KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

FARKLI KRİTERLER KULLANILARAK BETONARME KİRİŞLERİN MALZEME BAKIMINDAN DOĞRUSAL OLMAYAN DAVRANIŞININ KARŞILAŞTIRMALI OLARAK İNCELENMESİ

DOKTORA TEZİ

İnş. Yük. Müh. Tayfun DEDE

EYLÜL 2009 TRABZON

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

FARKLI KRİTERLER KULLANILARAK BETONARME KİRİŞLERİN MALZEME BAKIMINDAN DOĞRUSAL OLMAYAN DAVRANIŞININ KARŞILAŞTIRMALI OLARAK İNCELENMESİ

İnş. Yük. Müh. Tayfun DEDE

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce "Doktor (İnşaat Mühendisliği)" Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 22.07.2009Tezin Savunma Tarihi: 16.09.2009

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Yusuf AYVAZ Jüri Üyesi : Prof. Dr. Ayşe DALOĞLU Jüri Üyesi : Prof. Dr. Hasan SOFUOĞLU Jüri Üyesi : Prof. Dr. Metin HÜSEM : Prof. Dr. Mehmet ÜLKER Jüri Üyesi

Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Salih TERZİOĞLU

Trabzon 2009

ÖNSÖZ

Bu çalışma Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Doktora Tezi olarak gerçekleştirilmiştir.

Yüksek Lisans ve doktora çalışmalarım süresince desteklerini ve yardımlarını esirgemeyen hocam Sayın Prof. Dr. Yusuf AYVAZ'a teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Değerli zamanlarını ayırarak tezimi değerlendiren hocalarım Sayın Prof. Dr. Ayşe DALOĞLU'na, Sayın Prof. Dr. Hasan SOFUOĞLU'na, Sayın Prof. Dr. Metin HÜSEM'e ve Sayın Prof. Dr. Mehmet Ülker'e teşekkür ederim.

Eğitim-Öğretim süresince bana emeği geçen tüm hocalarıma teşekkürlerimi sunarım.

Doktora çalışmam süresince her türlü konuda yardımlarını esirgemeyen araştırma görevlisi arkadaşlarıma teşekkürlerimi sunarım.

Doktora çalışmam esnasında bana burs vererek beni destekleyen TÜBİTAK yetkililerine teşekkür ederim.

Bugünlere gelmemde büyük emeği olan aileme, doktora çalışmam süresince çoğu zaman aileme zaman ayıramadığım için eşime ve Yağız'ıma sonsuz sevgi, saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

> Tayfun DEDE Trabzon 2009

İÇİNDEKİLER

<u>Sayfa No</u>

ÖNSÖZ		II
İÇİNDEKİLER III		
ÖZETVI		
SUMMA	RY	VII
ŞEKİLLE	ER DİZİNİ	. VIII
TABLOL	AR DİZİNİ	. XIV
SEMBOI	LER DİZİNİ	XV
1.	GENEL BİLGİLER	1
1.1.	Giriş	1
1.2.	Betonun Doğrusal Olmayan Analizi Konusunda Literatürde Yapılan Bazı Çalışmalar	4
1.3.	Gerilme ve Şekildeğiştirme	18
1.3.1.	Bir Noktada Gerilme Durumu	18
1.3.2.	Bir Noktada Şekildeğiştirme Durumu	23
1.3.3.	Gerilme Bölgeleri	25
1.4.	Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrileri	26
1.4.1.	Basınç Etkisindeki Betonun Gerilme Şekildeğiştirme Eğrileri	26
1.4.1.1.	Doğrusal Elastik Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	27
1.4.1.2.	Hognestad Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	28
1.4.1.3.	CEB-FIB Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	29
1.4.1.4.	Popovics Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	30
1.4.1.5.	Collins ve Porasz Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	31
1.4.1.6.	Saenz Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	32
1.4.1.7.	Popovics ve Saenz Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	33
1.4.1.8.	Popovics ve Mander Gerilme Şekildeğiştirme Eğrisi	34
1.4.1.9.	Hoshikuma Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	35
1.4.1.10.	Park ve Paulay Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	36
1.4.1.11.	Kent ve Park Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	37
1.4.1.12.	Desayi ve Krishnan Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	38
1.4.1.13.	Desayi, Krishnan ve Saenz Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	39

1.4.2.	Çekme Etkisindeki Beton Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrileri	39		
1.4.2.1.	Bentz 1999 Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi 4			
1.4.2.2.	Collins ve Mitchell Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi 4			
1.4.2.3.	Izumo vd. 1992 Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi 42			
1.4.2.4.	Wang ve Hsu Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	42		
1.4.2.5.	Vechio 1982 Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi	43		
1.4.2.6.	Çekme Rijitleşmesinin Dikkate Alınmaması	44		
1.5.	Malzeme Davranışı	44		
1.5.1.	Elastik Malzeme Davranışı	45		
1.5.2.	Plastik Malzeme Davranışı	47		
1.5.2.1.	Akma Yüzeyi	47		
1.5.2.2.	Pekleşme Kuralı	54		
1.5.2.3.	Akış Kuralı	56		
1.5.2.4.	Plastik Malzeme Matrisi	57		
1.6.	Sonlu Elemanlar Yöntemi	58		
1.7.	Doğrusal Olmayan Çözüm Yöntemleri			
1.7.1.	Artımsal Yöntem			
1.7.2.	Newton-Raphson Yöntemi	63		
1.7.3.	Artımsal İterasyon Yöntemi	65		
1.8.	Çalışmanın Amaç ve Kapsamı	66		
2.	YAPILAN ÇALIŞMALAR	67		
2.1.	Programın Sonlu Elemanlar Kısmının Doğruluğunun Belirlenmesi	67		
2.2.	Programın Doğrusal Olmayan Kısmının Doğruluğunun Belirlenmesi	72		
2.3.	Efektif Gerilmenin Belirlenmesi	74		
2.4.	Plastik Malzeme Matrisinin Oluşturulması	76		
2.4.1.	Bresler-Pister Akma Kriterine Dayalı Olarak Plastik Malzeme Matrisinin Oluşturulması	76		
2.4.2.	Hsieh-Ting-Chen Kriterine Dayalı Olarak Plastik Malzeme Matrisinin Oluşturulması	80		
2.5.	Betonarme İçin Eleman Rijitlik Matrisinin Oluşturulması	82		
3.	BULGULAR VE İRDELEME	85		
3.1.	J4 Kirişi	85		
3.2.	Bresler/Scordelis (BS) Kirişi	95		
3.3.	Panel Kiriş	105		

3.4.	T2LA Kirişi	115
3.5.	Bresler/Scordelis (BS) Kirişinin Ayrık Donatılı Modellemesi	121
4.	SONUÇLAR VE ÖNERİLER	123
5.	KAYNAKLAR	125
ÖZGEÇMİŞ		

ÖZET

Bu çalışmanın amacı betonarme kirişlerin malzeme bakımından doğrusal olmayan davranışını incelemek üzere literatürde önerilen ancak iki adedi hiç kullanılmayan farklı akma kriterleri, farklı çekme gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve farklı basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerini bir araya toplamak ve bunların etkinliğini araştırmaktır. Bu amaç doğrultusunda MATLAB programlama dilinde bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Geliştirilen bu bilgisayar programı beton için doğrusal olmayan analizde sıkça kullanılan akma kriterlerini ve yeni olarak farklı iki akma kriteri olan Bresler-Pister ile Hsieh-Ting-Chen kriterlerini içermektedir.

Bu çalışma dört bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde betonun doğrusal davranışı konusunda literatürde yapılan çalışmalar verildikten sonra doğrusal olmayan analizde kullanılan gerilme-şekildeğiştirme eğrileri, akma kriterleri ile elastisite ve plastisite teorileri üzerinde durulmakta, çalışmanın amaç ve kapsamı sunulmaktadır. İkinci bölümde geliştirilen programın sonlu elemanlar kısmının ve doğrusal olmayan analiz kısmının doğruluğunun belirlenmesi ve yeni kriter olarak bu çalışmada dikkate alınan Bresler-Pister ve Hsieh-Ting-Chen kriterlerine ait plastik rijitlik matrislerinin oluşturulması sunulmaktadır. Üçüncü bölümde dikkate alınan akma kriterleri ve gerilme-şekildeğiştirme eğrilerinin betonarme kirişlerin doğrusal olmayan davranışının modellenmesi üzerine elde edilen bulgular sunulmakta ve literatürde verilen deneysel ve analitik sonuçlarla karşılaştırılmaktadır. Dördüncü bölümde ise bu çalışmadan çıkarılan sonuçlar sunulmakta ve bunlara bağlı olarak bazı öneriler verilmektedir. Bu son bölümü kaynaklar listesi izlemektedir.

Sonuç olarak betonarme kirişler için elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin, deneysel ve analitik olarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyumlu olduğu dolayısıyla bu çalışma kapsamında hazırlanmış olan bilgisayar programının ve yeni kriterlerin betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizinde etkin bir şekilde kullanılabileceği sonucuna varılmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Betonarme, Elastisite Teorisi, Plastisite Teorisi, Doğrusal Olmayan Analiz, Bresler-Pister Kriteri, Hsieh-Ting-Chen Kriteri, Saenz, Park-Paulay, Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrileri

VI

SUMMARY

Comparative Analysis of Materially Nonlinear Behavior of Reinforced Concrete Beams by Using Different Criteria

The purpose of this study is to use different yield criteria, different tension stressstrain curves and different compression stress-strain curves proposed in the literature for the materially nonlinear analysis of reinforced concrete beams and to use these criteria and stress-strain curves with a finite element method. For this aim, a computer program is coded in MATLAB. This computer program includes the criteria frequently used in literature for concrete. Two new criteria, Bresler-Pister and Hsieh-Ting-Chen, are also included in this program.

This study consists of four chapters. In the first chapter, after a brief literature review about nonlinear behavior of concrete, stress-strain curves, yield criteria used in the nonlinear analysis of reinforced concrete structures, theory of elasticity and plasticity are presented and then the purpose and scope of this study are given. In the second chapter, finite element modeling and nonlinear analysis parts of the program coded are verified and construction of plastic rigidity matrices for the new criteria, Bresler-Pister and Hsieh-Ting-Chen, are presented. In the third chapter, the results obtained by using different yield criteria and different stress-strain curves are presented and compared with the experimental and theoretical results given in the literature. In the fourth chapter, the conclusions drawn from the results are presented and recommendations are made. This chapter is followed by a list of references.

It is concluded that the load-displacement curves obtained in this study are in good agreement with the experimental and theoretical results given in the literature. It is also concluded that the developed program can be effectively used in the nonlinear analysis of reinforced concrete structures.

Key Words: Reinforced Concrete, Theory of Elasticity, Theory of Plasticity, Nonlinear Analysis, Bresler-Pister Criterion, Hsieh-Ting-Chen Criterion, Saenz, Park-Paulay, Stress-Strain Curves

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sayfa No</u>

Şekil 1.1.	Malzeme davranışlarını temsil eden (a) doğrusal elastik, (b) doğrusal olmayan elastik, (c) elastik-plastik, (d) ideal elastik-plastik, (e) pekleşen ideal elastikplastik ve (f) rijit plastik gerilme-şekildeğiştirme eğrileri	2
Şekil 1.2.	(a) doğrusal olmayan elastik ve (b) ideal elastik-plastik gerilmeşekildeğiştirme eğrileri üzerindeki geçiş noktaları	3
Şekil 1.3.	Bir noktada (a) 3 boyutlu ve (b) 2 boyutlu gerilme durumu bileşenleri ve (c) 2 boyutlu durumda asal gerilmelerin gösterilimi	19
Şekil 1.4.	(a) gerilmelerin geometrik gösterimi ve (b) deviatorik düzlem	22
Şekil 1.5.	(a) şekildeğiştirme bileşenleri, (b) düzlem şekildeğiştirme tansörü ve (c) asal şekildeğiştirme bileşenleri	23
Şekil 1.6.	Asal gerilmelerin Mohr dairesinde gösterilimi	25
Şekil 1.7.	Gerilme bölgeleri	26
Şekil 1.8.	Doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrisi	28
Şekil 1.9.	Hognestad gerilme-şekildeğiştirme eğrisi	29
Şekil 1.10.	CEB-FIB gerilme-şekildeğiştirme eğrisi	30
Şekil 1.11.	Popovis gerilme-şekildeğiştirme eğrisi	31
Şekil 1.12.	Collins ve Porasz gerilme-şekildeğiştirme eğrisi	32
Şekil 1.13.	Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisi	33
Şekil 1.14.	Popovics ve Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisi	34
Şekil 1.15.	Popovics ve Mander gerilme şekildeğiştirme eğrisi	35
Şekil 1.16.	Hoshikuma gerilme-şekildeğiştirme eğrisi	36
Şekil 1.17.	Park ve Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrisi	37
Şekil 1.18.	Kent ve Park gerilme-şekildeğiştirme eğrisi	38
Şekil 1.19.	Desayi ve Krishnan gerilme-şekildeğiştirme eğrisi	38
Şekil 1.20.	Desayi, Krishnan ve Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisi	39
Şekil 1.21.	Bentz 1999 gerilme-şekildeğiştirme eğrisi	41
Şekil 1.22.	Collins ve Mitchell gerilme-şekildeğiştirme eğrisi	41
Şekil 1.23.	Izumo vd. (1992) gerilme-şekildeğiştirme eğrisi	42
Şekil 1.24.	Wang ve Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrisi	43
Şekil 1.25.	Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme eğrisi	43

Şekil 1.26.	Çekme rijitleşmesinin dikkate alınmaması	44
Şekil 1.27.	Betonun gerilme-şekildeğiştirme eğrisi	45
Şekil 1.28.	Akma yüzeyi	48
Şekil 1.29.	Drucker Prager akma kriteri	49
Şekil 1.30.	Rankine akma kriteri	50
Şekil 1.31.	Tresca akma kriteri	50
Şekil 1.32.	von Mises akma kriteri	50
Şekil 1.33.	Mohr Coulomb akma kriteri	51
Şekil 1.34.	Bresler-Pister akma kriteri	52
Şekil 1.35.	William-Warnke 3 parametreli akma kriteri	52
Şekil 1.36.	William-Warnke 5 parametreli akma kriteri	53
Şekil 1.37.	Ottosen akma kriteri	53
Şekil 1.38.	Hsieh Ting Chen akma kriteri	54
Şekil 1.39.	(a) izotropik pekleşme, (b) kinematik pekleşme, (c) karma pekleşme ve(d) üniform olamayan pekleşme	56
Şekil 1.40.	Elastik bölge ve plastik şekildeğiştirme artımı	56
Şekil 1.41.	Dörtkenarlı sonlu eleman tipi	59
Şekil 1.42.	Doğrusal olmayan çözüm	62
Şekil 1.43.	Doğrusal olmayan çözüm yöntemleri (a) Newton-Raphson, (b) Değiştirilmiş Newton-Raphson yöntemi	64
Şekil 1.44.	Artımsal iterasyon yöntemi	65
Şekil 2.1.	Hazırlanan programın genel akış diyagramı	68
Şekil 2.2.	Bresler-Scordelis kirişi sonlu elemanlar modeli	69
Şekil 2.3.	J4 kirişi sonlu elemanlar modeli	70
Şekil 2.4.	Panel kirişi sonlu elemanlar modeli	71
Şekil 2.5.	Drucker-Prager kriterinin dikkate alınması durumunda BS kirişinin farklı çekme ve basınç modellerine göre yük-yerdeğiştirme eğrileri	73
Şekil 2.6.	Drucker-Prager kriterinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı çekme ve basınç modellerine göre yük-yerdeğiştirme eğrileri	74
Şekil 3.1.	J4 kirişi geometrik özellikleri ve enkesiti	86
Şekil 3.2.	J4 kirişinin yerdeğiştirmiş durumu	86
Şekil 3.3.	Drucker-Prager kriterinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması	87

Şekil 3.4.	von Mises kriterinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması	87
Şekil 3.5.	Mohr Coulomb kriterinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması	88
Şekil 3.6.	Tresca kriterinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük- yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması	88
Şekil 3.7.	Bresler-Pister kriterinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması	89
Şekil 3.8.	Hsieh-Ting-Chen kriterinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yükyerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması	89
Şekil 3.9.	Çekmede Wang & Hsu gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirmesinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması	92
Şekil 3.10.	Çekmede Wang & Hsu gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Saenz gerilme-şekildeğiştirmesinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması	93
Şekil 3.11.	Çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirmesinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması.	93
Şekil 3.12.	Çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Saenz gerilme-şekildeğiştirmesinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması.	94
Şekil 3.13.	Bresler/Scordelis kirişi geometrik özellikleri	96
Şekil 3.14.	Bresler/Scordelis kirişinin yerdeğiştirmiş durumu	96
Şekil 3.15.	Drucker-Prager kriterinin dikkate alınması durumunda BS kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğri ile karşılaştırılması	97

Şekil 3.16.	von Mises kriterinin dikkate alınması durumunda BS kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğri ile karşılaştırılması	97
Şekil 3.17.	Mohr Colulomb kriterinin dikkate alınması durumunda BS kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğri ile karşılaştırılması.	98
Şekil 3.18.	Tresca kriterinin dikkate alınması durumunda BS kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük- yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğri ile karşılaştırılması	98
Şekil 3.19.	Bresler-Pister kriterinin dikkate alınması durumunda BS kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğri ile karşılaştırılması	99
Şekil 3.20.	Hsieh-Ting-Chen kriterinin dikkate alınması durumunda BS kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğri ile karşılaştırılması	99
Şekil 3.21.	Çekmede Wang & Hsu gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin dikkate alınması durumunda BS kirişinin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması	102
Şekil 3.22.	Çekmede Wang & Hsu gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Park & Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin dikkate alınması durumunda BS kirişinin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması	102
Şekil 3.23.	Çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin dikkate alınması durumunda BS kirişinin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması	103
Şekil 3.24.	Çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Park & Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin dikkate alınması durumunda BS kirişinin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması	103
Şekil 3.25.	Tüm kriterlerin deneysel veriye en yakın sonuçlarını kullanarak BS kirişi için yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması	105
Sekil 3.26.	Panel kirisin (a) geometrik özellikleri ve (b) A-A kesiti	106
Şekil 3.27.	Panel kirişin yerdeğiştirmiş durumu	107
Şekil 3.28.	Drucker-Prager kriterinin dikkate alınması durumunda panel kirisin	
,	farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması	108

Şekil 3.29.	von Mises kriterinin dikkate alınması durumunda panel kirişin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması	108
Şekil 3.30.	Mohr Coulomb kriterinin dikkate alınması durumunda panel kirişin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması	109
Şekil 3.31.	Tresca kriterinin dikkate alınması durumunda panel kirişin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük- yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması	109
Şekil 3.32.	Bresler-Pister kriterinin dikkate alınması durumunda panel kirişin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması	110
Şekil 3.33.	Hsieh-Ting-Chen kriterinin dikkate alınması durumunda panel kirişin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması	110
Şekil 3.34.	Çekmede Wang & Hsu gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin dikkate alınması durumunda panel kirişin yük-yerdeğiştirme eğrilerinin tüm kriterlere göre kıyaslanması	111
Şekil 3.35.	Çekmede Wang & Hsu gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin dikkate alınması durumunda panel kirişin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması	112
Şekil 3.36.	Çekmede Wang & Hsu gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Park & Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin dikkate alınması durumunda panel kirişin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması	112
Şekil 3.37.	Çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin dikkate alınması durumunda panel kirişin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması	113
Şekil 3.38.	Çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin dikkate alınması durumunda panel kirişin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması.	113
Şekil 3.39.	Çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Park & Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin dikkate alınması durumunda panel kirişin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması	114

Şekil 3.40.	T2La kirişi (a) geometrik özellikleri, (b) a-a kesiti ve (c) b-b kesiti	. 115
Şekil 3.41.	T2La kirişinin sonlu elemanlar modeli	. 116
Şekil 3.42.	T2LA kirişinin yerdeğiştirmiş durumu	. 116
Şekil 3.43.	T2LA kirişi için çekmede Wang & Hsu, basınçta farklı gerilme- şekildeğiştirme eğrileri ve Drucker-Prager kriterini kullanarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması	. 117
Şekil 3.44.	Drucker-Prager kriterinin dikkate alınması durumunda T2LA kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması	. 117
Şekil 3.45.	Bresler-Pister kriterinin dikkate alınması durumunda T2LA kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması	. 118
Şekil 3.46.	Çekme rijitleşmesinin olmaması ve basınçta doğrusal elastik gerilme- şekildeğiştirme eğrisinin dikkate alınması durumunda T2LA kirişinin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması	. 119
Şekil 3.47.	Çekmede Wang & Hsu gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirmesinin dikkate alınmasıyla T2La kirişinin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması	. 120
Şekil 3.48.	Çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirmesinin dikkate alınmasıyla T2La kirişinin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması	. 120
Şekil 3.49.	BS ayrık donatılı sonlu elemanlar modeli	. 122
Şekil 3.50.	BS kirişinin farklı modellemelere göre analiz sonuçları	. 122

TABLOLAR DİZİNİ

<u>Sayfa No</u>

Tablo 1.1.	Malzeme sabitlerinin dönüşümü	46
Tablo 2.1.	Bresler-Scordelis kirişinin analiz sonuçlarının karşılaştırılması	69
Tablo 2.2.	J4 kirişinin analiz sonuçlarının karşılaştırılması	70
Tablo 2.3.	Panel kirişin analiz sonuçlarının karşılaştırılması	71
Tablo 2.4.	Analizlerde kullanılan çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrisi ikilileri	72
Tablo 2.5.	Bresler-Pister akma kriteri için deneysel olarak elde edilen kontrol noktaları (Chen, 1982)	77
Tablo 3.1.	Panel kirişin donatı oranları	106

SEMBOLLER DİZİNİ

В	Şekil fonksiyonları matrisi
c	Kohezyon
\mathbf{D}_{ijkl}	Malzeme matrisi
e	Birim vektör
E	Elastisite modulu
Eo	Başlangıç elastisite modulu
E _{sec}	Sekant modulu
f _c	Beton basınç dayanımı
\mathbf{f}_{t}	Beton çekme dayanımı
F	Dış yük vektörü
F _R	Kalıcı yük vektörü
Fu	Dengelenmemiş yük vektörü
G	Kayma modulu
H^p	Plastisite modulu
I_1, I_2, I_3	Gerilme invaryantları
J_1,J_2,J_3	Deviatorik gerilme invaryantları
J	Jakobian (dönüşüm) matrisi
k	Malzeme sabiti
Κ	Hacimsel modul
K _e	Eleman rijitlik matrisi
Ko	Başlangıç rijitliği
Ks	Sistem rijitlik matrisi
Ni	Şekil fonksiyonu i=1,2,3,4
S _{ij}	Deviatorik gerilme tansörü
u	x yönündeki yerdeğiştirme
V	y yönündeki yerdeğiştirme
W _p	Plastik iş
α	Malzeme sabiti
α_{ij}	Akma yüzeyi merkezinin koordinatları
de ^e	Artımsal elastik şekildeğiştirme

$d\epsilon_p$	Artımsal efektif plastik şekildeğiştirme
$d\epsilon^p$	Artımsal plastik şekildeğiştirme
dλ	Skaler değer
dσ	Artımsal gerilme
3	Şekildeğiştirme
ε _c	Beton basınç şekildeğiştirmesi
ε _{cr}	Beton kritik çekme şekildeğiştirmesi
ε _f	Kontrol noktası şekildeğiştirmesi
ε _{ij}	Şekildeğiştirme tansörü
ε _o	Akma gerilmesine karşılık gelen şekildeğiştirme
ε _p	Pik gerilmeye karşılık gelen şekildeğiştirme
ε _t	Beton çekme şekildeğiştirmesi
$\epsilon_x, \ \epsilon_y \ , \ \epsilon_z$	Normal eksen takımında x,y ve z doğrultusundaki şekildeğiştirme
$\epsilon_1, \ \epsilon_2, \epsilon_3$	Asal şekildeğiştirmeler
δ_{ij}	Kroneker delta
Δ	Yerdeğiştirme vektörü
φ	İçsel sürtünme açısı
γ	Açısal şekildeğiştirme
λ	Lame sabiti
φ	Normal eksen ile asal eksenler arasındaki açı
ν	Poisson orani
ρ	Deviatorik uzunluk
σ_{c}	Beton basınç gerilmesi
σ_{cr}	Beton kritik çekme gerilmesi
σ_{e}	Efektif gerilme
$\sigma_{\rm f}$	Kontrol noktası gerilmesi
σ_{ij}	Gerilme tansörü
σ_{m}	Ortalama gerilme
σ_{o}	Malzemenin akma gerilmesi
σ_{oct}	Oktahedral gerilme
σ_p	Pik gerilme
σ_t	Beton çekme gerilmesi

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Normal eksen takımında sırasıyla x,y ve z doğrultusundaki gerilme
$\sigma_{1,} \sigma_{2,} \sigma_{3}$	Asal gerilmeler
θ	Benzerlik açısı
ξ	Hidrostatik uzunluk
ζ, η	Doğal koordinatlar
τ	Kayma gerilmesi
$ au_{m}$	Ortalama kayma gerilmesi
τ_{oct}	Oktahedral kayma gerilme

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Yapı malzemesi olarak kullanılan betonun, yapı sistemlerinde, servis yükleri altında genel olarak doğrusal davranış gösterdiği kabul edilmektedir ve bu davranış biçimine göre tasarımlar yapılmaktadır. Servis yükleri dışında artan yüklemelerden, sürtünme, büzülme, sıcaklık, yükleme geçmişi gibi zamana bağlı etkilerden, beton ile donatı arasındaki aderans yetersizliğinden veya betonun çekme bölgesindeki çatlama ile basınç bölgesindeki ezilmeden dolayı beton doğrusal olmayan bir davranış sergilemektedir. Yapı malzemesi olarak da karmaşık bir yapıya sahip olan betonun davranışını belirleyebilmek için bu tarz sebeplerden ötürü doğrusal olmayan davranış biçimini dikkate almak daha gerçekçi olmaktadır.

Doğrusal analizde, çeşitli etkiler altında sistemlerde oluşan şekildeğiştirmeler (ötelenme ve dönmeler) yapının boyutlarına göre çok küçük bir değer olarak kabul edilmekte ve denge denklemleri, şekildeğiştirmemiş sisteme göre yazılmaktadır. Ancak yapı mühendisliğinde genellikle uygulanmakta olan ve doğrusal teoriye dayanan tasarım yaklaşımlarında yapı sistemlerinin doğrusal olmayan davranışı çeşitli şekillerde göz önüne alınmaya çalışılmaktadır. Örnek olarak, ikinci mertebe etkilerini hesaba katmak ve burkulmaya karşı güvenlik sağlamak amacıyla, moment büyültme yönteminden ve burkulma katsayılarından yararlanılmaktadır.

Betonarme yapıların davranışını doğru tahmin edebilmek için yada nihai yük taşıma kapasitelerini belirleyebilmek için kesin bir malzeme modeli bulunmamaktadır. Bundan dolayı, beton malzeme modelleri araştırma konusu olmaya devam etmektedir. Günümüze kadar, araştırmacılar betonarmenin davranışını doğru tanımlayabilmek için deneysel yada analitik çalışmalar sonucunda bir çok malzeme modelleri geliştirmişlerdir. Bu modeller gerilme-şekildeğiştirme bağıntıları, moment-eğrilik bağıntıları ve yük-yerdeğiştirme bağıntıları yardımıyla matamatiksel ifadelere dönüştürülmekte olup genelde gerilme-şekildeğiştirme (σ - ε) bağıntılarını kullanmak tercih edilmektedir. Yapılan deneysel çalışmalar betonun gerilme-şekildeğiştirme eğrilerinin doğrusal olmadığını göstermektedir. Çekme ve basınç gerilmesi için geliştirilen bu modellerin matematiksel ifadeleri, gerilmeşekildeğiştirme eğrilerinin tepe noktası öncesinde ve sonrasında farklılaşabilmektedir.

Yapıda oluşan şekildeğiştirmeler, yapının boyutlarına oranla ihmal edilemeyecek değerlere ulaşıyorsa, denge denklemleri yapının şekildeğiştirmiş geometrisine göre yazılmalıdır. Böylece, analizi yapılan sistemin gerçek davranışını ortaya koyan bir ölçüm elde edilmiş olur. Yapının gerçek davranışını kuvvet-deformasyon eğrisinde görmek mümkündür. Yapı malzemesinin doğrusal-elastik sınır ötesindeki taşıma kapasitesini göz önüne almak, çok küçük olmayan yerdeğiştirmelerin denge denklemlerine ve gerekli olduğu hallerde geometrik uygunluk koşullarına etkisini hesaba katmak suretiyle, yapı sistemlerinin dış etkiler altındaki davranışını daha yakından izlemek ve bunun sonucunda daha gerçekçi ve ekonomik çözümler elde etmek mümkün olmaktadır.

Yapı sistemlerinde kullanılan malzemelerin gerilme-şekildeğiştirme eğrileri üzerinde yapılan bazı kabuller ile tanımlanan malzeme davranışlarının başlıcaları Şekil 1.1'de verilmektedir (Chen, 1994; İnan, 1988).



Şekil 1.1. Malzeme davranışlarını temsil eden (a) doğrusal elastik, (b) doğrusal olmayan elastik, (c) elastik-plastik, (d) ideal elastik-plastik, (e) pekleşen ideal elastik-plastik ve (f) rijit plastik gerilme-şekildeğiştirme eğrileri

Bu eğriler daha çok malzeme bakımından doğrusal olmayan analizlerde kullanılmaktadır. Yükleme altında betonun davranışını belirleyebilmek için kullanılan gerilme-şekildeğiştirme eğrileri üzerinde orantılılık sınırını, elastik yada plastik deformasyonların sınırlarını veya göçme sınırını gösteren bir takım belirli noktalar bulunmaktadır. Bu özel geçiş noktaları Şekil 1.2'de verilmektedir.



Şekil 1.2. (a) doğrusal olmayan elastik ve (b) ideal elastik-plastik gerilmeşekildeğiştirme eğrileri üzerindeki geçiş noktaları

Şekil 1.2 (a)'da elastik-plastik malzeme için verilen gerilme-şekildeğiştirme eğrisinde P noktasına kadar diğer bir deyişle σ_0 akma gerilmesine kadar olan kısım orantılılık özelliğine sahip olup bu safhada oluşan deformasyonların tamamı boşaltmada sıfırlanabilmektedir. Ancak bu gerilme değerinden sonra gerilme ile şekildeğiştirme oranı arasındaki ilişki doğrusal olmamaktadır. Bundan dolayı bu nokta orantılılık sınırı yada orantılılık limiti olarak adlandırılmaktadır.

