

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

İKİ TABAKALI ELASTİK ORTAMDA SÜREKLİ ve SÜREKSİZ
DEĞME PROBLEMLERİNİN İNCELENMESİ

139231

İnş. Yük. Müh. Volkan KAHYA

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde
"Doktor"
Ünvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

139231

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 12.05.2003
Tezin Savunma Tarihi : 26.06.2003

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Ragıp ERDÖL
Jüri Üyesi : Prof. Dr. A. Osman ÇAKIROĞLU
Jüri Üyesi : Prof. Dr. Sami KARADENİZ
Jüri Üyesi : Prof. Dr. Ümit UZMAN
Jüri Üyesi : Prof. Dr. Mehmet BAKIOĞLU

Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Yusuf AYVAZ

Trabzon 2003

ÖNSÖZ

Bu çalışma, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Ana Bilim Dalında bir Doktora tezi olarak yapılmıştır.

“İki Tabakalı Elastik Ortamda Sürekli ve Süreksiz Değme Problemlerinin İncelenmesi” isimli bu çalışmayı bana öneren, çalışmamın başından sonuna kadar bilgi ve tecrübelerinden faydalandığım danışman hocam Sayın Prof. Dr. Ragıp ERDÖL’e teşekkürü bir borç bilirim.

Tez izleme komitesinin değerli üyeleri Sayın Prof. Dr. A. Osman ÇAKIROĞLU ve Sayın Prof. Dr. Sami KARADENİZ’ e de ilgilerinden dolayı teşekkür ederim.

Sayın Prof. Dr. Mehmet BAKİOĞLU ve Sayın Prof. Dr. Ümit UZMAN’ a tezime göstermiş oldukları ilgiden dolayı teşekkür ederim.

Eğitim ve öğretim hayatım boyunca bana emeği geçen tüm hocalarıma saygılarımı sunar, teşekkür ederim.

Çalışmamın başından sonuna kadar her türlü konuda destek ve yardımlarını gördüğüm mesai arkadaşlarım Sayın Araş. Gör. Dr. Ahmet BİRİNCİ, Sayın Araş. Gör. Dr. Talat Ş. ÖZŞAHİN, Sayın Araş. Gör. Mehmet AKKÖSE, Sayın Araş. Gör. Süleyman ADANUR’ a ve burada isimlerinin sayamadığım diğer tüm arkadaşlarıma çok teşekkür ederim.

Çalışmalarım süresince bana gösterdikleri sabır, ilgi, şefkat ve destekten dolayı sevgili aileme teşekkür etmeyi bir vazife sayar, bu çalışmanın ülkeme ve milletime faydalı olmasını gönülden dilerim.

Volkan KAHYA
Trabzon, 2003

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

ÖNSÖZ.....	II
İÇİNDEKİLER.....	III
ÖZET.....	V
SUMMARY.....	VI
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	VII
TABLolar DİZİNİ.....	XII
SEMBOLLER DİZİNİ.....	XIII
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1. 1. Giriş.....	1
1. 2. Literatür Özeti.....	1
1. 3. Çalışmanın Kapsamı ve Önemi.....	10
1. 4. Genel Denklemler.....	12
1. 4. 1. Anizotropik Elastisite Teorisi.....	12
1. 4. 1. 1. Düzlem Şekil Değişirme Hali.....	14
1. 4. 1. 2. Düzlem Gerilme Hali.....	15
1. 4. 2. Ortotropik Elastik Bir Tabaka İçin Yer Değişirme ve Gerilme İfadeleri.....	17
1. 4. 2. 1. Ağırlık Etkisinin Hesaba Katılmaması Durumu: Homojen Çözümler.....	17
1. 4. 2. 2. Ağırlık Etkisinin Hesaba Katılması Durumu: Özel Çözümler.....	20
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	23
2.1. Giriş.....	23
2. 2. Sürekli Değme Problemi.....	23
2. 2. 1. Problemin Tanımı ve Sınır Şartları.....	23
2. 2. 2. Katsayıların Elde Edilmesi.....	24
2. 2. 3. İntegral Denklem.....	25
2. 2. 4. İlk Ayrılma Noktası ve Kritik Yükün Belirlenmesi.....	29
2. 3. Süreksiz Değme Problemi.....	30
2. 3. 1. Problemin Tanımı ve Sınır Şartları.....	30

2. 3. 2. Katsayıların Elde Edilmesi.....	31
2. 3. 3. İntegral Denklem Çifti	33
2. 3. 4. Ara Yüzeydeki Değme Gerilmesi Yayılışı	40
2. 3. 5. Ara Yüzeydeki Açılma Miktarı	40
3. BULGULAR ve İRDELEME.....	42
3. 1. Giriş	42
3. 2. Blok Altındaki Değme Gerilmesi Yayılışı.....	45
3. 3. İlk Ayrılma Uzaklığı ve Kritik Ayrılma Yüğü.....	53
3. 4. Ayrılma Bölgesi	66
3. 5. Açılma Miktarı	73
3. 6. Ara Yüzeydeki Değme Gerilmesi Yayılışı	82
4. SONUÇLAR	95
5. ÖNERİLER.....	97
6. KAYNAKLAR	98
7. EKLER	104
ÖZGEÇMİŞ	110

ÖZET

Bu çalışmada, sabit yükseklikli, sonsuz uzun, ortotrop iki elastik şeritten meydana gelen bileşik tabakanın sürekli ve süreksiz değme problemleri incelenmiştir. Üst yüzeyinden rijit düz bir blok vasıtasıyla sıkıştırılan bileşik tabaka, alt yüzeyinden rijit bir düzleme yapıştırılmıştır. Çözümde sürtünme etkileri ihmal edilmiş ve ara yüzeylerde sadece basınç gerilmelerine izin verildiği kabul edilmiştir. Bu nedenle, dış yükün belli bir değeri aşması durumunda, ağırlık etkilerinin de dikkate alınması neticesinde, tabakalar arasında sonlu bir bölgede ayrılma meydana gelebilir. Anizotropik elastisite teorisi ve Fourier dönüşüm tekniği kullanılarak, sürekli değme problemi bir tekil integral denkleme; süreksiz değme problemi de tekil integral denklem çiftine indirgenmiş ve bunlar Gauss-Chebyshev integrasyonu yardımıyla sayısal olarak çözülmüşlerdir. Çeşitli malzeme kombinasyonları için tabakalar arasında ilk ayrılmayı başlatan yük değeri (*kritik yük*), ilk ayrılma noktası, kritik yükten büyük yükler için açılma bölgesinin başlangıç ve bitiş noktaları, tabakalar arasındaki açılma miktarı ve ayrıca gerek sürekli gerekse süreksiz değme problemleri için rijit blok altındaki ve tabakaların ara yüzeyindeki değme gerilmesi yayılışları sayısal olarak elde edilmiştir. Malzeme ortotropisinin sonuçlar üzerindeki etkileri irdelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Ayrılma, Bileşik Tabaka, Değme Problemi, Fourier Dönüşümü, Gauss-Chebyshev İntegrasyon Metodu, İlk Ayrılma Noktası, İlk Ayrılma Yüğü, İntegral Denklem, Malzeme Ortotropisi.

SUMMARY

Continuous and Discontinuous Contact Problems for a Two-Layer Elastic Media

In this study, continuous and discontinuous contact problems for a two-layer elastic media which consists of two orthotropic elastic infinite strips of constant heights are considered. The layered media is subjected to a concentrated force through a rigid punch on its top surface. Bottom surface of the media is bonded to a rigid plane. It is assumed that friction is neglected and only compressive traction can be transmitted along the interfaces. Therefore, for loads greater than a certain value, a separation may be occur along a certain region at interface of the layers. In solution, weights of the layers are taken into account. By using anisotropic elasticity theory and Fourier transformation technique, the continuous contact problem is reduced to a singular integral equation and the discontinuous contact problem is reduced to a coupled singular integral equation system. These are solved numerically by using Gauss-Chebyshev integration quadrature. By taking various material combinations, numerical results for the initial separation point, the critical load, the size of the separation region, the separation amount for loads greater than critical load and the contact stress distribution under the rigid punch and along interface of the layers for both continuous and discontinuous contact problems are obtained. Effects of material orthotropy on the results are investigated.

Keywords: Separation, Layered Media, Contact Problem, Fourier Transform, Gauss-Chebyshev Integration Method, Initial Separation Point, Critical Load, Integral Equation, Material Orthotropy.

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa No

Şekil 1.	Sürekli değme probleminin geometrisi.....	23
Şekil 2.	Süreksiz değme probleminin geometrisi.....	30
Şekil 3.	İzotrop bileşik tabakada a/h_1 blok genişliğine bağlı olarak blok altındaki değme gerilmesi yayılışı ($h_1/h_2 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$).....	46
Şekil 4.	Ortotrop bileşik tabakada a/h_1 blok genişliğine bağlı olarak blok altındaki değme gerilmesi yayılışı ($h_1/h_2 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$).....	46
Şekil 5.	İzotrop bileşik tabakada h_1/h_2 yükseklik oranına bağlı olarak blok altındaki değme gerilmesi yayılışı ($a/h_1 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$).....	47
Şekil 6.	Ortotrop bileşik tabakada h_1/h_2 yükseklik oranına bağlı olarak blok altındaki değme gerilmesi yayılışı ($a/h_1 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$).....	47
Şekil 7.	İzotrop bileşik tabakada μ'_{xy}/μ''_{xy} kayma modülleri oranına bağlı olarak blok altındaki değme gerilmesi yayılışı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$).....	48
Şekil 8.	İzotrop bileşik tabakada çeşitli h_1/h_2 değerleri için ilk ayrılma uzaklığının blok genişliği ile değişimi ($\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$).....	56
Şekil 9.	İzotrop bileşik tabakada çeşitli h_1/h_2 değerleri için kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi ($\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$).....	56
Şekil 10.	M4 ortotrop bileşik tabakasında çeşitli h_1/h_2 değerleri için ilk ayrılma uzaklığının blok genişliği ile değişimi ($\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$).....	57
Şekil 11.	M4 ortotrop bileşik tabakasında çeşitli h_1/h_2 değerleri için kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi ($\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$).....	57
Şekil 12.	M14 ortotrop bileşik tabakasında çeşitli h_1/h_2 değerleri için ilk ayrılma uzaklığının blok genişliği ile değişimi ($\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$).....	58
Şekil 13.	M14 ortotrop bileşik tabakasında çeşitli h_1/h_2 değerleri için kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi ($\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$).....	58
Şekil 14.	İzotrop bileşik tabakada çeşitli μ'_{xy}/μ''_{xy} kayma modülü oranları için ilk ayrılma uzaklığının blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$).....	59

Şekil 15. İzotrop bileşik tabakada çeşitli μ'_{xy}/μ''_{xy} kayma modülü oranları için kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)	59
Şekil 16. III. Grup malzeme kombinasyonları için ilk ayrılma uzaklığının blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)	60
Şekil 17. III. Grup malzeme kombinasyonları için kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)	60
Şekil 18. IV. Grup malzeme kombinasyonları için ilk ayrılma uzaklığının blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)	61
Şekil 19. IV. Grup malzeme kombinasyonları için kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)	61
Şekil 20. V. Grup malzeme kombinasyonları için ilk ayrılma uzaklığının blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)	62
Şekil 21. V. Grup malzeme kombinasyonları için kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)	62
Şekil 22. VI. Grup malzeme kombinasyonları için ilk ayrılma uzaklığının blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)	63
Şekil 23. VI. Grup malzeme kombinasyonları için kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)	63
Şekil 24. VII. Grup malzeme kombinasyonları için ilk ayrılma uzaklığının blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)	64
Şekil 25. VII. Grup malzeme kombinasyonları için kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)	64
Şekil 26. VIII. Grup malzeme kombinasyonları için ilk ayrılma uzaklığının blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)	65
Şekil 27. VIII. Grup malzeme kombinasyonları için kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)	65
Şekil 28. İzotrop bileşik tabakada çeşitli a/h_1 değerleri için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$)	68
Şekil 29. Ortotrop bileşik tabakada çeşitli a/h_1 değerleri için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$)	68

Şekil 30. İzotrop bileşik tabakada çeşitli h_1/h_2 değerleri için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi ($a/h_1 = 1.0, \mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$).....	69
Şekil 31. Ortotrop bileşik tabakada çeşitli h_1/h_2 değerleri için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi ($a/h_1 = 1.0, \mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$).....	69
Şekil 32. İzotrop bileşik tabakada çeşitli μ'_{xy}/μ''_{xy} kayma modülü oranları için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi ($a/h_1 = 1.0, h_1/h_2 = 1.0$).....	70
Şekil 33. III. Grup malzeme kombinasyonları için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi ($a/h_1 = 1.0, h_1/h_2 = 1.0$).....	70
Şekil 34. IV. Grup malzeme kombinasyonları için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi ($a/h_1 = 1.0, h_1/h_2 = 1.0$).....	71
Şekil 35. V. Grup malzeme kombinasyonları için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi ($a/h_1 = 1.0, h_1/h_2 = 1.0$).....	71
Şekil 36. VI. Grup malzeme kombinasyonları için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi ($a/h_1 = 1.0, h_1/h_2 = 1.0$).....	72
Şekil 37. VII. Grup malzeme kombinasyonları için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi ($a/h_1 = 1.0, h_1/h_2 = 1.0$).....	72
Şekil 38. VIII. Grup malzeme kombinasyonları için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi ($a/h_1 = 1.0, h_1/h_2 = 1.0$).....	73
Şekil 39. Çeşitli a/h_1 değerleri için izotrop bileşik tabakada açılma miktarının değişimi ($h_1/h_2 = 1.0, \mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0, \lambda = 500$).....	75
Şekil 40. Çeşitli a/h_1 değerleri için ortotrop bileşik tabakada açılma miktarının değişimi ($h_1/h_2 = 1.0, \mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0, \lambda = 800$).....	76
Şekil 41. Çeşitli h_1/h_2 değerleri için izotrop bileşik tabakada açılma miktarının değişimi ($a/h_1 = 1.0, \mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0, \lambda = 400$).....	76
Şekil 42. Çeşitli h_1/h_2 değerleri için ortotrop bileşik tabakada açılma miktarının değişimi ($a/h_1 = 1.0, \mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0, \lambda = 800$).....	77
Şekil 43. Çeşitli λ yük değerleri için izotrop bileşik tabakada açılma miktarının değişimi ($a/h_1 = 1.0, h_1/h_2 = 1.0, \mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$).....	77
Şekil 44. Çeşitli λ yük değerleri için ortotrop bileşik tabakada açılma miktarının değişimi ($a/h_1 = 1.0, h_1/h_2 = 1.0, \mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$).....	78

Şekil 45. Çeşitli μ'_{xy}/μ''_{xy} değerleri için izotrop bileşik tabakada açılma miktarının değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 400$)	78
Şekil 46. III. Grup malzeme kombinasyonları için açılma miktarının değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600$).....	79
Şekil 47. IV. Grup malzeme kombinasyonları için açılma miktarının değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600$).....	79
Şekil 48. V. Grup malzeme kombinasyonları için açılma miktarının değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600$).....	80
Şekil 49. VI. Grup malzeme kombinasyonları için açılma miktarının değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600$).....	80
Şekil 50. VII. Grup malzeme kombinasyonları için açılma miktarının değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600$).....	81
Şekil 51. VIII. Grup malzeme kombinasyonları için açılma miktarının değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600$).....	81
Şekil 52. İzotrop bileşik tabakada çeşitli a/h_1 değerleri için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılımı ($h_1/h_2 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$, $\lambda = \lambda_{cr}$).....	85
Şekil 53. Ortotrop bileşik tabakada çeşitli a/h_1 değerleri için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılımı ($h_1/h_2 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$, $\lambda = \lambda_{cr}$).....	85
Şekil 54. İzotrop bileşik tabakada çeşitli h_1/h_2 değerleri için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılımı ($a/h_1 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$, $\lambda = \lambda_{cr}$).....	86
Şekil 55. Ortotrop bileşik tabakada çeşitli h_1/h_2 değerleri için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılımı ($a/h_1 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$, $\lambda = \lambda_{cr}$).....	86
Şekil 56. İzotrop bileşik tabakada $\lambda \geq \lambda_{cr}$ için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılımı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$).....	87
Şekil 57. Ortotrop bileşik tabakada $\lambda \geq \lambda_{cr}$ için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılımı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$).....	87
Şekil 58. İzotrop bileşik tabakada çeşitli μ'_{xy}/μ''_{xy} değerleri için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılımı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = \lambda_{cr}$).....	88
Şekil 59. İzotrop bileşik tabakada çeşitli μ'_{xy}/μ''_{xy} değerleri için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılımı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 400 > \lambda_{cr}$).....	88

Şekil 60. III. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılışı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = \lambda_{cr}$).....	89
Şekil 61. IV. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılışı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = \lambda_{cr}$).....	89
Şekil 62. V. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılışı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = \lambda_{cr}$).....	90
Şekil 63. VI. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılışı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = \lambda_{cr}$).....	90
Şekil 64. VII. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılışı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = \lambda_{cr}$).....	91
Şekil 65. VIII. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılışı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = \lambda_{cr}$).....	91
Şekil 66. III. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılışı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600 > \lambda_{cr}$).....	92
Şekil 67. IV. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılışı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600 > \lambda_{cr}$).....	92
Şekil 68. V. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılışı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600 > \lambda_{cr}$).....	93
Şekil 69. VI. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılışı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600 > \lambda_{cr}$).....	93
Şekil 70. VII. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılışı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600 > \lambda_{cr}$).....	94
Şekil 71. VIII. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılışı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600 > \lambda_{cr}$).....	94

TABLULAR DİZİNİ

Sayfa No

Tablo 1. Çalışmada kullanılan malzemelerin elastik özellikleri (Delale, Erdoğan, 1976; 1978).	42
Tablo 2. Çalışmada kullanılan malzemeler için β_1 , E_y/E_x ve ν_{xy} değerleri	43
Tablo 3. Çalışmada kullanılan malzeme kombinasyonları	44
Tablo 4. Kullanılan malzeme kombinasyonu grupları	44
Tablo 5. III. Grup malzeme kombinasyonları için blok altındaki değme gerilmesi değerlerinin karşılaştırılması	50
Tablo 6. IV. Grup malzeme kombinasyonları için blok altındaki değme gerilmesi değerlerinin karşılaştırılması	50
Tablo 7. V. Grup malzeme kombinasyonları için blok altındaki değme gerilmesi değerlerinin karşılaştırılması	51
Tablo 8. VI. Grup malzeme kombinasyonları için blok altındaki değme gerilmesi değerlerinin karşılaştırılması	51
Tablo 9. VII. Grup malzeme kombinasyonları için blok altındaki değme gerilmesi değerlerinin karşılaştırılması	52
Tablo 10. VIII. Grup malzeme kombinasyonları için blok altındaki değme gerilmesi değerlerinin karşılaştırılması	52

SEMBOLLER DİZİNİ

a	: Rijit bloğun yarı genişliği
b	: Açılma noktası
c	: Kapanma noktası
$A_j, B_j (j = 1,2,3,4)$: Bilinmeyen katsayılar
$\hat{A}_j, \hat{B}_j (j = 1,2,3,4)$: Sürekli değme problemi için bilinmeyen katsayılar
$\check{A}_j, \check{B}_j (j = 1,2,3,4)$: Süreksiz değme problemi için bilinmeyen ek katsayılar
$[C]$: Elastik sabitler matrisi
$C_{ij} (i, j = 1, \dots, 6)$: Elastik sabitler matrisinin elemanları
$[\hat{C}]$: Düzlem gerilme halinde indirgenmiş elastik sabitler matrisi
$\hat{C}_{ij} (i, j = 1,2,6)$: İndirgenmiş elastik sabitler matrisinin elemanları
E_x, E_y, E_z	: x, y ve z eksenleri doğrultusundaki elastisite modülleri
f_x, f_y, f_z	: Kütle kuvveti bileşenleri
g	: Yerçekimi ivmesi
$g(s)$: Boyutsuz değme gerilmesi
$g_1(s_1)$: Rijit bloğun altındaki boyutsuz değme gerilmesi
$g_2(s_2)$: Tabakalar arasındaki ayrılmanın eğimi ile ilgili boyutsuz büyüklük
G	: Tabakaların kayma modülleri oranı
h_1, h_2	: Tabakaların yükseklikleri
n	: Blok altındaki değme gerilmesi ve tabakalar arasındaki açılma eğim fonksiyonunun değerlerinin hesaplandığı nokta sayısı
$p(x)$: Blok altındaki değme gerilmesi
P	: Dış yükün büyüklüğü
$S_x(\xi, y), S_y(\xi, y), S_{xy}(\xi, y)$: Fourier dönüşüm alanında gerilme bileşenleri
$u(x, y), v(x, y), w(x, y)$: x, y, z eksenleri doğrultusundaki yer değiştirme bileşenleri
$U(\xi, y), V(\xi, y)$: Fourier dönüşüm alanında yer değiştirme bileşenleri

v^*	: Tabakalar arasındaki açılmayı ifade eden fonksiyon
x_{cr}	: İlk ayrılma uzaklığı
z	: Boyutsuz integrasyon değişkeni
α_1, α_2	: Karakteristik denklemin kökleri
$\beta_1, \beta_2, \beta_3$: Elastik sabitlere bağlı boyutsuz büyüklükler
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$: Normal şekil değiştirme bileşenleri
$\{\varepsilon\}$: Şekil değiştirme vektörü
$\phi(x)$: Tabakalar arasındaki ayrılmanın eğimini ifade eden fonksiyon
$\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$: Kayma şekil değiştirmesi bileşenleri
λ_{cr}	: Kritik ayrılma yükü
λ	: Boyutsuz dış yük değeri
$\mu_{xy}, \mu_{xz}, \mu_{yz}$: Kayma modülleri
μ'_{xy}	: 1 nolu tabakaya ait kayma modülü
μ''_{xy}	: 2 nolu tabakaya ait kayma modülü
$\nu_{xy}, \nu_{yx}, \nu_{xz}, \nu_{zx}, \nu_{yz}, \nu_{zy}$: xy, xz ve yz düzlemlerindeki Poisson oranları
ρ_1, ρ_2	: Yoğunluk
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$: Kartezyen koordinatlarda normal gerilme bileşenleri
$\{\sigma\}$: Gerilme vektörü
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$: Kartezyen koordinatlarda kayma gerilmesi bileşenleri
ξ	: Fourier dönüşüm değişkeni
$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$: Kısmi türev operatörleri

Not: Bu listede verilmeyen bazı semboller metin içerisinde ilgili oldukları yerlerde tanımlanmışlardır.

1. GENEL BİLGİLER

1. 1. Giriş

Pratik öneme sahip mühendislik yapılarında geniş uygulama alanları bulmaları nedeniyle, araştırmacılar değme problemleri üzerinde önemle durmuşlardır. Temeller, karayolları, demiryolları, havaalanı pistleri, akaryakıt tankları, silindirik miller, kompozit malzemeler, küresel veya silindirik bilyeler değme mekaniğinin uygulama alanlarından bazılarıdır.

1. 2. Literatür Özeti

Değme mekaniği ile ilgili olarak yapılan araştırmaların, Hertz'in 1882 yılında yazdığı "*On the contact of elastic solids*" adlı makalesi ile başladığı söylenebilir (Çakıroğlu, 1979; Johnson, 1985). Hertz teorisinde yapılan kabullere göre;

- i. Cisimler tam elastiktir.
- ii. Değme yüzeyleri sürekli fakat konform değildir.
- iii. Şekil değiştirmeler küçüktür.
- iv. Her cisim elastik yarım düzlem olarak kabul edilebilir.
- v. Yüzeyler sürtünmesizdir.

Ne var ki, bu teoriyi esas alan çalışmalar, teknolojik önemine rağmen, mühendislikteki gelişmelerin hız kazandığı 20. yüzyılın başlarına kadar teknik literatürde pek görülmemiştir (Johnson, 1985). Muskhelishvili'nin (1953) *Kompleks Değişkenler Metodu* ve Sneddon'un (1972) *İntegral Dönüşüm Teknikleri* üzerine yapmış olduğu çalışmaların elastisite teorisinde kullanılmasıyla, değme problemleri ile ilgili çalışmalara katılım artmıştır. Hertz değme teorisi, Boussinesq tarafından geliştirilmiş ve pek çok araştırmacı tarafından önemli mühendislik uygulamalarına özelleştirilmiştir (Geçit, 1986a). Bilgisayar teknolojisindeki ve sayısal çözüm metotlarındaki gelişmelere paralel olarak değme problemleri üzerine çalışan bilim adamlarının sayısı artmıştır. Elastisite teorisinde değme problemlerinin çözümü ile ilgili 1950'li yıllara kadar yapılan araştırmalara ait teknik literatür ve çözüm metotları Galin (1961)'nin eserinde sunulmuştur.

Değme problemlerinin çözümünde sürtünme etkilerinin ihmal edilmesi çözümü oldukça kolaylaştırmaktadır (Galin, 1961). Sürtünmesiz değme problemleri iki ana grupta toplanabilirler. Birinci gruptaki problemlerde, cisimler belli bir değme uzunluğu boyunca birbirlerine yapışmış olup, değme bölgesinde meydana gelen gerilmeler çekme veya basınç şeklinde olabilmektedir. Böyle problemlerde, değme bölgesinin uzunluğu bilinmekte ve gerilmeler genellikle değme bölgesinin uç noktalarında tekillik içermektedir. İkinci gruptaki problemlerde ise, değme gerilmelerinin sadece basınç şeklinde olduğu kabul edilmektedir. Bu tip problemlerde, değme bölgesinin uzunluğu önceden bilinmemekte ve gerilmeler bu bölgenin uç noktalarında sıfır olmaktadır (Gladwell, 1976). Değme bölgesinin uzunluğu, değen cisimlerin eğrilik yarıçaplarına nazaran genellikle daha küçük olduğundan, cisimlerden bir tanesi elastik yarı sonsuz ortam olarak kabul edilebilir (Galin, 1961). Böyle bir kabul de çözümleri oldukça kolaylaştırmaktadır.

İntegral dönüşüm teknikleri, elastisite problemlerinin çözümünde kullanılan metotlar arasında önemli bir yer işgal etmektedir. İntegral dönüşümleri kullanılarak, bağımsız değişkenler üzerinde yapılan dönüşümler sayesinde diferansiyel denklemlerin mertebesi azaltılmakta ve böylece problemlerin çözümü kolaylaşmaktadır. Genel olarak, problemin tipine göre, örneğin; titreşim problemleri için Laplace, kartezyen koordinatlardaki problemler için Fourier, silindirik koordinatlardaki problemler için Hankel ve kutupsal koordinatlardaki problemler için Mellin dönüşümü kullanmak uygun olmaktadır. İntegral dönüşümlerin değme problemlerinin çözümünde uygulanma metotları ise Ufliand (1965)'in eserinde verilmiştir

Çözümünde integral dönüşümlerin kullanıldığı, elastik veya rijit olabilen çeşitli geometrilerdeki bir blok (*punch*) ile sıkıştırılan elastik ortamda meydana gelen sürekli değme problemlerine ait bazı çalışmalar aşağıda sıralanmıştır.

Shibuya ve diğerleri (1974), elastik yarım düzlem ile halka şekilli düz rijit blok arasında meydana gelen dönel simetrik elastik değme problemini incelemişlerdir. Araştırmacılar, bu üç parçalı karışık sınır değer probleminin çözümü için bir metot önermişlerdir. Bloğun iç ve dış kenarları hariç değme bölgesinin her yerinde gerilmenin sürekli olduğu kabul edilmiştir. Değme gerilmesi uygun serilere açılmak suretiyle, problem lineer cebrik bir denklem sisteminin çözümüne indirgenmiş ve yer değiştirme ve gerilmelerle ilgili sayısal sonuçlar sıralanmıştır.

Gladwell (1976), sürtünmesiz düzlem değme problemlerinde elde edilen integral denklemin Chebyshev polinomları kullanılarak yaklaşık olarak çözülebileceği göstermiştir.

Elastik yarım düzleme oturan kiriş problemi, rijit silindirik bir blokla sıkıştırılan elastik şerit problemi ve rijit düzlemler arasında sıkıştırılan elastik silindir problemi olmak üzere üç tip problem için elde edilen sayısal sonuçlar sunulmuştur. Aynı araştırmacı bir diğer çalışmasında, rijit bir silindirin aynı özellikte iki elastik tabaka tarafından sıkıştırılması ile meydana gelen değme problemini incelemiştir (Gladwell, 1977). Üç değme bölgesinin ortaya çıktığı bu problemin çözümünde, Chebyshev polinomları kullanılmış ve tek adımlı yaklaşık bir çözüm metodu önerilmiştir.

Adams ve Boggy (1976), farklı malzeme özelliklerine sahip elastik yarı sonsuz şerit ile elastik yarım düzlem arasındaki değme problemini ikinci tip bir integral denklem takımına indirgeyerek çözmüşlerdir. Yazarlar, elastik şerit ile yarım düzlem arasında sürtünme olmaması (*smooth contact*) ve tam yapışma olması (*bonded contact*) durumlarını ayrı ayrı ele alarak, çeşitli malzeme kombinasyonları için ara yüzeydeki normal ve kayma gerilmelerine ait sayısal sonuçları grafik olarak sunmuşlardır. Aynı araştırmacılar diğer bir çalışmada, bu defa farklı genişliklere ve malzeme özelliklerine sahip iki elastik şerit arasındaki sürtünme olmaması ve tam yapışma olması hallerini ele almışlardır (Adams ve Boggy, 1977). Bu çalışmada da, ara yüzeydeki normal ve kayma gerilmelerine ait sayısal sonuçlar, çeşitli malzeme kombinasyonları ve şerit genişliği oranları için elde edilmiş ve genişlik oranının birim veya sonsuz olması durumlarında daha önceki çalışmalardan elde edilen sonuçlarla karşılaştırma yapılmıştır.

Bakırtaş (1980), homojenliği derinlik ile değişen elastik yarım düzlem üzerindeki rijit blok problemini ele almıştır. Çalışmada, Fourier integral dönüşüm tekniği kullanılarak, karışık sınır değer problemi bir tekil integral denkleme indirgenmiş ve sayısal olarak çözülmüştür. Blok altındaki gerilme dağılımı ve gerilme tekilliği üzerine yarı sonsuz ortamın homojen olmamasının etkileri araştırılmıştır. Ayrıca Poisson oranının sonuçlar üzerindeki etkileri de irdelenmiştir.

Adams ve Zied (1984), elastik yarım düzlem üzerinde sabit hızla hareket eden elastik yarı sonsuz şerit problemini çözmüşlerdir. Yazarlar, düzlem elastisite teorisini kullanarak, ara yüzeydeki değme gerilmesi dağılımını değişik malzeme kombinasyonları, kayma hızları ve sürtünme katsayıları için elde etmişlerdir. Çalışmada, hem gerilme şiddeti faktörünün hem de gerilme tekilliğinin kayma hızı ile ilişkisi ortaya konulmuştur.

Geçit ve Gökpinar (1985), rijit dairesel bir mesnet üzerine oturan elastik tabakanın üst yüzeyinden sonlu genişlikte yayılı yükü bastırılması sonucu oluşan değme problemini incelemiştir. Çalışmada, elastik tabaka ile mesnet ara yüzeyinde sürtünme olmadığı ve

sadece basınç gerilmelerinin oluşabildiği kabul edilmiştir. Araştırmacılar problemi, bir tekil integral denkleme indirgeyerek sayısal çözüm yapmışlar; değme gerilmesi, eksenel gerilme ve değme uzunluğu ile ilgili sayısal sonuçlar sunmuşlardır.

Geçit (1986b), yarı sonsuz elastik bir silindirin elastik yarım düzlemle olan dönel simetrik değme (*axisymmetric contact*) problemini incelemiştir. Bu problemde de değme yüzeyinde sürtünme olmadığı ve sadece normal basınç gerilmelerinin olduğu kabul edilmiştir. Problem integral dönüşüm tekniği kullanılarak tekil integral denklem sistemine indirgenmiş ve sayısal olarak çözülmüştür.

Sabin ve Kaloni (1989), elastik yarım düzlem üzerinde düşey eksen etrafında dönen rijit bir cismin değme problemini sürtünmeyi de hesaba katarak ikinci mertebeli elastisite teorisi ile çözmüşlerdir. Blok altındaki değme gerilmesi, yüzey yer değiştirme şekli, batma derinliği ve bloğu döndürmek için gerekli momentle ilgili genel formülasyon sunulmuştur. Elde edilen sonuçlar, klasik elastisite teorisinin sonuçları ile karşılaştırılarak; sıkıştırılabilir ve sıkıştırılmaz malzemeler arasındaki fark aydınlatılmıştır.

Lan ve diğerleri (1996), elastik bir tabakanın iki dairesel blok ile normal ve teğetsel olarak sıkıştırılması problemlerini ele almışlardır. Problemlerin Fredholm integral denklemler sistemine indirgenebileceğini ve bunların bazı özel haller için iteratif olarak çözülebileceğini göstermişlerdir. İkinci bloğun ve tabaka yüksekliğinin bloklardaki toplam yük üzerindeki etkilerini aydınlatmak için asimptotik çözümler gerçekleştirmişlerdir.

Rijit bir düzleme yapılandırılmış elastik tabaka ile rijit bir blok arasındaki sürtünmesiz değme problemi de çeşitli araştırmacılar tarafından incelenmiştir (Kahya, 1997; Kahya ve Erdöl, 1997; Kahya, vd, 2001). Bu çalışmalarda, blok profillerinin dikdörtgen, dairesel ve parabolik olması durumlarında elde edilen integral denklemler çözülerek; değme gerilmesi, değme uzunluğu ve elastik tabakada meydana gelen gerilme ve yer değiştirmelerle ilgili sayısal sonuçlar sunulmuştur.

Çözümünde farklı metotların kullanıldığı, elastik veya rijit olabilen çeşitli geometrilerdeki bir blok ile sıkıştırılan elastik ortamda meydana gelen sürekli değme problemlerine ait bazı çalışmalar ise aşağıda sıralanmıştır.

Nowell ve Hills (1988) bir hibrid metot kullanarak, ince bir elastik şerit ile simetrik yerleştirilmiş tekerlekler arasında meydana gelen düzlemsel değme problemini ele almışlardır. Araştırmacılar, sürtünmesiz ve sürtünmeli değme problemleri için yüzey gerilmelerini elde etmişler; ayrıca, yapışma ve kayma bölgelerinin detaylı bir analizini yapmışlardır.

Değme problemlerinin çözümünde kullanılan bir diğer yöntem de varyasyonel eşitsizliklerdir (Klarbring, vd 1991; Noor ve Tirmizi, 1991; Johansson, 1993).

Neumeister (1992), düzlem gerilme veya düzlem şekil değiştirme durumunda, keyfi sayıda lineer elastik bileşenden oluşan kompozit bir cisimde gerilme alanını tanımlamak için gerekli minimum elastik sabit sayısını araştırmıştır.

Jin ve diğerleri (1993), değme yüzeyinin tabaka yüksekliğine nazaran daha büyük olduğu ve hareketli yüke maruz rijit mesnetli elastik tabakaya ait minimum ve ortalama yükseklik için analitik formüller türetmişlerdir.

Jaffar (1993), rijit mesnetli, sonlu yükseklığe sahip elastik bir tabakanın rijit silindirik bir blok ile sürtünmesiz temasından dolayı meydana gelen yüzey deformasyonlarını Chebyshev serileri yardımıyla sayısal olarak hesaplamış; tabaka yükseklığı ve Poisson oranının sonuçlar üzerindeki etkilerini araştırmıştır.

Zharii ve Ulitko (1995), rijit bir şerit ile yayılan Rayleigh dalgasına maruz elastik şerit arasındaki sürtünmesiz değme problemini incelemişlerdir. Çözümde yer değiştirmeler bilinmeyen fonksiyonların Fourier serileri şeklinde alınarak, problem çift seri denklem sistemine indirgenmiştir. Kapalı formda elde edilen çözümlerden yola çıkılarak normal yer değiştirme ve gerilme dağılımları ile yüzey üzerindeki teğetsel hız dağılımları için kesin analitik ifadeler türetilmiştir. Zharii (1995), aynı problemde değme yüzeyinde yapışma olması durumunu ele almıştır. Bu çalışmada ise, gerilmeler bilinmeyen fonksiyonların Fourier serileri şeklinde alınmıştır. Problem bir tekil integral denkleme indirgenerek çözüm yapılmıştır.

Karayolları, demiryolları, radye ve sürekli temel sistemleri, zemine oturan sıvı tankları vs. gibi mühendislik yapıları tabakalı elastik ortamlar şeklinde modellenebilirler. Bu modellerde, belli bir değerden daha büyük yükler için tabaka ile temel zemini arasında ayrılma meydana gelebilmektedir. Dış yükün şiddeti, tabaka yüksekliği ve malzeme özellikleri, değme yüzeyindeki gerilme dağılımı üzerinde ve bu yüzeyde ilk ayrılma noktasının oluşmasında önemli rol oynamaktadır. Elastik zemine oturan kiriş veya plak sistemlerinde değme yüzeyinde ayrılma olması, burada meydana gelen çekme gerilmelerinin karşılanamaması sebebiyle istenmeyen bir durumdur. (Çakıroğlu ve Çakıroğlu, 1991).

Tabakalı ortamlarda sürekli ve süreksiz değme problemleri ile ilgili olarak yapılmış çalışmalardan bazıları aşağıda verilmiştir.

Dhaliwal (1970), elastik zemine oturan bir elastik tabakanın silindir kesitli bir blokla bastırılması sonucu meydana gelen d6nel simetrik değme problemini ele almıştır. Elastik tabaka-zemin arasında yapışma olduğu varsayılarak, analitik ve sayısal sonuçlar sunulmuştur. Dhaliwal ve Rau (1970), bu problemi değişik blok profilleri için genelleştirmişlerdir.

Keer ve diğerleri (1972), elastik bir tabaka ile elastik yarım düzlem arasındaki düzlem ve d6nel simetrik ayrılmalı değme (*receding contact*) problemlerini ayrı ayrı ele almışlar ve diğer çalışmalarla bir karşılaştırma yapmışlardır.

Erdoğan ve Ratwani (1974), iki elastik çeyrek düzlem üzerine oturan elastik tabakada sürtünmesiz değme problemini ele almışlardır. Çalışmada, değme bölgesinin dış yükün büyüklüğünden bağımsız, fakat, yük genişliğine bağlı olduğu gösterilmiştir. Problem genelleştirilmiş Cauchy çekirdekli bir tekil integral denkleme indirgenmiş ve çeşitli sayısal sonuçlar sunulmuştur. Aksoğan ve diğerleri (1996), bu problemi sonlu eleman ve sınır eleman yöntemleriyle de çözerek sonuçlar arasında bir karşılaştırma yapmışlardır. Aksoğan ve diğerleri (1997), aynı problemi bu kez simetrik olmayan yükleme hali için ele almışlar ve üç değişik metotla (elastisite teorisi, sonlu eleman metodu ve sınır eleman metodu) özüm elde etmişlerdir.

Civelek ve Erdoğan (1975), rijit bir düzleme oturan ve doğrusal yayılı yük etkisi altındaki elastik tabakanın simetri ekseninden bir tekil yükle kaldırılması problemini ele almışlardır. Çözümde tabakanın ağırlığı hesaba katılmıştır. Önce tabakanın rijit düzlemden ayrılmasına sebep olan en küçük yük değeri belirlenmiş ve ardından süreksiz değme problemi tekil integral denkleme indirgenerek, kritik yükten büyük yükler için meydana gelen ayrılma bölgesi ve gerilme dağılışı sayısal olarak elde edilmiştir. Yazarlar, ayrılma uzunluğunun ve gerilme dağılışının malzemenin elastik sabitlerine bağlı olmadığını göstermişlerdir. Aynı geometri için elastik tabakanın rijit bir blokla sıkıştırılması sonucu rijit düzlemden ayrılması problemi ise Civelek ve diğerleri (1978) tarafından incelenmiştir.

Civelek ve Erdoğan (1977), elastik yarım düzlem üzerine oturan elastik tabakanın elastik bir blokla sıkıştırılması ile meydana gelen d6nel simetrik değme problemini çözmüşlerdir. Ağırlık etkisinin dikkate alınmadığı problemde, sırasıyla blok-tabaka ve tabaka-yarı düzlem ara yüzeylerinde olmak üzere iki tane sonlu değme bölgesi mevcuttur. Ara yüzeylerde sürtünme olmadığı ve sadece normal basınç gerilmeleri olduğu; elastik bloğun eğrilik yarıçapının ise blok-tabaka ara yüzeyinde meydana gelen değme bölgesine nazaran çok daha büyük olduğu kabul edilmiştir. Problem, tekil integral denklem cinsinden

ifade edilerek üç farklı blok profili için kapsamlı sayısal sonuçlar sunulmuştur. Aynı problemde bloğun yarı sonsuz elastik silindir olması durumu Geçit (1986a) tarafından incelenmiştir.

Adams (1978), elastik yarım düzlem üzerine oturan bir elastik tabakanın üzerinde sabit hızla hareket eden tekil yük problemini ele almıştır. Yazar, problemin simetrik ve simetrik olmayan iki problemin toplamı şeklinde düşünülebileceğini göstererek, elde ettiği bu yeni karışık sınır değer problemlerini integral denklemlere indirgemiş ve çözüm yapmıştır.

Çakıroğlu (1979), elastik yarım düzleme oturan elastik tabakanın rijit düz bir blokla bastırılması ile meydana gelen sürekli ve süreksiz değme problemlerini incelemiştir. Çözümde ağırlık etkileri hesaba katılmıştır. Blok altındaki değme gerilmesi, ilk ayrılma uzaklığı ve kritik ayrılma yükü, bu yükten büyük yükler için meydana gelen ayrılma bölgesinin uzunluğu ve açılma miktarı ile gerek sürekli gerekse süreksiz değme problemleri için tabaka-yarım düzlem ara yüzeyindeki değme gerilmesi yayılışına ait sayısal sonuçlar sunulmuştur.

Schmueser ve diğerleri (1980), üniform yayılı yük ile bastırılan ve elastik yarım düzleme oturan bir elastik tabakanın tekil yükü kaldırılması sonucu meydana gelen ayrılma ve kayma problemini incelemiştir. Araştırmacılar, problemi bir integral denklem sistemine indirgeyerek sayısal çözüm yapmışlardır.

Geçit ve Yapıcı (1986), rijit düz bloklar üzerine oturan elastik tabaka problemini ele almışlardır. Sürekli ve süreksiz değme problemleri ayrı ayrı incelenerek, değme gerilmesi, aksenal gerilme ve ayrılma bölgesi ile ilgili sayısal sonuçlar sunulmuştur.

King (1987), tabakalı, izotropik elastik yarı sonsuz ortamın silindirik, dikdörtgen ve üçgen tabanlı bloklarla bastırılması problemlerini ele almıştır. Çözüm için yeni bir sayısal metod teklif etmiştir. İlk iki problem temel fonksiyon tekniği kullanılarak, diğeri ise tekil integral denklem kullanılarak çözülmüştür. Yük-sehim ilişkisi, çeşitli malzeme kombinasyonları ve blok genişlikleri için sayısal olarak elde edilmiştir.

Shield ve Boggy (1989a; b), yaptıkları çalışmalardan birincisinde tabakalı elastik yarı sonsuz bir ortam ile dönel simetrik blok arasındaki tek bölge değme probleminin çözümünü transfer matrisi yaklaşımı ile çözmüşlerdir. Yazarlar çalışmanın ikinci bölümünde ise aynı metodu kullanarak, iki veya daha fazla değme bölgesi meydana getiren halkalı blok ve çatlak problemlerini incelemiştir.

Dempsey ve diğerleri (1990), üst yüzeyinden rijit bir blokla sıkıştırılan ve Winkler zemini üzerine oturan sabit yükseklikli, elastik, izotrop, homojen, sonsuz uzun tabakada düzlem değme problemlerini incelemişlerdir. Çalışmada, izgisel yük, doğrusal yayılı şerit yk, rijit silindir ve rijit şerit halleri dikkate alınmıştır. Rijit silindir hali için yüzeydeki yük-sehim eğrisi kiriş teorisi kullanılarak modellenmiştir. Yüklemenin dönel simetrik olması halinin incelendiği bir diğer çalışmada ise rijit bloğun konik, paraboloidal ve elipsoidal olması halleri dikkate alınmıştır (Dempsey vd, 1991). Rijit düzleme oturan tabaka problemi, Winkler zeminin özel bir hali olarak incelenmiştir. Tabaka yüksekliği sonsuza götürülerek yarı sonsuz düzlem problemine geçiş yapılmış ve bu hale ait analitik çözüm elde edilmiştir. Ayrıca derinliği çok az olan tabakalar için ince plak teorisi kullanılarak birtakım bağıntılar türetilmiştir.

akıroğlu ve akıroğlu, (1991), elastik yarım düzleme oturan bir elastik tabakanın sürekli ve süreksiz değme problemlerini incelemişlerdir. Çalışmada ağırlık etkileri dikkate alınmıştır. Araştırmacılar, üç farklı yükleme durumu için ilk ayrılma noktası ve ilk ayrılma yükünü belirledikten sonra, ilk ayrılma yükünden büyük yükler için meydana gelen süreksiz değme problemini integral denkleme indirgeyerek Gauss-Chebyshev integrasyon metoduyla sayısal olarak çözmüşlerdir.

