

156108

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

MATEMATİKSEL MORFOLOJİ İLE İMGE BÖLÜTLEME

Elektronik Mühendisi Mevlüt TOPALOĞLU

156108

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde

“Elektronik Yüksek Mühendisi”

Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 05.01.2004

Tezin Savunma Tarihi : 30.01.2004

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Ali GANGAL

Jüri Üyesi : Yrd. Doç. Dr. Temel KAYIKÇIOĞLU

Jüri Üyesi : Yrd. Doç. Dr. Murat EKİNCİ

Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Yusuf AYVAZ

Trabzon 2004

ÖNSÖZ

Bu tez, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı, Elektronik Mühendisliği Yüksek Lisans Programı'nda yapılan bir çalışmadır. "Matematiksel Morfoloji ile İmge Bölütleme" konulu çalışmada, matematiksel morfoloji hakkında bilgi verilmiş, imge işlemede sıkça kullanılan filtreler ve matematiksel morfolojide imge bölütleme amacıyla kullanılan watershed dönüşümü ayrıntılı bir şekilde anlatılmıştır.

Yüksek lisans tezi danışmanlığımı üstlenerek, gerek konu seçimi ve gerekse çalışmaların yürütülmesi sırasında yardımlarını esirgemeyen değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Ali GANGAL'a , yerinde yardımları için KTÜ Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü öğretim üyeleri ve personeline teşekkür etmeyi bir borç bilirim.

Mevlüt TOPALOĞLU

Trabzon, 2004

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ	II
İÇİNDEKİLER.....	III
ÖZET.....	V
SUMMARY.....	VI
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	VII
TABLolar DİZİNİ	X
SEMBOLLER DİZİNİ.....	XI
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1. Matematiksel Morfolojiye Giriş	1
1.2. İkili Morfoloji.....	2
1.2.1. İkili Genleşme (Dilation)	4
1.2.2. İkili Aşınma (Erosion)	7
1.2.3. İkili Açma ve Kapama (Opening and Closing)	10
1.2.4. İskala-Yakala Dönüşümü	12
1.3. Gri Ölçek Morfoloji.....	13
1.3.1. Gri Ölçek Genleşme.....	13
1.3.2. Gri Ölçek Aşınma	14
1.3.3. Gri Ölçek Açma ve Kapama	15
1.3.4. Morfolojik Gradyan	16
1.3.5. Top-Hat Dönüşümü	18
1.4. İskelet Oluşturma.....	20
1.4.1. Homotopik Dönüşümler.....	20
1.4.2. İskelet ve En büyük Disk	20
1.4.3. İnceltme, Kalınlaştırma ve Homotopik İskelet.....	22
1.4.3.1. L Yapı Elementiyle Ardışıl İnceltme.....	23
1.4.3.2. E Yapı Elementiyle Ardışıl İnceltme.....	24
1.5. Jeodezik Dönüşümler.....	25
1.6. Morfolojik Yeniden Oluşturma	27

1.6.1.	İkili Yeniden Oluşturma.....	28
1.6.2.	Gri-Ölçek Yeniden Oluşturma	29
2.	YAPILAN ÇALIŞMALAR	31
2.1.	Matematiksel Morfoloji ile İmge Bölütlemeye Giriş	31
2.1.1.	Watershed Dönüşümüyle İmge Bölütleme için Gerekli Tanımlar	31
2.1.1.1.	Uzaklık Fonksiyonu	32
2.1.1.2.	Jeodezik Uzaklık ve Jeodezik Etki Alanı.....	32
2.1.1.3.	Bir Fonksiyonun Minimum ve Maksimumu	34
2.1.1.4.	Watershed ve Havza Kavramları	35
2.1.2.	Watershed Dönüşümü	36
2.1.2.1.	Watershed Dönüşümünün Suyu Batırma Yoluyla Algoritmik Tanımı.....	37
2.1.2.2.	Watershed Dönüşümü Algoritmaları	41
2.1.2.2.1.	Vincent ve Soille Algoritması	42
2.1.2.2.2.	Vincent ve Soille Algoritmasının Avantajları	47
2.1.3.	Aşırı Bölütleme Problemi	48
2.1.4.	Watershed Dönüşümü ile İmge Bölütleme Uygulamaları	49
3.	BULGULAR VE TARTIŞMA.....	54
4.	SONUÇLAR	59
5.	ÖNERİLER	60
6.	KAYNAKLAR.....	61
	ÖZGEÇMİŞ	63

ÖZET

Matematiksel morfoloji, imge ve sinyallerin geometrik karakteristiklerini analiz etmek için sistematik bir yaklaşım sunar ve kenar belirleme, imge bölütleme, gürültü bastırma gibi bir çok uygulama için kullanılabilir.

İmge bölütleme, otomatik imge analizinde çok önemli parçalardan biridir ve imgeyi kendisini oluşturan nesnelere yada parçalara ayırır.

Bu çalışmada, matematiksel morfoloji hakkında genel bilgiler verilmiş ve imge işleme alanında sıkça kullanılan morfolojik filtreler incelenmiştir. Matematiksel morfoloji alanında imge bölütlemek için kullanılan watershed dönüşümü anlatılmış ve bazı görüntüler üzerinde başarımı incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel Morfoloji, Watershed Dönüşümü, İmge Bölütleme

SUMMARY

Image Segmentation with Mathematical Morphology

Mathematical morphology provides a systematic approach to analyze the geometric characteristics of signals or images and has been applied widely to many applications such as edge detection, image segmentation, noise suppression and so on.

Image segmentation is one of the most important elements in automated image analysis and it subdivides an image into its consistent objects or parts.

In this study, general information about the mathematical morphology is given and the morphologic filters that is used frequently in image processing is studied. The watershed transform is used for image segmentation in the area of mathematical morphology is studied and its performance was examined for different images.

Key Words: Mathematical Morphology, Watershed Transform, Image Segmentation

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa No

Şekil 1. Morfolojik dönüşümler	2
Şekil 2. Bir A imgesi ve tümleyeni	3
Şekil 3. Tipik yapı elementleri	3
Şekil 4. Öteleme işlemi.....	4
Şekil 5. İkili genişleme işlemi.....	5
Şekil 6. Orijinal görüntü ve 3×3 'lük yapı elementiyle genişleme sonucu.....	5
Şekil 7. Temsilci noktanın yapı elementinin üyesi olmadığı durumda genişleme.....	6
Şekil 8. Disk şeklindeki yapı elementinin, karenin köşelerini yuvarlatması.....	7
Şekil 9. İkili aşınma işlemi	7
Şekil 10. Orijinal görüntü ve 3×3 'lük yapı elementiyle aşınma sonucu.....	8
Şekil 11. Orijinal görüntüden, aşınmaya uğranmış görüntünün çıkarılmasıyla elde edilmiş sınırlar	9
Şekil 12. Orijinal görüntü ve 15×15 'lik yapı elementiyle açma işlemi sonucu.....	10
Şekil 13. Orijinal görüntü ve 15×15 'lik yapı elementiyle kapama işlemi sonucu.....	11
Şekil 14. Iskala-yakala dönüşümü	12
Şekil 15. Gri ölçek genişleme işlemi.....	13
Şekil 16. Orijinal imge ve 3×3 'lük yapı elementiyle genişleme işlemi	14
Şekil 17. Gri ölçek aşınma işlemi	14
Şekil 18. Orijinal imge ve 3×3 'lük yapı elementiyle aşınma işlemi	15
Şekil 19. Orijinal imge ve 3×3 'lük yapı elementiyle açma ve kapama işlemi	15
Şekil 20. Orijinal imge ve 3×3 'lük yapı elementiyle açma-kapama ve kapama-açma işlemi	16
Şekil 21. Morfolojik gradyan; orijinal işaret, genişleme, aşınma ve gradyan işlemleri.....	17
Şekil 22. Morfolojik gradyanlar (a) orijinal imge (b) dahili gradyan (c) harici gradyan (d)morfolojik gradyan.....	18
Şekil 23. Top-hat dönüşümü (a)giriş imgesi (b)açma işlemi (c)açık top-hat dönüşümü	19
Şekil 24. İki farklı imge için aynı homotopik ağaç.....	20

Şekil 25. İki yada daha çok çim ateşinin birleştiği noktalar olarak iskelet	21
Şekil 26. Disk ve en büyük diskler.....	21
Şekil 27. Dikdörtgen, dokunan iki disk ve bir halkanın iskeleti.....	22
Şekil 28. L yapı elementiyle beş iterasyon sonundaki ardışıl inceltme sonucu	24
Şekil 29. İskelet oluşturma işleminin homotopik eşdeğeri.....	24
Şekil 30. E yapı elementiyle beş iterasyon sonundaki ardışıl inceltme sonucu	25
Şekil 31. Jeodezik uzaklık	26
Şekil 32. X kümesi içerisindeki bir Y kümesinde, jeodezik genişleme ve jeodezik aşınma işlemleri.....	27
Şekil 33. Orijinal, işaretçi ve yeniden oluşturulmuş imgeler	28
Şekil 34. A orijinal sinyali ve açma işlemi ile elde edilmiş B işaretçi imgesi	29
Şekil 35. Orijinal A imgesi ve yeniden oluşturulmuş $R_g(x, y)$ imgesi	30
Şekil 36. $Dif(x, y)$ fark imgesi	30
Şekil 37. Morfolojik bölütleme için akış tablosu.....	31
Şekil 38. Uzaklık fonksiyonu	32
Şekil 39. Jeodezik uzaklık	33
Şekil 40. Bir Y kümesinin X içerisindeki jeodezik etki alanı.....	33
Şekil 41. Bir fonksiyonun minimum ve maksimumu	35
Şekil 42. Watershed çizgisi ve havza kavramları	35
Şekil 43. Y ve $Y \cap X_{h_{\min}}$ arasındaki üç olası içerme ilişkisi.....	39
Şekil 44. X_h ve $T_{h+1}(f)$ arasındaki özyineleme ilişkisi	40
Şekil 45. Suyu batırma yoluyla watershed dönüşümüne göre; orijinal imge ve algoritmaya dayalı etiketleme adımları.....	40
Şekil 46. Watershed çizgileri kümesine ait olmayan A yayı.....	41
Şekil 47. İstenmeyen kalın watershed çizgileri.....	45
Şekil 48. Basitleştirici kuralların oluşturduğu yanlış watershed çizgileri	45
Şekil 49. Morfolojik bölütleme için genel akış tablosu.....	49
Şekil 50. Bir radyoaktif malzemedeki radon gazı kabarcıkları	50
Şekil 51. Radon gazı kabarcıkları imgesinin morfolojik gradyanı	50
Şekil 52. Giriş ve gradyan imgelerinin topografik yüzey olarak gösterimi	51
Şekil 53. Gradyan imgesinin watershed dönüşümü.....	51

Şekil 54. Elektroforez jel imgesi.....	52
Şekil 55. Elektroforez jel imgesinin gradyanının watershedi.....	52
Şekil 56. Belirlenen M işaretçi kümesi.....	53
Şekil 57. Elektroforez jel imgesinde bölütleme işleminin sonucu.....	53
Şekil 58. Corpus callosum görüntüsü.....	54
Şekil 59. Corpus callosum görüntüsünün gradyanı	54
Şekil 60. Aşırı bölütlenmiş gradyan görüntüsü	55
Şekil 61. Orijinal görüntüden eşikleme yoluyla elde edilmiş ikili görüntü.....	55
Şekil 62. Corpus callosum nesnesinin kesin olarak içerdiği, nesne işaretçisi olarak kullanılan ikili görüntü.....	56
Şekil 63. Nesne işaretçisi ikili görüntünün, orijinal görüntü üzerinde gösterimi	56
Şekil 64. Arka plan işaretçisinin orijinal görüntü üzerinde gösterimi	57
Şekil 65. Watershed dönüşümüyle elde edilen corpus callosum sınırları	57



TABLULAR DİZİNİ

Sayfa No

Tablo1. Watershed algoritmalarının karşılaştırılması	48
--	----



SEMBOLLER DİZİNİ

$B(p,r)$	p merkezli r yarıçaplı disk
$C(M)$	M minimumuna ilişkin havza
$Dif(x,y)$	Orijinal imge ile yeniden oluşturulmuş imgenin farkı
$d(y)$	y noktası için uzaklık fonksiyonu
$d_x(x,y)$	X kümesinde içerilen, x ve y noktaları arasındaki jeodezik uzaklık
E	Euclidean düzlemi
FIFO	First-in-first-out
$g^-(f)$	Dahili gradyan
$g^+(f)$	Harici gradyan
$g(f)$	Morfolojik gradyan
$IZ_x(Y)$	Y kümesinin X içerisindeki jeodezik etki alanı
$M(f)$	f fonksiyonunun minimumlarının kümesi
$R_g(x,y)$	Gri-ölçek yeniden oluşturulmuş imge
$SKIZ_x(Y)$	X içerisinde Y kümesinin etki alanlarının jeodezik iskeleti
$\rho_A(b)$	A maske imgesinin B işaretçi imgesinden yeniden oluşturulmuş hali
\oplus	Genleşme işlemi
\ominus	Aşınma işlemi
\cup	Birleşme işlemi
\subseteq	Alt küme
\cap	Kesişme işlemi
\circ	Açma işlemi
\bullet	Kapama işlemi
\otimes	Iskala-yakala dönüşümü
$\hat{\circ}$	Açık top-hat dönüşümü
$\hat{\bullet}$	Kapalı top-hat dönüşümü
$\hat{\circ}$	İnceltme işlemi
$\hat{\bullet}$	Kalınlaştırma işlemi

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Matematiksel Morfolojiye Giriş

Matematiksel morfoloji, imge analizinin nispeten farklı bir parçası olarak, 1960'lı yıllarda gelişmeye başladı. Genel bilimsel bir bakış açısından, morfoloji sözcüğü, şekil ve biçimlere dayalı çalışma anlamına gelmektedir. İmge işlemede ise morfoloji, imge içinde var olan geometrik yapıları analiz etmek için kullanılan özel bir yöntemin adıdır. Yani morfolojik imge işlemcisi, imgede içeren nesnelerin şekillerini değiştirmeye dayalıdır. Matematiksel morfolojide imgeler, ayrık \mathbb{Z}^2 düzleminde tanımlanan bir noktalar kümesidir [1].

Morfolojik işlemlere dayalı olarak oluşturulabilen morfolojik filtreler, şekil analizinde, standart lineer filtrelere göre daha uygundur. Çünkü standart lineer filtreler, bazen imgenin geometrik yapısında bozulmaya sebep olurlar.

Matematiksel morfoloji, imge işleme alanında, diğer tekniklere göre aşağıda özetlenen avantajlara sahiptir:

- Morfolojik işlemler, önemli geometrik özellikleri muhafaza ederek, imgenin geometrik içeriğini sistematik olarak değiştirmeyi sağlar.
- Temsil etme ve eniyileme için kullanılacak, gelişmiş bir morfolojik cebir vardır.
- Sayısal algoritmaları, basit morfolojik işlemlerin çok küçük bir sınıfına göre ifade etmek mümkündür.
- Etkili hesaplama.

Morfolojik işlemler, orijinal imgeyi, yapı elementi olarak adlandırılan, belirli şekil ve genişlikli bir imgeyle etkileşim sonucu, başka bir imgeye dönüştürür. İmgenin, yapı elementinin şekil ve genişliğine benzer geometrik özellikleri korunur, diğer geometrik özellikler bastırılır. Böylece, morfolojik işlemler, şekil özelliklerini koruyarak ve gereksiz bilgileri yok ederek, imgeyi basitleştirebilir.

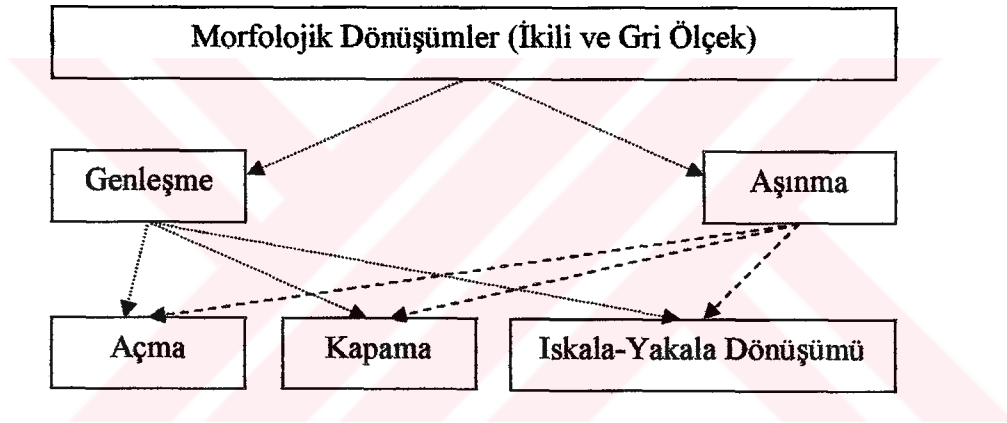
Matematiksel morfolojinin temeli olan ikili morfoloji, küme teorisine dayalıdır. Gri ölçek morfoloji, ikili morfolojinin üç boyutlu uzaya genelleştirilmiş hali olarak kabul

edilebilir. Çünkü gri ölçek bir imge, üç boyutlu düzlemde bir noktalar kümesi olarak kabul edilebilir.

Matematiksel morfoloji imge işleme alanında aşağıdaki amaçlar için kullanılabilir:

- İmge ön işleme (gürültü azaltma, şekil basitleştirme).
- Nesne yapılarını iyileştirme (iskelet oluşturma, inceltme, kalınlaştırma, nesne işaretleme).
- Nesneleri arka plandan ayırma.