Q noktasından sonra, malzeme kalıcı şekildeğiştirmeleri depolamaya başlamaktadır. Ve bu noktadan sonra yük tamamen kaldırılsa bile depolanan şekildeğiştirmeler sıfırlanmamaktadır. Bu kalıcı şekildeğiştirmelere plastik şekildeğiştirme adı verilmektedir. Bu Q noktasından sonra deformasyonlar hem elastik hem de plastik şekildeğiştirmeleri içermekte olup bu şekildeğiştirmelere de elastik-plastik yada plastik şekildeğiştirme adı verilmektedir. Q noktası da elastik limit yada akma noktası olarak adlandırılmaktadır. P ile Q noktası arasındaki fark küçük olup elastik limitin tam olarak belirlenebilmesi oldukça zordur. Bu nedenle elastik limiti belirleyen birçok tanım önerilmekte olup, iki nokta arsındaki fark genellikle ihmal edilmekte ve orantılılık sınırı dikkate alınmaktadır. Şekil 1.2 (b)'den de görüldüğü gibi ideal elastik-plastik malzemede Q noktası dikkate alınmamaktadır.

Orantılılık sınırından sonra gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin eğimi azalıp negatif eğime geçmektedir. Bu durumda maksimum malzeme dayanımından (gerilmeşekildeğiştirme eğrisinin tepe noktası) önceki kısımdaki malzeme davranışına pekleşme ve uygulanan yükün azalması ise deformasyonların devam etmesi olayına yumuşama adı verilmektedir. Ancak yumuşama davranışını temsil eden eğriler malzeme davranışını tam olarak belirleyememektedir. Çünkü maksimum dayanımdan sonra malzemenin homojenliği oldukça bozulmakta olup geometri değişimleri de başlamaktadır. Şekil 1.2 (b)'de P noktasına kadar olan kısımda malzemenin doğrusal elastik davrandığı ve bu noktadan sonra plastik şekildeğiştirmelerin başladığı kabul edilmektedir (Chen, 1994).

1.2. Betonun Doğrusal Olmayan Analizi Konusunda Literatürde Yapılan Bazı Çalışmalar

Betonarme kirişlerin sonlu elemanlar uygulaması ilk olarak Ngo ve Scordelis (1967) tarafından yapıldığından beri doğrusal olmayan düzlem gerilme, düzlem şekildeğiştirme, eğilmeli plak veya 3 boyutlu solid sistem problemleri bu yapılar üzerinde çatlama, bünye denklemleri, göçme kriterleri ve aderans için çeşitli varsayımlar kullanılarak yapılmaktadır (Chen, 1982).

Lassker (1972) sonlu elemanlar yöntemini kullanarak betonarme kirişlerin doğrusal olmayan davranışını incelemiştir. Araştırmacı, büyük yerdeğiştirmelerin gelişiminden önce kirişin göçtüğünü kabul ettiği için geometrik bakımdan doğrusal olmayan davranışı dikkate almayıp, beton, çelik ve aderansın doğrusal olmamasını dikkate alan bir çalışma yapmıştır. Ayrıca donatının zamana bağlı olarak gevşeme gibi özelliğinin betona etkisini ihmal etmiştir. Yüklemeyi monotonik olarak artan statik yük olarak dikkate almıştır.

Meyer ve Bathe (1982), betonarme yapıların doğrusal olmayan analizi üzerine çalışmışlardır. Geleneksel doğrusal analizin yeterli olduğuna inanılarak projelendirilen betonarme yapıların güvenirliğini değerlendiren mühendislerin yüzleştiği bazı sorunları tartışmışlardır. Mevcut malzeme modellerini gözden geçirip pratik hayatta kullanılabilirliği açısından değerlendirmişlerdir. Tartışılan soruların bir kısmı sonlu elemanlarla ilgili olarak sayısal çözümleme teknikleri, bunların uygulanabilirliği ve doğruluğu üzerinedir. Öngerilmeli beton nükleer reaktör örnekleriyle doğrusal olmayan sonlu elaman modellemesini pratik mühendislikte incelemişlerdir.

Rule (1986), deniz yapıları gibi betonarme yapıların sonlu elemanlarla yük taşıma kapasitesini belirlemek için doğrusal olmayan bir model sunmuştur. Yüklenmiş betonun ortotrop malzeme olarak davrandığını kabul etmiştir. Malzeme parametresi olarak sadece tek eksenli basınç dayanımını kullandığı için modelinin kullanımının kolay olduğunu belirten araştırmacı ayrıca hesap zamanını da azalttığını ifade etmektedir.

Ojdrovic (1988), güçlendirilmiş kısmi öngerilmeli ve tam öngerilmeli beton çerçevelerin doğrusal olmayan sonlu elemanlar analizini yapmıştır. Çalışmasında basınç gerilmesine maruz kalan beton için Hognestad parabolünü ve donatı için elastik-tam plastik malzeme modelini dikkate almıştır. Çekme rijitleşmesini dikkate almak için yeni bir gerilme-şekildeğiştirme modeli önermektedir. Beton parametresi olarak sadece beton basınç dayanımına bağlı olarak önerdiği modelin deneysel sonuçlarla uyum içinde olduğunu belirtmektedir.

Bathe vd. (1989), beton için 2 ve 3 boyutlu doğrusal olmayan sonlu elemanlar analizini sunmuşlardır. Yaptıkları çalışmada beton malzemesinin modellenmesinde 3 eksenli doğrusal olmayan gerilme-şekildeğiştirme davranışına, çekme çatlamasına, çekme rijitleşmesine ve basınç ezilmesine yer vermektedirler. Modellerini ve çözüm stratejilerini göstermek için çok sayıda kiriş ve 2 adet küçük çaplı reaktör kazanını örneklemiştirler.

Metwally ve Chen (1989), betonarme çerçevelerin özağırlık ve/veya yanal yükler altında doğrusal olmayan davranışını incelemişlerdir. Malzeme ve geometri bakımından doğrusal olmayan davranışı birlikte ele alan araştırmacılar çerçevelerin davranışında malzeme bakımından doğrusal olmayan davranışın daha etkili olduğunu, geometrik bakımdan doğrusal olmayan davranışın ise yanal yükleme durumunda etkili olduğunu belirtmişlerdir.

Yan vd. (1990), malzeme bakımından doğrusal olmayan sonlu elemanlar analizinde yapı rijitlik matrisini kurmada çok etkili bir yöntem geliştirmişlerdir. Göçme noktasına kadar yavaşça yüklemeye maruz kalan yapılar için çatlak gelişimi sürecinin sonlu elemanlarla analizini malzeme bakımından doğrusal olmayan davranış sayesinde ve geliştirilen yarı 3 boyutlu sonlu eleman programı yardımıyla yapmışlardır.

Ahmed (1991), çatlamış betonarme elemanların doğrusal olmayan analizini incelemiştir. Boyuna donatılı ve orta açıklıkta tekil yüke maruz betonarme kirişi sonlu eleman modellemesiyle çözümlemiş ve deneysel sonuçlarla kıyaslamıştır. Betonun malzeme modellemesinde literatürdeki bazı modelleri kullanmıştır. Ayrıca malzeme özelliklerinin modellemesinin ve betonun çatlamış bölgelerinin modellenmesinin tam

olarak yeterli olamamasından ötürü çeşitli beton yapılarının analizi için kullanılan doğrusal olmayan sonlu eleman yönteminin eksikliğinden söz etmektedir.

Köksal (1992), çalışmasında betonarme yapıların analitik çözümü için doğrusal olmayan sonlu eleman programını sunmuştur. Geliştirdiği model çatlamış betonun eşitliklerini de içermektedir. Çalışmasının asıl amacı betonarme yapıların yük-deformasyon eğrisini (davranışını) tahmin edebilmektir. Literatürdeki çeşitli modelleri kullanarak, geliştirdiği modellerin uygulanabilirliğini test etmiştir.

Polak (1992), betonarme kabuk yapıların doğrusal olmayan analizi için bir bilgisayar programı geliştirmiştir. Yaklaşık gerilme-şekildeğiştirme bağıntıları, çekme rijitliği, basınç dayanımı azalması, donatının akması ve pekleşmesini dikkate alarak malzeme bakımından doğrusal olmayan davranışı incelemiştir.

Ashour ve Marley (1993), betonarme yapıların 3 boyutlu doğrusal olmayan sonlu elemanlar analizini çalışmışlardır. Doğrusal olmayan elastik izotrop modellerini betonun çatlama veya ezilme sonrası davranışını tanımlamak için kullanmışlardır. Araştırmacılar nihai gerilme değerine gelindiğinde betonun davranışının izotrop formdan ortotrop forma geçtiğini belirtmektedirler. Beton ile donatı arasındaki etkileşimi modellemek için arayüzey eleman kullanan araştırmacılar çalışmalarının geçerliliğini göstermek amacıyla 2 adet betonarme kiriş üzerinde karşılaştırma yapmışlardır.

Sun vd. (1993), iterasyon yöntemi kullanarak betonarme çerçeve yapılarda hem geometrik hem de malzeme bakımından doğrusal olmayan davranışını sonlu elemanlarla incelemişlerdir.

Chan vd. (1994), betonarme yapılar için doğrusal olmayan sonlu elemanlar modeli sunmuşlardır. Modellerinde betonun bünye denklemi için pekleşen plastisite teorisini kullanmışlardır. Çatlama sonrası davranış için ise kendilerinin geliştirdikleri aderans gerilmesi dağılımı fonksiyonunu dikkate almışlardır. Doğrusal olmayan analizden elde ettikleri sonuçları perde beton numunelerinin deneysel sonuçlarıyla karşılaştıran araştırmacılar, betonarme yapıların yapısal tepkisini, çatlamasını ve nihai dayanımını güvenli bir şekilde belirleyebileceklerini ifade etmektedirler.

Lobo (1994), üç boyutlu betonarme elemanların elastik olmayan analizini dinamik, statik ve yarıstatik yüklemeler altında incelemiştir. Geliştirdiği programın avantajının çok elemanlı büyük yapıların doğrusal olmayan analizi için uygun bir program olduğunu belirtmektedir. Park (1994), betonarme düzlem yapıların doğrusal olmayan analizini yapmıştır. Çalışmasının amacı sabit yüklerde olduğu kadar periyodik yükler altında da düzlem elemanlarının göçme anına kadar davranışını tahmin etmektir. Bu amaçla çekme çatlaklarıyla hasara uğramış kiriş, kolon, kiriş-kolon birleşimi ve betonarme perde örneklerini incelemiştir. Geliştirdiği bilgisayar programı, yapıların tepkisini oldukça iyi simule edebilip, nihai dayanımı, elastik olmayan deformasyonları, ilk çatlakların gelişimini ve göçme mekanizmasını çoğu betonarme eleman için hesaplayabilmektedir.

Rasheed ve Dinno (1994), doğrusal olmayan malzeme davranışını dikkate alarak betonarme düzlem çerçevelerin analizi için sayısal bir yöntem geliştirmişlerdir. Betonarme çerçevelerin daha ekonomik tasarımına katkıda bulunmak için doğru ve etkili bir analiz yöntemi geliştirme amacıyla uygun çözüm teknikleriyle çerçeve elemanların modellenmesi ve kesit analizi için ekonomik ve gerçek formülasyonlar geliştirmişlerdir. Deneysel ve diğer analitik sonuçlarla kendi sonuçlarını karşılaştırarak yöntemlerinin geçerliliğini göstermişlerdir.

Ayoup (1995), betonarme yapıların doğrusal olmayan analizi üzerine yaptığı çalışmada ilk olarak yön değiştiren çatlak yaklaşımını (rotating crack approach) ile iki eksenli gerilme altında betonarme için model önermektedir. İkinci aşamada ise yeterince hassasiyetle betonarme yapıların göçme anına kadar tepkilerini belirleyebilmek çalışmasının asıl amacı olmuştur. Bu amaç doğrultusunda, beton, çelik ve aderanstan oluşan karma modeli, iki eksenli gerilme altında düzlem gerilme problemini, ayrık donatı modelini, beton ile donatı arasında aderansın tam olup-olamama durumunu, kiriş ve kirişkolon bileşimlerini, deneysel verilerle analiz sonuçlarının uyumluluğunu, farklı betonarme yapıların yük-yerdeğiştirme eğrilerini ve sayısal yöntemlerde yakınsama kriterlerini incelemiştir.

Vega vd. (1995), çekme etkisindeki betonlar için doğrusal olmayan bir model geliştirmişlerdir. Araştırmacılar, betonun öncelikli olarak basınç yüklemesi altındaki özelliğinden dolayı kullanılmasına rağmen, bir yapının kullanım yükü ve nihai yük taşıma kapasitesinde kritik olan çatlama ve rijitlik değişimine sebep olan çekme davranışının bilinmesinin gerekliliğini vurgulamışlardır. Özellikle tekrarlı yükler altında betonun çekme davranışının çok önemli olduğunu belirtmektedirler.

Loo ve Guan (1997), yatık kirişli düz plakların zımbalama ve çatlak analizi için sonlu elemanlarla doğrusal olmayan bir yöntem geliştirmişlerdir. Formülasyonlarında doğrusal olmayan çatlama ve göçme analizini bazı detaylarla tartışmışlardır. Çekme

7

etkisini de inceledikleri bu çalışmalarında kullandıkları yöntemin, bazı ülke kodlarında belirtilenden daha pratik olduğunu belirtmektedirler.

Mendola (1997), donatı ve betonun ayrık modellenmesine bir alternatif olarak tek eksenli çekme gerilmesi altında betonarme elemanların çatlamasını incelemiştir. Betonun davranışını elastisitede düzlem gerilme problemi için sınır elemanlarla modelleyip, donatıları 2 düğüm noktalı olarak bölmüştür. Geliştirdiği modelle aderans ve kayma dağılımını hesaplayabilmektedir. Buldukları sonuçların güvenirliğini test etmek için literatürdeki diğer araştırmacıların sonuçlarıyla karşılaştırmıştır.

Ougang vd. (1997), çekmeye çalışan betonarme elemanların çatlak davranışını incelemişlerdir. Çatlamış betonun davranışını anlamak için analitik ve deneysel çalışmalar yapmışlardır. Eksenel çekme kuvveti altında normal ve yüksek dayanımlı betondan yapılmış betonarme kirişleri test etmişlerdir. Geliştirdikleri model, verilen bir çatlak ifadesi için beton ve çeliğin yük-yerdeğiştirme eğrisini tahmin edebilmektedir. Ayrıca bu model, farklı boyutlarda normal ve yüksek dayanıma sahip betonarme çekme elemanları için minimum donatı oranını hesaplayabilmektedir.

Park ve Klinger (1997), plastisiteyi kullanarak düzlem gerilmede betonarme elemanların doğrusal olmayan analizi üzerinde çalışmışlardır. Betonarme için geliştirilen model plastisite teorisini ve hasar modellerini içererek çok eksenli basınç altında gerilme artışı ve çekme çatlağı hasarlarını da ele almaktadır. Çekme çatlaması modeli için sabit çatlak ve yön değiştiren çatlak modellerini kullanmışlardır. Ezilme göçmesinde Drucker-Prager ve von-Mises modellerini karşılaştırmalı kullanmışlardır. Sonlu elemanlar yardımıyla yaptıkları bu çalışmalarını deneysel sonuçlarla karşılaştırmışlardır.

Shayanfar vd. (1997), betonarme elemanların doğrusal olmayan analizinde boyut etkisini incelemişlerdir. Yük-yerdeğiştirme, yük-gerilme eğrileri ve çatlak modelleri gibi betonarme yapı elemanlarının farklı konuları üzerine yapılan bu çalışma, deney sonuçlarıyla da tartışmalı olarak karşılaştırılmıştır. Sonlu eleman modeline bağlı olarak hesap sonuçlarını azaltmak için yeni bir yordam yardımıyla betonun nihai çekme gerilmesini hesaplayabilmişler ve bunu doğrusal olmayan sonlu eleman modeli için geliştirmişlerdir. Yaptıkları bu yeni yöntem deneysel sonuçlarla uyumlu olup, özellikle sonlu elemanlarla modellemede eleman sayısının az tutulması olayında uygun sonuçlar vermektedir.

Ayoup ve Filippou (1998), farklı gerilme ifadelerine maruz bırakılan kesmeye çalışan betonarme perde ve panellerin yük-yerdeğiştirme eğrisi üzerine ortotrop beton

modeli parametrelerinin etkisini araştırmışlardır. Bu modeli kullanarak bahsedilen yapı elemanlarının göçme modunu, sınır gerilmesini ve yük-yerdeğiştirme eğrilerini deneysel sonuçlarla da doğrulamışlardır. Ayrıca Ayoup (1995) bu modeli kiriş gibi betonarme yapı elemanlarının doğrusal olmayan davranışını belirlemek için kullanmıştır.

Bhatt ve Kader (1998), dikdörtgen betonarme kirişlerin kesme dayanımın belirleyebilmek için yaptıkları doğrusal olmayan sonlu elemanlar çalışmasında Liu vd. (1972) tarafından önerilen gerilme-şekildeğiştirme modelini kullanmışlardır. 100'den fazla kiriş numuneleri üzerinde yaptıkları analizler kesme dayanımını etkileyen tüm önemli parametreleri içermektedir. Elde ettikleri sonuçlarla betonarme kirişlerin göçme modlarını belirleyebilmektedirler.

Demir (1998), düzlem gerilme ve plak çözümleri başlıkları altında sonlu elemanların betonarmedeki uygulamalarını çalışmıştır. Bunun yanı sıra düzlem gerilme durumunu esas alarak ve betonun doğrusal olmayan davranışını temsil eden bir malzeme modeli kullanarak, donatı, aderans olayı ve yük artırımı sonucu çatlakların oluşumu ve modellemesini araştırmıştır. Betonun davranışında ve sonlu eleman modellemesinde yaptığı kabullerin sonuca olan etkisini betonarme kiriş ve yüksek kiriş örneklerini ele alarak irdelemiştir.

Fields (1998), çekmeye çalışan yüksek dayanımlı betonarme elemanların çekme rijitliği davranışını incelediği çalışmasında, beton dayanımı ile çatlama davranışı arasında olabilecek bağlantıyı deneysel olarak belirlemeye çalışmıştır. Beton dayanımının yanı sıra donatı oranının, beton kalitesinin ve donatı çubuğu düzeninin de çatlama davranışına etkisini de araştırmıştır.

Khatri (1998), betonarme perde yapıların doğrusal olmayan analizi üzerinde çalışmıştır. Çekme bölgelerinde betonun çatlamasını, donatının plastik davranışını, betonun üç boyutlu davranışını ve aderans kopmasını da dikkate alan araştırmacı Colifornia Üniversitesinde yapılan deneysel çalışmaların sonuçlarını kendi çalışma sonuçlarıyla kıyaslamakta olup, dinamik analiz de yapmıştır.

Wang ve Hsu (1998), betonarme kolonların lineer olmayan analizi üzerine bir çalışma yapmışlardır. İki eksenli eğilme ve eksenel yüke maruz, enkesit alanı keyfi seçilen, betonarme narin kolonların yük-deformasyon eğrisini belirleyebilmek için sayısal model geliştirmişlerdir. FORTRAN programı dilinde hazırladıkları programda Gauss eliminasyon yöntemi ve bant genişlikli matrislere değinen yazarlar bilgisayarda çözüm aşamasını etkili bir şekilde kısaltmalarından da önemli bir şekilde bahsetmişlerdir. Çalışmalarında bir takım kabuller yaparak betonarme kolonların doğrusal olmayan davranışını incelemek için yeni yaklaşımlar kullanmışlardır.

Ariss (1999), öngerilmeli çeliğin gevşemesi ve büzülme gibi zamana bağlı etkileri dikkate alarak öngerilmeli betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizini incelemiştir. Geliştirdiği model, elastik, elastik olmayan ve nihai yük sınırı safhalarında yapı tepkisini belirleyebilmektedir. Kiriş enkesitleri eleman boyunca değişken olduğu için ve malzeme özellikleri de değişebileceğinden dolayı kiriş kesiti farklı özellikli beton parçalara ve donatı ise yine farklı özellikli tabakalara bölünerek araştırmacı tarafından incelenmiştir.

Kwon (2000), betonarme elemanların 3 boyutlu analizini sonlu elemanlarla yapmıştır. Geliştirdiği model betonarme yapıların doğrusal olmayan analizinin yanı sıra çelik ve FRP (güçlendirilmiş plastik lif) ile donatılı beton yapıların analizini yapabilmektedir. Basınç etkisinde ezilmeyi ve çekme etkisinde oluşan çatlakları da dikkate alan araştırmacı geliştirdiği bu modeli betonarme kolonlar üzerinde test etmiştir.

Liu ve Foster (2000), tek eksenli, iki eksenli ve üç eksenli gerilme altında betonun sonlu elemanlarla analizini ve betonarme yapıların basınç etkisi altında göçmesini modellemişlerdir. Model olarak silindirik ve dörtgen kolonları kullanarak çalışmalarını deneysel sonuçlarla kıyaslamışlardır. Malzeme modellemesinde genel kurallar, makro ve mikro seviyedeki yüklemeler altında çimento-agrega matrislerinden hareketle tanımlayan yazarlar, modelleme de boyut etkisini de dikkate almışlardır.

Mackerle (2000), doğrusal, doğrusal olmayan, statik ve dinamik analizleri kapsayan sonlu elemanlar yöntemini teorik veya pratik çalışmalarla birlikte bir arada toplayarak bir bibliyografi çalışması sunmuştur. Makale, bildiri ve tezlerden oluşan 1726 adet referanslı çalışması kolon, kiriş, yol, kablo, plak ve kabuk gibi elemanların analizini kapsamaktadır.

Mirmiran vd. (2000), çelik lif kompozitli betonun sonlu elemanlarla doğrusal olmayan modellemesi için ANSYS paket programını kullanmışlardır. Araştırmacılar bu çalışmalarında betonun gerilme-şekildeğiştirme eğrisi için elastik-tam plastik gerilme-şekildeğiştirme eğrisini seçmiş olup doğrusal olmayan analizde Drucker-Prager kriterini dikkate almışlardır.

Polat vd. (2000), Drucker-Prager kriterini kullanarak betonun doğrusal olmayan davranışını incelemişlerdir. ANSYS paket programını kullanan araştırmacılar analizlerinde Plane 42 (2-D structural solid) sonlu eleman tipini dikkate almışlardır.

Sebastian ve McConnel (2000), kompozit uzay kafesi içeren çelik ve betonarme kompozit yapıların analizi için doğrusal olmayan sonlu elemanlar analizi üzerine çalışmıştır. Araştırmacılar betonu çatlamadan önce doğrusal olmayan elastik izotrop malzeme ve çatlama sonrasında ise doğrusal olmayan ortotrop malzeme olarak dikkate almışlardır.

Bischoff (2001), çekme etkisindeki betonarme elemanların çekme rijitliği davranışını incelemiş ve bu davranışı hesap edebilmek için farklı teknikler kullanmıştır. Bu tekniklerden bir tanesi "yük paylaşımı" tekniği olarak adlandırılmış olup çekme etkisindeki betonda çatlama sonrası gerilme-şekildeğiştirme eğrisini belirleyebilmek için kullanılmaktadır. Araştırmacının kullanmış olduğu diğer teknik ise "çekme rijitleşmesi" tekniği olup çatlaklar arası betondaki çekme rijitliği etkisinin değişimini belirlemek için kullanmıştır. Yine diğer araştırmalarda olduğu gibi bu araştırmacı da yaptığı teorik çalışmayı deneysel çalışmayla pekiştirmiştir.

Fanning (2001), betonarme ve ön germeli betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizini yapmıştır. 3 m'lik betonarme kiriş ve 9 m'lik ön germeli kirişlerin sonlu elemanlarla modellemesini ANSYS paket programında yaparak bu elemanların göçme anına kadar doğrusal olmayan eğilme davranışlarını incelemiştir. Hazırladıkları bu kirişleri deneye tabi tutarak da yük-yerdeğiştirme eğrilerini teorik çalışmayla kıyaslamıştır.

Kaklous ve Ghaboussi (2001), betonarme kirişlerde beton için ortalama basınç, çekme-gerilme, gerilme-şekildeğiştirme bağıntılarını belirlemek için bir yöntem geliştirmişlerdir. Bu yöntemi literatürde yayınlanan çok sayıda kiriş örneğine uygulamışlar ve çatlamış çekme etkisindeki betonlar için çok sayıda ortalama gerilme-şekildeğiştirme eğrileri üretmişlerdir. Karmaşık çatlaklar ve büzülme etkilerinin de basit yaklaşımlarla dikkate alındığı bu çalışmada elde edilen sonuçlar yapay sinir ağlarına eğitici veri olarak kullanılmıştır.

Kwak ve Kim (2001), betonarme düzlem yapıların sonlu elemanlarla doğrusal olmayan analizi için bir analitik model üzerinde çalışmışlardır. Yaptıkları çalışmada, çekme çatlamasından sonra, beton basınç dayanımının azaldığını gözlemlemişler ve betonun çekme gerilmesi dayanımının takviye edilmiş çelikle sürdürüldüğünü kabul etmişlerdir (çekme rijitliği etkisi). Donatı ile beton arasında, ortalama gerilme ve şekildeğiştirme kavramlarını kullanarak, kuvvet eşitliklerine, uygunluk şartlarına ve sınır şartlarına dayalı olarak çekme rijitliği etkisini belirlemeye çalışmışlardır. Sonlu eleman modellemesiyle elde edilen sonuçları mevcut deneysel verilerle karşılaştırarak doğruluklarını test etmişlerdir. Geliştirdikleri modelin doğruluğunu kanıtlamak amacıyla

kiriş elemanları çeşitli gerilme şartları altında dikkate alarak, yük-yerdeğiştirme eğrileri üzerinde değerlendirmeler yapmışlardır.

Navakurlar ve Hsu (2001), deneysel veri ve sonlu eleman analizinin etkileşimi sayesinde yüksek dayanımlı beton yapıların çatlama analizi için doğrusal olmayan bir model geliştirmişlerdir. Deneysel olarak elde edilen çekme yumuşaması bağıntısını doğrusal olmayan ABAQUS sonlu elemanlar programına eklemişlerdir. Sonlu eleman analizinde eğilme dayanımını ve boyut etkisini de inceleyen araştırmacılar geliştirdikleri sonlu eleman modelinin basit ve kiriş testlerinde başarılı olduğunu belirtmektedirler.

Rabinovitch ve Frosting (2001), dıştan çelik lif şeridiyle güçlendirilmiş betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizi üzerine çalışmışlardır. Çok tabakalı yapılarda deformasyon, gerilme sonuçları ve gerilme analizi için genel yaklaşımlara dayalı olan CFHO (closed-form high order) modelini kullanarak çeşitli malzemelerin doğrusal olmayan davranışını incelemişlerdir. Gerilme sonuçlarını ve deformasyonları içeren kiriş doğrusal olmayan davranışını her yükleme adımında tamamen belirleyebilmişlerdir. Yaptıkları çeşitli deneyler sonucunda CFHO yaklaşımının güçlendirilmiş yapıların tasarımında kullanabileceğini belirtmektedirler.

Wang ve Hsu (2001), betonarme yapıların davranışını tahmin edebilmek için Zienkiewicz ve Taylor (2000) tarafından yazılan "The Finite Element Method" adlı kitapta verilmiş olan FEAP (Finite Element Analysis Program) programını değiştirerek FEAPRC (Finite Element Analysis Program for Reinforced Concrete) programını geliştirdiler. Gerilme, doğrusal olmayan analiz, dönüşüm matrisleri ve kayma modülünün hesabı için yaklaşık 1000 adet alt programı içeren FEAP programına ilgili malzeme modellerini yerleştirerek FEAPRC programını elde etmişlerdir. Wang ve Hsu (2001), betonarme yapıların davranışını elde etmek için FEAPRC programını geliştirirken bir takım kabuller yaparak betonarme elemanları kafes elemanlarla temsil etmişlerdir. Yaptıkları program başlıca, kayma modülünü, çekme etkisindeki betonun rijitliğini ve basınç etkisindeki betonun gerilme-şekildeğiştirme gibi karakteristiklerini dikkate almaktadır. Wang ve Hsu (2001), yaptıkları teorik çalışmayı kiriş ve panel gibi elemanları deneysel çalışmayla uyumlu olduğunu görmüşlerdir.

Limkatonyu (2002), betonarme çerçeve yapıların statik ve dinamik yükler altında lineer olmayan analizini yapmıştır. Çalışmanın asıl amacı donatı ve beton arasındaki karmaşık hareketi modellemektir. Bu karışık hareketi çözümlemek için üç farklı sonlu eleman yöntemi kullanmıştır. Sabit ve peryodik yükler altında farklı sonlu eleman formulasyonlarının farklılıklarını göstermek için birkaç deneysel test yapmıştır. Yaptığı çalışma sadece rijitlik ve gerilmeleri tahmin etmekle kalmayıp, ayrıca örneklerin göçme modlarını da temsil edebilmektedir.

Wong (2002), betonarme yapıların iki boyutlu doğrusal olmayan analizi için kullanıcılar (araştırmacılar) açısından kolaylıklar sağlayacak bir araştırma yapmıştır. VecTor2 adlı bir bilgisayar programını kullanan araştırmacı bu programın işleyişinin anlatılmasının yanı sıra, eşitliklerin çıkarılmasında kullanılan teorileri, yapılan kabulleri, betonarme elemanların modellenmesinde kullanılan sonlu eleman modelleri, sonlu eleman hesap araştırmalarını, malzeme modellerini, dayanım azalmasında kullanılan modelleri ve çatlama kriterlerini anlatırken literatürde araştırmacıların kullandıkları hesap ve modelleri bir araya toplamıştır.

Chung (2003), beton kirişlerle yapılmış köprülerin doğrusal olmayan sonlu elemanlarla analizi için çatlamış beton malzemesini modellemiştir. Bu modeli çelik kirişli köprülerde hareketli yük dağılımında önceden var olan çatlakların etkisini araştırmak için ABAQUS programına alt program olarak ilave ederek kullanmıştır. Sonuç olarak yaptığı çalışmayla ilk çatlağı oluşturacak yük seviyesini, nihai taşıma kapasitesini ve çatlak örneklerini tam olarak tahmin edebilmektedir.