Birinci ve diğerleri (1997), Winkler zemini üzerine oturan bileşik tabakada sürekli değme problemini ele almışlardır. Yazarlar, yay rijitliği, yk genişliği, tabaka yüksekliği ve malzemeye bağlı olarak tabakaların ara yüzeyinde ilk ayrılmayı başlatacak yk ve ilk ayrılma uzaklığını elde etmişler; ilk ayrılma yükünden kk ve eşit yük değerleri için ara yüzeyde gerilme dağılımlarını sunmuşlardır. Bu problemde tabakalar arasında ayrılma olması hali Birinci ve Erdöl (2003) tarafından incelenmiştir. akıroğlu ve diğerleri (2001) ise, iki elastik tabakanın Winkler zemini yerine elastik yarım düzlem oturması durumunda sürekli ve süreksiz değme problemlerini incelemişlerdir.

Zhang ve Lin (1997), eliptik rijit bir blok ile bastırılan ve elastik zemin üzerine oturan ince şerit probleminin çözümü için yeni bir metot geliştirmişlerdir. şeridi, blok ve zemin ile olan temasına göre üç parçaya bölerek değme mekaniği ve büyük sehimli eğilme teorileri yardımıyla her parça için analitik çözümler türetmişlerdir. Daha sonra sreklielik şartlarını dikkate alarak değme gerilmesinin hesabı için iteratif çözüm yapan bir sayısal algoritma geliştirmişlerdir. Bu metodun en önemli avantajı, daha az kabul yapılarak daha etkili bir hesaplama yapılabilmesidir.

Farklı elastik sabitlere ve yüksekliklere sahip iki elastik tabakadan oluşan ve mesnetler üzerine oturan bileşik tabakada sürekli ve süreksiz değme problemleri de araştırmacılar tarafından incelenmiştir. Bu problemlerde bileşik tabaka çeşitli yükleme şartlarına maruz bırakılmıştır (Birinci ve Erdöl, 1997; 2001; zşahin ve akıroğlu, 1997; zşahin vd, 1998; Birinci vd 1999; zşahin vd, 1999). Bu çalışmalarda, malzeme özellikleri, tabaka yükseklikleri, mesnet açıklığı vb. parametrelerin ilk ayrılma uzaklığı ve kritik ayrılma yükü, ayrılma bölgesinin büyüklüğü, açılma miktarı ve değme gerilmesi üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Rijit temele oturan ve hareketli yük etkisine maruz elastik tabakada sürekli değme problemi Kahya ve Erdöl (2001) tarafından ele alınmıştır. Çalışmada, ilk ayrılma uzaklığının, ilk ayrılma yükü ve değme gerilmesinin yk hızı ile değişimi irdelenmiştir.

Anizotropik malzemeler modern teknolojiye önemli kullanım alanına sahiptirler. Bu nedenle, malzeme anizotropisinin yani malzemede çeşitli doğrultularda elastik özelliklerdeki farklılıkların dikkate alınması gereği ortaya çıkmıştır. Bilindiği gibi izotrop bir cisim tüm doğrultularda aynı olan bağımsız iki elastik sabiti ile tanımlıdır. Anizotropik bir cisimde ise bağımsız elastik sabitlerin sayısı artmaktadır. Dolayısıyla, anizotropik ortamlarda gerilme ve yer değiştirmelerin belirlenmesi ile ilgili problemlerin çözümünde bu birbirinden bağımsız elastik sabitlerin elastisite teorisinin temel denklemlerinde dikkate alınması gereklidir (Lekhnitskii, 1963). Malzeme anizotropisinin dikkate alındığı değme problemlerine aşağıda sıralanan çalışmalar örnek olarak verilebilir.

Fabrikant ve Sankar (1986), simetri eksenini boyunca herhangi bir noktadan tekil yüke maruz enine izotropik (*transversely isotropic*) elastik yarı düzlem ile rijit dairesel blok arasındaki etkileşim problemini incelemişlerdir. Rijit blok altındaki aksenal yer değiştirme ifadesi açık olarak elde edilmiştir.

Klintworth ve Stronge (1990), yüzeyinin küçük bir kısmı üzerinde normal ve teğetsel deplasmanlara maruz anizotropik yarı sonsuz bir ortamda meydana gelen gerilme dağılışını incelemişlerdir. Normal ve teğetsel değme problemleri için elde ettikleri temel çözümleri birleştirerek genel değme problemi için çözüm elde etmişlerdir. Sürtünmeyi de hesaba katarak, keyfi lif yapısına sahip yarı sonsuz ortamın düz bir blok ile yapmış olduğu normal, teğetsel ve dönmeli değme problemleri için sonuçlar sunmuşlardır.

Bjarnehed (1991), tek aksenal gerilmeye maruz ortotropik yarı düzlemin serbest kenarından rijit düz blok ile yüklenmesi problemini incelemiştir. Problem, bilinmeyen değme gerilmesi cinsinden ifade edilen tekil integral denkleme indirgenmiştir. Değme

bölgesinde tam yapışma olması durumunda analitik çözüm; kısmi kayma olması durumunda ise sayısal çözüm yapılmıştır. Değme gerilmesi dağılımlarının yanı sıra; düşey yük, uygulanan sabit zemin gerilmesi, Coulomb sürtünme katsayısı ve kayma bölgesinin büyüklüğü arasındaki ilişkiler sayısal olarak sunulmuştur.

Pindera ve Lane (1993a; b), herhangi bir sırada düzenlenmiş keyfi sayıda izotrop, ortotrop veya monoklinik tabakalardan oluşan çok tabakalı yarı sonsuz ortamda sürtünmesiz değme problemlerinin çözümü ile ilgili bir metot sunmuşlardır. Çalışma iki bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde, Navier denklemleri Fourier dönüşümleri kullanılmak suretiyle çözülmüş ve her bir elastik tabaka için yerel rijitlik matrisleri elde edilmiştir. Daha sonra bunlar, süreklilik şartları kullanılarak sistem rijitlik matrisinde toplanmışlardır. Üst yüzeydeki karışık sınır şartının uygulanmasıyla bir integral denklem elde edilmiş ve sayısal çözümün nasıl yapılacağı gösterilmiştir. Çalışmanın ikinci bölümünde ise tabakalı kompozit yarı sonsuz ortam için sayısal sonuçlar sunulmuştur. Değme kuvveti, değme gerilmesi ve değme uzunluğu üzerine lif doğrultusu, tabaka kalınlığı ve tabakaların diziliş sırasının etkileri incelenmiştir.

Fan ve Keer (1994), yarı sonsuz anizotropik elastik bir ortamda iki boyutlu değme problemini ele almışlardır. Çözümde analitik fonksiyonların sürekliliği yaklaşımı kullanılmıştır. Bu çalışmada önerilen çözüm işleminin anahtar noktası, bu işlemin Hermit matrisi içeren genel bir özdeğer problemine bağımlı olmasıdır.

Kahya ve diğerleri (1999), rijit bir düzleme yapıştırılmış ortotrop elastik tabaka ile bir blok arasındaki düzlemsel değme problemini incelemişlerdir. Çalışmada sürtünme ve ağırlık etkileri ihmal edilmiş, değme yüzeyinde sadece normal basınç gerilmeleri olduğu kabul edilmiştir. Blok profilinin dairesel ve dikdörtgen olması durumları için dış yük, değme gerilmesi ve değme uzunluğu ilişkisi irdelenmiştir. Ayrıca elastik özelliklerin etkileri de araştırılmıştır.

1. 3. Çalışmanın Kapsamı ve Önemi

Mühendislik yapılarının boyutlandırılmasında en önemli adımlardan biri yapının belirli yükler ve çevre şartları altında görevini yerine getirmesi için gerekli en son şekline ve ölçülerine karar vermek olduğundan, değme bölgesinde ortaya çıkan gerilmelerin büyüklüğünün ve dağılımının belirlenmesi önemlidir. Elastik bir ortamın dikdörtgen rijit

blokla bastırılması problemi zemin mekaniğinde, özellikle temellerin güvenli bir şekilde boyutlandırılmasında, önemli uygulamalara sahip bir problemdir.

Pratikte imalatların pek çoğu ortotropik malzeme olarak kabul edilebilir. Örnek olarak, haddeli ve oluklu saç, sandviç plak imalatında kullanılan dolgu malzemesi, kontrplak, elyaf takviyeli kompozitler, betonarme, ızgara kirişler, vb. sayılabilir. Ortotropik malzemede birbirine dik üç simetri eksenine sahip olup, malzeme birbirinden bağımsız 9 elastik sabiti ile tanımlanmaktadır. Ayrıca ortotropik malzemeler, tabakalı ortamlarda da karşımıza çıkmaktadırlar. Güvenlik ve ekonomi gereksinimlerini çok iyi derecede karşılamaları nedeniyle kompozitlerin bir yapı elemanı olarak kullanılmalarının giderek yaygınlaşması neticesinde, kompozitleri kapsayan ve çeşitli geometrilere sahip pek çok problem çözülmüştür (Arın, 1974). Mühendislikte kullanılan kompozit malzemelerin büyük çoğunluğu takviye edilerek özellikleri geliştirilmiş malzemelerdir. İnşaat mühendisliğinde betonarme buna bir örnektir (Aran, 1990).

Literatür özetinden de görüleceği üzere, tabakalı ortotropik ortamlarda sürekli ve süreksiz deşme problemlerine ait pek fazla çalışmaya rastlanmamaktadır. Üst yüzeyinden rijit dikdörtgen bir blok aracılığı ile sıkıştırılan iki tabakalı elastik ortamda sürekli ve süreksiz deşme problemlerinin incelendiği bu çalışmada amaç, malzeme ortotropisinin deşme gerilmesi, ilk ayrılma uzaklığı, kritik ayrılma yükü, bu yükten büyük yükler için ayrılma bölgesinin uzunluğu, açılma miktarı ve tabakaların ara yüzeyindeki gerilme dağılımları üzerine olan etkilerinin araştırılmasıdır. Tezin içeriği genel hatlarıyla aşağıda özetlenmiştir.

Birinci bölümde, önce konuyla ilgili literatür özeti verilmiş ve çalışmanın öneminden bahsedilmiştir. Ardından, anizotropik elastisite teorisinin temel denklemleri ve elastik tabaka için yer değiştirme ve gerilme ifadeleri verilmiştir.

İkinci bölümde, sürekli ve süreksiz deşme problemlerinin tanımı yapılmıştır. Problemler integral denklemlere indirgenerek, bunların sayısal çözümleri elde edilmiştir.

Üçüncü bölümde, blok genişliği, tabaka yüksekliği, malzeme özellikleri vb. gibi parametrelere bağlı olarak, blok altındaki deşme gerilmesi yayılımı, tabakalar arasında ilk ayrılmayı başlatan kritik yük değeri ve ilk ayrılma uzaklığı, kritik yükün aşılması durumunda tabakalar arasında meydana gelen ayrılma bölgesinin büyüklüğü, açılma miktarı ve her iki problem için tabakaların ara yüzeyindeki deşme gerilmesi yayılımı ile ilgili sayısal bulgular sunulmuş ve irdelenmiştir.

Çalışmadan çıkarılan sonuçlar ile öneriler ise dördüncü bölümde sunulmuştur. Bu bölümü, ekler, kaynaklar ve özgeçmiş takip etmektedir.

1. 4. Genel Denklemler

1. 4. 1. Anizotropik Elastisite Teorisi

Kartezyen koordinatlarda σ_x , σ_y , σ_z , τ_{xy} , τ_{xz} , τ_{yz} gerilme bileşenlerini, f_x , f_y , f_z kütle kuvvetlerini göstermek üzere, elastik bir ortam için denge denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + f_y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Şekil değiştirme-yer değiştirme bağıntıları,

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} & \epsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} & \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} & \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{aligned} \quad (2)$$

şeklinde olup, u, v, w sırasıyla x, y, z eksenleri doğrultusundaki yer değiştirme bileşenlerini göstermektedir. Gerilme-şekil değiştirme bağıntıları ise matris formda,

$$\{\sigma\} = [C] \{\epsilon\} \quad (3)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu ifadede, $\{\sigma\} = \{\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_z \ \tau_{xz} \ \tau_{yz} \ \tau_{xy}\}^T$ gerilme vektörünü, $\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \gamma_{xz} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{xy}\}^T$ ise şekil değiştirme vektörünü göstermektedir. İfadede görülen $[C]$, elastik sabitler matrisi olup simetriktir. Ortotropik malzemeler (x_1, x_2, x_3) şeklinde birbirine dik üç simetri eksenine sahiptir. Bu simetri eksenlerinin, sistemin yükleme hali için seçilen (x, y, z) koordinat eksenlerine paralel olması durumunda $[C]$ elastik sabitler matrisi,

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (4)$$

şeklinde yazılır. Görüleceği üzere ortotrop bir malzeme 9 elastik sabit ile tanımlanmaktadır. $[C]$ matrisinin elemanları Ek 1'de verilmiştir.

Şekil değiştirme-yer değiştirme bağıntıları ve elastik sabitler matrisinin gerilme-şekil değiştirme bağıntılarında yerlerine yazılması ile ortotrop malzeme için gerilme-yer değiştirme bağıntıları aşağıdaki gibi elde edilirler.

$$\sigma_x = C_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + C_{12} \frac{\partial v}{\partial y} + C_{13} \frac{\partial w}{\partial z} \quad (5)$$

$$\sigma_y = C_{21} \frac{\partial u}{\partial x} + C_{22} \frac{\partial v}{\partial y} + C_{23} \frac{\partial w}{\partial z} \quad (6)$$

$$\sigma_z = C_{31} \frac{\partial u}{\partial x} + C_{32} \frac{\partial v}{\partial y} + C_{33} \frac{\partial w}{\partial z} \quad (7)$$

$$\tau_{yz} = C_{44} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (8)$$

$$\tau_{xz} = C_{55} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (9)$$

$$\tau_{xy} = C_{66} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (10)$$

(5-10) ifadelerinin (1) denklemlerinde yazılması ve gerekli düzenlemelerin yapılması sonucu, denge denklemleri yer değiştirmeler cinsinden aşağıdaki gibi elde edilirler.

$$\begin{aligned}
 C_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + C_{66} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + C_{55} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + (C_{12} + C_{66}) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + (C_{13} + C_{55}) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + f_x &= 0 \\
 C_{66} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + C_{22} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + C_{44} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + (C_{12} + C_{66}) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + (C_{23} + C_{44}) \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} + f_y &= 0 \quad (11) \\
 C_{55} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + C_{44} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + C_{33} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + (C_{13} + C_{55}) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + (C_{23} + C_{44}) \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} + f_z &= 0
 \end{aligned}$$

Düzlemde, problemler düzlem Şekil değiştirme ve düzlem gerilme olmak üzere iki farklı durumda karşımıza çıkmaktadır.

1. 4. 1. 1. Düzlem Şekil Değiştirme Hali

Yer değiştirme bileşenleri $u=u(x,y)$, $v=v(x,y)$, $w=0$ Şeklinde tanımlı olduğundan $\epsilon_z = \gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0$ olarak elde edilir. Dolayısıyla, gerilme-yer değiştirme ifadeleri,

$$\sigma_x = C_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + C_{12} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (12)$$

$$\sigma_y = C_{21} \frac{\partial u}{\partial x} + C_{22} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (13)$$

$$\sigma_z = C_{31} \frac{\partial u}{\partial x} + C_{32} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (14)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{xz} = 0 \quad (15)$$

$$\tau_{xy} = C_{66} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (16)$$

Şekline ve denge denklemleri de,

$$\begin{aligned}
C_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + C_{66} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (C_{12} + C_{66}) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + f_x &= 0 \\
C_{66} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + C_{22} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + (C_{12} + C_{66}) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + f_y &= 0
\end{aligned} \tag{17}$$

şekline indirgenirler.

1. 4. 1. 2. Düzlem Gerilme Hali

Bu durumda $\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{xz} = 0$ olmaktadır. $\varepsilon_z \neq 0$ olduğundan, (7) ifadesinde $\sigma_z = 0$ yazılarak ε_z için,

$$\sigma_z = C_{31}\varepsilon_x + C_{32}\varepsilon_y + C_{33}\varepsilon_z = 0 \Rightarrow \varepsilon_z = -\frac{C_{31}\varepsilon_x + C_{32}\varepsilon_y}{C_{33}} \tag{18}$$

elde edilir. Bu ifade, diğer gerilme ifadelerinde yerine yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa düzlem gerilme halinde elastik katsayılar matrisinin elemanları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\hat{C}_{ii} = C_{ii} - \frac{C_{i3}C_{3i}}{C_{33}} \quad \hat{C}_{ij} = C_{ij} - \frac{C_{i3}C_{3j}}{C_{33}} \quad i, j = 1, 2 \tag{19}$$

$[\hat{C}]$ matrisinin elemanları Ek 1'de verilmiştir. Elastik sabitlerin yerlerine yazılması ve gerekli işlemlerin yapılması sonucu, düzlem gerilme halinde gerilme-yer değiştirme bağıntıları,

$$\sigma_x = \hat{C}_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + \hat{C}_{12} \frac{\partial v}{\partial y} \tag{20}$$

$$\sigma_y = \hat{C}_{21} \frac{\partial u}{\partial x} + \hat{C}_{22} \frac{\partial v}{\partial y} \tag{21}$$

$$\tau_{xy} = \hat{C}_{66} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \tag{22}$$

şeklinde ve denge denklemleri de,

$$\begin{aligned}\hat{C}_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \hat{C}_{66} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (\hat{C}_{12} + \hat{C}_{66}) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + f_x &= 0 \\ \hat{C}_{66} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \hat{C}_{22} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + (\hat{C}_{12} + \hat{C}_{66}) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + f_y &= 0\end{aligned}\quad (23)$$

şeklinde elde edilirler.

Düzlem şekil değiştirme ve düzlem gerilme hallerinde $C_{66} = \hat{C}_{66} = \mu_{xy}$ olduğundan, gerilme-yer değiştirme bağıntıları,

$$\sigma_x / \mu_{xy} = \beta_1 \frac{\partial u}{\partial x} + (\beta_3 - 1) \frac{\partial v}{\partial y} \quad (24)$$

$$\sigma_y / \mu_{xy} = (\beta_3 - 1) \frac{\partial u}{\partial x} + \beta_2 \frac{\partial v}{\partial y} \quad (25)$$

$$\tau_{xy} / \mu_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (26)$$

şeklinde ve denge denklemleri ise,

$$\begin{aligned}\beta_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \beta_3 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{f_x}{\mu_{xy}} &= 0 \\ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \beta_2 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \beta_3 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{f_y}{\mu_{xy}} &= 0\end{aligned}\quad (27)$$

şeklinde ortak bir formülasyonla verilebilirler. Bu ifadelerde μ_{xy} kayma modülünü göstermektedir. β_1 , β_2 ve β_3 boyutsuz büyüklükleri düzlem şekil değiştirme halinde,

$$\beta_1 = \frac{C_{11}}{C_{66}} \quad \beta_2 = \frac{C_{22}}{C_{66}} \quad \beta_3 = 1 + \frac{C_{12}}{C_{66}} \quad (28)$$

şeklinde ve düzlem gerilme halinde ise,

$$\beta_1 = \frac{\hat{C}_{11}}{\hat{C}_{66}} \quad \beta_2 = \frac{\hat{C}_{22}}{\hat{C}_{66}} \quad \beta_3 = 1 + \frac{\hat{C}_{12}}{\hat{C}_{66}} \quad (29)$$

şeklinde tanımlanmışlardır.

1. 4. 2. Ortotropik Elastik Bir Tabaka İçin Yer Değiştirme ve Gerilme İfadeleri

1. 4. 2. 1. Ağırlık Etkisinin Hesaba Katılmaması Durumu: Homojen Çözümler

Kütle kuvvetlerinin ihmal edilmesi durumunda, (1) ifadeleriyle verilen denge denklemlerinin çözümü için yer değiştirmeler ve gerilmeler bilinmeyen fonksiyonların üstel Fourier dönüşümleri şeklinde aşağıdaki gibi tanımlanabilirler. (Small ve Booker, 1980).

$$\begin{aligned} \{U(\xi, y), V(\xi, y)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \{iu(x, y), v(x, y)\} e^{-i\xi x} dx \\ \{S_x(\xi, y), S_y(\xi, y), S_{xy}(\xi, y)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \{\sigma_x(x, y), \sigma_y(x, y), i\tau_{xy}(x, y)\} e^{-i\xi x} dx \end{aligned} \quad (30)$$

Bunlara ait ters dönüşümler ise,

$$\begin{aligned} \{u(x, y), v(x, y)\} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{-iU(\xi, y), V(\xi, y)\} e^{i\xi x} d\xi \\ \{\sigma_x(x, y), \sigma_y(x, y), \tau_{xy}(x, y)\} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{S_x(\xi, y), S_y(\xi, y), -iS_{xy}(\xi, y)\} e^{i\xi x} d\xi \end{aligned} \quad (31)$$

şeklinde tanımlanmışlardır. İfadelerde görülen $i = \sqrt{-1}$ dir. (30) ifadesindeki birinci dönüşümün (27) denklemlerine uygulanması ile,

$$\begin{aligned} -\beta_1 \xi^2 U + U'' - \beta_3 \xi V' &= 0 \\ -\xi^2 V + \beta_2 \xi U' + \beta_3 V'' &= 0 \end{aligned} \quad (32)$$

şeklinde bir adi diferansiyel denklem takımı elde edilir. Burada (..) terimleri y' ye göre türevleri, ξ dönüşüm değişkenini göstermektedir. Bu ifadeler matris formda aşağıdaki gibi yazılabilirler.

$$[M_1]\{r''\} + [M_2]\{r'\} + [M_3]\{r\} = 0 \quad (33)$$

Bu ifadeye,

$$\begin{aligned} \{r''\} &= \{U'', V''\}^T & \{r'\} &= \{U', V'\}^T & \{r\} &= \{U, V\}^T \\ [M_1] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \beta_2 \end{bmatrix} & [M_2] &= \begin{bmatrix} 0 & -\beta_3\xi \\ \beta_3\xi & 0 \end{bmatrix} & [M_3] &= \begin{bmatrix} -\beta_1\xi^2 & 0 \\ 0 & -\xi^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (34)$$

şeklinde tanımlıdır. (32) diferansiyel denklem takımının çözümü $\{r\} = e^{\alpha\xi y}$ şeklinde aranır,

$$\alpha^4 + \beta_4\alpha^2 + \beta_5 = 0 \quad (35)$$

şeklinde bir karakteristik denklem elde edilir. Burada,

$$\beta_4 = \frac{\beta_3^2 - \beta_1\beta_2 - 1}{\beta_2} \quad \beta_5 = \frac{\beta_1}{\beta_2} \quad (36)$$

şeklinde tanımlıdır. (35) karakteristik denkleminin kökleri $\alpha_{1,3} = \pm(\omega_1 + i\omega_2)$, $\alpha_{2,4} = \pm(\omega_3 + i\omega_4)$ formunda olup, köklere göre iki tip malzeme söz konusudur. Birinci durumda, bütün kökler reel olup $\alpha_{1,3} = \pm\omega_1$, $\alpha_{2,4} = \pm\omega_3$, $\omega_2 = \omega_4 = 0$ şeklinde; ikinci durumda ise, kökler karmaşık eşlenik olup $\alpha_{1,3} = \pm(\omega_1 + i\omega_2)$, $\alpha_{2,4} = \bar{\alpha}_{1,3} = \pm(\omega_1 - i\omega_2)$ şeklindedir (Lekhnitskii, 1963; Arın, 1974). Bu çalışmada kullanılan malzemeler, bütün kökler reel olacak şekilde (1. Tip malzeme) seçilmiştir. Buna göre yer değiştirme ifadeleri, dönüşüm alanında aşağıdaki gibi yazılırlar.

$$U = \sum_{j=1}^2 A_j e^{\alpha_j \xi y} + B_j e^{-\alpha_j \xi y} \quad (37)$$

$$V = \sum_{j=1}^2 R_j (A_j e^{\alpha_j \xi y} - B_j e^{-\alpha_j \xi y}) \quad (38)$$

Burada,

$$R_j = -\frac{\beta_1 - \alpha_j^2}{\beta_3 \alpha_j} \quad (39)$$

şeklinde tanımlanmıştır. (37-38) ifadelerine ters dönüşüm uygulanırsa yer değiştirme ifadeleri aşağıdaki gibi elde edilirler.

$$u_h = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (-i) \sum_{j=1}^2 (A_j e^{\alpha_j \xi y} + B_j e^{-\alpha_j \xi y}) e^{i\xi x} d\xi \quad (40)$$

$$v_h = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^2 R_j (A_j e^{\alpha_j \xi y} - B_j e^{-\alpha_j \xi y}) e^{i\xi x} d\xi \quad (41)$$

(24-26) ifadelerine (30) ifadesindeki ikinci dönüşümün uygulanmasıyla dönüşüm alanında gerilmeler,

$$S_x = \mu_{xy} [\beta_1 \xi U + (\beta_3 - 1)V'] \quad (42)$$

$$S_y = \mu_{xy} [(\beta_3 - 1)\xi U + \beta_2 V'] \quad (43)$$

$$S_{xy} = \mu_{xy} [U' - \xi V] \quad (44)$$

şeklinde elde edilirler. (37-38) yer değiştirme ifadelerinin bu ifadelerde yazılması ve gerekli işlemlerin yapılması ile gerilmeler katsayılar cinsinden aşağıdaki gibi elde edilirler.

$$S_x = \sum_{j=1}^2 L_j \xi (A_j e^{\alpha_j \xi y} + B_j e^{-\alpha_j \xi y}) \quad (45)$$

$$S_y = \sum_{j=1}^2 M_j \xi (A_j e^{\alpha_j \xi y} + B_j e^{-\alpha_j \xi y}) \quad (46)$$

$$S_{xy} = \sum_{j=1}^2 N_j \xi (A_j e^{\alpha_j \xi y} - B_j e^{-\alpha_j \xi y}) \quad (47)$$

Bu ifadelerde,

$$\begin{aligned} L_j &= \mu_{xy} [\beta_1 + (\beta_3 - 1) \alpha_j R_j] \\ M_j &= \mu_{xy} [(\beta_3 - 1) + \beta_2 \alpha_j R_j] \\ N_j &= \mu_{xy} [\alpha_j - R_j] \end{aligned} \quad (48)$$

şeklinde tanımlıdır. (45-47) ifadelerine ters dönüşüm uygulanırsa gerilme ifadeleri aşağıdaki gibi elde edilirler.

$$\sigma_{xh} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \xi \sum_{j=1}^2 L_j (A_j e^{\alpha_j \xi y} + B_j e^{-\alpha_j \xi y}) e^{i\xi x} d\xi \quad (49)$$

$$\sigma_{yh} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \xi \sum_{j=1}^2 M_j (A_j e^{\alpha_j \xi y} + B_j e^{-\alpha_j \xi y}) e^{i\xi x} d\xi \quad (50)$$

$$\tau_{xyh} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (-i) \xi \sum_{j=1}^2 N_j (A_j e^{\alpha_j \xi y} - B_j e^{-\alpha_j \xi y}) e^{i\xi x} d\xi \quad (51)$$

Yer değiştirme ve gerilme ifadelerinde görülen A_j ve B_j katsayıları problemin sınır şartlarından belirlenecek olan sabitlerdir.

1. 4. 2. 2. Ağırlık Etkisinin Hesaba Katılması Durumu: Özel Çözümler

Yüksekliği h , birim ağırlığı ρg olan ve elastik veya rijit düz bir yüzeye oturan elastik tabaka için özel çözümler şu şekilde elde edilirler. Yer değiştirmelerin, $u_p = u_p(x)$ ve $v_p = v_p(y)$ şeklinde olduğu kabul edilirse (Civelek ve Erdoğan, 1975), denge denklemleri aşağıdaki hale indirgenirler.

$$\begin{aligned}\beta_1 \frac{\partial^2 u_p}{\partial x^2} &= 0 \\ \beta_2 \frac{\partial^2 v_p}{\partial y^2} + \frac{\rho g}{\mu_{xy}} &= 0\end{aligned}\quad (52)$$

Bu ifadelerden integrasyonla yer değiştirmeler,

$$u_p = ax + b \quad (53)$$

$$v_p = -\frac{\rho g}{2\mu_{xy}\beta_2} y^2 + cy + d \quad (54)$$

şeklinde elde edilir. Bunların (24-26) ifadelerinde yerlerine konulmasıyla gerilmeler,

$$\sigma_{xp} / \mu_{xy} = \beta_1 a + (\beta_3 - 1) \left(-\frac{\rho g}{\mu_{xy}\beta_2} y + c \right) \quad (55)$$

$$\sigma_{yp} / \mu_{xy} = (\beta_3 - 1)a + \beta_2 \left(-\frac{\rho g}{\mu_{xy}\beta_2} y + c \right) \quad (56)$$

$$\tau_{xyp} / \mu_{xy} = 0 \quad (57)$$

şeklinde yazılırlar. Bu ifadelerdeki a, b, c, d sabitleri aşağıda verilen sınır şartlarından belirlenecektir.

$$\begin{aligned}u_p(0) &= 0 \\ \int_0^{-h} \sigma_{xp} dy &= 0 \\ \sigma_{yp}(y) &= -\rho g(h + y)\end{aligned}\quad (58)$$

Bu sınır şartları yazılırken koordinat eksenlerinin tabaka alt yüzeyine yerleştirildiği kabul edilmiştir. (54) ifadesindeki d sabiti rijit ötelenmeye karşılık gelen terim olup ihmal edilebilir (Geçit, 1981; Birinci ve Erdöl, 2003). Bilinmeyen diğer üç sabit ise (58) ile verilen sınır şartlarının kullanılmasıyla elde edilirler. Buna göre,

$$a = -\frac{(\beta_3 - 1)\rho gh}{2\mu_{xy}\beta_7}, \quad b = 0, \quad c = -\frac{\beta_8\rho gh}{2\mu_{xy}\beta_2\beta_7}, \quad d = 0 \quad (59)$$

şeklindedir. Bu ifadelerde,

$$\beta_7 = (\beta_3 - 1)^2 - \beta_1\beta_2, \quad \beta_8 = (\beta_3 - 1)^2 - 2\beta_1\beta_2 \quad (60)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Belirlenen sabitlerin yerlerine yazılmasıyla kütle kuvvetlerine ait özel çözümler aşağıdaki gibi elde edilirler.

$$u_p(x) = -\frac{\beta_3 - 1}{2\mu_{xy}\beta_7} \rho ghx \quad (61)$$

$$v_p(y) = -\frac{\rho g}{2\mu_{xy}\beta_2} y \left(y + \frac{\beta_8}{\beta_7} h \right) \quad (62)$$

$$\sigma_{xp}(y) = -\frac{(\beta_3 - 1)\rho g}{2\beta_2} (h + 2y) \quad (63)$$

$$\sigma_{yp}(y) = -\rho g(h + y) \quad (64)$$

$$\tau_{xyp} = 0 \quad (65)$$

Böylece, elastik tabakada yer değiştirme ve gerilme ifadeleri aşağıdaki gibi homojen çözümler ile özel çözümlerin toplamı şeklinde elde edilmiş olur.

$$\begin{aligned} u(x, y) &= -\frac{\beta_3 - 1}{2\mu_{xy}\beta_7} \rho ghx + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (-i) \sum_{j=1}^2 (A_j e^{\alpha_j \xi y} + B_j e^{-\alpha_j \xi y}) e^{i\xi x} d\xi \\ v(x, y) &= -\frac{\rho g}{2\mu_{xy}\beta_2} y \left(y + \frac{\beta_8}{\beta_7} h \right) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=1}^2 R_j (A_j e^{\alpha_j \xi y} - B_j e^{-\alpha_j \xi y}) e^{i\xi x} d\xi \\ \sigma_x(x, y) &= -\frac{(\beta_3 - 1)\rho g}{2\beta_2} (h + 2y) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \xi \sum_{j=1}^2 L_j (A_j e^{\alpha_j \xi y} + B_j e^{-\alpha_j \xi y}) e^{i\xi x} d\xi \\ \sigma_y(x, y) &= -\rho g(h + y) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \xi \sum_{j=1}^2 M_j (A_j e^{\alpha_j \xi y} + B_j e^{-\alpha_j \xi y}) e^{i\xi x} d\xi \\ \tau_{xy}(x, y) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (-i) \xi \sum_{j=1}^2 N_j (A_j e^{\alpha_j \xi y} - B_j e^{-\alpha_j \xi y}) e^{i\xi x} d\xi \end{aligned} \quad (66)$$

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

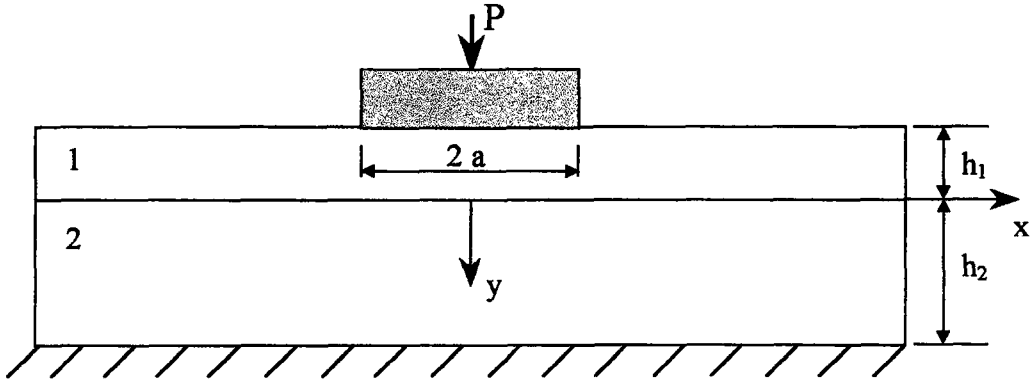
2. 1. Giriş

Bu çalışmada, h_1 ve h_2 yükseklikli, sonsuz uzun, ortotrop, farklı iki elastik şeritten meydana gelen bileşik tabakada sürekli ve süreksiz değme problemleri incelenmiştir. Bileşik tabaka, üst yüzeyinden $2a$ genişliğinde rijit düz bir blok vasıtasıyla P yüküne maruz bırakılmış, alt yüzeyinden ise rijit düz bir temel üzerine yapıştırılmıştır. Değme yüzeylerinde sürtünme olmadığı ve sadece basınç gerilmelerinin aktarılabildiği kabul edilmektedir. Çözümlerde tabakaların ağırlıkları dikkate alınmıştır.

2. 2. Sürekli Değme Problemi

2. 2. 1. Problemin Tanımı ve Sınır Şartları

Problemin geometrisi Şekil 1' de verilmiştir. Gerek bileşik tabaka-rijit blok ara yüzeyinde ve gerekse tabakaların ara yüzeyinde çekme gerilmesinin karşılanamadığı kabul edildiğinden, dış yükün belli bir değeri aşması durumunda tabakaların ara yüzeyinde ayrılma meydana gelebilir. Bu istenmeyen bir durum olduğundan, ayrılmayı meydana getirecek en küçük yük değeri (*kritik yük*) ile ayrılmanın ilk başlayacağı noktanın (*ilk ayrılma uzaklığı*) belirlenmesi pratik açıdan önemlidir.



Şekil 1. Sürekli değme probleminin geometrisi

Problemin sınır şartları aşağıdaki gibi yazılırlar.

$$\sigma_{y1}(x, -h_1) = \begin{cases} -p(x) & -a < x < a \\ 0 & -\infty < x < -a, a < x < \infty \end{cases} \quad (67)$$

$$\tau_{xy1}(x, -h_1) = 0 \quad -\infty < x < \infty \quad (68)$$

$$\tau_{xy1}(x, 0) = 0 \quad -\infty < x < \infty \quad (69)$$

$$\sigma_{y1}(x, 0) = \sigma_{y2}(x, 0) \quad -\infty < x < \infty \quad (70)$$

$$v_1(x, 0) = v_2(x, 0) \quad -\infty < x < \infty \quad (71)$$

$$\tau_{xy2}(x, 0) = 0 \quad -\infty < x < \infty \quad (72)$$

$$u_2(x, h_2) = 0 \quad -\infty < x < \infty \quad (73)$$

$$v_2(x, h_2) = 0 \quad -\infty < x < \infty \quad (74)$$

$$\frac{\partial v_1(x, -h_1)}{\partial x} = 0 \quad -a < x < a \quad (75)$$

Bu ifadelerde, $p(x)$ blok altındaki bilinmeyen değme gerilmesini, a rijit bloğun yarı genişliğini göstermektedir.

2. 2. 2. Katsayıların Elde Edilmesi

Yer değiştirme ve gerilme ifadelerinde görülen katsayıların belirlenmesi için (67-74) sınır şartlarına üstel Fourier dönüşümü uygulanıp, elde edilen yeni ifadelerde yer değiştirme ve gerilme bağıntılarının kullanılmasıyla,

$$\begin{aligned} M_1(A_1 e^{-\alpha_1 \xi h_1} + B_1 e^{\alpha_1 \xi h_1}) + M_2(A_2 e^{-\alpha_2 \xi h_1} + B_2 e^{\alpha_2 \xi h_1}) &= P(\xi) \\ N_1(A_1 e^{-\alpha_1 \xi h_1} - B_1 e^{\alpha_1 \xi h_1}) + N_2(A_2 e^{-\alpha_2 \xi h_1} - B_2 e^{\alpha_2 \xi h_1}) &= 0 \\ N_1(A_1 - B_1) + N_2(A_2 - B_2) &= 0 \\ M_1(A_1 + B_1) + M_2(A_2 + B_2) - M_3(A_3 + B_3) - M_4(A_4 + B_4) &= 0 \\ R_1(A_1 - B_1) + R_2(A_2 - B_2) - R_3(A_3 - B_3) - R_4(A_4 - B_4) &= 0 \\ N_3(A_3 e^{\alpha_3 \xi h_2} - B_3 e^{-\alpha_3 \xi h_2}) + N_4(A_4 e^{\alpha_4 \xi h_2} - B_4 e^{-\alpha_4 \xi h_2}) &= 0 \\ A_3 e^{\alpha_3 \xi h_2} + B_3 e^{-\alpha_3 \xi h_2} + A_4 e^{\alpha_4 \xi h_2} + B_4 e^{-\alpha_4 \xi h_2} &= 0 \\ R_3(A_3 e^{\alpha_3 \xi h_2} - B_3 e^{-\alpha_3 \xi h_2}) + R_4(A_4 e^{\alpha_4 \xi h_2} - B_4 e^{-\alpha_4 \xi h_2}) &= 0 \end{aligned} \quad (76)$$

şeklinde sekiz bilinmeyenli sekiz denklemden oluşan bir cebrik denklem sistemi elde edilir. Bu ifadelerde,

$$P(\xi) = -\int_{-a}^a \frac{p(t)}{\xi} e^{-i\xi t} dt \quad (77)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Burada t , rijit blok altında tanımlı yeni bir değişkendir. Bu cebrik denklem sisteminin çözülmesiyle katsayılar $p(t)$ bilinmeyen değme gerilmesine bağlı olarak aşağıdaki gibi elde edilirler.

$$A_j = \frac{P(\xi)}{\mu'_{xy}} \hat{A}_j \quad B_j = \frac{P(\xi)}{\mu'_{xy}} \hat{B}_j \quad j = 1,2,3,4 \quad (78)$$

Burada,

$$\hat{A}_j = \frac{A_j^C}{\Delta} \quad \hat{B}_j = \frac{B_j^C}{\Delta} \quad j = 1,2,3,4 \quad (79)$$

şeklinde olup, A_j^C , B_j^C , ve Δ terimleri Ek 2'de boyutsuzlaştırılarak verilmiştir. $j = 1,2$ indisleri 1 nolu, $j = 3,4$ indisleri 2 nolu tabakaya ait katsayıları göstermektedir.

2. 2. 3. İntegral Denklem

Bileşik tabakada herhangi bir noktadaki yer değiştirme veya gerilme değerinin hesap edilebilmesi için öncelikle rijit blok altındaki bilinmeyen değme gerilmesinin belirlenmesi gerekmektedir. Bilinmeyen değme gerilmesinin belirlenebilmesi için gerekli integral denklem (75) ifadesinden yararlanılarak elde edilir. Ayrıca, rijit bloğun dengesinden yararlanılarak,

$$\int_{-a}^a p(t) dt = P \quad (80)$$

yazılabilir. (75) ifadesi açık olarak,

$$\frac{\partial v_1(x, y)}{\partial x} = -\frac{1}{2\pi} \int_{-a}^a \frac{p(t)}{\mu'_{xy}} \int_{-\infty}^{\infty} i\widehat{V}_1(\xi, y) e^{i\xi(x-t)} d\xi dt \quad (81)$$

şeklinde yazılır. Bu ifadede,

$$\widehat{V}_1(\xi, y) = R_1(\widehat{A}_1 e^{\alpha_1 \xi y} - \widehat{B}_1 e^{-\alpha_1 \xi y}) + R_2(\widehat{A}_2 e^{\alpha_2 \xi y} - \widehat{B}_2 e^{-\alpha_2 \xi y}) \quad (82)$$

şeklinindedir. (81) ifadesinde $\int_{-\infty}^{\infty} \dots d\xi$ formundaki integral, oluşturulacak integral denklemin çekirdeği adını almaktadır. Çekirdeğin integrandı tek fonksiyon olduğundan bu integral,

$$\frac{\partial v_1(x, y)}{\partial x} = \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{p(t)}{\mu'_{xy}} \int_0^{\infty} \widehat{V}_1(\xi, y) \sin[\xi(x-t)] d\xi dt \quad (83)$$

şekline indirgenebilir. Bu ifadede $y \rightarrow -h_1$ limitine geçmeden önce çekirdeğin yakınsamasını bozan terimlerin ayıklanarak, bunların kapalı integrallerinin ifadeye eklenmesi ve daha sonra limit işleminin yapılması gerekmektedir. Yakınsamayı bozan terim,

$$I_s = -\int_0^{\infty} \left(R_1 \widehat{B}_{1s} e^{-\alpha_1 \xi (y+h_1)} + R_2 \widehat{B}_{2s} e^{-\alpha_2 \xi (y+h_1)} \right) \sin[\xi(x-t)] d\xi \quad (84)$$

şeklinde elde edilir. Bu ifadede,

$$\widehat{B}_{js} = \frac{B_{js}^C}{\Delta_s} \quad j = 1, 2 \quad (85)$$

şeklinde tanımlı olup, B_{js}^C ve Δ_s terimleri Ek 3'te boyutsuzlaştırılarak verilmişlerdir. (84) integrali, integral tabloları yardımıyla (Erdélyi vd., 1954),

$$I_k = -R_1 \widehat{B}_{1s} \frac{(x-t)}{[\alpha_1 (y+h_1)]^2 + (x-t)^2} - R_2 \widehat{B}_{2s} \frac{(x-t)}{[\alpha_2 (y+h_1)]^2 + (x-t)^2} \quad (86)$$

şeklinde elde edilir. Buna göre (83) ifadesi, (84) ve (86) ifadeleri yardımıyla,

$$\lim_{y \rightarrow h_1} \left(\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a p(t) \left\{ \left[\int_0^{\infty} \widehat{V}_1(\xi, y) \sin[\xi(x-t)] d\xi - I_s(\xi, y) \right] + I_k(x, y) \right\} dt \right) = 0 \quad (87)$$

şeklinde yeniden yazılır ve limit işlemi gerçekleştirilirse, gerekli düzenlemelerden sonra, integral denklem aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a p(t) \left[\frac{1}{t-x} + K(x, t) \right] dt = 0 \quad -a < x < a \quad (88)$$

Burada,

$$K(x, t) = \int_0^{\infty} \left(\frac{\widehat{V}_1(\xi, -h_1)}{R_1 \widehat{B}_{1s} + R_2 \widehat{B}_{2s}} + 1 \right) \sin[\xi(x-t)] d\xi \quad (89)$$

şeklinde tanımlıdır.

İntegral denklemin sayısal çözümünü kolaylaştırmak için aşağıdaki boyutsuz büyüklükler tanımlansın.

$$t = as, \quad x = aw, \quad g(s) = \frac{p(as)h_1}{P} \quad (90)$$

Bu ifadelerde, $g(s)$ boyutsuz değme gerilmesi olarak tanımlanmaktadır. Bu boyutsuz büyüklüklerin (88) ve (80) ifadelerinde yerlerine yazılması ve gerekli düzenlemelerin yapılması sonucu, integral denklem ve denge şartı aşağıdaki gibi boyutsuzlaştırılmış olarak yeniden yazılabilirler.

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 g(s) \left[\frac{1}{s-w} + \frac{a}{h_1} K(w, s) \right] ds = 0 \quad -1 < w < 1 \quad (91)$$

$$\frac{a}{h_1} \int_{-1}^1 g(s) ds = 1 \quad (92)$$

Burada,

$$K(w, s) = \int_0^{\infty} \left(\frac{\hat{V}_1(z, -1)}{R_1 \hat{B}_{1s} + R_2 \hat{B}_{2s}} + 1 \right) \sin \left[\frac{a}{h_1} (w - s)z \right] dz \quad (93)$$

şeklindedir. İfadede $z = \xi h_1$ olarak tanımlanmıştır.

