinin yok denecek kadar az olduğu görülmüştür. Dolayısıyla bundan sonraki parametrik çalışmalarda numuneler artık gerilmeler dikkate alınmadan modellenmiştir.

Narinliğin taşıma kapasiteleri üzerindeki etkisi yine Tablo 2.18'den açıkça görülmektedir. Narinlik arttıkça taşıma kapasitesi düşmektedir.

İlkel eğriliğin korniyerlerin taşıma kapasiteleri üzerindeki etkisini araştırmak için öncelikle ilkel yerel eğriliğin etkisi göz önünde bulundurulmuştur. Bu aşamada yerel eğrilik dikkate alınmadan yalnızca t/50'lik ilkel bütünsel eğrilik dikkate alınarak numuneler modellenmiş ve analiz edilmişlerdir. Analizlerden sonra ilkel yerel eğriliğin

neredeysse hiçbir etkisinin olmadığı görülmüştür. Daha sonra numuneler yalnızca ilkel bütünsel eğriliğin etkisini yansıtacak şekilde $t/5$, $t/25$ ve $t/100$ 'lük ilkel eğriliklerle analiz edilmişlerdir. $t/25$ ve $t/100$ 'lük ilkel eğriliklerin taşıma kapasitelerine çok fazla etki etmediği, ancak $t/5$ 'lik ilkel eğriliklerle taşıma kapasitelerinin yalnızca 90'dan büyük narinlikler için düştüğü görülmüştür. $t/5$, $t/25$ ve $t/100$ 'lük ilkel eğrilikler ile beraber g_1 ve g_2 yük tatbik noktaları dikkate alınarak tahmin edilen göçme yükleri Tablo 2.19'da verilmektedir.

Tablo 2.19. $t/5$, $t/25$ ve $t/100$ 'lük ilkel eğrilikler ile beraber g_1 ve g_2 yük tatbik noktaları dikkate alınarak tahmin edilen göçme yükleri

Numune	Anma Ebadı (mm)	KL/ r_z	F_y (MPa)	g_1			g_2	
				$P_{fab-t/5}$ (kN)	$P_{fab-t/25}$ (kN)	$P_{fab-t/100}$ (kN)	$P_{fab-t/25}$ (kN)	$P_{fab-t/100}$ (kN)
14	44×44×3.2	60	378.3	49.2	49.3	49.2	38.3	38.2
12	44×44×3.2	90	378.3	38	39.4	39.5	34.7	34.8
11	44×44×3.2	120	378.3	25.7	26.6	26.7	29.3	29.4
13	51×51×3.2	60	403.1	47.9	47.2	47	60	60.1
10	51×51×3.2	90	403.1	46.8	44.6	43.4	46.2	46.4
9	51×51×3.2	120	403.1	33.5	34.3	34.5	31.7	31.8
21	63×63×4.8	60	365.9	100.8	97.6	98.6	65.8	65.7
23	63×63×4.8	90	365.9	81.9	85.4	85.9	56.2	56
73	63×63×4.8	120	365.9	56.7	58.5	58.8	45.9	45.6
8	76×76×6.4	60	347.9	159.7	156.2	156.6	91	90.9
6	76×76×6.4	90	347.9	127.9	133.5	134.6	78.1	77.8
3	76×76×6.4	120	347.9	89.4	92.3	92.8	64.7	64.4
1	76×76×6.4	180	347.9	47.2	48.2	48.4	41.1	40.9
67	89×89×6.4	60	334.9	172.6	162	165.9	96.5	96.4
46	89×89×6.4	90	339	151.5	157	158.2	83.3	83.1
51	89×89×6.4	120	339	106.9	110.2	110.8	69.2	69
7	102×102×6.4	60	325.9	133.3	130.8	130.4	74.2	74.1
16	102×102×6.4	90	325.9	126.8	116.5	115.5	62	61.9
5	102×102×6.4	120	325.9	95.7	99.5	99.4	50.6	50.5
28	127×127×7.9	60	343.1	308.5	309.1	308.3	155.1	154.8
74	127×127×9.5	60	345.9	378.4	378.1	376.8	189	188.8
35	127×127×7.9	90	343.1	266.4	273	274.2	131.7	131.4
62	127×127×7.9	120	347.3	188.7	193.8	194.6	110.1	109.9
60	152×152×9.5	90	356.9	386.8	396	397.60	188.2	187.8
75	152×152×9.5	120	356.9	273.2	279.1	280.2	155.6	155.2

2.1.3.2. TS 648'e Göre Korniyerlerin Eksantrik Yük Taşıma Kapasiteleri

Bu bölümde parametrik çalışmaya tabi tutulan korniyerlerin aynı parametreler göz önünde tutularak TS 648'e (1982) göre yük taşıma kapasiteleri belirlenmiştir.

TS 648 ilkel eğrilikleri ve gerilmeleri hesaplarda dikkate almadığından yalnızca yükün farklı tatbik noktalarına göre farklı narinliklere sahip korniyerlerin taşıma yükleri hesaplanmıştır. Tablo 2.20'de TS 648'e göre hesaplanan yükler verilmektedir. Bu tablodan da anlaşıldığı üzere TS 648 her durumda aşırı emniyetli sonuçlar vermektedir.

Tablo 2.20. TS 648'e göre hesaplanan taşıma yükleri

Numune	KL/r _z	g			g ₁			g ₂		
		P _{fab3} (kN)	P _{TS648-g} (kN)	P _{fab3} / P _{TS648-g}	P _{fab-g1} (kN)	P _{TS648-g1} (kN)	P _{fab-g1} / P _{TS648-g1}	P _{fab-g2} (kN)	P _{TS648-g2} (kN)	P _{fab-g2} / P _{TS648-g2}
14	60	38.2	16.6	2.25	49.2	15.59	3.16	38.2	16.5	2.32
12	90	34.8	13.1	2.95	39.5	12.03	3.28	34.8	12.93	2.69
11	120	29.3	9.2	3.73	26.6	8.49	3.13	29.3	9.13	3.21
13	60	60.1	19.5	2.97	60.1	19.99	2.36	47.1	19.34	3.11
10	90	46.3	14.8	3.61	46.3	15.47	2.81	43.5	14.75	3.14
9	120	31.8	10.4	3.56	31.8	10.86	3.17	34.4	10.32	3.08
21	60	98.2	27.6	3.43	96	33.1	2.90	65.7	26.83	2.45
23	90	71.8	21.5	3.67	85.8	25.85	3.32	56.1	21.55	2.60
73	120	51.2	15.6	3.28	58.7	18.37	3.20	45.7	15.89	2.88
8	60	51.2	48.6	2.82	156	49.75	3.14	90.9	36.3	2.50
6	90	164.5	35	3.87	134.2	39.45	3.40	78	29.97	2.60
3	120	114.9	25.6	4.49	92.7	28.52	3.25	64.5	22.83	2.83
1	180	121.5	14.5	3.38	48.4	15.92	3.04	41	13.66	3.00
67	60	45.2	50.1	3.47	165.6	59.05	2.80	96.4	37.6	2.56
46	90	45.2	40.1	3.34	157.8	47.6	3.32	83.2	31.83	2.61
51	120	174.4	29.5	3.17	110.6	34.5	3.21	69.1	24.72	2.80
7	60	130.9	56.1	3.51	130.5	67.35	1.94	74.1	39.6	1.87
16	90	95.2	48.7	3.20	115.8	54.16	2.14	61.9	33.64	1.84
5	120	314.6	33.3	3.18	100	39.65	2.52	50.5	26.62	1.90
28	60	373.9	93	3.11	308.6	108.9	2.83	155	59.35	2.61
74	60	236.7	110.3	3.15	377.3	127.6	2.96	188.8	72.45	2.61
35	90	235.2	73.4	2.98	273.8	86.55	3.16	131.5	50.3	2.61
62	120	171.9	53.9	2.77	194.3	62.65	3.10	110	39.96	2.75
60	90	171.3	104.8	3.10	397	126.5	3.14	187.9	71.75	2.62
75	120	330.1	76.2	3.33	279.9	90.35	3.10	155.3	56.55	2.75

2.2. Asimetrik İnce Cidarlı Açık Kesitli Elemanların Geometrik Bakımdan Doğrusal Olmayan Sonlu Eleman Analizi

2.2.1. Problemin Formülasyonu

2.2.1.1. Eleman Referans Eksenleri ve Temel Varsayımlar

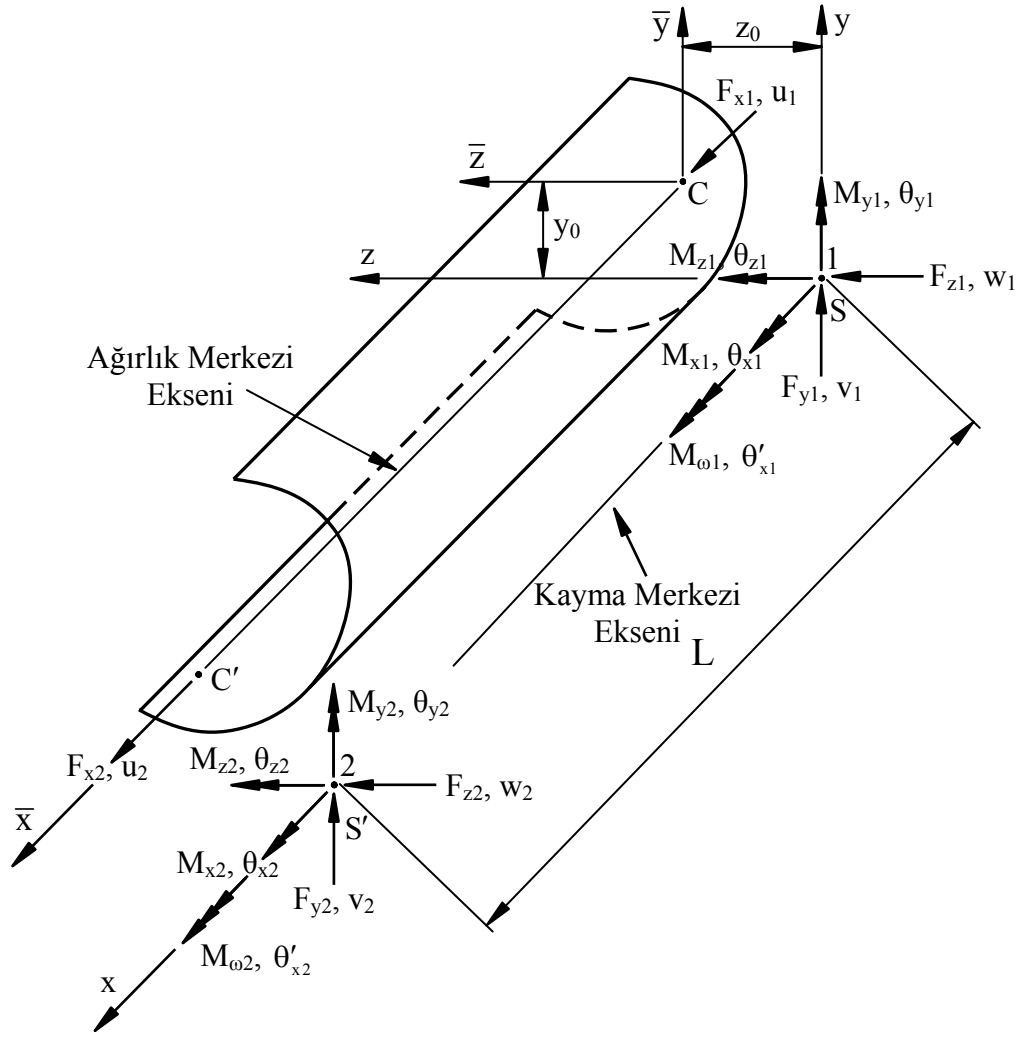
Şekil 2.16'da ince cidarlı açık kesitli bir eleman gösterilmektedir. x, y, z sağ el ortogonal koordinat sistemi, y ve z eksenleri deformasyondan önceki elemanın uçlarındaki en kesit kayma merkezleri olan S ve S' 'den geçecek ve en kesit asal eksenleri olan \bar{y} ve \bar{z} eksenlerine paralel olacak şekilde seçilmiştir. $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ paralel koordinat eksen takımı deformasyondan önce elemanın uçlarındaki en kesit ağırlık merkezleri C ve C' 'den geçerler.

Kayma merkezinin y ve z doğrultularındaki deplasmanları v ve w , kayma merkezlerinden geçen eksene göre burulma açısı θ_x ve ağırlık merkezlerinden geçen eksen boyunca aksenal deplasman u ile gösterilsin. Böyle bir koordinat sistemi ile deplasmanların ve dönmelerin birbirlerine bağlı olması engellenir.

Şekil 2.19'da gösterildiği gibi ince cidarlı bir elemanın her iki ucuna uygulanabilen yedi muhtemel etki ve bunlara karşılık gelen yer değiştirmeler vardır. Bu etkiler üç kuvvet (F_x, F_y, F_z), üç moment (M_x, M_y, M_z) ve üç uçlu okla gösterilen bir bimomenttir (M_ω). Bunlara karşılık gelen yer değiştirmeler ve yer değiştirme fonksiyonu sırasıyla $u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$ ve θ'_x 'dir.

Yapılan varsayımlar aşağıda verilmektedir.

- i) Eleman prizmatik ve doğrusaldır.
- ii) Orta yüzeydeki kayma şekil değiştirmeleri ihmal edilir (Vlasov'un varsayımı).
- iii) En kesitler biçimini korur.
- iv) Yalnızca konservatif yükleme söz konusudur.
- v) Malzeme homojen, doğrusal elastik ve izotropiktir.
- vi) Lokal plak burkulmaları dikkate alınmaz.
- vii) Şekil değiştirmeler küçük, fakat geometrik bakımdan doğrusal olmayan yük-deformasyon analizinde deplasmanlar ve dönmeler yeterince büyük olabilir.



Şekil 2.19. Elemanın genelleştirilmiş kuvvetleri, yer değiştirmeleri ve koordinat eksenleri

2.2.1.2. Toplam Potansiyel Enerji

Eleman rijitlik matrisi minimum toplam potansiyel enerji prensibinin uygulanması ile elde edilebilir. L uzunluğunda ve Şekil 2.19'da gösterilen kuvvetlere maruz en genel halde ince cidarlı açık kesitli bir elemanın toplam potansiyel enerjisi

$$\Pi = U - V \quad (2.1)$$

şeklinde ifade edilir. Burada U elemanda depolanan şekil değiştirme enerjisini, V ise dış kuvvetler tarafından yapılan işi göstermektedir.

Sürekli bir ortam için şekil değiştirme enerjisi U Pirzemieniecki (1968) ve Meek (1971) tarafından aşağıdaki şekilde verilir.

$$U = \frac{1}{2} \iiint_V \{\sigma\}^T \{\varepsilon\} dV \quad (2.2)$$

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (2.3)$$

olduğundan

$$U = \frac{1}{2} \iiint_V \{\varepsilon\}^T [D]\{\varepsilon\} dV \quad (2.4)$$

olur. Burada $\{\sigma\}$ ve $\{\varepsilon\}$ sırasıyla gerilme ve şekil değiştirme tensörlerini, $[D]$ matrisi malzeme özellikleri ile ilgili olarak genelleştirilmiş Hooke sabitini göstermekte olup ince cidarlı açık kesitli bir eleman için aşağıdaki gibi ifade edilirler.

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{xz} \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} E & 0 & 0 \\ 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Şekil değiştirme tensörü $\{\varepsilon\}$, $\{\varepsilon_L\}$ ve $\{\varepsilon_N\}$ şeklinde doğrusal ve doğrusal olmayan bileşenlerine

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_L\} + \{\varepsilon_N\} \quad (2.8)$$

olacak şekilde ayrılabilir.

(2.8) ifadesini (2.4) ifadesine yerleştirir ve $\{\varepsilon_N\}^T [D] \{\varepsilon_N\}$ şeklindeki çok yüksek mertebeden doğrusal olmayan şekil değiştirme çarpanlarını ihmal edersek şekil değiştirme enerjisi U

$$U = \frac{1}{2} \iiint_V \left(\{\varepsilon_L\}^T [D] \{\varepsilon_L\} + 2\{\sigma_L\}^T \{\varepsilon_N\} \right) dV \quad (2.9)$$

halini alır. Burada ele alınan eleman temel olarak bir boyutlu eleman olduğundan şekil değiştirme tensörünün bileşenleri (2.6)'da ifade edilenler hariç sıfırdır. Sıfırdan farklı bileşenler ise aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\varepsilon_{xx} = \left[\frac{\partial u_i}{\partial x} \right]_L + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_i}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_i}{\partial x} \right)^2 \right]_N \quad (2.10)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \right]_L + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \frac{\partial v_i}{\partial y} + \frac{\partial w_i}{\partial x} \frac{\partial w_i}{\partial y} \right]_N \quad (2.11)$$

$$\varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_i}{\partial z} + \frac{\partial w_i}{\partial x} \right]_L + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial u_i}{\partial z} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \frac{\partial v_i}{\partial z} + \frac{\partial w_i}{\partial x} \frac{\partial w_i}{\partial z} \right]_N \quad (2.12)$$

Burada L ve N sırasıyla doğrusal ve doğrusal olmayan şekil değiştirme bileşenlerini, u_i , v_i ve w_i sırasıyla en kesit üzerindeki herhangi bir noktanın x, y ve z doğrultularındaki deplasmanlarını göstermektedir.

Küçük, fakat sonlu deformasyonlar için u_i , v_i ve w_i , geometrik merkezin aksenal yerdeğiştirilmesi u, kayma merkezi deplasmanları v ve w ile kayma merkezlerinden geçen x eksenine göre dönme açısı θ_x cinsinden ifade edilebilir.

$$u_i = u - (y - y_0) \frac{\partial v}{\partial x} - (z - z_0) \frac{\partial w}{\partial x} - \omega \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \quad (2.13)$$

$$v_i = v - \theta_x z \quad (2.14)$$

$$w_i = w + \theta_x z \quad (2.15)$$

Burada z_0 ve y_0 kayma merkezine göre geometrik merkezin koordinatlarını, ω ise sektörel koordinatı vermektedir.