Matematiksel morfoloji, mikroskopik imgelerin analizi, endüstriyel denetim, optik karakter tanıma ve doküman analizi gibi uygulamalarda sıkça kullanılır.

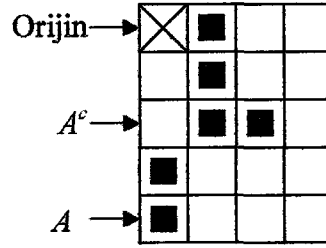


Şekil 1. Morfolojik dönüşümler

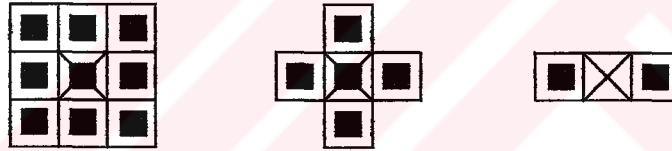
1.2. İkili Morfoloji

İkili bir görüntü, iki boyutlu bir nokta kümesi olarak düşünülebilir. Görüntüdeki nesnelere ait noktalar A kümesini oluşturur ve bu noktalar 1 değerine sahiptir. A^c kümesinin noktaları, değeri 0 olan arka plana karşılıktır. Orijin \times ile ifade edilir ve $(0,0)$ koordinatlarına sahiptir. Her noktanın koordinatları, orijine göre (sıra,sütun) şeklinde yorumlanır. Şekil 2.'de bir A nokta kümesi gösterilmiştir. A nesnesine ait noktalar küçük siyah karelerle gösterilmiştir.

$$A = \{(0,0), (0,1), (1,2), (2,2), (1,3), (1,4)\}$$

Şekil 2. Bir A imgesi ve tümleyeni

Bir ϕ morfolojik dönüşümü, bir imgenin (A nokta kümesi), yapı elementi olarak adlandırılan başka bir B nokta kümesi ile ilişkisi olarak verilir. B yapı elementi, temsilci nokta olarak adlandırılan yerel bir orijine (o) göre ifade edilir. ϕ morfolojik dönüşümünün A imgesine uygulanması, B yapı elementinin bütün görüntü boyunca sistematik olarak taşınacağı anlamına gelmektedir. B , görüntüdeki herhangi bir noktada konumlandırılmış olsun. Görüntüde B yapı elementinin temsilci noktasına karşılık gelen piksel, aktif yada güncel piksel olarak adlandırılır. Bu durumda, A imgesi ve B yapı elementi arasındaki ilişkinin sonucu aktif piksele kaydedilir.



Şekil 3. Tipik yapı elementleri

Küme tümleyeninin varlığından dolayı, bütün morfolojik dönüşümlerin çift olduğu sonucuna varılır. Her $\phi(A)$ morfolojik dönüşümü için, bir $\phi^*(A)$ eşlenik dönüşümü vardır.

$$\phi(A) = [\phi^*(A^c)]^c \quad (1)$$

B yapı elementinin, temsilci noktaya göre simetriği \check{B} ile gösterilir ve B 'nin devriği olarak adlandırılır.

$$\check{B} = \{-b : b \in B\} \quad (2)$$

$$B = \{(1,2), (2,3)\}$$

$$\tilde{B} = \{(-1,-2), (-2,-3)\}$$

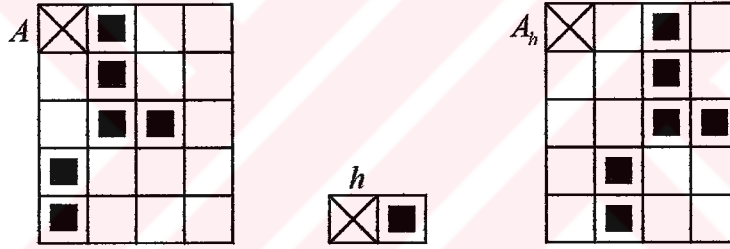
Matematiksel morfoloji, birleşme ve kesişme işlemi gibi basit küme işlemlerinin yanında, büyük ölçüde öteleme işlemine de bağlıdır. A nokta kümesinin, bir h vektörü ile ötelenmesi A_h ile gösterilir ve şu şekilde tanımlanır.

$$A_h = \{d \in E^2 : d = a + h; a \in A\} \quad (3)$$

$$A = \{(0,1), (1,1), (2,1), (2,2), (3,0), (4,0)\}$$

$$h = \{(0,1)\}$$

$$A_h = \{(0,2), (1,2), (2,2), (2,3), (3,1), (4,1)\}$$



Şekil 4. Öteleme işlemi

1.2.1. İkili Genleşme (Dilation)

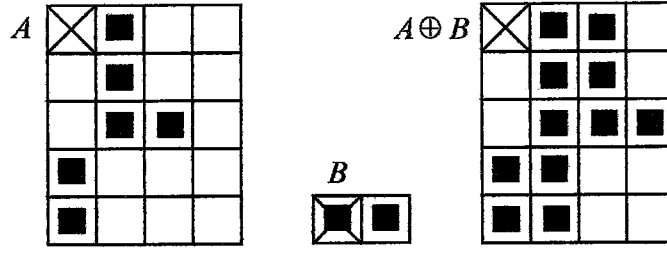
Genleşme, iki temel morfolojik dönüşümden biridir. Genleşme morfolojik dönüşümü, vektörel toplamayı kullanarak iki kümeyi birleştirir. $A \oplus B$, A ve B kümelerinin her birinin eleman çiftlerinin bütün olası vektörel toplamalarının sonucudur.

$$A \oplus B = \{d \in E^2 : d = a + b; \forall a \in A, \forall b \in B\} \quad (4)$$

$$A = \{(0,1), (1,1), (2,1), (2,2), (3,0), (4,0)\}$$

$$B = \{(0,0), (0,1)\}$$

$$A \oplus B = \{(0,1), (1,1), (2,1), (2,2), (3,0), (4,0), (0,2), (1,2), (2,2), (2,3), (3,1), (4,1)\}$$



Şekil 5. İkili genişleme işlemi

Genleşme işlemi, nesne üzerindeki küçük boşlukları ve dar girintileri doldurmak için kullanılır ve nesne genişliğini artırır. 3x3'lük bir yapı elementiyle genişleme işlemi, nesnenin komşuluğundaki bütün arka plan piksellerini değiştirmek olarak açıklanabilir.



Şekil 6. Orijinal görüntü ve 3x3'lük yapı elementiyle genişleme sonucu

Genleşme işlemi, orijinal imgenin, yapı elementiyle tüm ötelenmiş hallerinin birleşimi olarak ifade edilebilir.

$$A \oplus B = \bigcup_{b \in B} A_b \quad (5)$$

Genleşme işlemi, gerçekleşmesini kolaylaştıracak bazı özelliklere sahiptir:

- Değişme Özelliği

$$A \oplus B = B \oplus A \quad (6)$$

- Genleşme işlemi artan bir dönüşümdür.

$$A \subseteq C \rightarrow A \oplus B \subseteq C \oplus B \quad (7)$$

- Birleşme Özelliği

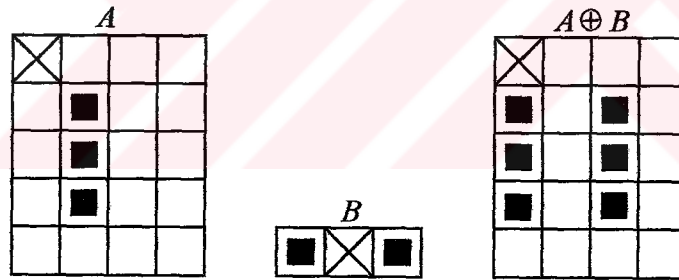
$$A \oplus (B \oplus D) = (A \oplus B) \oplus D \quad (8)$$

- Ötelemede değişmezlik özelliği

$$A_h \oplus B = (A \oplus B)_h \quad (9)$$

Son iki özellik genişleme işlemini gerçekleştirirken, hızı artırmada ötelemenin önemini göstermektedir.

Şekil 7. temsilci noktanın, B yapı elementinin bir üyesi olmadığı durumdaki genişleme sonucunu göstermektedir. Eğer bu yapı elementi kullanılırsa, genişleme sonucu, giriş kümesinden büyük ölçüde farklı olacaktır.



Şekil 7. Temsilci noktanın yapı elementinin üyesi olmadığı durumdaki genişleme

Yapı elementleri kare şeklinde olabileceği gibi disk şeklinde de olabilir ve bu durumda yarıçaplarıyla belirtilirler. Çok geniş yapı elementleri kullanılacağı zaman daha çok disk şeklinde yapı elementleri tercih edilir. Bu durumda konkav sınırlar korunurken, konveks sınırlar yuvarlatılır.



Şekil 8. Disk şeklindeki yapı elementinin, karenin köşelerini yuvarlatması

1.2.2 İkili Aşınma (Erosion)

Aşınma işlemi, küme elemanlarının vektörel farkını kullanarak iki kümeyi birleştirir ve genişleme işleminin çiftidir. Ne aşınma nede genişleme işlemi tersine çevrilebilir dönüşümler değildir.

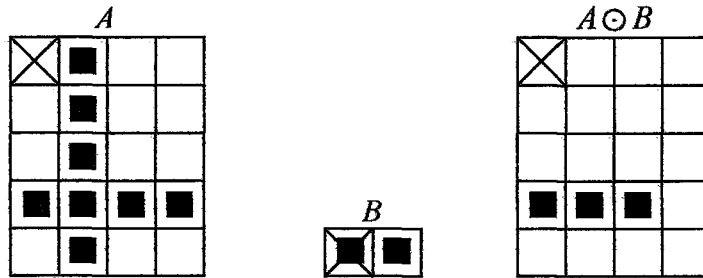
$$A \ominus B = \{d \in E^2 : d + b \in A; \forall b \in B\} \quad (10)$$

Bu formüle göre, A imgesindeki bütün d noktaları test edilir; bütün olası $d + b$ noktaları A imgesinde içeren d noktaları, aşınma işleminin sonucunu oluşturur. Şekil 9.'da aşınma işlemine bir örnek verilmiştir.

$$A = \{(0,1), (1,1), (2,1), (3,0), (3,1), (3,2), (3,3), (4,1)\}$$

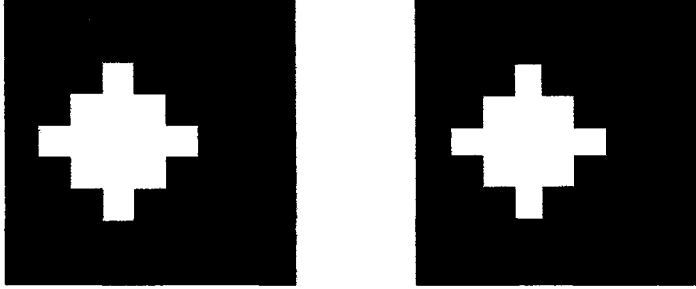
$$B = \{(0,0), (0,1)\}$$

$$A \ominus B = \{(3,0), (3,1), (3,2)\}$$



Şekil 9. İkili aşınma işlemi

Aşınma işlemi, bir nesnenin yapısını basitleştirmek için kullanılır. 3x3'lük bir yapı elementiyle, genişliği bir piksel olan nesnelere yada nesne parçaları ortadan kaldırılır. Böylece karışık nesnelere, daha basit çeşitli nesnelere ayrıştırılır.



Şekil 10. Orijinal görüntü ve 3x3'lük yapı elementiyle aşınma sonucu

Aşınma işleminin, özelliklerini daha iyi açıklayan, başka bir tanımı daha vardır.

$$A \ominus B = \{d \in E^2 : B_d \subseteq A\} \quad (11)$$

B yapı elementi, A imgesi boyunca kayan bir prob olarak düşünülür. Bu durumda, d vektörü ile ötelenen B yapı elementi (B_d), A imgesinde içeriliyorsa, B 'nin temsilci noktasına karşılık gelen nokta, $A \ominus B$ kümesine aittir.

B yapı elementi ile aşınma işlemine tabi tutulan A imgesi, A imgesinin $-b$ vektörü ile bütün kesişimlerinin bir kümesi olarak ifade edilirse, aşınma işleminin gerçekleştirilmesi basitleştirilebilir.

$$A \ominus B = \bigcap_{b \in B} A_{-b} \quad (12)$$

Eğer temsilci nokta yapı elementinin bir üyesiyse, aşınma işlemi yayılmayan bir dönüşümdür. Yani, eğer $(0,0) \in B$ ise $A \ominus B \subseteq A$ olur.

Aşınma işleminin diğer özellikleri şunlardır:

- Aşınma işlemi değişme özelliğine sahip değildir.

$$X \odot B \neq B \odot X \quad (13)$$

- Aşınma işlemi birleşme özelliğine sahip değildir.

$$(A \odot B) \odot D = A \odot (B \oplus D) \quad (14)$$

- Aşınma işlemi de, genişleme işlemi gibi artan bir dönüşümdür.

$$X \subseteq Y \Rightarrow X \odot B \subseteq Y \odot B \quad (15)$$

- Ötelemeye değişmezlik özelliği

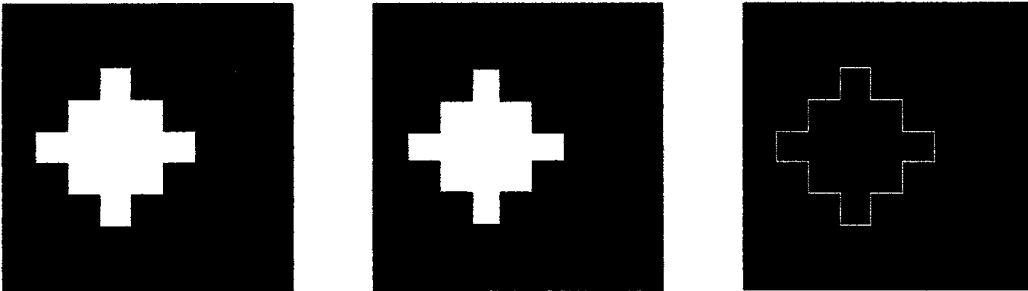
$$A_h \odot B = (A \odot B)_h \quad (16)$$

$$A \odot B_h = (A \odot B)_{-h} \quad (17)$$

Aşınma ve genişleme dönüşümleri çift dönüşümlerdir.

$$(A \odot B)^c = A^c \oplus \check{B} \quad (18)$$

Aşınma işlemi, bir imgedeki nesnelerin sınırlarını belirlemek için kullanılabilir. Örneğin bu, orijinal imgeden aşınmaya tabi tutulmuş görüntünün çıkarılmasıyla başarılabilir.



Şekil 11. Orijinal görüntüden, aşınmaya uğranmış görüntünün çıkarılmasıyla elde edilmiş sınırlar

1.2.3. İkili Açma ve Kapama (Opening and Closing)

Genleşme ve aşınma, tersine çevrilemez dönüşümlerdir. Eğer bir imge önce aşınma, daha sonrada genleşme işlemine tabi tutulursa orijinal imge elde edilemez. Onun yerine, orijinal görüntünün daha basit ve daha az detaylara sahip bir hali elde edilir.

Genleşme ile takip edilen bir aşınma işlemi, önemli bir morfolojik dönüşüm olan açma işlemi oluşturur. B yapı elementi ile bir A imgesinin açma işlemine tabi tutulması $A \circ B$ ile gösterilir.

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B \quad (19)$$

Aşınma işlemi ile takip edilen genleşme ise kapama işlemi olarak adlandırılır. Bir B yapı elementi ile bir A görüntüsünün kapama işlemine tabi tutulması $A \bullet B$ ile gösterilir.

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B \quad (20)$$

İzotropik bir yapı elementi ile açma ve kapama, yapı elementinden daha küçük olan belirli imge ayrıntılarını ortadan kaldırmak için kullanılır. İmgedeki nesnelerin genel şekli bozulmaz. Açma işlemi küçük nesnelere ve bir nesnenin çok ince parçalarını ortadan kaldırırken, ince köprülerle birbirine bağlanmış nesnelere ayırır. Kapama işlemi ise, birbirine yakın olan nesnelere birleştirir, küçük boşlukları ve dar girintileri doldurarak nesne hatlarını yumuşatır.



Şekil 12. Orijinal görüntü ve 15x15'lik yapı elementiyle açma işlemi sonucu



Şekil 13. Orijinal görüntü ve 15x15'lik yapı elementiyle kapama işlemi sonucu

Eğer bir A imgesi, B yapı elementi ile açma işlemi sonucunda değişikliğe uğramıyorsa, B 'ye göre açık olarak adlandırılır. Benzer şekilde, eğer bir A imgesi, B yapı elementi ile kapama işlemi sonucunda değişikliğe uğramıyorsa, B 'ye göre kapalı olarak adlandırılır.