Blok kenarlarında değme gerilmesi tekilliğe sahip olduğundan, $g(\pm 1) \rightarrow \infty$, integral denklemin indisi (+1) olarak alınır (Erdoğan ve Gupta, 1972; Erdoğan, 1975). Buna göre çözüm,

$$g(s) = \frac{G(s)}{\sqrt{1-s^2}} \quad (94)$$

şeklinde alınır ve uygun Chebyshev polinomları kullanılırsa, gerekli işlemlerden sonra, integral denklem ve denge şartı aşağıdaki cebrik denklem takımına dönüştürülürler (Erdoğan ve Gupta, 1972; Erdoğan, 1975).

$$\sum_{i=1}^n C_i \left[\frac{1}{s_i - w_j} + \frac{a}{h_1} K(w_j, s_i) \right] G(s_i) = 0 \quad j = 1, \dots, n-1 \quad (95)$$

$$\frac{a}{h_1} \sum_{i=1}^n C_i G(s_i) = \frac{1}{\pi} \quad (96)$$

Bu ifadelerde,

$$\begin{aligned} C_1 = C_n = \frac{1}{2n-2} & \quad C_i = \frac{1}{n-1} \quad i = 2, \dots, n-1 \\ s_i = \cos \left(\frac{i-1}{n-1} \pi \right) \quad i = 1, \dots, n & \quad w_j = \cos \left(\frac{2j-1}{2n-2} \pi \right) \quad j = 1, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (97)$$

şeklinde tanımlıdır. n bilinmeyenli n denklemden oluşan bu cebrik denklem sisteminin çözülmesiyle blok altındaki değme gerilmesi yayılışı boyutsuz olarak elde edilir.

2. 2. 4. İlk Ayrılma Noktası ve Kritik Yükün Belirlenmesi

Kritik yük faktörü olarak adlandırılan λ_{cr} değeri için ara yüzeydeki bir x_{cr} noktasında değme gerilmesi değeri, $\sigma_{y1}(x,0) = \sigma_{y2}(x,0) = 0$ olacaktır. Ara yüzeydeki gerilme ifadesi, (50) homojen ve (64) özel çözümlerinin toplamı şeklindedir. Gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$\sigma_{y1}(x,0) = -\rho_1 g h_1 - \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a p(t) \int_0^\infty \widehat{S}_{y1}(\xi,0) \cos[\xi(x-t)] d\xi dt \quad (98)$$

şeklinde yazılır. Bu ifadede ilk terim üst tabakanın ağırlığından, ikinci terim ise dış yükten dolayı gelen etkiyi temsil etmektedir. Burada,

$$\widehat{S}_{y1}(\xi,0) = \overline{M}_1(\widehat{A}_1 + \widehat{B}_1) + \overline{M}_2(\widehat{A}_2 + \widehat{B}_2) \quad (99)$$

şeklinde tanımlıdır. Bu ifadedeki $\overline{M}_j, (j=1,2)$ terimleri Ek 2'de verilmişlerdir. (98) ifadesindeki integralin çekirdeği düzgün bir şekilde yakınsamakta olup herhangi bir tekil terime sahip değildir. Daha önce (90) ifadeleriyle tanımlanmış olan boyutsuz büyüklüklerin kullanılmasıyla ara yüzeydeki gerilme ifadesi,

$$\frac{\sigma_{y1} h_1}{P} = -\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 g(s) \frac{a}{h_1} \int_0^\infty \widehat{S}_{y1}(z,0) \cos\left[\left(\frac{x}{h_1} - \frac{a}{h_1} s\right)z\right] dz ds \quad (100)$$

şeklinde boyutsuz olarak elde edilir. Burada,

$$\lambda = \frac{P}{\rho_1 g h_1^2} \quad (101)$$

şeklinde tanımlı olup yük faktörü veya kısaca yük olarak adlandırılır. (100) ifadesi, integral denklemin çözümünde olduğu gibi Chebyshev polinomları kullanılarak,

$$\frac{\sigma_{y1} h_1}{P} = -\frac{1}{\lambda} - \sum_{i=1}^n C_i G(s_i) \frac{a}{h_1} \int_0^{\infty} \widehat{S}_{y1}(z,0) \cos\left[\left(\frac{x}{h_1} - \frac{a}{h_1} s\right)z\right] dz \quad (102)$$

şekline indirgenir. Bu ifadenin sifıra eşitlenmesiyle,

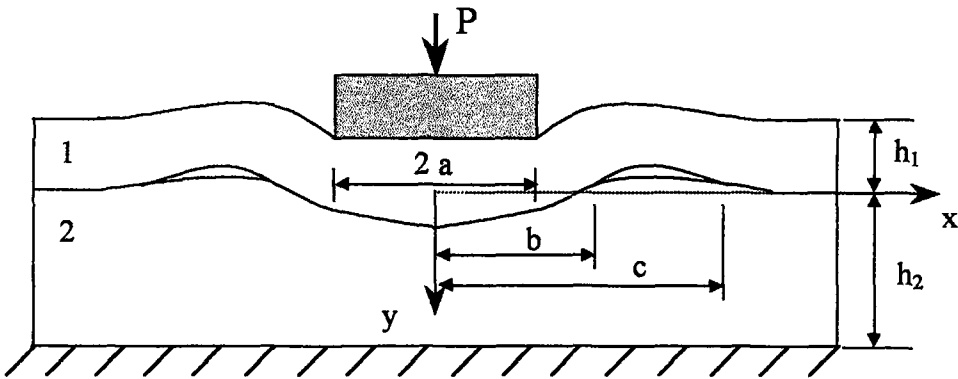
$$\lambda_{cr} = \left\{ \sum_{i=1}^n C_i G(s_i) \frac{a}{h_1} \int_0^{\infty} \widehat{S}_{y1}(z,0) \cos\left[\left(\frac{x_{cr}}{h_1} - \frac{a}{h_1} s\right)z\right] dz \right\}^{-1} \quad (103)$$

şeklinde kritik yük λ_{cr} ve ilk ayrılma noktası x_{cr} elde edilir. İlk ayrılma noktası ve kritik yükün belirlenmesinden sonra, $\lambda \leq \lambda_{cr}$ için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılışı da (100) ifadesi yardımıyla boyutsuz olarak kolayca elde edilir.

2. 3. Süreksiz Değme Problemi

2. 3. 1. Problemin Tanımı ve Sınır Şartları

Bileşik tabakayı meydana getiren şeritlerin ara yüzeyinde, dış yükün büyüklüğünün kritik yük değerini aşması durumunda ($\lambda > \lambda_{cr}$) sonlu bir bölgede açılma meydana gelmektedir. Bu durumda yukarıda elde edilen çözüm geçersiz olmaktadır. Problemin geometrisi Şekil 2’de görülmektedir.



Şekil 2. Süreksiz değme probleminin geometrisi

Problemin sınır şartları aşağıdaki gibidir.

$$\sigma_{y1}(x, -h_1) = \begin{cases} -p(x) & -a < x < a \\ 0 & -\infty < x < -a, a < x < \infty \end{cases} \quad (104)$$

$$\tau_{xy1}(x, -h_1) = 0 \quad -\infty < x < \infty \quad (105)$$

$$\tau_{xy1}(x, 0) = 0 \quad -\infty < x < \infty \quad (106)$$

$$\sigma_{y1}(x, 0) = \sigma_{y2}(x, 0) \quad -\infty < x < \infty \quad (107)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [v_1(x, 0) - v_2(x, 0)] = \begin{cases} \phi(x) & -c < x < -b, b < x < c \\ 0 & -\infty < x < -c, -b < x < b, c < x < \infty \end{cases} \quad (108)$$

$$\tau_{xy2}(x, 0) = 0 \quad -\infty < x < \infty \quad (109)$$

$$u_2(x, h_2) = 0 \quad -\infty < x < \infty \quad (110)$$

$$v_2(x, h_2) = 0 \quad -\infty < x < \infty \quad (111)$$

$$\frac{\partial v_1(x, -h_1)}{\partial x} = 0 \quad -a < x < a \quad (112)$$

$$\sigma_{y1}(x, 0) = \sigma_{y2}(x, 0) = 0 \quad -c < x < -b, b < x < c \quad (113)$$

Bu ifadelerde, b ve c sırasıyla ayrılma bölgesinin başlangıç ve bitiş noktalarını, p(x) blok altındaki bilinmeyen değme gerilmesini, $\phi(x)$ tabakalar arasındaki açılma farkını ifade eden bilinmeyen bir fonksiyonu göstermektedir.

2. 3. 2. Katsayıların Elde Edilmesi

Katsayıların elde edilebilmesi için, daha önce sürekli değme probleminde yapıldığı gibi (104-111) ile verilen sınır şartlarına Fourier dönüşümü uygulanıp, yer değiştirme ve gerilme ifadelerinin bunlarda kullanılmasıyla, aşağıdaki sekiz bilinmeyenli sekiz denklemden oluşan denklem takımı elde edilir.

$$\begin{aligned}
M_1(A_1 e^{-\alpha_1 \xi h_1} + B_1 e^{\alpha_1 \xi h_1}) + M_2(A_2 e^{-\alpha_2 \xi h_1} + B_2 e^{\alpha_2 \xi h_1}) &= P(\xi) \\
N_1(A_1 e^{-\alpha_1 \xi h_1} - B_1 e^{\alpha_1 \xi h_1}) + N_2(A_2 e^{-\alpha_2 \xi h_1} - B_2 e^{\alpha_2 \xi h_1}) &= 0 \\
N_1(A_1 - B_1) + N_2(A_2 - B_2) &= 0 \\
M_1(A_1 + B_1) + M_2(A_2 + B_2) - M_3(A_3 + B_3) - M_4(A_4 + B_4) &= 0 \\
R_1(A_1 - B_1) + R_2(A_2 - B_2) - R_3(A_3 - B_3) - R_4(A_4 - B_4) &= F(\xi) \\
N_3(A_3 e^{\alpha_3 \xi h_2} - B_3 e^{-\alpha_3 \xi h_2}) + N_4(A_4 e^{\alpha_4 \xi h_2} - B_4 e^{-\alpha_4 \xi h_2}) &= 0 \\
A_3 e^{\alpha_3 \xi h_2} + B_3 e^{-\alpha_3 \xi h_2} + A_4 e^{\alpha_4 \xi h_2} + B_4 e^{-\alpha_4 \xi h_2} &= 0 \\
R_3(A_3 e^{\alpha_3 \xi h_2} - B_3 e^{-\alpha_3 \xi h_2}) + R_4(A_4 e^{\alpha_4 \xi h_2} - B_4 e^{-\alpha_4 \xi h_2}) &= 0
\end{aligned} \tag{114}$$

Bu ifadelerde,

$$P(\xi) = -\int_{-a}^a \frac{p(t_1)}{\xi} e^{-i\xi t_1} dt_1, \quad F(\xi) = \int_b^c \frac{\phi(t_2)}{i\xi} e^{-i\xi t_2} dt_2 \tag{115}$$

şeklinde tanımlıdırlar. Bu ifadelerde t_1 ve t_2 sırasıyla rijit blok altında ve açılma bölgesinde tanımlı yeni değişkenlerdir. Süreksiz değme problemine ait bu denklem takımının çözülmesiyle, katsayılar $p(t_1)$ ve $\phi(t_2)$ bilinmeyenleri cinsinden aşağıdaki gibi elde edilirler.

$$A_j = \frac{P(\xi)}{\mu'_{xy}} \hat{A}_j + F(\xi) \check{A}_j, \quad B_j = \frac{P(\xi)}{\mu'_{xy}} \hat{B}_j + F(\xi) \check{B}_j \quad j = 1, 2, 3, 4 \tag{116}$$

Bu ifadelerde, \hat{A}_j ve \hat{B}_j daha önce sürekli değme problemi için elde edilen katsayılardır.

\check{A}_j ve \check{B}_j ek katsayıları ise,

$$\check{A}_j = \frac{A_j^D}{\Delta} \quad \check{B}_j = \frac{B_j^D}{\Delta} \quad j = 1, 2, 3, 4 \tag{117}$$

şeklinde tanımlıdırlar. A_j^D , B_j^D terimleri Ek 2'de boyutsuzlaştırılarak verilmişlerdir.

2. 3. 3. İntegral Denklem Çifti

Süreksiz değme durumunda $p(x)$, $\phi(x)$, b ve c bilinmeyenlerdir. Bu bilinmeyenlerin bulunması için iki integral denklemin bir arada çözülmesi gerekmektedir. İntegral denklemler, (112) ve (113) sınır şartlarından elde edilecektir. Ayrıca rijit bloğun dengesinden,

$$\int_{-a}^a p(t_1) dt_1 = P \quad (118)$$

ifadesi ve açılma bölgesinde tek değerlilik şartı olarak ta,

$$\int_b^c \phi(t_2) dt_2 = 0 \quad (119)$$

ifadesi yazılabilir.

Birinci integral denklem için (112) ifadesi,

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_1(x_1, y)}{\partial x_1} = & -\frac{1}{2\pi} \int_{-a}^a \frac{p(t_1)}{\mu'_{xy}} \int_{-\infty}^{\infty} i \hat{V}_1(\xi, y) e^{i\xi(x_1-t_1)} d\xi dt_1 \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_b^c \phi(t_2) \int_{-\infty}^{\infty} \check{V}_1(\xi, y) e^{i\xi(x_1-t_2)} d\xi dt_2 \end{aligned} \quad (120)$$

şeklinde açık olarak yazılır. Bu ifadede,

$$\begin{aligned} \hat{V}_1(\xi, y) &= R_1 (\hat{A}_1 e^{\alpha_1 \xi y} - \hat{B}_1 e^{-\alpha_1 \xi y}) + R_2 (\hat{A}_2 e^{\alpha_2 \xi y} - \hat{B}_2 e^{-\alpha_2 \xi y}) \\ \check{V}_1(\xi, y) &= R_1 (\check{A}_1 e^{\alpha_1 \xi y} - \check{B}_1 e^{-\alpha_1 \xi y}) + R_2 (\check{A}_2 e^{\alpha_2 \xi y} - \check{B}_2 e^{-\alpha_2 \xi y}) \end{aligned} \quad (121)$$

şeklinde tanımlıdır. Çekirdeklerin integrandlarının tek veya çift fonksiyon olma özellikleri kullanılarak (120) ifadesi aşağıdaki şekle indirgenebilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_1(x_1, y)}{\partial x_1} &= \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{p(t_1)}{\mu'_{xy}} \int_0^\infty \widehat{V}_1(\xi, y) \sin[\xi(x_1 - t_1)] d\xi dt_1 \\ &+ \frac{1}{\pi} \int_b^c \phi(t_2) \int_0^\infty \check{V}_1(\xi, y) \cos[\xi(x_1 - t_2)] d\xi dt_2 \end{aligned} \quad (122)$$

Bu ifadede $y \rightarrow -h_1$ limitine geçmeden önce çekirdeklerde yakınsama kontrolü yapıldığında sadece birinci integrale ait çekirdeklerde yakınsamayı bozan terim,

$$I_{1s} = -\int_0^\infty \left(R_1 \widehat{B}_{1s} e^{-\alpha_1 \xi (y+h_1)} + R_2 \widehat{B}_{2s} e^{-\alpha_2 \xi (y+h_1)} \right) \sin[\xi(x_1 - t_1)] d\xi \quad (123)$$

şeklinde elde edilir. Bu ifadede görülen \widehat{B}_{js} , ($j=1,2$) terimi sürekli değme probleminin çözümü sırasında tanımlanmıştı. İkinci integrale ait çekirdeklerde yakınsamayı bozan herhangi bir terim yoktur ve çekirdek düzgün bir şekilde yakınsamaktadır. (123) integrali, integral tabloları yardımıyla (Erdélyi vd., 1954),

$$I_{1s} = -R_1 \widehat{B}_{1s} \frac{(x_1 - t_1)}{[\alpha_1 (y + h_1)]^2 + (x_1 - t_1)^2} - R_2 \widehat{B}_{2s} \frac{(x_1 - t_1)}{[\alpha_2 (y + h_1)]^2 + (x_1 - t_1)^2} \quad (124)$$

şeklinde elde edilir. Buna göre (122) ifadesi,

$$\begin{aligned} \lim_{y \rightarrow -h_1} \left(\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a p(t_1) \left\{ \left[\int_0^\infty \widehat{V}_1(\xi, y) \sin[\xi(x_1 - t_1)] d\xi - I_{1s}(\xi, y) \right] + I_{1k}(x_1, y) \right\} dt_1 \right) \\ + \lim_{y \rightarrow -h_1} \left(\frac{1}{\pi} \int_b^c \phi(t_2) \mu'_{xy} \int_0^\infty \check{V}_1(\xi, y) \cos[\xi(x_1 - t_2)] d\xi dt_2 \right) = 0 \end{aligned} \quad (125)$$

şeklinde yazılır ve limit işlemi yapılırsa birinci integral denklem aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a p(t_1) \left[\frac{1}{t_1 - x_1} + K_1(x_1, t_1) \right] dt_1 \\ + \frac{1}{\pi} \int_b^c \phi(t_2) \mu'_{xy} K_2(x_1, t_2) dt_2 = 0 \quad -a < x_1 < a \end{aligned} \quad (126)$$

Burada,

$$K_1(x_1, t_1) = \int_0^\infty \left(\frac{\widehat{V}_1(\xi, -h_1)}{\Delta_{1s}} + 1 \right) \sin[\xi(x_1 - t_1)] d\xi \quad (127)$$

$$K_2(x_1, t_2) = \int_0^\infty \frac{\widetilde{V}_1(\xi, -h_1)}{\Delta_{1s}} \cos[\xi(x_1 - t_2)] d\xi \quad (128)$$

şeklinde tanımlıdır. Bu ifadelerde,

$$\Delta_{1s} = R_1 \widehat{B}_{1s} + R_2 \widehat{B}_{2s} \quad (129)$$

şeklinde tanımlanmıştır.

İkinci integral denklem için (113) ifadesi,

$$\begin{aligned} \sigma_{y_2}(x_2, y) = & -\rho_1 g h_1 - \rho_2 g y - \frac{1}{2\pi} \int_{-a}^a \frac{\mu_{xy}''}{\mu_{xy}'} p(t_1) \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{S}_{y_2}(\xi, y) e^{i\xi(x_2 - t_1)} d\xi dt_1 \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_b^c \phi(t_2) \mu_{xy}'' \int_{-\infty}^{\infty} \check{S}_{y_2}(\xi, y) e^{i\xi(x_2 - t_2)} d\xi dt_2 \end{aligned} \quad (130)$$

şeklinde yazılır. Burada,

$$\begin{aligned} \widehat{S}_{y_2}(\xi, y) = & \overline{M}_3 (\widehat{A}_3 e^{\alpha_3 \xi y} + \widehat{B}_3 e^{-\alpha_3 \xi y}) + \overline{M}_4 (\widehat{A}_4 e^{\alpha_4 \xi y} + \widehat{B}_4 e^{-\alpha_4 \xi y}) \\ \check{S}_{y_2}(\xi, y) = & \overline{M}_3 (\check{A}_3 e^{\alpha_3 \xi y} + \check{B}_3 e^{-\alpha_3 \xi y}) + \overline{M}_4 (\check{A}_4 e^{\alpha_4 \xi y} + \check{B}_4 e^{-\alpha_4 \xi y}) \end{aligned} \quad (131)$$

şeklinde tanımlıdır. Bu ifadelerdeki \overline{M}_j , ($j=3,4$) terimleri Ek 2'de tanımlanmıştır.

İntegrandların tek veya çift fonksiyon olması özellikleri kullanılırsa (130) ifadesi,

$$\begin{aligned} \sigma_{y_2}(x_2, y) = & -\rho_1 g h_1 - \rho_2 g y - \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\mu_{xy}''}{\mu_{xy}'} p(t_1) \int_0^\infty \widehat{S}_{y_2}(\xi, y) \cos[\xi(x_2 - t_1)] d\xi dt_1 \\ & + \frac{1}{\pi} \int_b^c \phi(t_2) \mu_{xy}'' \int_0^\infty \check{S}_{y_2}(\xi, y) \sin[\xi(x_2 - t_2)] d\xi dt_2 \end{aligned} \quad (132)$$

şekline indirgenir. $y \rightarrow 0$ limitine geçmeden önce çekirdeklerin yakınsamasını bozan terimler araştırılmalıdır. Bunun sonucunda birinci çekirdeğin herhangi bir tekil teriminin olmadığı ve düzgün bir şekilde yakınsadığı görülür. İkinci integral ise,

$$I_{2s} = \int_0^{\infty} (\overline{M}_3 \check{B}_{3s} e^{-\alpha_3 \xi y} + \overline{M}_4 \check{B}_{4s} e^{-\alpha_4 \xi y}) \sin[\xi(x_2 - t_2)] d\xi \quad (133)$$

şeklinde bir tekil terime sahiptir. Bu ifadede,

$$\check{B}_{js} = \frac{B_{js}^D}{\Delta_s} \quad j = 3, 4 \quad (134)$$

şeklinde tanımlı olup B_{js}^D terimi Ek 3'te boyutsuzlaştırılarak verilmiştir. (133) integrali integral tabloları yardımıyla (Erdélyi vd., 1954),

$$I_{2k} = \overline{M}_3 \check{B}_{3s} \frac{(x_2 - t_2)}{(\alpha_3 y)^2 + (x_2 - t_2)^2} + \overline{M}_4 \check{B}_{4s} \frac{(x_2 - t_2)}{(\alpha_4 y)^2 + (x_2 - t_2)^2} \quad (135)$$

şeklinde elde edilir. Buna göre (133) ifadesi,

$$\begin{aligned} & \lim_{y \rightarrow 0} \left((-\rho_1 g h_1 - \rho_2 g y) - \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\mu_{xy}''}{\mu_{xy}'} p(t_1) \int_0^{\infty} \widehat{S}_{y2}(\xi, y) \cos[\xi(x_2 - t_1)] d\xi dt_1 \right) \\ & + \lim_{y \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\pi} \int_b^c \phi(t_2) \mu_{xy}'' \left\{ \left[\int_0^{\infty} \check{S}_{y2}(\xi, y) \sin[\xi(x_2 - t_2)] d\xi - I_{2s} \right] + I_{2k} \right\} dt_2 \right) = 0 \end{aligned} \quad (136)$$

şeklinde yazılır ve limit işlemi gerçekleştirilirse ikinci integral denklem aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_1 g h_1}{\Delta_{2s}} + \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\mu_{xy}''}{\mu_{xy}'} p(t_1) K_3(x_2, t_1) dt_1 \\ & + \frac{1}{\pi} \int_b^c \phi(t_2) \mu_{xy}'' \left[\frac{1}{t_2 - x_2} + K_4(x_2, t_2) \right] dt_2 = 0 \quad b < x_2 < c \end{aligned} \quad (137)$$

Burada,

$$K_3(x_2, t_1) = \int_0^\infty \frac{\widehat{S}_{y_2}(\xi, 0)}{\Delta_{2s}} \cos[\xi(x_2 - t_1)] d\xi \quad (138)$$

$$K_4(x_2, t_2) = \int_0^\infty \left(-\frac{\check{S}_{y_2}(\xi, 0)}{\Delta_{2s}} + 1 \right) \sin[\xi(x_2 - t_2)] d\xi \quad (139)$$

$$\Delta_{2s} = \overline{M}_3 \check{B}_{3s} + \overline{M}_4 \check{B}_{4s} \quad (140)$$

şeklinde tanımlıdır.

İntegral denklem çiftinin sayısal çözümünü kolaylaştırmak için aşağıdaki boyutsuz büyüklükler tanımlansın.

$$\begin{aligned} t_1 &= as_1 & x_1 &= aw_1 \\ t_2 &= \frac{c-b}{2}s_2 + \frac{c+b}{2} & x_2 &= \frac{c-b}{2}w_2 + \frac{c+b}{2} \\ g_1(s_1) &= \frac{p(as_1)h_1}{P} & g_2(s_2) &= \frac{\phi\left(\frac{c-b}{2}s_2 + \frac{c+b}{2}\right)\mu'_{xy}h_1}{P} \end{aligned} \quad (141)$$

Tanımlanan bu büyüklüklerin integral denklemlerde kullanılmasıyla integral denklem çifti aşağıdaki şekilde yeniden yazılabilir.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 g_1(s_1) \left[\frac{1}{s_1 - w_1} + \frac{a}{h_1} K_1(w_1, s_1) \right] ds_1 \\ + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 g_2(s_2) \frac{c-b}{2h_1} K_2(w_1, s_2) ds_2 = 0 \quad -1 < w_1 < 1 \end{aligned} \quad (142)$$

$$\begin{aligned} \frac{G}{\Delta_{2s}\lambda} + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 g_1(s_1) \frac{a}{h_1} K_3(w_2, s_1) ds_1 \\ + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 g_2(s_2) \left[\frac{1}{s_2 - w_2} + \frac{c-b}{2h_1} K_4(w_2, s_2) \right] ds_2 = 0 \quad -1 < w_2 < 1 \end{aligned} \quad (143)$$

Bu ifadelerde $G = \mu'_{xy} / \mu''_{xy}$ şeklinde ve çekirdekler ise,

$$K_1(w_1, s_1) = \int_0^\infty \left(\frac{\widehat{V}_1(z, -1)}{\Delta_{1s}} + 1 \right) \sin\left[\frac{a}{h_1} (w_1 - s_1)z \right] dz \quad (144)$$

$$K_2(w_1, s_2) = \int_0^\infty \frac{\check{V}_1(z, -1)}{\Delta_{1s}} \cos\left[\left(\frac{a}{h_1} w_1 - \frac{c-b}{2h_1} s_2 - \frac{c+b}{2h_1} \right) z \right] dz \quad (145)$$

$$K_3(w_2, s_1) = \int_0^\infty \frac{\widehat{S}_{y2}(z, 0)}{\Delta_{2s}} \cos\left[\left(\frac{c-b}{2h_1} w_2 + \frac{c+b}{2h_1} - \frac{a}{h_1} s_1 \right) z \right] dz \quad (146)$$

$$K_4(w_2, s_2) = \int_0^\infty \left(-\frac{\check{S}_{y2}(z, 0)}{\Delta_{2s}} + 1 \right) \sin\left[\frac{c-b}{2h_1} (w_2 - s_2)z \right] dz \quad (147)$$

şeklinde tanımlıdırlar. Çekirdek ifadelerinde görülen $z = \xi h_1$ şeklindedir. Tanımlanan boyutsuz büyüklüklerin denge ve tek değerlilik şartlarında da kullanılmasıyla bu ifadeler,

$$\frac{a}{h_1} \int_{-1}^1 g_1(s_1) ds_1 = 1 \quad (148)$$

$$\frac{c-b}{2h_1} \int_{-1}^1 g_2(s_2) ds_2 = 0 \quad (149)$$

şeklinde yazılabilirler.

Blok altında değme gerilmesi için $g_1(\pm 1) \rightarrow \infty$ iken, açılma bölgesinin uçlarında $g_2(\pm 1) = 0$ olmaktadır. İntegral denklem çiftinin birlikte çözülebilmesi için indis (+1) alınmalıdır (Civelek, vd., 1978). Buna göre çözüm,

$$g_1(s_1) = \frac{G_1(s_1)}{\sqrt{1-s_1^2}} \quad (150)$$

$$g_2(s_2) = \frac{G_2(s_2)}{\sqrt{1-s_2^2}}$$

şeklinde alınır ve uygun Chebyshev polinomları kullanılırsa, gerekli işlemlerden sonra (142-143) ve (148-149) ifadeleri aşağıdaki cebrik denklem takımına dönüştürülürler.

$$\sum_{i=1}^n C_i \left[\frac{1}{s_{i1} - w_{1j}} + \frac{a}{h_1} K_1(w_{1j}, s_{i1}) \right] G_1(s_{i1}) + \frac{c-b}{2h_1} \sum_{i=2}^{n-1} C_i K_2(w_{ij}, s_{2i}) G_2(s_{2i}) = 0 \quad (151)$$

$$\frac{a}{h_1} \sum_{i=1}^n C_i K_3(w_{2j}, s_{i1}) G_1(s_{i1}) + \sum_{i=2}^{n-1} C_i \left[\frac{1}{s_{2i} - w_{2j}} + \frac{c-b}{2h_1} K_4(w_{2j}, s_{2i}) \right] G_2(s_{2i}) = -\frac{G}{\Delta_{2s}\lambda} \quad (152)$$

$$\frac{a}{h_1} \sum_{i=1}^n G_1(s_{i1}) = \frac{1}{\pi} \quad (153)$$

$$\frac{c-b}{2h_1} \sum_{i=2}^{n-1} G_2(s_{2i}) = 0 \quad (154)$$

Bu ifadelerde,

$$\begin{aligned} C_1 = C_n &= \frac{1}{2n-2} & C_i &= \frac{1}{n-1} \quad i = 2, \dots, n-1 \\ s_{i1} &= \cos\left(\frac{i-1}{n-1}\pi\right) \quad i = 1, \dots, n & w_{1j} &= \cos\left(\frac{2j-1}{2n-2}\pi\right) \quad j = 1, \dots, n-1 \\ s_{2i} &= \cos\left(\frac{i-1}{n-1}\pi\right) \quad i = 2, \dots, n-1 & w_{2j} &= \cos\left(\frac{2j-1}{2n-2}\pi\right) \quad j = 1, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (155)$$

şeklinde tanımlıdırlar. (151-154) ifadeleri $2n$ bilinmeyenli $2n$ denklemden oluşan bir cebrik denklem sistemi meydana getirirler. Açılma bölgesinin uç noktaları olan b ve c bilinmeyenleri nedeniyle iteratif çözüme ihtiyaç vardır. Önce b ve c değerleri $b < x_{cr} < c$ olacak şekilde seçilerek (151-152) denklem takımı çözülür. Burada elde edilen $G_1(s_{i1})$ ve $G_2(s_{2i})$ değerleri (153-154) ifadelerinde yazılarak bu şartların sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilir. Eğer şartlar sağlanmıyorsa, x eksenini boyunca ilk ayrılma noktası arada kalacak şekilde sağa veya sola kaydırılmak suretiyle elde edilen yeni b ve c değerleri için aynı işlemler tekrarlanarak (153-154) şartları sağlanıncaya kadar iterasyona devam edilir.

2. 3. 4. Ara Yüzeydeki Değme Gerilmesi Yayılışı

İntegral denklemlerin çözümünden sonra, ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılışı,

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{2y} h_1}{P} = & \frac{1}{\lambda} + \frac{\Delta_{2s}}{G} \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 g_1(s_1) \frac{a}{h_1} K_3\left(\frac{x}{h_1}, s_1\right) ds_1 \\ & + \frac{\Delta_{2s}}{G} \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 g_2(s_2) \left[\frac{1}{s_2 - \frac{x}{h_1}} + \frac{c-b}{2h_1} K_4\left(\frac{x}{h_1}, s_2\right) \right] ds_2 \end{aligned} \quad (156)$$

ifadesinden yararlanılarak elde edilir. Bu ifade, Chebyshev polinomları kullanılarak,

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{2y} h_1}{P} = & \frac{1}{\lambda} + \frac{\Delta_{2s}}{G} \frac{a}{h_1} \sum_{i=1}^n C_i K_3\left(\frac{x}{h_1}, s_{1i}\right) G_1(s_{1i}) \\ & + \frac{\Delta_{2s}}{G} \sum_{i=2}^{n-1} C_i \left[\frac{1}{s_{2i} - \frac{x}{h_1}} + \frac{c-b}{2h_1} K_4\left(\frac{x}{h_1}, s_{2i}\right) \right] G_2(s_{2i}) \end{aligned} \quad (157)$$

şekline dönüştürülür. Bu ifade yardımıyla ara yüzeyde kritik yükten büyük yükler için değme gerilmesi dağılımı kolayca elde edilebilir.

2. 3. 5. Ara Yüzeydeki Açılma Miktarı

Ayrılma bölgesindeki açılma miktarı ise,

$$v_1(x,0) - v_2(x,0) = v^*(x,0) = \int_b^x \phi(t) dt \quad (158)$$

şeklinde yazılır. Daha önce tanımlanan boyutsuz büyüklüklerin kullanılmasıyla ifade,

$$\frac{v^* \mu'_{xy}}{P} = \frac{c-b}{2h_1} \int_{-1}^1 g_2(k) dk \quad (159)$$

şeklinde yeniden yazılabilir. Bu ifadede,

$$t = \frac{c-b}{2}k + \frac{c+b}{2} \quad x = \frac{c-b}{2}r + \frac{c+b}{2} \quad (160)$$

olarak tanımlanmışlardır. Uygun Chebyshev polinomları yardımıyla (159) ifadesi,

$$\frac{v^* \mu'_{xy}}{P} = \frac{c-b}{2h_1} \sum_{j=2}^i C_1 G_2(k_{j-1}) \quad i = 2, \dots, n-1 \quad (161)$$

şekline dönüştürülür. Bu ifadede,

$$k_j = \cos\left(\frac{j-1}{n-1}\pi\right) \quad j = 2, \dots, n-1 \quad r_i = \cos\left(\frac{2i-1}{2n-2}\pi\right) \quad i = 1, \dots, n \quad (162)$$

olarak tanımlıdır.

3. BULGULAR ve İRDELEME

3. 1. Giriş

Rijit dikdörtgen bir blok aracılığıyla üst yüzeyinden sıkıştırılan iki elastik şeritten oluşan tabakalı elastik ortamda sürekli ve süreksiz değme problemleri ele alınmıştır. Düzlem gerilme halinde, blok genişliği, tabaka yüksekliği, malzeme özellikleri ve dış yüke bağlı olarak, blok altındaki değme gerilmesi yayılışı, tabakalar arasında ilk ayrılmayı başlatan kritik yük değeri ve ilk ayrılma uzaklığı, kritik yükün aşılması durumunda tabakalar arasında meydana gelen ayrılma bölgesinin büyüklüğü, açılma miktarı ve her iki problem için tabakaların ara yüzeyindeki değme gerilmesi yayılışı incelenmiş ve sayısal sonuçlar sunulmuştur.

Sayısal hesaplamalarda kullanılan malzemelerin elastik özellikleri Tablo 1’de verilmiştir. Burada, 1 ve 2 nolu malzemelerin izotropiye yakın özellikte oldukları görülür. Bu tezdeki formülasyon ortotrop malzeme için verilmiş olmasına rağmen, 1 ve 2 nolu malzemeler kullanılarak izotrop malzeme durumu yaklaşık olarak temsil edilebilmektedir (Delale ve Erdoğan, 1976; 1978). Bu kabulün doğruluğunu kontrol etmek için, izotrop bileşik tabaka halinde yükseklik oranı çok küçük alınmak suretiyle ($h_1/h_2 = 0.0001$) alt tabaka elastik yarım düzleme götürülmüş ve elde edilen sonuçlar, Çakıroğlu (1979) tarafından çözülen elastik zemine oturan şerit probleminin sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Sonuçların birbirleriyle uyumlu oldukları görülmüştür. Bu nedenle, çalışmanın bundan sonraki kısımlarında, 1 ve 2 nolu malzemelerden izotrop malzeme şeklinde bahsedilecektir.

Tablo 1. Çalışmada kullanılan malzemelerin elastik özellikleri (Delale ve Erdoğan, 1976; 1978).

Malzeme No	E_x (GPa)	E_y (GPa)	μ_{xy} (GPa)	ν_{xy}
1	154.770	155.830	59.680	0.300
2	30.340	31.030	10.830	0.400
3	138.000	8.960	7.100	0.300
4	203.000	11.200	8.400	0.320
5	181.000	10.300	7.170	0.280

Bu tezde amaç, malzeme ortotropisinin etkilerinin araştırılmasıdır. Problemin formülasyonunda elastik özellikler, β_1 , β_2 , β_3 boyutsuz büyüklükleri şeklinde karşımıza çıkmaktadırlar. Bu büyüklükler düzlem gerilme halinde,

$$\beta_1 = \frac{E_x}{\mu_{xy}(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} \quad \beta_2 = \frac{E_y}{E_x}\beta_1 \quad \beta_3 = 1 + \nu_{xy}\beta_2 \quad (163)$$

şeklinde yazılabilir. İfadelere dikkat edilecek olursa, β_2 ve β_3 büyüklükleri, E_y/E_x ve ν_{xy} değerlerine bağlı olarak β_1 cinsinden ifade edilebilmektedir. Çalışmada kullanılan malzemeler için β_1 , E_y/E_x ve ν_{xy} değerleri Tablo 2’de verilmiştir. Tabloya dikkat edilirse, ortotrop malzemeler E_y/E_x ve ν_{xy} değerleri yaklaşık aynı olacak şekilde seçilmiş ve böylece, β_2 ve β_3 değerlerinin yaklaşık olarak aynı kalması sağlanmıştır. Dolayısıyla, çalışmada β'_1/β''_1 ve μ'_{xy}/μ''_{xy} oranlarındaki değişimin etkileri incelenmiştir.

Tablo 2. Çalışmada kullanılan malzemeler için β_1 , ν_{xy} ve E_y/E_x değerleri

Malzeme No	β_1	E_y/E_x	ν_{xy}
1	2.8517	1.0068	0.300
2	3.3496	1.0227	0.400
3	19.5509	0.0649	0.300
4	24.3040	0.0552	0.320
5	25.3572	0.0569	0.280

Sayısal analizler, Tablo 3’te verilen malzeme kombinasyonları kullanılarak yapılmıştır. Bu malzeme kombinasyonlarının seçiminde Tablo 2’de verilen büyüklüklerin yanı sıra, tabakaların kayma modüllerinin birbiriyle olan oranından da faydalanılmıştır. Bu malzeme kombinasyonları Tablo 4’te görüldüğü şekilde gruplandırılarak irdelemeler yapılmıştır. Burada, I. Grup izotrop, II. Grup ise ortotrop bileşik tabakalardan oluşmaktadır. Bu iki malzeme grubu sayesinde izotrop ve ortotrop bileşik tabakalarda malzeme özellikleri dışındaki diğer parametrelerin (blok genişliği, yükseklik oranı, dış yük) etkileri hakkında genel bir fikir sahibi olunmaya çalışılmıştır. Diğer malzeme kombinasyonları ise malzeme özelliklerinin etkilerinin araştırılması için kullanılmıştır. III.

Grup malzeme kombinasyonları, alt tabaka izotrop ve sabitken üst tabaka ortotrop olarak değiştirilmek suretiyle elde edilmiştir. IV. Grup malzeme kombinasyonları ise üst tabaka izotrop ve sabitken alt tabaka ortotrop olarak değiştirilerek elde edilmiştir. V. ve VII. Grup malzeme kombinasyonlarında alt tabaka ortotrop ve sabitken üst tabaka izotrop olarak değiştirilmiştir. VI. ve VIII. Grup malzeme kombinasyonlarında ise bu kez üst tabaka ortotrop ve sabitken alt tabaka izotrop olarak değiştirilmiştir. Böylece ortotropinin etkileri hakkında bir fikir sahibi olunmaya çalışılmıştır.

Tablo 3. Çalışmada kullanılan malzeme kombinasyonları

No	1. Tabaka	2. Tabaka	β'_1/β''_1	μ'_{xy}/μ''_{xy}
M1	2	2	1.0000	1.0000
M2	1	2	0.8514	5.5106
M3	2	1	1.1746	0.1815
M4	3	3	1.0000	1.0000
M5	3	2	5.8368	0.6556
M6	4	2	7.2558	0.7756
M7	5	2	7.5700	0.6620
M8	2	3	0.1713	1.5253
M9	2	4	0.1378	1.2893
M10	2	5	0.1321	1.5105
M11	4	4	1.0000	1.0000
M12	1	4	0.1173	7.1045
M13	4	1	8.5252	0.1408
M14	5	5	1.0000	1.0000
M15	1	5	0.1125	8.3236
M16	5	1	8.8889	0.1201

Tablo 4. Kullanılan malzeme kombinasyonu grupları

Grup No	Malzeme kombinasyonları
I	M1, M2, M3
II	M4, M14
III	M1, M5, M6, M7
IV	M1, M8, M9, M10
V	M9, M11, M12
VI	M6, M11, M13
VII	M10, M14, M15
VIII	M7, M14, M16

Blok genişliği, tabaka yüksekliği ve malzeme özelliklerine bağlı olarak blok altındaki değme gerilmesi yayılışı, ilk ayrılma uzaklığı ve kritik ayrılma yükü, kritik yükten büyük yük değerleri için ayrılma bölgesinin başlangıç ve bitiş noktaları, açılma miktarı ve tabakaların ara yüzeyindeki gerilme yayılışına ait elde edilen sayısal sonuçlar tablo ve grafiklerle sunularak, gerekli irdelemeler yapılmıştır.

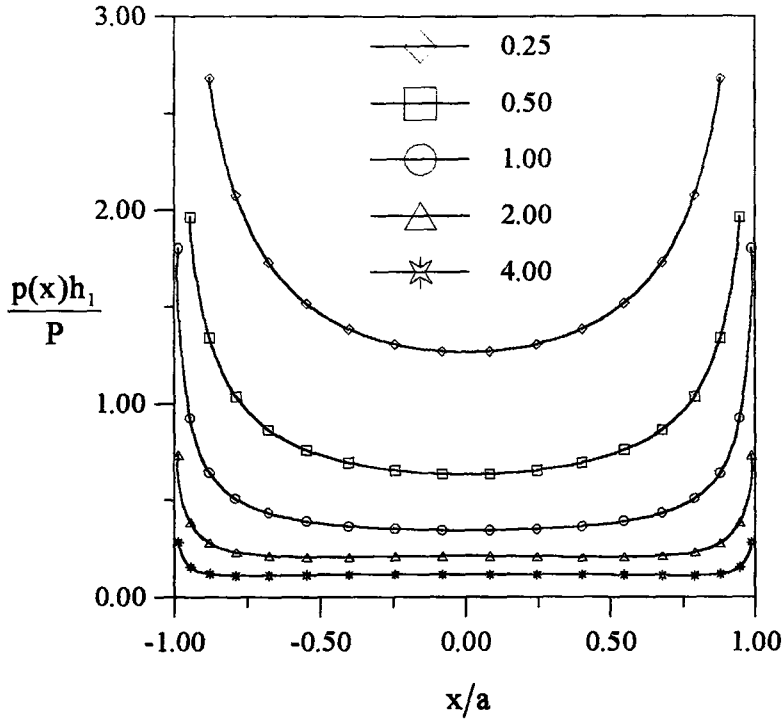
3. 2. Blok Altındaki Değme Gerilmesi Yayılışı

Bu kısımda, blok altındaki değme gerilmesi yayılışı ile ilgili bulgular sunulmuştur. Değme gerilmesi yerine $p(x)h_1/P$ şeklinde alınan boyutsuz değerlerin hem sürekli değme hem de süreksiz değme problemleri için aynı olduğu görülmüştür.

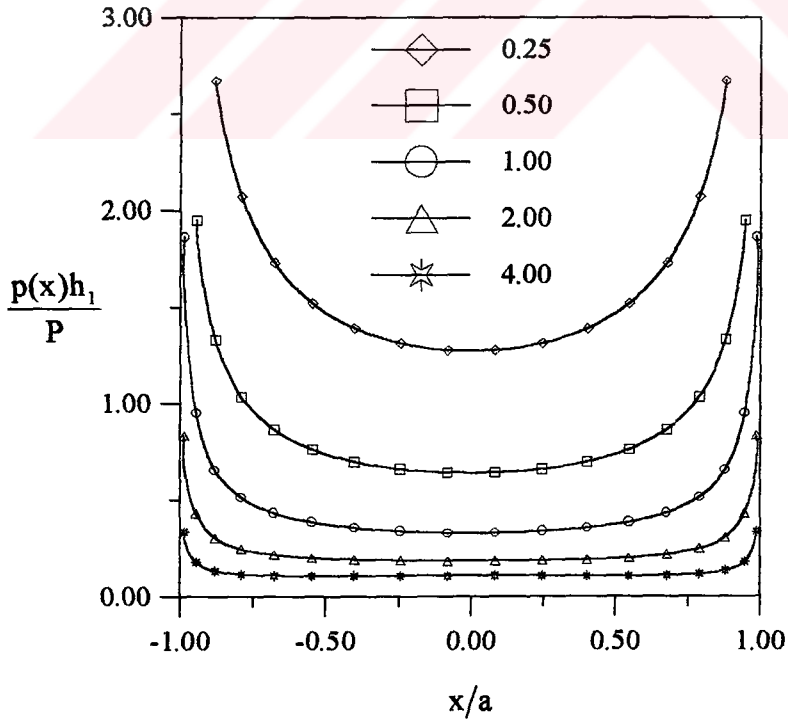
Şekil 3 ve 4'te sırasıyla izotrop (M1) ve ortotrop (M4) bileşik tabakalar için, $h_1/h_2 = 1.0$ ve $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$ olmak üzere, değme gerilmesinin blok genişliğine bağlı olarak dağılımı verilmiştir. Görüldüğü üzere, blok genişliği a/h_1 arttıkça boyutsuz değme gerilmesi $p(x)h_1/P$ azalmaktadır. Değme gerilmesi blok kenarlarında hızla artmaktadır. Bu durum, integral denklemden de görüleceği üzere, blok kenarlarının gerilme için tekil noktalar olmasından kaynaklanmaktadır. Burada, boyutsuz değme gerilmesinin dış yükten bağımsız olup sadece blok genişliğine bağlı olduğuna dikkat etmek gerekir. Gerilmeler, blok genişliğinin $a/h_1 \leq 1$ değerleri için kenarlardan ortaya doğru azalarak yayılırken; $a/h_1 > 1$ değerleri için kenarlardan ortaya doğru önce azalmakta, sonra bir miktar artış göstermektedir.

Şekil 5 ve 6'da sırasıyla izotrop (M1) ve ortotrop (M4) bileşik tabakalar için, $a/h_1 = 1.0$ ve $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$ olmak üzere, boyutsuz değme gerilmesinin tabakaların yükseklik oranı ile olan ilişkisi verilmiştir. Görüleceği üzere, h_1/h_2 azaldıkça, yani alttaki tabaka elastik yarım düzleme yaklaştıkça ($h_2 \rightarrow \infty$), değme gerilmesi $p(x)h_1/P$ azalmaktadır.

