KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

DEPREM ETKİSİNDEKİ KALIN PLAKLARIN MINDLIN TEORİSİ KULLANILARAK PARAMETRİK OLARAK İNCELENMESİ

DOKTORA TEZİ

İnş. Yük. Müh. Yaprak Itır ÖZDEMİR

EYLÜL 2007 TRABZON

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

DEPREM ETKİSİNDEKİ KALIN PLAKLARIN MINDLIN TEORİSİ KULLANILARAK PARAMETRİK OLARAK İNCELENMESİ

İnş. Yük. Müh. Yaprak Itır ÖZDEMİR

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce "Doktor (İnşaat Mühendisliği)" Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 20.07.2007Tezin Savunma Tarihi: 11.09.2007

Tez Danışmanı :	Prof. Dr. Yusuf AYVAZ
Jüri Üyesi :	Prof. Dr. Ayşe DALOĞLU
Jüri Üyesi :	Prof. Dr. Hasan SOFUOĞLU
Jüri Üyesi :	Prof. Dr. Ahmet DURMUŞ
Jüri Üyesi :	Prof. Dr. Kadir GÜLER

Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Emin Zeki BAŞKENT

Trabzon 2007

ÖNSÖZ

Bu çalışma Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Doktora Tezi olarak gerçekleştirilmiştir.

Lisans, yüksek lisans ve doktora çalışmalarım esnasında daima yanımda olan, doktora çalışma konumu bana öneren ve çok yoğun görevleri olmasına rağmen, çalışmalarımı sürekli olarak takip eden, öğrenciliğimin her aşamasında bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım, bilimsel düşünce tarzını benimsememi sağlayan yönetici hocam Sayın Prof. Dr. Yusuf AYVAZ'a minnet ve teşekkürlerimi sunmayı zevkli bir görev sayarım.

Değerli zamanlarını ayırarak tezimi değerlendiren hocalarım Sayın Prof. Dr. Ayşe DALOĞLU'na, Sayın Prof. Dr. Hasan SOFUOĞLU'na, Sayın Prof. Dr. Ahmet DURMUŞ'a ve Sayın Prof. Dr. Kadir GÜLER'e teşekkür ederim.

Ayrıca eğitim-öğretimim süresince bana emeği geçen tüm hocalarıma teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmam boyunca yardımını esirgemeyen bütün arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Doktora çalışmam esnasında bana burs vererek beni destekleyen TÜBİTAK yetkililerine teşekkür ederim.

Çalışmam sırasında beni sabır ve şefkatle destekleyen öncelikle annem Emine L. SÜMER'e, eşim A. Şükrü ÖZDEMİR'e, teyzem F. Zeynep MACİT'e, ablam İpek A. SÜMER'e, kardeşim Ruhi SÜMER'e ve çocuklarıma sonsuz saygı, sevgi ve teşekkürlerimi sunarım.

> Yaprak Itır ÖZDEMİR Trabzon 2007

Π

İÇİNDEKİLER

<u>Sayfa No</u>

ÖNSÖ	Z	II
İÇİND	EKİLER	III
ÖZET.		V
SUMM	1ARY	VI
ŞEKİL	LER DİZİNİ	VII
TABL	OLAR DİZİNİ	XIV
SEMB	OLLER DİZİNİ	XVI
1.	GENEL BILGILER	1
1.1.	Giriş	1
1.2.	Kalın Plaklar Konusunda Yapılan Bazı Çalışmalar	4
1.2.1.	Kalın Plakların Statik Analizi Konusunda Yapılan Bazı Çalışmalar	4
1.2.2.	Kalın Plakların Dinamik Analizi Konusunda Yapılan Bazı Çalışmalar	6
1.3.	Mindlin PlakTeorisi	
1.3.1.	Yerdeğiştirme Bileşenleri	
1.3.2.	Şekildeğiştirme-Yerdeğiştirme Bağıntıları	19
1.3.3.	Gerilme-Şekildeğiştirme Bağıntıları	
1.3.4.	Gerilme-Yerdeğiştirme Bağıntıları	
1.3.5.	Moment ve Kesme Kuvveti Bağıntıları	
1.3.6.	Plak Denklemleri	
1.4.	Plakların Serbest ve Zorlanmış Titreşimi	
1.4.1.	Plakların Serbest Titreşimi	
1.4.2.	Plakların Zorlanmış Titreşimi	
1.5.	Newmark-β Yöntemi	
1.6.	Çalışmanın Amaç ve Kapsamı	
2.	YAPILAN ÇALIŞMALAR	
2.1.	Giriş	
2.2.	Problemin Sonlu Elemanlar Yöntemine Göre Formülasyonu	
2.2.1.	Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi	
2.2.2.	Kütle Matrisinin Elde Edilmesi	
2.2.3.	Yük Vektörünün Elde Edilmesi	

2.3.	Programın Doğruluğunun Denetimi						
2.3.1.	Düzgün Yayılı Yükün Etkisindeki Plak İçin Programın Doğruluğunun İspatı 42						
2.3.2.	Serbest Titreşime Maruz Plak İçin Programın Doğruluğunun İspatı						
2.3.3.	Deprem Etkisindeki Plak İçin Programın Doğruluğunun İspatı4						
2.4.	Sonlu Eleman Ağının Belirlenmesi	. 46					
2.4.1.	Düzgün Yayılı Yükün Etkisindeki Plak İçin Sonlu Eleman Ağının						
	Belirlenmesi	. 46					
2.4.2.	Serbest Titreşime Maruz Plak İçin Sonlu Eleman Ağının Belirlenmesi	. 49					
2.4.3.	Deprem Etkisindeki Plak İçin Sonlu Eleman Ağının Belirlenmesi	49					
2.4.4.	Deprem Etkisindeki Plak İçin Zaman Artımının Belirlenmesi	. 53					
3.	BULGULAR VE İRDELEME						
3.1.	Düzgün Yayılı Yükün Etkisindeki Plak İçin Elde Edilen Bulgular ve						
	İrdelenmesi	. 58					
3.2.	Serbest Titreşime Maruz Plaklar İçin Elde Edilen Bulgular ve İrdelenmesi	. 75					
3.2.1.	Frekans Parametreleri	. 75					
3.2.2.	Mod Şekilleri	. 75					
3.3.	Deprem Etkisindeki Plaklar İçin Elde Edilen Bulgular ve İrdelenmesi	89					
4.	SONUÇLAR VE ÖNERİLER	132					
5.	KAYNAKLAR	137					
ÖZGEÇ	°MİŞ	147					

ÖZET

Plaklar inşaat mühendisliğinde yaygın olarak kullanılan yapı elemanlarıdır. Bu elemanlar narinliklerine (kalınlık/kısa kenar) göre ince ve kalın plaklar olmak üzere iki sınıfa ayrılmaktadır. Teknik literatürde narinliği 1/20'den küçük olanlar ince plak, büyük olanlar ise kalın plak olarak adlandırılmaktadır.

Bu çalışmanın amacı farklı mesnet koşullarına, kenar oranlarına (b/a) ve kalınlık/kenar (t/a) oranlarına sahip deprem etkisindeki dikdörtgen kalın plakları Mindlin plak teorisini kullanarak incelemek ve bu parametrelerin bu plakların lineer davranışlarına etkilerini belirlemektir. Bu inceleme için mekana göre integrasyonda sonlu elemanlar yönteminin, zamana göre integrasyonda ise Newmark-β yönteminin kullanıldığı ve C++ programlama dilinde kodlanan bir bilgisayar programı hazırlanmış ve incelemeler bu program yardımıyla gerçekleştirilmiştir. Problemin sonlu elemanlar yöntemine göre formülasyonunda literatürde yaygın olarak kullanılan 4 ve 8 düğüm noktalı dörtgen elemanlara ilave olarak dördüncü dereceden şekil fonksiyonuna sahip 17 düğüm noktalı dörtgen eleman da dikkate alınmıştır. Bu çalışmada ayrıca yukarıda belirtilen parametrelere bağlı olarak düzgün yayılı yükün etkisindeki plakların incelenmesi de gerçekleştirilmekte ve bu elemanlar için kayma kilitlenmesi problemi irdelenmektedir.

Bu amaç doğrultusunda gerçekleştirilen çalışma dört bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde kalın plaklar konusunda daha önce yapılan çalışmalar verildikten sonra Mindlin plak teorisi ve plakların serbest ve zorlanmış titreşimi üzerinde durulmakta, çalışmanın amaç ve kapsamı sunulmaktadır. İkinci bölümde problemin sonlu elemanlar yöntemine göre formülasyonu verilmekte, çalışma kapsamında hazırlanan bilgisayar programının doğruluğu ve çalışmada dikkate alınan plaklar için sonlu eleman ağı belirlenmektedir. Üçüncü bölümde çalışmada dikkate alınan farklı yük ve plak durumları için elde edilen bulgular sunularak irdelenmektedir. Dördüncü bölümde bu çalışmadan çıkarılan sonuçlar sunulmakta ve bunlara bağlı olarak bazı öneriler getirilmektedir. Bu son bölümü kaynaklar listesi izlemektedir.

Sonuç olarak, 4 düğüm noktalı elemanda birçok durumda kayma kilitlenmesinin meydana geldiği, 8 düğüm noktalı elemanda bazı durumlarda oluşan kayma kilitlenmesinin eleman ağının sıklaştırılması suretiyle giderilebileceği, 17 düğüm noktalı elemanda ise hiçbir mekanizmanın oluşmadığı belirlenmiştir. Ayrıca 17 düğüm noktalı elemanın hem düzgün yayılı yükün etkisindeki hem de deprem etkisindeki kalın plakların analizinde, hiçbir mekanizma oluşmadığından, güvenle kullanılabileceği, bu elemanın kullanımının eleman sayısını yaklaşık olarak yarıya indirgeyeceği ve deprem etkisindeki dikdörtgen kalın plakların davranışında, genellikle, t/a oranının etkisinin b/a oranının etkisinden daha fazla olduğu sonucuna varılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Deprem, Kalın Plak, Mindlin Teorisi, Sonlu Elemanlar Yöntemi, Yüksek Dereceli Şekil Fonksiyonu, Parametrik İnceleme, Kayma Kilitlenmesi

Parametric Analysis of Thick Plates Subjected to Earthquake Excitations by Using Mindlin's Theory

SUMMARY

Plates are structural elements which are commonly used in the building industry. A plate is considered to be a thin plate if the ratio of the plate thickness to the smaller span length is less than 1/20, it is considered to be a thick plate if this ratio is larger than 1/20.

The purpose of this paper is to analyze the thick plates using Mindlin's theory and to determine the effects of the different thickness/span ratio, aspect ratio and boundary conditions on the linear responses of rectangular thick plates subjected to earthquake excitations. A computer program is coded in C++ to analyze the plates. In the program, finite element method is used for spatial integration and Newmark- β method is used for time integration. In the analysis, in addition to 4and 8-noded quadrilateral finite elements widely used, a 17-noded quadrilateral finite element which has the fourth order shape function is also considered. In this study, the plates subjected to uniformly distributed loads is also analyzed by using the parameters mentioned above and shearlocking problem for these three different finite elements are also examined.

The study consists of four chapters. In the first chapter, after a brief literature review is presented, Mindlin's theory, and free and forced vibration of the plates are summarized. Then, the purpose and scope of the study are given. In the second chapter, finite element formulation of the problem is presented, the program is verified, and the finite element mesh sizes to be used in the analyses are determined. In the third chapter, the results obtained by using different loadings and plates are presented and then evaluated. In the fourth chapter, the conclusions drawn from the results are presented and recommendations are made. This chapter is followed by a list of references.

It is concluded that shear-locking problem occurs in many cases if 4-noded finite element is used in the analysis, and that shear-locking problem occurred in several cases if 8-noded element is used can be omitted by using finer mesh, and that 17-noded finite element does not have any mechanisms. It is also concluded that 17-noded quadrilateral finite element can be effectively used in the analysis of plates subjected to uniformly distributed loads or earthquake excitations without any mechanisms, and that the use of this element can approximately reduce the mesh size to the half of those of the others, and that the effect of the thickness/span ratio on the earthquake behavior of the rectangular thick plates is generally larger than that of the aspect ratio.

Keywords: Earthquake, Thick Plates, Mindlin's Theory, Finite Element Method, Fourth Order Shape Function, Parametric Analysis, Shear-Locking

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sayfa No</u>

Şekil 1.1.	Bu çalışmada kullanılan plakta dikkate alınan serbestlikler şeması	. 19
Şekil 1.2.	Bu çalışmada kullanılan koordinat eksenleri ve plak şeması ile dış etki	20
Şekil 1.3.	Dış kuvvetler ve momentlerin pozitif yönleri	24
Şekil 1.4.	Plak elemanda gerilme bileşenleri	25
Şekil 1.5.	13 Mart 1992 Erzincan Depremi Doğu-Batı bileşeni	30
Şekil 2.1. Şekil 2.2.	Çalışmada kullanılan sonlu eleman modelleri Dört kenarından basit mesnetli kare kalın plakta maksimum yerdeğiştirmenin zamana bağlı değişiminin karşılaştırılması (t/a=0,1)	32 45
Şekil 2.3.	Dört kenarından ankastre mesnetli kare kalın plakta maksimum yerdeğiştirmenin zamana bağlı değişiminin karşılaştırılması (t/a=0,1)	45
Şekil 2.4.	Dört kenarından basit mesnetli kare kalın plakların maksimum yerdeğiştirme katsayısının yakınsama durumu (t/a=0,1)	47
Şekil 2.5.	Dört kenarından ankastre mesnetli kare kalın plakların maksimum yerdeğiştirme katsayısının yakınsama durumu (t/a=0,1)	48
Şekil 2.6.	4 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından basit mesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)	50
Şekil 2.7.	8 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından basit mesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)	50
Şekil 2.8.	17 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından basit mesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)	51
Şekil 2.9.	4 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından ankastre mesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)	51
Şekil 2.10.	8 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından ankastre mesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)	52
Şekil 2.11.	17 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından ankastre mesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)	52
Şekil 2.12.	Dört kenarından ankastre mesnetli kare kalın plağın KPEE8 elemanı için belirlenen sonlu elelman ağı	53

Şekil 2.13.	4 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından basit mesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)	54
Şekil 2.14.	4 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından ankastre mesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)	54
Şekil 2.15.	8 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından basit mesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)	55
Şekil 2.16.	8 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından ankastremesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)	55
Şekil 2.17.	17 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından basit mesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)	56
Şekil 2.18.	17 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından ankastre mesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)	56
Şekil 2.19.	Deprem etkisindeki plakların çözümüyle ilgili akış şeması	57
Şekil 3.1.	Farklı ağ büyüklükleri için dört kenarından basit mesnetli plakların maksimum yerdeğiştirme katsayısının, α , değişimi (t/a=0,1)	62
Şekil 3.2.	Farklı ağ büyüklükleri için dört kenarından basit mesnetli plakların maksimum eğilme momenti katsayısının, η, değişimi (t/a=0,1)	62
Şekil 3.3.	Farklı ağ büyüklüğü ve kalınlık/kenar oranına sahip dört kenarından ankastre mesnetli plakların α katsayısındaki değişim.	64
Şekil 3.4.	Farklı eleman ağına göre 4 düğüm noktalı eleman ile modellenen dört kenarından basit mesnetli kare kalın plakların yerdeğiştirme katsayısındaki değişim.	66
Şekil 3.5.	Dört kenarından basit mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmenin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi	68
Şekil 3.6.	Dört kenarından basit mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi	68
Şekil 3.7.	Dört kenarından basit mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M _y eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi	69
Şekil 3.8.	Dört kenarından ankastre mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmenin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi	71

Şekil 3.9.	Dört kenarından ankastre mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi
Şekil 3.10.	Dört kenarından ankastre mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M _y eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi
Şekil 3.11.	Dört kenarından ankastre mesnetli plakların y ekseni doğrultusundaki kenarının orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi
Şekil 3.12.	Dört kenarından ankastre mesnetli plakların x ekseni doğrultusundaki kenarının orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M _y eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi
Şekil 3.13.	Dört kenarından basit mesnetli kalın plakların ilk 6 doğal frekansına b/a ve t/a oranlarının etkisi
Şekil 3.14.	Dört kenarından ankastre mesnetli kalın plakların ilk 6 doğal frekansına b/a ve t/a oranlarının etkisi
Şekil 3.15.	Dört kenarından basit mesnetli b/a=1,0 ve t/a=0,1 olan kalın plakların ilk 6 frekansına ait mod şekilleri
Şekil 3.16.	Dört kenarından basit mesnetli b/a=1,0 ve t/a=0,3 olan kalın plakların ilk 6 frekansına ait mod şekilleri
Şekil 3.17.	Dört kenarından basit mesnetli b/a=2,0 ve t/a=0,1 olan kalın plakların ilk 6 frekansına ait mod şekilleri
Şekil 3.18.	Dört kenarından basit mesnetli b/a=2,0 ve t/a=0,3 olan kalın plakların ilk 6 frekansına ait mod şekilleri
Şekil 3.19.	Dört kenarından ankastre mesnetli b/a=1,0 ve t/a=0,1 olan kalın plakların ilk 6 frekansına ait mod şekilleri
Şekil 3.20.	Dört kenarından ankastre mesnetli b/a=1,0 ve t/a=0,3 olan kalın plakların ilk 6 frekansına ait mod şekilleri
Şekil 3.21.	Dört kenarından ankastre mesnetli b/a=2,0 ve t/a=0,1 olan kalın plakların ilk 6 frekansına ait mod şekilleri
Şekil 3.22.	Dört kenarından ankastre mesnetli b/a=2,0 ve t/a=0,3 olan kalın plakların ilk 6 frekansına ait mod şekilleri
Şekil 3.23.	Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki yerdeğiştirmenin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,1)90
Şekil 3.24.	Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki yerdeğiştirmenin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,3)91
Şekil 3.25.	Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki yerdeğiştirmenin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,1)
Şekil 3.26.	Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki yerdeğiştirmenin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,3)

- Şekil 3.27. Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_x eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,1)......94
- Şekil 3.28. Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_x eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,3)......95
- Şekil 3.29. Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_x eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=3,0 t/a=0,1)...... 96
- Şekil 3.30. Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_x eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,3)......97
- Şekil 3.31. Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_v eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,1)...... 98
- Şekil 3.32. Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_v eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,3)...... 99
- Şekil 3.33. Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_v eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,1).... 100
- Şekil 3.34. Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_v eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,3).... 101
- Şekil 3.35. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki yerdeğiştirmenin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,1)...... 102
- Şekil 3.36. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki yerdeğiştirmenin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,3)...... 103
- Şekil 3.37. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki yerdeğiştirmenin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,1)...... 104
- Şekil 3.38. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki yerdeğiştirmenin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,3)...... 105
- Şekil 3.39. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_x eğilme momenti in zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,1)..... 106
- Şekil 3.40. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_x eğilme momenti in zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,3)..... 107
- Şekil 3.41. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_x eğilme momenti in zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,1)..... 108
- Şekil 3.42. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_x eğilme momenti in zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,3)..... 109
- Şekil 3.43. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_y eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,1).... 110
- Şekil 3.44. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_v eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,3).... 111
- Şekil 3.45. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_y eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,1).... 112
- Şekil 3.46. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_y eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,3).... 113

Şekil 3.47.	Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın y ekseni doğrultusundaki kenarının ortasındaki M_x eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,1)	114
Şekil 3.48.	Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın y ekseni doğrultusundaki kenarının ortasındaki M_x eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,3)	115
Şekil 3.49.	Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın y ekseni doğrultusundaki kenarının ortasındaki M_x eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,1)	116
Şekil 3.50.	Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın y ekseni doğrultusundaki kenarının ortasındaki M_x eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,3)	117
Şekil 3.51.	Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın x ekseni doğrultusundaki kenarının ortasındaki M_y eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,1)	118
Şekil 3.52.	Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın x ekseni doğrultusundaki kenarının ortasındaki M_y eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,3)	119
Şekil 3.53.	Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın x ekseni doğrultusundaki kenarının ortasındaki M_y eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,1)	120
Şekil 3.54.	Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın x ekseni doğrultusundaki kenarının ortasındaki M_y eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,3)	121
Şekil 3.55.	Dört kenarından basit mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmenin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi	124
Şekil 3.56.	Dört kenarından basit mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi	124
Şekil 3.57.	Dört kenarından basit mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi	125
Şekil 3.58.	Dört kenarından ankastre mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmenin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi	127
Şekil 3.59.	Dört kenarından ankastre mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi	127
Şekil 3.60.	Dört kenarından ankastre mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi	128

Şekil 3.61. Dört kenarından ankastre mesnetli plakların y ekseni doğrultusundaki						
kenarının orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M _x eğilme						
momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi						

TABLOLAR DİZİNİ

<u>Sayfa No</u>

Tablo 2.1.	Dört kenarından basit mesnetli kare kalın plakların maksimum yerdeğiştirme katsayısının, α , karşılaştırılması, (t/a=0,10)	42
Tablo 2.2.	Dört kenarından ankastre mesnetli kare kalın plakların maksimum yerdeğiştirme katsayısının, α , karşılaştırılması, (t/a=0,10)	43
Tablo 2.3.	Dört kenarından basit mesnetli kare kalın plakların frekans parametrelerinin karşılaştırılması, (t/a=0,10)	43
Tablo 2.4.	Dört kenarından ankastre mesnetli kare kalın plakların frekans parametrelerinin karşılaştırılması, (t/a=0,10)	44
Tablo 2.5.	Dört kenarından basit mesnetli kare kalın plakların maksimum yerdeğiştirme katsayısının yakınsama durumu (t/a=0,1)	46
Tablo 2.6.	Dört kenarından ankastre mesnetli kare kalın plakların maksimum yerdeğiştirme katsayısının yakınsama durumu (t/a=0,1)	48
Tablo 3.1.	Farklı ağ büyüklükleri için dört kenarından basit mesnetli plakların maksimum yerdeğiştirme, α , ve maksimum eğilme momenti, η , katsayıları (t/a=0,001)	59
Tablo 3.2.	Farklı ağ büyüklükleri için dört kenarından basit mesnetli plakların maksimum yerdeğiştirme, α , ve maksimum eğilme momenti, η , katsayıları (t/a=0,01)	60
Tablo 3.3.	Farklı ağ büyüklükleri için dört kenarından basit mesnetli plakların maksimum yerdeğiştirme, α , ve maksimum eğilme momenti, η , katsayıları (t/a=0,1)	61
Tablo 3.4.	Farklı ağ büyüklükleri ve kalınlık/kenar oranına göre dört kenarından ankastre mesnetli plakların maksimum yerdeğiştirme katsayıları, α ,	63
Tablo 3.5.	Farklı kalınlık/kenar oranına göre dört kenarından ankastre mesnetli plakların maksimum yerdeğiştirme katsayıları, α ,	63
Tablo 3.6.	Farklı kalınlık/kenar oranına göre dört kenarından ankastre mesnetli plakların maksimum eğilme momenti katsayıları, η,	64
Tablo 3.7.	Düzgün yayılı yükün etkisindeki dört kenarından basit mesnetli lakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ve eğilme momentleri	67
Tablo 3.8.	Düzgün yayılı yükün etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ve eğilme momentleri	70
Tablo 3.9.	Dört kenarından basit mesnetli kalın plakların farklı b/a ve t/a oranları için ilk 6 frekans parametreleri	77
Tablo 3.10	. Dört kenarından ankastre mesnetli kalın plakların farklı b/a ve t/a oranları için ilk 6 frekans parametreleri	79

Tablo 3.11. Deprem	etkisindeki	dört	kenarından	basit	mesnetli	plakların	mutlak	
degerce maksimum yerdeğiştirme ve eğilme momentleri								. 123

SEMBOLLER DİZİNİ

: Plağın x ekseni doğrultusundaki uzunluğu а : Plağın y ekseni doğrultusundaki uzunluğu b D : Plağın eğilme rijitliği E : Elastisite modülü G : Kayma modülü : Şekil fonksiyonu h : Yayılı yük şiddeti q : Kesme kuvveti Q : Plak kalınlığı t : Plağın x ekseni doğrultusundaki yerdeğiştirmesi u : Plağın y ekseni doğrultusundaki yerdeğiştirmesi v : Plağın z doğrultusundaki yerdeğiştirmesi W : Eğilme birim şekildeğiştirme matrisi $[\mathbf{B}_{\kappa}]$ $[\mathbf{B}_{\gamma}]$: Kayma birim şekildeğiştirme matrisi [C] : Sönüm matrisi $[E_{\kappa}]$: Eğilme elastisite matrisi : Kayma elastisite matrisi $[E_{\gamma}]$ [f] : Yük vektörü : Jacobian matrisi [J] [K] : Rijitlik matrisi Μ : Moment : Kütle matrisi [M] : Deprem ivmesi üg ŵ : Plağın hızı : Plağın ivmesi ŵ Δt : Dinamik analizde zaman artımı : Maksimum yerdeğiştirme katsayısı α : Maksimum eğilme momenti katsayısı η : Plağın x ekseni doğrultusundaki şekildeğiştirmesi εx : Plağın y ekseni doğrultusundaki şekildeğiştirmesi ε

ε_z : Plağın z doğrultusundaki şekildeğiştirmesi

 $\gamma_{xz},\gamma_{xz},\gamma_{yz}$:Plağın xy, xz ve yz eksenleri doğrultularındaki açısal şekil değiştirmeleri

- ϕ_x, ϕ_y : Plağın x ve y doğrultularındaki dönmeleri
- [µ] : Kütle yoğunluğu matrisi
- σ : Normal gerilme
- τ : Kayma gerilmesi
- v : Poisson oranı

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Günümüzde plaklar yapılarda kullanım alanlarını oluşturan elemanlar, su yapıları, konteynerler, köprüler, uçak, füze ve gemiler, bazı makine parçaları gibi çeşitli mühendislik alanlarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Plakların bu kadar yaygın kullanımı bilim adamlarını bu yapı elemanı üstünde çokça çalışmaya yöneltmiştir.

Plaklar, kalınlıkları diğer iki boyutu yanında çok küçük olan, genellikle orta düzlemine dik olarak yüklenen düzlemsel yapı elemanlarıdır. Geometrik olarak plaklar, kenarları doğrusal ve/veya eğrisel olabilirken, statik olarak serbest uçlu, çökme ve dönmeye karşı elastik mesnet gibi çeşitli sınır şartları içeren basit mesnetli, ankastre mesnetli veya noktasal mesnetli olabilmektedirler.

Plaklar, üzerlerine etkiyen yükleri her iki doğrultudaki serbest açıklıkların oranına bağlı olarak bir ya da iki doğrultuda aktarmaktadırlar. Yükleri bir doğrultuda aktaran plaklara bir doğrultuda çalışan plaklar, iki doğrultuda aktaran plaklara ise iki doğrultuda çalışan plaklar. Bir doğrultuda çalışan plaklar yükleri tamamen kısa kenar doğrultusuna, iki doğrultuda çalışan plaklar ise yükleri her iki doğrultuya aktarmaktadırlar.

Plaklar yapısal etkilerine göre, gerilme-şekildeğiştirme arasındaki bağıntıya göre, doğrultuları boyunca gösterdikleri özelliklere göre ve kısa kenar uzunluğunun kalınlığına oranına göre çeşitli şekillerde sınıflandırılmaktadırlar.

Yapısal etkilerine göre plaklar dört kategoriye ayrılır:

a) Rijit plaklar: Eğilmeye karşı rijit, ince plaklardır. Dış yükleri genellikle eğilme, burulma ve plak düzlemine dik olan kayma kuvvetleri aracılığıyla taşımaktadırlar.

b) Membranlar: Membranlar, eğilme rijitliği olmayan ince plaklardır. Düşey yükleri plak düzlemi içindeki kayma kuvvetleri ile taşırlar. Oldukça ince olmaları moment reaksiyonlarını ihmal edilebilir kılmaktadır.

c) Eğilebilir plaklar: Bu plaklar, rijit plaklar ve membranların bir kombinasyonudur.
 Bu plaklar ağırlık/yük oranlarının elverişli olmalarından dolayı uçak endüstrisinde geniş
 ölçüde tercih edilmektedir.

d) Kalın plaklar: İç kuvvet durumu üç boyutlu sürekli ortamınkine benzeyen plaklardır.

Plaklar gerilme-şekildeğiştirme arasındaki bağıntıya göre de sınıflandırılabilir. Bunlardan elastik plak teorileri, Hook Kanunu'na dayanmaktadır. Hook kanunu'na göre gerilme ve şekildeğiştirme arasındaki bağıntı lineerdir. Diğer yandan lineer olmayan elastisite, plastisite ve viskoelastisite gibi teoriler daha karmaşık gerilme-şekildeğiştirme bağıntıları içermektedirler.

Plaklar kalınlığının (t), kısa kenar uzunluğuna (a), oranına göre ince ve kalın olmak üzere iki gruba ayrılmaktadır. $t/a \le 1/20$ olan plaklar ince plak, t/a > 1/20 olan plaklar kalın plak olarak adlandırılmaktadırlar. İnce plaklar büyük ve küçük yerdeğiştirmeler yapan plaklar olarak ikiye ayrılmaktadırlar. Kalın plaklar ise küçük yerdeğiştirmeler ile sınırlandırılmaktadırlar.

Plaklar çeşitli varsayımlar kullanılarak incelenebilirler. Bu varsayımlar aşağıda verilmektedir (Berktay, 1992):

1. Plak geometrisi açısından

a) Kalınlığı diğer boyutları yanında çok küçüktür.

b) Plak kalınlığının orta noktalarının geometrik yeri düzlemdir.

c) Plağa etkiyen tüm yükler orta düzleme diktir.

d) Plak kalınlığına göre yerdeğiştirmeler çok küçüktür.

2. Malzeme açısından

a) Malzeme her noktada aynı fiziksel özellikleri gösterir yani homojendir.

b) Malzeme her doğrultuda aynı davranışı gösterir.

c) Malzeme Hooke Cismi'dir.

