

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**OTTOSEN AKMA KRİTERİ KULLANILARAK BETONARME KİRİŞLERİN
MALZEME BAKIMINDAN DOĞRUSAL OLMAYAN DAVRANIŞININ STATİK
VE DİNAMİK OLARAK İNCELENMESİ**

DOKTORA TEZİ

İnş. Müh. Hakan ÇELİK

**HAZİRAN 2010
TRABZON**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**OTTOSEN AKMA KRİTERİ KULLANILARAK BETONARME KİRİŞLERİN
MALZEME BAKIMINDAN DOĞRUSAL OLMAYAN DAVRANIŞININ STATİK
VE DİNAMİK OLARAK İNCELENMESİ**

İnş. Müh. Hakan ÇELİK

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde
“Doktor (İnşaat Mühendisliği)”
Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 20.05.2010
Tezin Savunma Tarihi : 09.06.2010**

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Yusuf AYVAZ
Jüri Üyesi : Prof. Dr. Metin HÜSEM
Jüri Üyesi : Prof. Dr. Hasan SOFUOĞLU
Jüri Üyesi : Yrd. Doç. Dr. Süleyman ADANUR
Jüri Üyesi : Prof. Dr. Mehmet ÜLKER**

Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Salih TERZİOĞLU

Trabzon 2010

ÖNSÖZ

Bu çalışma Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Doktora Tezi olarak gerçekleştirilmiştir.

Doktora çalışmam süresince destek ve yardımını esirgemeyen hocam Sayın Prof. Dr. Yusuf AYVAZ'a teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Değerli zamanlarını ayırarak tezimi değerlendiren hocalarım Sayın Prof. Dr. Metin HÜSEM'e, Sayın Prof. Dr. Hasan SOFUOĞLU'na, Sayın Yrd. Doç. Dr. Süleyman ADANUR'a ve Sayın Prof. Dr. Mehmet ÜLKER'e teşekkür ederim.

Eğitim-Öğretim süresince bana emeği geçen tüm hocalarıma teşekkürlerimi sunarım.

Doktora çalışmam süresince her türlü konuda yardımını esirgemeyen Dr. İnş. Yük. Müh. Tayfun DEDE'ye teşekkürlerimi sunarım.

Doktora çalışmam esnasında bana burs vererek beni destekleyen TÜBİTAK yetkililerine teşekkür ederim.

Bugünlere gelmemde büyük emeği olan annem ve babam ile her zaman desteklerini yanımda hissettiğim diğer aile üyelerime sevgi, saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

Hakan ÇELİK

Trabzon 2010

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ	II
İÇİNDEKİLER.....	III
ÖZET	VI
SUMMARY	VII
ŞEKİLLER DİZİNİ	VIII
TABLolar DİZİNİ.....	XII
SEMBOLLER DİZİNİ	XIII
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1. Giriş	1
1.2. Konu ile İlgili Literatürde Yapılan Bazı Çalışmalar	4
1.3. Gerilme ve Şekildeğiştirme	19
1.4. Gerilme Bölgeleri	25
1.5. Beton Malzemesi İçin Kullanılan Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrileri	26
1.5.1. Basınç Etkisinde Beton İçin Malzeme Modelleri.....	26
1.5.1.1. Doğrusal Elastik Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	26
1.5.1.2. Popovics Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	27
1.5.1.3. Hognestad Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	28
1.5.1.4. Hoshikuma Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi.....	29
1.5.1.5. Popovics/Mander Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi.....	30
1.5.1.6. Kent-Park Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi.....	31
1.5.1.7. Desayi ve Krishnan Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi.....	32
1.5.1.8. Collins ve Porasz Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	33
1.5.1.9. Desayi-Krishnan-Saenz Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	34
1.5.1.10. CEB-FIP Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	35
1.5.1.11. Park ve Paulay Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	36
1.5.1.12. Saenz Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi.....	36
1.5.1.13. Popovics ve Saenz Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	38
1.5.2. Çekme Etkisindeki Beton Malzeme Modelleri	39
1.5.2.1. Çekme Etkisinin Dikkate Alınmaması	40
1.5.2.2. Vecchio 1982 Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi.....	40

1.5.2.3.	Collins-Mitchell 1987 Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi.....	41
1.5.2.4.	Bentz 1999 Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi.....	42
1.5.2.5.	Izumo vd. 1992 Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi.....	42
1.5.2.6.	Wang ve Hsu Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	43
1.6.	Malzeme Davranışı.....	44
1.6.1.	Elastik Malzeme Davranışı.....	44
1.6.2.	Plastik Malzeme Davranışı.....	45
1.7.	Göçme Kriterleri.....	46
1.8.	Plastik Malzeme Matrisi.....	55
1.9.	Sonlu Elemanlar Yöntemi ve Kullanılan Eleman.....	57
1.10.	Lineer Olmayan Çözüm Yöntemleri	62
1.10.1.	Artımsal Yöntem	62
1.10.2.	Newton-Raphson (N-R) ya da İterasyon Yöntemi	64
1.10.3.	Artımsal-İterasyon Yöntemi	65
1.11.	Betonarme İçin Rijitlik Matrisi	66
1.12.	Kirişlerin Serbest ve Zorlanmış Titreşimi	67
1.12.1.	Kirişlerin Serbest Titreşimi	67
1.12.2.	Kirişlerin Zorlanmış Titreşimi.....	68
1.12.2.1.	Newmark- β Yöntemi	68
1.12.3.	Kütle Matrisinin Elde Edilmesi	71
1.13.	Çalışmanın Amaç ve Kapsamı	72
2.	YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	73
2.1.	Ottosen Kriterine Dayalı Olarak Plastik Malzeme Matrisinin Oluşturulması.....	73
2.2.	Programın Doğruluğunun Belirlenmesi	77
2.2.1	Programın Statik Analiz Kısımının Doğruluğunun Belirlenmesi.....	77
2.2.1.1.	Programın Doğrusal Olmayan Kısımının Doğruluğunun Belirlenmesi	77
2.2.2.	Programın Dinamik Analiz Kısımının Doğruluğunun Belirlenmesi	79
2.2.2.1.	Serbest Titreşime Maruz Kiriş İçin Programın Doğruluğunun Belirlenmesi.....	79
2.3.	Sonlu Eleman Ağıının ve Zaman Artımının Belirlenmesi	80
2.3.1.	Statik Analiz İçin Sonlu Eleman Ağıının Belirlenmesi.....	80
2.3.2.	Serbest Titreşime Maruz Kiriş İçin Sonlu Eleman Ağıının Belirlenmesi	81
2.3.3.	Zorlanmış Titreşime Maruz Kiriş İçin Sonlu Eleman Ağıının Belirlenmesi.....	82
2.3.4.	Kirişin Dinamik Analizi İçin Zaman Artımının Belirlenmesi.....	83

3.	BULGULAR VE İRDELEME.....	85
3.1.	Statik Analiz.....	85
3.1.1.	J4 Kiriş.....	85
3.1.2.	Bresler/Scordelis (BS) Kiriş.....	88
3.1.3.	Panel Kiriş.....	90
3.2.	Dinamik Analiz.....	93
3.2.1.	Serbest Titreşim Analizi.....	93
3.2.2.	Zorlanmış Titreşim Analizi.....	101
4.	SONUÇ VE ÖNERİLER.....	107
5.	KAYNAKLAR.....	109
	ÖZGEÇMİŞ	

ÖZET

Bu çalışmanın amacı, betonarme kirişlerin malzeme bakımından doğrusal olmayan davranışını incelemek üzere literatürde önerilen ancak hiç kullanılmayan Ottosen akma kriterinin etkinliğini farklı çekme gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve farklı basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrileri yardımıyla araştırmaktır. Ayrıca betonarme kirişlerin doğrusal olmayan serbest titreşim analizini gerçekleştirmek, doğrusal olmayan analiz gerçekleştirilirken çözümün kritik noktalarında etkiyen yük altında zorlanmış titreşim analizini yaparak dinamik davranışını incelemektir. Bu amaç doğrultusunda önceden geliştirilen MATLAB programlama dilinde yazılan ve doğruluğu kanıtlanan bilgisayar programına; Ottosen akma kriteri, serbest ve zorlanmış titreşim için kütle matrisi ve zorlanmış titreşim analizi çözüm yöntemi olarak Newmark- β çözüm yöntemi eklenmiştir.

Bu çalışma dört bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde betonun doğrusal olmayan davranışı konusunda literatürde yapılan çalışmalar hakkında kısaca bilgi verildikten sonra doğrusal olmayan analizde kullanılan gerilme-şekildeğiştirme eğrileri, akma kriterleri ile dinamik analiz ve Newmark- β yöntemi üzerinde durulmakta, çalışmanın amaç ve kapsamı sunulmaktadır. İkinci bölümde Ottosen kriterine ait plastik malzeme matrisi oluşturulduktan sonra programın doğruluğu ve sonlu eleman ağı ile zaman artımının belirlenmesi üzerinde durulmaktadır. Üçüncü bölümde dikkate alınan akma kriteri ile statik analiz kısmında elde edilen bulgular sunulmakta ve literatürde verilen deneysel ve analitik sonuçlarla karşılaştırılarak irdelenmektedir. Ayrıca dinamik analiz kısmında incelenen kiriş örneğinin serbest ve zorlanmış titreşim sonuçları sunulmaktadır. Dördüncü bölümde ise bu çalışmadan çıkarılan sonuçlar ve buna bağlı olarak öneriler verilmektedir. Bu son bölümü kaynaklar listesi izlemektedir.

Sonuç olarak, Ottosen kriteri ile betonarme kirişler için elde edilen yük yerdeğiştirme eğrilerinin, deneysel ve analitik olarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyumlu olduğu dolayısıyla bu çalışma kapsamında incelenmiş olan kriterin betonarme kirişlerin doğrusal olmayan statik ve dinamik analizinde etkin bir şekilde kullanılabileceği sonucuna varılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Betonarme, Doğrusal Olmayan Analiz, Modal Analiz, Dinamik Analiz, Ottosen Kriteri, Gerilme Şekildeğiştirme Eğrileri,

SUMMARY

Static and Dynamic Analyses of Materially Nonlinear Behavior of Reinforced Concrete Beams by Using Ottosen Yield Criterion

The purpose of this study is to investigate the efficiency of Ottosen criterion, with different tension stress-strain curves and different compression stress-strain curves proposed in the literature for the materially nonlinear analysis of reinforced concrete beams and to use this criterion and stress-strain curves with a finite element method in the static and dynamic analyses of RC beams. For this aim, Ottosen yield criterion, mass matrix for free and forced vibration analysis and Newmark- β method for the time integration are coded in MATLAB and added to a computer program which were written and verified before.

This study consists of four chapters. In the first chapter, after a brief literature review, information about stress-strain curves, yield criteria used in the nonlinear analysis of reinforced concrete structures, the methods of dynamic analysis and Newmark- β procedure are presented and then the purpose and scope of this study are given. In the second chapter, after the plastic material matrix for Ottosen criterion is constructed, the program is verified and the finite element mesh size and the time increment are determined. In the third chapter, the results obtained from static analysis by using Ottosen yield criterion are presented and compared with the experimental and theoretical results given in the literature and also the results obtained from free and forced vibration analysis are presented. In the fourth chapter, the conclusions drawn from the results are presented and recommendations are made. This chapter is followed by a list of references.

It is concluded that the load-displacement curves obtained by using Ottosen criterion are in good agreement with the experimental and theoretical results given in the literature. It is also concluded that the criterion used in this study can be effectively used in the nonlinear static and dynamic analyses of reinforced concrete beams.

Keywords: Reinforced concrete, Nonlinear Analysis, Static Analysis, Dynamic Analysis, Ottosen Criterion, Stress-Strain Curves

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1.	Betonun doğrusal olmayan gerilme-şekildeğiştirme eğrisi 3
Şekil 1.2.	Bir noktada 3 boyutlu gerilme durumu bileşenleri..... 19
Şekil 1.3.	Bir noktada 2 boyutlu gerilme durumu bileşenleri..... 20
Şekil 1.4.	Bir noktada 2 boyutlu gerilme durumunda asal gerilmelerin gösterilimi.... 20
Şekil 1.5.	Bir noktada şekildeğiştirme bileşenleri 23
Şekil 1.6.	Düzlem şekildeğiştirme bileşenleri 23
Şekil 1.7.	Asal şekildeğiştirme bileşenleri..... 23
Şekil 1.8.	Gerilme Bölgeleri 26
Şekil 1.9.	Doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrisi 27
Şekil 1.10.	Popovics gerilme-şekildeğiştirme eğrisi..... 28
Şekil 1.11.	Hognestad gerilme-şekildeğiştirme eğrisi 29
Şekil 1.12.	Hoshikuma gerilme-şekildeğiştirme eğrisi..... 30
Şekil 1.13.	Popovics/Mander gerilme-şekildeğiştirme eğrisi 31
Şekil 1.14.	Kent-Park gerilme-şekildeğiştirme eğrisi..... 32
Şekil 1.15.	Desayi ve Krishnan gerilme-şekildeğiştirme eğrisi..... 32
Şekil 1.16.	Collins ve Porasz gerilme-şekildeğiştirme eğrisi 33
Şekil 1.17.	Desayi-Krishan-Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisi 34
Şekil 1.18.	CEB-FIP gerilme-şekildeğiştirme eğrisi 35
Şekil 1.19.	Park ve Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrisi 36
Şekil 1.20.	Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisi..... 37
Şekil 1.21.	Popovics ve Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisi 39
Şekil 1.22.	Çekme etkisinin dikkate alınmaması..... 40
Şekil 1.23.	Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme eğrisi 41
Şekil 1.24.	Collins ve Mitchell gerilme-şekildeğiştirme eğrisi 41
Şekil 1.25.	Bentz 1999 gerilme-şekildeğiştirme eğrisi..... 42
Şekil 1.26.	Izumo vd. (1992) gerilme-şekildeğiştirme eğrisi 43
Şekil 1.27.	Wang ve Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrisi 43
Şekil 1.28.	Betonun gerilme-şekildeğiştirme eğrisi..... 44
Şekil 1.29.	İzotropik akma yüzeyi 46

Şekil 1.30.	Druger Prager Akma Kriteri.....	50
Şekil 1.31.	Rankine Akma Kriteri	50
Şekil 1.32.	Tresca Akma Kriteri	51
Şekil 1.33.	Von Mises Akma Kriteri	51
Şekil 1.34.	Mohr Colulomb Akma Kriteri.....	52
Şekil 1.35.	Bresler-Pister Akma Kriteri.....	53
Şekil 1.36.	William-Warnke Akma Kriteri.....	53
Şekil 1.37.	William-Warnke Akma Kriteri (5 parametrelı).....	54
Şekil 1.38.	Ottosen Akma Kriteri	54
Şekil 1.39.	Hsieh vd. Akma Kriteri	55
Şekil 1.40.	Dörtgen eleman.....	58
Şekil 1.41.	η - ξ düzleminde Eşdeğer kare eleman	58
Şekil 1.42.	(a) Artımsal yöntem ve (b) değiştirilmiş artımsal yöntem (Rahmanian, 2003).	63
Şekil 1.43.	(a) Newton–Raphson (b) Değiştirilmiş Newton–Raphson yöntemi.....	65
Şekil 1.44.	Artımsal-İterasyon yöntemi (Rahmanian, 2003).....	66
Şekil 2.1.	Statik analize ait hazırlanan programın genel akış diyagramı (Dede, 2009).....	74
Şekil 2.2.	Dinamik analize ait hazırlanan programın genel akış diyagramı	75
Şekil 2.3.	J4 kiriş kesit ve boyutları.....	78
Şekil 2.4.	J4 kirişinin 45 elemanlı sonlu elemanlar modeli	78
Şekil 2.5.	J4 kirişinde Ottosen kriterinin dikkate alınması durumunda basınçta doğrusal elastik ve çekmede Wang ve Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrilerinin kullanılmasıyla elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması.....	78
Şekil 2.6.	Örnek basit kiriş kesit ve boyutları.....	79
Şekil 2.7.	Örnek basit kiriş sonlu elemanlar modeli	79
Şekil 2.8.	J4 kiriş kesit ve boyutları.....	81
Şekil 2.9.	45 ve 60 elemanla modellenen J4 kirişinin yerdeğiştirmesinin . zamanla değişimi	82
Şekil 2.10.	45 ve 60 elemanla modellenen J4 kirişinin yerdeğiştirmesinin . 1 sn. boyunca zamanla değişimi	83
Şekil 2.11.	45 elemanla modellenen J4 kirişinin Δt 'nin 0,01s ve 0,005s alınarak elde edilen yerdeğiştirmesinin	84
Şekil 3.1.	J4 kiriş kesit ve boyutları.....	86
Şekil 3.2.	J4 kiriş sonlu elemanlar modeli.....	86

Şekil 3.3.	J4 kirişinin yerdeğiştirmiş hali	87
Şekil 3.4.	Ottosen kriterinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı . çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması	87
Şekil 3.5.	Bresler-Scordelis kirişi kesit ve boyutları	88
Şekil 3.6.	Bresler-Scordelis kirişi sonlu elemanlar modeli.....	88
Şekil 3.7.	Bresler-Scordelis kirişinin yerdeğiştirmiş hali	89
Şekil 3.8.	Ottosen kriterinin dikkate alınması durumunda Bresler-Scordelis kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğriler ile karşılaştırılması	89
Şekil 3.9.	Panel kirişin (a) geometrik özellikleri (b) A-A kesiti.....	91
Şekil 3.10.	Panel kirişin sonlu elemanlar modeli.....	91
Şekil 3.11.	Panel kirişin yerdeğiştirmiş hali	92
Şekil 3.12.	Ottosen kriterinin dikkate alınması durumunda Panel kirişin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğriler ile karşılaştırılması.....	92
Şekil 3.13	J4 kirişi yük-yerdeğiştirme grafiği üzerinde yük adımlarının gösterimi	94
Şekil 3.14.	J4 kirişinin ilk altı moduna ait frekans değerlerinin başlangıca, 3. adıma, 7. adıma ve 10. adıma göre değişimi	96
Şekil 3.15.	J4 kirişinin 0. adımdaki (başlangıç) mod şekilleri.....	97
Şekil 3.16.	J4 kirişinin 3. yük adımındaki mod şekilleri	98
Şekil 3.17.	J4 kirişinin 7. yük adımındaki mod şekilleri	99
Şekil 3.18.	J4 kirişinin 10. yük adımındaki mod şekilleri	100
Şekil 3.19.	J4 kirişinin birinci yük artımında elde edilen yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi	102
Şekil 3.20.	J4 kirişinin birinci yük artımında elde edilen yerdeğiştirmesinin zamanla değişiminin detayı	102
Şekil 3.21.	J4 kirişinin üçüncü yük artımında elde edilen yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi	103
Şekil 3.22.	J4 kirişinin üçüncü yük artımında elde edilen yerdeğiştirmesinin zamanla değişiminin detayı	103
Şekil 3.23.	J4 kirişinin yedinci yük artımında elde edilen yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi	104
Şekil 3.24.	J4 kirişinin yedinci yük artımında elde edilen yerdeğiştirmesinin zamanla değişiminin detayı	104
Şekil 3.25.	J4 kirişinin onuncu yük artımında elde edilen yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi	105

Şekil 3.26.	J4 kirişinin onuncu yük artımında elde edilen yerdeğişirmesinin zamanla değişiminin detayı	105
-------------	--	-----

TABLULAR DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 2.1. Basit mesnetli örnek kirişin geliştirilen programdan elde edilen periyot değerlerinin SAP2000 programından elde edilen sonuçlarla karşılaştırılması	80
Tablo 2.2. J4 kirişinin geliştirilen program ile 45 ve 60 elemanlı olarak modellenmesi sonucu gerçekleştirilen serbest titreşim analizinden elde edilen ilk 5 mod şekline ait periyot değerlerinin karşılaştırılması	81
Tablo 3.1. Analizlerde kullanılan çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrisi ikilileri	85
Tablo 3.2. Başlangıçta, 3. yük adımında, 7. yük adımında ve 10. yük adımında elde edilen doğrusal olmayan frekans değerleri	95

SEMBOLLER DİZİNİ

B	Şekil fonksiyonları matrisi
c	Kohezyon
e	Birim vektör
E	Elastisite Modülü
F	Dış yük vektörü
G	Kayma modülü
J	Jakobian matrisi
k	Malzeme sabiti
K	Hacimsel modül
D_{ijkl}	Malzeme matrisi
E_0	Başlangıç elastisite modülü
E_{sec}	Sekant modülü
f_c	Beton basınç dayanımı
f_t	Beton çekme dayanımı
F_R	Kalıcı yük vektörü
F_u	Dengelenmemiş yük vektörü
H^p	Plastisite modülü
I_1, I_2, I_3	Gerilme invariantları
J_1, J_2, J_3	Deviatorik gerilme invariantları
K_e	Eleman rijitlik matrisi
K_0	Başlangıç rijitliği
K_s	Sistem rijitlik matrisi
[M]	Kütle matrisi
N_i	Şekil fonksiyonu
s_{ij}	Deviatorik gerilme tansörü
u	x yönünde yerdeğiştirme
v	y yönünde yerdeğiştirme
\dot{w}	Kirişin hızı
\ddot{w}	Kirişin ivmesi
W_p	Plastik iş
α	Malzeme sabiti

α_{ij}	Akma yüzeyi merkezinin koordinatları
$d\epsilon^e$	Artımsal elastik şekil değiştirme
$d\epsilon_p$	Artımsal efektif plastik şekil değiştirme
$d\epsilon^p$	Artımsal plastik şekil değiştirme
$d\lambda$	Skaler değer
$d\sigma$	Artımsal gerilme
ϵ	Şekil değiştirme
ϵ_c	Beton basınç şekil değiştirmesi
ϵ_{cr}	Beton kritik şekil değiştirmesi
ϵ_f	Kontrol noktası şekil değiştirmesi
ϵ_{ij}	Şekil değiştirme tansörü
ϵ_0	Akma gerilmesine karşı gelen şekil değiştirme
ϵ_p	Pik gerilmeye karşı gelen şekil değiştirme
ϵ_t	Beton çekme şekil değiştirmesi
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$	Normal eksen takımında x, y, z doğrultularındaki şekil değiştirme
$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$	Asal şekil değiştirmeler
δ_{ij}	Kroneker delta
Δ	Yerdeğiştirme vektörü
ϕ	İçsel sürtünme açısı
γ	Açısal şekil değiştirme
λ	Lame sabiti
φ	Normal eksen ile asal eksenler arasındaki açı
ν	Poisson oranı
ρ	Deviatorik uzunluk
$[\mu]$	Kütle yoğunluğu matrisi
σ_c	Beton basınç gerilmesi
σ_{cr}	Beton kritik çekme gerilmesi
σ_e	Efektif gerilme
σ_f	Kontrol noktası gerilmesi
σ_{ij}	Gerilme tansörü
σ_m	Ortalama gerilme
σ_0	Malzemenin akma gerilmesi
σ_{oct}	Oktahedral gerilme
σ_p	Pik gerilme

σ_t	Beton çekme gerilmesi
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Normal eksen takımında x, y, z doğrultularındaki gerilme
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Asal gerilmeler
θ	Benzerlik açısı
ξ	Hidrostatik uzunluk
ζ, η	Doğal Koordinatlar
τ	Kayma geilmesi
τ_m	Ortalama kayma geilmesi
τ_{oct}	Oktahedral kayma geilmesi

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Yapı sistemleri genel olarak ekonomik ömürleri boyunca maruz kalacakları yüklerle belirli bir emniyetle karşı koyacak şekilde boyutlandırılırlar. Yapı sistemlerinde istenilen özellikleri sağlatabilmek için bu sistemlerin gerçek davranışlarının belirlenmesi ve gerçek davranışa en yakın modelin kurulması gerekmektedir. Narin yapılar, elastik zemine oturan ve stabilite yetersizliği bulunan yapılar gibi özel durumlar hariç, yapı sistemleri işletme yükleri altında genellikle lineer davranış göstermektedir.

Gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi lineer elastik varsayılan ve yer değiştirmelerin küçük olduğu sistemlere lineer sistemler denilmektedir. Malzemenin lineer olmayan davranışının göz önüne alınması durumunda gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi lineer elastik kabul edilememektedir. Geometrik değişimlerinin yeteri kadar küçük olmaması halinde, denge denklemleri ve geometrik uygunluk koşulları da lineer değildir. Bu durumdaki, yani, gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi, denge denklemleri ve geometrik uygunluk koşullarının da lineer olmadığı sistemlere lineer olmayan sistemler adı verilmektedir. Lineer sistemlerin çözümünde bir lineer denklem takımının kurulması ve bu denklem takımının çözülmesi gerekmektedir. Bu sistemlerde süperpozisyon prensibi geçerlidir. Öte yandan dış etkiler, işletme yükü sınırını aştıkça gerilmeler lineer davranış kısmını aşmakta, yerdeğiştirmeler küçük kabul edilemeyecek değerler almaktadır. Geometri değişiminin denge denklemlerine etkisi ve malzemenin lineer olmayan kısmındaki taşıma kapasitesinin göz önüne alınmasıyla göçme yükü ile lineer sınırdaki taşıma yükü arasında lineer oran kaybolmakta ve süperpozisyon ilkesi geçerliliğini kaybetmektedir.

Yapı malzemelerinin lineer elastik sınır ötesindeki taşıma kapasitesini göz önüne almak, küçük olmayan yerdeğiştirmelerin denge denklemlerine ve gerekli olduğu hallerde geometrik uygunluk koşullarına etkilerini hesaba katmak suretiyle, yapı sistemlerinin dış etkiler altındaki davranışlarını daha yakından izlemek ve bunun sonucunda daha gerçekçi ve ekonomik çözümler elde etmek mümkün olabilmektedir. Bu da yapı sistemlerinin lineer olmayan analizinin gerçekleştirilmesini gerektirmektedir.

Bir yapı sisteminin dış etkiler altındaki davranışının lineer olmaması genel olarak iki sebepten kaynaklanmaktadır;

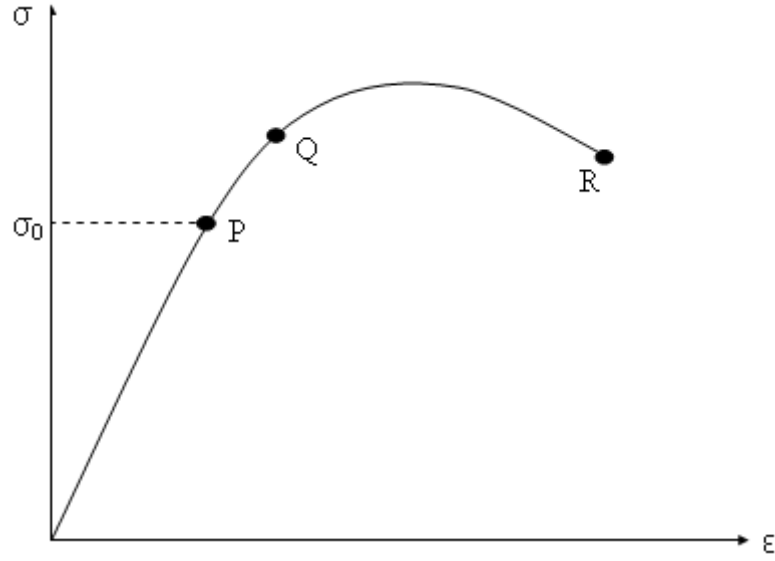
- 1- Malzemenin lineer elastik olmaması nedeniyle gerilme-şekildeğiştirme ilişkisinin (bünye denklemlerinin) lineer olmaması.
- 2- Geometri değişimlerinin etkisi nedeniyle denge denklemlerinin ve geometrik uygunluk koşullarının lineer olmaması (Geometrik nonlineerite) olarak tanımlanabilir.

Malzemenin lineer olmayan davranışının göz önüne alındığı teoriye elastoplastik teori, denge denklemlerinin şekildeğiştirmiş eksen üzerinde yazıldığı teoriye ikinci mertebe teorisi denilmektedir.

Bir yapı sisteminin lineer olmamasının nedenlerinden biri yukarıda da bahsedildiği gibi malzemenin davranışını temsil eden gerilme-şekildeğiştirme bağıntısının doğrusal olmaması nedeniyle ortaya çıkmaktadır. Bilindiği gibi betonarme yapılar beton ile donatının birleşiminden oluşur. Bunlardan beton, basınç dayanımı oldukça yüksek olmasına rağmen çekme dayanımı oldukça düşük bir malzemedir. Bu nedenle küçük yük seviyelerinde bile çatlaklar meydana gelmekte ve beton lineer bir davranış gösterememektedir. Betonun davranışı betonun bileşimine, yaşına, yükleme şekline ve zamana bağlı olarak değişir. Beton davranışı için yapılan birçok deney, betonun doğrusal olmayan bir davranış gösterdiğini ortaya koymuştur. Beton davranışı pek çok parametreye bağlı olduğu için, betonun davranışını gösteren ve yaygın olarak kabul edilen bir gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi mevcut olmayıp, birçok araştırmacı tarafından ortaya konulan çeşitli ifadeler vardır. Bu açıdan yapılan araştırmaların pek çoğunda beton için doğrusal olmayan modeller geliştirilmiştir.

Lineer olmayan sistem davranışını esas alan hesap yöntemlerinin geliştirilmesi ve uygulanması iki adım ile ifade edilebilir. Bunlardan birincisi yapı sistemlerinin lineer olmamasına neden olan etkenlerin belirlenerek sistem davranışını gerçeğe yakın bir biçimde temsil eden hesap modelinin oluşturulması, diğeri ise bu hesap modelinin analizi sonucunda elde edilen lineer olmayan denklem sistemlerinin çözülmesidir.

Yükleme altında betonun davranışını belirleyebilmek için kullanılan gerilme-şekildeğiştirme eğrileri üzerinde orantılılık sınırını, elastik yada plastik deformasyonların sınırlarını veya göçme sınırını gösteren bir takım belirli noktalar bulunmaktadır. Bu özel geçiş noktaları Şekil 1.1’de verilmektedir.



Şekil 1.1. Betonun doğrusal olmayan gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

Şekil 1.1'den de görüldüğü gibi gerilme-şekildeğiştirme eğrisinde P noktasına kadar olan kısım orantılılık özelliğine sahip olup bu safhada oluşan deformasyonların tamamı boşaltmada sıfırlanabilmektedir. Ancak bu gerilme değerinden sonra gerilme ile şekildeğiştirme oranı arasındaki ilişki doğrusal olmamaktadır. Bundan dolayı bu nokta orantılılık sınırı yada orantılılık limiti olarak adlandırılmaktadır. Q noktasından sonra, malzemede kalıcı şekildeğiştirmeler meydana gelmeye başlamaktadır ve bu noktadan sonra yük tamamen kaldırılrsa bile meydana gelen şekildeğiştirmeler sıfırlanamamaktadır. Bu kalıcı şekildeğiştirmelere plastik şekildeğiştirme adı verilmektedir. Bu Q noktasından sonra deformasyonlar hem elastik hem de plastik şekildeğiştirmeleri içermekte olup bu şekildeğiştirmelere de elastik-plastik yada plastik şekildeğiştirme adı verilmektedir. Q noktası da elastik limit yada akma noktası olarak adlandırılmaktadır. P ile Q noktası arasındaki fark küçük olup elastik limitin tam olarak belirlenebilmesi oldukça zordur. Bu nedenle elastik limiti belirleyen birçok tanım önerilmekte olup, iki nokta arasındaki fark genellikle ihmal edilmekte ve orantılılık sınırı dikkate alınmaktadır. (Chen, 1994).

1.2. Konu ile İlgili Literatürde Yapılan Bazı Çalışmalar

Yapı sistemlerinin malzeme bakımından lineer olmayan davranışı ile ilgili literatürde yapılan bazı araştırmalar aşağıda sunulmaktadır.

Valliappan ve Doolan (1972), beton ve donatının doğrusal olmayan davranışını dikkate alarak iki boyutlu betonarme yapıların analizini yapmışlardır. Yapılan çalışmada, beton için üçgen eleman, donatı için çubuk eleman kullanmışlardır. Donatının akma gerilmesine kadar elastik, daha sonra plastik davrandığını kabul etmişlerdir. Beton için elastoplastik davranışı kabul etmişlerdir. Yaptıkları çalışmada betonarme kiriş problemini incelemişler, betonda meydana gelen çatlak nedeniyle yeniden dağılım meydana geldiğinden gerçek gerilme dağılımının belirlenmesi için lineer olmayan analizin gerekliliğini vurgulamışlar.

Lassker (1972) betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizini sonlu elemanlar yöntemiyle incelemiştir. Çalışmasında beton, çelik ve aderansın doğrusal olmayan davranışını dikkate almıştır.

Hand vd. (1973), betonarme plak ve kabukların lineer olmayan analizi için, donatının elastoplastik, betonun iki eksenli izotrop elastoplastik bir malzeme kabul edildiği bir sonlu eleman modeli sunmuşlardır. Çalışmalarında çatlama olayının beton tabakalar boyunca oluştuğunu kabul etmişler modelin doğruluğunu betonarme plak ve kabuk örneklerini çözerek göstermişlerdir.

Colville ve Abbasi (1974), betonarme bir kirişin lineer olmayan davranışını incelemek amacıyla, beton ve donatıyı homojen olmayan anizotrop bir malzeme kabul edip, beton içerisindeki çekme çatlak etkisini de dikkate alan bir model sunmuşlardır. Modellemelerinde üçgen ve dörtgen sonlu elemanları kullanmışlar ve genel formülasyonları elde etmişlerdir. Modelin doğruluğunu göstermek için birkaç uygulama sunmuşlardır.

Cedolin ve Poli (1977), betonarme kirişlerin lineer olmayan davranışını incelemek amacıyla beton için doğrusal olmayan iki eksenli bir malzeme modeli önermişlerdir. Donatı ile beton arasındaki aderansı, donatı eksenine dik ve paralel olmak üzere iki yay eleman kullanarak dikkate almışlardır. Değişik yük adımlarında meydana gelen çatlak oluşumlarını gözlemlemişlerdir.

Büyüköztürk (1977), betonun doğrusal olmayan davranışı için Mohr-Coulomb teorisine dayanan bir model sunmuştur. Çatlamanın asal gerilmeye dik doğrultuda

oluşturduğunu kabul ederek betonarme yüksek kiriş ve slindirlik kabukları inceleyip meydana gelen çatlak şekillerini sunmuştur.

Gilbert ve Warner (1978), betonarme plakların lineer olmayan davranışını incelemek için bir model önermişlerdir. Modelde 16 serbestlik dereceli dikdörtgen sonlu eleman kullanmışlar, betonun sınırlı ölçüde çekme gerilmesi taşıması ve sonlu eleman ağı ölçülerinin analizdeki etkisini incelemişlerdir.

Bazent ve Cedolin (1979), betonarme yapı elemanlarının sonlu eleman yöntemi ile incelenmesinde kullanılan sonlu eleman boyutlarının yeterince küçük olmaması durumunda, herhangi bir yük değerinde çatlak ilerlemesinin gerçekçi olarak yansıtılamayacağını savunup bu durumu yansıtacak çatlak oluşumu ve gelişimi için şekildeğiştirme enerjisi ve gerilme yoğunluğu esasına dayanan bir çözüm yöntemi teklif etmişlerdir. Yöntemi çeşitli örnekler üzerinde kullanarak gerçek çözümlerle karşılaştırmışlardır.

Ottosen (1981), donatı ile beton arasındaki aderans olayını incelemek için, donatının beton içinden çekip çıkarılması olayını sonlu elemanlar yöntemini kullanarak modellemiştir. Bununla çekme dayanımının basınç dayanımına oranı ve değişik göçme kriterlerini inceleyerek meydana gelen çatlak oluşumu ve gerilme durumunu araştırmıştır.

Ojdrovic (1988), güçlendirilmiş kısmi ve tam öngerilmeli beton çerçevelerin doğrusal olmayan analizini yapmıştır. Çalışmasında basınç gerilmesindeki beton için Hognestad parabolünü ve donatı için elastik-tam plastik malzeme modelini dikkate almıştır. Çekme rijitleşmesini dikkate almak için yeni bir gerilme-şekildeğiştirme modeli önermiştir. Elde ettiği sonuçların deneysel sonuçlarla uyum içinde olduğunu belirtmiştir.

Bathe vd. (1989), betonun 2 ve 3 boyutlu doğrusal olmayan analizini gerçekleştirmek için bir model sunmuşlardır. Modellerinin doğruluğunu göstermek için çok sayıda kiriş ve 2 adet küçük çaplı reaktör kazanı örneği çözmüşlerdir.

Yan vd. (1990), malzeme bakımından doğrusal olmayan sonlu elemanlar analizinde yapı rijitlik matrisini kurmak için yeni bir yöntem geliştirmişlerdir. Çatlak gelişimi sürecinin sonlu elemanlarla analizini malzeme bakımından doğrusal olmayan davranış sayesinde geliştirdikleri 3 boyutlu sonlu eleman programı yardımıyla yapmışlardır.

Hu ve Schnobrich (1991), betonarme plak ve kabuk yapıların lineer olmayan sonlu eleman analizi için modeller önermişlerdir. Basıncın hakim olduğu bölgede beton için elastik şekildeğiştirme dikkate almışlardır. Çekmenin hakim olduğu bölgede elastik gevrek çatlama davranışı kabul etmişlerdir. Modellerinde yayılı çatlak modelini kullanmışlardır.

Çelik için idealize edilmiş bir eğri kullanmışlardır. Sonuçların deneysel verilerle uyum içinde olduğunu göstermişlerdir.

Ahmed (1991), çatlama betonarme elemanların lineer olmayan analizini incelemiştir. Boyuna donatılı ve açıklık ortasında tekil yüke maruz betonarme kirişi sonlu elemanlar modellemesiyle çözümlenmiş ve sonuçları deneysel sonuçlarla karşılaştırmıştır.

Teng ve Rotter (1992), betonarme kabuk elemanların, malzeme ve geometri değişimleri bakımından lineer olmayan analizi üzerinde çalışmışlardır. Çalışmalarında büyük deformasyonlar ve çökmeler oluşan kabukların sonlu elemanlarla analizini, betonun plastik modelini kullanarak yapmışlardır.

Polak (1992), betonun gerilme-şekildeğiştirme bağıntısını, çekme rijitliğini, basınç dayanımı azalmasını, donatının akması ve pekleşmesi gibi malzeme bakımından lineer olmayan davranışları hesaba katarak betonarme kabuk yapıların lineer olmayan analizi için bir bilgisayar programı geliştirmiştir. Programdan elde edilen sonuçları mevcut verilerle karşılaştırarak sunmuştur.

Köksal (1992), betonarme yapıların doğrusal olmayan davranışını incelemek amacıyla bir sonlu eleman programı geliştirmiştir. Geliştirdiği modelde betonun çatlama da dikkate almıştır. Elde ettiği verileri literatürdeki çeşitli modellerle karşılaştırarak geliştirdiği modelin uygulanabilirliğini göstermiştir.

Abbasi vd. (1992), göçme modlarındaki çekme dayanımının etkisini araştırmak için betondaki çekme çatlakları ve ezilmeleri dikkate alarak betonarme döşemenin değişik göçme modlarını sunmuşlardır. Bu döşemelerde gözlemledikleri göçme modlarını zarar durumuna göre sınıflandırmışlardır. Çalışmalarında ayrıca sınır şartlarının zımbalama dayanımındaki etkisini incelemişlerdir.

Sun vd. (1993), iterasyon yöntemini kullanarak betonarme çerçeve yapılarda kolon-kiriş elemanların hem geometrik hem de malzeme bakımından lineer olmayan davranışını sonlu elemanlar yöntemi ile incelemişlerdir.

Prasad vd. (1993), betonarme konsolların doğrusal olmayan analizini sonlu elemanlar yöntemi ile incelemişler. Çalışmalarında Huber-Hencky –Mises akma kriterini dikkate alarak yayılı çatlak modelini kullanmışlardır. Geliştirdikleri modeli dokuz ayrı konsol örneğinde denemişler ve sonuçları literatürdeki mevcut verilerle karşılaştırmışlardır.

Beshara (1993), şiddetli rüzgar ve itme yüklemesine maruz düzlem ve simetrik betonarme yapıların lineer olmayan analizini sonlu elemanlar yöntemi ile incelemek amacıyla bir yayılı çatlak modeli sunmuştur. İlk çatlama durumunu tanımlayabilmek için

sabit çatlak yaklaşımını kullanmıştır. Çalışmasında var olan çatlakların açılıp kapanması, betonun basınç altında davranışı gibi özellikleri de dikkate alarak FEAPRS sonlu eleman programını geliştirmiştir. Sonuç olarak bazı dinamik uygulamaların sonuçlarını deneysel ve teorik sonuçlarla karşılaştırarak sunmuştur.

Chan vd. (1994), betonarme yapılar için lineer olmayan sonlu eleman modeli sunmuşlardır. Geliştirdikleri modeli betonarme perde duvar örneğinde, sonuçları deneysel verilerle karşılaştırarak, göstermişlerdir. Çalışmalarında yapıların davranışını, nihai dayanımını ve çatlak tahminini güvenli bir şekilde belirleyebileceklerini belirtmişlerdir.

Zhang vd. (1994), yapıların lineer olmayan sonlu eleman analizi için bir model sunmuşlardır. Çalışmalarında hem betonun çatlama ve çekme rijitliğini hemde çelik çubukların lineer olmayan davranışını dikkate almışlardır. Elde ettikleri sonuçları deneysel sonuçlarla karşılaştırarak sunmuşlardır.