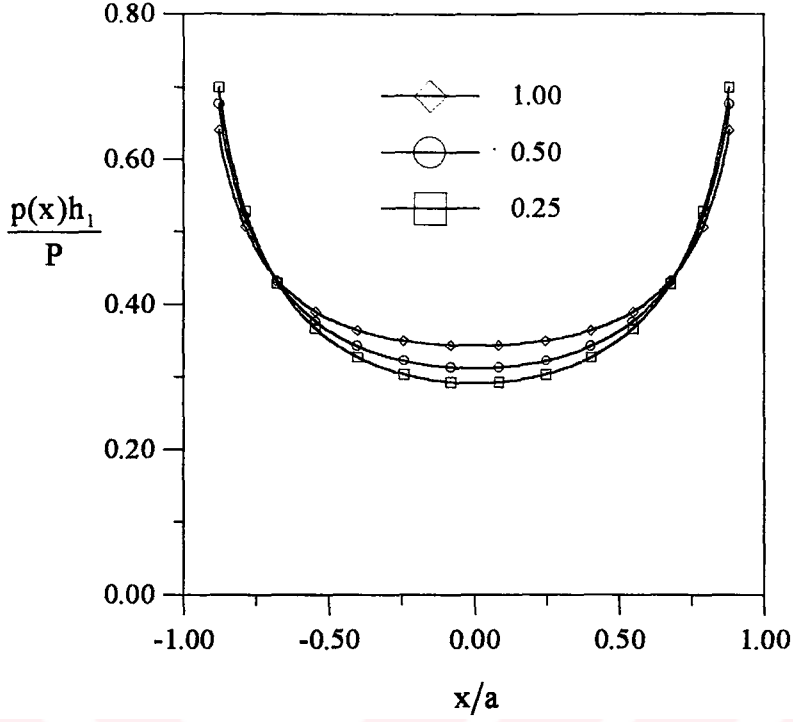
Şekil 7'de izotrop bileşik tabakada $a/h_1 = 1.0$ ve $h_1/h_2 = 1.0$ olmak üzere I. Grup malzeme kombinasyonları için değme gerilmesinin μ'_{xy}/μ''_{xy} kayma modülleri oranına bağlı olarak değişimi görülmektedir. μ'_{xy}/μ''_{xy} arttıkça, boyutsuz değme gerilmesi $p(x)h_1/P$ kenarlarda artmakta, orta bölgede ise azalmaktadır.



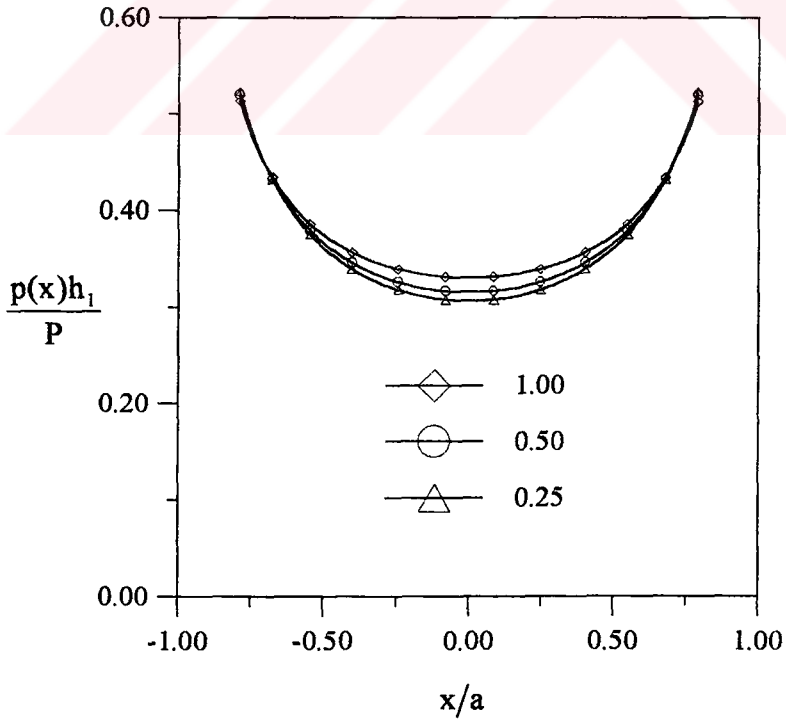
Şekil 3. İzotrop bileşik tabakada a/h_1 blok genişliğine bağlı olarak blok altındaki değme gerilmesi yayılımı ($h_1/h_2 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$)



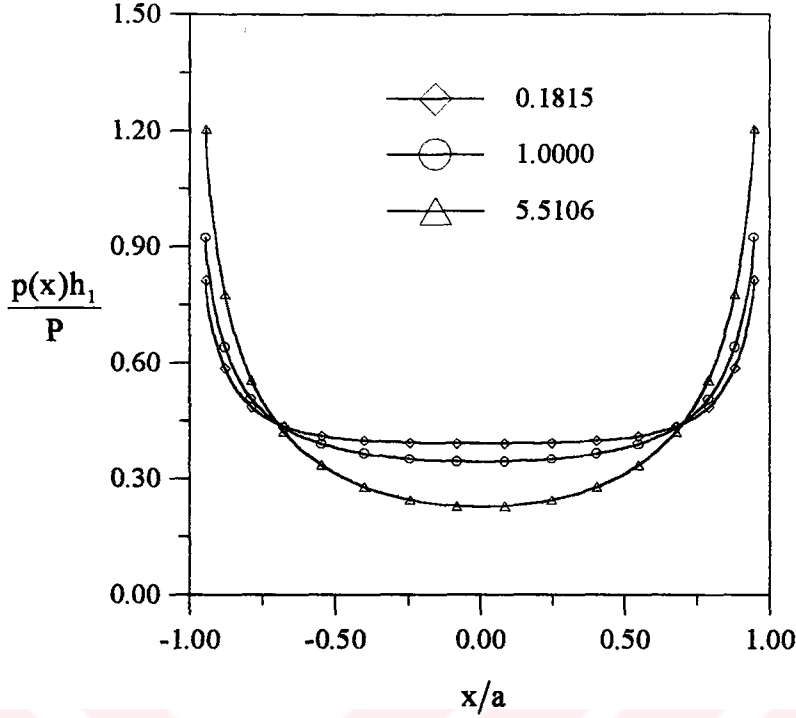
Şekil 4. Ortotrop bileşik tabakada a/h_1 blok genişliğine bağlı olarak blok altındaki değme gerilmesi yayılımı ($h_1/h_2 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$)



Şekil 5. İzotrop bileşik tabakada h_1/h_2 yükseklik oranına bağlı olarak blok altındaki değme gerilmesi yayılışı ($a/h_1 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$)



Şekil 6. Ortotrop bileşik tabakada h_1/h_2 yükseklik oranına bağlı olarak blok altındaki değme gerilmesi yayılışı ($a/h_1 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$)



Şekil 7. İzotrop bileşik tabakada μ'_{xy}/μ''_{xy} kayma modülleri oranına bağlı olarak blok altındaki değme gerilmesi yayılımı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$)

Tablo 4'teki diğer malzeme kombinasyonları için değme gerilmesi yayılımı üzerine yapılan incelemelerde, gerilmelerin birbirlerine çok yakın değerler alması nedeniyle bu değerlerin tablolar halinde verilmesi uygun görülmüştür.

Tablo 5'te III. Grup, Tablo 6'da IV. Grup malzeme kombinasyonları için $a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$ olması durumunda, blok altında elde edilen boyutsuz değme gerilmesi değerleri verilmiştir. III. Gruptaki bileşik tabakaların hepsinde alttaki, IV. Gruptaki bileşik tabakaların hepsinde ise üstteki tabaka 2 nolu malzeme (izotrop) olarak alınmıştır. M1 izotrop bileşik tabaka halini temsil etmektedir. Tablo 5 ve Tablo 6'ya dikkat edilirse, malzeme kombinasyonlarının verilen sıralaması için (soldan sağa doğru), değme gerilmesi değerlerinin, değme bölgesinin orta kısımlarında arttığı, kenarlarında ise azaldığı görülür. Bu, daha önce Şekil 7'de verilen izotrop bileşik tabaka haline ait değme gerilmesi-kayma modülü oranı ilişkisinin aynısıdır. Tablolarda verilen malzeme kombinasyonları için sol sütundan sağa doğru kayma modülü oranı azalmakta ve izotrop bileşik tabaka hali için elde edilen sonuç burada da geçerli olmaktadır. Dolayısıyla, ortotrop malzemede de değme gerilmeleri üzerinde μ'_{xy}/μ''_{xy} kayma modülü oranının diğerlerine göre en etkili parametre

olduğu söylenebilir. Gerilme değerlerinin birbirine çok yakın çıkması da, verilen malzeme kombinasyonları için kayma modülü oranlarının birbirine yakın olmasından kaynaklanmaktadır.

Tablo 7’de V. Grup, Tablo 8’de VI. Grup malzeme kombinasyonları için $a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$ olması durumunda, blok altında elde edilen boyutsuz değme gerilmesi değerleri verilmiştir. V. Gruptaki bileşik tabakaların hepsinde alttaki, VI. Gruptaki bileşik tabakaların hepsinde ise üstteki tabaka 4 nolu (ortotrop) malzemedir. M11 ortotrop bileşik tabaka halini temsil etmektedir. Bu tablolardan da değme gerilmelerinin soldan sağa doğru gidildikçe, değme bölgesinin orta kısımlarında artma, kenar kısımlarında ise azalma gösterdiği görülmektedir. Kayma modülü oranı ise soldan sağa doğru gidildikçe azalmaktadır. Yukarıdaki paragrafta söylenildiği gibi bu tablolardan da değme gerilmesi üzerinde μ'_{xy}/μ''_{xy} kayma modülü oranının etkili olduğu açıkça görülmektedir. Burada ele alınan bileşik tabakalar için kayma modülü oranındaki değişimin daha fazla olması (özellikle Tablo 7’deki bileşik tabakalar için), değme gerilmelerinde de aynı şekilde değişimin fazla olmasına yol açmıştır.

Tablo 9’da VII. Grup, Tablo 10’da ise VIII. Grup malzeme kombinasyonları için $a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$ olması durumunda, blok altındaki boyutsuz değme gerilmesi değerleri verilmiştir. V. Gruptaki bileşik tabakaların hepsinde alttaki, VI. Gruptaki bileşik tabakaların hepsinde ise üstteki tabaka 6 nolu (ortotrop) malzemedir. M14 ortotrop bileşik tabaka halini temsil etmektedir. Yukarıdaki iki paragrafta söylenildiği gibi bu tablolardan da değme gerilmesinin μ'_{xy}/μ''_{xy} kayma modülü oranındaki değişimden daha fazla etkilendiği görülmektedir.

Tablo 5. III. Grup malzeme kombinasyonları için blok altındaki değme gerilmesi değerlerinin karşılaştırılması

x/a	M1	M6	M5	M7
1.0000				
0.9864	1.7866	1.7224	1.7122	1.7036
0.8795	0.6378	0.6246	0.6224	0.6205
0.7891	0.5062	0.5016	0.5008	0.5000
0.6773	0.4339	0.4354	0.4355	0.4356
0.5469	0.3916	0.3974	0.3982	0.3989
0.4017	0.3668	0.3754	0.3767	0.3779
0.2455	0.3532	0.3632	0.3649	0.3664
0.0826	0.3472	0.3578	0.3597	0.3613
-0.0826	0.3472	0.3578	0.3597	0.3613
-0.2455	0.3532	0.3632	0.3649	0.3664
-0.4017	0.3668	0.3754	0.3767	0.3779
-0.5469	0.3916	0.3974	0.3982	0.3989
-0.6773	0.4339	0.4354	0.4355	0.4356
-0.7891	0.5062	0.5016	0.5008	0.5000
-0.8795	0.6378	0.6246	0.6224	0.6205
-0.9864	1.7866	1.7224	1.7122	1.7036
-1.0000				

Tablo 6. IV. Grup malzeme kombinasyonları için blok altındaki değme gerilmesi değerlerinin karşılaştırılması

x/a	M8	M10	M9	M1
1.0000				
0.9864	2.2715	2.2038	2.1588	1.7866
0.8795	0.7389	0.7251	0.7158	0.6378
0.7891	0.5435	0.5385	0.5353	0.5062
0.6773	0.4264	0.4277	0.4285	0.4339
0.5469	0.3512	0.3570	0.3608	0.3916
0.4017	0.3029	0.3118	0.3177	0.3668
0.2455	0.2741	0.2850	0.2922	0.3532
0.0826	0.2607	0.2725	0.2803	0.3472
-0.0826	0.2607	0.2725	0.2803	0.3472
-0.2455	0.2741	0.2850	0.2922	0.3532
-0.4017	0.3029	0.3118	0.3177	0.3668
-0.5469	0.3512	0.3570	0.3608	0.3916
-0.6773	0.4264	0.4277	0.4285	0.4339
-0.7891	0.5435	0.5385	0.5353	0.5062
-0.8795	0.7389	0.7251	0.7158	0.6378
-0.9864	2.2715	2.2038	2.1588	1.7866
-1.0000				

Tablo 7. V. Grup malzeme kombinasyonları için blok altındaki değme gerilmesi değerlerinin karşılaştırılması

x / a	M12	M9	M11
1.0000			
0.9864	3.2690	2.1588	1.8548
0.8795	0.9366	0.7158	0.6529
0.7891	0.6098	0.5353	0.5127
0.6773	0.4034	0.4285	0.4341
0.5469	0.2654	0.3608	0.3868
0.4017	0.1745	0.3177	0.3578
0.2455	0.1196	0.2922	0.3409
0.0826	0.0939	0.2803	0.3331
-0.0826	0.0939	0.2803	0.3331
-0.2455	0.1196	0.2922	0.3409
-0.4017	0.1745	0.3177	0.3578
-0.5469	0.2654	0.3608	0.3868
-0.6773	0.4034	0.4285	0.4341
-0.7891	0.6098	0.5353	0.5127
-0.8795	0.9366	0.7158	0.6529
-0.9864	3.2690	2.1588	1.8548
-1.0000			

Tablo 8. VI. Grup malzeme kombinasyonları için blok altındaki değme gerilmesi değerlerinin karşılaştırılması

x / a	M11	M6	M13
1.0000			
0.9864	1.8548	1.7224	1.6467
0.8795	0.6529	0.6246	0.6081
0.7891	0.5127	0.5016	0.4951
0.6773	0.4341	0.4354	0.4360
0.5469	0.3868	0.3974	0.4035
0.4017	0.3578	0.3754	0.3855
0.2455	0.3409	0.3632	0.3761
0.0826	0.3331	0.3578	0.3721
-0.0826	0.3331	0.3578	0.3721
-0.2455	0.3409	0.3632	0.3761
-0.4017	0.3578	0.3754	0.3855
-0.5469	0.3868	0.3974	0.4035
-0.6773	0.4341	0.4354	0.4360
-0.7891	0.5127	0.5016	0.4951
-0.8795	0.6529	0.6246	0.6081
-0.9864	1.8548	1.7224	1.6467
-1.0000			

Tablo 9. VII. Grup malzeme kombinasyonları için blok altındaki değme gerilmesi değerlerinin karşılaştırılması

x/a	M15	M10	M14
1.0000			
0.9864	3.3504	2.2038	1.8464
0.8795	0.9523	0.7251	0.6511
0.7891	0.6148	0.5385	0.5120
0.6773	0.4012	0.4277	0.4342
0.5469	0.2583	0.3570	0.3875
0.4017	0.1641	0.3118	0.3589
0.2455	0.1072	0.2850	0.3423
0.0826	0.0807	0.2725	0.3347
-0.0826	0.0807	0.2725	0.3347
-0.2455	0.1072	0.2850	0.3423
-0.4017	0.1641	0.3118	0.3589
-0.5469	0.2583	0.3570	0.3875
-0.6773	0.4012	0.4277	0.4342
-0.7891	0.6148	0.5385	0.5120
-0.8795	0.9523	0.7251	0.6511
-0.9864	3.3505	2.2038	1.8464
-1.0000			

Tablo 10. VIII. Grup malzeme kombinasyonları için blok altındaki değme gerilmesi değerlerinin karşılaştırılması

x/a	M14	M7	M16
1.0000			
0.9864	1.8464	1.7036	1.6319
0.8795	0.6511	0.6205	0.6049
0.7891	0.5120	0.5000	0.4938
0.6773	0.4342	0.4356	0.4361
0.5469	0.3875	0.3989	0.4047
0.4017	0.3589	0.3779	0.3875
0.2455	0.3423	0.3664	0.3786
0.0826	0.3347	0.3613	0.3749
-0.0826	0.3347	0.3613	0.3749
-0.2455	0.3423	0.3664	0.3786
-0.4017	0.3589	0.3779	0.3875
-0.5469	0.3875	0.3989	0.4047
-0.6773	0.4342	0.4356	0.4361
-0.7891	0.5120	0.5000	0.4938
-0.8795	0.6511	0.6205	0.6049
-0.9864	1.8464	1.7036	1.6319
-1.0000			

3. 3. İlk Ayrılma Uzaklığı ve Kritik Ayrılma Yüğü

Bileşik tabakada, tabakaların ara yüzeyinde ilk ayrılmayı başlatan kritik yük ve ilk ayrılma uzaklığı ile ilgili bulgular bu kısımda sunulmuştur.

İzotrop bileşik tabakada $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$ olmak üzere çeşitli h_1/h_2 oranları için ilk ayrılma uzaklığı ve kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi sırasıyla Şekil 8 ve Şekil 9'da verilmiştir. Yükseklik oranı h_1/h_2 azaldıkça, yani alt tabaka yarı sonsuz düzleme yaklaştıkça, ilk ayrılma uzaklığı ve kritik ayrılma yükü artmaktadır. Ayrıca, blok genişliği arttıkça, ilk ayrılma uzaklığı ve kritik ayrılma yükünün arttığı şekillerden görülmektedir.

Ortotrop bileşik tabakada $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$ olmak üzere, h_1/h_2 oranına bağlı olarak ilk ayrılma uzaklığı ve kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi Şekil 10 ve Şekil 11'de M4, Şekil 12 ve Şekil 13'te ise M14 malzeme kombinasyonları için verilmiştir. Bu şekillerden de, yukarıda izotrop bileşik tabaka halinde olduğu gibi, h_1/h_2 azaldıkça veya blok genişliği arttıkça ilk ayrılma uzaklığı ve kritik ayrılma yükünün arttığı görülmektedir. Ortotrop bileşik tabakalar için elde edilen sonuçlar kendi aralarında karşılaştırıldığında, M4 bileşik tabakası için elde edilen ilk ayrılma uzaklığı ve kritik ayrılma yükü değerlerinin M14 bileşik tabakası için elde edilenlerden daha küçük olduğu görülür. M4 bileşik tabakası 3 nolu, M14 bileşik tabakası ise 5 nolu ortotrop malzemelerden oluşmaktadır. Bu malzemeler için kayma modülü ve Poisson oranları yaklaşık olarak aynıdır. 3 nolu malzemenin E_x ve E_y değerleri 5 nolu malzemeninkinden küçük olup, özellikle E_x 'teki değişimin daha fazla olduğu Tablo 1'den görülmektedir. Bu nedenle, E_x elastisite modülü küçük olan bileşik tabaka için daha küçük ilk ayrılma uzaklığı ve kritik ayrılma yükü değerleri elde edildiği söylenebilir.

Şekil 14 ve Şekil 15'te $h_1/h_2 = 1.0$ olmak üzere izotrop bileşik tabakada μ'_{xy}/μ''_{xy} kayma modülleri oranına bağlı olarak, sırasıyla ilk ayrılma uzaklığı ve kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi görülmektedir. μ'_{xy}/μ''_{xy} arttıkça, yani üst tabaka rijitleştikçe, hem ilk ayrılma uzaklığı hem de kritik ayrılma yükü artmaktadır.

Şekil 16 ve Şekil 17'de III. Grup malzeme kombinasyonları için $h_1/h_2 = 1$ olmak üzere ilk ayrılma uzaklığı ve kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi sırasıyla verilmiştir. Bileşik tabakaları oluşturan şeritlerin ara yüzeyinde sürtünme olmadığı için,

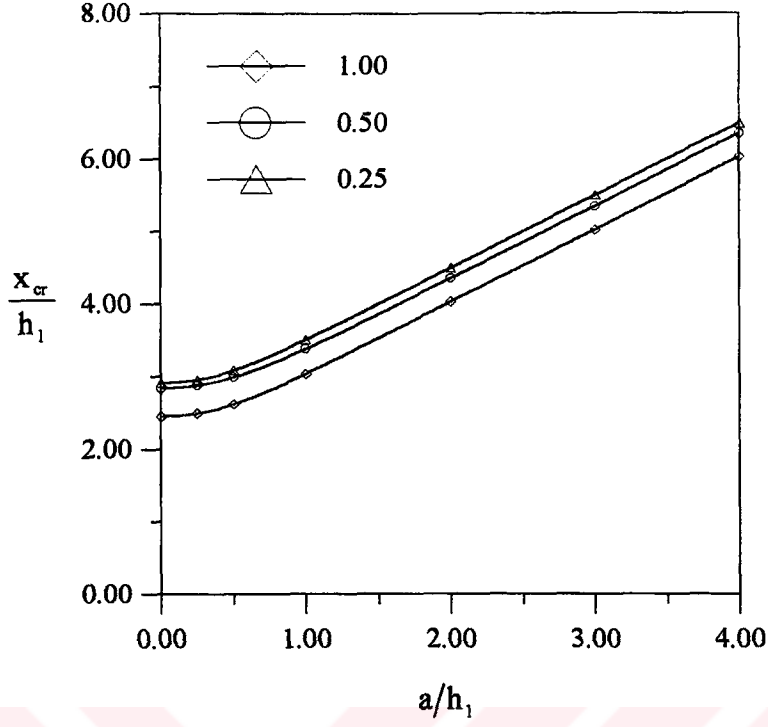
ayrılmanın başlaması daha çok üst tabakanın yaptığı deformasyonla ilgili bir durumdur. Dolayısıyla, burada üst tabakanın elastik özellikleri önem kazanmaktadır. III. Grup bileşik tabakalarında, temel tabakası hiç değişmeyip üstteki tabaka değişmektedir. Şekil 16'daki eğrilerin $M1 < M5 < M7 < M6$ şeklinde sıralandığı görülmektedir. Bu malzeme kombinasyonlarını oluşturan üst tabakaların E_x değerine göre bir sıralama yapıldığında, eğrilerle aynı sıralama elde edilmektedir. Buna göre, temel tabakası sabitken üst tabakaların ortotrop olarak değiştirilmesi durumunda, bu tabakalara ait E_x değeri arttıkça ilk ayrılma uzaklığının da arttığı sonucuna ulaşılabilir. Daha önce Şekil 10 ve Şekil 12'nin birlikte değerlendirilmesi sırasında da aynı sonuca ulaşılmıştı. Şekil 17'den, kritik ayrılma yükü için eğrilerin $M1 < M5 < M6 < M7$ şeklinde sıralandığı görülür. Malzeme kombinasyonları β'_1/β''_1 oranına göre aynı sıralamaya sahip olduklarından, β'_1/β''_1 oranı arttıkça kritik ayrılma yükü de artar denilebilir.

Şekil 18 ve Şekil 19'da IV. Grup malzeme kombinasyonları için $h_1/h_2 = 1$ olmak üzere ilk ayrılma uzaklığı ve kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi sırasıyla verilmiştir. Bu malzeme kombinasyonları grubu için üstteki tabaka izotrop olup hiç değiştirilmemekte, alttaki tabakalar ise sırasıyla izotrop ve ortotrop olarak değiştirilmektedirler. Şekil 18'de, ilk ayrılma uzaklığı için verilen eğrilerin kayma modülleri oranı sıralamasına ($M1 < M9 < M10 < M8$) uygun bir şekilde sıralandıkları görülmektedir. Dolayısıyla, üst tabaka sabitken alt tabakanın değiştirilmesi durumunda, μ'_{xy}/μ''_{xy} kayma modülleri oranı arttıkça, ilk ayrılma uzaklığı da artar denilebilir. Şekilde izotrop-ortotrop bileşik tabakalar için eğrilen birbirlerine yakın olması, bu malzeme kombinasyonları için μ'_{xy}/μ''_{xy} oranlarının yakın olmasından kaynaklanmaktadır. Şekil 19'dan, kritik ayrılma yükü için verilen eğrilerin β'_1/β''_1 oranına uygun bir şekilde sıralandıkları görülmektedir. M8, M9 ve M10 bileşik tabakalarına ait eğrilerin birbirlerine yakın çıkması, bu malzeme kombinasyonları için β'_1/β''_1 değerlerinin yakın olmasından kaynaklanmaktadır.

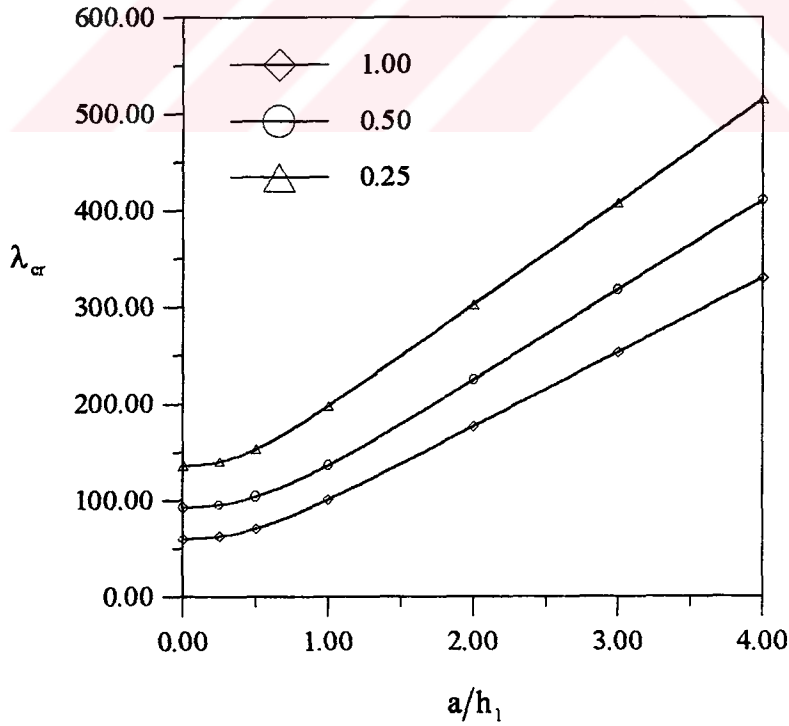
Şekil 20 ve Şekil 21'de V. Grup malzeme kombinasyonları için ve Şekil 24 ve Şekil 25'te VII. Grup malzeme kombinasyonları için $h_1/h_2 = 1$ olmak üzere ilk ayrılma uzaklığı ve kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi sırasıyla verilmiştir. Bu malzeme kombinasyonları için alt tabaka ortotrop olup hep aynı kalmakta, üst tabakalar ise sırasıyla ortotrop ve izotrop olarak değişmektedir. İlk ayrılma uzaklığı ile ilgili eğriler her iki grup

bileşik tabakalar için de, üst tabakanın E_x değerine göre yapılan sıralamaya uygun şekilde dizilmişlerdir. Buradan, daha önce de ifade edildiği gibi, üst tabakanın E_x değeri arttıkça ilk ayrılma uzaklığının arttığı söylenebilir. β'_1/β''_1 oranına göre V. Gruptaki malzeme kombinasyonları M12<M9<M11 şeklinde, VII. Gruptaki malzeme kombinasyonları ise M15<M10<M14 şeklinde sıralanmaktadır. Bu sıralamaların Şekil 21 ve Şekil 25'teki eğrilerin dizilişine uygun olduğu görülmektedir. Buna göre kritik ayrılma yükü, β'_1/β''_1 oranı arttıkça artmaktadır.

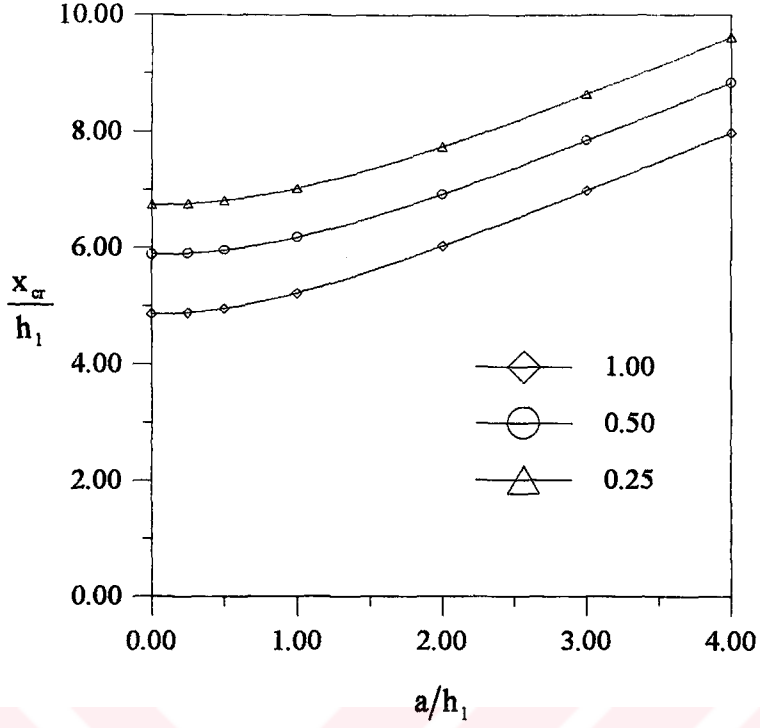
Şekil 22 ve Şekil 23'te VI. Grup malzeme kombinasyonları için ve Şekil 26 ve Şekil 27'de VIII. Grup malzeme kombinasyonları için $h_1/h_2 = 1$ olmak üzere ilk ayrılma uzaklığı ve kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi sırasıyla verilmiştir. Bu iki gruptaki bileşik tabakalar için üst tabaka ortotrop olup hep aynı kalmakta, alt tabaka ise değiştirilmektedir. μ'_{xy}/μ''_{xy} kayma modülü oranına göre sıralama VI. Gruptaki malzeme kombinasyonları için M13<M6<M11 şeklinde ve VIII. Gruptaki malzeme kombinasyonları için ise M16<M7<M14 şeklindedir. Şekil 22 ve Şekil 26'dan ilk ayrılma uzaklığı için verilen eğrilerin bu sıralamaya uydukları görülmektedir. Dolayısıyla, μ'_{xy}/μ''_{xy} arttıkça ilk ayrılma uzaklığı artmaktadır. β'_1/β''_1 oranına göre VI. Gruptaki malzeme kombinasyonları M11<M6<M13 şeklinde, VIII. Gruptaki malzeme kombinasyonları ise M14<M7<M16 şeklinde sıralanmaktadır. Bu sıralamaların Şekil 22 ve Şekil 27'deki kritik ayrılma yükü ile ilgili verilen eğrilerin dizilişine uygun olduğu görülmektedir. Buna göre kritik ayrılma yükünün β'_1/β''_1 oranı arttıkça artış gösterdiği söylenebilir.



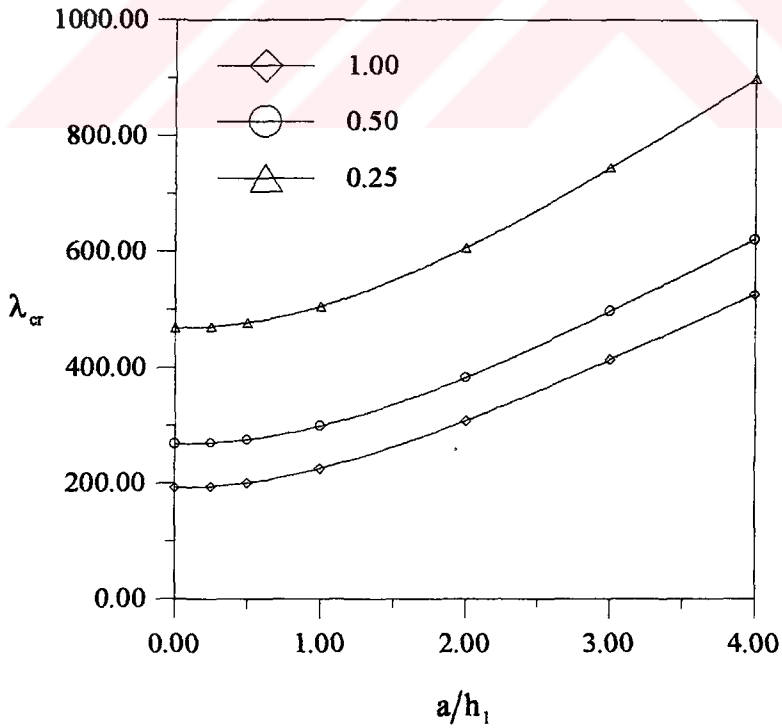
Şekil 8. İzotrop bileşik tabakada çeşitli h_1/h_2 değerleri için ilk ayrılma uzaklığının blok genişliği ile değişimi ($\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$)



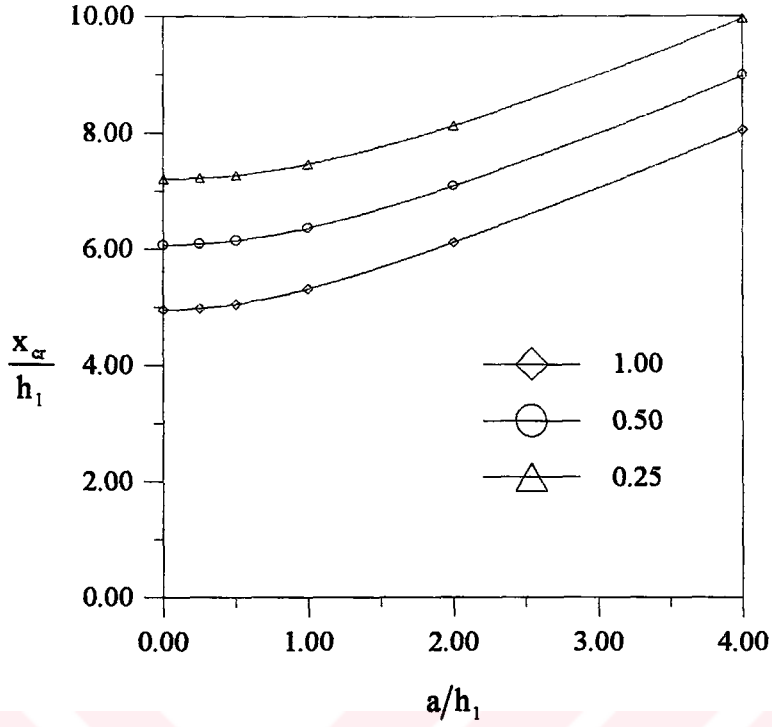
Şekil 9. İzotrop bileşik tabakada çeşitli h_1/h_2 değerleri için kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi ($\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$)



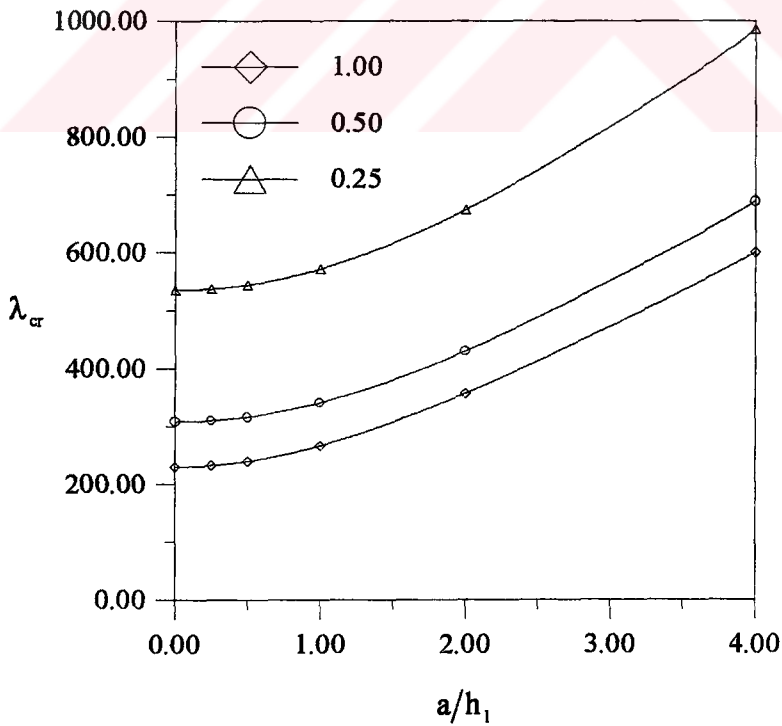
Şekil 10. M4 ortotrop bileşik tabakasında çeşitli h_1/h_2 değerleri için ilk ayrılma uzaklığının blok genişliği ile değişimi ($\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$)



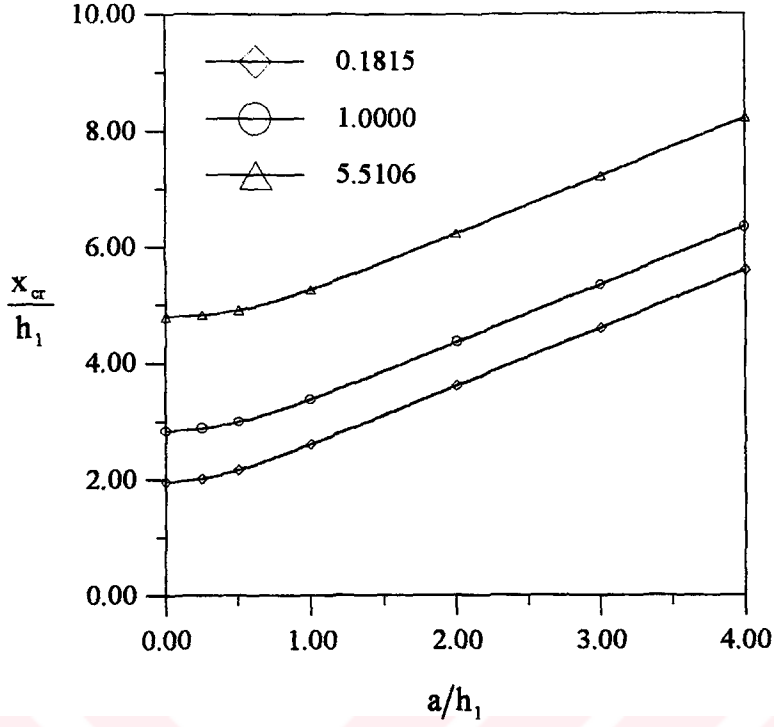
Şekil 11. M4 ortotrop bileşik tabakasında çeşitli h_1/h_2 değerleri kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi ($\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$)



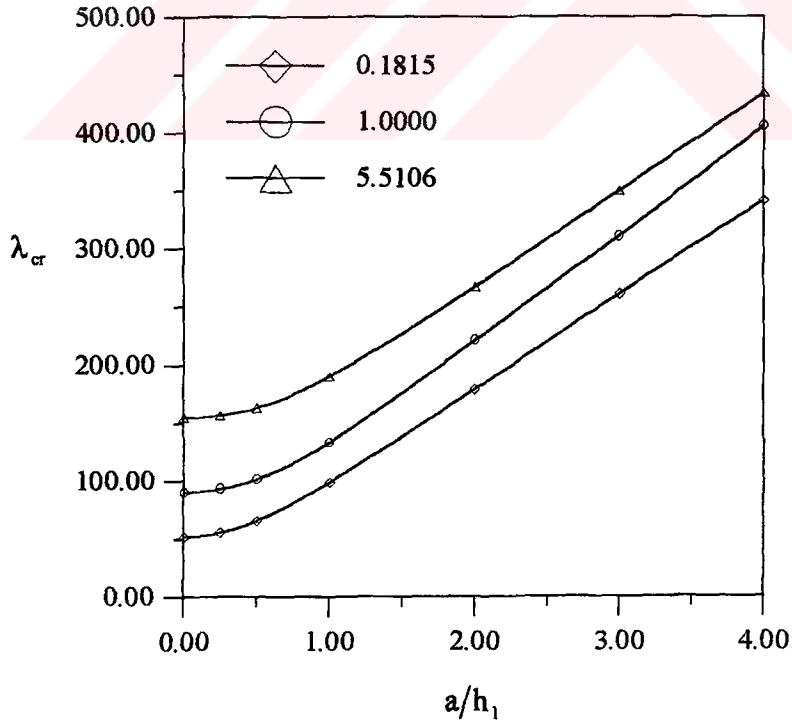
Şekil 12. M14 ortotrop bileşik tabakasında çeşitli h_1/h_2 değerleri için ilk ayrılma uzaklığının blok genişliği ile değişimi ($\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$)



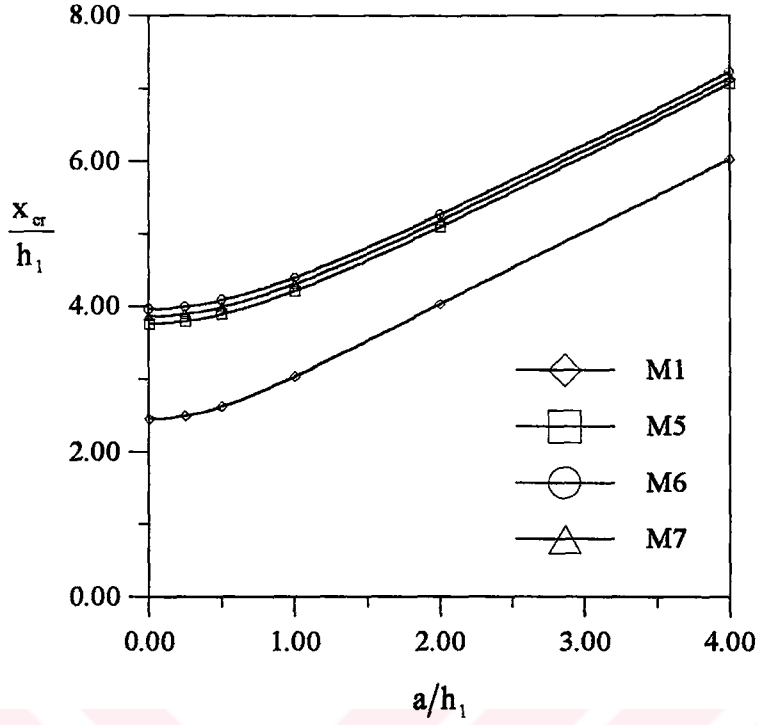
Şekil 13. M14 ortotrop bileşik tabakasında çeşitli h_1/h_2 değerleri için kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi ($\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$)



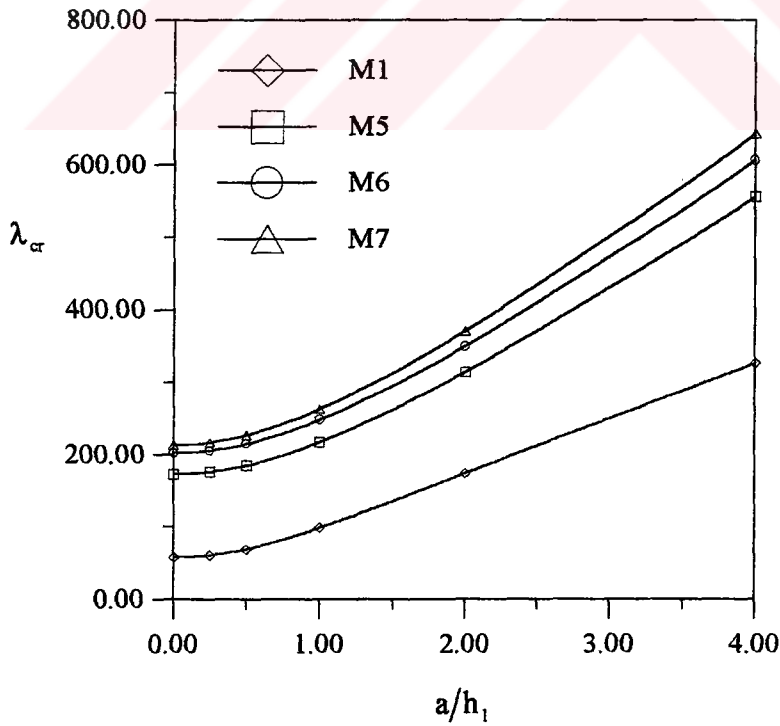
Şekil 14. İzotrop bileşik tabakada çeşitli μ'_{xy}/μ''_{xy} kayma modülü oranları için ilk ayrılma uzaklığının blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)