3. Hesap kolaylığı açısından

a) Eğilmeden önce orta düzleme dik olan düzlemler, eğilmeden sonra da orta düzleme dik kalırlar.

b) Plak orta düzlemine dik doğrultudaki σ_z gerilmeleri ihmal edilebilir derecede küçüktür. Oysa gerçekte plakta 3 boyutlu gerilme durumu söz konusudur. σ_z gerilmesinin ihmal edilebilir olması şu şekilde açıklanabilmektedir,

Herhangi bir plağın (x,y) noktasında σ_z 'nin t yüksekliğince değişimi:

z=-h/2 için σ_z =-p

z=h/2 için σ_z =0'dır. P=1.0 t/m² için σ_z =-0.01 N/mm² dir. Bu değer için σ_x , σ_y değerleri 5-10 N/mm² arasında değiştiğinden σ_z 'nin bu değerler yanında oldukça küçük olduğu görülmektedir. Bu durumda $\sigma_z \approx 0$ olarak alınabilmektedir.

c) $\sigma_z \approx 0$ varsayımına göre $\varepsilon_z \approx 0$ alınabilir.

$$\varepsilon_z = \left[\sigma_z - \nu \left(\sigma_x + \sigma_y\right)\right] / E$$

 $\sigma_z = 0$, $\nu = 0.10 - 0.15$ değerleri yerine yazılırsa z doğrultusundaki boy değişimlerinin oldukça küçük olduğu görülür. Bu da $\varepsilon_z \approx 0$ alınabileceğini gösterir. Bu durumda w = w(x, y) olur.

d) Kesitin orta düzleminde deformasyon yoktur.

İzotrop, homojen, elastik ince plakların teorileri oluşan deformasyonun geometrisine dayanmaktadır. Bu teoride yapılan geometrik kabuller aşağıda verilmektedir.

- Plağın kalınlığı ile karşılaştırıldığında orta düzlemin dönmesi küçüktür. Bu nedenle dönen yüzeyin eğimi çok küçüktür ve eğimin karesi ihmal edilebilir bir seviyededir.
- 2. Başlangıçta orta düzlemine dik olan kesitler eğilmeden sonrada orta düzleme dik kalır. Bunun anlamı düşey kayma şekil değiştirmeleri $\gamma_{xz} ve \gamma_{yz}$ ihmal edilebilirdir.
- 3. Enine yüklemeden doğan normal ε_z şekil değiştirmesi ihmal edilebilir düzeydedir.
- 4. Orta düzleme dik olan σ_z gerilmesi diğer gerilme bileşenleri ile karşılaştırıldığında çok küçüktür ve ihmal edilebilmektedir. Bu varsayım şiddeti büyük yükler söz konusu olduğunda geçersiz olmaktadır.

Yukarıda verilen Kirchoff hipotezinin varsayımları kirişlerin basit eğilme teorisi ile benzerdir.

Dönmeler küçük olmadığında orta düzlemdeki şekil değiştirmeler plağın eğilmesine eşlik etmektedir ve böylece 1. ve 2. varsayımlar uygulanamamaktadır. Kalın plaklarda kayma gerilmeleri kısa ve yüksek kirişlerde olduğu gibi önemlidir. Bu plaklarda 3. ve 4. varsayımlar uygun değildir.

1.2. Kalın Plaklar Konusunda Yapılan Bazı Çalışmalar

1.2.1. Kalın Plakların Statik Analizi Konusunda Yapılan Bazı Çalışmalar

Klasik plak denklemi 1811' de Lagrange tarafından bulunmuştur. Michell (1900) ve daha sonra da Love (1944) orta kalınlıktaki plaklar için teoriler geliştirmişlerdir. Daha sonra çeşitli araştırmacılar tarafından kalın plaklar için yeni teoriler ortaya konmuş ve dikdörtgen ile dairesel plaklar için bazı problemler incelenmiştir. Birkhoff (1922), yerdeğiştirmeleri plak kalınlığı parametresine bağlı olarak kuvvet serisine açarak ve varyasyon hesaplarını kullanarak sabit ve değişken kalınlıktaki dairesel kalın plaklar için bir teori sunmuştur.

Tüm bu kalın plak teorileri, her problem için çok sayıda keyfi fonksiyon gerektirdikleri için pek uygun olmamaktadır. Daha sonra E. Reissner (1944, 1945, 1947, 1950) kesin bir teori ortaya koymuştur. Bu teori 3 sınır şartının sağlatılmasına ve kalın plaklara uygulandığında iyi neticeler elde edilmesine imkan vermektedir. Daha sonra Mindlin (1951), Reissner Teorisi'ndeki düşüncelerle lineer elastisitenin denklemlerinden hareketle kalın plaklar için bir çalışma yapmıştır.

Kraus (1977), melez gerilme yaklaşımı ile ortotrop dikdörtgen sandiviç plak elemanları için bir rijitlik matrisi oluşturmuştur. Membran teorisi ile sandiviç plakların kesit etkileri için bağımsız polinomlar gösterilmiştir. Lundgen ve Salama (1967) çok katlı plakların burkulmalarını bu metodla hesaplamışlardır. Pian (1964), plak kalınlığı boyunca sabit kayma birim şekil değiştirme açısı kabulleri ile kalın plakların özel bir durumu olarak sandiviç elemanları hesaplamışlardır.

Chonan (1980), uzayda birbirleri ile ilişkisi olmayan durağan rastgele düzgün yayılı yüklerin etkisindeki basit mesnetli dikdörtgen kalın plakların eğilme momentlerini incelemiştir. Çalışmada Mindlin plak teorisini kullanmıştır.

Cheung ve Chan (1981), daire dilimi şeklindeki kalın ve ince plakların statik ve dinamik analizini yapmışlardır. Bunun için sonsuz şerit metodunu kullanmışlar ve analiz için iki ve üç boyutlu şeritler geliştirmişlerdir. Üç boyutlu analizde, üç boyutlu elastisitenin esas denklemlerini kullanmışlardır. Çalışmada plakları izotrop yada ortotrop; sabit veya değişken kalınlıklı ve değişik sınır koşullarına sahip olarak dikkate almışlardır.

Spilker (1982), ince ve kalın liflerle güçlendirilmiş kompozit plakların analizini yapmıştır. Bunun için melez gerilmeli, 8 düğüm noktalı izoparametrik, çok katlı bir plak eleman geliştirmiştir.

Meroueh (1988), plak ve kabukların lineer olmayan teorisi üzerine bir çalışma yapmışlardır. Düşük ve yüksek mertebeden yerdeğiştirme modelleri kullanarak kalın ve ince plaklar ile kabukların sonlu eleman çözümlerini elde etmiştir. Genel formüllere dayanan kinematik teorinin yerdeğiştirmeler ve normal gerilmelerin tahmininde yeterli olduğunu görmüştür. Ayrıca plakların analizinde yüksek dereceden kinematik teorinin çok önemli olacağını göstermiştir.

Petrolito (1989), Mindlin teorisine dayanan bir değiştirilmiş eleman geliştirmiştir. Bu elemanı Mindlin denklemlerinin sonucu olan enine yerdeğiştirme ve dönmeler için interpolasyon fonksiyonlarının kullanılması ile elde etmiştir. Bu teknik, uygulanan yükler için özel çözümlerin birleştirilmesine inkan tanımaktadır ve hiç bir kilit mekanizması oluşmamaktadır.

Barbero ve Reddy (1990), Reddy'in tabakalı plak teorisini kullanarak kompozit plaklarda yerdeğiştirmeler ve gerilmeler için analitik sonuçlar elde etmişlerdir. Sonuçlar basit mesnetli 3-D elastik sonuçları ile karşılaştırılmış ve büyük bir uyum görmüşlerdir. Çalışmada diğer sınır koşulları için de analitik sonuçlar bulunmaktadır.

Tseng ve Wu (1991), dörtgen kompozit plaklarda yüksek derece plak teorisine bir kısmi karışık gerilme metodunu uygulamışlardır. Plak için temel bağıntılar, değiştirilmiş Hellinger-Reissner prensiplerinden elde edilmiştir. Elde edilen bu yeni elemanın (PHSM plak elemanı) ince, orta, kalın ve kalın tabakalı plakların sonlu eleman yerdeğiştirme formülasyonuna göre daha doğru olduğunu göstermişler ve bu metodla enine kayma deformasyonlarının dağılımını kalınlıkla orantılı olarak elde etmişlerdir.

Katılı (1993), kalın ve ince plakların analizi için geçerli olan 3 düğüm noktalı, 9 serbestlik dereceli, bir üçgen elemanı incelemiştir. Bu eleman çalışmada DKMT olarak adlandırılmakta, kayma kilitlenmesi oluşmamakta ve sıfır enerji modu içermemektedir. Bu eleman ile kalın ve ince plaklar için uygun sonuçlar elde etmişlerdir.

Averill ve Reddy (1993), Reddy'nin genellenmiş üçüncü derece teorisi ve birinci derece kayma deformasyonu teorisine dayanan sonlu plak elemanları analiz etmişler ve kalın ve ince plak model davranışının, doğruluğuna, güvenirliliğine, etkinliğine dayanarak karşılaştırmışlardır. Özellikle izotrop ve tabakalı kompozit plakların eğilmedeki davranışını, titreşimini ve stabilitesini değerlendirebilmek için 4 düğüm noktalı Reddy tipi elemanları, 9 düğüm noktalı Lagrangian ve Mindlin tipi plak elemanları analiz etmişlerdir.

Özkul ve Türe (2004), Mindlin plak teorisine dayanarak geliştirilen 2 plak eğilme elemanı sunmuşlardır. Bu elemanlar 4 ve 8 düğüm noktalıdır. İnce ve orta kalın plakları

çalışmışlar ve değişik sınır koşulları ve değişik kalınlıklarda elde edilen sonuçları analitik sonuçlarla karşılaştırarak vermişlerdir. Ayrıca plaklarda oluşan kayma kilidi problemini inceleyerek bu problemi seçilmiş integrasyon yöntemini kullanarak gidermişlerdir.

Chen vd. (2006), Mindlin-Reissner plak problemi için dörtgen alan koordinat yöntemi ile oluşturulan yeni bir dörtgen eleman oluşturmuştur. Bu eleman 4 düğüm noktasından oluşmakta ve AC-MQ4 olarak adlandırılmaktadır. Bu yeni elemanla oluşturulan plaktan elde edilen sonuçların analitik sonuçlarla çok iyi bir uyum gösterdiğini ifade etmektedir.

1.2.2. Kalın Plakların Dinamik Analizi Konusunda Yapılan Bazı Çalışmalar

1.2.2.1. Serbest Titreşim Konusunda Yapılan Bazı Çalışmalar

Brunelle ve Robertson (1976), basit mesnetli kalın plakların davranışını incelemişlerdir. Belli durumlarda yüksek modların düşük modlardan daha düşük frekanslarda nasıl titreştiğini açıklamak için titreşim davranışı ile burkulma davranışını ilişkilendirmişlerdir.

Benson ve Hinton (1976), bir sonlu şerit metodu için plakların eğilme probleminin analizini yapmışlardır. Bu yöntem, enine kayma deformasyonlarının etkisini hesaba katan, eğri plakların statik analizinde ve kalın ve ince plakların serbest titreşiminde kullanılmaktadır. Bu çalışma Mawelya ve Davies tarafından kullanılan kalın plak yaklaşımı ile elde edilen sonlu şerit çözümü sonuçları plakların serbest titreşimi ve stabilitesi için geliştirilmiştir.

Peterson ve Boyd (1978), uzunlamasına, iç plaklı dairesel silindirik kabukların serbest titreşim analizi için bir yöntem geliştirmişlerdir. Bu yöntem Rayleigh-Ritz tekniğine dayanmaktadır. Bu çalışmada ankastre ve basit mesnetli düğüm noktalarının sistemin frekans ve modları üzerindeki etkileri incelemişlerdir.

Guruswamy ve Yang (1979), orta kalınlıklı daire dilimli kalın plakların dinamik analizini yapmışlardır. Bunun için her bir noktada 6 serbestliği bulunan 24 serbestliğe sahip daire dilimli eleman modeli kullanmışlardır. Eleman formulasyonlarını Reissner'in kalın plak teorisini temel alarak yapmışlardır. Bu elemanları daha sonra içten dışa doğru yarı çapın değişik oranları ile dairesel plakların doğal frekanslarının analizi için kullanmışlardır. Sonuçların diğer araştırma sonuçları ile iyi bir uyum gösterdiğini belitmişlerdir. Hinton ve Bicanic (1979), 5 adet (4,8,9,12 ve 16 düğüm noktalı) Lagrange ve Serendipity izoparametrik eleman kullanarak Mindlin plakların serbest titreşimini incelemişlerdir. Sonuçları Mindlin plak teorisi ve üç boyutlu elastik sonuçlara dayanan analitik ve sayısal sonuçlar ile karşılaştırmışlardır. Elemanın performansını değişik durumlar için test etmişlerdir. Eleman kütle matrisinin değerlendirilmesi için değişik düzenlerin etkisini incelenmişlerdir.

Reddy ve Chao (1981), tabakalı kompozit malzemeli plakların büyük yerdeğiştirme ve genlikli serbest titreşimini incelemişlerdir. Yang-Norris-Stavsky teorisini temel alan dikdörtgen sonlu eleman kullanmışlardır.

Roufael ve Dawe (1982), membrane gerilmesine maruz dikdörtgen Mindlin plakların titreşim analizini Rayleigh-Ritz yöntemini kullanarak yapmışlardır. Bu sayısal yöntemin ince ve orta kalın plakların geometrisi için yeterli olduğunu belirtmişlerdir.

Chen ve Doong (1983), başlangıç gerilmeli, orta kalın, dikdörtgen plakların büyük genlikli titreşim analizini yapmışlardır. Bunun için Galerkin metodunu kullanmışlardır. Ayrıca lineer olmayan titreşim frekansı üzerinde çeşitli parametrelerin etkilerini incelemişlerdir.

Doong ve Chen (1984), düzleminde basit eğilme ve çekme gerilmesi bulunan, bir eksene göre simetrik ankastre mesnetli dairesel kalın plakların temel frekansını incelemişlerdir. Denklemleri ortalama gerilme metodunu kullanarak Galerkin metodu ile çözmüşlerdir. Doğal frekans ve tarafsız eksenin konumu üzerine değişik parametrelerin etkisini incelemişlerdir. Doğal frekansları diğer kalın plak sonuçları ile karşılaştırmışlardır.

Reddy ve Kuppusamy (1984), anizotrop tabakalı plakların doğal titreşim analizini yapmışlardır. Doğal frekans değerlerini kayma deformasyonlu plak teorisi sonuçları ile karşılaştırmışlardır. Tabakalı kompozit plağın doğal titreşimini üç boyutlu lineer eleman kullanarak incelemişlerdir.

Nicholson ve Bergman (1985), gelişi güzel yerleştirilmiş toplanmış kütleleri taşıyan, basit mesnetli, dikdörtgen, izotrop kalın plakların serbest titreşimini incelemişlerdir. Green fonksiyonlarını kullanarak Mindlin plağını modellemişlerdir. Bu fonksiyonlar dönme ataleti ve enine kayma deformasyonlarını içermektedir. Basitleştirmek için her bir kütleye bağlı dönme ataletini, plak kalınlığının karesi ile orantılı almışlardır. Örnek olarak merkezinde bir tane toplanmış kütle bulunan basit mesnetli, izotrop kare bir plağı çalışmışlardır.

Yamada vd. (1986), silindirik eğik kalın plakların serbest titreşim analizini yapmışlardır. Bu çalışmada Timoshenko tipi kabuk teorisini kullanmışlardır.

Mukherjee ve Mukhopadhyay (1988), dışmerkez olarak, rijitleştirilmiş plakların serbest titreşim analizini yapmışlardır. Bu çalışmada sonlu eleman modelini kullanmışlar ve bunun için 8 düğüm noktalı bir eleman modellemişlerdir. Böylece bir çok parametrenin rijitleştirilmiş dikdörtgen ve eğrisel plakların doğal frekansları ve mod şekilleri üzerindeki etkisini incelemişlerdir.

Mcgee ve Butalia (1992), planda ikiz kenar yamuk ve üçgen olan konsol kalın plakların doğal titreşimlerinin analizini yapmışlardır. Çalışmada yüksek derece kayma deformasyonlu sonlu eleman plak formulasyonlarını kullanmışlardır.

Liew vd. (1993), gelişigüzel düzenlenmiş çok mafsallı dikdörtgen kalın plakların serbest titreşimini incelemişlerdir. Değişik sayıdaki halkaların ve mesnet koşullarının plakların titreşim davranışını nasıl etkilediğini belirlemişlerdir. Teorik formulasyonlarda Mindlin tarafından bulunan birinci derece kayma deformasyonları teorisini kullanmışlardır. Bu çalışmada çeşitli kenar oranı (a/b) ve kalınlık oranı (t/b) için kabul edilebilir doğrulukta titreşim frekanslarını belirlemişlerdir.

Liew vd. (1993), sıfır çizgisi eğik olan dikdörtgen kalın plakların serbest titreşim analizini yapmışlardır. Enerji fonksiyonlarını Mindlin plak teorisinden elde etmişler ve bunu da pb-2 Rayleigh-Ritz metodu kullanarak minimize etmişlerdir. Sonuçları kenar oranı (a/b) ve kalınlık oranının (t/b) farklı değerleri için sunmuşlardır.

Mcgee vd. (1994), yüksek dereceli kayma deformasyonlu kalın plak teorisine dayanan 9 düğüm noktalı Lagrangian izoparametrik dörtgen plakların C⁰ süreklilikli sonlu elemanları bir araya toplanarak kullanılan, ankastre ve tamamıyla serbest eğrisel kenarlı kalın ve ince plakların doğal titreşimlerini analiz etmişlerdir. Elde ettikleri sonuçları üç boyutlu elastik analiz sonuçları ile karşılaştırmışlardır.

Mcgee ve Butalia (1994), kenarları eğri olan kayma deformasyonlu konsol kalın plakların doğal titreşimini incelemişlerdir. Çalışmada kayma deformasyonlu kalın plak teorisine dayanan 9 düğüm noktalı Lagrangian izoparametrik dörtgen plakların C⁰ süreklilikli sonlu elemanı oluşturulmuştur ve Reissner-Mindlin plak teorisi ile elde edilen sonlu elemanlar iki yüksek derece kayma deformasyonlu plak teorisi ile elde edilenlerle karşılaştırılmıştır. Eğik kenarlı plakların düzlemindeki titreşim modlarının tahmin edilmesi için yüksek derece kayma deformasyonlu plak sonlu elemanlarının etkinliğinin kalınlık oranı azaldıkça ve kenar eğrilik açısı arttıkça arttığını belirtmişlerdir.

Xiang vd. (1994), zorunlu sıfır çizgisi mesneti bulunan paralel kenar plakların titreşimini incelemişlerdir. Çalışmada özdeğer eşitliklerini elde etmek için pb-2 Rayleigh-Ritz metodunu kullanmışlardır. Değişik sınır koşullarına sahip bu plakların doğal frekanslarını, değişik kenar oranları, kalınlık oranları ve eğik kenar açıları için belirlemişlerdir.

Holopainen (1995), dışmerkez olarak rijitleştirilmiş plakların sonlu eleman modeli ile serbest titreşimini yapmıştır. Çalışmada dörtgen, MITC9 plak eğilme elemanı kullanmıştır. Bu elemanın 8 düğüm noktalı olan elemandan üstünlüğü sıfır enerji modu içermemesi ve elemanda kayma kilidi oluşmamasıdır. Mindlin plak teorisine dayanan bu modeller hem ince hem de orta kalın ve kalın plaklar için kullanılabilmektedir.

Liew vd. (1995), homojen, izotrop, dikdörtgen kalın plakların üç boyutlu Ritz denklemleri ile serbest titreşimini incelemişlerdir. Çalışmada üç boyutlu lineer elastik özdeğer problemlerinde Ritz metodunu kullanılmıştır. Çalışmada kullanılan formülasyonlar, lineer, üç boyutlu, küçük şekil değiştirmeli elastik enerji prensiplerine dayanmaktadır. Ayrıca sınır koşulları ve kalınlık oranının bu tip plakların dinamik davranışı üzerindeki etkisini araştırmışlardır.

Karunasena vd. (1996), kenar açısı değişken, dörtgen kalın plakların serbest titreşim analizini yapmışlardır. Çalışmada, Mindlin kayma deformasyon teorisine dayanan pb-2 Ritz metodunu kullanmışlardır. Rijitlik ve kütle matrisleri Gauss eliminasyon yöntemi kullanılarak plak üzerinde sayısal olarak integre edilmiştir. Elde edilen sonuçlar sonlu eleman metodu ile elde edilenlerle karşılaştırmışlardır. Ayrıca Poisson oranının tabakalı, dörtgen kalın plakların doğal frekanslarının üzerindeki etkisi de araştırılmıştır.

Gorman (1997), nokta mesnetli Mindlin plakların süperpozisyon metodu ile serbest titreşim analizini yapmıştır ve elastik kenar mesnetli kayma deformasyonlu plakların analitik çözümlerinde superpozisyon metodunun doğruluğunu göstermiştir.

Gorman (1997), doğrusal elastik kabulüne dayanan kayma deformasyonlu yanal yerdeğiştirmesi önlenmiş plakların serbest titreşim analizini yapmıştır. Bunun için değiştirilmiş bir süperpozisyon-Galerkin metodunu kullanmıştır.

Liew vd. (1997), dönel simetrili, orta kalınlıklı dairesel plakların serbest titreşim analizini yapmışlardır. Serbest, basit mesnetli, ankastre mesnetli sınır şartlarına sahip, düzgün dairesel plakların ilk 15 doğal titreşim frekanslarını belirlemişlerdir.

Whang (1997), kirişlerin titreşim analizi için Timoshenko kiriş teorisine, izotrop plakların titreşimine burkulma analizi için birinci derece kayma deformasyonu plak

teorisine dayanan Timoshenko beam B-spline Rayleigh-Ritz metodunu geliştirmiştir. Bir çok sayısal uygulama ile bu birleşik yaklaşımın hem kalın hem de ince kiriş ve plaklar için etkinliğini göstermiştir.

Huang ve Sakiyama (1998), değişken kalınlıklı ince ve orta kalınlıklı dikdörtgen plakların titreşim analizini yapmışlardır. Çalışmada Green fonksiyonlarını kullanmışlardır. Doğal frekans sonuçlarının doğruluğunu ve uygunluğunu araştırmışlardır.

Gorman (1999), nokta mesnetli Mindlin plakların süperpozisyon metodu ile serbest titreşim analizini yapmıştır. Plak köşegeninde simetrik olarak bulunan dört adet nokta mesnetin üzerine oturmuş, kare plaklar için özdeğer tablosunu oluşturmuştur. Mindlin plak teorisi ile elde edilen özdeğerlerle, ince plak teorisinden elde edilen özdeğerler karşılaştırıldığında yüksek modlar için önemli farklarla karşılaşmıştır.

Khdeir ve Reddy (1999), tabakalı kompozit plakların ikinci mertebe teorisinin lineer denklemlerinin bir tam kümesini elde etmişlerdir. Birleşimlerde genelleştirilmiş bir Levy tipi çözüm kullanarak değişik düzende lif yerleşimine sahip tabakalı plakların serbest titreşim analizini yapmışlardır. Bu lif düzenlerinden liflerin çapraz yerleştirildiği plak şeritleri için gelişigüzel sınır koşullarında tam temel frekansı elde etmişlerdir. Kesin Sonuçları kalın ve orta kalın plaklar ile ince plaklar ve plak şeritleri için elde etmişlerdir. Elde edilen ikinci mertebe teorisi sonuçlarının literatürdeki birinci ve üçüncü derece teorileri sonuçlarına çok yakın olduğunu ancak kalın plaklar için klasik Kirchhoff teorisindekilerden farklı olduğunu belirlemişlerdir.

Zhou vd. (2000), nokta mesnetli, kalın, izotrop, tabakalı kompozit dikdörtgen plakların serbest titreşim analizini sonlu tabaka modeli ile yapmışlardır. Tabaka kalınlığı üzerindeki yerdeğiştirmelerin değişimini tanımlamak için bir boyutlu lineer veya dörtgen şekil fonksiyonları kullanmışlardır. Plağın özdeğer denklemleri geleneksel yerdeğiştirme metodu yolu ile geliştirilmiştir. Üç boyutlu dikdörtgen plakların dinamik analizi sonuçlarının ilk olarak bu çalışmada sunulduğunu belirtmişlerdir. Merkezinden nokta, dört kenarından basit mesnetli dikdörtgen plakların frekanslarını kenar oranlarını, kenar-kalınlık oranlarını, malzeme özelliklerini, tabaka sayılarındaki değişimleri dikkate alarak incelemişlerdir. Elde edilen sonuçları mevcut Mindlin plak teorisi ve ince plak teorisi sonuçları ile karşılaştırarak önerilen metodun uygulanabilirliğini ve doğruluğunu göstermişlerdir.

Morais vd. (2005), kalın plakların serbest titreşimini incelemişlerdir. Plak denklemlerini oluştururken 16 düğüm noktalı bikübik Lagrange eleman kullanmışlardır.

Plakları değişik sınır koşulları, plak şekilleri ve kalınlık oranları için çalışmışlar ve elde ettikleri sonuçları analitik sonuçlarla karşılaştırmışlardır.

1.2.2.2. Zorlanmış Titreşim Konusunda Yapılan Bazı Çalışmalar

Hinton (1976), lineer elastik, dönel simetrik, parobolik izoparametrik bazı dairesel plakların dinamik yükler altında analizini yapmıştır. Çalışma enine kayma deformasyonları ve dönme ataletinin etkisini de içermektedir. İnce ve kalın plakların iyileştirilmesinde özel bir toplanmış kütle şeması ve indirgenmiş integrasyon tekniğini kullanmışlardır. Bir çok sayısal sonuç diğer kaynakların sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

Pillasch ve Majerus (1983), dörtgen elemanlarla modellenen tabakalı kalın plakların dinamik analizini çalışmışlardır. Analizi ortotrop, elastoplastik veya elasto visko-plastik malzeme özelliklerini dikkate alarak yapmışlardır. Birçok plak yerdeğiştirmelerini temsil etmek için lineer olmayan şekildeğiştirme-yerdeğiştirme ilişkilerini kullanmışlardır. Analitik modelden elde edilen sonuçları deneysel modelden elde edilen sonuçlarla karşılaştırmışlar ve hesaplanan ve ölçülen plak yerdeğiştirmelerinde yüksek uyum görmüşlerdir.

Alam ve Asnani (1984), çok tabakalı dikdörtgen plakların sönümlü dinamik analizini yapmışlardır. Plaklar çeşitli tabakalardan oluşmaktadır (3,5 ve 7 tabakalı) ve her visko elastik tabaka iki elastik tabaka ile zorlanmıştır. Yani her iki elastik tabakanın arasına bir visko elastik tabaka yerleştirerek çalışmayı yapmışlardır. Bütün tabaka durumlarındaki plağın modlarındaki sönüm etkisini değerlendirmişler ve bunun malzeme özellikleri ve geometrik parametrelerle değişimlerini incelemişlerdir.

Sathyamoorthy (1984), doğrusal, ortotrop, eliptik, orta kalın plakların lineer olmayan dinamik analizini yapmıştır. Çalışmada Berger tipi dinamik eşitlikleri ve çözümde Galerkin metodu ve sayısal Runge-Kutta yöntemi kullanmıştır. Sonuçların literatürden elde edilenlerle oldukça uyum gösterdiğini belirtmiştir.

Suzuki (1986), darbe etkisindeki dairesel kalın plakların dinamik davranışını incelemiştir. Elde ettiği sonuçları Reissner ve Mindlin teorilerinin sonuçlarıyla karşılaştırmıştır.

Chonan ve Nozawa (1986), darbe etkisindeki, sonsuz uzunluktaki kalın şerit plakların dinamik davranışını incelemişlerdir. Kenarlarından basit mesnetli ve elastik bir temele oturan bir plağı dikkate almışlardır. Basamak çizgi yükleri etkisindeki plaklar için maksimum dinamik yerdeğiştirme/statik yerdeğiştirme, maksimum dinamik eğilme momenti/statik eğilme momenti gibi dinamik katsayıları sayısal olarak hesaplamışlardır.

Doong (1987), başlangıç gerilmeli dikdörtgen kalın plakların yüksek mertebe deformasyon teorisini kullanarak dinamik analizini yapmıştır. Yüksek mertebe deformasyon teorisini oluştururken ortalama gerilme yöntemini kullanmıştır. Basit mesnetli plakların burkulma yüklerini ve doğal frekanslarını da incelemiştir. Yüksek mertebe deformasyon teorisi sonuçlarını Brunelle teorisi ve Reddy teorisi sonuçları ile karşılaştırmıştır. Elde ettiği sonuçların diğer teorilerle belirlenenlerden daha doğru olduğunu belirtmiştir.

Chen ve Juang (1987), düzleminde yayılan lineer dinamik gerilmeli ve basit dinamik eğilmeli plakların kombinasyonlarına maruz, özellikleri değişken boşluksuz ve boşluklu dairesel kalın plakların dinamik stabilitesini ve bir çok parametrenin dinamik stabiliteye etkisini incelemişlerdir. Simetrik olmayan dairesel plakların dinamik stabilite problemlerini çözmek için bir Mindlin plak sonlu eleman modeli (Galerkin sonlu elemanı) kurmuşlardır. Elde ettikleri sonuçları diğer plak sonuçları ile karşılaştırmışlar ve çok iyi uyum olduğunu belirtmişlerdir.