Lobo (1994), üç boyutlu betonarme elemanların elastik olmayan analizini dinamik, statik ve yarıstatik yüklemeler altında incelemiştir. Geliştirdiği programın çok elemanlı büyük yapıların doğrusal olmayan analizi için uygun bir program olduğunu belirtmiştir.

Park (1994), betonarme düzlem yapıların doğrusal olmayan analizini gerçekleştirmek için bir bilgisayar programı geliştirmiştir. Çalışmasının amacı sabit yüklerde olduğu kadar periyodik yükler altında da düzlem elemanlarının göçme anına kadar davranışını tahmin etmektir. Bu amaçla çekme çatlaklarıyla hasara uğramış kiriş, kolon, kiriş-kolon birleşimi ve betonarme perde örneklerini incelemiştir.

Zararis (1995), genel olarak düzlemsel kuvvetlere maruz sadece tek yönlü güçlendirilmiş betonarme plakların göçme mekanizması üzerine çalışmıştır. Bu mekanizmayı, iki ortogonal yönde güçlendirilmiş plaklar için kullanılan modeli kullanarak elde etmiş ve ikisi arasındaki farklılıklar üzerine çalışmıştır. Elde edilen göçme mekanizmalarını kesmeye maruz paneller için elde etmiş, sonuçları literatürdeki deneysel ve teorik göçme mekanizmaları ile karşılaştırmıştır.

Ayoub (1995), yön değiştiren çatlak yaklaşımı ile iki eksenli gerilme altında betonarme için bir model önererek, betonarme yapıların göçme anına kadar tepkilerini belirlemeye çalışmıştır. Bu amaç doğrultusunda, beton, çelik ve aderansın oluşan karma modeli, iki eksenli gerilme altında düzlem gerilme problemini, ayrı donatı modelini, beton ile donatı arasında aderansın tam olup olmama durumunu, kiriş ve kiriş-kolon bileşimlerini, deneysel verilerle analiz sonuçlarının uyumluluğunu, farklı betonarme

yapıların yük-yerdeğiştirme eğrilerini ve sayısal yöntemlerde yakınsama kriterlerini incelemiştir.

Barut vd. (1996), normal kalınlıktaki tabakalı kabukların dinamik davranışını belirlemek için, lineer olmayan sonlu eleman analizi sunmuşlardır. Hareket denklemlerini virtüel iş prensibini kullanarak elde etmişlerdir. Çalışmalarında Reissner-Mindlin ve Marquere teorisini kullanmışlardır.

Polat vd. (1996), Drucker-Prager akma kriterini kullanarak betonun doğrusal olmayan davranışını incelemiştir. Çekme gerilmelerini ihmal ederek yapılan bu çalışmada Drucker-Prager kriteri ve izotropik pekleşme kuralı kullanılarak basınç elemanında yapılan uygulamadan tatminkar sonuçlar elde etmişlerdir.

Ouyang vd. (1997), çatlama betonun davranışını daha iyi anlayabilmek için deneysel ve analitik olarak çalışmışlardır. Normal ve yüksek dayanımlı betondan yapılan betonarme panelleri tek yönlü gerilme altında test etmişlerdir. Ayrıca önerdikleri modeli farklı boyuttaki normal ve yüksek dayanımlı beton elemanların minimum güçlendirme oranını tahmin etmek için de kullanmışlardır.

Jiang ve Mirza (1997), betonarme plakların lineer olmayan analizi için sayısal bir model önermişlerdir. Tanımlanan model beton ve çelik arasındaki aderansı dikkate alan, çelik ve beton plağın ayırık sonlu eleman gösterimine dayanmaktadır. Modelde beton ve çelik için malzeme bakımından lineer olmayan davranış göz önüne alınmışlar, yayılı çatlak modelini kullanmışlardır. Lineer olmayan sonlu eleman denklemlerini artımsal iterasyon yöntemini kullanarak çözmüşler. Önerilen modelin geçerliliğini literatürdeki mevcut verilerle karşılaştırarak göstermişlerdir.

Park ve Klingner (1997), düzlem gerilme durumundaki betonarme yapı elemanlarını incelemek amacıyla plastisite teorisi ve çatlama modellerini içeren bir malzeme modeli sunmuşlardır. Sundukları modelde, betonun çatlama ve ezilmesi için çok yönlü göçme kriterini kullanmışlardır. Modelden elde edilen sonuçları Von-Mises ve Drucker-Prager göçme kriterlerini kullanarak karşılaştırmışlardır.

Özer (1997), kiriş elemanlardaki çatlama durumunu incelemiş ve bu elemanların analizi için rijitlik matrisi yöntemi ile çalışan bir bilgisayar programı geliştirmiştir.

Yoshimura (1997), 1995 yılındaki Hyogoken-Nanbu depreminde çöken bir binanın deprem anında nasıl davrandığını ve depremde nasıl çöktüğünü araştırmak için binanın lineer olmayan dinamik analizi ile ilgili bir çalışma gerçekleştirmiştir.

Shayanfar vd. (1997), betonarme yapıların lineer olmayan sonlu eleman analizinde sonlu eleman boyutunun etkisini araştırmışlardır. Yük-yerdeğiştirme, yük-şekildeğiştirme karakteristikleri, çatlama modeli ve nihai yük taşıma kapasitesini dikkate alarak eleman boyutu etkisi ile betonarme yapıların farklı davranışlarını mevcut verilerle karşılaştırarak incelemişlerdir. Hesaplanan sonuçlar üzerindeki sonlu eleman boyutu etkisini elimine etmek için sonlu eleman formülasyonu geliştirmişlerdir. Bu formülasyonda betonun nihai çekme dayanımını ağıra göre hesaplayan ampirik bir formül geliştirmişlerdir. Çalışmalarında NONLACS (Nonlinear Analysis of Concrete and Steel Structure) programını kullanmışlardır. Önerilen modelin deneysel verilerle uyumlu sonuçlar verdiğini gözlemlemişlerdir.

Bhatt ve Kader (1998), dikdörtgen betonarme kirişlerin kesme dayanımını belirleyebilmek için doğrusal olmayan analizinde Liu vd. (1972) tarafından önerilen gerilme-şekildeğiştirme modelini kullanmışlardır. 100'den fazla kiriş numuneleri üzerinde yaptıkları analizler kesme dayanımını etkileyen tüm önemli parametreleri içermektedir. Elde ettikleri sonuçlarla betonarme kirişlerin göçme modlarını belirleyebilmektedirler.

Demir (1998), düzlem gerilme durumunu esas alarak, betonun doğrusal olmayan davranışını temsil eden bir malzeme modeli kullanarak, donatı, aderans olayı ve yük artırımı sonucu çatlakların oluşumu ve modellemesini araştırmıştır. Betonun davranışında ve sonlu eleman modellemesinde yaptığı kabullerin sonuca olan etkisini betonarme kiriş ve yüksek kiriş örneklerini ele alarak irdemiştir.

Fields (1998), çekmeye çalışan yüksek dayanımlı betonarme elemanların çekme rijitliği davranışını incelemiştir. Beton dayanımı ile çatlama davranışı arasında olabilecek bağlantıyı deneysel olarak belirlemeye çalışmıştır. Beton dayanımının yanı sıra donatı oranının, beton kalitesinin ve donatı çubuğu düzeninin de çatlama davranışına etkisini araştırmıştır.

Thevendran vd. (1999), düzlemde eğilmiş çelik-beton kompozit I şeklindeki yapı kirişlerinin lineer olmayan davranışlarını incelemişlerdir. Kirişlerin nihai yük taşıma kapasitelerini ve lineer olmayan davranışını belirlemek için ABAQUS sonlu eleman programını kullanmışlardır. Modellemede üç boyutlu sonlu eleman modeli kullanmışlardır. Beton ve donatının davranışını modellemek için kabuk eleman kesme donatısının modellenmesi için rijit kiriş eleman kullanmışlardır. Modelden elde edilen sonuçları literatürdeki mevcut deneysel verilerle karşılaştırıp korelasyon çalışması yapmışlardır.

Wang ve Hsu (1998), iki eksenli eğilme ve eksenel yüke maruz, enkesit alanı keyfi seçilen, betonarme narin kolonların yük-deformasyon eğrisini belirleyebilmek için sayısal bir model geliştirerek betonarme kolonların lineer olmayan davranışını incelemek amacıyla yeni yaklaşımlar kullanmışlardır.

Ariss (1999), öngerilmeli betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizini incelemiştir. Kiriş enkesitleri eleman boyunca değişken olduğu için ve malzeme özellikleri de değişebileceğinden dolayı kiriş kesiti farklı özellikli beton parçalara, donatı ise yine farklı özellikli tabakalara bölünerek incelenmiştir.

Chen vd., (2000), geliştirdikleri sonlu elemanlar yöntemi ile dikdörtgen ve enine tabakalı plakların geometrik bakımdan lineer olmayan analizini gerçekleştirmişlerdir. Plak uçlarından basit mesnetli olup çalışmalarında yükü plak düzlemine dik ve zamana bağlı olarak tanımlamışlardır. Lineer olmayan dinamik analizde zaman adımli Newmark yöntemi ile iterasyona dayalı Newton-Raphson yöntemini kullanmışlardır. Çalışmalarında izotrop, ortotrop ve tabakalı anizotrop plak örnekleri için sonuçları, geleneksel sonlu elemanlar ve geliştirilmiş enine tabakalı plaklar için uygulanabilen şerit sonlu elemanlar analizi sonuçları ile karşılaştırmalı olarak incelemiştir.

Çavuş (2000), lineer olmayan şekildeğiştirmelerin sistem üzerinde sürekli olarak yayıldığı varsayımı altında, malzeme ve geometri değişimleri bakımından lineer olmayan sistemlerin artan yükler altındaki davranışlarının belirlenmesine ve göçme yükünün bulunmasına yönelik çalışma yapmıştır.

Mirmiran vd. (2000), lif kompozitli betonun sonlu elemanlarla doğrusal olmayan modellemesi için ANSYS paket programını kullanmışlardır. Çalışmalarında betonun gerilme-şekildeğiştirme eğrisi için elastik-tam plastik gerilme-şekildeğiştirme eğrisini, doğrusal olmayan analizde de Drucker-Prager kriterini dikkate almışlardır.

Polat vd. (2000), Drucker-Prager kriterini kullanarak betonun doğrusal olmayan davranışını incelemiştir.

Fanning (2001), betonarme kirişlerin lineer olmayan analizinde betonun zayıf çekme dayanımını dikkate alarak çatlak için yayılı çatlak modeli kullanarak, betonun çatlamasını, basınç bölgesinde betonun ezilmesini, güçlendiricinin yeri, miktarı ve dağılımını göz önüne alan bir model geliştirmiş ve modeli ANSYS programına kodlamıştır. Sonuçları normal ve öngerilmeli beton kirişler için deneysel sonuçlarla karşılaştırmıştır.

Sekulovic ve Salatic (2001), statik yükleme altındaki düzlem çerçevelerin düğüm noktası bağlantılarında esneklik ve eksantriklik etkisini araştırmışlardır. Hem malzeme

bakımından lineer olmayan davranışı hemde yapının geometrik lineer olmayan davranışını içeren sayısal bir model geliştirmişlerdir. Geometrik olarak lineer olmayan analizi eğilme etkisinin olması ve olmaması durumları için gerçekleştirmişlerdir. Geliştirilen model geleneksel bağlı modellerle aynı serbestlik derecesine sahiptir. Yukarıdaki özellikleri içeren bir bilgisayar programı geliştirmişlerdir.

Wang ve Hsu (2001), FEAP'ı (Finite Element Analysis Program) betonarme yapılar için değiştirip betonarme kısmını ekleyerek FEAPRC'ı (Finite Element Analysis Program Reinforced Concrete) elde etmişlerdir. Bu programda betonarme kesitte, basınç altında betonun yumuşama etkisi, çekme altında çekme rijitliği etkisi, beton içerisindeki donatı çubuklarının gerilme-şekildeğiştirme eğrisi ve betonun kayma modülü gibi 4 önemli özelliği dikkate almışlardır. Sonuç olarak, kiriş, panel ve betonarme perdelerin analizinde, geliştirilen programdan elde edilen sonuçlar ile deneysel sonuçların uyum içerisinde olduğunu gözlemlemişlerdir.

Kaklous ve Ghaboussi (2001), kirişlerde beton için ortalama gerilme-şekildeğiştirme bağıntılarını belirlemek için bir yöntem geliştirmişlerdir. Bu yöntemi literatürde yayınlanan çok sayıda kiriş örneğine uygulamışlar ve çatlama çekme etkisindeki betonlar için çok sayıda ortalama gerilme-şekildeğiştirme eğrileri üretmişlerdir. Çalışmadan elde ettikleri sonuçları yapay sinir ağlarına eğitici veri olarak kullanılmışlardır.

Teng ve Song (2001), geometrik olarak kusurlu (yarım ya da çeyrek daire şeklinde) kabuk elemanların sınır duruma ulaşmadan deformasyon süresinde mod değişikliklerini ve burkulma dayanımını belirlemek için lineer olmayan analiz gerçekleştirmişlerdir. Çalışmalarında burkulma dayanımını belirlemek için dört farklı model kullanmışlardır.

Ayoub (2001), kısmen bağlı kompozit kirişlerin lineer olmayan analizi için yeni bir eleman sunmuştur. Kesme bağlantılarını dağıtılmış ara yüzey elemanlar kullanarak modellemiştir. Önerilen modelde sürtünme etkilerini ihmal etmekte, stabiliteyi dikkate almaktadır. Sonuç olarak bu modelin, minimum potansiyel enerji prensibine dayanan standart modeller üzerindeki avantajlarını açıklayan sayısal örnekler sunmuştur.

Izzuddin (2001), üç boyutlu çerçeve sistem yapıların geometrik olarak lineer olmayan analizi ile ilgili kavramsal sorunları (özellikle tanjant rijitlik matrisinin simetrik olup olmaması ve eleman uç momentleri ile ilgili) açıklamaya çalışmıştır. Simetrik tanjant rijitlik matrisinin elde edilmesi ve eleman uç momentlerinin geometrik olarak lineer olmayan davranıştaki etkisini açıklamaya çalışmıştır.

Kim vd. (2001), ara tabakası üst ve alt tabakalar ile karşılaştırıldığında daha küçük elastisite modülüne sahip üç tabakalı plaklar için yeni bir sayısal analiz metodu sunup plak elemanlardaki eğilme rijitliğindeki azalma etkisini araştırmışlardır. Çalışmalarındaki modellerden biri sadece eğilme etkisindeki üç tabakalı dikdörtgen plak eleman, diğeri ise üç tabakalı düzgün yayılı yük etkisindeki kare plak elemandır. Bu elemanlarda eğilme rijitliğindeki azalma etkisini karşılaştırmalı olarak inceleyip sonuçlarını sunmuşlardır.

Kwak ve Kim (2001), betonarme düzlem yapıların sonlu elemanlarla doğrusal olmayan analizi için bir analitik model önermişlerdir. Yaptıkları çalışmada, çekme çatlamasından sonra, beton basınç dayanımının azaldığını gözlemlemişler ve betonun çekme gerilmesi dayanımının takviye edilmiş çelikle sürdürüldüğünü kabul etmişlerdir (çekme rijitliği etkisi). Elde edilen sonuçları mevcut deneysel verilerle karşılaştırarak doğruluklarını test etmişlerdir.

Petrolite ve Legge (2001), iki boyutlu eğik elemanlı çerçeve yapılar için genel bir lineer olmayan analiz metodu geliştirmişlerdir. Geliştirdikleri metodu çeşitli yüklemeler altında konsol ve her iki ucu sabit mesnetli kiriş örneğine uygulamışlar ve sonuçlarını sunmuşlardır.

Navakurlar ve Hsu (2001), yüksek dayanımlı beton yapıların çatlama analizi için doğrusal olmayan bir model geliştirmişlerdir. Deneysel olarak elde edilen çekme yumuşaması bağıntısını doğrusal olmayan ABAQUS sonlu elemanlar programına eklemişlerdir. Sonlu eleman analizinde eğilme dayanımını ve boyut etkisini de inceleyen araştırmacılar geliştirdikleri sonlu eleman modelinin basit ve kiriş testlerinde başarılı olduğunu belirtmektedirler.

Parvin ve Wang (2002), hem eksenel hem de dairesel yanal yüklemeye maruz polimer mantolarla güçlendirilmiş lifli betonarme kolonların lineer olmayan davranışını sonlu eleman metodu ile incelemişlerdir. Çalışmalarında lineer olmayan sonlu eleman programı MARC' ı kullanmışlardır. Polimer mantoların, kolonların hem dayanım hem de süneklik kapasitesini artırdığını ayrıca betonarme kolonların rijitlik azalmasını geciktirdiğini gözlemlemişlerdir.

Izzuddin vd. (2002), üç boyutlu betonarme elemanların modellenmesi için yeni bir formülasyon sunmuşlardır. Çalışmalarında geometrik lineer olmayan davranışıda dikkate almışlardır. Çalışmalarında beton için lineer olmayan basınç gerilme-şekildeğiştirme ilişkisini kabul edip çekme dayanımının olmadığını kabul ederken, çelik için lineer gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi kabul etmişlerdir.

Kwak ve Kim (2002), çekme yumuşaması ve aderansı düşünerek betonarme kirişlerin malzeme bakımından lineer olmayan analizini gerçekleştirmişlerdir. Çalışmalarında birçok serbestlik dereceli, büyük yapılar için bazı uygulama sınırlamasına sahip, karmaşık tabakalı yaklaşım yerine önceden geliştirilen kesit analizi sayesinde betonarme kesitlerin moment-eğrilik ilişkisini dikkate alan yaklaşımı kullanmışlardır. Sonuç olarak önerilen algoritmanın doğruluğunu göstermek amacıyla analitik ve deneysel sonuçlar arasında korelasyon çalışması yapmışlardır.

Assan (2002), şekildeğiştirme tabanlı sonlu eleman yöntemini kullanarak betonarme silindirik kabukların hem malzeme hem de geometrik bakımdan lineer olmayan analizini gerçekleştirmiştir. Çalışmasında kabuk elemanı, iki boyutlu, silindirik, dört düğüm noktalı olarak modellemiştir. Betonun çatlaması ve çeliğin akması nedeniyle meydana gelen malzemenin lineer olmayan davranışını hesaba katmıştır. Betonun düzlem gerilme altında ortotrop elastik olarak kabul etmiş, iki yönlü çelik model kullanmıştır. Modelin doğruluğunu başka yöntemden elde edilen sonuçlarla karşılaştırarak göstermiş ve diğer yönteme göre bu modelde daha az süre ve hesaplama gerektiğini göstermiştir.

Gavriushin (2002), kabukların lineer olmayan davranışını analiz etmek için teorik prensip ve algoritma sunmuş ve parametrik bir çalışma yapmıştır.

Cofer vd. (2002), çevrimsel yükleme altında betonarme elemanların lineer olmayan dinamik davranışını deneysel ve teorik olarak incelemişlerdir. Meydana gelen değişimleri moment – yerdeğiştirme eğrisi üzerinde göstermişlerdir.

Wong (2002), betonarme yapıların iki boyutlu doğrusal olmayan analizi için kullanıcılar açısından kolaylıklar sağlayacak bir araştırma yapmıştır. VecTor2 adlı bir bilgisayar programını kullanan araştırmacı bu programın işleyişinin anlatılmasının yanı sıra, eşitliklerin çıkarılmasında kullanılan teorileri, yapılan kabulleri, betonarme elemanların modellenmesinde kullanılan sonlu eleman modelleri, sonlu eleman hesap araştırmalarını, malzeme modellerini, dayanım azalmasında kullanılan modelleri ve çatlama kriterlerini anlatıp literatürde araştırmacıların kullandıkları hesap ve modelleri bir araya toplamıştır.

Ayoub (2003), zemine oturan kirişlerin lineer olmayan analizi için kuvvet ve yerdeğiştirme yaklaşımlarının karışık kullanılması ile elastik olmayan yeni sonlu eleman formülasyonunu geliştirmiştir. Geliştirilen eleman FEAP'a (Finite Element Analysis Program) kodlanmıştır. Geliştirilen programdan elde edilen sonuçları yerdeğiştirme formülasyonundan elde edilen sonuçlarla karşılaştırmıştır.

Neild vd. (2003), hasarlı betonarme elemanların tespiti için doğrusal olmayan titreşim karakteristiklerini incelemişlerdir.

Li and Chen (2003), deprem hareketi altında kabukların elastoplastik dinamik davranışlarının analizini gerçekleştirmek için üç boyutlu bir kiriş eleman modeli geliştirmişlerdir. Çalışmalarında hem geometrik bakımdan hemde malzeme bakımından lineer olmayan analizi dikkate almışlardır. Lineer olmayan dinamik denge denklemlerinin çözümlerini elde etmek için Newmark direkt integrasyon metodu ve değiştirilmiş Newton-Raphson metotlarına dayanan artımsal iterasyon tekniğini kullandıklarını ifade etmişlerdir. Geliştirilen metodun lineer olmayan dinamik davranış analizi ve yapı boşluklarının dizaynı için etkin olduğunu belirtmişlerdir.

Kawakami ve Ito (2003), betonun çatlaması, ezilmesi ve donatı plastisitesi gibi malzeme bakımından lineer olmayan davranış ile büyük yerdeğiştirme gibi geometrik bakımdan lineer olmayan özellikleri dikkate alarak iki boyutlu öngerilmeli beton kolon ve öngerilmeli kirişlerin analizini hem deneysel hemde ADINA programında modelleyerek gerçekleştirmişlerdir. Sonuç olarak yük-yerdeğiştirme ilişkisi, betonun çatlama, ezilme süreci, yük-şekildeğiştirme ilişkisini incelemişler program sonuçları ile deney sonuçlarının uyum içerisinde olduğunu gözlemlemişlerdir.

Toklu (2004), yapıların denge konumunu, sistemin potansiyel enerjisini minimuma yakın yapmaktır diye tanımlamakta ve bu esasa dayanarak kafes elemanlarda en iyi şekilde minimum enerjiyle ulaşmak için enerji teoremine dayalı formülasyonu kullanarak bir metod sunmaktadır. Geliştirdiği yöntemle kafeslerin hem malzeme hem de geometrik bakımdan lineer olmayan davranışlarını incelemiştir. Yöntem ile çözülmüş örnekler sunmuştur.

Kwak ve Kim (2004), betonarme perdelerin malzeme bakımından lineer olmayan davranışını hesaplamak için analitik bir model önermişlerdir. Betonun çekme dayanımı ve basınç yumuşaması gibi özelliklerini dikkate almışlardır. Çatlamış betonun davranışını, yükleme zamanına göre dönen ve esas şekildeğiştirmeyi takip eden ortogonal çatlak sistemi ile tanımlamışlardır. Önerilen metodun geçerliliğini belirlemek için analitik sonuçlar ve mevcut deneysel veriler arasında korelasyon çalışması yapmışlardır.

Hu vd., (2004), alt yüzeyinde veya her iki yüzeyinden plastik liflerle güçlendirilen dikdörtgen kesitli betonarme kirişlerin, nihai taşıma kapasitesini belirlemek için ABAQUS sonlu eleman programını kullanarak lineer olmayan analiz gerçekleştirmişlerdir. Donatı, beton ve lifli güçlendiricilerin lineer olmayan malzeme davranışını uygun model

kullanarak modellemişlerdir. Çalışmalarında kiriş uzunluğunun ve güçlendirici oranının nihai dayanım üzerindeki etkisini incelemişlerdir.

Abbas vd. (2004), çarpışma yükleri altında betonarme elemanların üç boyutlu lineer olmayan analizini sonlu elemanlar yöntemi ile gerçekleştirip deneyler yapmışlardır. Modelin, betonun çatlaklarını tahmin etme yeteneğine sahip olduğunu ifade etmişlerdir. Deneyler, dairesel beton bir plaka üzerinde düşen tokmak yükünü içeren laboratuarda yapılmış ve analiz sonuçları sunulmuştur. Sonuçların kendi deneyleri ile ve literatürden alınan diğer bazı örneklerle uyum içerisinde olduğunu ifade etmişlerdir.

Filho ve Awruch (2004), büyük yerdeğiştirme ve dönmeye maruz üç boyutlu kabuk ve plakaların lineer olmayan statik ve dinamik analizi için sekiz düğüm noktalı hexahedral izoparametrik bir eleman sunmuşlardır. Üç boyutlu çözümlerle elemanın doğruluğunu göstermişlerdir.

Hamed ve Frostig (2004) kirişlerin çatlama etkisini ve doğal frekansları üzerindeki beton ve öngerilmeli donatıların malzeme etkisini incelemişlerdir. Çatlama kesit üzerinde çatlama olayı süresinde serbest titreşim analizi gerçekleştirmişlerdir. Çalışmalarında beton ve donatı için doğrusal olmayan malzeme özelliklerini dikkate almışlardır. Çeşitli sayısal örnek sonuçlarını sunarak çatlama ile doğal frekansta bir azalış meydana geldiğini göstermişlerdir.

Coletti vd. (2004), malzemenin ve yapı elemanlarının doğrusal olmayan davranışını dikkate almışlardır. Kirişin olası tüm göçme şekillerini dikkate alan bu model sınır durumunda kirişin yük taşıma kapasitesini tahmin edebilmektedir. Geliştirilen modelin geçerliliğini doğrulamak için 100'e yakın örnek deneyerek literatürdeki örneklerle karşılaştırmışlardır.

Bratina vd. (2004), betonarme düzlem çerçevelerin malzeme ve geometri bakımından lineer olmayan analizini yapmışlardır. Betonun dayanım azalmasını ve gerilme dağılımı gibi karakteristiklerini belirlemek için yeni bir kiriş modeli geliştirmişlerdir. Bunun için Reissner düzlem kiriş teorisini kullanarak geometrik bakımdan lineer olmayan davranışı hesaba katmışlardır. Sonuçları deneysel verilerle karşılaştırmışlardır.

Arslan (2004), betonarme kirişin yük taşıma kapasitesinin analitik hesabında sonlu eleman boyut etkisini incelemiştir. Çatlama etkisini dikkate alan araştırmacı göçme kriteri olarak Drucker-Prager kriterini kullanmıştır. Betonun gerilme-şekildeğiştirme eğrisi olarak Hognestad tarafından önerilen modeli kullanmıştır.

Zhang ve Kim (2005), ince ve kalın tabakalı kompozit plakların lineer ve geometrik olarak lineer olmayan sonlu eleman analizi için üç düğüm noktalı onsekiz serbestlik dereceli düz üçgen plak/kabuk elemanı (LTD18)'i sunmuşlardır. Eleman birinci derece kesme deformasyon teorisine (FSDT) dayanmaktadır. Toplam Lagrangian yaklaşımını geometrik olarak lineer olmayan davranışı formülize etmek için kullanmışlardır. Eleman sınırlarının yerdeğiştirme ve dönme fonksiyonlarını Timoshenko'nun tabakalı kompozit kiriş fonksiyonlarından elde etmişler ve kayma yetersizliği probleminden kaçınmışlardır.

Hu vd. (2005), aksenal basınç kuvveti ve eğilme momentine maruz betonla doldurulmuş çelik tüp kolonlar için bir malzeme modeli önermişlerdir. Bu model ile lineer olmayan sonlu eleman programı ABAQUS'ü kullanarak üç farklı kesit alanı için modelleme yapmışlar ve deneysel sonuçlarla karşılaştırmışlardır. Çalışmalarında daire, kare ve demir kuşaklarla güçlendirilmiş kare enkesit alanı kullanmışlardır. Farklı enkesit alanlarında oluşan bazı parametreleri karşılaştırmalı olarak incelemişlerdir.

Wu ve Chi (2005), eğilmeye maruz üç boyutlu tabakalı silindirik kabukların lineer olmayan analizi ile ilgilenmişlerdir. Çalışmalarındaki formülasyonda, lineer olmayan gerilme-şekildeğiştirme ilişkisini kullanmışlardır. Yöntem sonuçlarını farklı yöntemlerden elde edilen sonuçlarla karşılaştırmışlardır.

Kwak ve Kim (2005), narin betonarme kolonların lineer olmayan davranışını incelemek için analitik bir model geliştirmişler ve parametrik bir çalışma yapmışlardır. Geometrik olarak lineer olmayan davranışın yanı sıra betonun çatlamasını da içeren malzeme bakımından lineer olmayan davranışı hesaba katmışlardır. Tabakalı yaklaşımı, kesitteki, denge koşullarını belirlemek ve farklı malzeme özelliklerini düşünmek için benimsemişlerdir. Ayrıca çalışmalarında betonda uzun dönemde meydana gelen deformasyonları da hesaba katmışlardır. Sonuç olarak geleneksel beton ile yüksek dayanımlı betonu çeşitli parametreler için karşılaştırmışlardır.

Silva ve Castro (2005), iki boyutlu beton yapıların lineer olmayan analizi için yeni bir model önermişlerdir. İki tane sayısal plak örneği çözerek modelin doğruluğunu göstermişlerdir.

Chan ve Chen (2005), farklı bir yaklaşım kullanarak çok çatlaklı kirişlerde çatlakların yerini ve derinliğini belirlemeye yönelik çalışma yapmışlardır. Bunun için önce, çok çatlaklı kirişin serbest titreşiminin mod şekli ve doğal frekanslarını elde edip, sonra bu verilere bağlı olarak çatlakların pozisyonlarını belirlemeye çalışmışlardır. Daha sonra da

çatlakların pozisyonu belli ise, kullandıkları bu yaklaşımla frekans sayesinde çatlağın derinliğini tahmin etmeye çalışmışlardır.

Shang vd. (2005), dayanımı artırılmış betonarme kirişlerin eğilmesi üzerine çalışmışlardır. Bu amaçla, güçlendirilmiş 16 adet betonarme kiriş ile 2 adet beton kirişi test etmişlerdir. Kirişlerin performansını karşılaştıran araştırmacılar, çatlama davranışını, açıklık orta noktasının yerdeğiştirmesini ve nihai dayanım değerlerini dikkate almışlardır. Çalışma sonucunda, kullandıkları güçlendiricinin betonarme kirişin eğilme dayanımını artırdığı, çatlama karşı dayanımını artırdığı ve kirişin eğilme rijitliğine katkıda bulunduğu kanaatine varmışlardır.

Ayoub (2006), betonarme kolon ve kirişlerin lineer olmayan analizi için yeni bir model önermiş ve sonuçlarını çeşitli çalışmalarla karşılaştırmalı olarak sunmuştur.

Chan ve Wang (2006), servis yükleri altında betonarme yüksek yapıların lineer olmayan çatlak analizini yaparak optimum tasarıma dayanan sayısal bir yaklaşım sunmuşlardır. Betonun çatlama optimum tasarım üzerindeki etkilerini göstermişlerdir.

Zembaty vd. (2006), betonarme çerçevelerin dinamik davranışı üzerine bir çalışma yapmışlardır. Betonarme çerçeve sarsma tablasına konmuştur ve artan yoğunlukla sismik hareket uygulanmıştır. Bu deneyin amacının, betonda meydana gelen çatlaklar dolayısıyla çerçevelerde meydana gelen dinamik model parametrelerinin değişimlerinin incelenmesi olduğu ifade edilerek doğal frekanslarda çatlamanın etkisiyle meydana gelen düşüşten bahsetmişlerdir. İnşaat mühendisliği yapılarının model analizlerinde sarsma tablası uygulamasının avantaj ve dezavantajlarından bahsetmişlerdir.

Dede vd. (2006), betonarmeyi oluşturan beton ve donatı için kullanılan gerilme-şekildeğiştirme eğrilerini ve doğrusal olmayan çözüm tekniklerini anlatan bir derleme çalışması yapmışlardır.

Hüsem ve Pul (2007), yüksek dayanımlı beton ile ilgili deneysel çalışmalar yapmışlardır. Elde ettikleri gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin artan kısmının Kent-Park modeline ve azalan kısmının ise Nagashima modeline benzer olduğunu belirtmişlerdir.

Zhou vd. (2007), büyük periyodik yükleme altındaki beton-çelik kompozit elemandan oluşan çerçevelerin lineer olmayan analizi için yeni bir üç boyutlu model önermişler. Çalışmalarında donatının, betonarme plakların ve kirişlerin modellenme detaylarını sunmuşlardır.

Dede ve Ayvaz (2007a), betonarme kirişlerin malzeme bakımından doğrusal olmayan analizini incelemek için beton ve donatı için farklı akma kriterleri kullanarak değişik modellemeler oluşturmuşlardır.

Dede ve Ayvaz (2007b), çalışmalarında betonarme yapıların doğrusal olmayan analizinde farklı kriterlerin karşılaştırmasını sunmuşlardır.

Dede ve Ayvaz (2007c), betonarme yapıların doğrusal olmayan analizi için Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisi ile von Mises akma kriterini kullanarak betonun elastik ve plastik aşamadaki davranışını incelemiştir.

Lykidis ve Spiliopoulos (2008), betonarmede kayma donatısının etkisini araştırmak için katı bir eleman önermişlerdir. Çalışmalarında kolon kiriş birleşim yerinde meydana gelen etkiyi incelemişler, beton ile donatı arasında, lineer olmayan aderans kabul edilip elde ettikleri sonuçları literatürdeki mevcut sayısal ve deneysel verilerle karşılaştırmışlardır.

Chen ve Kao (2008), lineer olmayan yapı analizi için bir yaklaşım sunmuşlar, çeşitli yapısal detayları içeren yapısal birleşim modellerini toplayıp veritabanı kurmuşlardır. Örnek olarak bir okul binasının, veritabanındaki verilerle lineer olmayan analizini yapmışlardır.

Joghataie ve Farrokh (2008), dinamik yük altında yapıların lineer olmayan analizini yapmak için yeni bir model geliştirmişlerdir. Sınır ağlarını deprem yükü altında tek ve üç serbestlik derecesine sahip çerçevelerin analizi için eğitip kullanmışlardır. Testlerinde El Centro depremini kullanmışlardır. Lineer olmayan analiz sonuçlarını deneysel verilerle karşılaştırmışlardır.

McKenna vd. (2008), yapıların lineer olmayan analizi için çeşitli çözüm yöntemleri içeren yazılım sunmuşlardır.

Dall'Asta vd. (2008), öngörülen kirişlerin geometrik ve malzeme bakımından lineer olmayan analizi için sonlu deformatsiyon teorisinden elde edilen orta derecede dönme ve küçük şekildeğiştirme teorilerine dayanan bir analitik model önermişlerdir.

Cotsovos vd. (2008), büyük oranda yanal tekil yükleme altındaki kirişlerin lineer olmayan dinamik analizini yapmışlardır. Çalışmalarında 2 ve 3 boyutlu lineer olmayan analiz yapabilen hazır bir program kullanmışlardır. Beton ve donatının malzeme özelliklerini yükleme oranından bağımsız almışlardır. Çalışmalarının sonuçlarını deneysel verilerle karşılaştırmalı olarak sunmuşlardır.

Dede ve Ayvaz (2009a), betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizinde çekme rijitleşmesinin etkisini incelemiştir.

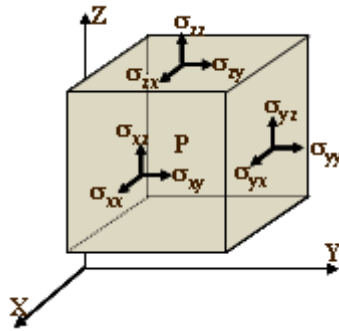
Dede ve Ayvaz (2009b), betonun doğrusal olmayan analizinde kullanılan akma kriterlerini bir araya toplayarak derleme çalışması yapmışlardır.

Dede ve Ayvaz (2009c), beton için Bresler-Pister akma kriterini dikkate alarak betonarme kirişlerin plastik davranışını incelemişlerdir. Bresler-Pister akma kriterine dayalı olarak plastik rijitlik matrisini elde etmişler, elde ettikleri sonuçları literatürdeki mevcut diğer sonuçlarla karşılaştırmışlardır.

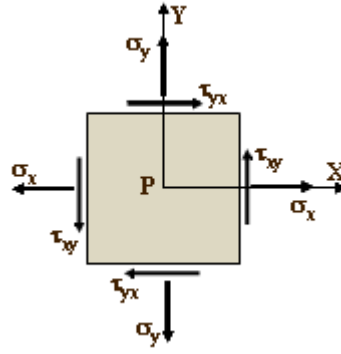
Dede (2009), betonarme kirişlerin malzeme bakımından doğrusal olmayan davranışını incelemek için MATLAB programlama dilinde bir program geliştirmiştir. Programına önceden literatürde kullanılan akma kriterlerinin yanı sıra literatürde betonarme için önerilen ancak hiç kullanılmayan farklı akma kriterlerini de eklemiştir. Ayrıca farklı çekme gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve farklı basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerini bir araya toplamış ve bunların etkinliğini araştırmıştır. Geliştirilen programın ve betonarme elemanların lineer olmayan analizi için önceden kullanılmayan Bresler-Pister ve Hsieh-Ting-Chen akma kriterlerinin etkinliğini göstermek amacıyla, 4 farklı betonarme eleman çözmüş elde edilen sonuçları literatürde verilen deneysel ve teorik sonuçlarla karşılaştırmıştır.

1.3. Gerilme ve Şekildeğiştirme

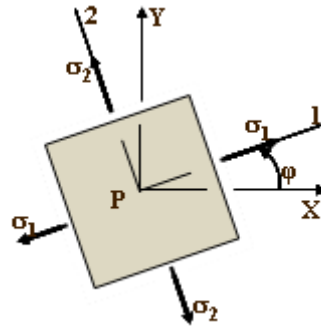
En genel durum için bir noktada gerilme bileşenleri Şekil 1.2’de, düzlem gerilme bileşenleri Şekil 1.3’de ve bu gerilme durumunun asal eksen takımında gösterimi Şekil 1.4’de verilmektedir (İnan, 1988).



Şekil 1.2. Bir noktada 3 boyutlu gerilme durumu bileşenleri



Şekil 1.3. Bir noktada 2 boyutlu gerilme durumu bileşenleri



Şekil 1.4. Bir noktada 2 boyutlu gerilme durumunda asal gerilmelerin gösterilmesi

3 boyutlu gerilme durumuna ait gerilme tansörü Denklem (1.1)'de verilmektedir.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{yy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Bu denklemde σ_x , σ_y ve σ_z sırasıyla x, y ve z doğrultusundaki normal gerilmeleri, τ_{xy} , τ_{xz} , τ_{yx} , τ_{yz} , τ_{zx} ve τ_{zy} ise kayma gerilmelerini göstermektedir. Düzlem gerilme durumunda 3. boyuttaki gerilme bileşenleri sıfır olmaktadır. Bu duruma ait gerilme bileşenleri Denklem (1.2)'de verilmektedir.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

3 boyutlu gerilme durumu için gerilme invariantları Denklem (1.3), asal gerilmeleri Denklem (1.4), düzlem gerilme durumu için ise gerilme invariantları Denklem (1.5), asal gerilmeleri Denklem (1.6)'da verilen eşitliklerle hesaplanabilmektedir.

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

$$I_2 = \sigma_x \sigma_y + \sigma_x \sigma_z + \sigma_y \sigma_z - \sigma_{xy}^2 - \sigma_{yz}^2 - \sigma_{xz}^2 = \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1 \quad (1.3)$$

$$I_3 = \det(\sigma_{ij}) = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3$$

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma - I_3 = 0 \quad (1.4)$$

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2$$

$$I_2 = \sigma_1 \sigma_2 \quad (1.5)$$

$$\sigma_{1,2} = \left(\frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2} \right)^2 + (\sigma_{12})^2} \quad (1.6)$$

Deviatorik (sapıcı) gerilmeler ise ortalama gerilme σ_m ve kroneker delta δ_{ij} 'nin sırasıyla Denklem (1.7) ve Denklem (1.8) bağıntılarıyla belirlenmesinden sonra S_{ij} (Deviatorik gerilme tansörü) Denklem (1.9) bağıntısıyla belirlenebilmektedir.

$$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{3}I_1 \quad (1.7)$$

$$\delta_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m \delta_{ij} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\sigma_{xx} - \sigma_m) & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & (\sigma_{yy} - \sigma_m) & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & (\sigma_{zz} - \sigma_m) \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

Ortalama kayma gerilmesi τ_m ise,

$$\tau_m = \sqrt{\frac{2}{5}} J_2 \quad (1.10)$$

bağıntısıyla belirlenebilmektedir. Sapıcı gerilmelerin invaryantları ise sırasıyla (J_1, J_2, J_3);

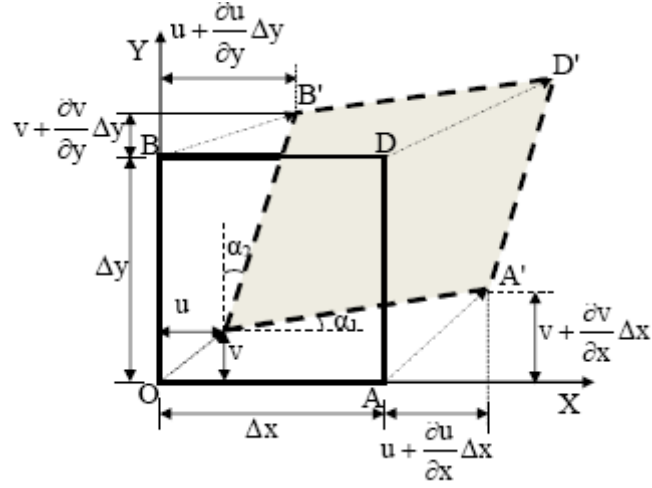
$$\begin{aligned} J_1 &= S_{11} + S_{22} + S_{33} = 0 \\ J_2 &= \frac{1}{2} (S_{11}^2 + S_{22}^2 + S_{33}^2 + 2\sigma_{12}^2 + 2\sigma_{23}^2 + 2\sigma_{31}^2) = \frac{1}{3} (I_1^2 - 3I_2) \\ J_3 &= \det(S_{ij}) = \frac{1}{27} (2I_1^3 - 9I_1 I_2 + 27I_3) \end{aligned} \quad (1.11)$$

bağıntıları ile oktohedral gerilmeler,

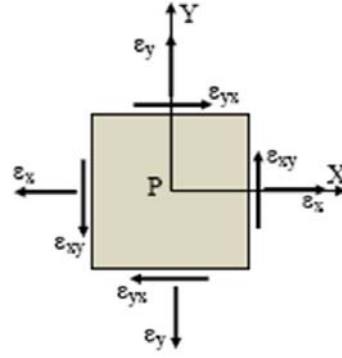
$$\sigma_{oct} = \frac{1}{3} I_1 \quad \tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3}} J_2 \quad (1.12)$$

bağıntılarıyla hesaplanabilmektedir.