\bar{x} , \bar{y} , \bar{z} genelleştirilmiş asal koordinatlarında ifade edilen gerilme tensöründe karşılık gelen terimler

$$\sigma_{xx} = \frac{P}{A} + \left(-M_{y1}\rho_1 + M_{y2}\rho_2\right) \frac{\bar{z}}{I_{\bar{y}}} + \left(M_{z1}\rho_1 - M_{z2}\rho_2\right) \frac{\bar{y}}{I_{\bar{z}}} + \frac{M_{\omega}\omega}{I_{\omega}} \quad (2.16)$$

$$\tau_{xy} = \frac{V_y}{A} \quad (2.17)$$

$$\tau_{xz} = \frac{V_z}{A} \quad (2.18)$$

olup, burada

$$\rho_1 = 1 - \frac{x}{L} \quad (2.19)$$

$$\rho_2 = \frac{x}{L} \quad (2.20)$$

boyutsuz terimlerdir. 1 ve 2 alt indisleri uzak ve yakın uç düğüm noktalarına atfen kullanılmaktadır. P geometrik merkezin ekseni boyunca etkiyen aksenal kuvvet, V_y ve V_z x eksenine dik bir çift düzlemde sırasıyla y ve z doğrultularında etkiyen kesme kuvvetleri, M_z ve M_y asal eksenlerdeki momentler, M_{ω} bimoment (Vlasov, 1961), \bar{y} ve \bar{z} geometrik merkeze göre koordinatlar, A en kesit alanı, $I_{\bar{z}}$ ve $I_{\bar{y}}$ asal eksenlere göre eylemsizlik momentleri ve I_{ω} kesitin çarpılma sabiti olup aşağıdaki şekilde gösterilirler.

$$I_{\bar{z}} = \iint_A \bar{y}^2 dA \quad (2.21)$$

$$I_{\bar{y}} = \iint_A \bar{z}^2 dA \quad (2.22)$$

$$I_{\omega} = \iint_A \omega^2 dA \quad (2.23)$$

(2.10)'dan (2.18)'e kadar bütün denklemleri (2.9)'a yerleştirir ve yüksek mertebeden terimleri ihmal etmez isek U şekil değiştirme enerjisi ifadesi genelleştirilmiş asal koordinatlar cinsinden aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\begin{aligned}
 U = & \frac{1}{2} \left\{ \int_0^L EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + EI_{\bar{z}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 + EI_{\bar{y}} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + EI_{\omega} \left(\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} \right)^2 \right\} dx \\
 & + \frac{1}{2} \left\{ \int_0^L P \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 \frac{I_{\bar{z}}}{A} + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \frac{I_{\bar{y}}}{A} + \left(\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} \right)^2 \frac{I_{\omega}}{A} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. - 2 \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} z_0 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} y_0 + \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)^2 I_p \right] \right\} \\
 & + \left(-M_{y1} \rho_1 + M_{y2} \rho_2 \right) + \frac{1}{2} \left\{ \begin{aligned} & -2 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{I_{\bar{y}}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 \iint_A \bar{z} \bar{y}^2 dA \\ & + \frac{2}{I_{\bar{y}}} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \iint_A \bar{y} \bar{z}^2 dA \\ & + \frac{2}{I_{\bar{y}}} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} \iint_A \bar{y} \bar{z} \omega dA \\ & + \frac{1}{I_{\bar{y}}} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \iint_A \bar{z}^3 dA \\ & + \frac{2}{I_{\bar{y}}} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} \iint_A \bar{z}^2 \omega dA \\ & + \frac{1}{I_{\bar{y}}} \left(\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} \right)^2 \iint_A \bar{z} \omega^2 dA \\ & - 2 \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} + \beta_{\bar{y}} \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.24)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (M_{z1}\rho_1 - M_{z2}\rho_2) \left\{ \frac{1}{2} \left[\begin{aligned}
& -2 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{I_z} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 \iint_A \bar{y}^3 dA \\
& + \frac{2}{I_z} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \iint_A \bar{y}^2 \bar{z} dA \\
& + \frac{2}{I_z} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} \iint_A \bar{y}^2 \omega dA \\
& + \frac{1}{I_z} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \iint_A \bar{y} \bar{z}^2 dA \\
& + \frac{2}{I_z} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} \iint_A \bar{y} \bar{z} \omega dA \\
& + \frac{1}{I_z} \left(\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} \right)^2 \iint_A \bar{y} \omega^2 dA \\
& + 2 \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} + \beta_z \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)^2
\end{aligned} \right\} \\
& + M_\omega \left\{ \frac{1}{2} \left[\begin{aligned}
& -2 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} + \frac{1}{I_\omega} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 \iint_A \bar{y}^2 \omega dA \\
& + \frac{2}{I_\omega} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \iint_A \omega \bar{y} \bar{z} dA \\
& + \frac{2}{I_\omega} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} \iint_A \bar{y} \omega^2 dA \\
& + \frac{1}{I_\omega} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \iint_A \bar{z}^2 \omega dA \\
& + \frac{2}{I_\omega} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} \iint_A \bar{z} \omega^2 dA \\
& + \frac{1}{I_\omega} \left(\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial x^2} \right)^2 \iint_A \omega^3 dA + \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)^2 \beta_\omega
\end{aligned} \right\} dx \\
& + \int_0^L V_y \left\{ -\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \theta_x + \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \theta_x y_0 \right\} dx \\
& + \int_0^L V_z \left\{ -\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} - \theta_x \frac{\partial v}{\partial x} + \theta_x \frac{\partial \theta_x}{\partial x} z_0 \right\} dx
\end{aligned}
\tag{2.24'ün devamı}$$

Burada J St. Venant burulma sabiti, I_p ise kayma merkezine göre polar eylemsizlik yarı çapıdır ve aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$I_p = r_1^2 = \frac{I_{\bar{y}} + I_{\bar{z}}}{A} + z_0^2 + y_0^2 = \iint_A \frac{(z^2 + y^2)}{A} dA \quad (2.25)$$

$\beta_{\bar{y}}$, $\beta_{\bar{z}}$ ve β_{ω} terimleri ise şu şekilde ifade edilirler.

$$\beta_{\bar{y}} = \frac{1}{I_{\bar{y}}} \iint_A (\bar{z}^3 + \bar{z}\bar{y}^2) dA + 2z_0 \quad (2.26)$$

$$\beta_{\bar{z}} = \frac{1}{I_{\bar{z}}} \iint_A (\bar{y}^3 + \bar{y}\bar{z}^2) dA + 2y_0 \quad (2.27)$$

$$\beta_{\omega} = \frac{1}{I_{\omega}} \iint_A \omega(\bar{y}^2 + \bar{z}^2) dA \quad (2.28)$$

(2.24) elde edilirken genelleştirilmiş asal koordinatlar için ortogonalite şartlarından dolayı $\iint \bar{y} dA$, $\iint \bar{z} dA$, $\iint \omega dA$, $\iint \bar{y}\bar{z} dA$, $\iint \omega\bar{y} dA$ ve $\iint \omega\bar{z} dA$ terimlerinin sıfıra eşit alındığına dikkat edilmelidir.

2.2.1.3. Geometrik Rijitlik Matrisinin Elde Edilişi

Eleman rijitlik matrisinin elde edilişi uygun şekil fonksiyonları ile tanımlanan farazi deplasman fonksiyonu üzerine tesis edilir. Bu çalışmada aksenal deplasman u için doğrusal deplasman fonksiyonu, yanal deplasmanlar v ve w ile burulma deplasmanı θ_x için kübik deplasman fonksiyonu benimsenmiştir.

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \theta_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & 0 & 0 \\ \alpha_3 & \alpha_4 & \alpha_5 & \alpha_6 \\ \alpha_7 & \alpha_8 & \alpha_9 & \alpha_{10} \\ \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ x^3 \end{Bmatrix} \quad (2.29)$$

α_1 'den α_{14} 'e kadar katsayıları iki uçtaki 14 düğüm noktası serbestlik derecesi cinsinden ifade edersek deplasmanlar aşağıdaki şekilde ifade edilirler.

$$u = [f_1] \{u_1 \quad u_2\}^T \quad (2.30)$$

$$v = [f_2] \{v_1 \quad \theta_{z1} \quad v_2 \quad \theta_{z2}\}^T \quad (2.31)$$

$$w = [f_2] \{w_1 \quad -\theta_{y1} \quad w_2 \quad -\theta_{y2}\}^T \quad (2.32)$$

$$\theta_x = [f_2] \left\{ \theta_{x1} \quad \frac{\partial \theta_{x1}}{\partial x} \quad \theta_{x2} \quad \frac{\partial \theta_{x2}}{\partial x} \right\}^T \quad (2.33)$$

Burada

$$[f_1] = [\rho_1 \quad \rho_2] \quad (2.34)$$

$$[f_2] = [(3 - 2\rho_1)\rho_1^2 \quad \rho_1^2 p_2 L \quad (3 - 2\rho_2)\rho_2^2 \quad -\rho_1 p_2^2 L] \quad (2.35)$$

şeklinde ifade edilir. (2.30)-(2.33) denklemlerini (2.24) denkleminde yerine yazar karşılık gelme (contragradient) prensibini işletirsek U şekil değiştirme enerjisi ifadesi elemanın iki ucundaki düğüm noktası deplasmanları cinsinden şu şekilde yazılabilir.

$$U = \frac{1}{2} \{r\}^T [k_L + k_G] \{r\} \quad (2.36)$$

Burada $\{r\}$ düğüm noktası deplasman vektörü olup

$$\{r\} = \{u_1, v_1, w_1, \theta_{x1}, \theta_{y1}, \theta_{z1}, \theta'_x, u_2, v_2, w_2, \theta_{x2}, \theta_{y2}, \theta_{z2}, \theta'_x\}^T \quad (2.37)$$

şeklinde gösterilebilir. θ_y ve θ_z sırasıyla \bar{y} ve \bar{z} eksenlerine göre dönmeyi, θ'_x çarpılma deplasmanı fonksiyonunu, k_L ve k_G elemanın doğrusal ve geometrik rijitlik matrislerini göstermektedir.

(2.1) ifadesindeki toplam potansiyel enerji ifadesi şu şekilde yazılabilir.

$$\Pi = \frac{1}{2} \{r\}^T [k_L + k_G] \{r\} - [F]^T \{r\} \quad (2.38)$$

Burada $\{F\}$ düğüm noktası kuvvet vektörünü göstermektedir.

$$\{F\} = \{F_{x1}, F_{y1}, F_{z1}, M_{x1}, M_{y1}, M_{z1}, M_{\omega1}, F_{x2}, F_{y2}, F_{z2}, M_{x2}, M_{y2}, M_{z2}, M_{\omega2}\}^T \quad (2.39)$$

Toplam denge denklemi veya sekant rijitlik bağıntısı toplam potansiyel enerji fonksiyonu Π 'nin birinci varyasyonu sifira eşitlenerek elde edilebilir. Bu da

$$\delta\Pi = \frac{\partial\Pi}{\partial r_i} \delta r_i = 0 \quad (2.40)$$

şeklinde ifade edilebilir. Doğrusal ve geometrik rijitlik matrisleri k_L ve k_G toplam potansiyel enerji fonksiyonu Π 'nin ikinci varyasyonundan da elde edilebilir. Π 'nin ikinci varyasyonu

$$\delta^2\Pi = \frac{\partial^2\Pi}{\partial r_i \partial r_j} \cdot \delta r_i \delta r_j \quad (2.41)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada r serbest düğüm noktası deplasmanını göstermektedir.

Doğrusal ve geometrik rijitlik matrisleri ise (2.38) denkleminin (2.41)'e yerleştirilmesi ile elde edilebilir.

$$\delta^2\Pi = [k_L + k_G] \{\Delta r\}_e - \{\Delta F\}_e \quad (2.42)$$

Burada $\{\Delta F\}_e$ uygulanan artımsal yük vektörü, $\{\Delta r\}_e$ ise artımsal deplasman vektörüdür. Doğrusal ve geometrik rijitlik matrisleri k_L ve k_G sırasıyla Ek 3. ve 4. de verilmektedir. k_L doğrusal rijitlik matrisi, literatürde iki düğüm noktalı 14 serbestlik dereceli çubuklar için verilenlerle tamamen aynı çıkmıştır.

Geometrik rijitlik matrisi, k_G 'de $y2z$, $yz2$, $yz\omega$, $z2\omega$, $y2\omega$, $z\omega2$, $y\omega2$, $z3$, $y3$ ve $\omega3$ ile ifade edilen terimlerle aşağıdaki bağıntılar temsil edilmektedir.

$$y_2 z = \iint_A \bar{y}^2 \bar{z} dA \quad (2.43)$$

$$y z^2 = \iint_A \bar{y} \bar{z}^2 dA \quad (2.44)$$

$$y z \omega = \iint_A \bar{y} \bar{z} \omega dA \quad (2.45)$$

$$z^2 \omega = \iint_A \bar{z}^2 \omega dA \quad (2.46)$$

$$y^2 \omega = \iint_A \bar{y}^2 \omega dA \quad (2.47)$$

$$z \omega^2 = \iint_A \bar{z} \omega^2 dA \quad (2.48)$$

$$y \omega^2 = \iint_A \bar{y} \omega^2 dA \quad (2.49)$$

$$z^3 = \iint_A \bar{z}^3 dA \quad (2.50)$$

$$y^3 = \iint_A \bar{y}^3 dA \quad (2.51)$$

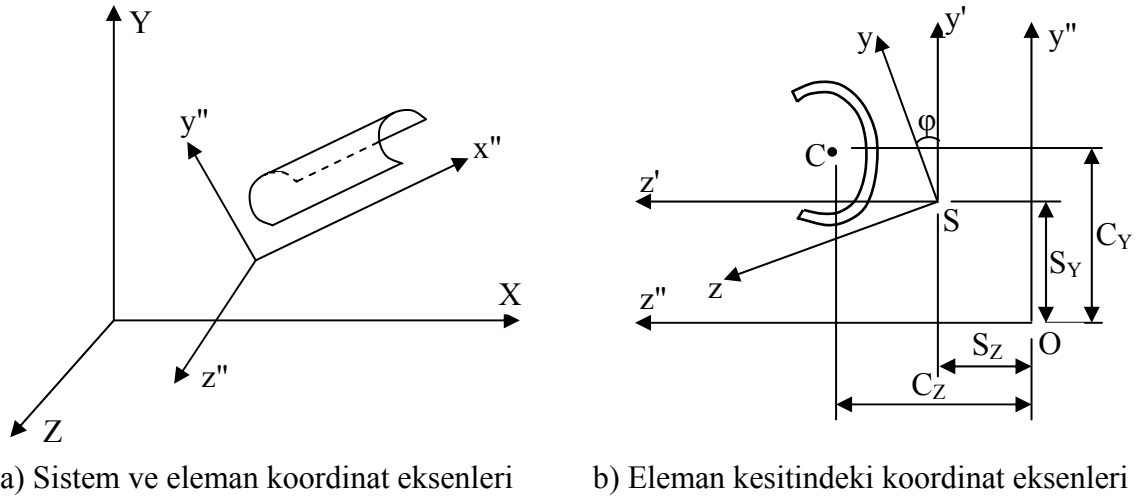
$$\omega^3 = \iint_A \omega^3 dA \quad (2.52)$$

I_z , I_y , I_ω gibi geometrik karakteristiklerin ve kayma merkezinin yerinin belirlenişi ince cidarlı kesitlere ait literatürde mevcuttur (Vlasov, 1961; Trahair, 1993; Bleich, 1952; Chajes, 1974). β_y , β_z ve β_ω ile ifade edilen Wagner katsayıları ise literatürde nadiren verilmektedir. Herhangi bir açık kesit şekli için $y_2 z$, $y z^2$, $y z \omega$, $z^2 \omega$, $y^2 \omega$, $z \omega^2$, $y \omega^2$, z^3 , y^3

ve ω_3 terimleri ile bahsi geçen diğer terimleri hesaplamak için Ek 5.'de verilen sayısal yöntem kullanılmıştır.

2.2.1.4. Tanjant Rijitlik Matrisinin Elde Edilişi

Asimetrik ince cidarlı açık kesitler genellikle eksantrik olarak birleşirler ve asal eksenleri de normal olarak sistem eksenlerine göre eğiktir. Yapının tamamının rijitlik matrisi, bütün yapı elemanlarındaki sonlu elemanların rijitlikleri birleştirilerek elde edilir. Ancak, ilk olarak eleman rijitlik matrisinin eleman koordinat eksen takımı x, y, z 'den yapının sistem koordinat eksen takımı X, Y, Z 'ye dönüştürülmesi gerekir. Elemanın eksantrik uç birleşimlerine müsaade etmek için düğüm noktası eleman koordinat eksen takımı x'', y'', z'' Şekil 2.20'de gösterildiği gibi tanımlanır. Bu eksenlere göre kayma merkezinin ve geometrik merkezin koordinatları sırasıyla S_Z, S_Y ve C_Z, C_Y 'dir. Şekil 2.20.b'den görüldüğü gibi paralel bir koordinat sistemi x', y', z' , asal eksenlerden ϕ kadar bir açıyla S kayma merkezinden geçmektedir



Şekil 2.20. Eleman ve sistem koordinat eksen takımları

Kolaylık getirmesi bakımından $[L_1], [L_2]$ ve $[L_3]$ ile ifade edilen üç ayrı dönüşüm matrisi kullanılır. Global koordinatlardaki eleman tanjant rijitlik matrisi $[k_T]_g$ aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$[k_T]_g = [L_1][L_2][L_3][k_L + k_G][L_3]^T[L_2]^T[L_1]^T \quad (2.53)$$

Burada $[L_1]$ x'' , y'' , z'' birleşim noktası eleman koordinat eksenlerini X , Y , Z sistem koordinat eksenleri ile ilişkilendiren dönüşüm matrisi, $[L_2]$ birleşimin eksantrisitesini dikkate almak için kayma merkezinden geçen x' , y' , z' eksenlerini bu eksenlere paralel birleşim noktası eleman koordinat eksenleri x'' , y'' , z'' ile ilişkilendiren dönüşüm matrisi, $[L_3]$ ise asal düzlemleri (xy ve xz) sistem eksenlerine paralel olan eksenlere ($x'y'$ ve $x'z'$) döndürmek için kullanılan dönüşüm matrisidir. Literatürde $[L_1]$ ve $[L_2]$ matrisleri birleşik olarak da verilebilmektedir. $[L_1]$, $[L_2]$ ve $[L_3]$ matrisleri Ek 6.'da verilmektedir.