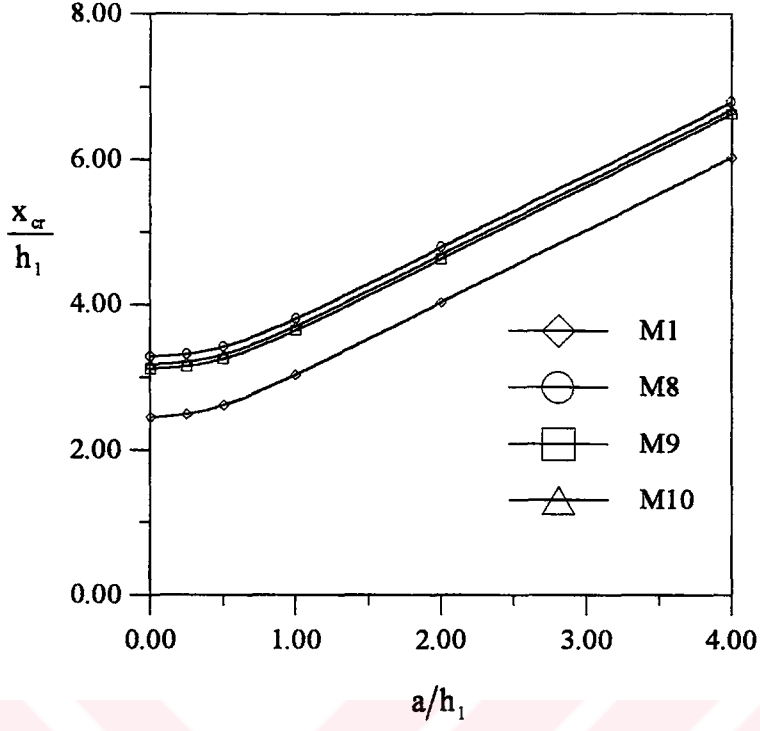
Şekil 15. İzotrop bileşik tabakada çeşitli μ'_{xy}/μ''_{xy} kayma modülü oranları için kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)



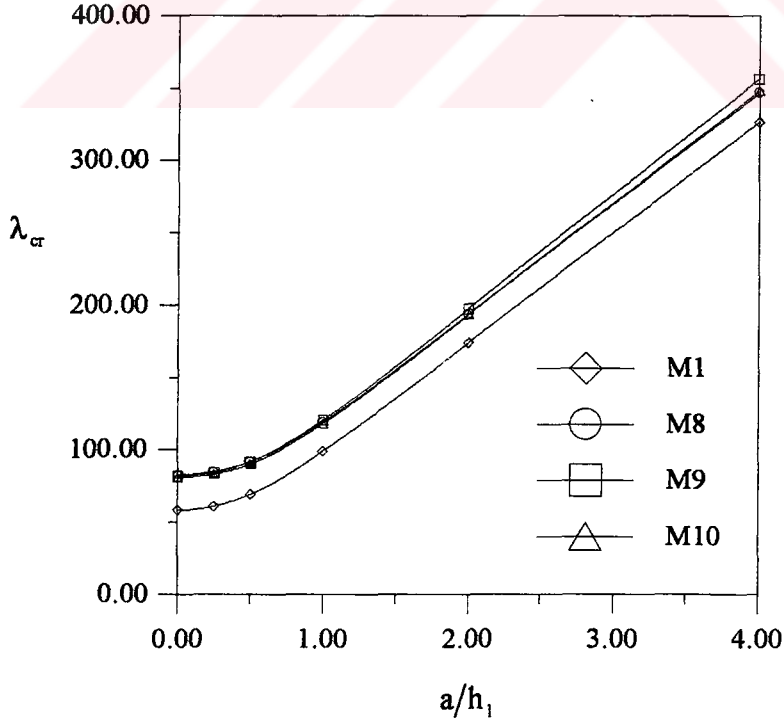
Şekil 16. III. Grup malzeme kombinasyonları için ilk ayrılma uzaklığının blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)



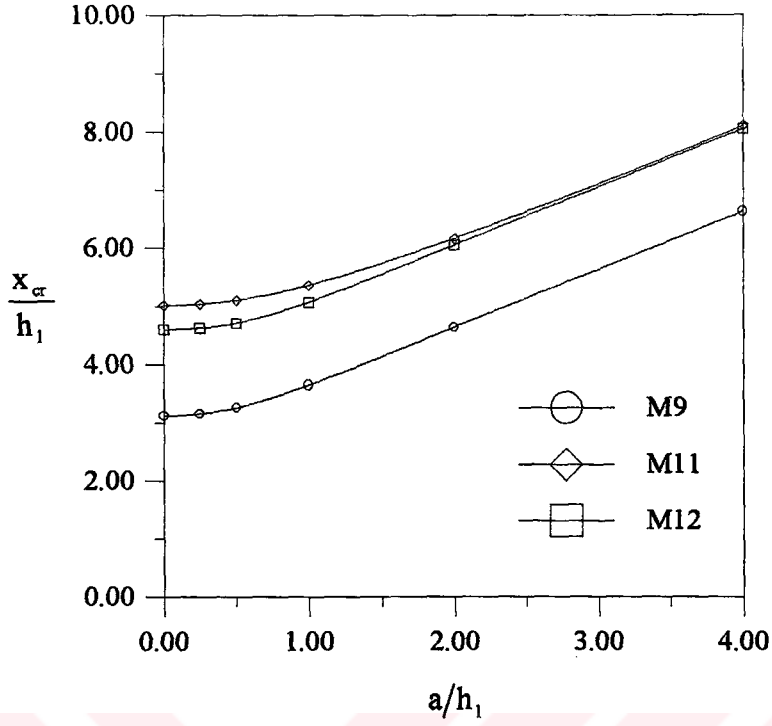
Şekil 17. III. Grup malzeme kombinasyonları için kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)



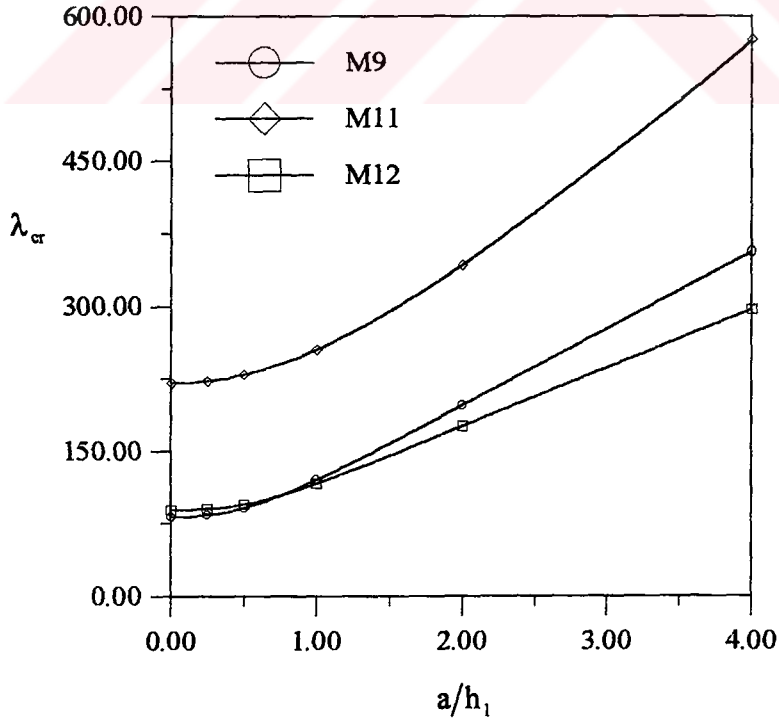
Şekil 18. IV. Grup malzeme kombinasyonları için ilk ayrılma uzaklığının blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)



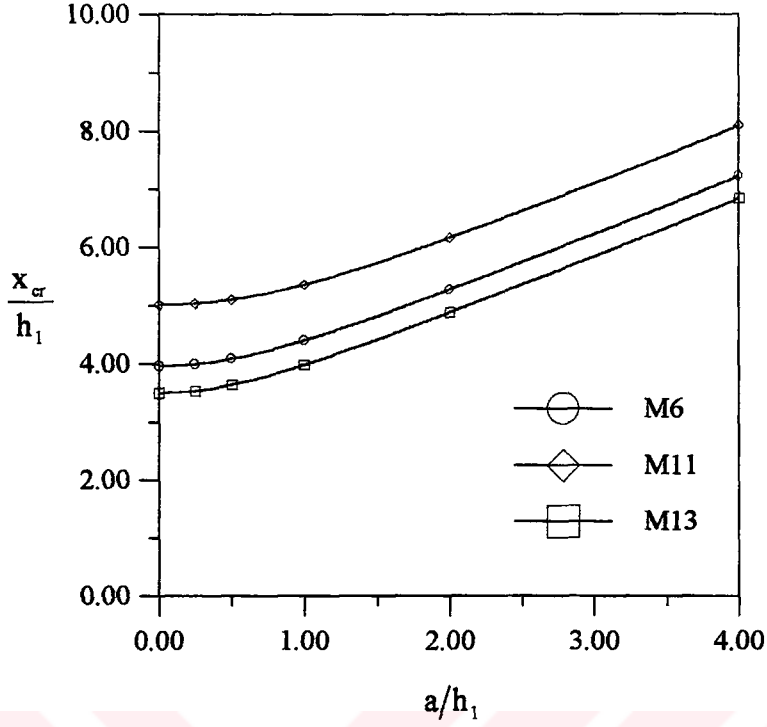
Şekil 19. IV. Grup malzeme kombinasyonları için kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)



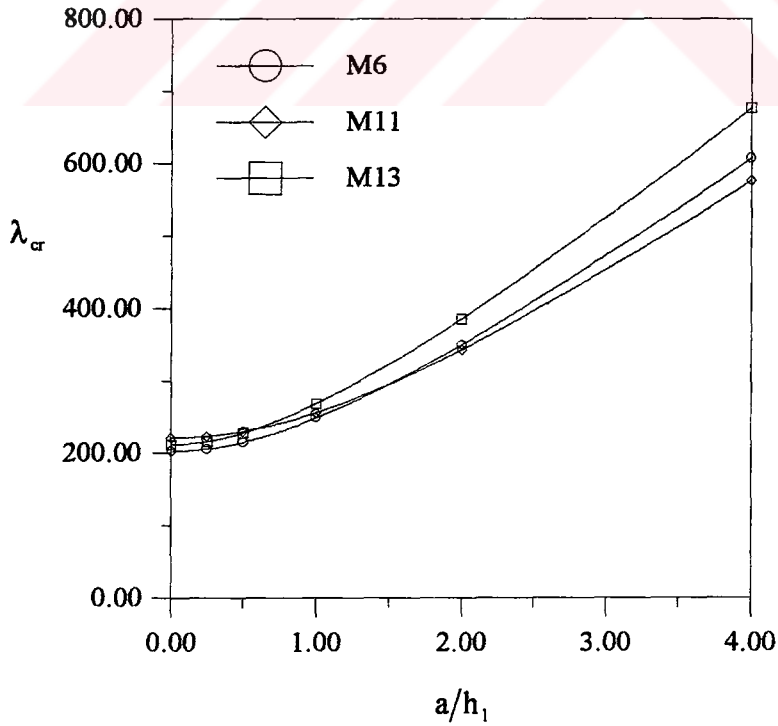
Şekil 20. V. Grup malzeme kombinasyonları için ilk ayrılma uzaklığının blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)



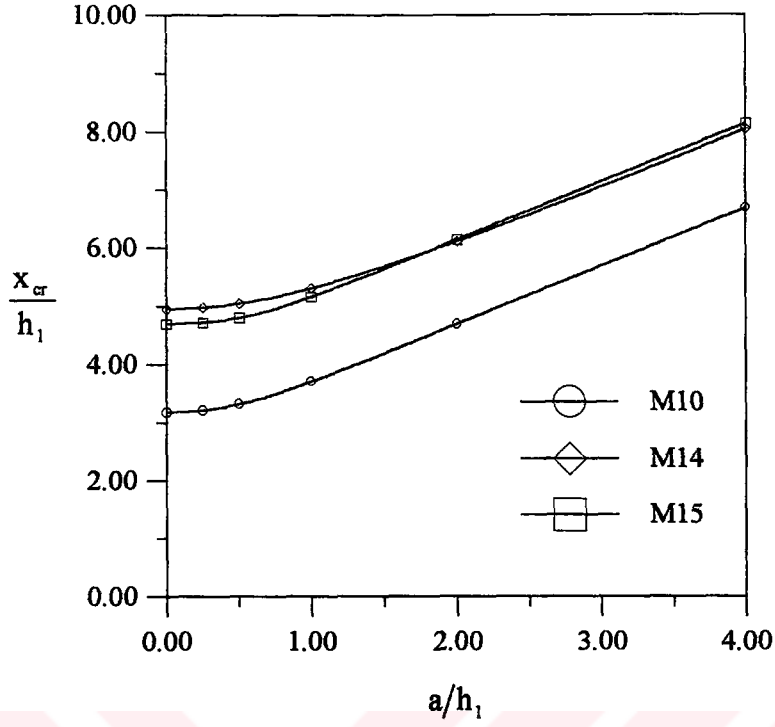
Şekil 21. V. Grup malzeme kombinasyonları için kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)



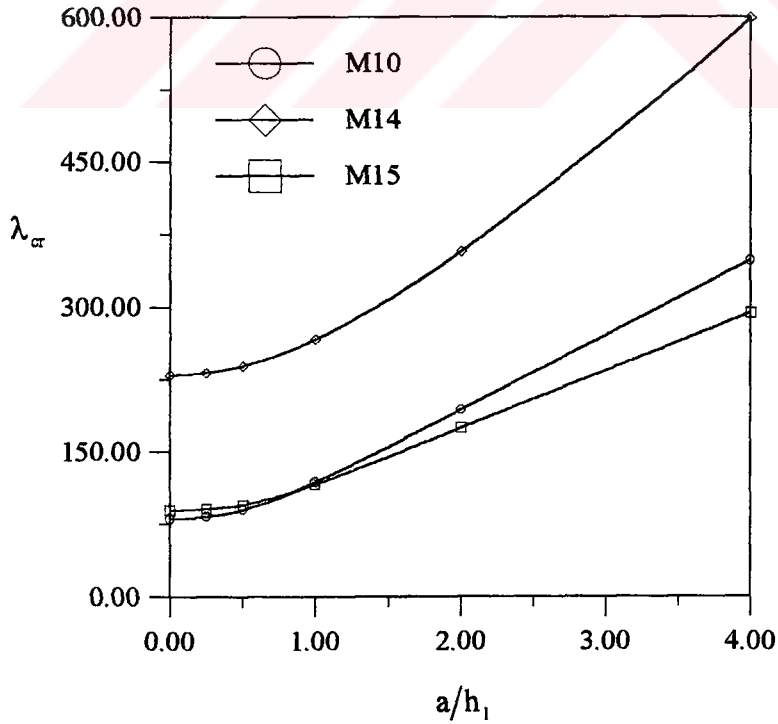
Şekil 22. VI. Grup malzeme kombinasyonları için ilk ayrılma uzaklığının blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)



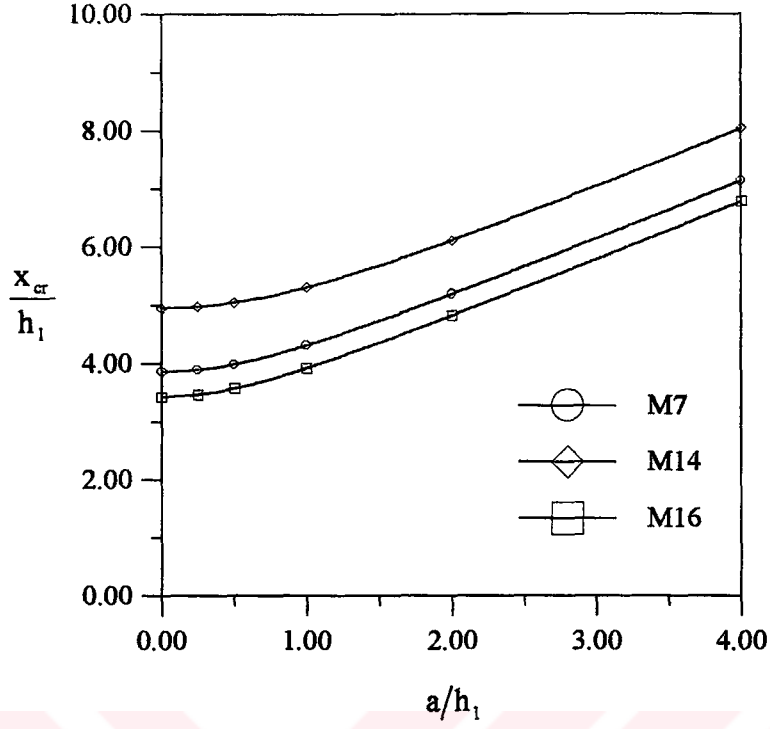
Şekil 23. VI. Grup malzeme kombinasyonları için kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)



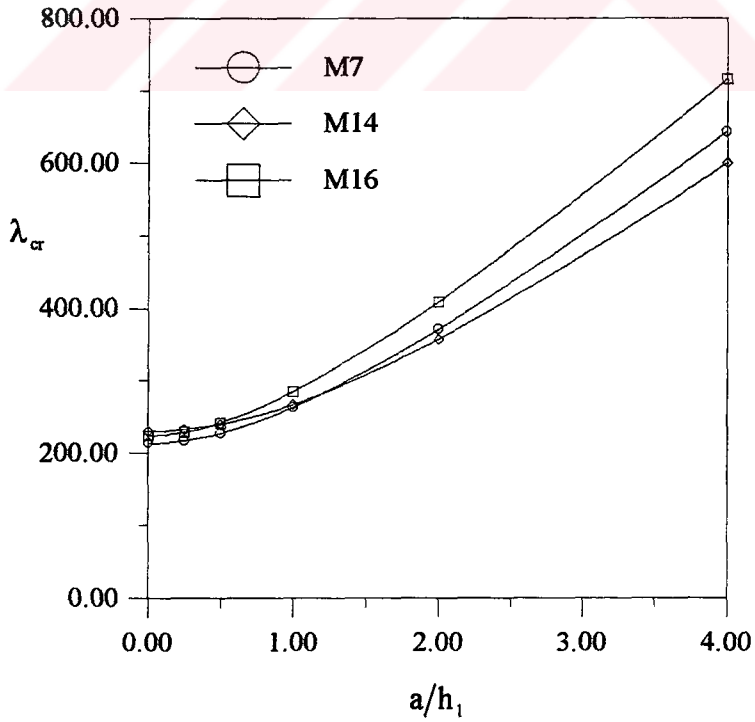
Şekil 24. VII. Grup malzeme kombinasyonları için ilk ayrılma uzaklığının blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)



Şekil 25. VII. Grup malzeme kombinasyonları için kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)



Şekil 26. VIII. Grup malzeme kombinasyonları için ilk ayrılma uzaklığının blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)



Şekil 27. VIII. Grup malzeme kombinasyonları için kritik ayrılma yükünün blok genişliği ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$)

3. 4. Ayrılma Bölgesi

Bu bölümde, tabakaların ara yüzeyinde kritik yükten büyük yükler için meydana gelen ayrılma (açılma) bölgesini tanımlayan b/h_1 açılma, c/h_1 kapanma noktaları ve $(c - b)/h_1$ ayrılma uzunluğuna ait bulgular sunulmuştur. Grafiklerde kesikli çizgiler ile ayrılma bölgesinin uzunluğu $(c - b)/h_1$ gösterilmiştir.

$h_1/h_2 = 1.0$ ve $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$ olmak üzere a/h_1 blok genişliğine bağlı olarak ayrılma bölgesinin yük ile değişimi Şekil 28'de izotrop, Şekil 29'da ise ortotrop bileşik tabaka için verilmiştir. Her iki grafikten de yük arttıkça ayrılma bölgesinin büyüdüğü görülmektedir. Aynı yük değeri için, blok genişliği arttıkça daha küçük bir ayrılma bölgesi meydana gelmektedir. Ayrıca grafiklerden blok genişliği arttıkça ilk ayrılma uzaklığı ve kritik ayrılma yükünün de arttığı görülmektedir.

Şekil 30'da izotrop, Şekil 31'de ortotrop bileşik tabaka için $a/h_1 = 1.0$ ve $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$ olmak üzere h_1/h_2 tabaka yükseklik oranına bağlı olarak ayrılma bölgesinin yük ile değişimi verilmiştir. h_1/h_2 azaldıkça, yani alttaki tabaka elastik yarım düzleme yaklaştıkça, ayrılma bölgesi küçülmektedir. Ayrıca grafiklerden h_1/h_2 azaldıkça ilk ayrılma uzaklığı ve kritik ayrılma yükünün arttığı da görülmektedir.

Şekil 32'de izotrop bileşik tabakada $a/h_1 = 1$ ve $h_1/h_2 = 1$ olmak üzere çeşitli μ'_{xy}/μ''_{xy} kayma modülü oranı değerleri için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi verilmiştir. μ'_{xy}/μ''_{xy} kayma modülü oranı arttıkça, yani üstteki tabaka alttakine göre daha rijitleştikçe, ayrılma bölgesinin uzunluğu da artmaktadır. Yine bu grafikten ilk ayrılma uzaklığının μ'_{xy}/μ''_{xy} ' nün artışıyla arttığı, kritik ayrılma yükü değerlerinin ise $a/h_1 = 1$ ve $h_1/h_2 = 1$ için birbirine yakın olduğu görülmektedir.

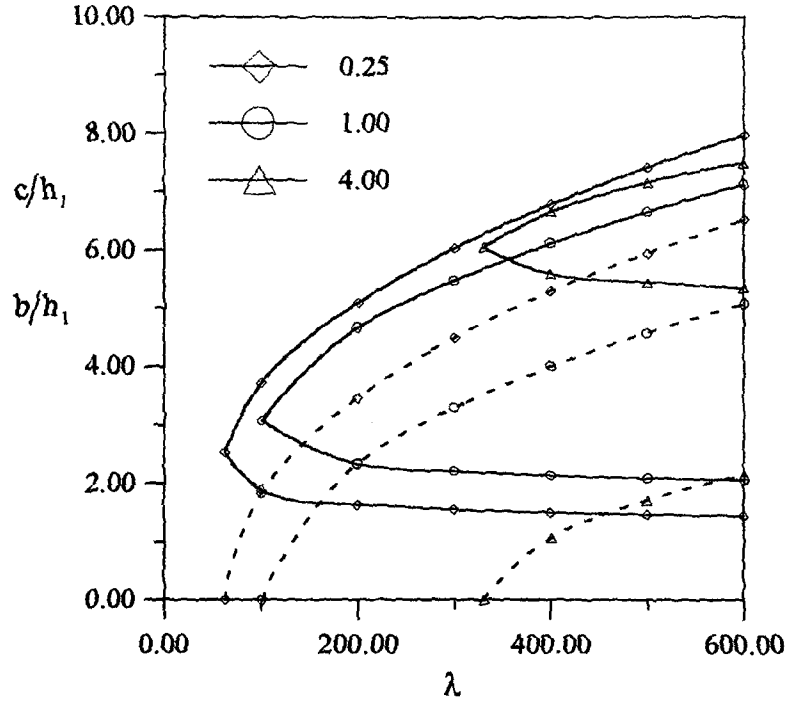
Şekil 33'te III. Grup malzeme kombinasyonları için $a/h_1 = 1$ ve $h_1/h_2 = 1$ olmak üzere ayrılma bölgesinin yük ile değişimi verilmiştir. Bu gruptaki bileşik tabakalar için alttaki tabaka izotrop olup hiç değişmemektedir. Aynı yük değeri için, kritik ayrılma yükü küçük olan bileşik tabakada daha büyük ayrılma uzunluğu elde edilir. Kritik ayrılma yüküne göre bu gruptaki malzeme kombinasyonları şekilden de görüleceği üzere $M1 < M5 < M6 < M7$ şeklinde bir sıralamaya sahiptirler. Kritik ayrılma yükünün β'_1/β''_1 oranına bağlı olduğu ve bu oran arttıkça kritik ayrılma yükünün de artacağı daha önce

belirtildi. Şekle dikkat edilirse ayrılma uzunluğu için eğrilerin $M1 > M5 > M6 > M7$ şeklinde sıralandığı görülür. β'_1/β''_1 oranına göre malzemeler $M1 < M5 < M6 < M7$ şeklinde bir sıralamaya sahiptirler. Buna göre, β'_1/β''_1 arttıkça, yani üst tabakanın eğilme rijitliği arttıkça ayrılma uzunluğunun azaldığı sonucuna varılabilir.

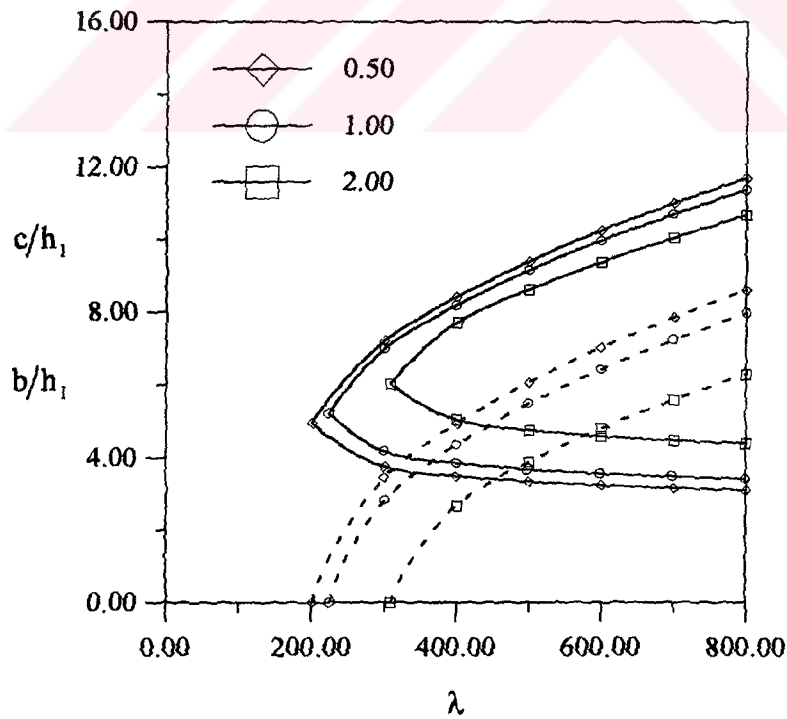
Şekil 34'te IV. Grup malzeme kombinasyonları için $a/h_1 = 1$ ve $h_1/h_2 = 1$ olmak üzere ayrılma bölgesinin yük ile değişimi görülmektedir. Bu gruptaki malzeme kombinasyonları için üstteki tabaka izotrop olup hiç değişmemektedir. Şekle dikkat edilirse izotrop-ortotrop malzeme kombinasyonları için elde edilen eğrilerin birbirlerine çok yakın oldukları görülür. Bunda bu malzemelerin kritik ayrılma yüklerinin birbirlerine çok yakın olmasının etkisi vardır. Bu grafikten ayrılmada üst tabakanın elastik özelliklerindeki değişimin daha etkili olduğu söylenebilir.

Şekil 35'te V. Grup, Şekil 37'de ise VII. Grup malzeme kombinasyonları için $a/h_1 = 1$ ve $h_1/h_2 = 1$ olmak üzere ayrılma bölgesinin yük ile değişimi görülmektedir. Her iki gruptaki bileşik tabakalarda alt tabaka ortotrop olup hiç değiştirilmemiştir. Şekillerden ayrılma bölgesi ile ilgili eğrilerin $M12 > M9 > M11$ ve $M15 > M10 > M6$ şeklinde bir sıralamaya sahip oldukları görülmektedir. Bu bileşik tabakalar β'_1/β''_1 oranına göre $M12 < M9 < M11$ ve $M15 < M10 < M6$ şeklinde bir sıralamaya sahip olduklarından, bu grafiklerden de β'_1/β''_1 arttıkça ayrılma bölgesinin küçüldüğü sonucuna ulaşılabilir.

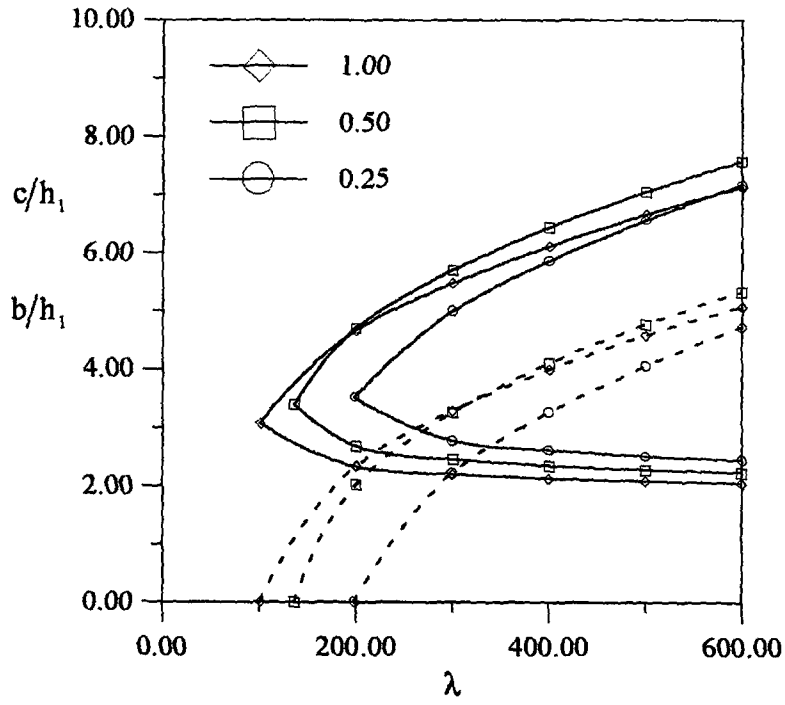
Şekil 36'da VI. Grup, Şekil 38'de ise VIII. Grup malzeme kombinasyonları için $a/h_1 = 1$ ve $h_1/h_2 = 1$ olmak üzere ayrılma bölgesinin yük ile değişimi görülmektedir. Her iki gruptaki bileşik tabakalarda da üst tabaka ortotrop olup hiç değiştirilmemiştir. Şekillerden ayrılma bölgesi ile ilgili eğrilerin $M11 > M6 > M13$ ve $M14 > M7 > M16$ şeklinde bir sıralamaya sahip oldukları görülmektedir. Bu bileşik tabakalar β'_1/β''_1 oranına göre $M11 < M6 < M13$ ve $M14 < M7 < M16$ şeklinde bir sıralamaya sahip olduklarından, bu grafiklerden de β'_1/β''_1 arttıkça ayrılma bölgesinin küçüldüğü söylenebilir.



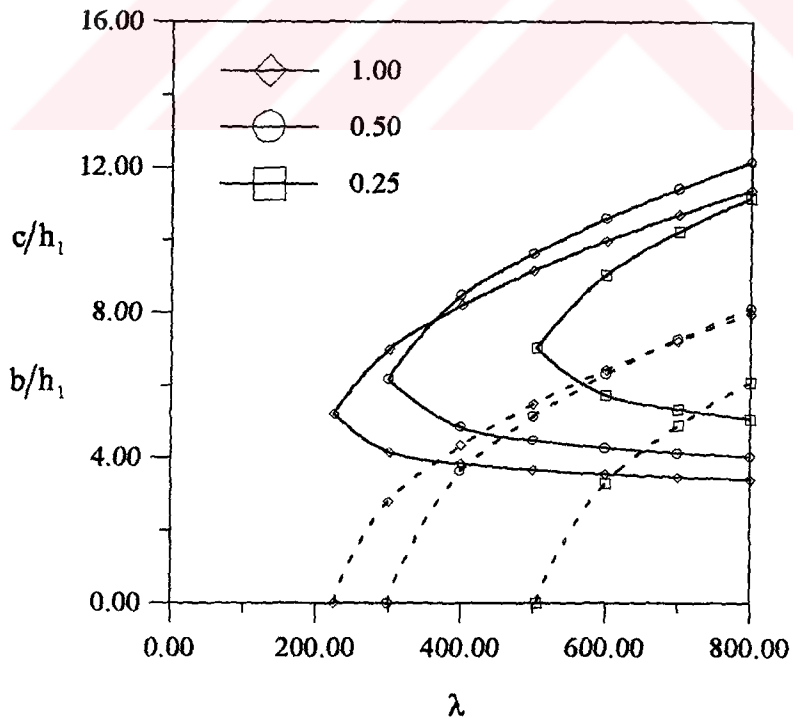
Şekil 28. İzotrop bileşik tabakada çeşitli a/h_1 değerleri için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$)



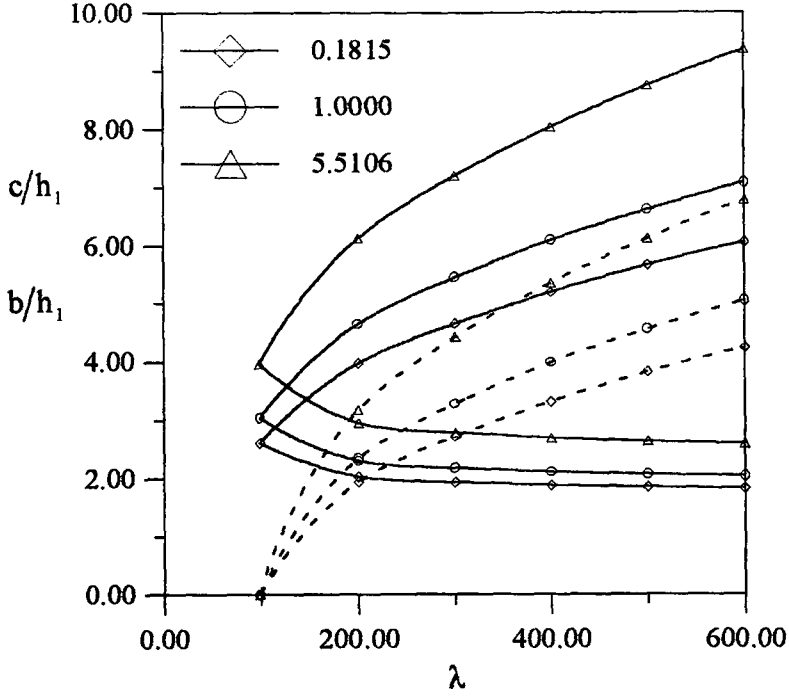
Şekil 29. Ortotrop bileşik tabakada çeşitli a/h_1 değerleri için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$)



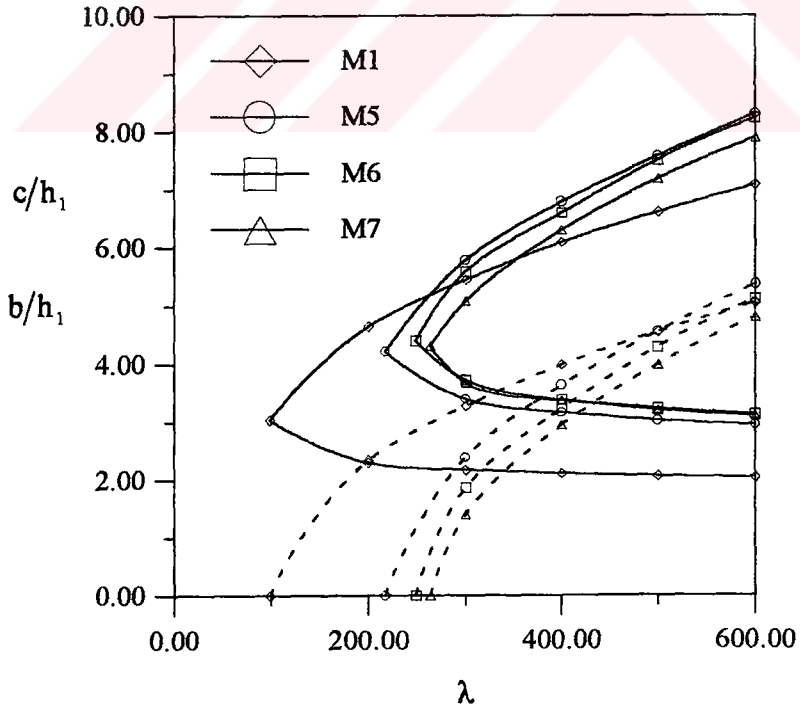
Şekil 30. İzotrop bileşik tabakada çeşitli h_1/h_2 değerleri için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$)



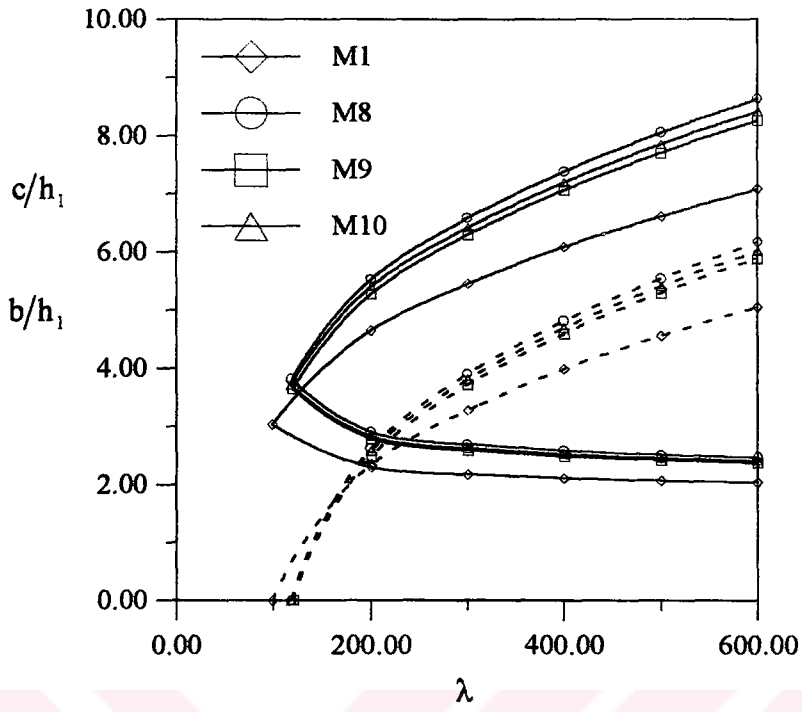
Şekil 31. Ortotrop bileşik tabakada çeşitli h_1/h_2 değerleri için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$)



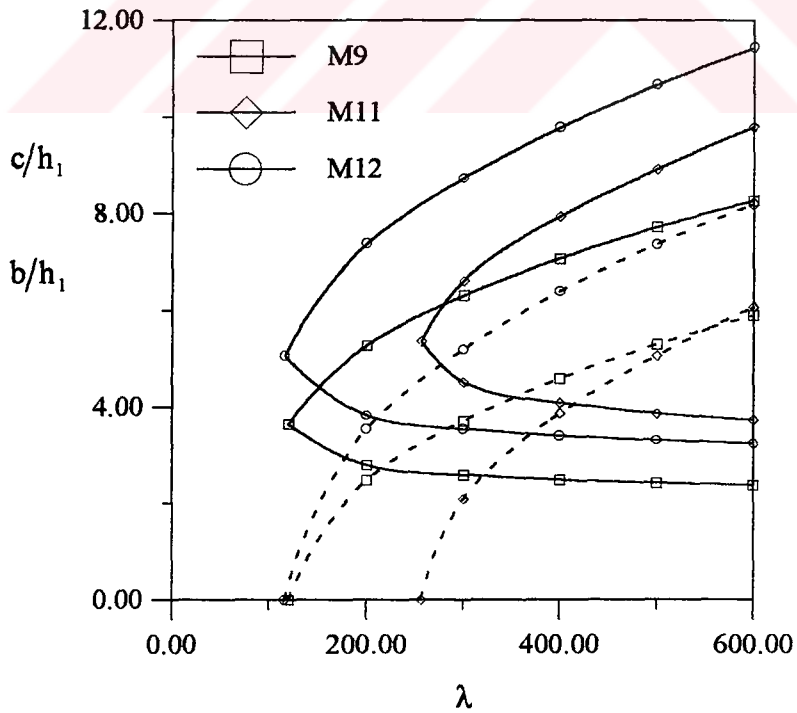
Şekil 32. İzotrop bileşik tabakada çeşitli μ'_{xy}/μ''_{xy} kayma modülü oranları için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$)



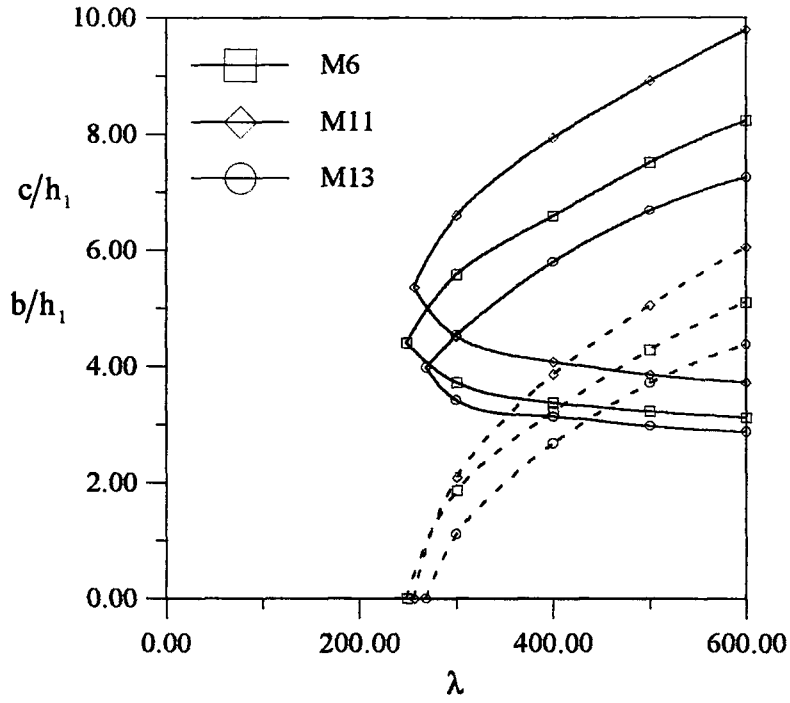
Şekil 33. III. Grup malzeme kombinasyonları için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$)



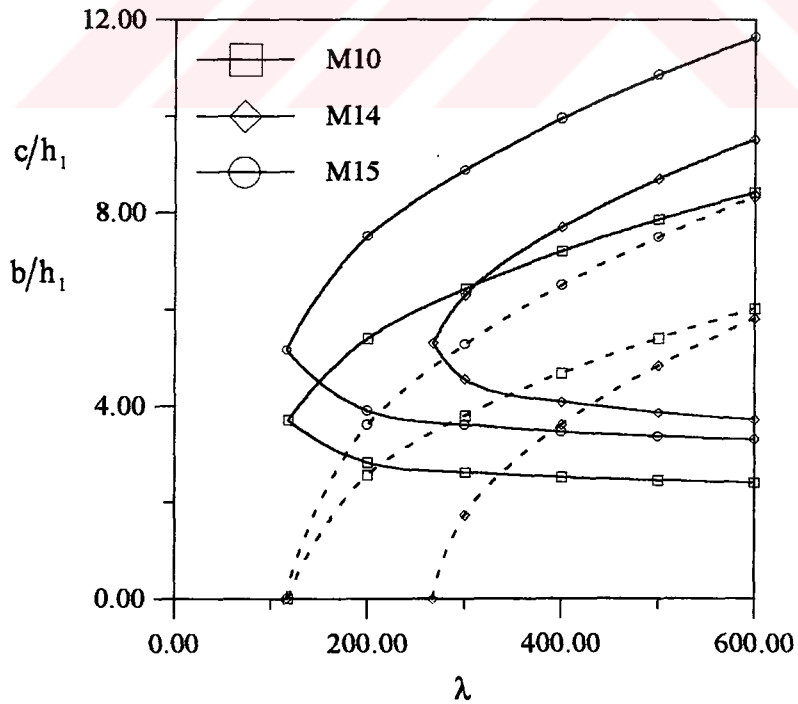
Şekil 34. IV. Grup malzeme kombinasyonları için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$)



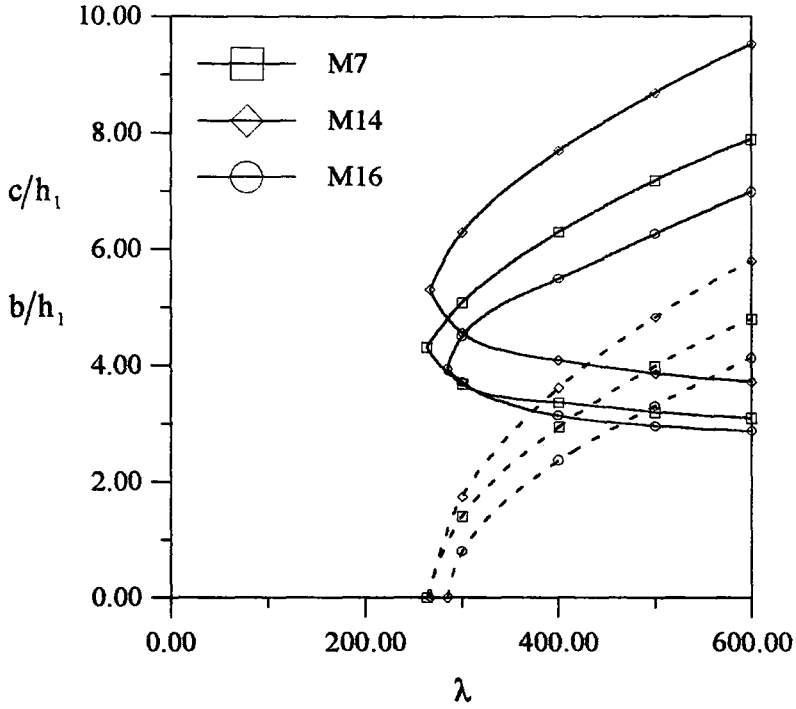
Şekil 35. V. Grup malzeme kombinasyonları için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$)



Şekil 36. VI. Grup malzeme kombinasyonları için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$)



Şekil 37. VII. Grup malzeme kombinasyonları için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$)



Şekil 38. VIII. Grup malzeme kombinasyonları için ayrılma bölgesinin yük ile değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$)

İzotrop halde ayrılma uzunluğundaki değişim μ'_{xy}/μ''_{xy} oranı ile ilişkilendirilmiştir. İzotrop bileşik tabakalar için μ'_{xy}/μ''_{xy} oranının azalması β'_1/β''_1 oranının artması anlamına gelmektedir. Dolayısıyla, ortotrop halde elde edilen sonuçla izotrop halde elde edilen üst üste düşmektedir.