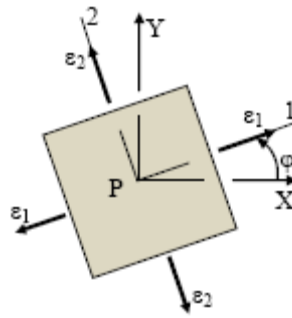
Bir elemanda doğru parçalarının boyu veya doğrultular arasındaki açı değişiyorsa bu durumda bir şekildeğiştirme meydana gelmekte ve şekildeğiştirme durumu ise şekildeğiştirme tansörü bileşenlerinin bilinmesiyle belirlenmektedir. Şekildeğiştirme bileşenleri Şekil 1.5'de, düzlem gerilme durumunda şekildeğiştirme bileşenleri Şekil 1.6'da ve asal şekildeğiştirme bileşenleri Şekil 1.7'de verilmektedir (İnan, 1988).



Şekil 1.5. Bir noktada şekildeğiştirme bileşenleri



Şekil 1.6. Düzlem şekildeğiştirme bileşenleri



Şekil 1.7. Asal şekildeğiştirme bileşenleri

Şekil 1.5'deki α_1 ve α_2

$$\alpha_1 = \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \alpha_2 = \frac{\partial u}{\partial y}$$

(1.13)

bağıntılarıyla belirlenebilmektedir.

α_1 ve α_2 Denklem (1.13) ile belirlendikten sonra kayma şekildeğiştirmesi γ_{xy}

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (1.14)$$

bağıntısı yardımıyla, normal şekildeğiştirmeler ε_x ve ε_y

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (1.15)$$

bağıntıları yardımıyla belirlenebilmektedir.

Şekildeğiştirme tansörü 3 boyutlu durum için

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{\gamma_{xy}}{2} & \frac{\gamma_{xz}}{2} \\ \frac{\gamma_{yx}}{2} & \varepsilon_y & \frac{\gamma_{yz}}{2} \\ \frac{\gamma_{zx}}{2} & \frac{\gamma_{zy}}{2} & \varepsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

bağıntısıyla, 2 boyutlu durum için ise

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{\gamma_{xy}}{2} \\ \frac{\gamma_{yx}}{2} & \varepsilon_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

bağıntısıyla belirlenebilmektedir.

Şekildeğiştirme tansörünün 3 boyutlu asal bileşenleri $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$

$$|\varepsilon_{ij} - \varepsilon \delta_{ij}| = 0 \quad (1.18)$$

bağıntısından elde edilecek 3. derece polinomun kökleri olarak, düzlem gerilme durumunda ise ε_1 ve ε_2

$$\varepsilon_{1,2} = \left(\frac{\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}}{2} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22}}{2} \right)^2 + (\varepsilon_{12})^2} \quad (1.19)$$

bağıntısıyla hesaplanabilmektedir.

1.4. Gerilme Bölgeleri

Yukarıda verilen bağıntıların kullanılabilmesi için gerilme bölgelerinin tayin edilmesi gerekmektedir. Yani, mevcut eleman ya da Gauss noktası için gerilme durumunun basınç mı yoksa çekme mi olduğuna karar verilmelidir. Normal eksen takımında gerilme bileşenlerine bakarak eleman ya da Gauss noktası çekmeye yada basınca maruz demek yanıltıcı sonuçlar verebilmektedir. Bundan dolayı eleman ya da Gauss noktasındaki gerilmenin işaretini belirlemek için gerilme invariantları ve deviatorik gerilme invariantları cinsinden yazılan bağıntıları kullanmak daha kesin sonuçlar vermektedir.

Basınç-basınç bölgesi için

$$\sqrt{J_2} + \frac{1}{\sqrt{3}}I_1 < 0 \quad (1.20)$$

bağıntısı, basınç-çekme bölgesi için

$$\sqrt{J_2} + \frac{1}{\sqrt{3}}I_1 \geq 0 \text{ ve } I_1 \leq 0 \quad (1.21)$$

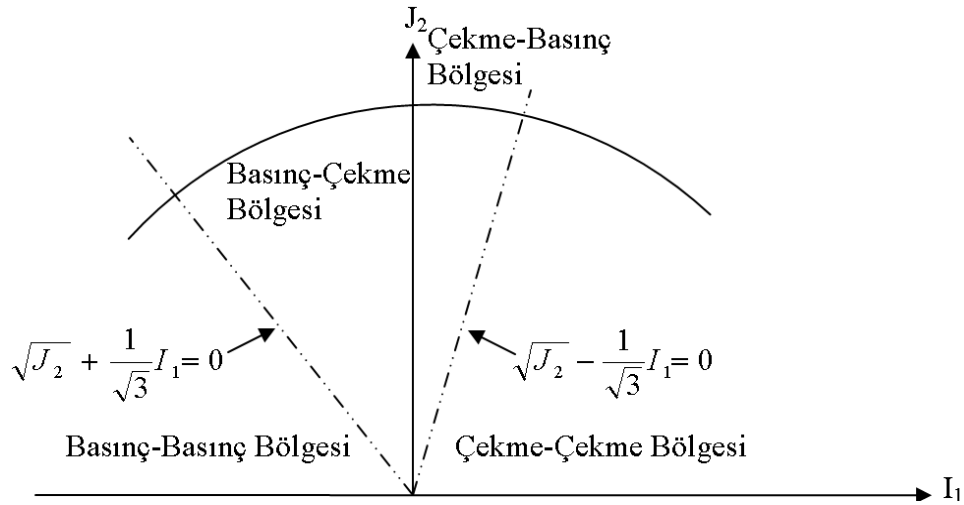
bağıntısı, çekme-basınç bölgesi için

$$\sqrt{J_2} - \frac{1}{\sqrt{3}}I_1 \leq 0 \text{ ve } I_1 \geq 0 \quad (1.22)$$

bağıntısı, çekme-çekme bölgesi için ise

$$\sqrt{J_2} - \frac{1}{\sqrt{3}}I_1 > 0 \quad (1.23)$$

bağıntısı kullanılabilir (Chen, 1994). Bu bağıntılarda belirtilen bölgelerin I_1 - J_2 düzlemindeki geometrik gösterimi Şekil 1.8'de verilmektedir (Chen, 1994).



Şekil 1.8. Gerilme Bölgeleri

1.5. Beton Malzemesi İçin Kullanılan Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrileri

1.5.1. Basınç Etkisinde Beton İçin Malzeme Modelleri

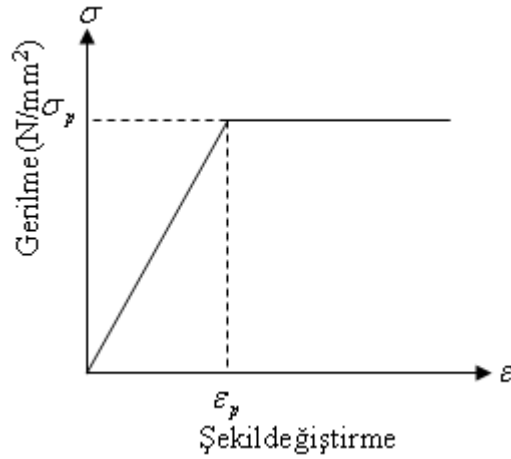
Basınç etkisi altındaki betonun gerilme-şekildeğiştirme ilişkisini tanımlamak için literatürde araştırmacılar tarafından önerilen gerilme-şekildeğiştirme eğrilerinin bazıları aşağıda açıklanmaktadır.

1.5.1.1. Doğrusal Elastik Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Bu gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi σ_p betonun maksimum dayanımını, ε_p betonun maksimum dayanımına karşılık gelen şekildeğiştirmeyi σ_c ve ε_c sırasıyla betonun gerilme ve şekildeğiştirmesini göstermek üzere

$$\sigma_c = \begin{cases} -\left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p}\right)\sigma_p & \varepsilon_p < \varepsilon_c < 0 \\ -\sigma_p & \varepsilon_c < \varepsilon_p < 0 \end{cases} \quad (1.24)$$

bağıntısıyla verilmektedir (Wong, 2002).



Şekil 1.9. Doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.5.1.2. Popovics Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Popovics'in (1973) normal dayanımlı betonlar için önerdiği bu modelde gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin artan ve azalan kısımları lineer davranışa yakın bir davranış göstermektedir. Bu modelde maksimum basınç gerilmesi değerinin artması durumunda betonun sünekliği azalmaktadır. Yüksek dayanımlı betonlarda başlangıç tanjant rijitliği " E_0 " ve sekant " E_{sec} " rijitliklerinin farkının az olması durumunda lineer davranışa oldukça yakın bir davranış göstermektedir. Popovics tarafından önerilen gerilme-şekildeğiştirme eğrisi n ve E_{sec} sırasıyla

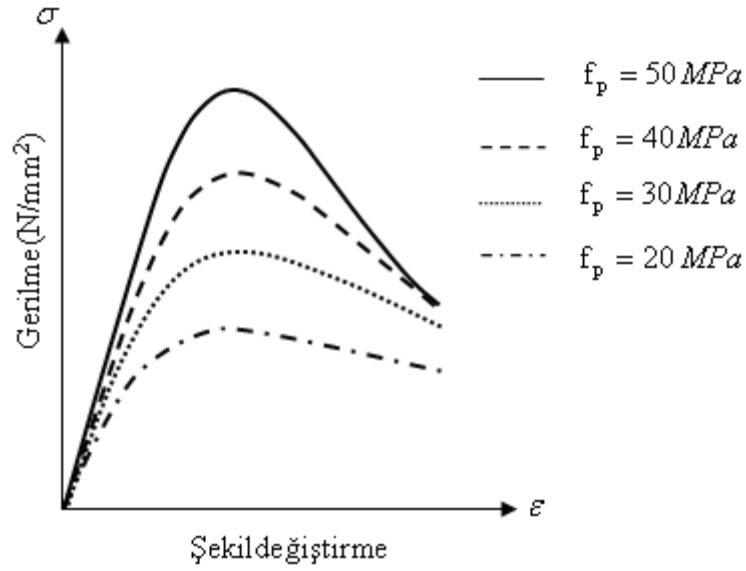
$$n = \frac{E_0}{E_0 - E_{sec}} \quad (1.25)$$

$$E_{sec} = \frac{\sigma_p}{|\varepsilon_p|} \quad (1.26)$$

olmak üzere

$$\sigma_c = -\left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p}\right) \sigma_p \frac{n}{n-1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p}\right)^n} \quad \varepsilon_c < 0 \quad E_{\text{sec}} = \frac{\sigma_p}{|\varepsilon_p|} \quad (1.27)$$

bağıntısıyla verilmekte olup farklı beton basınç dayanımları için Şekil 1.10'da sunulmaktadır (Wong, 2002).



Şekil 1.10. Popovics gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.5.1.3. Hognestad Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

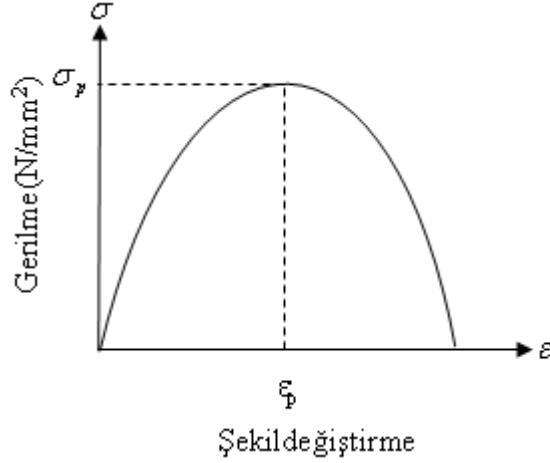
Normal dayanımlı (< 40 MPa) betonlar için Hognestad tarafından önerilen gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi

$$E_0 = 2 \frac{\sigma_p}{|\varepsilon_p|}, \text{ başlangıç tanjant rijitliği} \quad (1.28)$$

olmak üzere

$$\sigma_c = -\sigma_p \left\{ 2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right)^2 \right\} < 0 \quad \varepsilon_c < 0 \quad (1.29)$$

bağıntısıyla verilmekte olup Şekil 1.11’de sunulmaktadır (Wong, 2002).



Şekil 1.11. Hognestad gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.5.1.4. Hoshikuma Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Hoshikuma vd., (1996) çeşitli şekil ve hacimli betonarme köprü ayaklarıyla yaptıkları çalışmanın sonucu bu modeli önermişlerdir (Wong 2002). Bu modelin genel formülasyonu aşağıda verilmektedir.

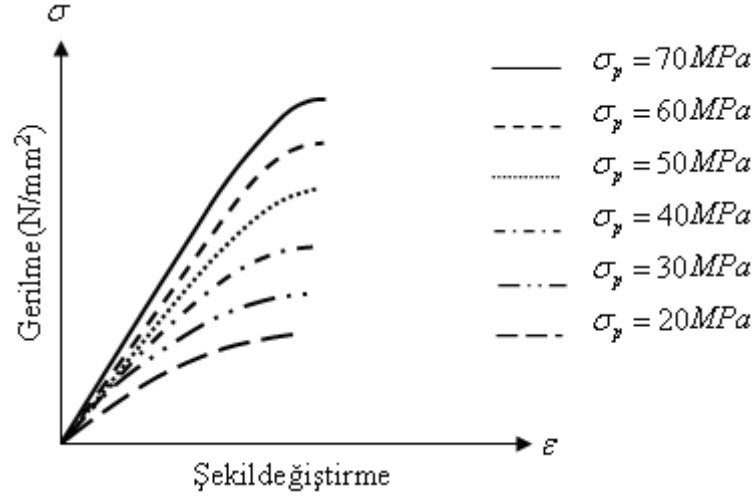
$$n = \frac{E_0}{E_0 - E_{\text{sec}}} \quad (1.30)$$

$$E_{\text{sec}} = \frac{\sigma_p}{|\varepsilon_p|} \quad (1.31)$$

olmak üzere

$$\sigma_c = E_c \cdot \varepsilon_c \cdot \left(1 - \frac{1}{n} \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right)^{n-1} \right) \quad \varepsilon_p < \varepsilon_c < 0 \quad (1.32)$$

bağıntısıyla verilmekte olup Şekil 1.12’de sunulmaktadır (Wong, 2002).



Şekil 1.12. Hoshikuma gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.5.1.5. Popovics/Mander Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Mander, Priestley ve Park (1988) enine donatılarla güçlendirilmiş betonun basınç gerilmesi altında davranışı için bir gerilme-şekildeğiştirme eğrisi önermişlerdir. Bu model Popovics (1973) tarafından önerilen model ile aynı olup sadece başlangıç tanjant rijitliği farklıdır (Wong, 2002). Bu modelin gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi,

$$n = \frac{E_0}{E_0 - E_{\text{sec}}} \quad (1.33)$$

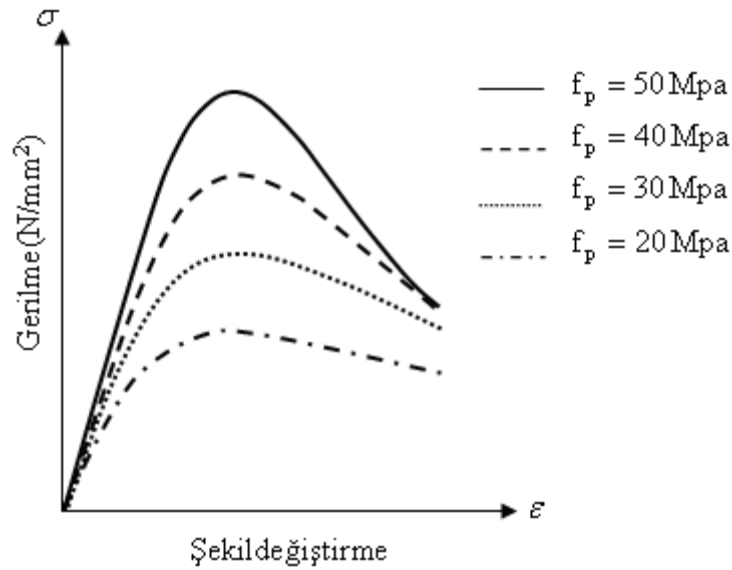
$$E_{\text{sec}} = \frac{\sigma_p}{|\varepsilon_p|} \quad (1.34)$$

$$E_c = 5000 \sqrt{\sigma_c} \quad (1.35)$$

olmak üzere

$$\sigma_c = \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right) \sigma_p \frac{n}{n-1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right)^n} < 0.2\sigma_p \quad \varepsilon_c < \varepsilon_p < 0 \quad (1.36)$$

bağıntısıyla verilmekte olup farklı beton basınç dayanımları için Şekil 1.13'de sunulmaktadır.



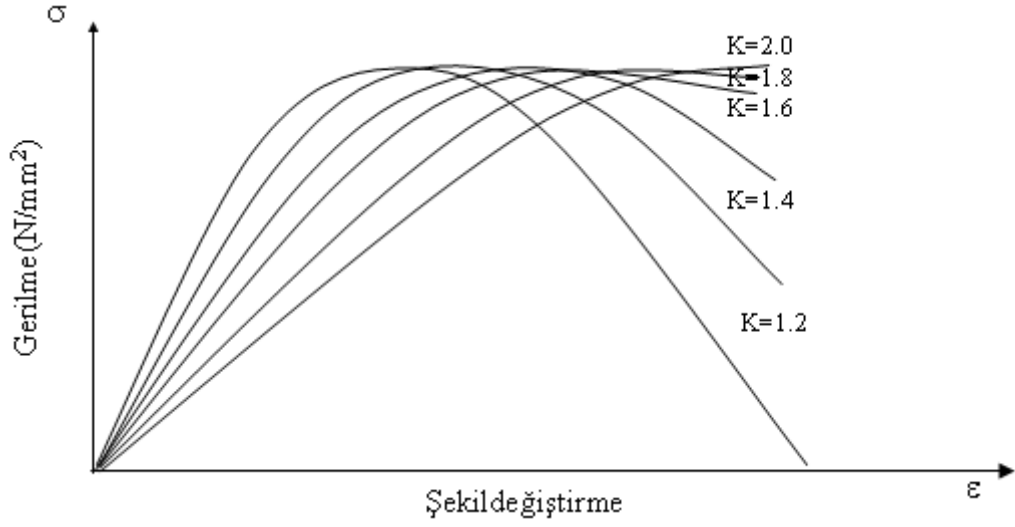
Şekil 1.13. Popovics/Mander gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.5.1.6. Kent-Park Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Kent ve Park (1971), beton için başlangıç elastisite modülünün fonksiyonu olmayan başlangıç tanjant rijitliği K'nın farklı değerleri için çizilen gerilme-şekildeğiştirme eğrisi sunmuşlardır (Kwon, 2000; Ersoy, 1985). Bu ilişki

$$\sigma_c = \sigma_p \left[2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right)^2 \right] \quad (1.37)$$

bağıntısıyla verilmekte olup farklı başlangıç rijitlikleri için Şekil 1.14'de sunulmaktadır.



Şekil 1.14. Kent-Park gerilme-şekil değiştirme eğrisi

1.5.1.7. Desayi ve Krishnan Gerilme-Şekil değiştirme Eğrisi

Desayi ve Krishnan (1964) tarafından önerilen gerilme-şekil değiştirme ilişkisi

$$\sigma_c = \frac{E_c \varepsilon_c}{1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right)^2} \quad (1.38)$$

bağıntısıyla verilmekte (Demir, 1998) ve Şekil 1.15’de gösterilmektedir.



Şekil 1.15. Desayi ve Krishnan gerilme-şekil değiştirme eğrisi

1.5.1.8. Collins ve Porasz Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Collins ve Porasz (1989), Popovics tarafından önerilen modeli değiştirerek yüksek dayanımlı betonlar için gerilme-şekildeğiştirme ilişkisini sunmuşlardır (Polak, 1992). Bu ilişki

$$n = 0.80 + \frac{\sigma_p}{17} \quad (\sigma_p \text{ 'nin birimi Mpa}) \quad (1.39)$$

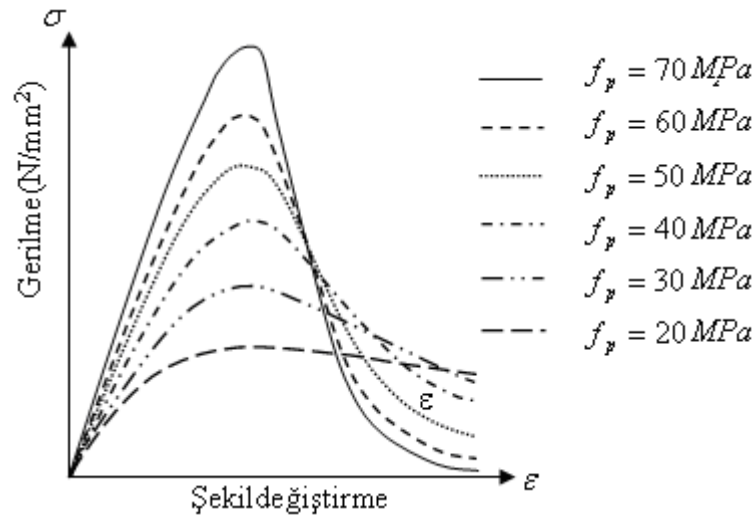
$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_p}{E_o} \cdot \frac{n}{n-1} \quad (1.40)$$

$$k = \begin{cases} 1.0 & \varepsilon_p < \varepsilon_c < 0 \\ 0.67 + \frac{\sigma_p}{62} \geq 1.0 & \varepsilon_c < \varepsilon_p < 0 \end{cases} \quad (1.41)$$

olmak üzere

$$\sigma_c = - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right) \sigma_p \frac{n}{n-1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right)^{nk}} \quad \varepsilon_c < 0 \quad (1.42)$$

bağıntısıyla verilmekte ve Şekil 1.16'da sunulmaktadır.



Şekil 1.16. Collins ve Porasz gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.5.1.9. Desayi-Krishan-Saenz Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

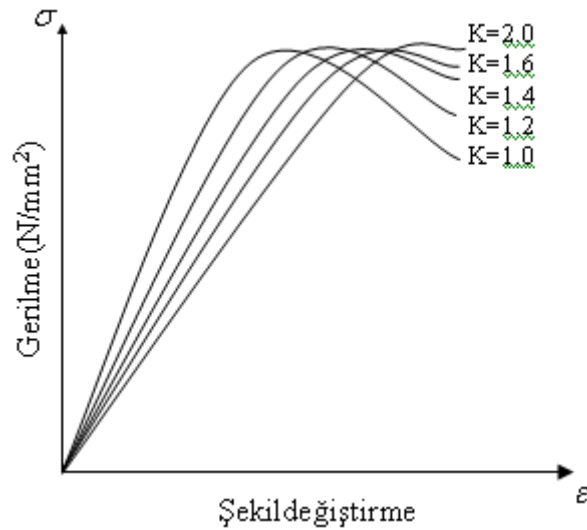
Model önce Desayi ve Krishan (1964) tarafından önerilmiş Saenz (1964) tarafından geliştirilmiş olup

$$K = E_c \frac{\varepsilon_p}{\sigma_p} \quad (1.43)$$

olmak üzere

$$\sigma_c = \sigma_p \frac{K \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right)}{1 + (K - 2) \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right) + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right)^2} \quad (1.44)$$

bağıntısıyla verilmekte ve farklı başlangıç rijitlikleri için Şekil 1.17'de sunulmaktadır (Kwon, 2000).



Şekil 1.17. Desayi-Krishan-Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.5.1.10. CEB-FIP Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

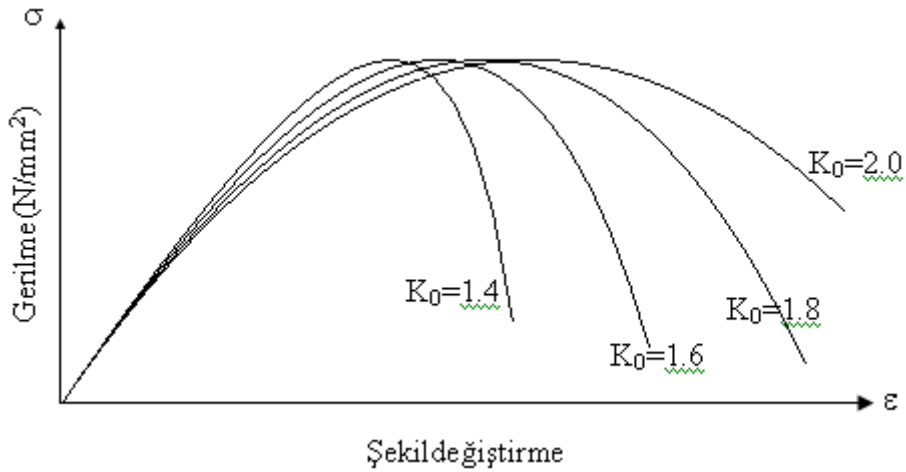
Kısa süreli yüklemeler için önerilen CEB-FIP (Comité Euro-International du Béton and Fédération International de la Précontrainte) modelinin formülasyonu başlangıç rijitlik değeri, K_0 ,

$$K_0 = E_0 \frac{\varepsilon_p}{\sigma_p} \quad (1.45)$$

olmak üzere

$$\sigma_c = \sigma_p \frac{K_0 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right)^2}{1 + (K_0 - 2) \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right)} \quad (1.46)$$

bağıntısıyla verilmekte olup farklı K_0 değerleri için Şekil 1.18'de gösterilmektedir (Kwon, 2000).



Şekil 1.18. CEB-FIP gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.5.1.11. Park ve Paulay Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Park ve Paulay (1975), Hognestad tarafından oluşturulan gerilme-şekildeğiştirme ilişkisinin artan kısmı için

$$\sigma_c = \sigma_p \left\{ 2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right)^2 \right\} \quad (1.47)$$

bağıntısıyla verilen Hognestad parabolünü, azalan kısmı için ise

$$\sigma_c = \sigma_p - 83\sigma_p (\varepsilon_c - \varepsilon_p) \quad (1.48)$$

bağıntısıyla verilen lineer bir doğru kullanmaktadır (Piyasena, 2002; Rahmanian, 2003). Bu gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi Şekil 1.19’da sunulmaktadır.



Şekil 1.19. Park ve Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.5.1.12. Saenz Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Bu gerilme-şekildeğiştirme ilişkisinde eğrinin azalan kısmı üzerinde koordinatları ε_f ve f_f olan bir kontrol noktası seçilmesi gerekmektedir. Ancak bu nokta eğrinin azalan kısmı üzerinde olduğu için, belirlenmesi zor olup deneysel çalışmalar sonucunda önerilen bağıntılardan elde edilmektedir.

$$\begin{aligned}\sigma_f &= 0.85\sigma_p \\ \varepsilon_f &= 1.41\varepsilon_p\end{aligned}\quad (1.49)$$

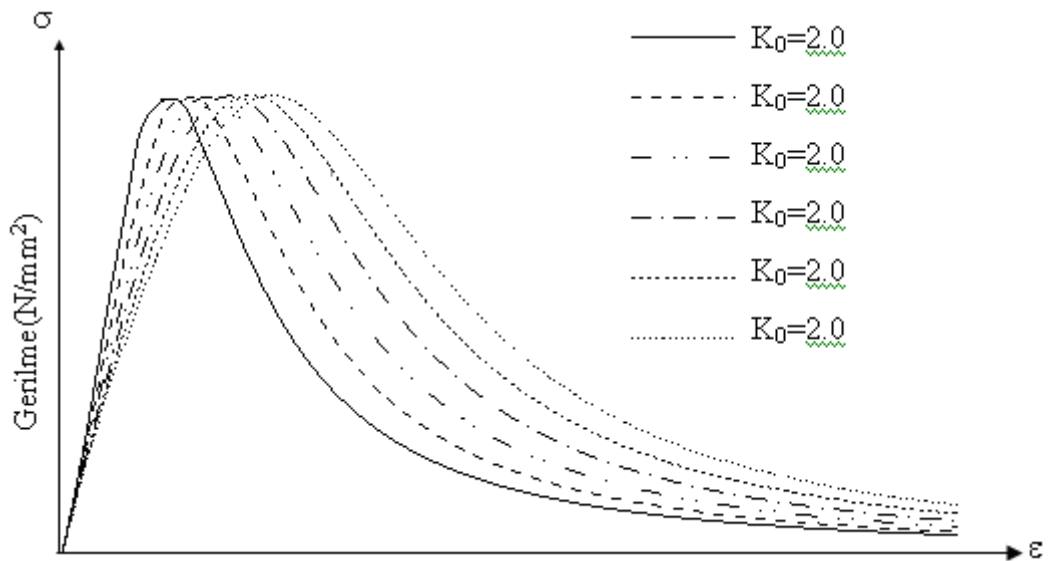
ve ayrıca

$$\begin{aligned}A &= C + K_0 - 2 & B &= 1 - 2C & C &= K_0 \frac{(K_\sigma - 1)}{(K_\varepsilon - 1)^2} - \frac{1}{K_\varepsilon} \sigma_f = 0.85\sigma_p \\ K_0 &= E_0 \frac{\varepsilon_p}{\sigma_p} & K_\varepsilon &= \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_p} & K_\sigma &= \frac{\sigma_p}{\sigma_f}\end{aligned}\quad (1.50)$$

olmak üzere gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi

$$\sigma_c = \sigma_p \frac{K_0 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right)^2}{1 + A \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right) + B \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right)^2 + C \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right)^3}\quad (1.51)$$

bağıntısıyla (Saenz, 1964) verilmekte ve farklı başlangıç rijitlikleri için Şekil 1.20'de sunulmaktadır (Kwon, 2000; Balan vd., 2001; Assan, 2002).



Şekil 1.20. Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.5.1.13. Popovics ve Saenz Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Bu gerilme-şekildeğiştirme ilişkisinin artan kısmı için Popovics, azalan kısmı için Saenz gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi kullanılması önerilmektedir (Kwon, 2000). Gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi

$$K_0 = E_0 \frac{\varepsilon_0}{\sigma_p} \quad K_\varepsilon = \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_0} \quad K_\sigma = \frac{\sigma_0}{\sigma_f} \quad r = \frac{K_0}{K_0 - 1} \quad (1.52)$$

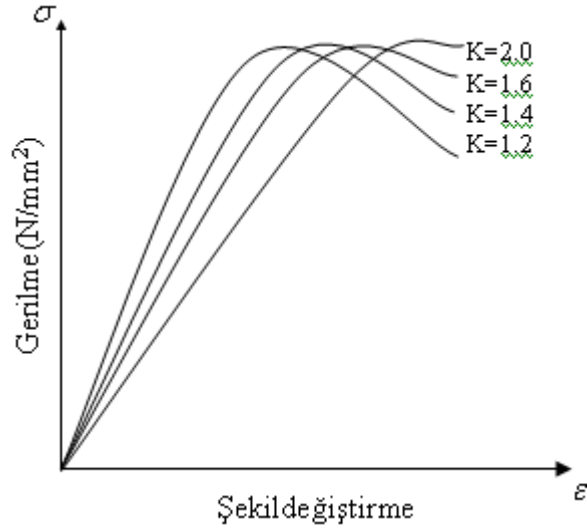
$$A = C + K_0 - 2 \quad B = 1 - 2C \quad C = K \frac{(K_\sigma - 1)}{(K_\varepsilon - 1)^2} - \frac{1}{K_\varepsilon} \quad D = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right) \geq 1 \quad (1.53)$$

$$A = B = C = 0 \quad D = K - 1 \quad \Leftrightarrow \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right) < 1$$

olmak üzere

$$\sigma_c = \sigma_p \frac{K_0 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right)}{1 + A \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right) + B \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right)^2 + C \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right)^3 + D \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} \right)^r} \quad (1.54)$$

bağıntısıyla verilmekte ve farklı başlangıç rijitlikleri için Şekil 1.21’de sunulmaktadır.



Şekil 1.21. Popovics ve Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.5.2. Çekme Etkisindeki Beton Malzeme Modelleri

Çekme etkisindeki beton öncelikli olarak gevrek olup, davranışı çatlama ya da çatlama olmadan farklılaşmaktadır. Çatlama öncesi beton davranışının lineer-elastik olduğu varsayılmaktadır (Wang ve Hsu, 2001). Bu ilişki

$$\varepsilon_{cr} = \frac{\sigma_{cr}}{E_c} \quad (1.55)$$

ε_{cr} : çatlama şekildeğiştirme oranı ε_t : asal çekme gerilmesi σ_{cr} : çatlama gerilmesi olmak üzere

$$\sigma_t = E_c \varepsilon_t \quad 0 < \varepsilon_t < \varepsilon_{cr} \quad (1.56)$$

bağıntısıyla verilmektedir.

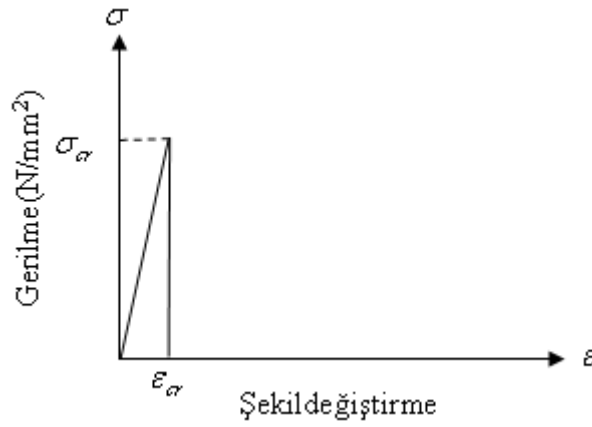
Çekme etkisi altında betonun gerilme-şekildeğiştirme ilişkisini tanımlamak için literatürde araştırmacılar tarafından önerilen gerilme-şekildeğiştirme eğrilerinin bazıları aşağıda açıklanmaktadır.

1.5.2.1. Çekme Etkisinin Dikkate Alınmaması

Bu durumda çekme rijitliği etkisi ihmal edilmekte ve çatlama sonrası beton çekme gerilmeleri sıfır alınmaktadır. Bu duruma ait gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi

$$\sigma_t = 0 \quad 0 < \varepsilon_{cr} < \varepsilon_t \quad (1.57)$$

bağıntısıyla verilmekte ve Şekil 1.22’de sunulmaktadır.



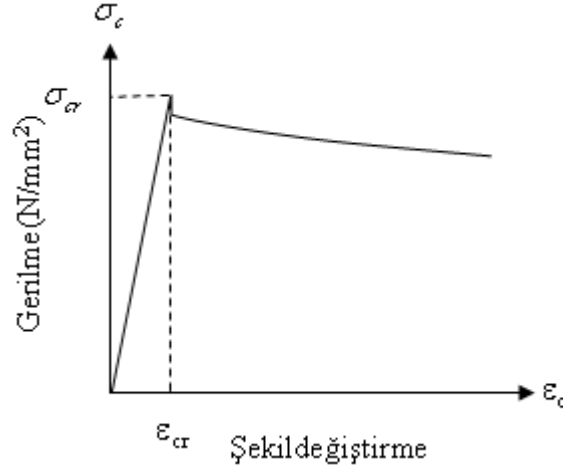
Şekil 1.22. Çekme etkisinin dikkate alınmaması

1.5.2.2. Vecchio 1982 Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

890 mm×890 mm×70 mm boyutundaki paneller üzerinde gerçekleştirilen deneysel çalışma sonucu önerilmiş olan bu model küçük çaptaki eleman ve yapılar için uygundur. (Wong, 2002). Bu modele ait çekme gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi

$$\sigma_t = \frac{\sigma_{cr}}{1 + \sqrt{200\varepsilon_t}} \quad 0 < \varepsilon_{cr} < \varepsilon_t \quad (1.58)$$

bağıntısıyla verilmekte ve Şekil 1.23’de sunulmaktadır.



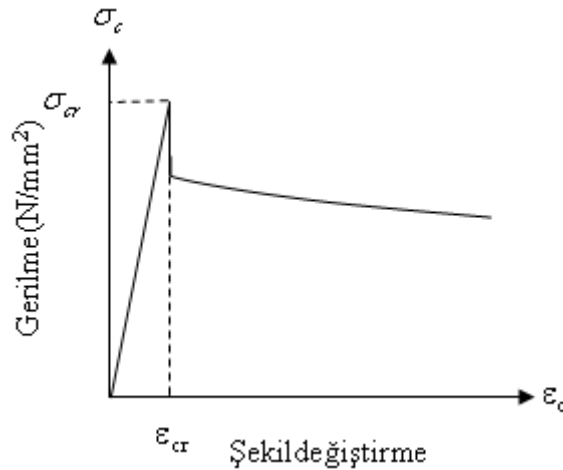
Şekil 1.23. Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.5.2.3. Collins-Mitchell 1987 Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Bu model Vecchio (1982) modelinin değiştirilmiş hali olup 1450 mm×1450 mm×350 mm boyutundaki güçlendirilmiş shell elemanlarla yapılan deneylerle elde edilmiştir. Büyük çaptaki eleman ve yapılar için uygun olan bu modelin (Wong, 2002) gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi

$$\sigma_t = \frac{\sigma_{cr}}{1 + \sqrt{500\epsilon_t}} \quad 0 < \epsilon_{cr} < \epsilon_t \quad (1.59)$$

bağıntısıyla verilmekte ve Şekil 1.24'de sunulmaktadır.



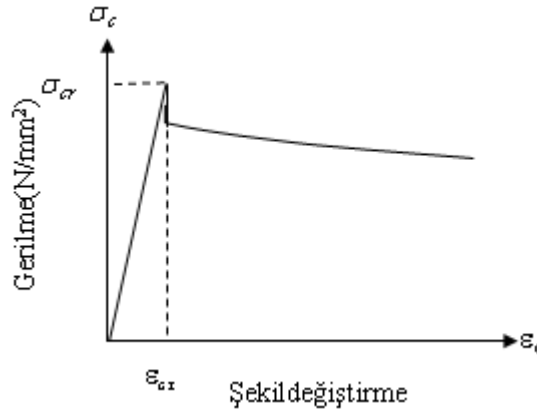
Şekil 1.24. Collins ve Mitchell gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.5.2.4. Bentz 1999 Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Bentz (1999), aderans özelliklerini dikkate almak için bir model önermiştir. Bu modelde “m” beton alanının donatının oluşturduğu aderans alanına oranı olarak tanımlanan bir katsayıdır. Bu modelin gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi

$$\sigma_t = \frac{\sigma_{cr}}{1 + \sqrt{3,6m\varepsilon_t}} \quad 0 < \varepsilon_{cr} < \varepsilon_t \quad (1.60)$$

bağıntısıyla verilmekte ve Şekil 1.25’de sunulmaktadır (Wong, 2002).



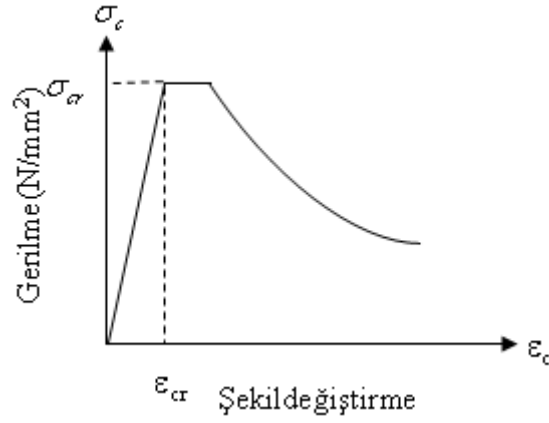
Şekil 1.25. Bentz 1999 gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.5.2.5. Izumo vd. 1992 Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Izumo vd. (1992) ortalama çatlak yaklaşımını kullanarak, düzlem gerilmeye maruz betonarme paneller için analitik model önermişlerdir. Deney sonuçlarıyla uyumlu ilişki gösteren bu modelin ortalama beton çekme gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

$$\sigma_t = \begin{cases} \sigma_{cr} & 0 < \varepsilon_{cr} < \varepsilon_t < 2\varepsilon_{cr} \\ \sigma_{cr} \left(\frac{2\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_t} \right)^{0.4} & 0 < 2\varepsilon_{cr} < \varepsilon_t \end{cases} \quad (1.61)$$

bağıntısıyla verilmekte (Wong, 2002) ve Şekil 1.26’da sunulmaktadır.