Yapının tanjant rijitlik matrisi, K_T sonlu eleman yönteminde kullanılan standart birleştirme prosedürü ile elde edilir.

$$[K_T] = \sum_n [k_T]_g \quad (2.54)$$

Burada n eleman sayısı, $[k_T]_g$ sistem koordinatlardaki eleman tanjant rijitlik matrisidir.

Bütün yapı için artımsal denge denklemi

$$\{\Delta F\} = [K_T]\{\Delta r\} \quad (2.55)$$

şeklinindedir. Burada $\{\Delta F\}$ artımsal düğüm noktası kuvvet vektörü, $\{\Delta r\}$ artımsal deplasman vektörüdür.

2.2.2. Elastik Burkulma Yükleri

2.2.2.1. Doğrusallaştırılmış Özdeğer Yaklaşımı

Doğrusal elastik burkulma yükünü hesaplamak için burkulma öncesi deformasyonların ihmal edilebilir olduğu, dolayısıyla dikkate alınmayacağını varsaymak gerekir. Bu yüzden burkulma öncesi ve burkulma sonrası deformasyonların birbirlerini etkilemeyeceği varsayılır. Bu çalışmanın bundan sonraki kısımlarında burkulma öncesi

deformasyonların etkisi ve doğrusal olmayan yük deformasyon eğrileri üzerinde durulmaktadır.

Önceki varsayımlardan yola çıkarak yapının tanjant rijitliği K_T , K_L doğrusal rijitliği ve keyfi bir yük faktörü λ ile çarpılan K_G geometrik rijitliğine ayrılabilir. Bu yüzden (2.55) artımsal denge denklemi yapının toplam denge denklemi cinsinden ifade edilebilir.

$$\{F\} = [K_L + \lambda K_G] \{r\} \quad (2.56)$$

Burada $\{F\}$ düğüm noktası kuvvet vektörü ve $\{r\}$ burkulma deformasyon vektörüdür. (2.53)'de kullanılan $[L_1]$, $[L_2]$ ve $[L_3]$ dönüşüm matrislerinin doğrusal burkulma problemlerinde güncellenmesine gerek olmadığına dikkat edilmelidir.

Triviyal (trivial) bir çözüm için (2.56) denklemindeki $[K_L + \lambda K_G]$ matrisinin determinantı sifıra eşit olmalıdır. Yani

$$|K_L + \lambda K_G| = 0 \quad (2.57)$$

olmalıdır. Yük faktörü λ 'nın çözümü için pek çok sayısal algoritma mevcuttur. Bir sonraki kısımdaki örneklerde çözümler Mathematica ile kodlanan bir program yardımıyla elde edilmiştir.

2.2.2.2. Doğrusal Burkulma Yükleri

Bu kısımda, yüksek merteben doğrusal olmayan terimlerin dahil edilmesi ile elde edilen ve doğrusal rijitlik matrisi ile birlikte kullanılarak daha hassas sonuçlar vermesi beklenen geometrik rijitlik matrisi ile eşit kollu korniyerler gibi tek simetri ekseni olan veya değişik kollu korniyerler gibi simetri ekseni olmayan ince cidarlı açık kesitlerin burkulma yükleri hesaplanmaktadır.

2.2.2.2.1. Eksenel Basınca Maruz Korniyerlerin Burkulması

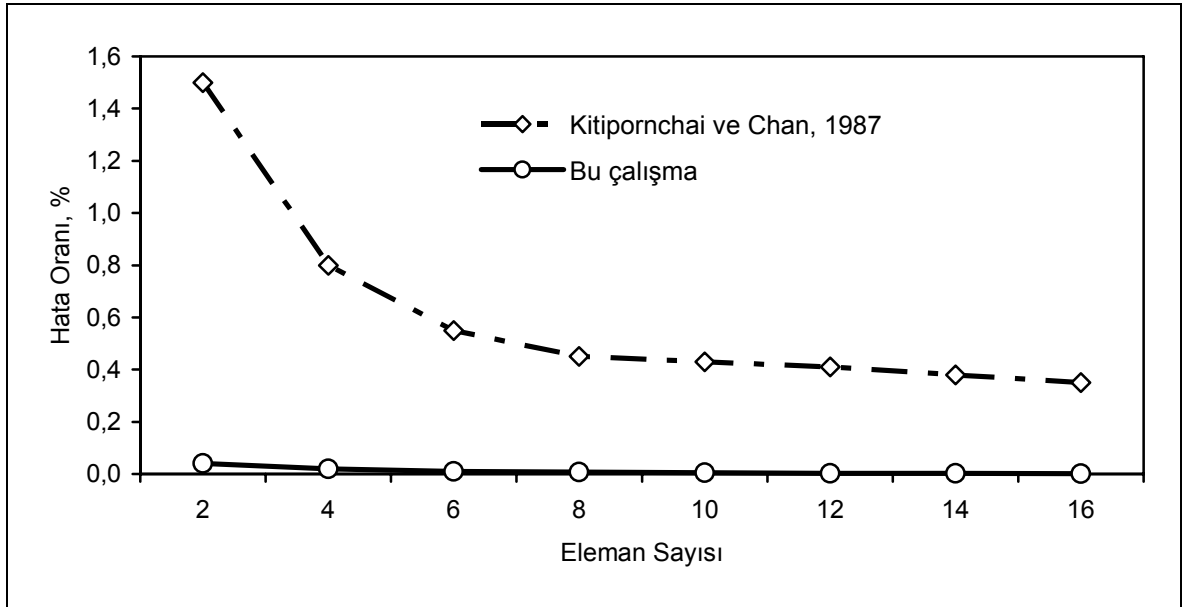
Merkezi eksenel yüke maruz, mafsal uçlu, asimetric kesitli ince cidarlı çubukların elastik burkulma yükleri bu tip çubukların diferansiyel denge denklemlerinin kapalı

çözümü ile elde edilir. Harmonik fonksiyonların diferansiyel denge denklemlerine yerleştirilmesi ile elde edilen aşağıdaki kübik denklemin en küçük kökü kritik burkulma yükü olarak alınır (Galambos, 1968; Kitipornchai, 1983; Kitipornchai ve Lee, 1986).

$$(P - P_x)(P - P_y)(P - P_t)(r_0^2 + y_0^2 + z_0^2) - (P y_0)^2(P - P_z) - (P z_0)^2(P - P_y) = 0 \quad (2.58)$$

Burada P_y ve P_z sırasıyla çubuğun y ve z eksenlerine göre Euler burkulma yükleri, P_x kayma merkezi eksenine göre burulma yükü ve r_0 polar atalet yarıçapıdır.

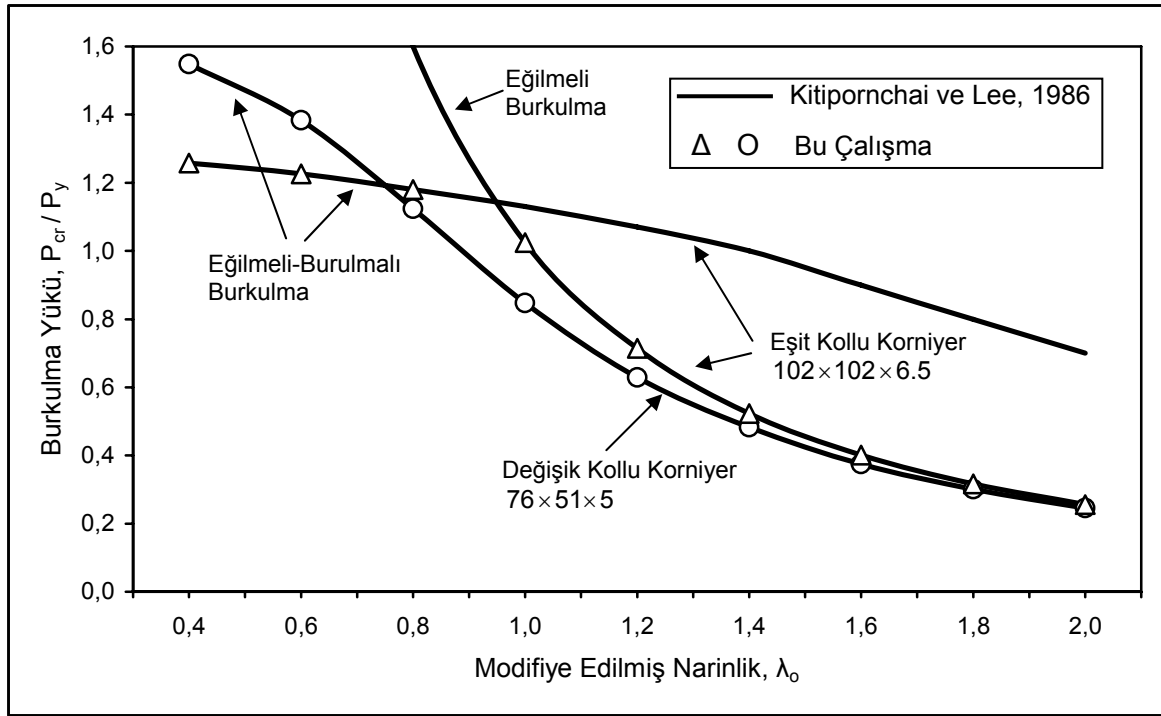
Eşit kollu korniyer çubuklar için sonlu eleman çözümünün yaklaşımı Şekil 2.21’de gösterilmektedir.



Şekil 2.21. Sonlu eleman çözümlerinin yaklaşımı

Şekil 2.21’den anlaşıldığı üzere bu çalışmada elde edilen geometrik rijitlik matrisi ile teorik burkulma yükleri neredeyse kesin olarak belirlenebilmektedir. Bundan sonraki örneklerde dört eleman kullanarak çözümlerin elde edilmesi tercih edilmiştir.

Şekil 2.22’de eşit ve değişik kollu korniyerlerin (2.58) denklemi ile elde edilen teorik burkulma yükleri ile sonlu eleman yöntemi kullanarak elde edilen burkulma yükleri karşılaştırılmaktadır. Şekilden sonlu eleman çözümlerinin hem eğilmeli hem de eğilmeli-burulmalı burkulma modları için elastik burkulma yüklerini tam olarak tahmin ettiği görülmektedir.



Şekil 2.22. Merkezi yüklü korniyerlerin burkulması

2.2.2.2.2. Eksenel Basınca Maruz Asimetrik U Profilli Konsol Bir Kirişin Burkulması

Korniyer elemanların çarpılmaları yok denecek kadar azdır. Dolayısıyla korniyer kesitlerin çarpılma fonksiyonu ile ilgili I_{ω} , β_{ω} , $yz\omega$, $z2\omega$, $y2\omega$, $z\omega2$, $y\omega2$ ve $\omega3$ terimleri sıfıra oldukça yakın çıkmaktadır. Bu terimlerin sıfırdan farklı olduğu kesitler için elde edilen rijitlik matrisinin test edilmesi amacıyla Şekil 2.23'de görülen geometrik merkezinden eksenel basınca maruz asimetrik U profilli bir konsol kirişin elastik burkulma yükü elde edilmiştir.

Bu kesite ait Ek 5.'de verilen yöntemle elde edilen geometrik veriler:

$$A=800 \text{ cm}^2, I_{\bar{y}}=115.24 \text{ cm}^4, I_{\bar{z}}=7.68 \text{ cm}^4, I_{\omega}=70.1 \text{ cm}^6, J=0.6667 \text{ cm}^4,$$

$$y_0=1.588 \text{ cm}, z_0=-2.57 \text{ cm}, \theta=6.2486^\circ,$$

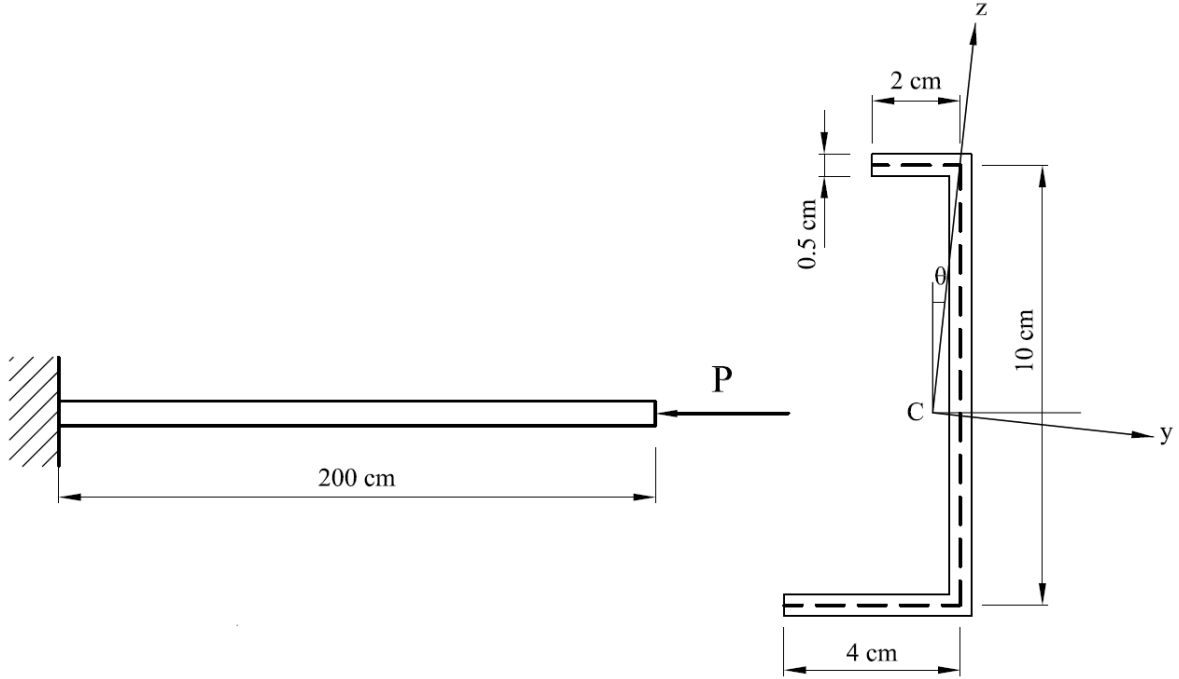
$$\beta_{\bar{y}}=-4.622 \text{ cm}, \beta_{\bar{z}}=-4.60 \text{ cm}, \beta_{\omega}=-0.56 \text{ cm}^2,$$

$$y2z=-16.08 \text{ cm}^5, yz2=-50.93 \text{ cm}^5, yz\omega=74.97 \text{ cm}^6, z2\omega=-36.81 \text{ cm}^6, y2\omega=-2.93 \text{ cm}^6,$$

$$z\omega2=245.62 \text{ cm}^7, y\omega2=-69.61 \text{ cm}^7, z3=75.27 \text{ cm}^5, y3=-8.81 \text{ cm}^5, \omega3=-333.52 \text{ cm}^5.$$

Malzeme özellikleri:

$$E=30000 \text{ N/cm}^2, G=11500 \text{ N/cm}^2 \text{ dir.}$$



Şekil 2.23. Eksenel basınca maruz asimetrik U profilli bir konsol kiriş

Tablo 2.21’de eksenel yük altındaki konsol kirişin ilk üç mod için sonlu eleman yöntemi ile elde edilen burkulma yükleri analitik çözümlerle ve ABAQUS’de 1600 kabuk eleman kullanılarak elde edilen değerlerle karşılaştırılmaktadır.

Tablo 2.21. Geometrik merkezinden eksenel basınca maruz asimetrik U profilli bir konsol kirişin eğilmeli-burulmalı burkulma yükleri (N)

Mod	Bu çalışma	Analitik Çözüm	ABAQUS
1	14.1513	13.9016	14.023
2	193.326	191.736	190.00
3	566.763	571.667	544.67

Tablodan, sonlu eleman çözümünün bu tip kesitler için de çok iyi sonuçlar verdiği görülmektedir.

2.2.3. Yük-Deformasyon Eğrisinin Elde Edilmesi

Yapıların klasik stabilite analizi burkulma öncesi deformasyonlardan dolayı eleman geometrisinin değişimini ihmal etmektedir. Fakat, kaçınılmaz ilkel geometrik kusurlardan,

yük eksantrisitesinden ve malzemenin doğrusal olmayan özelliğinden dolayı dallanma (elastik burkulma) yükleri elemanın yük taşıma kapasitesini temsil edemez. Önceki bölümde çalışılan elastik burkulma yükleri yalnızca ince cidarlı elemanlar için elde edilen rijitlik matrislerinin doğruluğunu teyit etmeye hizmet etmişlerdir. Elde edilen rijitlik matrisleri bu bölümde güncellenen Lagrangian yaklaşımı temel alınarak gerçekleştirilen doğrusal olmayan elastik analizde yüksüz başlangıç hallerinden itibaren yapının yük-deformasyon eğrisini elde etmek için kullanılmaktadır.

Geometrik bakımdan doğrusal olmayan analiz için ayrıntıları birinci bölümde verilen Newton-Raphson yönteminin değiştirilmiş halinin kullanılmasına karar verilmiştir. Bu yöntem ile gerçekleştirilen ikinci mertbe analizinin akış şeması aşağıda verilmektedir.

- 1. Adım** Değişken ve parametrelerin hazırlanması.
- 2. Adım** İlk artımsal yükün, sınır şartlarının, yapının geometri ve malzeme özelliklerinin girilmesi.
- 3. Adım** Eleman tanjant rijitlik matrisinin oluşturulması.
- 4. Adım** Eleman eksenlerinin sistem eksenlerine dönüştürülmesi.
- 5. Adım** Yapının tanjant rijitlik matrisinin oluşturulması.
- 6. Adım** Deplasman artımları için çözüm yapılması.
- 7. Adım** Deplasman artımlarının toplam deplasmana eklenmesi.
- 8. Adım** Geometrinin güncellenmesi.
- 9. Adım** Yapının deplasman vektöründen eleman deplasmanlarının hesaplanması ve eleman koordinat eksenine dönüştürülmesi.
- 10. Adım** Eleman kuvvetlerinin hesaplanması.
- 11. Adım** Eleman kuvvet vektörünün en son halini elde etmek için eleman kuvvet vektörünün biriktirilmesi ve artık kuvvetlerin hesaplanabilmesi için sistem koordinatlarına dönüştürülmesi.
- 12. Adım** Uygulanan kuvvetlerle karşılaştırılarak dengesiz kuvvetlerin belirlenmesi.
- 13. Adım** Dengenin kontrol edilmesi. Eğer sağlanıyorsa bir sonraki yük artımının uygulanması veya işlemin sonlandırılması. Aksi takdirde geleneksel Newton-Raphson yöntemi için 3. Adım'a, değiştirilmiş Newton-Raphson yöntemi için 6. Adım'a gidilmesi.