Açma ve kapama işlemleri de, genişleme ve aşınma işlemleri gibi çift dönüşümlerdir.

$$(A \bullet B)^c = A^c \circ \check{B} \quad (21)$$

Hem açma işlemi, hem de kapama işlemi artan dönüşümlerdir. Bununla birlikte açma işlemi genişlemeyen, kapama işlemi ise genişleyen dönüşümlerdir.

$$A \circ B \subseteq A \quad (22)$$

$$A \subseteq A \bullet B \quad (23)$$

Bu dönüşümlerin bir görüntüye tekrar tekrar uygulanması sonucu değiştirmez.

$$A \circ B = (A \circ B) \circ B \quad (24)$$

$$A \bullet B = (A \bullet B) \bullet B \quad (25)$$

1.2.4. Iskala-Yakala Dönüşümü

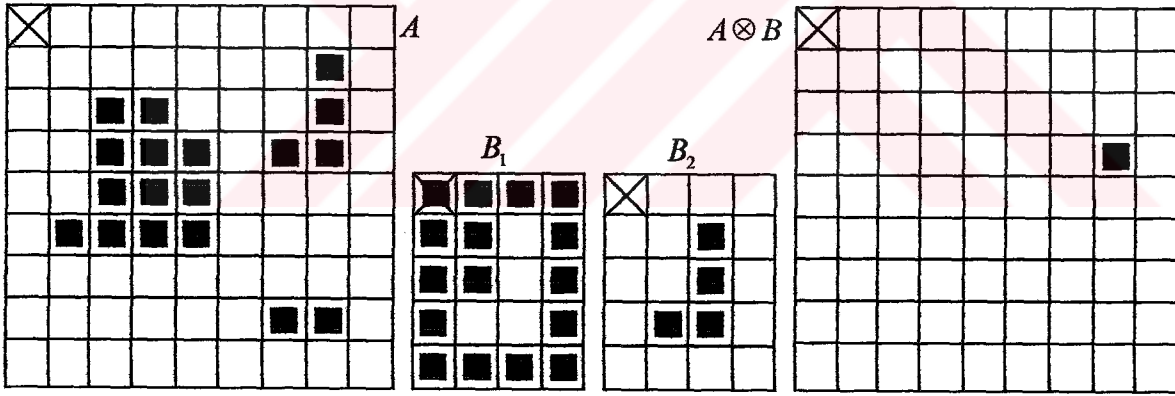
Iskala-yakala dönüşümü, yerel piksel örüntülerini bulmak için kullanılan bir morfolojik dönüşümdür. Burada yerel kelimesi ile, yapı elementinin genişliği anlatılmaktadır. Bu dönüşüm, belirli şekil özelliklerine sahip piksel topluluklarını bulmak

için kullanılan, şablon eşleme işleminin değişik bir versiyonudur. Bu dönüşüm nesnelere inceltme ve kalınlaştırma için kullanılabilir.

Şimdiye kadar tanımlanan işlemlerde bir B yapı elementi kullanıldı ve noktalar A nokta kümesi üyelikleri için test edildi. Aynı şekilde bazı noktalarında A nokta kümesine ait olup olmadıkları test edilebilir. Bileşik yapı elementi olarak adlandırılan bir $B = (B_1, B_2)$ ayrık küme çifti ile yeni bir işlem tanımlanabilir. Iskala-yakala dönüşümü \otimes ile gösterilir ve şu şekilde tanımlanır.

$$A \otimes B = \{a : B_1 \subset A \text{ ve } B_2 \subset A^c\} \quad (26)$$

Sonuç kümesindeki bir a noktası için iki şart eş zamanlı olarak yerine getirilmelidir. Birincisi, temsilci noktası a 'da konumlanmış bileşik yapı elementinin B_1 kısmı, A kümesinde içermelidir. İkincisi, bileşik yapı elementinin B_2 kısmı, A^c kümesinde içermelidir.



Şekil 14. Iskala-yakala dönüşümü

Iskala-yakala dönüşümü, A imgesi ve $B = (B_1, B_2)$ yapı elementi arasında ikili karşılaştırma görevi yapar. Bu dönüşüm, genişleme ve aşımma işlemleri ile ifade edilebilir.

$$A \otimes B = (A \odot B_1) \cap (A^c \odot B_2) = (A \odot B_1) \setminus A \oplus \check{B}_2 \quad (27)$$

1.3. Gri Ölçek Morfoloji

İkili morfolojideki işlemler, “minimum” ve “maksimum” işlemleri kullanılarak, kolaylıkla gri ölçek imgelere genelleştirilebilirler. İkili morfolojideki yapı elementi kavramı, gri ölçek morfolojide yerini komşuluk kavramına bırakır. Minimum ve maksimum işlemleri, her bir piksele, o pikselin belirli bir komşuluğundaki en küçük yada en büyük değeri yükler.

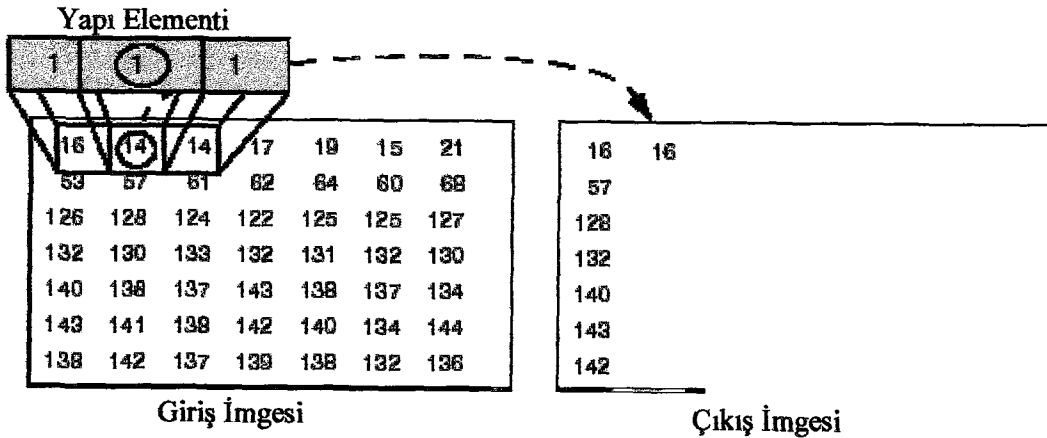
Gri ölçek morfoloji, karşıtlık pekiştirme, doku tanımlama, kenar belirleme gibi uygulama alanlarına sahiptir.

1.3.1. Gri Ölçek Genleşme

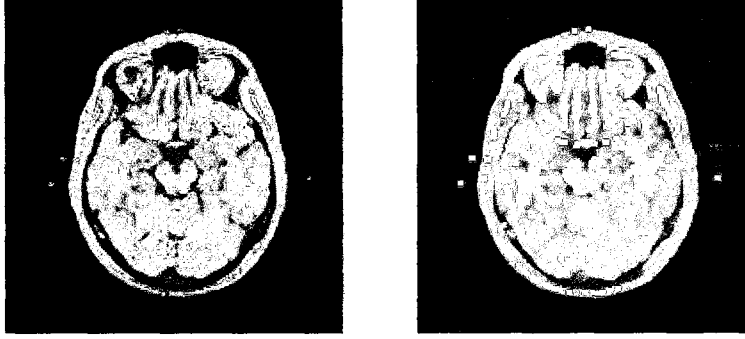
Çıkış imgesindeki her bir piksele, giriş imgesinde o piksele karşılık gelen pikselin belirli bir komşuluğundaki en büyük değerli pikselin değeri verilir. Böylece imge daha aydınlık olur ve karanlık detaylar azaltılır.

Bir A imgesindeki a noktasının, bir B yapı elementi ile genleşme işlemi sonucundaki değeri şu şekilde ifade edilir.

$$(A \oplus B)_a = \max_{b \in B} A(a+b) \quad (23)$$



Şekil 15. Gri ölçek genleşme işlemi



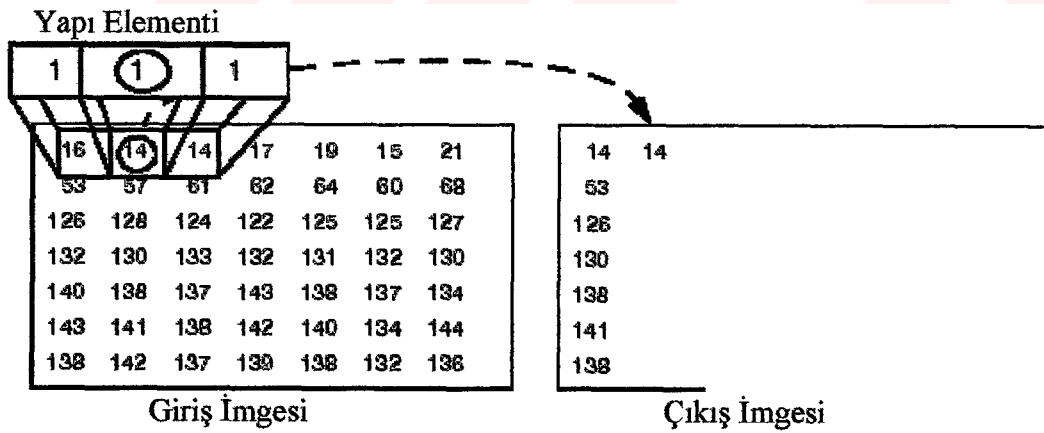
Şekil 16. Orijinal imgeler ve 3x3'lük yapı elementiyle genişleme işlemi

1.3.2. Gri Ölçek Aşınma

Çıkış imgesindeki her bir piksele, giriş imgesinde o piksele karşılık gelen pikselin belirli bir komşuluğundaki en küçük değerli pikselin değeri verilir. İmge üzerinde yaptığı genel etki, aydınlık detayları ortadan kaldırmaktır.

Bir A imgesindeki a noktasının, bir B yapı elementi ile aşınma işlemi sonucundaki değeri şu şekilde ifade edilir.

$$(A \ominus B)_a = \min_{b \in B} A(a+b) \quad (29)$$



Şekil 17. Gri ölçek aşınma işlemi



Şekil 18. Orijinal imge ve 3x3'lük yapı elementiyle aşınma işlemi

1.3.3. Gri Ölçek Açma ve Kapama

Gri ölçek açma ve kapama işlemleri de, ikili morfolojideki ile aynı tanımlara sahiptirler ve aynı özellikleri sağlarlar. Açma işlemi, genişleme ile takip edilen aşınma işlemi, kapama işlemi ise aşınma ile takip edilen genişleme işlemidir.

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B \quad (30)$$

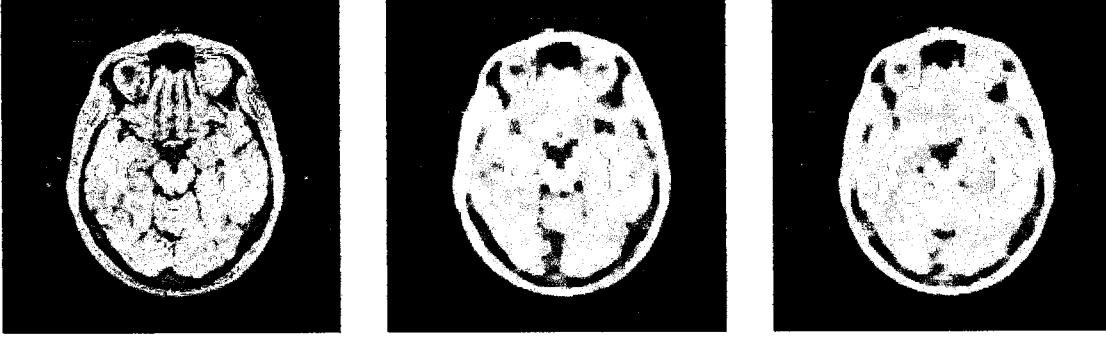
$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B \quad (31)$$

Açma işlemi, yapı elementine uymayan parlak bileşenleri ortadan kaldırarak imgeyi basitleştirir. Kapama işlemi ise, yapı elementine uymayan karanlık bileşenleri ortadan kaldırarak imgeyi basitleştirir.



Şekil 19. Orijinal imge ve 3x3'lük yapı elementiyle açma ve kapama işlemi

Eğer imgedeki hem parlak hem de karanlık bileşenleri ortadan kaldırmak istiyorsak, kapama işleminden sonra açma işlemi (kapama-açma işlemi) yada açma işleminden sonra kapama işlemi (açma-kapama işlemi) kullanılabilir.



Şekil 20. Orijinal imge ve 3x3'lük yapı elementiyle açma-kapama ve kapama-açma işlemi

1.3.4. Morfolojik Gradyan

İmge işlemede, kenarları belirlemek için çeşitli gradyanlar kullanılır. Bu gradyanlardaki temel prensip, hızlı bir parlaklık değişiminin olduğu noktalarda, gradyan değerinin büyük oluşudur. Morfolojik imge işlemede de çeşitli gradyanlar geliştirilmiştir. Fakat burada sadece, bunların bir sınıfı olan, morfolojik gradyandan bahsedilecektir.

Aşınma işlemi ile gradyan, dahili gradyan olarak adlandırılır ve $g^-(f)$ ile gösterilir.

$$g^-(f) = f - (f \ominus B) \quad (32)$$

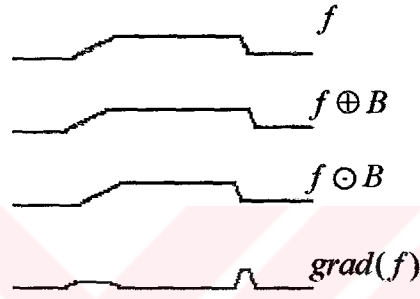
Genleşme işlemi ile gradyan ise, harici gradyan olarak adlandırılır ve $g^+(f)$ ile gösterilir.

$$g^+(f) = (f \oplus B) - f \quad (33)$$

Morfolojik gradyan, genleşme ve aşınma işlemleri arasındaki farktır ve $g(f)$ ile gösterilir [2].

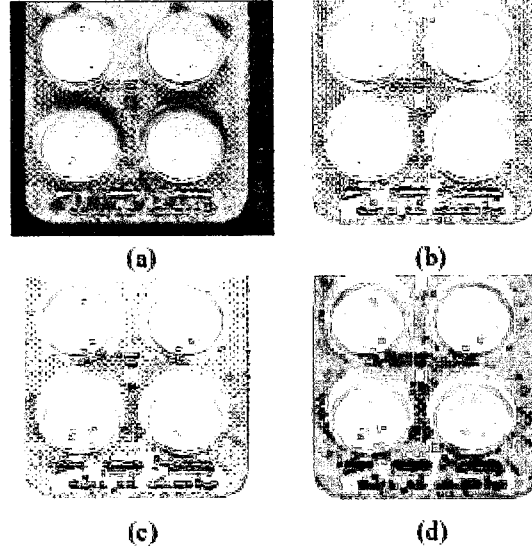
$$g(f) = (f \oplus B) - (f \ominus B) \quad (34)$$

Bu eşitliklerde B , orijinde konumlanmış yapı elementidir. Eşitlikte görüldüğü gibi, gradyan, yapı elementinin şekline ve büyüklüğüne bağlıdır. Gradyanı hesaplamak için genellikle düz yapı elementi hesaplanır. Çünkü düz yapı elementi ile aşınma ve genişleme işlemleri, minimum ve maksimum filtreleri gibi çalışır. Sonuç olarak, her bir noktadaki morfolojik gradyan, o noktanın yapı elementi ile belirlenen komşuluklarındaki maksimum ve minimum değerler arasındaki farkı verir.



Şekil 21. Morfolojik gradyan; orijinal işaret, genişleme, aşınma ve gradyan işlemleri

Morfolojik gradyan, bölütleme işleminde kullanılacak işaretçileri ortaya çıkarmak için kullanılır. Ayrıca gri ölçekli imgelerde kenar belirleme işlemini gerçekleştirmek için, eşikleme ile birlikte kullanılabilir. Eşik değerini belirlemek için gradyan imgesinin histogramı kullanılır ve eşiklenmiş imge kenar imgesi olur.



Şekil 22. Morfolojik gradyanlar: a)orijinal imge b)dahili gradyan c)harici gradyan d)morfolojik gradyan

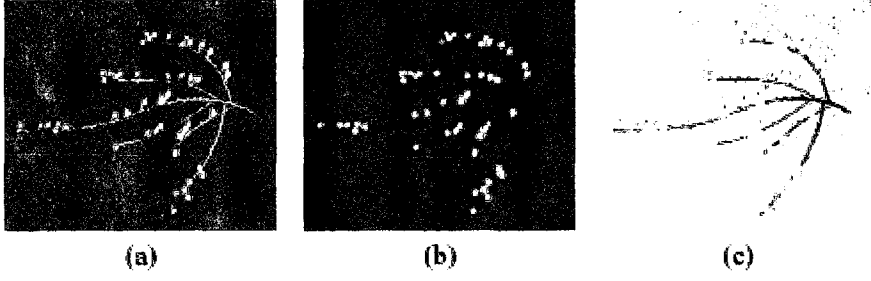
1.3.5. Top-Hat Dönüşümü

Orijinal görüntüden açma işlemine uygulanmış görüntüyü çıkarmak, tanıma işlemlerinde kullanılacak bazı anahtar belirteçler ortaya çıkarabilir. Gri ölçek imgelerde bu yaklaşım, nispeten daha aydınlık bir arka planla çevrelenmiş, küçük karanlık piksel kümelerini yada nispeten daha karanlık bir arka planla çevrelenmiş küçük aydınlık piksel kümelerini bulmakta işe yaramaktadır. Aynı zamanda, az bir gürültüye sahip imgelerde kenar belirleme amacıyla da kullanılabilir.

Yukarıda bahsedilen işlem, açık top-hat dönüşümü olarak bilinir ve şu şekilde tanımlanır.

$$A \hat{\ominus} B = A - (A \circ B) \quad (35)$$

Bu ifadede B , uygun olarak seçilmiş yapı elementidir. Açma işlemi genişlemeyen bir dönüşüm olduğuna göre, açma işleminin sonucunda oluşan imge, orijinal imgenin içerisinde kalır. Yani $A \hat{\ominus} B$, hiçbir zaman negatif olmaz.



Şekil 23. Top-hat dönüşümü a) giriş imgesi b) açma işlemi c) açık top-hat dönüşümü

Şekilde açık top-hat dönüşümünün imgedeki dar yapıları belirlemek için kullanılışı gösterilmektedir. Aynı şekilde, açma işlemiyle de yuvarlak tohumların tespit edilişi gösterilmektedir. Uygun açık top-hat dönüşümü, tohumların bağlandığı yerlerdeki ince dalları da tespit edebilir.