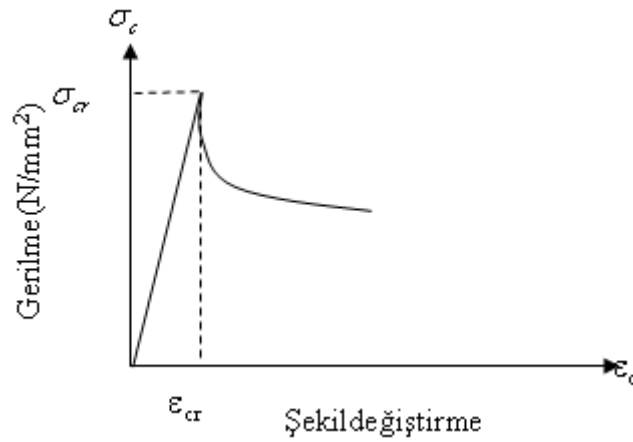
Şekil 1.26. Izumo vd. (1992) gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.5.2.6. Wang ve Hsu Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Wang ve Hsu (2001), çekme etkisindeki beton için betonun çatlama gerilmesine kadar doğrusal ve bu değerden sonra parabolik olarak azalan bir gerilme – şekildeğiştirme eğrisi önermişlerdir. Bu ilişki

$$\sigma_t = \begin{cases} E_c \varepsilon_t & \varepsilon_t \leq \varepsilon_{cr} \\ \sigma_{cr} \left(\frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_t} \right)^{0.4} & \varepsilon_t > \varepsilon_{cr} \end{cases} \quad (1.62)$$

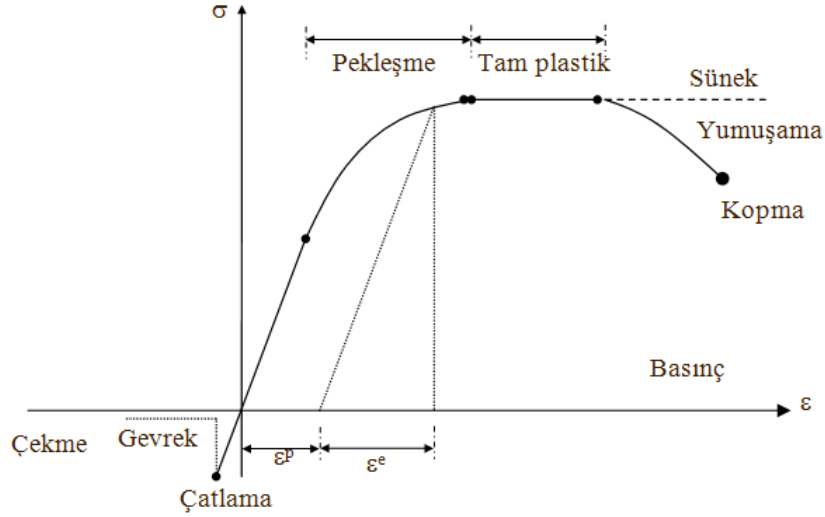
bağıntısıyla verilmekte ve Şekil 1.27’de sunulmaktadır.



Şekil 1.27. Wang ve Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.6. Malzeme Davranışı

Gerilme düzeyine göre gerilme-şekildeğiştirme arasında geçişi sağlayan malzeme matrisi elastik, plastik veya elasto-plastik malzeme matrisi olabilmektedir. Gerilme ile şekildeğiştirme arasında doğrusal ilişkinin olduğu ilk aşamada elastik malzeme matrisi, plastik şekildeğiştirmelerin oluşmaya başladığı aşamada hem elastik hem de plastik şekildeğiştirmeler olacağı için elasto-plastik malzeme matrisi ve şekildeğiştirmenin tamamen plastik olduğu aşamada plastik malzeme matrisi kullanılmaktadır. Şekil 1.28'de betonun elastik aşamadan plastik aşamaya geçişi ile birlikte nihai davranışı gösterilmektedir (Chen, 1982).



Şekil 1.28. Betonun gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.6.1. Elastik Malzeme Davranışı

Malzeme matrisi malzeme bakımından doğrusal olmayan analiz yönteminde gerilmenin bir fonksiyonu olarak değişeceğinden gerilme-şekildeğiştirme bağıntısı yük geçmişine bağlı olarak yazılmaktadır. Bu durumda, elastik aşamada 3 boyutlu gerilme durumu için, D_{ijkl} elastik malzeme matrisini göstermek üzere izotrop doğrusal elastik malzeme için gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl} d\epsilon_{kl}^e \quad (1.63)$$

bağıntısıyla verilmektedir. G kayma modülünü ve K hacimsel modülü göstermek üzere bu bağıntı;

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\sigma_z \\ d\tau_{xy} \\ d\tau_{yz} \\ d\tau_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (K + \frac{4}{3}G) & (K - \frac{2}{3}G) & (K - \frac{2}{3}G) & 0 & 0 & 0 \\ (K - \frac{2}{3}G) & (K + \frac{4}{3}G) & (K - \frac{2}{3}G) & 0 & 0 & 0 \\ (K - \frac{2}{3}G) & (K - \frac{2}{3}G) & (K + \frac{4}{3}G) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_y \\ d\varepsilon_z \\ d\gamma_{xy} \\ d\gamma_{yz} \\ d\gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (1.64)$$

şeklinde yazılabilmektedir. Düzlem gerilme durumunda ise 3. boyuttaki gerilme bileşenleri ($\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$) sıfır kabul edilebileceğinden Malzeme izotrop doğrusal elastik malzeme için E elastisite modülü, ν Poisson oranını göstermek üzere;

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_y \\ d\gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1.65)$$

bağıntısı verilmektedir. Gerilme–şekildeğiştirme eğrisinin doğrusal elastik olmadığı durumlarda, yukarıda verilen bağıntıdaki elastisite modülünün (E) tanjant elastisite modülü (Et) ile yerdeğiştirmesi gerekmektedir. Tanjant modülü plastik bölgedeki gerilme–şekildeğiştirme eğrisinin eğimidir (Chen, 1982).

1.6.2. Plastik Malzeme Davranışı

Plastik aşamadaki davranışı modelleyebilmek için artımsal yada akış teorisi kullanılmıştır. Bu teoriye göre toplam şekildeğiştirme elastik ve plastik şekildeğiştirmenin toplamından oluşmakta ve

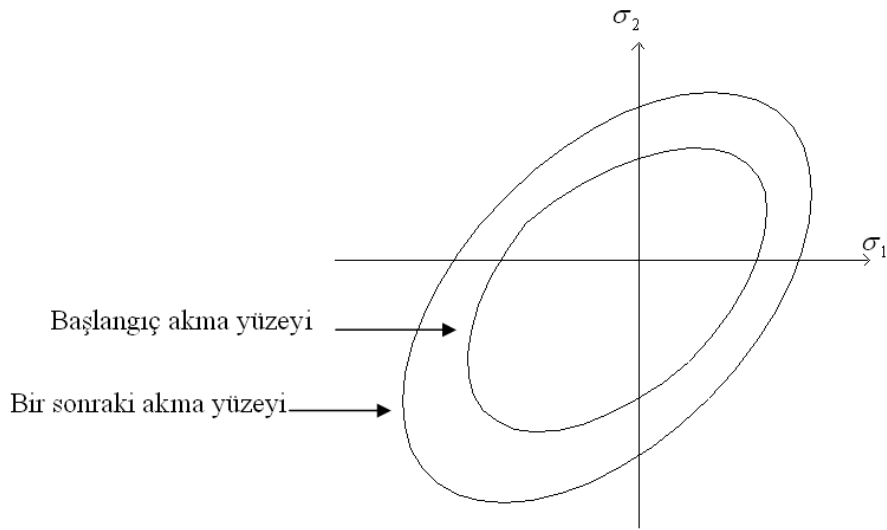
$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad (1.66)$$

bağıntısıyla verilmektedir. Plastik şekildeğiştirme artımı akma yüzeyi, pekleşme kuralı ve akış kuralı diye adlandırılan 3 temel kural ile hesaplanmaktadır (Chen, 1982).

1.7. Göçme Kriterleri

Bir malzemenin hangi yük sınırında plastik hale geçeceğini veya hangi gerilme değerinde kırılacağını bilmek önemli olmaktadır. Gevrek olan malzemeler için kırılma, kopma ve ezilme gibi parçalanma halleri, plastik özelliğe sahip malzemeler için ise akma durumları önemli olmaktadır.

Plastisite teorisinin beton, kaya ve toprak gibi sürtünlü malzemelere uygulanabilmesi için akma yüzeyi, pekleşme kuralı, akış kuralı ve göçme kriteri varsayımların yapılması gerekli olmaktadır. Bilindiği gibi beton, kabul edilen elastik sınıra kadar elastik davranış gösterir, bu sınırdan sonra plastik deformasyonların başlangıcını belirleyen ‘başlangıç akma yüzeyi’ ve bunu takibinde devam eden yükleme altında malzemedeki deformasyonlar meydana geldikçe pekleşme kuralı tarafından belirlenen daha sonraki akma yüzeylerinin gelişimi gözlenir (Şekil 1.29). Yükleme fonksiyonu olarak anılan akma yüzeyi sayesinde mevcut gerilme durumunun elastik yada plastik aşamada olup olmadığına karar verilmektedir. Eğer akma fonksiyonu sıfırdan küçükse elastik diğer durumlarda ise gerilme durumunun plastik aşamada olduğu kabul edilmektedir.



Şekil 1.29. İzotropik akma yüzeyi

Pekleşme kuralı başlangıç akma yüzeyinden sonraki akma yüzeylerini belirlemektedir. İzotropik, kinematik ve karma olmak üzere genel olarak 3 pekleşme türü vardır. İzotropik pekleşmede akma yüzeyinin merkezi sabit kalmak üzere yüzey genişlemektedir. İzotropik pekleşme için ardışık akma yüzeylerinin genel fonksiyonu ε_p efektif plastik şekildeğiştirme olmak üzere;

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, k) = f_0(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) - k^2(\varepsilon_p) = 0 \quad (1.67)$$

Bağıntısıyla, ardışık akma yüzeylerinde uygunluk şartı gereği akma fonksiyonunun sıfır olması gerektiğinden artımsal ifadede akma fonksiyonu ise;

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial k} \frac{dk}{d\varepsilon_p} d\varepsilon_p = 0 \quad (1.68)$$

bağıntısıyla verilmektedir.

Kinematik pekleşmede akma yüzeyi merkezi ötelenmekte olup yüzey alanı sabit kalmaktadır. Kinematik pekleşme için α_{ij} akma yüzeyinin merkez koordinatlarını göstermek üzere;

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, k) = f_0(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) - k^2 = 0 \quad (1.69)$$

bağıntısıyla, uygunluk şartı ise;

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} (d\sigma_{ij} - d\alpha_{ij}) = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} - \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial \alpha_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}^p} d\varepsilon_{kl}^p = 0 \quad (1.70)$$

bağıntısıyla verilmektedir.

Karma pekleşmede akma yüzeyi hem ötelenmekte hem de yüzey alanı değişmektedir. Karma pekleşme için f_0 ilk akma fonksiyonu değerini göstermek üzere;

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, k) = f_0(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) - k^2(\varepsilon_p) = 0 \quad (1.71)$$

bağıntısıyla, uygunluk şartı ise;

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} (d\sigma_{ij} - d\alpha_{ij}) + \frac{\partial f}{\partial k} \frac{dk}{\partial \varepsilon_p} d\varepsilon_p = 0 \quad (1.72)$$

bağıntısıyla verilmektedir.

Beton için Han ve Chen (1985) tarafından önerilen başka bir pekleşme türüne ait uygunluk şartı, σ_e efektif gerilme olmak üzere

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_e} \frac{\partial \sigma_e}{\partial \varepsilon_p} d\varepsilon_p = 0 \quad (1.73)$$

bağıntısıyla verilmektedir.

Başlangıç akma fonksiyonundan sonraki artımsal plastik gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi plastik akış kuralı tarafından belirlenir. Akış kuralı plastik şekildeğiştirmenin doğrultusunu tanımlamaktadır. Yapılan deneysel çalışmalar plastik şekildeğiştirme artımı ile gerilme artımının aynı yönde olduğunu göstermektedir. Akış kuralını tanımlamak için kullanılan potansiyel fonksiyonu, akma kriterinin aynısı olarak alınırsa bu duruma ilintili akış kuralı (associated flow rule) adı verilmektedir. Bu durumda artımsal plastik şekildeğiştirme, $d\lambda$ negatif olmayan bir skaler olmak üzere;

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (1.74)$$

bağıntısıyla verilmektedir.

Nihai gerilmenin en üst sınırını belirleyen göçme kriterleriyle de malzemenin göçme yüzeyi belirlenir. Sadece bir kriterin tüm malzeme ve zorlanma durumlarında iyi sonuç vermesi henüz mümkün olmadığından malzeme türüne ve zorlanma durumuna göre uygun olan kriterin seçilmesi gerekmektedir (Chen, 1982; Chen ve Mizuno, 1990; Kwon, 2000; Owen ve Hinton, 1980; Paulsgrove, 2004; Zhang, 1995).

Bugüne kadar plastik davranışı incelemek için birçok akma kriteri önerilmiştir. Bu kriterler kullandıkları parametre sayısına göre aşağıdaki gibi sınıflandırabilir.

- a) Bir parametrelili kriterler
 - Rankine Kriteri
 - Von Mises Kriteri
 - Tresca Kriteri
- b) İki parametrelili kriterler
 - Mohr–Coulomb Kriteri
 - Drucker–Prager Kriteri
 - Genişletilmiş Tresca Kriteri
- c) Üç parametrelili kriterler
 - Bresler–Pister Kriteri
 - Willam–Warnke Kriteri
 - Lade Kriteri
 - Chen–Chen Kriteri
 - Li–Harmon Kriteri
- d) Dört parametrelili kriterler
 - Ottosen Kriteri
 - Reimann Kriteri
 - Hsieh–Ting–Chen Kriteri
- e) Beş parametrelili kriterler
 - Willam–Warnke Kriteri

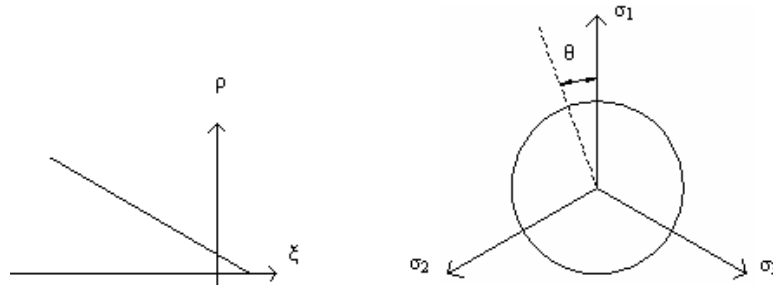
Farklı malzemeler farklı elasto-plastik karakter gösterdiklerinden farklı kriterlerle ifade edilmektedirler. Örneğin; metal malzemeler için Tresca ve Von Mises kriterleri tercih edilirken, beton, kaya ve zemin gibi içsel sürtünme açısı fazla olan malzemeler için Mohr-Coulomb ve Drucker-Prager kriterleri tercih edilmektedir (Owen ve Hinton, 1980; Chen, 1982; Chen ve Mizuno, 1990).

Bu kriterler arasındaki fark, kriteri oluşturan parametre sayısıdır. Ancak yukarıda belirtilen bu kriterlerin hepsi sonlu elemanlarla işlenebilmiş değildir. Bunlardan en yaygın olarak kullanılanları Tresca, von Mises, Mohr-Coulomb, Drucker-Prager göçme kriterleridir. Bu dört kriterin beton için kullanılması önerilmekle birlikte bu çalışmada Ottosen akma kriterinin betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizinde kullanılabilir durumu da araştırılmıştır. Yukarıdaki kriterlerin bazılarının akma fonksiyonları aşağıda verilmektedir.

Von Mises kriterinin genişletilmiş hali olan Drucker-Prager (1952) akma kriterinde içsel sürtünme açısı, ϕ , ve kohezyon, c , malzeme sabitleri kullanılmaktadır (Kwon, 2000). Bu kriterin akma fonksiyonu;

$$f = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k \quad (1.75)$$

bağıntısıyla, devitorik (sapıcı) kesiti ve çekme-basınç meridyenleri ise Şekil 1.30'da verilmektedir.

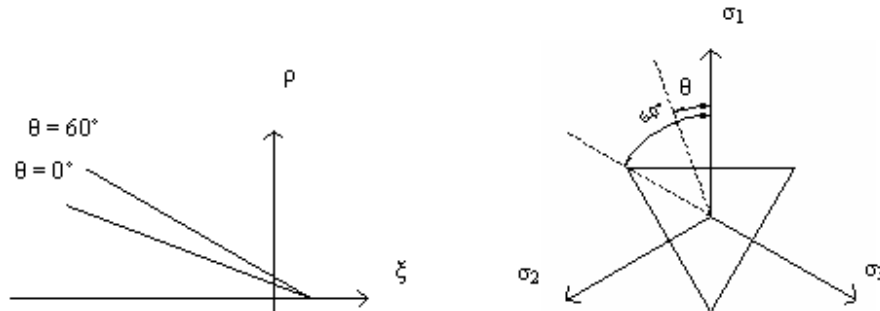


Şekil 1.30. Drucker-Prager Akma Kriteri

Rankine tarafından önerilen kriter, f_t çekme dayanımı olmak üzere;

$$f = 2\sqrt{3J_2} \cos \theta + I_1 - 3f_t \quad (1.76)$$

bağıntısıyla verilmektedir (Chen, 1994). Bu kriterin devitorik (sapıcı) kesiti ve gerilme meridyeni ise Şekil 1.31'de verilmektedir.



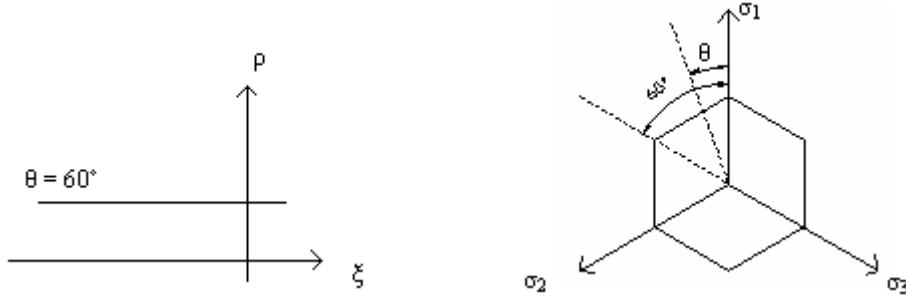
Şekil 1.31. Rankine Akma Kriteri

Daha çok metaller için kullanılan Tresca ve von Mises kriterleri, k malzeme parametresi olmak üzere sırasıyla;

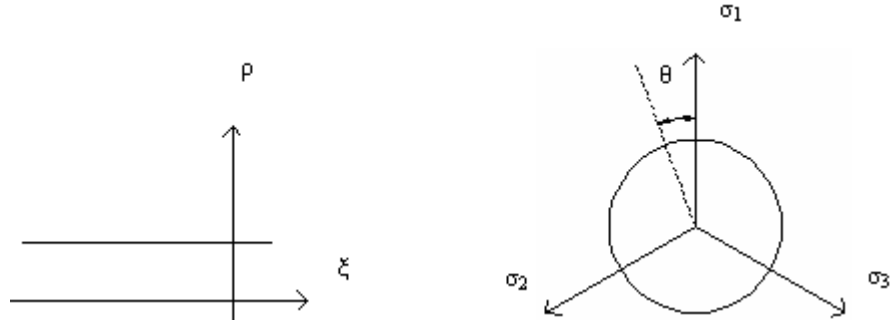
$$f = 4J_2^3 - 27J_3^2 - 36k^2J_2^2 + 96k^4J_2 - 64k^6 \quad (1.77)$$

$$f = \sqrt{J_2} - k \quad (1.78)$$

bağıntılarıyla verilmektedir (Chen, 1994). Bu kriterlerin deviatorik (sapıcı) kesiti ve gerilme meridyeni sırasıyla Şekil 1.32 ve Şekil 1.33'de verilmektedir.



Şekil 1.32. Tresca Akma Kriteri

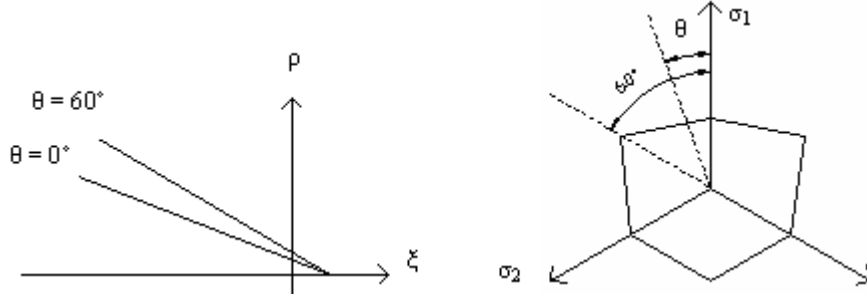


Şekil 1.33. Von Mises Akma Kriteri

İçsel sürtünme açısı ve kohezyon malzeme sabitlerini kullanan Mohr Colulomb kriterinin akma fonksiyonu θ benzerlik açısı olmak üzere;

$$f = I_1 \sin \phi + \frac{1}{2} \left[3(1 - \sin \phi) \sin \theta + \sqrt{3(3 + \sin \theta) \cos \theta} \right] \sqrt{J_2} - 3c \cos \phi \quad (1.79)$$

bağıntısıyla, deviatorik (sapıcı) kesiti ve gerilme meridyeni ise Şekil 1.34'de verilmektedir.



Şekil 1.34. Mohr Colulomb Akma Kriteri

Bresler-Pister (1958), Drucker-Prager kriterinin gerilme meridyenlerinin doğrusal olamamasını ve William-Warnke (1974) ise yine Drucker-Prager kriterinin deviatorik kesitinin benzerlik açısına (θ) bağımlı olmasını dikkate alarak betonun modellenmesinde 3 parametrelilik olarak yeni kriterler önermişlerdir (Chen ve Han, 1988). Bresler-Pister ve William-Warnke kriterleri için akma fonksiyonları;

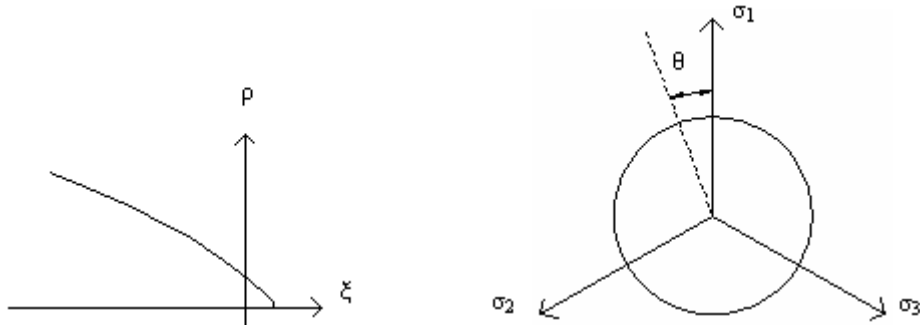
$$r(\theta) = \frac{2r_c(r_c^2 - r_t^2)\cos\theta + r_c(2r_t - r_c)[4(r_c^2 - r_t^2)\cos^2\theta + 5r_t^2 - 4r_cr_t]^{1/2}}{4(r_c^2 - r_t^2)\cos^2\theta + (r_c - 2r_t)^2} \quad (1.80)$$

olmak ve a, b, c Bresler-Pister kriterine ait malzeme parametrelerini göstermek üzere sırasıyla;

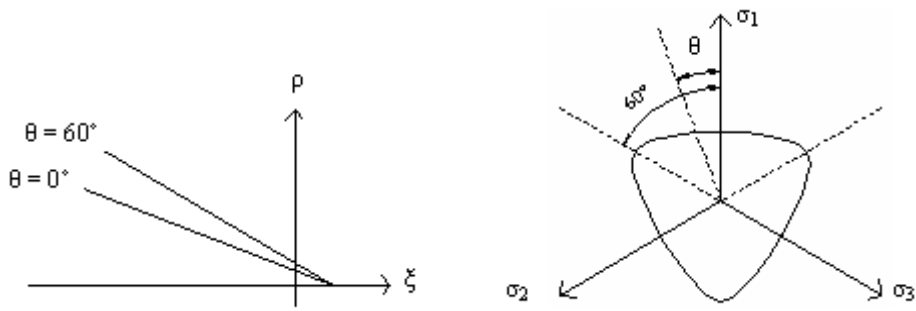
$$\frac{\tau_{oct}}{f_c} = a - b \frac{\sigma_{oct}}{f_c} + c \left(\frac{\sigma_{oct}}{f_c} \right)^2 \quad (1.81)$$

$$f = \frac{1}{\rho} \frac{\sigma_m}{f_c} + \frac{1}{r(\theta)} \frac{\tau_m}{f_c} - 1 \quad (1.82)$$

bağıntılarıyla, deviatorik kesitleri ve gerilme meridyenleri ise yine sırasıyla Şekil 1.35 ve Şekil 1.36'da verilmektedir.



Şekil 1.35. Bresler-Pister Akma Kriteri



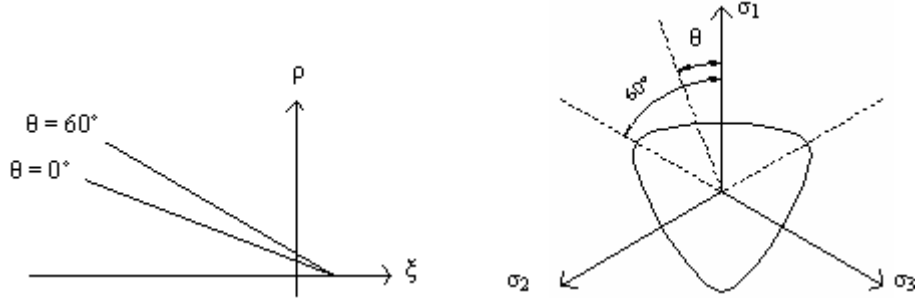
Şekil 1.36. William-Warnke Akma Kriteri

William-Warnke (1974) tarafından önerilen ve 5 malzeme parametresini içeren kriterin akma fonksiyonu a_0 , a_1 , a_2 , b_0 , b_1 , ve b_2 katsayıları malzeme parametreleri olmak üzere

$$\frac{r_t}{\sqrt{5}f_c} = a_0 + a_1 \frac{\sigma_m}{f_c} + a_2 \left(\frac{\sigma_m}{f_c}\right)^2 \Rightarrow \theta = 0^\circ \quad (1.83)$$

$$\frac{r_t}{\sqrt{5}f_c} = b_0 + b_1 \frac{\sigma_m}{f_c} + b_2 \left(\frac{\sigma_m}{f_c}\right)^2 \Rightarrow \theta = 60^\circ \quad (1.84)$$

bağıntılarıyla, deviatorik kesiti ve gerilme meridyenleri ise Şekil 1.37'de verilmektedir.



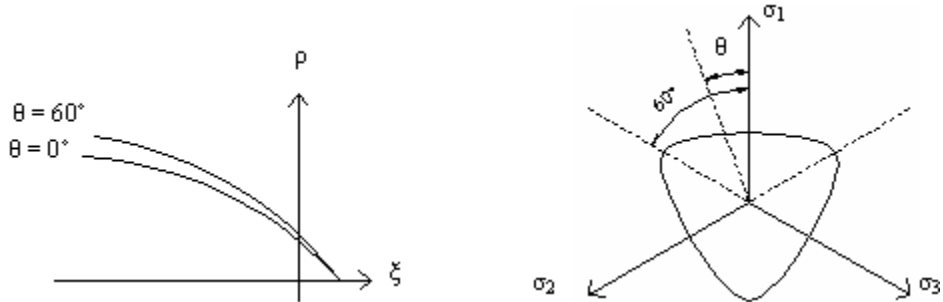
Şekil 1.37. William-Warner Akma Kriteri (5 parametrelilik)

Ottosen (1977) tarafından önerilen gerilme meridyenleri parabol ve deviatorik kesitin dairesel olmadığı dört parametrelilik kriterin akma fonksiyonu, a , b , k_1 ve k_2 malzeme parametreleri olmak üzere;

$$\lambda_0 = \begin{cases} k_1 \cos \left[\frac{1}{3} \cos^{-1} (k_2 \cos(3\theta)) \right] & \Rightarrow \cos(3\theta) \geq 0 \\ k_1 \cos \left[\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \cos^{-1} (-k_2 \cos(3\theta)) \right] & \Rightarrow \cos(3\theta) < 0 \end{cases} \quad (1.85)$$

$$f = a \frac{J_2}{(f_c)^2} + \lambda_0 \frac{\sqrt{J_2}}{f_c} + b \frac{I_1}{f_c} - 1 \quad (1.86)$$

bağıntısıyla, deviatorik kesiti ve gerilme meridyenleri ise Şekil 1.38’de verilmektedir.

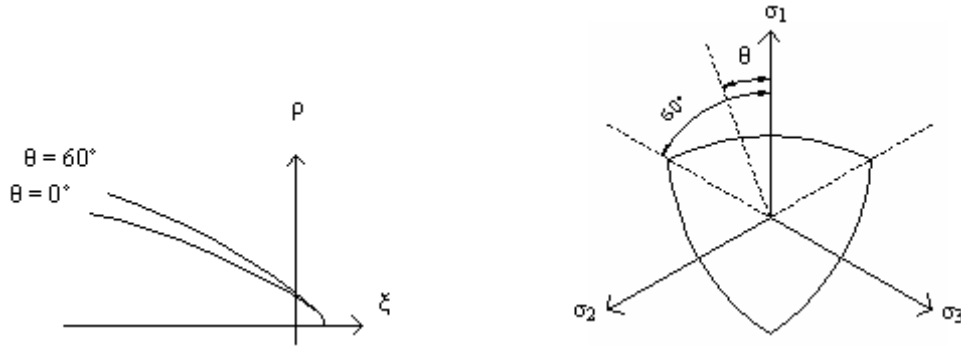


Şekil 1.38. Ottosen Akma Kriteri

Hsieh vd. (1979) tarafından önerilen dört parametrelilikriterin akma fonksiyonu;

$$f = a \frac{J_2}{(f_c)^2} + b \frac{\sqrt{J_2}}{f_c} + c \frac{\sigma_1}{f_c} + d \frac{I_1}{f_c} - 1 \quad (1.87)$$

bağıntısıyla, deviatorik kesiti ve gerilme meridyenleri ise Şekil 1.39'da verilmektedir (Chen ve Han, 1988).



Şekil 1.39. Hsieh vd. Akma Kriteri

1.8. Plastik Malzeme Matrisi

Uygunluk şartı

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_e} \frac{\partial \sigma_e}{\partial \varepsilon_p} d\varepsilon_p = 0 \quad (1.88)$$

bağıntısıyla verilen, üniform olmayan pekleşme kuralının kullanılması durumunda bu denklemin düzenlenmesi ile akış kuralındaki skaler değer elde edilebilir.

Bu denklemdaki efektif plastik şekildeğiştirme

$$W_p = \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p \quad (1.89)$$

bağıntısıyla verilen plastik iş denkleminde faydalanılarak elde edilebilir. Plastik iş denklemi efektif gerilme ile efektif plastik şekildeğiştirme çarpımından ya da gerilmenin plastik şekildeğiştirme ile çarpımından elde edilebilir. Bu iki durum

$$dW_p = \sigma_e d\varepsilon_p = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p \quad (1.90)$$

bağıntısıyla verilmektedir. Denklem (1.90) ve Denklem (1.74)'den efektif plastik şekildeğiştirme $d\lambda$ 'nın bir fonksiyonu olarak elde edildikten sonra Denklem 1.88 yeniden düzenlenirse $d\lambda$

$$d\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl} d\varepsilon_{kl}}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} - H^p \frac{\partial f}{\partial \sigma_e} \frac{1}{\sigma_e} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \sigma_{ij}} \quad (1.91)$$

bağıntısıyla belirlenebilmektedir. Bu denklemde efektif gerilmenin efektif plastik şekildeğiştirme artımına oranı olarak tanımlanan H^p 'nin elastik tam plastik malzeme için değeri sıfır olmakta ve

$$H^p = \frac{d\sigma_e}{d\varepsilon_p} \quad (1.92)$$

bağıntısıyla verilmektedir. Skaler değer olan $d\lambda$ 'nın bulunmasından sonra gerekli işlemler yapılarak plastik aşamada gerilme ile şekildeğiştirme arasındaki ilişki

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl} d\varepsilon_{kl} - \frac{D_{ijkl} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} D_{ijkl}}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} - H^p \frac{1}{\sigma_{\ell}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{\ell}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}} d\varepsilon_{kl} \quad (1.93)$$

bağıntısıyla elde edilebilmektedir. Bu bağıntının

$$d\sigma_{ij} = (D_{ijkl} - D^p_{ijkl})d\varepsilon_{kl} = D^{ep}_{ijkl}d\varepsilon_{kl} \quad (1.94)$$

şeklinde yeniden düzenlenmesi ile elastik-plastik malzeme matrisi

$$D^{ep}_{ijkl} = D_{ijkl} - D^p_{ijkl} \quad (1.95)$$

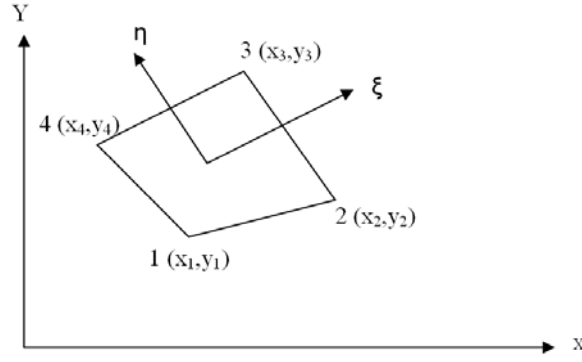
bağıntısıyla elde edilmektedir.

1.9. Sonlu Elemanlar Yöntemi ve Kullanılan Eleman

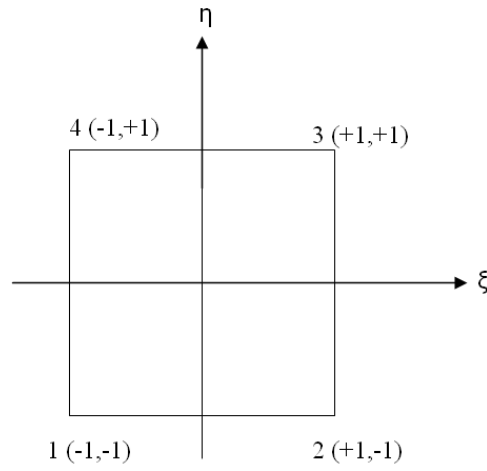
Sonlu elemanlar yönteminde sürekli ortam, belli boyutlarda sonlu elemanlardan oluşan bir sisteme dönüştürülmektedir. Burada amaç matris yöntemi ile çözüme ulaşmak olduğundan, ilk olarak düğüm noktalarındaki kuvvetler ve deplasmanlar bulunacaktır. Bunun içinde sisteme etkiyen yükler yerine eşdeğer düğüm noktası yükleri kullanılmaktadır. Yapı sistemleri, sonlu sayıda sonlu uzaklıktaki düğüm noktalarında temas halinde bulunan yapı elemanlarının bir bileşimi olarak ele alınır. Böylece her bir sonlu eleman parçasının davranış denklemlerinin çözülmesi sonucunda, tüm taşıyıcı sistemin davranışı belirlenmiş olur. Sonlu eleman yönteminde önce bir elemanın rijitlik matrisi hesaplanmakta ve bütün elemanların rijitlik matrisleri ile çeşitli dönüşümler sonucu tüm yapı için tek bir rijitlik matrisi elde edilmektedir.

Sonlu elemanların her birinin sadece esas yapı ve sistemden kesilen birer parça olarak değil, belirli şekilde etrafındaki elemanlar ile uyum içinde deformasyon göstermesi sağlanan birer eleman olarak değerlendirilmesi gerekmektedir.

Çalışma kapsamında kirişlerin lineer olmayan davranışını incelemek amacıyla dikkate alınan, bir noktasında 2 serbestlik derecesi (iki yerdeğiştirme) olmak üzere toplam 8 serbestlik derecesine sahip dörtgen sonlu eleman x ve y global eksen, ξ ve η lokal eksen olmak üzere Şekil 1.40 ve Şekil 1.41’de verilmektedir.



Şekil 1.40. Dörtgen eleman



Şekil 1.41. η - ξ düzleminde Eşdeğer kare eleman

Global ve lokal eksen takımları arasındaki ilişki,

$$\xi = \frac{x}{a} \quad \eta = \frac{y}{b} \quad (1.96)$$

olmak üzere dörtgen sonlu elemanın her bir noktası için şekil fonksiyonları,

$$N_1 = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) \quad (1.97)$$

$$N_2 = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta) \quad (1.98)$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta) \quad (1.99)$$

$$N_4 = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta) \quad (1.100)$$

bağıntılarıyla verilmektedir. Yerdeğiştirmeler,

$$u = \sum_1^4 N_i \cdot u_i = N_1 \cdot u_1 + N_2 \cdot u_2 + N_3 \cdot u_3 + N_4 \cdot u_4 = \sum_1^4 N_i \cdot u_i = \sum_1^4 N_i \cdot (\xi, \eta) u_i \quad (1.101)$$

$$v = \sum_1^4 N_i \cdot v_i = N_1 \cdot v_1 + N_2 \cdot v_2 + N_3 \cdot v_3 + N_4 \cdot v_4 = \sum_1^4 N_i \cdot v_i = \sum_1^4 N_i \cdot (\xi, \eta) v_i \quad (1.102)$$

$$x = N_1 \cdot x_1 + N_2 \cdot x_2 + N_3 \cdot x_3 + N_4 \cdot x_4 \quad (1.103)$$

$$y = N_1 \cdot y_1 + N_2 \cdot y_2 + N_3 \cdot y_3 + N_4 \cdot y_4 \quad (1.104)$$

bağıntılarıyla, şekildeğiştirmeler,

$$\{\mathcal{E}\} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (1.105)$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1.106)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (1.107)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (1.108)$$

bağıntılarıyla verilmektedir. global eksen takımı ile lokal eksen takımı arasındaki dönüşümü sağlayan dönüşüm (Jacobian) matrisi ise

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \frac{\partial N_3}{\partial \xi} & \frac{\partial N_4}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \frac{\partial N_3}{\partial \eta} & \frac{\partial N_4}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{bmatrix} \quad (1.109)$$

bağıntısıyla verilmektedir. Eleman rijitlik matrisinin hesabında kullanılan $[B]$ matrisi,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [J]^{-1} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & [J]^{-1} \end{bmatrix} \quad (1.110)$$

$$G = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial \xi} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial \xi} & 0 \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial \eta} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial \eta} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial \xi} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial \xi} \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial \eta} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (1.111)$$

olmak üzere (1.112)

$$[B] = [A][G] \quad (1.113)$$

bağıntısıyla belirlenmektedir. Şekildeğiştirmeler

$$\{\varepsilon\} = [B]\{U_e\}$$

bağıntısıyla, $[A]$ ve $[G]$ ye bağlı olarak ise

$$\{\varepsilon\} = [A][G]\{U_e\} \quad (1.114)$$

bağıntısıyla belirlenebilir.

Eleman rijitlik matrisi t eleman kalınlığını [D] malzeme matrisini göstermek üzere;

$$[K_e] = \int_v [B]^t [D][B] dv = t \int_A [B]^t [D][B] dx dy \quad (1.115)$$

$$dx dy = \det|J| d\xi d\eta \quad (1.116)$$

$$[K_e] = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [B]^t [D][B] \det|J| d\xi d\eta \quad (1.117)$$

bağıntısıyla belirlenebilmektedir. Bu bağıntıdaki integral işlemi Gauss integral yöntemi ile n Gauss nokta sayısını ve w ise Gauss noktasının ağırlığını göstermek üzere

$$[K_e] = t \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j ([B]^t [D][B] \det|J|)_{ij} \quad (1.118)$$

bağıntısı yardımıyla hesaplanabilmektedir.

Lineer problemlerde [K] rijitlik matrisi, $\{\Delta\}$ yerdeğiştirme vektörü ve $\{F\}$ kuvvet vektörünü göstermek üzere, [K] ve $\{F\}$, $\{\Delta\}$ 'dan bağımsızdır. Zira malzeme özellikleri şekildeğiştirmenin ya da gerilmenin bir fonksiyonu değildir. Oysaki doğrusal olmayan problemlerde tam tersi bir durum söz konusudur; [K] ve $\{F\}$, $\{\Delta\}$ 'nin fonksiyonudur. Bu nedenle de lineer olmayan denklemlerin çözümünde iterasyon yöntemleri gerekli olmaktadır (Rahmanian, 2003; Ayoub, 1995).

1.10. Lineer Olmayan Çözüm Yöntemleri

Genel olarak, lineer olmayan eşitlikleri çözmek için kullanılan üç temel yöntem vardır. Bunlar,

- 1- Artımsal Yöntem,
- 2- Newton-Raphson ya da İterasyon Yöntemi,
- 3- Artımsal-İterasyon Yöntemi'dir.

1.10.1. Artımsal Yöntem

Bu yöntemde toplam yük, F , k sayıda yük artımının toplamından oluşmaktadır.

$$\{F\} = \sum_{i=1}^k \{\delta F_i\} \quad (1.119)$$

Şekil 1.42'de gösterildiği gibi yükün ilk artımı için, yükün sıfır seviyesinde başlangıç bağıntılarından hesaplanan başlangıç rijitlik matrisi $[K_0]$ kullanılır. i 'inci artım için, rijitlik matrisi $(i - 1)$ 'inci yük artımı sonundaki gerilme-şekildeğiştirme ilişkisinden belirlenir.

$$[K_{i-1}]\{\delta\Delta_i\} = \{\delta F_i\} \quad (1.120)$$

Burada $[K_{i-1}]$, $\{\Delta_{i-1}\}$ 'in bir fonksiyonudur. i 'inci adım sonunda toplam yerdeğiştirme vektörü

$$\{\Delta_i\} = \sum_{j=1}^i \{\delta\Delta_j\} \quad (1.121)$$

bağıntısıyla verilmektedir.