3. 5. Açılma Miktarı

Bu bölümde, tabakaların ara yüzeyinde kritik yükten büyük yükler için meydana gelen $v^*\mu'_{xy}/P$ boyutsuz açılma miktarı ile ilgili bulgular sunulmuştur.

Şekil 39'da izotrop bileşik tabakada $\lambda = 500$ ve Şekil 40'da ortotrop bileşik tabakada $\lambda = 800$ alınarak, çeşitli a/h_1 blok genişliği değerleri için ara yüzeydeki açılma miktarı verilmiştir. Her iki grafikte de $h_1/h_2 = 1$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1$ olarak alınmıştır. Blok genişliği arttıkça, hem ayrılma uzunluğu hem de açılma miktarı azalmaktadır.

Şekil 41'de izotrop bileşik tabakada $\lambda = 400$ ve Şekil 42'de ortotrop bileşik tabakada $\lambda = 800$ alınarak, çeşitli h_1/h_2 yükseklik oranı değerleri için ara yüzeydeki açılma miktarı verilmiştir. $a/h_1 = 1$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1$ olarak alınmıştır. h_1/h_2 azaldıkça, hem ayrılma uzunluğu hem de açılma miktarının azaldığı görülmektedir.

Şekil 43'te izotrop ve Şekil 44'te ortotrop bileşik tabakalar için $a/h_1 = 1$, $h_1/h_2 = 1$ olmak üzere çeşitli λ yük değerleri için ara yüzeydeki açılma miktarı verilmiştir. Yük değeri arttıkça hem ayrılma uzunluğu hem de açılma miktarı artmaktadır. Ayrılma uzunluğundaki artış, kapanma noktasında daha belirgin bir şekilde görülmektedir.

Şekil 45'te $a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$ ve $\lambda = 400$ olmak üzere izotrop bileşik tabakada açılma miktarının μ'_{xy}/μ''_{xy} kayma modülleri oranı ile değişimi verilmiştir. μ'_{xy}/μ''_{xy} arttıkça yani üstteki tabaka alttakine göre rijitleştikçe hem ayrılma uzunluğu hem de açılma miktarı artmaktadır.

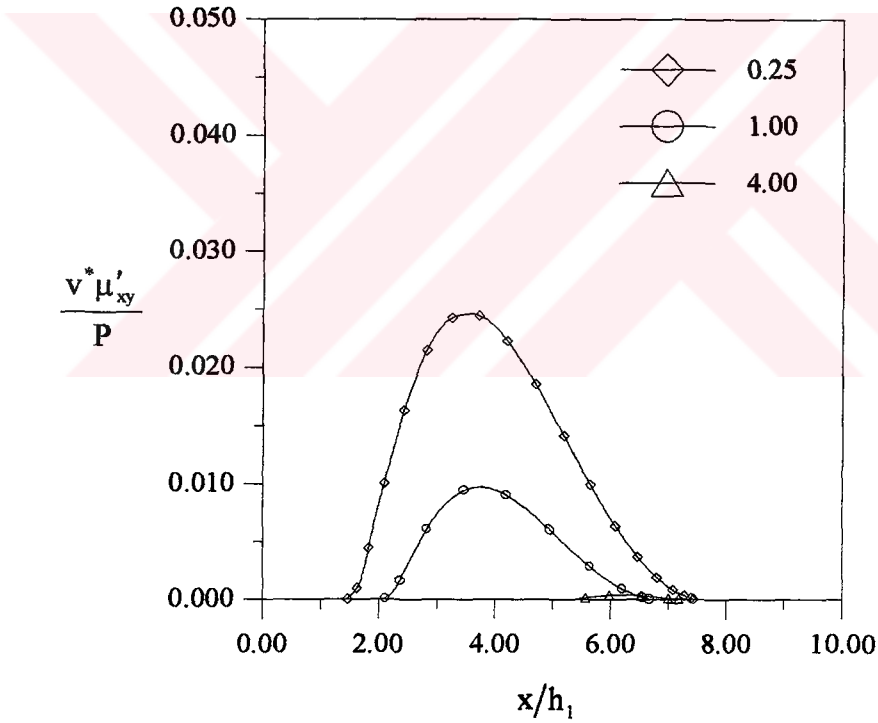
$a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$ ve $\lambda = 600$ olmak üzere Şekil 46'da III. Grup malzeme kombinasyonları için açılma miktarının değişimi verilmiştir. Eğrilerin büyükten küçüğe doğru $M1 > M5 > M6 > M7$ şeklinde bir sıralamaya sahip olduğu görülmektedir. β'_1/β''_1 oranına göre bu gruptaki bileşik tabakalar $M1 < M5 < M6 < M7$ şeklinde bir sıralamaya sahiptirler. Buna göre, β'_1/β''_1 arttıkça yani üst tabakanın eğilme rijitliği arttıkça, açılma miktarının azaldığı sonucuna varılabilir. Bu sonuç daha önce ayrılma uzunluğu için elde edilen sonucu desteklemektedir.

Şekil 47'de IV. Grup malzeme kombinasyonları için $a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$ ve $\lambda = 600$ olmak üzere açılma miktarının değişimi verilmiştir. Eğrilerin büyükten küçüğe doğru $M8 > M10 > M9 > M1$ şeklinde bir sıralamaya sahip olduğu görülmektedir. İlk üç bileşik tabaka için β'_1/β''_1 oranları birbirine çok yakın olduğundan bunlara ait eğriler de birbirlerine yakın sıralanmaktadırlar. İzotrop bileşik tabaka için β'_1/β''_1 oranı en büyük olup, en küçük açılma miktarı değeri elde edilmiştir. Buradan da bileşik tabakaların β'_1/β''_1 oranı arttıkça yani üstteki tabakanın eğilme rijitliği arttıkça daha az açılma miktarı elde edileceği sonucuna ulaşılmış olur.

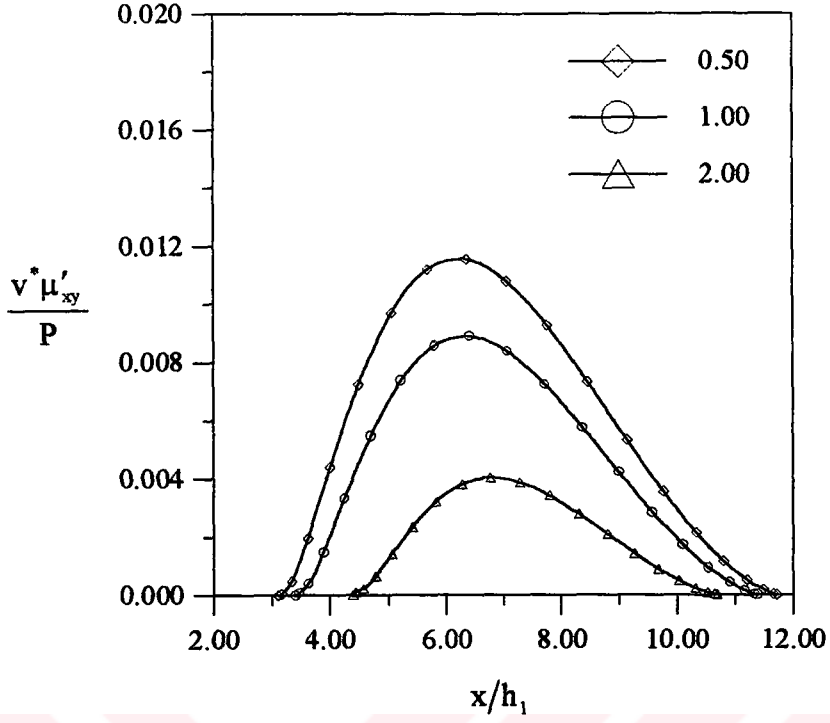
Şekil 48'de V. Grup ve Şekil 50'de VII. Grup malzeme kombinasyonları için açılma miktarının değişimleri görülmektedir. Burada da $a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$ ve $\lambda = 600$ olarak alınmıştır. Şekil 48'den eğrilerin $M12 > M9 > M11$ şeklinde, Şekil 51'den ise eğrilerin

M15>M10>M14 şeklinde bir sıralamaya sahip oldukları görülür. Bu bileşik tabakalar β'_1/β''_1 oranına göre sırasıyla M12<M9<M11 ve M15<M10<M14 şeklinde sıralandıklarından, yukarıdaki paragraflarda da belirtildiği üzere β'_1/β''_1 arttıkça tabakalar arasındaki açılmanın azalacağı sonucu burada da elde edilmektedir.

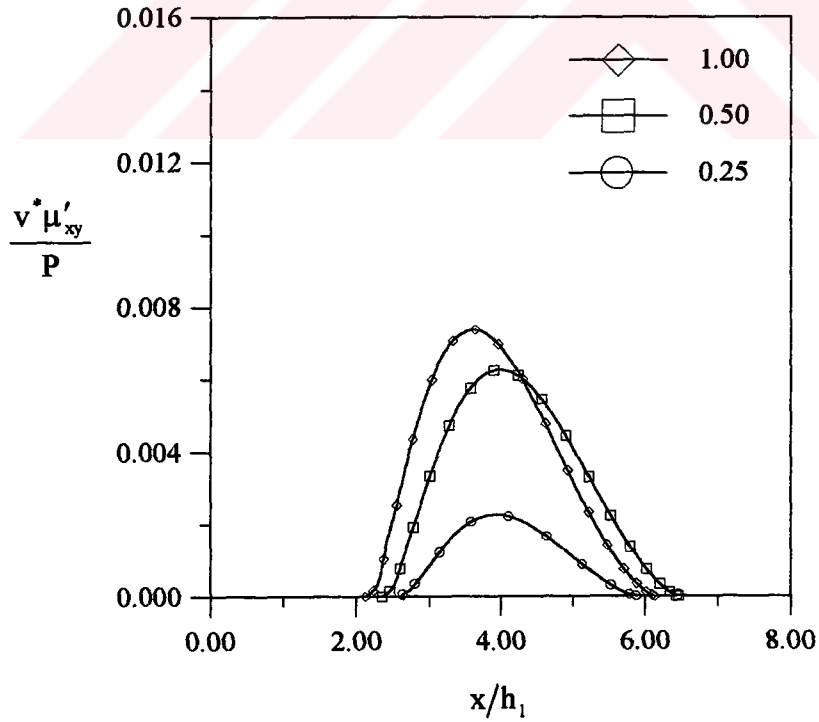
Şekil 49'da VI. Grup ve Şekil 51'de VIII. Grup malzeme kombinasyonları için $a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$ ve $\lambda = 600$ olmak üzere açılma miktarının değişimleri verilmiştir. Bu grafiklerde eğriler M11>M6>M13 ve M14>M7>M16 şeklinde sıralanmaktadır. β'_1/β''_1 oranına göre bileşik tabakalar sırasıyla M11<M6<M13 ve M14<M7<M16 şeklinde sıralamaya sahip olduklarından, buradan da β'_1/β''_1 arttıkça yani üst tabakanın eğilme rijitliği arttıkça tabakalar arasındaki açılmanın azalacağı sonucuna ulaşılmaktadır.



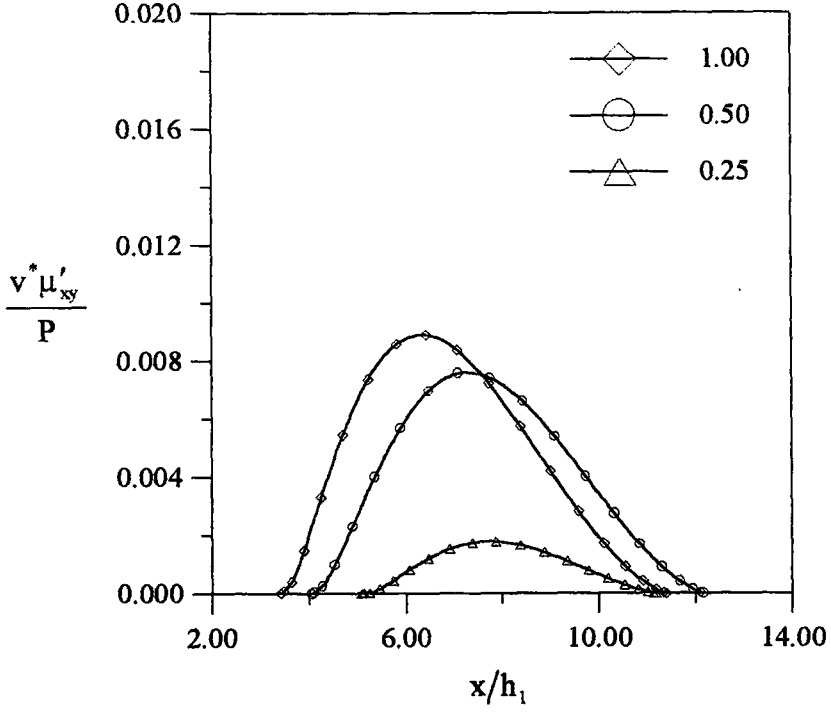
Şekil 39. Çeşitli a/h_1 değerleri için izotrop bileşik tabakada açılma miktarının değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$, $\lambda = 500$)



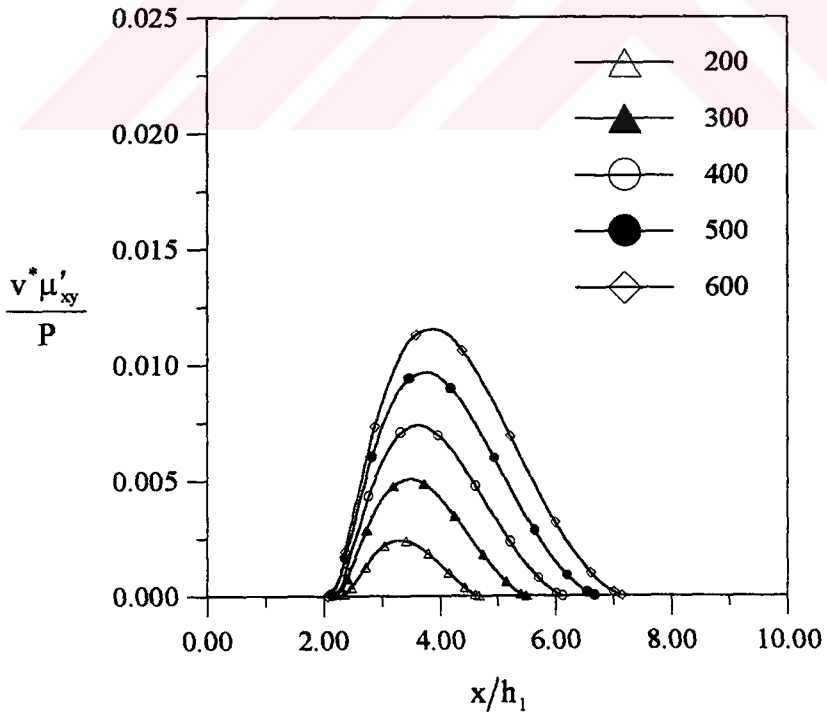
Şekil 40. Çeşitli a/h_1 değerleri için ortotrop bileşik tabakada açılma miktarının değişimi ($h_1/h_2 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$, $\lambda = 800$)



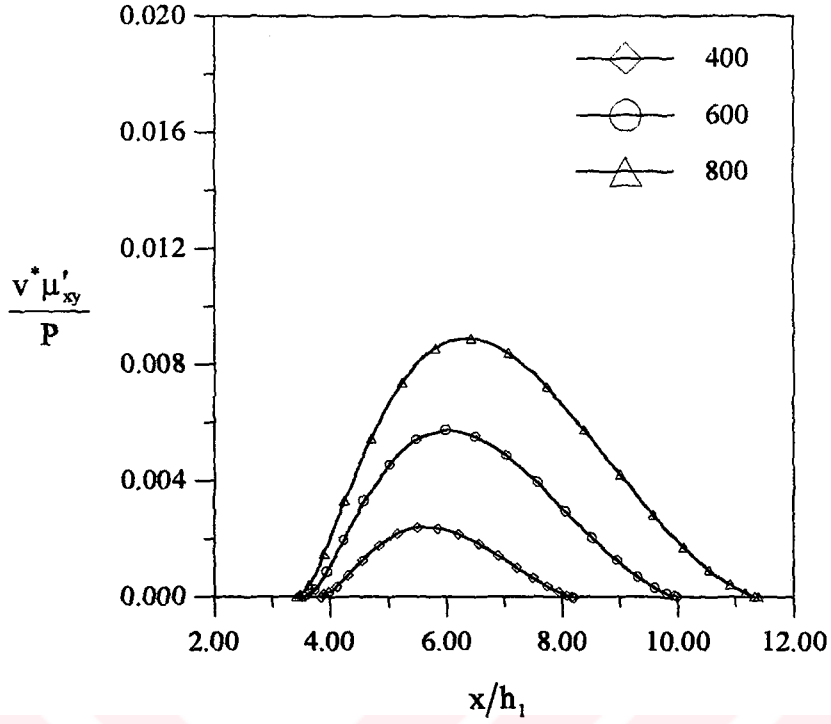
Şekil 41. Çeşitli h_1/h_2 değerleri için izotrop bileşik tabakada açılma miktarının değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$, $\lambda = 400$)



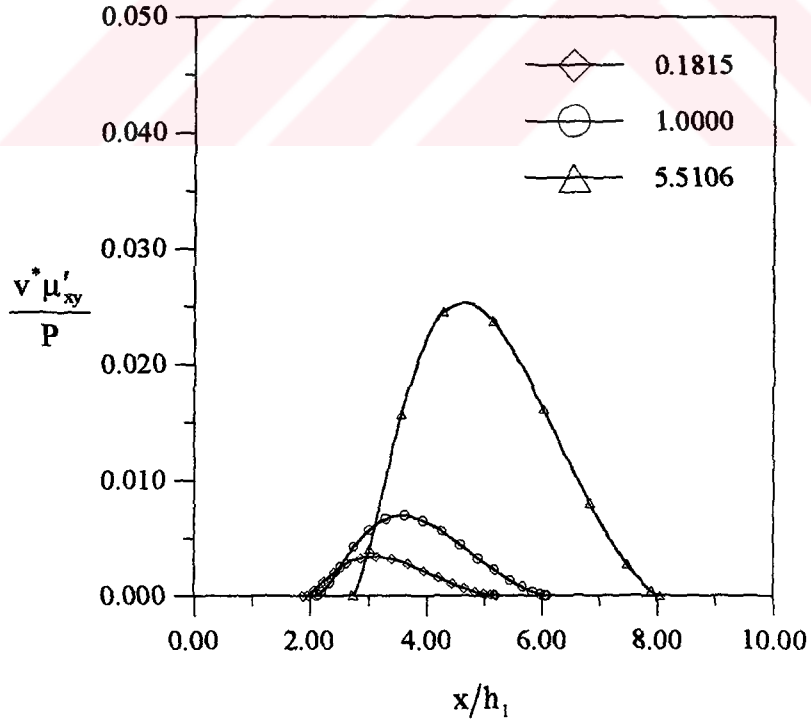
Şekil 42. Çeşitli h_1/h_2 değerleri için ortotrop bileşik tabakada açılma miktarının değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$, $\lambda = 800$)



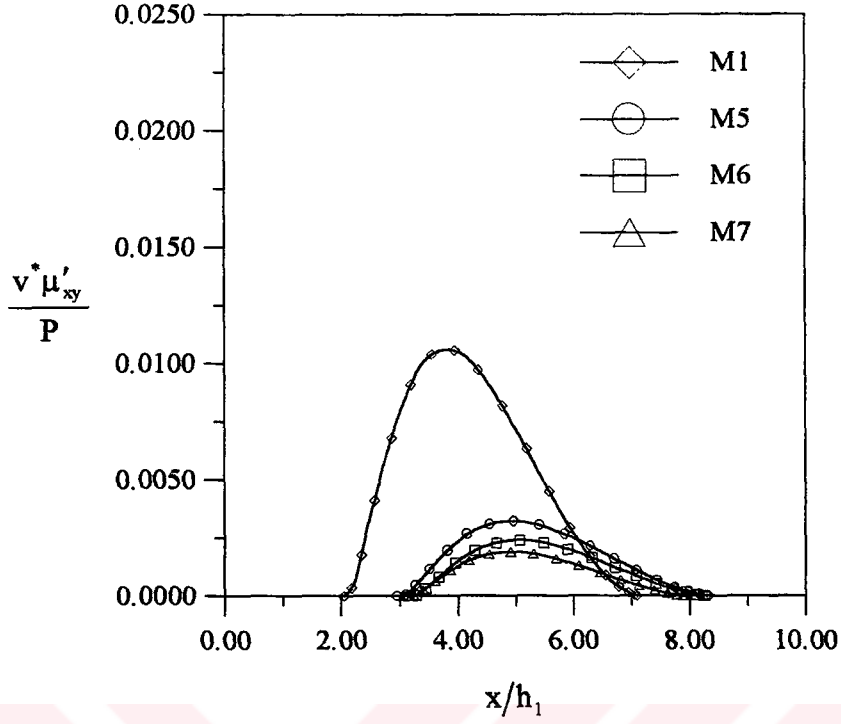
Şekil 43. Çeşitli λ yük değerleri için izotrop bileşik tabakada açılma miktarının değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$)



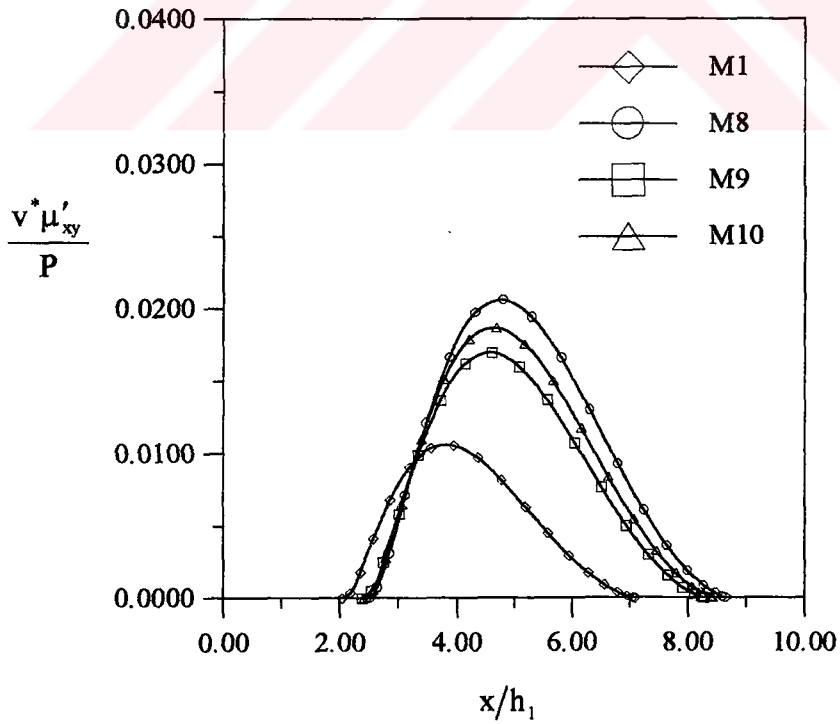
Şekil 44. Çeşitli λ yük değerleri için ortotrop bileşik tabakada açılma miktarının değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$)



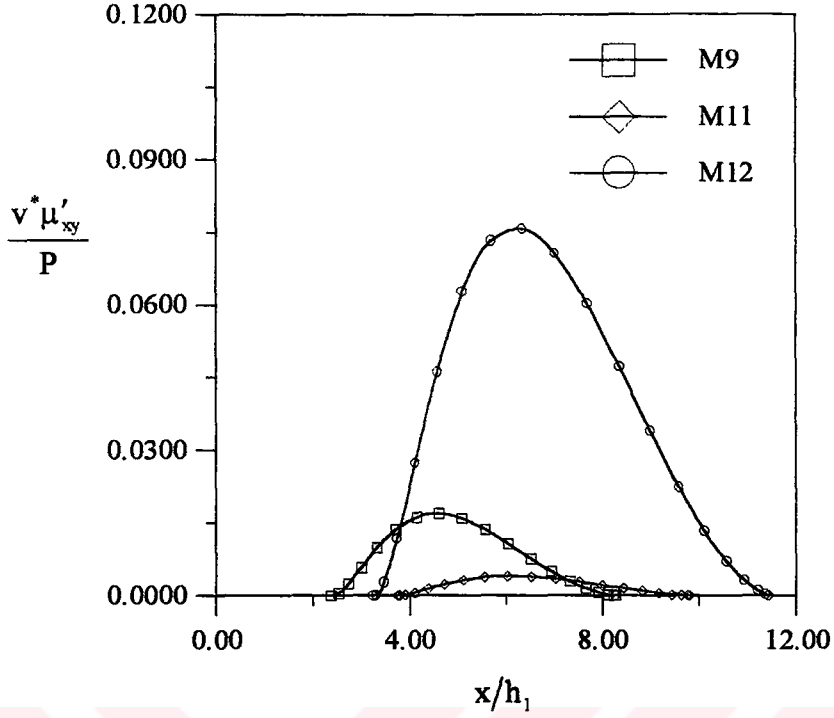
Şekil 45. Çeşitli μ'_{xy}/μ''_{xy} değerleri için izotrop bileşik tabakada açılma miktarının değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 400$)



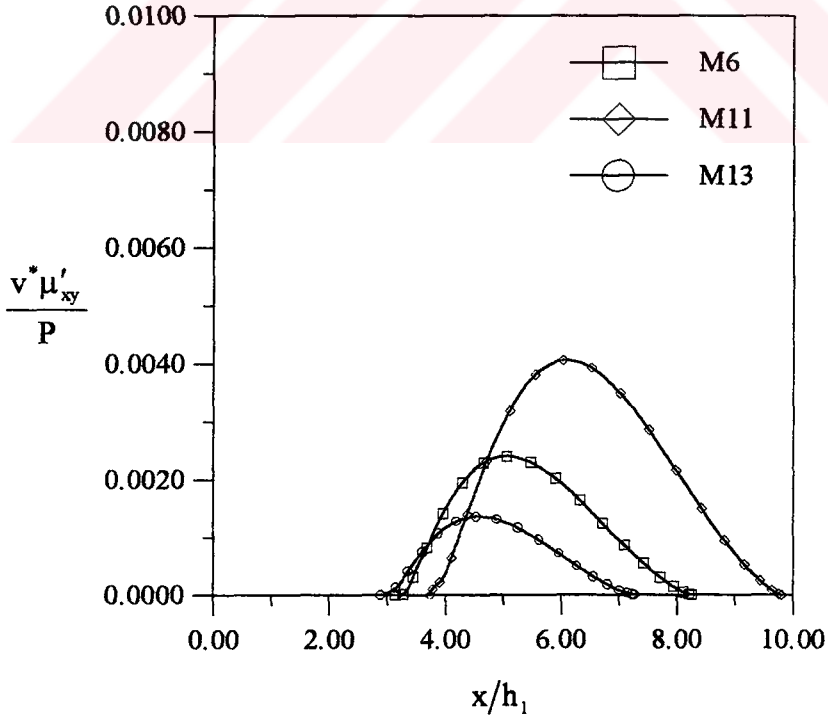
Şekil 46. III. Grup malzeme kombinasyonları için açılma miktarının değişimi
($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600$)



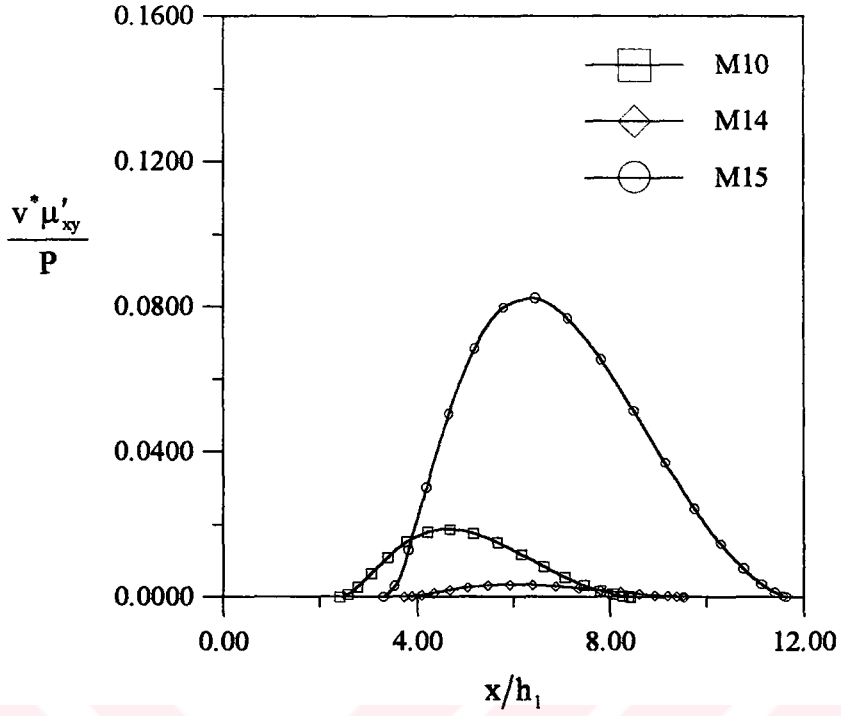
Şekil 47. IV. Grup malzeme kombinasyonları için açılma miktarının değişimi
($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600$)



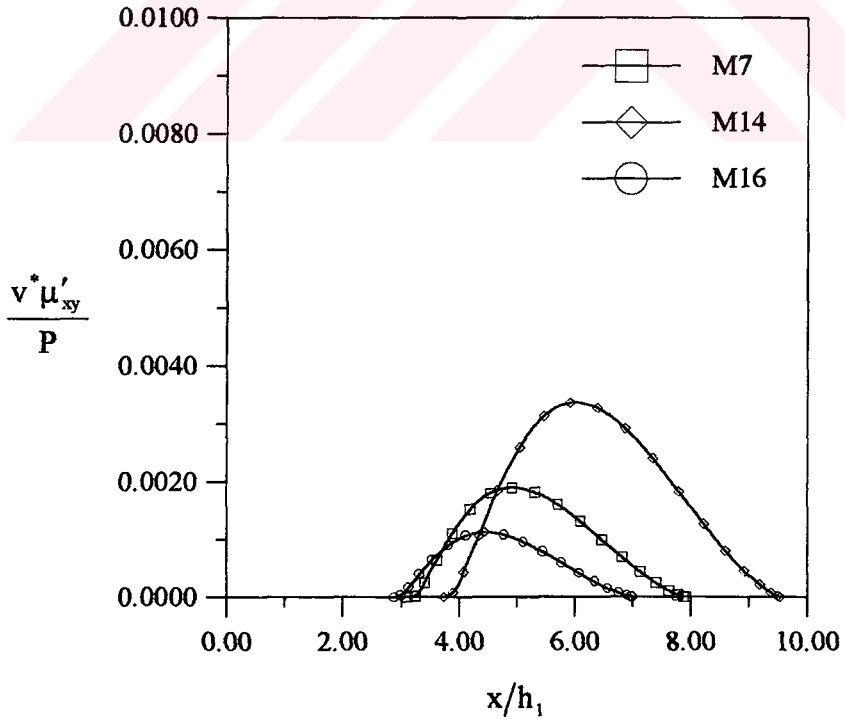
Şekil 48. V. Grup malzeme kombinasyonları için açılma miktarının değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600$)



Şekil 49. VI. Grup malzeme kombinasyonları için açılma miktarının değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600$)



Şekil 50. VII. Grup malzeme kombinasyonları için açılma miktarının değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600$)



Şekil 51. VIII. Grup malzeme kombinasyonları için açılma miktarının değişimi ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600$)

3. 6. Ara Yüzeydeki Değme Gerilmesi Yayılışı

Bu bölümde, kritik yük ve daha büyük yükler için tabakaların ara yüzeyinde meydana gelen gerilme yayılışı ile ilgili bulgular sunulmuştur.

Şekil 52'de izotrop ve Şekil 53'te ortotrop bileşik tabakalarda $h_1/h_2 = 1$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1$ ve $\lambda = \lambda_{cr}$ olmak üzere çeşitli a/h_1 blok genişliği değerleri için x-ekseni boyunca ara yüzeydeki gerilme yayılışı verilmiştir. a/h_1 arttıkça ilk ayrılma uzaklığının arttığı bu grafiklerde de görülmektedir. Blok genişliği arttıkça yük daha geniş bir alana yayılacağından gerilme değerleri küçülmektedir. Gerilmeler $a/h_1 \leq 1$ için $x = 0$ 'da en büyük değerini almakta ve x-ekseni boyunca azalarak yayılmaktadır. $a/h_1 > 1$ için ise gerilme değerleri blok genişliğine yakın bir alan boyunca yaklaşık olarak aynı değerde kalmakta ve blok kenarlarına yakın bir noktadan itibaren x-ekseni boyunca azalarak yayılmaktadır. Bu durum, ara yüzeyde rijit bloğun altına gelen kısımda yaklaşık olarak eşit düşey yerdeğiştirme yapılmasından kaynaklanmaktadır. Gerilmeler, dış yükten doğan gerilme ile üst tabakanın ağırlığından doğan gerilmenin birbirine eşit olduğu ilk ayrılma noktasında ($x = x_{cr}$) sıfır olmaktadır. İlk ayrılma noktasından sonra dış yük etkisini kaybetmekte ve bu sırada da gerilme değerlerinde bir miktar artış görülmektedir. Nihayet, gerilmeler ağırlıktan doğan gerilmelere eşit olmakta ve hep bu değerde kalmaktadır. Bu gerilme değerlerinin çarpmaya göre tersi ($1/\sigma_y$) kritik ayrılma yüküne eşittir. Grafiklerden a/h_1 arttıkça kritik ayrılma yükünün de arttığı görülmektedir.

Şekil 54'te izotrop ve Şekil 55'te ortotrop bileşik tabakada $a/h_1 = 1$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1$ ve $\lambda = \lambda_{cr}$ olmak üzere çeşitli h_1/h_2 değerleri için ara yüzeydeki gerilmesi yayılışı verilmiştir. Yükseklik oranı h_1/h_2 azaldıkça yani alt tabaka elastik yarım düzleme gittikçe, gerilme değerleri de azalmaktadır. Ayrıca grafiklerden h_1/h_2 azaldıkça ilk ayrılma uzaklığı ve kritik ayrılma yükünün arttığı görülmektedir.

Şekil 56'da izotrop ve Şekil 57'de ortotrop bileşik tabakada $a/h_1 = 1$, $h_1/h_2 = 1$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1$ ve $\lambda \geq \lambda_{cr}$ için gerilme dağılımları verilmiştir. Her iki grafikte de yük arttıkça gerilme değerleri ve ayrılma bölgesinin büyüdüğü görülmektedir. Burada ortotrop halde dış yükün hakim olduğu bölgede gerilme değerlerinin birbirlerine yakın çıktığı görülmektedir. Aynı durum izotrop halde kritik yük ve $\lambda = 200$ için elde edilen gerilme

dağılımlarında da görülmektedir. $\lambda = 300$ için gerilmeler aniden büyümüştür. Bu, ayrılmanın etkisinden kaynaklanan bir durum olabilir. Yani, dış yükteki ve dolayısıyla da ayrılma uzunluğundaki belli bir değerden sonraki artışlar, gerilme değerlerinde hızlı bir büyüme meydana getirebilmektedir.

Şekil 58'de izotrop bileşik tabakada, $a/h_1 = 1$ $h_1/h_2 = 1$ ve $\lambda = \lambda_{cr}$ olmak üzere çeşitli μ'_{xy}/μ''_{xy} değerleri için ara yüzeydeki gerilmesi yayılımı verilmiştir. Kayma modülü oranı μ'_{xy}/μ''_{xy} arttıkça, yani üst tabaka alttakine göre rijitleştikçe, gerilme değerleri küçülmektedir. Ayrıca, μ'_{xy}/μ''_{xy} arttıkça ilk ayrılma uzaklığının arttığı burada da görülmektedir.

Şekil 59'da izotrop bileşik tabakada, $a/h_1 = 1$ $h_1/h_2 = 1$ ve $\lambda = 400 > \lambda_{cr}$ olmak üzere çeşitli μ'_{xy}/μ''_{xy} değerleri için ara yüzeydeki gerilmesi yayılımı verilmiştir. Yukarıda belirtildiği gibi burada da kayma modülü oranı μ'_{xy}/μ''_{xy} arttıkça gerilme değerlerinin küçüldüğü görülmektedir.

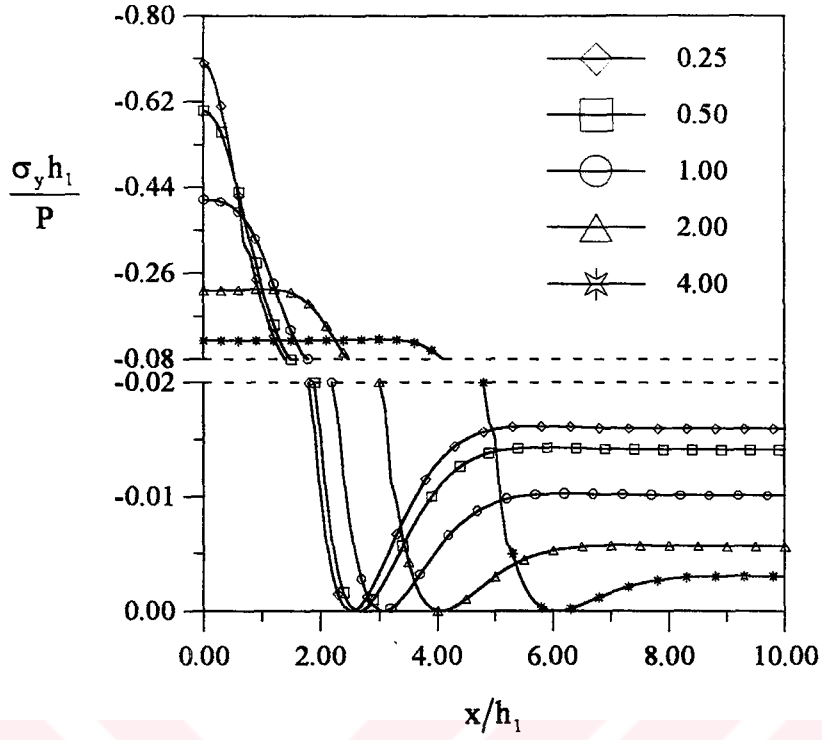
Şekil 60'da III. Grup ve Şekil 61'de IV. Grup malzeme kombinasyonları için $a/h_1 = 1$, $h_1/h_2 = 1$ ve $\lambda = \lambda_{cr}$ olmak üzere x-ekseni boyunca tabakalar arasındaki gerilme dağılımı verilmiştir. Her iki grafikte de izotrop bileşik tabaka halinde en büyük gerilme değerleri elde edilmiştir. Gerek III. Grup gerekse IV. Gruptaki diğer malzeme kombinasyonları için ise gerilme değerlerinin birbirine yakın olduğu görülmektedir. Tablo 3'e dikkat edilirse, her iki gruptaki malzeme kombinasyonları için μ'_{xy}/μ''_{xy} kayma modülü oranlarının kendi aralarında birbirlerine yakın oldukları görülür. Daha önce değme gerilmesi üzerinde μ'_{xy}/μ''_{xy} oranının etkili olduğu belirtilmişti. Burada da yine gerilme üzerinde bu oranın etkili olduğu anlaşılmaktadır. Her iki grafikte izotrop bileşik dışındaki malzeme kombinasyonları için kritik ayrılma yüklerinin de birbirlerine yakın çıktığı görülmektedir. Bu durum ise gerek III. ve gerekse IV. Grup malzeme kombinasyonlarını oluşturan bileşik tabakalar için β'_1/β''_1 oranının birbirlerine yakın olmasından kaynaklanmaktadır.

Şekil 62'de V. Grup ve Şekil 64'te VII. Grup malzeme kombinasyonları için $a/h_1 = 1$, $h_1/h_2 = 1$ ve $\lambda = \lambda_{cr}$ olmak üzere x-ekseni boyunca ara yüzeydeki gerilme dağılımı verilmiştir. Her iki grupta da alttaki tabaka ortotroptur. Grafikler incelendiğinde, gerilme dağılımına ait eğrilerin Şekil 62'de $M9 > M11 > M12$ şeklinde ve Şekil 64'te

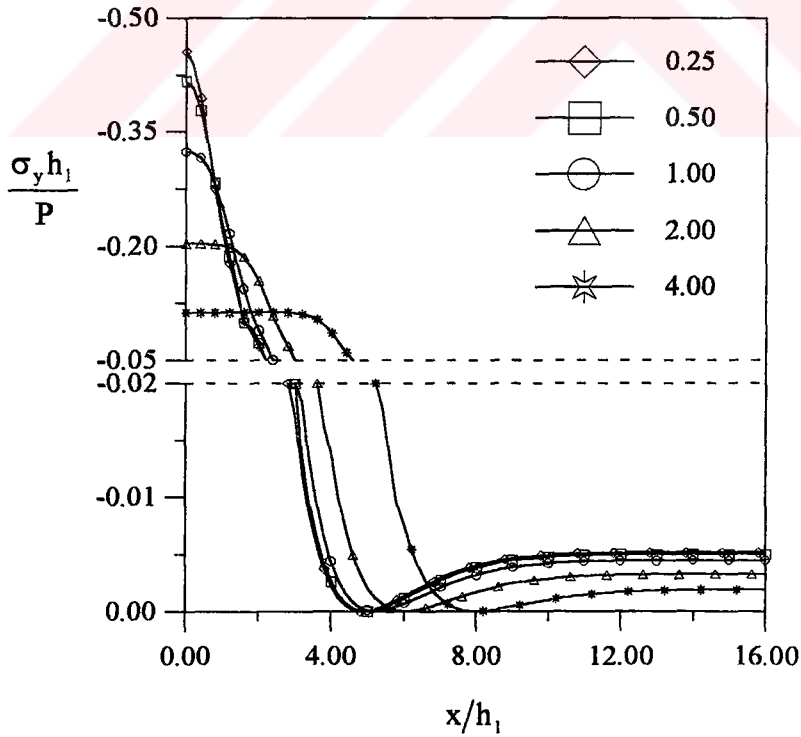
M10>M14>M15 şeklinde bir sıralamaya sahip oldukları görülür. M11 ve M14 bileşik tabakalarının değerlendirmeye katılmadığı düşünülün. Şekillere dikkat edilirse M9 ile M12 ve M10 ile M14 bileşik tabakaları için β'_1/β''_1 değerlerinin yakın olmasından dolayı kritik ayrılma yüklerinin yaklaşık olarak aynı olduğu görülür. Gerilme eğrileri ise M9>M12 ve M10>M15 şeklinde sıralanmaktadır. μ'_{xy}/μ''_{xy} oranına göre bu bileşik tabakalar için M9<M12 ve M10<M15 şeklinde bir sıralamaya sahiptirler. Buna göre, μ'_{xy}/μ''_{xy} arttıkça gerilme değerlerinin küçüldüğü söylenebilir.

Şekil 63'te VI. Grup ve Şekil 65'te VIII. Grup malzeme kombinasyonları için $a/h_1 = 1$, $h_1/h_2 = 1$ ve $\lambda = \lambda_{cr}$ olmak üzere x-ekseni boyunca ara yüzeydeki gerilme dağılımı verilmiştir. Her iki grupta da üstteki tabaka ortotroptur. Grafikler incelendiğinde, gerilme eğrilerinin M13>M6>M11 ve M16>M7>M14 şeklinde sıralandıkları görülür. μ'_{xy}/μ''_{xy} oranına göre M13<M6<M11 ve M16<M7<M14 şeklinde bir sıralama elde edilmektedir. Dolayısıyla, buradan da μ'_{xy}/μ''_{xy} arttıkça gerilme değerleri azalır sonucuna ulaşılabilir.

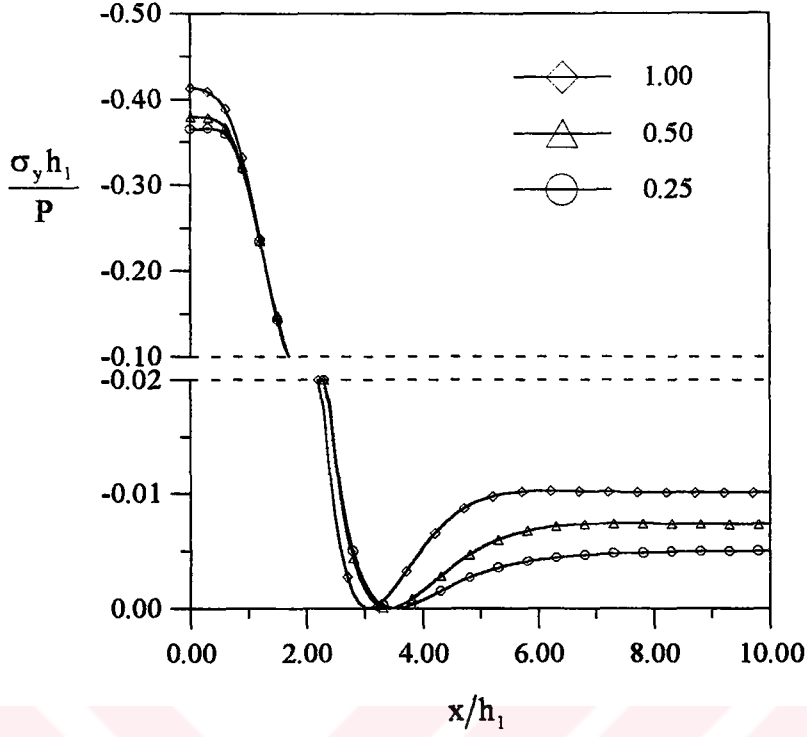
Şekil 66- 72'de bu kez çeşitli malzeme kombinasyonları için $a/h_1 = 1$, $h_1/h_2 = 1$ ve $\lambda > \lambda_{cr}$ olmak üzere x-ekseni boyunca ara yüzeydeki gerilme dağılımı verilmiştir. Bu grafikler incelendiğinde, $\lambda = \lambda_{cr}$ halinde yukarıda elde edilen sonuçların da ışığında, gerilme üzerinde etkili parametrenin μ'_{xy}/μ''_{xy} olduğu ve bu oran arttıkça gerilmelerin azalacağı sonucuna varılabilir. Ayrıca bu grafiklerden, ayrılma uzunluğunun β'_1/β''_1 azaldıkça arttığı da görülmektedir.