Neild vd. (2003), hasarlı betonarme elemanların tespiti için doğrusal olmayan titreşim karakteristiklerini incelemişlerdir. Doğrusal olmayan davranış, zamanla tepki spektrumundaki düşüş esnasında temel frekanslardaki değişimi incelerken meydana gelmiştir. Yaptıkları testler göstermektedir ki hasar durumunda doğrusal olmayan titreşim davranışında değişiklikler bulunmaktadır. Bu değişiklikler düşük hasar seviyesinde en fazla olmaktadır. Betonarme köprülerde yüksek hasar tespitinde kullanışlı olmamasına rağmen yinede çıplak gözle görülemeyecek seviyede düşük hasarların tespitinde faydalı bir yöntem olduğunu ileri süren araştırmacılar, yapısal bütünlüğün yüksek seviyede gerekli olduğu özel yapıların değerlendirilmesinde bir öneme sahip olduğunu belirtmektedirler.

Rahmanian (2003), betonarme uzay çerçevelerin değişik yüklemeler altında doğrusal olmayan analizini yapmıştır. Malzeme bakımından doğrusal olmayan davranışı normal kuvvet, burulma, eğilme ve kesme kuvvetleri altında dikkate almıştır. Berkeley'de California Üniversitesinde geliştirilen lineer olmayan analiz programını modifiye ederek 3DRCF-CL programını geliştirmiştir. Bu programı kullanarak çekmeye ve burulmaya maruz çerçeve ve kiriş örneklerini çözmüştür.

Abbas vd. (2004), betonarme kiriş ve plakların çarpma yüklemesi altında doğrusal olmayan davranışını incelemişlerdir. Geliştirdikleri model betonun çatlamasını ve donatının akmasını belirleyebilmektedir. Geliştirdikleri modelin geçerliliğini doğrulamak amacıyla tekil yüke maruz betonarme basit kirişi teste tabi tutmuşlardır. Buldukları teorik sonuçların yaptıkları deneysel çalışmanın sonuçlarıyla uyumlu olduğunu belirtmişlerdir.

Arslan (2004), betonarme kirişin yük taşıma kapasitesinin analitik hesabında sonlu eleman boyut etkisini incelemiştir. Çatlama etkisini dikkate alan araştırmacı göçme kriteri olarak Drucker-Prager kriterini kullanmıştır. Betonun gerilme-şekildeğiştirme eğrisi olarak Hognestad tarafından önerilen modeli kullanmıştır.

Biondini vd. (2004), betonarme ve öngerilmeli yapıların statik yükler altında malzeme ve geometri değişimleri bakımından lineer olmayan analizinin güvenilirlik hesabı üzerine çalışmışlardır. Geliştirdikleri modeli kemer köprü üzerinde uygulamışlardır.

Bratina vd. (2004), betonarme düzlem çerçevelerin malzeme ve geometri bakımından doğrusal olmayan analizini yapmışlardır. Bu analiz, betonun dayanım azalmasını ve gerilme dağılımı gibi karakteristiklerini belirlemede zor ve karışık olduğu için yeterli hassasiyete sahip olabilmek amacıyla yeni bir kiriş modeli geliştirmişlerdir. Bu aşamada Reissner düzlem kiriş teorisini kullanarak geometrik bakımdan doğrusal olmayan davranışı dikkate almışlardır. Çalışmalarında gerilme dayanımı azalmasını da dikkate alan araştırmacılar, laboratuar ortamında çerçeve yapıları test etmişlerdir.

Carlos vd. (2004), yapay sinir ağları yöntemini kullanarak betonarme yapıların çatlak genişliğini belirlemek üzere bir çalışma yapmışlardır. Geri besleme ve Genetik Algoritma olmak üzere 2 farklı eğitici algoritma kullanan araştırmacılar bu algoritmaların sonuçlarının karşılaştırmalarını da yapmışlardır.

Coletti vd. (2004), betonarme kirişlerin göçme anındaki yapısal davranışını analiz etmek için teorik bir çalışma sunmuşlardır. Analitik çalışmada malzemenin ve yapı elemanlarının doğrusal olmayan davranışını dikkate almışlardır. Kirişin olası tüm göçme şekillerini dikkate alan bu model sınır durumda kirişin yük taşıma kapasitesini tahmin edebilmektedir. Geliştirilen modelin geçerliliğini doğrulamak için 100'e yakın örnek üzerinde deneyerek literatürdeki örneklerle karşılaştırmışlardır.

Hamed ve Frosting (2004), öngerilmeli çatlamış beton kirişlerin serbest titreşimi üzerine araştırma yapmışlardır. Çalışmalarında çatlakların ve beton ile öngerilmeli betonun doğrusal olmayan davranışının çatlamış kirişin doğal frekansına etkisini incelemişlerdir. Doğal frekansı, dış yüklerden dolayı farklı seviyelerde çatlamış kirişlerden belirlemişlerdir. Betonun doğrusal olmayan malzeme davranışı ve çatlama etkisi çeşitli malzemelerin doğrusal olmayan bağıntıları kullanılarak modellenmiştir.

Hu vd. (2004), betonarme kirişlerin liflerle alt yüzden yada iki yüzeyden güçlendirilmesi durumunda nihai yük taşıma kapasitesini tahmin etmek amacıyla ABAQUS hazır programında geliştirdikleri doğrusal olmayan modeli kirişler üzerinde incelemişlerdir. Donatı çubuklarının, betonun ve güçlendirilmiş plastik liflerin malzeme bakımından doğrusal olmayan davranışını yaklaşık modeller kullanarak ele almışlardır. Yaptıkları çalışmada liflerin kiriş rijitliğini artırdığını daha gerçekçi olarak göstermek isteyen yazarlar lifsiz kirişlerle lifli kirişlerin nihai yük taşıma kapasitelerini karşılaştırmışlardır.

Kaul (2004), deprem yükleri altında betonarme çerçevelerin göçme anına kadar dayanım ve rijitlik azalmasını belirlemek amacıyla bir model geliştirmiştir. Çalışmasında FORTRAN dilinde hazırladığı programındaki model, büyük deformasyonların modellenmesini, eğilme ve elastik olmayan eksenel kuvvet moment etkileşimini, dayanım azalmasını, periyodik yükler altında rijitlik azalmasını dikkate almaktadır.

Zhao vd. (2004), betonarme yüksek kirişlerin doğrusal olmayan analizini incelemişlerdir. Bu ortak çalışmalarının diğer yazarları betonarme yapıların doğrusal olmayan analizi için betonun çatlamasını, basınç dayanımının azalmasını ve donatıların yerleştirilme etkisini de dikkate alan bir sonlu eleman yöntemi geliştirmişlerdir (Kwan ve He, 2001; He and Kwan, 2001). Bu program, Zhao ve Kwan (2002) tarafından daha önce test edilmiş olan modeli analiz ederek kirişlerin eksenel uzamasının sınırlandırılmasını değiştirmek üzere parametrik bir çalışma yapmak suretiyle, betonarme yüksek kirişlerin göçme karakteristiklerini ve yük-yerdeğiştirme eğrilerini elde etmek amacıyla uygulanmıştır. Yaptıkları çalışmalar sonucunda elde ettikleri teorik ve deneysel sonuçların uyum içinde olduğunu belirtmişlerdir. Çalışmanın sonucunda eksenel uzamaya karşı herhangi bir sınırlama getirmenin yüksek kirişlerin doğrusal olmayan davranışını önemli derecede etkilediğini belirtmektedirler.

Chan ve Chen (2005), farklı bir yaklaşım kullanarak çok çatlaklı kirişlerde çatlakların yerini ve derinliğini belirlemeye çalışmışlardır. Bunun için önce, çok çatlaklı kirişin serbest titreşiminin mod şekli ve doğal frekanslarını elde edip, sonra bu verilere bağlı olarak çatlakların pozisyonlarını belirlemeye çalışmışlardır. Daha sonra da çatlakların pozisyonu belli ise, kullandıkları bu yaklaşımla frekans sayesinde çatlağın derinliğini tahmin etmeye çalışmışlardır. Yaptıkları çalışmalar sonucunda bir kirişte birçok çatlak

olması durumunda bile çatlakların yerini ve pozisyonunu hesaplayabildiklerini belirtmektedirler.

Riveros (2005), betonarme derin kirişlerin çatlama sonrası davranışını incelemiştir. Araştırmacı geliştirdiği sayısal modelde, betonun basınç ve çekme yumuşamasının birlikte ele alınması, beton ile donatı arasındaki aderans ve boyuna donatının akması durumlarını dikkate almıştır. Geliştirdiği modelin, kesme donatısının olup olmaması durumlarında, normal ve yüksek dayanımlı betonarme derin kirişlerin deney sonuçlarıyla yükyerdeğiştirme, çatlak gelişimi ve boyut etkisi bakımından uyumlu sonuçlar verdiğini belirtmiştir.

Shang vd. (2005), dayanımı artırılmış betonarme kirişlerin eğilmesi üzerine çalışmışlardır. Bu amaçla, güçlendirilmiş 16 adet betonarme kiriş ile 2 adet sade betonlu örneği test etmişlerdir. Kirişlerin performansını karşılaştıran araştırmacılar, çatlama davranışını, açıklık orta noktasının yerdeğiştirmesini ve nihai dayanım değerlerini dikkate almışlardır. Çalışma sonucunda, kullandıkları güçlendiricinin betonarme kirişin eğilme dayanımını artırdığı, çatlamaya karşı dayanımını artırdığı ve kirişin eğilme rijitliğine katkıda bulunduğu kanaatine varmışlardır.

Ayoup (2006), çalışmasında betonarme kolon ve kirişlerin doğrusal olmayan analizi için yeni bir model sunmuştur. Geliştirdiği modelin geçerliliğini göstermek üzere çalışmasında doğrulama çalışmalarına yer vermiştir.

Dede vd. (2006) yaptıkları çalışmada betonarmeyi oluşturan beton ve donatı için gerilme-şekildeğiştirme eğrilerini ve doğrusal olmayan çözüm tekniklerini bir araya toplamışlardır.

Hoque (2006), polimer liflerle haricen güçlendirilmiş veya güçlendirilmemiş beton kiriş ve plakların davranışını belirlemek için 3 boyutlu doğrulsal olmayan sonlu elemanlar modeli geliştirmiştir. Betonun doğrusal olmayan ve çeliğin elasto-plastik davranışını modellemek için Ramtekkar'ın 3 boyutlu, 18 düğüm noktalı ve 108 serbestlik dereceli elemanını geliştirmiştir. Betonun malzeme bakımından doğrusal olmayan davranışını modellemek için Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisini kullanmıştır. Kompozit kiriş ve plak numuneler üzerine çeşitli parametre çalışmaları yapmıştır.

Wu (2006), sonlu elemanlar yöntemini kullanarak betonarme yapıların nihai dayanım sonrası ve çatlama sonrası doğrusal olmayan davranışlarını incelemiştir. Başlangıç yüklemesinden itibaren nihai dayanıma kadar olan safhada yük-yerdeğiştirme ilişkisini inceleyen araştırmacı beton ile donatı arsındaki aderansı da dikkate almıştır. Yaptığı durum çalışmalarında, eğer aderans ihmal edilirse yük-yerdeğiştirme eğrisi ve çatlak gelişimi tahmininde doğru sonuçtan biraz uzaklaşılacağını belirtmektedir. Ayrıca sistemin sonlu eleman ağının yeterli olması durumunda davranışın daha iyi temsil edilebileceğini belirtmektedir.

Hüsem ve Pul (2007) yüksek dayanımlı beton üzerine deneysel araştırma yapmışlardır. Çalışmalarında elde ettikleri gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin artan kısmının Kent-Park modeline ve azalan kısmının ise Nagashima modeline benzer olduğunu ortaya koymuşlardır.

Dede ve Ayvaz (2007a) betonarme kirişlerin malzeme bakımından doğrusal olmayan iki boyutlu sonlu elemanlar analizi üzerine bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmalarında beton ve donatı için farklı akma kriterleri kullanarak değişik modellemeler oluşturmuşlardır. Yazarlar başka çalışmalarında ise betonarme yapıların doğrusal olmayan analizinde farklı kriterlerin kıyaslamasını (Dede ve Ayvaz, (2007b)) ve Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisi ile von Mises akma kriterini kullanarak betonun elastik ve plastik aşamadaki davranışının (Dede ve Ayvaz, (2007c)) modellemesini yapmışlardır.

Bathi vd. (2008), betonarme kirişlerin kesmede göçme tipi ve 3 boyutlu sonlu elemanlar analizi için basit elasto-plastik analiz yöntemi geliştirmişlerdir. Çalışmalarında 12 adet basit mesnetli betonarme dikdörtgen kiriş kullanmışlardır. Kesme donatısı oranı ve çarpma hızını değişken olarak dikkate almışlardır. Kirişi orta açıklığından yükleyen araştırmacılar LS-DYNA doğrusal olmayan paket programını kullanmışlardır.

Dede vd. (2008) donatının kiriş boyunca düzgün yayılı olması durumunu ve donatını ile betonun kompozit tek bir eleman olması durumlarını dikkate alarak betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizini yapmışlardır. Her iki duruma göre elde ettikleri yük-yerdeğiştirme eğrilerini farklı eleman sayısına göre kıyaslamışlardır.

Stramandinoli ve Rovere (2008), çekme rijitleşmesi diye bilinen çatlaklar arasındaki bozulmamış betonun çekme kapasitesini dikkate alarak betonarme elemanlar için bir çalışma yapmışlardır. Betonun çekme gerilmelerine maruz kalması durumu için dikkate aldıkları gerilme-şekildeğiştirme eğrisini çatlama sonrası eksponansiyel olarak azalan bir eğri olarak donatı oranına bağlı olarak bir parametre ile tanımlamışlardır. Araştırmacılar geliştirdikleri bu modeli basit mesnetli betonarme kirişler üzerinde test ederek elde ettikleri sonuçları deneysel sonuçlarla kıyaslamışlardır.

Yi ve Duan (2008), çatlamış betonarme kirişlerin doğrusal olmayan dinamik karakteristiklerini tanımlamak amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Çatlamış beton kirişin

ivme spektrumu analizini yaparak frekans ile büyüklük arasındaki ilişkiyi elde edebilmişlerdir. Bunun sonucu olarak da doğrusal olmayan dinamik karakteristikleri tanımlayabilmişlerdir. Bu çalışma sonucunda, uyguladıkları yöntemin yapısal hasarın tespiti için faydalı olacağını belirtmektedirler.

Dede ve Ayvaz (2009a) yaptıkları çalışmada betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizinde çekme rijitleşmesinin etkisini incelemişlerdir. Başka bir çalışmalarında ise (Dede ve Ayvaz, 2009(b)) betonun doğrusal olmayan analizinde kullanılan akma kriterlerini bir araya toplamışlardır. Yazarlar yine başka bir çalışmalarında (Dede ve Ayvaz, 2009(c)) beton için literatürde önerilen ancak uygulaması olmayan Bresler-Pister akma kriterini dikkate alarak betonarme kirişlerin plastik davranışını incelemişlerdir. Bu çalışmalarında Bresler-Pister akma kriterine dayalı olarak plastik rijitlik matrisinin elde edilişini sunmuşlardır. Bu kritere göre analiz sonucu elde ettikleri yük-yerdeğiştirme eğrilerini alışılagelmiş kriterlerin dikkate alınması sonucu elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile kıyaslamışlardır.

Yukarıda sıralanan çalışmaların hemen hepsi malzeme bakımından doğrusal olmayan davranışla ilgilidir. Geometrik bakımdan betonun doğrusal olmayan davranışı üzerine de yapılan birçok çalışma bulunmaktadır. Karamandilis ve Jasti, 1987; Jiang vd., 1994; Marques ve Creus, 1994; Hsia ve Chaudhuri, 1996; Olivera ve Creus, 2000; Civalek, 2005 ve Zhang ve Kim, 2005(a,b) bu konuda yapılan çalışmalara örnek olarak verilebilir.

1.3. Gerilme ve Şekildeğiştirme

1.3.1. Bir Noktada Gerilme Durumu

Bir noktada en genel durum için gerilme bileşenleri Şekil 1.3 (a)'da gösterilmektedir. Düzlem gerilme durumundaki gerilme bileşenleri ve bu gerilme durumunun asal eksen takımında gösterilimi ise sırasıyla Şekil 1.3 (b) ve Şekil 1.3 (c)'de verilmektedir (İnan, 1988).

3 boyutlu gerilme durumuna ait gerilme tansörü Denklem (1.1)'de verilmektedir. Bu denklemde σ_x , σ_y ve σ_z sırasıyla x, y ve z doğrultusundaki normal gerilmeler, τ_{xy} , τ_{xz} , τ_{yx} , τ_{yz} , τ_{zx} ve τ_{zy} ise kayma gerilmeleri olup ilk indis kayma gerilmesinin bulunduğu düzlemin normalini ve ikinci indis kayma gerilmesinin yönünü belirtmektedir. Düzlem gerilme
durumunda 3. boyuttaki gerilme bileşenleri sıfır olmaktadır. Bu duruma ait gerilme bileşenleri σ_{11} , σ_{12} , σ_{21} ve σ_{22} olmak üzere Denklem (1.2)'de verilmektedir.



Şekil 1.3. Bir noktada (a) 3 boyutlu ve (b) 2 boyutlu gerilme durumu bileşenleri ve (c) 2 boyutlu durumda asal gerilmelerin gösterilimi

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$
(1.1)

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix}$$
(1.2)

3 boyutlu gerilme durumu için 1., 2. ve 3. gerilme invaryantları (sabitleri) Denklem (1.3), σ_1, σ_2 ve σ_3 asal gerilmeleri Denklem (1.4) yardımıyla hesaplanabilmektedir.

$$I_{1} = \sigma_{x} + \sigma_{y} + \sigma_{z} = \sigma_{1} + \sigma_{2} + \sigma_{3}$$

$$I_{2} = \sigma_{x}\sigma_{y} + \sigma_{x}\sigma_{z} + \sigma_{y}\sigma_{z} - \sigma_{xy}^{2} - \sigma_{yz}^{2} - \sigma_{xz}^{2} = \sigma_{1}\sigma_{2} + \sigma_{2}\sigma_{3} + \sigma_{3}\sigma_{1}$$

$$I_{3} = det(\sigma_{ii}) = \sigma_{1}\sigma_{2}\sigma_{3}$$
(1.3)

$$\sigma^{3} - I_{1}\sigma^{2} + I_{2}\sigma - I_{3} = 0 \tag{1.4}$$

Düzlem gerilme durumu için gerilme invaryantları ve asal gerilmeler sırasıyla Denklem (1.5) ve Denklem (1.6) yardımıyla hesaplanabilmektedir.

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 \tag{1.5}$$

$$I_2 = \sigma_1 \sigma_2$$

$$\sigma_{1,2} = \left(\frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2}\right)^2 + \sigma_{12}^2}$$
(1.6)

Deviatorik (sapıcı) gerilmeler ise, ortalama gerilme σ_{m}

$$\sigma_{\rm m} = \frac{1}{3} \left(\sigma_{\rm x} + \sigma_{\rm y} + \sigma_{\rm z} \right) = \frac{1}{3} I_1 \tag{1.7}$$

bağıntısıyla, kroneker delta, δ_{ij}

$$\delta_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(1.8)

bağıntısıyla belirlendikten sonra

$$\mathbf{s}_{ij} = \boldsymbol{\sigma}_{ij} - \boldsymbol{\sigma}_{m} \boldsymbol{\delta}_{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{11} & \mathbf{s}_{12} & \mathbf{s}_{13} \\ \mathbf{s}_{21} & \mathbf{s}_{22} & \mathbf{s}_{23} \\ \mathbf{s}_{31} & \mathbf{s}_{32} & \mathbf{s}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\boldsymbol{\sigma}_{xx} - \boldsymbol{\sigma}_{m}) & \boldsymbol{\sigma}_{xy} & \boldsymbol{\sigma}_{xz} \\ \boldsymbol{\sigma}_{yx} & (\boldsymbol{\sigma}_{yy} - \boldsymbol{\sigma}_{m}) & \boldsymbol{\sigma}_{yz} \\ \boldsymbol{\sigma}_{zx} & \boldsymbol{\sigma}_{zy} & (\boldsymbol{\sigma}_{zz} - \boldsymbol{\sigma}_{m}) \end{bmatrix}$$
(1.9)

bağıntısıyla belirlenebilmektedir. Ortalama kayma gerilmesi ise

$$\tau_{\rm m} = \sqrt{\frac{2}{5}J_2} \tag{1.10}$$

bağıntısıyla hesaplanabilmektedir.

Sapıcı gerilmelerin invaryantları (J1, J2 ve J3) sırasıyla

$$J_{1} = s_{11} + s_{22} + s_{33} = 0$$

$$J_{2} = \frac{1}{2} (s_{11}^{2} + s_{22}^{2} + s_{33}^{2} + 2\sigma_{12}^{2} + 2\sigma_{23}^{2} + 2\sigma_{31}^{2}) = \frac{1}{3} (I_{1}^{2} - 3I_{2})$$

$$J_{3} = det(s_{ij}) = \frac{1}{27} (2I_{1}^{3} - 9I_{1}I_{2} + 27I_{3})$$
(1.11)

bağıntılarıyla, ve oktahedral gerilmeler (σ_{oct} , τ_{oct}) ise yine sırasıyla

$$\sigma_{\rm oct} = \frac{1}{3} I_1$$

$$\tau_{\rm oct} = \sqrt{\frac{2}{3}} J_2$$
(1.12)

bağıntılarıyla hesaplanabilmektedir. Bu değerler, malzeme plastik matrislerinin oluşturulmasında normal eksen takımındaki gerilmelerin oluşturduğu işlem hacmini azaltmaktadır.

Asal eksenlerden eşit uzaklıkta bulunan doğrultu (d) hidrostatik eksen olarak adlandırılmakta ve bu doğrultu üzerindeki 3 asal gerilme daima birbirine eşit olup deviatorik gerilmeler ise sıfır olmaktadır. Hidrostatik eksene dik olan düzlemlere deviatorik düzlem adı verilmektedir. Eğer deviatorik düzlem asal gerilmeler ekseninde orjinden geçiyorsa ($\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$) bu özel düzleme de π düzlemi adı verilmektedir. Gerilme bileşenlerinin geometrik ifadeleri olan bu tanımlamalar Şekil 1.4'de gösterilmektedir.



Şekil 1.4. (a) gerilmelerin geometrik gösterimi ve (b) deviatorik düzlem

Şekil 1.4'deki p deviatorik uzunluğu göstermektedir ve

$$\rho = \sqrt{2J_2} \tag{1.13}$$

bağıntısıyla, ξ hidrostatik uzunluğu göstermektedir ve

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 \tag{1.14}$$

bağıntısıyla, e birim uzunluğu göstermektedir ve

$$e = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
(1.15)

bağıntısıyla, θ ise benzerlik açısını göstermektedir ve

$$\cos(3\theta) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} = \frac{\sqrt{2}J_3}{\tau_{oct}^3}$$
(1.16)

bağıntısıyla hesaplanabilmektedir (Chen, 1982).

1.3.2. Bir Noktada Şekildeğiştirme Durumu

Bir elemanda doğru parçalarının boyu veya doğrultular arasındaki açı değişiyorsa bu durumda bir şekildeğiştirme meydana gelmektedir. Şekildeğiştirme durumu ise şekildeğiştirme tansörü bileşenlerinin bilinmesiyle belirlenmektedir. Şekil 1.5'de şekildeğiştirme durumu gösterilmekte olup düzlem gerilme durumunda gerilme bileşenleri normal ve asal eksen takımında verilmektedir (İnan, 1988).



Şekil 1.5. (a) şekildeğiştirme bileşenleri, (b) düzlem şekildeğiştirme tansörü ve (c) asal şekildeğiştirme bileşenleri

Şekil 1.5'deki γ_{xy} kayma şekildeğiştirmesi olup α_1 ve α_2

$$\alpha_1 = \frac{\partial v}{\partial x}, \ \alpha_2 = \frac{\partial u}{\partial y}$$
(1.17)

bağıntılarıyla belirlendikten sonra

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$$
(1.18)

bağıntısıyla, normal şekildeğiştirmeler $\boldsymbol{\epsilon}_x$ ve $\boldsymbol{\epsilon}_y$ ise

$$\varepsilon_{x} = \frac{\partial u}{\partial x}, \ \varepsilon_{y} = \frac{\partial v}{\partial y}$$
 (1.19)

bağıntılarıyla belirlenebilmektedir. Şekildeğiştirme tansörü 3 boyutlu durum için

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{x} & \frac{\gamma_{xy}}{2} & \frac{\gamma_{xz}}{2} \\ \frac{\gamma_{yx}}{2} & \varepsilon_{y} & \frac{\gamma_{yz}}{2} \\ \frac{\gamma_{zx}}{2} & \frac{\gamma_{zy}}{2} & \varepsilon_{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}$$
(1.20)

bağıntısıyla, 2 boyutlu durum için ise

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{x} & \frac{\gamma_{xy}}{2} \\ \frac{\gamma_{yx}}{2} & \varepsilon_{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} \end{bmatrix}$$
(1.21)

bağıntısıyla hesaplanabilmektedir.

Şekildeğiştirme tansörünün 3 boyutlu duruma ait asal bileşenleri olan $\epsilon_1,\,\epsilon_2,\,\epsilon_3$

$$\left|\varepsilon_{ij} - \varepsilon \delta_{ij}\right| = 0 \tag{1.22}$$

bağıntısından elde edilecek 3.
dereceden polinomun kökleri olarak, düzlem gerilme durumunda is
e ϵ_1 ve ϵ_2

$$\varepsilon_{1,2} = \left(\frac{\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22}}{2}\right)^2 + \varepsilon_{12}^2}$$
(1.23)

bağıntısı yardımıyla belirlenebilmektedir.

1.3.3. Gerilme Bölgeleri

Gerilme-şekildeğiştirme bağıntılarını kullanabilmek için öncelikli olarak gerilme bölgelerinin tayin edilmesi gerekmektedir. Yani, mevcut eleman yada Gauss noktası için gerilme durumunun basınç mı yoksa çekme mi olduğuna karar verilmelidir. Normal eksen takımında gerilme bileşenlerine bakarak eleman yada Gauss noktası çekmeye yada basınca maruz demek yanıltıcı sonuçlar verebilmektedir. Şekil 1.6'dan görüldüğü gibi σ_x , σ_y ve τ_{xy} gerilme bileşenleri Mohr dairesine yerleştirildiğinde kendileri pozitif olduğu halde asal bileşenlerinin bir tanesi (σ_2) negatif olabilmektedir. Bundan dolayı eleman yada Gauss noktasındaki gerilmenin işaretini belirlemek için gerilme invaryantları ve deviatorik gerilme invaryantları cinsinden yazılan bağıntıları kullanmak daha kesin sonuçlar vermektedir.



Şekil 1.6. Asal gerilmelerin Mohr dairesinde gösterilimi

Çekme-çekme bölgesi

$$\sqrt{J_2} - \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 > 0 \tag{1.24}$$

bağıntısı, çekme-basınç bölgesi için

$$\sqrt{J_2} - \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 \le 0$$
 ve $I_1 \ge 0$ (1.25)

bağıntısı, basınç-çekme bölgesi için

$$\sqrt{J_2} + \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 \ge 0 \text{ ve } I_1 \le 0$$
 (1.26)

bağıntısı ve basınç-basınç bölgesi için

$$\sqrt{J_2} + \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 < 0 \tag{1.27}$$

bağıntısı kullanılabilmektedir.

Bu bağıntılarla temsil edilen bölgelerin I_1 - J_2 düzlemindeki geometrik gösterilimi Şekil 1.7'de verilmektedir (Chen, 1994).



Şekil 1.7. Gerilme bölgeleri

1.4. Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrileri

1.4.1. Basınç Etkisindeki Betonun Gerilme Şekildeğiştirme Eğrileri

Basınç etkisinde betona ait gerilme şekildeğiştirme eğrilerine göre beton, gerilme eksenindeki maksimum değer (tepe noktası) öncesi ve sonrası farklı davranışlara sahip

olabilmektedir. Bundan dolayı literatürde mevcut olan modellerin bazıları tüm eğri yerine tepe noktası öncesi veya sonrası kısımlarını dikkate almaktadır. Beton, tepe noktasından sonra mevcut basınç gerilmesine karşı koymaya devam eder. Bu davranış, betonu gevrek davranıştan sünek davranışa geçirir. Bu kalıcı basınç gerilmesi ve süneklik betonarme yapının bazı bölgelerinde yerel göçmelere sebep olabilir. Ancak iç gerilmelerin yeniden dağılımı oluştuğunda yapının toptan göçmesi önlenir. Bu şekildeki bir davranış tasarımda ekonomik yararlar sağlayabilirken istenen modun aşırı zorlanması istenmeyen göçme modlarına sebep olabilir. Bu davranışın seçimi yük-yerdeğiştirme ilşkisinin gerçek analizi için çok önemlidir (Wong, 2002).

Basınç etkisi altında betonun gerilme-şekildeğiştirme ilişkisini tanımlamak için doğrusal elastik, Hognestad, CEB-FIB, Colins-Porasz, Desayi-Krishnan, Desayi-Krishnan-Saenz, Hoshikuma, Kent-Park, Park-Paulay, Popovics, Popovics-Mander, Popovics-Saenz ve Saenz literatürde araştırmacılar tarafından önerilen gerilme-şekildeğiştirme eğrileri aşağıda açıklanmaktadır.

1.4.1.1. Doğrusal Elastik Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme ilişkisinde betonun basınç gerilmeleri altında tepe noktasına kadar doğrusal elastik ve bu noktadan sonra tam plastik davrandığı kabul edilmektedir (Wong, 2002). Gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi, σ_p ve ε_p gerilmeşekildeğiştirme eğrisinin tepe noktası koordinatlarını, σ_c ve ε_c ise sırasıyla betonun gerilme ve şekildeğiştirmesini göstermek üzere

$$\sigma_{c} = \begin{cases} -\left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right)\sigma_{p} & \varepsilon_{p} < \varepsilon_{c} < 0 \\ -\sigma_{p} & \varepsilon_{p} < \varepsilon_{c} < 0 \end{cases}$$
(1.28)

bağıntısı ile belirlenen bu gerilme-şekildeğiştirme ilişkisinin genel formu Şekil 1.8'de gösterilmektedir.