Açık top-hat dönüşümü, eşikleme yapmadan önce, düzgün olmayan parlaklığı düzeltmek için, bir ön adım olarak çok faydalıdır.

Açık top-hat dönüşümünün tümleyeni, kapalı top-hat dönüşümüdür ve şu şekilde tanımlanır.

$$A \blacksquare B = (A \bullet B) - A \quad (36)$$

Kapama işlemi genişleyen bir dönüşüm olduğu için, sonuç yine hiçbir zaman negatif olamaz. Açma ve kapama işlemleri arasındaki çiftelik ilişkisi şu sonucu ortaya çıkarır.

$$A \blacksquare B = (A \bullet B) - A = -A - [(-A) \circ B^*] = -A \hat{\delta} B^* \quad (37)$$

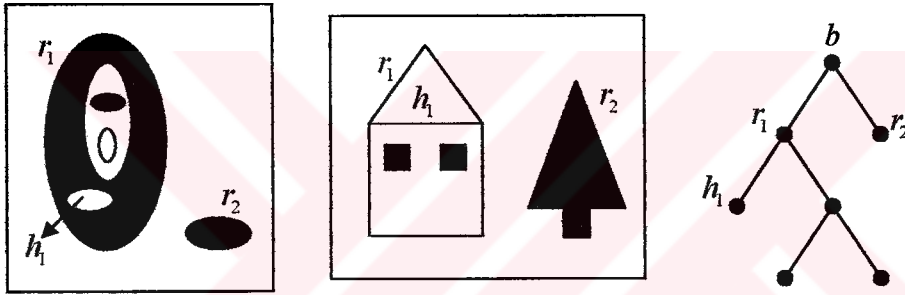
Bir imgedeki tepeleri belirlemek için, açık top-hat dönüşümü uygulanır ve sonuç imgesi, tepe belirteçlerini bulmak için eşiklenir. İmgedeki vadileri belirlemek içinse, kapalı top-hat dönüşümü uygulanır, sonuç imgesi vadi belirteçlerini bulmak için eşiklenir.

1.4. İskelet Oluşturma

1.4.1. Homotopik Dönüşümler

Topolojik özellikler süreklilikle ilgilidir ve matematiksel morfoloji, imge içerisindeki nesnelerin bu tür özelliklerini araştırmak için kullanılabilir. Morfolojik dönüşümler arasında, homotopik dönüşümler olarak adlandırılan ilginç bir grup vardır.

Eğer bir dönüşüm, imgedeki bölgeler ve delikler arasındaki süreklilik ilişkisini değiştirmiyorsa, bu dönüşüm homotopik bir dönüşümdür. Bu ilişki homotopik ağaç ile açıklanır. Bu ağacın kökü imgedeki arka plana karşılıktır. İlk seviye dallar nesnelere (bölgelere), ikinci seviye dallar nesnelerin içerisindeki deliklere karşılıktır.



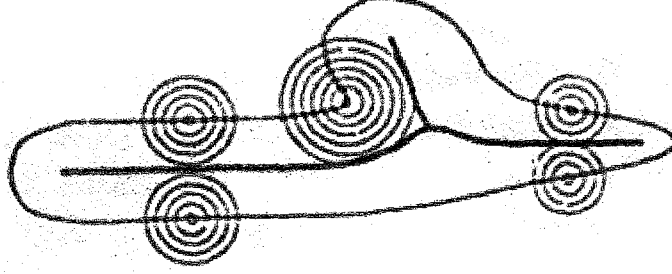
Şekil 24. İki farklı imge için aynı homotopik ağaç

Şekil 24.'de iki farklı imge ve bu imgelerin homotopik ağaçları gösterilmiştir. Sol taraftaki imgede bazı biyolojik hücreler, ortadaki imgede ise bir ev ve bir ladin ağacı görülmektedir. Her iki imge de aynı homotopik ağaca sahiptir. Homotopik ağacın kökü b , arka plana karşılıktır, r_1 daha evin ana hatlarına, r_2 ise ağaca karşılıktır. h_1 düğümü, r_1 hücresindeki boşluğa karşılık gelmektedir. Homotopik dönüşümler, bu homotopik ağacı değiştirmeyen dönüşümlerdir.

1.4.2. İskelet ve En Büyük Disk

Bazen bir nesneyi, iskelet olarak adlandırılan bir numune çubuk şekline dönüştürmek avantajlı olmaktadır. İskelet kavramı Blum tarafından, orta eksen dönüşümü adıyla ortaya konmuştur ve aşağıdaki "çim ateşi" senaryosu ile açıklanmıştır [3]. Bir X bölgesi ele

alınsın. Bir çim ateşi, bütün bölge sınırlarına aynı anda tutuşturulsun ve bölge içerisine doğru sabit hızda yayılsın. $S(X)$ iskeleti, iki yada daha fazla ateşin birleştiği noktalar kümesidir.

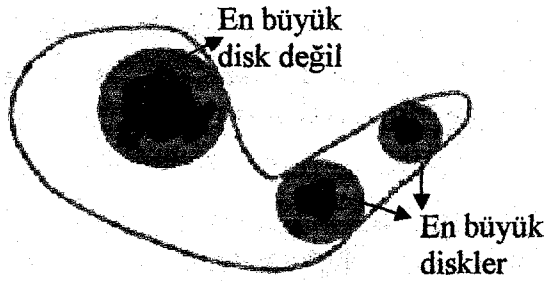


Şekil 25. İki yada daha çok çim ateşinin birleştiği noktalar olarak iskelet

İskeletin bir başka tanımı, en büyük disk kavramına dayalıdır. p merkezli ve r yarıçaplı ($r \geq 0$) bir $B(p, r)$ diski, merkezden r 'ye eşit yada daha küçük d uzaklığındaki noktaların kümesidir.

Eğer X kümesinde içeren ve B 'yi kapsayan daha geniş bir disk yoksa, B diskinin X kümesinde içeren en büyük disk olduğu söylenir.

$$B \subseteq B' \subseteq X \Rightarrow B' = B \quad (38)$$

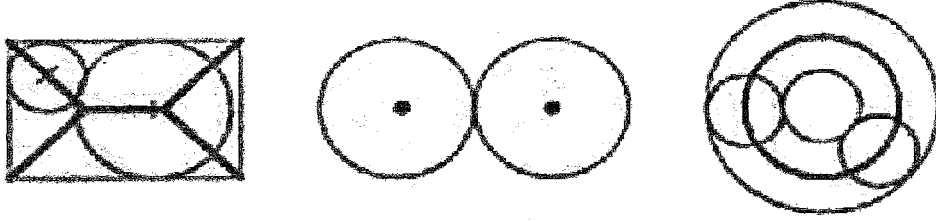


Şekil 26. Disk ve en büyük diskler

Bir $X \subset \mathbb{Z}^2$ kümesinin en büyük disklerle $S(X)$ iskeleti, en büyük disklerin p merkezlerinin kümesidir.

$$S(X) = \{p \in X : \exists r \geq 0, B(p, r) \text{ 'in bir en büyük disk}\} \quad (39)$$

Bu iskelet tanımına göre, bir diskin iskeleti onun merkezine, uçları yuvarlatılmış bir çubuğun iskeleti onun merkezinde birim kalınlıklı bir çizgiye eşittir. Şekil 27.'de çeşitli nesnelere ve onların iskeletleri gösterilmiştir.



Şekil 27. Dikdörtgen, dokunan iki disk ve bir halkanın iskeleti

En büyük disklerle iskelet oluşturmanın, pratik uygulamalarda iki olumsuz özelliği vardır. Birincisi, bu yöntemde orijinal kümenin homotopisi (bağlanırlık) korunmayabilir. İkincisi, iskelet çizgilerinin bazısı ayrık düzlemde bir pikselden daha geniş olabilir. İskelet oluşturma yerine sık sık, bu iki özelliğe sahip olmayan sıralı homotopik inceltme kullanılır.

1.4.3. İnceltme, Kalınlaştırma ve Homotopik İskelet

İskala-yakala dönüşümünün bir uygulaması, nokta kümelerinin inceltilmesi ve kalınlaştırılmasıdır. Bir X imgesi ve bir $B = (B_1, B_2)$ bileşik yapı elementi için inceltme ve kalınlaştırma sırasıyla şu şekilde tanımlanır.

$$X \ominus B = X \setminus (X \otimes B) \quad (40)$$

$$X \oplus B = X \cup (X \otimes B) \quad (41)$$

İnceltme işleminde, nesnenin sınırlarının bir kısmı küme fark işlemi kullanılarak nesneden çıkarılır. Kalınlaştırma işleminde ise arka plan sınırlarının bir kısmı nesneye eklenir. İnceltme ve kalınlaştırma işlemleri çift dönüşümlerdir.

$$(X \ominus B)^c = X^c \oplus B \quad (42)$$

İnceltme ve kalınlaştırma dönüşümleri sık sık ardışıl olarak kullanılır. $\{B_{(1)}, B_{(2)}, B_{(3)}, \dots, B_{(n)}\}$, bileşik yapı elementleri dizisi olsun. $B_{(i)} = (B_{i1}, B_{i2})$

Ardışıl inceltme ve kalınlaştırma, sırasıyla şu şekilde tanımlanır.

$$X \circ \{B_{(i)}\} = (((X \circ B_{(1)}) \circ B_{(2)}) \dots \circ B_{(n)}) \quad (43)$$

$$X \otimes \{B_{(i)}\} = (((X \otimes B_{(1)}) \otimes B_{(2)}) \dots \otimes B_{(n)}) \quad (44)$$

Pratikte faydalı olan çeşitli $\{B_{(i)}\}$ yapı elementi dizileri vardır. Bunların çoğu, bir yapı elementinin uygun sayısal ızgarada olası rotasyonlarıyla elde edilir. Bu diziler, Golay alfabesi olarak da adlandırılır [4]. Burada oktagonel ızgaralar için Golay alfabesinin yapı elementleri gösterilecektir. İlk iki yön için gösterilen 3×3 'lük matrislerden, diğer yönlerdeki matrisler kolaylıkla türetilir.

Bir bileşik yapı elementi sadece tek bir matrisle ifade edilebilir. 1 değeri, bu elemanın B_1 ' e ait olduğunu (bu eleman ıskala-yakala dönüşümünde nesnelere bir alt kümesidir), 0 değeri ise bu elemanın B_2 ' ye ait olduğunu (bu eleman arka planın bir alt kümesidir) ifade eder. * işareti ise karşılaştırma işleminde kullanılmayan bir elemanı temsil eder, yani onun değeri anlamsızdır.

Ardışıl inceltme ve kalınlaştırma işlemleri bir imgeye yakınsar. İhtiyaç duyulan yineleme sayısı, imgedeki nesnelere ve kullanılan yapı elementine bağlıdır. Eğer iki ardışık imge aynıysa, inceltme yada kalınlaştırma işlemi durdurulur.

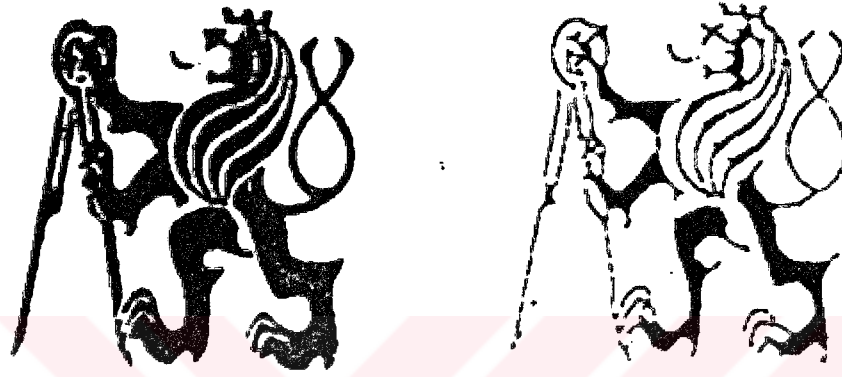
1.4.3.1. L Yapı Elementiyle Ardışıl İnceltme

Bu ardışıl inceltme, iskelet oluşturmanın homotopik eşdeğeri olduğu için oldukça önemlidir. Sonuç inceltirilmiş imge, sadece bir piksel genişlikli çizgiler ve yalıtılmış noktalardan oluşur.

Golay alfabesindeki L yapı elementinin aşağıda iki yönde verilmiştir. Diğer altı yön, rotasyon ile elde edilebilir.

$$L_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ * & 1 & * \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad L_2 = \begin{bmatrix} * & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ * & 1 & * \end{bmatrix} \dots\dots\dots (45)$$

Şekil 28.'de, L yapı elementiyle beş iterasyon sonucundaki inceltme sonucu ve şekil 29.'da iskelet oluşturmanın homotopik eşdeğeri gösterilmektedir.



Şekil 28. L yapı elementiyle beş iterasyon sonundaki ardışıl inceltme sonucu



Şekil 29. İskelet oluşturma işleminin homotopik eşdeğeri

1.4.3.2. E Yapı Elementiyle Ardışıl İnceltme

Nesnenin dış hatlarındaki sivri noktalardan dolayı, L yapı elementiyle elde edilen iskelet genellikle sivri uçludur. E yapı elementiyle ardışıl inceltmeyle, bu iskeleti yumuşatmak mümkündür. n iterasyon kullanılarak, bir genişlikli çizgilerden ve yahtılmış noktalardan bazı noktalar (n ' e bağlı olarak) serbest uçlardan kullanılır. E yapı

elementiyle inceltme işlemi imgedeki değişiklik durana kadar devam ettirilirse, sonuçta sadece kapalı sınırlar kalır.

Golay alfabesindeki L yapı elementinin aşağıda iki yönde verilmiştir. Diğer altı yön, rotasyon ile elde edilebilir.

$$E_1 = \begin{bmatrix} * & 1 & * \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad E_2 = \begin{bmatrix} 0 & * & * \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (46)$$

Şekil 30.'da, şekil 29.'daki iskeletin E yapı elementiyle beş iterasyon sonundaki ardışıl inceltme sonucu gösterilmiştir. Çizgiler serbest uçlarından kısaltılmıştır.



Şekil 30. E yapı elementiyle beş iterasyon sonundaki ardışıl inceltme sonucu

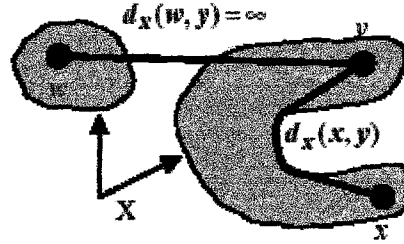
Golay alfabesinde M , D ve C yapı elementleri de vardır.

1.5. Jeodezik Dönüşümler

Jeodezik yöntemler, morfolojik dönüşümleri bir imgenin sadece bazı parçaları üzerinde işlem yapacak şekilde değiştirir. Jeodezik dönüşümlerin bir avantajı, yapı elementinin her pikselde değişebilir olmasıdır.

Morfolojide jeodezik dönüşümlerin temel kavramı, jeodezik uzaklıktır. İki nokta arasındaki yol, bir küme içerisinde sınırlanabilir.

x ve y noktaları arasındaki jeodezik uzaklık $d_x(x, y)$, eğer varsa, X de içeren ve x ile y yi bağlayan en kısa yolun uzunluğu olarak tanımlanır. x ve y noktalarını bağlayan bir yol yoksa, jeodezik uzaklık sonsuzdur.



Şekil 31. Jeodezik uzaklık

Jeodezik disk, bir X kümesi ile sınırlanmış disklerdir. $p \in X$ merkezli ve n yarıçaplı $B_X(p, n)$ jeodezik disk şu şekilde tanımlanır.

$$B_X(p, n) = \{p' \in X, d_x(p, p') \leq n\} \quad (38)$$

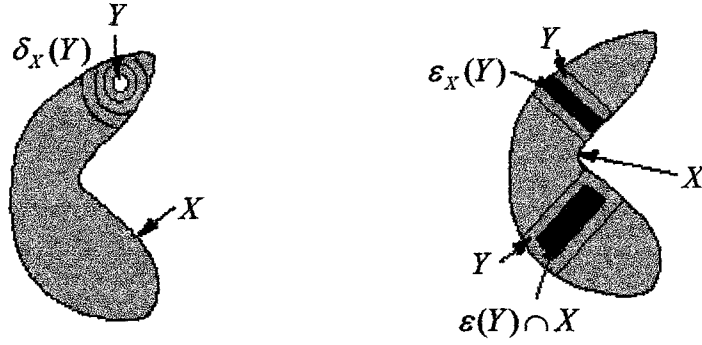
Jeodezik diskin varlığı, imgenin sadece belli alt kümeleri içinde, genişleme ve aşınma işlemlerinin gerçekleştirilmesine izin verir. Böylece, X ' in bir Y alt kümesinde jeodezik genişleme ve jeodezik aşınma işlemleri tanımlanır.