Şekil 1.42.(a)'dan da görüldüğü gibi bu yöntemin dezavantajlarından biri yöntemin her bir yük artımında gerçek çözümden uzaklaşmasıdır. Bu eksikliği gidermek için, her bir yük artımında dengelenmemiş yükten hesaplanan bir düzeltme terimi toplam yüke eklenerek bir düzeltme yapılır (Şekil 1.42.(b)). Dengelenmemiş kuvvet, $\{F_U\}$, uygulanan

artım yükü, $\{F_{i-1}\}$ ve rijitlik matrisi ve mevcut yerdeğiştirmenin çarpımından hesaplanan kuvvet, $\{F_R\}$, arasındaki fark olarak

$$\{F_U\} = \{F_{i-1}\} - \{\delta F_R\} \quad (1.122)$$

bağıntısıyla dikkate alınır . Dolayısıyla artımsal yöntemde,

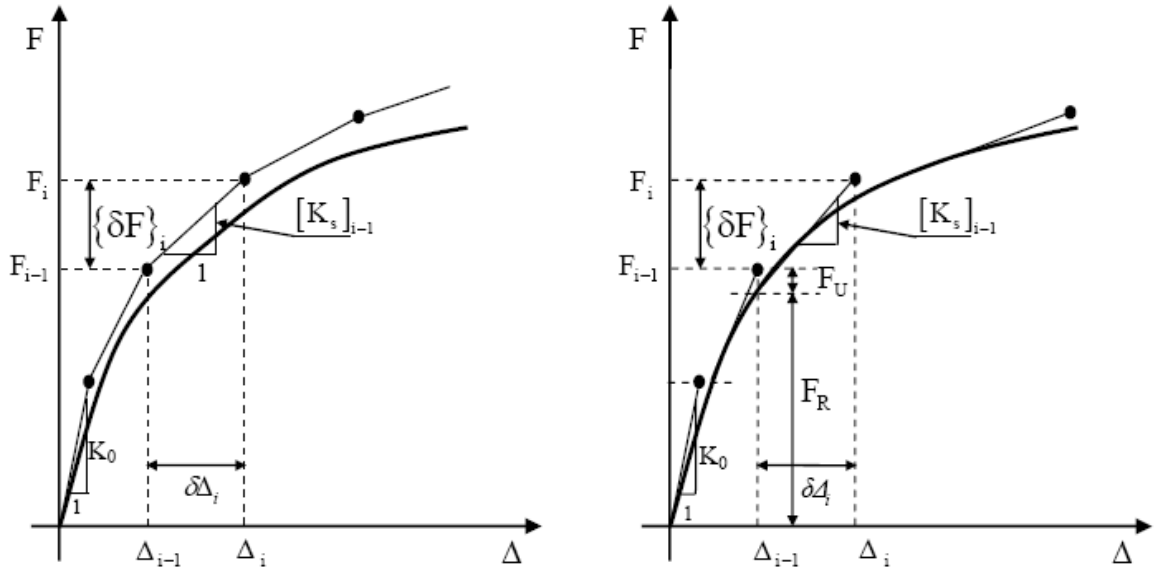
$$\{\delta \Delta_i\} = [K_{i-1}]^{-1} [\{\delta F_i\}] \quad (1.123)$$

bağıntısı ile belirlenecek olan artımsal yerdeğiştirme bağıntısına dengelenmemiş yük düzeltmesi yapılarak,

$$\{\delta \Delta_i\} = [K_{i-1}]^{-1} [\{\delta F_i\} + (\{F_{i-1}\} - \{F_R\})] \quad (1.124)$$

$$\{\delta \Delta_i\} = [K_{i-1}]^{-1} (\{\delta F_i\} + \{F_U\}) \quad (1.125)$$

denklemlerle hesaplanır. Yapılan bu düzeltme ile her bir yük adımı düzeltilir ve gerçek çözümden sapma azaltılır.



Şekil 1.42. (a) Artımsal yöntem ve (b) değiştirilmiş artımsal yöntem (Rahmanian, 2003).

1.10.2. Newton-Raphson (N-R) ya da İterasyon Yöntemi

Bu yöntemde toplam yük uygulanır ve belirlenen yakınsama kriteri sağlanıncaya kadar devam ettirilir. Önceki yöntemde olduğu gibi ilk iterasyona başlangıç rijitlik matrisiyle başlanır ve daha sonraki adımlar için rijitlik matrisi bir önceki iterasyon sonuçlarına bağlı olarak hesaplanır. Hesaplanan rijitlik, tanjant rijitlik olarak adlandırılır (Şekil 1.43.(a)). Herbir iterasyondan sonra dengelenmemiş kuvvetler hesaplanır ve bir sonraki iterasyonda yük olarak uygulanır. i 'inci iterasyon için, dengelenmemiş kuvvet vektörü;

$$\{F_U\} = \{F\} - \{F_R\} \quad (1.126)$$

denklemlerle belirlenir. Burada $\{F\}$, toplam uygulanan yük ve $\{F_R\}$ ise önceki rijitlik matrisi ve mevcut yerdeğiştirmenin çarpımından hesaplanan kuvvet olup

$$\{F_R\} = [K_{i-1}]\{\Delta_i\} \quad (1.127)$$

bağıntısıyla verilmektedir. Dengelenmemiş kuvvetin bilinmesiyle, yerdeğiştirme artımı $\{\delta\Delta_i\}$,

$$\{\delta\Delta_i\} = [K_{i-1}]^{-1}\{F_U\} \quad (1.128)$$

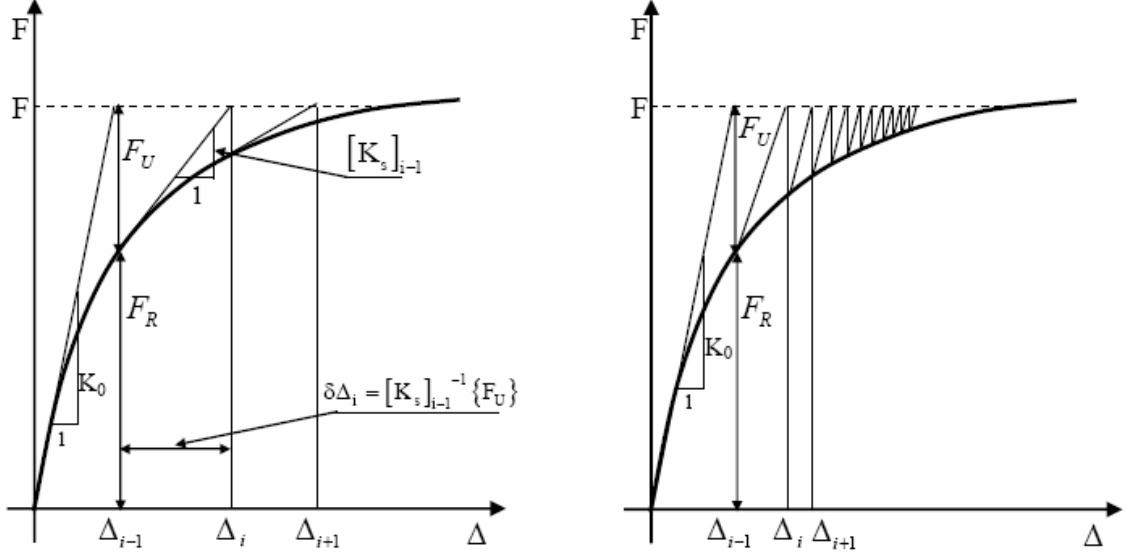
bağıntısıyla hesaplanır. i 'inci iterasyondan sonraki toplam yerdeğiştirme ise

$$\{\Delta_i\} = \sum_{j=1}^i \{\delta\Delta_j\} \quad (1.129)$$

denklemlerle belirlenir.

Diğer bir yöntem olan 'Değiştirilmiş Newton-Raphson Yöntemi'nde, tanjant rijitliği tüm işlem boyunca ya hiç yenilenmez ya da nadiren yenilenir (Şekil 1.43.(b)). Bundan dolayı, karışık yapılarda herbir iterasyonda rijitlik matrisinin tekrarlanması kaçınılmış

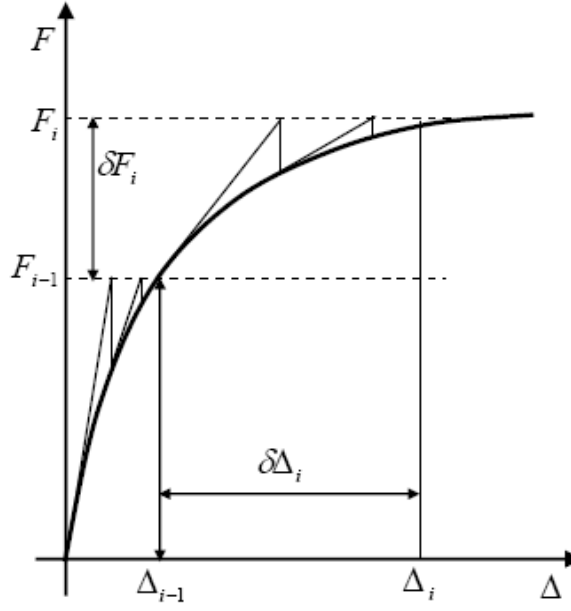
olunur. Ancak bu yöntemde istenilen yakınsamının sağlanması için çok sayıda iterasyona gerek duyulmaktadır (Ayoub, 1995).



Şekil 1.43. (a) Newton–Raphson (b) Değiştirilmiş Newton–Raphson yöntemi

1.10.3. Artımsal-İterasyon Yöntemi

Artımsal ve iterasyon yöntemlerini birleştiren bu yöntemin uygulanmasında yük artımsal olarak uygulanmaktadır (Şekil 1.44). İterasyon her bir yük artımından sonra yapılır. i 'inci yük artımından sonra, $(i-1)$ 'inci yük artımının sonunda elde edilen tanjant rijitlik mevcut iterasyon için artımsal yerdeğiştirmeyi hesaplamak için kullanılmaktadır. Artımsal yerdeğiştirme bilinerek, artımsal şekildeğiştirme, $\{\delta e_i\}$, hesaplanır ve toplam şekildeğiştirme bir önceki toplam şekildeğiştirmeye, $\{e_i\}$, bulunan artımsal şekildeğiştirmenin eklenmesiyle bulunur. Toplam şekildeğiştirmenin bulunmasıyla da gerilme ve düğüm noktası iç kuvvetleri bulunur ve iç ve dış kuvvetler arasındaki denge kontrol edilir. Eğer fazla bir kuvvet, $\{\delta F_U\}$, varsa yeni bir iterasyona gerek duyulur ve bu dengelenmemiş kuvvetler ters işaretli olarak yeni düğüm noktası kuvvetleri olarak uygulanır. İterasyon, iç ve dış kuvvetler arasındaki denge belirlenen değeri sağlayıncaya kadar devam ettirilir.



Şekil 1.44. Artımsal-İterasyon yöntemi (Rahmanian, 2003).

1.11. Betonarme İçin Rijitlik Matrisi

Beton ve donatı çeliğinden oluşan betonarme yapıların eleman rijitlik matrisi oluşturulurken beton malzeme matrisi ve donatı çeliği elemanının eşdeğer malzeme matrisleri toplanarak kompozit malzeme matrisi kurulmaktadır. İzotrop ve doğrusal elastik malzeme kabulü için beton malzeme matrisi (D_c) ve eşdeğer donatı elmanı malzeme matrisi (D_s) sırasıyla,

$$[D_c] = \frac{E_c}{1-\nu_c^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu_c & 0 \\ \nu_c & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu_c}{2} \end{bmatrix} \quad (1.130)$$

$$[D_s] = \begin{bmatrix} \rho_x E_s & 0 & 0 \\ 0 & \rho_y E_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.131)$$

bağıntılarıyla verilmektedir. Bu denklemlerde E_c ve E_s sırasıyla betonun ve donatı çeliğinin elastisite modülünü, ν_c betonun Poisson oranını, ρ_x ve ρ_y ise x ve y doğrultularındaki donatı oranlarını göstermektedir. Malzeme matrislerinin bu şekilde elde edilmesinden sonra kompozit malzeme olan betonarme için, rijitlik matrisi, n beton eleman içerisinde olan donatı sayısını göstermek üzere;

$$[K_e] = [K_e]_{\text{beton}} + [K_e]_{\text{eşdeğer donatı çeliği}} \quad (1.132)$$

$$[K_e] = \int [B]^t \left\{ [D_c] + \sum_{i=1}^n [D_s]_i \right\} [B] dV \quad (1.133)$$

şeklinde verilmektedir.

1.12. Kirişlerin Serbest ve Zorlanmış Titreşimi

1.12.1. Kirişlerin Serbest Titreşimi

Serbest titreşime maruz sönümsüz bir sistemin genel hareket denklemi (Tedesco vd., 1998) $[M]$ kütle matrisi, $[K]$ rijitlik matrisi, w kirişin düşey yerdeğiştirmesi, \ddot{w} kirişin ivmesi olmak üzere;

$$[M]\{\ddot{w}\} + [K]\{w\} = 0 \quad (1.134)$$

ifadesiyle verilmektedir. Bu denklemde hareketin sinüzoidal olduğu kabulüyle ω doğal açısal frekans ve W serbest titreşim mod şekil vektörü olmak üzere kirişin düşey yerdeğiştirmesi

$$w = W \sin \omega t \quad (1.135)$$

ifadesiyle verilmektedir. Gerekli türevler alınarak Denklem (1.134)'de yerine yazılıp, ara işlemler yapılırsa

$$[K - \omega^2 M]W = 0 \quad (1.136)$$

bağıntısı elde edilmektedir. Bilindiği gibi bu bağıntı bir özdeğer analiz denklemidir. Bu denklemin çözümünden serbestlik derecesi kadar sönümsüz doğal açısal frekans ($\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$) elde edilir. Her bir doğal frekansa karşılık yapının almış olduğu şekil mod şekli olarak tanımlanır. Doğal frekansların küçükten büyüğe doğru sıralanması sonucunda elde edilen en küçük frekans temel frekans ve bu frekansa karşılık gelen mod şekli birinci mod şekli olarak adlandırılır. Daha sonra Periyot ile açısal frekans arasındaki $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ifadesinden periyotlar ve açısal frekans ile doğal frekans arasındaki $\omega = 2\pi f$ bağıntısından veya periyot ile doğal frekans arasındaki $f = \frac{1}{T}$ bağıntısından doğal frekans değerleri belirlenebilecektir.

1.12.2. Kirişlerin Zorlanmış Titreşimi

Herhangi bir zorlanma etkisindeki kirişlerin hareket denklemi, [C] kirişin sönüm matrisini, [M] kütle matrisini, [K] rijitlik matrisini, w kirişin düşey yerdeğiştirmesini, \dot{w} kirişi hızını, \ddot{w} kirişin ivmesini ve $F(t)$ dış yük vektörünü göstermek üzere (Tedesco vd., 1998);

$$[M]\{\ddot{w}\} + [C]\{\dot{w}\} + [K]\{w\} = -F(t) \quad (1.137)$$

şeklindedir. Bu denklemin zamana göre integrasyonunda çalışma kapsamında sayısal çözüm yöntemlerinden biri olan Newmark- β yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemin esası aşağıda verilmektedir.

1.12.2.1. Newmark- β Yöntemi

Bu yöntemle yapı tepkilerinin belirlenmesinde, tepki parametreleri olan yerdeğiştirme, hız ve ivmeyi, verilen bir zamanda ve bu zamandan bir önceki zamandaki kendi değerleri ile ilişkilendirerek çözen ifadeler kullanılmaktadır.

Adım adım Newmark- β yönteminde; başlangıç koşulu olarak

$$w_n = [M]^{-1} (\{F(0)\} - [C]\{\dot{w}_n\} + [K]\{w_0\}) \quad (1.138)$$

bağıntısıyla belirlenir. Etkili rijitlik matrisi $\left[\hat{K} \right]$, a_0 ve a_1 sabitler olmak üzere,

$$\left[\hat{K} \right] = [K] + a_0[M] + a_1[C] \quad (1.139)$$

bağıntısıyla hesaplanır. Sonra

1- $n+1$ zaman da etkili yük vektörü

$$\left[\hat{F} \right]_{n+1} = \{F\}_{n+1} + [M](a_0 w_n + a_2 \dot{w}_n + a_3 \ddot{w}_n) + [C](a_1 w_n + a_4 \dot{w}_n + a_5 \ddot{w}_n) \quad (1.140)$$

2- $n+1$ zaman da yerdeğiştirme

$$\left[\hat{K} \right] \{w_{n+1}\} = \left[\hat{F} \right]_{n+1} \quad \{w_{n+1}\} = \left[\hat{K} \right]^{-1} \left[\hat{F} \right]_{n+1} \quad (1.141)$$

3- $n+1$ zaman da ivme ve hız ise sırasıyla,

$$\ddot{w}_{n+1} = a_0 (w_{n+1} - w_n) - a_2 \dot{w}_n - a_3 \ddot{w}_n \quad (1.142)$$

$$\dot{w}_{n+1} = \dot{w}_n + a_6 \ddot{w}_n + a_7 \ddot{w}_{n+1} \quad (1.143)$$

bağıntılarıyla hesaplanabilir. Yukarıdaki formüllerde kullanılan sabitler ise;

$$a_0 = \frac{1}{\alpha(\Delta t)^2} \quad a_1 = \frac{\delta}{\alpha \Delta t} \quad a_2 = \frac{1}{\alpha \Delta t} \quad a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1 \quad (1.144)$$

$$a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1 \quad a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2 \right) \quad a_6 = \Delta t (1 - \delta) \quad a_7 = \delta \Delta t \quad (1.145)$$

bağıntılarıyla verilmektedir (Tedesco vd., 1998). Verilen sabitler formüllerde yerine yazılırsa hız denklemi,

$$\dot{w}_{n+1} = \dot{w}_n + (1 - \delta) \Delta t \ddot{w}_n + \delta \Delta t \dot{w}_{n+1}. \quad (1.146)$$

olarak elde edilmektedir. Bu yöntemle yerdeğiştirme ifadesi de

$$w_{n+1} = w_n + \Delta t \dot{w}_n + \left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \Delta t^2 \ddot{w}_n + \alpha \Delta t^2 \dot{w}_{n+1} \quad (1.147)$$

olarak elde edilmektedir. İvme ifadesi ise

$$\ddot{w}_{n+1} = \frac{1}{\alpha \Delta t^2} \left[w_{n+1} - w_n - \Delta t \dot{w}_n - \left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \Delta t^2 \ddot{w}_n \right] \quad (1.148)$$

şeklinde elde edilmektedir. Yukarıdaki denklemler yeniden düzenlenirse hız denklemi

$$\dot{w}_{n+1} = \frac{\delta}{\alpha \Delta t^2} [w_{n+1} - w_n] + \left(1 - \frac{\delta}{\alpha} \right) \dot{w}_n + \left[(1 - \delta) \Delta t - \frac{\delta}{\alpha \Delta t} \left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \Delta t^2 \right] \ddot{w}_n \quad (1.149)$$

şeklini almaktadır.

Kirişin zaman tanım alanında hesap yöntemi kullanılarak dinamik analizini yapıp her bir düğüm noktasındaki yerdeğiştirmelerini belirlemek için Denklem (1.148), (1.149) ve (1.137) her bir zaman adımı için ardışık olarak sırasıyla çözülür. Bu çalışmada elde edilen sonuçlarda emniyetli tarafta kalmak amacıyla sönüm dikkate alınmamıştır. Belirtilen bu üç denklemin çözümü için δ ve α sabitlerinin bilinmesi gerekmektedir. Çözümde ortalama ivme yaklaşımı için $\delta = \frac{1}{2}$ ve $\alpha = \frac{1}{4}$, lineer ivme yaklaşımı için ise $\delta = \frac{1}{2}$ ve $\alpha = \frac{1}{6}$ olarak verilmektedir. Ortalama ivme yaklaşımında çözümlemede sonuca gidebilmede Δt için

herhangi bir şart bulunmamaktadır. Ancak lineer ivme yaklaşımında çözümlemede sonuca gidebilmede Δt için,

$$\frac{\Delta t}{T} < \frac{\sqrt{3}}{\pi} \quad (1.150)$$

ifadesinin sağlanması gerekmektedir (Ayvaz, 1992). Bu nedenle bu çalışmada yukarıda belirtilen ve ardışık olarak çözülmesi gereken denklemlerin çözümünde koşulsuz olan ortalama ivme yaklaşımı kullanılmaktadır.

1.12.3. Kütle Matrisinin Elde Edilmesi

Kirişlerin kütle matrisi μ kütle yoğunluk matrisini göstermek üzere;

$$M = \int_V N_i^T \mu N_i dV \quad (1.151)$$

bağıntısıyla, bu bağıntıdaki μ (Ayvaz vd., 1998).

$$\mu = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \quad (1.152)$$

bağıntısıyla, bu bağıntıdaki m_1 ve m_2 , ρ_p kirişin kütlesini göstermek üzere,

$$m_1 = m_2 = \rho_p h \quad (1.153)$$

bağıntısıyla verilmektedir. N_i , ve h 4 noktalı dikdörtgen sonlu elemanın şekil fonksiyonu olmak üzere (Weaver and Johnston, 1984)

$$N_i = \begin{bmatrix} h \\ h \end{bmatrix}, i=1,2,3,4. \quad (1.154)$$

bağıntısıyla belirlenerek kütle matrisi elde edilebilmektedir.

1.13. Çalışmanın Amaç ve Kapsamı

Bu çalışmanın amacı betonarme kirişlerin malzeme bakımından doğrusal olmayan davranışını incelemek üzere literatürde önerilen ancak hiç kullanılmayan Ottosen akma kriterinin etkinliğini araştırmak ve betonarme kirişlerin yük-yerdeğiştirme eğrisinde belirlenen başlangıç, akma ve göçme noktalarında serbest ve zorlanmış titreşim analizini yaparak meydana gelen dinamik değişimin incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda Dede (2009) tarafından geliştirilen MATLAB programlama dilinde yazılan ve doğruluğu kanıtlanan bilgisayar programına statik analiz için Ottosen akma kriteri, dinamik analiz için ise kütle matrisi ve dinamik denklemin çözüm yöntemi olarak Newmark- β yöntemi altprogram olarak kodlanmıştır.

Geliştirilen programın statik analizde etkinliğini göstermek amacıyla, statik analizde 3 farklı betonarme eleman üzerinde farklı çekme gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve farklı basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrileri yardımıyla elde edilen sonuçlar literatürde verilen deneysel ve teorik sonuçlarla karşılaştırılmaktadır. Ayrıca dinamik analiz kısmında ise statik analiz kısmında incelenen bir kirişin serbest ve zorlanmış titreşim analizi gerçekleştirilmektedir.

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

Daha önce belirtildiği gibi bu çalışmanın amacı betonarme kirişlerin malzeme bakımından doğrusal olmayan davranışını incelemek üzere literatürde önerilen ancak hiç kullanılmayan Ottosen akma kriterinin etkinliğini araştırmak ayrıca betonarme kirişlerin dinamik karakteristiklerini belirlemek ve doğrusal olmayan analiz çözümünde her bir yük adımında meydana gelen dinamik değişimi incelemektir. Bu amaç doğrultusunda MATLAB programlama dilinde Dede (2009) tarafından geliştirilen programa literatürde sık olarak kullanılan kriterlere ilave olarak statik analiz için yeni olan Ottosen akma kriteri, dinamik analiz için ise kütle matrisi ve çözüm yöntemi olan Newmark- β yöntemi altprogram olarak kodlanmıştır. Bunlara ait akış diyagramları sırasıyla Şekil 2.1 ve Şekil 2.2’de verilmektedir.

Bu bölümde Ottosen kriterine dayalı olarak plastik malzeme matrisi oluşturulduktan sonra statik analiz ve serbest titreşim analizi için programın doğruluğu, serbest ve zorlanmış titreşim analizi için sonlu eleman ağının, zorlanmış titreşim analizi için zaman artımının belirlenmesi üzerinde durulmaktadır.

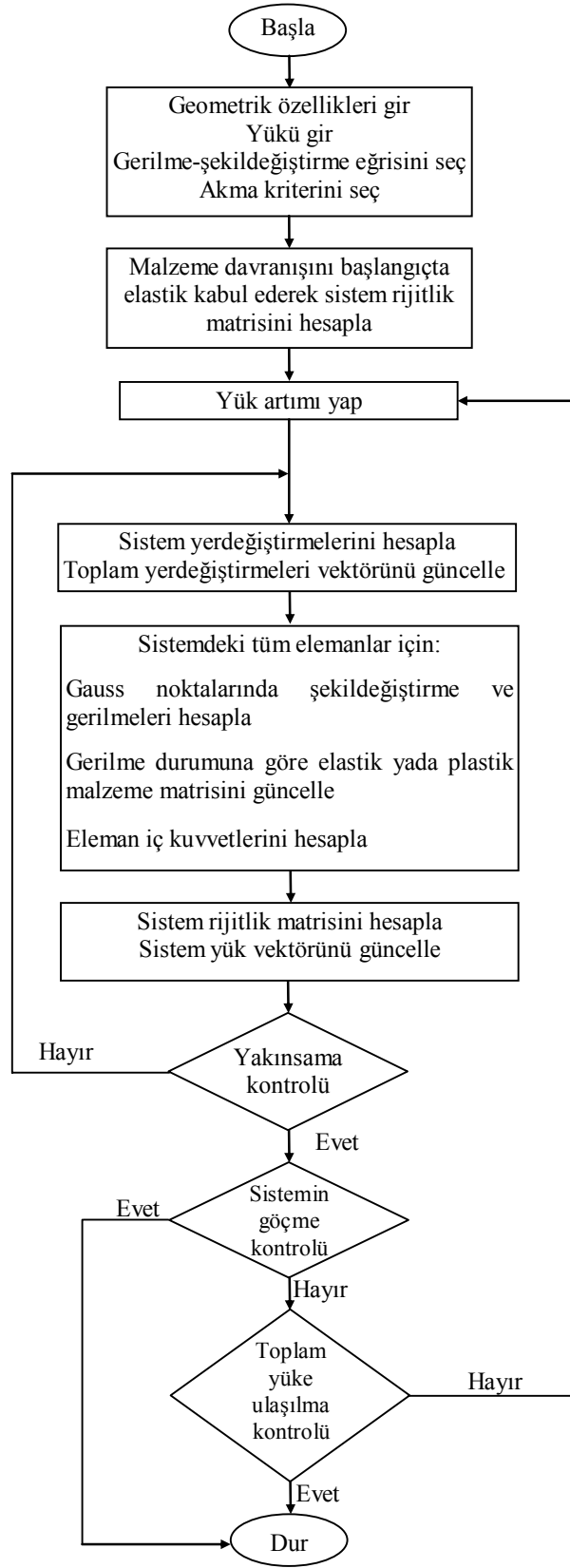
2.1. Ottosen Kriterine Dayalı Olarak Plastik Malzeme Matrisinin Oluşturulması

Burada doğrusal olmayan analizde kullanılmak üzere Ottosen akma kriterine dayalı olarak plastik malzeme matrisinin elde edilebilmesi için bağıntılar verilmektedir. Plastik rijitlik matrisinin elde edilişi genel bilgiler kısmında anlatıldığı gibi akma kriteri, pekleşme kuralı ve akış kuralı kullanılarak türetilmekte ve programa kodlanmaktadır.

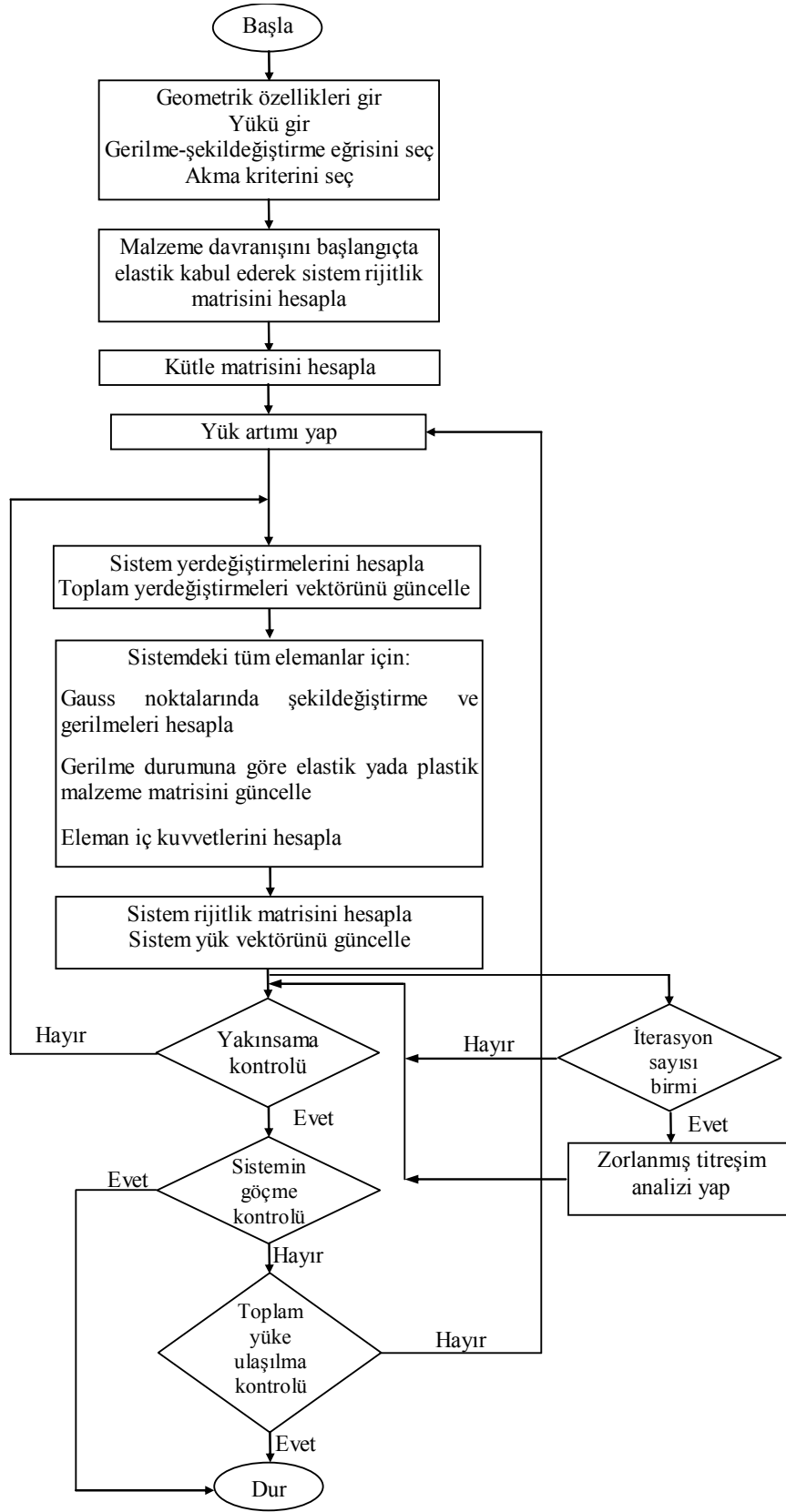
Ottosen akma kriterinin genel fonksiyonu,

$$\lambda = \begin{cases} k_1 \cos \left[\frac{1}{3} \cos^{-1} (k_2 \cos(3\theta)) \right] & \cos 3\theta \geq 0 \\ k_2 \cos \left[\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \cos^{-1} (-k_2 \cos(3\theta)) \right] & \cos 3\theta < 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

olmak üzere,



Şekil 2.1. Statik analize ait hazırlanan programın genel akış diyagramı (Dede, 2009)



Şekil 2.2. Dinamik analize ait hazırlanan programın genel akış diyagramı

$$f(I_1, J_2, \cos 3\theta) = a \frac{J_2}{f'c^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{f'c} + b \frac{I_1}{f'c} - 1 = 0 \quad (2.2)$$

bağıntısıyla verilmektedir.

Kriterde kullanılan parametre değerleri

$\overline{f't} = f't / f'c$	a	b	k_1	k_2
0,08	1,8076	4,0962	14,4863	0,9914
0,10	1,2759	3,1962	11,7365	0,9801
0,12	0,9218	2,5969	9,9110	0,9647

şeklinde verildikten sonra fonksiyondaki ifadeler,

$$\frac{\partial f}{\partial I_1} = \frac{b}{f'c} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial f}{\partial J_2} = \frac{a}{f'c^2} + \frac{\lambda}{f'c} \frac{1}{2\sqrt{J_2}} + \frac{\partial \lambda}{\partial J_2} \frac{\sqrt{J_2}}{f'c} \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial f}{\partial J_3} = \frac{\partial \lambda}{\partial J_3} \frac{\sqrt{J_2}}{f'c} \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial J_2} = \frac{\partial \lambda}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial J_2} \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \theta} = \begin{cases} \frac{-k_1 k_2 \sin 3\theta \sin \left[\frac{1}{3} \cos^{-1}(k_2 \cos(3\theta)) \right]}{\sin \left[\cos^{-1}(k_2 \cos(3\theta)) \right]} & \cos 3\theta \geq 0 \\ \frac{-k_1 k_2 \sin 3\theta \sin \left[\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \cos^{-1}(-k_2 \cos(3\theta)) \right]}{\sin \left[\cos^{-1}(-k_2 \cos(3\theta)) \right]} & \cos 3\theta < 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial J_3} = \frac{\partial \lambda}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial J_3} \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial J_2} = \frac{\cot 3\theta}{2J_2} \quad \frac{\partial \theta}{\partial J_3} = -\frac{\cot 3\theta}{3J_3} \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial f}{\partial I_1} = \frac{b}{f'c} \quad \frac{\partial f}{\partial J_2} = \frac{a}{f'c^2} + \frac{\lambda}{f'c} \frac{1}{2\sqrt{J_2}} + \frac{\sqrt{J_2}}{f'c} \frac{\partial \lambda}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial J_2} \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial f}{\partial J_3} = \frac{\sqrt{J_2}}{f'c} \frac{\partial \lambda}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial J_3} \quad (2.11)$$

şeklinde elde edilmektedir. Bu şekilde plastik malzeme matrisinin elde edilmesi için her terim belirlenmiş olmaktadır.

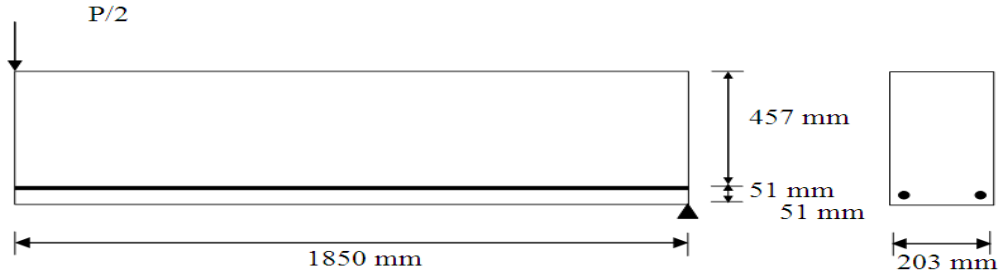
2.2. Programın Doğruluğunun Belirlenmesi

2.2.1. Programın Statik Analiz Kısımının Doğruluğunun Belirlenmesi

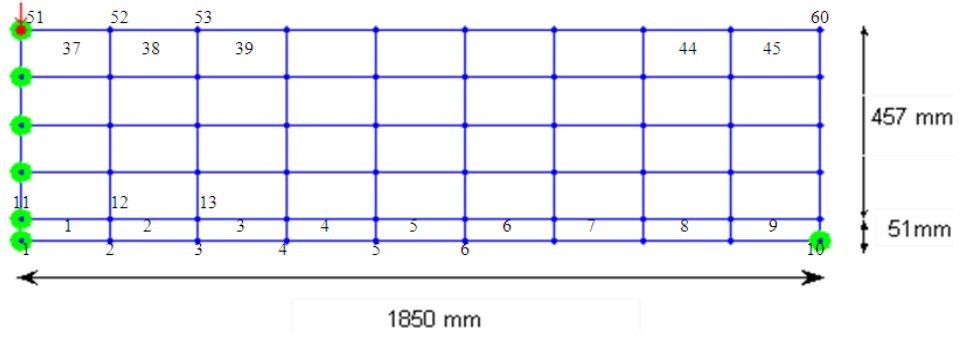
2.2.1.1. Programın Doğrusal Olmayan Kısımının Doğruluğunun Belirlenmesi

Çalışma kapsamında geliştirilen programda Ottosen kriterinin doğruluğunu belirlemek amacıyla literatürde deneysel ve analitik sonuçları mevcut olan J4 kirişi dikkate alınmıştır. Burns ve Siess (1962) tarafından deneysel çalışmaları yapılan geometrik özellikleri ve enkesit detayı Şekil 2.3'de verilen J4 basit kirişinin (Demir, 1998) çözümünde simetriden yararlanılmış ve Şekil 2.4'de görüldüğü gibi modelde 45 adet sonlu eleman kullanılmıştır. Kirişin analizinde betonun elastisite modülü $E_c=26200 \text{ N/mm}^2$, basınç dayanımı $f_c=33 \text{ N/mm}^2$, çekme dayanımı $f_t=3.5 \text{ N/mm}^2$ ve donatı için elastisite modülü $E_s=203000 \text{ N/mm}^2$, akma dayanımı $f_y=310 \text{ N/mm}^2$, içsel sürtünme açısı 30° ve kohezyon 2.95 N/mm^2 olarak dikkate alınmıştır. Bu kiriş için literatürden alınan yük-yerdeğiştirme eğrileri bu çalışmadan elde edilen eğri ile karşılaştırılmalı olarak Şekil 2.5'de verilmektedir. Bu şekilden görüldüğü gibi, bu çalışmada Ottosen kriteri ile birlikte basınçta doğrusal elastik çekme için Wang ve Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrileri

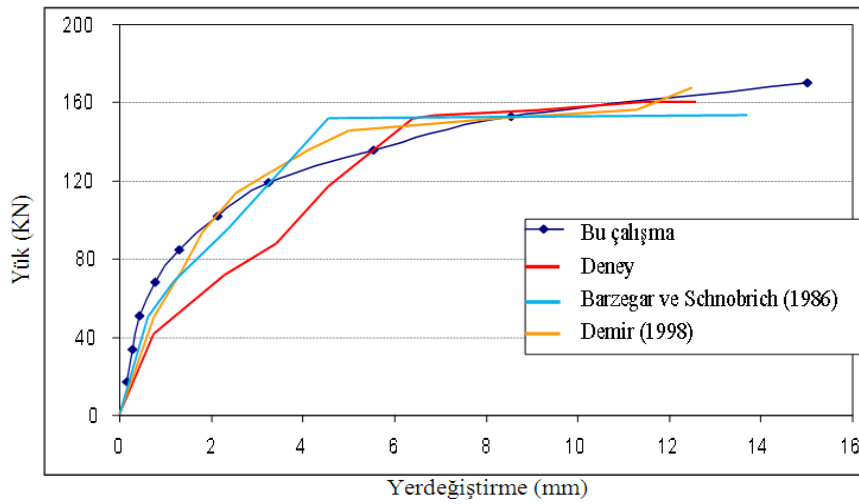
kullanılması ile elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisi literatürde deneysel ve analitik olarak verilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisinde dir.



Şekil 2.3. J4 kirişi kesit ve boyutları



Şekil 2.4. J4 kirişinin 45 elemanlı sonlu elemanlar modeli

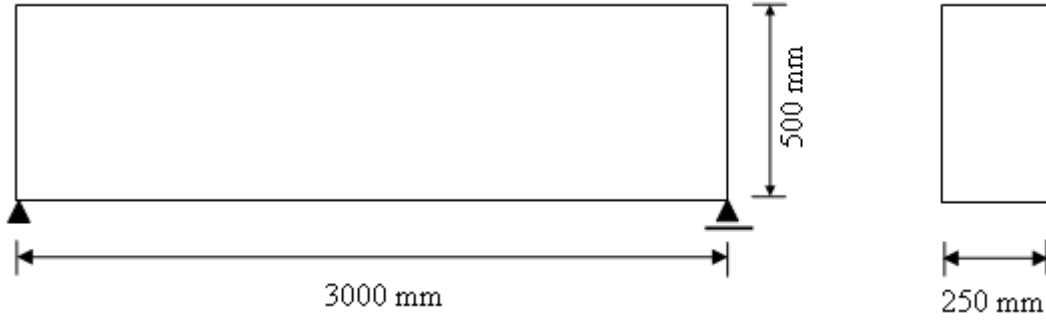


Şekil 2.5. J4 kirişinde Ottosen kriterinin dikkate alınması durumunda basınçta doğrusal elastik ve çekmede Wang ve Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrilerinin kullanılmasıyla elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması

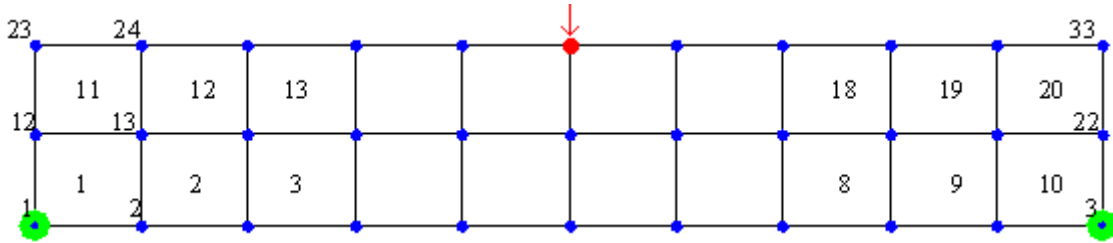
2.2.2. Programın Dinamik Analiz Kısımının Doğruluğunun Belirlenmesi

2.2.2.1. Serbest Titreşime Maruz Kiriş İçin Programın Doğruluğunun Belirlenmesi

Bu çalışma kapsamında geliştirilen programın serbest titreşim analizi kısmının doğruluğunu belirlemek için geometrik özellikleri ve enkesit detayı Şekil 2.6'da, sonlu eleman ağı Şekil 2.7'de verilen basit kirişin ilk 5 moduna ait periyot değerleri SAP2000 programı ile karşılaştırılmıştır. Kirişin analizinde betonun elastisite modülü $E_c=29200$ N/mm², basınç dayanımı $f_c=33$ N/mm², $\rho= 25*10^{-10}$ Ns²/mm⁴ ve $\nu=0,2$ olarak dikkate alınmıştır.