Çözümüne geçmeden önce sekant rijitlik bağıntıları denen aşağıdaki kuvvet artım ifadelerinin ise tahmin edilen son kuvvet ve momentlere güncellenmiş kuvvet vektörünün elde edilmesi için eklenmesi gerekir. Kuvvet ve momentlerdeki bu artımlar Chan ve Chui (2000) tarafından

$$\Delta M_{y1} = \left(\frac{4EI_y}{L} + \frac{4PL}{30} \right) \Delta \theta_{y1} + \left(\frac{2EI_y}{L} - \frac{PL}{30} \right) \Delta \theta_{y2} \quad (2.59)$$

$$\Delta M_{y2} = \left(\frac{2EI_y}{L} - \frac{PL}{30} \right) \Delta \theta_{y1} + \left(\frac{4EI_y}{L} + \frac{4PL}{30} \right) \Delta \theta_{y2} \quad (2.60)$$

$$\Delta M_{z1} = \left(\frac{4EI_z}{L} + \frac{4PL}{30} \right) \Delta \theta_{z1} + \left(\frac{2EI_z}{L} - \frac{PL}{30} \right) \Delta \theta_{z2} \quad (2.61)$$

$$\Delta M_{z2} = \left(\frac{2EI_z}{L} - \frac{PL}{30} \right) \Delta \theta_{z1} + \left(\frac{4EI_z}{L} + \frac{4PL}{30} \right) \Delta \theta_{z2} \quad (2.62)$$

$$\Delta P = \left(\frac{EA}{L} \right) \Delta u_x \quad (2.63)$$

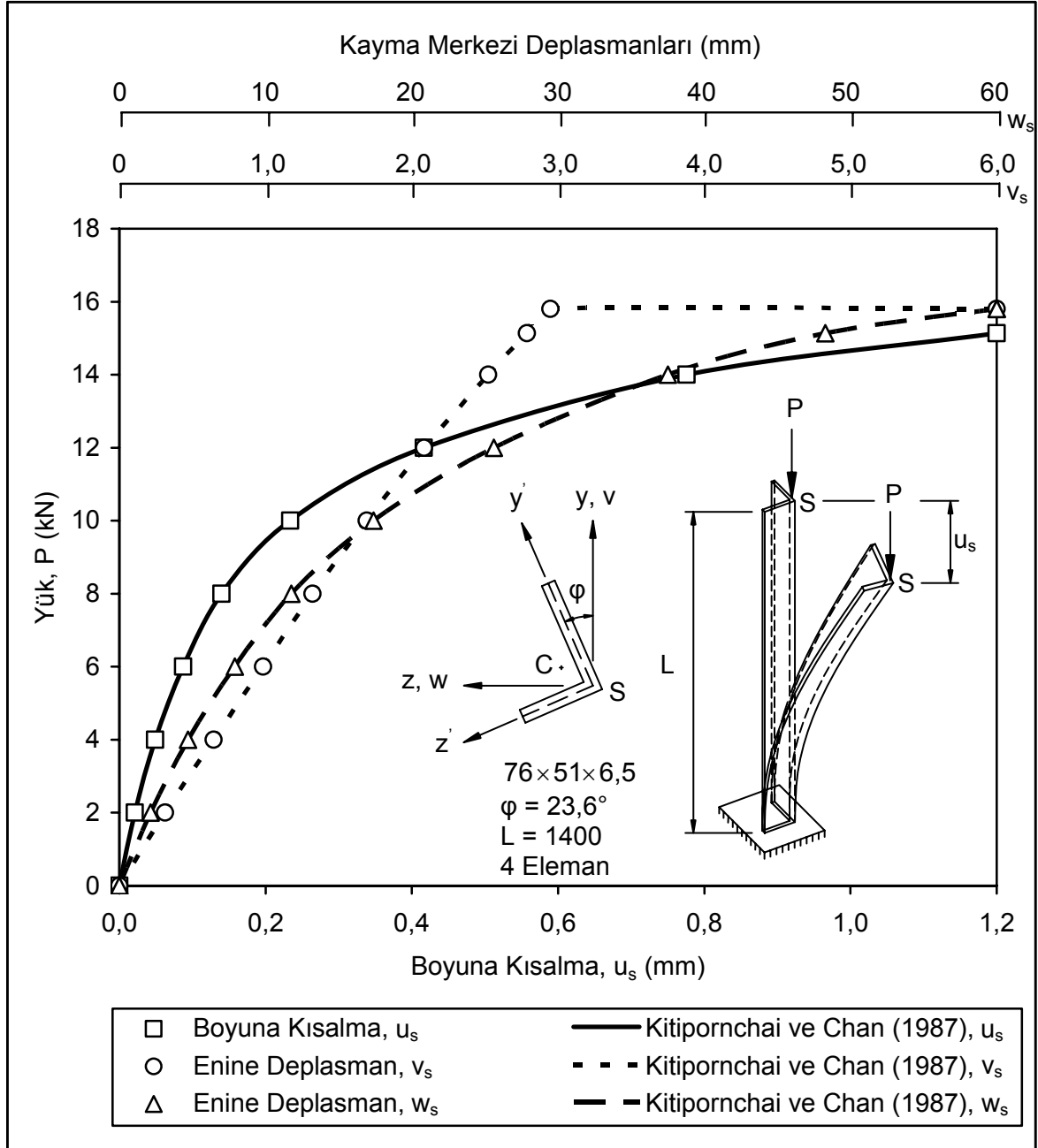
$$\Delta M_x = \left(\frac{GJ + Pr_0^2}{L} \right) (\Delta \theta_{x2} - \Delta \theta_{x1}) \quad (2.64)$$

şeklinde verilmektedir.

2.2.3.1. Eksantrik Yüklü Korniyer Kiriş Kolonun Doğrusal Olmayan Analizi

Örnek olarak eksantrik aksenal basınç yüküne maruz bir korniyer konsolun büyük yerdeğiştirme davranışı incelenmiştir. Şekil 2.24'den görüldüğü gibi P yükünün değişik kollu korniyer en kesitinin kayma merkezi boyunca etkidiği varsayılmaktadır. Problemin çözümü Mathematica'da kodlanan bir program ile elde edilmiştir. Aksenal kısalma u_s ve

yükün uygulandığı noktanın yanal yer değiştirmeleri v_s ve w_s 'ye ait eğriler Şekil 2.24'de çizilmiştir.



Şekil 2.24. Korniyer konsol çubuğun yük-deformasyon eğrisi

Elde edilen eğriler Chan ve Kitipornchai'nin (1987) çalışmasındaki eğrilerle neredeyse üst üste düşmektedir. Şekilden görüldüğü üzere w_s yanal deplasmanı korniyer stabilitesini kaybetmeden önce 60 mm'ye ulaşmaktadır.

3. SONUÇLAR

Bu tezde değişik mesnet şartlarına sahip eksantrik yüklü korniyerlerin geometri ve malzeme bakımından doğrusal olmayan davranış altındaki yük taşıma kapasitelerini tahmin etmeye yarayan etkili ve güvenilir bir sonlu eleman modeli oluşturulmuştur. Bu modelin elde edilmesi üç aşamada gerçekleştirilmiştir. Aşağıda bu üç aşama kısaca özetlenmekte ve her aşamada elde edilen sonuçlar verilmektedir.

İlk aşamada mafsal uçlu, merkezi yüklü eşit kollu korniyerlerin sonlu eleman modeli üzerinde durulmuştur. Bunun için test sonuçları bilinen eşit kollu 7 korniyerin teorik burkulma ve deneysel göçme yükleri çeşitli sonlu eleman modellerini test etmek için kullanılmıştır. ABAQUS 6.5 sonlu eleman paket programı yardımıyla korniyerler modellenerek burkulma analizleri yapılmıştır. Bu aşamada elemanların kritik burkulma yüklerine en yakın yükleri veren model esas model olarak seçilmiştir. Modele ait en uygun sonlu eleman olarak S4R kabuk eleman seçilerek sonlu eleman ağında kullanılacak eleman boyutlarının 10×10 mm olmasına karar verilmiştir. Kurulan modelin teorik sonuçlarla uygunluk gösterdiği belirlendikten sonra doğrusal olmayan sonlu eleman analizi ile korniyerlerin göçme yükleri tahmin edilmeye çalışılmıştır. İkel kusurları modellemek için her elemana $L/1760$ 'lık bütünsel bir ilkel eğrilik verilmiştir. Malzeme bakımından doğrusal olmayan etkinin dikkate alınması için doğrusal elastik-ideal plastik malzeme kullanılmıştır. Belirlenen model ile yapılan doğrusal olmayan analiz sonucunda eşit kollu korniyerler için test sonuçlarına yakın değerler elde edildiği görülmüştür.

İkinci aşamada merkezi yüklü değişik kollu korniyerlerin sonlu eleman modeli üzerinde durulmuştur. Merkezi yüklü eşit kollu korniyerlerin göçme yüklerini tahmin etmek için belirlenen sonlu eleman modeli temel alınarak 5 ayrı sonlu eleman modeli geliştirilmiştir. En uygun modele test sonuçları bilinen 13 korniyere ait sonuçlardan yararlanılarak karar verilmiştir. $L/1760$ 'lık ilkel eğrilik göz önünde bulundurularak sonlu eleman modeli ile modellenen Kitipornchai ve Lee'nin (1986) çalışmasındaki 13 adet korniyerin tahmin edilen göçme yükleri deneysel sonuçlara yeterince yakın çıkmıştır. Belirlenen bu modelle merkezi yüklü korniyerler için parametrik bir çalışma gerçekleştirilmiş ve elde edilen sonuçlar TS 648'in bu tip korniyerler için önerdiği yüklerle karşılaştırılmıştır. TS 648 standardı, parametrik çalışmadaki korniyerlerin merkezi yük

taşıma kapasiteleri için ortalama 2 kat fazla değer önermiş, yani aşırı emniyetli değerler vermiştir.

Son aşamada değişik mesnet şartlarına sahip eksantrik yüklü değişik ve eşit kollu korniyerlerin yük taşıma kapasitelerini tahmin etmek için en son belirlenen sonlu eleman modelinin geliştirilmesine ihtiyaç duyulmuştur. Bunun için son modelden yararlanılarak 14 farklı sonlu eleman modeli üzerinde durulmuştur. Bu modeller arasından test sonuçları bilinen 22 adet merkezi ve 26 adet eksantrik yüklü korniyerin yük taşıma kapasitelerini başarıyla tahmin eden model esas model olarak seçilmiştir. Bu modelde yerel ve bütünsel ilkel eğriliklerin yanında artık gerilmeler hesaba katılmış, korniyer kollarındaki ve köşesindeki malzemenin doğrusal olmayan özellikleri ayrıca modele dahil edilmiş ve sınır şartları rijit kütle yardımıyla sağlanmıştır. Merkezi ve eksantrik yüklü tek parçalı eşit kollu korniyerlerin göçme yükleri oluşturulan sonlu eleman modeli ile çok iyi bir yaklaşıklıkla tahmin edilmiştir. Oluşturulan model farklı sınır şartlarına sahip değişken kollu korniyerler için de kullanılabilir.

Uygulanan yükün konumunun, artık gerilmelerin, narinlik oranının ve ilkel eğriliğin göçme yükü üzerindeki etkisini araştırmak için tek kolundan mesnetli korniyerler üzerinde geliştirilen sonlu eleman modeli kullanılarak parametrik bir çalışma yapılmıştır. Oluşturulan modelle yapılan parametrik çalışma sonucunda korniyerlerin yük taşıma kapasitelerini artık gerilmelerin etkilemediği görülmüştür. İlkel eğriliklerin etkisi ise eğriliğin ve narinliğin artmasına paralel olarak taşıma kapasitesini azaltıcı yöndedir. Yükün tatbik noktası merkezden uzaklaştıkça taşıma kapasitesi önemli ölçüde düşmektedir. Beklendiği gibi narinlik arttıkça göçme yükünün azaldığı da saptanmıştır.

Sonlu eleman modeliyle tahmin edilen yük taşıma kapasiteleri TS 648’de önerildiği şekliyle hesaplanan tasarım kapasiteleri ile karşılaştırılmış ve TS 648’in aşırı emniyetli olduğu sonucuna varılmıştır. Bu durumun ekonomik olmayan sonuçlara neden olduğu düşünülmektedir. TS 648 standardında özellikle korniyerler için değil de bütün aksenel eğilme ve basınç etkisindeki çubuklar için genel bir etkileşim denkleminin kullanılması bu duruma neden olmaktadır.

Bu çalışmada korniyerler gibi asimetrik ince cidarlı açık kesitli elemanların geometrik bakımdan doğrusal olmayan büyük deplasman analizi de ortaya konulmuştur. İlk olarak ince cidarlı açık kesitli bir elemanın geometrik rijitlik matrisi türetilmiştir. İnce cidarlı elemanlar için temel enerji denklemleri, şekil değiştirme terimlerinin doğrusal ve doğrusal olmayan bütün terimleri kullanılarak yüksek mertebeden çarpım terimleri ihmal

edilmeden geliştirilmiştir. Geometrik rijitlik matrisi, aksenal deplasman için doğrusal deplasman fonksiyonu ve yanal deplasmanlar ile burulma için kübik deplasman fonksiyonu varsayımına dayanarak elde edilmiştir.

Sistemin tanjant rijitliği eleman rijitliklerinin üç farklı dönüşüm matrisi kullanılarak eleman koordinatlarından sistem koordinatlarına dönüştürülmesi ile elde edilmiştir. Doğrusal olmayan analizde çarpılmanın elemanlar arasındaki iletimi ve dönüşümü dikkate alınmamıştır. Elde edilen matrisler merkezi yüklü eşit kollu ve değişik kollu mafsal uçlu korniyerlerin ve basınca maruz asimetric kesitli konsol bir U profiline dallanma yüklerini tahmin etmek için kullanılmıştır. Bu çalışmada sunulan formülasyon ile burkulma yükleri neredeyse kesin olarak tahmin edilmiştir.

Güncellenen Lagrangian formülasyonu değiştirilmiş Newton-Raphson yöntemi ile birlikte doğrusal olmayan burkulmaya ait yük-deformasyon eğrilerini çizmek için kullanılmıştır. Eksantrik yüklü değişik kollu bir korniyer konsolun büyük deplasman davranışı ortaya konulmuştur.

4. ÖNERİLER

Bu tezde malzeme bakımından doğrusal olmayan etkinin dikkate alınması için doğrusal elastik-ideal plastik malzeme kullanılmıştır. Davranış bakımından doğrusal olmayan malzeme modellenirken malzeme pekleşmesinin de dikkate alınması daha gerçekçi sonuçlar verebilir.

Tek kolundan mesnetli korniyerlerin modellenmesinde yalnızca civataların ağırlık merkezine göre yük tatbik edilmiştir. Günümüzde sıklıkla kullanılan kaynaklı birleşimin de modellenmesi uygun olacaktır.

Geometri ve malzeme bakımından doğrusal olmayan dinamik analiz ile korniyerlerin deprem etkisi karşısında ki davranışı da incelenmelidir.

TS 648'in aşırı emniyetli sonuçlar vermesinden dolayı korniyerler için ayrı bir tasarım denklemi önerilmelidir.

Bu tezde korniyerler gibi asimetrik ince cidarlı açık kesitli elemanların yalnızca geometrik bakımdan doğrusal olmayan analizi çalışılmıştır. Elde edilen geometrik rijitlik matrisi ile beraber malzeme bakımından doğrusal olmayan analiz de çalışılmalıdır.

5. KAYNAKLAR

- ABAQUS Standard User's Manual, 2005. Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Vols. 1, 2 and 3, Version 6.5.
- Adluri, S. M. R ve Madugula, M. K. S., 1992. Eccentrically Loaded Single Angle Struts, Journal of Structural Engineering, 29, 2, 59-66.
- Adluri, S. M. R, Madugula, M. K. S. ve Monforton, G. R., 1991. Finite Element Failure Analysis of Schifflerized Angles, Computers and Structures, 41, 5, 1087-1093.
- Adluri, S. M. R. ve Madugula, M. K. S., 1996. Flexural Buckling of Steel Angles: Experimental Investigations, Journal of Structural Engineering, 122, 3, 309-317.
- AISC, 2000. Load and Resistance Factor Design Specification for Single-Angle Members, American Institute of Steel Construction, Chicago, USA.
- Al-Bermani, F. G. A. ve Kitipornchai, S., 1990. Nonlinear Analysis of Thin-Walled Structures Using Least Element/Member, Journal of Structural Engineering, 116, 1, 215-234.
- Allwarden, J. M., 1987. Statistical Strength Properties for Single Angle Struts, M.S. Thesis, University of Maine, Maine, USA.
- Al-Sayed, S. H. ve Bjorhovde, R., 1989. Experimental Study of Single Angle Columns, Journal of Constructional Steel Research, 12, 2, 83-102.
- Al-Sayed, S. H., 1987. Inelastic Behaviour of Single Angle Columns, Ph.D. Thesis, University of Arizona, Tuscon, Arizona, USA.
- Argyris, J. H., Hilpert, O., Malejannakis, G. A. ve Scharpf, D. W., 1979. On the Geometrical Stiffness of A Beam in Space - A Consistent V. W. Approach, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 20, 1, 105-131.
- ASCE, 2000. Design of Latticed Steel Transmission Structures, ASCE 10-97, American Society of Civil Engineers, New York, USA.
- Bathe, K. J., Ramm, E. ve Wilson, E. L., 1975. Finite Element Formulations for Large Deformation Dynamic Analysis, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 9, 353-386.
- Bathe, K. J. ve Bolourchi, S., 1979. Large Displacement Analysis of Three-Dimension Beam Structures, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 14, 961-986.
- Bathon, L., Mueller, W. H. ve Kempner Jr., L., 1993. Ultimate Load Capacity of Single Steel Angles, Journal of Structural Engineering, 119, 1, 279-300.