X kümesinde içeren bir Y kümesinde, n genişlikli $\delta_X^{(n)}$ jeodezik genişmesi şu şekilde tanımlanır.

$$\delta_X^{(n)} = \bigcup_{p \in Y} B_X(p, n) = \{p' \in X, \exists p \in Y, d_x(p, p') \leq n\} \quad (39)$$

Benzer şekilde X kümesinde içeren bir Y kümesinde, n genişlikli $\varepsilon_X^{(n)}$ jeodezik aşınma işlemi şu şekilde tanımlanır.

$$\varepsilon_X^{(n)} = \{p \in Y, B_X(p, n) \subseteq Y\} = \{p \in Y, \forall p' \in X \setminus Y, d_x(p, p') > n\} \quad (40)$$



Şekil 32. X kümesi içerisindeki bir Y kümesinde, jeodezik genişleme ve jeodezik aşınma işlemleri

Bir $Y \subseteq X$ kümesindeki jeodezik işlemin sonucu, daima X kümesinde içerilir. Jeodezik işlemler gerçekleştirilirken, ilk önce basit olması nedeniyle “1” genişlikli işlem gerçekleştirilir. X kümesinde içerilen bir Y kümesinde “1” genişlikli jeodezik genişleme $\delta_X^{(1)}(Y)$, Y ’nin birim genişlikli genişlemesinin, X kümesi ile kesişimine eşittir.

$$\delta_X^{(1)} = (Y \oplus B) \cap X \quad (41)$$

Burada B “1” yarıçaplı disklerdir. Daha geniş jeodezik genişleme işlemleri, birim genişleme işlemlerinin n kez tekrarlanmasından elde edilir.

$$\delta_X^{(n)} = \delta_X^{(1)}(\delta_X^{(1)}[\delta_X^{(1)} \dots \delta_X^{(1)}(Y)]) \quad (42)$$

← n kez →

Jeodezik aşınma işlemi de benzer şekilde gerçekleştirilir.

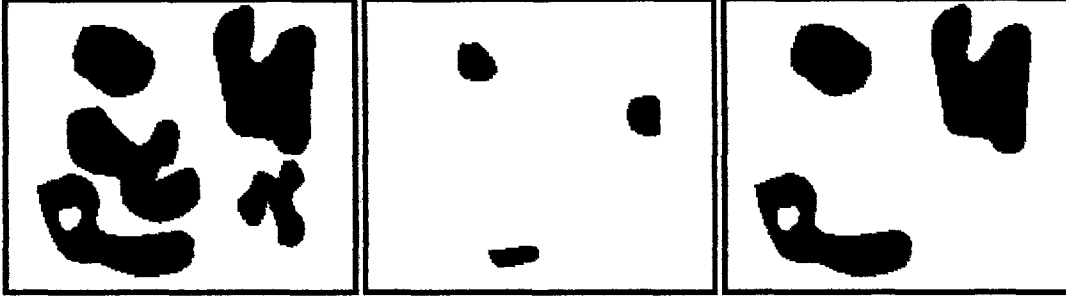
1.6. Morfolojik Yeniden Oluşturma

Yeniden oluşturma ile morfolojik filtreleme sınırları korurken, imgeyi basitleştirme özelliğine sahiptir. Bu özelliği sayesinde, gürültü azaltma ve imge bölütlenme gibi bir çok uygulamada fayda sağlamaktadır.

Bu uygulamalar için kullanılan en önemli iki filtre, yeniden oluşturma ile açma ve yeniden oluşturma ile kapamadır.

1.6.1. İkili Yeniden Oluşturma

İkili imgelerde, belirli şekildeki nesnelere, morfolojik yeniden oluşturma ile belirlenebilir. X giriş imgesinin, X_1, \dots, X_n bağlı bileşenlerinden oluştuğu kabul edilsin. Bununla birlikte, sadece bazı bağlı bileşenler Y işaretçi kümesi ile işaretlensin.



Şekil 33. Orijinal, işaretçi ve yeniden oluşturulmuş imgeler

X kümesinde içerilen Y kümesinin ardışıl genişleme işlemine tabi tutulması, Y kümesi ile işaretlenmiş X' in bağlı bileşenlerinin yeniden elde edilmesini sağlar. İşaretçi imgenin genişleme işlemi sonucunda, başlangıçta Y' yi içermeyen X' in bağlı bileşenleriyle kesişmesi mümkün değildir, bu bileşenler ortadan kaldırılır.

Y ile işaretlenmiş X kümesinin bütün bağlı bileşenleri yeniden oluşturulduğunda, jeodezik genişleme işlemi sona erer.

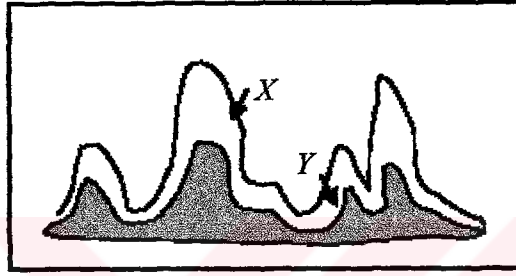
$$\forall n > n_0, \delta_X^{(n)}(Y) = \delta_X^{(n_0)}(Y) \quad (43)$$

Bu işlem “yeniden oluşturma” olarak adlandırılır ve $\rho_X(Y)$ ile gösterilir.

$$\rho_X(Y) = \lim_{n \rightarrow \infty} \delta_X^{(n)}(Y) \quad (44)$$

1.6.2. Gri-Ölçek Yeniden Oluşturma

İkili yeniden oluşturma, gri-ölçek yeniden oluşturmaya genelleştirilebilir. Bu, jeodezinin gri ölçek imgelere açılımını gerektirir. İmgedeki bir pikselin gri düzeyi, bir yüzeyin o konumdaki yüksekliği olarak düşünülebilir. Bu şekilde, imgedeki aydınlık ve karanlık bölgeler, imge tepeleri ve vadilerini oluşturur. İşaretçi imgenin uygun olarak seçilmesiyle, gri-ölçek imgenin vadi ve tepeleri, yeniden oluşturma ile belirlenebilir. Y işaretçi imgesi, X orijinal imgesinden gri ölçek açma işlemi ile elde edilebilir.



Şekil 34. X orijinal sinyali ve açma işlemi ile elde edilmiş Y işaretçi imgesi

Orijinal imgedeki tepeleri ortaya çıkarmak için, Y işaretçi imgesi, B yapı elementi ile ardışıl genişleme işlemine tabi tutulur. İstenilen bölgenin şekli ve genişliği, yapı elementini belirlenmesinde önemli rol oynar. Ayrıca bazen tek bir yapı elementi yeterli olmayabilir. Böyle durumlarda, imgedeki farklı genişlikli nesnelere belirlemek için farklı yapı elementleri kullanılır. Ardışıl genişleme işleminin her adımında, sonuç imgesi, azaltma operatörü kullanılarak orijinal imgeyle karşılaştırılır.

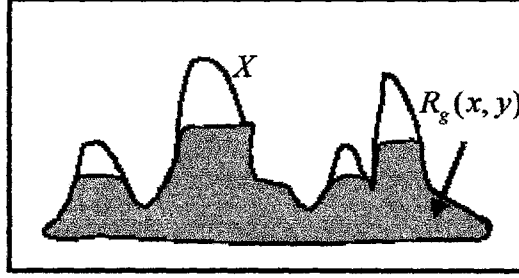
$$Y_{k+1}(x, y) \leftarrow (Y_k(x, y) \oplus B(x, y)) \wedge X(x, y) \quad (45)$$

Bu denklemde k yineleme sayısı, \wedge ise azaltma operatörüdür.

Y imgesindeki değişim durduğunda, yeniden oluşturulmuş imge adı verilen çıkış imgesi elde edilmiş olur ve bu imge $R_g(x, y)$ ile gösterilir.

$$R_g(x, y) = Y_{k+1}(x, y) \quad (46)$$

Yeniden oluşturulmuş imge, tepe noktalarda orijinal imgeden daha karanlıktır.

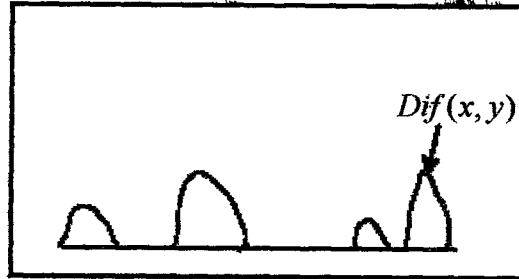


Şekil 35. Orijinal A imgesi ve yeniden oluşturulmuş $R_g(x, y)$ imgesi

Orijinal X imgesinden, yeniden oluşturulmuş $R_g(x, y)$ imgesini piksel piksel çıkarma yoluyla, tepe noktalar belirlenebilir. Gri ölçek yeniden oluşturma işlemi, tepe bölgeleri dışında kalan bölgelerde çok fazla değişiklik yapmaz.

$$Dif(x, y) = X(x, y) - R_g(x, y) \quad (47)$$

$Dif(x, y)$ fark imgesi sadece istenen bölgeleri elde etmek için eşiklenebilir.

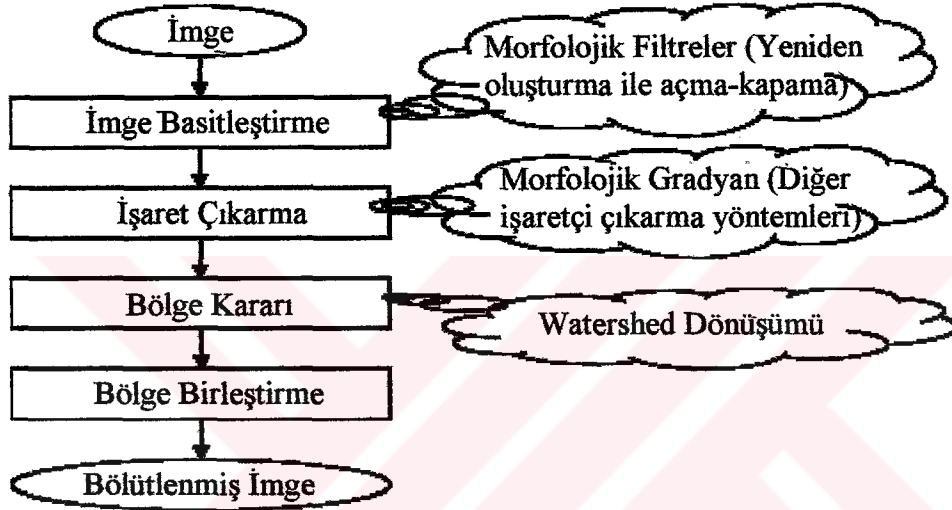


Şekil 36. $Dif(x, y)$ fark imgesi

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

2.1. Matematiksel Morfoloji ile İmge Bölütlemeye Giriş

Matematiksel morfoloji alanında imge bölütleme için parametrik olmayan bir yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntemde sınırlar, topografik bir yüzey olarak düşünülen parlaklık fonksiyonunun veya onun gradyanının watershedleri olarak tanımlanır.



Şekil 37. Morfolojik bölütleme için akış tablosu

2.1.1. Watershed Dönüşümüyle İmge Bölütleme için Gerekli Tanımlar

Gri ölçekli bir imge, $f: \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}$ fonksiyonu ile temsil edilebilir. $f(x)$, imgenin x noktasındaki gri düzey değeridir.

f fonksiyonu için h seviyesinde iki eşik kümesi tanımlanır.

$$Z_h(f) = \{x \in \mathbb{Z}^2 : f(x) \geq h\} \quad (48)$$

$$T_h(f) = \{x \in \mathbb{Z}^2 : f(x) \leq h\} \quad (49)$$

$$Z_h(f) = T_{h+1}^c(f) \quad (50)$$

2.1.1.1. Uzaklık Fonksiyonu

İkili bir imgede, uzaklık fonksiyonu, her bir nesnenin en yakın arka plana olan uzaklığı olarak tanımlanır ve sonuç gri-ölçek bir imgedir. Y , \mathbb{Z}^2 'nin bir alt kümesi olsun. Y 'ye ait her bir y noktası için, Y^c kümesine olan uzaklık tanımlanır.

$$\forall y \in Y, d(y) = \text{dist}(y, Y^c) \quad (51)$$

d 'nin i seviyesindeki bir kısmı şu şekilde tanımlanabilir.

$$X_i(d) = \{y : d(y) \geq i\} = Y \odot B_i \quad (52)$$

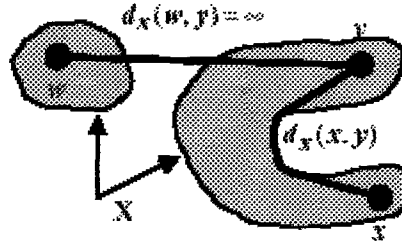
Burada B_i , i yarıçaplı bir disklerdir.



Şekil 38. Uzaklık fonksiyonu

2.1.1.2. Jeodezik Uzaklık ve Jeodezik Etki Alanı

X , \mathbb{Z}^2 içinde tanımlı bir küme olsun ve x ile y , X 'in iki noktası olsun. x ve y arasındaki jeodezik uzaklık $d_x(x, y)$, eğer varsa, X de içerilen ve x ile y yi bağlayan en kısa yolun uzunluğu olarak tanımlanır. İki farklı referans arasındaki jeodezik uzaklık sonsuzdur.



Şekil 39. Jeodezik uzaklık

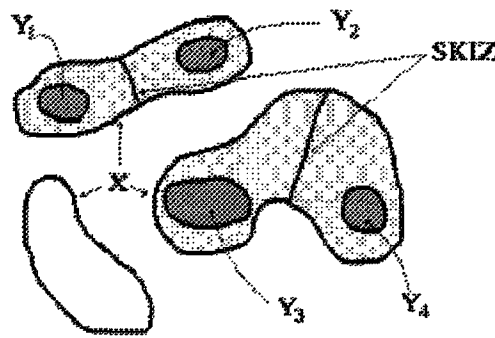
Y , X de içirilen herhangi bir küme olsun. Y 'den sonlu bir jeodezik uzaklıkta bulunan bütün X noktalarının kümesi hesaplanabilir.

$$R_X(Y) = \{x \in X : \exists y \in Y, d_X(x, y) \rightarrow \text{sonlu}\} \quad (53)$$

$R_X(Y)$, Y işaretçi kümesi ile yeniden oluşturulmuş X kümesi olarak adlandırılır.

Y 'nin n adet Y_i bağlı bileşenden oluştuğu düşünülürse, Y_i 'nin jeodezik etki alanı $z_X(Y_i)$, Y_i 'den sonlu jeodezik uzaklıkta bulunan ve Y_i 'ye herhangi bir Y_j 'den daha yakın olan X noktalarının kümesidir.

$$z_X(Y_i) = \{x \in X : d_X(x, Y_i) \rightarrow \text{sonlu}, \text{ve} \forall j \neq i, d_X(x, Y_i) < d_X(x, Y_j)\} \quad (54)$$

Şekil 40. Bir Y kümesinin X içerisindeki jeodezik etki alanı

Farklı etki alanları arasında kalan sınırlar, X içinde Y 'nin etki alanlarının jeodezik iskeletini verir.

$$IZ_x(Y) = \bigcup_i Z_x(Y_i) \quad (55)$$

$$SKIZ_x(Y) = X / IZ_x(Y) \quad (56)$$

2.1.1.3. Bir Fonksiyonun Minimum ve Maksimumu

İmgeden çıkarılabilecek değişik özellikler arasında minimum ve maksimumlar ayrı bir öneme sahiptir.

$\mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}$ kümesine ait bütün $\{x, f(x)\}$ noktalarının kümesi, topografik bir yüzey olarak düşünülebilir. f 'in x noktasında daha aydınlık bir gri düzeye sahip olması, yüzey üzerinde daha yüksek bir $\{x, f(x)\}$ noktasına karşılıktır.

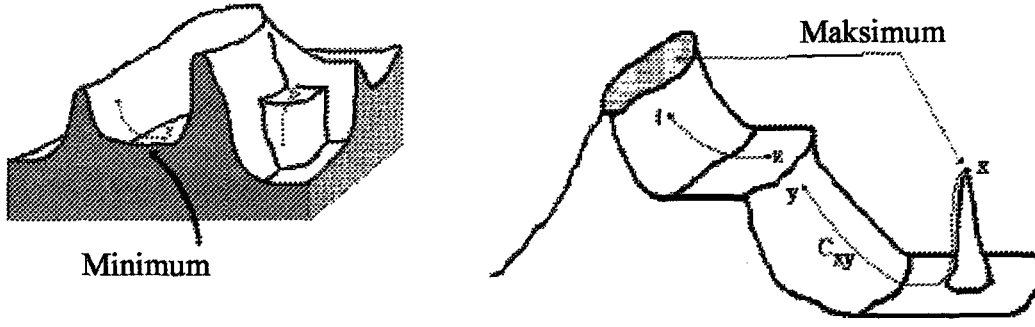
f 'in minimumu bölgesel minimum olarak adlandırılır ve şu şekilde tanımlanır:

S yüzeyi üzerinde iki s_1 ve s_2 noktası ele alınsın. $s_1(x_1, f(x_1))$ ve $s_2(x_2, f(x_2))$ noktaları arasındaki bir yol, S noktalarından oluşmuş bir $\{s_i\}$ dizisi olsun. s_i, s_{i+1} 'e komşudur. Artmayan bir yol şu şekilde tanımlanır:

$$\forall s_i(x_i, f(x_i)), s_j(x_j, f(x_j)) \rightarrow i \geq j \Leftrightarrow f(x_i) \leq f(x_j) \quad (57)$$

Eğer, s den başlayan azalan bir yol yoksa, $s \in S$ noktası bir minimuma aittir demektir. Minimum, topografik yüzeyde bir havza olarak düşünülebilir. f 'in bütün minimumlarının kümesi M , farklı $M_i(f)$ bağlı bileşenlerinden oluşur.

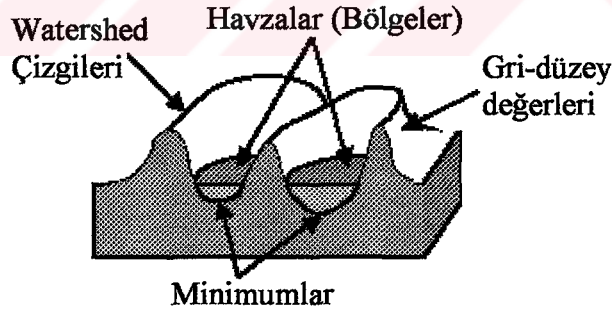
Benzer bir tanım da maksimum için yapılabilir.