Şekil 1.8. Doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.4.1.2. Hognestad Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Hognestad (1951) parabolü olarak da anılan bu gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi normal dayanımlı ($f_c < 40$ Mpa) betonlar için önerilmiştir (Ersoy, 1985; Polak, 1992; Seracino, 1995; Tata, 1996; Ariss, 1999; Wong, 2002). Tepe noktası öncesi ve sonrası için kullanılabilen bu modelin gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi

$$\sigma_{c} = -\sigma_{p} \left\{ 2 \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}} \right) - \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}} \right)^{2} \right\} < 0 \quad \Rightarrow \varepsilon_{c} < 0 \tag{1.29}$$

bağıntısıyla verilmekte olup genel formu Şekil 1.19'da gösterilmektedir. Gerilmeşekildeğiştirme ilişkisinin kullanımında başlangıç elastisite modülü

$$E_{o} = 2 \frac{\sigma_{p}}{\left|\varepsilon_{p}\right|}$$
(1.30)

bağıntısıyla belirlenebilmektedir.



Şekil 1.9. Hognestad gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.4.1.3. CEB-FIB Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Kısa süreli yüklemeler için önerilen CEB-FIP (Comité Euro-International du Béton and Fédération International de la Précontrainte) gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi, K_o başlangıç rijitlik değeri

$$K_{o} = E_{o} \frac{\varepsilon_{p}}{\sigma_{p}}$$
(1.31)

olmak üzere

$$\sigma_{c} = \sigma_{p} \frac{K_{o} \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right) - \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right)^{2}}{1 + (K_{o} - 2) \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right)}$$
(1.32)

bağıntısıyla verilmekte olup farklı K_o değerleri için Şekil 1.10'da gösterilmektedir (Kwon, 2000) .



Şekil 1.10. CEB-FIB gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.4.1.4. Popovics Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Popovics'in (1973) önerdiği gerilme-şeklildeğiştirme eğrisinin artan ve azalan kısımları doğrusal davranışa yakın bir davranış göstermektedir (Kwon, 2000; Wong, 2002; Oh, 2002). Bu model, en büyük basınç gerilmesi değerinin artması durumunda betonun sünekliğini azaltmaktadır. Gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi, n ve E_{sec} sırasıyla

$$n = \frac{E_o}{E_o - E_{sec}}$$
(1.33)

$$E_{sec} = \frac{\sigma_{p}}{\left|\varepsilon_{p}\right|}$$
(1.34)

olmak üzere

$$\sigma_{c} = \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right) \sigma_{p} \frac{n}{n - 1 + \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right)^{n}} \qquad \varepsilon_{c} < 0$$
(1.35)

bağıntısıyla verilmekte olup farklı beton basınç dayanımları için Şekil 1.11'de gösterilmektedir.



Şekil 1.11. Popovis gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.4.1.5. Collins ve Porasz Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Collins ve Porasz (1989), Popovics önerdiği gerilme-şekildeğiştirme ilişkisini değiştirerek yüksek dayanımlı betonlar için gerilme-şekildeğiştirme eğrisi önermişlerdir (Polak, 1992; Oh, 2002). Önerdikleri gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi,

$$n = 0.80 + \frac{\sigma_p}{17}$$
(1.36)

$$\varepsilon_{p} = \frac{\sigma_{p}}{E_{o}} \frac{n}{n-1} (MPa)$$
(1.37)

$$\mathbf{k}_{c} = \begin{cases} 1.0 & \varepsilon_{p} < \varepsilon_{c} < 0\\ 0.67 + \frac{\sigma_{p}}{62} \ge 1.0 & \varepsilon_{c} < \varepsilon_{p} < 0 \end{cases}$$
(1.38)

olmak üzere

$$\sigma_{c} = -\left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right)\sigma_{p}\frac{n}{n-1+\left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right)^{nk_{c}}} \qquad \varepsilon_{c} < 0$$
(1.39)

bağıntısıyla verilmekte olup farklı beton dayanımları için Şekil 1.12'de gösterilmektedir.



Şekil 1.12. Collins ve Porasz gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.4.1.6. Saenz Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Bu gerilme-şekildeğitirme eğrisinin azalan kısmı üzerinde koordinatları ϵ_{f} vef_f olan bir kontrol noktası seçilmektedir. Ancak bu nokta eğrinin azalan kısmı üzerinde olduğu için, belirlenmesi oldukça zor olup deneysel çalışmalar sonucunda önerilen bağıntılardan elde edilmektedir. Bu bağıntılar

$$\sigma_{\rm f} = 0.85\sigma_{\rm p} \tag{1.40}$$
$$\varepsilon_{\rm f} = 1.41\varepsilon_{\rm p}$$

şeklindedir. Ayrıca

$$A = C + K_{o} - 2, \quad B = 1 - 2C, \quad C = K_{o} \frac{(K_{\sigma} - 1)}{(K_{\varepsilon} - 1)^{2}} - \frac{1}{K_{\varepsilon}}$$

$$K_{o} = E_{o} \frac{\varepsilon_{p}}{\sigma_{p}}, \quad K_{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{f}}{\varepsilon_{p}}, \quad K_{\sigma} = \frac{\sigma_{p}}{\sigma_{f}}$$

$$(1.41)$$

olmak üzere bu gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi

$$\sigma_{c} = \sigma_{p} \frac{K_{o} \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right) - \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right)^{2}}{1 + A \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right) + B \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right)^{2} + C \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right)^{3}}$$
(1.42)

bağıntısıyla (Saenz, 1964) verilmekte olup (Kwon, 2000; Balan vd., 2001; Assan, 2002; Hoque, 2006) farklı başlangıç rijitlikleri için formu Şekil 1.13'de gösterilmektedir.



Şekil 1.13. Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.4.1.7. Popovics ve Saenz Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Bu gerilme-şekildeğiştirme ilişkisinde, gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin artan kısmı için Popovics azalan kısmı için ise Saenz gerilme-şekildeğiştirme ilişkisinin kullanılması önerilmektedir (Kwon, 2000). Gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi

$$K_{o} = E_{o} \frac{\varepsilon_{o}}{\sigma_{o}}, K_{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{f}}{\varepsilon_{o}}, K_{\sigma} = \frac{\sigma_{o}}{\sigma_{f}}, r = \frac{K_{o}}{K_{o} - 1}$$
(1.43)

$$A = C + K - 2, B = 1 - 2C, C = K \frac{(K_{\sigma} - 1)}{(K_{\varepsilon} - 1)^{2}} - \frac{1}{K_{\varepsilon}}, D = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right) \ge 1$$

$$A = B = C = 0, D = K - 1 \qquad \Leftrightarrow \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right) < 1$$
(1.44)

olmak üzere

$$\sigma_{c} = \sigma_{p} \frac{K_{o} \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right)}{1 + A \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right)^{2} + B \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right)^{2} + C \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right)^{3} + D \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right)^{r}}$$
(1.45)

bağıntısıyla verilmekte olup farklı başlangıç rijitlikleri için Şekil 1.14'de gösterilmektedir.



Şekil 1.14. Popovics ve Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.4.1.8. Popovics ve Mander Gerilme Şekildeğiştirme Eğrisi

Mander vd. (1988) enine donatılarla sarılı betonun basınç gerilmesi altındaki davranışı için bir gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi önermişlerdir. Önerilen bu ilişki Bu modelin genel formu Popovics modeli ile aynı olup sadece başlangıç rijitliği farklıdır (Wong, 2002). Bu modelin genel formu farklı beton basınç dayanımları için Şekil 1.15'de gösterilmektedir.

$$n = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}}, \quad E_{sec} = \frac{\sigma_p}{\varepsilon_p}, \quad E_c = 5000\sqrt{\sigma_p}$$
(1.46)

olmak üzere

$$\sigma_{c} = \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right) \sigma_{p} \frac{n}{n - 1 + \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right)^{n}} < 0.2\sigma_{p} \quad \varepsilon_{c} < \varepsilon_{p} < 0$$
(1.47)

bağıntısıyla verilmekte olup farklı beton basınç dayanım değerleri için Şekil 1.15'de verilmektedir. Denklem 1.47'den görüldüğü gibi gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi Popovics gerilme-şekildeğiştirme ilişkisiyle aynı olup sadece başlangıç rijitlikleri farklıdır (Wong, 2002)



Şekil 1.15. Popovics ve Mander gerilme şekildeğiştirme eğrisi

1.4.1.9. Hoshikuma Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Hoshikuma vd. (1996) betonarme köprü ayaklarıyla ilgili yaptıkları çalışmada beton için basınç etkisi altında bir gerilme-şekildeğiştirme bağıntısı önermişlerdir (Wong, 2002; Montaya, 2003). Sadece en büyük basınç gerilmesine kadar olan davranışı dikkate alabilen bu gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi

$$n = \frac{E_o}{E_o - E_{sec}}, \quad E_{sec} = \frac{\sigma_p}{|\varepsilon_p|}$$
(1.48)

olmak üzere

$$\sigma_{c} = E_{c} \varepsilon_{c} \left(1 - \frac{1}{n} \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}} \right)^{n-1} \right) \qquad \varepsilon_{p} < \varepsilon_{c} < 0$$
(1.49)

bağıntısıyla verilmekte ve farklı beton basınç dayanım değerleri için Şekil 1.16'da gösterilmektedir.



Şekil 1.16. Hoshikuma gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.4.1.10. Park ve Paulay Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Park ve Paulay (1975) orjinali Hosnestad tarafından oluşturulan gerilmeşekildeğiştirme eğrisinin artan kısmı için

$$\sigma_{c} = \sigma_{p} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}} \right) - \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}} \right)^{2} \right]$$
(1.50)

bağıntısıyla verilen Hognestad parabolünü, azalan kısmı için ise

$$\sigma_{\rm c} = \sigma_{\rm p} - 83\sigma_{\rm p} \left(\varepsilon_{\rm c} - \varepsilon_{\rm p}\right) \tag{1.51}$$

bağıntısıyla verilen lineer bir doğru kullanmaktadır (Piyasena, 2002; Rahmanian, 2003). Bu gerilme-şekildeğiştirme ilişkisinin genel formu Şekil 1.17'de gösterilmektedir.



Şekil 1.17. Park ve Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.4.1.11.Kent ve Park Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Kent ve Park (1971) başlangıç elastisite modülünün fonksiyonu olmayan ikinci dereceden bir gerilme şekildeğiştirme ilişkisi sunmuşlardır (Ersoy, 1985; Gan, 2000; Kwon, 2000; Limkatanyu, 2002; Husem and Pul, 2007). Bu ilişki

$$\sigma_{c} = \sigma_{p} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}} \right) - \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}} \right)^{2} \right]$$
(1.52)

bağıntısıyla verilmekte olup faklı başlangıç rijitlikleri için Şekil 1.18'de gösterilmektedir.



Şekil 1.18. Kent ve Park gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.4.1.12. Desayi ve Krishnan Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Desayi ve Krishnan (1964) tarafından önerilen gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi

$$\sigma_{c} = \frac{E_{c}\varepsilon_{c}}{1 + \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right)^{2}}$$
(1.53)

bağıntısıyla verilmekte (Demir, 1998; Chansawat, 2003; Bratina vd., 2004; Babu vd., 2005) ve Şekil 1.19'da gösterilmektedir.



Şekil 1.19. Desayi ve Krishnan gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.4.1.13. Desayi, Krishnan ve Saenz Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Desayi ve Krishan (1964) tarafından önerilen gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi daha sonra Saenz (1964) tarafından genelleştirilmiş olup

$$K_{o} = E_{c} \frac{\varepsilon_{p}}{\sigma_{p}}$$
(1.54)

olmak üzere

$$\sigma_{c} = \sigma_{p} \frac{K_{o} \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right)}{1 + (K_{o} - 2) \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right) + \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{p}}\right)^{2}}$$
(1.55)

bağıntısıyla verilmekte ve farklı başlangıç rijitlikleri için Şekil 1.20'de gösterilmektedir (Kwon, 2000).



Şekil 1.20. Desayi, Krishnan ve Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.4.2. Çekme Etkisindeki Beton Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrileri

Çekme etkisindeki betonun gevrek olan davranışı çatlamadan önce farklılık göstermektedir. Çatlamadan önceki davranışının doğrusal elastik olduğu varsayılmaktadır

(Wang ve Hsu, 2001; Rahmanian, 2003). Bu ilişki (σ_t - ε_t) çatlama gerilmesi (σ_{cr}) ve çatlama şekildeğiştirme oranı (ε_{cr}) ifadeleri yardımıyla

$$\varepsilon_{\rm cr} = \frac{\sigma_{\rm cr}}{E_{\rm c}} \tag{1.56}$$

olmak üzere

$$\sigma_{t} = E_{c} \varepsilon_{t} \qquad 0 < \varepsilon_{t} < \varepsilon_{cr} \qquad (1.57)$$

bağıntısıyla verilmektedir.

Çatlamadan sonra beton çekme gerilmeleri azalarak sıfıra gitmektedir. Fakat donatı ile beton arasındaki aderanstan ötürü, donatı etrafındaki çatlaklar arasında bir gerilme var olmaya devam eder. Bu gerilmeler çatlama gerilmesinden daha az olması gerekirken, nispeten büyük bir bölgede donatı etrafında hareket ederler. Bu durumda çekme etksindeki betonarmenin rijitliği, yalnız donatıdan daha fazladır. Bu nedenle buna çekme rijitleşmesi adı verilmektedir (Ahn, 1995; Wong, 2002).

Çekme etkisindeki betonun gerilme-şekildeğiştirme eğrileri olarak Bentz 1999, Collins ve Mitchell, Izumo vd. 1992, Wang ve Hsu (2001), Vecchio 1982 ve çekme rijitleşmesinin dikkate alınmaması durumu literatürde yaygın olarak görülenleri olup bunlar aşağıda kısaca açıklanmaktadır.

1.4.2.1. Bentz 1999 Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Bentz (1999), aderans özelliklerini dikkate almak için bir gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi önermiştir (Wong, 2002). Bu gerilme-şekildeğiştirme ilişkisinde "m" beton alanının donatının oluşturduğu aderans alanına oranı olarak tanımlanan bir katsayıyı göstermek üzere

$$\sigma_{t} = \frac{\sigma_{cr}}{1 + \sqrt{3.6m\varepsilon_{t}}} \qquad 0 < \varepsilon_{cr} < \varepsilon_{t}$$
(1.58)

bağıntısıyla tanımlanmakta olup Şekil 1.21'de verilmektedir.



Şekil 1.21. Bentz 1999 gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.4.2.2. Collins ve Mitchell Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Bu gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi, Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme ilişkisinin değiştirilmiş hali olup kabuk elemanlar için yapılan deneyler yardımıyla elde edilmiştir. Bu gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi

$$\sigma_{t} = \frac{\sigma_{cr}}{1 + \sqrt{500\varepsilon_{t}}} \qquad 0 < \varepsilon_{cr} < \varepsilon_{t}$$
(1.59)

bağıntısıyla verilmekte ve Şekil 1.22'de gösterilmektedir (Wong, 2002).



Şekil 1.22. Collins ve Mitchell gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.4.2.3. Izumo vd. 1992 Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Izumo vd. (1992), ortalama çatlak yaklaşımını kullanarak, düzlem gerilmeye maruz betonarme paneller için gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi önermişlerdir (Wong, 2002). Deney sonuçlarıyla uyumlu olan bu gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi

$$\sigma_{t} = \begin{cases} \sigma_{cr} & 0 < \varepsilon_{cr} < \varepsilon_{t} < 2\varepsilon_{cr} \\ \sigma_{cr} \left(\frac{2\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_{t}}\right)^{0.4} & 0 < 2\varepsilon_{cr} < \varepsilon_{t} \end{cases}$$
(1.60)

bağıntısıyla verilmekte ve Şekil 1.23'de gösterilmektedir.



Şekil 1.23. Izumo vd. (1992) gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.4.2.4. Wang ve Hsu Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Wang ve Hsu (2001), çekme gerilmeleri altındaki betonun davranışı için çatlama gerilmesine kadar doğrusal ve bu noktadan sonra parabolik olarak azalan bir eğri ile gerilme şekildeğiştirme ilişkisini belirlemişlerdir. Bu ilişki

$$\sigma_{t} = \begin{cases} E_{c} \varepsilon_{t} & \rightarrow \varepsilon_{t} \leq \varepsilon_{cr} \\ \sigma_{cr} \left(\frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_{t}} \right)^{0.4} & \rightarrow \varepsilon_{t} > \varepsilon_{cr} \end{cases}$$
(1.61)

bağıntısıyla verilmekte ve Şekil 1.24'de gösterilmektedir.



Şekil 1.24. Wang ve Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.4.2.5. Vecchio 1982 Gerilme-Şekildeğiştirme Eğrisi

Deneysel çalışma sonuçlarına dayalı olan bu gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi küçük çaptaki eleman ve yapılar için uygundur. Çekme gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi

$$\sigma_{t} = \frac{\sigma_{cr}}{1 + \sqrt{200\varepsilon_{t}}} \qquad 0 < \varepsilon_{cr} < \varepsilon_{t}$$
(1.62)

bağıntısıyla verilmekte ve Şekil 1.25'de gösterilmektedir (Emara, 1990; Selby, 1990; Wong ,2002).



Şekil 1.25. Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.4.2.6. Çekme Rijitleşmesinin Dikkate Alınmaması

Bu gerilme-şekildeğiştirme ilişkisinde, çatlama gerilmesine kadar gerilme şekildeğiştirme ilişkisi doğrusaldır. Çatlama gerilmesi değeri aşılınca çekme rijitliği etkisi dikkate alınmaz ve çatlama sonrası beton eleman artık gerilme taşıyamaz hale gelir. Bu gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi

$$\sigma_{t} = 0 \qquad 0 < \varepsilon_{cr} < \varepsilon_{t} \tag{1.63}$$

bağıntılarıyla verilmekte ve Şekil 1.26'da gösterilmektedir.



Şekil 1.26. Çekme rijitleşmesinin dikkate alınmaması

1.5. Malzeme Davranışı

Maruz kalınan gerilme düzeyine göre gerilme ile şekildeğiştirme arasında geçişi sağlayan malzeme matrisi elastik, plastik yada elasto-plastik malzeme matrisi olarak değişmektedir. Gerilme ile şekildeğiştirme arasında doğrusal ilişkinin olduğu ilk aşamada elastik malzeme matrisi, plastik şekildeğiştirmelerin oluşmaya başladığı aşamada hem elastik hemde plastik şekildeğiştirmeler olacağı için elasto-plastik malzeme matrisi ve şekildeğiştirmenin tamamen plastik olduğu aşamada özellikle geometrik bakımdan doğrusal olmayan analizde plastik malzeme matrisi kullanılmaktadır. Bu matrisler betonun malzeme bakımından davranışını temsil etmektedirler. Şekil 1.27'de betonun elastik

aşamadan plastik aşamaya geçişi ve yumuşama ile birlikte nihai davranışı gösterilmektedir (Chen, 1982).



Şekil 1.27. Betonun gerilme-şekildeğiştirme eğrisi

1.5.1. Elastik Malzeme Davranışı

Malzeme bakımından doğrusal olmayan analiz yönteminde malzeme matrisi gerilmenin bir fonksiyonu olarak değişeceğinden gerilme-şekildeğiştirme bağıntısını artımsal yani yük geçmişine bağlı olarak yazmak daha doğru olmaktadır. Bu durumda, elastik aşamada 3 boyutlu gerilme durumu için, D_{ijkl} elastik malzeme matrisini göstermek üzere izotrop doğrusal elastik malzeme için gerilme-şekildeğiştirme ilişkisi

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl} d\varepsilon_{kl}^e \tag{1.64}$$

bağıntısıyla verilmektedir. Bu bağıntı, G kayma modülünü ve K hacimsel modülü göstermek üzere

$$\begin{cases} d\sigma_{x} \\ d\sigma_{y} \\ d\sigma_{z} \\ d\tau_{xy} \\ d\tau_{yz} \\ d\tau_{zx} \end{cases} = \begin{bmatrix} \left(K + \frac{4}{3}G \right) & \left(K - \frac{2}{3}G \right) & \left(K - \frac{2}{3}G \right) & 0 & 0 & 0 \\ \left(K - \frac{2}{3}G \right) & \left(K + \frac{4}{3}G \right) & \left(K - \frac{2}{3}G \right) & 0 & 0 & 0 \\ \left(K - \frac{2}{3}G \right) & \left(K - \frac{2}{3}G \right) & \left(K + \frac{4}{3}G \right) & 0 & 0 & 0 \\ \left(K - \frac{2}{3}G \right) & \left(K - \frac{2}{3}G \right) & \left(K + \frac{4}{3}G \right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\epsilon_{x} \\ d\epsilon_{y} \\ d\epsilon_{z} \\ d\gamma_{xy} \\ d\gamma_{yz} \\ d\gamma_{zx} \end{bmatrix}$$
(1.65)

şeklinde yazılabilmektedir. Malzeme matrisi terimleri olan G ve K, elastisite modulü (E), Poisson oranı (v)ve Lame sabiti (λ) cinsinden de Tablo 1.1'de verilmektedir (Chen ve Saleeb, 1982).

Tablo	1.1.	Mal	zeme	sabit	lerinin	dönüs	ümü
					•••••••	4011019	

	G	Е	K	λ	ν
G,E	G	Е	$\frac{\text{GE}}{9\text{G}-3\text{E}}$	$\frac{G(E-2G)}{3G-E}$	$\frac{E-2G}{2G}$
G,K	G	$\frac{9KG}{3K+G}$	K	$K - \frac{2G}{3}$	$\frac{3K-2G}{2(3K+G)}$
G,λ	G	$\frac{G\left(3\lambda+2G\right)}{\lambda+G}$	$\lambda + \frac{2G}{3}$	λ	$\frac{\lambda}{2\big(\lambda+G\big)}$
G,v	G	2G(1+v)	$\frac{2G(1+\nu)}{3(1-2\nu)}$	$\frac{2Gv}{1-2v}$	ν
E,K	<u>3KE</u> 9K – E	Е	K	$\frac{K(9K-3E)}{9K-E}$	$\frac{3K-E}{6K}$
E,v	$\frac{E}{2(1+\nu)}$	Е	$\frac{\mathrm{E}}{3(1-2\nu)}$	$\frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$	ν
Κ,λ	$\frac{3(K-\lambda)}{2}$	$\frac{9K(K-\lambda)}{3K-\lambda}$	K	λ	$\frac{\lambda}{3K-\lambda}$
K,v	$\frac{3K(1-2\nu)}{2(1+\nu)}$	3K(1-2v)	K	$\frac{3Kv}{1+v}$	ν

Düzlem gerilme durumunda ise 3. boyuttaki gerilme bileşenleri sıfır $(\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0)$ olacağından izotrop doğrusal elastik malzeme için

$$\begin{cases} d\sigma_{x} \\ d\sigma_{y} \\ d\tau_{xy} \end{cases} = \frac{E}{\left(1 - \nu^{2}\right)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\left(1 - \nu\right)}{2} \end{bmatrix} \begin{cases} d\varepsilon_{x} \\ d\varepsilon_{y} \\ d\gamma_{xy} \end{cases}$$
(1.66)

bağıntısı verilmektedir.

Gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin doğrusal elastik olmadığı durumlarda, elastik aşamada, Denklem 1.66'daki elastisite modulünün (E) tanjant modulü (Et) ile yerdeğiştirilmesi gerekmektedir. Tanjant modulü gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin eğimidir (Chen, 1982).

1.5.2. Plastik Malzeme Davranışı

Plastik aşamadaki davranışı modelleyebilmek için bu çalışmada artımsal yada akış teorisi olarak bilinen teori kullanılmaktadır. Bu teori gerilme artımına karşılık plastik şekildeğiştirme artımına dayanarak yüklemeye bağımlı davranışı dikkate almaktadır. Bu teoriye göre toplam şekildeğiştirme

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon^{e}_{ij} + d\varepsilon^{p}_{ij}$$
(1.67)

bağıntısıyla hesaplanmaktadır. Plastik şekildeğiştirme artımı akma yüzeyi, pekleşme kuralı ve akış kuralı diye adlandırılan 3 temel kural sayesinde hesaplanmaktadır (Chen, 1982; Chen ve Han, 1988; Chen, 1994; Kwon, 2000; Oh, 2002).

1.5.2.1. Akma Yüzeyi

Akma yüzeyi gerilmelere ve malzeme parametrelerine bağlı olarak belirlenen bir fonksiyon olan akma kriterinin asal gerilmeler düzleminde belirlemiş olduğu yüzeydir. Yükleme fonksiyonu olarak da anılan bu fonksiyon sayesinde mevcut gerilme durumunun elastik yada plastik aşamada olup olmadığına karar verilmektedir. Eğer akma fonksiyonu sıfırdan küçükse elastik diğer durumlarda ise gerilme durumunun plastik aşamada olduğu kabul edilmektedir. Bu durum temsili olarak Şekil 1.28'de verilmektedir.



Şekil 1.28. Akma yüzeyi

Litratürde plastik davranışını incelemek için birçok akma kriteri önerilmektedir. Geliştirilen bu kriterler kullandıkları parametre sayısına göre aşağıdaki gibi sınıflandırılabilmektedir.

- Tek parametreli kriterler
 - ✓ Rankine
 - ✓ Tresca
 - ✓ von Mises
- İki parametreli kriterler
 - ✓ Mohr-Coulomb
 - ✓ Drucker-Prager
- Üç parametreli kriterler
 - ✓ Bresler-Pister
 - ✓ William-Warnke
- Dört parametreli kriterler
 - ✓ Ottosen
 - ✓ Hsieh Ting Chen
- Beş parametreli kriter
 - ✓ William Warnke

Bu kriterler arasındaki fark, göçme işlemini tam yansıtabilmek için kurulacak olan kriteri oluşturan parametre sayısıdır. Ancak yukarıda sayılı bu kriterlerin hepsi sonlu elemanlarla işlenebilmiş değildir. Bunlardan en yaygın olarak kullanılanları Tresca, von Mises, Mohr-Coulomb, Drucker-Prager göçme kriterleridir. Bu dört kriterin beton için kullanılması önerilmektedir. Ancak bu kriterler malzemenin çatlama durumu dikkate alındığında yetersiz kalmaktadırlar.

Drucker-Prager (1952) tarafından önerilen kriter içsel sürtünme açısı (\$) ve kohezyon (c) malzeme sabitlerini kullanmaktadır (Kwon, 2000). Bu kriterin akma fonksiyonu

$$\mathbf{f} = \alpha \mathbf{I}_1 + \sqrt{\mathbf{J}_2} - \mathbf{k} \tag{1.68}$$

bağıntısıyla, devitorik (sapıcı) kesiti ve çekme-basınç meridyenleri Şekil 1.29'da verilmektedir. Bu kriter von Mises kriterinin genişletilmiş hali olarak da anılmaktadır.



Şekil 1.29. Drucker Prager akma kriteri

Çekme ve küçük basınç gerilmeleri altında betonun gevrek davranışını tanımlayabilen ve maksimum çekme gerilmesi kriteri olarak Rankine tarafından önerilen kriter

$$f = 2\sqrt{3J_2}\cos\theta + I_1 - 3f_t \tag{1.69}$$

bağıntısıyla (Chen, 1994), malzeme parametresi olarak çekme dayanımını (f_t) kullanan kriterin deviatorik kesiti ve gerilme meridyenleri ise Şekil 1.30'da verilmektedir.



Şekil 1.30. Rankine akma kriteri

Daha çok metaller için kullanılan Tresca ve von Mises kriterleri k malzeme parametresi olmak üzere sırasıyla

$$f = 4J_2^{\ 3} - 27J_3^{\ 2} - 36k^2J_2^{\ 2} + 96k^4J_2 - 64k^6$$
(1.70)

$$\mathbf{f} = \sqrt{\mathbf{J}_2} - \mathbf{k} \tag{1.71}$$

bağıntılarıyla (Chen, 1994), bu kriterlerin deviatorik kesitleri ve gerilme meridyenleri ise yine sırasıyla Şekil 1.31 ve Şekil 1.32'de verilmektedir.



Şekil 1.31. Tresca akma kriteri



Şekil 1.32. von Mises akma kriteri

Drucker-Prager kriterinde olduğu gibi içsel sürtünme açısı ve kohezyon malzeme sabitlerini kullanan Mohr Colulomb kriteri için akma fonksiyonu θ benzerlik açısı olmak üzere

$$f = I_1 \sin \phi + \frac{1}{2} \Big[3 \big(1 - \sin \phi \big) \sin \theta + \sqrt{3 \big(3 + \sin \theta \big)} \cos \theta \Big] \sqrt{J_2} - 3c \cos \phi$$
(1.72)

bağıntısıyla, deviatorik kesiti ve gerilme meridyenleri ise Şekil 1.33'de verilmektedir.



Şekil 1.33. Mohr Coulomb akma kriteri

Bresler-Pister (1958), Drucker-Prager kriterinin gerilme meridyenlerinin doğrusal olamamasını ve William-Warnke (1974) ise yine Drucker-Prager kriterinin deviatorik kesitinin benzerlik açısına (θ) bağımlı olmasını dikkate alarak betonun modellenmesinde 3 parametreli olarak yeni kriterler önermişlerdir (Chen ve Han, 1988). Bresler-Pister ve William-Warnke kriterleri için akma fonsiyonları

$$r(\theta) = \frac{2r_{c}(r_{c}^{2} - r_{t}^{2})\cos\theta + r_{c}(2r_{t} - r_{c})\left[4(r_{c}^{2} - r_{t}^{2})\cos^{2}\theta + 5r_{t}^{2} - 4r_{c}r_{t}\right]^{\frac{1}{2}}}{4(r_{c}^{2} - r_{t}^{2})\cos^{2}\theta + (r_{c} - 2r_{t})^{2}}$$
(1.73)

olmak ve a, b, c Bresler-Pister kriterine ait malzeme parametreleri olmak üzere sırasıyla

$$\frac{\tau_{\text{oct}}}{f_{\text{c}}} = a - b \frac{\sigma_{\text{oct}}}{f_{\text{c}}} + c \left(\frac{\sigma_{\text{oct}}}{f_{\text{c}}}\right)^2$$
(1.74)

$$f = \frac{1}{\rho} \frac{\sigma_{m}}{f_{c}} + \frac{1}{r(\theta)} \frac{\tau_{m}}{f_{c}} - 1$$
(1.75)

bağıntılarıyla, deviatorik kesitleri ve gerilme meridyenleri ise yine sırasıyla Şekil 1.34 ve Şekil 1.35'de verilmektedir. William-Warnke (1974) tarafından önerilen 5 malzeme parametresini içeren başka bir kritere ait akma fonksiyonu a_0 , a_1 , a_2 , b_0 , b_1 , ve b_2 katsayıları malzeme parametreleri olmak üzere

$$\frac{\mathbf{r}_{t}}{\sqrt{5}\mathbf{f}_{c}} = \mathbf{a}_{o} + \mathbf{a}_{1}\frac{\mathbf{\sigma}_{m}}{\mathbf{f}_{c}} + \mathbf{a}_{2}\left(\frac{\mathbf{\sigma}_{m}}{\mathbf{f}_{c}}\right)^{2} \implies \qquad \boldsymbol{\theta} = 0^{o}$$

$$\frac{\mathbf{r}_{c}}{\sqrt{5}\mathbf{f}_{c}} = \mathbf{b}_{o} + \mathbf{b}_{1}\frac{\mathbf{\sigma}_{m}}{\mathbf{f}_{c}} + \mathbf{b}_{2}\left(\frac{\mathbf{\sigma}_{m}}{\mathbf{f}_{c}}\right)^{2} \implies \qquad \boldsymbol{\theta} = 60^{o}$$
(1.76)

bağıntılarıyla, deviatorik kesiti ve gerilme meridyenleri ise Şekil 1.36'da verilmektedir.