Owen ve Lie (1987), anizotrop kalın plakların analizini yapmışlardır. Bunun için geliştirilmiş yaklaşık teoriye dayanan bir sonlu eleman modeli oluşturmuşlardır. Üç boyutlu olan bu problemi iki boyutluya indirgemişlerdir. Çalışmada statik eğilme gerilmesini, enine kayma gerilmesini ve düzlem içindeki yerdeğiştirmeleri tahmin etmişlerdir. Üç boyutlu analiz ve yüksek mertebe plak teorisi ile karşılaştırmalar sonucunda, bu çalışmada kullanılan modelle elde edilen sonuçların bütün aralıklar için doğru ve kabul edilebilir olduğunu belirtmişlerdir.

Chang ve Chiang (1988), içten süreksiz olan kalın plakların dinamik analizini yapmışlardır. Bunun için 9 düğüm noktalı bir sonlu eleman modeli oluşturmuşlardır. Mindlin plaklarındaki denklemleri elde etmek için Hamilton prensibini ve potansiyel teoriyi kullanmışlardır. Rijitlik matrisinin integrasyonu için seçilmiş-indirgenmiş integrasyonu kullanmışlardır. Eleman modellenirken oluşan, düğüm noktalarındaki süreksizliklerden (kilit mekanizması) özel integrasyon teknikleri ile sakınmışlardır. Alt uzay integrasyonları ile özdeğer ve özvektörler hesaplanmıştır. Sonuçları Nagaya (1981) tarafından elde edilenlerle karşılaştırmışlar ve sonuçlarda önemli uyuşum gözlendiğini belirtmişlerdir.

Doong ve Fung (1988), özellikleri değişken tabakalı plakların dinamik ve eğilme analizlerini yapmışlardır. Bunun için yüksek mertebe plak teorisini kullanmışlardır. Sonuçları güncel olan Mindlin plak teorisi sonuçları ile karşılaştırmışlardır. Ayrıca eğilme gerilmesinin burkulma katsayısı ve boyutsuz frekans parametrelerini önemli ölçüde etkilediğini göstermişlerdir.

Kim ve Soedel (1988), gelişi güzel yayılmış dinamik basınca maruz kalın plakların sayısal sonuçlarını incelemişlerdir. Çeşitli örnekler düzgün yayılı yük durumu için üç boyutlu sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Yang ve Shieh (1988), başlangıç gerilmeli ortotrop dairesel Mindlin plakların dinamik davranışını incelemişlerdir.

Chen ve Hwang (1988), doğrusal olmayan, başlangıç gerilmeli, daire boşluklu ve boşluksuz dairesel plakların dinamik analizini yapmışlardır. Çözümde ortalama gerilme metodunu ve Lo-tipi teorisine benzer bir yüksek mertebe plak teorisini kullanmışlardır.

Chen vd. (1989), dış kenarı boyunca periyodik, doğrusal, radyal yüklemeye maruz simetrik olmayan dairesel plakların dinamik analizini yapmışlardır. Bunu için sonlu eleman yöntemi ile yüksek mertebe teorisini temel alan dairesel eleman kullanmışlardır. Ayrıca kararsız bölgeleri Bolotin metodu ile belirlemişlerdir.

Lin ve Chen (1989), başlangıç kusurlu orta kalın plakların büyük genlikli dinamik analizini yapmışlardır. Enine izotrop plaklar için hareketin lineer olmayan denklemlerini başlangıç geometrik kusurlu oluşturmuşlardır. Kusuru lineer olmayan eşitliklerde Piola-Kirchhoft gerilme bileşeni terimlerini kullanarak modellemişlerdir. Enine kayma deformasyonu ve dönme ataleti etkilerini içermektedir. Lineer olmayan frekans eşitliklerini Galerkin ve Runge-Kutta yöntemi ile belirlemişlerdir.

Mermertaş ve Belek (1990), değişken kalınlıklı, boşluklu dairesel plakların statik ve dinamik analizini incelemişlerdir. Bu çalışmada Mindlin plak sonlu eleman modelini kullanmışlardır. Ayrıca kararsız bölgelerin bulunmasında Bolotin metodunu statik kuvvetlerin etkisini dikkate alarak kullanmışlardır.

Mizusawa (1991), düzgün köşeli, daire dilimli, dairesel kalın plakların dinamik analizini yapmıştır. Analizde yarı analitik yöntem olarak bilinen, Mindlin plak teorisine dayanan sonlu şerit yöntemini ve 3 boyutlu elastik teoriye dayanan sonlu prizma yöntemini kullanmıştır. Her iki yöntem sonuçlarını karşılaştırmış ve iyi bir uyum gösterdiğini belirtmiştir. Santiago ve Bhattacharya (1991), plakların dinamik davranışını modellemek için üç adet daha doğru yükleme fonksiyonu ile ADINA programını kullanmışlar. Çalışmalarında 19 mm kalınlığında bir kalın plak ele almışlardır. Önemli miktardaki plastisiteye rağmen boyuna ve enine deformasyonlar arasındaki büyük etkileşimden dönmelerin önemli ölçüde etkilendiğini belirtmişlerdir.

Palani vd. (1992), gelişigüzel olarak dışmerkez sabitlenmiş plakların çözümünde kullanılan sonlu eleman modellerinden hangisinin en uygun olduğunu araştırmışlar ve çalışma sonunda 9 düğüm noktalı elemanın 8 düğüm noktalı elemana göre daha uygun sonuçlar verdiğini belirlemişlerdir.

Palani vd. (1993), dışmerkez mesnetlenen plakların sonlu eleman modeli ile statik ve dinamik analizini çalışmışlardır. Çalışmalarında 8 ve 9 düğüm noktalı iki izoparametrik sonlu eleman modeli kullanmışlardır. Bu modeller Mindlin plak teorisine dayandığından hem ince, hem de kalın plaklarda kullanılabilmektedirler.

Hwang ve Chen (1992), kalın kompozit dairesel plakların sonlu eleman modelini kullanarak dinamik analizini yapmışlardır. Çalışmada simetrik olmayan davranış için yüksek mertebe plak teorisine dayanan dairesel bir eleman geliştirmişlerdir. Çeşitli plak teorileri arasında karşılaştırma yapmışlar ve Mindlin plak teorisi ile yüksek mertebe plak teorisi arasında belirli tabaka düzenlemelerinde önemli farklar bulmuşlardır.

Jzeng vd. (1992), düzleminde periyodik yüklemelere maruz, değişken özellikli, dikdörtgen plakların sonlu eleman metodu ile dinamik analizini yapmışlardır. Çalışmada birinci derece kalın plak teorisini kullanarak kayma deformasyonu ve dönme ataleti etkisini dikkate almışlardır. Doğal frekans ve burkulma yükü gibi kararsız bölgelerdeki önemli parametrelerin etkisini incelemişler ve bu incelemede Rayleigh-Ritz sonlu eleman yöntemini kullanmışlardır.

Liew vd. (1993), Mindlin kayma deformasyonu plak teorisini kullanarak kenarları paralel olmayan kalın plakların dinamik analizini yapmışlardır. Çalışmada Mindlin plak teorisini kullanmışlardır. Sonuçları elde etmek için yeni geliştirilmiş pb-2 Rayleigh-Ritz metodunu kullanmışlardır. Ayrıca Poisson oranının kenarları serbest plakların titreşim frekansı üzerindeki etkisini incelemişler. Plağı değişik sınır koşullarında dikkate almışlardır. Sonuçları literatürdeki sonuçlar ile karşılaştırmışlardır.

Manoach (1993), elasto plastik dairesel kalın plakların dinamik analizini yapmıştır. Bunun için normal mod süperpozisyonu tekniğini kullanmıştır. Değişik darbe yüklerine maruz basit mesnetli plaklar için sayısal sonuçlar sunmuştur. Liu ve Yeh (1993), başlangıç kusurlu, dörtgen orta kalın ve kalın plakların doğrusal olmayan dinamik analizini yapmışlardır. Çalışmada incelenen plak, düzleminde ve düzlemine dik değişik kenar koşullarına sahiptir. Plağın çözümünde genellenmiş bir çift Fourier serisi metodu kullanmışlardır. Düzlem durumlarının üç değişik tipini incelemişler ve lineer olmayan temel frekansın bazı parametrelerden (kenar oranı, kalınlık oranı, malzeme özellikleri, ön kusurluluk, düzlem içinde kenar durumları) önemli ölçüde etkilendiğini belirtmişlerdir. Bazı sonuçları literatürdekilerle karşılaştırmışlar ve uyum gözlendiğini belirtmişlerdir.

Liew vd. (1995), mesnetleri temsil eden ortogonal polinomları kullanarak Mindlin plakların dinamik analizini yapmışlardır. Özdeğer denklemlerine varmak için Mindlin plak teorisinden elde edilen kayma deformasyonlu plakların enerji fonksiyonlarını Ritz yöntemi içinde minimize etmişlerdir. Çeşitli sınır koşullarının, kenar oranlarının ve kalınlık oranlarının orta kalın plakların frekansları üzerindeki etkisini göstermek için hesapladıkları frekans değerlerini sunmuşlardır.

Singh vd. (1995), orta kalın, simetrik olmayan, tabakalı kompozit plakların lineer olmayan dinamik analizini yapmışlardır. Çalışmada sonlu eleman yöntemini kullanmışlardır ve C^1 süreklilikli elemanla sistemi modellemişlerdir. Köşelerinden mesnetlenmiş simetrik olmayan plakların pozitif ve negatif dönme yönlerinde değişik genlikte titreştiğini belirtmişlerdir. Bu durumun davranışın sınır koşullarından çok fazla etkilendiğini gösterdiğini belirtmişlerdir. Çalışmada tabakalı plakların değişik şekilleri için sonuçlar sunmuşlardır.

Frederiksen (1995), dört kenarı serbest olan tabakalı kalın plakların dinamik analizini yapmıştır. Çalışmada iki değişik basit tabakalı plak teorisi kullanmıştır. Sonuçların doğruluğunu üç boyutlu sonlu eleman analizi sonuçları ile karşılaştırarak göstermiştir.

Lee ve Kim (1995), dikdörtgen, izotrop, kalın plakların dinamik analizini yapmışlardır. Bunun için başta Timoshenko kiriş fonksiyonlarında bulunan sınır koşullarını kullanmışlar ancak Kantonovich'in iterasyon metodunu kullanarak karakteristik Mindlin plak fonksiyonlarını elde ederek çözmüşlerdir. Çalışmada elde edilen sonuçların Rayleigh-Ritz analizi veya sonlu eleman yöntemi ile gerçekleştirilen analiz sonuçlarından daha doğru olduğunu belirtmişlerdir.

Liew vd. (1995), kayma deformasyonlu orta kalın dikdörtgen plakların birinci derece Mindlin teorisine dayanarak dinamik analizini yapmışlardır. Plakların yerdeğiştirme ve dönme fonksiyonlarına mesnetleri temsil eden ortagonal polinomların kümesi ile yaklaşmışlardır. Özdeğer denklemlerine varmak için Ritz yöntemi içinde en aza indirgenen Mindlin plak teorisinden kayma deformasyonlu plakların enerji fonksiyonlarını elde edilmişlerdir. Elde ettikleri sonuçları literatürdekilerle karşılaştırmışlar ve uyum gözlendiğini belirtmişlerdir.

Liu ve To (1995), kabuk ve plaklardan oluşan yapıların dinamik analizini yapmışlardır. Çalışmada sonlu eleman metodunu kullanmışlar ve bunun için 3 düğüm noktalı, 18 serbestlik dereceli bir üçgen elemanla sistemi modellemişlerdir.

Liew (1996), tabakalı kalın plakların dinamik analizini yapmıştır. Çalışmada Mindlin plak teorisi ve p-Ritz metodunu kullanmıştır. Sadece p-Ritz metodu ile kalın kompozit plakların dinamik analizini yapmamış, ayrıca çeşitli sınır koşulları için hesap yönteminin kolay otomasyonunu göstermiştir. Enine kayma deformasyonu ve dönme ataletinin etkilerini birleştirmek için birinci derece Reissner/Mindlin plak teorisini uygulamıştır. Ayrıca değişik sınır koşulları, kenar oranları, kalınlık oranları için boyutsuz frekans parametrelerini sunmuştur.

Gorman ve Ding (1996), superpozisyon-Galerkin metodu ile kalın plakların dinamik analizini yapmışlardır. Sonuçlar Mindlin plak teorisinden elde edilenlerle karşılaştırmışlar ve uyum olduğunu belirtmişlerdir.

Ganapathi vd. (1996), orta kalın plakların orta genlikli dönmelerinin statik ve dinamik analizini yapmışlardır. Bunun için yeni bir 8 düğüm noktalı C⁰ süreklilikli plak dörtgen eleman oluşturup Reissner-Mindlin plakları teorisini kullanarak çözmüşlerdir.

Xiang vd. (1997), elastik kenar mesnetlerine sahip dikdörtgen Mindlin plakların dinamik analizini çalışmışlardır. Çalışmada Ritz metodunu ve Mindlin plak teorisini kullanmışlardır. Ancak Ritz metodu değişik formulasyonlarla birleştirilmiş ve Mindlin plak teorisine gereken sınır koşulları koyulmuştur. Rijitleştirici elastik yayların, kalınlığın ve kenar oranlarının dikdörtgen Mindlin plakların titreşiminin doğal frekansı üzerindeki etkisini çeşitli sayısal sonuçlarla araştırmışlardır.

So ve Leissa (1998), boşluklu ve boşluksuz dairesel kalın plakların üç boyutlu dinamik analizini yapmışlardır. Çalışmada Ritz metodunu kullanarak bu tip plakların gerçek frekanslarını belirlemişlerdir. Sonuçları iki boyutlu Mindlin kalın plak teorisinden elde edilenlerle karşılaştırmışlardır.

Kang ve Leissa (1998), doğrusal olarak kalınlığı değişen, dairesel kalın plakların üç boyutlu dinamik analizini yapmışlardır. Çalışmada Ritz metodunu kullanmışlar ve çeşitli sınır durumlarını da incelemişlerdir. Elde edilen sonuçları iki boyutlu klasik ince plak teorisinden elde edilenlerle karşılaştırmışlardır.

Lange ve Bottega (1998), darbe yüklerine maruz çok tabakalı kalın plakların elastodinamik davranışını incelemişlerdir.

Carrera ve Krause (1998), RMZC (Reissner-Mindlin, Zig-Zag, Süreklilikli) modelini kullanarak çok tabakalı kalın plakların doğrusal olmayan dinamik analizini yapmışlardır. Doğrusal olmayan bu sistemdeki bütün eşitlikleri Newton-Raphson doğrusallaştırma ve Newmark zaman integrasyonu yöntemini kullanarak elde etmişlerdir. Dinamik yükler altında değişik düzende lif yerleşimine sahip, ince ve kalın, simetrik ve simetrik olmayan tabakalı plakları incelemişlerdir. Kayma deformasyonu, Cz⁰ ve doğrusal olmayan etkileri, RMZC, CLT (klasik tabakalı teori) ve FSDT (birinci derece kayma deformasyonu teorisi) karşılaştırılarak açıklanmıştır. Çalışma sonunda RMZE modelinin kalın plakların geniş genlikli titreşiminde FSDT sonuçlarını geliştirdiğini doğrulamışlardır.

Deshun vd. (1999), elastik kalın plakların dinamik analizini yapmışlardır. Çalışmalarında Reissner ve Mindlin plak teorilerinden faydalanmışlardır. Ancak bu çalışmada eğilme, enine kayma deformasyonu, dönme ataletinin yanında enine normal gerilme ve levha (membran) kuvvetinin etkisini de dikkate almışlardır.

Chen vd. (1999), orta kalın, simetrik tabakalı, eliptik (elipsten dikdörtgene doğru sıralanan) plakların dinamik analizini yapmışlardır. Çalışmada enerji integral fonksiyonunu oluşturmak için Reddy'nin yüksek mertebe plak teorisini kullanmışlardır. Ayrıca p-Ritz yöntemini enerji integralini en aza indirgemek ve özdeğer denklemlerini elde etmek için kullanmışlardır. Çalışmalarında dört kenarından serbest, basit mesnetli ve ankastre mesnetli, köşeleri dairesel hale getirilmiş plakları dikkate almışlardır. Elde edilen frekans parametrelerini mevcut sonuçlarla karşılaştırmışlardır.

Liu ve Liew (1999), karışık sınır koşulları ile orta kalınlıklı dikdörtgen plakların dinamik analizini yapmışlardır.

Deshun vd. (1999), kalın plakların gelişi güzel şekildeki genel hareket denklemini varyasyon prensibini kullanarak düzenlemişlerdir. Kurulan teori eğilme, enine kayma deformasyonları ve dönme ataletinin etkisinin yanında enine normal gerilmeler ve levha (membran) kuvvetlerin etkisini de içermektedir. Bazı sayısal sonuçları teknik literatürdekilerle karşılaştırmışlardır. Kalın plaklarda frekansların yoğun bölgelerinin bulunduğunu ve frekans yerlerinde kayma oluştuğunu, bu sebeple enine normal gerilmelerin etkisinin dikkate alınması gerektiğini belirtmişlerdir.

Lok ve Cheng (2001), geleneksel düzenlemelerden farklı kafes çekirdekli sandiviç panellerin serbest ve zorlanmış titreşimini incelemişlerdir. Çalışmada basit mesnetli ortotrop kalın plaklar için çiftli seri çözümleri kullanmışlardır. Bu teknik iki ve üç boyutlu sonlu eleman analizinden daha az hesap gerektirmektedir. Elde edilen sonuçlardan kapalı form çözümlerinin sonlu eleman sonuçları ile çok iyi bir uyum gösterdiğini belirlemişlerdir.

1.3. Mindlin PlakTeorisi

Bu çalışmada izotrop dörtgen kalın plakların diferansiyel denklemleri ile kesme kuvvetleri ve moment denklemleri Mindlin Teorisi kabulleri kullanılarak elde edilecektir. Bu teoride yapılan kabuller aşağıda verilmektedir (Günaydın, 2000).

- 1. Malzeme, homojen ve lineer elastiktir.
- 2. Eğilme esnasında plağın orta yüzeyinde şekildeğiştirme meydana gelmemektedir.
- 3. Düşey doğrultudaki gerilmeler diğer gerilmeler ile kıyaslandığında çok küçük kalmaktadır. Bu nedenle σ_z gerilmeleri Mindlin Teorisi'nde ihmal edilmektedir.
- 4. Lagrange'ın klasik plak denklemlerinden farklı olarak τ_{xz} ve τ_{yz} gerilmeleri ihmal edilmemektedir.
- 5. Denge denklemlerinde hacim kuvvetleri ihmal edilmektedir.
- Şekil değiştirmeden önce düzlem ve orta yüzeye dik olan kesitler şekil değiştirmeden sonra da düzlem kalırlar ancak orta yüzeye dik olmazlar (Sarı, 1998).

Bu kabullerden ilk ikisi aynı zamanda Kirchoff plak teorisinde de kullanılan kabullerdir. Mindlin plak teorisi son kabul ile Kirchoff plak teorisinden ayrılmaktadır. Bu kabul düzleme dik kayma şekildeğiştirmelerinin etkisini hesaba katmaktadır. Kalınlık arttıkça söz konusu etkinin hesaba katılması zorunlu olmaktadır.

1.3.1. Yerdeğiştirme Bileşenleri

Bu çalışmada kullanılan plakta dikkate alınan serbestliklerin şeması Şekil 1.1'de verilmektedir.



Şekil 1.1. Bu çalışmada kullanılan plakta dikkate alınan serbestlikler şeması

Şekil 1.1'den görüldüğü gibi, plakta üç serbestlik tanımlanmaktadır. Burada u ve v'nin z ile orantılı ve w'nın z'den bağımsız olduğu kabul edilirse plak yerdeğiştirmeleri, w plağın düşey yerdeğiştirmesini, φ_x, φ_y sırasıyla x ve y doğrultularındaki dönmeleri göstermek üzere,

$$w = w$$

$$v = z \varphi_y ,$$

$$u = -z \varphi_x$$
(1.1)

şeklinde yazılabilmektedir (Mindlin, 1951).

1.3.2. Şekildeğiştirme-Yerdeğiştirme Bağıntıları

Bu çalışmada dikkate alınan koordinat eksenleri ve şematik plak Şekil 1.2'de verilmektedir.


Şekil 1.2. Bu çalışmada kullanılan koordinat eksenleri ve plak şeması ile dış etki

Plağın şekildeğiştirme bağıntıları, *u*, *v* ve *w* sırasıyla x, y ve z eksenleri doğrultularındaki yerdeğiştirmeleri göstermek üzere bu yerdeğiştirmeler cinsinden,

$$\varepsilon_{x} = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad \qquad \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\varepsilon_{y} = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \qquad \gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\varepsilon_{z} = \frac{\partial w}{\partial z} \qquad \qquad \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}$$
(1.2)

ifadeleriyle verilmektedir (Szilard, 1974). Burada ε_x , ε_y , ε_z plağın x, y, z eksenleri doğrultusundaki şekil değiştirmeleri, γ_{xy} , γ_{xz} , γ_{yz} plağın xy, xz, yz düzlemlerindeki açısal şekil değiştirmelerini göstermektedir.

Denklem (1.1) Denklem (1.2)'de yerine yazılırsa şekildeğiştirmeler için

$$\varepsilon_{x} = -z \frac{\partial \varphi_{x}}{\partial x}, \qquad \gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} - \varphi_{x}$$

$$\varepsilon_{y} = z \frac{\partial \varphi_{y}}{\partial y}, \qquad \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \varphi_{y} \qquad (1.3)$$

$$\varepsilon_{z} = \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \qquad \gamma_{xy} = z \frac{\partial \varphi_{y}}{\partial x} - z \frac{\partial \varphi_{x}}{\partial y} = z \left(-\frac{\partial \varphi_{x}}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_{y}}{\partial x} \right)$$

bağıntıları elde edilmektedir.

1.3.3. Gerilme-Şekildeğiştirme Bağıntıları

Homojen, lineer bir plak için, normal ve kayma gerilmeleri cinsinden, normal ve kayma birim şekildeğiştirme bağıntıları, E_x , E_y ve E_z sırasıyla x, y, z, eksenleri doğrultularındaki elastisite modüllerini, G_{xy} , G_{xz} ve G_{yz} kayma modullerini, υ_{xy} , υ_{xz} , υ_{yx} , υ_{zx} ve υ_{zy} Poisson oranlarını ve σ_x , σ_y , σ_z , τ_{xy} , τ_{xz} ve τ_{yz} plakta bir noktadaki 3 boyutlu gerilmeleri göstermek üzere,

$$\varepsilon_{x} = \frac{1}{E_{x}} \left(\sigma_{x} - \upsilon_{xy} \sigma_{y} - v_{xz} \sigma_{z} \right) \qquad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}}$$

$$\varepsilon_{y} = \frac{1}{E_{y}} \left(\sigma_{y} - \upsilon_{yx} \sigma_{x} - v_{yz} \sigma_{z} \right) \qquad \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G_{xz}} \qquad (1.4)$$

$$\varepsilon_{z} = \frac{1}{E_{z}} \left(\sigma_{z} - \upsilon_{zx} \sigma_{x} - v_{zy} \sigma_{y} \right) \qquad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G_{yz}}$$

şeklinde verilmektedir. İzotrop plaklar için bu ifadelerde

$$E_x = E_y = E_z = E$$

$$G_{xy} = G_{xz} = G_{yz} = G$$

$$\nu_{xy} = \nu_{xz} = \nu_{yx} = \nu_{yz} = \nu_{zx} = \nu_{zy} = \nu$$
(1.5)

olmaktadır.

1.3.4. Gerilme-Yerdeğiştirme Bağıntıları

Gerilme değerlerini veren genel ifade matris formunda

$$\{\sigma\} = [E]\{\varepsilon\} \tag{1.6}$$

şeklindedir. Burada [E] elastisite matrisini ifade etmektedir ve izotrop kalın plaklar için 5x5 boyutunda bir matris ile ifade edilmektedir. Bu matris, 3x3 ve 2x2 olarak üst ve alt matrislere ayrıldığında, aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{\kappa} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_{\gamma} \end{bmatrix}. \tag{1.7}$$

Burada E_{κ} ve E_{γ} sırasıyla plağın eğilme elastisite matrisini ve kayma elastisite matrisini göstermek üzere;

$$\begin{bmatrix} E_{\kappa} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{p} & \nu D_{p} & 0 \\ \nu D_{p} & D_{p} & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} E_{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kG & 0 \\ 0 & kG \end{bmatrix}$$
(1.8)

bağıntılarıyla ifade edilmektedir (Chen ve Cheung, 2000; Cai vd., 2002). Burada D plağın eğilme rijitliği paremetresini, G, kayma modülünü göstermektedir ve

$$D_p = \frac{E}{(1-\nu^2)}, \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$
 (1.9)

bağıntılarıyla belirlenmektedir. Bilindiği üzere kalınlık doğrultusundaki kayma gerilmesi dağılımı paraboliktir. Hesaplarda basitleştirme sağlaması bakımından bu gerilme dağılımı üniform kabul edilmektedir. Bu kabulün sonucu olarak parabolik dağılımın üniforma çevrilmesi için bir k kayma düzeltme katsayısı kullanılmaktadır. Bu çalışmada kayma düzeltme katsayısı Reissner(1945) teorisinde kullanıldığı gibi 5/6 olarak dikkate alınacaktır.

Denklem (1.3) ile verilen şekildeğiştirme-yerdeğiştirme bağıntılarının Denklem (1.4) ile verilen gerilme-şekildeğiştirme bağıntılarında yerinde yazılmasından sonra gerilmeyerdeğiştirme bağıntıları izotrop bir plak için

$$\sigma_{x} = D\left(-\frac{\partial\varphi_{x}}{\partial x} + v\frac{\partial\varphi_{y}}{\partial y}\right)$$

$$\sigma_{y} = D\left(-v\frac{\partial\varphi_{x}}{\partial x} + \frac{\partial\varphi_{y}}{\partial y}\right)$$

$$\tau_{xy} = G\left(-\frac{\partial\varphi_{x}}{\partial y} + \frac{\partial\varphi_{y}}{\partial x}\right)$$

$$\tau_{xz} = \kappa G\left(\frac{\partial w}{\partial x} - \varphi_{x}\right)$$

$$\tau_{yz} = \kappa G\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \varphi_{y}\right)$$
(1.10)

şeklinde elde edilmektedir.

1.3.5. Moment ve Kesme Kuvveti Bağıntıları

Pozitif yönleri Şekil 1.3'de gösterilen, gerilme bağıntılarından elde edilen moment ve kesme kuvvetleri ifadeleri aşağıda verilmektedir (Uğural, 1981).

$$M_{x} = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sigma_{x} z dz$$

$$-\frac{t}{2}$$

$$M_{y} = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sigma_{y} z dz$$

$$M_{xy} = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \tau_{xy} z dz$$

$$Q_{x} = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \tau_{xz} dz$$

$$Q_{y} = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \tau_{yz} dz$$

(1.11)



Şekil 1.3. Dış kuvvetler ve momentlerin pozitif yönleri

Denklem (1.10) ile verilen gerilme-yerdeğiştirme bağıntıları Denklem (1.11)'de yerlerine yazılıra ve plak kalınlığı boyunca integrasyonu alınırsa plağın herhangi bir noktasındaki moment ve kesme kuvvetlerini veren bağıntılar,

$$M_{x} = D \frac{t^{3}}{12} \left(-\frac{\partial \varphi_{x}}{\partial x} + v \frac{\partial \varphi_{y}}{\partial y} \right)$$

$$M_{y} = D \frac{t^{3}}{12} \left(\frac{\partial \varphi_{y}}{\partial y} - v \frac{\partial \varphi_{x}}{\partial x} \right)$$

$$M_{xy} = G \frac{t^{3}}{12} \left(-\frac{\partial \varphi_{x}}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_{y}}{\partial x} \right)$$

$$Q_{x} = \kappa G t \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \varphi_{x} \right)$$

$$Q_{y} = \kappa G t \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \varphi_{y} \right)$$
(1.12)

şeklinde elde edilmektedir.

Klasik plak teorisine göre gerilme-şekildeğiştirme bağıntılarından elde edilen gerilme ifadeleri;

$$\sigma_x = \frac{12M_x}{t^3} z, \quad \sigma_y = \frac{12M_y}{t^3} z, \quad \tau_{xy} = \frac{12M_{xy}}{t^3} z$$
(1.13)

şeklinde verilmektedir.

Şekil 1.4'de verilen gerilme diyagramı kullanılırsa, t plağın kalınlığını göstermek üzere kayma gerilmeleri ifadeleri,

$$\tau_{xz} = \frac{3Q_X}{2t} \left[1 - \left(\frac{2z}{t}\right)^2 \right], \qquad \tau_{yz} = \frac{3Q_y}{2t} \left[1 - \left(\frac{2z}{t}\right)^2 \right]$$
(1.14)

şeklinde elde edilmektedir.



Şekil 1.4. Plak elemanda gerilme bileşenleri

1.3.6. Plak Denklemleri

Düzgün yayılı yüke maruz plaktan çıkarılan çok küçük bir eleman üzerinde moment ve kesme kuvvetlerinin her bir yüzdeki dağılımından faydalanarak denge denklemleri,

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = 0$$

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y = 0$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q = 0$$
(1.15)

şeklinde belirlenebilmektedir (Timoshenko ve Krieger, 1959; Sarı, 1998).