Şekil 41. Bir fonksiyonun minimum ve maksimumu

2.1.1.4. Watershed ve Havza Kavramları

Watershedler, topografya alanındaki klasiklerden biridir. Bu kavramı çok iyi açıklayan bir örnek "Great Divide" adı verilen çizgidir. Bu çizgi A.B.D.'ni iki bölgeye ayırır. Bu çizginin bir yanına düşen su damlası Atlantik Okyanusu'na ulaşırken, diğer yanına düşen su damlası ise Pasifik Okyanusu'na ulaşır. Burada "Great Divide" watershed çizgisine karşılıktır. Bu çizginin ayırdığı iki bölge ayrı ayrı Atlantik ve Pasifik okyanuslarının havzalarını oluşturur. İki okyanus ise, bu havzalara ilişkin minimumlardır.



Şekil 42. Watershed çizgisi ve havza kavramları

Watershed ve havza kavramları iki farklı yaklaşıma göre tanımlanabilir.

En dik eğim çizgilerine göre tanım : Bir M minimumu ile ilişkili bir $C(M)$ havzası p pikseller kümesidir, öyleki; p noktasına düşen bir su damlası, belirli bir azalan yolu

takip ederek yüzey boyunca akar ve sonunda M minimumuna ulaşır. Farklı havzaları ayıran çizgiler de watershed çizgileri olarak adlandırılır.

Bu tanımdan havzaların, minimumların etki alanlarına karşılık geldiği anlaşılmaktadır. Bu nedenle, etki alanlarının jeodezik iskeletiyle watershedler arasında yakın bir ilişki vardır.

Suya batırma yoluyla tanım : Alternatif bir yaklaşım, yerel minimumlarından delinmiş olan bir yüzeyin suya batırıldığını hayal etmektir. En düşük yükseklikli minimumdan başlayarak su, adım adım farklı havzalara dolacaktır. İki farklı havzadan gelen suların birleştiği noktalara barajlar inşa edilir. Bu batırma işleminin sonunda her bir minimum, bu minimumla ilişkili havzayı sınırlayacak şekilde tamamen barajlarla çevrilir. Su seviyesi yüzeyin en yüksek tepesine ulaştığı zaman bu işleme son verilir. Sonuç olarak, yüzeyi farklı bölgelere yada havzalara ayıran barajlar watershed çizgileri yada sadece watershedler olarak adlandırılır.

2.1.2. Watershed Dönüşümü

Watershed dönüşümü, matematiksel morfoloji alanında imge bölütleme için kullanılan bir yöntemdir. Gri ölçek matematiksel morfolojide watershed dönüşümü ilk olarak Digabel ve Lantuejoul tarafından ortaya atılmış ve daha sonra Beucher ve Lantuejoul tarafından geliştirilmiştir [5,6].

İmge bölütlemeye iki temel yöntem söz konusudur. Birincisi sınıra dayalı yöntemdir ve yerel değişimleri belirler. İkincisi bölgeye dayalı yöntemdir ve piksel ve bölge benzerliklerini araştırır. Watershed dönüşümü, bölgeye dayalı bölütleme yöntemi olarak kabul edilebilir.

Pratikte watershed dönüşümü orijinal imgeye değil, onun morfolojik gradyanına uygulanır. Çünkü bölütleme işleminde temel kriter, imgede var olan nesnelerin gri düzeylerinin homojenliğidir. Ancak başka kriterler söz konusu olduğu zaman, başka fonksiyonlar kullanılabilir. Özellikle, bölütleme nesnenin şekline bağlı olduğunda uzaklık fonksiyonu oldukça faydalıdır.

Watershed dönüşümünü hesaplamadaki bir zorluk, bu dönüşümün yerel bir kavram olmamasıdır. Bir pikselin, bir havzaya ait olup olmadığına karar vermek tamamen yerel etkenlere bağlı olmayabilir. Ayrıca watershed dönüşümü orijinal haliyle aşırı

bölütlemeye neden olur. Giriş imgesindeki yerel minimumların fazlalığından dolayı bir çok küçük havza üretilir. Bunu önlemek için belirteçler, hiyerarşik watershedler gibi çeşitli yaklaşımlar söz konusudur.

İmge bölütleme amacıyla bu işleme benzetim kurmak için iki farklı yaklaşım kullanılabilir. Birinci yaklaşımda önce havzalar daha sonrada küme tümleyenini kullanarak watershedler tespit edilir. İkinci yaklaşım, tam olarak havzalara bölünmüş imgeyi hesaplar ve ardından sınır belirleme ile watershedleri bulur. Watershed dönüşümü imgenin etiketlenmesi işlemidir. Bir havzaya ait bütün noktalar, diğer havzaların etiketlerinden farklı ortak bir etikete sahiptirler.

2.1.2.1 Watershed Dönüşümünün Suyu Batırma Yoluyla Algoritmik Tanımı

Watershed dönüşümünün suya batırma simülasyonu ile algoritmik bir tanımı, Vincent & Soille tarafından geliştirilmiştir [7]. $f: D \rightarrow N$ sayısal gri düzeyli bir imge olsun. h_{\min} ve h_{\max} sırasıyla f 'in en küçük ve en büyük değerleridir. h_{\min} 'den h_{\max} 'a değişen h gri seviyesi ile bir özyineleme tanımlanır ve f 'in minimumlarıyla ilişkili havzalar ardışıl olarak genişletilir.

Bir M minimumu ile ilişkili havza $C(M)$ ile gösterilsin ve $C_h(M)$ de bu havzanın h 'a eşit yada daha küçük yükseklikteki alt kümesi olsun.

$$C_h(M) = \{p \in C(M), f(p) \leq h\} = C(M) \cap T_h(f) \quad (58)$$

MIN_h ise, h yüksekliğindeki minimuma ait olan noktaların kümesi olsun.

Suya batırma işlemi simule edilirken, suyun ilk ulaştığı noktaların oluşturduğu $T_{h_{\min}}$ kümesinden başlanır. Bu noktalar özyinelemenin başlangıç kümesini oluşturur.

$$X_{h_{\min}} = T_{h_{\min}}(f) \quad (59)$$

$X_{h_{\min}}$, en düşük yükseklikli minimuma ait noktalardan oluşur. f imgesinin $h_{\min} + 1$ seviyesindeki eşik kümesi $T_{h_{\min}+1}(f)$ ele alınsın.

$$X_{h_{\min}} \subseteq T_{h_{\min}+1}(f) \quad (60)$$

$Y, T_{h_{\min}+1}(f)$ ' in bağılı bileşenlerinden biri olsun. Y ve $Y \cap X_{h_{\min}}$ arasında üç olası kapsama ilişkisi söz konusudur.

1. $Y \cap X_{h_{\min}} = \emptyset$: Bu durumda Y yeni bir minimumdur, yani $h_{\min} + 1$ seviyesinde bir düzlüktür.

$$\forall p \in Y, \begin{cases} p \notin X_{h_{\min}} \Rightarrow f(p) \geq h_{\min} + 1 \\ p \in Y \Rightarrow f(p) \leq h_{\min} + 1 \end{cases} \quad (61)$$

Bu şekilde keşfedilmiş olan minimum delinir ve bu minimuma karşılı gelen havza adım adım su ile doldurulur.

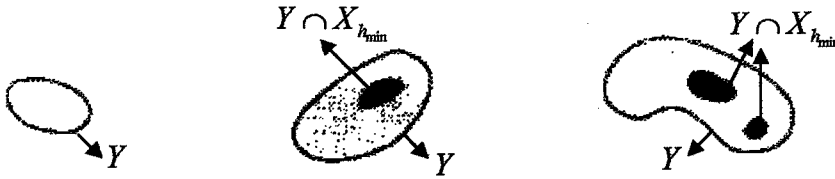
2. $Y \cap X_{h_{\min}} \neq \emptyset$ ve bağlantılı: Bu durumda $Y, Y \cap X_{h_{\min}}$ minimumu ile ilişkili havzaya ait olan ve $h_{\min} + 1$ ' e eşit yada daha düşük gri düzeyli piksellere karşılıktır.

$$Y = C_{h_{\min}+1}(Y \cap X_{h_{\min}}) \quad (62)$$

3. $Y \cap X_{h_{\min}} \neq \emptyset$ ve bağlantısız: Burada Y, f ' in farklı minimumlarını içerir. Bu minimumlar Z_1, Z_2, \dots, Z_k ile gösterilsin ve Z_i bu minimumlardan biri olsun. Burada $C_{h_{\min}+1}(Z_i)$ için en olası seçim, Z_i ' nin Y içerisindeki jeodezik etki alanı ile verilir.

$$C_{h_{\min}+1}(Z_i) = IZ_Y(Z_i) \quad (63)$$

Bu içeme ilişkileri şekil 43. de gösterilmiştir.



Şekil 43. Y ve $Y \cap X_{h_{min}}$ arasındaki üç olası içeme ilişkisi

Bütün olasılıklar tartışıldığına göre, özylenelemenin ikinci adımı şu şekilde verilebilir.

$$X_{h_{min}+1} = MIN_{h_{min}+1} \cup IZ_{T_{h_{min}+1}(f)}(X_{h_{min}}) \quad (64)$$

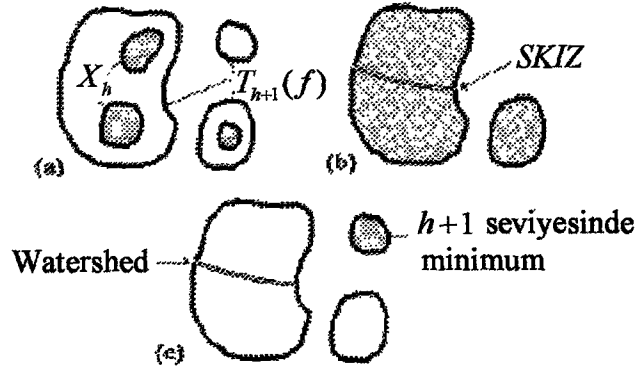
Bu işlem bütün h seviyeleri için tekrarlanır ve sonuç olarak şu tanımlar elde edilir.

Aşağıdaki özyleneleme işleminden sonra elde edilen $X_{h_{max}}$, f imgesinin havzalar kümesidir.

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{h_{min}} = T_{h_{min}}(f) \\ X_{h+1} = MIN_{h+1} \cup IZ_{T_{h+1}(f)}(X_h), \forall h \in [h_{min}, h_{max} - 1] \end{array} \right\} \quad (65)$$

f ' in watershedi $Wshed(f)$, $X_{h_{max}}$ ' in D içerisinde tümleyenidir.

$$Wshed(f) = D \setminus X_{h_{max}} \quad (66)$$



Şekil 44. X_h ve $T_{h+1}(f)$ arasındaki özyineleme ilişkisi

Yukarıdaki (65) özyineleme algoritmasına göre watershed dönüşümüne bir örnek şekil 45.'de verilmiştir. A ve B havzalara, W watershed piksellerine karşılık düşen etiketlerdir. Giriş imgesindeki minimum pikselleri kalın puntoyla gösterilmiştir.

3	2	2	3	2	2	3	2	2	3	B	B	B	B	B
3	1	1	3	1	1	3	W	B	3	B	B	W	B	B
0	1	0	A	1	B	A	W	B	A	W	B	A	W	B
			$h=0$			$h=1$			$h=2$			$h=3$		

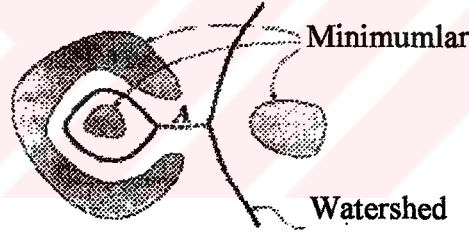
Şekil 45. Suya batırma yoluyla watershed dönüşümüne göre; orijinal imge ve algoritmaya dayalı etiketleme adımları

$h+1$ seviyesindeki herhangi bir havzaya ait olmayan tüm pikseller (X_h ' a ait olanlar hariç, T_{h+1} içindeki tüm pikseller), $h+1$ adımında bir havza etiketi almaya aday piksellerdir. Bundan dolayı bu algoritmik tanım, h işlem seviyesinden sonra henüz bir havzanın parçası olmayan $h' \leq h$ gri düzeyli piksellerin, daha yüksek bir $h+1$ işlem seviyesinde herhangi bir havzayla birleşmelerine olanak sağlar. Bir yineleme aşamasında en az iki en yakın havzaya eşit uzaklıkta bulunan pikseller, geçici olarak watershed pikseli olarak etiketlenirler. Bir sonraki aşamada bu etiket yeniden değişebilir. Watershed pikseli için kesin etiketlendirme ancak bütün seviyeler işlendikten sonra yapılabilir.

2.1.2.2. Watershed Dönüşümü Algoritmaları

Literatürde farklı watershed yaklaşımları vardır. Bu yaklaşımlar özyineli yöntemler, ardışıl yöntemler, arrowing yöntemi ve taşmaya dayalı yöntemler olarak sınıflandırılabilir [8].

Özyineli yöntemler, watershed dönüşümü için geliştirilmiş ilk yöntemlerdir. Beucher ve Lantuejoul [6], suya batırma benzeri bir yöntem geliştirdiler. Bu yöntemde, ikili kalınlaştırma yöntemi kullanılarak, değişmezlik sağlanana kadar, yerel minimumların etki alanları genişletilir. Bu yöntemle hesaplanan watershedler, bazı durumlarda istenmeyen yaylar içerebilir. Bu durum, verilen bir minimumla ilişkili havza bu minimumla aynı homotopiye sahip olmak zorunda değilken, kullanılan kalınlaştırmaların homotopik olmasından kaynaklanır. Şekil 46.' da *A* yayı iki farklı minimumu ayırmadığına göre watershedlerin bir parçası değildir. Ayrıca bu algoritma, her kalınlaştırma adımında piksellerin yeniden taranmasını gerektirdiği için, özelleştirilmemiş mimarilerde yetersiz kalmaktadır.



Şekil 46. Watershed çizgileri kümesine ait olmayan *A* yayı

Yine Beucher' in geliştirdiği özyineli bir yöntemde watershedler, gri-ölçek iskelet oluşturma yolu ile belirlenmektedir [9]. Bu yöntemde, değişmezlik sağlanana kadar, imgede gri-ölçek inceltme işlemi uygulanarak watershedler hesaplanır. Bu algoritmaların her ikisi de çok yavaştır ve tam doğru sonuç üretmezler. Bu yüzden watershed dönüşümü için sık kullanılan yöntemler değildir.

Ardışıl yöntemler, piksellerin önceden tanımlanmış bir sırada taranmasına dayalıdır. Her pikselin yeni değeri, bir sonraki pikselin işlenmesinde hemen hesaba katılır. Friedlander ve Meyer, yatay taramalara dayalı hızlı bir ardışıl algoritma geliştirmişlerdir [10]. Bu algoritma ile, özyineli yöntemlere göre daha hızlı bir şekilde daha doğru sonuçlar

üretir. Bununla birlikte watershed çizgilerinin yerleşimi, imgenin sırt noktalarında olmayabilir.

Arrowing yöntemi, Beucher tarafından geliştirilmiştir ve gri-ölçek imgeyi temsil edecek yönlendirilmiş bir çizgenin oluşturulmasını gerektirir [11]. Bu çizgede her bir piksel bir düğüm ile gösterilir ve bir düğüm kendisinden daha büyük değerli komşu düğümlere bağlanır. Yönlü bağlantılar ok kullanılarak gösterilir. İlk aşamada, ardışık gri-ölçek seviyelerindeki piksellerin jeodezik genişmeleri vasıtasıyla arrowing yerine getirilir. Diğer işlemler, sırt çizgilerinin kalınlığını azaltmak ve bazı düğüm çiftlerini çift bağlantılı yapmak içindir. Algoritmanın ikinci aşamasında, yerel olarak bölme noktalarını temsil edebilecek konfigürasyona sahip, belirli noktalar seçilir. Son olarak, seçili noktalardan başlayan oklar, okların kaldırılması yeni bölme noktaları oluşturmayana kadar, özyineli olarak çizgeden kaldırılır. Bu algoritma oldukça hızlıdır ancak kalın watershed çizgileri üretebilir.

Watershed dönüşümünü gerçekleştirmek için en hızlı ve en doğru sonuçları üreten yöntemler, taşmaya dayalı yöntemlerdir. Taşma işleminin benzetimine dayalı çeşitli algoritmalar vardır. Bu yöntemler, watershed dönüşümü işleminin tanımında, topografik yüzey olarak düşünülen imgenin, yavaşça suya batırılmasını kullanırlar. Yüzeydeki minimum noktalar, suyun içeri girebilmesi için bir deliğe sahiptir. Farklı minimumlardan kaynaklanan suların birleştiği yerlere barajlar inşa edilir ve yüzey tamamen suya batırıldıktan sonra geri kalan barajlar imgenin watershedleri olarak kabul edilir.

2.1.2.2.1. Vincent ve Soille Algoritması

Hesaplamaların daha hızlı olabilmesi için, geliştirilen algoritmaların, bir adımda sadece birkaç pikselin değerinin değiştirileceği gerçeğini hesaba katmaları gerekir. Sadece iki pikselin değerini değiştirmek için bütün imgeyi taramaktansa, algoritma, bu piksellere direk erişimi sağlayacak şekilde dizayn edilmelidir. Bundan dolayı imge pikselleri aşağıdaki iki şartı sağlayan bir dizide saklanır.