- Batoz, J. L., Dhatt, G., 1979. Incremental Displacement Algorithms for Nonlinear Problems, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 14, 1262-1266.
- Belytschko, T. ve Glaum, L. W., 1979. Applications of Higher Order Corotational Stretch Theories to Nonlinear Finite Element Analysis, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 10, 175-182.
- Belytschko, T. ve Hsieh, B. J., 1973. Non-Linear Transient Finite Element Analysis with Convected Co-Ordinates, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 7, 255-271.
- Belytschko, T. ve Schwer, L., 1977. Large Displacement Transient Analysis of Space Frames, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 11, 65-84.
- Bergan, P. G., Horrigmoe, G., Brakeland, B. ve Soreide, T. H., 1978. Solution Techniques for Non-Linear Finite Element Problems, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 12, 1677-1696.
- Bleich, F. ve Bleich, H. H., 1936. Bending, Torsion and Buckling of Bars Composed of Thin Walls, Preliminary Publication, 2nd Congress, IABSE, English Edition, Berlin, Germany, 871 s.
- Bleich, F. ve Bleich, H. H., 1952. Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill Book Co., New York, NY, 508 s.
- Bonet, J. ve Wood, R. D., 1997. Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis, Cambridge University Press, 248 s.
- BSI, 1985. Structural Use of Steelwork on Building, BS 5950, Part I, British Standards Institute, London, England.
- CAN/CSA, 1994. Limit States Design of Steel Structures, CAN/CSA-S16.1-94, Canadian Standards Association, Rexdale, Ont., Canada.
- Cardona, A. ve Geradin, M., 1988. A Beam Finite Element Non-Linear Theory with Finite Rotations, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 26, 11, 2403-2438.
- Chajes, A., 1974. Principles of Structural Stability Theory, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, USA, 288 s.
- Chan, S. L. ve Chui, P. P. T., 2000. Non-linear Static and Cyclic Analysis of Steel Frames with Semi-Rigid Connections, Elsevier Science Ltd, Oxford, UK, 336 s.
- Chan, S. L. ve Gu, J. X., 2000. Exact Tangent Stiffness for Imperfect Beam-Column Members, Journal of Structural Engineering, 125, 9, 1094-1102.
- Chan, S. L. ve Kitipornchai, S., 1987. Geometric Nonlinear Analysis of Asymmetric Thin-Walled Beam-Columns, Engineering Structures, 9, 4, 243-254.

- Chan, S. L. ve Kitipornchai, S., 1993. Ultimate Strength of Geometrically Imperfect Angle Columns, Proceedings of Structural Research Stability Council Annual Technical Session, Milwaukee, WI, USA, 295-308.
- Chan, S. L. ve Zhou, Z. H., 1994. Pointwise Equilibrium Polynomial Element for Nonlinear Analysis of Frames, Journal of Structural Engineering, 120, 6, 1703-1717.
- Chen, H. ve Blandford, G. E., 1991a. Thin-Walled Space Frames. I: Large Deformation Analysis Theory, Journal of Structural Engineering, 117, 8, 2499-2519.
- Chen, H. ve Blandford, G. E., 1991b. Thin-Walled Space Frames. II: Algorithmic Details and Applications, Journal of Structural Engineering, 117, 8, 2521-2539.
- Cheunmei, G., 1984. Elasto-Plastic Buckling of Single Angle Columns, Journal of Structural Engineering, 110, 6, 1391-1395.
- Chopra, A. K., 1995. Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering, 1th edn, Prentice-Hall, New Jersey, 729 s.
- Conci, A. ve Gattass, M., 1990a. Natural Approach for Thin-Walled Beam-Columns with Elastic-Plasticity, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 29, 8, 1653-1679.
- Conci, A. ve Gattass, M., 1990b. Natural Approach for Geometric Non-Linear Analysis of Thin-Walled Frames, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 30, 2, 207-231.
- Conci, A., 1992a. Large Displacement Analysis of Thin-Walled Beams with Generic Open Section, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 33, 10, 2109-2127.
- Conci, A., 1992b. Stiffness Matrix for Nonlinear Analysis of Thin-walled frames, Journal of Structural Engineering, 118, 9, 1859-1875.
- Cook, R. D., Malkus, D. S. ve Plesha, M. E., 1989. Concepts and Applications of Finite Element Analysis, 3th edn, John Wiley and Sons, New York, 630 s.
- Crisfield, M. A., 1981. A Fast Incremental/Iterative Solution Procedure That Handles "Snap-Through", Computers and Structures, 13, 55-62.
- Crisfield, M. A., 1983. An Arc-Length Method Including Line Searches and Accelerations, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 19, 1269-1289.
- Crisfield, M. A., 1990. A Consistent Co-Rotational Formulation for Non-Linear Three-Dimensional Beam-Elements, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 81, 2, 131-150.
- Crisfield, M. A., 1991. Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures: Volume I, John Wiley and Sons, New York, 345 s.

- Elgaaly, M., Dagner, H. ve Davids, W., 1991. Behaviour of Single Angle Compression Members, Journal of Structural Engineering, 117, 12, 3720-3741.
- Ellobody, E. ve Young, B., 2005. Behavior of Cold Formed Steel Plain Angle Columns, Journal of Structural Engineering, 131, 3, 457-466.
- Euler, L., 1759. Sur la Force de Colonnes, Memoires de l'Academie de Berlin, Berlin, Germany, 252 s.
- Feng, Y. T., Peric, D. ve Owen, D. R. J., 1996. A New Criterion for Determination of Initial Loading Parameter in Arc-Length Methods, Computers and Structures, 58, 479-485.
- Galambos, T. V., 1968. Structural Members and Frames, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 363 s.
- Goodier, J. N., 1941. The Buckling of Compression Bars by Torsion and Flexure, Cornell University Engineering Expt. Station Bulletin, No. 28, Ithaca, NY.
- Goodier, J. N., 1942. Flexural-Torsional Buckling of Bars of Open Sections, Cornell University Engineering Expt. Station Bulletin, No. 28, Ithaca, NY.
- Haaijer, G., Carskaddan, P. S. ve Grubb, M. A., 1981. Eccentric Load Test of Angle Column Simulated with Msc/Nastran Finite Element Program, Proceedings of Structural Research Stability Council Annual Technical Session, Chicago, USA.
- Hellweg, H. B. ve Crisfield, M. A., 1998. A New Arc-Length Method for Handling Sharp Snap-Backs, Computers and Structures, 66, 704-709.
- Hsiao, K. M. ve Lin, W.Y., 2000. A Co-Rotational Finite Element Formulation for Buckling and Postbuckling Analysis of Spatial Beams, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 188, 567-594.
- Hsiao, K. M., Horng, H. J. ve Chen. Y. R., 1987. A Corotational Procedure that Handles Large Rotations of Spatial Beam Structures, Computers and Structures, 27, 6, 769-781.
- Hsiao, K. M., Yang, R. T. ve Lin, W. Y., 1998. A Consistent Finite Element Formulation for Linear Buckling Analysis of Spatial Beams, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 156, 1-4, 259-276.
- Hu, X. R., Shen, Z. Y. ve Lu, L. W., 1982, Inelastic Stability Analysis of Biaxially Loaded Beam-Columns by the Finite Element Methods, Proceedings of International Conference on Finite Element Methods, Shangai, China, 2, 52-57.
- Ishida, A., 1968. Experimental Study on Column Carrying Capacity of Shy Steel Angles, Yawata Tech. Rep. No. 265, Yawata Iron and Steel Co., Tokyo, Japan, 8564-8582, 8761-8763.

- Izzuddin, B. A., 1991. Non-Linear Dynamic Analysis of Framed Structures, Ph.D. thesis, Dept. of Civil. Engineering, Imperial College, Univ. of London, London.
- Izzuddin, B. A. ve Elnashai, A. S., 1993. Eulerian Formulation for Large-Displacement Analysis of Space Frames, Journal of Engineering Mechanics, 119, 3, 549-569.
- Izzuddin, B. A. ve Smith, D. L., 1996. Large Displacement Analysis of Elastoplastic Thin-Walled Frames. I: Formulation and Implementation, Journal of Structural Engineering, 122, 8, 905-914.
- Johnston, B. G., 1983. Column Buckling Theory: Historic Highlights, Journal of Structural Engineering, 109, 9, 2086-2096.
- Kappus, R., 1937. Drillnicken Zentrisch Gedrückter Stabe Mit Offenem Profil Im Elastischen Bereich, Luftfahrtforschung, 14, 9, 444-457.
- Kennedy, J. B. ve Madugula, M. K. S., 1972. Buckling of Angles and Tee Struts, Journal of Structural Division, 98, 11, 2507-2522.
- Kennedy, J. B. ve Madugula, M. K. S., 1982. Buckling of Angles: State of the Art, Journal of Structural Division, 108, 9, 1967-1980.
- Kitipornchai, S., 1983. Torsional-Flexural Buckling of Angles: A Parametric Study, Journal of Constructional Steel Research, 3, 3, 27-31.
- Kitipornchai, S. ve Chan, S. L., 1987. Nonlinear Finite Element Analysis of Angle and Tee Beam-Columns, Journal of Structural Engineering, 113, 4, 721-739.
- Kitipornchai, S. ve Lee, H. W., 1984. Inelastic Experiments on Angles and Tee Struts, Research Report CE54, Department of Civil Engineering, University of Queensland, Australia.
- Kitipornchai, S. ve Lee, H. W., 1986. Inelastic Buckling of Single Angle, Tee and Double Angle Struts, Journal of Constructional Steel Research, 6, 1, 3-20.
- Liu ve Hui, 2010. Behaviour of Steel Single Angles Subjected to Eccentric Axial Loads, Canadian Journal of Civil Engineering, 37, 887-896.
- Lundquist, E. E. ve Fligg, C. M., 1937. A Theory for Primary Failure of Straight Centrally Loaded Columns, NACA Research Report No. 582.
- Madugula, M. K. S. ve Adluri, S. M. R., 1991. Strength of Steel Angles Struts Connected by One Leg, Research Report presented to Canadian Standards Association Committee on Antenna Towers (CSA S37).
- Madugula, M. K. S. ve Kennedy, J. B., 1985. Single and Compound Angle Members-Structural Analysis and Design, Elsevier Applied Science Publishers, London, UK., 354 s.
- Marsh, C., 1969. Single Angle Members in Tension and Compression, Journal of the Structural Division, 95, ST5, 1043-1049.

- Meek, J. L., 1971. Matrix Structural Analysis, McGraw-Hill, N.Y., 628 s.
- Meek, J. L. ve Loganathan, S., 1989. Large Displacement Analysis of Space-Frame Structures, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 72, 1, 57-75.
- Meek, J. L. ve Tan, H. S., 1984. Geometrically Nonlinear Analysis of Space Frames by An Incremental Iterative Technique, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 47, 261-282.
- Meek, J. L. ve Xue, Q., 1996. A Study on the Instability Problem For 2D-Frames, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 136, 3-4, 347-361.
- Meek, J. L. ve Xue, Q., 1998. A Study on the Instability Problem For 3D-Frames, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 158, 3-4, 235-254.
- Memon, B. A. ve Su, X. Z., 2004. Arc-Length Technique for Nonlinear Finite Element Analysis, Journal of Zhejiang University, 5, 618-628.
- Mueller, W. H. ve Erzurumlu, H., 1983a. Behaviour and Strength of Angles in Compression: An Experimental Investigation, Research Report of Civil-Structural Engineering, Division of Engineering and Applied Science, Portland State University, Portland, Oregon, USA.
- Mueller, W. H. ve Erzurumlu, H., 1983b. Limit State Behaviour of Steel Angle Columns, Research Report of Civil-Structural Engineering, Division of Engineering and Applied Science, Portland State University, Portland, Oregon, USA.
- Murray, N. W., 1986. Introduction to the Theory of Thin-Walled Structures, Oxford: Clarendon Press, 447 s.
- Nandula, R., 1998. Finite Element Analysis of Eccentrically Loaded Angles, M.S. Thesis, University of Windsor, Windsor, Ontario, Canada.
- Oran, C., 1973a. Tangent Stiffness in Plane Frames, Journal of Structural Division, 99, 6, 973-985.
- Oran, C., 1973b. Tangent Stiffness in Space Frames, Journal of Structural Division, 99, 6, 987-1001.
- Ostenfeld, A., 1931. Politeknisk Laereanstalts Laboratorium for Bygningsstatik, Meddelelse No. 5, Copenhagen, Denmark.
- Paz, M., 1997. Structural Dynamics: Theory and Computation, 4th edn, Chapman and Hall, New York, 822 s.
- Popovic, D., Hancock, G. J. ve Rasmussen, K. J. R., 2000. Compression Tests of DuraGal Angles Loaded Parallel with a Leg, Research Report R799, Department of Civil Engineering, The University of Sydney, Sydney NSW 2006, Australia.

- Polat, C., 2006. Geometrik Bakımdan Lineer Olmayan Kabuk Yapıların Statik ve Dinamik Davranışı, Doktora Tezi, Fırat Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elazığ.
- Przemieniecki, J. S., 1968. Theory of Matrix Structural Analysis, McGraw-Hill, N.Y., 480 s.
- Riks, E., 1972. The Application of Newton's Method to the Problem of Elastic Stability, Journal of Applied Mechanics, 39, 1060-1065.
- Riks, E., 1979. An Incremental Approach to the Solution of Snapping and Buckling Problems, International Journal of Solids and Structures, 15, 529-551.
- SAA, 1998. Steel Structures, AS 4100, Standards Association of Australia, North Sydney, New South Wales, Australia.
- Sakla, S. S. S., 2004. Neural Network Modeling of the Load-Carrying Capacity of Eccentrically-Loaded Single-Angle Struts, Journal of Constructional Steel Research, 60, 2004, 965-987.
- Shani, M. A., 1998. Compressive Strength of Eccentrically Loaded Angles, M.S. Thesis, University of Windsor, Windsor, Ontario, Canada.
- Shanley, F. R., 1947. Inelastic Column Theory, Journal of Aeronautical Science, 14, 5, 261-267.
- SJI, 1994. Standard Specifications, Load Tables and Weight Tables for Steel Joists and Joist Girders, 40th ed., Steel Joist Institute, Myrtle Beach, S.C.
- So, A. K. W. ve Chan, S. L., 1991. Buckling Analysis of Frames Using 1 Element/Member, Journal of Constructional Steel Research, 20, 271-289.
- Souza, N. E. A. ve Feng, Y. T., 1999. On the Determination of the Path Direction for Arc-Length Methods in the Presence of Bifurcations and 'Snap-Backs', Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 179, 81-89.
- Strang, A. H. ve Strickenberg, L. R., 1924. Results of Some Compression Tests of Structural Steel Angles, United States Bureau of Standards Technologic Papers of the Bureau of Standards, No. 218, Government Printing Office, Washington D.C., USA.
- Sun, J. ve Butterworth, J. W., 1998. Behavior of Steel Single Angle Compression Members Axially Loaded Through One Leg, Proceedings of the Australian Structural Engineering Conference, Auckland, Australia, 859-866.
- Sun, X., 2002. Design of Unconventional Slender Steel Structures by Stability Analysis, Ph.D. thesis, Dept. of Civil and Structural Engineering, Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, 225 s.
- Taniguchi, Y., Saka, T. ve Tanaka, H. 1999. Tangent Stiffness Equations for Laterally Distributed Loaded Members, Journal of Engineering Mechanics, 125, 5, 537-544.

- Teh, L. H. ve Clarke, M. J., 1997. New Definition of Conservative Internal Moments in Space Frames, Journal of Engineering Mechanics, 123, 2, 97-106.
- Teh, L. H. ve Clarke, M. J., 1998. Co-Rotational and Lagrangian Formulations for Elastic Three Dimensional Beam Finite Elements, Journal of Constructional Steel Research, 48, 2-3, 123-144.
- Teh, L. H. ve Clarke, M. J., 1999. Symmetry of Tangent Stiffness Matrices of 3D Elastic Frame, Journal of Engineering Mechanics, 125, 2, 248-251.
- Templin, R. L., Strum, R. G., Hartman, E. C. ve Holt, M., 1938. Column Strength of Various Aluminum Alloys, Research Report No.1, Aluminium Company Research Labs, New Kensington, Aluminium Company of America, Pittsburg, PA, USA.
- Timoshenko, S. P. ve Gere, J. M., 1961. Theory of Elastic Stability, Engineering Societies Monograph, McGraw Hill, New York, USA, 541 s.
- Todhunter, I. ve Pearson, K., 1960. A History of the Theory of Elasticity and of Strength of Materials, Dover Publications, (originally published by Cambridge University Press, 1893).
- Trahair, N. S., 1993. Flexural Torsional Buckling of Structures, E & FN Spon, London, England, 360 s.
- Trahair, N. S., 2001. Moment Capacities of Steel Angle Sections, Research Report No. R809, Department of Civil Engineering, University of Sydney, Sydney, Australia.
- TSE, 1980. Çelik Yapıların Hesap ve Yapım Kuralları, TS 648, Türk Standartları Enstitüsü, Ankara.
- Vlasov, V. Z., 1961. Thin-Walled Elastic Beams, Israil Program for Scientific Translation for NSF, Jerusalem (original Russian edition, 1959).
- Wakabayashi, M. ve Nonaka, T., 1965. On the Buckling Strength of Angles in Transmission Towers, Bulletin of the Disaster Prevention Institute, Kyoto University, Japan, 15, 2, 1-18.
- Warren, J. E., 1997. Nonlinear Stability Analysis of Frame-Type Structures with Random Geometric Imperfections Using a Total-Lagrangian Finite Element Formulation, Ph.D. Thesis, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Virginia, 211 s.
- Wempner, G.A., 1971. Discrete Approximation Related to Nonlinear Theories of Solids, International Journal of Solids and Structures, 7, 1581-1599.
- White, D. W. ve Chen, W. F., 1993. Plastic Hinge Based Methods for Advanced Analysis and Design of Steel Frames: An Assessment Of The State-Of-The-Art, SSRC, Bethlehem, Pa, 299 s.