Şekil 1.34. Bresler-Pister akma kriteri



Şekil 1.35. William-Warnke 3 parametreli akma kriteri



Şekil 1.36. William-Warnke 5 parametreli akma kriteri

Gerilme meridyenlerinin parabol olduğu ve deviatorik kesitin dairesel olmadığı bir başka kriter ise Ottosen (1977) tarafından önerilmektedir. Bu modelde a, b, k_1 ve k_2 olmak üzere dört malzeme parametresi kullanmaktadır. Kriterin akma fonksiyonu

$$\lambda_{o} = \begin{cases} k_{1} \cos\left[\frac{1}{3}\cos^{-1}\left(k_{2} \cos\left(3\theta\right)\right)\right] \implies \cos\left(3\theta\right) \ge 0 \\ k_{1} \cos\left[\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3}\cos^{-1}\left(-k_{2} \cos\left(3\theta\right)\right)\right] \implies \cos\left(3\theta\right) < 0 \end{cases}$$
(1.77)

olmak üzere

$$f = a \frac{J_2}{(f_c)^2} + \lambda_o \frac{\sqrt{J_2}}{f_c} + b \frac{I_1}{f_c} - 1$$
(1.78)

bağıntısıyla, deviatorik kesiti ve gerilme meridyenleri ise Şekil 1.37'de verilmektedir.



Şekil 1.37. Ottosen akma kriteri

Dört parametreli bir başka kriter ise Hsieh vd. (1979) tarafından önerilmektedir. Bu kriterin akma fonksiyonu

$$f = a \frac{J_2}{f_c^2} + b \frac{\sqrt{J_2}}{f_c} + c \frac{\sigma_1}{f_c} + d \frac{I_1}{f_c} - 1$$
(1.79)

bağıntısıyla, deviatorik kesiti ve gerilme meridyenleri ise Şekil 1.38'de verilmektedir (Chen ve Han, 1988).



Şekil 1.38. Hsieh Ting Chen akma kriteri

1.5.2.2. Pekleşme Kuralı

Pekleşme kuralı betonun ardışık akma yüzeylerini belirlemektedir. İzotropik, kinematik ve karma olmak üzere genel olarak 3 pekleşme türü vardır. İzotropik pekleşmede akma yüzeyinin merkezi sabit kalmak üzere yüzey genişlemektedir (Şekil 1.39 (a)). Bu şekilde sürekli çizgi ilk akma yüzeyini kesikli çizgiler ise bir sonraki akma yüzeylerini göstermektedir. İzotropik pekleşme için ardışık akma yüzeylerinin genel fonksiyonu ε_p efektif plastik şekildeğiştirme olmak üzere

$$f\left(\sigma_{ij},\varepsilon_{ij}^{p},k\right) = f_{o}\left(\sigma_{ij},\varepsilon_{ij}^{p}\right) - k^{2}\left(\varepsilon_{p}\right) = 0$$
(1.80)

bağıntısıyla, ardışık akma yüzeylerinde uygunluk şartı gereği akma fonksiyonunun sıfır olması gerektiğinden artımsal ifadede akma fonksiyonu ise
$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial k} \frac{dk}{d\varepsilon_p} d\varepsilon_p = 0$$
(1.81)

bağıntısıyla verilmektedir.

Kinematik pekleşmede akma yüzeyinin merkezi ötelenmekte olup yüzey alanı sabit kalmaktadır (Şekil 1.39 (b)). Bu pekleşme türü için akma fonksiyonu α_{ij} akma yüzeyinin merkez koordinatlarını göstermek üzere

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{p}, k) = f_{o}(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) - k^{2} = 0$$
(1.82)

bağıntısıyla, uygunluk şartı ise

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \left(d\sigma_{ij} - d\alpha_{ij} \right) = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} - \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial \alpha_{ij}}{\partial \epsilon_{kl}^{p}} d\epsilon_{kl}^{p} = 0$$
(1.83)

bağıntısıyla verilmektedir.

Karma pekleşmede ise hem ötelenme hem de yüzey alanında değişme olmaktadır (Şekil 1.39 (c)). Bu pekleşme türü için ise akma fonksiyonu f_0 ilk akma fonksiyonu değerini göstermek üzere

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{p}, k) = f_{o}(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) - k^{2}(\varepsilon_{p}) = 0$$
(1.84)

bağıntısıyla, uygunluk şartı ise

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \left(d\sigma_{ij} - d\alpha_{ij} \right) + \frac{\partial f}{\partial k} \frac{dk}{d\epsilon_{p}} d\epsilon_{p} = 0$$
(1.85)

bağıntısıyla verilmektedir.

Beton için Han ve Chen (1985) tarafından önerilen üniform olmayan başka bir pekleşme türü ise Şekil 1.39 (d)'de gösterilmektedir (Chen, 1994). σ_e efektif gerilme olmak üzere bu pekleşme kuralına ait uygunluk şartı

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_e} \frac{\partial \sigma_e}{\partial \varepsilon_p} d\varepsilon_p = 0$$
(1.86)

bağıntısıyla verilmektedir.



Şekil 1.39. (a) izotropik pekleşme, (b) kinematik pekleşme, (c) karma pekleşme ve (d) üniform olamayan pekleşme

1.5.2.3. Akış Kuralı

Akış kuralı plastik şekildeğiştirmenin doğrultusunu tanımlamaktadır. Yapılan deneysel çalışmalar plastik şekildeğiştirme artımı ($d\epsilon^p$) ile gerilme artımımın ($d\sigma$) aynı yönde olduğunu göstermektedir. Bu durum temsili olarak aşağıdaki Şekil 1.40'da verilmektedir (Chen, 1994).



Şekil 1.40. Elastik bölge ve plastik şekildeğiştirme artımı

Akış kuralını tanımlamak için kullanılan potansiyel fonksiyonu, akma kriterinin aynısı olarak alınırsa bu duruma ilintili akış kuralı adı verilmektedir (associated flow rule). Bu durumda artımsal plastik şekildeğiştirme d λ negatif olmayan bir skalayı göstermek üzere

$$d\varepsilon_{ij}^{p} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$$
(1.87)

bağıntısıyla verilmektedir.

1.5.2.4. Plastik Malzeme Matrisi

Pekleşme kuralı olarak üniform olmayan pekleşme kuralının kullanılması durumunda Denklem 1.86'nın düzenlenmesi ile akış kuralındaki skaler değer belirlenir. Bu denklemde efektif plastik şekildeğiştirme plastik iş denkleminin (Denklem 1.88) eşitliklerinden faydalanılarak elde edilebilir. Plastik iş denklemi efektif gerilme ile efektif plastik şekildeğiştirmenin çarpımından yada gerilmenin plastik şekildeğiştirme ile çarpımından elde edilebilir. Bu iki durum Denklem 1.89'de verilmektedir.

$$W_{p} = \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{p}$$
(1.88)

$$dW_{p} = \sigma_{e} d\varepsilon_{p} = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{p}$$
(1.89)

Denklem 1.89 ve Denklem 1.87'den efektif plastik şekildeğiştirme $d\lambda$ 'nın bir fonksiyonu olarak elde edildikten sonra Denklem 1.86 yeniden düzenlenirse $d\lambda$

$$d\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl} d\varepsilon_{kl}}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} - H^{p} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{e}} \frac{1}{\sigma_{e}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \sigma_{ij}}$$
(1.90)

bağıntısıyla belirlenebilmektedir. Bu denklemde efektif gerilmenin efektif plastik şekildeğiştirmeye oranı olarak tanımlanan H^p gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin eğimi olup elastik tam plastik malzeme için değeri sıfır olmaktadır.

$$H^{p} = \frac{\partial \sigma_{e}}{d\varepsilon_{p}}$$
(1.91)

 $d\lambda$ skaler değerinin bulunmasından sonra Denklem 1.64, 1.67 ve 1.87'nin kullanılmasıyla plastik aşamada gerilme ile şekildeğiştirme arasındaki ilişki

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl} d\varepsilon_{kl} - \frac{D_{ijkl} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} D_{ijkl}}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} - H^{p} \frac{1}{\sigma_{e}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{e}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \sigma_{ij}} d\varepsilon_{kl}}$$
(1.92)

bağıntısıyla elde edilebilmektedir. Bu bağıntının

$$d\sigma_{ij} = \left(D_{ijkl} - D_{ijkl}^{p}\right)d\varepsilon_{kl} = D_{ijkl}^{ep}d\varepsilon_{kl}$$
(1.93)

şeklinde yeniden düzenlenmesi ile elastik-plastik malzeme matrisi

$$\mathbf{D}_{ijkl}^{ep} = \mathbf{D}_{ijkl} - \mathbf{D}_{ijkl}^{p} \tag{1.94}$$

bağıntısıyla elde edilmektedir.

1.6. Sonlu Elemanlar Yöntemi

Bu çalışmada dikkate alınan, bir noktasında 2 yer değiştirme serbestliği olmak üzere toplam 8 serbestlik derecesine sahip olan dörtgen sonlu eleman x ve y global eksenleri, ξ ve η ise lokal eksenleri göstermek üzere Şekil 1.41'de verilmektedir.



Şekil 1.41. Dörtkenarlı sonlu eleman tipi

Dörtgen sonlu elemanın her bir noktası için şekil fonksiyonları

$$N_{1} = \frac{1}{4} (1 - \zeta) (1 - \eta)$$

$$N_{2} = \frac{1}{4} (1 + \zeta) (1 - \eta)$$

$$N_{3} = \frac{1}{4} (1 + \zeta) (1 + \eta)$$

$$N_{4} = \frac{1}{4} (1 - \zeta) (1 + \eta)$$
(1.95)

bağıntılarıyla verilmektedir.

Global eksen takımı ile lokal eksen takımı arasında dönüşümü sağlayan dönüşüm (Jacabian) matrisi ise

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{N}_1}{\partial \zeta} & \frac{\partial \mathbf{N}_2}{\partial \zeta} & \frac{\partial \mathbf{N}_3}{\partial \zeta} & \frac{\partial \mathbf{N}_4}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial \mathbf{N}_1}{\partial \eta} & \frac{\partial \mathbf{N}_2}{\partial \eta} & \frac{\partial \mathbf{N}_3}{\partial \eta} & \frac{\partial \mathbf{N}_4}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 & \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{x}_2 & \mathbf{y}_2 \\ \mathbf{x}_3 & \mathbf{y}_3 \\ \mathbf{x}_4 & \mathbf{y}_4 \end{bmatrix}$$
(1.96)

bağıntısıyla verilmektedir. Eleman rijitlik matrisinin hesabında kullanılan [B] matrisi,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{J} \end{bmatrix}^{-1} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \mathbf{J} \end{bmatrix}^{-1} \end{bmatrix}$$
(1.97)

$$[G] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \zeta} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial \zeta} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial \zeta} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial \zeta} & 0 \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial \eta} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial \eta} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial \zeta} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial \zeta} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial \zeta} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial \zeta} \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial \eta} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial \eta} \end{bmatrix}$$
(1.98)

olmak üzere

$$[B] = [A][G]$$
(1.99)

bağıntısıyla belirlenmektedir.

[B] matrisinin türetilmesinden sonra dörtgen sonlu elmanın herhangi bir noktasındaki şekildeğiştirme vektörü {ε}, yerdeğiştirme vektörünün tranpozu ile ilgili noktanın [B] matrisinin çarpımı olarak

$$\left\{\boldsymbol{\varepsilon}\right\} = \begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_{x} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{y} \\ \boldsymbol{\gamma}_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \end{bmatrix} \left\{ u_{1} \quad v_{1} \quad u_{2} \quad v_{2} \quad u_{3} \quad v_{3} \quad u_{4} \quad v_{4} \right\}^{t}$$
(1.100)

bağıntısıyla belirlenmektedir.

Eleman rijitlik matrisi t elemanın kalınlığını [D] malzeme matrisini göstermek üzere

$$\begin{bmatrix} K_{e} \end{bmatrix} = t \int_{A} \begin{bmatrix} B \end{bmatrix}^{t} \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} dx dy$$
(1.101)

bağıntısıyla belirlenebilmektedir. Bu bağıntıdaki integral işlemi Gauss integral yöntemi ile n Gauss nokta sayısını ve w ise Gauss noktasının ağırlığını göstermek üzere

$$[K_{e}] = t \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_{i} w_{j} ([B]^{t} [D] [B] det |J|)_{ij}$$
(1.102)

bağıntısı yardımıyla daha basitçe yapılabilmektedir. Dörtgen sonlu eleman ve Gauss integrali hakkında daha detaylı bilgi (Weaver ve Johnston, 1984; Cook vd., 1989)'den temin edilebilir.

1.7. Doğrusal Olmayan Çözüm Yöntemleri

Malzeme davranışı bakımından doğrusal olmama, gerilme-şekildeğiştirme bağıntısının doğrusal olmaması nedeniyle sistem rijitlik matrisi (K) ve yük vektörü (F) yerdeğiştirmelere bağlı olarak değişmektedir. Doğrusal elastik malzeme kabulünde ise sistem rijitlik matrisi ve yük vektörü sabit olup

$$[\mathbf{K}_{s}]\{\Delta\} = \{\mathbf{F}\}$$
(1.103)

bağıntısıyla verilmektedir.

Doğrusal olmayan analizde ise rijitlik matrisi ve yük vektörü şekildeğiştirmelere bağlı olarak değişeceğinden dolayı Denklem 1.103'ün çözümü bir iterasyon sürecini gerektirmektedir. Genel olarak doğrusal olmayan eşitliklerin çözümünde 3 temel yöntem kullanılmaktadır. Bunlar (a) Artımsal Yöntem, (b) Newton-Raphson veya İterason Yöntemi ve (c) Artımsal İterasyon Yöntemi'dir (Baron ve Venkatesan, 1971; Chen ve Han, 1988; Chen ve Mizuno, 1998; Zienkiewicz ve Taylor, 2000; Rahmanian, 2003).

1.7.1. Artımsal Yöntem

Bu yöntemde, sisteme uygulanan toplam yük belirli sayıda yük artımına (δF_i) bölünmektedir. Dolayısıyla toplam yük k artım katsayısını göstermek üzere

$$\left\{F\right\} = \sum_{j=1}^{k} \left\{\delta F_{i}\right\}$$
(1.104)

bağıntısıyla belirlenmektedir.

Yükün ilk artımında, başlangıç rijitlik matrisi kullanılmaktadır. Başlangıç rijitlik matrisi, yükün sıfır seviyesinde başlangıç bağıntılarından hesaplanır. "i". artım için, rijitlik matrisi "i-1". yük artımı sonundaki gerilme-şekildeğiştirme ilişkisinden belirlenmektedir (Şekil 1.42).

$$\left[\mathbf{K}_{s}\right]_{i-1}\left\{\delta\Delta\right\}_{i} = \left\{\delta\mathbf{F}\right\}_{i} \tag{1.105}$$



Şekil 1.42. Doğrusal olmayan çözüm

Burada $[K_s]_{i-1}$, $\{\Delta\}_{i-1}$ 'in bir fonksiyonudur. "i". artımda toplam yerdeğiştirme vektörü

$$\left\{\Delta\right\}_{i} = \sum_{j=1}^{i} \left\{\delta\Delta_{j}\right\}$$
(1.106)

bağıntısı yardımıyla belirlenmektedir.

Bu yöntemin dezavantajı her bir artımda çözümün gerçek çözümden sapmasıdır. Bunun üstesinden gelmek için yük terimine düzeltme uygulanır. Bu düzeltme her bir artımda dengelenmemiş yükün hesabından yapılır. "i". adımda dengelenmemiş kuvvet, $\{F_U\}$, uygulanan yük, $\{F\}_{i-1}$ ile rijitlik matrisinin mevcut yerdeğiştirme vektörüyle çarpımından meydana gelen $\{F_R\}$ 'nin farkı olarak

$$\{F_{\rm U}\} = \{F\}_{i=1} - \{\delta F_{\rm R}\}$$
(1.107)

bağıntısı ile belirlenmektedir. Bu artımsal yöntemde,

$$\delta \Delta_{i} = \left[K_{s} \right]_{i-1}^{-1} \left\{ \delta F \right\}_{i}$$
(1.108)

bağıntısı ile belirlenecek olan artımsal yerdeğiştirme beğıntısına dengelenmemiş yük düzeltmesi yapılarak, her yük adımı düzeltilir ve gerçek çözümden olan sapmalar önemli derecede azaltılır. Böylece Denklem 1.108'deki ifade Denklem 1.109'daki gibi olmaktadır.

$$\delta\Delta_{i} = \left[K_{s}\right]_{i-1}^{-1} \left[\left\{\delta F\right\}_{i} + \left(\left\{F\right\}_{i-1} - \left\{\delta F_{R}\right\}\right)\right]$$

$$= \left[K_{s}\right]_{i-1}^{-1} \left(\left\{\delta F\right\}_{i} + \left\{F_{U}\right\}\right)$$
(1.109)

1.7.2. Newton-Raphson Yöntemi

Bu yöntemde toplam yük bölünmeden uygulanır ve yakınsama kriteri sağlanana kadar iterasyon devam ettirilir. İlk iterasyon yine başlangıç rijitlik matrisi ile başlar ve sonraki iterasyonların rijitlik matrisi bir önceki iterasyonun sonuçlarına bağımlı olarak değiştirilir. Hesaplanan rijitlik matrisi "tanjant rijitliği" olarak adlandırılır. Her bir iterasyondan sonra, dengelenmemiş kuvvetler hesaplanır ve bir sonraki iterasyona kuvvet olarak uygulanır. "i". iterasyon için, dengelenmemiş kuvvetler şöyledir.

$$\{F_{\rm U}\} = \{F\} - \{F_{\rm R}\} \tag{1.110}$$

$$\{\mathbf{F}_{\mathsf{R}}\} = \left[\mathbf{K}_{\mathsf{s}}\right]_{\mathsf{i}-1} \{\Delta\}_{\mathsf{i}} \tag{1.111}$$

Burada $\{F\}$ toplam yük, $\{F_R\}$ ise bir önceki rijitlik matrisinin mevcut yerdeğiştirme vektörü ile çarpımından oluşan yüktür. Malzeme bakımından doğrusal olmayan analizde $\{F_R\}$ 'nin daha hassas hesaplaması amacıyla Denklem 1.111 yerine gerilmeye dayalı olan Denklem 1.112'nin kullanılması daha doğru olmaktadır.

$$\{F_{R}\} = \sum \int [B]^{T} \sigma dv \qquad (1.112)$$

Dengelenmemiş kuvvetin bilinmesiyle, yerdeğiştirme artımı $\{\delta \Delta_i\}$ aşağıdaki bağıntılardan hesaplanır.

$$\{\delta\Delta_{i}\} = [K_{s}]_{i-1}^{-1} \{F_{U}\}$$
(1.113)

Başka bir yöntem ise "Düzeltilmiş Newton-Raphson" yöntemidir. Bu yöntemde tanjant rijitliği tüm süreç için ya hiç düzeltilmez yada çok nadir düzeltilir. Böylece, kompleks yapılarda, her bir iterasyonda rijitlik matrisinin tekrarlı hesabından kaçınılmış olunur. Ancak bu yöntemde daha fazla iterasyona ihtiyaç duyulur. Aşağıdaki şekilde bu iki yöntemin yakınsama grafiği gösterilmektedir.



Şekil 1.43. Doğrusal olmayan çözüm yöntemleri (a) Newton-Raphson, (b) Değiştirilmiş Newton-Raphson yöntemi

1.7.3. Artımsal İterasyon Yöntemi

Bu yöntem artımsal yöntem ile iterasyon yönteminin birleştirilmesinden oluşmaktadır. Bu yöntemi uygulamak için yük belli sayıda artım sayısına bölünüp bu her bir yük artımında iterasyon uygulanır. "i". yük artmının uygulanmasında sonra, ilk iterasyon için, bir önceki yük artımı sonunda bulunan tanjant rijitliği artımsal verdeğiştirmeyi hesap etmek için kullanılır. Toplam şekildeğiştirme ise bir önceki toplam sekildeğistirmeye artımsal şekildeğiştirmenin eklenmesivle bulunur. Toplam şekildeğiştirmeye bağlı olarak, gerilme ve iç düğüm noktası kuvvetleri bulunur. Daha sonra iç ve dış kuvvet dengesi karşılaştırılır. Eğer dengelenmemiş bir kuvvet $\{\partial F_{U}\}$ varsa, başka bir iterasyon gerekir ve dengelenenmemiş kuvvetler ters işaretle yeni düğüm noktası kuvveti olarak uygulanır. İterasyon süreci iç ve dış kuvvetler arası daha önce tanımlanan bir değeri tatmin edene kadar tekrarlanır. Bu yöntemin grafiksel gösterimi aşağıdaki şekilde verilmektedir.



Şekil 1.44. Artımsal iterasyon yöntemi

Kang (1977) tarafından ilk olarak önerilen iki yakınsama yerdeğiştirme kriteri ve dengelenmemiş kuvvet kriteridir (Rahmanian, 2003). Yerdeğiştirme kriterini kontrol etmek için, özel yerdeğiştirme oranı kullanıcı tarafından belirlenen oranla kıyaslanır. Eğer tüm serbestlik dereceleri için iterasyondan sonra yerdeğiştirme oranı tolerans edilen değerden

küçükse program bir sonraki yük artımına devam ettirilir, aksi halde iterasyona devam edilir. Benzer süreç dengelenmemiş yük yakınsaması için de kullanılır. Eğer tüm dengelenmemiş kuvvetler tolerans değerinden küçükse, yakınsamanın olduğu varsayılır ve mevcut yük artımı için iteraston artık durdurulur. Eğer kullanıcı tarafından verilen maksimum iterasyon aşılırsa, program bir sonraki yük artımına geçer. Bu yüzden, gerçekci bir iterasyon sayısı belirlemek gerekir. Aksi halde, bir sonraki yük artımından elde edilecek çözüm, yakınsama olmaması durumundaki kalan dengelenmemiş yükten dolayı etkilenecektir. Yapının nihai kapasitesini bulabilmek için, rijitlik matrisinin sıfır yada negatif elemanlar içermesinden bir önceki adımda program sonlandırılır. Eğer kullanılabilirlik açısından bir kontrol kullanılırsa, yerdeğiştirmenin müsaade edilen yerdeğiştirmeyi geçmesi durumunda program sonlandırılır.

1.8. Çalışmanın Amaç ve Kapsamı

Bu çalışmanın amacı betonarme kirişlerin malzeme bakımından doğrusal olmayan davranışını incelemek üzere literatürde önerilen ancak iki adedi hiç kullanılmayan farklı akma kriterleri, farklı çekme gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve farklı basınç gerilmeşekildeğiştirme eğrilerini bir araya toplamak ve bunların etkinliğini araştırmaktır. Bu araştırma MATLAB programlama dilinde kodlanan bir bilgisayar programı yardımıyla gerçekleştirilmiştir. Bu bilgisayar programında doğrusal olmayan analizde kullanılmak üzere yeni olarak Bresler-Pister ve Hsieh-Ting-Chen kriterine dayalı olarak oluşturulan plastik rijitlik matrisleri kodlanmıştır. Ayrıca literatürde sıkça kullanılan Drucker-Prager, von Mises, Mohr Coulomb gibi kriterlere de bu bilgisayar programında yer verilmiştir. Tüm bu kriterlerin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ile kullanımı da bu bilgisayar programında mümkün olmaktadır.

Sayısal analiz kısmında sonlu elemanlar yöntemi kullanılmakta ve sonlu eleman olarak bir noktasında 2 yerdeğiştirme serbestliği ve toplamda 8 serbestlik derecesine sahip olan dörtgen eleman kullanılmaktadır. Elemandaki gerilme durumları Gauss noktalarında dikkate alınmaktadır.

Geliştirilen programın etkinliğini göstermek amacıyla, 4 farklı betonarme kiriş üzerinde farklı durumlara göre elde edilen sonuçlar literatürde verilen deneysel ve teorik sonuçlarla karşılaştırılmaktadır.

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

Daha öncede belirtildiği gibi bu çalışmanın amacı betonarme kirişlerin malzeme bakımından doğrusal olmayan davranışını incelemek üzere literatürde önerilen farklı akma kriterleri, farklı çekme gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve farklı basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerini bir araya toplamak ve bunları sonlu elemanlar yöntemi ile beraber kullanmaktı. Bu amaç doğrultusunda MATLAB programlama dilinde bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Bu programın genel akış diyagramı Şekil 2.1'de verilmektedir. Geliştirilen bu bilgisayar programı beton için doğrusal olmayan analizde sıkça kullanılan akma kriterlerini ve yenilik olarak farklı iki akma kriteri olan Bresler-Pister ile Hsieh-Ting-Chen kriterlerini içermektedir.

Bu amaçla hazırlanan programın kullanılmasına başlamadan önce doğruluğunun belirlenmesi gerektiğinden aşağıda alt başlıklar altında programın doğruluğunun belirlenmesine yer verilmektedir.

2.1. Programın Sonlu Elemanlar Kısmının Doğruluğunun Belirlenmesi

Tez kapsamında geliştirilen programa bir noktasında iki yerdeğiştirme serbestliğine ve toplam sekiz yerdeğiştirme serbestliğine sahip olan dörtgen eleman kullanılarak sonlu elemanlar alt programı da eklenmiştir. Programın sonlu elemanlar kısmının doğruluğunu belirlemek için üç farklı sayısal uygulama yapılmıştır. Bu sayısal uygulamalarda ilk örnek Şekil 2.2'de gösterilen Bresler-Scordelis (BS) kirişidir. Bu örnek için elastisite modülü, $E=21300 \text{ N/mm}^2$, Poisson oranı, v=0.2, uygulanan dış yük, P=120 kN ve eleman kalınlığı, t=228.6 mm olarak dikkate alınmıştır. Düğüm noktası sayısı fazla olduğundan dolayı sadece ilk 10 düğüm noktası yerdeğiştirme değerleri SAP2000'den elde edilen değerlerle Tablo 2.1'de karşılaştırmalı olarak verilmektedir. Bu tablodan görüldüğü gibi yerdeğiştirme değerleri SAP2000 programından elde edilen değerlerle aynıdır.



Şekil 2.1 Hazırlanan programın genel akış diyagramı



Şekil 2.2. Bresler-Scordelis kirişi sonlu elemanlar modeli

Düğüm	SAP2000		Hazırlaı	Hazırlanan program			
noktası	u_{x} (mm)	u_{y} (mm)	u_{x} (mm)	$u_{y}(mm)$			
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000			
2	-0.1510	-0.1975	-0.1510	-0.1975			
3	-0.1990	-0.4432	-0.1990	-0.4432			
4	-0.2279	-0.6910	-0.2279	-0.6910			
5	-0.2418	-0.9395	-0.2418	-0.9395			
6	-0.2408	-1.1803	-0.2408	-1.1803			
7	-0.2245	-1.4037	-0.2245	-1.4037			
8	-0.1925	-1.5997	-0.1925	-1.5997			
9	-0.1438	-1.7573	-0.1438	-1.7573			
10	-0.0781	-1.8630	-0.0781	-1.8630			

Tablo 2.1. Bresler-Scordelis kirişinin analiz sonuçlarının karşılaştırılması

İkinci sayısal uygulama olarak seçilen örnek olan J4 kirişinin sonlu elemanlar modeli Şekil 2.3'de gösterilmektedir. Bu örnek için elastisite modülü, E=26200 N/mm², Poisson oranı, v=0.2, uygulanan dış yük, P=80 kN ve eleman kalınlığı, t=203 mm olarak dikkate alınmıştır. Bu çalışmadan elde edilen ilk 10 düğüm noktası yerdeğiştirme değerleri SAP2000'den elde edilen değerlerle Tablo 2.2'de karşılaştırmalı olarak verilmektedir. Bu tablodan görüldüğü gibi yerdeğiştirme değerleri SAP2000 programından elde edilen değerlerle aynıdır.



Şekil 2.3. J4 kirişi sonlu elemanlar modeli

Düğüm	SAP2000		Hazırlanan program		
noktası	u_{x} (mm)	u_{y} (mm)	u_{x} (mm)	u_{y} (mm)	
1	0.0000	-1.4645	0.0000	-1.4645	
2	0.0610	-1.4284	0.0610	-1.4284	
3	0.1101	-1.3294	0.1101	-1.3294	
4	0.1439	-1.1840	0.1439	-1.1840	
5	0.1634	-1.0052	0.1634	-1.0052	
6	0.1692	-0.8045	0.1691	-0.8045	
7	0.1614	-0.5927	0.1614	-0.5927	
8	0.1403	-0.3804	0.1403	-0.3804	
9	0.1070	-0.1701	0.1070	-0.1701	
10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	

Tablo 2.2. J4 kirişinin analiz sonuçlarının karşılaştırılması

Üçüncü sayısal uygulama olarak seçilen örnek olan Panel kiriş örneği için sonlu elemanlar modeli Şekil 2.4'de gösterilmektedir. Bu örnek için elastisite modülü, E=20000 N/mm², Poisson oranı, v=0.2, uygulanan dış yük, P=120 kN ve eleman kalınlığı gölgeli kısımlarda t=298.5 mm diğer kısımlarda ise 76.2 mm olarak dikkate alınmaktadır.