Şekil 2.6. Örnek basit kiriş kesit ve boyutları



Şekil 2.7. Örnek basit kiriş sonlu elemanlar modeli

Bu basit kiriş için hazırlanan programla elde edilen periyot değerleri ile SAP2000 programından elde edilen değerler karşılaştırılmalı olarak Tablo 2.1'de verilmektedir. Tablo 2.1.'den görüldüğü gibi geliştirilen programla elde edilen ilk 5 moda ait periyot değerleri SAP2000 programından elde edilenlerle uyum içerisindedir.

Tablo 2.1. Basit mesnetli örnek kirişin geliştirilen programdan elde edilen periyot değerlerinin SAP2000 programından elde edilen sonuçlarla karşılaştırılması

Periyot	Bu çalışma	SAP2000
1	0,0127	0,0130
2	0,0052	0,0052
3	0,0030	0,0031
4	0,0017	0,0018
5	0,0014	0,0014

2.3. Sonlu Eleman Ağının ve Zaman Artımının Belirlenmesi

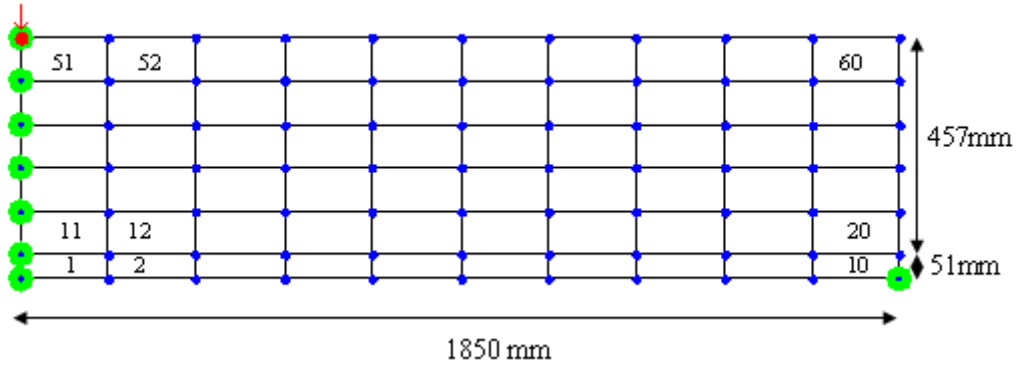
Diğer sayısal yöntemlerde olduğu gibi bu çalışmada kullanılan sonlu elemanlar yöntemiyle elde edilen sonuçlarda da bir hata payı bulunmaktadır. Bu hata payının büyüklüğü kullanılan sonlu eleman ağına ve dinamik analizde ilave olarak Δt zaman artımına bağlı olmaktadır. Bu hata payının mühendislikte kabul edilebilir olmasının yanında, harcanan bilgisayar zamanının da uygun sınırlar içinde kalması gerekmektedir. Bu amaç doğrultusunda bu çalışmada kullanılacak olan sonlu eleman ağının ve zaman artımının belirlenmesi amacıyla maksimum yerdeğiştirmenin yakınsaması kontrol edilmiştir.

2.3.1. Statik Analiz İçin Sonlu Eleman Ağının Belirlenmesi

Bu çalışmada kullanılan Ottosen kriterinin sonuçlarını literatürde verilen deneysel ve teorik sonuçlarla karşılaştırmak amacıyla statik analiz için bir ağ çalışması yapmak yerine literatürde verilen ağ yapıları birebir alınmıştır. Ancak ağ sıklaştırması yapıldığında elde edilen sonuçlarda literatürde verilen ağ yapısıyla elde edilenlerle uyum içerisinde.

2.3.2. Serbest Titreşime Maruz Kiriş İçin Sonlu Eleman Ağının Belirlenmesi

Dikkate alınan ve daha sonra da kullanılacak olan daha önce geometrik özellikleri ve enkesit detayı (bkz. Şekil 2.3) ile 45 elemanlı sonlu eleman ağı (bkz. Şekil 2.4) verilen J4 basit kirişi 60 elemanlı olarak modellenip (Şekil 2.8) serbest titreşim analizi gerçekleştirilmiştir.



Şekil 2.8. J4 kirişi 60 elemanlı sonlu elemanlar modeli

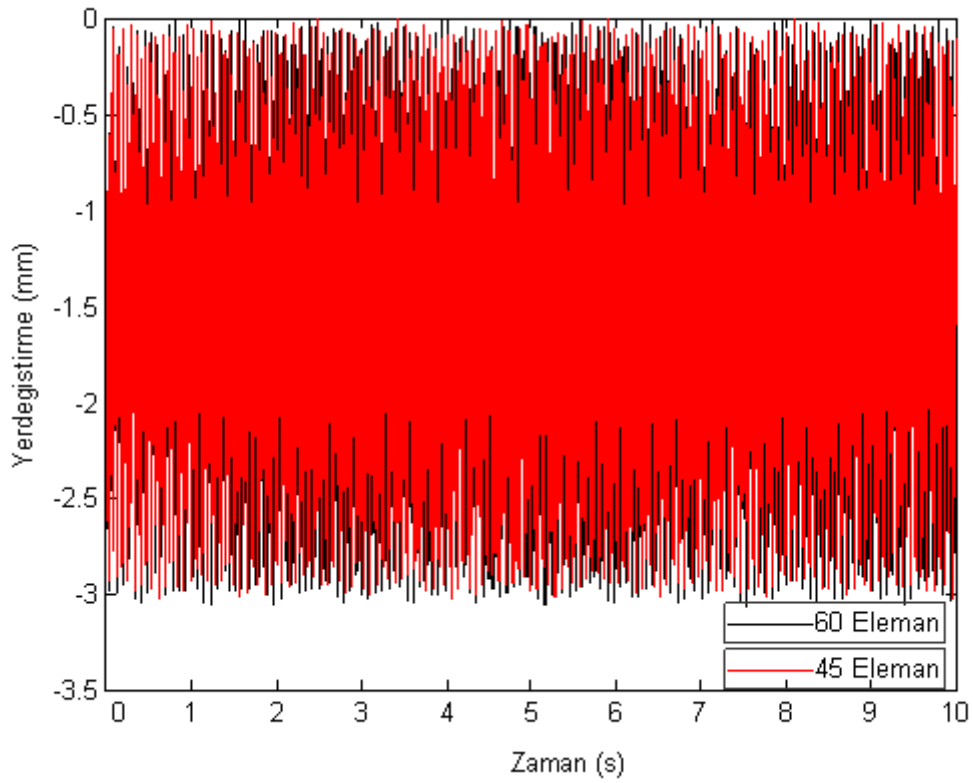
Bu çalışma kapsamında geliştirilen programdan elde edilen sonuçlar farklı eleman sayıları için Tablo 2.2 de verilmektedir. Bu tablodan görüldüğü gibi 45 eleman kullanılmasıyla elde edilen sonuçlar mühendislik açısından kabul edilebilir olmaktadır.

Tablo 2.2. J4 kirişinin geliştirilen program ile 45 ve 60 elemanlı olarak modellenmesi sonucu gerçekleştirilen serbest titreşim analizinden elde edilen ilk 5 mod şekline ait periyot değerlerinin karşılaştırılması

Periyot no	45 Eleman için	60 Eleman için
1	0,0122	0,0122
2	0,0024	0,0024
3	0,0016	0,0016
4	0,0012	0,0012
5	0,0008	0,0008

2.3.3. Zorlanmış Titreşime Maruz Kiriş İçin Sonlu Eleman Ağının Belirlenmesi

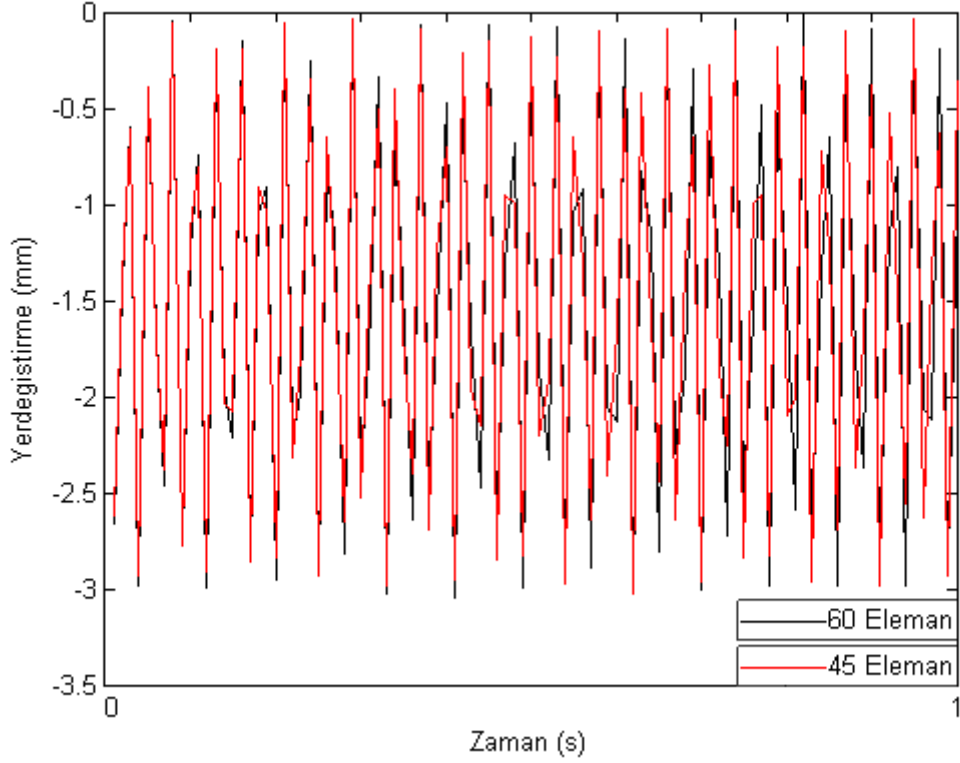
Dikkate alınan ve daha sonra da kullanılacak olan daha önce geometrik özellikleri ve enkesit detayı (bkz. Şekil 2.3) ile 45 elemanlı sonlu eleman ağı (bkz. Şekil 2.4) verilen J4 kirişi 60 elemanlı olarak modellenip (bkz. Şekil 2.8) 10. yük artımında zorlanmış titreşim analizi gerçekleştirilmiştir. Bu şekilde 2 farklı sonlu eleman türüne bağlı olarak elde edilen yerdeğiştirmenin zamana bağlı değişimi Şekil 2.9’da verilmektedir.



Şekil 2.9. 45 ve 60 elemanla modellenen J4 kirişinin yerdeğiştirmesinin zamana değişimi

Şekil 2.9’dan görüldüğü gibi sözkonusu kirişin iki farklı eleman ağı için yerdeğiştirmenin zamana değişiminin karşılaştırılması net olarak yapılamamaktadır. Bu nedenle aynı kirişin yakınsamasının net olarak görülebilmesi amacıyla yerdeğiştirmesi 1 sn. süresince Şekil 2.10’da verilmektedir.

Şekil 2.10'dan görüldüğü, 45 ve 60 elemanla modellenen J4 kirişinin yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi pratik olarak çakişmaktadır. Bu nedenle de bundan sonraki analizlerde 45 elemanın kullanılması yeterli olacaktır.

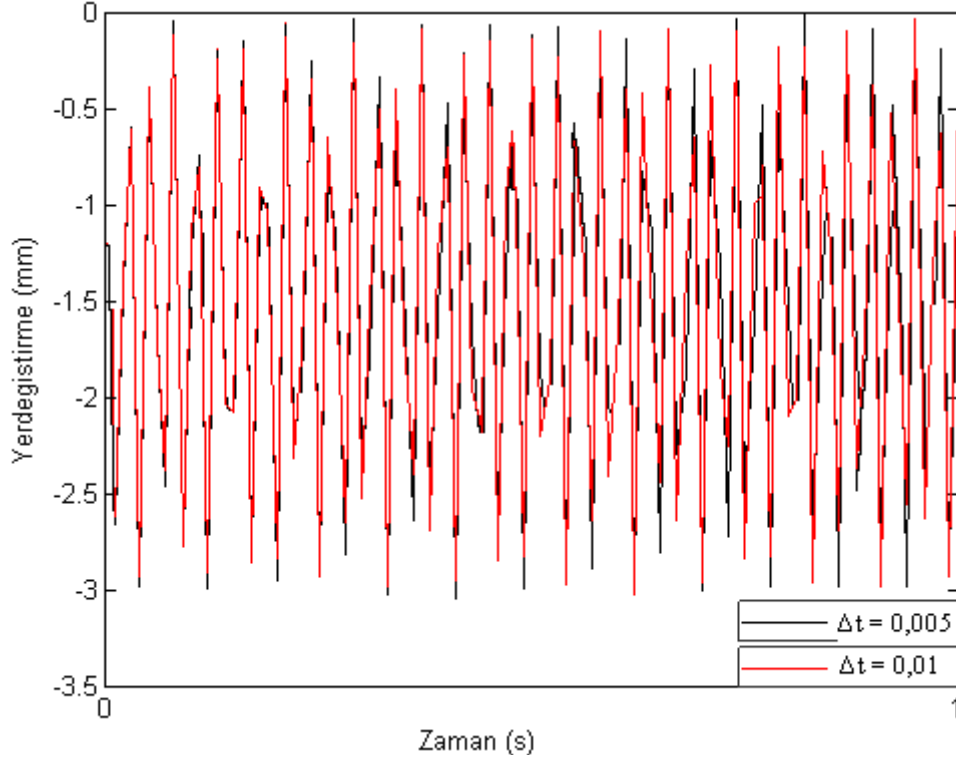


Şekil 2.10. 45 ve 60 elemanla modellenen J4 kirişinin yerdeğiştirmesinin 1 sn. boyunca zamanla değişimi

2.3.4. Kirişin Dinamik Analizi İçin Zaman Artımının Belirlenmesi

Daha öncede belirtildiği gibi zorlanmış titreşim etkisindeki eleman için sonlu eleman ağına ilave olarak zaman artımı değerinin de belirlenmesi gerekmektedir. Bunun için sabit bir eleman ağına bağlı olarak zaman artımı, Δt , değiştirilerek yerdeğiştirmenin zamana bağlı değişiminin yakınsaması gözlemlenecektir. Bunun için 45 elemanlı ağ durumu dikkate alınarak J4 kirişinin (bkz. Şekil 2.4) 10. yük adımında Δt 'nin 0,01 ve 0,005 değerleri için analiz yapılarak elde edilen yerdeğiştirmenin zamanla değişimi Şekil 2.11'de verilmektedir.

Şekil 2.11'den görüldüğü gibi Δt nin 0,01s ve 0,005s alınmasıyla elde edilen yerdeğiştirmenin zamanla değişimi pratik olarak çakışmaktadır. Bu nedenle bundan sonraki analizlerde Δt değerinin 0,01 olarak dikkate alınması yeterli olacaktır.



Şekil 2.11. 45 elemanla modellenen J4 kirişinin Δt 'nin 0,01s ve 0,005s alınarak elde edilen yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi

3. BULGULAR VE İRDELEME

Bu çalışma kapsamında elde edilen bulgular ve irdeleme aşağıda verilen statik ve dinamik analiz başlığı altında iki kısımda sunulmaktadır.

3.1. Statik Analiz

Bu çalışma kapsamında literatürde deneysel ve analitik çalışma sonuçları verilerin üç farklı kiriş üzerinde analizler gerçekleştirilerek bulgular elde edilmiş ve irdelenmiştir. Bu üç kiriş üzerinde mevcut çalışma kapsamında geliştirilmiş olan Ottosen kriteri dikkate alınarak çözümlenmiş bu çözümlenmelerde kullanılan çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerinin kısaltılmış adları Tablo 3.1’de verilmektedir.

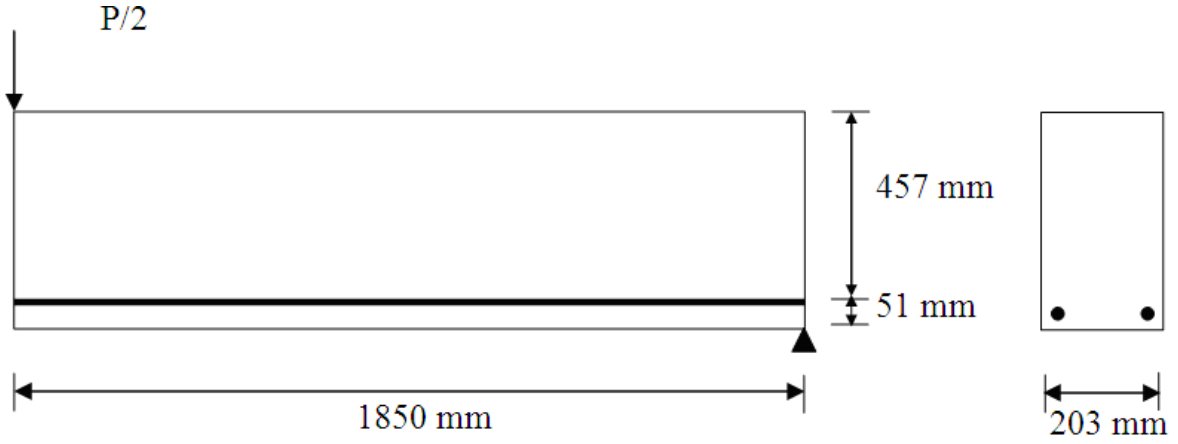
Tablo 3.1. Analizlerde kullanılan çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrisi ikilileri

Kısaltma	Gerilme-şekildeğiştirme eğrisi	
	Basınç	Çekme
DE-WH	Doğrusal elastik	Wang ve Hsu
S-WH	Saenz	Wang ve Hsu
DE-V	Doğrusal elastik	Vecchio 1982
S-V	Saenz	Vecchio 1982

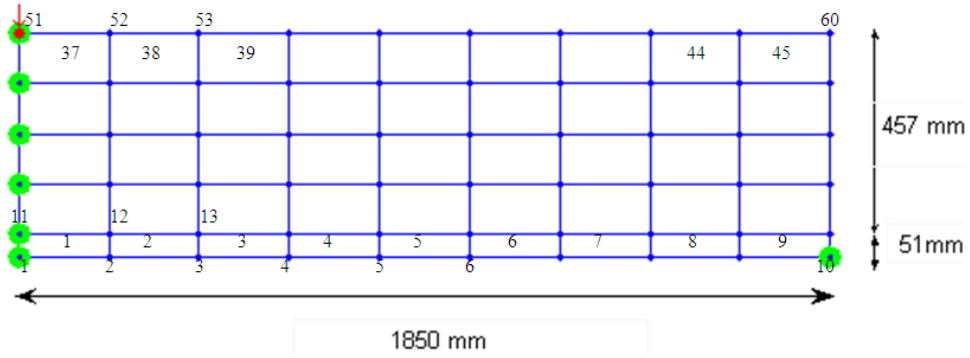
3.1.1. J4 Kirişi

Burns ve Siess (1962) tarafımdan deneysel çalışmaları yapılan J4 kirişinin geometrik özellikleri ve enkesit detayı Şekil 3.1’de verilmektedir (Demir, 1998). Kirişin çözümünde simetriden yararlanılmış ve Şekil 3.2’de görüldüğü gibi modelde 45 adet sonlu eleman kullanılmıştır. Kirişin analizinde betonun elastisite modülü $E_c=26200 \text{ N/mm}^2$, basınç dayanımı $f_c=33 \text{ N/mm}^2$, çekme dayanımı $f_t=3.5 \text{ N/mm}^2$ ve donatı için elastisite modülü

$E_s=203000 \text{ N/mm}^2$, akma dayanımı $f_y=310 \text{ N/mm}^2$, içsel sürtünme açısı 30° ve kohezyon 2.95 N/mm^2 olarak dikkate alınmıştır.

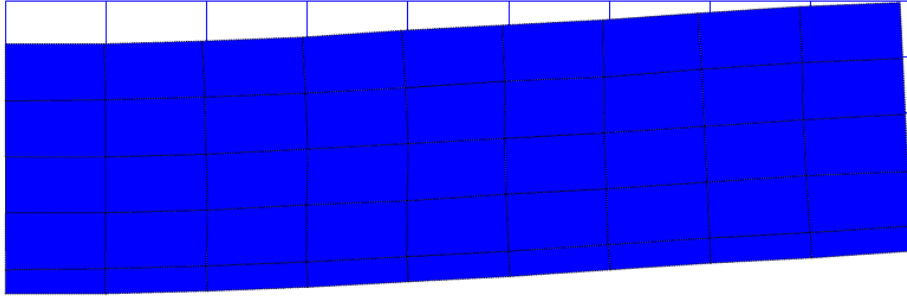


Şekil 3.1. J4 kirişi kesit ve boyutları

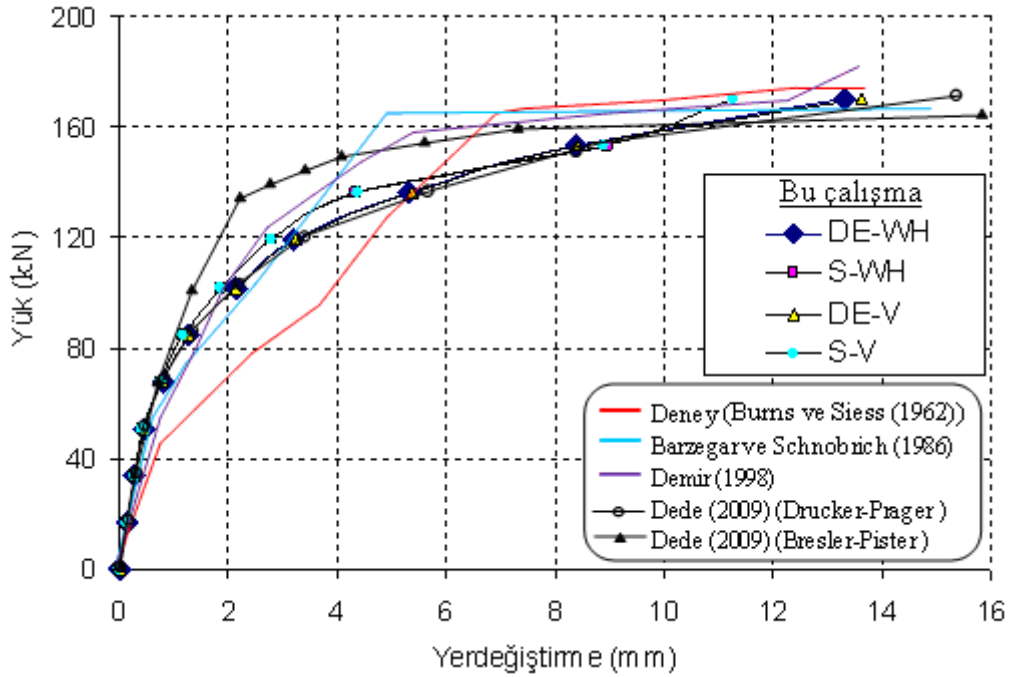


Şekil 3.2. J4 kirişi sonlu elemanlar modeli

J4 kirişinin çözümü yapılan simetrik kısmının yerdeğiştirmiş hali Şekil 3.3'de verilmektedir. Analiz sonucunda kirişin orta noktasında elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel (Burns ve Siess, 1962) ve sayısal (Barzegar ve Schnobrich, 1986; Demir, 1998; Dede 2009) olarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile karşılaştırılmalı olarak Şekil 3.4' te verilmektedir. Dede (2009) tarafından elde edilen sonuçlarda Drucker-Prager ve Bresler Pister akma kriterleri kullanılmıştır. Analiz gerçekleştirilirken Ottosen kriteri ile birlikte farklı gerilme-şekildeğiştirme eğrileri de (bkz. Tablo.3.1) kullanılmıştır.



Şekil 3.3. J4 kirişinin yerdeğiştirmiş hali



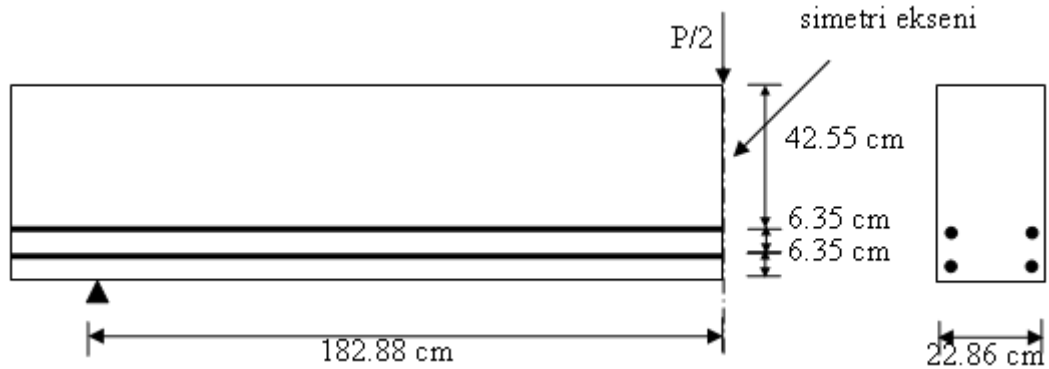
Şekil 3.4. Ottosen kriterinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması

Şekil 3.4'den görüldüğü gibi, yeni bir kriter olarak kullanılan Ottosen kriterinin kullanılması durumunda çekmede Wang-Hsu ve Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ile basınçta doğrusal elastik ve Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrileri kullanılarak bu çalışmada elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri hem deneysel olarak Burns ve Siess (1962) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisi hemde Barzegar ve Schnobrich (1986), Demir (1998) ve Dede (2009) tarafından sayısal olarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisinde olduğu gözlenmiştir. Özet olarak J4 kirişi için

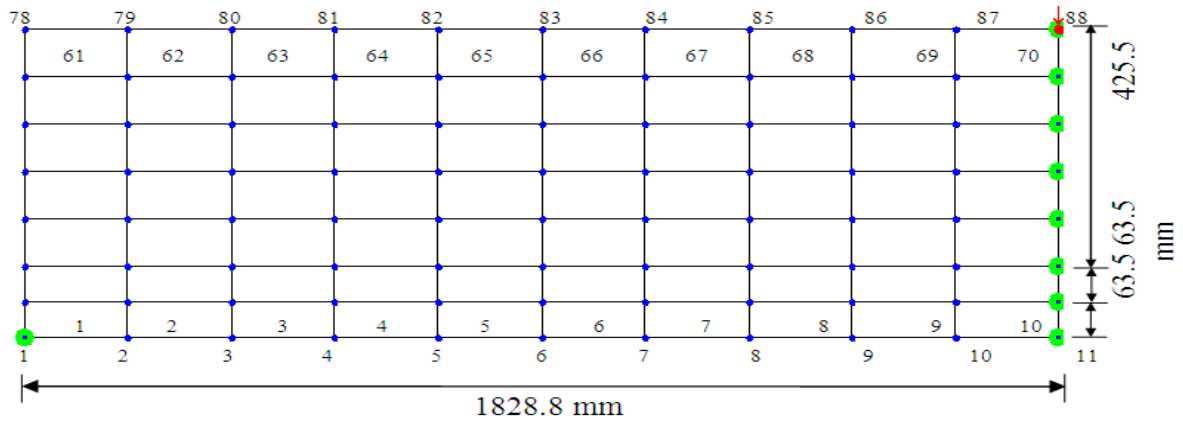
elde edilen sonuçlardan da görüleceği üzere bu çalışmada dikkate alınan Ottosen kriteri betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizinde etkin bir şekilde kullanılabilir.

3.1.2. Bresler/Scordelis (BS) Kirişi

Bresler-Scordelis kirişi orta açıklığında tekil yüke maruz bırakılan basit mesnetli bir kiriş olup deneysel çalışması Bresler ve Scordelis (1964) tarafından gerçekleştirilmiştir (Wang ve Hsu, 2001). Geometrik özellikleri ve enkesit detayı Şekil 3.5’de verilen Bresler-Scordelis (BS) kirişinin çözümünde simetriden yararlanılmış ve Şekil 3.6’da görüldüğü gibi modelde 70 adet sonlu eleman kullanılmıştır. Kirişin analizinde betonun elastisite modülü $E_c=21300 \text{ N/mm}^2$, basınç dayanımı $f_c=24,5 \text{ N/mm}^2$, çekme dayanımı $f_t=1,54 \text{ N/mm}^2$ ve donatı için elastisite modülü $E_s=191400 \text{ N/mm}^2$, içsel sürtünme açısı 28° ve kohezyon 2.8 N/mm^2 olarak dikkate alınmıştır.

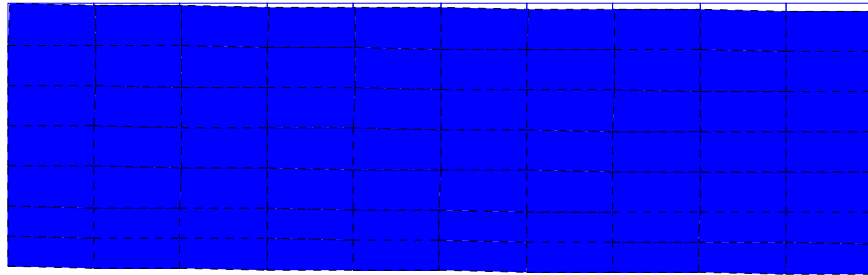


Şekil 3.5. Bresler-Scordelis kirişi kesit ve boyutları

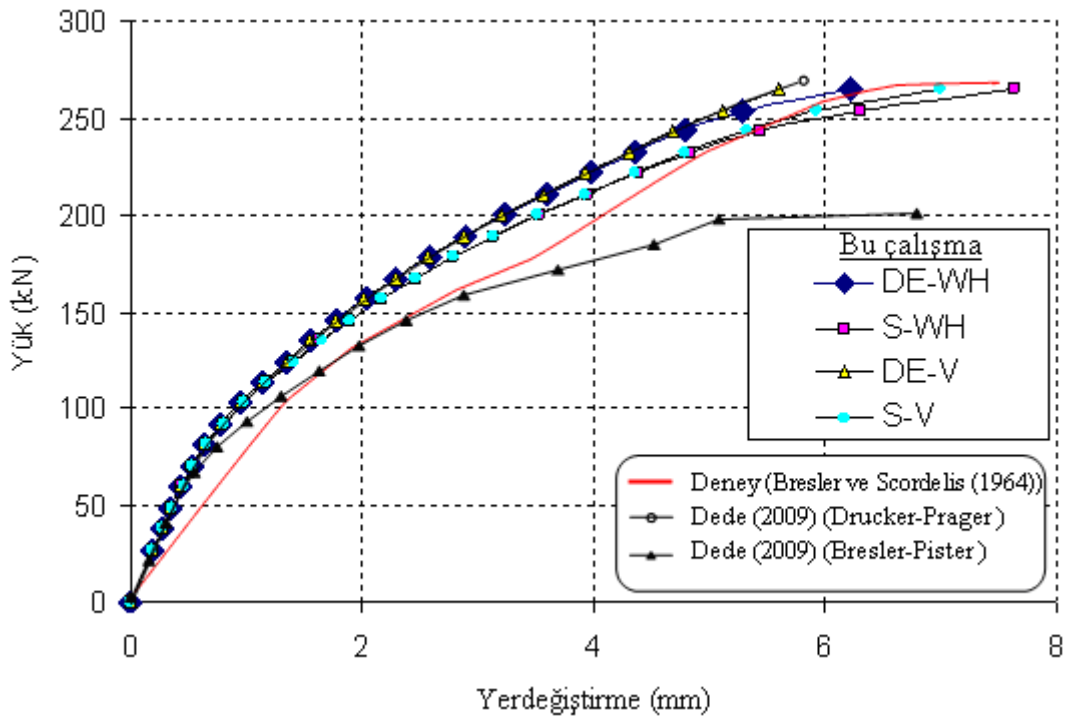


Şekil 3.6. Bresler-Scordelis kirişi sonlu elemanlar modeli

Bresler-Scordelis kirişinin çözümü yapılan simetrik kısmının yerdeğiştirmiş hali Şekil 3.7’de verilmektedir. Analiz sonucunda kirişin orta noktasında elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel olarak Bresler ve Scordelis (1964) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisi ve Dede (2009) tarafından sayısal olarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile karşılaştırılmalı olarak Şekil 3.8’de verilmektedir. Analiz gerçekleştirilirken Ottosen kriteri ile birlikte farklı gerilme-şekildeğiştirme eğrileri de (bkz. Tablo 3.1) kullanılmıştır.



Şekil 3.7. Bresler-Scordelis kirişinin yerdeğiştirmiş hali

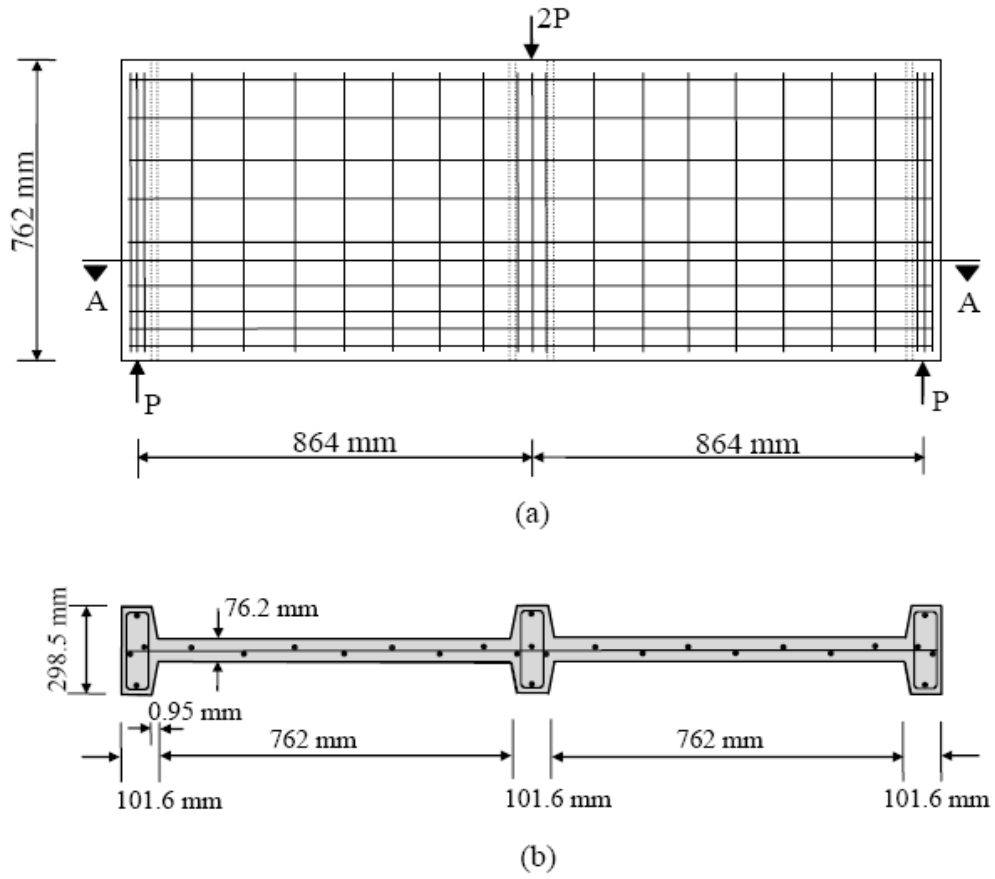


Şekil 3.8. Ottosen kriterinin dikkate alınması durumunda Bresler-Scordelis kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğriler ile karşılaştırılması

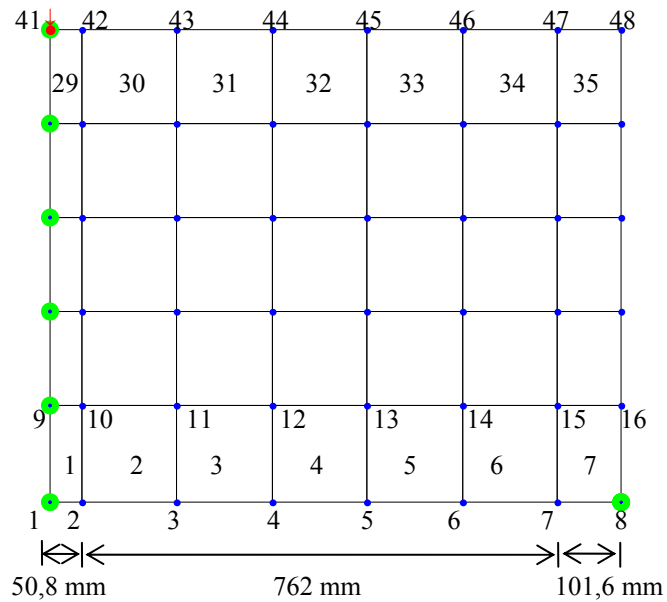
Şekil 3.8'den görüldüğü gibi, yeni bir kriter olarak kullanılan Ottosen kriterinin kullanılması durumunda çekmede Wang-Hsu ve Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ile basınçta doğrusal elastik ve Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrileri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel olarak Bresler ve Scordelis (1964) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisi ve Dede (2009) tarafından sayısal olarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisinde. Özet olarak Bresler-Scordelis kirişi için elde edilen sonuçlardan da görüleceği üzere bu çalışmada dikkate alınan Ottosen kriteri betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizinde etkin bir şekilde kullanılabilir.

3.1.3. Panel Kiriş

Cervenka ve Gerstle (1971) tarafından test edilen panel kirişin geometrik özellikleri, donatı detayı ve yükleme durumu Şekil 3.9'da verilmektedir (Kwak ve Kim, 2001). Kirişin analizinde beton için $E_c=20000 \text{ N/mm}^2$, $f_c=26.8 \text{ N/mm}^2$, $f_t=1.71 \text{ N/mm}^2$ ve donatı için $E_s=190000 \text{ N/mm}^2$, içsel sürtünme açısı 30° ve kohezyon 2.5 N/mm^2 olarak dikkate alınmıştır. Panel kiriş 76,2 mm kalınlığında iki gövde ile 298,5 mm kalınlığında üç dışden oluşmaktadır. Global x ve y doğrultularındaki donatı oranları 1-7 numaralı elamanlarda x doğrultusunda gövdede 0,0092 dış de 0,0023, y doğrultusunda gövdede 0,0092 dış de 0,0047 8-35 numaralı elamanlarda x doğrultusunda gövdede 0,0183 dış de 0,0047, y doğrultusunda gövdede 0,0092 dış de 0,0047 olarak alınmıştır. Panel kirişin çözümünde simetriden yararlanılmış ve modelde ideal sonlu eleman ağını belirlemek için maksimum yerdeğiştirme yakınsaması kontrol edilerek kabul edilebilir sonuç veren 35 adet sonlu eleman kullanılmıştır (Şekil 3.10).