- Wolfram Research, Inc., 2005. Mathematica, Version 5.2, Champaign, IL.
- Woolcock, S. T. ve Kitipornchai, S., 1986. Design of Single-Angle Web Struts in Trusses, Journal of Structural Engineering, 112, 6, 1327–1345.
- Yang, Y. B. ve Kuo, S. R., 1991. Consistent Frame Buckling Analysis by Finite Element Method, Journal of Structural Engineering, 117, 4, 1053-1069.
- Yang, Y. B. ve Kuo, S. R., 1994. Theory and Analysis of Nonlinear Framed Structures, Prentice Hall, Singapore, 450 s.
- Yang, Y. B. ve Leu, L. J., 1991. Force Recovery Procedures in Nonlinear Analysis, Computers and Structures, 41, 6, 1255-1261.
- Yang, Y. B. ve McGuire, W., 1986a. Stiffness Matrix for Geometric Nonlinear Analysis, Journal of Structural Engineering, 112, 4, 853-877.
- Yang, Y. B. ve McGuire, W., 1986b. Joint Rotation and Geometric Nonlinear Analysis, Journal of Structural Engineering, 112, 4, 879-905.
- Yokoo, Y., Wakabayashi, M. ve Nonaka, T., 1968. An Experimental Study on Buckling of Angles, Yawata Tech. Rep. No. 265, Yawata Iron and Steel Co., Tokyo, Japan, 8543-8563, 8759-8760.

6. EKLER

Ek 1. SEM-3'e göre 73 nolu elemanın özdeğer analizi için hazırlanan ABAQUS girdi dosyası

*HEADING

EIGENVALUE BUCKLING OF ANGLE (*63*63*4.8, 1508) UNDER AXIAL LOAD

* NODE

1, 0., 60.6, 0

1964, 0., 60.6, 1508

7, 0., 0, 0.

1970, 0., 0, 1508

13, 60.6, 0., 0.

1976, 60.6, 0., 1508

**

* NGEN, NSET=END1

1, 7, 1

7, 13, 1

* NGEN, NSET=END2

1964, 1970, 1

1970, 1976, 1

*NGEN, NSET=REST

1 , 1964 , 13

2 , 1965 , 13

3 , 1966 , 13

4 , 1967 , 13

5 , 1968 , 13

6 , 1969 , 13

7 , 1970 , 13

8 , 1971 , 13

9 , 1972 , 13

10 , 1973 , 13

11 , 1974 , 13
12 , 1975 , 13
13 , 1976 , 13

*NSET, NSET=BND1

END1

*NSET, NSET=BND2

END2

**

*NODE

500001,-75.5,-75.5,0.

500002, 24.5,-75.5,0.

500003, 124.5,-75.5,0.

500004,-75.5,24.5,0.

500005, 24.5,24.5,0.

500006, 124.5,24.5,0.

500007,-75.5,124.5,0.

500008, 24.5,124.5,0.

500009, 124.5,124.5,0.

599995,-2.4,38.6,0.

*ELEMENT,TYPE=R3D4,ELSET=WALL1

500001, 500001,500002,500005,500004

500002, 500002,500003,500006,500005

500003, 500004,500005,500008,500007

500004, 500005,500006,500009,500008

*NODE

600001,-75.5,-75.5,1508.

600002, 24.5,-75.5,1508.

600003, 124.5,-75.5,1508.

600004,-75.5,24.5,1508.

600005, 24.5,24.5,1508.

600006, 124.5,24.5,1508.

600007,-75.5,124.5,1508.

600008, 24.5,124.5,1508.

600009, 124.5,124.5,1508.

699995,-2.4,22.6,1508.

*ELEMENT,TYPE=R3D4,ELSET=WALL2

600001, 600001,600002,600005,600004

600002, 600002,600003,600006,600005

600003, 600004,600005,600008,600007

600004, 600005,600006,600009,600008

**

*ELEMENT, TYPE=S4R

1, 1, 14, 15, 2

*ELGEN, ELSET=EALL

1, 12, 1, 1, 151, 13, 12

*SHELL SECTION, ELSET=EALL, MATERIAL=MAT

4.8

*MATERIAL, NAME=MAT

*ELASTIC

199.95, 0.3

**

*SURFACE,TYPE=ELEMENT, NAME=WALL1

WALL1,SPOS

*SURFACE,TYPE=ELEMENT, NAME=WALL2

WALL2,SNeg

*SURFACE,TYPE=NODE,NAME=A

BND1,

*SURFACE,TYPE=NODE,NAME=B

BND2,

**

*RIGID BODY, ELSET=WALL1, REF NODE=599995

*RIGID BODY, ELSET=WALL2, REF NODE=699995

*TIE, NAME=TIE1,POSITION TOLERANCE=1.E-4

A, WALL1

*TIE, NAME=TIE2,POSITION TOLERANCE=1.E-4

B, WALL2

**

*RESTART, WRITE

**

*STEP

*BUCKLE, EIGENSOLVER=LANCZOS

10, , , ,

*BOUNDARY

599995, ZASYMM

699995, PINNED

699995, 6

*CLOAD

599995, 3, 1.

*NODE PRINT, GLOBAL=YES

U

*NODE FILE, GLOBAL=YES, LAST MODE=3

U

*END STEP

Ek 2. SEM-3'e göre 73 nolu elemanın doğrusal olmayan yük-deplasman analizine ait ABAQUS girdi dosyası

*HEADING

RIKS ANALYSIS OF ANGLE (*63*63*4.8, 1508) UNDER AXIAL LOAD

* NODE

1, 0., 60.6, 0

1964, 0., 60.6, 1508

7, 0., 0, 0.

1970, 0., 0, 1508

13, 60.6, 0., 0.

1976, 60.6, 0., 1508

**

* NGEN, NSET=END1

1, 7, 1

7, 13, 1

* NGEN, NSET=END2

1964, 1970, 1

1970, 1976, 1

*NGEN, NSET=REST

1 , 1964 , 13

2 , 1965 , 13

3 , 1966 , 13

4 , 1967 , 13

5 , 1968 , 13

6 , 1969 , 13

7 , 1970 , 13

8 , 1971 , 13

9 , 1972 , 13

10 , 1973 , 13

11 , 1974 , 13

12 , 1975 , 13

13 , 1976 , 13

```
*NSET, NSET=BND1
END1
*NSET, NSET=BND2
END2
**
*IMPERFECTION,FILE=e73,STEP=1
1, 0.096
2, 0.024
**
*NODE
500001,-75.5,-75.5,0.
500002, 24.5,-75.5,0.
500003, 124.5,-75.5,0.
500004,-75.5,24.5,0.
500005, 24.5,24.5,0.
500006, 124.5,24.5,0.
500007,-75.5,124.5,0.
500008, 24.5,124.5,0.
500009, 124.5,124.5,0.
599995,-2.4,22.6,0.
*ELEMENT,TYPE=R3D4,ELSET=WALL1
500001, 500001,500002,500005,500004
500002, 500002,500003,500006,500005
500003, 500004,500005,500008,500007
500004, 500005,500006,500009,500008
*NODE
600001,-75.5,-75.5,1508.
600002, 24.5,-75.5,1508.
600003, 124.5,-75.5,1508.
600004,-75.5,24.5,1508.
600005, 24.5,24.5,1508.
600006, 124.5,24.5,1508.
600007,-75.5,124.5,1508.
```


600008, 24.5,124.5,1508.

600009, 124.5,124.5,1508.

699995,-2.4,22.6,1508.

*ELEMENT,TYPE=R3D4,ELSET=WALL2

600001, 600001,600002,600005,600004

600002, 600002,600003,600006,600005

600003, 600004,600005,600008,600007

600004, 600005,600006,600009,600008

**

*SURFACE,TYPE=ELEMENT, NAME=WALL1

WALL1,SPOS

*SURFACE,TYPE=ELEMENT, NAME=WALL2

WALL2,SNeg

*SURFACE,TYPE=NODE,NAME=A

BND1,

*SURFACE,TYPE=NODE,NAME=B

BND2,

**

*RIGID BODY, ELSET=WALL1, REF NODE=599995

*RIGID BODY, ELSET=WALL2, REF NODE=699995

*TIE, NAME=TIE1,POSITION TOLERANCE=1.E-4

A, WALL1

*TIE, NAME=TIE2,POSITION TOLERANCE=1.E-4

B, WALL2

**

*ELSET, ELSET=S1, GENERATE

1 , 1801 , 12

12 , 1812 , 12

*ELSET, ELSET=S2, GENERATE

2 , 1802 , 12

11 , 1811 , 12

*ELSET, ELSET=S3, GENERATE

3 , 1803 , 12

```

10 , 1810 , 12
*ELSET, ELSET=S4, GENERATE
4 , 1804 , 12
9 , 1809 , 12
*ELSET, ELSET=S5, GENERATE
5 , 1805 , 12
8 , 1808 , 12
*ELSET, ELSET=S6, GENERATE
6 , 1806 , 12
7 , 1807 , 12
**
*MATERIAL, NAME=MAT1
*ELASTIC
199.95, 0.3
*PLASTIC
0.351, 0
*MATERIAL, NAME=MAT2
*ELASTIC
199.95, 0.3
*PLASTIC
0.406, 0
*ELSET, ELSET=FLATS
S1, S2, S3, S4, S5
*SHELL SECTION, ELSET=FLATS, MATERIAL=MAT1
4.8
*SHELL SECTION, ELSET=S6, MATERIAL=MAT2
4.8
*ELEMENT, TYPE=S4R
1, 1, 14, 15, 2
*ELGEN, ELSET=EALL
1, 12, 1, 1, 151, 13, 12
**
*RESTART, WRITE

```

**

*STEP, NLGEOM, INC=20

*STATIC, RIKS

0.01, 1.0, , , ,599995, 3

*BOUNDARY

599995, ZASYMM

699995, PINNED

699995, 6

*CLOAD

599995, 3, 108.

*END STEP

Ek 3. Doğrusal Rijitlik Matrisi

14×14'lük doğrusal rijitlik matrisi $[k_L]$ simetrik bir matrisdir. Matrisin üst üçgenindeki sıfırdan farklı terimler aşağıda verilmektedir.

$$k_{L1,1} = \frac{EA}{L}$$

$$k_{L1,8} = -\frac{EA}{L}$$

$$k_{L2,2} = \frac{12EI_{\bar{z}}}{L^3}$$

$$k_{L2,9} = -\frac{12EI_{\bar{z}}}{L^3}$$

$$k_{L2,6} = \frac{6EI_{\bar{z}}}{L^2}$$

$$k_{L2,13} = \frac{6EI_{\bar{z}}}{L^2}$$

$$k_{L3,3} = \frac{12EI_{\bar{y}}}{L^3}$$

$$k_{L3,5} = -\frac{6EI_{\bar{y}}}{L^2}$$

$$k_{L3,10} = -\frac{12EI_{\bar{y}}}{L^3}$$

$$k_{L3,12} = -\frac{6EI_{\bar{y}}}{L^2}$$

$$k_{L4,4} = \frac{6GJ}{5L} + \frac{12EI_{\omega}}{L^3}$$

$$k_{L4,7} = \frac{GJ}{10} + \frac{6EI_{\omega}}{L^2}$$

$$k_{L4,11} = -\frac{6GJ}{5L} - \frac{12EI_{\omega}}{L^3}$$

$$k_{L4,14} = \frac{GJ}{10} + \frac{6EI_{\omega}}{L^2}$$

$$k_{L5,5} = \frac{4EI_{\bar{y}}}{L}$$

$$k_{L5,10} = \frac{6EI_{\bar{y}}}{L^2}$$

$$k_{L5,12} = \frac{2EI_{\bar{y}}}{L}$$

$$k_{L6,6} = \frac{4EI_{\bar{z}}}{L}$$

$$k_{L6,9} = -\frac{6EI_{\bar{z}}}{L^2}$$

$$k_{L6,13} = \frac{2EI_{\bar{z}}}{L}$$

$$k_{L7,7} = \frac{2GJL}{15} + \frac{4EI_{\omega}}{L}$$

$$k_{L7,11} = -\frac{GJ}{10} - \frac{6EI_{\omega}}{L^2}$$

$$k_{L7,14} = -\frac{GJL}{30} + \frac{2EI_{\omega}}{L}$$

$$k_{L8,8} = \frac{EA}{L}$$

$$k_{L9,9} = \frac{12EI_{\bar{z}}}{L^3}$$

$$k_{L9,13} = -\frac{6EI_{\bar{z}}}{L^2}$$

$$k_{L10,10} = \frac{12EI_{\bar{y}}}{L^3}$$

$$k_{L10,12} = \frac{6EI_{\bar{y}}}{L^2}$$

$$k_{L11,11} = \frac{6GJ}{5L} + \frac{12EI_{\omega}}{L^3}$$

$$k_{L11,14} = -\frac{GJ}{10} - \frac{6EI_{\omega}}{L^2}$$

$$k_{L12,12} = \frac{4EI_{\bar{y}}}{L}$$

$$k_{L13,13} = \frac{4EI_{\bar{z}}}{L}$$

$$k_{L14,14} = \frac{2GJL}{15} + \frac{4EI_{\omega}}{L}$$

Ek 4. Geometrik Rijitlik Matrisi

14×14'lük geometrik rijitlik matrisi $[k_G]$ simetrik bir matrisdir. Matrisin üst üçgenindeki sıfırdan farklı terimler aşağıda verilmektedir.

$$k_{G1,2} = -k_{G2,8} = -k_{G1,9} = k_{G8,9} =$$

$$-\frac{M_{z1} + M_{z2} + L V_y}{L^2}$$

$$k_{G2,2} = -k_{G2,9} = k_{G9,9} =$$

$$\frac{6 (l_\omega (5 A y_{2z} l_z (-M_{y1} + M_{y2}) + l_y (A L^2 P l_z + 10 P l_z^2 + 5 A y_3 (M_{z1} - M_{z2}))) + 10 A y_{2\omega} l_y l_z M_\omega)}{5 A L^3 l_\omega l_y l_z}$$

$$k_{G1,3} = -k_{G3,8} = -k_{G1,10} = k_{G8,10} =$$

$$\frac{M_{y1} + M_{y2} - L V_z}{L^2}$$

$$k_{G2,3} = -k_{G3,9} = -k_{G2,10} = k_{G9,10} =$$

$$\frac{6 (l_\omega (y_{z2} l_z (-M_{y1} + M_{y2}) + y_{2z} l_y (M_{z1} - M_{z2})) + 2 y_{z\omega} l_y l_z M_\omega)}{L^3 l_\omega l_y l_z}$$

$$k_{G3,3} = -k_{G3,10} = k_{G10,10} =$$

$$6 \left(L^2 P + \frac{10 P l_y}{A} + \frac{5 z_3 (-M_{y1} + M_{y2})}{l_y} + \frac{5 y_{z2} (M_{z1} - M_{z2})}{l_z} + \frac{10 z_{2\omega} M_\omega}{l_\omega} \right) / 5 L$$

$$k_{G2,4} = -k_{G4,9} = -k_{G2,11} = k_{G9,11} =$$

$$\frac{1}{10} \left(\frac{6 (-10 y_{z\omega} + L^2 l_y) (M_{y1} - M_{y2})}{L^3 l_y} + \frac{60 y_{2\omega} (M_{z1} - M_{z2})}{L^3 l_z} + \frac{120 y_{\omega 2} M_\omega}{L^3 l_\omega} + 5 V_z - \frac{12 P z_0}{L} \right)$$

$$k_{G3,4} = -k_{G4,10} = k_{G10,11} =$$

$$\frac{120 z_{\omega 2} l_y l_z M_\omega + l_\omega (60 y_{z\omega} l_y (M_{z1} - M_{z2}) + l_z (-60 z_{2\omega} M_{y1} + 60 z_{2\omega} M_{y2} + L^2 l_y (6 M_{z1} - 6 M_{z2} - 5 L V_y + 12 P y_0)))}{10 L^3 l_\omega l_y l_z}$$

$$k_{G4,4} = k_{G11,11} =$$

$$\frac{1}{5} \left(\frac{6 P l_p}{L} + \frac{60 P l_\omega}{A L^3} - \frac{30 z \omega^2 M_{y1}}{L^3 l_{\bar{y}}} + \frac{30 z \omega^2 M_{y2}}{L^3 l_{\bar{y}}} + \frac{30 y \omega^2 M_{z1}}{L^3 l_{\bar{z}}} - \frac{30 y \omega^2 M_{z2}}{L^3 l_{\bar{z}}} \right. \\ \left. + \frac{60 \omega^3 M_\omega}{L^3 l_\omega} - 5 V_y y_0 - 5 V_z z_0 + \frac{6 M_\omega \beta_\omega}{L} - \frac{3 M_{y1} \beta_{\bar{y}}}{L} \right. \\ \left. + \frac{3 M_{y2} \beta_{\bar{y}}}{L} + \frac{3 M_{z1} \beta_{\bar{z}}}{L} - \frac{3 M_{z2} \beta_{\bar{z}}}{L} \right)$$

$$k_{G1,5} = - k_{G5,8} =$$

$$- \frac{M_{y1}}{L}$$

$$k_{G2,5} = k_{G6,10} =$$

$$\frac{2 l_\omega (y z^2 l_{\bar{z}} (2 M_{y1} - M_{y2}) + y^2 z l_{\bar{y}} (-2 M_{z1} + M_{z2})) - 6 y z \omega l_{\bar{y}} l_{\bar{z}} M_\omega}{L^2 l_\omega l_{\bar{y}} l_{\bar{z}}}$$

$$k_{G3,5} = - k_{G5,10} =$$

$$- \frac{P}{10} - \frac{6 P l_{\bar{y}}}{A L^2} + \frac{4 z^3 M_{y1} - 2 z^3 M_{y2}}{L^2 l_{\bar{y}}} + \frac{2 y z^2 (-2 M_{z1} + M_{z2})}{L^2 l_{\bar{z}}} - \frac{6 z^2 \omega M_\omega}{L^2 l_\omega}$$

$$k_{G4,5} = - k_{G5,11} =$$

$$\frac{-60 z \omega^2 l_{\bar{y}} l_{\bar{z}} M_\omega + l_\omega (20 y z \omega l_{\bar{y}} (-2 M_{z1} + M_{z2}) + l_{\bar{z}} (40 z^2 \omega M_{y1} - 20 z^2 \omega M_{y2} + L^2 l_{\bar{y}} (M_{z2} - L V_y - P y_0)))}{10 L^2 l_\omega l_{\bar{y}} l_{\bar{z}}}$$

$$k_{G5,5} =$$

$$\left(2 L^2 P + \frac{60 P l_{\bar{y}}}{A} + \frac{15 z^3 (-3 M_{y1} + M_{y2})}{l_{\bar{y}}} + \frac{15 y z^2 (3 M_{z1} - M_{z2})}{l_{\bar{z}}} \right. \\ \left. + \frac{60 z^2 \omega M_\omega}{l_\omega} \right) / 15 L$$

$$k_{G1,6} = - k_{G6,8} =$$

$$- \frac{M_{z1}}{L}$$

$$k_{G2,6} =$$

$$\frac{P}{10} + \frac{6 P l_{\bar{z}}}{A L^2} + \frac{2 y^2 z (-2 M_{y1} + M_{y2})}{L^2 l_{\bar{y}}} + \frac{4 y^3 M_{z1} - 2 y^3 M_{z2}}{L^2 l_{\bar{z}}} + \frac{6 y^2 \omega M_\omega}{L^2 l_\omega}$$

$$k_{G3,6} = k_{G5,9} =$$

$$\frac{l_\omega (2 y z^2 l_{\bar{z}} (-2 M_{y1} + M_{y2}) + 2 y^2 z l_{\bar{y}} (2 M_{z1} - M_{z2})) + 6 y z \omega l_{\bar{y}} l_{\bar{z}} M_\omega}{L^2 l_\omega l_{\bar{y}} l_{\bar{z}}}$$