Şekil 2.4. Panel kirişi sonlu elemanlar modeli

Bu çalışmadan elde edilen ilk 10 düğüm noktası yerdeğiştirme değerleri SAP2000'den elde edilen değerlerle Tablo 2.3'de karşılaştırmalı olarak verilmektedir. Bu tablodan görüldüğü gibi yerdeğiştirme değerleri hazır programdan elde edilen değerlerle aynıdır.

Düğüm	SAP2000		Hazırlanaı	Hazırlanan program			
noktası	u _x (mm)	u_{y} (mm)	u_{x} (mm)	$u_{y}(mm)$			
1	0.0000	-0.4273	0.0000	-0.4273			
2	0.0054	-0.4256	0.0054	-0.4256			
3	0.0511	-0.3884	0.0511	-0.3884			
4	0.0789	-0.3252	0.0789	-0.3252			
5	0.0873	-0.2432	0.0873	-0.2432			
6	0.0717	-0.1491	0.0717	-0.1491			
7	0.0103	-0.0344	0.0103	-0.0344			
8	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000			
9	0.0000	-0.4319	0.0000	-0.4319			
10	0.0014	-0.4310	0.0014	-0.4310			

Tablo 2.3. Panel kirişin analiz sonuçlarının karşılaştırılması

2.2. Programın Doğrusal Olmayan Kısmının Doğruluğunun Belirlenmesi

Çalışma kapsamında hazırlanan bilgisayar programının doğrusal olmayan kısmının doğruluğunu belirlemek amacıyla literatürde deneysel ve analitik sonuçları mevcut olan J4 ve Bresler-Scordelis betonarme kiriş örnekleri dikkate alınmıştır.

Bresler ve Scordelis (1964) tarafından deneysel olarak test edilen, orta açıklığında tekil yüke maruz basit mesnetli Bresler-Scordelis betonarme kirişinin (bkz. Şekil 2.2) deneysel ve bu çalışmada Drucker-Prager akma kriteri kullanılarak elde edilen analitik yükyerdeğiştirme eğrileri Şekil 2.5'de verilmektedir. Analizlerde kullanılan çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerinin kısaltılmış adları Tablo 2.4'de verilmektedir.

Visaltma	Gerilme-şekildeğiştirme eğrisi			
Kisalulla	Çekme	Basınç		
ÇRY_DE	Çekme rijitleşmesi yok	Doğrusal elastik		
W&H_DE	Wang ve Hsu	Doğrusal elastik		
W&H_S	Wang ve Hsu	Saenz		
W&H_P&P	Wang ve Hsu	Park ve Paulay		
V_DE	Vecchio 1982	Doğrusal elastik		
V_S	Vecchio 1982	Saenz		
V_P&P	Vecchio 1982	Park ve Paulay		

Tablo 2.4. Analizlerde kullanılan çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrisi ikilileri



Şekil 2.5. Drucker-Prager kriterinin dikkate alınması durumunda BS kirişinin farklı çekme ve basınç modellerine göre yük-yerdeğiştirme eğrileri

Bu şekilden görüldüğü gibi, bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisi literatürde verilen deneysel yük-yerdeğiştirme eğrisi ile uyum içerisindedir.

Çalışma kapsamında hazırlanan programın doğruluğunu belirlemek amacıyla dikkate alınan bir diğer örnek ise Burns ve Siess (1962) tarafından deneysel, Demir (1998) ve Barzegar ve Schnobrich (1986) tarafından analitik olarak test edilen J4 betonarme kirişidir (bkz. Şekil 2.3). Bu kiriş için literatürden alınan yük-yerdeğiştirme eğrileri ile Drucker-Prager akma kriteri kullanılarak bu çalışmada elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri Şekil 2.6'da verilmektedir. Bu şekilden görüldüğü gibi, bu çalışmada elde edilen yükyerdeğiştirme eğrisi literatürde deneysel ve analitik olarak verilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisindedir.



Şekil 2.6. Drucker-Prager kriterinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı çekme ve basınç modellerine göre yük-yerdeğiştirme eğrileri

2.3. Efektif Gerilmenin Belirlenmesi

Efektif gerilme, gerilme bileşenlerini tek eksenli gerilmeye indirgeyen bir gerilme ifadesidir. Akma kriterleri efektif gerilme cinsinden,

$$f = A\sigma_e^n$$
(2.1)

bağıntısından da görüldüğü gibi efektif gerilme ve bunun bir çarpanı olan skalerden ibaret olmaktadır (Chen, 1982). Geliştirilen bilgisayar programında efektif gerilmeye göre hesap yapılabilmekte olup dikkate alınan sayısal uygulamalarda von Mises efektif gerilmesi kullanılmaktadır. von Mises ve Drucker-Prager akma kriterleri için efektif gerilme ifadelerini elde edebilmek amacıyla, bu kriterler sadece gerilme terimlerini içerecek formlarıyla

$$f = \sqrt{J_2} \rightarrow \text{von Mises}$$

 $f = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} \rightarrow \text{Drucker} - \text{Prager}$
(2.2)

şeklinde yazılmaktadır. Bu bağıntıdaki von Mises ifadesi kartezyen eksen takımındaki genel gerilme bileşenleri cinsinden yazıldığında

$$f = \frac{1}{6} \left[\left(\sigma_{x} - \sigma_{y} \right)^{2} + \left(\sigma_{y} - \sigma_{z} \right)^{2} + \left(\sigma_{z} - \sigma_{x} \right)^{2} \right] + \tau_{xy}^{2} + \tau_{yz}^{2} + \tau_{zx}^{2}$$
(2.3)

bağıntısı elde edilmektedir. Tek eksenli gerilme durumunda sadece bir tane gerilme bileşeni kalacağı için diğerleri sıfır olmaktadır. Bu durumda elde edilen Denklem (2.3)

$$\mathbf{f} = \frac{1}{6} \left[\left(\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{x}} \right)^2 + \left(-\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{x}} \right)^2 \right]$$
(2.4)

şeklini almaktadır. von Mises akma kriteri için Denklem (2.4) ile Denklem (2.1)'in birbirine eşitliğinden

$$\frac{1}{6} \left[\left(\sigma_{x} \right)^{2} + \left(-\sigma_{x} \right)^{2} \right] = A \sigma_{x}^{n}$$
(2.5)

ifadesi elde edilmektedir. Bu bağıntıdan görüleceği gibi $A=1/\sqrt{3}$ ve n=1 olmaktadır. Denklem (2.1)'in sol tarafı Denklem (2.2)'de von Mises için verilen ifadeye göre yeniden düzenlenirse efektif gerilme

$$\sigma_{\rm e} = \sqrt{3J_2} \tag{2.6}$$

Bağıntısıyla elde edilmektedir. Benzer işlem adımları Drucker-Prager akma kriteri için uygulandığında efektif gerilme ifadesi

$$\sigma_{\rm e} = \frac{\alpha I_1 + \sqrt{J_2}}{\alpha + \sqrt{3}} \tag{2.7}$$

şeklinde elde edilmektedir (Chen, 1982).

2.4. Plastik Malzeme Matrisinin Oluşturulması

Burada doğrusal olmayan aşamada kullanılmak üzere Bresler-Pister ve Hsieh-Ting-Chen akma kriterlerine dayalı olarak plastik malzeme matrisleri elde edilmektedir. Bu kriterler çoğu paket programlarda ve literatürde bulunmamaktadır. Ancak Drucker-Prager, von Mises, Mohr Colulomb gibi kriterlerin bilgisayar kodları mevcuttur. Plastik rijitlik matrisinin elde edilişi genel bilgiler kısmında anlatıldığı gibi akma kriteri, pekleşme kuralı ve akış kuralı kullanılarak türetilmektedir.

2.4.1. Bresler-Pister Akma Kriterine Dayalı Olarak Plastik Malzeme Matrisinin Oluşturulması

Bu kriter için önce Denklem (1.74) ile verilen Bresler-Pister akma kriterindeki a, b ve c malzeme sabitlerinin belirlenmesi gerekmektedir. Bu malzeme sabitlerini belirlemek için deneysel testler sonucunda elde edilip kullanılması önerilen kontrol noktalarından faydalanılmaktadır. Bu kontrol noktaları

$$\bar{f}_{t} = \frac{f_{t}}{f_{c}}$$

$$\bar{f}_{bc} = \frac{f_{bc}}{f_{c}}$$
(2.8)

olmak üzere Tablo 2.5'de verilmektedir.

Test	$\sigma_{\text{oct}}\!/f_{c}$	τ_{oct}/f_c
$\sigma_1 = f_t$	$\frac{1}{2}\bar{f}_t$	$\frac{\sqrt{2}}{3}\bar{f}_t$
$\sigma_3 = -f_c$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{3}$
$\sigma_2 = \sigma_3 = -f_{bc}$	$-\frac{2}{3}\bar{f}_{bc}$	$\frac{\sqrt{2}}{3}\bar{f}_{bc}$

Tablo 2.5.Bresler-Pister akma kriteri için deneysel olarak elde edilen
kontrol noktaları (Chen, 1982)

Bu denklemde \bar{f}_{bc} eşdeğer iki eksenli gerilme altında basınç dayanımıdır. Bu 3 kontrol noktasında belirtilen durumları Denklem (1.74)'de yerine koymak suretiyle 3 bilinmeyenli 3 doğrusal denklem elde edilmekte ve bu denklem takımının çözümünden a, b ve c sabitleri sırasıyla

$$a = \frac{\sqrt{2}}{3} \bar{f_{t}} \bar{f}_{bc} \left(8f_{bc} + f_{t} - 3\right) / \left[\left(2\bar{f}_{bc} - 1\right) \left(2\bar{f}_{bc} + \bar{f_{t}}\right) \left(1 + \bar{f_{t}}\right) \right]$$
(2.9)

$$b = \sqrt{2} \left(4\bar{f}_{bc}^{2} - \bar{f}_{bc} - \bar{f}_{bc} - \bar{f}_{bc} + \bar{f}_{t} \right) \left(1 - \bar{f}_{t} \right) / \left[\left(2\bar{f}_{bc} - 1 \right) \left(2\bar{f}_{bc} + \bar{f}_{t} \right) \left(1 + \bar{f}_{t} \right) \right]$$
(2.10)

$$c = 3\sqrt{2} \left(3\bar{f_{t}}\bar{f}_{bc} - \bar{f}_{bc} - \bar{f}_{t} \right) / \left[\left(2\bar{f}_{bc} - 1 \right) \left(2\bar{f}_{bc} + \bar{f}_{t} \right) \left(1 + \bar{f}_{t} \right) \right]$$
(2.11)

denklemlerinden belirlenmektedir.

Denklem (1.12)'de ifade edilen oktahedral gerilme bileşenleri gerilme invaryantları cinsinden yazılarak ve yukarıda elde edilen malzeme sabitleri kullanılarak Brester-Pister akma kriteri

$$f = a_1 I_1^2 + b_1 I_1 + c_1 \sqrt{J_2} - a$$
(2.12)

şeklinde daha basit bir formda yazabilmektedir. Bu durumda malzeme parametreleri

$$a_{1} = \frac{c}{9f_{c}^{2}}$$

$$b_{1} = -\frac{b}{3f_{c}}$$

$$c_{1} = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}f_{c}}$$
(2.13)

şeklinde olmaktadır.

Malzeme sabitleri belirlenip akma kriteri daha basit bir formda yazıldıktan sonra bu kritere dayalı olarak plastik malzeme matrisinin belirlenmesi için Denklem (1.90)'da verilen d λ bağıntısındaki $\partial f / \partial \sigma_{ij}$ ve $\partial f / \partial \sigma_e$ ifadelerinin belirlenmesi gerekmektedir. İlk terim akma kriterinin tüm gerilme bileşenlerine göre türevinin alınması gerektiğini belirtmektedir. Ancak akma kriterleri gerilme invaryantları cinsinden yazıldığı için bu türev oldukça fazla işlem hacmi gerektirmektedir. Bundan dolayı kısmi türev işlemi kullanılarak daha basit olarak bu işlemi

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial f}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial f}{\partial J_2} \frac{\partial J_2}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial f}{\partial J_3} \frac{\partial J_3}{\partial \sigma_{ij}}$$
(2.14)

şeklinde yazmak mümkün olmaktadır. Bu denklemde gerilme bileşenlerine göre türev, deviatorik gerilme invaryantları cinsinden yazılmaktadır. J_1 terimi sıfır olduğu için bunun yerine birinci gerilme invaryantı (I1) kullanılmaktadır. Denklem (2.14),

$$\frac{\partial I_1}{\partial \sigma_{ij}} = \delta_{ij}$$
(2.15)

bağıntısıyla verilen kroneker delta ($\delta_{ij})$ ve

$$\frac{\partial J_2}{\partial \sigma_{ij}} = s_{ij}$$
(2.16)

bağıntısıyla verilen deviatorik gerilme tansörünün (\mathbf{s}_{ij}) kullanılması ile

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial f}{\partial I_1} \delta_{ij} + \frac{\partial f}{\partial J_2} s_{ij} + \frac{\partial f}{\partial J_3} \frac{\partial J_3}{\partial \sigma_{ij}}$$
(2.17)

şeklinde yazılabilmektedir. Denklem (2.12)'den

$$\frac{\partial f}{\partial I_1} = (2a_1I_1 + b_1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial J_2} = \frac{c_1}{2\sqrt{2}}$$

$$\frac{\partial f}{\partial J_3} = 0$$
(2.18)

bağıntıları elde edilebilmektedir. Bu durumda Denklem (2.17)

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \sigma_{ij}} = \left(2\mathbf{a}_1 \mathbf{I}_1 + \mathbf{b}_1\right) \delta_{ij} + \frac{\mathbf{c}_1}{2\sqrt{2}} \mathbf{s}_{ij}$$
(2.19)

şeklini almaktadır.

Akma kriterinin efektif gerilmeye göre türevi olan diğer terim ise

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{e}} = c_{1} \frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} f_{c}} \frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{2}}{3 f_{c}}$$
(2.20)

denklemi ile elde edilmektedir.

Denklem (2.19) ve (2.20)'nin elde edilmesiyle Denklem (1.90) için her terim belirlenmiş olmaktadır. Bu denklemde gerekli matris çarpımları yapılırsa Denklem (1.93)'deki plastik malzeme matrisinin elde edilmesi mümkün olmaktadır.

2.4.2. Hsieh-Ting-Chen Kriterine Dayalı Olarak Plastik Malzeme Matrisinin Oluşturulması

Denklem (1.79)'da verilen Hsieh-Ting-Chen akma kriteri için 4 malzeme parametresi

$$a = 2,0108$$

$$b = 0,9714$$

$$c = 9,1412$$

$$d = 0,2312$$

(2.21)

şeklinde verilmektedir. Denklem (1.79), gerilme invaryantları dışında bir asal gerilme bileşeni içerecek şekilde yazıldığı için bu kriteri deviaorik uzunluğu içeren terimlerle yazmak türev işlemleri için daha kolay olmaktadır. Bu duruma göre Hsieh-Ting-Chen akma kriteri

$$f = \rho - \rho_{f}$$

$$f = \sqrt{2J_{2}} - \frac{1}{2a} \left[-(b\cos\theta + c) + \sqrt{(b\cos\theta + c)^{2} - 4a(\sqrt{3}d\sigma_{ort} - 1)} \right]$$
(2.22)

bağıntısıyla verilmektedir (Chen, 1994).

Akma kriteri fonksiyonunun gerilme bileşenlerine göre türev ifadesi olan Denklem (2.14) Hsieh-Ting-Chen akma kriteri için yazılacak olunursa türev ifadeleri

$$\frac{\partial f}{\partial I_1} = -\frac{\sqrt{3}}{3h_2} d$$

$$\frac{\partial f}{\partial J_2} = -\frac{b\sin\theta}{2a} \left[1 - \frac{(b\cos\theta + c)}{h_2} \right] \frac{\partial\theta}{\partial J_2}$$
(2.23)
$$\frac{\partial f}{\partial J_3} = -\frac{b\sin\theta}{2a} \left[1 - \frac{(b\cos\theta + c)}{h_2} \right] \frac{\partial\theta}{\partial J_3}$$

$$h_2 = \sqrt{(b\cos\theta + c)^2 - 4a(\sqrt{3}d\sigma_{ort} - 1)}$$

şeklinde olmaktadır.

Denklem (2.23)'deki $\partial \theta / \partial J_2$ ve $\partial \theta / \partial J_3$ ifadeleri Denklem (1.16)'da verilen benzerlik açısının deviatorik gerilme invaryantlarına göre türevi olup bu türevler gerekli işlem kısaltmaları yapıldığında

$$\frac{\partial \theta}{\partial J_2} = \frac{3\sqrt{3}J_3}{4} \frac{1}{J_2^{5/2}} \frac{1}{\sin 3\theta}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial J_3} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{J_2^{3/2}} \frac{1}{\sin 3\theta}$$
(2.24)

şeklini almaktadır. Bu kriterin efektif von Mises gerilmesine göre türevi ise

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{e}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2a} \left[-b \frac{\partial \cos \theta}{\partial \sigma_{e}} + \frac{1}{2} 2b \frac{\partial \cos \theta}{\partial \sigma_{e}} (b \cos \theta + c) \frac{1}{h_{2}} \right]$$
(2.25)

bağıntısıyla verilmektedir.

Denklem (2.25)'deki $\partial \cos \theta / \partial \sigma_e$ terimi benzerlik açısının cosinüs ifadesinin efektif gerilmeye göre türevi olup bu türevler

$$\frac{\partial \cos \theta}{\partial \sigma_{e}} = -\frac{\partial \theta}{\partial J_{2}} \frac{\partial J_{2}}{\partial \sigma_{e}} \sin \theta$$

$$\frac{\partial J_{2}}{\partial \sigma_{e}} = \frac{2}{3} \sigma_{e}$$
(2.26)

şeklinde alınabilmektedir. Bu kriter J₃ terimini de barındırdığı için $\partial J_3 / \partial \sigma_{ij}$ türevini belirlemek gerekmektedir. Bu türev

$$\frac{\partial J_3}{\partial \sigma_{ij}} = t_{ij}$$

$$t_{ij} = s_{ik} s_{kj} - \frac{2}{3} J_2 \delta_{ij} \qquad i = j = k = 1, 2, 3$$
(2.27)

bağıntılarıyla elde edilmektedir. Böylece Denklem (1.90) için her terim belirlenmiş olmaktadır. Bu denklemde gerekli matris çarpımları yapılırsa Denklem (1.93)'deki plastik malzeme matrisinin elde edilmesi mümkün olmaktadır.

2.5. Betonarme İçin Eleman Rijitlik Matrisinin Oluşturulması

Beton ve donatı çeliğinden oluşan betonarme yapıların eleman rijitlik matrisi oluşturulurken beton malzeme matrisi ve donatı çeliği elemanının eşdeğer malzeme matrisleri toplanarak kompozit malzeme matrisi kurulmaktadır. İzotrop ve doğrusal elastik malzeme kabulü için beton malzeme matrisi (D_c) ve eşdeğer donatı elmanı malzeme matrisi (D_s) sırasıyla

$$\begin{bmatrix} D_{c} \end{bmatrix} = \frac{E_{c}}{1 - v_{c}^{2}} \begin{bmatrix} 1 & v_{c} & 0 \\ v_{c} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - v_{c})/2 \end{bmatrix}$$
(2.28)

$$\begin{bmatrix} D_{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{x} E_{s} & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{y} E_{s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(2.29)

bağıntılarıyla verilmektedir.

Bu denklemlerde E_c ve E_s sırasıyla betonun ve donatı çeliğinin elastisite modülünü, v_c betonun Poisson oranını, ρ_x ve ρ_y ise x ve y doğrultularındaki donatı oranlarını göstermektedir. Malzeme matrislerinin bu şekilde elde edilmesinden sonra Denklem (1.101) ile ifade edilmiş olan eleman rijitlik matrisi kompozit malzeme olan betonarme için, n beton eleman içerisinde olan donatı sayısını göstermek üzere

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{e} \end{bmatrix}_{beton} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{e} \end{bmatrix}_{eşdeğer \ donatı \ celiği}$$
(2.30)
$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{e} \end{bmatrix} = \int_{V} \begin{bmatrix} \mathbf{B} \end{bmatrix}^{t} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{c} \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^{n} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{s} \end{bmatrix}_{i} \right\} \begin{bmatrix} \mathbf{B} \end{bmatrix} d\mathbf{V}$$

şeklini almaktadır.

Betonarme elemanın rijitlik matrisinin belirlenmesindeki diğer bir yaklaşım ise betonun elastisite modülünün artırılmasıdır. Bu durumda ρ_{ort} ortalama donatı oranını göstermek üzere

$$E_{c}' = E_{c} + \rho_{ort} E_{s}$$
(2.31)

bağıntısıyla verilmektedir.

Bu durumda malzeme matrisi Denklem (2.28) ifadesinde E_c yerine E'_c yazılarak elde edilmektedir. Eleman rijitlik matrisi için ise D_s sıfır alınarak Denklem (2.30) kullanılmaktadır. Bu yaklaşımlardan ilk yaklaşım daha yaygın olarak kullanılmaktadır. Donatı çeliğini dikkate almanın başka bir yaklaşımı da donatı çelik çubuklarının kafes eleman olarak düşünülerek eleman rijitlik matrislerinin toplanmasıdır. Bu çalışmada betonarme kompozit malzemenin eleman rijitlik matrisinin oluşturulması Denklem (2.30) dikkate alınarak yapılmıştır. Bu çalışmada eleman rijitlik matrisinin hesaplanmasındaki integral işlemi Gauss integrali kullanılarak yapılırken 2x2 Gauss kuralı uygulanmıştır. Böylece sistemin sonlu elemanlara parçalanması sonucu oluşan herhangi bir eleman için 4 Gauss noktası kullanılarak integral işlemi ve dolayısıyla eleman rijitlik matrisi elde edilmiştir. Malzeme bakımından doğrusal olmayan analizde gerilme ve şekildeğiştirmelere dayalı olarak malzeme matrisi her bir işlem adımında tekrar türetildiği için Gauss noktalarını ya da bir başka deyişle malzeme noktalarını fazla almak daha iyi sonuçlar verebilmektedir.

Çalışma kapsamında hazırlanan bilgisayar programında eleman malzeme noktalarında gerilme-şekildeğiştirme durumuna göre malzeme matrisi sıfır alınabilmekte ve toplam eleman rijitlik matrisi geri kalan malzeme noktaları üzerinden hesaplanmaktadır. Böylece elemanda oluşan gerilmeye göre elemanın rijitliğindeki değişim dikkate alınabilmektedir. Elemandaki tüm malzeme noktalarında malzeme matrislerinin sıfır olması durumunda ise elamanın sistem rijitlik matrisine katkısı hiç olmamaktadır. Bu durum elemanın göçmesini dolayısıyla sistemde yerel göçmeleri işaret etmektedir. Bu durumların artmasıyla sistem bazında göçme noktasına gelinmektedir ki tam bu durumda sistem rijitlik matrisinin tersi alınamamaktadır.

3. BULGULAR VE İRDELEME

Bu çalışmada literatürde analitik ve deneysel çalışma bulguları verilen dört farklı betonarme kiriş kullanılarak bulgular elde edilmiş ve irdelenmiştir. Bu elemanlar üzerinde yapılan analizler daha önce belirtildiği gibi, Drucker-Prager, von Mises, Mohr Coulomb ve Tresca gibi paket programlarda sıkça kullanılan kriterler ve literatürde veya hazır programlarda rastlanılmayan ancak betonarme için önerilen ve bu çalışma kapsamında kodlanmış olan Bresler-Pister ile Hsieh-Ting-Chen kriterleri birer akma kriteri olarak dikkate alınarak gerçekleştirilmiştir.

3.1. J4 Kirişi

J4 betonarme kirişi Burns ve Siess (1962) tarafından test edilmiştir (Demir, 1998). Bu kirişin geometrik özellikleri ve enkesit detayı Şekil 3.1'de gösterilmektedir. Kiriş enkesitindeki toplam donatı 1021 mm²'dir. Bu betonarme kirişte kullanılan beton için $E_c=26200 \text{ N/mm}^2$, $f_c=33 \text{ N/mm}^2$, $f_t=3.5 \text{ N/mm}^2$ ve donatı çeliği için $E_s=203000 \text{ N/mm}^2$ 'dir. Diğer malzeme özellikleri olarak içsel sürtünme açısı 30° ve kohezyon 2.95 N/mm² olarak alınmıştır. Geometri ve yüklemenin simetrik olmasından dolayı bu kirişin sadece yarısı modellenmiştir.

Diğer sayısal yöntemlerde olduğu gibi bu çalışmada kullanılan sonlu elemanlar yöntemiyle elde edilen sonuçlarda da bir hata payı bulunmaktadır. Bu hata payının büyüklüğü problemin çözümünde dikkate alınan sonlu elemanın ağına bağlı olarak değişmektedir. Dolayısıyla ideal sonlu eleman ağını belirlemek için maksimum yerdeğiştirmenin yakınsaması kontrol edilmiştir. Sonuç olarak bu örnek için 45 eleman kabul edilebilir sonuçlar vermekte olup bu sonlu eleman ağı karşılaştırma yapmak için literatürden alınan betonarme kirişin sonlu elemanlar ağının aynısıdır. Kirişin yarısının sonlu eleman ağı daha önce verilmişti (bkz. Şekil 2.3).



Şekil 3.1. J4 kirişi geometrik özellikleri

Bu kirişinin simetrik kısmı için elde edilen yerdeğiştirmiş hali Şekil 3.2'de verilmektedir. Kirişin orta noktasının deneysel (Burns ve Siess, 1962) ve analitik (Barzegar ve Schnobrich, 1986; Demir, 1998) olarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri Drucker-Prager akma kriteri ve farklı çekme-basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrileri dikkate alınarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile birlikte Şekil 3.3'de verilmektedir.

				L		
 ┞────┥			ļ	1	. I	÷
 L	•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	L	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	·	<u></u>
				6		
 					<u> </u>	<u>.</u>
 			i	li i i i i i i i i i i i i i i i i i i		
 .	1					
 	L			1	ŧ	ł
 				1	t	<u></u>
					· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	

Şekil 3.2. J4 kirişinin yerdeğiştirmiş durumu

Aynı gerilme-şekildeğiştirme eğrileri dikkate alınarak kirişin doğrusal olmayan analizinde von Mises, Mohr Coulomb, Tresca, Bresler-Pister ve Hsieh-Ting-Chen kriterlerinin kullanılması durumunda, orta noktası için bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel ve analitik olarak literatürde verilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile karşılaştırmalı olarak sırasıyla Şekil 3.4, Şekil 3.5, Şekil 3.6, Şekil 3.7 ve Şekil 3.8'de verilmektedir.



Şekil 3.3. Drucker-Prager kriterinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yükyerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması



Şekil 3.4. von Mises kriterinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması



Şekil 3.5. Mohr Coulomb kriterinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yükyerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması



Şekil 3.6. Tresca kriterinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması



Şekil 3.7. Bresler-Pister kriterinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yükyerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması



Şekil 3.8. Hsieh-Ting-Chen kriterinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yükyerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması

Şekil 3.3'den görüldüğü gibi Drucker-Prager kriterinin dikkate alınması durumunda çekmede Vecchio 1982 ve Wang-Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve basınçta doğrusal elastik ve Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrileri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri hem deneysel olarak Burns ve Siess (1962) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisi hemde Barzegar ve Schnobrich (1986) ve Demir (1998) tarafından teorik olarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisindedir. Ancak basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri diğerlerine göre daha hassas sonuçlar vermektedir.

Şekil 3.4'den görüldüğü gibi von Mises kriterinin dikkate alınması durumunda çekmede Vecchio 1982 ve Wang-Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve basınçta doğrusal elastik ve Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrileri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri hem deneysel olarak Burns ve Siess (1962) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisi hemde Barzegar ve Schnobrich (1986) ve Demir (1998) tarafından teorik olarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisindedir. Ancak basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri diğerlerine göre daha hassas sonuçlar vermektedir.

Şekil 3.5'den görüldüğü gibi Mohr Coulomb kriterinin dikkate alınması durumunda çekmede Vecchio 1982 ve Wang-Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve basınçta doğrusal elastik ve Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrileri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri hem deneysel olarak Burns ve Siess (1962) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisi hemde Barzegar ve Schnobrich (1986) ve Demir (1998) tarafından teorik olarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisindedir. Ancak basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri diğerlerine göre daha hassas sonuçlar vermektedir.

Şekil 3.6'dan görüldüğü gibi Tresca kriterinin dikkate alınması durumunda çekmede Vecchio 1982 ve Wang-Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve basınçta doğrusal elastik ve Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrileri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yükyerdeğiştirme eğrileri hem deneysel olarak Burns ve Siess (1962) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisi hemde Barzegar ve Schnobrich (1986) ve Demir (1998) tarafından teorik olarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisindedir. Ancak basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri diğerlerine göre daha hassas sonuçlar vermektedir.
Şekil 3.7'de ise yeni bir kriter olarak kullanılan Bresler-Pister kriterinin dikkate alınması durumunda çekmede Vecchio 1982 ve Wang-Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve basınçta doğrusal elastik ve Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrileri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri hem deneysel olarak Burns ve Siess (1962) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisi hemde Barzegar ve Schnobrich (1986) ve Demir (1998) tarafından teorik olarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisindedir. Yine basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri diğerlerine göre daha hassas sonuçlar vermektedir.

Şekil 3.8'de ise yine yeni bir kriter olarak kullanılan Hsieh-Ting-Chen kriterinin dikkate alınması durumunda çekmede Vecchio 1982 ve Wang-Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve basınçta doğrusal elastik ve Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrileri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri hem deneysel olarak Burns ve Siess (1962) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisi hemde Barzegar ve Schnobrich (1986) ve Demir (1998) tarafından teorik olarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisindedir. Yine basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri diğerlerine göre daha hassas sonuçlar vermektedir.