1. İmgedeki piksellere rasgele erişim
2. Verilen bir pikselin komşularına direk erişim

Eğer bu iki ön şart yerine getirilirse, oldukça etkili morfolojik algoritmalar dizayn edilebilir.

Vincent ve Soille algoritması suya batırma yoluyla watershed tanımına dayalıdır [12]. Bundan dolayı imgenin ardışık eşikleri düşünölmeli ve bir eşığın, bir sonrakinin içerisindeki jeodezik etki alanı mümkün olduğunca hızlı hesaplanmalıdır. Önerilen algoritma iki adımdan oluşmaktadır. Verilen bir seviyedeki piksellere direk erişimi sağlayabilmek için ilk adım, pikselleri gri düzeyleri artacak şekilde sıralamaktan ibarettir. İkinci adımda jeodezik etki alanlarının hızlı bir hesaplaması, her bir eşik seviyesi için bir breadth-first tarama yapısıyla mümkün olur. Bu özel tarama, first-in-first-out (FIFO) data yapısı gibi bir pikseller kuyruğu kullanılarak gerçekleştirilebilir. Bu ikinci adım da, taşma adımı olarak adlandırılır.

Sayısal gri ölçekli imgelerde watershedleri hesaplamak için kullanılan hızlı ve esnek bir algoritmadır. Varolan diğer algoritmalara göre daha hızlı bir şekilde daha kesin sonuçlar üretir.

1)Sıralama adımı : Varolan çok sayıdaki sıralama yöntemlerinden özellikle bir tanesi bu problem için çok uygundur. Bu yöntem, adres hesaplamalarına dayalı olan bir dağılım algoritmasıdır. Bu yöntem E.J. Isaac ve R.C. Singleton tarafından geliştirilmiştir [13]. Bu yöntem öncelikle imgedeki her bir gri düzeyin frekans dağılımını belirler. Daha sonra birikimli frekans dağılımını hesaplanır. Bu, her bir pikselin, sıralanmış dizide tek bir hücreye atanmasını sağlar.

n imgede bulunan piksellerin sayısı, h_{min} ve h_{max} ise sırasıyla imgedeki en küçük ve en büyük gri düzeyler olsun. Bu sıralama tekniğinin en büyük avantajı, frekans dağılımını belirlemek için $2n$ "bak ve yap" işlemi ve ayrıca birikimli frekans dağılımını belirlemek için $h_{max} - h_{min} - 1$ tane toplama işleminin gerek duymasıdır. Bu sıralama tekniği, frekans dağılımını hesaplamadaki zaman ve bellek gereksiniminin çok düşük olmasından dolayı, bu işlem için en uygun sıralama tekniklerinden biridir. Birikimli frekans dağılımıyla birlikte sıralanmış piksellerin oluşturduğu dizi, verilen bir h seviyesindeki piksellere direk erişim mümkün olur.

2)Taşma İşlemi Adımı : Pikseller sıralandıktan sonra, imgedeki havzalar adım adım taşma işlemine tabi tutulur. Taşma işleminin verilen bir h seviyesine ulaştığı kabul edilsin.

O ana kadar keşfedilmiş her bir havza (h' a eşit yada daha küçük yükseklikli bir minimuma karşılık gelen havza), farklı bir etikete sahip olur. Başlangıçtaki sıralama işlemi sayesinde, $h+1$ yükseklikli piksellere direk olarak erişilir ve onlara özel bir değer (MASK) verilir. Bu pikseller arasında, komşularından biri dolayısıyla zaten etiketlenmiş olan pikseller bir kuyruğa yerleştirilir. Bu kuyruk yapısı sayesinde, etiketlenmiş havzaların, MASK değerine sahip pikseller içerisindeki jeodezik etki alanları hesaplanarak yayılması sağlanır. Bu adımdan sonra sadece $h+1$ seviyesindeki minimumlara ulaşılmaz. Gerçekte onlar, herhangi bir etiketlenmiş havzaya bağlı değildir. Hala MASK değerine sahip olan pikselleri belirlemek ve bu bulunan havzalara yeni bir etiket vermek için $h+1$ seviyesindeki piksellerin ikinci kez taranması gereklidir.

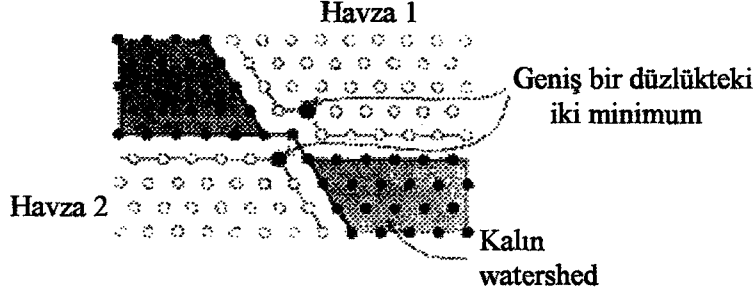
Burada kullanılan kuyruk FIFO veri yapısına sahiptir, kuyruğa ilk yerleştirilen pikseller daha önce işleme konur. Pratikte bir kuyruk, üzerinde aşağıdaki üç işlemin gerçekleştirilebileceği işaretçi dizileridir.

- *fifo_add(p)* : p pikselini kuyruğa yerleştirir.
- *fifo_first()* : Kuyruğun başındaki piksele döner ve bu pikseli kuyruktan kaldırır.
- *fifo_empty()* : Eğer kuyruk boşsa TRUE, değilse FALSE sonucunu üretir.

Bu işlemleri gerçekleştirmek için en uygun seçim dairesel bir kuyruktur. FIFO yapısını temsil eden dizi *ptr_first* ve *ptr_last* adındaki iki indis ile adreslenir. Kuyruğa eklenen her yeni eleman *ptr_last* indisinin gösterdiği adrese yüklenir ve *ptr_last* indisinin değeri bir arttırılır. Dizinin sonuna ulaşıldığında bu indis yeniden dizinin başına döner. Benzer şekilde *ptr_first*, diziden kaldırılacak ilk elemanı gösterir ve her eleman kaldırılışında bu indisin değeri bir arttırılır. Bu indis de aynı şekilde dizinin başına dönebilir. Bellek gereksinimini eniyilemek için dinamik kuyruklar kullanılabilir, ancak bunların kullanımı işlem hızını düşürür.

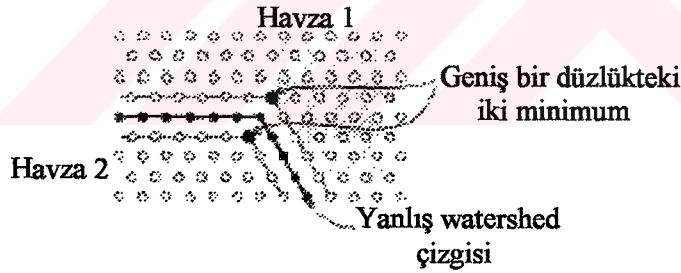
Pikseller kuyruğu kullanmak sadece hesaplamaları hızlandırmakla kalmaz, çoğu algoritmalarda karşılaşılan doğruluk probleminin de çözülmesini sağlar. Örneğin havzaların otomatik olarak etiketlenmesi, şekil 46.'daki gibi tuzaklardan kurtulmayı sağlar. Çok iyi konumlandırılmış watershed çizgileri elde edebilmek için, işlemde içerilen ardışık jeodezik etki alanları iskeleti mümkün olduğunca iyi olmalıdır. Jeodezik SKIZ'ın hesaplanmasında bazı basitleştirici kurallar kullanılması, istenmeyen kalın watershed bölgeleri ortaya çıkarabilir. h yüksekliğindeki havzaların taşma işlemine tabi tutulduğu ve

p 'nin geçerli piksel olduğu kabul edilsin. Basitleştirici bir kural, p 'nin watershed pikseli olması için onun komşuluğunda bir watershed pikseli bulunması gerektiği olabilir. Böyle bir kuralla üretilen kalın watershed bölgesi örneği şekil 47.'de gösterilmiştir.



Şekil 47. İstenmeyen kalın watershed çizgileri

Benzer şekilde, komşuluğunda farklı etiketli iki piksele sahip olan herhangi bir pikselin watershed pikseli olarak kabul edilmesi, şekil 48.'de gösterildiği gibi yanlış watershed çizgilerine neden olur.



Şekil 48. Basitleştirici kuralların oluşturduğu yanlış watershed çizgileri

Bu algoritmada bu tür zorlukların üstesinden gelmek için, breadth-first yayılım sırasında ardışık jeodezik uzaklıkların saklandığı bir yardımcı imge kullanılır. Havzalar içerisinde etiketlerin yayılımı için dikkatlice yazılmış kurallarla birlikte, geniş havzalarda gömülü minimumlar olması durumunda bile, çok iyi konumlandırılmış watershed çizgileri elde edilir.

Her bir minimuma ve ona ilişkin havzaya farklı bir etiket verir. Taşma adımında, h gri düzeyli bütün piksellere önce MASK etiketi verilir. Ondan sonra bu noktalardan, daha önceki adımlarda etiketlenmiş komşulara sahip olanlar bir kuyruğa yerleştirilir ve daha

önce etiketlenmiş havzalar, MASK etiketine sahip pikseller içinde yayılırlar. Eğer bir piksel iki yada daha fazla havzaya komşu ise, o piksel WSHED etiketi ile watershed olarak işaretlenir. Eğer bir piksele sadece aynı etikete sahip noktalardan ulaşılabilirse, o piksele de aynı etiket verilir. Bir adım sonunda hala MASK değerine sahip pikseller h seviyesinde yeni bir minimum oluştururlar ve bu piksellere yeni bir etiket verilir. Algoritmanın gerçekleşme süresi, giriş imgesindeki piksel sayısı ile doğru orantılıdır.

Bu watershed algoritmasının koşma süresi, imgedeki piksel sayısı N ile doğru orantılıdır.

- Sıralama adımında, sıralanmış piksellerden oluşan diziyi elde etmek için imgenin sadece iki kez taranması gerekmektedir. Ayrıca birikimli frekans dağılımını elde etmek için frekans dağılımını temsil eden dizinin de bir kez taranması gerekir.
- Taşma adımında her bir piksel ortalama üç kez taranır. Her bir h eşik seviyesinde, bütün ilgili pikseller başlangıç olarak INIT değeri verilir. Daha sonra onlar, h yüksekliğindeki düzlüklerin breadth-first taranması sırasında ikinci kez ele alınabilir. Son olarak h yüksekliğindeki bütün pikseller, yeni bir minimum olup olmadığını görmek için yeniden taranır.

Yukarıdaki iki adımda koşma süresi imgedeki piksel sayısı N ile doğru orantılıdır. Ayrıca bu süre, pratik olarak imgedeki gri düzey sayısından bağımsızdır. Bu algoritmayla watershedlerin hesaplanması yalnızca birkaç saniye sürmektedir. Daha önceki algoritmalarda bu işlem bir saatten daha uzun süre alabilmektedir.

Bellek gereksinimine göre de bu algoritma daha az sınırlamalara sahiptir. Çünkü;

- Çıkış imgesi im_0 , giriş imgesi im_i ile aynı genişliktedir. İmgedeki havzaların sayısı, pratikte karşılaşılan gri ölçek imgelerde fazla olabileceği için im_0 imgesindeki her bir piksel 2 byte ile temsil edilir.
- Sıralanmış piksellerin oluşturduğu dizi tek boyutludur ve bu dizinin genişliği imgedeki piksellerin sayısı olan N ' e eşittir. Her bir dizi elemanı 4 bayt ile temsil edilir.

- Uzaklık imgesi im_d , giriş imgesi im_i ile aynı genişliktedir. Gerçekte im_d sadece yerel karşılaştırma için kullanılır. Bundan dolayı im_d imgesindeki her piksel 2 bayt ile temsil edilir.
- İşleme konulacak piksellerin saklanacağı kuyruk yeterince geniş olmalıdır. Bu dizinin boyutu dinamik olabileceği gibi, sabit genişlikli bir dizi kullanmak daha etkilidir. Bu dizinin boyutunun $N/4$ olarak belirlenmesi pratik uygulamalarda yeterli görülmektedir.
- Birikimli frekans dağılımını temsil eden dizinin genişliği, imgedeki gri düzey sayısına eşittir. Bu dizinin kullanacağı bellek ihmal edilebilir.

Özetlemek gerekirse, giriş imgesi N pikselden oluşan bir dizi olarak düşünülürse, watershed dönüşümünü hesaplamak için $7,25 \times N$ bayt bellek bölgesi gereklidir.

2.1.2.2.2. Vincent ve Soille Algoritmasının Avantajları

Bu algoritmanın kolay hesaplanması yanında daha bir çok avantajı vardır. En önemlisi, bu algoritma 4, 6 yada 8 bağlanırlıkta aynı derecede iyi sonuçlar vermektedir. Herhangi bir ızgarada gerçekleştirildikten sonra, diğer ızgaralara programı adapte etmek kolaydır. Bunun için verilen bir pikselin komşularının üretilme yolunu değiştirmek yeterlidir. Diğer bahsedilen algoritmaların hiçbiri diğer ızgaralara kolayca adapte edilemezler. İkili kalınlaştırma, gri ölçek inceltme yada ok gösterimine dayalı yöntemlerin diğer ızgaralara adaptasyonu oldukça hantal komşuluk analizleri gerektirir.

Bu algoritmanın ürettiği sonuçlar oldukça iyidir. Havzaların etiketlenmesi, şekil 46.'da gösterilen tuzaklardan kaçınılmasını sağlar. Ayrıca yardımcı uzaklık imgesinin kullanımı, geniş düzlüklerin varlığında bile watershed piksellerinin oldukça iyi konumlandırılmasını sağlar.

Tablo 1.de Vincent ve Soille algoritması ile diğer var olan algoritmaların nitelikleri özetlenmiştir. Burada verilen gerçekleştirme süreleri, 512×512 boyutlu 18 havzadan oluşan bir imge için, SUN Sparc Station 1'de verilmiştir. Hesaplamalar 4 bağlanırlıkta gerçekleştirilmiştir. (* sayısının fazla olması, algoritmanın daha iyi olduğunu göstermektedir).

Tablo 1. Watershed algoritmalarının karşılaştırılması [12].

Algoritma	Koşma zamanı	Çizgilerin kesinliği	Şekil 46. için doğru sonuç	Kalın watershed bölgelerinin belirlenmesi	Diğer ızgaralara adapte edilebilme
Homotopik ikili kalınlaştırma	saatler	**	hayır	hayır	**
Gri ölçek inceltme	saatler	**	hayır	hayır	**
Ardışıl yöntemler	68 sn.	*	evet	hayır	***
Arrowing yöntemi	51 sn	***	evet	hayır	*
Vincent ve Soille algoritması	6.3 sn	****	evet	evet	****

2.1.3. Aşırı-Bölütleme Problemi

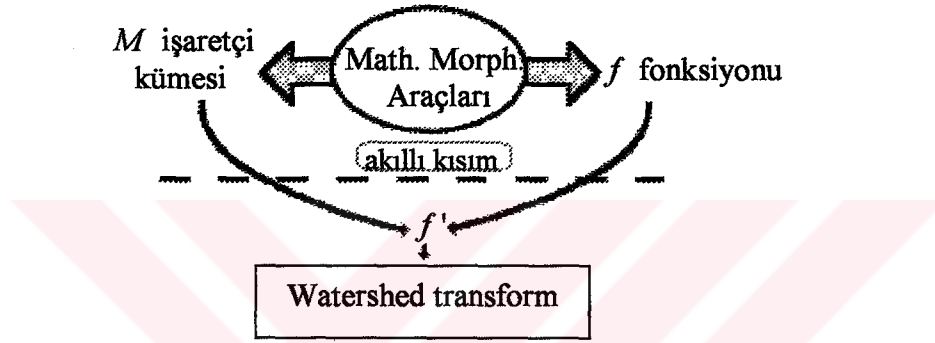
Aşırı bölütleme, watershed dönüşümünün en büyük dezavantajıdır. Aşırı bölütleme, bir imgenin çok fazla bölgeye ayrılması olayıdır. Gürültülü imgelerde bu problem daha fazla ortaya çıkmaktadır.

Aşırı bölütleme problemini ortadan kaldırmanın bir yolu işaretçi kullanmaktır. Bu problemin üstesinden gelebilmek için Meyer ve Beucher tarafından bir yöntem geliştirilmiştir [14]. Bu yöntem işaretçi kontrollü bölütleme olarak adlandırılır.

Bu yöntem şu şekilde gerçekleştirilir. Önce nesnelere işaretlemek için gerekli özellikler tanımlanır ve bunlar nesne işaretçileri olarak adlandırılır. Aynı şey arka plan için de yapılır. Herhangi bir nesneye ait olmadığı kesin olarak bilinen bir imge parçası da işaretlenir ve bunlar da arka plan işaretçileri olarak adlandırılır. Geri kalan bölümler bütün uygulamalar için aynıdır. İşaretçiler arasında kalan ilgilenilen bölümün sınırları muhafaza edilecek şekilde, gradyan imgesi değiştirilir. Daha sonra değiştirilmiş gradyan imgesi üzerinde watershed dönüşümü kullanılarak son sınır belirleme gerçekleştirilir. Son bölüt aşamasında, ne parametreye, ne denetlemeye nede sezgisel anlamaya ihtiyaç yoktur. Sadece belli minimumlar seçilir ve bu minimumlara ait havzalar genişletilir. Bu yöntem anlaması kolay fakat gerçekleşmesi zor bir yöntemdir. Çünkü işaretçi belirleme gibi ilave bilgiler yada işaretçileri el ile belirlemek için uzman bir kullanıcı gerektirir.