1.4. Plakların Serbest ve Zorlanmış Titreşimi

1.4.1. Plakların Serbest Titreşimi

Serbest titreşime maruz sönümsüz bir sistemin genel hareket denklemi (Tedesco vd., 1998) [M] kütle matrisi, [K] rijitlik matrisi, w plağın düşey yerdeğiştirmesi, w plağın ivmesi olmak üzere

$$[M]{\ddot{w}} + [K]{w} = 0$$
(1.16)

ifadesiyle verilmektedir. Bu denklemde hareketin sinüzoidal olduğu kabulüyle

w=W sin
$$\omega t$$
 (1.17)

ifadesi gerekli türevler alınarak Denklem (1.16)'da yerine yazılıp, ara işlemler yapılırsa

$$[\mathbf{K} - \boldsymbol{\omega}^2 \mathbf{M}]\mathbf{W} = \mathbf{0} \tag{1.18}$$

bağıntısı elde edilmektedir. Bilindiği gibi bu bağıntı bir özdeğer analizi denklemidir. Daha sonra belirlenecek olan kütle matrisi köşegen olmadığından bu problem genelleştirilmiş bir özdeğer problemi olmaktadır. Görüldüğü gibi bu ifadenin çözümünden elde edilen özdeğerler açısal frekansın karesine karşılık gelmektedir. Periyot ile açısal frekans arasındaki $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ifadesinden periyotlar ve açısal frekans ile doğal frekans arasındaki $\omega = 2\pi f$ bağıntısından veya periyot ile doğal frekans arasındaki $f = \frac{1}{T}$ bağıntısından doğal frekans değerleri belirlenebilecektir.

1.4.2. Plakların Zorlanmış Titreşimi

Deprem etkisinde plakların hareket denklemi, [C] plağın sönüm matrisini, \dot{w} plağın hızını , \ddot{u}_g de deprem ivmesini göstermek üzere (Tedesco vd., 1998)

$$[M]{\ddot{w}} + [C]{\dot{w}} + [K]{w} = -[M]{\ddot{u}_g}.$$
(1.19)

şeklindedir. Bu denklemin zamana göre integrasyonunda sayısal çözüm yöntemlerinden biri olan Newmark-β yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemin esası aşağıda verilmektedir.

1.5. Newmark-β Yöntemi

Bu yöntemle yapı tepkilerinin belirlenmesinde, tepki parametreleri olan yerdeğiştirme, hız ve ivmeyi, verilen bir zamanda ve bu zamandan bir önceki zamandaki kendi değerleri ile ilişkilendirerek çözen ifadeler kullanılmaktadır. Bu tür bir ifadeye ait genel denklem, A₁, B₁, ve C₁ sabitleri ve R hatayı göstermek üzere (Ayvaz, 1992),

$$w_{n+1} = \sum_{l=n-k}^{n} A_{l} w_{l} + \sum_{l=n-k}^{n+1} B_{l} \dot{w}_{l} + \sum_{l=n-k}^{n+1} C_{l} \ddot{w}_{l} + R$$
(1.20)

şeklindedir.

Newmark- β yönteminde, w, 1, t, t² değerlerini almaktadır. Genel hız denklemi

$$\dot{\mathbf{w}}_{n+1} = \mathbf{a}_1 \dot{\mathbf{w}}_n + \mathbf{a}_2 \ddot{\mathbf{w}}_n + \mathbf{a}_3 \ddot{\mathbf{w}}_{n+1}.$$
(1.21)

şeklindedir (Humar, 1990).

w için 1, t, t² değerleri kullanılarak Denklem (1.21)'deki üç bilinmeyen a_1 , a_2 ve a_3 sabitleri , Δt zaman artımını, γ bir sayıyı göstermek üzere (Ayvaz, 1992),

$$a_1 = 1 \qquad a_2 = (1 - \gamma) \Delta t \qquad a_3 = \gamma \Delta t \qquad (1.22)$$

olarak belirlenmektedir. Denklem (1.22) Denklem (1.21)'de yerine yazılırsa hız denklemi (Ayvaz, 1992),

$$\dot{\mathbf{w}}_{n+1} = \dot{\mathbf{w}}_n + (1 - \gamma)\Delta t \ddot{\mathbf{w}}_n + \gamma \Delta t \ddot{\mathbf{w}}_{n+1}.$$
(1.23)

olarak elde edilmektedir.

Bu yöntemle yerdeğiştirme ifadesi de b1, b2, b3 ve b4 sabit olmak üzere

$$w_{n+1} = b_1 w_n + b_2 \dot{w}_n + b_3 \ddot{w}_n + b_4 \ddot{w}_{n+1}.$$
(1.24)

bağıntısıyla verilmektedir (Humar,1990). Hız ifadesindeki sabitlerin belirlenmesindeki yol izlenirse bu sabitler, β bir sayıyı göstermek üzere (Ayvaz, 1992),

$$b_1=1,$$
 $b_2=\Delta t,$ $b_3=\left(\frac{1}{2}-\beta\right)\Delta t^2,$ $b_4=\beta \Delta t^2$ (1.25)

olarak belirlenmektedir. Denklem (1.25) Denklem (1.24)'de yerine yazılırsa yerdeğiştirme denklemi

$$w_{n+1} = w_n + \Delta t \dot{w}_n + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \ddot{w}_n + \beta \Delta t^2 \ddot{w}_{n+1}$$
(1.26)

olarak elde edilmektedir. Denklem (1.26)'dan \ddot{w}_{n+1} çekilerek yalnız bırakılırsa, \ddot{w}_{n+1} için

$$\ddot{\mathbf{w}}_{n+1} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} \left[\mathbf{w}_{n+1} - \mathbf{w}_n - \Delta t \dot{\mathbf{w}}_n - \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \ddot{\mathbf{w}}_n \right]$$
(1.27)

denklemi elde edilmektedir. Denklem (1.27) Denklem (1.3)'de yerine yazılırsa, Denklem (1.2.1)

$$\dot{\mathbf{w}}_{n+1} = \frac{\gamma}{\beta \Delta t^2} \left[\mathbf{w}_{n+1} - \mathbf{w}_n \right] + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta} \right) \dot{\mathbf{w}}_n + \left[\left(1 - \gamma \right) \Delta t - \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \Delta t^2 \right] \ddot{\mathbf{w}}_n$$
(1.28)

şeklini almaktadır.

Denklem (1.27) ve (1.28), Denklem (1.19)'un (n+1). zaman adımı için yazılmış halinde yerine yazılırsa (Ayvaz, 1992)

$$\begin{split} &\left(\frac{1}{\beta\Delta t^{2}}[M] + [C]\frac{\gamma}{\beta\Delta t} + [K]\right) \{w\}_{n+1} = \\ &- [M] \{\ddot{u}_{g}\}_{n+1} + [C] \left(\frac{\gamma}{\beta\Delta t} w_{n} - \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \dot{w}_{n} - \left\{(1 - \gamma)\Delta t - \frac{\gamma}{\beta\Delta t} \left(\frac{1}{2} - \beta\right)\Delta t^{2}\right\} \ddot{w}_{n}\right) \qquad (1.29) \\ &+ \frac{1}{\beta\Delta t^{2}} [M] \left\{\{w\}_{n} + \Delta t \{\dot{w}\}_{n} + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)\Delta t^{2} \{\ddot{w}\}_{n}\right) \end{split}$$

denklemi elde edilmektedir.

Plağın zaman tanım alanında hesap yöntemi kullanılarak dinamik analizini yapıp her bir düğüm noktasındaki yerdeğiştirmelerini belirlemek için denklem (1.29), (1.27) ve (1.28) her bir zaman adımı için ardışık olarak sırasıyla çözülür. Bu çalışmada elde edilen sonuçlarda emniyetli tarafta kalmak amacıyla sönüm dikkate alınmamıştır. Belirtilen bu üç denklemin çözümü için γ ve β sabitlerinin bilinmesi gerekmektedir. Çözümde ortalama ivme yaklaşımı için $\gamma = \frac{1}{2}$ ve $\beta = \frac{1}{4}$, lineer ivme yaklaşımı için ise $\gamma = \frac{1}{2}$ ve $\beta = \frac{1}{6}$ olarak verilmektedir. Ortalama ivme yaklaşımında çözümlemede sonuca gidebilmede Δt için için herhangi bir şart bulunmamaktadır. Ancak lineer ivme yaklaşımında çözümlemede sonuca gidebilmede Δt için (Ayvaz, 1992),

$$\frac{\Delta t}{T} \langle \frac{\sqrt{3}}{\pi} \,. \tag{1.30}$$

ifadesinin sağlanması gerekmektedir. Bu nedenle bu çalışmada yukarıda belirtilen ve ardışık olarak çözülmesi gereken denklemlerin çözümünde koşulsuz olan ortalama ivme yaklaşımı kullanılmaktadır.

1.6. Çalışmanın Amaç ve Kapsamı

Bu çalışmanın amacı deprem etkisindeki kalın plaklar Mindlin Plak teorisini kullanarak parametrik olarak incelemek ve kenar oranları (b/a), kalınlık/kenar oranları (t/a) ve mesnet koşullarının deprem etkisindeki bu tür plakların lineer davranışlarına etkilerini belirlemektir. Bu amaç doğrultusunda C++ programlama dilinde bir bilgisayar programı hazırlanmış ve inceleme bu program yardımıyla gerçekleştirilmiştir. Programda mekanda

integrasyon için sayısal çözümleme yöntemlerinden biri olan sonlu elemanlar yöntemi, zamana göre integrasyon için ise Newmark-β yöntemi kullanılmıştır. Problemin sonlu elemanlar yöntemine göre formülasyonunda literatürde yaygın olarak kullanılan 4 ve 8 düğüm noktalı dörtgen elemanlara ilave olarak dördüncü dereceden şekil fonksiyonuna sahip 17 düğüm noktalı dörtgen eleman da kullanılmıştır. Dikkate alınan plakların hem dört kenarından basit hem de dört kenarından ankastre mesnetli olduğu varsayılarak tüm analizler gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada deprem yükü olarak daha öncede belirtildiği gibi 13 Mart 1992 Erzincan depreminin Doğu-Batı bileşeninin ilk 8 s.'lik kısmı (Şekil 1.5) dikkate alınmıştır.

Bu çalışmada aynı zamanda, elde edilen sonuçların güvenilir olması ve uygulamada çalışan mühendislere detaylı bir veri sağlaması amacıyla, düzgün yayılı yükün etkisinde de yukarıda belirtilen parametrelere bağlı olarak incelemeler yapılmış ve çalışmada dikkate alınan 3 farklı sonlu elemanda, literatürde sıkça rastlanılan, kayma kilitlenmesi problemi olup olmadığı irdelenmiştir.



Şekil 1.1. 13 Mart 1992 Erzincan Depremi Doğu-Batı bileşeni

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

2.1. Giriş

Sayısal yöntemlerin çoğunda çözüm, sistemin düğüm noktaları olarak adlandırılan belirli noktalarında elde edilmektedir. Yapı statiğinde matris yöntemler, düğüm noktalarında birleşen çubuklardan oluşan yapıların çözümlenmesinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu tür yapılarda düğüm noktalarının yerlerini seçmek kolaydır. Örneğin kolon-kiriş birleşim bölgeleri ile tekil yüklerin etkidiği noktalar düğüm noktaları olarak kabul edilmektedir. Fakat sürekli ortamdan oluşan yapı veya yapı elemanlarında (plak, kabuk, baraj, uçak gövdesi gibi) bir çerçeve iskeleti söz konusu olmadığından kolayca saptanan düğüm noktaları da bulunmamaktadır. Bu tür yapı veya yapı elemanlarında yapay düğüm noktaları yerleştirilerek yapının belirli sayıda elemandan meydana geldiği kabulü yapılmakta yani yapı veya yapı elemanı ayrıklaştırılmaktadır. Bu sonlu elemanlar iki veya üç boyutlu olabilirlerse de genellikle iki boyutlu üçgen veya dörtgen elemanlar kullanılmaktadır. Sonuç olarak tek bir işlemde tüm yapıyı çözmek yerine çözümler yapıyı meydana getiren her ayrı eleman için formüle edilmekte ve bir araya getirildiğinde tüm elde edilmektedir. Böylelikle yapının davranısı analiz yönteminin oldukca basitleştirilmesine karşın, işlem sayısı esas yapıyı oluşturan sonlu eleman sayısına bağlı olarak artmaktadır ve bu işlemler ancak bilgisayar yardımıyla gerçekleştirilebilmektedir (Köksal, 1995).

2.2. Problemin Sonlu Elemanlar Yöntemine Göre Formülasyonu

Bir problemin sonlu eleman yöntemi kullanılarak modellenmesinde değişik eleman çeşitleri kullanılmaktadır. Örneğin üçgen eleman, dikdörtgen eleman, dörtgen eleman ve dairesel eleman gibi. Bu elemanlar da değişik sayıda düğüm noktaları ve değişik serbestlik dereceleri ile çeşitlendirilmektedirler. Bu çalışmada 4, 8 ve 17 düğüm noktalı dörtgen sonlu kalın plak eğilme elemanları kullanılarak modelleme yapılmıştır. Bu elemanlar sırasıyla KPEE4, KPEE8 ve KPEE17 olarak adlandırılmaktadır.

Her bir elemanın yerdeğiştirme fonksiyonu farklı olmakta ve bu elemanların şekilleri Şekil 2.1'de verilmektedir. 4 düğüm noktalı elmanınki birinci derece (lineer), 8 düğüm noktalınınki ikici derece (quadratik) ve 17 düğüm noktalı eleman ise dördüncü derece polinomdan oluşmaktadır (Özdemir ve Ayvaz, 2007).



Şekil 2.1. Çalışmada kullanılan sonlu eleman modelleri

Düzgün yayılı yükün etkisindeki bir plakta yapılan işin denklemi (Tedesco, 1998);

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{A-t/2}^{t/2} \kappa^{T} \overline{E}_{\kappa} \kappa d_{A} + \frac{k}{2} \int_{A-t/2}^{t/2} \gamma^{T} \overline{E}_{\gamma} \gamma d_{A} - \int_{A-t/2}^{t/2} q W d_{A}$$
(2.1)

bağıntısıyla verilmektedir. Burada \overline{E}_k ve \overline{E}_{γ} eğilme ve kayma şekil değiştirme vektörlerini göstermek üzere

$$\overline{E}_k = E_k \frac{t^3}{12}, \qquad \overline{E}_{\gamma} = E_{\gamma} t.$$
 (2.2)

bağıntısıyla verilmektedir.

Bu denklemdeki E_k ve E_{γ} daha önce Denklem (1.8) ile tanımlanmıştı. κ ve γ ise

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial \varphi_x}{\partial x} & \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} & -\frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(2.3)

$$\gamma = \begin{bmatrix} -\phi_x + \frac{\partial w}{\partial x} & \phi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$
(2.4)

bağıntıları ile verilmektedir.

Bu vektörlerin sonlu eleman yönteminde hesaplanabilmesi için ilk önce elemanın yerdeğiştime fonksiyonunun ifade edilmesi gerekmektedir. Bu çalışmada dikkate alınan bu üç farklı dörtgen elemanın yerdeğiştirme fonksiyonu sırasıyla

$$w_4 = c_1 + c_2 r + c_3 s + c_4 r s. \tag{2.5a}$$

$$w_8 = c_1 + c_2 r + c_3 s + c_4 r^2 + c_5 r s + c_6 s^2 + c_7 r^2 s + c_8 r s^2.$$
(2.5b)

$$w_{17} = c_1 + c_2 r + c_3 s + c_4 r^2 + c_5 r s + c_6 s^2 + c_7 r^2 s + c_8 r s^2 + c_9 r^3 + c_{10} r^3 s + c_{11} r s^3 + c_{12} s^3 + c_{13} r^2 s^2 + c_{14} r^4 + c_{15} r^4 s + c_{16} r s^4 + c_{17} s^4.$$
(2.5c)

bağıntılarıyla verilmektedir (Bathe,1996; Özdemir ve Ayvaz, 2007). KPEE17'ye ait yerdeğiştirme fonksiyonu elde edilirken öncelikle serendipity yaklaşıma göre istenilen polinom derecesi için Pascal üçgeninden ilgili terimler seçilmiş ve her bir polinom terimine bir bilinmeyen katsayısı atanarak w₁₇ belirlenmektedir. Elde edilen polinomun katsayılarını bulmak için enterpolasyon işleminin gerçekleştirileceği her noktanın konum bilgisinden hareketle katsayıların bilinmeyen olduğu bir denklem takımı (Vandermonde matrisi) kurulmaktadır. Daha sonra bu denklem takımı her bir şekil fonksiyonu için çözülerek her noktanın kendisine ait şekil fonksiyonu elde edilmektedir.

Yukarıda verilen yerdeğiştirme fonksiyonlarına bağlı olarak bu üç elemanın şekil fonksiyonları

$$h_{1} = (\frac{1}{4})^{*} (1 - r)^{*} (1 - s), \quad h_{2} = (\frac{1}{4})^{*} (1 - r)^{*} (1 + s),$$

$$h_{3} = (\frac{1}{4})^{*} (1 + r)^{*} (1 + s), \quad h_{4} = (\frac{1}{4})^{*} (1 + r)^{*} (1 - s),$$
(2.6)

$$h_{1} = (\frac{1}{4})^{*} (1 - r)^{*} (1 - s)^{*} (-r - s - 1), \quad h_{2} = (\frac{1}{2})^{*} (1 - r^{*} r)^{*} (1 - s)$$

$$h_{3} = (\frac{1}{4})^{*} (1 + r)^{*} (1 - s)^{*} (r - s - 1), \quad h_{4} = (\frac{1}{2})^{*} (1 + r)^{*} (1 - s^{*} s)$$

$$h_{5} = (\frac{1}{4})^{*} (1 + r)^{*} (1 + s)^{*} (r + s - 1), \quad h_{6} = (\frac{1}{2})^{*} (1 - r^{*} r)^{*} (1 + s)$$

$$h_{7} = (\frac{1}{4})^{*} (1 - r)^{*} (1 + s)^{*} (-r + s - 1), \quad h_{8} = (\frac{1}{2})^{*} (1 - r)^{*} (1 - s^{*} s)$$
(2.7)

$$\begin{split} h_{1} &= \left(\frac{1}{3}\right)r + \left(\frac{1}{3}\right)s - \left(\frac{5}{12}\right)r^{*}s - \left(\frac{1}{3}\right)r^{2} + \left(\frac{1}{12}\right)r^{2}s + s + \left(\frac{1}{12}\right)r^{*}s^{2} - \left(\frac{1}{3}\right)r^{3}s^{2} - \left(\frac{1}{3}\right)r^{3}s + \left(\frac{1}{3}\right)r^{3}s + s \\ &+ \left(\frac{1}{3}\right)r^{*}s^{3} - \left(\frac{1}{3}\right)s^{3} + \left(\frac{1}{4}\right)r^{2}s^{2}s + \left(\frac{1}{3}\right)r^{4} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{4}s - \left(\frac{1}{3}\right)r^{4}s + \left(\frac{1}{3}\right)r^{4}s + s \\ h_{2} &= -\left(\frac{2}{3}\right)r + \left(\frac{2}{3}\right)r^{*}s + \left(\frac{4}{3}\right)r^{2} - \left(\frac{4}{3}\right)r^{2}s + \left(\frac{2}{3}\right)r^{3} - \left(\frac{2}{3}\right)r^{3}s - \left(\frac{4}{3}\right)r^{4} + \left(\frac{4}{3}\right)r^{4}s \\ h_{3} &= -\left(\frac{1}{2}\right)s - \left(2)r^{2} + \left(\frac{5}{2}\right)r^{2}s + \left(\frac{1}{2}\right)s^{2} - \left(\frac{1}{2}\right)r^{2}s^{2}s + \left(2)r^{4} - \left(2\right)r^{4}s \\ h_{4} &= \left(\frac{2}{3}\right)r - \left(\frac{2}{3}\right)r^{*}s + \left(\frac{4}{3}\right)r^{2} - \left(\frac{4}{3}\right)r^{2}s - \left(\frac{2}{3}\right)r^{3}s - \left(\frac{4}{3}\right)r^{4} + \left(\frac{4}{3}\right)r^{4}s \\ h_{5} &= -\left(\frac{1}{3}\right)r + \left(\frac{1}{3}\right)s + \left(\frac{5}{12}\right)r^{*}s - \left(\frac{1}{3}\right)r^{2} + \left(\frac{1}{12}\right)r^{2}s^{2} - \left(\frac{1}{12}\right)r^{2}s^{2} - \left(\frac{1}{3}\right)s^{2} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{3}s \\ &- \left(\frac{1}{3}\right)r^{*}s^{3} - \left(\frac{1}{3}\right)s^{3} + \left(\frac{1}{4}\right)r^{2}s^{2} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{4} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{4}s + \left(\frac{1}{3}\right)r^{3}s \\ &- \left(\frac{1}{3}\right)r^{*}s^{3} - \left(\frac{1}{3}\right)s^{3} + \left(\frac{1}{4}\right)r^{2}s^{2} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{2} + \left(\frac{1}{2}\right)r^{2}s^{2} + \left(2\right)r^{4}s^{2} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{2}s^{2} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{3}s \\ &- \left(\frac{1}{3}\right)r^{*}s^{4} + \left(\frac{1}{3}\right)s^{4} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{3}s \\ &- \left(\frac{1}{3}\right)r^{*}s^{3} - \left(\frac{1}{3}\right)s^{3} + \left(\frac{1}{4}\right)r^{2}s^{2} + \left(\frac{2}{3}\right)r^{2}s^{2} + \left(2\right)r^{*}s^{4} + \left(2\right)s^{4} \\ h_{6} &= \left(\frac{2}{3}\right)s + \left(\frac{2}{3}\right)r^{*}s + \left(\frac{4}{3}\right)r^{2}s^{2} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{2} + \left(\frac{1}{2}\right)r^{2}s^{2} + \left(2\right)r^{*}s^{4} + \left(2\right)s^{4} \\ h_{7} &= \left(\frac{1}{3}\right)r^{-}\left(\frac{1}{3}\right)s^{3} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{2} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{2} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{4}s^{2} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{3}s^{3} - \left(\frac{4}{3}\right)r^{4}s^{4} + \left(\frac{4}{3}\right)s^{4} \\ h_{7} &= \left(\frac{1}{3}\right)r^{-}\left(\frac{1}{3}\right)s^{3} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{2} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{2} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{4}s^{2} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{4}s^{4} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{4}s^{4} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{4}s^{4} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{4}s^{4} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{4}s^{4} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{4}s^{4} + \left(\frac{1}{3}\right)r^{4}s^{4} + \left(\frac{1}{$$

bağıntılarıyla verilmektedir (Bathe, 1996; Özdemir ve Ayvaz, 2007).

Bu şekil fonksiyonlarına bağlı olarak dikkate alınan plaktaki noktasal yerdeğiştirme ve dönmeler

$$w_{i} = \{w, v, u\} = \{w, z\varphi y, -z\varphi x\} = \{w, z\frac{\partial\varphi_{i}}{\partial y}, -z\frac{\partial\varphi_{i}}{\partial x}\}$$
(2.9)

$$w = \sum_{i=1}^{i} h_{i} w_{i} \quad v = z \phi_{y} = z \sum_{i=1}^{4-8-17} h_{i} \phi_{yi} \quad u = -z \phi_{x} = -z \sum_{i=1}^{4-8-17} h_{i} \phi_{xi}$$

$$w = \sum_{i}^{i} h_{i} w_{i} , v = z \phi_{y} = z \sum_{i}^{i} h_{i} \phi_{yi} , u = -z \phi_{x} = -z \sum_{i}^{i} h_{i} \phi_{xi} \quad i = 1, ..., 4, 4 \text{düğüm noktalı eleman için}$$

$$i = 1, ..., 17, 17 \text{düğüm noktalı eleman için} \quad (2.10)$$

$$i = 1, ..., 17, 17 \text{düğüm noktalı eleman için}$$

bağıntıları ile ifade edilmektedir (Cook vd., 1989).

Sonlu elemanlardaki fiziksel koordinatların (x,y), doğal koordinatlara (r,s) dönüştürülmesinde Jacobian matrisinden faydalanılmaktadır. Kullanılacak olan bu 3x3 Jacobian matrisi

$$J = \begin{bmatrix} 0 & x_{,r} & y_{,r} \\ 0 & x_{,s} & y_{,s} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(2.11)

bağıntısıyla ifade edilmektedir (Weaver ve Johnston, 1984). Bu bağıntıdaki terimler

$$x_{r} = \sum_{i=1}^{4-8-17} (h_{i,r} x_{i}) \dots y_{r} = \sum_{i=1}^{4-8-17} (h_{i,r} y_{i})$$

$$x_{s} = \sum_{i=1}^{4-8-17} (h_{i,s} x_{i}) \dots y_{s} = \sum_{i=1}^{4-8-17} (h_{i,s} y_{i})$$
(2.12)

bağıntıları ile belirlenmektadir. Buna benzer olarak eğer doğal koordinatları fiziksel koordinatlara dönüştürmek istiyorsak bu kez Jacobian matrisinin tersini almak gerekmektedir. J matrisinin tersi

$$\mathbf{J}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{r}_{,x} & \mathbf{s}_{,x} \\ 0 & \mathbf{r}_{,y} & \mathbf{s}_{,y} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$
 (2.13)

şeklinde ifade edilmektedir.

Aşağıdaki 3x3 matris içinde yer alan doğal koordinatlara göre bulunmuş türevlere ihtiyaç vardır.

$$\begin{bmatrix} w_{,r} & u_{,r} & v_{,r} \\ w_{,s} & u_{,s} & v_{,s} \\ w_{,z} & u_{,z} & v_{,z} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{4-8-17} \begin{bmatrix} h_{i,r}w_{i} & zh_{i,r}\phi_{xi} & -zh_{i,r}\phi_{yi} \\ h_{i,s}w_{i} & zh_{i,s}\phi_{xi} & -zh_{i,s}\phi_{yi} \\ 0 & h_{i}\phi_{xi} & -h_{i}\phi_{yi} \end{bmatrix}$$
(2.14)

Bu türevlerin fiziksel koordinatlara çevrilmesi Jacobian matrisi'nin tersinin kullanılması ile

$$\begin{bmatrix} w_{,x} & u_{,x} & v_{,x} \\ w_{,y} & u_{,y} & v_{,y} \\ w_{,z} & u_{,z} & v_{,z} \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} w_{,r} & u_{,r} & v_{,r} \\ w_{,s} & u_{,s} & v_{,s} \\ w_{,z} & u_{,z} & v_{,z} \end{bmatrix}$$
(2.15)

bağıntısı yardımıyla yapılmaktadır.

Bu elemanlar için birim şekil değiştirme vektörü

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{,x} \\ v_{,y} \\ u_{,y} + v_{,x} \\ u_{,z} + w_{,x} \\ v_{,z} + w_{,y} \end{bmatrix}$$
(2.16)

olarak yazılmaktadır. Eleman rijitlik matrisini elde etmeden önce birim şekil değiştirmeyerdeğiştirme matrisi sırasıyla eğilme birim şekildeğiştirme ve kayma-birim şekildeğiştirme matrisini göstermek üzere B_{κ} ve B_{γ} gibi iki kısma ayrılırsa, (Weaver ve Johnston, 1984)

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\kappa} \\ \mathbf{B}_{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \overline{\mathbf{B}}_{\kappa} \\ \mathbf{B}_{\gamma} \end{bmatrix} \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\kappa} \\ \mathbf{B}_{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \overline{\mathbf{B}}_{\kappa} \\ \mathbf{B}_{\gamma} \end{bmatrix}$$
(2.17)

olmaktadır. Bu bağıntıdaki B_{κ} , 4 düğüm noktalı eleman için 3x12, 8 düğüm noktalı eleman için 3x24, 17 düğüm noktalı eleman için 3x51 büyüklüğünde, B_{γ} , ise 4 düğüm noktalı eleman için 2x12, 8 düğüm noktalı eleman için 2x24, 17 düğüm noktalı eleman için 2x51 büyüklüğünde bir matristir ve

$$\begin{split} \mathbf{B}_{\kappa_{i}} = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{\partial \mathbf{h}_{i}}{\partial \mathbf{x}} \\ 0 & \frac{\partial \mathbf{h}_{i}}{\partial \mathbf{y}} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \mathbf{h}_{i}}{\partial \mathbf{y}} & -\frac{\partial \mathbf{h}_{i}}{\partial \mathbf{x}} \end{bmatrix} \\ & \mathbf{i} = 1, ..., 4, 4 \text{dügüm noktalı eleman için} \\ & \mathbf{i} = 1, ..., 8, 8 \text{dügüm noktalı eleman için} \\ \\ \mathbf{B}_{\gamma_{i}} = & \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{h}_{i}}{\partial \mathbf{x}} & 0 & -\mathbf{h}_{i} \\ \frac{\partial \mathbf{h}_{i}}{\partial \mathbf{y}} & \mathbf{h}_{i} & 0 \end{bmatrix} \\ \end{split}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{i} = 1, ..., 17, 17 \text{dügüm noktalı eleman için} \\ & \mathbf{i} = 1, ..., 17, 17 \text{dügüm noktalı eleman için} \end{aligned}$$

$$(2.18)$$

bağıntıları yardımıyla belirlenmektedir.

2.2.1. Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Yukarıda açıklandığı gibi B_{κ} , ve B_{γ} , E_{κ} ve E_{γ} matrisleri elde edildikten sonra elemanın rijitlik matrisi

$$K = \int_{V} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{E} \mathbf{B} d\mathbf{V} = \int_{V} \left[z \overline{\mathbf{B}}_{\kappa}^{\mathrm{T}} \quad \mathbf{B}_{\gamma}^{\mathrm{T}} \right] \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{\kappa} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \overline{\mathbf{B}}_{\kappa}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{B}_{\gamma}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} d\mathbf{V}$$

$$K = \int_{V} \left(z^{2} \overline{\mathbf{B}}_{\kappa}^{\mathrm{T}} \mathbf{E}_{\kappa} \overline{\mathbf{B}}_{\kappa} \right) + \left(\overline{\mathbf{B}}_{\gamma}^{\mathrm{T}} \mathbf{E}_{\gamma} \overline{\mathbf{B}}_{\gamma} \right) d\mathbf{V}.$$
 (2.19)

bağıntısı yardımıyla elde edilmektedir (Cook vd., 1989).