Şekil 3.3, Şekil 3.4, Şekil 3.5, Şekil 3.6, Şekil 3.7 ve Şekil 3.8'den görüldüğü gibi deney sonuçlarının nihai değerleri olan maksimum yerdeğiştirme ve taşıma gücü kapasitesi bakımından bu çalışmadan elde edilen sonuçlar diğer sonuçlarla uyum içerisindedir. Ancak yük düzeyinin yaklaşık olarak 40 ile 130 kN arasında olduğu durumda teorik sonuçlar deney sonucundan biraz uzaklaşmaktadır. Bu durum bu yükleme aralığında seçilen modelin tam olarak uygun olmamasına atfedilebileceği gibi deney numunesinin üretiminde ve/veya deney anında yapılabilecek bir hataya atfedilebilir. Zaten mühendislikte önemli olan maksimum değerlerdir. Farklı değerler kullanılarak deneme yanılma yoluyla teorik sonuçların deney sonucu ile bu bölgede de uyumlu hale getirilmesi mümkündür. Bu çalışmada bu işlem yapılmamıştır.

Özet olarak J4 kirişi için bu çalışmada dikkate alınan tüm kriterler, çekme gerilmeşekildeğiştirme eğrileri ve basınç gerilme-şekildeğişirme eğrileri betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizinde etkin bir şekilde kullanılabilmektedir. Özellikle yeni kriter olarak kullanılan Bresler-Pister ve Hsieh-Ting-Chen kriterleri de betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizinde kullanılabilmektedir. Bu çalışmada dikkate alınan çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrisi ikililerinin (bkz. Tablo 3.1) tüm akma kriterlerinin yük-yerdeğiştirme eğrisi üzerindeki etkisini gözlemlemek amacıyla bu ikililerden sırasıyla W&H_DE, W&H_S, V_DE ve V_S için elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri birbiri ile ve literatürde verilen deneysel ve analitik sonuçlarla karşılaştırılmalı olarak Şekil 3.9, Şekil 3.10, Şekil 3.11 ve Şekil 3.12'de verilmektedir.



Şekil 3.9. Çekmede Wang & Hsu gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirmesinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması



Şekil 3.10. Çekmede Wang & Hsu gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Saenz gerilmeşekildeğiştirmesinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması



Şekil 3.11. Çekmede Vecchio1982 gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirmesinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması



Şekil 3.12. Çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Saenz gerilme-şekildeğiştirmesinin dikkate alınması durumunda J4 kirişinin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması

Şekil 3.9'dan görüldüğü gibi çekmede Wang-Hsu gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrilerinin dikkate alınması durumunda J4 kirişi için tüm akma kriterleri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel olarak Burns ve Siess (1962) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisi, Barzegar ve Schnobrich (1986) ve Demir (1998) tarafından teorik olarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ve birbirleri ile uyum içerisindedir.

Şekil 3.10'dan görüldüğü gibi çekmede Wang-Hsu gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrilerinin dikkate alınması durumunda J4 kirişi için tüm akma kriterleri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel olarak Burns ve Siess (1962) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisi, Barzegar ve Schnobrich (1986) ve Demir (1998) tarafından teorik olarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisindedir.

Şekil 3.11'den görüldüğü gibi çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrilerinin dikkate alınması durumunda J4 kirişi için tüm akma kriterleri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel olarak Burns ve Siess (1962) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisi, Barzegar ve Schnobrich (1986) ve Demir (1998) tarafından teorik olarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ve birbirleri ile uyum içerisindedir.

Şekil 3.12'den görüldüğü gibi çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrilerinin dikkate alınması durumunda J4 kirişi için tüm akma kriterleri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel olarak Burns ve Siess (1962) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisi, Barzegar ve Schnobrich (1986) ve Demir (1998) tarafından teorik olarak elde edilen yükyerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisindedir.

Özetle bu çalışmada farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerinin kullanılması durumunda tüm kriterleri kullanılarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri birbiriyle ve literatürde verilen deneysel ve teorik sonuçlarla uyum içerisindedir.

3.2. Bresler/Scordelis (BS) Kirişi

Orta açıklığından tekil yüke maruz bırakılan basit mesnetli betonarme kiriş Bresler ve Scordelis (1964) tarafından test edilmiştir (Wang ve Hsu, 2001). Bu kirişin geometrik özellikleri ve enkesit detayı Şekil 3.13'de verilmektedir. Kiriş enkesitindeki toplam donatı 2580 mm²'dir. Bu betonarme kirişte kullanılan beton için $E_c=21300$ N/mm², $f_c=24.5$ N/mm², $f_t=1.54$ N/mm² ve donatı çeliği için $E_s=191400$ N/mm²'dir. Diğer malzeme özellikleri olarak içsel sürtünme açısı 28° ve kohezyon 2.8 N/mm² olarak alınmıştır. Geometri ve yüklemenin simetrik olmasından dolayı bu kirişin sadece yarısı modellenmiştir.

İdeal sonlu eleman ağını belirlemek için maksimum yerdeğiştirmenin yakınsaması kontrol edilmiştir. Bu örnek için 70 eleman kabul edilebilir sonuçlar vermekte olup bu sonlu eleman ağı karşılaştırma yapmak için literatürden alınan betonarme kirişin sonlu elemanlar ağının aynısıdır. Kirişin yarı kısmının sonlu eleman ağı daha önce verilmişti (bkz. Şekil 2.2).



Şekil 3.13. Bresler/Scordelis kirişi geometrik özellikleri

Bu çalışmadan doğrusal olmayan analiz sonucu kirişin simetri kısmı için elde edilen yerdeğiştirmiş durumu Şekil 3.14'de verilmektedir. Kirişin orta noktasının deneysel olarak Bresler ve Scordelis (1964) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisi bu çalışmada Drucker-Prager akma kriteri ve farklı çekme-basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrileri dikkate alınarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile karşılaştırmalı olarak Şekil 3.15'de verilmektedir.

1 1			<u> </u>			
	8	j	 		I	
			1			
		4]			
				í		
		£f	 			
		 	 			
)			
		1 1	_			
		f	 			
1 1			 			
f			 			

Şekil 3.14. Bresler/Scordelis kirişinin yerdeğiştirmiş durumu

Aynı gerilme-şekildeğiştirme eğrileri dikkate alınarak kirişin doğrusal olmayan analizinde von Mises, Mohr Coulomb, Tresca, Bresler-Pister ve Hsieh-Ting-Chen kriterlerinin kullanılması durumunda orta noktası için bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel olarak literatürde verilen yük-yerdeğiştirme eğrisi ile karşılaştırmalı olarak sırasıyla Şekil 3.16, Şekil 3.17, Şekil 3.18, Şekil 3.19 ve Şekil 3.20'de verilmektedir.



Şekil 3.15. Drucker-Prager kriterinin dikkate alınması durumunda BS kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yükyerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğri ile karşılaştırılması



Şekil 3.16. von Mises kriterinin dikkate alınması durumunda BS kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yükyerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğri ile karşılaştırılması



Şekil 3.17. Mohr Colulomb kriterinin dikkate alınması durumunda BS kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yükyerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğri ile karşılaştırılması



Şekil 3.18. Tresca kriterinin dikkate alınması durumunda BS kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yükyerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğri ile karşılaştırılması



Şekil 3.19. Bresler-Pister kriterinin dikkate alınması durumunda BS kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yükyerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğri ile karşılaştırılması



Şekil 3.20. Hsieh-Ting-Chen kriterinin dikkate alınması durumunda BS kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğri ile karşılaştırılması

Şekil 3.15'den görüldüğü gibi Drucker-Prager kriterinin dikkate alınması durumunda çekmede Vecchio 1982 ve Wang-Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve basınçta doğrusal elastik, Saenz ve Park-Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrileri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel olarak Bresler ve Scordelis (1964) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisindedir. Ancak basınçta Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrileri kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri diğerlerine göre daha hassas sonuçlar vermektedir.

Şekil 3.16'dan görüldüğü gibi von Mises kriterinin dikkate alınması durumunda çekmede Vecchio 1982 ve Wang-Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve basınçta doğrusal elastik, Saenz ve Park-Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrileri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel olarak Bresler ve Scordelis (1964) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisindedir. Ancak basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrileri alurumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisindedir. Ancak basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri alurumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri diğerlerine göre daha hassas sonuçlar vermektedir.

Şekil 3.17'den görüldüğü gibi Mohr Coulomb kriterinin dikkate alınması durumunda çekmede Vecchio 1982 ve Wang-Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve basınçta doğrusal elastik, Saenz ve Park-Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrileri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel olarak Bresler ve Scordelis (1964) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisindedir. Ancak basınçta Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin ve çekmede Wang-Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisinin kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisinin kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisinin kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisinin kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisinin kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisi diğerlerine göre daha hassas sonuçlar vermektedir.

Şekil 3.18'den görüldüğü gibi Tresca kriterinin dikkate alınması durumunda çekmede Vecchio 1982 ve Wang-Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve basınçta doğrusal elastik, Saenz ve Park-Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrileri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel olarak Bresler ve Scordelis (1964) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisindedir. Ancak basınçta Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin ve çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisi diğerlerine göre daha hassas sonuçlar vermektedir.

Şekil 3.19'dan görüldüğü gibi yeni bir kriter olarak kullanılan Bresler-Pister kriterinin dikkate alınması durumunda çekmede Vecchio 1982 ve Wang-Hsu gerilmeşekildeğiştirme eğrileri ve basınçta doğrusal elastik, Saenz ve Park-Paulay gerilme-

şekildeğiştirme eğrileri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel olarak Bresler ve Scordelis (1964) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisindedir. Ancak basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri diğerlerine göre daha hassas sonuçlar vermektedir.

Şekil 3.20'den görüldüğü gibi yine yeni bir kriter olarak kullanılan Hsieh-Ting-Chen kriterinin dikkate alınması durumunda çekmede Vecchio 1982 ve Wang-Hsu gerilmeşekildeğiştirme eğrileri ve basınçta doğrusal elastik, Saenz ve Park-Paulay gerilmeşekildeğiştirme eğrileri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel olarak Bresler ve Scordelis (1964) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisindedir. Basınçta Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri diğerlerine göre pek uyumlu sonuçlar vermemektedir. Ancak basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri diğerlerine göre daha hassas sonuçlar vermektedir.

Özetle BS kirişi için bu çalışmada dikkate alınan tüm kriterler, çekme gerilmeşekildeğiştirme eğrileri ve basınç gerilme-şekildeğişirme eğrileri betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizinde etkin bir şekilde kullanılabilmektedir. Özellikle yeni kriter olarak kullanılan Bresler-Pister ve Hsieh-Ting-Chen kriterleri de betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizinde kullanılabilmektedir.

Bu çalışmada dikkate alınan çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrisi ikililerinin (bkz. Tablo 3.1) tüm akma kriterlerinin yük-yerdeğiştirme eğrisi üzerindeki etkisini gözlemlemek amacıyla bu ikililerden sırasıyla W&H_S, W&H_P&P, V_S ve V_P&P için elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri birbiri ile ve literatürde verilen deneysel sonuçla karşılaştırılmalı olarak Şekil 3.21, Şekil 3.22, Şekil 3.23 ve Şekil 3.24'de verilmektedir.

Şekil 3.21'den görüldüğü gibi çekmede Wang-Hsu gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrilerinin dikkate alınması durumunda BS kirişi için Hsieh-Ting-Chen kriteri hariç diğer tüm akma kriterleri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel olarak Bresler ve Scordelis (1964) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileriyle ve birbirleri ile uyum içerisindedir.



Şekil 3.21. Çekmede Wang & Hsu gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin dikkate alınmasıyla BS kirişinin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması



Şekil 3.22. Çekmede Wang & Hsu gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Park & Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin dikkate alınmasıyla BS kirişinin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması



Şekil 3.23. Çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin dikkate alınmasıyla BS kirişinin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması



Şekil 3.24. Çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Park & Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin dikkate alınmasıyla BS kirişinin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması

Şekil 3.22'den görüldüğü gibi çekmede Wang-Hsu gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Park-Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrilerinin dikkate alınması durumunda BS kirişi için Hsieh-Ting-Chen kriteri hariç diğer tüm akma kriterleri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel olarak Bresler ve Scordelis (1964) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileriyle ve birbirleri ile uyum içerisindedir.

Şekil 3.23'den görüldüğü gibi çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrilerinin dikkate alınması durumunda BS kirişi için Hsieh-Ting-Chen ve von Mises kriterleri hariç diğer tüm akma kriterleri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel olarak Bresler ve Scordelis (1964) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileriyle ve birbirleri ile uyum içerisindedir.

Şekil 3.24'den görüldüğü gibi çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Park-Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrilerinin dikkate alınması durumunda BS kirişi için tüm akma kriterleri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel olarak Bresler ve Scordelis (1964) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileriyle ve birbirleri ile uyum içerisindedir. Şekil 3.23'dekinin aksine Hsieh-Ting-Chen kriteri kullanarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisi diğerlerine göre daha hassas olmaktadır.

Bu kirişin her bir kriterin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrisine göre elde edilen analiz sonuçlarından deneysel sonuca en yakın olan yük-yerdeğiştirme eğrilerinin bir grafik üzerinde karşılaştırmalı olarak gösterilimi Şekil 3.25'de verilmektedir. Bu şekilden görüldüğü gibi her bir kriterin kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri hem deneysel sonuçla hemde birbiri ile uyumlu olmaktadır.



Şekil 3.25. Tüm kriterlerin deneysel eğriye en yakın sonuçlarını kullanarak BS kirişi için yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması

3.3. Panel Kiriş

Cervenka ve Gerstle (1971) tarafından test edilen panel kiriş geometrik özellikleri, donatı düzeni ve enkesit özellikleri Şekil 3.26'da verilmektedir (Kwak ve Kim, 2001). Bu betonarme panel kirişte kullanılan beton için $E_c=20000 \text{ N/mm}^2$, $f_c=26.8 \text{ N/mm}^2$, $f_t=1.71 \text{ N/mm}^2$ ve donatı çeliği için $E_s=190000 \text{ N/mm}^2$ 'dir. Diğer malzeme özellikleri olarak içsel sürtünme açısı 30° ve kohezyon 2.5 N/mm² olarak alınmıştır. Bu panel kiriş 76.2 mm kalınlığında iki gövde ile 298.5 mm kalınlığında üç dişden oluşmaktadır. Global x ve y doğrultularındaki donatı oranları Tablo 3.1'de verilmektedir.

Geometri ve yüklemenin simetrik olmasından dolayı bu kirişin sadece yarısı modellenmiştir. Diğer sayısal yöntemlerde olduğu gibi bu çalışmada kullanılan sonlu elemanlar yöntemiyle elde edilen sonuçlarda da bir hata payı bulunmaktadır. Bu hata payının büyüklüğü problemin çözümünde dikkate alınan sonlu elemanın ağına bağlı olarak değişmektedir. Dolayısıyla ideal sonlu eleman ağını belirlemek için maksimum yerdeğiştirmenin yakınsaması kontrol edilmiştir. Sonuç olarak bu örnek için 35 eleman kabul edilebilir sonuçlar vermekte olup bu sonlu eleman ağı karşılaştırma yapmak için literatürden alınan betonarme kirişin sonlu elemanlar ağının aynısıdır. Kirişin yarısının sonlu eleman ağı daha önce verilmişti (bkz. Şekil 2.4).



Şekil 3.26. Panel kirişin (a) geometrik özellikleri ve (b) A-A kesiti

Elemon		Donati orani, p		
Eleman	Doğrultu	Gövde	diş	
1-7	Х	0.0092	0.0023	
	у	0.0092	0.0047	
8-35	Х	0.0183	0.0047	
	у	0.0092	0.0047	

Tablo 3.1. Panel kirişin donatı oranları

Bu çalışmadan doğrusal olmayan analiz sonucu kirişin simetrik kısmı için elde edilen yerdeğiştirmiş durumu Şekil 3.27'de verilmektedir.



Şekil 3.27. Panel kirişin yerdeğiştirmiş durumu

Bu kirişin orta noktasının deneysel (Cervenka ve Gerstle, 1971) ve analitik (Darwin ve Pecknold, 1976; Shayanfar vd., 1997; Kwak ve Kim, 2001) olarak literatürde verilen yük-yerdeğiştirme eğrileri bu çalışmada Drucker-Prager akma kriteri ve farklı çekmebasınç gerilme-şekildeğiştirme eğrileri dikkate alınarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile birlikte Şekil 3.28'de verilmektedir.

Aynı gerilme-şekildeğiştirme eğrilerini dikkate alınarak kirişin doğrusal olmayan analizinde von Mises, Mohr Coulomb, Tresca, Bresler-Pister ve Hsieh-Ting-Chen kriterlerinin kullanılması durumunda orta noktasında elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel ve analitik olarak literatürde verilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile karşılaştırmalı olarak sırasıyla Şekil 3.29, Şekil 3.30, Şekil 3.31, Şekil 3.32 ve Şekil 3.33'de verilmektedir.

Bu çalışmada dikkate alınan çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrisi ikililerinin (bkz. Tablo 3.1) tüm akma kriterlerinin yük-yerdeğiştirme eğrisi üzerindeki etkisini gözlemlemek amacıyla bu ikililerden sırasıyla W&H_DE, W&H_S, W&H_P&P, V_DE, V_S ve V_P&P için elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri birbiri ile ve literatürde verilen deneysel sonuçlarla karşılaştırılmalı olarak Şekil 3.34, Şekil 3.35, Şekil 3.36, Şekil 3.37, Şekil 3.38 ve Şekil 3.39'da verilmektedir.



Şekil 3.28. Drucker-Prager kriterinin dikkate alınması durumunda panel kirişin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yükyerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması



Şekil 3.29. von Mises kriterinin dikkate alınması durumunda panel kirişin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yükyerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması



Şekil 3.30. Mohr Coulomb kriterinin dikkate alınması durumunda panel kirişin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yükyerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması



Şekil 3.31. Tresca kriterinin dikkate alınması durumunda panel kirişin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yükyerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması



Şekil 3.32. Bresler-Pister kriterinin dikkate alınması durumunda panel kirişin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması



Şekil 3.33. Hsieh-Ting-Chen kriterinin dikkate alınması durumunda panel kirişin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yükyerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması

Şekil 3.28, Şekil 3.29, Şekil 3.30 ve Şekil 3.31 'den görüldüğü gibi sırasıyla hazır programlarda sıkça kullanılan Drucker-Prager, von Mises, Mohr Coulomb ve Tresca kriterlerinin dikkate alınması durumunda çekmede Vecchio 1982 ve Wang-Hsu gerilmeşekildeğiştirme eğrileri ve basınçta doğrusal elastik, Saenz ve Park-Paulay gerilmeşekildeğiştirme eğrileri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel (Cervenka ve Gerstle, 1971) ve analitik (Darwin ve Pecknold, 1976; Shayanfar vd., 1997; Kwak ve Kim, 2001) olarak literatürde verilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisindedir.

Şekil 3.32 ve Şekil 3.33'den görüldüğü gibi sırasıyla yeni kriter olarak kullanılan Bresler-Pister ve Hsieh-Ting-Chen kriterlerinin dikkate alınması durumunda çekmede Vecchio 1982 ve Wang-Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve basınçta doğrusal elastik, Saenz ve Park-Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrileri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel (Cervenka ve Gerstle, 1971) ve analitik (Darwin ve Pecknold, 1976; Shayanfar vd., 1997; Kwak ve Kim, 2001) olarak literatürde verilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisindedir.



Şekil 3.34. Çekmede Wang & Hsu gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin dikkate alınmasıyla panel kirişin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması



Şekil 3.35. Çekmede Wang & Hsu gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Saenz gerilmeşekildeğiştirme eğrisinin dikkate alınmasıyla panel kirişin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması



Şekil 3.36. Çekmede Wang & Hsu gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Park & Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin dikkate alınmasıyla panel kirişin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması



Şekil 3.37. Çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirmesinin dikkate alınmasıyla panel kirişin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması



Şekil 3.38. Çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Saenz gerilmeşekildeğiştirme eğrisinin dikkate alınmasıyla panel kirişin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması



Şekil 3.39. Çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta Park & Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin dikkate alınmasıyla panel kirişin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması

Şekil 3.34, Şekil 3.35 ve Şekil 3.36'dan görüldüğü gibi çekmede Wang-Hsu gerilmeşekildeğiştirme eğrisi ve basınçta sırasıyla doğrusal elastik, Saenz ve Park-Paulay gerilmeşekildeğiştirme eğrilerinin dikkate alınması durumunda panel kiriş için tüm akma kriterleri ve özellikle yeni kriter olarak Bresler-Pister ve Hsieh-Ting-Chen kriterleri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri birbirleri ile uyum içerisindedir.

Şekil 3.37, Şekil 3.38 ve Şekil 3.39'dan görüldüğü gibi çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme eğrisi ve basınçta sırasıyla doğrusal elastik, Saenz ve Park-Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrilerinin dikkate alınması durumunda panel kiriş için tüm akma kriterleri ve özellikle yeni kriter olarak Bresler-Pister ve Hsieh-Ting-Chen kriterleri kullanılarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri birbirleri ile uyum içerisindedir.

Özetle, bu betonarme panel kiriş için bu çalışmada dikkate alınan tüm kriterler, çekme gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve basınç gerilme-şekildeğişirme eğrileri betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizinde etkin bir şekilde kullanılabilmektedir. Özellikle yeni kriter olarak kullanılan Bresler-Pister ve Hsieh-Ting-Chen kriterleri de betonarme panel kirişin doğrusal olmayan analizinde kullanılabilmektedir.

3.4. T2LA Kirişi

Gaston vd. (1952) tarafından test edilen T2LA kirişi iki tekil yüke maruz kalacak şekilde dikkate alınmıştır (Shayanfar vd., 1997). Donatı detayı, geometrik özellikleri ve yükleme durumu Şekil 3.40'da gösterilmektedir. Bu betonarme kirişte kullanılan beton için $E_c=18095.93 \text{ N/mm}^2$, $f_c=14.62 \text{ N/mm}^2$, $f_t=2.38 \text{ N/mm}^2$ ve donatı çeliği için $E_s=7308.7$ N/mm²'dir. Diğer malzeme özellikleri olarak içsel sürtünme açısı 30° ve kohezyon 2.8 N/mm² olarak alınmıştır. Geometri ve yüklemenin simetrik olmasından dolayı bu kirişin sadece yarısı modellenmiştir. İdeal sonlu eleman ağını belirlemek için maksimum yerdeğiştirmenin yakınsaması kontrol edilmiş olup bu örnek için 20 eleman kabul edilebilir sonuçlar vermektedir. Kirişin yarı kısmının sonlu eleman modellenmesi Şekil 3.41'de verilmektedir.







Şekil 3.40. T2La kirişi (a) geometrik özellikleri, (b) a-a kesiti ve (c) b-b kesiti



Şekil 3.41. T2La kirişinin sonlu elemanlar modeli

Bu betonarme kirişin doğrusal olmayan analizi sonucu elde edilen yerdeğiştirme durumu simetrik kısmı için Şekil 3.42'de verilmektedir.



Şekil 3.42. T2LA kirişinin yerdeğiştirmiş durumu

Akma kriterleri olarak Drucker-Prager dikkate alınarak daha önce verilen Tablo 3.1'de belirtilen tüm gerilme-şekildeğiştirme ikili durumları bu betonarme kiriş örneği üzerinde de test edilmektedir. Bu örnek üzerinde ayrıca Saenz gerilme-şekildeğiştirme bağıntısında K_o başlangıç rijitlik değeri için farklı değerler de test edilmektedir. Bu kirişin orta noktasının deneysel (Gaston vd. 1952) ve analitik (Shayanfar vd. 1997) olarak literatürde verilen yük-yerdeğiştirme eğrileri yukarıda belirtilen durumlara göre bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile birlikle karşılaştırmalı olarak Şekil 3.43 ve Şekil 3.44'de verilmektedir.

Bresler-Pister akma kriterinin dikkate alınması durumunda yine farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme ikilileri için bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile literatürde deneysel ve analitik olarak verilen yük-yerdeğiştirme eğrileri Şekil 3.45'de verilmektedir.



Şekil 3.43. T2LA kirişi için çekmede Wang & Hsu, basınçta farklı gerilmeşekildeğiştirme eğrileri ve Drucker-Prager kriterini kullanarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması



Şekil 3.44. Drucker-Prager kriterinin dikkate alınması durumunda T2LA kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yükyerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması

Şekil 3.43'den görüldüğü gibi Drucker-Prager kriterinin dikkate alınması durumunda çekmede Wang-Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve basınçta doğrusal elastik, Saenz ve Park-Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrileri kullanarak bu çalışmadan elde edilen yükyerdeğiştirme eğrileri hem deneysel olarak Gaston vd. (1952) hemde analitik olarak Shayanfar vd. (1997) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisindedir. Bu şekilde ayrıca Saenz gerilme-şekildeğiştirme ilişkisinde Ko başlangıç rijitliğinin literatürde önerilen farklı değerleri için elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri de gösterilmekte olup bu eğrilerde deneysel ve analitik sonuçlarla uyum içerisindedir. Ancak basınçta Saenz gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin $K_0=1.2$ değerinin kullanılması durumunda elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri diğerlerine göre daha hassas sonuçlar vermektedir.

Şekil 3.44'den görüldüğü gibi yine Drucker-Prager kriterinin dikkate alınması durumunda çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme eğrisi çekme rijitleşmesinin dikkata alınmaması durumu ve basınçta doğrusal elastik, Saenz ve Park-Paulay gerilmeşekildeğiştirme eğrileri kullanarak bu çalışmadan elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri hem deneysel olarak Gaston vd. (1952) hemde analitik olarak Shayanfar vd. (1997) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisindedir



Şekil 3.45. Bresler-Pister kriterinin dikkate alınması durumunda T2LA kirişinin farklı çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerine göre elde edilen yükyerdeğiştirme eğrilerinin literatürde verilen eğrilerle karşılaştırılması

Şekil 3.45'den görüldüğü gibi Bresler-Pister kriterinin kullanılması durumunda çekmede Vecchio 1982, Wang-Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve çekme rijitleşmesinin olmaması durumu ve basınçta doğrusal elastik, Saenz ve Park-Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrileri kullanılarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri hem deneysel olarak Gaston vd. (1952) hemde analitik olarak Shayanfar vd. (1997) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ile uyum içerisindedir. Yine şekilden görüldüğü gibi çekme rijitleşmesinin dikkate alınmaması durumunda elde edilen maksimum yerdeğiştirme değeri diğerlerine göre oldukça küçüktür.

Bu çalışmada dikkate alınan çekme ve basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrisi ikililerinin (bkz. Tablo 3.1) tüm akma kriterlerinin yük-yerdeğiştirme eğrisi üzerindeki etkisini gözlemlemek amacıyla bu ikililerden sırasıyla ÇRY_DE, W&H_DE ve V_DE için elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri birbiri ile ve literatürde verilen deneysel sonuçlarla karşılaştırılmalı olarak Şekil 3.46, Şekil 3.47 ve Şekil 3.48'de verilmektedir.



Şekil 3.46. Çekme rijitleşmesinin olmaması ve basınçta doğrusal elastik gerilmeşekildeğiştirme eğrisinin dikkate alınması durumunda T2LA kirişinin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması



Şekil 3.47. Çekmede Wang & Hsu gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrisinin dikkate alınmasıyla T2La kirişinin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması



Şekil 3.48.Çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme ve basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirmesinin dikkate alınmasıyla T2LA kirişinin farklı kriterlere göre elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrilerinin karşılaştırılması

Şekil 3.46'dan görüldüğü gibi çekmede çekme rijitkeşmesinin olmaması durumu ve basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrilerinin dikkate alınması durumunda T2La kirişi için tüm akma kriterleri kullanılarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel olarak Gaston vd. (1952) tarafından, analitik olarak Shayanfar vd. (1997) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ve birbirleri ile uyum içerisindedir.

Şekil 3.47'den görüldüğü gibi çekmede Wang-Hsu gerilme-şekildeğiştirme eğrisi ve basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrilerinin dikkate alınması durumunda T2La kirişi için tüm akma kriterleri kullanılarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel olarak Gaston vd. (1952) tarafından, analitik olarak Shayanfar vd. (1997) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ve birbirleri ile uyum içerisindedir.

Şekil 3.48'den görüldüğü gibi çekmede Vecchio 1982 gerilme-şekildeğiştirme eğrisi ve basınçta doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrilerinin dikkate alınması durumunda T2La kirişi için tüm akma kriterleri kullanılarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri deneysel olarak Gaston vd. (1952) tarafından, analitik olarak Shayanfar vd. (1997) tarafından elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri ve birbirleri ile uyum içerisindedir.

Özetle bu betonarme kiriş için bu çalışmada dikkate alınan tüm kriterler, çekme gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve basınç gerilme-şekildeğişirme eğrileri betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizinde etkin bir şekilde kullanılabilmektedir.

3.5. Bresler/Scordelis (BS) Kirişinin Ayrık Donatılı Modellemesi

Burada Bresler/Scordelis betonarme kirişi Şekil 3.49'de görüldüğü gibi donatıyı dört noktalı dörtgen sonlu elemanlarla modellemek üzere elemanlara ayırılmıştır. Bu modellemede donatının genişliği kiriş genişliğine eşit olacak şekilde toplam donatı alanı kiriş genişliğine bölünerek donatı elemanın diğer boyutu yani yüksekliği belirlenmiştir. Oluşturulan sonlu eleman boyutları arasında boyut farkının fazla olmaması için beton elemanlarda donatı elemanına yakın yerlerde küçük boyutlu olarak seçilmiştir.

İki farklı modelin kıyaslanması yapılan bu uygulamada model 1'de betonun elastisite modülü, donatı oranı ile donatı çeliği elastisite modülünün çarpımı kadar artırılması ile oluşan eşdeğer elastisite modülü kullanılarak analiz yapılmıştır. İkinci modelde ise Şekil 3.49'da gösterilen dolu alanlar donatı çeliğini temsil etmek üzere hem bu donatı hem de beton için dört noktalı dörtgen eleman kullanılarak analiz yapılmıştır. Her iki modelleme durumu için Drucker-Parger kriteri ve doğrusal elastik gerilme-şekildeğiştirme eğrisi kullanılarak yapılan analiz sonucu elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrileri Şekil 3.50'de verilmektedir.



Şekil 3.49. BS ayrık donatılı sonlu elemanlar modeli



Şekil 3.50. BS kirişinin farklı modellemelere göre analiz sonuçları

Bu şekilden görüldüğü gibi model 1'den elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisi deneysel olarak elde edilen yük-yerdeğiştirme eğrisine oldukça yakındır. Ancak bu 2 modelleme de donatı ebatları kadar bir sonlu eleman oluşturulması gerektirdiğinden zaman alıcı ve zahmetlidir.