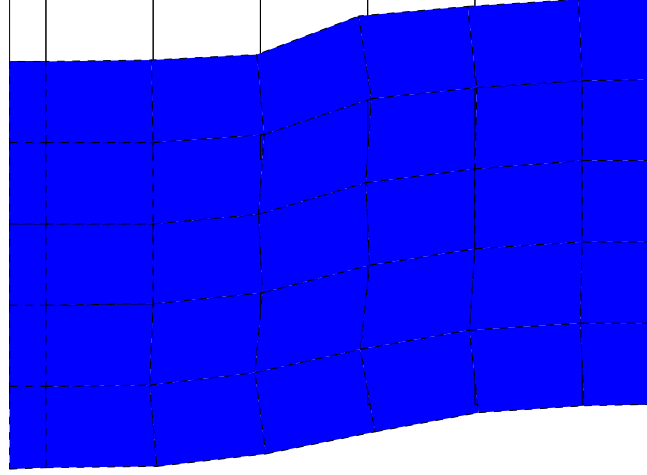


Şekil 3.9. Panel kirişin (a) geometrik özellikleri (b) A-A kesiti

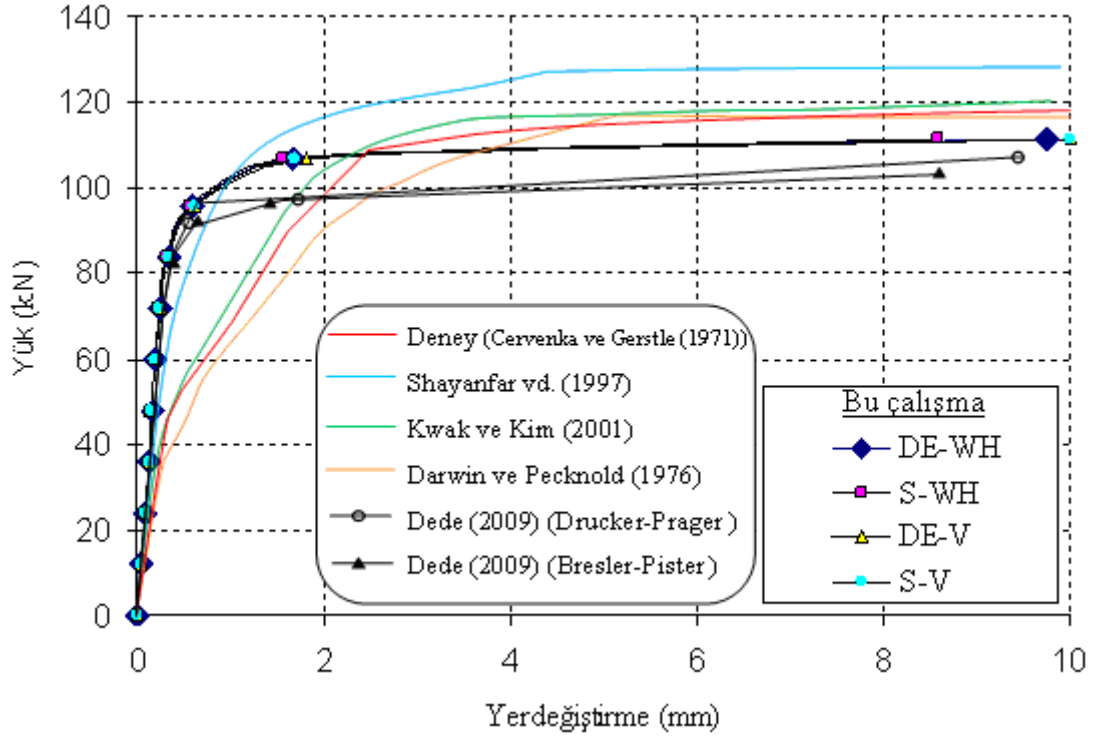


Şekil 3.10. Panel kirişin sonlu elemanlar modeli

Panel kirişin çözümü yapılan simetrik kısmının yerdeğiştirmiş hali Şekil 3.11’de verilmektedir.



Şekil 3.11. Panel kirişin yerdeğiştirmiş hali



Şekil 3.12. Ottosen kriterinin dikkate alınması durumunda Panel kirişin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğriler ile karşılaştırılması

Analiz sonucunda kirişin orta noktasında elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri literatürde deneysel ve analitik olarak verilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile karşılaştırılmalı olarak Şekil 3.12’de verilmektedir. Analiz gerçekleştirilirken Ottosen kriteri ile birlikte farklı gerilme-şekildeğiştirme eğrileri de (bkz. Tablo 3.1) kullanılmıştır.

Şekil 3.12’den görüldüğü gibi yeni bir kriter olarak kullanılan Ottosen kriterinin kullanılması durumunda çekmede Wang-Hsu ve Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ile basınçta doğrusal elastik ve Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrileri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri literatürde deneysel ve analitik olarak verilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisinde. Özet olarak Panel kiriş için elde edilen sonuçlardan da görüleceği üzere bu çalışmada dikkate alınan Ottosen kriteri betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizinde etkin bir şekilde kullanılabilir.

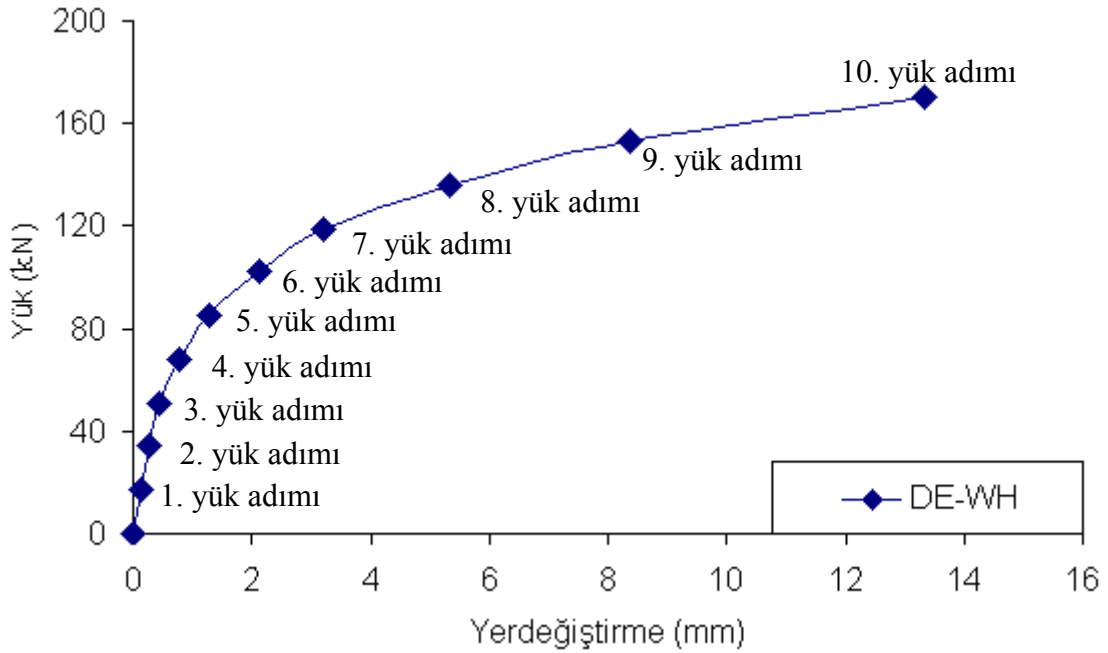
3.2. Dinamik Analiz

Çalışma kapsamında statik analizi gerçekleştirilen J4 kirişi üzerinde serbest ve zorlanmış titreşim analizleri gerçekleştirilmiştir. Analiz gerçekleştirilirken Ottosen kriteri ile birlikte basınçta doğrusal elastik çekme için Wang ve Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrileri kullanılmıştır. Geliştirilen programla J4 kirişi üzerinde gerçekleştirilen dinamik analizden elde edilen bulgular aşağıdaki alt başlıklarda verilmekte ve irdelenmektedir.

3.2.1. Serbest Titreşim Analizi

Geliştirilen program ile geometrik özellikleri ve enkesit detayı daha önce verilen (bkz. Şekil 3.1) J4 kirişinin malzeme bakımından doğrusal olmayan serbest titreşim analizi gerçekleştirilmiştir. Bu analizde Ottosen kriteri ile birlikte basınçta doğrusal elastik, çekmede Wang ve Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrileri kullanılmıştır. Kirişin çözümünde yine simetriden yararlanılmış ve yapılan çalışmalar kısmında elde edilen veriler ışığında modelde 45 adet sonlu eleman kullanılmıştır. Kirişin analizinde betonun elastisite modülü $E_c=26200 \text{ N/mm}^2$, basınç dayanımı $f_c=33 \text{ N/mm}^2$, çekme dayanımı $f_t=3.5 \text{ N/mm}^2$ ve donatı için elastisite modülü $E_s=203000 \text{ N/mm}^2$, akma dayanımı $f_y=310 \text{ N/mm}^2$, içsel sürtünme açısı 30° ve kohezyon 2.95 N/mm^2 , $\rho= 25 \cdot 10^{-10} \text{ N s}^2/\text{mm}^4$ ve $\nu=0,2$ olarak dikkate alınmıştır.

J4 kirişinin doğrusal olmayan analizinde yük 10 adıma bölünmüştür (Şekil 3.13). Bu şekilden görüldüğü gibi 3. yük adımından sonra akma 10. yük adımında da göçme meydana gelmektedir. Rijitlik matrisi uygulanan yüke bağlı olarak değişmektedir. Bu nedenle önceden gerçekleştirilen statik analiz sonuçlarına göre 4 kritik nokta belirlenmiş ve bu noktalarda malzeme bakımından doğrusal olmayan serbest titreşim analizi gerçekleştirilmiştir. Bunlardan ilki başlangıç noktası, ikincisi 3. yük adımına karşılık gelen akmanın başlamasından hemen önceki nokta, üçüncüsü akma ile göçme noktaları arasındaki 7. yük adımına karşılık gelen nokta ve son noktada 10. yük adımındaki göçmeden hemen önceki noktadır. Her bir noktada rijitlik ve kütle matrisi elde edilerek titreşim analizi gerçekleştirilmiş ve mod şekilleri ile bu mod şekillerine karşılık gelen frekans değerleri elde edilmiştir. Elde edilen ilk 10 mod şekline karşılık gelen doğrusal olmayan frekans değerleri Tablo 3.2’de ve Şekil 3.14’de sunulmaktadır. Ayrıca her bir yük adımında yapılan serbest titreşim analizi sonucu elde edilen ilk 6 mod şekilleri Şekil 3.15, Şekil 3.16, Şekil 3.17 ve Şekil 3.18’de verilmektedir.

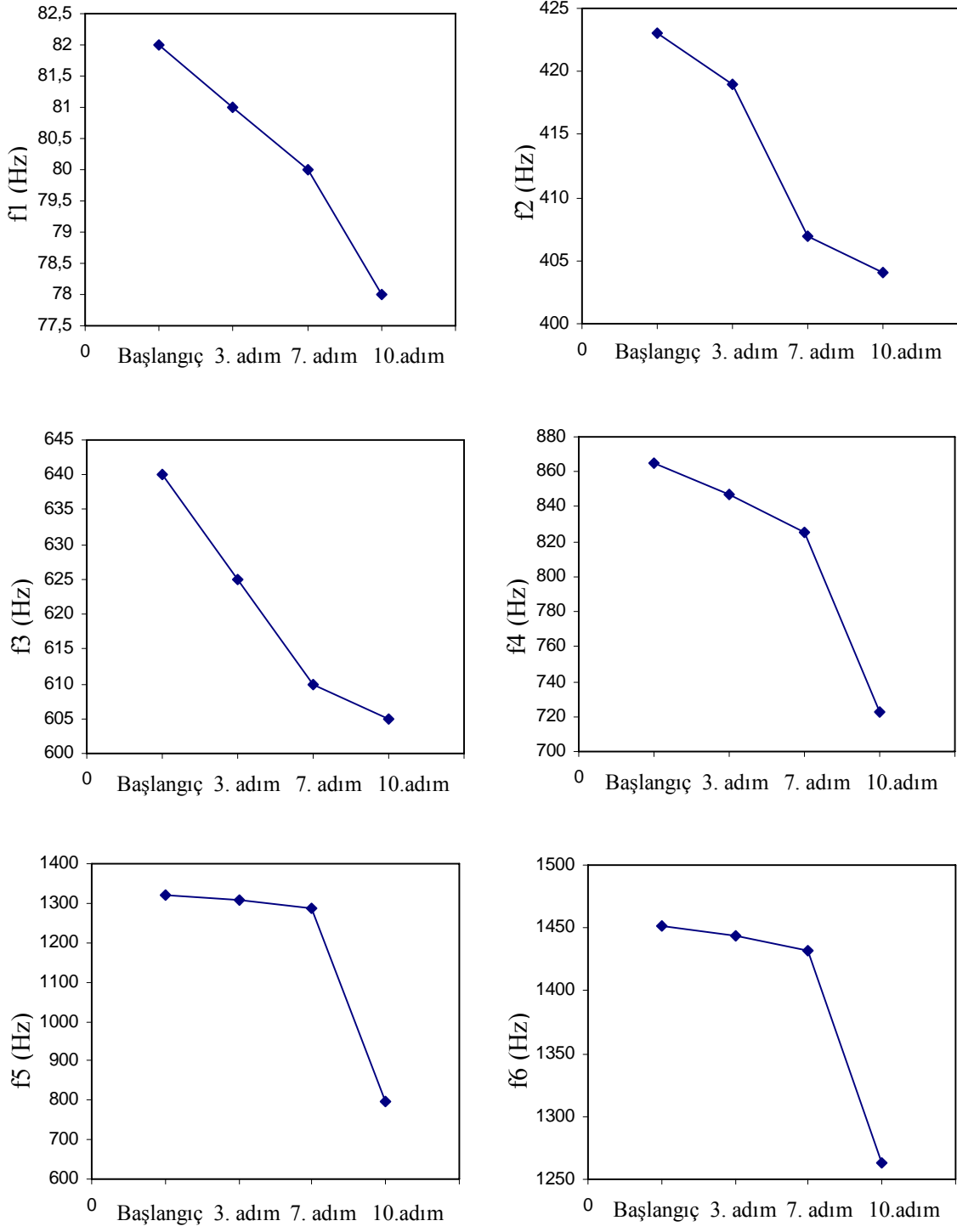


Şekil 3.13. J4 kirişi yük-yerdeğiştirme grafiği üzerinde yük adımlarının gösterimi

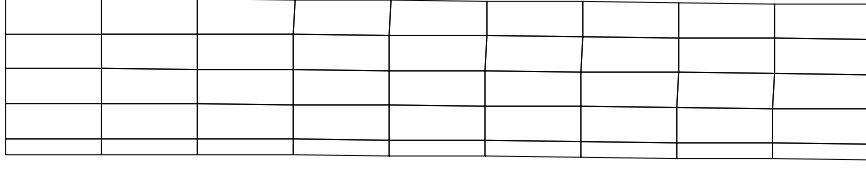
Tablo 3.2. Başlangıçta, 3. yük adımında, 7. yük adımında ve 10. yük adımında elde edilen doğrusal olmayan frekans değerleri

J4 Kirişi Frekans Değerleri (Hz)				
Mod No	Başlangıç (0. Adımda)	Akma (3. Adımda)	Arada (7. Adımda)	Göçme (10. Adımda)
1	82	81	80	78
2	423	419	407	404
3	640	625	610	605
4	865	847	825	723
5	1319	1308	1287	798
6	1451	1444	1432	1263
7	1953	1942	1922	1465
8	2295	2294	2291	1870
9	2339	2333	2317	2274
10	2635	2624	2599	2365

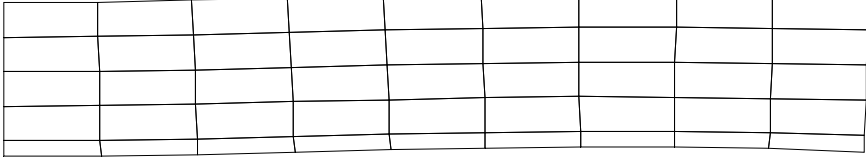
Tablo 3.2 ve Şekil 3.14'den görüldüğü gibi frekans değerleri başlangıçtan göçme noktasına doğru gidildikçe azalmaktadır. Bu davranış malzemenin doğrusal olmayan davranışı nedeniyle çatlamanın başlamasından sonra rijitlikte meydana gelen azalmadan kaynaklanmaktadır. Bu azalma miktarı moda bağlı olarak değişmektedir. Şekil 3.16, Şekil 3.17 ve Şekil 3.18'den görüldüğü gibi bazı mod şekillerinde değişimler görülmektedir. Bunun nedeni malzemenin doğrusal olmaması olarak gösterilebilir. Özetle J4 kirişinin doğrusal olmayan modal analizi gerçekleştirilmiş ve başlangıçtan göçme anına doğru frekansın azaldığı görülmüştür.



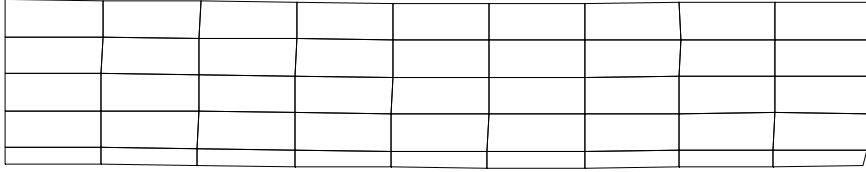
Şekil 3.14. J4 kirişinin ilk altı moduna ait frekans değerlerinin başlangıça, 3. adıma, 7. adıma ve 10. adıma göre değişimi



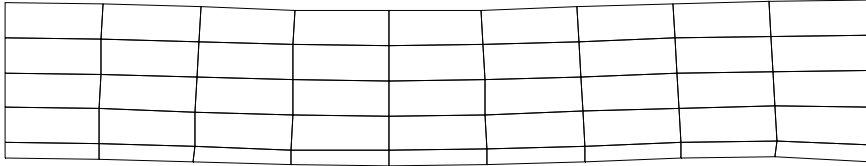
(a) 1. mod şekli



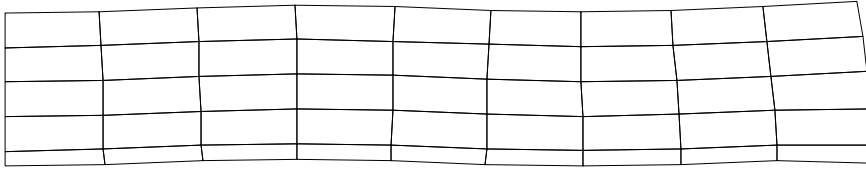
(b) 2. mod şekli



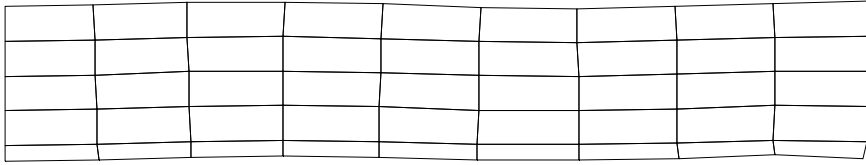
(c) 3. mod şekli



(d) 4. mod şekli

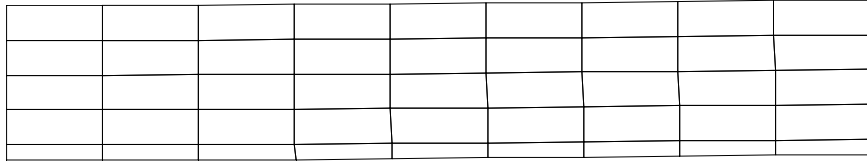


(e) 5. mod şekli

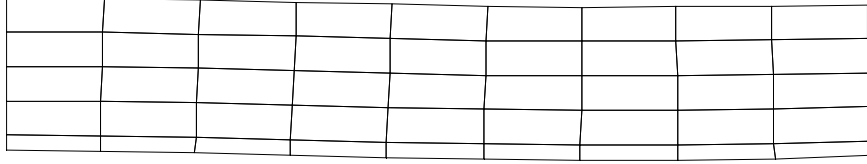


(f) 6. mod şekli

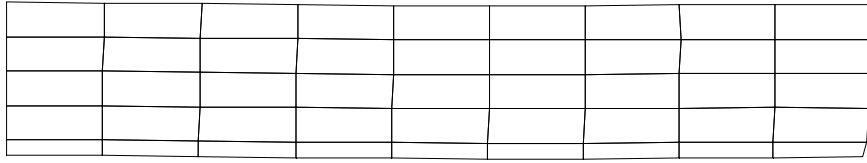
Şekil 3.15. J4 kirişinin 0. adımdaki (başlangıç) mod şekilleri



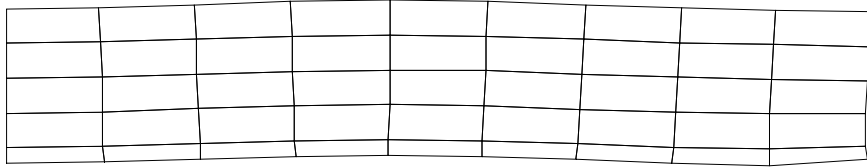
(a) 1. mod şekli



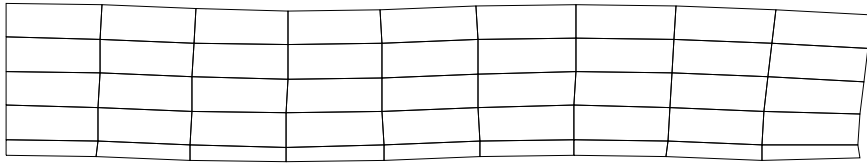
(b) 2. mod şekli



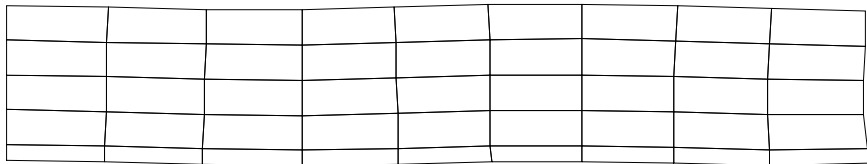
(c) 3. mod şekli



(d) 4. mod şekli

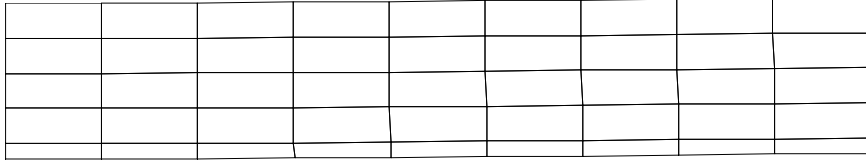


(e) 5. mod şekli

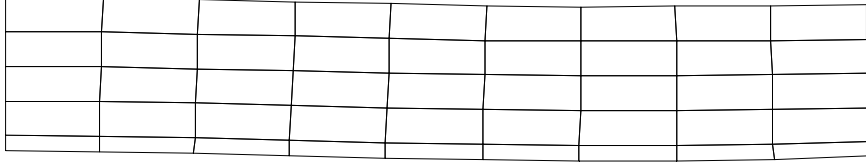


(f) 6. mod şekli

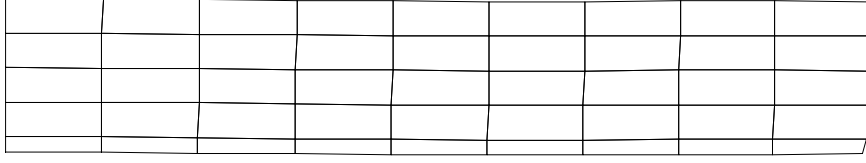
Şekil 3.16. J4 kirişinin 3. yük adımındaki mod şekilleri



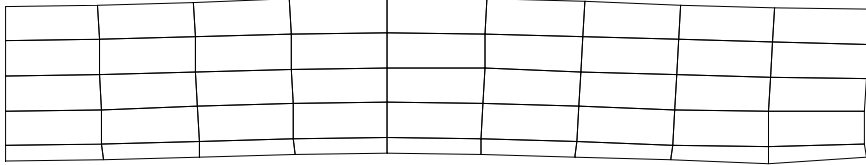
(a) 1. mod şekli



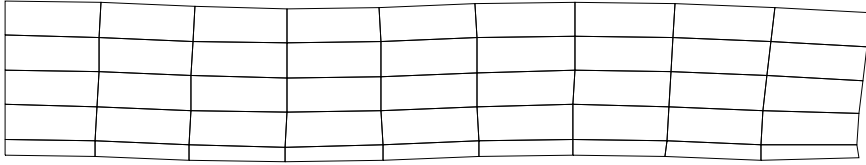
(b) 2. mod şekli



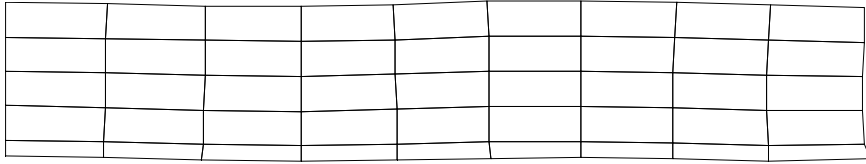
(c) 3. mod şekli



(d) 4. mod şekli

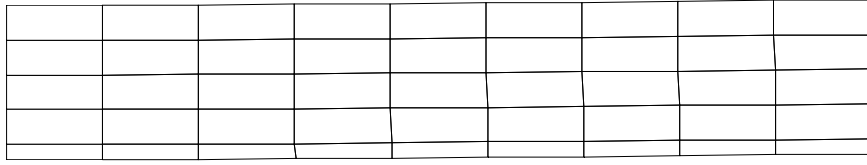


(e) 5. mod şekli

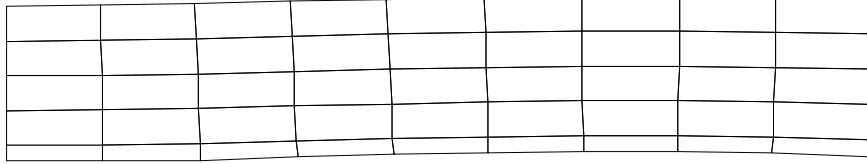


(f) 6. mod şekli

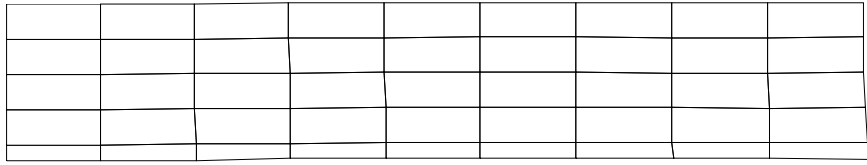
Şekil 3.17. J4 kirişinin 7. yük adımındaki mod şekilleri



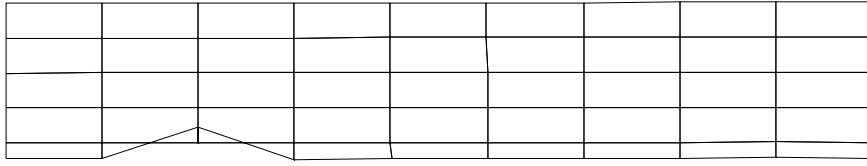
(a) 1. mod şekli



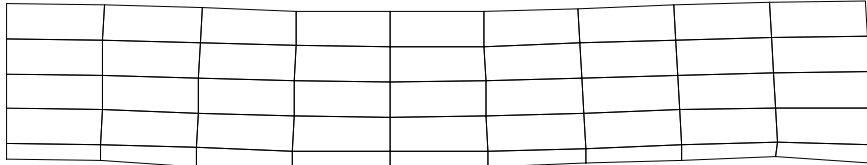
(b) 2. mod şekli



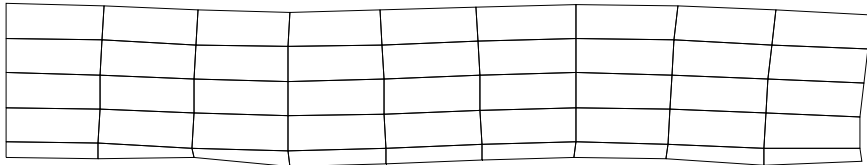
(c) 3. mod şekli



(d) 4. mod şekli



(e) 5. mod şekli



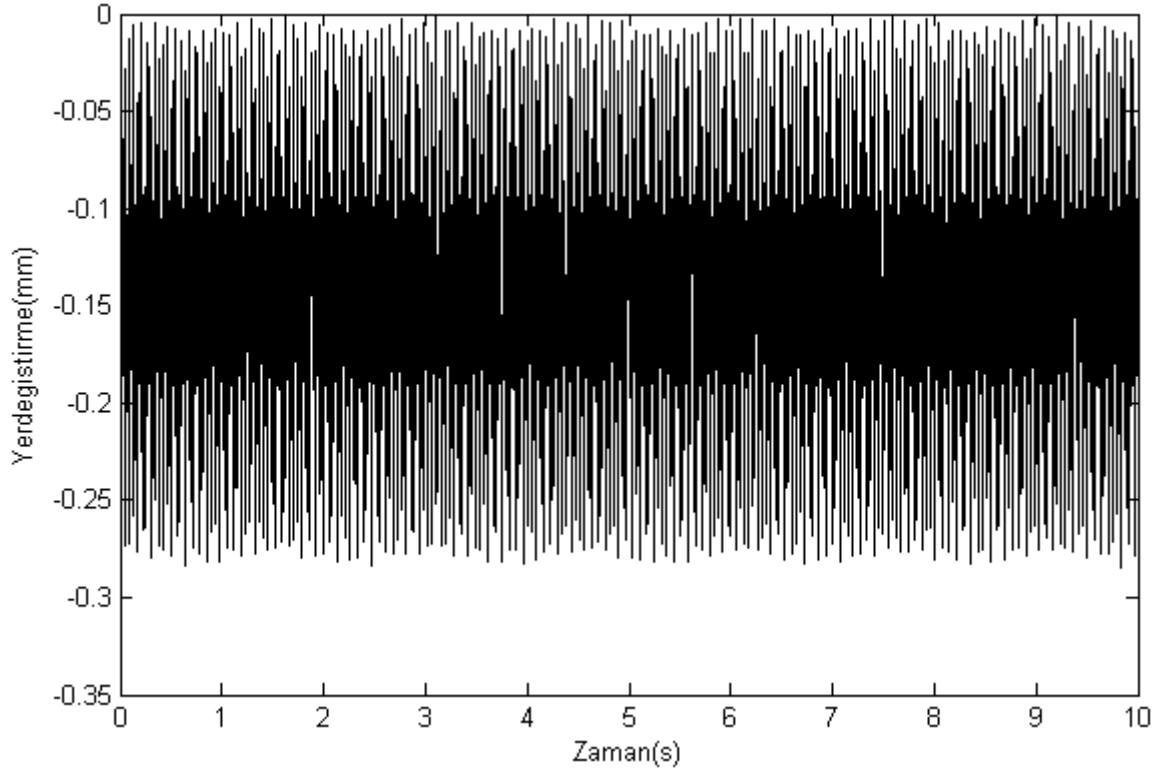
(f) 6. mod şekli

Şekil 3.18. J4 kirişinin 10. yük adımındaki mod şekilleri

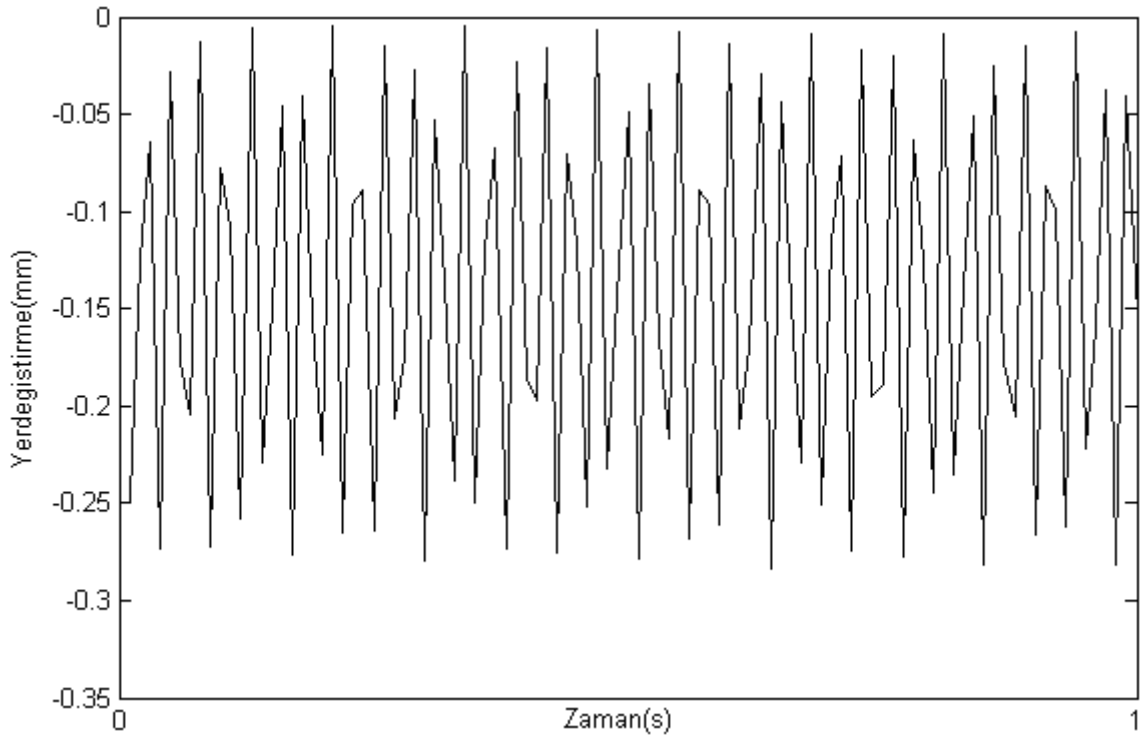
3.2.2. Zorlanmış Titreşim Analizi

Geliştirilen program ile serbest titreşim analizi gerçekleştirilen, geometrik özellikleri, enkesit detayı ve malzeme özellikleri daha önce verilen J4 kirişinin (bkz. Şekil 3.1) malzeme bakımından doğrusal olmayan serbest titreşim analizi yapılan noktalardan başlangıç yerine birinci yük artım noktası alınmak suretiyle diğer noktalarda etkiyen yük altında zorlanmış titreşim analizi gerçekleştirilmiştir. Analiz gerçekleştirilirken Ottosen kriteri ile birlikte basınçta doğrusal elastik, çekme için Wang ve Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrileri kullanılmıştır. Kirişin çözümünde yine simetriden yararlanılmış ve yapılan çalışmalar kısmında elde edilen veriler ışığında modelde 45 adet sonlu eleman ve zaman artımı olarakta $\Delta t=0,01$ olarak dikkate alınmıştır.

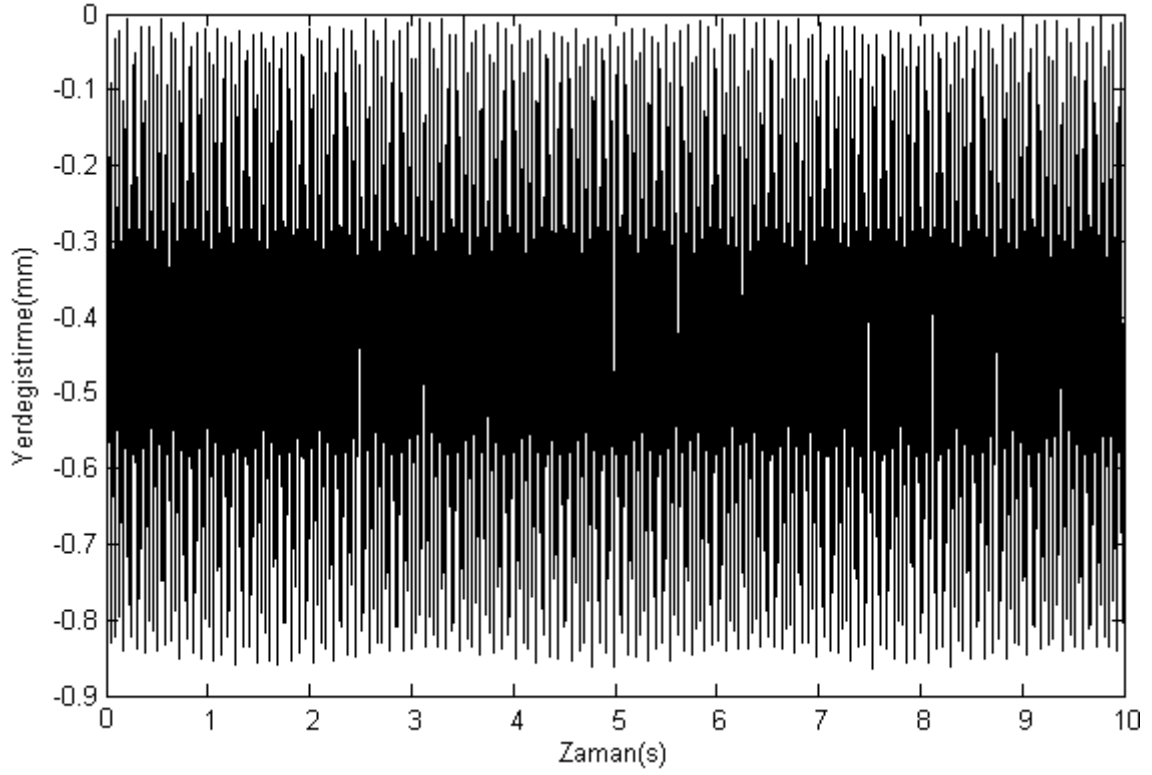
Doğrusal olmayan analiz süreci boyunca meydana gelen dinamik değişimi belirlemek için her bir yük artımının ilk adımında dinamik analizler gerçekleştirilmiştir. Bu şekilde elde edilen yerdeğiştirmenin zamanla değişimi başlangıçtan hemen sonraki birinci yük artımı için Şekil 3.19 ve Şekil 3.20'de, üçüncü yük artımı için Şekil 3.21 ve Şekil 3.22'de, yedinci yük artımı için Şekil 3.23 ve Şekil 3.24'de ve onuncu yük artımı için Şekil 3.25 ve Şekil 3.26'de verilmektedir.