2.2.2. Kütle Matrisinin Elde Edilmesi

Kütle matrisinin elde edilmesinde kinetik enerji ifadesinden yararlanılmaktadır ve bu ifade w iç kuvvetlere bağlı olan genel yerdeğiştirme bileşenlerini, nokta (.) zamana bağlı kısmi türevi, μ kütle yoğunluğu matrisini göster üzere

$$\Pi_{k} = \frac{1}{2} \int_{V} \dot{w}^{\mathrm{T}} \mu \dot{w} \, \mathrm{d}V \tag{2.20}$$

bağıntısıyla verilmektedir. Bu ifadedeki μ , ρ plağın birim hacim kütlesini göstermek ve m₁= ρ t, m₂=m₃= $\frac{1}{12}(\rho t^3)$ olmak üzere

$$\mu = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix},$$
 (2.21)

bağıntısıyla belirlenebilmektedir.

Plakların kütle matrisinin oluşturulmasında hem öteleme ataleti, hem de dönme ataleti dikkate alınmaktadır. Öteleme ataletinden oluşan kütle matrisi (Weaver ve Johnston, 1984)

$$M_{t} = \int_{V} \rho t h^{T} h \, dV \,, \qquad (2.22)$$

bağıntısıyla hesaplanmaktadır.

Plağın bir noktasındaki x ekseni doğrultusundaki ötelenme miktarı, u,

$$u=-zw, x=-zhiq, \qquad i = 1, ..., 4, 4 dügüm noktalı eleman için i = 1, ..., 8, 8 dügüm noktalı eleman için i = 1, ..., 17, 17 dügüm noktalı eleman için (2.23)$$

bağıntısıyla, z plağın tarafsız yüzeyinden olan mesafeyi, q noktasal yerdeğiştimeyi göstermek üzere benzer şekilde aynı noktanın y ekseni doğrultusundaki ötelenme miktarı,

v,

$$i = 1, ..., 4, 4 dügüm noktalı eleman için$$

$$v=zw, y=zhiq, \qquad i = 1, ..., 8, 8 dügüm noktalı eleman için$$

$$i = 1, ..., 17, 17 dügüm noktalı eleman için$$
(2.24)

bağıntısıyla verilmektedir. Virtüel iş prensiplerinin kullanılması ile denklem (2.23) ve (2.24) kalınlık boyunca integre edilirse (Weaver ve Johnston, 1984)

$$M_r = M_{r1} + M_{r2}$$
 (2.25)

bağıntısı elde edilmektedir. Bu bağıntıdaki sırasıyla iki ortogonal yüzey boyunca dönme ataleti için kütle matrisini gösteren M_{r1} ve M_{r2}

$$M_{r1} = \int_{A} \rho \frac{t^{3}}{12} h_{i}^{T} h_{i} dA$$

$$i = 1, ..., 4, 4 dügüm noktalı eleman için

i = 1, ..., 8, 8 dügüm noktalı eleman için

i = 1, ..., 17, 17 dügüm noktalı eleman için

(2.26)$$

$$M_{r2} = \int_{A} \rho \frac{t^{3}}{12} h_{i}^{T} h_{i} dA$$

$$i = 1, ..., 4, 4 dügüm noktalı eleman için
$$i = 1, ..., 8, 8 dügüm noktalı eleman için
$$i = 1, ..., 7, 17 dügüm noktalı eleman için$$
(2.27)$$$$

bağıntılarıyla verilmektedir.

Plaklarda dönme ataletinden oluşan terimler her zaman ötelenme ataletinden oluşan terimlerden çok daha küçük olduğu için çoğu zaman bu terimler hesaplanmamaktadır. Ancak istenildiği takdirde oluşturulup M_t'ye ilave edilebilmektedir (Weaver ve Johnston, 1984). Bu çalışmada kullanılan her iki elemanda da dönme ataletinden oluşan terimler ihmal edilmiştir.

2.2.3. Yük Vektörünün Elde Edilmesi

Sonlu elemanlar yöntemi ile eleman rijitlik matrisleri elde edildikten sonra plağa etki edecek yük vektörünün oluşturulması gerekmektedir.

2.2.3.1. Düzgün Yayılı Yükün Etkisindeki Eleman İçin Yük Vektörünün Elde Edilmesi

Düzgün yayılı bir q yükünün etkisindeki plaklar için eleman yük vektörü

$$f_{i} = \int_{\Omega} h_{i}^{T} q dA \qquad i = 1, ..., 8, 8 d u \overline{g} u m noktalı eleman için
\Omega \qquad i = 1, ..., 8, 8 d u \overline{g} u m noktalı eleman için
i = 1, ..., 17, 17 d u \overline{g} u m noktalı eleman için$$
(2.28)

ifadesiyle hesaplanmaktadır. Bu ifade global koordinatlarda

$$f_{i} = \int_{-1-1}^{+1+1} h_{i}^{T} q \, dr \, ds \qquad i = 1, ..., 4, 4 \, d\ddot{u} \ddot{g} \ddot{u} m \text{ noktalı eleman için}$$

$$i = 1, ..., 8, 8 \, d\ddot{u} \ddot{g} \ddot{u} m \text{ noktalı eleman için}$$

$$i = 1, ..., 17, 17 \, d\ddot{u} \ddot{g} \ddot{u} m \text{ noktalı eleman için}$$
(2.29)

şeklini almaktadır (Weaver ve Johnston, 1984).

2.2.3.2. Deprem Etkisindeki Eleman İçin Yük Vektörünün Elde Edilmesi

Plak sisteminin toplam birim şekildeğiştirme enerjisi denkleminin açılmış hali \prod_p plağın birim şekildeğiştirme enerjisini ve V dinamik yükleme sonucu oluşan potansiyel enerjiyi gösterme üzere (Ayvaz vd., 1998),

$$\Pi = \Pi_{p} + V \tag{2.30}$$

şeklindedir. Buradaki potansiyel enerji ise

$$V = -\int_{\Omega} \overline{q} w dx dy.$$
 (2.31)

bağıntısıyla ifade edilmektedir (Ayvaz vd., 1998). Bu bağıntıda \overline{q}

$$-\left[M\right]\left\langle \ddot{u}_{g}\right\rangle \tag{2.32}$$

ile göstermektedir (Ayvaz vd., 1998). Denklem (2.32), Denklem (2.31)'de yerine yazılarak sayısal integrasyon alınırsa deprem etkisindeki plaklar için yük vektörü

$$f_{i} = -\int_{\Omega} h_{i}^{T} [M] \{ \ddot{u}_{g} \} dA \qquad i = 1, ..., 4, 4 d \ddot{u} \ddot{g} \ddot{u} m noktalı eleman için i = 1, ..., 8, 8 d \ddot{u} \ddot{g} \ddot{u} m noktalı eleman için i = 1, ..., 17, 17 d \ddot{u} \ddot{g} \ddot{u} m noktalı eleman için (2.33)$$

şeklinde elde edilmektedir.

2.3. Programın Doğruluğunun Denetimi

Bu çalışmada kullanılmak üzere hazırlanan programın doğruluğu, yine çalışma kapsamında dikkate alınan düzgün yayılı yük, serbest titreşim analizi ve deprem yükü için ayrı ayrı başlıklar altında aşağıdaki gibi belirlenmiştir. Bu belirlemede kare plak dikkate alınmıştır. Ayrıca sayısal integrasyon yöntemlerinden biri olan Gauss integrasyon yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde KPEE4 için 2, KPEE8 için 3, KPEE17 için 5 Gauss noktası dikkate alınmıştır.

2.3.1.Düzgün Yayılı Yükün Etkisindeki Plak İçin Programın Doğruluğunun İspatı

Programın doğruluğu, q= 25 kN/m² şiddetinde düzgün yayılı yükün etkisindeki dört kenarından basit ve ankastre mesnetli kare kalın plaklar için ayrı ayrı belirlenmiş ve elde edilen maximum yerdeğiştirme katsayısı, $\alpha = w/(qa^4/100D)$, değerleri gerçek çözümlerle karşılaştırmalı olarak Tablo 2.1 ve Tablo 2.2 de verilmektedir.

Maksimum yerdeğiştirme katsayısı								
	α_{i}							
KPEE4	KPEE8	KPEE17	Kesin Sonuç					
(36x36 ağ)	(16x16 ağ)	(16x16 ağ)	(Soh vd., 2001)					
0,4552	0,4614	0,4617	0,4617					

Tablo 2.1. Dört kenarından basit mesnetli kare kalın plakların maksimum yerdeğiştirme katsayısının, α , karşılaştırılması, (t/a=0,10)

Tablo 2.2.	Dört	kenar	ından	ankastre	mesnetli	kare	kalın	plakların
	maksii	mum	yerdeğ	iștirme	katsayısının	, α,	karşıla	ştırılması,
	(t/a=0,	,10)						

Maksimum yerdeğiştirme katsayısı							
α _i							
KPEE4 KPEE8 KPEE17 Kesin Sonuç							
(16x16 ağ)	(16x16 ağ)	(16x16 ağ)	(Soh vd., 2001)				
0,1482	0,1504	0,1505	0,1499				

Tablo 2.1 ve 2.2'den görüldüğü gibi hazırlanan programdan elde edilen maximum yerdeğiştirme katsayısı değerleri ile gerçek çözümler her iki mesnet durumu için de uyum içerisindedir. Sonuçlardaki hata payları mühendislik açısından kabül edilebilir sınırlar içerisindedir.

2.3.2. Serbest Titreşime Maruz Plak İçin Programın Doğruluğunun İspatı

Bu çalışmada dikkate alınan dört kenarından basit ve ankastre mesnetli kare kalın plakların hazırlanan programla elde edilen ilk 5 frekans parametreleri LUSAS programı ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmalı olarak Tablo 2.3 ve 2.4'de verilmektedir.

Frekans Parametresi	Frekans Parametresi Bu çalışma						
$\lambda_i = \omega t \sqrt{\frac{\rho}{E}}$	KPEE4	KPEE4 KPEE8		LUSAS			
1	0,0543	0,0545	0,0544	0,0544			
2	0,1329	0,1321	0,1321	0,1320			
3	0,1329	0,1321	0,1321	0,1320			
4	0,2016	0,2004	0,2006	0,2003			
5	0,2540	0,2497	0,2497	0,2496			

Tablo 2.3. Dört kenarından basit mesnetli kare kalın plakların frekans parametrelerinin karşılaştırılması, (t/a=0,10)

Frekans Parametresi				
$\lambda_i = \omega t \sqrt{\frac{\rho}{E}}$	KPEE4	KPEE8	KPEE17	LUSAS
1	0,0969	0,0967	0,0966	0,0967
2	0,1860	0,1844	0,1844	0,1844
3	0,1860	0,1844	0,1844	0,1844
4	0,2615	0,2585	0,2589	0,2584
5	0,3092	0,3046	0,3047	0,3045

Tablo 2.4. Dört kenarından ankastre mesnetli kare kalın plakların frekans parametrelerinin karşılaştırılması, (t/a=0,10)

Tablo 2.3 ve 2.4'den görüldüğü gibi her iki mesnet koşulu için hazırlanan programla elde edilen frekans parametreleri LUSAS programı ile elde edilenlerle uyum içerisindedir. LUSAS programında plak 8 düğüm noktalı eleman ile modellenmiş ve bu eleman için çalışmada kullanılan 16x16 (256 eleman) eleman ağı kullanılmıştır.

2.3.3. Deprem Etkisindeki Plak İçin Programın Doğruluğunun İspatı

Deprem etkisindeki kalın plakların analizinde kullanılmak üzere hazırlanan programla elde edilen maksimum yerdeğiştirmenin zamana bağlı olarak değişimi SAP2000 programından elde edilenle karşılaştırmalı olarak, dört kenarından basit mesnetli kare kalın plaklar için Şekil 2.2'de, dört kenarından ankastre mesnetli kare kalın plaklar için ise Şekil 2.3'de verilmektedir. Bu şekillerde verilen grafikler KPEE4 elemanı içindir.

Şekil 2.2 ve Şekil 2.3'den görüldüğü gibi bu çalışma kapsamında hazırlanan program yardımıyla belirlenen maksimum yerdeğiştirmenin zamana bağlı olarak değişimi ile SAP2000 programı ile belirlenen değişim çok iyi bir uyum göstermektedir. Bu da hazırlanan programın doğruluğunu göstermektedir.



Şekil 2.2. Dört kenarından basit mesnetli kare kalın plakta maksimum yerdeğiştirmenin zamana bağlı değişiminin karşılaştırılması (t/a=0,1).



Şekil 2.3. Dört kenarından ankastre mesnetli kare kalın plakta maksimum yerdeğiştirmenin zamana bağlı değişiminin karşılaştırılması (t/a=0,1).

2.4. Sonlu Eleman Ağının Belirlenmesi

Diğer sayısal yöntemlerde olduğu gibi bu çalışmada kullanılan sonlu elemanlar yöntemiyle elde edilen sonuçlarda da bir hata payı bulunmaktadır. Büyüklüğü kullanılan sonlu eleman ağına, deprem etkisindeki plakta Δt zaman artımına da bağlı olan bu hata payının mühendislikte kabul edilebilir olmasının yanında, harcanan bilgisayar zamanının da uygun sınırlar içinde kalması gerekmektedir. Bu nedenle aşağıdaki başlıklar altında çalışmada dikkate alınan üç farklı durum için sonlu eleman ağı, deprem etkisindeki plak

2.4.1. Düzgün Yayılı Yükün Etkisindeki Plak İçin Sonlu Eleman Ağının Belirlenmesi

Düzgün yayılı yükün etkisindeki plak için ağ büyüklüğünün belirlenmesi amacıyla, hem dört kenarından basit mesnetli hem de ankastre mesnetli kare plaklar için Poisson oranı 0,3 ve t/a oranı 0,1 alınarak farklı ağ büyüklükleri için maksimum yerdeğiştirmelerin yakınsaması gözlenmiştir. Bu şekilde elde edilen maksimum yerdeğiştirme katsayıları dört kenarından basit mesnetli plaklar için Tablo 2.5 ve Şekil 2.4'de, dört kenarından ankastre mesnetli plaklar için ise Tablo 2.6 ve Şekil 2.5'de verilmektedir.

A ~	Maksimum yerdeğiştirme katsayısı, α _i							
Ag Büyüklüğü	KPEE4	Hata (%)	KPEE8	Hata (%)	KPEE17	Hata (%)	Kesin Sonuç (Soh vd., 2001)	
2x2	0,0911	80,24	0,3748	18,82	0,4549	1,47	0,4617	
4x4	0,2317	49,82	0,4491	2,73	0,4611	0,13	0,4617	
6x6	0,3170	31,34	0,4565	1,13	0,4616	0,02	0,4617	
8x8	0,3652	20,90	0,4591	0,56	0,4617	0,00	0,4617	
10x10	0,3936	14,75	0,4603	0,30	0,4617	0,00	0,4617	
12x12	0,4115	10,87	0,4609	0,17	0,4617	0,00	0,4617	
16x16	0,4314	6,56	0,4614	0,07	0,4617	0,00	0,4617	
20x20	0,4416	4,35	0,4615	0,04	0,4617	0,00	0,4617	
24x24	0,4474	3,10	0,4616	0,02	0,4617	0,00	0,4617	
28x28	0,4511	2,30	0,4617	0,00	0,4617	0,00	0,4617	
32x32	0,4535	1,78	0,4617	0,00	0,4617	0,00	0,4617	
36x36	0,4552	1,41	0,4617	0,00	0,4617	0,00	0,4617	

Tablo 2.5. Dört kenarından basit mesnetli kare kalın plakların maksimum yerdeğiştirme katsayısının yakınsama durumu (t/a=0,1)

Tablo 2.5 ve Şekil 2.4'den görüldüğü gibi dört kenarından basit mesnetli kalın plaklarda KPEE4 için 36x36 sonlu eleman ağı, KPEE8 için 16x16 sonlu eleman ağı ve KPEE17 için ise 4x4 sonlu eleman ağı kullanıldığında mühendislik açısından kabul edilebilir bir yakınsama sağlanmaktadır. Bu ağlara karşılık gelen hata miktarları ise sırasıyla %1,41, %0,07 ve %0,13 olmaktadır.

Tablo 2.6 ve Şekil 2.5'den görüldüğü gibi dört kenarından ankastre mesnetli kalın plaklarda KPEE4 için 36x36 sonlu eleman ağı, KPEE8 için 16x16 sonlu eleman ağı ve KPEE17 için 4x4 sonlu eleman ağı kullanıldığında mühendislik açısından kabul edilebilir bir yakınsama sağlanmaktadır. Bu ağlara karşılık gelen hata miktarları ise sırasıyla %1,13, %0,33 ve %0,33 olmaktadır.



Şekil 2.4. Dört kenarından basit mesnetli kare kalın plakların maksimum yerdeğiştirme katsayısının yakınsama durumu (t/a=0,1)

۸ă	Maksimum yerdeğiştirme katsayısı, α _i							
Ag Büyüklüğü	KPEE4	Error (%)	KPEE8	Error (%)	KPEE17	Error (%)	Kesin Sonuç (Soh vd., 2001)	
2x2	0,0269	82,06	0,0909	39,36	0,1444	3,67	0,1499	
4x4	0,0699	53,37	0,1420	5,27	0,1503	0,33	0,1499	
6x6	0,0981	34,56	0,1487	0,80	0,1505	0,40	0,1499	
8x8	0,1152	23,15	0,1499	0,00	0,1505	0,40	0,1499	
10x10	0,1256	16,21	0,1502	0,20	0,1505	0,40	0,1499	
12x12	0,1322	11,81	0,1503	0,27	0,1505	0,40	0,1499	
16x16	0,1395	6,94	0,1504	0,33	0,1505	0,40	0,1499	
20x20	0,1433	4,40	0,1505	0,40	0,1505	0,40	0,1499	
24x24	0,1454	3,00	0,1505	0,40	0,1505	0,40	0,1499	
28x28	0,1467	2,14	0,1505	0,40	0,1505	0,40	0,1499	
32x32	0,1476	1,53	0,1505	0,40	0,1505	0,40	0,1499	
36x36	0,1482	1,13	0,1505	0,40	0,1505	0,40	0,1499	

Tablo 2.6. Dört kenarından ankastre mesnetli kare kalın plakların maksimum yerdeğiştirme katsayısının yakınsama durumu (t/a=0,1)



Şekil 2.5. Dört kenarından ankastre mesnetli kare kalın plakların maksimum yerdeğiştirme katsayısının yakınsama durumu (t/a=0,1)

Yukarıda her iki mesnet koşulu ve kare plaklar için belirlenen eleman sayısı, dikdörtgen plaklarda uzun kenar doğrultusundaki eleman sayısı eleman boyutu kare plaklardakine eşit olacak şekilde artırılmıştır.

2.4.2. Serbest Titreşime Maruz Plak İçin Sonlu Eleman Ağının Belirlenmesi

Serbest titreşime maruz plak için yapılan eleman ağı belirleme çalışma sonucu elde edilen bulgular KPEE4 için 36x36 eleman ağı, KPEE8 için 16x16 eleman ağı ve KPEE17 için ise 4x4 eleman ağının kullanılmasının yeterli olacağını göstermiştir.

2.4.3. Deprem Etkisindeki Plak İçin Sonlu Eleman Ağının Belirlenmesi

Deprem etkisindeki plak için ağ büyüklüğünün belirlenmesi amacıyla hem dört kenarından basit mesnetli hem de ankastre mesnetli kare plaklar için $\Delta t=0,01$, Poisson oranı 0,2 ve t/a oranı 0,1 alınarak farklı ağ büyüklükleri için yerdeğiştirmenin zamana bağlı değişiminin yakınsaması gözlenmiştir. Bu şekilde 3 farklı sonlu eleman türüne bağlı olarak elde edilen yerdeğiştirmenin zamana bağlı değişimini dört kenarından basit mesnetli plaklar için Şekil 2.6, 2.7, 2.8'de, dört kenarından ankastre mesnetli plaklar için Şekil 2.9, 2.10 ve 2.11'de verilmektedir.

Örnek olarak dört kenarından ankastre mesnetli kare plaklar için belirlenen sonlu eleman ağı 8 düğüm noktalı eleman için Şekil 2.12'de verilmektedir.



Şekil 2.6. 4 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından basit mesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)



Şekil 2.7. 8 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından basit mesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)



Şekil 2.8. 17 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından basit mesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)



Şekil 2.9. 4 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından ankastre mesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)



Şekil 2.10. 8 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından ankastre mesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)



Şekil 2.11. 17 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından ankastre mesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)



Şekil 2.12. Dört kenarından ankastre mesnetli kare kalın plağın KPEE8 elemanı için belirlenen sonlu elelman ağı

2.4.4. Deprem Etkisindeki Plak İçin Zaman Artımının Belirlenmesi

Daha öncede belirtildiği gibi deprem etkisindeki plak için sonlu eleman ağına ilave olarak zaman artımı değerinin de belirlenmesi gerekmektedir. Bunun için sabit bir eleman ağına bağlı olarak zaman artımı, Δt , değiştirilerek yerdeğiştirmenin zamana göre değişiminin yakınsaması gözlemlenmiştir. Bu gözlemleme yukarıda her bir eleman türü için belirlenen ağ büyüklükleri dikkate alınarak Δt 'nin 0,01 ve 0,005 değerleri için yapılmış ve elde edilen yerdeğiştirmenin zamanla değişimi eleman türüne bağlı olrak dört kenarından basit mesnetli plaklar için Şekil 2.13, 2.14 ve 2.15'de, dört kenarından ankastre mesnetli plaklar için ise Şekil 2.16, 2.17 ve 2.18'de verilmektedir.

Bu şekillerden görüldüğü gibi her iki mesnet durumu içinde Δt nin 0,01s ve 0,005s alınmasıyla elde edilen değerlerde mühendislik açısından bir fark bulunmamaktadır. Bu nedenle Δt değeri 0,01 alınarak elde edilen sayısal sonuçlar yeterli olacaktır.



Şekil 2.13. 4 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından basit mesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)



Şekil 2.14. 4 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından ankastre mesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)



Şekil 2.15. 8 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından basit mesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)



Şekil 2.16. 8 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından ankastremesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)


Şekil 2.17. 17 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından basit mesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)



Şekil 2.18. 17 düğüm noktalı eleman kullanılarak modellenen dört kenarından ankastre mesnetli kare plağın maksimum yerdeğiştirmesinin yakınsama durumu (t/a=0,1)

Çalışmada oluşturulan ve doğruluğu kontrol edilerek deprem etkisindeki plakların analizinde kullanılan programın akış şeması Şekil 2.19'da verilmektedir.



Şekil 2.19. Deprem etkisindeki plakların çözümüyle ilgili akış şeması

3. BULGULAR VE İRDELEME

3.1. Düzgün Yayılı Yükün Etkisindeki Plak İçin Elde Edilen Bulgular ve İrdelenmesi

Bu çalışmada dikkate alınan her üç farklı sonlu eleman türüne göre plaklarda farklı ağ büyüklükleri ve kalınlık/kenar oranlarına bağlı olarak elde edilen maximum yerdeğiştirme katsayısı, α , ve maximum moment katsayısı, β , literatürle karşılaştırmalı olarak kayma kilitlenmesi problemini irdelemek amacıyla E=27000000 kN/m², q= 25 kN/m² ve v=0,3 alınarak dört kenarından basit mesnetli kare plaklar için Tablo 3.1, 3.2 ve 3.3 ile ve Şekil 3.1 ve 3.2'de, dört kenarından ankastre mesnetli kare kalın plaklar için ise Tablo 3.4, 3.5 ve 3.6 ile Şekil 3.3'de verilmektedir.

Tablo 3.1. Farklı ağ büyüklükleri için dört kenarından basit mesnetli plakların maksimum yerdeğiştirme, α , ve maksimum eğilme momenti, η , katsayıları (t/a=0,001)

		Malaimun	dožistiumo lr	ataama							
		IVIAKSIIIIUII	i yerdegiştirine k	atsayisi							
Ağ büyüklüğü											
	Soh vd., 2001		Lienkiewicz vu.,	KPEE4	KPEE8	KPEE17					
<u>4v4</u>	0.4045	0.4045	0.4593	0.0001	0.0513	0.4004					
8x8	0,4060	0,4060	0.4292	0,0001	0.3747	0.4062					
16x16	0,4062	0,4062	0,4164	0,0002	0.4053	0,4063					
32x32	0,4062	0,4062	0,4110	0,0007	0,4062	0,4063					
36x36	0,4002	0,4002	-	0,0025	0,4002	0,4005					
Kesin Sonuc		_		0,0050	_	_					
kalın nlak			0 4066								
(Soh vd., 2001)			0,4000								
Kesin Sonuc.											
ince plak			0.4062								
(Soh vd., 2001)			-,								
		Maksimum	eğilme momenti	katsayısı							
A & büyüldüğü	η _i										
Ag buyuklugu	Sahud 2001	Batoz ve Tahar,	Zienkiewicz vd.,	VDEE4	V DEE8	VDEE17					
	Soli va., 2001	1982	1993	KPEE4	KPEE0	NPEE1/					
4x4	0,5009	0,5005	0,5649	0,0001	0,0616	0,4721					
8x8	0 / 830	0.4820	0.5010	0.0002	0.4454	0.4776					
	0,4859	0,4839	0,5010	0,0002	0,4454	0,4770					
16x16	0,4801	0,4801	0,5010	0,0002	0,4434	0,4781					
16x16 32x32	0,4839 0,4801 0,4792	0,4839 0,4801 0,4792	0,5010 0,4876 0,4830	0,0002 0,0009 0,0286	0,4775 0,4785	0,4781 0,4790					
16x16 32x32 36x36	0,4801 0,4792	0,4839 0,4801 0,4792 -	0,5010 0,4876 0,4830 -	0,0002 0,0009 0,0286 0,0440	0,4775 0,4785 -	0,4781 0,4790 -					
16x16 32x32 36x36 Kesin Sonuç,	0,4801 0,4792	0,4839 0,4801 0,4792	0,5010 0,4876 0,4830 -	0,0002 0,0009 0,0286 0,0440	0,4775 0,4785 -	0,4790 -					
16x16 32x32 36x36 Kesin Sonuç, kalın plak	0,4801 0,4792	0,4839 0,4801 0,4792 -	0,3010 0,4876 0,4830 - 0,4792	0,0002 0,0009 0,0286 0,0440	0,4434 0,4775 0,4785 -	0,4790 -					
16x16 32x32 36x36 Kesin Sonuç, kalın plak (Soh vd., 2001)	0,4801 0,4792	0,4839 0,4801 0,4792	0,3010 0,4876 0,4830 - 0,4792	0,0002 0,0009 0,0286 0,0440	0,4775 0,4785	0,4790 -					
16x16 32x32 36x36 Kesin Sonuç, kalın plak (Soh vd., 2001) Kesin Sonuç,	0,4801 0,4792	0,4839 0,4801 0,4792 -	0,3010 0,4876 0,4830 - 0,4792	0,0002 0,0009 0,0286 0,0440	0,4434 0,4775 0,4785	0,4790 -					
16x16 32x32 36x36 Kesin Sonuç, kalın plak (Soh vd., 2001) Kesin Sonuç, ince plak	0,4801 0,4792	0,4839 0,4801 0,4792	0,3010 0,4876 0,4830 - 0,4792 0,4789	0,0002 0,0009 0,0286 0,0440	0,4775 0,4785 -	0,4781 0,4790					

Tablo 3.2. Farklı ağ büyüklükleri için dört kenarından basit mesnetli plakların maksimum yerdeğiştirme, α , ve maksimum eğilme momenti, η , katsayıları (t/a=0,01)

		Maksimun	n verdeğiştirme k	ateaviei							
		Waxshiun	a:	at5ay151							
Ağ büyüklüğü	Soh vd., 2001	Ibrahimbegovic, 1993	Zienkiewicz vd., 1993	KPEE4	KPEE8	KPEE17					
4x4	0,4047	0,4461	0,4596	0,0045	0,3735	0,4072					
8x8	0,4062	0,4227	0,4297	0,0173	0,4051	0,4083					
16x16	0,4064	0,4140	0,4172	0,0613	0,4075	0,4093					
32x32	0,4067 0,4106		0,4124	0,1690	0,4087	0,4098					
36x36	-	-	-	0,1928	-	-					
Kesin Sonuç, kalın plak (Soh vd., 2001)			0,4099								
Kesin Sonuç, ince plak (Soh vd., 2001)	0,4064										
		Maksimum	eğilme momenti l	katsayısı							
٨ ǎ büyüklüğü	η_i										
Ag Duyukiugu	Soh vd., 2001	Ibrahimbegovic, 1993	Zienkiewicz vd., 1993	KPEE4	KPEE8	KPEE17					
4x4	0,5007	0,5659	0,5649	0,0048	0,4405	0,4763					
8x8	0,4842	0,5081	0,5012	0,0205	0,4766	0,4805					
16x16	0,4804	0,4892	0,4882	0,0741	0,4797	0,4811					
32x32	0,4797	0,4835	0,4841	0,2039	0,4808	0,4820					
36x36	-	-	-	0,2322	-	-					
Kesin Sonuç, kalın plak (Soh vd., 2001)			0,4820								
Kesin Sonuç, ince plak (Soh vd., 2001)			0,4789								

Tablo 3.3. Farklı ağ büyüklükleri için dört kenarından basit mesnetli plakların maksimum yerdeğiştirme, α , ve maksimum eğilme momenti, η , katsayıları (t/a=0,1)