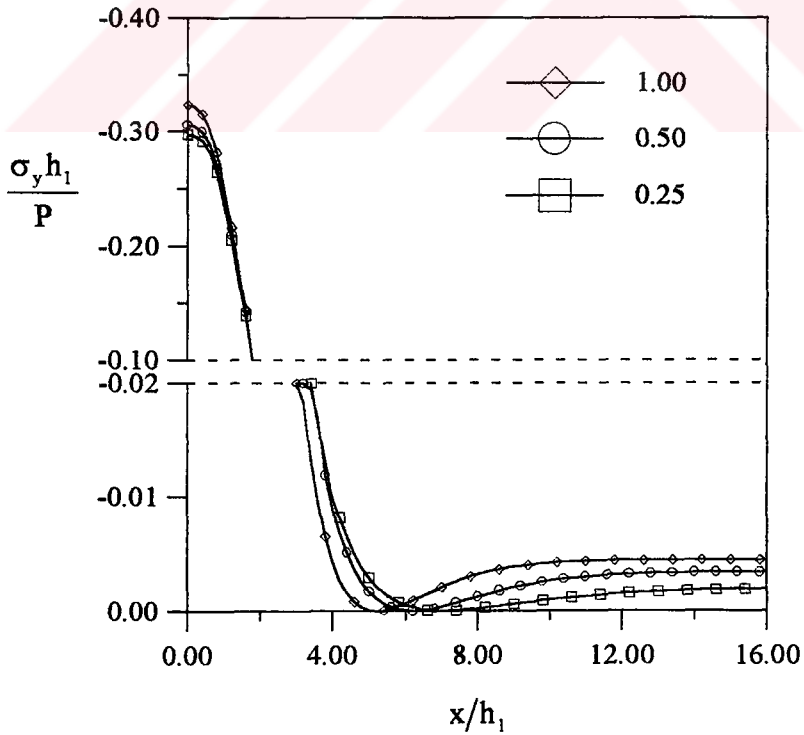
Şekil 52. İzotrop bileşik tabakada çeşitli a/h_1 değerleri için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılımı ($h_1/h_2 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$, $\lambda = \lambda_{cr}$)



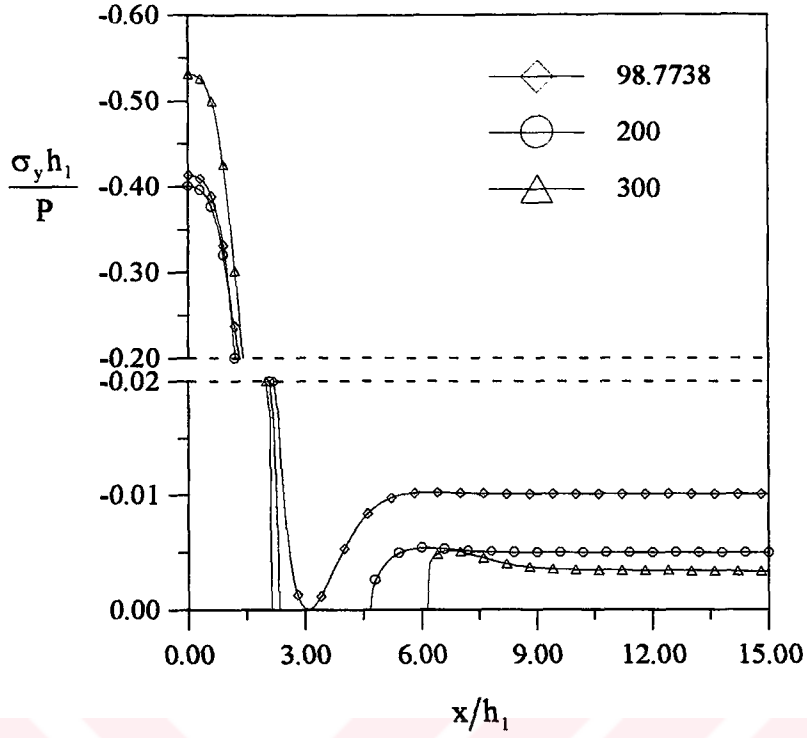
Şekil 53. Ortotrop bileşik tabakada çeşitli a/h_1 değerleri için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılımı ($h_1/h_2 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$, $\lambda = \lambda_{cr}$)



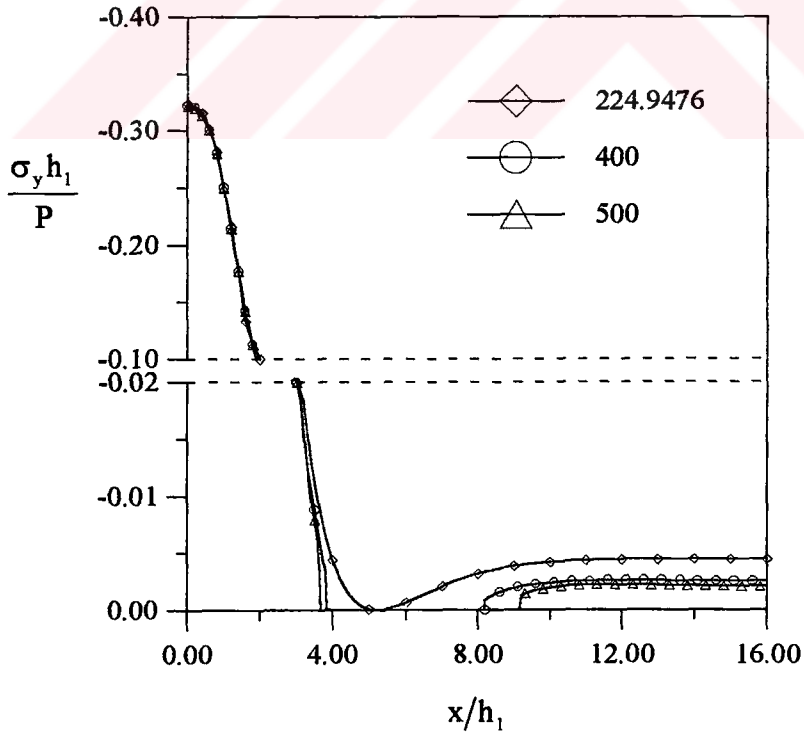
Şekil 54. İzotrop bileşik tabakada çeşitli h_1/h_2 değerleri için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılışı ($a/h_1 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$, $\lambda = \lambda_\alpha$)



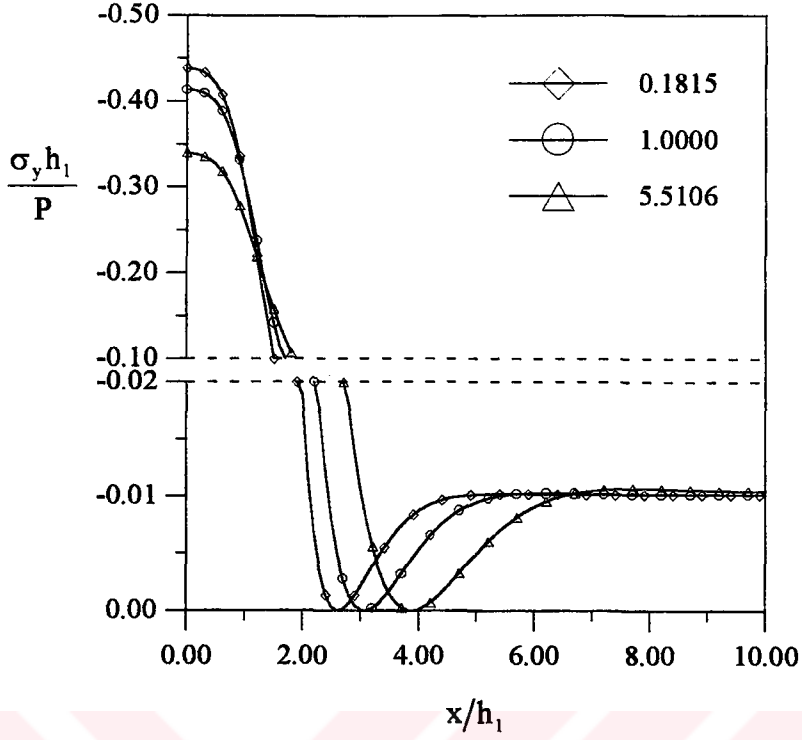
Şekil 55. Ortotrop bileşik tabakada çeşitli h_1/h_2 değerleri için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılışı ($a/h_1 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$, $\lambda = \lambda_\alpha$)



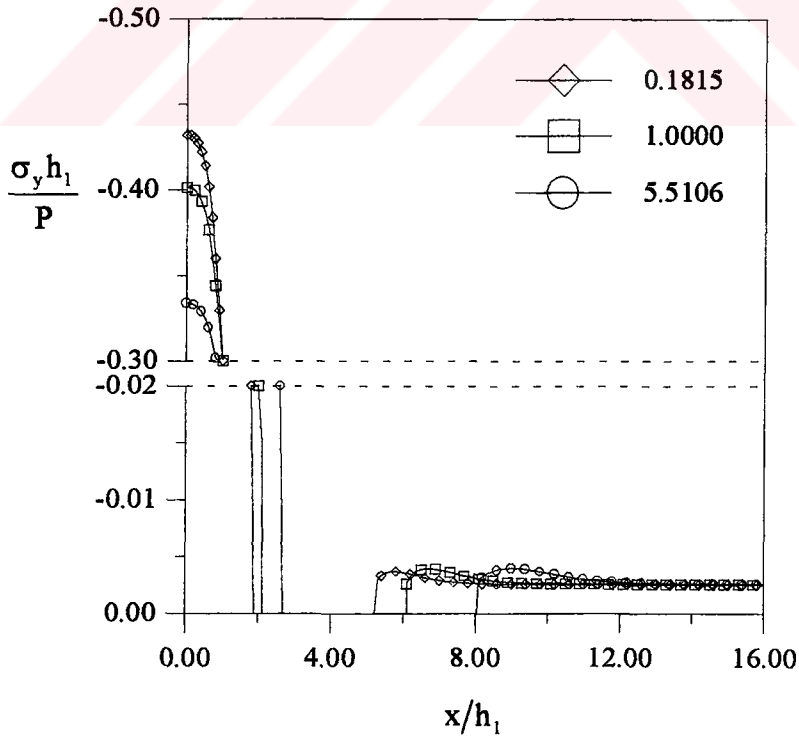
Şekil 56. İzotrop bileşik tabakada $\lambda \geq \lambda_{cr}$ için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılımı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$)



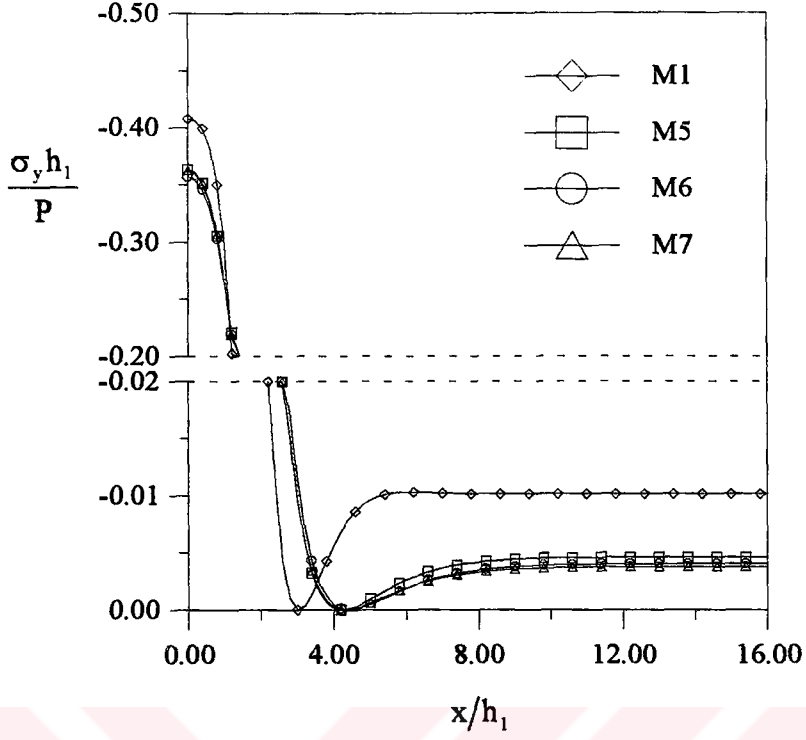
Şekil 57. Ortotrop bileşik tabakada $\lambda \geq \lambda_{cr}$ için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılımı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\mu'_{xy}/\mu''_{xy} = 1.0$)



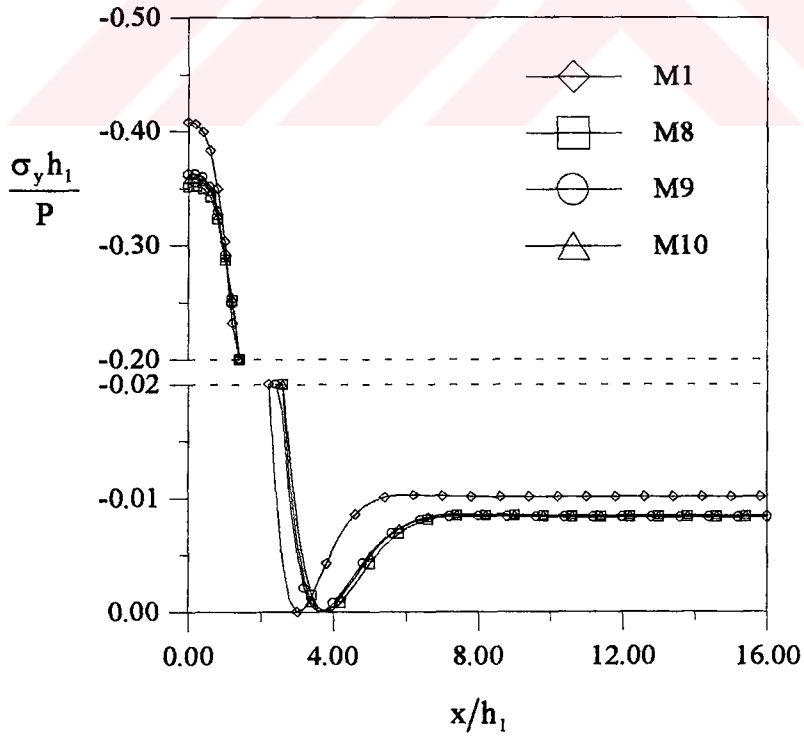
Şekil 58. İzotrop bileşik tabakada çeşitli μ'_{xy}/μ''_{xy} değerleri için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılımı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = \lambda_{cr}$)



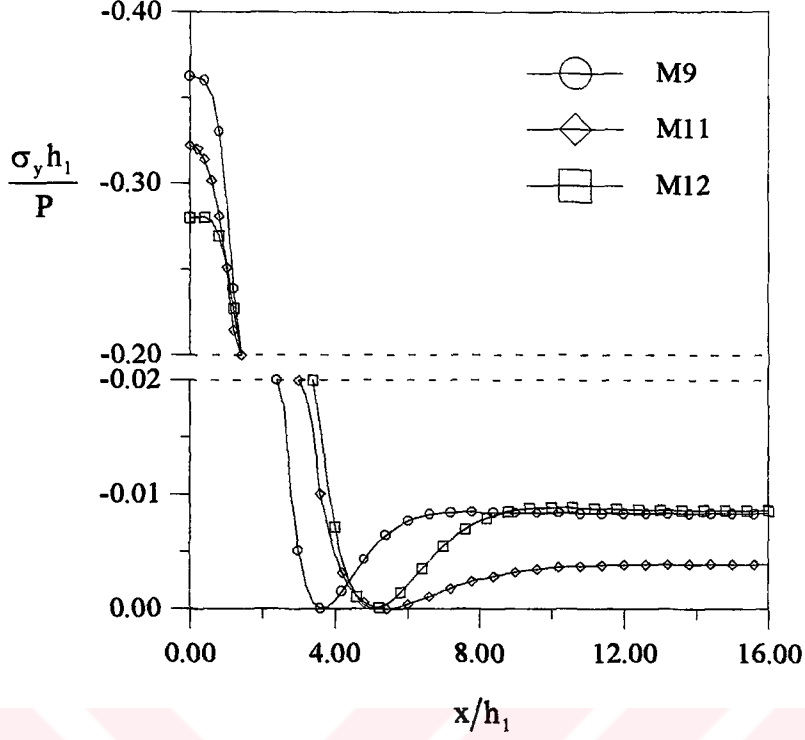
Şekil 59. İzotrop bileşik tabakada çeşitli μ'_{xy}/μ''_{xy} değerleri için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılımı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 400 > \lambda_{cr}$)



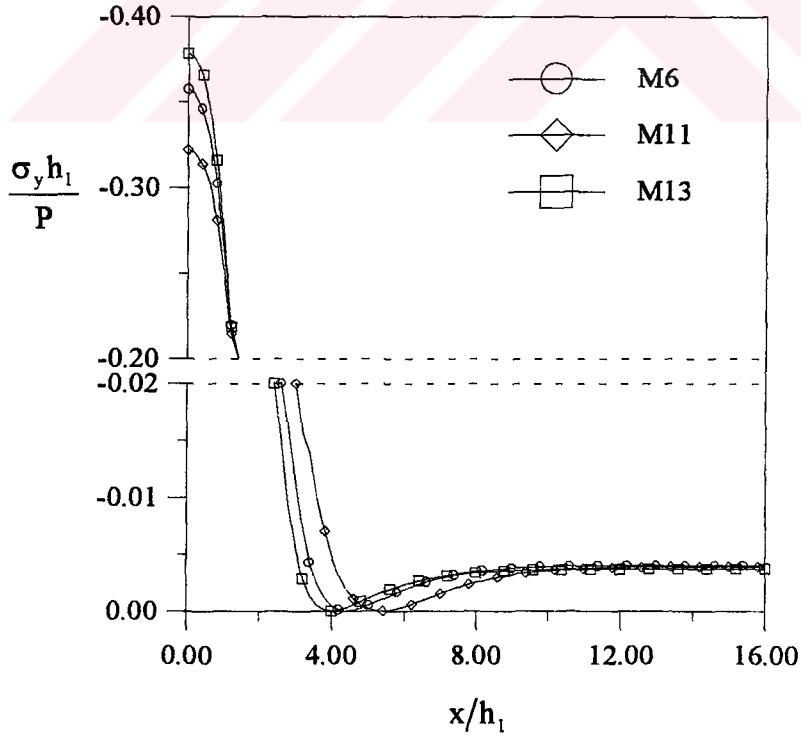
Şekil 60. III. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzdeki değme gerilmesi yayılışı (a/h₁ = 1.0, h₁/h₂ = 1.0, λ = λ_{cr})



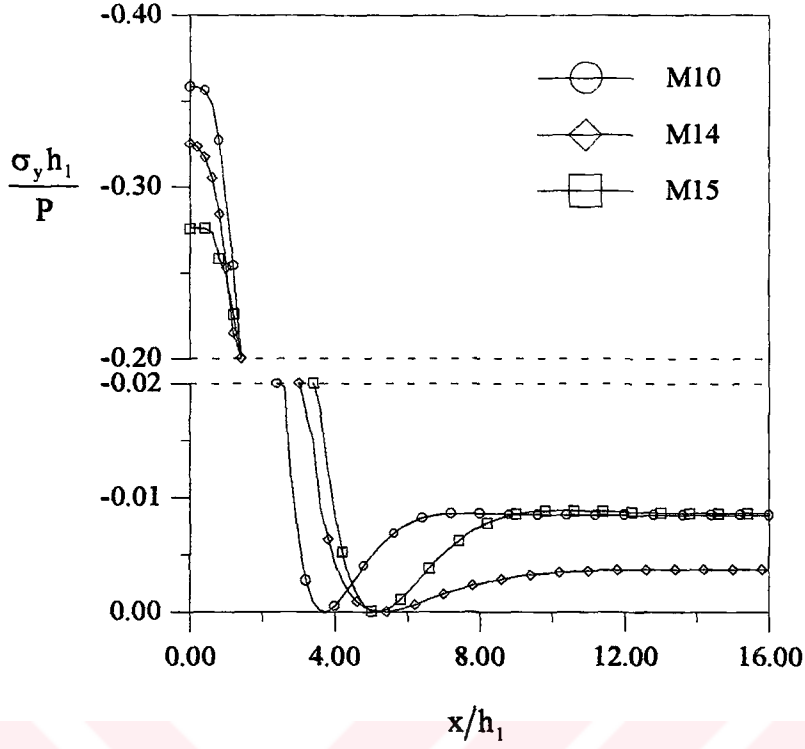
Şekil 61. IV. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzdeki değme gerilmesi yayılışı (a/h₁ = 1.0, h₁/h₂ = 1.0, λ = λ_{cr})



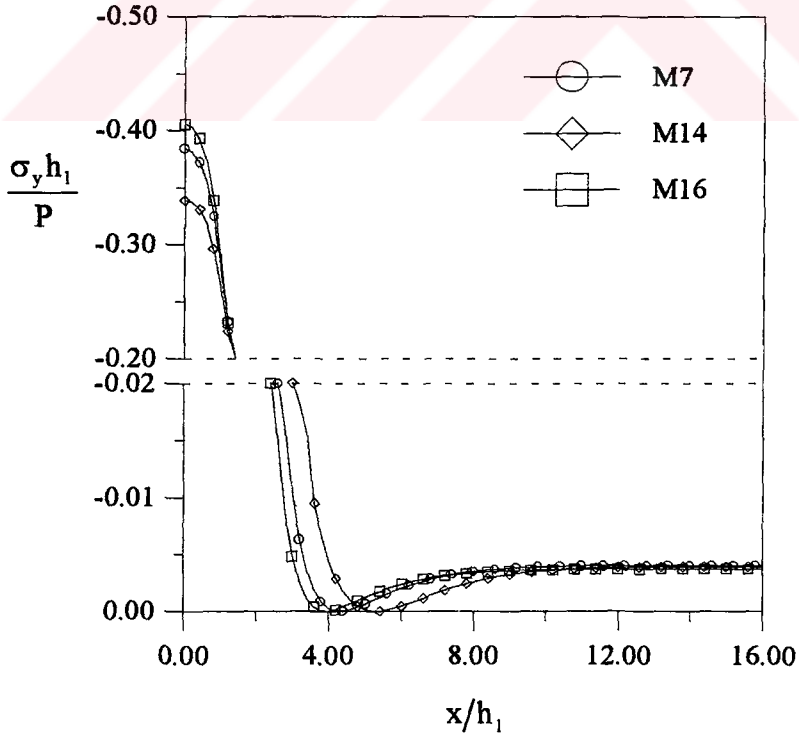
Şekil 62. V. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzdeki değme gerilmesi yayılımı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = \lambda_{cr}$)



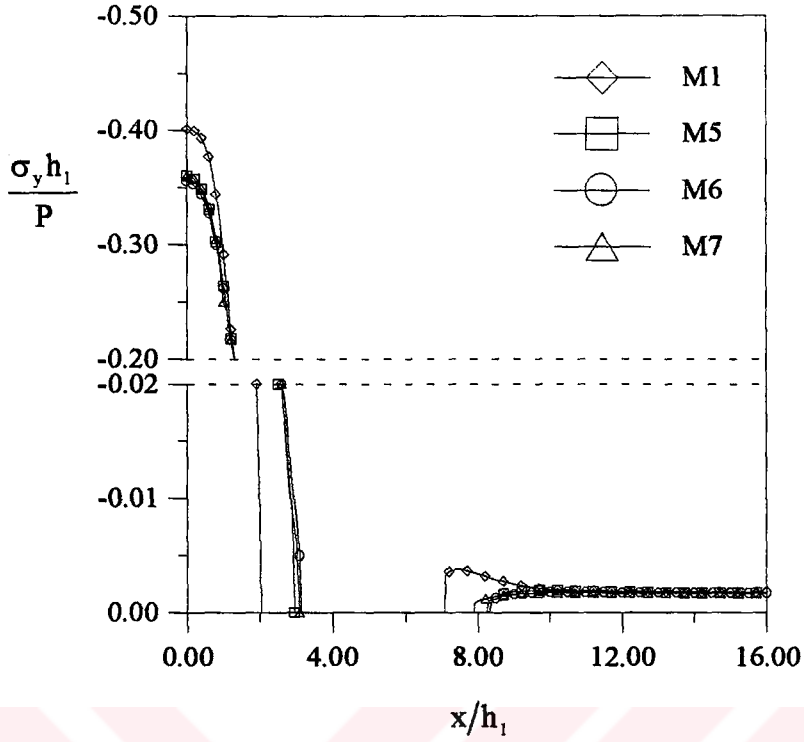
Şekil 63. VI. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzdeki değme gerilmesi yayılımı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = \lambda_{cr}$)



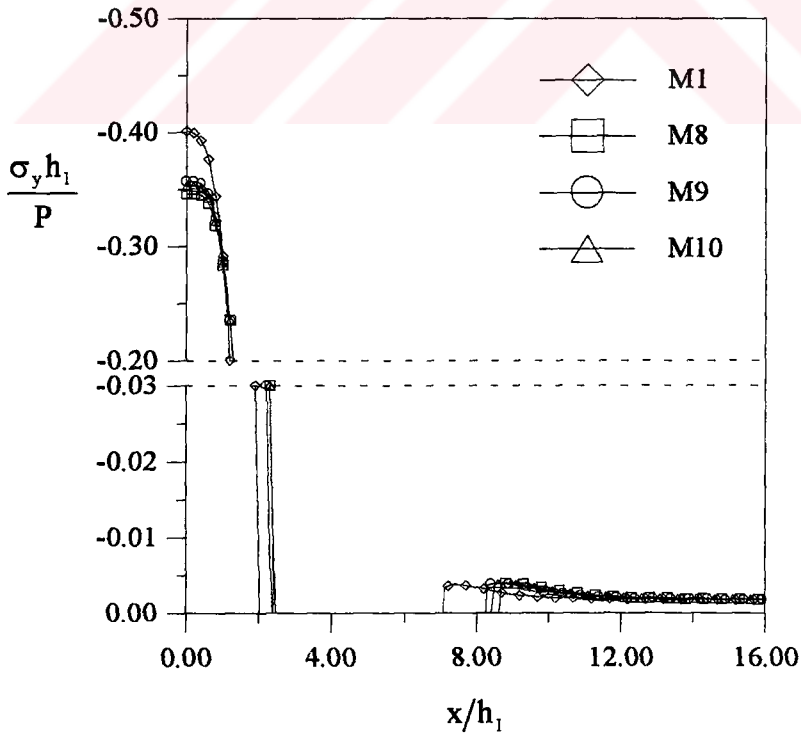
Şekil 64. VII. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzdeki değme gerilmesi yayılışı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = \lambda_{cr}$)



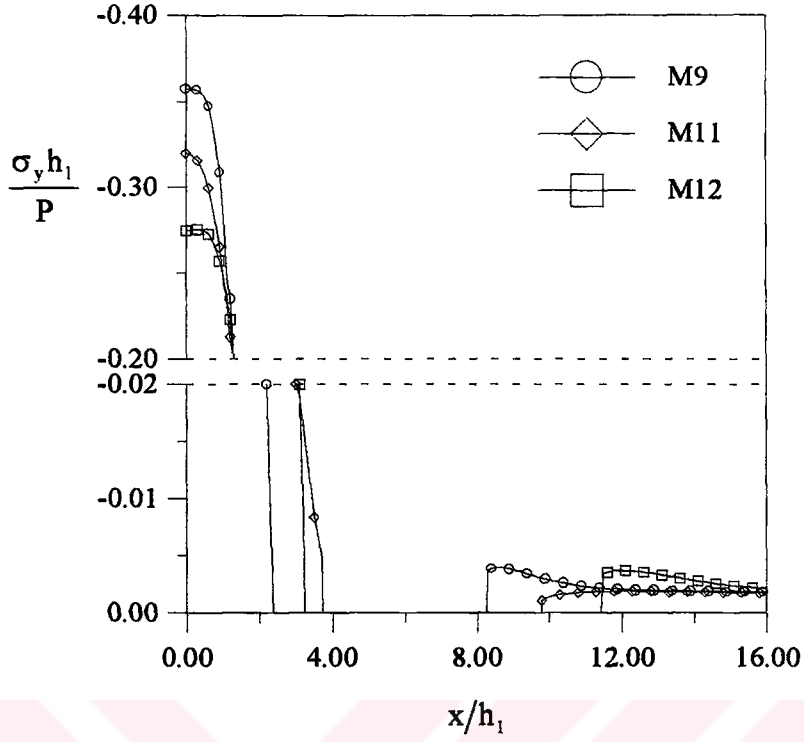
Şekil 65. VIII. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzdeki değme gerilmesi yayılışı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = \lambda_{cr}$)



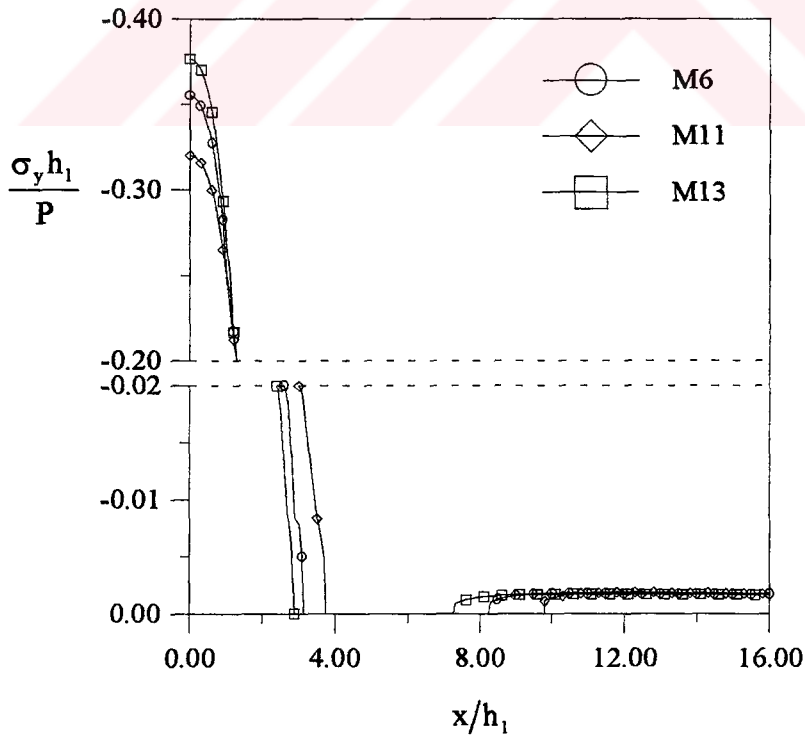
Şekil 66. III. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılımı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600 > \lambda_{cr}$)



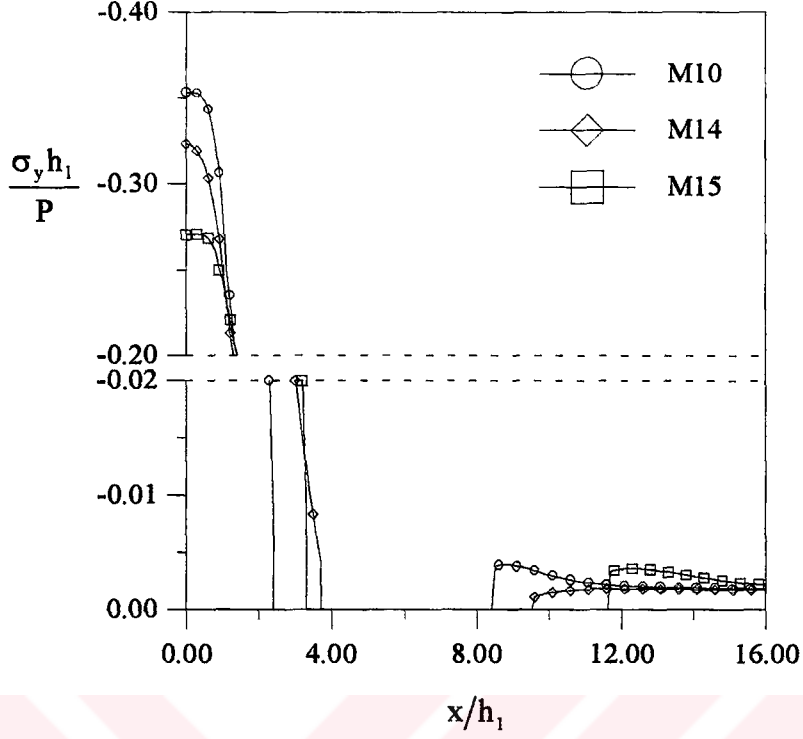
Şekil 67. IV. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılımı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600 > \lambda_{cr}$)



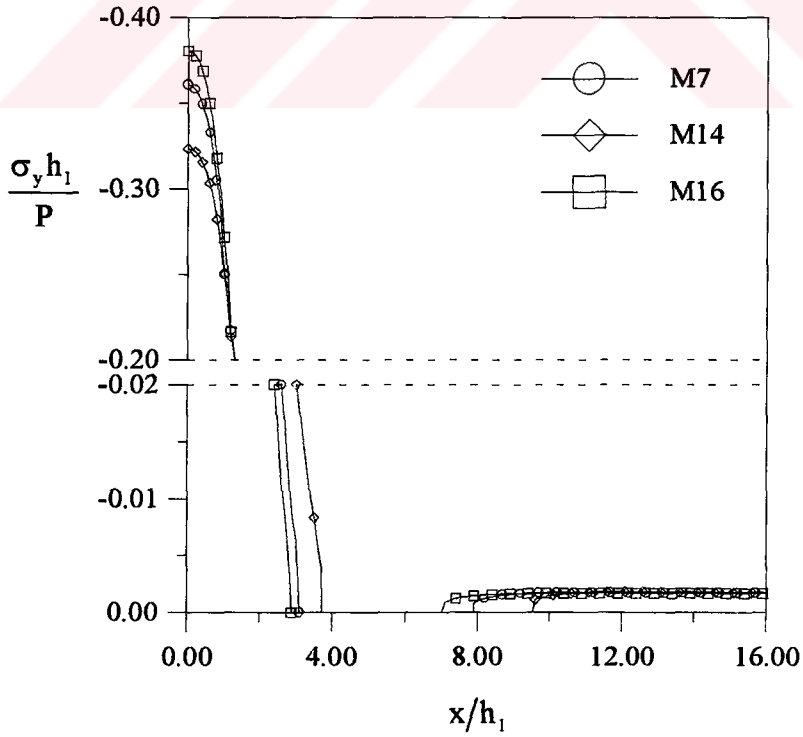
Şekil 68. V. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılımı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600 > \lambda_{cr}$)



Şekil 69. VI. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzeydeki değme gerilmesi yayılımı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600 > \lambda_{cr}$)



Şekil 70. VII. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzdeki değme gerilmesi yayılımı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600 > \lambda_{cr}$)



Şekil 71. VIII. Grup malzeme kombinasyonları için ara yüzdeki değme gerilmesi yayılımı ($a/h_1 = 1.0$, $h_1/h_2 = 1.0$, $\lambda = 600 > \lambda_{cr}$)

4. SONUÇLAR

Rijit dikdörtgen bir blok aracılığıyla üst yüzeyinden sıkıştırılan ve ortotrop veya izotrop olabilen iki elastik şeritten meydana gelen elastik ortamda sürekli ve süreksiz değme problemlerinin incelendiği bu çalışmadan çıkartılan sonuçlar aşağıda sıralanmıştır.

1. Bileşik tabaka ile rijit blok arasındaki değme yüzeyinde meydana gelen gerilme değerleri $p(x)h_1/P$ şeklinde boyutsuzlaştırılmıştır. Rijit bloğun genişliği (a/h_1) arttıkça, boyutsuz değme gerilmesi azalmaktadır. Blok kenarlarında tekilliklere sahip olan değme gerilmesi, $a/h_1 \leq 1$ değerleri için kenarlardan $x = 0$ 'a doğru azalarak yayılmakta; $a/h_1 > 1$ değerleri için ise kenarlardan $x = 0$ 'a doğru önce azalmakta, sonra bir miktar artış göstermektedir. Burada belirtilmesi gereken bir diğer husus da, boyutsuz değme gerilmesinin dış yükün şiddetinden bağımsız olup, sadece blok genişliğine bağlı olduğudur.
2. Tabakaların yükseklik oranı (h_1/h_2) azaldıkça, yani alttaki tabaka elastik yarım düzleme yaklaştıkça ($h_2 \rightarrow \infty$), değme gerilmesi azalmaktadır.
3. İzotrop bileşik tabakada kayma modülleri oranı (μ'_{xy}/μ''_{xy}) arttıkça, yani üst tabakanın kayma rijitliği arttıkça, değme gerilmesi kenarlarda artmakta, iç kısımlarda ise azalmaktadır. Ortotrop-izotrop ve izotrop-ortotrop malzeme kombinasyonlarından meydana gelen bileşik tabakalar için değme gerilmesinin değişiminin incelenmesi sonucunda da izotrop bileşik tabaka halindeki benzer şekilde, değme gerilmesi üzerinde μ'_{xy}/μ''_{xy} kayma modülü oranının etkili olduğu görülmüştür.
4. Blok genişliği (a/h_1) arttıkça veya yükseklik oranı (h_1/h_2) azaldıkça, ilk ayrılma uzaklığı (x_{cr}/h_1) ve kritik ayrılma yükü (λ_{cr}) artmaktadır.
5. İzotrop bileşik tabakada kayma modülleri oranı (μ'_{xy}/μ''_{xy}) arttıkça, yani üstteki tabaka rijitleştikçe, hem ilk ayrılma uzaklığı hem de kritik ayrılma yükü artmaktadır. Bileşik tabakada μ'_{xy}/μ''_{xy} artarken, β'_1/β''_1 azalmaktadır. Buna göre, izotrop bileşik tabaka halinde β'_1/β''_1 azalırken ilk ayrılma uzaklığı ve kritik ayrılma yükünün de azalacağı söylenilebilir.

6. Tabakalar arasında ayrılmanın meydana gelmesi üst tabakanın yapmış olduğu deformasyonla ilgili olduğundan, bu tabakaya ait elastik özellikler önem kazanmaktadır. İki farklı ortotrop bileşik tabakaya ait bulguların bir arada değerlendirilmesiyle, üst tabakanın E_x elastisite modülü küçük olan bileşik tabakada daha küçük ilk ayrılma uzaklığı ve kritik ayrılma yükü değerleri elde edildiği görülmüştür.
7. İlk ayrılma uzaklığı üzerinde hem üst tabakaya ait E_x elastisite modülü hem de bileşik tabakanın μ'_{xy}/μ''_{xy} kayma modülleri oranı etkili olmaktadır. Üst tabakaya ait E_x değeri ve μ'_{xy}/μ''_{xy} oranındaki artış, ilk ayrılma uzaklığında da artışa sebep olmaktadır.
8. Ortotropik-izotropik veya izotropik-ortotropik malzeme kombinasyonları için, β'_1/β''_1 oranı arttıkça kritik ayrılma yükünün de arttığı görülmektedir.
9. Yük (λ) arttıkça ayrılma bölgesi büyümektedir. Blok genişliği (a/h_1) arttıkça veya tabakaların yükseklik oranı (h_1/h_2) azaldıkça, ayrılma bölgesi küçülmektedir.
10. İzotrop bileşik tabakada μ'_{xy}/μ''_{xy} kayma modülleri oranı arttıkça (dolayısıyla β'_1/β''_1 oranı azaldıkça), ayrılma bölgesinin uzunluğunun da arttığı görülmektedir. Diğer malzeme kombinasyonlarından elde edilen bulguların değerlendirilmesi sonucunda, ayrılma uzunluğu üzerinde etkili parametrenin β'_1/β''_1 oranı olduğu anlaşılmaktadır. β'_1/β''_1 arttıkça daha küçük bir ayrılma bölgesi meydana gelmektedir.
11. Yük (λ) arttıkça, tabakalar arasında meydana gelen açılma miktarı da artmaktadır.
12. Değişik malzeme kombinasyonları için yapılan incelemelerden, β'_1/β''_1 arttıkça, açılma miktarının azaldığı sonucuna varılabilir.
13. Gerek izotrop ve gerek ortotrop bileşik tabakada x-ekseni boyunca tabaka ara yüzeyindeki gerilme dağılımı incelendiğinde, a/h_1 arttıkça veya h_1/h_2 azaldıkça gerilme değerlerinin azaldığı görülmektedir.
14. Dış yük arttıkça gerilme değerleri büyümektedir.
15. μ'_{xy}/μ''_{xy} arttıkça yani üst tabaka alttakine göre rijitleştikçe, gerilme değerleri küçülmektedir.

5. ÖNERİLER

Bu çalışmada sadece 1. Tip ortotropik malzemeler kullanılarak elde edilen bileşik tabakalar üzerinde incelemeler yapılmıştır. Verilen formülasyon 2. Tip malzeme hali için de elde edilerek, malzeme özelliklerinin sonuçlar üzerindeki etkileri daha geniş bir açıdan değerlendirilebilir. Ayrıca, değişik blok profilleri (dairesel, parabolik vs.) için problem tekrar ele alınabilir.

Rijit blok yerine elastik blok olması durumu dikkate alınarak, bu iki durum arasında bir karşılaştırma yapılabilir.

Problem kutupsal koordinatlarda düşünülerek dönel simetrik değme (*axisymmetric contact*) problemi şeklinde de ele alınabilir.



6. KAYNAKLAR

- Adams, G.G., 1976. The Plane Solution of the Elastic Contact Problem of Semi-Infinite Strip and Half Plane, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 603-607.
- Adams, G.G., 1977. The Plane Symmetric Contact Problem for Dissimilar Elastic Semi-Infinite Strips of Different Widths, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 604-610.
- Adams, G.G., 1978. An Elastic Strip Pressed Against an Elastic Half Plane by a Steadily Moving Force, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 45, 89-94.
- Adams, G.G. ve Zeid, I., 1984. An Elastic Punch Moving Across the Surface of a Semi-Infinite Solid, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 51, 622-629.
- Aksoğan, A., Akavcı, S.S ve Becker, A.A., 1996. A Comparative Study of the Contact Problem for an Elastic Layer Supported by Two Elastic Quarter Planes, Journal of Faculty of Engineering and Architecture of Çukurova University, 11, 1, 25-31.
- Aksoğan, A., Akavcı, S.S ve Becker, A.A., 1997. The Solution of The Nonsymmetrical Contact Problem of an Elastic Layer Supported by Two Elastic Quarter Planes Using Three Diferent Methods, Journal of Faculty of Engineering and Architecture of Çukurova University, 12, 1-2, 1-14.
- Aran, A., 1990. Elyaf Takviyeli Malzemeler, Ders Notları, İ.T.Ü. Rektörlük Ofset Atölyesi.
- Arn, K., 1974. An Orthotropic Laminate Composite Containing a Layer with a Crack, Technical Report, Leigh University, Berthlehem, 54 s.
- Bakırtaş, I., 1980. The Problem of a Rigid Punch on a Non-Homogeneous Elastic Half Space, International Journal of Engineering Science, 18, 597-610.
- Birinci, A. ve Erdöl, R., 1998. Üzerinde Rijit Dikdörtgen Bir Blok Bulunan ve Basit Mesnetlere Oturan İki Elastik Tabakamn Sürekli Temas Problemi, TUMTMK, X. Ulusal Mekanik Kongresi, 15-19 Eylül 1997, İstanbul, Bildiriler Kitabı, 151-164.
- Birinci, A., Kahya, V. ve Erdöl, R., 1998. Elastik Mesnete Oturan Bileşik Tabakalarda Sürekli Temas Problemi, TUMTMK, X. Ulusal Mekanik Kongresi, 15-19 Eylül 1997, İstanbul, Bildiriler Kitabı, 165-173.
- Birinci, A., Özşahin, T.Ş. ve Erdöl, R., 2000. Rijit Dikdörtgen Bir Blok Aracılığıyla Yüklenen ve Basit Mesnetlere Oturan Bileşik Tabakada Süreksiz Temas Problemi, TUMTMK, XI. Ulusal Mekanik Kongresi, 6-10 Eylül 1999, Bolu, Bildiriler Kitabı, 231-242.