$k_{G4,6} =$

$$\left(\frac{20 yz\omega (-2 M_{y1} + M_{y2})}{l_{\bar{y}}} + \frac{60 y\omega 2 l_{\bar{z}} M_{\omega}}{l_{\omega} l_{\bar{z}}} - \frac{l_{\omega} (20 y^2\omega (-2 M_{z1} + M_{z2}) + L^2 l_{\bar{z}} (M_{y2} + L V_z + P z_0))}{l_{\omega} l_{\bar{z}}} \right) / 10 L^2$$

 $k_{G5,6} =$

$$\frac{l_{\omega} (y z^2 l_{\bar{z}} (3 M_{y1} - M_{y2}) + y^2 z l_{\bar{y}} (-3 M_{z1} + M_{z2})) - 4 y z \omega l_{\bar{y}} l_{\bar{z}} M_{\omega}}{L l_{\omega} l_{\bar{y}} l_{\bar{z}}}$$

 $k_{G6,6} =$

$$\left(2 L^2 P + \frac{60 P l_{\bar{z}}}{A} + \frac{15 y^2 z (-3 M_{y1} + M_{y2})}{l_{\bar{y}}} + \frac{15 y^3 (3 M_{z1} - M_{z2})}{l_{\bar{z}}} + \frac{60 y^2 \omega M_{\omega}}{l_{\omega}} \right) / 15 L$$

 $k_{G1,7} = -k_{G1,14} = k_{G8,14} = -k_{G7,8} =$

$$- \frac{M_{\omega}}{L}$$

 $k_{G2,7} =$

$$\frac{2 yz\omega (-2 M_{y1} + M_{y2})}{L^2 l_{\bar{y}}} + \frac{1}{10} \left(-M_{y2} + \frac{20 y^2\omega (2 M_{z1} - M_{z2})}{L^2 l_{\bar{z}}} + \frac{60 y\omega 2 M_{\omega}}{L^2 l_{\omega}} + L V_z - P z_0 \right)$$

 $k_{G3,7} =$

$$\frac{60 z\omega 2 l_{\bar{y}} l_{\bar{z}} M_{\omega} - l_{\omega} (20 yz\omega l_{\bar{y}} (-2 M_{z1} + M_{z2}) + l_{\bar{z}} (40 z^2\omega M_{y1} - 20 z^2\omega M_{y2} + L^2 l_{\bar{y}} (M_{z2} + L V_y - P y_0)))}{10 L^2 l_{\omega} l_{\bar{y}} l_{\bar{z}}}$$

 $k_{G4,7} = -k_{G6,11} =$

$$\frac{1}{10} \left(P l_p + \frac{60 P l_{\omega}}{A L^2} - \frac{40 z\omega 2 M_{y1}}{L^2 l_{\bar{y}}} + \frac{20 z\omega 2 M_{y2}}{L^2 l_{\bar{y}}} + \frac{40 y\omega 2 M_{z1}}{L^2 l_{\bar{z}}} - \frac{20 y\omega 2 M_{z2}}{L^2 l_{\bar{z}}} + \frac{60 \omega 3 M_{\omega}}{L^2 l_{\omega}} + M_{\omega} \beta_{\omega} + M_{y2} \beta_{\bar{y}} - M_{z2} \beta_{\bar{z}} \right)$$

 $k_{G5,7} =$

$$\frac{-120 z\omega 2 l_{\bar{y}} l_{\bar{z}} M_{\omega} + l_{\omega} (30 yz\omega l_{\bar{y}} (-3 M_{z1} + M_{z2}) + l_{\bar{z}} (90 z^2\omega M_{y1} - 30 z^2\omega M_{y2} + L^2 l_{\bar{y}} (-3 M_{z1} + M_{z2} - 4 P y_0)))}{30 L l_{\omega} l_{\bar{y}} l_{\bar{z}}}$$

$k_{G6,7} =$

$$\left(\left(3 L^2 - \frac{90 y z \omega}{l_{\bar{y}}} \right) M_{y1} + \left(-L^2 + \frac{30 y z \omega}{l_{\bar{y}}} \right) M_{y2} + \frac{90 y 2 \omega M_{z1}}{l_{\bar{z}}} - \frac{30 y 2 \omega M_{z2}}{l_{\bar{z}}} + \frac{120 y \omega 2 M_{\omega}}{l_{\omega}} - 4 L^2 P z_0 \right) / 30 L$$

 $k_{G6,9} =$

$$-\frac{P}{10} - \frac{6 P l_{\bar{z}}}{A L^2} + \frac{4 y 2 z M_{y1} - 2 y 2 z M_{y2}}{L^2 l_{\bar{y}}} + \frac{2 y 3 (-2 M_{z1} + M_{z2})}{L^2 l_{\bar{z}}} - \frac{6 y 2 \omega M_{\omega}}{L^2 l_{\omega}}$$

 $k_{G7,9} =$

$$\frac{1}{10} \left(\frac{20 y z \omega (2 M_{y1} - M_{y2})}{L^2 l_{\bar{y}}} + M_{y2} - \frac{40 y 2 \omega M_{z1}}{L^2 l_{\bar{z}}} + \frac{20 y 2 \omega M_{z2}}{L^2 l_{\bar{z}}} - \frac{60 y \omega 2 M_{\omega}}{L^2 l_{\omega}} - L V_z + P z_0 \right)$$

 $k_{G7,10} =$

$$\frac{-60 z \omega 2 l_{\bar{y}} l_{\bar{z}} M_{\omega} + l_{\omega} (20 y z \omega l_{\bar{y}} (-2 M_{z1} + M_{z2}) + l_{\bar{z}} (40 z 2 \omega M_{y1} - 20 z 2 \omega M_{y2} + L^2 l_{\bar{y}} (M_{z2} + L V_y - P y_0)))}{10 L^2 l_{\omega} l_{\bar{y}} l_{\bar{z}}}$$

 $k_{G3,11} =$

$$\frac{-120 z \omega 2 l_{\bar{y}} l_{\bar{z}} M_{\omega} + l_{\omega} (60 y z \omega l_{\bar{y}} (-M_{z1} + M_{z2}) + l_{\bar{z}} (60 z 2 \omega M_{y1} - 60 z 2 \omega M_{y2} - L^2 l_{\bar{y}} (6 M_{z1} - 6 M_{z2} + 5 L V_y + 12 P y_0)))}{10 L^3 l_{\omega} l_{\bar{y}} l_{\bar{z}}}$$

 $k_{G4,11} =$

$$\frac{3 (2 A L^2 P l_p l_{\omega} l_{\bar{y}} l_{\bar{z}} + 20 P l_{\omega}^2 l_{\bar{y}} l_{\bar{z}} + 20 A \omega 3 l_{\bar{y}} l_{\bar{z}} M_{\omega} + A l_{\omega} (10 y \omega 2 l_{\bar{y}} (M_{z1} - M_{z2}) + l_{\bar{z}} (-M_{y1} (10 z \omega 2 + L^2 l_{\bar{y}} \beta_{\bar{y}}) + M_{y2} (10 z \omega 2 + L^2 l_{\bar{y}} \beta_{\bar{y}}) + L^2 l_{\bar{y}} (2 M_{\omega} \beta_{\omega} + (M_{z1} - M_{z2}) \beta_{\bar{z}}))))}{5 A L^3 l_{\omega} l_{\bar{y}} l_{\bar{z}}}$$

 $k_{G6,11} =$

$$\frac{1}{10} \left(\frac{20 y z \omega (2 M_{y1} - M_{y2})}{L^2 l_{\bar{y}}} + M_{y2} - \frac{40 y 2 \omega M_{z1}}{L^2 l_{\bar{z}}} + \frac{20 y 2 \omega M_{z2}}{L^2 l_{\bar{z}}} - \frac{60 y \omega 2 M_{\omega}}{L^2 l_{\omega}} + L V_z + P z_0 \right)$$

 $k_{G1,12} = - k_{G8,12} =$

$$-\frac{M_{y2}}{L}$$

$$k_{G2,12} =$$

$$\frac{2 l_{\omega} (y z^2 l_{\bar{z}} (M_{y1} - 2 M_{y2}) - y^2 z l_{\bar{y}} (M_{z1} - 2 M_{z2})) - 6 y z \omega l_{\bar{y}} l_{\bar{z}} M_{\omega}}{L^2 l_{\omega} l_{\bar{y}} l_{\bar{z}}}$$

$$k_{G3,12} = -k_{G10,12} =$$

$$-\frac{P}{10} - \frac{6 P l_{\bar{y}}}{A L^2} + \frac{2 z^3 (M_{y1} - 2 M_{y2})}{L^2 l_{\bar{y}}} - \frac{2 y z^2 (M_{z1} - 2 M_{z2})}{L^2 l_{\bar{z}}} - \frac{6 z^2 \omega M_{\omega}}{L^2 l_{\omega}}$$

$$k_{G4,12} = -k_{G11,12} =$$

$$\frac{2 z^2 \omega (M_{y1} - 2 M_{y2})}{L^2 l_{\bar{y}}} + \frac{1}{10} \left(\left(-1 - \frac{20 y z \omega}{L^2 l_{\bar{z}}} \right) M_{z1} + \frac{40 y z \omega M_{z2}}{L^2 l_{\bar{z}}} - \frac{60 z \omega^2 M_{\omega}}{L^2 l_{\omega}} + L V_y - P y_0 \right)$$

$$k_{G5,12} =$$

$$\left(-L^2 P + \frac{60 P l_{\bar{y}}}{A} + \frac{30 z^3 (-M_{y1} + M_{y2})}{l_{\bar{y}}} + \frac{30 y z^2 (M_{z1} - M_{z2})}{l_{\bar{z}}} + \frac{60 z^2 \omega M_{\omega}}{l_{\omega}} \right) / 30 L$$

$$k_{G6,12} = k_{G5,13} =$$

$$\frac{l_{\omega} (y z^2 l_{\bar{z}} (M_{y1} - M_{y2}) + y^2 z l_{\bar{y}} (-M_{z1} + M_{z2})) - 2 y z \omega l_{\bar{y}} l_{\bar{z}} M_{\omega}}{L l_{\omega} l_{\bar{y}} l_{\bar{z}}}$$

$$k_{G7,12} =$$

$$\frac{-120 z \omega^2 l_{\bar{y}} l_{\bar{z}} M_{\omega} + l_{\omega} (60 y z \omega l_{\bar{y}} (-M_{z1} + M_{z2}) + l_{\bar{z}} (60 z^2 \omega M_{y1} - 60 z^2 \omega M_{y2} + L^2 l_{\bar{y}} (M_{z1} - M_{z2}) + L V_y + 2 P y_0))}{60 L l_{\omega} l_{\bar{y}} l_{\bar{z}}}$$

$$k_{G9,12} =$$

$$\frac{l_{\omega} (-2 y z^2 l_{\bar{z}} (M_{y1} - 2 M_{y2}) + 2 y^2 z l_{\bar{y}} (M_{z1} - 2 M_{z2})) + 6 y z \omega l_{\bar{y}} l_{\bar{z}} M_{\omega}}{L^2 l_{\omega} l_{\bar{y}} l_{\bar{z}}}$$

$$k_{G12,12} =$$

$$\left(2 L^2 P + \frac{60 P l_{\bar{y}}}{A} - \frac{15 z^3 (M_{y1} - 3 M_{y2})}{l_{\bar{y}}} + \frac{15 y z^2 (M_{z1} - 3 M_{z2})}{l_{\bar{z}}} + \frac{60 z^2 \omega M_{\omega}}{l_{\omega}} \right) / 15 L$$

$$k_{G1,13} = -k_{G8,13} =$$

$$-\frac{M_{z2}}{L}$$

$k_{G2,13} =$

$$\frac{P}{10} + \frac{6 P l_{\bar{z}}}{A L^2} - \frac{2 y^2 z (M_{y1} - 2 M_{y2})}{L^2 l_{\bar{y}}} + \frac{2 y^3 (M_{z1} - 2 M_{z2})}{L^2 l_{\bar{z}}} + \frac{6 y^2 \omega M_{\omega}}{L^2 l_{\omega}}$$

 $k_{G3,13} =$

$$\frac{l_{\omega} (-2 y^2 z l_{\bar{z}} (M_{y1} - 2 M_{y2}) + 2 y^2 z l_{\bar{y}} (M_{z1} - 2 M_{z2})) + 6 y z \omega l_{\bar{y}} l_{\bar{z}} M_{\omega}}{L^2 l_{\omega} l_{\bar{y}} l_{\bar{z}}}$$

 $k_{G4,13} =$

$$\frac{1}{10} \left(\left(1 - \frac{20 y z \omega}{L^2 l_{\bar{y}}} \right) M_{y1} + \frac{40 y z \omega M_{y2}}{L^2 l_{\bar{y}}} + \frac{20 y^2 \omega M_{z1}}{L^2 l_{\bar{z}}} - \frac{40 y^2 \omega M_{z2}}{L^2 l_{\bar{z}}} + \frac{60 y \omega^2 M_{\omega}}{L^2 l_{\omega}} + L V_z - P z_0 \right)$$

 $k_{G6,13} =$

$$\left(-L^2 P + \frac{60 P l_{\bar{z}}}{A} + \frac{30 y^2 z (-M_{y1} + M_{y2})}{l_{\bar{y}}} + \frac{30 y^3 (M_{z1} - M_{z2})}{l_{\bar{z}}} + \frac{60 y^2 \omega M_{\omega}}{l_{\omega}} \right) / 30 L$$

 $k_{G7,13} =$

$$\left(\left(-L^2 - \frac{60 y z \omega}{l_{\bar{y}}} \right) M_{y1} + \left(L^2 + \frac{60 y z \omega}{l_{\bar{y}}} \right) M_{y2} + \frac{60 y^2 \omega M_{z1}}{l_{\bar{z}}} - \frac{60 y^2 \omega M_{z2}}{l_{\bar{z}}} + \frac{120 y \omega^2 M_{\omega}}{l_{\omega}} + L^3 V_z + 2 L^2 P z_0 \right) / 60 L$$

 $k_{G9,13} =$

$$-\frac{P}{10} - \frac{6 P l_{\bar{z}}}{A L^2} + \frac{2 y^2 z (M_{y1} - 2 M_{y2})}{L^2 l_{\bar{y}}} - \frac{2 y^3 (M_{z1} - 2 M_{z2})}{L^2 l_{\bar{z}}} - \frac{6 y^2 \omega M_{\omega}}{L^2 l_{\omega}}$$

 $k_{G10,13} =$

$$\frac{2 l_{\omega} (y^2 z l_{\bar{z}} (M_{y1} - 2 M_{y2}) - y^2 z l_{\bar{y}} (M_{z1} - 2 M_{z2})) - 6 y z \omega l_{\bar{y}} l_{\bar{z}} M_{\omega}}{L^2 l_{\omega} l_{\bar{y}} l_{\bar{z}}}$$

 $k_{G11,13} =$

$$\left(-\frac{1}{10} + \frac{2 y z \omega}{L^2 l_{\bar{y}}} \right) M_{y1} - \frac{4 y z \omega M_{y2}}{L^2 l_{\bar{y}}} - \frac{2 y^2 \omega M_{z1}}{L^2 l_{\bar{z}}} + \frac{4 y^2 \omega M_{z2}}{L^2 l_{\bar{z}}} - \frac{6 y \omega^2 M_{\omega}}{L^2 l_{\omega}} - \frac{L V_z}{10} + \frac{P z_0}{10}$$

 $k_{G12,13} =$

$$\frac{l_{\omega} (y^2 z l_{\bar{z}} (M_{y1} - 3 M_{y2}) - y^2 z l_{\bar{y}} (M_{z1} - 3 M_{z2})) - 4 y z \omega l_{\bar{y}} l_{\bar{z}} M_{\omega}}{L l_{\omega} l_{\bar{y}} l_{\bar{z}}}$$

$k_{G13,13} =$

$$\left(2 L^2 P + \frac{60 P l_{\bar{z}}}{A} - \frac{15 y_2 z (M_{y1} - 3 M_{y2})}{l_{\bar{y}}} + \frac{15 y_3 (M_{z1} - 3 M_{z2})}{l_{\bar{z}}} + \frac{60 y_2 \omega M_{\omega}}{l_{\omega}} \right) / 15 L$$

 $k_{G4,14} = -k_{G11,14} =$

$$\frac{1}{10} \left(P l_p + \frac{60 P l_{\omega}}{A L^2} - \frac{20 z \omega^2 M_{y1}}{L^2 l_{\bar{y}}} + \frac{40 z \omega^2 M_{y2}}{L^2 l_{\bar{y}}} + \frac{20 y \omega^2 M_{z1}}{L^2 l_{\bar{z}}} - \frac{40 y \omega^2 M_{z2}}{L^2 l_{\bar{z}}} + \frac{60 \omega^3 M_{\omega}}{L^2 l_{\omega}} + M_{\omega} \beta_{\omega} - M_{y1} \beta_{\bar{y}} + M_{z1} \beta_{\bar{z}} \right)$$