		Maksimun	n verdeğiştirme k	atsavisi							
		Waxshifun	a;	<i>utsuy</i> 151							
Ağ büyüklüğü	Soh vd., 2001	Ibrahimbegovic, 1993	Zienkiewicz vd., 1993	KPEE4	KPEE8	KPEE17					
4x4	0,4280	0,4774	0,4957	0,2317	0,4491	0,4611					
8x8	0,4419	0,4612	0,4727	0,3652	0,4591	0,4617					
16x16	0,4544	0,4600	0,4644	0,4314	0,4614	0,4617					
32x32	0,4596 0,4610		0,4624	0,4535	0,4617	0,4617					
36x36	-	-	-	0,4552	-	-					
Kesin Sonuç, kalın plak (Soh vd., 2001)			0,4617								
Kesin Sonuç, ince plak (Soh vd., 2001)	0,4273										
		Maksimum	eğilme momenti 🛛	katsayısı							
A ŏ büyüklüğü	η_i										
Ag Duyukiugu	Soh vd., 2001	Ibrahimbegovic, 1993	Zienkiewicz vd., 1993	KPEE4	KPEE8	KPEE17					
4x4	0,5206	0,5808	0,5694	0,2372	0,5011	0,5091					
8x8	0,5087	0,5238	0,5169	0,4010	0,5076	0,5095					
16x16	0,5081	0,5117	0,5112	0,4767	0,5094	0,5096					
32x32	0,5091	0,5099	0,5100	0,5008	0,5096	0,5096					
36x36	-	-	-	0,5026	-	-					
Kesin Sonuç,											
kalın plak			0,5096								
(Soh vd., 2001)											
Kesin Sonuç, ince plak (Soh vd 2001)	0,4789										



Şekil 3.1. Farklı ağ büyüklükleri için dört kenarından basit mesnetli plakların maksimum yerdeğiştirme katsayısının, α, değişimi (t/a=0,1)



Şekil 3.2. Farklı ağ büyüklükleri için dört kenarından basit mesnetli plakların maksimum eğilme momenti katsayısının, η, değişimi (t/a=0,1)

		Maksimum yerdeğiştirme katsayısı											
t/a			-										
		KPEE4			KPEE8			KPEE17		Kesin Sonuç			
	Ağ	ğ büyüklü	iğü	Ağ	Ağ büyüklüğü			ğ büyüklü	ğü	(Soh vd.,			
	8x8	16x16	36x36	4x4	8x8	16x16	4x4	8x8	16x16	2001)			
0,001	0,0001	0,0002	0,0007	0,0005	0,0499	0,1227	0,1011	0,1252	0,1265	0,1265			
0,01	0,0037	0,0132	0,0468	0,0359	0,1189	0,1256	0,1230	0,1268	0,1268	0,1265			
0,10	0,1152	0,1395	0,1482	0,1420	0,1499	0,1504	0,1503	0,1505	0,1505	0,1499			
0,15	0,1592	0,1733	0,1777	0,1745	0,1785	0,1787	0,1786	0,1788	0,1788	0,1798			
0,20	0,2048	0,2139	0,2166	0,2146	0,2170	0,2172	0,2171	0,2172	0,2172	0,2167			
0,25	0,2573	0,2636	0,2654	0,2639	0,2657	0,2658	0,2657	0,2658	0,2658	-			
0,30	0,3187	0,3231	0,3243	0,3230	0,3245	0,3246	0,3245	0,3246	0,3246	0,3227			
0,35	0,3898	0,3927	0,3935	0,3922	0,3936	0,3937	0,3935	0,3937	0,3937	0,3951			

Tablo 3.4. Farklı ağ büyüklükleri ve kalınlık/kenar oranına göre dört kenarından ankastre mesnetli plakların maksimum yerdeğiştirme katsayıları, α,

Tablo 3.5. Farklı kalınlık/kenar oranına göre dört kenarından ankastre mesnetli plakların maksimum yerdeğiştirme katsayıları, α,

		Maksimum yerdeğiştirme katsayısı										
		α _i										
t/a	Çelik, 1996	Yuqiu, 1992	Ozkul, 2004	Yuan, 1988	Yuan, 1989	Owen, 1982	Soh vd., 2001	KPEE4 (36x36 ağ)	KPEE8 (16x16 ağ)	KPEE17 (4x4 ağ)	Kesin Sonuç (Soh vd., 2001)	
0,001	0,1265	0,1293	0,1256	0,1234	0,1255	0,1220	0,1279	0,0007	0,1227	0,1011	0,1265	
0,01	0,1284	0,1293	0,1267	0,1236	0,1267	0,1230	0,1281	0,0468	0,1256	0,1230	0,1265	
0,10	0,1584	0,1521	0,1506	0,1482	0,1513	0,1460	0,1514	0,1482	0,1504	0,1503	0,1499	
0,15	0,1859	0,1801	0,1787	0,1776	0,1807	-	-	0,1777	0,1787	0,1786	0,1798	
0,20	0,2236	0,2181	0,2172	0,2171	0,2203	0,2110	0,2183	0,2166	0,2172	0,2171	0,2167	
0,25	0,2716	0,2658	-	-	0,2700	-	-	0,2654	0,2658	0,2657	-	
0,30	0,3299	0,3229	-	-	-	-	0,3259	0,3243	0,3246	0,3245	0,3227	
0,35	0,3987	0,3896	-	-	-	-	0,3952	0,3935	0,3937	0,3935	0,3951	

	Maksimum eğilme momenti katsayısı											
t/a		η_i										
	Çelik, 1996	Ozkul, 2004	Owen, 1982	Soh vd., 2001	KPEE4 (36x36 ağ)	KPEE8 (16x16 ağ)	KPEE17 (4x4 ağ)	Kesin Sonuç (Timoshenko vd., 1959)				
0,001	0,2300	0,2294	0,2270	0,2069	0,0015	0,2249	0,2179	0,231				
0,01	0,2340	0,2301	0,2270	0,2069	0,0892	0,2280	0,2082	0,231				
0,10	0,2530	0,2331	0,236	0,2070	0,2282	0,2322	0,2316	0,231				
0,15	0,2540	0,2352	-	-	0,2322	0,2344	0,2333	0,231				
0,20	0,2550	0,2370	0,250	0,2071	0,2345	0,2361	0,2348	0,231				
0,25	0,2550	-	-	-	0,2361	0,2374	0,2359	0,231				
0,30	0,2550	-	-	-	0,2372	0,2384	0,2367	0,231				
0,35	0,2550	-	-	-	0,2365	0,2391	0,2373	0,231				

Tablo 3.6. Farklı kalınlık/kenar oranına göre dört kenarından ankastre mesnetli plakların maksimum eğilme momenti katsayıları, η,



Şekil 3.3. Farklı ağ büyüklüğü ve kalınlık/kenar oranına sahip dört kenarından ankastre mesnetli plakların α katsayısındaki değişim.

Tablo 3.1'den görüldüğü gibi t/a=0,001 olan ince plak durumu için KPEE4 elemanı ile modellenen plakta elde edilen değerler kesin sonuçtan çok küçük olmakta, bu durumda bu elemanda kayma kilitlenmesinin oluştuğunu göstermektedir.

Tablo 3.1'den görüldüğü gibi KPEE8 elemanı ile modellenen plakta elde edilen değerler eleman sayısının az olduğu durumlarda kesin sonuçtan küçük olmakta ancak eleman sayısının artırıldığı durumda kesin çözüme tolerans sınırları içerisinde ulaşılmaktadır. Bu durum bu elemanda eleman sayısının az olması durumunda kayma kilitlenmesinin oluştuğunu ancak bu kilitlenmenin eleman sayısının arttırılmasıyla giderilebileceğini göstermektedir.

Tablo 3.1'den yine görüldüğü gibi KPEE17 elemanı ile modellenen plakta elde edilen değerler, eleman sayısı ne olursa olsun, kesin çözüme yakınsamaktadır. Bu durum bu elemanda kayma kilitlenmesinin hiçbir zaman oluşmadığını göstermektedir.

Tablo 3.2'den görüldüğü gibi Tablo 3.1 için belirtilen tüm durumlar burada da mevcuttur. Ancak t/a=0,01 alındığından kayma kilitlenmesi durumu KPEE8 elemanı için eleman sayısı ne olursa olsun net olarak belirli olmamaktadır.

Tablo 3.3, Şekil 3.1 ve 3.2'den görüldüğü gibi kalın plak sınıfına giren oran olan t/a=0,1 için KPEE4 elemanı ile modellenen plakta elde edilen değerler eleman sayısının az olduğu durumlarda kesin sonuçtan tolerans sınırlarını aşan düzeyde küçük olmakta ancak eleman sayısı arttırıldığında kesin çözüme tolerans sınırları içinde ulaşılmaktadır. Bu durum kalın plak durumunda bu elemanda eleman sayısının az olması durumunda kayma kilitlenmesinin oluştuğunu, ancak bu kilitlenmenin eleman sayısının arttırılmasıyla giderilebileceğini göstermektedir.

Tablo 3.4, 3.5 ve 3.6 ile Şekil 3.3'den görüldüğü gibi, Tablo 3.1, 3.2 ve 3.3 ile Şekil 3.1 ve 3.2'de verilen dört kenarından basit mesnetli plaklar için elde edilen bulgulara bağlı olarak yapılan irdelemeler bu tablolar ve şekilde verilen dört kenarından ankastre mesnetli plaklar için de geçerli olmaktadır.

Özetle bu çalışmada dikkate alınan elemanlardan biri olan KPEE4 ile modellenen ince plaklarda kayma kilitlenmesi oluşmakta ve bu kilitlenme durumu eleman sayısının arttırılmasıyla da giderilememektedir. Elemanlardan ikincisi olan KPEE8 ile modellenen ince plaklarda eleman sayısının az olması durumunda kayma kilitlenmesi oluşmakta, bu durum eleman sayısının arttırılmasıyla giderilebilmektedir. Ancak bu eleman ile modellenen kalın plaklarda, eleman sayısı ne olursa olsun, hiçbir zaman kayma kilitlenmesi oluşmamaktadır. Bu çalışmada kullanılan elemanlardan üçüncüsü olan KPEE17 ile modellenen plaklarda, kalınlık/kenar oranı ve eleman sayısı ne olursa olsun, hiçbir zaman kayma kilitlenmesi problemi oluşmamaktadır. Bu durum bu elemanın diğer elemanlara göre önemli bir avantajı olmaktadır. Zira ilk elemanda söz konusu durumlarda kayma kilitlenmesi problemini gidermek için literatürde tam integrasyon yerine seçilmiş ya da seçilmiş-indirgenmiş integrasyon yöntemleri kullanılmaktadır (Zienkiewics vd., 1971; Malkus ve Hughes, 1978; Hughes vd., 1978; Choi ve Kim, 1989; Özkul ve Türe, 2004). Ancak bu çalışmada dikkate alınan KPEE17 ile yapılan modellemelerde kullanılan eleman sayısı da çok az olmakta, genellikle literatürde kullanılan elemanların dikkate alınmasıyla gerekli olan eleman sayısının yarısı kadar olmaktadır (bkz. Tablo 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5 ve 3.6). Bu da modellemede büyük kolaylık sağlamakta ve büyük bilgisayar hafizasına da gerek kalmamaktadır.

Yukarıda 4 düğüm noktalı elemana özgü olarak açıklanan durum Şekil 3.4'de detaylı olarak verilmektedir.



Şekil 3.4. Farklı eleman ağına göre 4 düğüm noktalı eleman ile modellenen dört kenarından basit mesnetli kare kalın plakların yerdeğiştirme katsayısındaki değişim.

Şekil 3.4'den görüldüğü gibi çok ince plakların (t/a=0,001) modellenmesinde KPEE4 kullanıldığında eleman sayısı ne kadar artırılırsa artırılsın kayma kilitlenmesi problemi

giderilememekte, ince plaklarda (t/a=0,01) ise eleman sayısının çok fazla artırılması durumunda bu problem kısmen giderilebilmekte ancak yeterli olmamaktadır.

Yukarıdaki bilgilerin ışığında bu çalışmada dikkate alınan b/a=1,0, 1,5, 2,0 ve 3,0 (Özdemir ve Ayvaz, 2004) ile her bir b/a oranı için t/a=0,05, 0,1, 0,2 ve 0,3 için TS 500'de önerildiği gibi E=28000000 kN/m² ve v=0,2 alınarak bu tez kapsamında yapılması planlanan çalışmalar sadece KPEE8 ve KPEE17 elemanları kullanılarak gerçekleştirilecektir.

Farklı b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak dört kenarından basit mesnetli plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ve eğilme momenti değerleri Tablo 3.7 ile Şekil 3.5, 3.6 ve 3.7'de, dört kenarından ankastre mesnetli plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ve eğilme momentleri Tablo 3.8 ile Şekil 3.8, 3.9, 3.10, 3.11 ve 3.12'de verilmektedir.

		Orta Vorda	noktadaki	Orta no	ktadaki	Orta noktadaki Fğilme momenti M		
b/a	t/a	rerue	(mm)	kNi	mm)	(kNmm)		
		KPEE8	KPEE17	KPEE8	KPEE17	KPEE8	KPEE17	
	0,05	1,0606	1,0581	10294	10267	10294	10267	
1.0	0,1	0,1433	0,1432	10683	10674	10683	10674	
1,0	0,2	0,0214	0,0214	11355	11357	11355	11357	
	0,3	0,0077	0,0077	11875	11879	11875	11879	
	0,05	1,9839	1,9810	18100	1807	9772	9762	
15	0,1	0,2620	0.2620	18614	18590	10001	9999	
1,3	0,2	0,0376	0,0376	19510	19488	10451	10451	
	0,3	0,0131	0,0131	20238	20218	10881	10883	
	0,05	2,5700	2,5680	22891	22858	8333	8329	
2.0	0,1	0,3350	0,3350	23332	23306	8426	8424	
2,0	0,2	0,0468	0,0468	24103	24078	8638	8638	
	0,3	0,0159	0,0159	24748	24723	8905	8905	
	0,05	3,0637	3,0632	2683	2680	6495	6494	
2.0	0,1	0,3940	0,3940	27048	27022	6487	6484	
3,0	0,2	0,0536	0,0536	27427	27400	6488	6485	
	0,3	0,0179	0,0179	27753	27725	6541	6538	

Tablo 3.7. Düzgün yayılı yükün etkisindeki dört kenarından basit mesnetli lakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ve eğilme momentleri



Şekil 3.5. Dört kenarından basit mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmenin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi



Şekil 3.6. Dört kenarından basit mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi



Şekil 3.7. Dört kenarından basit mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi

Tablo 3.7 ve Şekil 3.5'den görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak maksimum yerdeğiştirme artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Diğer bir deyişle, bu artış miktarı küçük b/a oranlarında daha fazla, büyük b/a oranlarında ise daha az olmaktadır. Tablo 3.7 ve Şekil 3.5'den yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için t/a oranı arttıkça maksimum yerdeğiştirme azalmaktadır. Bu azalma miktarı artan t/a oranı ile daha da azalmaktadır. Bu tablo ve şekilden yine görüldüğü gibi küçük b/a oranlarında b/a oranının maksimum yerdeğiştirme üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla, ancak büyük b/a oranlarında daha az olmaktadır.

Tablo 3.7 ve Şekil 3.6'dan görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plağın orta noktasındaki maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile önemli bir değişim göstermemektedir. Tablo 3.7 ve Şekil 3.6'dan yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için t/a oranı arttıkça bu maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan t/a oranı ile önemli bir değişim göstermemektedir. Bu tablo ve şekilden yine görüldüğü gibi b/a oranının maksimum M_x eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla olmaktadır.

b/a	t/a	Orta noktadaki Yerdeğiştirme, w (mm)		Orta noktadaki Eğilme momenti, M _x (kNmm)		Orta noktadaki Eğilme momenti,M _y (kNmm)		y ekseni doğrultusundaki kenarın ortasındaki Eğilme momenti, M _x (kNmm)		x ekseni doğrultusundaki kenarın ortasındaki ,Eğilme momenti, M _y (kNmm)		
			KPEE8	KPEE17	KPEE8	KPEE17	KPEE8	KPEE17	KPEE8	KPEE17	KPEE8	KPEE17
		0,05	0,3253	0,3249	4776	4765	4776	4765	10545	10938	10545	10938
	1.0	0,1	0,0455	0.0455	4817	4804	4817	4804	10448	10707	10448	10707
	1,0	0,2	0,0080	0,0080	4891	4865	4891	4865	9908	10019	9908	10019
		0,3	0,0034	0,0034	4937	4905	4937	4905	9513	9561	9513	9561
		0,05	0,5596	0,5599	8055	8040	3828	3837	15905	16255	11762	12201
	15	0,1	0,0766	0,0766	8062	8037	3913	3911	15943	16122	11667	11955
	1,5	0,2	0,0128	0,0127	8018	7985	4192	4186	15458	15599	11240	11361
		0,3	0,0053	0,0053	7918	7884	4515	4507	14848	14979	11092	11141
		0,05	0,6440	0,6448	9186	9168	2672	2675	17551	17907	11754	12192
	2.0	0,1	0,0879	0,0879	9200	9172	2729	2729	17701	17876	11656	11944
	2,0	0,2	0,0146	0,0146	9187	9156	2953	2951	17547	17671	11248	11369
		0,3	0,0060	0,0060	9124	9093	3274	3270	17201	17331	11178	11226
		0,05	0,6647	0,6657	9435	9422	1916	1914	17791	18138	11732	12169
	3.0	0,1	0,0905	0,0905	9452	9427	1922	1918	17989	18148	11631	11919
	5,0	0,2	0,0150	0,0150	9472	9444	1957	1953	18053	18174	11214	11335
		0,3	0,0063	0,0063	9485	9456	2045	2040	18052	18165	11137	11184

Tablo 3.8. Düzgün yayılı yükün etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ve eğilme momentleri

Tablo 3.7 ve Şekil 3.7'den görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plağın orta noktasındaki maksimum M_y eğilme momenti azalmaktadır. Bu azalma miktarı artan b/a oranı ile artmaktadır. Diğer bir deyişle, bu azalma miktarı küçük b/a oranlarında daha az, büyük b/a oranlarında ise daha fazla olmaktadır. Tablo 3.7 ve Şekil 3.7'den yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için, t/a oranı arttıkça bu maksimum M_y eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan t/a oranı ile önemli bir değişim göstermemektedir. Bu tablo ve şekilden yine görüldüğü gibi b/a oranının maksimum M_y eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla olmaktadır.

Tablo 3.8 ve Şekil 3.8'den görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak maksimum yerdeğiştirme artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Diğer bir deyişle, bu artış miktarı küçük b/a oranlarında daha fazla, büyük b/a oranlarında ise daha az olmaktadır.



Şekil 3.8. Dört kenarından ankastre mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmenin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi



Şekil 3.9. Dört kenarından ankastre mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi



Şekil 3.10. Dört kenarından ankastre mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi



Şekil 3.11. Dört kenarından ankastre mesnetli plakların y ekseni doğrultusundaki kenarının orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi



Şekil 3.12. Dört kenarından ankastre mesnetli plakların x ekseni doğrultusundaki kenarının orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi

Tablo 3.8 ve Şekil 3.8'den yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için, t/a oranı arttıkça maksimum yerdeğiştirme azalmaktadır. Bu azalma miktarı artan t/a oranı ile daha da azalmaktadır. Bu tablo ve şekilden yine görüldüğü gibi küçük b/a oranlarında b/a oranının maksimum yerdeğiştirme üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla, büyük b/a oranlarında daha az olmaktadır.

Tablo 3.8 ve Şekil 3.9'dan görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plağın orta noktasındaki maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Diğer bir deyişle, bu artış miktarı küçük b/a oranlarında daha fazla, büyük b/a oranlarında ise daha az olmaktadır. Tablo 3.8 ve Şekil 3.9'dan yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için t/a oranı arttıkça maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Ancak bu artış miktarı önemli olmamaktadır. Bu tablo ve şekilden yine görüldüğü gibi b/a oranının bu maksimum M_x eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla olmaktadır.

Tablo 3.8 ve Şekil 3.10'dan görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plağın orta noktasındaki maksimum M_y eğilme momenti azalmaktadır. Bu azalma miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Diğer bir deyişle, bu azalma miktarı küçük

b/a oranlarında daha fazla, büyük b/a oranlarında ise daha az olmaktadır. Tablo 3.8 ve Şekil 3.10'dan yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için t/a oranı arttıkça bu maksimum M_y eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile önemli bir değişiklik göstermemektedir. Bu tablo ve şekilden yine görüldüğü gibi b/a oranının maksimum M_y eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla olmaktadır.

Tablo 3.8 ve Şekil 3.11'den görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plağın y ekseni doğrultusundaki kenarının orta noktasındaki maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Diğer bir deyişle, bu artış miktarı küçük b/a oranlarında daha fazla, büyük b/a oranlarında ise daha az olmaktadır. Tablo 3.8 ve Şekil 3.11'den yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için, t/a oranı arttıkça bu maksimum M_x eğilme momenti azalmaktadır. Bu azalma miktarı artan b/a oranı ile önemli olmamaktadır. Bu tablo ve şekilden yine görüldüğü gibi b/a oranının maksimum M_x eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla olmaktadır.

Tablo 3.8 ve Şekil 3.12'den görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plağın x ekseni doğrultusundaki kenarının orta noktasındaki maksimum M_y eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Diğer bir deyişle, bu artış miktarı küçük b/a oranlarında daha fazla, büyük b/a oranlarında ise daha az olmaktadır. Tablo 3.8 ve Şekil 3.12'den yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için, t/a oranı arttıkça bu maksimum M_y eğilme momenti azalmaktadır. Bu azalma miktarı artan b/a oranı ile hemen hemen değişmemektedir. Bu tablo ve şekilden yine görüldüğü gibi küçük b/a oranları için b/a oranının maksimum M_y eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla, büyük b/a oranlarında daha da az olmaktadır.

Yukarıda verilen tüm tablo ve şekillerden görüldüğü gibi sabit bir b/a ve t/a oranı için t/a ve b/a oranı arttıkça artan veya azalan değerlerdeki değişim giderek azalmaktadır. Bu da t/a veya b/a oranının daha da artırılması durumunda ilgili değerin pratik olarak artık değişmeyeceği ve sabit bir değere yakınsayacağı anlamına gelmektedir. b/a oranının daha da arttırılması durumunda bu tür plakların kısa kenar doğrultusunda bir kiriş davranışı gösterdiği anlaşılmaktadır.

3.2. Serbest Titreşime Maruz Plaklar İçin Elde Edilen Bulgular ve İrdelenmesi

Frekans paremetresinin belirlenmesinde malzeme özellikleri olan E=27000000 kN/m^2 , ρ = 2.5 kNs^2/m^4 ve v=0,2 olarak dikkate alınmıştır.

3.2.1. Frekans Parametreleri

Çalışmada dikkate alınan üç farklı sonlu eleman türünden ikisi olan KPEE8 ve KPEE17 elemanları için farklı b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak dört kenarından basit mesnetli kalın plaklar için elde edilen ilk 6 frekans parametreleri Tablo 3.9 ve Şekil 3.13'de, dört kenarından ankastre mesnetli kalın plaklar için ise Tablo 3.10 ve Şekil 3.14'de verilmektedir.

Tablo 3.9 ve Şekil 3.13'den görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için dört kenarından basit mesnetli kalın plakların ilk 6 frekans parametresi b/a oranı arttıkça azalmaktadır. Bu azalma miktarı b/a oranı arttıkça da azalmaktadır. Benzer şekilde bu plakların ilk 6 frekans parametresi sabit bir b/a oranı için t/a oranı arttıkça artmaktadır. Bu artış miktarı t/a oranı arttıkça artmaktadır. Yine bu tablo ve şekilden görüldüğü gibi her iki elemanla elde edilen değerler birbirine çok yakın olmaktadır. Bu da daha önce seçilen eleman ağının uygun olduğunu göstermektedir.

Tablo 3.10 ve Şekil 3.14'den görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için dört kenarından ankastre mesnetli kalın plakların ilk 6 frekans parametresi b/a oranı arttıkça azalmakta. Bu azalma miktarı b/a oranı arttıkça da azalmaktadır. Benzer şekilde bu plakların ilk 6 frekans parametresi sabit bir b/a oranı için t/a oranı arttıkça artmaktadır. Bu artış miktarı t/a oranı arttıkça artmaktadır. Yine bu tablo ve şekilden görüldüğü gibi her iki elemanla elde edilen değerler birbirine çok yakın olmaktadır. Bu da daha önce seçilen eleman ağının uygun olduğunu göstermektedir.

Sabit bir b/a oranı için t/a oranına bağlı olarak frekans parametresi değerlerindeki artış, sabit bir t/a oranı için b/a oranına bağlı olarak frekans parametresi değerlerindeki azalmadan daha fazla olmaktadır. Dolayısıyla t/a oranının frekans parametresi üzerindeki etkisi b/a oranının etkisinden daha büyük olmaktadır.

3.2.2. Mod Şekilleri

Plaklar için elde edilen mod şekilleri kullanılan sonlu eleman türüne bağlı olarak değişmeyeceğinden burada KPEE17 ile modellenen kalın plakların mod şekilleri

verilmektedir. Ancak bu çalışmada dikkate alınan tüm b/a ve t/a oranları için mod şekilleri tezin hacmini artıracağından, burada sadece b/a=1 ve 2, t/a=0,1 ve 0,3 değerlerine karşılık gelen mod şekilleri verilecektir. Dört kenarından basit mesnetli kalın plakların belirtilen b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak elde edilen ilk 6 frekansına karşılık gelen mod şekilleri Şekil 3.15, 3.16, 3.17 ve 3.18'de, dört kenarından ankastre mesnetli kalın plakların belirtilen b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak elde edilen ilk 6 frekansına karşılık gelen mod şekilleri şekil 3.15, 3.16, 3.17 ve 3.18'de, dört kenarından ankastre mesnetli kalın plakların belirtilen b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak elde edilen ilk 6 frekansına karşılık gelen mod şekilleri şekil 3.19, 3.20, 3.21 ve 3.22'de verilmektedir.

Şekil 3.15, 3.16, 3.17, 3.18, 3.19, 3.20, 3.21 ve 3.22'den görüldüğü gibi, her iki mesnet koşulu içinde, sabit bir b/a oranı için artan t/a oranına bağlı olarak mod şekillerinde bir değişiklik olmamaktadır. Tüm t/a oranları için ilk 6 mod şekli aynı kalmaktadır. Ancak sabit bir t/a oranı için artan b/a oranına bağlı olarak mod şekilleri değişmektedir. b/a oranı arttıkça uzun kenar doğrultusundaki yarım dalga sayısı da artmaktadır. Bu durum Şekil 3.15 ile Şekil 3.21 deki mod 3, mod 4 ve mod 6'nın karşılaştırılmasında açıkça görülmektedir.

b/a	t/a	Eleman	$\lambda_i = \omega t \sqrt{\frac{\rho}{E}}$								
			λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6			
	0.05	KPEE8	0,0141	0,0354	0,0354	0,0555	0,0698	0,0698			
	0,05	KPEE17	0,0142	0,0354	0,0354	0,0557	0,0698	0,0698			
1.0	0.1	KPEE8	0,0545	0,1321	0,1321	0,2004	0,2496	0,2501			
	0,1	KPEE17	0,0544	0,1321	0,1321	0,2006	0,2497	0,2502			
1,0	0.2	KPEE8	0,1945	0,4389	0,4389	0,6276	0,7613	0,7648			
	0,2	KPEE17	0,1945	0,4389	0,4389	0,6279	0,7613	0,7650			
	0.2	KPEE8	0,3867	0,8148	0,8148	1,1229	1,3296	1,3413			
	0,5	KPEE17	0,3868	0,8149	0,8149	1,1233	1,3297	1,3415			
	0.05	KPEE8	0,0101	0,0197	0,0317	0,0354	0,0407	0,0557			
	0,05	KPEE17	0,0103	0,0198	0,0317	0,0355	0,0407	0,0559			
	0.1	KPEE8	0,0402	0,0754	0,1198	0,1326	0,1505	0,2015			
1.5	0,1	KPEE17	0,0400	0,0753	0,1198	0,1325	0,1505	0,2017			
1,5	0,2	KPEE8	0,1470	0,2642	0,4052	0,4410	0,4911	0,6315			
		KPEE17	0,1469	0,2642	0,4052	0,4410	0,4912	0,6318			
	0.2	KPEE8	0,2986	0,5138	0,7601	0,8192	0,9009	1,1292			
	0,5	KPEE17	0,2987	0,5138	0,7601	0,8192	0,9010	1,1295			
	0.05	KPEE8	0,0088	0,0141	0,0231	0,0304	0,0355	0,0355			
	0,03	KPEE17	0,0089	0,0143	0,0232	0,0305	0,0355	0,0355			
	0.1	KPEE8	0,0353	0,0550	0,0880	0,1155	0,1328	0,1328			
2.0	0,1	KPEE17	0,0350	0,0549	0,0880	0,1154	0,1327	0,1328			
2,0	0.2	KPEE8	0,1305	0,1971	0,3050	0,3933	0,4417	0,4421			
	0,2	KPEE17	0,1305	0,1971	0,3050	0,3933	0,4417	0,4421			
	0.3	KPEE8	0,2682	0,3920	0,5865	0,7411	0,8197	0,8214			
	0,5	KPEE17	0,2683	0,3920	0,5866	0,7411	0,8197	0,8214			
	0.05	KPEE8	-	-	-	-	-	-			
	0,05	KPEE17	0,0079	0,0103	0,0143	0,0198	0,0269	0,0295			
	0.1	KPEE8	-	-	-	-	-	-			
3.0	0,1	KPEE17	0,1019	0,1123	0,1200	0,1330	0,1330	0,1512			
5,0	0.2	KPEE8	-	-	-	-	-	-			
	0,2	KPEE17	0,1189	0,1481	0,1980	0,2662	0,3491	0,3847			
	0.3	KPEE8	-	-	-	-	-	-			
	0,3	KPEE17	0,2471	0,3010	0,3938	0,5180	0,6638	0,7274			

Tablo 3.9. Dört kenarından basit mesnetli kalın plakların farklı b/a ve t/a oranları için ilk 6 frekans parametreleri



Şekil 3.13. Dört kenarından basit mesnetli kalın plakların ilk 6 doğal frekansına b/a ve t/a oranlarının etkisi

b/a	t/a	Eleman	$\lambda_i = \omega t \sqrt{\frac{\rho}{E}}$								
			λ_1	λ_2	λ3	λ_4	λ_5	λ_6			
	0.05	KPEE8	0,0259	0,0519	0,0519	0,0752	0,0906	0,0912			
	0,05	KPEE17	0,0260	0,0520	0,0520	0,0760	0,0909	0,0913			
	0.1	KPEE8	0,0967	0,1844	0,1844	0,2585	0,3046	0,3075			
1.0	0,1	KPEE17	0,0966	0,1844	0,1844	0,2589	0,3047	0,3075			
1,0	0.2	KPEE8	0,3153	0,5503	0,5503	0,7390	0,8421	0,8538			
	0,2	KPEE17	0,3152	0,5503	0,5503	0,7393	0,8421	0,8538			
	0.3	KPEE8	0,5735	0,9465	0,9465	1,2483	1,4032	1,4239			
	0,5	KPEE17	0,5736	0,9466	0,9466	1,2486	1,4031	1,4239			
	0.05	KPEE8	0,0195	0,0300	0,0470	0,0474	0,0563	0,0708			
	0,03	KPEE17	0,0196	0,0301	0,0470	0,0475	0,0565	0,0709			
	0.1	KPEE8	0,0741	0,1114	0,1683	0,1710	0,1992	0,2472			
15	0,1	KPEE17	0,0740	0,1114	0,1683	0,1710	0,1992	0,2472			
1,5	0,2	KPEE8	0,2486	0,3604	0,5070	0,5255	0,5920	0,7214			
		KPEE17	0,2486	0,3604	0,5070	0,5255	0,5921	0,7214			
	0.3	KPEE8	0,4617	0,6525	0,8751	0,9220	1,0195	1,2321			
	0,5	KPEE17	0,4618	0,6526	0,8752	0,9220	1,0196	1,2321			
	0.05	KPEE8	0,0178	0,0230	0,0322	0,0452	0,0455	0,0504			
	0,05	KPEE17	0,0178	0,0230	0,0323	0,0453	0,0455	0,0504			
	0.1	KPEE8	0,0678	0,0866	0,1194	0,1635	0,1645	0,1797			
2.0	0,1	KPEE17	0,0677	0,0865	0,1194	0,1634	0,1645	0,1797			
2,0	0.2	KPEE8	0,2287	0,2877	0,3860	0,4933	0,5128	0,5395			
	0,2	KPEE17	0,2286	0,2877	0,3860	0,4933	0,5128	0,5395			
	0.3	KPEE8	0,4256	0,5312	0,6995	0,8513	0,9082	0,9325			
	0,5	KPEE17	0,4257	0,5313	0,6995	0,8513	0,9082	0,9325			
	0.05	KPEE8									
	0,05	KPEE17	0,0168	0,0188	0,0223	0,0275	0,0346	0,0433			
	0.1	KPEE8									
3.0	0,1	KPEE17	0,0640	0,0710	0,0838	0,1028	0,1278	0,1581			
5,0	0.2	KPEE8									
	0,2	KPEE17	0,2171	0,2392	0,2798	0,3388	0,4133	0,4843			
	0.3	KPEE8									
	0,3	KPEE17	0,4041	0,4448	0,5187	0,6229	0,7504	0,8353			

Tablo 3.10. Dört kenarından ankastre mesnetli kalın plakların farklı b/a ve t/a oranları için ilk 6 frekans parametreleri



Şekil 3.14. Dört kenarından ankastre mesnetli kalın plakların ilk 6 doğal frekansına b/a ve t/a oranlarının etkisi



Şekil 3.15. Dört kenarından basit mesnetli b/a=1,0 ve t/a=0,1 olan kalın plakların ilk 6 frekansına ait mod şekilleri.