- Birinci, A. ve Erdöl, R., 2001. Continuous and Discontinuous Contact Problem for a Layered Composite Resting on Simple Supports, Structural Engineering and Mechanics, 12, 1, 17-34.
- Birinci, A. ve Erdöl, R., 2003. A Frictionless Contact Problem for Two Elastic Layers Supported by a Winkler Foundation, Structural Engineering and Mechanics, 15, 3, 331-344.
- Bjarnehed, H.L., 1991. Rigid Punch on Stressed Orthotropic Half Plane with Partial Slip, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 58, 128-133.
- Choi, H.J. ve Thangjitham, S., 1991. Stress Analysis of Multilayered Anisotropic Elastic Media, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 58, 382-387.
- Civelek, M.B., Erdoğan, F. ve Çakıroğlu, A.O., 1978. Interface Separation for an Elastic Layer Loaded by a Rigid Stamp, International Journal of Engineering Science, 16, 669-679.
- Civelek, M.B. ve Erdoğan, F., 1975. The Frictionless Contact Problem for an Elastic Layer Under Gravity, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 42, 97, 136-140.
- Civelek, M.B. ve Erdoğan, F., 1977. The Axisymmetric Double Contact Problem for a Frictionless Elastic Layer, Technical Report, Leigh University, Bethlehem.
- Çakıroğlu, A.O., 1979. Elastik Yarım Düzleme Oturan Plaklarda Temas Problemi, Doçentlik Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, 84 s.
- Çakıroğlu, A.O. ve Çakıroğlu, F.L., 1991. Continuous and Discontinuous Contact Problems for Strips on an Elastic Semi-Infinite Plane, International Journal of Engineering Science, 29, 1, 99-111.
- Çakıroğlu, F.L., Çakıroğlu, M. ve Erdöl, R., 2001. Contact Problems for Two Elastic Layers Resting on an Elastic Half-Plane, Journal of Engineering Mechanics, 127, 113-118.
- Delale, F. ve Erdoğan, F., 1976. Fracture of Composite Orthotropic Plates Containing Periodic Buffer Strips, NASA Technical Report, Leigh University, Bethlehem, 115 s.
- Delale, F. ve Erdoğan, F., 1978. Bonded Orthotropic Strips with Cracks, NASA Technical Report, Leigh University, Bethlehem, 50 s.
- Dempsey, J.P., Zhao, Z.G., Minnetyan, L. ve Li, H., 1990. Plane Contact of Elastic Layer Supported by a Winkler Foundation, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 57, 974-980.

- Dempsey, J.P., Zhao, Z.G. ve Li, H., 1991. Axisymmetric Indentation of an Elastic Layer Supported by a Winkler Foundation, International Journal of Solids and Structures, 27, 1, 73-87.
- Dhaliwal, R.S., 1970. Punch Problem for an Elastic Layer Overlying an Elastic Foundation, International Journal of Engineering Science, 8, 273-288.
- Dhaliwal, R.S. ve Rau, I.S., 1970. The Axisymmetric Boussineq Problem for a Thick Elastic Layer Under a Punch of Arbitrary Profile, International Journal of Engineering Science, 8, 843-856.
- Erdélyi, A., Magnus, W., Oberhettinger, F. ve Tricomi, F.G., 1954. Tables of Integral Transforms, Vol: 1, Mc Graw-Hill Inc., New York.
- Erdoğan, F. ve Gupta, G.D., 1972. On the Numerical Solution of Singular Integral Equations, Quarterly Journal of Applied Mathematics, 29, 525- 534.
- Erdoğan, F. ve Ratwani, M., 1974. The Contact Problem for an Elastic Layer Supported by Two Elastic Quarter Planes, Journal of Applied Mathematics, Transactions of ASME, 673-677.
- Erdoğan, F., 1975. Mixed Boundary Problems in Mechanics, NASA Technical Report, Leigh University, Bethlehem, 112 s.
- Fabrikant, V.I. ve Sankar, T.S., 1986. Concentrated Force Underneath a Punch Bonded to a Transversely Isotropic Half-Space, International Journal of Engineering Science, 24, 1, 111-117.
- Fan, H. ve Keer, L.M., 1994. Two-Dimensional Contact on an Anisotrop Elastic Half-Space, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 61, 250-255.
- Galın, L.A., 1961. Contact Problems in the Theory of Elasticity, İngilizce çeviri: Moss, H., North Carolina State College Translation Series, Raleigh, North Carolina, 233 s.
- Geçit, M.R., 1981. Axisymmetric Contact Problem for an Elastic Layer and an Elastic Foundation, International Journal of Engineering and Science, 19, 747-755.
- Geçit, M.R. ve Gökpınar, S., 1985. Frictionless Contact Between an Elastic Layer and a Rigid Rounded Support, The Arabian Journal for Science and Engineering, 10, 3, 243-251.
- Geçit, M.R. ve Yapıcı, H., 1986. Contact Problem for an Elastic Layer on Rigid Flat Supports, The Arabian Journal for Science and Engineering, 11, 3, 235-242.
- Geçit, M.R., 1986a. The Axisymmetric Double Contact Problem for a Frictionless Elastic Layer Indented by an Elastic Cylinder, International Journal of Engineering Science, 24, 9, 1571-1584.

- Geçit, M.R., 1986b. Axisymmetric Contact Problem for a Semi-Infinite Cylinder and a Half Space, International Journal of Engineering Science, 24, 6, 1245-1256.
- Gladwell, G.M.L., 1976. On Some Unbounded Contact Problems in Plane Elasticity, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 263-267.
- Gladwell, G.M.L., 1977. The Contact Problem for a Rigid Cylinder Pressed Between Two Elastic Layer, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 36-40.
- Jaffar, M.J., 1993. Determination of Surface Deformation of a Bonded Elastic Layer Indented by a Rigid Cylinder using the Chebyshev Series, Wear, 170, 291-294.
- Jin., Z.M., Dowson, D. ve Fisher, J., 1993. Minimum and Central Film Thickness Formulae for an Elastic Layer Firmly Bonded to a Rigid Cylindrical Substrate under Entraining Motion, Wear, 170, 281-284.
- Johansson, L., 1993. Contact with Friction Between Two Elastic Half-Planes, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 60, 737-742.
- Johnson, K.L., 1985. Contact Mechanics, Cambridge University Press, Cambridge, 452 s.
- Kahya, V., 1997. Üst Tarafından Rijit Olarak Mesnetlenmiş Elastik Bir Tabaka İle Rijit Bir Blok Arasındaki Sürtünmesiz Değme Problemi, Yüksek Lisans Tezi, KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, 72 s.
- Kahya, V. ve Erdöl, R., 1997. Frictionless Contact Problem Between an Elastic Layer Bonded to Rigid Support and a Rigid Stamp, 3rd EUROMECH Solid Mechanics Conference, Stockholm, August 18-22, 1997 Book of Abstracts, 77.
- Kahya, V., Birinci, A. ve Erdöl, R., 2000. Rijit Mesnetli Elastik Tabakada Değme Problemi, TUMTMK, XI. Ulusal Mekanik Kongresi, 6-10 Eylül 1999, Bolu, Bildiriler Kitabı, 409-418.
- Kahya, V., Birinci, A. ve Erdöl, R., 2001. Frictionless Contact Problem Between an Elastic Layer Bonded to Rigid Support and a Rigid Stamp, Mathematical & Computational Applications, 6, 1, 13-22.
- Kahya, V. ve Erdöl, R., 2002. Rijit Temele Oturan ve Hareketli Yük Etkisine Maruz Elastik Tabakada Sürekli Değme Problemi, TUMTMK, XII. Ulusal Mekanik Kongresi, 10-14 Eylül 2001, Konya, Bildiriler Kitabı, 531-540.
- Keer, L.M., Dundurs, J. ve Tsai, K.C., 1972. Problems Involving a Receding Contact Between a Layer and a Half Space, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 1115-1120.
- Klarbring, A., Mikelić, A. ve Shillor, M., 1991. The Rigid Punch with Friction, International Journal of Engineering Science, 29, 6, 751-768.

- King, R.B., 1987. Elastic Analysis of Some Punch Problems for a Layered Medium, International Journal of Solids and Structures, 23, 12, 1657-1664.
- Klintworth, J.W. ve Stronge, W.J., 1990. Plane Punch Indentation of Anisotropic Elastic Half Space, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 57, 84-90.
- Lan, Q., Graham, G.A.C. ve Selvadurai, 1996. Certain Two-Punch Problems for an Elastic Layer, International Journal of Solids and Structures, 33, 19, 2759-2774.
- Lekhnitskii, S.G., 1963. Theory of Elasticity of an Anisotropic Body, İngilizce çeviri: Fern, P., Holden Day Inc., San Fransisco.
- Muskhelishvili, N.I., 1953. Singular Integral Equations, P. Noordhoff, Groningen.
- Muskhelishvili, N.I., 1953. Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity, İngilizce çeviri: Radok, J.R.M., Noordhoff.
- Neumeister, J.M., 1992. On the Role of Elastic Constants in Multiphase Contact Problems, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 59, 328-334.
- Noor, M.A ve Tirmizi, S.I.A., 1991. Numerical Methods for a Class of Contact Problems, International Journal of Engineering Science, 29, 4, 513-521.
- Nowell, D. ve Hills, D.A., 1988. Contact Problems Incorporating Elastic Layers, International Journal of Solids and Structures, 24, 4, 105-115.
- Özşahin, T.Ş. ve Çakıroğlu, A.O., 1998. Rijit İki Yarım Daire Blok Üzerine Oturan Bileşik Tabakada Temas Problemi, TUMTMK, X. Ulusal Mekanik Kongresi, 15-19 Eylül 1997, İstanbul, Bildiriler Kitabı, 377-391.
- Özşahin, T.Ş, Birinci, A. ve Çakıroğlu, A.O., 1998. Rijit İki Düz Blok Üzerine Oturan Bileşik Tabakada İlk Ayrılma Yükleri ve Uzaklıkları İle Temas Yüzeylerindeki Gerilmelerin Bulunması, UHMK'98, III Ulusal Hesaplamalı Mekanik Konferansı, 16-18 Kasım 1998, İstanbul, Bildiriler Kitabı, 337-345.
- Özşahin, T.Ş, Kahya, V. ve Çakıroğlu, A.O., 2000. Elastik Tabakalara Ait Ara Yüzeyde Süreksizliği Bulunan Bileşik Tabaka Problemi, TUMTMK, XI. Ulusal Mekanik Kongresi, 6-10 Eylül 1999, Bolu, Bildiriler Kitabı, 543-554.
- Pindera, M.J. ve Lane, M.S., 1993a. Frictionless Contact of Layered Half-Planes, Part I: Analysis, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 60, 663-639.
- Pindera, M.J. ve Lane, M.S., 1993b. Frictionless Contact of Layered Half-Planes, Part II: Numerical Results, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 60, 640-645.

- Sabin, G.C.W. ve Kaloni, P.N., 1989. Contact Problem of a Rigid Indentor with Rotational Friction in Second Order Elasticity, International Journal of Engineering Science, 27, 3, 203-217.
- Schmueser, D. ve Comninou, M., 1980. Separation and Slip Between a Layer and a Substrate Caused by a Tensile Load, International Journal of Engineering Science, 18, 1149-1155.
- Shibuya, T., Koizumi, T. ve Nakahara, I., 1974. An Elastic Contact Problem for a Half Space Indented by a Flat Annular Stamp, International Journal of Engineering Science, 12, 759-771.
- Shield, T.W. ve Bogy, D.B., 1989a. Some Axisymmetric Problems for Layered Elastic Media: Part I- Multiple Region Contact Solutions for Simply-Connected Indenters, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 56, 798-806.
- Shield, T.W. ve Bogy, D.B., 1989b. Some Axisymmetric Problems for Layered Elastic Media: Part II- Solutions for Annular Indenters and Cracks, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 56, 807-813.
- Small, J.C. ve Booker, J.R., 1984. Finite Layer Analysis of Layered Elastic Materials Using a Flexibility Approach. Part I: Strip Loading, International Journal for Numerical Mathematics in Engineering, 20, 1025-1037.
- Sneddon, I.N., 1972. The Use of Integral Transforms, Mc Graw-Hill, Inc., New York.
- Ufliand, I.S., 1965. Survey of Articles on the Application of Integral Transforms in the Theory of Elasticity, North Carolina State College Translation Series, Raleigh, North Carolina.
- Zhang, L. ve Lin, Z., 1997. A New Mechanics Model of Stamping a Thin Strip on an Elastic Foundation, International Journal of Solids and Structures, 34, 3, 327-339.
- Zharii, O.Y. ve Ulitko, A.F., 1995. Smooth Contact Between the Running Rayleigh Wave and a Rigid Strip, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 62, 362-367.
- Zharii, O.Y., 1995. Adhesive Contact Between the Surface Wave and a Rigid Strip, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 62, 368-372.

7. EKLER

Ek 1. Elastik Sabitler Matrisinin Elemanları

x, y, z eksenlerinin malzemenin 1, 2, 3 simetri eksenlerine paralel olması durumunda, E_x, E_y, E_z elastisite modüllerini, $\mu_{xy}, \mu_{xz}, \mu_{yz}$ kayma modüllerini ve $\nu_{xy}, \nu_{yx}, \nu_{xz}, \nu_{zx}, \nu_{yz}, \nu_{zy}$ Poisson oranlarını göstermek üzere, $[C]$ elastik sabitler matrisinin elemanları aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 C_{11} &= \frac{(1 - \nu_{yz} \nu_{zy}) E_x}{\Delta_C}, & C_{12} &= \frac{(\nu_{yx} + \nu_{yz} \nu_{zx}) E_x}{\Delta_C}, & C_{13} &= \frac{(\nu_{zx} + \nu_{yx} \nu_{zy}) E_x}{\Delta_C}, \\
 C_{21} &= \frac{(\nu_{xy} + \nu_{xz} \nu_{zy}) E_y}{\Delta_C}, & C_{22} &= \frac{(1 - \nu_{xz} \nu_{zx}) E_y}{\Delta_C}, & C_{23} &= \frac{(\nu_{zy} + \nu_{xy} \nu_{zx}) E_y}{\Delta_C}, \\
 C_{31} &= \frac{(\nu_{xz} + \nu_{xy} \nu_{yz}) E_z}{\Delta_C}, & C_{32} &= \frac{(\nu_{yz} + \nu_{xz} \nu_{yx}) E_z}{\Delta_C}, & C_{33} &= \frac{(1 - \nu_{xy} \nu_{yx}) E_z}{\Delta_C}, \\
 C_{44} &= \mu_{yz}, & C_{55} &= \mu_{xz}, & C_{66} &= \mu_{xy} \quad (E.1)
 \end{aligned}$$

Bu ifadelerde,

$$\Delta_C = 1 - \nu_{xy} \nu_{yx} - \nu_{yz} \nu_{zy} - \nu_{xz} \nu_{zx} - 2\nu_{xz} \nu_{yx} \nu_{zy} \quad (E.2)$$

şeklinde tanımlıdır. Ayrıca, ortotrop bir malzemedeki teknik sabitler arasında,

$$E_x \nu_{yx} = E_y \nu_{xy}, \quad E_y \nu_{zy} = E_z \nu_{yz}, \quad E_z \nu_{zx} = E_z \nu_{zx} \quad (E.3)$$

bağıntıları vardır. Düzlem gerilme durumunda karşımıza çıkan $[\hat{C}]$ indirgenmiş elastik sabitler matrisinin elemanları ise aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}
 \hat{C}_{11} &= \frac{E_x}{(1 - \nu_{xy} \nu_{yx})}, & \hat{C}_{12} &= \frac{\nu_{yx} E_x}{(1 - \nu_{xy} \nu_{yx})}, \\
 \hat{C}_{21} &= \frac{\nu_{xy} E_y}{(1 - \nu_{xy} \nu_{yx})}, & \hat{C}_{22} &= \frac{E_y}{(1 - \nu_{xy} \nu_{yx})}, & \hat{C}_{66} &= \mu_{xy} \quad (E.4)
 \end{aligned}$$

Ek 2. Sürekli ve Süreksiz Değme Problemlerine Ait Katsayılar

Sürekli değme problemi için A_j^C, B_j^C ($j = 1, 2, 3, 4$) katsayıları aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 A_1^C &= \bar{N}_2 \left[\gamma_1 [4\gamma_3 (E_{35} - E_{36}) - \gamma_4 T_1 - \gamma_5 T_2] - G\gamma_2 [\bar{M}_1 \bar{N}_2 Y_1 + \bar{M}_2 \bar{N}_1 (Y_2 + 2Y_3)] \right], \\
 A_2^C &= \bar{N}_1 \left[\gamma_1 [-4\gamma_3 (E_{33} - E_{34}) + \gamma_4 T_7 + \gamma_5 T_8] - G\gamma_2 [\bar{M}_1 \bar{N}_2 (Y_4 + 2Y_6) + \bar{M}_1 \bar{N}_2 Y_5] \right],
 \end{aligned}$$

Ek 2'nin devamı

$$\begin{aligned} B_1^C &= \bar{N}_2 \left[\gamma_1 [4\gamma_3 (E_{35} - E_{36}) - \gamma_4 T_1 - \gamma_5 T_2] - G\gamma_2 \left[-\bar{M}_1 \bar{N}_2 Y_1 + \bar{M}_2 \bar{N}_1 (Y_2 + 2Y_7) \right] \right], \\ B_2^C &= \bar{N}_1 \left[\gamma_1 [-4\gamma_3 (E_{33} - E_{34}) + \gamma_4 T_7 + \gamma_5 T_8] - G\gamma_2 \left[\bar{M}_1 \bar{N}_2 (Y_4 + 2Y_8) - \bar{M}_2 \bar{N}_1 Y_5 \right] \right] \end{aligned} \quad (E.5)$$

$$\begin{aligned} A_3^C &= 2G\gamma_1 \left[2\bar{N}_3 R_4 \left[\bar{M}_1 \bar{N}_2 (E_{35} - E_{36}) - \bar{M}_2 \bar{N}_1 (E_{33} - E_{34}) \right] \right. \\ &\quad \left. - \bar{N}_4 \left[\bar{M}_1 \bar{N}_2 Y_9 + \bar{M}_2 \bar{N}_1 Y_{10} \right] \right], \\ A_4^C &= 2G\gamma_1 \left[2\bar{N}_4 R_3 \left[\bar{M}_1 \bar{N}_2 (E_{35} - E_{36}) - \bar{M}_2 \bar{N}_1 (E_{33} - E_{34}) \right] \right. \\ &\quad \left. - \bar{N}_3 \left[\bar{M}_1 \bar{N}_2 Y_{11} + \bar{M}_2 \bar{N}_1 Y_{12} \right] \right], \\ B_3^C &= 2G\gamma_1 \left[2\bar{N}_3 R_4 \left[\bar{M}_1 \bar{N}_2 (E_{35} - E_{36}) - \bar{M}_2 \bar{N}_1 (E_{33} - E_{34}) \right] \right. \\ &\quad \left. - \bar{N}_4 \left[\bar{M}_1 \bar{N}_2 Y_{13} + \bar{M}_2 \bar{N}_1 Y_{14} \right] \right], \\ B_4^C &= 2G\gamma_1 \left[2\bar{N}_4 R_3 \left[\bar{M}_1 \bar{N}_2 (E_{35} - E_{36}) - \bar{M}_2 \bar{N}_1 (E_{33} - E_{34}) \right] \right. \\ &\quad \left. - \bar{N}_3 \left[\bar{M}_1 \bar{N}_2 Y_{15} + \bar{M}_2 \bar{N}_1 Y_{16} \right] \right] \end{aligned} \quad (E.6)$$

Süreksiz değme problemi için A_j^D , B_j^D ($j = 1,2,3,4$) katsayıları da aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} A_1^D &= \bar{N}_2 \left[4\gamma_3 \left[-2\bar{M}_2 \bar{N}_1 E_{45} + \gamma_7 E_{38} - \gamma_8 E_{40} \right] + \gamma_4 Z_1 + \gamma_5 Z_2 \right], \\ A_2^D &= \bar{N}_1 \left[4\gamma_3 \left[-2\bar{M}_1 \bar{N}_2 E_{45} + \gamma_7 E_{39} + \gamma_8 E_{40} \right] + \gamma_4 Z_3 + \gamma_5 Z_4 \right], \\ B_1^D &= \bar{N}_2 \left[4\gamma_3 \left[-2\bar{M}_2 \bar{N}_1 E_{45} + \gamma_7 E_{39} - \gamma_8 E_{37} \right] + \gamma_4 Z_5 + \gamma_5 Z_6 \right], \\ B_2^D &= \bar{N}_1 \left[4\gamma_3 \left[-2\bar{M}_1 \bar{N}_2 E_{45} + \gamma_7 E_{38} + \gamma_8 E_{37} \right] + \gamma_4 Z_7 + \gamma_5 Z_8 \right] \end{aligned} \quad (E.7)$$

$$\begin{aligned} A_3^D &= G \left[\gamma_6 (2\bar{N}_3 R_4 U_3 + \bar{N}_4 Y_{17}) \right. \\ &\quad \left. + 2\bar{M}_1 \bar{M}_2 \bar{N}_1 \bar{N}_2 \left[2\bar{N}_3 R_4 (U_4 - 4E_{45}) + \bar{N}_4 (Y_{18} + 4X_1) \right] \right], \\ A_4^D &= G \left[\gamma_6 (2\bar{N}_4 R_3 U_3 + \bar{N}_3 Y_{19}) \right. \\ &\quad \left. + 2\bar{M}_1 \bar{M}_2 \bar{N}_1 \bar{N}_2 \left[2\bar{N}_4 R_3 (U_4 - 4E_{45}) + \bar{N}_3 (Y_{20} + 4X_2) \right] \right], \\ B_3^D &= G \left[\gamma_6 (2\bar{N}_3 R_4 U_3 + \bar{N}_4 Y_{21}) \right. \\ &\quad \left. + 2\bar{M}_1 \bar{M}_2 \bar{N}_1 \bar{N}_2 \left[2\bar{N}_3 R_4 (U_4 - 4E_{45}) + \bar{N}_4 (Y_{22} + 4X_3) \right] \right], \\ B_4^D &= G \left[\gamma_6 (2\bar{N}_4 R_3 U_3 + \bar{N}_3 Y_{23}) \right. \\ &\quad \left. + 2\bar{M}_1 \bar{M}_2 \bar{N}_1 \bar{N}_2 \left[2\bar{N}_4 R_3 (U_4 - 4E_{45}) + \bar{N}_3 (Y_{24} + 4X_4) \right] \right] \end{aligned} \quad (E.8)$$

Δ ifadesi ise,

$$\Delta = -\left[\gamma_1 (4\gamma_3 W_1 + \gamma_4 W_2 + \gamma_5 W_3) + G\gamma_2 \left[\gamma_6 Y_{25} + 2\bar{M}_1 \bar{M}_2 \bar{N}_1 \bar{N}_2 (Y_{26} + 4Y_{27}) \right] \right] \quad (E.9)$$

şeklinde tanımlıdır. Yukarıdaki ifadeler boyutsuzlaştırılmış olarak verilmişlerdir. Bu ifadelerde geçen $\bar{M}_j, \bar{N}_j, (j = 1,2,3,4)$, $\gamma_i, (i = 1, \dots, 8)$, $Y_i, (i = 1, \dots, 27)$, $Z_i, (i = 1, \dots, 8)$, $X_i, (i = 1, \dots, 4)$, $W_i, (i = 1, \dots, 3)$, $T_i, (i = 1, \dots, 76)$, $U_i, (i = 1, \dots, 8)$, $E_i, (i = 1, \dots, 45)$ terimleri aşağıda toplu bir şekilde verilmiştir.

Ek 2'nin devamı

$$\bar{L}_j = [\beta_1 + (\beta_3 - 1)\alpha_j R_j], \quad \bar{M}_j = [(\beta_3 - 1) + \beta_2 \alpha_j R_j], \quad \bar{N}_j = [\alpha_j - R_j] \quad (\text{E.10})$$

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \bar{N}_1 R_2 - \bar{N}_2 R_1, & \gamma_2 &= \bar{N}_3 R_4 - \bar{N}_4 R_3, & \gamma_3 &= \bar{M}_4 \bar{N}_4 R_3 + \bar{M}_3 \bar{N}_3 R_4, \\ \gamma_4 &= \bar{M}_4 \bar{N}_3 R_3 + \bar{M}_3 \bar{N}_4 R_4, & \gamma_5 &= \bar{M}_3 \bar{N}_4 R_3 + \bar{M}_4 \bar{N}_3 R_4, \\ \gamma_6 &= \bar{M}_1^2 \bar{N}_2^2 + \bar{M}_2^2 \bar{N}_1^2, & \gamma_7 &= \bar{M}_1 \bar{N}_2 + \bar{M}_2 \bar{N}_1, & \gamma_8 &= \bar{M}_1 \bar{N}_2 - \bar{M}_2 \bar{N}_1 \end{aligned} \quad (\text{E.11})$$

$$\begin{aligned} Y_1 &= R_3 T_4 + R_4 T_6, & Y_2 &= R_3 T_3 + R_4 T_5, & Y_3 &= R_3 T_{13} - R_4 T_{14}, \\ Y_4 &= R_3 T_9 + R_4 T_{11}, & Y_5 &= R_3 T_{10} + R_4 T_{12}, & Y_6 &= R_3 T_{15} - R_4 T_{16}, \\ Y_7 &= R_3 T_{17} - R_4 T_{18}, & Y_8 &= R_3 T_{19} - R_4 T_{20}, & Y_9 &= R_3 T_{23} + R_4 T_{24}, \\ Y_{10} &= R_3 T_{21} + R_4 T_{22}, & Y_{11} &= R_3 T_{28} + R_4 T_{27}, & Y_{12} &= R_3 T_{26} + R_4 T_{25}, \\ Y_{13} &= R_3 T_{31} + R_4 T_{32}, & Y_{14} &= R_3 T_{29} + R_4 T_{30}, & Y_{15} &= R_3 T_{36} + R_4 T_{35}, \\ Y_{16} &= R_3 T_{34} + R_4 T_{33}, & Y_{17} &= R_3 T_{53} + R_4 T_{55}, & Y_{18} &= R_3 T_{54} + R_4 T_{56}, \\ Y_{19} &= R_3 T_{59} + R_4 T_{57}, & Y_{20} &= R_3 T_{60} + R_4 T_{58}, & Y_{21} &= R_3 T_{61} + R_4 T_{63}, \\ Y_{22} &= R_3 T_{62} + R_4 T_{64}, & Y_{23} &= R_3 T_{67} + R_4 T_{65}, & Y_{24} &= R_3 T_{68} + R_4 T_{66}, \\ Y_{25} &= R_3 T_{73} + R_4 T_{75}, & Y_{26} &= R_3 T_{74} + R_4 T_{76}, & Y_{27} &= R_3 U_7 + R_4 U_8 \end{aligned} \quad (\text{E.12})$$

$$\begin{aligned} Z_1 &= \bar{M}_1 \bar{N}_2 T_{38} + \bar{M}_2 \bar{N}_1 (T_{37} + 2U_1), & Z_2 &= \bar{M}_1 \bar{N}_2 T_{40} + \bar{M}_2 \bar{N}_1 (T_{39} + 2U_2), \\ Z_3 &= \bar{M}_1 \bar{N}_2 (T_{41} + 2U_1) + \bar{M}_2 \bar{N}_1 T_{42}, & Z_4 &= \bar{M}_1 \bar{N}_2 (T_{43} + 2U_2) + \bar{M}_2 \bar{N}_1 T_{44}, \\ Z_5 &= \bar{M}_1 \bar{N}_2 T_{46} + \bar{M}_2 \bar{N}_1 (T_{45} + 2U_1), & Z_6 &= \bar{M}_1 \bar{N}_2 T_{48} + \bar{M}_2 \bar{N}_1 (T_{47} + 2U_2), \\ Z_7 &= \bar{M}_1 \bar{N}_2 (T_{49} + 2U_1) + \bar{M}_2 \bar{N}_1 T_{50}, & Z_8 &= \bar{M}_1 \bar{N}_2 (T_{51} + 2U_2) + \bar{M}_2 \bar{N}_1 T_{52} \end{aligned} \quad (\text{E.13})$$

$$\begin{aligned} X_1 &= (R_3 + R_4)E_{43} + (R_3 - R_4)E_{41}, & X_2 &= (R_3 + R_4)E_{42} - (R_3 - R_4)E_{41}, \\ X_3 &= (R_3 + R_4)E_{42} + (R_3 - R_4)E_{44}, & X_4 &= (R_3 + R_4)E_{43} - (R_3 - R_4)E_{44} \end{aligned} \quad (\text{E.14})$$

$$\begin{aligned} W_1 &= \bar{M}_1 \bar{N}_2 U_6 + \bar{M}_2 \bar{N}_1 U_5, & W_2 &= \bar{M}_1 \bar{N}_2 T_{70} + \bar{M}_2 \bar{N}_1 T_{69}, \\ W_3 &= \bar{M}_1 \bar{N}_2 T_{72} + \bar{M}_2 \bar{N}_1 T_{71} \end{aligned} \quad (\text{E.15})$$

$$\begin{aligned} T_1 &= E_1 - E_2 - E_3 + E_4 - E_5 + E_6 + E_7 - E_8, \\ T_2 &= -E_1 - E_2 - E_3 - E_4 + E_5 + E_6 + E_7 + E_8, \\ T_3 &= E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + E_5 - E_6 + E_7 - E_8, \\ T_4 &= -E_1 + E_2 - E_3 + E_4 + E_5 - E_6 + E_7 - E_8, \\ T_5 &= -E_1 - E_2 + E_3 + E_4 - E_5 - E_6 + E_7 + E_8, \\ T_6 &= E_1 + E_2 - E_3 - E_4 - E_5 - E_6 + E_7 + E_8, \\ T_7 &= E_9 - E_{10} - E_{11} + E_{12} - E_{13} + E_{14} + E_{15} - E_{16}, \\ T_8 &= -E_9 - E_{10} - E_{11} - E_{12} + E_{13} + E_{14} + E_{15} + E_{16}, \\ T_9 &= E_9 - E_{10} + E_{11} - E_{12} + E_{13} - E_{14} + E_{15} - E_{16}, \\ T_{10} &= -E_9 + E_{10} - E_{11} + E_{12} + E_{13} - E_{14} + E_{15} - E_{16}, \end{aligned}$$

Ek 2'nin devamı

$$\begin{aligned}
T_{11} &= -E_9 - E_{10} + E_{11} + E_{12} - E_{13} - E_{14} + E_{15} + E_{16}, \\
T_{12} &= E_9 + E_{10} - E_{11} - E_{12} - E_{13} - E_{14} + E_{15} + E_{16}, \\
T_{13} &= -E_{13} + E_{14} - E_{15} + E_{16}, & T_{14} &= -E_{13} - E_{14} + E_{15} + E_{16}, \\
T_{15} &= -E_5 + E_6 - E_7 + E_8, & T_{16} &= -E_5 - E_6 + E_7 + E_8, \\
T_{17} &= -E_9 + E_{10} - E_{11} + E_{12}, & T_{18} &= -E_9 - E_{10} + E_{11} + E_{12}, \\
T_{19} &= -E_1 + E_2 - E_3 + E_4, & T_{20} &= -E_1 - E_2 + E_3 + E_4, \\
T_{21} &= E_9 + E_{11} - E_{13} - E_{15}, & T_{22} &= -E_9 + E_{11} + E_{13} - E_{15}, \\
T_{23} &= -E_1 - E_3 + E_5 + E_7, & T_{24} &= E_1 - E_3 - E_5 + E_7, \\
T_{25} &= E_9 + E_{10} - E_{13} - E_{14}, & T_{26} &= -E_9 + E_{10} + E_{13} - E_{14}, \\
T_{27} &= -E_1 - E_2 + E_5 + E_6, & T_{28} &= E_1 - E_2 - E_5 + E_6, \\
T_{29} &= E_{10} + E_{12} - E_{14} - E_{16}, & T_{30} &= E_{10} - E_{12} - E_{14} + E_{16}, \\
T_{31} &= -E_2 - E_4 + E_6 + E_8, & T_{32} &= -E_2 + E_4 + E_6 - E_8, \\
T_{33} &= E_{11} + E_{12} - E_{15} - E_{16}, & T_{34} &= E_{11} - E_{12} - E_{15} + E_{16}, \\
T_{35} &= -E_3 - E_4 + E_7 + E_8, & T_{36} &= -E_3 + E_4 + E_7 - E_8, \\
T_{37} &= E_{21} - E_{22} - E_{23} + E_{24} + E_{29} - E_{30} - E_{31} + E_{32}, \\
T_{38} &= E_{21} - E_{22} - E_{23} + E_{24} - E_{29} + E_{30} + E_{31} - E_{32}, \\
T_{39} &= -E_{21} - E_{22} - E_{23} - E_{24} - E_{29} - E_{30} - E_{31} - E_{32}, \\
T_{40} &= -E_{21} - E_{22} - E_{23} - E_{24} + E_{29} + E_{30} + E_{31} + E_{32}, \\
T_{41} &= E_{25} - E_{26} - E_{27} + E_{28} + E_{29} - E_{30} - E_{31} + E_{32}, \\
T_{42} &= E_{25} - E_{26} - E_{27} + E_{28} - E_{29} + E_{30} + E_{31} - E_{32}, \\
T_{43} &= -E_{25} - E_{26} - E_{27} - E_{28} - E_{29} - E_{30} - E_{31} - E_{32}, \\
T_{44} &= -E_{25} - E_{26} - E_{27} - E_{28} + E_{29} + E_{30} + E_{31} + E_{32}, \\
T_{45} &= E_{17} - E_{18} - E_{19} + E_{20} + E_{25} - E_{26} - E_{27} + E_{28}, \\
T_{46} &= -E_{17} + E_{18} + E_{19} - E_{20} + E_{25} - E_{26} - E_{27} + E_{28}, \\
T_{47} &= -E_{17} - E_{18} - E_{19} - E_{20} - E_{25} - E_{26} - E_{27} - E_{28}, \\
T_{48} &= E_{17} + E_{18} + E_{19} + E_{20} - E_{25} - E_{26} - E_{27} - E_{28}, \\
T_{49} &= E_{17} - E_{18} - E_{19} + E_{20} + E_{21} - E_{22} - E_{23} + E_{24}, \\
T_{50} &= -E_{17} + E_{18} + E_{19} - E_{20} + E_{21} - E_{22} - E_{23} + E_{24}, \\
T_{51} &= -E_{17} - E_{18} - E_{19} - E_{20} - E_{21} - E_{22} - E_{23} - E_{24}, \\
T_{52} &= E_{17} + E_{18} + E_{19} + E_{20} - E_{21} - E_{22} - E_{23} - E_{24}, \\
T_{53} &= E_{17} + E_{19} - E_{21} - E_{23} - E_{25} - E_{27} + E_{29} + E_{31}, \\
T_{54} &= -E_{17} - E_{19} - E_{21} - E_{23} - E_{25} - E_{27} - E_{29} - E_{31}, \\
T_{55} &= -E_{17} + E_{19} + E_{21} - E_{23} + E_{25} - E_{27} - E_{29} + E_{31}, \\
T_{56} &= E_{17} - E_{19} + E_{21} - E_{23} + E_{25} - E_{27} + E_{29} - E_{31}, \\
T_{57} &= E_{17} + E_{18} - E_{21} - E_{22} - E_{25} - E_{26} + E_{29} + E_{30}, \\
T_{58} &= -E_{17} - E_{18} - E_{21} - E_{22} - E_{25} - E_{26} - E_{29} - E_{30},
\end{aligned}$$

Ek 2'nin devamı

$$\begin{aligned}
T_{59} &= -E_{17} + E_{18} + E_{21} - E_{22} + E_{25} - E_{26} - E_{29} + E_{30}, \\
T_{60} &= E_{17} - E_{18} + E_{21} - E_{22} + E_{25} - E_{26} + E_{29} - E_{30}, \\
T_{61} &= E_{18} + E_{20} - E_{22} - E_{24} - E_{26} - E_{28} + E_{30} + E_{32}, \\
T_{62} &= -E_{18} - E_{20} - E_{22} - E_{24} - E_{26} - E_{28} - E_{30} - E_{32}, \\
T_{63} &= E_{18} - E_{20} - E_{22} + E_{24} - E_{26} + E_{28} + E_{30} - E_{32}, \\
T_{64} &= -E_{18} + E_{20} - E_{22} + E_{24} - E_{26} + E_{28} - E_{30} + E_{32}, \\
T_{65} &= E_{19} + E_{20} - E_{23} - E_{24} - E_{27} - E_{28} + E_{31} + E_{32}, \\
T_{66} &= -E_{19} - E_{20} - E_{23} - E_{24} - E_{27} - E_{28} - E_{31} - E_{32}, \\
T_{67} &= E_{19} - E_{20} - E_{23} + E_{24} - E_{27} + E_{28} + E_{31} - E_{32}, \\
T_{68} &= -E_{19} + E_{20} - E_{23} + E_{24} - E_{27} + E_{28} - E_{31} - E_{32}, \\
T_{69} &= -E_{17} + E_{18} + E_{19} - E_{20} + E_{21} - E_{22} - E_{23} + E_{24} - \\
&\quad E_{25} + E_{26} + E_{27} - E_{28} + E_{29} - E_{30} - E_{31} + E_{32}, \\
T_{70} &= E_{17} - E_{18} - E_{19} + E_{20} + E_{21} - E_{22} - E_{23} + E_{24} - \\
&\quad E_{25} + E_{26} + E_{27} - E_{28} - E_{29} + E_{30} + E_{31} - E_{32}, \\
T_{71} &= E_{17} + E_{18} + E_{19} + E_{20} - E_{21} - E_{22} - E_{23} - E_{24} + \\
&\quad E_{25} + E_{26} + E_{27} + E_{28} - E_{29} - E_{30} - E_{31} - E_{32}, \\
T_{72} &= -E_{17} - E_{18} - E_{19} - E_{20} - E_{21} - E_{22} - E_{23} - E_{24} + \\
&\quad E_{25} + E_{26} + E_{27} + E_{28} + E_{29} + E_{30} + E_{31} + E_{32}, \\
T_{73} &= -E_{17} + E_{18} - E_{19} + E_{20} + E_{21} - E_{22} + E_{23} - E_{24} + \\
&\quad E_{25} - E_{26} + E_{27} - E_{28} - E_{29} + E_{30} - E_{31} + E_{32}, \\
T_{74} &= E_{17} - E_{18} + E_{19} - E_{20} + E_{21} - E_{22} + E_{23} - E_{24} + \\
&\quad E_{25} - E_{26} + E_{27} - E_{28} + E_{29} - E_{30} + E_{31} - E_{32}, \\
T_{75} &= E_{17} + E_{18} - E_{19} - E_{20} - E_{21} - E_{22} + E_{23} + E_{24} - \\
&\quad E_{25} - E_{26} + E_{27} + E_{28} + E_{29} + E_{30} - E_{31} - E_{32}, \\
T_{76} &= -E_{17} - E_{18} + E_{19} + E_{20} - E_{21} - E_{22} + E_{23} + E_{24} - \\
&\quad E_{25} - E_{26} + E_{27} + E_{28} - E_{29} - E_{30} + E_{31} + E_{32}
\end{aligned} \tag{E.16}$$

$$\begin{aligned}
U_1 &= -E_{41} + E_{42} + E_{43} - E_{44}, & U_2 &= E_{41} + E_{42} + E_{43} + E_{44}, \\
U_3 &= -E_{37} + E_{38} + E_{39} - E_{40}, & U_4 &= E_{37} + E_{38} + E_{39} + E_{40}, \\
U_5 &= -E_{37} + E_{38} - E_{39} + E_{40}, & U_6 &= E_{37} + E_{38} - E_{39} - E_{40}, \\
U_7 &= -E_{41} + E_{42} - E_{43} + E_{44}, & U_8 &= E_{41} + E_{42} - E_{43} - E_{44}
\end{aligned} \tag{E.17}$$

$$\begin{aligned}
E_1 &= e^{(-s_1 - 2s_2 - 2s_3 - 2s_4)}, & E_2 &= e^{(-s_1 - 2s_2 - 2s_4)}, & E_3 &= e^{(-s_1 - 2s_2 - 2s_3)}, \\
E_4 &= e^{(-s_1 - 2s_2)}, & E_5 &= e^{(-s_1 - 2s_3 - 2s_4)}, & E_6 &= e^{(-s_1 - 2s_4)}, \\
E_7 &= e^{(-s_1 - 2s_3)}, & E_8 &= e^{(-s_1)}, & E_9 &= e^{(-2s_1 - s_2 - 2s_3 - 2s_4)}, \\
E_{10} &= e^{(-2s_1 - s_2 - 2s_4)}, & E_{11} &= e^{(-2s_1 - s_2 - 2s_3)}, & E_{12} &= e^{(-2s_1 - s_2)},
\end{aligned}$$

Ek 2'nin devamı

$$\begin{aligned}
E_{13} &= e^{(-s_2-2s_3-2s_4)}, & E_{14} &= e^{(-s_2-2s_4)}, & E_{14} &= e^{(-s_2-2s_3)}, \\
E_{16} &= e^{(-s_2)}, & E_{17} &= e^{(-2s_1-2s_2-2s_3-2s_4)}, & E_{18} &= e^{(-2s_1-2s_2-2s_4)}, \\
E_{19} &= e^{(-2s_1-2s_2-2s_3)}, & E_{20} &= e^{(-2s_1-2s_2)}, & E_{21} &= e^{(-2s_2-2s_3-2s_4)}, \\
E_{22} &= e^{(-2s_2-2s_4)}, & E_{23} &= e^{(-2s_2-2s_3)}, & E_{24} &= e^{(-2s_2)}, \\
E_{25} &= e^{(-2s_1-2s_3-2s_4)}, & E_{26} &= e^{(-2s_1-2s_4)}, & E_{27} &= e^{(-2s_1-2s_3)}, \\
E_{28} &= e^{(-2s_1)}, & E_{29} &= e^{(-2s_3-2s_4)}, & E_{30} &= e^{(-2s_4)}, \\
E_{31} &= e^{(-2s_3)}, & E_{32} &= 1, & E_{33} &= e^{(-s_2-s_3-s_4)}, \\
E_{34} &= e^{(-2s_1-s_2-s_3-s_4)}, & E_{35} &= e^{(-s_1-s_3-s_4)}, & E_{36} &= e^{(-s_1-2s_2-s_3-s_4)}, \\
E_{37} &= e^{(-2s_1-2s_2-s_3-s_4)}, & E_{38} &= e^{(-2s_2-s_3-s_4)}, & E_{39} &= e^{(-2s_1-s_3-s_4)}, \\
E_{40} &= e^{(-s_3-s_4)}, & E_{41} &= e^{(-s_1-s_2-2s_3-2s_4)}, & E_{42} &= e^{(-s_1-s_2-2s_4)}, \\
E_{43} &= e^{(-s_1-s_2-2s_3)}, & E_{44} &= e^{(-s_1-s_2)}, & E_{45} &= e^{(-s_1-s_2-s_3-s_4)}
\end{aligned} \tag{E.18}$$

$$\begin{aligned}
s_i &= \alpha_i z, \quad i=1,2, & s_i &= \alpha_i z/h, \quad i=3,4 \\
z &= \xi h_1, & h &= h_1/h_2, & G &= \mu'_{xy}/\mu''_{xy}
\end{aligned} \tag{E.19}$$

Ek 3. Katsayılarıdaki Tekil Terimler

İntegral çekirdeklerinde yakınsamayı bozan terimlere ait B_{js}^C ($j=1,2$), A_{js}^D , B_{js}^D ($j=3,4$) ve Δ_s ifadeleri aşağıda boyutsuz olarak verilmiştir.

$$\begin{aligned}
B_{1s}^C &= \bar{N}_2 [\gamma_1 (\gamma_4 - \gamma_5) - G\gamma_2 \gamma_8 (R_3 - R_4)], \\
B_{2s}^C &= -\bar{N}_1 [\gamma_1 (\gamma_4 - \gamma_5) - G\gamma_2 \gamma_8 (R_3 - R_4)]
\end{aligned} \tag{E.20}$$

$$\begin{aligned}
A_{1s}^D &= -\bar{N}_2 \gamma_8 (\gamma_4 - \gamma_5), \\
A_{2s}^D &= \bar{N}_1 \gamma_8 (\gamma_4 - \gamma_5), \\
B_{3s}^D &= G\bar{N}_4 (R_3 - R_4) \gamma_8^2, \\
B_{4s}^D &= -G\bar{N}_3 (R_3 - R_4) \gamma_8^2
\end{aligned} \tag{E.22}$$

$$\Delta_s = \gamma_8 [\gamma_1 (\gamma_4 - \gamma_5) - G\gamma_2 \gamma_8 (R_3 - R_4)] \tag{E.23}$$

ÖZGEÇMİŞ

Volkan KAHYA, 1973 yılında İstanbul'da doğdu. İlköğrenimini Diyarbakır'da, Orta ve Lise öğrenimini Konya'da tamamladıktan sonra 1990 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Bölümünü kazandı. 1994 yılında bu bölümden İnşaat Mühendisi ünvanıyla mezun oldu ve aynı bölümde Yüksek Lisans öğrenimine başladı. 1995 yılında Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında Araştırma Görevlisi olarak göreve başladı. Aynı yıl açılan sınavı kazanarak Mühendislik-Mimarlık Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü Mekanik Anabilim Dalına Araştırma Görevlisi olarak atandı. 1997 yılında İnşaat Yüksek Mühendisi ünvanıyla yüksek lisans öğrenimini tamamladı. Aynı yıl İnşaat Mühendisliği Bölümü Mekanik Bilim Dalında Doktora eğitimine başladı. Halen aynı bölümdeki görevine devam etmekte olan Volkan KAHYA İngilizce bilmektedir.