 $k_{G5,14} =$

$$\frac{-120 z \omega^2 l_{\bar{y}} l_{\bar{z}} M_{\omega} + l_{\omega} (60 y z \omega l_{\bar{y}} (-M_{z1} + M_{z2}) + l_{\bar{z}} (60 z^2 \omega M_{y1} - 60 z^2 \omega M_{y2} + L^2 l_{\bar{y}} (M_{z1} - M_{z2} - L V_y + 2 P y_o)))}{60 L l_{\omega} l_{\bar{y}} l_{\bar{z}}}$$

 $k_{G6,14} =$

$$\left(\left(-L^2 - \frac{60 y z \omega}{l_{\bar{y}}} \right) M_{y1} + \left(L^2 + \frac{60 y z \omega}{l_{\bar{y}}} \right) M_{y2} + \frac{60 y_2 \omega M_{z1}}{l_{\bar{z}}} - \frac{60 y_2 \omega M_{z2}}{l_{\bar{z}}} + \frac{120 y \omega^2 M_{\omega}}{l_{\omega}} - L^3 V_z + 2 L^2 P z_o \right) / 60 L$$

 $k_{G7,14} =$

$$\left(-2 L^2 P l_p + \frac{120 P l_{\omega}}{A} - \frac{60 z \omega^2 M_{y1}}{l_{\bar{y}}} + \frac{60 z \omega^2 M_{y2}}{l_{\bar{y}}} + \frac{60 y \omega^2 M_{z1}}{l_{\bar{z}}} - \frac{60 y \omega^2 M_{z2}}{l_{\bar{z}}} + \frac{120 \omega^3 M_{\omega}}{l_{\omega}} - 2 L^2 M_{\omega} \beta_{\omega} + L^2 M_{y1} \beta_{\bar{y}} - L^2 M_{y2} \beta_{\bar{y}} - L^2 M_{z1} \beta_{\bar{z}} + L^2 M_{z2} \beta_{\bar{z}} \right) / 60 L$$

 $k_{G9,14} =$

$$\frac{1}{10} \left(\left(-1 + \frac{20 y z \omega}{L^2 l_{\bar{y}}} \right) M_{y1} - \frac{40 y z \omega M_{y2}}{L^2 l_{\bar{y}}} - \frac{20 y_2 \omega M_{z1}}{L^2 l_{\bar{z}}} + \frac{40 y_2 \omega M_{z2}}{L^2 l_{\bar{z}}} - \frac{60 y \omega^2 M_{\omega}}{L^2 l_{\omega}} + L V_z + P z_o \right)$$

 $k_{G10,14} =$

$$\frac{-60 z \omega^2 l_{\bar{y}} l_{\bar{z}} M_{\omega} + l_{\omega} (-20 y z \omega l_{\bar{y}} (M_{z1} - 2 M_{z2}) + l_{\bar{z}} (20 z^2 \omega M_{y1} - 40 z^2 \omega M_{y2} - L^2 l_{\bar{y}} (M_{z1} + L V_y + P y_o)))}{10 L^2 l_{\omega} l_{\bar{y}} l_{\bar{z}}}$$

$$k_{G12,14} =$$

$$\left(\frac{30 z^2 \omega (M_{y1} - 3 M_{y2})}{I_{\bar{y}}} + \left(-L^2 - \frac{30 y z \omega}{I_{\bar{z}}} \right) M_{z1} + 3 L^2 M_{z2} + \frac{90 y z \omega M_{z2}}{I_{\bar{z}}} - \frac{120 z \omega^2 M_{\omega}}{I_{\omega}} - 4 L^2 P y_0 \right) 30 L$$

$$k_{G13,14} =$$

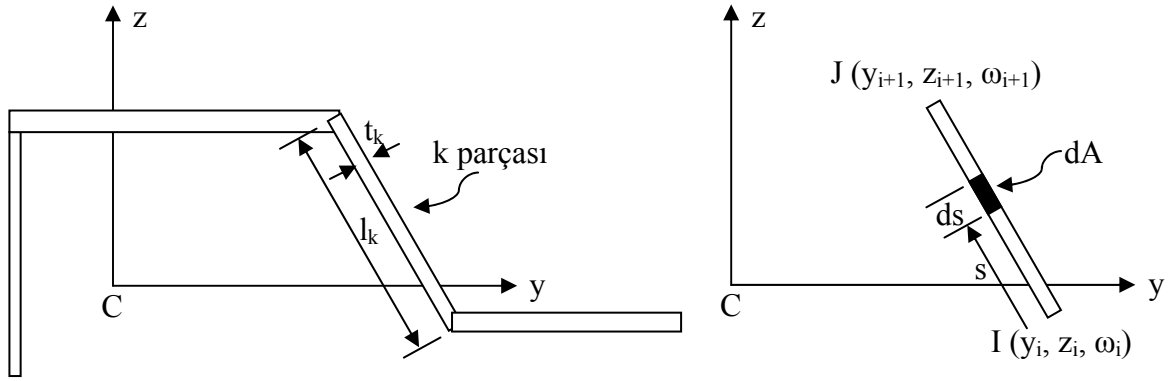
$$\left(\left(L^2 - \frac{30 y z \omega}{I_{\bar{y}}} \right) M_{y1} + \left(-3 L^2 + \frac{90 y z \omega}{I_{\bar{y}}} \right) M_{y2} + \frac{30 y^2 \omega M_{z1}}{I_{\bar{z}}} - \frac{90 y^2 \omega M_{z2}}{I_{\bar{z}}} + \frac{120 y \omega^2 M_{\omega}}{I_{\omega}} - 4 L^2 P z_0 \right) / 30 L$$

$$k_{G14,14} =$$

$$\left(4 L^2 P I_p + \frac{120 P I_{\omega}}{A} - \frac{30 z \omega^2 M_{y1}}{I_{\bar{y}}} + \frac{90 z \omega^2 M_{y2}}{I_{\bar{y}}} + \frac{30 y \omega^2 M_{z1}}{I_{\bar{z}}} - \frac{90 y \omega^2 M_{z2}}{I_{\bar{z}}} + \frac{120 \omega^3 M_{\omega}}{I_{\omega}} + 4 L^2 M_{\omega} \beta_{\omega} - L^2 M_{y1} \beta_{\bar{y}} + 3 L^2 M_{y2} \beta_{\bar{y}} + L^2 M_{z1} \beta_{\bar{z}} - 3 L^2 M_{z2} \beta_{\bar{z}} \right) / 30 L$$

Ek 5. İnce Cidarlı Açık Kesitin Geometrik Parametreleri

Bu ekte ince cidarlı açık bir kesitin geometrik karakteristiklerini hesaplamak için sayısal bir yöntem verilmektedir. I_z , I_y , I_ω , β_y , β_z , β_ω , y_2z , yz_2 , $yz\omega$, $z_2\omega$, $y_2\omega$, $z\omega_2$, $y\omega_2$, z_3 , y_3 ve ω_3 gibi geometrik karakteristikler modelde tanımlanmakta ve asal geometrik değişkenler y , z ve ω 'nin fonksiyonudurlar. Bütün bu geometrik değişkenler asal eksenlerde tanımlanmıştır. Bu yüzden geometrik merkez C ve kayma merkezi S 'nin pozisyonlarının ve asal eksenlerin yerlerinin belirlenmesi için bir ön çalışma yapılması gerekir. Yöntemin ayrıntıları Vlasov (1961) ve Murray (1986)'da verilmektedir. N tane doğru parçasından oluşturulmuş ince cidarlı açık bir kesit Ek Şekil 1.'de verilmektedir.



Ek Şekil 1. Sistem koordinatlarında ve s eğriçizgisel (curvilinear) koordinatında açık bir kesit

Bir k parçası l_k uzunluğu ve t_k kalınlığı ile tanımlanır. Bu parçanın ilk ve son düğüm noktaları I ve J ile temsil edilir. Asal eksenlerde I ve J 'nin koordinatları sırasıyla (y_i, z_i, ω_i) ve $(y_{i+1}, z_{i+1}, \omega_{i+1})$ 'dir. Bir M noktası k parçası üzerinde sistem koordinatları y , z ve ω ile I orjinli I - J eksenini boyunca eğriçizgisel koordinat s ile konumlanır. M 'nin sistem koordinatları I ve J 'nin koordinatlarının bir fonksiyonu olarak ifade edilebilir. Bu bağıntılar

$$y = y_i f_1(s) + y_{i+1} f_2(s) \quad (E.1)$$

$$z = z_i f_1(s) + z_{i+1} f_2(s) \quad (E.2)$$

$$\omega = \omega_i f_1(s) + \omega_{i+1} f_2(s) \quad (E.3)$$

burada $f_1(s)$ ve $f_2(s)$ aşağıda verilmektedir.

$$f_1(s) = 1 - \frac{s}{l_k} \quad (E.4)$$

$$f_2(s) = \frac{s}{l_k} \quad (E.5)$$

Elemanter alan ise şu şekilde yazılır:

$$dA = t_k ds \quad (E.6)$$

Bu bağıntılardan bütün geometrik değişkenlerin eğriçizgisel değişken s 'nin fonksiyonları olduğu anlaşılır. Geometrik değişkenlerin en genel hali

$$\iint_A y^l z^m \omega^n dA = \sum_k t_k \left(\int_{l_k} y(s)^l z(s)^m \omega(s)^n ds \right) \quad (E.7)$$

biçiminde verilir. Burada l , m ve n tamsayılar, $y(s)$, $z(s)$ ve $\omega(s)$ ise (E.1)-(E.3) denklemlerinde verilmektedir.

En kesitteki bütün $y^l z^m \omega^n$ çarpım integralleri basitçe f_1 ve f_2 fonksiyonlarının çarpım integrallerine dönüştürülür. Örneğin, kesit alanı $n=m=l=0$ olduğunda elde edilir.

$$A = \iint_A dA = \sum_k t_k l_k = \sum_k A_k \quad (E.8)$$

Benzer şekilde I_y ve I_z ifadeleri sırasıyla ($l=0, m=2, n=0$) ve ($l=2, m=0, n=0$) ile (E.7)'den elde edilir. İntegrasyondan sonra

$$I_y = \iint_A z^2 dA = \sum_k \frac{A_k}{3} (z_i^2 + z_{i+1}^2 + z_i z_{i+1}) \quad (E.9)$$

$$I_z = \iint_A y^2 \cdot dA = \sum_k \frac{A_k}{3} (y_i^2 + y_{i+1}^2 + y_i y_{i+1})_k \quad (\text{E.10})$$

Çarpılma sabiti ise benzer yöntemle

$$I_\omega = \iint_A \omega^2 dA = \sum_k \frac{A_k}{3} (\omega_i^2 + \omega_{i+1}^2 + \omega_i \omega_{i+1})_k \quad (\text{E.11})$$

şeklinde elde edilir.

β_y , β_z ve β_ω terimleri y, z asal eksenlerine göre yazılırsa

$$\beta_y = \frac{1}{I_y} \iint_A (z^3 + zy^2) dA + 2z_0 \quad (\text{E.12})$$

$$\beta_z = \frac{1}{I_z} \iint_A (y^3 + yz^2) dA + 2y_0 \quad (\text{E.13})$$

$$\beta_\omega = \frac{1}{I_\omega} \iint_A \omega(y^2 + z^2) dA \quad (\text{E.14})$$

Kayma merkezinin koordinatları z_0 ve y_0 bilinmektedir. (E.12)-(E.14)'deki integraller aşağıdaki hesaplanmış integrallerden hesaplanabilir.

$$\iint_A z^3 dA = \sum_k \frac{A_k}{4} (z_i^3 + z_{i+1}^3 + z_i^2 z_{i+1} + z_i z_{i+1}^2)_k \quad (\text{E.15})$$

$$\iint_A zy^2 dA = \sum_k \frac{A_k}{4} \left(y_i^2 \left(z_i + \frac{z_{i+1}}{3} \right) + y_{i+1}^2 \left(\frac{z_i}{3} + z_{i+1} \right) + \frac{2}{3} y_i y_{i+1} (z_i + z_{i+1}) \right)_k \quad (\text{E.16})$$

$$\iint_A y^3 dA = \sum_k \frac{A_k}{4} (y_i^3 + y_{i+1}^3 + y_i^2 y_{i+1} + y_i y_{i+1}^2)_k \quad (\text{E.17})$$

$$\iint_A yz^2 dA = \sum_k \frac{A_k}{4} \left(z_i^2 \left(y_i + \frac{y_{i+1}}{3} \right) + z_{i+1}^2 \left(\frac{y_i}{3} + y_{i+1} \right) + \frac{2}{3} z_i z_{i+1} (y_i + y_{i+1}) \right)_k \quad (E.18)$$

y_2z , yz_2 , $yz\omega$, $z_2\omega$, $y_2\omega$, $z\omega_2$, $y\omega_2$, z_3 , y_3 ve ω_3 terimleri ise y ve z eksenlerine göre ifade edilirse y_2z , yz_2 , z_3 ve y_3 sırasıyla (E.16), (E.18), (E.15) ve (E.17)'e eşittir. Diğerleri

$$yz\omega = \iint_A yz\omega dA = \sum_k \frac{A_k}{12} \left(3y_i z_i \omega_i + y_i z_i \omega_{i+1} + y_{i+1} z_i \omega_i + y_{i+1} z_i \omega_{i+1} + y_i z_{i+1} \omega_i + y_i z_{i+1} \omega_{i+1} + y_{i+1} z_{i+1} \omega_i + 3y_{i+1} z_{i+1} \omega_{i+1} \right)_k \quad (E.19)$$

$$z_2\omega = \iint_A z^2 \omega dA = \sum_k \frac{A_k}{4} \left(z_i^2 \left(\omega_i + \frac{\omega_{i+1}}{3} \right) + z_{i+1}^2 \left(\frac{\omega_i}{3} + \omega_{i+1} \right) + \frac{2}{3} z_i z_{i+1} (\omega_i + \omega_{i+1}) \right)_k \quad (E.20)$$

$$y_2\omega = \iint_A y^2 \omega dA = \sum_k \frac{A_k}{4} \left(y_i^2 \left(\omega_i + \frac{\omega_{i+1}}{3} \right) + y_{i+1}^2 \left(\frac{\omega_i}{3} + \omega_{i+1} \right) + \frac{2}{3} y_i y_{i+1} (\omega_i + \omega_{i+1}) \right)_k \quad (E.21)$$

$$z\omega_2 = \iint_A z\omega^2 dA = \sum_k \frac{A_k}{4} \left(\omega_i^2 \left(z_i + \frac{z_{i+1}}{3} \right) + \omega_{i+1}^2 \left(\frac{z_i}{3} + z_{i+1} \right) + \frac{2}{3} \omega_i \omega_{i+1} (z_i + z_{i+1}) \right)_k \quad (E.22)$$

$$y\omega_2 = \iint_A y\omega^2 dA = \sum_k \frac{A_k}{4} \left(\omega_i^2 \left(y_i + \frac{y_{i+1}}{3} \right) + \omega_{i+1}^2 \left(\frac{y_i}{3} + y_{i+1} \right) + \frac{2}{3} \omega_i \omega_{i+1} (y_i + y_{i+1}) \right)_k \quad (E.23)$$

$$\omega_3 = \iint_A \omega^3 dA = \sum_k \frac{A_k}{4} \left(\omega_i^3 + \omega_{i+1}^3 + \omega_i^2 \omega_{i+1} + \omega_i \omega_{i+1}^2 \right)_k \quad (E.24)$$

olarak belirlenir.

Ek 6. [L₁], [L₂] ve [L₃] dönüşüm matrisleri

Şekil 2.19 ve Şekil 2.20'ye atfen l_X , l_Y ve l_Z sırasıyla X, Y ve Z eksenlerinin doğrultman kosinüslerini göstermek üzere

$$[L_1]' = \begin{bmatrix} l_X & \frac{-l_X l_Y}{Q} & \frac{-l_Z}{Q} \\ l_Y & Q & 0 \\ l_Z & \frac{-l_X l_Z}{Q} & \frac{-l_X}{Q} \end{bmatrix} \quad (E.25)$$

şeklinde verilirse [L₁] dönüşüm matrisi

$$[L_1] = \begin{bmatrix} [L_1]' & & & \\ & [L_1]' & & \\ & & 1 & \\ & & & [L_1]' \\ & & & & [L_1]' \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}_{14 \times 14} \quad (E.26)$$

olur. S_Z, S_Y ve C_Z, C_Y sırasıyla x'', y'', z'' eksenlerine göre kayma merkezinin ve geometrik merkezin koordinatlarını göstermek üzere

$$[L_2]' = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & -S_Z & -S_Y & 1 & \\ C_Z & & & & & 1 \\ -C_Y & & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (E.27)$$

şeklinde verilirse [L₂] dönüşüm matrisi

$$[\mathbf{L}_2] = \begin{bmatrix} [\mathbf{L}_2]' & & & \\ & 1 & & \\ & & [\mathbf{L}_2]' & \\ & & & 1 \end{bmatrix}_{14 \times 14} \quad (\text{E.28})$$

olur. φ global koordinat sistemine paralel x' , y' , z' koordinat takımı ile asal eksenler arasındaki açıyı göstermek üzere

$$[\mathbf{L}_3]' = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & \cos \varphi & -\sin \varphi & \\ & \sin \varphi & \cos \varphi & \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

şeklinde verilirse $[\mathbf{L}_3]$ dönüşüm matrisi

$$[\mathbf{L}_3] = \begin{bmatrix} [\mathbf{L}_3]' & & & & & \\ & [\mathbf{L}_3]' & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & [\mathbf{L}_3]' & & \\ & & & & [\mathbf{L}_3]' & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}_{14 \times 14} \quad (\text{E.29})$$

halini alır.

ÖZGEÇMİŞ

Mustafa Durmaz, 1 Eylül 1977'de Gebze'de doğdu. İlk, orta ve lise eğitimini Gebze'de tamamladı. 2000 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümünden mezun oldu. 2000-2003 yılları arasında KTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği ana bilim dalında yüksek lisans eğitimini tamamlayarak Eylül 2003'de aynı dalda doktora eğitimine başladı. Aralık 2000'de KTÜ, FBE 50/d kadrosunda araştırma görevlisi olarak başladığı görevine Aralık 2009'a kadar devam etti. Temmuz 2010'da DSİ 22. Bölge Müdürlüğüne İnşaat Mühendisi olarak atandı. Ulusal ve uluslararası yayınları bulunan, iyi derecede İngilizce bilen Mustafa Durmaz evli ve bir çocuk babasıdır.