Şekil 3.16. Dört kenarından basit mesnetli b/a=1,0 ve t/a=0,3 olan kalın plakların ilk 6 frekansına ait mod şekilleri.



Şekil 3.17. Dört kenarından basit mesnetli b/a=2,0 ve t/a=0,1 olan kalın plakların ilk 6 frekansına ait mod şekilleri.



Şekil 3.18. Dört kenarından basit mesnetli b/a=2,0 ve t/a=0,3 olan kalın plakların ilk 6 frekansına ait mod şekilleri.



Şekil 3.19. Dört kenarından ankastre mesnetli b/a=1,0 ve t/a=0,1 olan kalın plakların ilk 6 frekansına ait mod şekilleri.



Şekil 3.20. Dört kenarından ankastre mesnetli b/a=1,0 ve t/a=0,3 olan kalın plakların ilk 6 frekansına ait mod şekilleri.



Şekil 3.21. Dört kenarından ankastre mesnetli b/a=2,0 ve t/a=0,1 olan kalın plakların ilk 6 frekansına ait mod şekilleri.



Şekil 3.22. Dört kenarından ankastre mesnetli b/a=2,0 ve t/a=0,3 olan kalın plakların ilk 6 frekansına ait mod şekilleri.

3.3. Deprem Etkisindeki Plaklar İçin Elde Edilen Bulgular ve İrdelenmesi

Daha öncede belirtildiği gibi bu çalışmada zaman tanım alanında hesap yöntemi kullanıldığından, dikkate alınan tüm parametreler kullanılarak belirlenen yerdeğiştirme ve eğilme momentlerinin zamana bağlı değişimlerinin tümünün sunulması çok yer tutacaktır. Bu nedenle burada sadece b/a'nın 1,0 ve 3,0, t/a'nın 0,1 ve 0,3 değerlerine karşılık gelen ve KPEE17 elemanı ile modellenen kalın plakların zaman tanım alanında analizinden elde edilen yerdeğiştirme ve momentlerin zamanla değişim grafikleri verilmiştir. Daha sonra ise çalışmada dikkate alınan farklı b/a ve t/a oranlarına sahip kayma kilitlenmesi problemi oluşmayan 8 ve 17 düğüm noktalı elemanlarla modellenen kalın plaklara ait maksimum değerler sunulacaktır. Zira mühendislikte projelendirmede bu değerlerin maksimumları önem arzetmektedir. Bu değerlerin belirlenmesinde E=27000000 kN/m², $\rho = 2.5 \ kNs^2/m^4$ ve v=0,2 olarak dikkate alınmıştır. Dört kenarından basit mesnetli kalın plakların orta noktasındaki yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi Şekil 3.23, 3.24, 3.25 ve 3.26'da, orta noktasındaki M_x eğilme momentinin zamanla değişimi Şekil 3.27, 3.28, 3.29 ve 3.30'da, orta noktasındaki M_v eğilme momentinin zamanla değişimi Şekil 3.31, 3.32, 3.33 ve 3.34'de, dört kenarından ankastre mesnetli kalın plakların orta noktasındaki yerdeğiştirmenin zamanla değişimi Şekil 3.35, 3.36, 3.37 ve 3.38'de, orta noktasındaki M_x eğilme momentinin zamanla değişimi Şekil 3.39, 3.40, 3.41 ve 3.42'de, orta noktasındaki M_v eğilme momentinin zamanla değişimi Şekil 3.43, 3.44, 3.45 ve 3.46'da, y ekseni doğrultusundaki kenarın ortasında oluşan M_x eğilme momentinin zamanla değişimi Şekil 3.47, 3.48, 3.49 ve 3.50'de x ekseni doğrultusundaki kenarın ortasında oluşan M_v eğilme momentinin zamanla değişimi ise Şekil 3.51, 3.52, 3.53 ve 3.54'de verilmektedir.

Ayrıca diğer araştırmacılara da faydası olması düşüncesiyle KPEE8 ve KPEE17 kullanılarak yapılan analizler sonucunda elde edilen mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ve moment değerleri aşağıda tablo ve şekil olarak verilmiştir. Bunlar dört kenarından basit mesnetli kalın plaklar için Tablo 3.3.1 ve Şekil 3.3.29, 3.3.31, 3.3.32'de ve dört kenarından ankastre mesnetli kalın plaklar için Tablo 3.3.2 ve Şekil 3.3.30, 3.3.33, 3.3.34, 3.3.35, 3.3.36'da verilmektedir.



Şekil 3.23. Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki yerdeğiştirmenin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,1)



Şekil 3.24. Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki yerdeğiştirmenin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,3)


Şekil 3.25. Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki yerdeğiştirmenin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,1)



Şekil 3.26. Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki yerdeğiştirmenin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,3)



Şekil 3.27. Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_x eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,1)



Şekil 3.28. Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_x eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,3)



Şekil 3.29. Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_x eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=3,0 t/a=0,1)



Şekil 3.30. Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_x eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,3)



Şekil 3.31. Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_v eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,1)



Şekil 3.32. Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_y eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,3)



Şekil 3.33. Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_y eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,1)



Şekil 3.34. Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_v eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,3)



Şekil 3.35. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki yerdeğiştirmenin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,1)



Şekil 3.36. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki yerdeğiştirmenin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,3)



Şekil 3.37. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki yerdeğiştirmenin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,1)



Şekil 3.38. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki yerdeğiştirmenin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,3)



Şekil 3.39. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_x eğilme momenti in zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,1)



Şekil 3.40. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_x eğilme momenti in zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,3)



Şekil 3.41. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_x eğilme momenti in zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,1)



Şekil 3.42. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_x eğilme momenti in zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,3)



Şekil 3.43. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_v eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,1)



Şekil 3.44. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_v eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,3)



Şekil 3.45. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_y eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,1)



Şekil 3.46. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın orta noktasındaki M_y eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,3)



Şekil 3.47. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın y ekseni doğrultusundaki kenarının ortasındaki M_x eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,1)



Şekil 3.48. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın y ekseni doğrultusundaki kenarının ortasındaki M_x eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,3)



Şekil 3.49. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın y ekseni doğrultusundaki kenarının ortasındaki M_x eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,1)



Şekil 3.50. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın y ekseni doğrultusundaki kenarının ortasındaki M_x eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,3)



Şekil 3.51. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın x ekseni doğrultusundaki kenarının ortasındaki M_y eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,1)



Şekil 3.52. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın x ekseni doğrultusundaki kenarının ortasındaki M_y eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=1,0, t/a=0,3)



Şekil 3.53. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın x ekseni doğrultusundaki kenarının ortasındaki M_y eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,1)



Şekil 3.54. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plağın x ekseni doğrultusundaki kenarının ortasındaki M_y eğilme momentinin zamanla değişimi (b/a=3,0, t/a=0,3)

Yukarıda verilen bu şekillerden görüldüğü gibi dört kenarından basit mesnetli ve dört kenarından ankastre mesnetli kalın plakların orta noktasındaki yerdeğiştirmenin ve dikkate alınan eğilme momentlerinin zamanla değişimi birbirine benzer olmaktadır.

Yine bu şekillerden görüldüğü gibi her iki mesnet koşuluna sahip kalın plakların yerdeğiştirme ve eğilme momentlerinin zamanla değişim grafikleri de birbirine benzer olmaktadır.

Bu çalışmada zamanla değişim grafikleri verilen değerlerin zamana bağlı olarak değişimleri, çalışmada dikkate alınan deprem ivme kaydının zamana bağlı olarak değişimine benzemektedir.

Bu çalışmada dikkate alınan farklı b/a ve t/a oranlarına sahip basit mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ile M_x ve M_y eğilme momentleri Tablo 3.11 ile b/a ve t/a oranlarının bu değerler üzerindeki etkilerinin daha iyi görülebilmesi amacıyla da sırasıyla Şekil 3.55, 3.56 ve 3.57'de, farklı b/a ve t/a oranlarına sahip dört kenarından ankastre mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ile M_x ve M_y eğilme momentleri, y ekseni doğrultusundaki kenarının orta noktasındaki eğilme momenti M_x ve x ekseni doğrultusundaki kenarının orta noktasındaki eğilme momenti M_y Tablo 3.12 ile b/a ve t/a oranlarının bu değerler üzerindeki etkilerinin daha iyi görülebilmesi amacıyla da sırasıyla Şekil 3.58, 3.59, 3.60, 361 ve 3.62'de verilmektedir.

r	1							
b/a	t/a	Orta Vorda	noktadaki	Orta no	ktadaki	Orta noktadaki		
		(mm)		(kNmm)		(kNmm)		
		KPEE8	KPEE17	KPEE8	KPEE17	KPEE8	KPEE17	
1,0	0,05	0,0788	0,0802	770	780	770	780	
	0,1	0,0217	0,0216	1618	1613	1618	1613	
	0,2	0,0063	0,0063	3344	3346	3344	3346	
	0,3	0,0034	0,0034	5262	5263	5262	5263	
1,5	0,05	0,1470	0,1485	1351	1365	743	752	
	0,1	0,0404	0,0405	2877	2880	1561	1564	
	0,2	0,0011	0,0110	5731	5723	3075	3075	
	0,3	0,0006	0,0058	8918	8910	4791	4793	
2,0	0,05	0,2217	0,2217	1997	1995	766	765	
	0,1	0,0562	0,0563	3938	3937	1447	1449	
	0,2	0,0145	0,0145	7459	7451	2688	2688	
	0,3	0,0073	0,0073	11351	11339	4103	4104	
3,0	0,05	0,2488	0,2487	2205	2203	602	593	
	0,1	0,0603	0,0603	4155	4149	1024	1023	
	0,2	0,0158	0,0158	8074	8066	1917	1916	
	0,3	0,0080	0,0080	12474	12463	2987	2985	

Tablo 3.11. Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ve eğilme momentleri



Şekil 3.55. Dört kenarından basit mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmenin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi



Şekil 3.56. Dört kenarından basit mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi



Şekil 3.57. Dört kenarından basit mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi

		Orta noktadaki Yerdeğiştirme, W (mm)		Orta noktadaki Eğilme momenti, M _x (kNmm)		Orta noktadaki Eğilme momenti,M _y (kNmm)		y ekseni doğrultusundaki kenarın ortasındaki Eğilme momenti, M _x		x ekseni							
b/a	t/a									doğrultusundaki							
										kenarın							
										ortasındaki Eğilme momenti, My							
												(kNmm)		(kNmm)			
												KPEE8	KPEE17	KPEE8	KPEE17	KPEE8	KPEE17
								1,0	0,05	0,0254	0,0254	377	376	377	376	816	847
		0,1	0,0068	0,0068	718	716	718		716	1545	1583	1545	1583				
0,2	0,0024	0,0024	1449	1442	1449	1442	2934		2967	2934	2967						
0,3	0,0015	0,0015	2195	2181	2195	2181	4220		4242	4220	4242						
1,5	0,05	0,0417	0,0417	605	604	294	295	861	892	1174	1200						
	0,1	0,0011	0,0114	1202	1198	584	584	1733	1776	2371	2398						
	0,2	0,0038	0,0038	2407	2418	1269	1271	3324	3360	4605	4605						
	0,3	0,0024	0,0024	3527	3512	2013	2018	4929	4949	6602	6660						
2,0	0,05	0,0505	0,0507	723	724	210	210	910	946	1369	1398						
	0,1	0,0135	0,0135	1418	1415	423	424	1766	1810	2708	2708						
	0,2	0,0043	0,0043	2694	2685	864	863	3314	3350	5152	5152						
	0,3	0,0266	0,0027	4017	4003	1449	1447	4911	4932	7577	7626						
3,0	0,05	0,0544	0,0548	776	780	156	157	906	942	1444	1479						
	0,1	0,0139	0,0139	1451	1446	290	289	1745	1788	2744	2766						
	0,2	0,0044	0,0044	2804	2796	582	581	3281	3316	5325	5361						
	0,3	0,0028	0,0028	4244	4231	937	935	4911	4932	8059	8059						

Tablo 3.12. Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ve eğilme momentleri



Şekil 3.58. Dört kenarından ankastre mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmenin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi



Şekil 3.59. Dört kenarından ankastre mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi


Şekil 3.60. Dört kenarından ankastre mesnetli plakların orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi



Şekil 3.61. Dört kenarından ankastre mesnetli plakların y ekseni doğrultusundaki kenarının orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi



Şekil 3.62. Dört kenarından ankastre mesnetli plakların x ekseni doğrultusundaki kenarının orta noktasındaki mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi

Tablo 3.11 ve Şekil 3.55'den görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak maksimum yerdeğiştirme artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Diğer bir deyişle, bu artış miktarı küçük b/a oranlarında daha fazla, büyük b/a oranlarında ise daha az olmaktadır. Tablo 3.11 ve Şekil 3.55'den yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için, t/a oranı arttıkça maksimum yerdeğiştirme azalmaktadır. Bu azalma miktarı artan t/a oranı ile daha da azalmaktadır. Bu tablo ve şekilden yine görüldüğü gibi b/a oranının maksimum yerdeğiştirme üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden, küçük b/a oranlarında daha fazla, ancak b/a oranlarının büyük değerlerinde daha az olmaktadır.

Tablo 3.11 ve Şekil 3.56'dan görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plağın ortasındaki maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Diğer bir deyişle, bu artış miktarı küçük b/a oranlarında daha fazla, büyük b/a oranlarında ise daha az olmaktadır. Tablo 3.11 ve Şekil 3.56'dan yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için, t/a oranı arttıkça bu maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile daha da artmaktadır. Bu tablo ve şekilden yine görüldüğü gibi b/a oranının bu maksimum M_x eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden küçük b/a oranlarında daha fazla, ancak b/a oranlarının büyük değerlerinde daha az olmaktadır.

Tablo 3.11 ve Şekil 3.57'den görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için artan b/a oranına bağlı olarak plağın orta noktasındaki maksimum M_y eğilme momenti azalmaktadır. Bu azalma miktarı artan b/a oranı ile önemli bir değişiklik göstermemektedir. Tablo 3.11 ve Şekil 3.57'den yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için, t/a oranı arttıkça bu maksimum M_y eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Diğer bir deyişle, bu artış miktarı küçük b/a oranlarında daha fazla, büyük b/a oranlarında daha az olmaktadır. Bu tablo ve şekilden yine görüldüğü gibi b/a oranının bu maksimum M_y eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha az olmaktadır.

Tablo 3.12 ve Şekil 3.58'den görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak maksimum yerdeğiştirme artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Diğer bir deyişle, bu artış miktarı küçük b/a oranlarında daha fazla, büyük b/a oranlarında ise daha az olmaktadır. Tablo 3.12 ve Şekil 3.58'den yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için, t/a oranı arttıkça maksimum yerdeğiştirme azalmaktadır. Bu azalma miktarı artan t/a oranı ile daha da azalmaktadır. Bu tablo ve şekilden yine görüldüğü gibi b/a oranının maksimum yerdeğiştirme üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden küçük b/a oranlarında daha fazla, büyük b/a oranlarında daha az olmaktadır.

Tablo 3.12 ve Şekil 3.59'dan görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için artan b/a oranına bağlı olarak plağın ortasındaki maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Diğer bir deyişle, bu artış miktarı küçük b/a oranlarında daha fazla, büyük b/a oranlarında ise daha az olmaktadır. Tablo 3.12 ve Şekil 3.59'dan yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için, t/a oranı arttıkça bu maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile daha da artmaktadır. Bu tablo ve şekilden yine görüldüğü gibi b/a oranının bu maksimum M_x eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha az olmaktadır.

Tablo 3.12 ve Şekil 3.60'dan görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plağın ortasındaki maksimum M_y eğilme momenti azalmaktadır. Bu azalma miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Diğer bir deyişle, bu azalma miktarı küçük b/a oranlarında daha fazla, büyük b/a oranlarında ise daha az olmaktadır. Tablo 3.12 ve Şekil 3.60'dan yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için, t/a oranı arttıkça bu maksimum M_y eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan t/a oranı ile artmaktadır. Bu tablo ve

şekilden yine görüldüğü gibi b/a oranının bu maksimum M_y eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha az olmaktadır.

Tablo 3.12 ve Şekil 3.61'den görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plağın y ekseni doğrultusundaki kenarının ortasındaki maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Diğer bir deyişle, bu artış miktarı küçük b/a oranlarında daha fazla, büyük b/a oranlarında ise daha az olmaktadır. Tablo 3.12 ve Şekil 3.61'den yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için, t/a oranı arttıkça bu maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan t/a oranı ile daha da artmaktadır. Bu tablo ve şekilden yine görüldüğü gibi b/a oranının bu maksimum M_x eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha az olmaktadır.

Tablo 3.12 ve Şekil 3.62'den görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plağın x ekseni doğrultusundaki kenarın ortasındaki maksimum M_y eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Diğer bir deyişle, bu artış miktarı küçük b/a oranlarında daha fazla olmakta, büyük b/a oranlarında ise pratik olarak değişmemektedir. Tablo 3.12 ve Şekil 3.62'den yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için, t/a oranı arttıkça bu maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan t/a oranı ile hemen hemen değişmemektedir. Bu tablo ve şekilden yine görüldüğü gibi b/a oranının bu maksimum M_y eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha az olmaktadır.

Yukarıda verilen tablo ve şekillerden görüldüğü gibi her iki mesnet durumu için de yerdeğiştirme ve M_x momentlerinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi birbirine benzer olmakta, ancak M_y momentlerinin değişimi farklılık göstermektedir.

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmanın amacı farklı mesnet koşullarına, kenar oranlarına (b/a) ve kalınlık/kenar (t/a) oranlarına sahip deprem etkisindeki kalın plakları Mindlin plak teorisini kullanarak incelemek ve bu parametrelerin bu plakların lineer davranışlarına etkilerini belirlemekti. Bu inceleme C++ programlama dilinde kodlanan bir bilgisayar programı yardımıyla gerçekleştirilmiştir. Problemin sonlu elemanlar yöntemine göre formülasyonunda literatürde yaygın olarak kullanılan 4 ve 8 düğüm noktalı dörtgen elemanlara ilave olarak dördüncü dereceden şekil fonksiyonuna sahip 17 düğüm noktalı dörtgen eleman da dikkate alınarak gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada ayrıca yukarıda belirtilen parametrelere bağlı olarak düzgün yayılı yükün etkisindeki plakların incelenmesi de gerçekleştirilmiş ve bu elemanlar için kayma kilitlenmesi problemi irdelenmiştir. Dikkate alınan 3 farklı sonlu eleman türünün etkin bir şekilde hem düzgün yayılı yükün hem de deprem yükünün etkisindeki plakların incelenmesinde kullanılmasıyla gerçekleştirilen bu çalışmadan elde edilen bulgulara bağlı olarak çıkartılabilecek başlıca sonuç ve öneriler aşağıda verilmektedir.

Çalışmada dikkate alınan elemanlardan biri olan KPEE4 ile modellenen çok ince plaklarda kayma kilitlenmesi oluşmakta ve bu kilitlenme durumu eleman sayısının arttırılmasıyla da giderilememektedir. Ancak plağın çok ince olmaması durumunda bu problem eleman sayısının çok fazla artırılması durumunda kısmen giderilebilmekte ancak yeterli olmamaktadır.

Çalışmada dikkate alınan elemanlardan ikincisi olan KPEE8 ile modellenen ince plaklarda eleman sayısının az olması durumunda kayma kilitlenmesi oluşmakta, bu durum eleman sayısının arttırılmasıyla giderilebilmektedir. Ancak bu eleman ile modellenen kalın plaklarda, eleman sayısı ne olursa olsun, hiçbir zaman kayma kilitlenmesi oluşmamaktadır.

Bu çalışmada kullanılan elemanlardan üçüncüsü olan KPEE17 ile modellenen plaklarda, kalınlık/kenar oranı ve eleman sayısı ne olursa olsun, hiçbir zaman kayma kilitlenmesi problemi oluşmamaktadır. Bu durum bu elemanın diğer elemanlara göre önemli bir avantajı olmaktadır. Zira ilk elemanda söz konusu durumlarda kayma kilitlenmesi problemini gidermek için literatürde tam integrasyon yerine seçilmiş yada seçilmiş-indirgenmiş integrasyon yöntemleri kullanılmaktadır. Ancak bu çalışmada dikkate alınan KPEE17 ile yapılan modellemelerde kullanılan eleman sayısı da çok az olmakta, genellikle literatürde kullanılan elemanların dikkate alınmasıyla gerekli olan eleman sayısının yarısı kadar olmaktadır. Bu da modellemede büyük kolaylık sağlamakta ve büyük bilgisayar hafizasına da gerek kalmamaktadır.

Düzgün yayılı yükün etkisindeki dört kenarından basit mesnetli plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak maksimum yerdeğiştirme artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Sabit bir b/a oranı için ise t/a oranı arttıkça maksimum yerdeğiştirme azalmaktadır. Bu azalma miktarı artan t/a oranı ile daha da azalmaktadır. Genellikle, b/a oranının maksimum yerdeğiştirme üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden küçük b/a oranlarında daha fazla, ancak büyük b/a oranlarında daha az olmaktadır.

Düzgün yayılı yükün etkisindeki dört kenarından basit mesnetli plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a ve t/a oranına bağlı olarak plağın orta noktasındaki maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a veya t/a oranı ile önemli bir değişim göstermemektedir. Genellikle, b/a oranının bu maksimum M_x eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla olmaktadır.

Düzgün yayılı yükün etkisindeki dört kenarından basit mesnetli plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plağın orta noktasındaki maksimum M_y eğilme momenti azalmakta, ancak sabit bir b/a oranı için, t/a oranı arttıkça artmaktadır. Genellikle, b/a oranının bu maksimum M_y eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla olmaktadır.

Düzgün yayılı yükün etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak maksimum yerdeğiştirme artmakta, ancak sabit bir b/a oranı için, t/a oranı arttıkça azalmaktadır. Genellikle, b/a oranının maksimum yerdeğiştirme üzerindeki etkisi, küçük b/a oranlarında t/a oranının etkisinden daha fazla, büyük b/a oranlarında ise daha az olmaktadır.

Düzgün yayılı yükün etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plağın orta noktasındaki maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Sabit bir b/a oranı için t/a oranı arttıkça da bu maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Ancak bu artış miktarı önemli olmamaktadır. Genellikle, b/a oranının bu maksimum M_x eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla olmaktadır.

Düzgün yayılı yükün etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plağın orta noktasındaki maksimum M_v eğilme momenti azalmaktadır. Sabit bir b/a oranı için ise t/a oranı arttıkça bu maksimum M_y eğilme momenti artmaktadır. Genellikle, b/a oranının maksimum M_y eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla olmaktadır.

Düzgün yayılı yükün etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plağın y ekseni doğrultusundaki kenarının orta noktasındaki maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Sabit bir b/a oranı için ise, t/a oranı arttıkça bu maksimum M_x eğilme momenti azalmaktadır. Genellikle, b/a oranının maksimum M_x eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla olmaktadır.

Düzgün yayılı yükün etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plağın x ekseni doğrultusundaki kenarının orta noktasındaki maksimum M_y eğilme momenti artmaktadır. Sabit bir b/a oranı için ise, t/a oranı arttıkça bu maksimum M_y eğilme momenti azalmaktadır. Genellikle, b/a oranının maksimum M_y eğilme momenti üzerindeki etkisi, küçük b/a oranları için t/a oranının etkisinden daha fazla, büyük b/a oranlarında daha da az olmaktadır.

Her iki mesnet durumu içinde, sabit bir b/a ve t/a oranı için t/a ve b/a oranı arttıkça artan veya azalan değerlerdeki değişim giderek azalmaktadır. Bu da t/a veya b/a oranının daha da artırılması durumunda ilgili değerin pratik olarak artık değişmeyeceği ve sabit bir değere yakınsayacağı anlamına gelmektedir.

Dört kenarından basit mesnetli kalın plakların ilk 6 frekans parametresi, sabit bir t/a oranı için b/a oranı arttıkça azalmaktadır. Benzer şekilde bu plakların ilk 6 frekans parametresi sabit bir b/a oranı için t/a oranı arttıkça artmaktadır.

Dört kenarından ankastre mesnetli kalın plakların ilk 6 frekans parametresi, sabit bir t/a oranı için b/a oranı arttıkça azalmakta.. Benzer şekilde bu plakların ilk 6 frekans parametresi sabit bir b/a oranı için t/a oranı arttıkça artmaktadır.

Sabit bir b/a oranı için t/a oranına bağlı olarak frekans parametresi değerlerindeki artış, sabit bir t/a oranı için b/a oranına bağlı olarak frekans parametresi değerlerindeki azalmadan daha fazla olmaktadır. Dolayısıyla t/a oranının frekans parametresi üzerindeki etkisi b/a oranının etkisinden daha büyük olmaktadır.

Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak maksimum yerdeğiştirme artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Diğer bir deyişle, bu artış miktarı küçük b/a oranlarında daha fazla, büyük b/a oranlarında ise daha az olmaktadır. Sabit bir b/a oranı için ise, t/a oranı arttıkça maksimum yerdeğiştirme azalmaktadır. Bu azalma miktarı artan t/a oranı ile daha da azalmaktadır. Genellikle, b/a oranının maksimum yerdeğiştirme üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden, küçük b/a oranlarında daha fazla, ancak b/a oranlarının büyük değerlerinde daha az olmaktadır.

Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plağın ortasındaki maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Sabit bir b/a oranı için ise, t/a oranı arttıkça bu maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Genellikle, b/a oranının bu maksimum M_x eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden, küçük b/a oranlarında daha fazla, ancak b/a oranlarının büyük değerlerinde daha az olmaktadır.

Deprem etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalın plaklarda, sabit bir t/a oranı için artan b/a oranına bağlı olarak plağın orta noktasındaki maksimum M_y eğilme momenti azalmaktadır. Sabit bir b/a oranı için ise, t/a oranı arttıkça bu maksimum M_y eğilme momenti artmaktadır. Genellikle, b/a oranının bu maksimum M_y eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha az olmaktadır.

Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak maksimum yerdeğiştirme artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Diğer bir deyişle, bu artış miktarı küçük b/a oranlarında daha fazla, büyük b/a oranlarında ise daha az olmaktadır. Sabit bir b/a oranı için ise, t/a oranı arttıkça maksimum yerdeğiştirme azalmaktadır. Bu azalma miktarı artan t/a oranı ile daha da azalmaktadır. Genellikle, b/a oranının maksimum yerdeğiştirme üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden, küçük b/a oranlarında daha fazla, büyük b/a oranlarında coranlarında daha fazla, büyük b/a oranlarında daha fazla, büyük b/a oranlarında daha az olmaktadır.

Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plaklarda, sabit bir t/a oranı için artan b/a oranına bağlı olarak plağın ortasındaki maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Sabit bir b/a oranı için ise, t/a oranı arttıkça bu maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Genellikle, b/a oranının bu maksimum M_x eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha az olmaktadır.

Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plağın ortasındaki maksimum M_y eğilme momenti azalmaktadır. Sabit bir b/a oranı için ise, t/a oranı arttıkça bu maksimum M_y eğilme momenti artmaktadır. Genellikle, b/a oranının bu maksimum M_y eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha az olmaktadır.

Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plağın y ekseni doğrultusundaki kenarının ortasındaki maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Sabit bir b/a oranı için ise, t/a oranı arttıkça bu maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Genellikle, b/a oranının bu maksimum M_x eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha az olmaktadır.

Deprem etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalın plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plağın x ekseni doğrultusundaki kenarın ortasındaki maksimum M_y eğilme momenti artmaktadır. Sabit bir b/a oranı için ise, t/a oranı arttıkça bu maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Genellikle, b/a oranının bu maksimum M_y eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha az olmaktadır.

Her iki mesnet durumu için elde edilen yerdeğiştirme ve M_x momentlerinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi birbirine benzer olmakta, ancak M_y momentlerinin değişimi farklılık göstermektedir.

Bu çalışma kapsamında deprem etkisindeki plakların kalın plak teorisi kullanılarak lineer davranışları incelenmiştir. Benzer bir çalışma kapsamında deprem etkisindeki kalın plakların lineer olmayan davranışları incelenebilecektir.

Bu çalışma kapsamında dördüncü dereceden şekil fonksiyonuna sahip 17 düğüm noktalı elemanın etkinliği belirlenmiştir. Bu nedenle daha yüksek dereceden elemanların etkinliğinin araştırılmasında fayda bulunmaktadır.

5. KAYNAKLAR

- Alam, N. ve Asnani, N.T., 1984. Vibration and Damping Analysis of Multilayered Rectangular Plates with Constrained Viscoelastic Layers, <u>Journal of Sound and</u> <u>Vibration</u>, 97, 4, 597-614.
- Averill, R.C. ve Reddy, J.N., 1992. An Assessment of Four-Noded Plate Finite Elements Based on A Generalized Third-Order Theory, <u>International Journal For Numerical</u> <u>Methods In Engineering</u>, 33, 1553-1572.
- Ayvaz, Y., 1992. Parametric Analysis of Reinforced Concrete Slabs Subjected to Earthquake Excitation, Ph. D. Thesis, Graduate School of Texas Tech University, Lubbock, Texas.
- Ayvaz, Y., Daloğlu A. ve Doğangün A., 1998. Application of a Modified Vlasov Model to Earthquake Analysis of the Plates Resting on Elastic Foundations, <u>Journal of</u> <u>Sound and Vibration</u>, 213, 3, 499-509.
- Babu, P.V.T., Reddy, J.N. ve Sodhi, D.S., 1979. Frequency Analysis of Thick Orthotropic Plates on Elastic Foundation Using A High Precision Triangular Plate Bending Element, <u>International Journal For Numerical Methods In Engineering</u>, 14, 531-544.
- Barbero, E.J., Reddy, J.N. ve Teply, J., 1990. An Accurate Determination of Stresses in Thick Laminates Using A Generalized Plate Theory, <u>International Journal For</u> <u>Numerical Methods In Engineering</u>, 29, 1-14.
- Bathe, K.J., 1996. Finite Element Procedures, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
- Belounar, L. ve Guenfoud, M., 2005. A new rectangular finite element based on the strain approach for plate bending, <u>Thin Walled. Structures</u>, 43 1, 47-63.
- Benson, P.R. ve Hinton, E., 1976. A Thick Finite Strip for Static, Free Vibration and Stability Problems, <u>International Journal For Numerical Methods In Engineering</u>, 10, 665-678.
- Berktay, İ., 1992. Plak Teorisi ve Uygulamaları, Yıldız Teknik Üniversitesi Müh. Fak. İnşaat Müh. Bölümü, 237, İstanbul.
- Brunelle, E.J. ve Robertson, S.R., 1976. Vibration of an Initially Stressed Thick Plate, Journal of Sound and Vibration, 45, 3, 405-416.

Birkhoff, G.D., 1922. Circular Plates of Variable Thickness, Philosophical Magazine, 43.

- Carrera, E. ve Krause, H., 1998. An Investigation of Non-Linear Dynamics of Multilayered Plates Accounting for C_z⁰ Requirements, <u>Computers & Structures</u>, 69, 473-486.
- Chang, C.N. ve Chiang, F.K., 1988. Vibration Analysis of A Thick Plate with An Interior Cut-Out by A Finite Element Method, <u>Journal of Sound and Vibration</u>,125, 3, 477-486.
- Chen, L.W. ve Doong, J.L., 1983. Large Amplitude Vibration of An Initially Stressed Moderately Thick Plate, Journal of Sound and Vibration, 89, 4, 499-508.
- Chen, L.W. ve Juang D.P.,1987. Axisymmetric Dynamic Stability of a Bimodulus Thick Circular Plate, <u>Computers & Structures</u>, 26, 6, 933-939.
- Chen, L.W. ve Hwang, J.R., 1988. Vibration of Initially Stressed Thick Circular and Annular Plates Based on A High-Order Plate Theory, 122, 1, 79-95.
- Chen, L.W., Hwang, J.R. ve Doong, J.L., 1989. Asymmetric Dynamic Stability of Thick Annular Plates Based on A High-Order Plate Theory, <u>Journal of Sound and</u> <u>Vibration</u>, 130, 3, 425-437.
- Cai, L., Rong, T. ve Chen, D., 2002. Generalized Mixed Variational Methods for Reissner Plate and Its Application, <u>Computational Mechanics</u>, 30, 29-37.
- Çelik, M., 1996. Plak sonlu elemanlarda kayma şekildeğiştirmelerinin gözönüne alınması ve iki parametreli zemine oturan plakların hesabı için bir yöntem, Ph. D. Thesis, İstanbul Technical University, İstanbul.
- Cen, S., Long, Y., Yao, Z. ve Chiew S., 2006. Application of the quadrilateral area coordinate method, <u>International Journal for Numerical Methods in Engineering</u>, 66, 1-45.
- Chen, C.C, Lim, C.W., Kitipornchai, S. ve Liew, K.M., 1999. Vibration of Symmetrically Laminated Thick Super Elliptical Plates, <u>Journal of Sound and Vibration</u>, 240, 4, 659-682.
- Cheung, M.S. ve Chan, M.Y.T, 1981. Static and Dynamic Analysis of Thin and Thick Sectorial Plates by The Finite Strip Method, <u>Computers & Structures</u>, 14, 1-2, 79-88.
- Choi, C.K. ve Kim, S.H., 1989. Coupled Use of Reduced Integration and Non-Conforming Modes in Quadratic Mindlin Plate Element, <u>International Journal For Numerical</u> <u>Methods In Engineering</u>, 28, 1909-1928.
- Chonan, S., 1980. Random Vibration of An Initially Stressed Thick Plate on An Elastic Foundation, Journal of Sound and Vibration, 71, 1, 117-127.
- Chonan, S., ve Nozawa, N., 1986. Impulse Response of An Infinitely Long Thick Strip Plate, Journal of Sound and Vibration, 106, 3, 481-489.

- Cook, R.D., Malkus, D.S. ve Michael, E.P., 1989. Concepts and Applications of Finite Element Analysis. John Wiley & Sons, Inc., Canada.
- Deshun, Z., Hauger, W., Matthies, M. ve Schreiber, S., 1999. A Dynamic Model for Thick Elastic Plates, Journal of Sound and Vibration, 221, 2, 187-203.
- Doong, J.L. ve Chen, L.W., 1984. Asymmetric Vibration of An Initially Stressed Bimodulus Thick Circular Plate, Journal of Sound and Vibration, 94, 4, 461-468.
- Doong, J.L., 1987. Vibration and Stability of An Initially Stressed Thick Plate According to A High-Order Deformation Theory, <u>Journal of Sound and Vibration</u>, 113, 3, 425-440.
- Doong, J.L. ve Fung, C.P., 1988. Vibration and Buckling of Bimodulus Laminated Plates According to A Higher-Order Plate Theory, <u>Journal of Sound and Vibration</u>, 125, 2, 325-339.
- Frederiksen, P.S., 1995. Single-Layered Plate Theories Applied to The Flexural Vibration of Completely Free Thick Laminates, Journal of Sound and Vibration, 186, 5, 743-759.
- Ganapathi, M., Polit, O. ve Touratier, M., 1996. A C⁰ Eight-Node Membrane-Shear-Bending Elemant for Geometrically Non-Linear (Static and Dynamic) Analysis of Laminates, <u>International Journal For Numerical Methods In Engineering</u>, 39, 3453-3474.
- Gorman, D.J., 1997, Accurate Free Vibration Analysis of Shear-Deformable Plates with Torsional Elastic Edge Support, Journal of Sound and Vibration, 203, 2, 209-218.
- Gorman, D.J. ve Ding, W., 1996. The Superposition-Galerkin Method for Free Vibration Analysis of Rectangular Plates, Journal of Sound and Vibration, 194, 2, 187, 198.
- Gorman, D.J., 1997, Free Vibration Analysis of Mindlin Plates with Uniform Elastic Edge Support by The Superposition Method, <u>Journal of Sound and Vibration</u>, 207, 3, 335-350.
- Gorman, D.J., 1999. Accurate Free Vibration Analysis of Point Supported Mindlin Plates by The Superposition Method, Journal of Sound and Vibration, 219, 2, 265-277.
- Guruswamy, P. ve Yang, T.Y., 1979. A Sector Finite Element for Dynamic Analysis of Thick Plates, Journal of Sound and Vibration, 62, 4, 505-516.
- Günaydın, A., 2000. Düzgün Yayılı Yük Etkisindeki Betonarme Kalın Döşemelerin Reissner Teorisi Kullanılarak Analizi, Yüksek Lisans Tezi, KTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Hinton, E. 1976. The Dynamic Transient Analysis of Axisymmetric Circular Plates by The Finite Element Method, Journal of Sound and Vibration, 46, 4, 465-472.

- Hinton, E., ve Bicanic, N., 1978. A Comparison of Lagrangian and Serendipity Mindlin Plate Elements for Free Vibration Analysis, <u>Computers & Structures</u>, 10, 483-493.
- Holopanien, T.P., 1994. Finite Element Free Vibration Analysis of Eccentrically Stiffened Plates, <u>Computers & Structures</u>, 56, 6, 993-1007.
- Huang, M. ve Sakiyama, T., 1998. Free Vibration Analysis of Rectangular Plates with Variable Thickness, Journal of Sound and Vibration, 216, 3, 379-397.
- Hughes TJR., Cohen M. ve Haroun M., 1978. Reduced and Selective Integration Techniques in Finite Element Analysis of Plates, <u>Nuclear Engineering Design</u>, 46, 203-222.
- Humar, J.L., 1990. Dynamics of Structures, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ.
- Hwang, J.R. ve Chen, L.W., 1992, Vibration of Thick Composite Circular Plates, <u>Computers & Structures</u>, 43, 1, 129-135.
- Ibrahimbegovic, A., 1993. Quadrilateral finite elements for analysis of thick and thin plates, <u>Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering</u>, 110, 195-209.
- Jzeng, B.T., Lin, P.D. ve Chen, L.W., 1992. Dynamic Stability of Bimodulus Thick Plates, <u>Computers & Structures</u>, 45, 4, 745-753.
- Kang, J.H., ve Leissa, A.W., 1998. Tree-Dimensional Vibration of Thick Linearly Tapered, Annular Plates, Journal of Sound and Vibration, 217, 5, 927-944.
- Karunasena, W., Liew, K.M. ve Bermani, F.G.A., 1996. Natural Frequencies of Thick Arbitrary Quadrilateral Plates Using The pb-2 Ritz Method, <u>Journal of Sound and</u> <u>Vibration</u>, 196, 4, 371-385.
- Katili, I., 1993. A New Discrete Kirchhoff-Mindlin Element Based on Mindlin-Reissner Plate Theory and Assumed Shear Strain Fields-Part1: An Extended Dkt Element For Thick-Plate Bending Analysis, <u>International Journal For Numerical Methods In</u> <u>Engineering</u>, 36, 1859-1883.
- Khdeir, A.A. ve Reddy, J.N, 1999. Free Vibration of Laminated Composite Plates Using Second-Order Shear Deformation Theory, <u>Computers & Structures</u>, 71, 617-626.
- Kim, J.S. ve Soedel, W., 1988. On The Response of Three-Dimentional Elastic Bodies to Distributed Dynamic Pressure Part 2: Thick Plate, <u>Journal of Sound and Vibration</u>, 126, 2, 297-308.
- Köksal, T., 1995. Sonlu Elemanlar Metodu, Yıldız Teknik Üniversitesi matbaası, İstanbul.
- Kraus, H.D., 1977. A Hybrid Stiffness Matrix for Orthotropic Sandwich Plates with Thick Faces, <u>International Journal For Numerical Methods In Engineering</u>, 11, 1291-1306

- Lange, K.A., ve Bottega, W.J., 1998. On the Elastodynamic Response of Thick Multilayered Plates Subjected to Impact Loads, <u>Journal of Sound and Vibration</u>, 211, 1, 39-93.
- Lee, J.M. ve Kim, K.C., 1995. Vibration Analysis of Rectangular Isotropic Thick Plates Using Mindlin Plate Characteristic Functions, <u>Journal of Sound and Vibration</u>, 187, 5, 865-877
- Liew, K.M., Xiang, Y., Kitipornchai, S. ve Wang, C.M., 1993. Vibration of Thick Skew Plates Based on Mindlin Shear Deformation Plate Theory, <u>Journal of Sound and Vibration</u>, 168, 1, 39-69.
- Liew, K.M., Xiang, Y. ve Kitipornchai, S., 1993, Transverse Vibration of Thick Rectangular Plates-2. Inclusion of Oblique Internal Line Supports, <u>Computers &</u> <u>Structures</u>, 49, 1, 31-58.
- Liew, K.M., Xiang, Y. ve Kitipornchai, S., 1993. Transverse Vibration of Thick Rectangular Plates-3. Effects of Multiple Eccentric Internal Ring Supports, <u>Computers & Structures</u>, 49, 1, 59-67.
- Liew, K.M., Hung, K.C. ve Lim, M.K., 1995. Vibration of Plates Using Boundary Characteristic Orthogonal Polynomials, <u>Journal of Sound and Vibration</u>, 182, 1, 77-90.
- Liew, K.M., Hung, K.C. ve Lim, M.K., 1995. Tree-Dimensional Vibration of Rectangular Plates: Effects of Thickness and Edge Constraints, <u>Journal of Sound and Vibration</u>, 182, 5, 709-727.
- Liew, K.M., Xiang, Y. ve Kitipornchai, S., 1995. Research on Thick Plate Vibration: A Literature Survey, Journal of Sound and Vibration, 180, 1, 163, 176.
- Liew, K.M., 1996. Solving The Vibration of Thick Symmetric Laminates by Reissner/Mindlin Plate Theory and The P-Ritz Method, Journal of Sound and <u>Vibration</u>, 3, 343-360.
- Liew, K.M., Han, J.B. ve Xiao, Z.M, 1997. Vibration analysis of Circular Mindlin Plates Using The Differential Quadrature Method, <u>Journal of Sound and Vibration</u>, 205, 5, 617-630.
- Lin, C.C. ve Chen, L.W., 1989, Large-Amplitude Vibration of An Initially Imperfect Moderately Thick Plate, Journal of Sound and Vibration, 135, 2, 213-224.
- Liu, W.H. ve Yeh, F.H, 1993. Non-Linear Vibrations of Initially Imperfeck, Orthotropic, Moderately Thick plates with Edge Restraints, <u>Journal of Sound and Vibration</u>, 165, 1, 101-122.
- Liu, M.L. ve To, C.W.S., 1995, Vibration of Structures by Hybrid Strain-Based Three-Node Flat Triangular Shell Elements, Journal of Sound and Vibration, 184, 5, 801-821.

- Liu, F.L. ve Liew, K.M., 1999. Analysis of Vibrating Thick Rectangular Plates with Mixed Boundary Constraints Using Different Quadrature Element Method, Journal of Sound and Vibration, 225, 5, 915-934.
- Lok, T.S. ve Cheng, Q.H., 2001. Free and Forced Vibration of Simply Supported, Orthotropic Sandwich Panel, <u>Computers & Structures</u>, 79, 301-312.
- Love, A.E.H., 1944. Mathematical Theory of Elasticity, Dover Publications.
- Lundgren, H.R. ve Salama, A.E., 1967. Buckling of Multilayer Plates by Finite Elements, J. Eng. Mech. Div., ASCE, 97, 476-494.
- Malkus DS. ve Hughes TJR., 1978. Mixed Finite Element Methods- Reduced and Selective Integration Techniques: A Unification of Concepts, <u>Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering</u>, 15, 63-81.
- Manoach, E., 1993. Dynamic Response of Elastoplastic Mindlin Plate by Mode Superposition Method, Journal of Sound and Vibration, 162, 1, 165, 175.
- Mermertaş, V. ve Belek, H.T., 1990. Static and Dynamic Stability of Variable Thickness Annular Plates, Journal of Sound and Vibration, 141, 3, 435-448.
- Meroueh, K.A., 1988. On A Nonlinear Theory of Plates and Shells Including Consistent and Inconsistent Kinematics and The Finite Element Method, <u>Computers &</u> <u>Structures</u>, 29, 1, 117-132.
- Mcgee, O.G. ve Butalia, T.S., 1992. Natural Vibration of Shear Deformable Cantilevered Skewed Trapezoidal and Triangular Thick Plates, <u>Computers & Structures</u>, 45, 5-6, 1033-1059.
- Mcgee, O.G. ve Butalia, T.S., 1994. Natural Vibrations of Shear Deformable Cantilevered Skew Thick Plates, Journal of Sound and Vibration, 176, 3, 351-376.
- Mcgee, O.G., Graves, W.D., Butalia, T.S. ve Owings M.I., 1994. Natural Vibrations of Shear Deformable Rhombic Plates with Clamped and Free Edge Conditions, <u>Computers & Structures</u>, 53, 3, 679-694.
- Michell, J.H., 1900. On The Direct Determination of Stress in an Elastic Solid with Application of the Theory Plates, Proceedings of the London Mathematical Society, 31.
- Mindlin, R.D., 1951. Influence of Rotatory Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic, Elastic Plates, Journal of Applied Mechanics, 18, 1, 31-32.
- Mizusawa, T., 1991. Vibration of Thick Annular Sector Plates Using Semi-Analytical Methods, Journal of Sound and Vibration, 150, 2, 245-259.
- Mukherjee, A. ve Mukhopadhyay, M., 1988. Finite Element Free Vibration of Eccentrically Stiffened Plates, Computers & Structures, 30, 6, 1303-1317.

- Nicholson, J.W. ve Bergman, L.A., 1985. Vibration of Thick Plates Carrying Concentrated Masses, Journal of Sound and Vibration, 103, 3, 357-369.
- Owen, D.R.J. ve Lie, Z.H., 1987. A Refined Analysis of Laminated Plates by Finite Element Displacement Methods-1.Fundamentals and Static Analysis, 26, 6, 907-914.
- Owen, DRJ. ve Zienkiewicz, O.C., 1982. A refined higher-order C^o plate bending element, <u>Computers & Structures</u>, 15, 83-177.
- Ozkul, T.A. ve Ture, U., 2004. The transition from thin plates to moderately thick plates by using finite element analysis and the shear locking problem, <u>Thin Walled.</u> <u>Structures</u>, 42, 1405-1430.
- Özdemir, Y. I. ve Ayvaz, Y., 2004. Analysis of clamped and simply supported thick plates using finite element method, Proc. of the 6th Int. Cong. on Advances in Civil Engineering, İstanbul, 1, 652-661.
- Özdemir Y. I. ve Ayvaz Y., 2007. Shear Locking-Free Analysis of Thick Plates Using Mindlin's Theory (accepted for publication), <u>Structural Engineering and</u> <u>Mechanics</u>.
- Palani, G.S., Iyer, N.R. ve Rao, T.V.S.R.A., 1992. An Efficient Finite Element Model for Static and Vibration Analysis of Eccentrically Stiffened Plates/Shells, <u>Computers</u> <u>& Structures</u>, 43, 4, 651-661.
- Palani, G.S., Iyer, N.R. ve Rao, T.V.S.R.A., 1993. An Efficient Finite Element Model for Static and Vibration Analysis of Plates with Arbitrarily Located Eccentric Stiffeners, Journal of Sound and Vibration, 166, 3, 409-427.
- Panc, V., 1975. Theory of Elastic Plates, Noordhoff, Leidin.
- Peterson, M.R. ve Boyd, D.E., 1978. Free Vibration of Circular Cylinders with Longitudinal, Interior Partitions, Journal of Sound and Vibration, 60, 1, 45-62.
- Petrolito, J., 1989. A Modified ACM Element for Thick Plate Analysis, <u>Computers &</u> <u>Structures</u>, 32, 6, 1303-1309.
- Pian, T.H.H., 1964. Derivation of element stiffness matrices by assumed stres distributions, <u>AIAA J.</u>, 2, 1333-1336.
- Pillasch, D.W., Majerus, J.N. ve Zak, A.R., 1983. Dynamic Finite Element Model for Laminated Structures, <u>Computers & Structures</u>, 16, 1-4, 449-455.
- Reddy, J.N. ve Chao, W.C, 1980. Large-Deflection and Large-Amplitude Free Vibration of Laminated Composite-Material Plates, <u>Computers & Structures</u>, 13, 341-347.
- Reddy, J.N. ve Kuppusamy, T., 1984. Natural Vibration of Laminated Anisotropic Plates, Journal of Sound and Vibration, 94, 1, 63-69.

- Reissner, E., 1944. On The Theory of Bending of Elastic Plates, Journal of Mathematics and Physics, 23, 184-191.
- Reissner, E., 1945. The Effect of Transverse Shear Deformation on The Bending of Elastic Plates, Journal of Applied Mechanics, 67, 69-77.
- Reissner, E., 1947. On bending of elastic plates, <u>Quarterly of Applied Mathematics</u>, 5, 55-68.
- Reissner, E., 1950. On a Variational Theorem in Elasticity, <u>Journal of Mathematics and</u> <u>Physics</u>, 25, 90-95.
- Roufaeil, O.L. ve Dawe, D.J., 1982. Rayleigh-Ritz Vibration Analysis of Rectangular Mindlin Plates Subjected to Membrane Stresses, <u>Journal of Sound and Vibration</u>, 85, 2, 263-275.
- Santiago, J.M. ve Bhattacharya, S., 1991. Sensitivity of Plate Response Calculations to Blast Load Definition, <u>Computers & Structures</u>, 40, 2, 375-392.
- Sarı, M.S., 1998. Takviyeli Plakların Karışık Sonlu Elemanlar Metodu İle Çözümü, Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, y.66-68
- Sathyamoorthy, M., 1984. Multiple Mode Non-Linear Dynamic Analysis of Thick Orthotropic Elliptical Plates, Journal of Sound and Vibration, 96, 3, 353-361.
- Singh, G. ve Rao, G.V., 1995. Finite Element Analysis of The Non-Linear Vibrations of Moderately Thick Unsymmetrically Laminates Composite Plates, <u>Journal of Sound</u> <u>and Vibration</u>, 181, 2, 315-329.
- So, J. ve Leissa, A.W., 1997. Tree-Dimensional Vibration of Thick Circular and Annular Plates, Journal of Sound and Vibration, 209, 1, 15-41.
- Soh, A.K., Cen, S., Long, Y. ve Long, Z., 2001. A new twelve DOF quadrilateral element for analysis of thick and thin plates, <u>European Journal of Mechanics A-Solids</u>, 20, 299-326.
- Spilker, R.L., 1982. Hybrid-Stress Eight-Node Element for Thin and Thick Multilayer Laminated Plates, <u>International Journal For Numerical Methods In Engineering</u>, 18, 801-828.
- Suzuki, S.I. 1986. Axisymmetric Dynamic Behaviour of Thick Plate Subjected to Impulsive Loads, Journal of Sound and Vibration, 105, 2, 339-345.
- Szilard, R., 1974. Theory and Analysis of Plates, Prentice-Hall, Inc.
- Tedesco, W.J., Mcdougal W.G. ve Ross, C.A., 1998. Structural Dynamics, Addison Wesley Longman, Inc., California.

- Timoshenko, S. ve Woinowsky-Krieger, S., 1959. Theory of Plates and Shells. Second edition, McGraw-Hill., New York.
- Tseng, Y.P. ve Wu, T.C., 1991. Partial Hybrid Stress Method Applied to The Higher-Order Laminated Plates Theory, <u>Computers & Structures</u>, 41, 2, 313-323.
- Ugural, A.C., 1981. Stresses in Plates and Shells, McGraw-Hill., New York.
- Wang, S., 1997. A Unified Timoshenko Beam B-Spline Rayleigh-Ritz Method for Vibration and Buckling Analysis of Thick and Thin Beam and Plates, <u>International</u> <u>Journal For Numerical Methods In Engineering</u>, 40, 473-491.
- Wanji, C. ve Cheung, Y.K., 2000. Refined quadrilateral element based on Mindlin/Reissner plate theory, <u>International Journal For Numerical Methods In</u> <u>Engineering</u>, 47, 605-627.
- Weaver, W. ve Johnston, P.R., 1984. Finite Elements for Structural Analysis, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 200-212.
- White, D.W. ve Abel, J.F., 1990. Accurate and Efficient Nonlinear Formulation of a Nine-Node Shell Element with Spurious Mode Control, 35, 6, 621-641.
- Xiang, Y., Liew, K.M., Kitipornchai, S. ve Wang C.M., 1994, Flexural Vibration of Skew Mindlin Plates with Oblique Internal Line Supports, <u>Journal of Sound and Vibration</u>, 178, 4, 535-551.
- Xiang, Y., Liew, K.M. ve Kitipornchai, S., 1997. Vibration Analysis of Rectangular Mindlin Plates Resting on Elastic Edge Supports, <u>Journal of Sound and Vibration</u>, 204, 1, 1-16.
- Yamada, G., Irie, T. ve Shoji, N., 1986. Vibration Characteristics of A Cylindrically Curved Thick Plate, Journal of Sound and Vibration, 110, 2, 337-346.
- Yang, I.H. ve Shieh, J.A., 1988. Vibrational Behavior of An Initially Stressed Orthotropic Circular Mindlin Plate, Journal of Sound and Vibration, 123, 1, 145-156.
- Yuan, F-G. ve Miller, RE., 1988. A rectangular finite element for moderately thick flat plates, <u>Computers & Structures</u>, 30, 1375-87.
- Yuan, F-G. ve Miller, RE., 1989. A cubic triangular finite element for flat plates with shear", <u>International Journal For Numerical Methods In Engineering</u>, 18, 1, 1-15.
- Yuqiu, L. ve Fei, X., 1992. A universal method for including shear deformation in thin plates elements, <u>International Journal For Numerical Methods In Engineering</u>, 34, 171-177.
- Zienkiewicz, O.C., Taylor RL. ve Too JM., 1971. Reduced Integration Technique in Geneal Analysis of Plates and Shells, <u>International Journal For Numerical Methods</u> <u>In Engineering</u>, 3, 275-290.

- Zienkiewicz, O.C., Xu, Z., Ling, F.Z. ve Samuelsson, A., 1993. Linked interpolation for Reissner- Mindlin plate element: part I-a simple quadrilateral, <u>International Journal</u> <u>For Numerical Methods In Engineering</u>, 36, 3043-3056.
- Zhou, D., Cheung, Y.K. ve Kong, J., 2000. Free Vibration of Thick, Layered Rectangular Plates with Point Supports by Finite Layer Method, <u>International Journal Of Solid</u> <u>and Structures</u>, 34, 1483-1499.

ÖZGEÇMİŞ

Yaprak Itır ÖZDEMİR 1975 yılında Trabzon'da doğdu.1993 yılında Trabzon Anadolu Lisesi'nden mezun oldu. Aynı yıl Karadeniz Teknik Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'nü kazandı. 1997 yılında lisans eğitimini tamamladıktan sonra aynı yıl KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim dalında yüksek lisans eğitimine başladı. 1998 yılında bir mühendislik bürosunda proje mühendisi olarak göreve başladı ve 2 yıl süreyle bu görevde kaldıktan sonra Ocak 2001 tarihinde KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsüne Araştırma Görevlisi olarak atandı ve aynı yıl yüksek lisans eğitimini tamamlayarak doktora eğitimine başladı. Nisan 2006'da aynı üniversitenin Yapı İşleri Teknik Daire Başkanlığı'na İnşaat mühendisi olarak atandı ve KTÜ İnşaat Mühendisliği Bölümüne görevlendirildi. Evli ve 4 çocuk annesi olan ÖZDEMİR İngilizce bilmekte ve KTÜ İnşaat Mühendisliği Bölümünde görevine devam etmektedir.