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmanın amacı betonarme kirişlerin malzeme bakımından doğrusal olmayan davranışını incelemek üzere literatürde önerilen farklı akma kriterleri, farklı çekme gerilme-şekildeğiştirme eğrileri ve farklı basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrilerini bir araya toplamak ve bunları sonlu elemanlar yöntemi ile beraber kullanmaktı. Bu inceleme MATLAB programlama dilinde kodlanan bir bilgisayar programı yardımıyla gerçekleştirilmiştir. Problemin cözümünde sonlu elemanlar yöntemine göre formülasyonunda bir noktasında 2 yerdeğiştirme serbestliğine ve toplamda 8 yerdeğiştirme serbestliğine sahip olan dörtgen eleman kullanılmıştır. Bu çalışmada ayrıca beton için doğrusal olmayan analizde sıkça kullanılan akma kriterlerinden farklı olarak iki yeni akma kriteri kullanılmıştır. Betonarme kirişlerin malzeme bakımından doğrusal olamayan analizlerinin gerçekleştirilmesinde bu çalışmadan elde edilen bulgulara ve yapılan çalışmalara bağlı olarak çıkartılabilecek başlıca sonuç ve öneriler aşağıda verilmektedir.

Literatürde sık olarak kullanılan Drucker-Prager, von Mises, Mohr Coulomb ve Tresca kriterleri bu çalışma kapsamında geliştirilen bilgisayar programına eklenmiş ve farklı gerilme-şekildeğiştirme eğrileri de kullanılarak betonarme kirişlerin doğrusal olamayan analizi için kullanılabileceği belirlenmiştir.

Literatürde pek rastlanılmayan ancak beton için önerilen Bresler-Pister ve Hsieh-Ting-Chen akma kriterlerine ait plastik rijitlik matrisleri bu çalışmada elde edilmiştir. Bu plastik rijitlik matrisleri geliştirilen bilgisayar programına kodlanmış ve bu kriterlerin de betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizi için farklı gerilme-şekildeğiştirme eğrileriyle kullanılabileceği belirlenmiştir.

Literatürde beton için önerilen çekme gerilme-şekildeğiştirme eğrileri derlenip bu eğrilerden Wang-Hsu, Vecchio 1982 ve çekme rijitleşmesinin olmaması durumu geliştirilen programa eklenmiş ve bu eğrilerin de betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizinde kullanılabileceği gösterilmiştir.

Literatürde beton için önerilen basınç gerilme-şekildeğiştirme eğrileri bir araya toplanıp bu eğrilerden doğrusal elastik, Saenz ve Park-Paulay gerilme-şekildeğiştirme eğrileri geliştirilen programa eklenmiş ve bu eğrilerin de betonarme kirişlerin doğrusal olmayan analizinde kullanılabileceği gösterilmiştir.

Bu çalışmada efektif gerilmenin farklı kriterlere göre elde edilmesi gösterilmiş ve von Mises efektif gerilmesi analizlerde kullanılmıştır.

Bu çalışmada özetlenen ancak kullanılmayan diğer akma kriterlerinin ve gerilmeşekildeğiştirme eğrilerinin de kullanılarak elde edilecek sonuçların literatürde verilenlerle karşılaştırılmasında fayda bulunmaktadır.

Malzeme bakımından doğrusal olmayan analizde daha hassas sonuçlar elde edebilmek için malzemenin zamana bağlı özelliklerini de dikkate alarak modelleme yapmakta fayda bulunmaktadır.

Tekrarlı yüklemeler altında malzemedeki değişimleri dikkate alabilmek için malzeme bakımından doğrusal olmayan dinamik analiz yapılmasında fayda bulunmaktadır.

5. KAYNAKLAR

- Abbas, H., Gupta, N.K. ve Alam, M., 2004. Nonlinear Response of Concrete Beams and Plates under Impact Loading, <u>International Journal of Impact Engineering</u>, 30, 1039-1053.
- Ahmed, L.A., 1991. Nonlinear Analysis of Cracked Reinforced Concrete, Yüksek Lisans Tezi, Boğaziçi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Ahn, T.S., 1995. Tension stiffening in reinforced concrete membranes, Doktora Tezi, University of Missouri, Columbia.
- Ariss, B.M.E., 1999. Nonlinear Time-Dependent Analysis of Externally/Internally Prestressed Reinforced Concrete Beams, Doktora Tezi, Concordia University, Canada.
- Arslan, G., 2004. Yalnız Çekme Donatılı Betonarme Kirişte Sonlu Eleman Boyutunun Yük Taşıma Kapasitesi Tahminine Etkisinin Drucker-Prager ve Çatlak Modelleri ile Karşılaştırılması, <u>Mühendislik ve Fen Bilimleri Dergisi</u>, 3, 34-42.
- Ashour, A.F. ve Morley, C.T., 1993. Three-dimensional nonlinear finite element modelling of reinforced concrete structures, <u>Finite Elements in Analysis and Design</u>, 15, 1, 43-55.
- Assan, A.E., 2002. Nonlinear analysis of reinforced concrete cylindrical shells, <u>Computers</u> <u>and Structures</u>, 80, 2177-2184.
- Ayoub, A. ve Flippou F.C., 1998. Nonlinear Finite- Element Analysis of RC Shear Panels and Walls, Journal of Structural Engineering, 124, 3, 298-308.
- Ayoup, A., 2006. Nonlinear analysis of reinforced concrete beam-columns with bond-slip, <u>American Society of Civil Engineers</u>, 32, 11, 1177-1186.
- Ayoup, A.S., 1995. Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete SubassemIbages, Doktora Tezi, University of California, Berkeley.
- Babu, R.R., Benipal, G.S. ve Singh, A.K., 2005. Constitutive Modelling of Concrete, An Overview, <u>Asian Journal of Civil Engineering</u>, 6, 4, 211-246.
- Balan, T.A., Spacone, E. ve Kwon, M., 2001. A 3D hypoplastic model for cyclic analysis of concrete structures, Engineering Structures, 23, 333-342.
- Baron, F. ve Venkatesan, M.S., 1971. Nonlinear Analysis of Cable and Truss Structures, Journal of the Structural Devision, 97, ST2, 679-711.

- Barzegar, F. ve Schnobrich, W.C., 1986. Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete under short termmonotonic loading, Civil engineering Studies, SRS no 530, University of Illinous, Urbana.
- Bathe, K.J., Walczak, J., Welch, A. ve Mistry, N., 1989. Nonlinear analysis of concrete structures, <u>Computers & Structures</u>, 32, 3-4, 563-590.
- Bentz, E.C., 1999. Sectional analysis of reinforced concrete members, Doktora Tezi, University of Tronto.
- Bhatt, P. ve Kader, M.A., 1998. Prediction of shear strenght of reinforced concrete beams by nonlinear finite element analysis, <u>Computers and Structures</u>, 68, 139-155.
- Bhatti, A.O., Kishi, N., Mikami, H. ve Ando, T., 2008. Elasto-plastic impact response analysis of shear-failure-type RC beams with shear rebars, <u>Materials & Design</u>, 30, 3, 502-510.
- Biondini, F., Bontempi, F., Frangopol, D.M. ve Malerba, P.G., 2004. Reliability of Material and Geometrically Non-Linear Reinforced and Prestressed Concrete Structures, <u>Computers and Structures</u>, 82, 1021-1031.
- Bischoff, P.H., 2001. Effects of Shrinkage on Tension Stiffening and Cracking in Reinforced Concrete, <u>Canadian Journal Of Civil Engineering</u>, 28, 3, 363-374.
- Bratina, S., Saje, M. ve Planinc, I., 2004. On Materially and Geometrically Non-Linear Analysis of Reinforced Concrete Planar Frames, <u>International Journal of Solids</u> <u>and Structures</u>, 41, 7181-7207.
- Bresler, B. ve Pister, K.S., 1958. Strenght of Concrete under Combined Stresses, J. Am. Concr. Inst., 55, 321-345.
- Bresler, B. ve Scordelis, A.C., 1964. Shear strength of reinforced concrete beams-series II. SESM Report No 64-2, University of California, Berkeley.
- Burns, N.H. ve Siess, C.P., 1962. Load-Deformations Characteristics of Beam-Column Connections in Reinforced Concrete, Civil Engineering Studies, SRS No.243, University of Illinois, Urbana.
- Carlos, A., Shiraishi, Y. ve Tsuji, Y., 2004. Crack Width Prediction of Reinforced Concrete Structures by Artificial Neural Networks, 7th Seminar on Neural Network Application in Electrical Engineering, University of Belgrade, 39-44.
- Cervenka, V. ve Gerstle, K.H., 1971. Inelastic analysis of reinforced concrete panels, Part I: theory. <u>Assoc Bridge Struct Engrs Publs</u>, 31, 11, 31-45.
- Chan, H.C., Cheung, Y.K. ve Huang, Y.P., 1994. Nonlinear modelling of reinforced concrete structures, <u>Computers & Structures</u>, 53, 5, 1099-1107.
- Chang, C.C. ve Chen, L.W., 2005. Detection of The Location And Size of Cracks in The Multiple Cracked Beam By Spatial Wavelet Based Approach, <u>Mechanical Systems</u> <u>and Signal Processing</u>, 19, 139-155.
- Chansawat, K., 2003. Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete structures strengthened with FRP laminates, Doktora Tezi, Oregon State University.
- Chen, W.F. ve Han, D,J., 1988. Plasticity for Structural Engineering, Springer-Verlag, New York, 606 s.
- Chen, W.F. ve Mizuno, E., 1988. Nonlinear Analysis in Soil Plasticity: Theory and Implementation, Elsevier, 661 s.
- Chen, W.F. ve Saleeb, A.F., 1982. Constitutive Equations for Engineering Materials, John Wiley & Sons, New York, 580 s.
- Chen, W.F., 1982. Plasticity in Reinforced Concrete, McGraw-Hill, New York, 474 s.
- Chen, W.F., 1994. Constitutive Equations for Engineering Materials, Cilt 2, Elsevier, Tokyo, 1128.
- Chung, W.S., 2003. A Cracked Concrete Material Model for The Nonlinear Finite Element Analysis of Slab-on-Girder Bridges, Doktora Tezi, Purdue University, West Lafayette.
- Civalek, Ö., 2005. Geometrically nonlinear dynamic analysis of doubly curved isotropic shells resting on elastic foundation by a combination of harmonic differential quadrature-finite difference methods, <u>International Journal of Pressure Vessels and Piping</u>, 82, 470-479.
- Collins, M.P. ve Porasz, A., 1989. Shear design of high strength concrete, <u>CEB Bulletin d'</u> <u>Information</u>, 193, 77-83.
- Colotti, V., Spadea, G. ve Swamy, R.N., 2004. Structural Model to Predict the Failure Behavior of Plated Reinforced Concrete Beams, <u>Journal of Composites for</u> <u>Construction</u>, 8, 2, 104-122.
- Cook, R.D., Malkus, D.S. ve Plesha, M.E., 1989. Concept and Applications of Finite Element Analysis, John Wiley & Sons, New York, 630 s.
- Darwin, D. ve Pecknold, D.A., 1976. Analysis of RC shear panels under cyclic loading. J Struct Div ASCE, 102, 2, 355-69.
- Dede, T., Çelik, H. ve Bekiroğlu, S., 2006. Betonarme Yapıların Lineer Olmayan Davranışının Modellenmesi, 7th International Conference on Advances in Civil Engineering, İstanbul, 1-10.

- Dede, T. ve Ayvaz, Y., 2007a. Two-Dimensional Finite Element Model For Materially Nonlinear Analysis Of Reinforced Concrete Beams, 11th International Conference On Civil, Structural And Environmental Engineering Computing, St. Julians, Malta, 1-12.
- Dede, T. ve Ayvaz, Y., 2007b. A Comparison Study for Materially Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Structures, International Symposium on Advances in Earthquake & Structural Engineering, Süleyman Demirel University, Isparta-Antalya, 153-162.
- Dede, T., ve Ayvaz, Y., 2007c. Constitutive modeling of concrete by using Saenz nonlinear stress-strain equation and von Mises criterion, International Symposium on Advances in Earthquake & Structural Engineering, Süleyman Demirel University, Isparta-Antalya, 134-141.
- Dede, T., Ayvaz, Y., Bekiroğlu, S. ve Çelik, H., 2008. Nonlinear Modeling of Reinforced Concrete Beam, 8th International Congress on Advances in Civil Engineering, Eastern Mediterranean University, Famagusta, North Cyprus, 4, 133-140.
- Dede, T. ve Ayvaz, Y., 2009. Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Beam with/without Tension-Stiffening Effect, <u>Materials and Design</u>, 30, 3846–3851.
- Dede, T. ve Ayvaz, Y., 2009. Plasticity Models for Concrete Material Based on Different Criteria Including Bresler-Pister, <u>Materials and Design</u>, (accepted manuscipt) 10.1016/j.matdes.2009.06.018
- Dede, T. ve Ayvaz, Y., 2009. Betonun Doğrusal Olmayan Analizinde Kullanılan Kriterler, <u>Fırat Üniv. Fen ve Müh. Bil. Dergisi</u>, (kabul edilmiş makale).
- Demir, F., 1998. Betonarme Yapı Elamanlarında Sonlu Eleman Yönteminin Uygulamaları, Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Desayi, P. ve Krishnan, S., 1964. Equation for the stress-strain curve of concrete, <u>ACI</u> Journal, 61, 345-350.
- Drucker, D.C. ve Prager, W., 1952. Soil Mechanics and Plasticity Analysis or Limit Design, <u>Q. Appl. Math.</u>, 10, 2, 157-175.
- Emara, M.B., 1990. Shear deformations in reinforced concrete frames, Yüksek Lisans Tezi, University of Tronto, Canada.
- Ersoy, U., 1985. Betonarme Temel İlkeler ve Taşıma Gücü Hesabı. Cilt I, Bizim Buro Basımevi, Ankara.
- Fanning, P., 2001. Nonlinear Models of Reinforced and Post-Tensioned Concrete Beams, Electronic Journal of Structural Engineering, 2, 111-119.
- Fields, K.L., 1998. Tension Stiffening Response of High-Strength Reinforced Concrete Tensile Members, Y. Lisans Tezi, The University of New Brunswick, Canada.

- Gan, Y., 2000. Bond stress and slip modeling in nonlinear finite element analysis of reinforced concrete structures, Yüksek Lisans Tezi, University of Toronto, Canada.
- Gaston, J.R., Siess, C.P. ve Newmark, N.M., 1952. An investigation of the loaddeformation of characteristics of reinforced concrete beams up to the point of failure. Structural Research Series, no 40, University of Illinois, Chicago.
- Hamed, E. ve Frostig, Y., 2004. Free Vibrations of Cracked Prestressed Concrete Beams, Engineering Structures, 26, 1611–1621.
- Han, D.J. ve Chen, W.F., 1985. A nonuniform hardening plasticity model for concrete materials, <u>Mechanics of Materials</u>, 4, 283-302.
- He, X.G. ve Kwan, A.K.H., 2001. Modeling dowel action of reinforcement bars for finite element analysis of concrete structures, <u>Computer and Structure</u>, 79, 6, 595–604.
- Husem, M. ve Pul, S., 2007. Investigation of strees-strain models for confined high strenght concrete, <u>Sadhana</u>, 32, 3, 243-252.
- Hognestad, E., 1951. A Study of Conbined and Axial Load in Reinforced Concrete Members, University of Illinois Engineering Station, Bulletin Series, 399, 1.
- Hoque, M.M., 2006. 3D Nonlinear Mixed Finite-element Analysis of RC Beams and Plates with and without FRP Reinforcement, Yüksek Lisans Tezi, University of Manitoba, Canada.
- Hoshikuma, J., Kazuhiko, K., Kazuhiko, N. ve Taylor, A.W., 1996. A model for confinement effect on stress-strain relation of reinforced concrete columns for seismic design, 11th World conf. Eartquake Eng., Elseiver Science, London, 825.
- Hsia, R.L. ve Chaudhuri, R.A., 1996. Geometrically nonlinear analysis of cylindrical shells using surface-parallel quadratic elements, <u>Computers & Structures</u>, 61, 6, 1143-1154.
- Hsieh, S.S., Ting, E.C. ve Chen, W.F., 1979. An Elastic-Fracture Model for Concrete, Proc. 3d Eng. Mech. Div. Spec. Concf. ASCE, Austin, 437-440.
- Hu, H.T., Lin, F.M. ve Jan, Y.Y., 2004. Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams Strengthened by Fiber-Reinforced Plastics, <u>Composite Structures</u>, 63, 271-281.
- İnan, M., 1988. Cisimlerin Mukavemeti, İTÜ Vakfı, No:25, 6. Baskı, İstanbul, 560 s.
- Izumo, J., Shin, H., Maekawa, K. ve Okamura, H., 1992. An analytical model for RC panels subjected to in-plane stresses, <u>Concrete Shear in Earthquake</u>, 206-215.
- Jiang, L., Chernuka, M.W. ve Pegg, N.G., 1994. A co-rotational, updated Lagrangian formulation for geometrically nonlinear finite element analysis of shell structures, <u>Finite Elements in Analysis and Design</u>, 18, 1-3, 129-140.

- Kaklauskas, G. ve Ghaboussi, J., 2001. Stress-Strain Relations for Cracked Tensile Concrete from RC Beam Tests, Journal of Structural Engineering, 127, 1, 64-73.
- Kang, Y.J., 1977. Nonlinear Geometric, Material and Time Dependent Analysis of Reinforced and Prestressed Concrete Frames, Doktora Tezi, University of California, Berkeley.
- Karamanlidis, D. ve Jasti, R., 1987. Geometrically nonlinear finite element analysis of tapered beams, <u>Computers & Structures</u>, 25, 6, 825-830.
- Kaul, R., 2004. Object Oriented Development of Strength and Stiffness Degrading Models for Reinforced Concrete Structures, Doktora Tezi, Stanford University, California.
- Kent, D.C. ve Park, R., 1971. Flexural members with confined concrete, <u>Journal of the</u> <u>Structural Division, ASCE</u>, 97, 7, 1969-1990.
- Khatri, D., 1998. Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Shear Wall Structures, Doktora Tezi, University Of Southern California, California.
- Köksal, H.O., 1992. Nonlinear Finite Elemant Analysis of Reinforced Concrete Structures, Y.Lisans Tezi, Boğaziçi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Kwan, A.K.H. ve He, X.G., 2001. Finite element analysis of effect of concrete confinement on behaviour of shear walls, <u>Computer and Structure</u>, 79, 19, 1799–810.
- Kwan, A.K.H. ve Zhao, Z.Z., 2002. Cyclic behaviour of deep reinforced concrete coupling beams. Proc ICE Struct Build, 152, 3, 283–93.
- Kwak, H.G. ve Kim, D.Y., 2001. Nonlinear Analysis of RC Shear Walls Considering Tension-Stiffening Effect, <u>Computers and Structures</u>, 79, 499-517.
- Kwon, M.H., 2000. Three Dimensional Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Members, Doktora Tezi, University Of Colorado.
- Lassker, A.J., 1972. Nonlinear Behavior of Reinforced Concrete Beams by the Finite Element Method, Doktora Tezi, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich, Switzerland.
- Limkatanyu, S., 2002. Reinforced concrete models with bond-interface for the nonlinear static and dynamic analysis of reinforced concrete frame structures, Doktora Tezi, University of Colorado, Colorado.
- Liu, J. ve Foster, S.J., 2000. A Three-Dimensional Finite Element Model for Confined Concrete Structures, <u>Computers and Structures</u>, 77, 441-451.
- Liu, T.C.Y., Nilson, A.H. ve Slate, F.O., 1972. Stress-strain response and fracture of concrete in uniaxial and biaxial compression. <u>ACI Journal</u>, 69, 5, 291±5.

- Lobo, R.F., 1994. Inelastic Dynamic Analysis Of Reinforced Concrete Structures in Three Dimensions, Doktora Tezi, State University of New York, Buffalo.
- Loo, Y.C. ve Guan, H., 1997. Cracking and Punching Shear Failure Analysis of RC Flat Plates, Journal of Structural Engineering, 123, 10, 1321-1330.
- Mackerle, J., 2000. Finite element linear and nonlinear, static and dynamic analysis of structural elements ± an addendum, <u>Engineering Computations</u>, 17, 3, 274-360.
- Mander, J.B., Priestly, M.J.N. ve Park, R., 1988. Theoritical Stress-Strain Model for Confined Concrete, <u>ASCE Journal of Structural Engineering</u>, 114, 8, 1804-1826.
- Marques, S.P.C. ve Creus, G.J., 1994. Geometrically nonlinear finite element analysis of viscoelastic composite materials under mechanical and hygrothermal loads, <u>Computers & Structures</u>, 53, 2, 449-456.
- Mendola, L.L., 1997. Cracking Analysis of RC Members By Using Coupled Be-Fe Modeling, Journal Of Engineering Mechanics, 123, 7, 758-761.
- Metwally, S.E.E. ve Chen, W.F., 1989. Nonlinear Behavior of R/C Frames, <u>Computers and</u> <u>Structures</u>, 36, 6, 1203-1209.
- Meyer, C. ve Bathe, K.J., 1982. Nonlinear Analysis of R/C Structures in Practice, <u>Journal</u> of the Structural Division, 108, 7, 1605-1622.
- Mirriman, A., Zagers, K. ve Yuan, W., 2000. Nonlinear finite element modeling of concrete confined by fiber composites, <u>Finite Element in Analysis and Design</u>, 35, 79-96.
- Montoya, E., 2003. Behavior and Analysis of Confined Concrete, Doktora Tezi, University of Toronto.
- Navakurlar, R.K. ve Hsu, C.T.T., 2001. Fracture Analysis of High Strength Concrete Members, Journal of Materials in Civil Engineering, 13, 3, 185-193.
- Neild, S.A., Williams, M.S. ve McFadden P.D., 2003. Nonlinear Vibration Characteristics of Damaged Concrete Beams, Journal of Structural Engineering, 129, 2, 260-268.
- Ngo, D. ve Scordelis, A.C., 1967. Finite Element Analysis of Concrete Beams, . <u>ACI</u> Journal, 64, 152-163.
- Oh, B., 2002. A Plasticity Model for Confined Concrete under Uniaxial Loading, Doktora Tezi, Lehigh University, Bethlehem.
- Ojdrovic, N.P., 1988. Unified procedure for the nonlinear finite element analysis of concrete structures based on a new model for tension stiffening, Doktora Tezi, The University of Iowa, ,lowa, United States.

- Oliveria, B.F. ve Creus, G.J., 2000. Viscoelastic failure analysis of composite plates and shells, <u>Composite Structures</u>, 49, 369-384.
- Ottosen, N.S., 1977. A Failure Criterion for Concrete, J. Eng. Mech. Div. ASCE. 103, EM4, 527-535.
- Ouyang, C., Wollrab, E., Kulkarni, S.M. ve Shah, P.S., 1997. Prediction of Cracking Response of Reinforced Concrete Tensile Members, <u>Journal of Structural</u> <u>Engineering</u>, 123, 1, 70-78.
- Park, H. ve Klingner R.E., 1997. Nonlinear Finite- Element Analysis of RC Members Using Plasticity Multiple Failure Criteria, <u>Journal of Structural Engineering</u>, 123, 5, 643-651.
- Park, H., 1994. Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Planar Structures, Doktora Tezi, The University Of Texas, Austin.
- Park, R. ve Paulay, T., 1975. Reinforced Concrete Structures, John Wiley & Sons, Inc. United States of America, 769 s.
- Piyasena, R., 2002. Crack spacing, crack width and tension stiffening effect in reinforced concrete beams and one-way slabs, Doktora Tezi, Griffith University, Queensland.
- Polak, M.A., 1992. Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Shells, Doktora Tezi, University of Toronto.
- Polat Z., Doran B. ve Köksal H.O., 2000. Drucker-Prager Akma Kriteri Kullanılarak Betonda Doğrusal Olmayan Davranışın İncelenmesi, <u>Y.T.Ü. Dergisi</u>, Sayı 1.
- Popovics, S., 1973. A Numerical Approach to the Complete Stress-Strain Curve of Concrete, <u>Cement and Concrete Research</u>, 3, 5, 583-599.
- Rabinovitch, O. ve Frostig, Y., 2001. Nonlinear High-Order Analysis of Cracked RC Beams Strengthened with FRP Strips, <u>Journal of Structural Engineering</u>, 127, 4, 381-389.
- Rahmanian, N., 2003. Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Space Frames under Combined Actions, Yüksek Lisans Tezi, University of Ottawa, Ontario.
- Rasheed, H.A.S. ve Dinno, K.S., 1994. An Improved Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Frames, <u>Computers and Structures</u>, 53, 3, 625-636.
- Riveros, G.A., 2005. Post-Cracking Behavior of Reinforced Concrete Deep Beams: A Numerical Fracture Investigation of Concrete Strenght and Beam Size, Doktora Tezi, University of Missuri, Columbia.
- Rule, W.K., 1986. A Simple Nonlinear Constitutive Model for Finite Element Investigation of Reinforced Concrete Structures, Doktora Tezi, University of Wisconsin, Madison.

- Saenz, L.P., 1964. Discussion of equation for the stress-strain curve of concrete by Desayi and Krishnan, <u>American Concrete Institute Journal</u>, 61, 3, 1229-1235.
- Sebastian, W.M. ve McConnel, R.E., 2000. Nonlinear FE Analysis of Steel-Concrete Composite Structures, Journal of Structural Engineering, 126, 6, 662-674.
- Selby, R.G., 1990. Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete solids, Yüksek Lisans Tezi, University of Tronto, Toronto.
- Seracino, R., 1995. Towards improving nonlinear analysis of reinforced concrete shells, Yüksek Lisans Tezi, University of Tronto.
- Shang, S.P., Zeng, L.H. ve Peng, H., 2005. Nonlinear analysis of reinforced concrete beam strengthened with ferrocement, <u>Tsinghua University</u>, 22, 3, 118-125.
- Shayanfar, M.A., Kheyroddin, A. ve Mirza, M.S., 1997. Element Size Effects in Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Members, <u>Computers and Structures</u>, 62, 2, 339-352.
- Stramandinoli, R.S.B. ve Rovereb, H.L.L., 2008. An efficient tension-stiffening model for nonlinear analysis of reinforced concrete members, <u>Engineering Structures</u> 30, 2069–2080.
- Sun, C.H., Bradford, M.A. ve Gilbert, R.I., 1993. Nonlinear Analysis for Concrete Frame Structures Using the Finite Element Method, <u>Computers and Structures</u>, 48, 1, 73-79.
- Tata, M., 1996. Simplified Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Plates, Yüksek Lisans Tezi, University of Toronto.
- Vega, I. M., Bhatti, M. A. ve Nixon, W. A., 1995. A Non-Linear Fatigue Damage Model for Concrete in Tension, <u>International Journal of Damage Mechanics</u>, 4, 4, 362-379.
- Wang, G.G. ve Hsu, C.T.T., 1998. Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Colums by Cubic-Spline Function, Journal of Structural Engineering, 124, 7, 803-810.
- Wang, T. ve Hsu, T.T.C., 2001. Nonlinear Finite Element Analysis of Concrete Structures Using New Constitutive Models, <u>Computers and Structures</u>, 79, 2781-2791.
- Weaver, W. ve Johston, P.R., 1984. Finite Elements for Structural Analysis, Prentice-Hall, Inc, New Jersey, 403 s.
- William, K.J. ve Warnke, E.P., 1975. Constitutive Models for the Triaxial Behavior of Concrete, Int. Assoc. Bridge. Eng. Sem. Concr. Struct. Subjected Triaxial Stresses, Bergamo, Italy, 19, 1-30.
- Wong, P.S.L., 2002. User Facilities for 2D Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete, Yüksek Lisans Tezi, University of Toronto.

- Wu, Y., 2006. Post-crack and post-peak behavior of reinforced concrete members by nonlinear finite element analysis, Doktora Tezi, University of Hong Kong, Hong Kong.
- Yan, X., Du, S. ve Wang, D., 1990. An effective method and its application in assembling the structural stiffness matrix in material-nonlinear finite element analysis, <u>Computers & Structures</u>, 36, 6, 1135-1139.
- Yi, W. J. ve Duan, S. P., 2008. Identification of nonlinear dynamical characteristics of cracked reinforced concrete beam, <u>Chinese Vibration Engineering Society</u>, 27, 3, 26-29+41.
- Zhang, Y.X. ve Kim, K.S., 2005(a). A simple displacement-based 3-node triangular element for linear and geometrically nonlinear analysis of laminated composite plates, <u>Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.</u>, 194, 4607-4632.
- Zhang, Y.X. ve Kim, K.S., 2005(b). Geometrically nonlinear analysis of laminated composite plates by two new displacement-based quadrilateral plate elements, <u>Composite Structures</u>, 72, 3, 301-310.
- Zhao, Z.Z., Kwan, A.K.H. ve He, X.G., 2004. Nonlinear Finite Element Analysis of Deep Reinforced Concrete Coupling Beams, <u>Engineering Structures</u>, 26, 13-25.
- Zienkiewics, O.C. ve Taylor R.L., 2000. The finite Element Methods, Butterworth-Heinemann, 5. Baskı Cilt 2, 459s.

ÖZGEÇMİŞ

Tayfun DEDE 1979 yılında Trabzon'da doğdu. İlk ve orta öğrenimini Gölçayır Köyü İlköğretim Okulu'nda, lise öğrenimini Trabzon Affan Kitapcıoğlu Lisesi'nde tamamladı. 1996-1997 öğretim yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'nde lisans öğrenimine başladı. Lisans öğrenimi süresinde Fakülte Dekanlığı'ndan onur ve yüksek onur belgeleri aldı. İnşaat Mühendisliği Bölümü'nden 30 Haziran 2000 tarihinde bölüm üçüncüsü olarak mezun olup aynı yılda bu bölümde yüksek lisans eğitimine başladı. Yüksek lisans programında bir yıl ingilizce eğitimi aldıktan sonra, 21 Aralık 2001 tarihinde Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'nde araştırma görevlisi olarak atandı. 2003 yılında yüksek lisans eğitimini tamamlayarak aynı yıl doktora eğitimine başladı. Evli ve 1 çocuk babası olan ulusal ve uluslararası birçok yayını bulunan Tayfun DEDE iyi derecede İngilizce bilmekte ve halen KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsünde Araştırma Görevlisi olarak görevini sürdürmektedir.