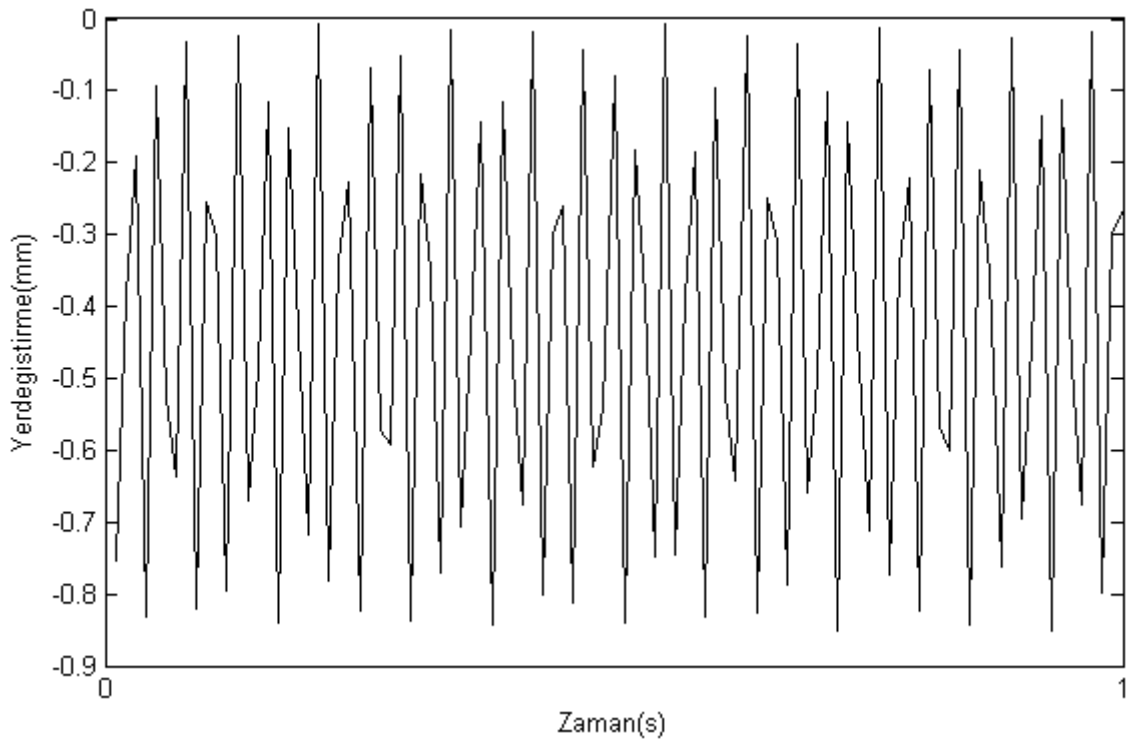
Şekil 3.19. J4 kirişinin birinci yük artımında elde edilen yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi



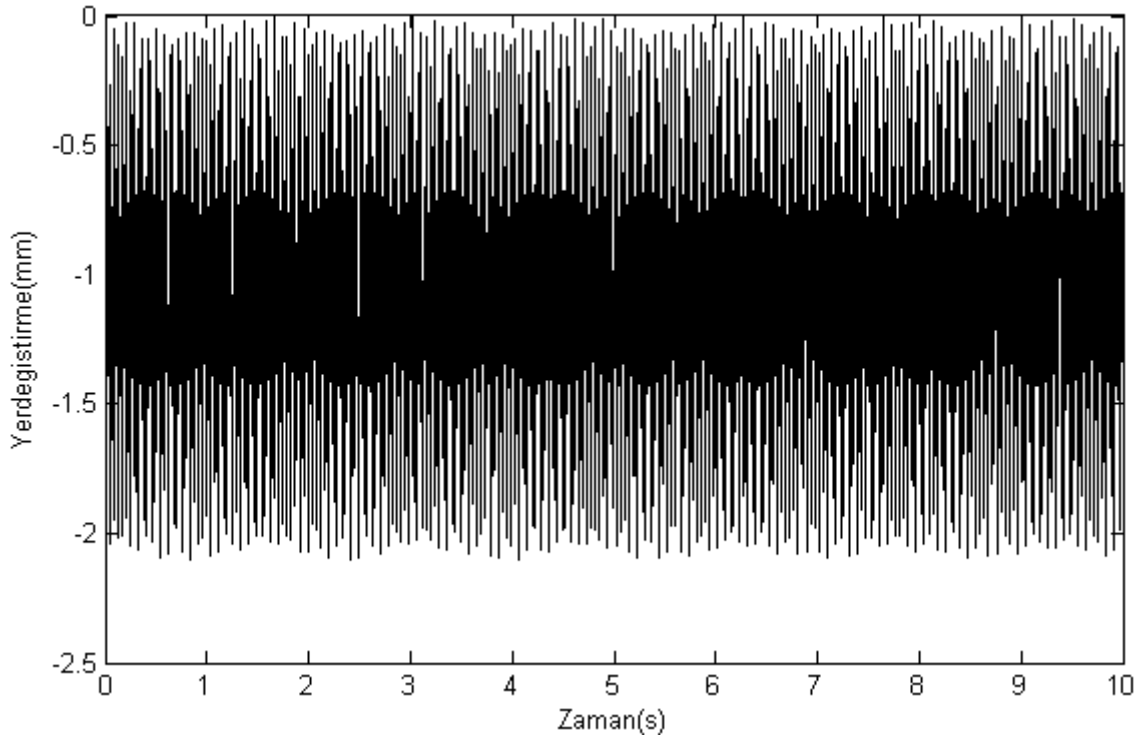
Şekil 3.20. J4 kirişinin birinci yük artımında elde edilen yerdeğiştirmesinin zamanla değişiminin detayı



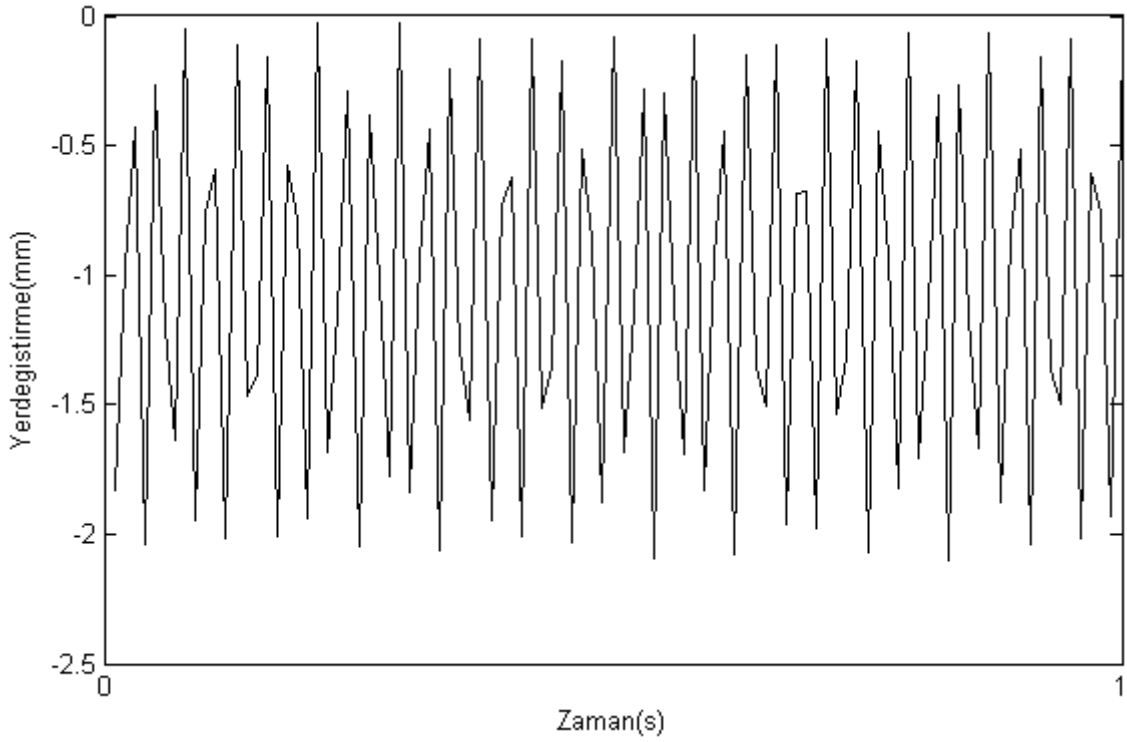
Şekil 3.21. J4 kirişinin üçüncü yük artımında elde edilen yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi



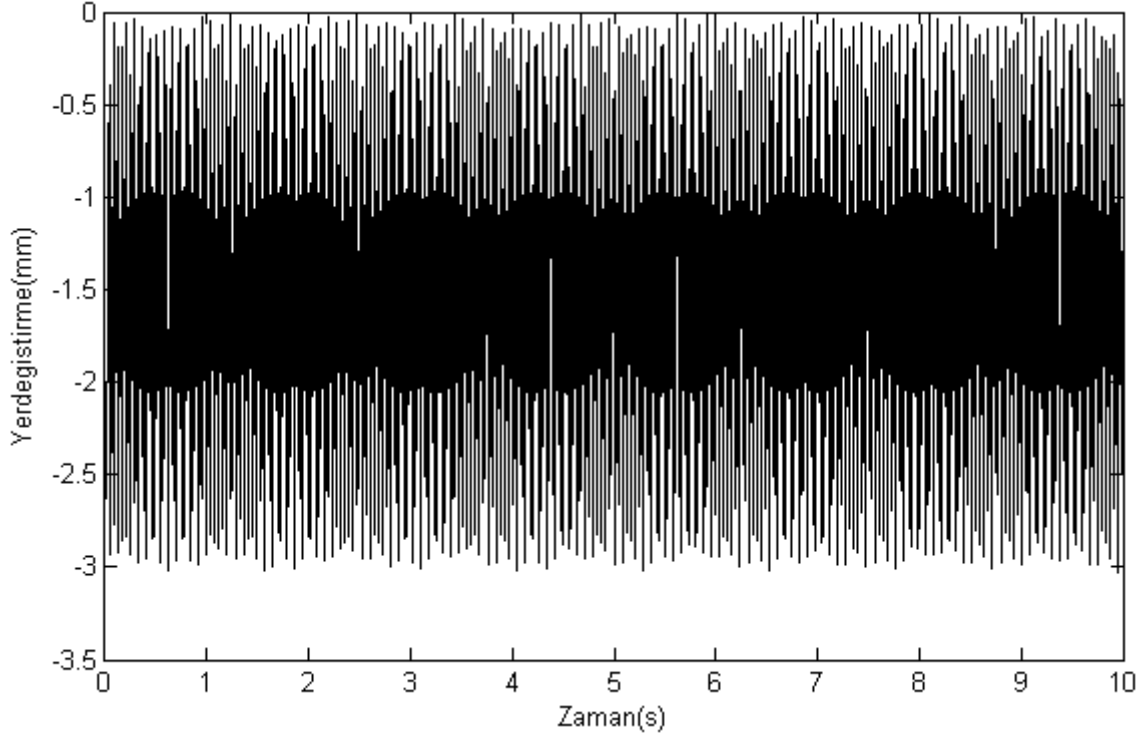
Şekil 3.22. J4 kirişinin üçüncü yük artımında elde edilen yerdeğiştirmesinin zamanla değişiminin detayı



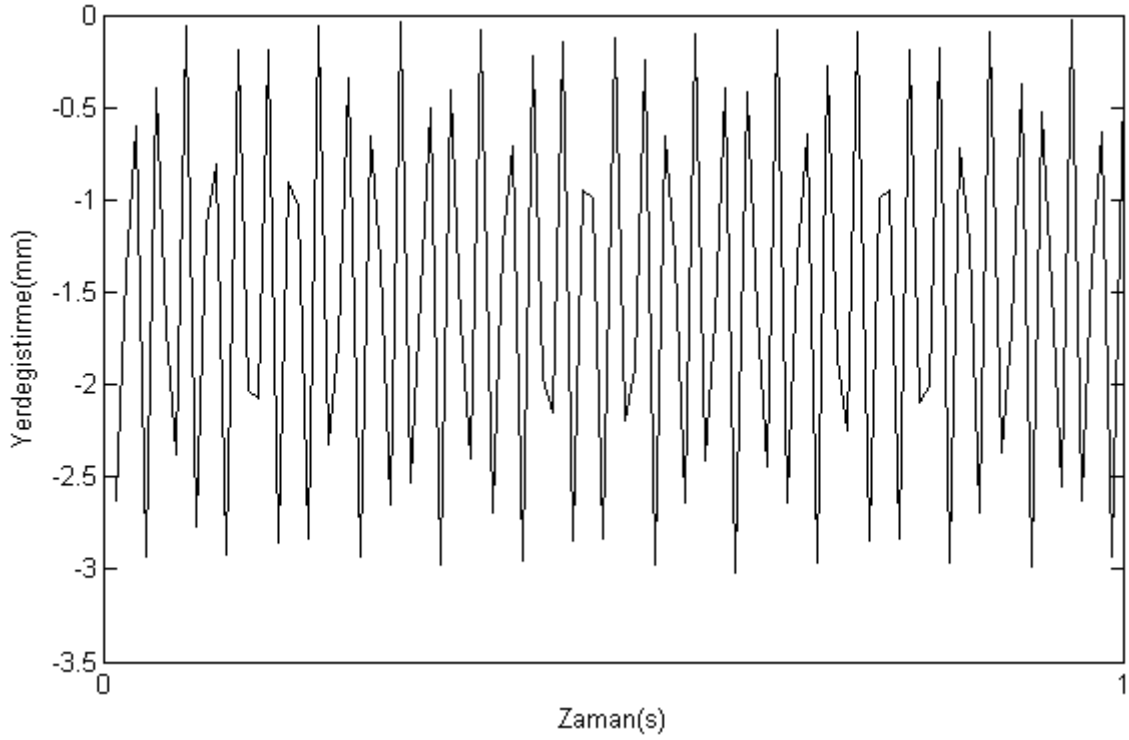
Şekil 3.23. J4 kirişinin yedinci yük artımında elde edilen yerdeğişirmesinin zamanla değişimi



Şekil 3.24. J4 kirişinin yedinci yük artımında elde edilen yerdeğişirmesinin zamanla değişiminin detayı



Şekil 3.25. J4 kirişinin onuncu yük artımında elde edilen yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi



Şekil 3.26. J4 kirişinin onuncu yük artımında elde edilen yerdeğiştirmesinin zamanla değişiminin detayı

Şekil 3.19'dan görüldüğü gibi, J4 kirişinin birinci yük adımında elde edilen yerdeğiştirmesi 9,84 sn'de 0,2844 mm olarak maksimum değerine ulaşmıştır. Şekil 3.21'den görüldüğü gibi, J4 kirişinin üçüncü yük adımında elde edilen yerdeğiştirmesi 7,53 sn'de 0,8633 mm olarak maksimum değerine ulaşmıştır. Şekil 3.23'den görüldüğü gibi, J4 kirişinin yedinci yük adımında elde edilen yerdeğiştirmesi 0,83 sn'de 2,0993 mm olarak maksimum değerine ulaşmıştır. Şekil 3.25'den görüldüğü gibi, J4 kirişinin onuncu yük adımında elde edilen yerdeğiştirmesi 9,96 sn'de 3,0302 mm olarak maksimum değerine ulaşmıştır.

Şekil 3.19, Şekil 3.21, Şekil 3.23 ve Şekil 3.25'den görüldüğü gibi maksimum yerdeğiştirme onuncu yük adımında, maksimumların en küçüğü ise birinci yük adımında meydana gelmektedir.

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmanın amacı betonarme kirişlerin malzeme bakımından doğrusal olmayan davranışını incelemek üzere literatürde önerilen ancak hiç kullanılmayan Ottosen akma kriterinin etkinliğini araştırmak ayrıca betonarme kirişlerin yük-yerdeğiştirme eğrisinde belirlenen başlangıç, akma ve göçme noktaları gibi belirli noktalarda serbest ve zorlanmış titreşim analizini yaparak meydana gelen dinamik değişimin incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda Dede (2009) tarafından MATLAB programlama dilinde önceden geliştirilen 2 yerdeğiştirme serbestliğine ve toplamda 8 yerdeğiştirme serbestliğine sahip olan dörtgen eleman kullanılmıştır. Programa betonarme kirişlerin lineer olmayan analizi için kullanılmayan Ottosen akma kriteri eklenmiş, dinamik analiz için kütle matrisi ve dinamik denklem çözüm yöntemi olan Newmark- β yöntemi kodlanmıştır. Betonarme kirişlerin malzeme bakımından doğrusal olmayan analizlerinin gerçekleştirilmesinde bu çalışmadan elde edilen bulgulara ve yapılan çalışmalara bağlı olarak çıkartılabilecek başlıca sonuç ve öneriler aşağıda verilmektedir.

Literatürde rastlanılmayan ancak beton için önerilen Ottosen akma kriterine ait plastik rijitlik matrisleri bu çalışmada elde edilmiştir. Bu plastik rijitlik matrisi geliştirilen bilgisayar programına kodlanmış ve bu kriterle elde edilen bulguların bu çalışmada karşılaştırılmak üzere dikkate alınan kriterlerden elde edilmiş olan bulgularla uyum içerisinde olduğu dolayısıyla da bu kriterin de betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizinde etkin bir şekilde kullanılabileceği belirlenmiştir.

Geliştirilen program ile kirişlerin lineer olmayan çözüm yönteminde başlangıç, akma, bir ara nokta ve göçme anına ait serbest titreşim analizi yapılmış frekans değerleri bulunup mod şekilleri sunulmuştur. Frekans değerleri başlangıçtan göçme noktasına doğru gidildikçe azalmaktadır. Bu azalma malzemenin doğrusal olmayan davranışı nedeniyle çatlamanın başlamasından sonra rijitlikte meydana gelen azalmadan kaynaklanmaktadır. Bu azalmanın düzeyi moda bağlı olarak değişmektedir.

Bu çalışmada kullanılan Ottosen kriterinin betonarme kirişlerin doğrusal olmayan dinamik analizinde etkin bir şekilde kullanılabileceği belirlenmiştir.

Bu çalışmada özetlenen ancak literatürde hiç kullanılmayan diğer akma kriterlerinin de kullanılarak elde edilecek sonuçların literatürde verilenlerle karşılaştırılmasında fayda bulunmaktadır.

Bu çalışmada özetlenen ancak literatürde hiç kullanılmayan, beton için önerilen gerilme-şekildeğiştirme eğrilerinin kullanılması önerilmektedir.

Tekrarlı yüklemeler altında malzemedeki değişimleri dikkate alabilmek için malzeme bakımından doğrusal olmayan dinamik analizin deprem hareketi altında yapılmasında fayda bulunmaktadır.

5. KAYNAKLAR

- Abbas, H., Gupta N.K. ve Alam M., 2004. Nonlinear Response of Concrete Beams and Plates Under Impact Loading, International Journal of Impact Engineering, 30, 8-9, 1039-1053.
- Abbasi M. S. A., Baluch M. H., Azad A. K. ve Rahman H. H. A., 1992. Nonlinear Finite Element Modelling of Failure Modes in RC Slabs, Computers & Structures, 42, 5, 815-823.
- Ahmed, L.A., 1991. Nonlinear Analysis of Cracked Reinforced Concrete, Yüksek Lisans Tezi, Boğaziçi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Ariss, B.M.E., 1999. Nonlinear Time-Dependent Analysis of Externally/Internally Prestressed Reinforced Concrete Beams, Doktora Tezi, Concordia University, Canada.
- Arslan, G., 2004. Yalnız Çekme Donatılı Betonarme Kirişte Sonlu Eleman Boyutunun Yük Taşıma Kapasitesi Tahminine Etkisinin Drucker-Prager ve Çatlak Modelleri ile Karşılaştırılması, Mühendislik ve Fen Bilimleri Dergisi, 3, 34-42.
- Assan, A.E., 2002. Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Cylindrical Shells, Computers and Structures, 80, 2177-2184.
- Ayoub A., 2001. A Two-Field Mixed Variational Principle for Partially Connected Composite Beams, Finite Elements in Analysis and Design, 37, 11, 929-959.
- Ayoub A., 2003. Mixed Formulation of Nonlinear Beam on Foundation Elements, Computers & Structures, 81, 7, 411-421.
- Ayoub, A. ve Flippou F.C., 1998. Nonlinear Finite- Element Analysis of RC Shear Panels and Walls, Journal of Structural Engineering, 124, 3, 298-308.
- Ayoub, A., 2006. Nonlinear analysis of reinforced concrete beam-columns with bond-slip, American Society of Civil Engineers, 32, 11, 1177-1186.
- Ayoub, A.S., 1995. Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Subassemblages, Doktora Tezi, University of California, Berkeley, 234 s.
- Ayvaz, Y., 1992. Parametric Analysis of Reinforced Concrete Slabs Subjected to Earthquake Excitation, Ph. D. Thesis, Graduate School of Texas Tech University, Lubbock, Texas.
- Ayvaz, Y., Daloğlu A. ve Doğangün A., 1998. Application of a Modified Vlasov Model to Earthquake Analysis of the Plates Resting on Elastic Foundations, Journal of Sound and Vibration, 213, 3, 499-509.

- Balan, T.A., Spacone, E. ve Kwon, M., 2001. A 3D hypoplastic model for cyclic analysis of concrete structures, *Engineering Structures*, 23, 333-342.
- Barut A., Madenci E. ve Tessler A., 1996. Nonlinear Elastic Deformations of Moderately Thick Laminated Shells Subjected to Large and Rapid Rigid-Body Motion, *Finite Elements in Analysis and Design*, 22, 1, 41-57.
- Barzegar, F. ve Schnobrich, W.C., 1986. Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Under Short Termmonotonic Loading, *Civil Engineering Studies*, SRS no 530, University of Illinious, Urbana.
- Bathe, K.J., Walczak, J., Welch, A. ve Mistry, N., 1989. Nonlinear analysis of Concrete Structures, *Computers & Structures*, 32, 3-4, 563-590.
- Bazant Z. P. ve Cedolin L., 1979. Blunt Crack Band Propagation in Finite Element Analysis, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 105, 2, 297-315.
- Bentz, E.C., 1999. Sectional Analysis of Reinforced Concrete Members, Doktora Tezi, University of Tronto.
- Beshara F. B. A., 1993. Smearred Crack Analysis for Reinforced Concrete Structures Under Blast-Type Loading, *Engineering Fracture Mechanics*, 45, 1, 119-140.
- Bhatt, P. ve Kader, M.A., 1998. Prediction of Shear Strenght of Reinforced Concrete Beams By Nonlinear Finite Element Analysis, *Computers and Structures*, 68, 139-155.
- Bhatti, A.O., Kishi, N., Mikami, H. ve Ando, T., 2008. Elasto-Plastic Impact Response Analysis of Shear-Failure-Type RC Beams with Shear Rebars, *Materials & Design*, 30, 3, 502-510.
- Bratina, S., Saje, M. ve Planinc, I., 2004. On Materially and Geometrically Non-Linear Analysis of Reinforced Concrete Planar Frames, *International Journal of Solids and Structures*, 41, 7181-7207.
- Bresler, B. ve Scordelis, A.C., 1964. Shear Strength of Reinforced Concrete Beams-Series II.SESM Report No 64-2, University of California, Berkeley.
- Burns, N.H. ve Siess, C.P., 1962. Load-Deformations Characteristics of Beam-Column Connections in Reinforced Concrete, *Civil Engineering Studies*, SRS No.243, University of Illinois, Urbana.
- Buyukozturk O., 1977. Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Structures, *Computers & Structures*, 7, 1, 149-156.
- Cedolin L. ve Poli S. D., 1977. Finite Element Studies of Shear-Critical R/C Beams, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 103, 3, 395-410.

- Chan C. M. ve Wang Q., (2006). Nonlinear Stiffness Design Optimization of Tall Reinforced Concrete Buildings under Service Loads, Journal of Structural Engineering, 132, 6, 978-990.
- Chan H. C., Cheung Y. K. ve Huang Y. P., 1994. Nonlinear Modelling of Reinforced Concrete Structures, Computers & Structures, 53, 5, 1099-1107.
- Chang, C.C. ve Chen, L.W., 2005. Detection of The Location And Size of Cracks in The Multiple Cracked Beam By Spatial Wavelet Based Approach, Mechanical Systems and Signal Processing, 19, 139-155.
- Chen H. M. ve Kao W. K., 2008. Computer-Aided Model Generation for Nonlinear Structural Analysis Using a Structural Component Model Database, Journal of Computing in Civil Engineering, 22, 5, 312-324.
- Chen, J., Dawe, D. J. ve Wang, S., 2000. Nonlinear Transient Analysis of Rectangular Composite Laminated Plates, Composite Structures, 49, (2), 129-139.
- Chen, W.F. ve Han, D.J., 1988. Plasticity for Structural Engineering, Springer-Verlag, New York, 606 s.
- Chen, W.F. ve Mizuno, E., 1988. Nonlinear Analysis in Soil Plasticity: Theory and Implementation, Elsevier, 661 s.
- Chen, W.F. ve Mizuno, E., 1990. Nonlinear Analysis in Soil Mechanics Theory and Implementation, Elsevier Science Publishing Company, New York, 661 s.
- Chen, W.F. ve Saleeb, A.F., 1982. Constitutive Equations for Engineering Materials, John Wiley & Sons, New York, 580 s.
- Chen, W.F., 1982. Plasticity in Reinforced Concrete, McGraw-Hill, New York, 474 s.
- Chen, W.F., 1994. Constitutive Equations for Engineering Materials, Cilt 2, Elsevier, Tokyo, 1128.
- Cofer, W. F., Zhang, Y. ve David I. McLean D. I., 2002. A Comparison of Current Computer Analysis Methods for Seismic Performance of Reinforced Concrete Members, Finite Elements in Analysis and Design, 38, 835–861.
- Colotti, V., Spadea, G. ve Swamy, R.N., 2004. Structural Model to Predict the Failure Behavior of Plated Reinforced Concrete Beams, Journal of Composites for Construction, 8, 2, 104-122.
- Colville J. ve Abbasi J., 1974. Plane Stress Reinforced Concrete Finite Elements, Journal of the Structural Division, 100, 5, 1067-1083.
- Cotsovos D. M., Stathopoulos N. D. ve Zeris C. A., (2008). Behavior of RC Beams Subjected to High Rates of Concentrated Loading, Journal of Structural Engineering, 134, 12, 1839-1851.

- Çavuş, K., 2000. Malzeme ve Geometri Değişimleri Bakımından Lineer Olmayan Sistemlerin Hesabına Yönelik Bir Yaklaşım ve Sayısal Uygulama. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Dall'Asta A., Ragni L. ve Zona A., (2008). Analytical Model for Geometric and Material Nonlinear Analysis of Externally Prestressed Beams, Journal of Engineering Mechanics, 133, 1, 117-121.
- Dede, T., 2009. Farklı Kriterler Kullanılarak Betonarme Kirişlerin Malzeme Bakımından Doğrusal Olmayan Davranışının Karşılaştırmalı Olarak İncelenmesi, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Dede, T. ve Ayvaz, Y., 2007. A Comparison Study for Materially Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Structures, International Symposium on Advances in Earthquake & Structural Engineering, Süleyman Demirel University, Isparta-Antalya, 153-162.
- Dede, T. ve Ayvaz, Y., 2007. Two-Dimensional Finite Element Model For Materially Nonlinear Analysis Of Reinforced Concrete Beams, 11th International Conference On Civil, Structural And Environmental Engineering Computing, St. Julians, Malta, 1-12.
- Dede, T. ve Ayvaz, Y., 2007. Constitutive modeling of concrete by using Saenz nonlinear stress-strain equation and von Mises criterion, International Symposium on Advances in Earthquake & Structural Engineering, Süleyman Demirel University, Isparta-Antalya, 134-141.
- Dede, T. ve Ayvaz, Y., 2009. Betonun Doğrusal Olmayan Analizinde Kullanılan Kriterler, Fırat Üniv. Fen ve Müh. Bil. Dergisi.
- Dede, T. ve Ayvaz, Y., 2009. Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Beam with/without Tension-Stiffening Effect, Materials and Design, 30, 3846–3851.
- Dede, T., Ayvaz, Y., Bekiroğlu, S. ve Çelik, H., 2008. Nonlinear Modeling of Reinforced Concrete Beam, 8th International Congress on Advances in Civil Engineering, Eastern Mediterranean University, Famagusta, North Cyprus, 4, 133-140.
- Dede, T., Çelik, H. ve Bekiroğlu, S., 2006. Betonarme Yapıların Lineer Olmayan Davranışının Modellenmesi, 7th International Conference on Advances in Civil Engineering, İstanbul, 1-10.
- Dede, T. ve Ayvaz, Y., 2007. Constitutive Modeling of Concrete by Using Saenz Nonlinear Stress-Strain Equation and Von Mises Criterion, International Symposium on Advances in Earthquake & Structural Engineering, Süleyman Demirel University, Isparta-Antalya, 134-141.
- Demir, F., 1998. Betonarme Yapı Elamanlarında Sonlu Eleman Yönteminin Uygulamaları, Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

- Dennis, S. T., 1997. A Galerkin Solution to Geometrically Nonlinear Laminated Shallow Shell Equations, Computers and Structures, 63, 5, 859-874.
- Desayi, P. ve Krishnan, S., 1964. Equation for the Stress-Strain Curve of Concrete, ACI Journal, 61, 345-350.
- Drucker, D.C. ve Prager, W., 1952. Soil Mechanics and Plasticity Analysis or Limit Design, Q. Appl. Math., 10, 2, 157-175.
- Ersoy, U., 1985. Betonarme Temel İlkeler ve Taşıma Gücü Hesabı. Cilt I, Bizim Büro Basımevi, Ankara.
- Fanning, P., 2001. Nonlinear Models of Reinforced and Post-Tensioned Concrete Beams, Electronic Journal of Structural Engineering, 2, 111-119.
- Fields, K.L., 1998. Tension Stiffening Response of High-Strength Reinforced Concrete Tensile Members, Y. Lisans Tezi, The University of New Brunswick, Canada.
- Filho L. A. D. ve Awruch A. M., 2004. Geometrically Nonlinear Static and Dynamic Analysis of Shells and Plates Using the Eight-Node Hexahedral Element with One-Point Quadrature, Finite Elements in Analysis and Design, 40, 11, 1297-1315.
- Gavriushin S. S., 2002. Nonlinear Analysis of Elastic Thin-Walled Shell Structures, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 7, 4, 223-233.
- Gilbert R. I. ve Warner R. F., 1978. Tension Stiffening in Reinforced Concrete Slabs, Journal of the Structural Division, 104, 12, 1885-1900.
- Hamed, E. ve Frostig, Y., 2004. Free Vibrations of Cracked Prestressed Concrete Beams, Engineering Structures, 26, 1611-1621.
- Han, D.J. ve Chen, W.F., 1985. A nonuniform Hardening Plasticity Model for Concrete Materials, Mechanics of Materials, 4, 283-302.
- Hand F. R., Pecknold D. A. ve Schnobrich W. C., 1973. Nonlinear Layered Analysis of RC Plates and Shells, Journal of the Structural Division, 99, 7, 1491-1505.
- Hognestad, E., 1951. A Study of Combined and Axial Load in Reinforced Concrete Members, University of Illinois Engineering Station, Bulletin Series, 399, 1.
- Hsieh, S.S., Ting, E.C. ve Chen, W.F., 1979. An Elastic-Fracture Model for Concrete, Proc. 3d Eng. Mech. Div. Spec. Conf. ASCE, Austin, 437-440.
- Hu H. T., Huang C. S. ve Chen Z. L., 2005. Finite Element Analysis of CFT Columns Subjected to an Axial Compressive Force and Bending Moment in Combination, Journal of Constructional Steel Research, 61, 12, 1692-1712.

- Hu H. T. ve Schnobrich W. C., 1991. Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Plates and Shells Under Monotonic Loading, Computers & Structures, 38, 5-6, 637-651.
- Hu, H.T., Lin, F.M. ve Jan, Y.Y., 2004. Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams Strengthened by Fiber-Reinforced Plastics, Composite Structures, 63, 271-281.
- Husem, M. ve Pul, S., 2007. Investigation of Strees-Strain Models for Confined High Streight Concrete, Sadhana, 32, 3, 243-252.
- Izzuddin B. A., Siyam A. A. F. M. ve Smith D. L., 2002. An Efficient Beam-Column Formulation for 3D Reinforced Concrete Frames, Computers & Structures, 80, 7-8, 659-676.
- İnan, M., 1988. Cisimlerin Mukavemeti, İTÜ Vakfı, No:25, 6. Baskı, İstanbul, 560 s.
- Jiang J. ve Mirza F. A., 1997. Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Slabs by a Discrete Finite Element Approach, Computers & Structures, 65, 4, 585-592.
- Joghataie A. ve Farrokh M., 2008. Dynamic Analysis of Nonlinear Frames by Prandtl Neural Networks, Journal of Engineering Mechanics, 134, 11, 961-969.
- Kaklauskas, G. ve Ghaboussi, J., 2001. Stress-Strain Relations for Cracked Tensile Concrete from RC Beam Tests, Journal of Structural Engineering, 127, 1, 64-73.
- Kawakami M. ve Ito T., 2003. Nonlinear Finite Element Analysis of Prestressed Concrete Members Using ADINA, Computers & Structures, 81, 8-11, 727-734.
- Kim J. Y., Kwun I. N. ve Kwun T. J., 2001. A Numerical Analysis Method for Layered Plate With Different Material Constants, Computers & Structures, 79, 29-30, 2663-2680.
- Kim S. E., Kim Y. ve Choi S. H., 2001. Nonlinear Analysis of 3-D Steel Frames, Thin-Walled Structures, 39, 6, 445-461.
- Köksal, H.O.,1992. Nonlinear Finite Elemant Analysis of Reinforced Concrete Structures, Y.Lisans Tezi, Boğaziçi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Kwak H. G. ve Kim D. Y., 2004. Material Nonlinear Analysis of RC Shear Walls Subject to Monotonic Loadings, Engineering Structures, 26, 11, 1517-1533.
- Kwak H. G. ve Kim J. K., 2005. Nonlinear Behavior of Slender RC Columns: (1) Numerical Formulation, Construction And Building Materials, In Press, Corrected Proof, Available Online 21 March 2005.
- Kwak H. G. ve Kim S. P., 2002. Nonlinear Analysis of RC Beams Based on Moment-Curvature Relation, Computers & Structures, 80, 7-8, 615-628.

- Kwak, H.G. ve Kim, D.Y., 2001. Nonlinear Analysis of RC Shear Walls Considering Tension-Stiffening Effect, Computers and Structures, 79, 499-517.
- Kwon, M.H., 2000. Three Dimensional Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Members, Doktora Tezi, University Of Colorado.
- Lassker, A.J., 1972. Nonlinear Behavior of Reinforced Concrete Beams by the Finite Element Method, Doktora Tezi, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich, Switzerland.
- Li, Q. S. ve Chen, J. M., 2003. Nonlinear Elastoplastic Dynamic Analysis of Single-Layer Reticulated Shells Subjected to Earthquake Excitation, Computers and Structures, 81, 177-188.
- Lobo, R.F., 1994. Inelastic Dynamic Analysis Of Reinforced Concrete Structures in Three Dimensions, Doktora Tezi, State University of New York, Buffalo.
- Lykidis G. C. ve Spiliopoulos K. V., 2008. 3D Solid Finite-Element Analysis of Cyclically Loaded RC Structures Allowing Embedded Reinforcement Slippage, Journal of Structural Engineering, 134, 4, 629-638.
- Mackerle, J., 2000. Finite Element Linear And Nonlinear, Static and Dynamic Analysis of Structural Elements ± an Addendum, Engineering Computations, 17, 3, 274-360.
- Mander, J.B., Priestly, M.J.N. ve Park, R., 1988. Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete, ASCE Journal of Structural Engineering, 114, 8, 1804-1826.
- McKenna F., Scott M. H. ve Fenves G. L., 2008. Nonlinear Structural Analysis Using Software Design Patterns, 18th Analysis and Computation Specialty Conference, pp. 1-15.
- Mirriman, A., Zagers, K. ve Yuan, W., 2000. Nonlinear Finite Element Modeling of Concrete Confined by Fiber Composites, Finite Element in Analysis and Design, 35, 79-96.
- Navakurlar, R.K. ve Hsu, C.T.T., 2001. Fracture Analysis of High Strength Concrete Members, Journal of Materials in Civil Engineering, 13, 3, 185-193.
- Neild, S.A., Williams, M.S. ve McFadden P.D., 2003. Nonlinear Vibration Characteristics of Damaged Concrete Beams, Journal of Structural Engineering, 129, 2, 260-268.
- Ngo, D. ve Scordelis, A.C., 1967. Finite Element Analysis of Concrete Beams, ACI Journal, 64, 152-163.
- Ojdrovic, N.P., 1988. Unified Procedure for the Nonlinear Finite Element Analysis of Concrete Structures Based on a New Model for Tension Stiffening, Doktora Tezi, The University of Iowa, Iowa, United States.

- Ottosen N. S., 1981. Nonlinear Finite Element Analysis of Pull-Out Test, Journal of the Structural Division, 107, 4, 591-603.
- Ottosen, N.S., 1977. A Failure Criterion for Concrete, J. Eng. Mech. Div. ASCE. 103, EM4, 527-535.
- Ouyang, C., Wollrab, E., Kulkarni, S.M. ve Shah, P.S., 1997. Prediction of Cracking Response of Reinforced Concrete Tensile Members, Journal of Structural Engineering, 123, 1, 70-78.
- Owen, D.R.J. ve Hinton, E., 1980. Finite Elements in Plasticity: Theory and Practice, Pineridge Press Limited, Swansea, U.K., 594 s.
- Özer S. Ö., 1997. Çatlak Betonarme Elemanların Sonlu Eleman Analizi. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana.
- Park, H. ve Klingner R.E., 1997. Nonlinear Finite- Element Analysis of RC Members Using Plasticity Multiple Failure Criteria, Journal of Structural Engineering, 123, 5, 643-651.
- Park, H., 1994. Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Planar Structures, Doktora Tezi, The University Of Texas, Austin.
- Parvin A. ve Wang W., 2002. Concrete Columns Confined by Fiber Composite Wraps Under Combined Axial and Cyclic Lateral Loads, Composite Structures, 58, 4, 539-549.
- Paulsgrove, G.A., 2004. A Practicing Engineer's Perspective on Nonlinear Finite Element Analysis Techniques for Reinforced Concrete Structures, Doctor of Philosophy, University of Oklahoma, Oklahoma, 368 s.
- Petrolito J. ve Legge K. A., 2001. Nonlinear Analysis of Frames with Curved Members, Computers & Structures, 79, 7, 727-735.
- Polak, M.A., 1992. Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Shells, Doktora Tezi, University of Toronto.
- Polat Z., Doran B. ve Köksal H.O., 2000. Drucker-Prager Akma Kriteri Kullanılarak Betonda Doğrusal Olmayan Davranışın İncelenmesi, Y.T.Ü. Dergisi, Sayı 1
- Popovics, S., 1973. A Numerical Approach to the Complete Stress-Strain Curve of Concrete, Cement and Concrete Research, 3, 5, 583-599.
- Prasad H. N. R., Channakeshava C., Prasad B. K. R. ve Iyengar K. T. S. R., 1993. Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Corbel, Computers & Structures, 46, 2, 343-354.
- Rahmanian, N., 2003. Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Space Frames under Combined Actions, Yüksek Lisans Tezi, University of Ottawa, Ontario.

- Saenz, L.P., 1964. Discussion of equation for the stress-strain curve of concrete by Desayi and Krishnan, American Concrete Institute Journal, 61, 3, 1229-1235.
- Sekulovic M. ve Salatic R., 2001. Nonlinear Analysis of Frames with Flexible Connections, Computers & Structures, 79, 11, 1097-1107.
- Shang, S.P., Zeng, L.H. ve Peng, H., 2005. Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Beam Strengthened with Ferrocement, Tsinghua University, 22, 3, 118-125.
- Shayanfar, M.A., Kheyroddin, A. ve Mirza, M.S., 1997. Element Size Effects in Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Members, Computers and Structures, 62, 2, 339-352.
- Silva C. M. ve Castro L. M. S. S., 2005. Hybrid-Mixed Stress Model for the Nonlinear Analysis of Concrete Structures, Computers & Structures, 83, 28-30, 2381-2394.
- Sun, C.H., Bradford, M.A. ve Gilbert, R.I., 1993. Nonlinear Analysis for Concrete Frame Structures Using the Finite Element Method, Computers and Structures, 48, 1, 73-79.
- Tedesco, W.J., Mcdougal W.G. ve Ross, C.A., 1998. Structural Dynamics, Addison Wesley Longman, Inc., California.
- Teng J. G. ve Song C. Y., 2001. Numerical Models for Nonlinear Analysis of Elastic Shells with Eigenmode-Affine Imperfections, International Journal of Solids and Structures, 38, 18, 3263-3280.
- Teng, J.G. ve Rotter, J. M., 1992. Geometrically and Materially Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Shells of Revolution, Computers and Structures, 42,3, 327-340.
- Thevendran V., Chen S., Shanmugam N. E. ve Liew J. Y. R., 1999. Nonlinear Analysis of Steel-Concrete Composite Beams Curved in Plan, Finite Elements in Analysis and Design, 32, 3, 125-139.
- Toklu Y. C., 2004. Nonlinear Analysis of Trusses Through Energy Minimization, Computers & Structures, 82, 20-21, 1581-1589.
- Valliappan S. ve Dolan T. F., 1972. Nonlinear Stress Analysis of Reinforced Concrete, Journal of the Structural Division, 98, 4, 885-898.
- Wang, G.G. ve Hsu, C.T.T., 1998. Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Columns by Cubic-Spline Function, Journal of Structural Engineering, 124, 7, 803-810.
- Wang, T. ve Hsu, T.T.C., 2001. Nonlinear Finite Element Analysis of Concrete Structures Using New Constitutive Models, Computers and Structures, 79, 2781-2791.
- Weaver, W. ve Johnston, P.R., 1984. Finite Elements for Structural Analysis, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 200-212.

- Weaver, W. ve Johston, P.R., 1984. Finite Elements for Structural Analysis, Prentice-Hall, Inc, New Jersey, 403 s.
- William, K.J. ve Warnke, E.P., 1974. Constitutive Models for the Triaxial Behavior of Concrete, Int. Assoc. Bridge. Eng. Sem. Concr. Struct. Subjected Triaxial Stresses, Bergamo, Italy, 19, 1-30.
- Wong, P.S.L., 2002. User Facilities for 2D Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete, Yüksek Lisans Tezi, University of Toronto.
- Wu C. P. ve Chi Y. W., 2005. Three-Dimensional Nonlinear Analysis of Laminated Cylindrical Shells Under Cylindrical Bending, European Journal of Mechanics - A/Solids, 24, 5, 837-856.
- Yan, X., Du, S. ve Wang, D., 1990. An effective Method and its Application in Assembling the Structural Stiffness Matrix in Material-Nonlinear Finite Element Analysis, Computers & Structures, 36, 6, 1135-1139.
- Yi, W. J. ve Duan, S. P., 2008. Identification of Nonlinear Dynamical Characteristics of Cracked Reinforced Concrete Beam, Chinese Vibration Engineering Society, 27, 3, 26-41.
- Yoshimura, M., 1997. Nonlinear Analysis of a Reinforced Concrete Building with a Soft First Story Collapsed by the 1995 Hyogoken-Nanbu Earthquake, Cement and Concrete Composites, 19, 213-221.
- Zararis B. P. D., 1995. Failure Mechanism in Concrete Plates Reinforced in Only one Direction, Journal of Structural Engineering, 121, 8, 1161-1169.
- Zembaty, Z., Kowalski, M. ve Pospisil, S., 2006. Dynamic Identification of a Reinforced Concrete Frame in Progressive States of Damage, Engineering Structures 28, 668–681.
- Zhang Y. G., Lu M. W. ve Hwang K. C., 1994. Finite Element Modeling of Reinforced Concrete Structures, Finite Elements in Analysis and Design, 18, 1-3, 51-58.
- Zhang, X., 1995. Local Buckling of Slender Reinforced Concrete Structural Element by Finite Element Method, Doctor of Philosophy, Tulane University, 211 s.
- Zhang, Y.X. ve Kim, K.S., 2005. A Simple Displacement-Based 3-Node Triangular Element for Linear and Geometrically Nonlinear Analysis of Laminated Composite Plates, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 194, 4607-4632.
- Zhang, Y.X. ve Kim, K.S., 2005. Geometrically Nonlinear Analysis of Laminated Composite Plates by two New Displacement-Based Quadrilateral Plate Elements, Composite Structures, 72, 3, 301-310.

Zhou F., Mosalam K. M. ve Nakashima M., (2007). Finite-Element Analysis of a Composite Frame under Large Lateral Cyclic Loading, Journal of Structural Engineering, 133, 7, 1018-1026.

Zienkiewics, O.C. ve Taylor R.L., 2000. The finite Element Methods. Butterworth-Heinemann, 5. Baskı Cilt2,459s.

ÖZGEÇMİŞ

Hakan ÇELİK 1979 yılında Kırıkkale’de doğdu. İlk ve orta öğrenimini Kırıkkale Mustafa Necati İlköğretim Okulu’nda, lise öğrenimini Kırıkkale Lisesi’nde tamamladı. 1996-1997 öğretim yılında İnönü Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Kimya Mühendisliği Bölümünde Lisans öğrenimine başladı. Burada 2 yıllık öğrenim sonrasında 1997-1998 öğretim yılında tekrar üniversite sınavına girerek Karadeniz Teknik Üniversitesi Mühendislik - Mimarlık Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü’nde lisans öğrenimine başladı. Lisans öğrenimi süresinde Fakülte Dekanlığı’ndan onur ve yüksek onur belgeleri aldı. İnşaat Mühendisliği Bölümü’nden 2002 yılında bölüm ikincisi olarak mezun olup aynı yılda bu bölümde yüksek lisans eğitimine başladı. Yüksek lisans programında bir yıl İngilizce eğitimi aldıktan sonra, 2003 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü’nde araştırma görevlisi olarak atandı. 2003-2004 öğretim yılı bahar döneminde yüksek lisans ders döneminde iken Lisans sonrası direk Doktora programına geçti. 2006 yılında İller Bankası Genel Müdürlüğü’ne İnşaat Mühendisi olarak geçiş yaptı. İyi derecede İngilizce bilen Hakan ÇELİK halen bu Kurumda İnşaat Mühendisi olarak görevini sürdürmektedir.