2.1.4. Watershed Dönüşümü ile İmge Bölütleme Uygulamaları

Watershed dönüşümüyle imge bölütleme, önce belirlenecek nesnelere işaretlemek için bir M işaretçi kümesi belirlemek ve daha sonra bölütleme kriterini belirten bir f fonksiyonu (örneğin gri düzeydeki değişiklikler) tanımlama aşamalarından oluşur. Bu fonksiyon, M işaretçi kümesindeki minimumlara sahip olan yeni bir f' fonksiyonu üretmek için değiştirilir. f' fonksiyonuna watershed dönüşümü uygulanarak, orijinal imgeyi bölütleme işlemi tamamlanmış olur.



Şekil 49. Morfolojik bölütleme için genel akış tablosu

Morfolojik bölütleme işlemi iki kısma ayrılabilir. f fonksiyonu ve M işaretçi kümesini belirleme amaçlı “akıllı kısım” ve bunu takip eden watershed dönüşümünü içeren kısım.

Bir çok bölütleme problemi, bu genel akış tablosu takip edilerek çözülebilir.

Şimdi imge bölütleme için watershed dönüşümünün kullanılması örneklerle açıklanacaktır. İlk olarak, bir radyoaktif malzemedeki radon gazı kabarcıklarının, ayrı benekler olarak görüldüğü bir imgede bu benekler belirlenecektir.

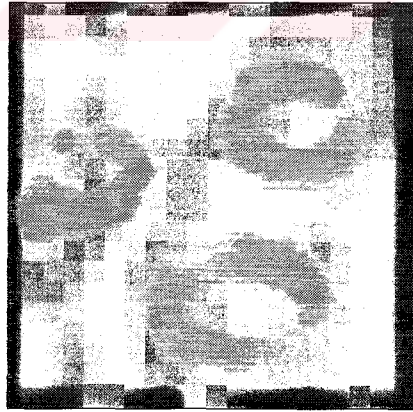


Şekil 50. Bir radyoaktif malzemedeki radon gazı kabarcıkları

Şekildeki benekler, yuvarlak tepeli kubbeler olarak görünmektedir. Her bir kubbe tek bir tepeye sahiptir. Bizim problemimiz en iyi sınırları belirlemektir.

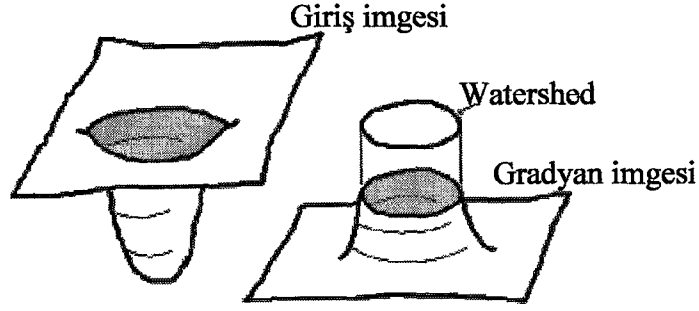
Bu problemi çözmek için eşikleme yapmak yeterli değildir. Çünkü düşük bir eşik değeri seçmek, en küçük kubbenin belirlenmesini sağlar fakat en yüksek kubbenin çok geniş olmasına sebep olur. Aynı şekilde, büyük eşik değeri seçimi de, küçük kubbelerin belirlenememesine yol açar.

Bu problemin çözümünde parlaklık değişimi yerine onun gradyanını kullanabiliriz.



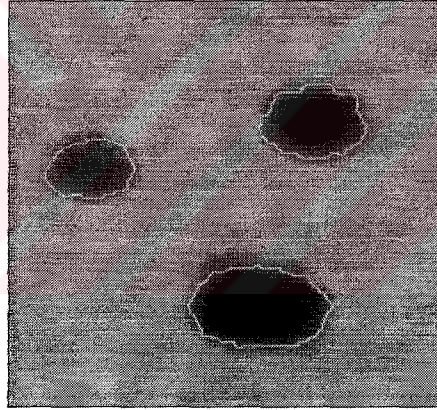
Şekil 51. Radon gazı kabarcıkları imgesinin morfolojik gradyanı

Orijinal imge ve morfolojik gradyanı, topografik yüzey olarak gösterilebilir.



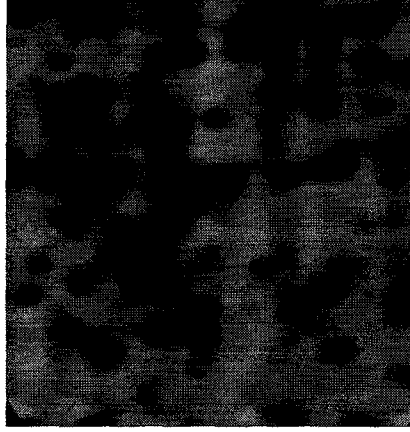
Şekil 52. Giriş ve gradyan imgelerinin topografik yüzey olarak gösterimi

Burada beneklerin sınırları, gradyan imgesinin watershedlerine karşılık düşmektedir. Yeni imgede, orijinal imgedeki her bir benek, sıradağlarla çevrilmiş bir havza görünümündedir. Bu dağların değişen yüksekliği, beneklerin sınırları boyunca var olan parlaklık değişimini ifade eder.



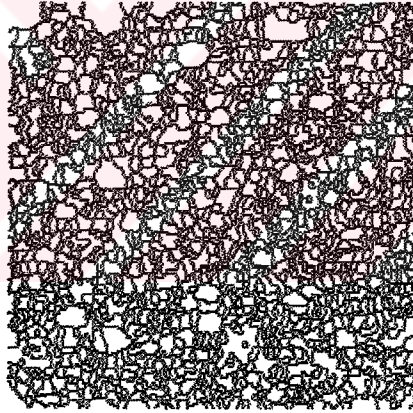
Şekil 53. Gradyan imgesinin watershed dönüşümü

Benzer bir problem olan, bir elektroforez jel içerisindeki proteinlerin sınırlarını belirlemek aynı yöntemle çözülmeye çalışılabilir.



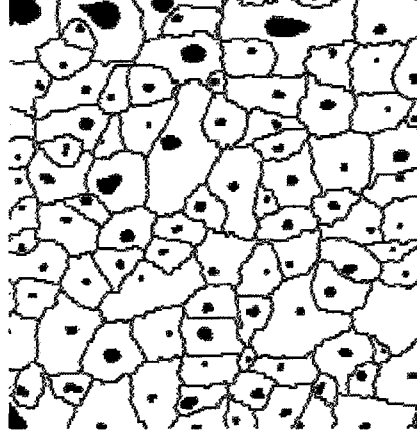
Şekil 54. Elektroforez jel imgesi

Bu imgenin gradyanının watershed dönüşümü, bir çok havza içermektedir ve her havza gradyan imgesinde bir minimuma karşılık gelmektedir. Genellikle gürültü kaynaklı küçük değişimlerle üretilen bu minimumlar, aşırı bölütlemeye neden olmaktadır.



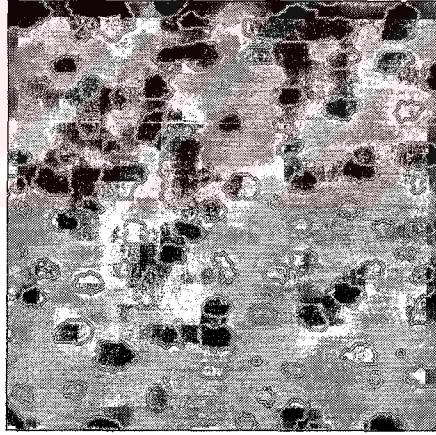
Şekil 55. Elektroforez jel imgesinin gradyanının watershedi

Bu problem, uygun filtreler ile azaltılabilir. Ancak daha iyi bir çözüm, watershed dönüşümü uygulanmadan önce, belirlenmek istenen örnekler işaretlenerek elde edilebilir. Elektroforez jli imgesindeki her bir protein lekesinin işaretlendiği kabul edilsin. Bu işaretleme, imgenin minimumları belirlenerek gerçekleştirilebilir. Aynı zamanda arka plan için de işaretleme gerçekleştirilmelidir. Protein lekelerini çevreleyen bağlantılı bir işaretçi elde etmek için orijinal imgeye watershed dönüşümü uygulanabilir. Bu şekilde bir M işaretçi kümesi elde edilir.



Şekil 56. Belirlenen M işaretçi kümesi

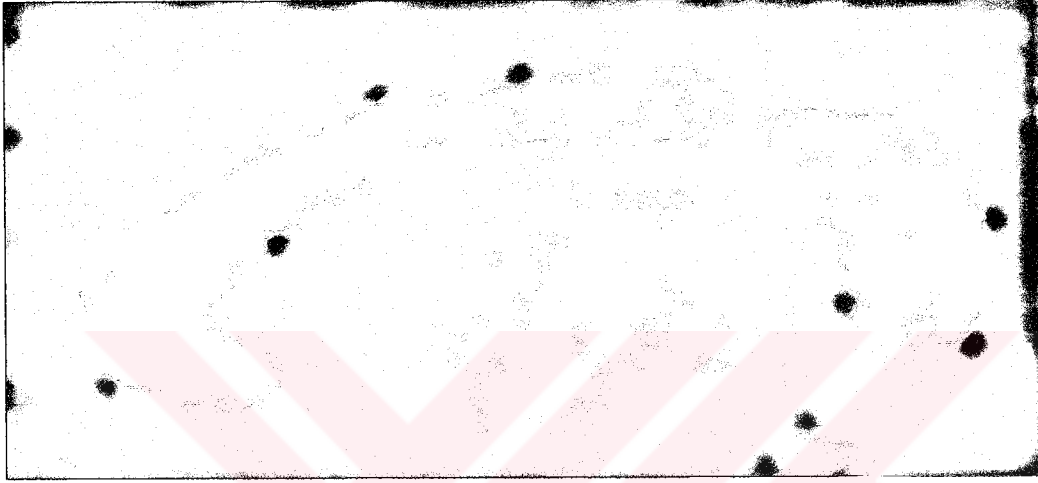
Bu durumda gradyan imgesi bir topografik yüzey olarak düşünülür ve taşma işlemi uygulanır. Ancak taşma işlemi, bu yüzeyin minimumlarından değil, sadece M işaretçi kümesinin bileşenlerinden başlatılır. Böylece taşma işlemi, sadece işaretçi kümedeki işaretçiler kadar havza üretecektir.



Şekil 57. Elektroforez jel imgesinde bölütleme işleminin sonucu

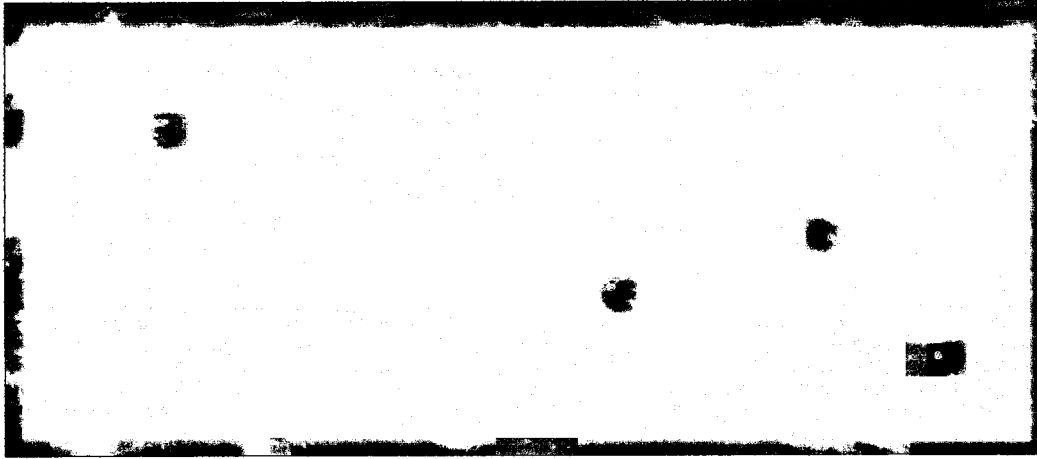
3. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde, beyin görüntülerinde corpus callosum sınırlarının belirlenmesi için bir watershed dönüşümü yaklaşımı kullanılmış ve sonuçlar gri düzey süreksizliğine dayalı sınır belirleme yöntemi sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.



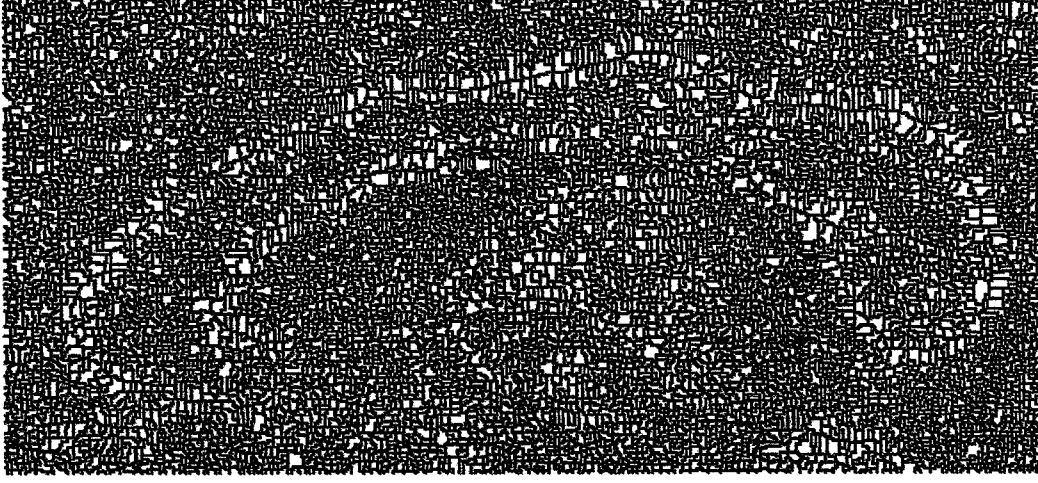
Şekil 58. Corpus callosum görüntüsü

Watershed dönüşümü, gri düzeylerin homojenliğine dayalı olarak bölütleme işlemi yaptığı için, direk olarak orijinal görüntüye değil onun gradyanına uygulanır.



Şekil 59. Corpus callosum görüntüsünün gradyanı

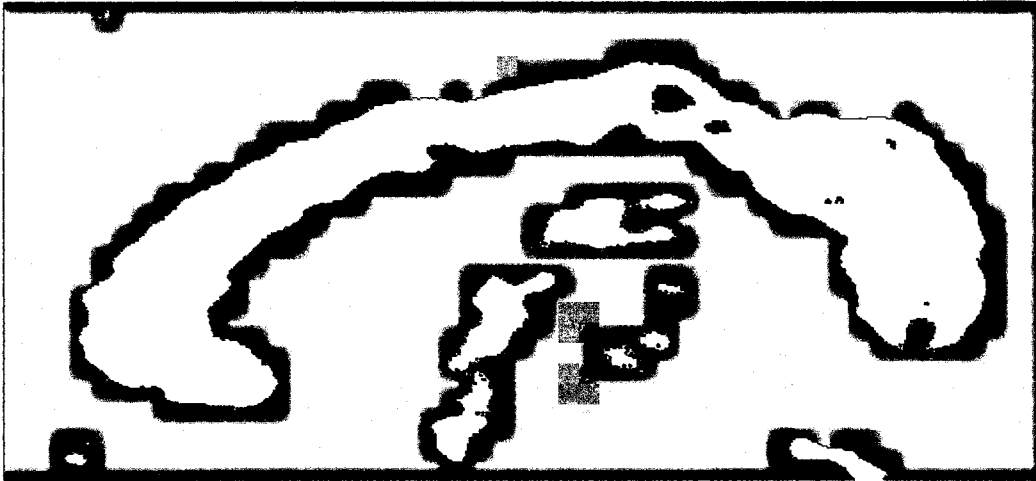
Gradyan imgesi çok sayıda bölgesel minimum içerdiği için, watershed dönüşümü gradyan imgesine uygulandığında çok sayıda havzadan oluşan aşırı bölütlenmiş bir imge ortaya çıkar.



Şekil 60. Aşırı bölütlenmiş gradyan görüntüsü

Aşırı bölütleme problemini ortadan kaldırmanın bir yolu işaretçi kullanmaktır. Burada sınırları belirlenmek istenen nesne corpus callosum olduğuna göre, bu nesneye ait olduğu kesin olan nesne işaretçileri ve bu nesneye ait olmadığı kesin olan arka plan işaretçileri belirlenmelidir.

Nesne işaretçilerini belirlemek için, önce orijinal görüntü uygun eşik değeriyle eşiklenerek ikili bir görüntü elde edilir.



Şekil 61. Orijinal görüntüden eşikleme yoluyla elde edilmiş ikili görüntü

Bu ikili görüntüde corpus callosum dışında kalan kısımlar, uygun morfolojik işlemlerin kullanımıyla ortadan kaldırılabilir. Bu ikili görüntü önce 20 yarıçaplı disk şeklindeki bir yapı elementiyle açma işlemine tabi tutulur ve yapı elementinden küçük olan parçalar ortadan kaldırılır, daha sonra corpus callosum şeklindeki küçük boşluklar yine aynı yapı elementiyle kapama işlemi sonucunda ortadan kaldırılır. Corpus callosum sınırlarına fazla yakın olmasını engellemek içinde son olarak 12 yarıçaplı disk şeklindeki bir yapı elementiyle aşınma işlemine tabi tutulur.



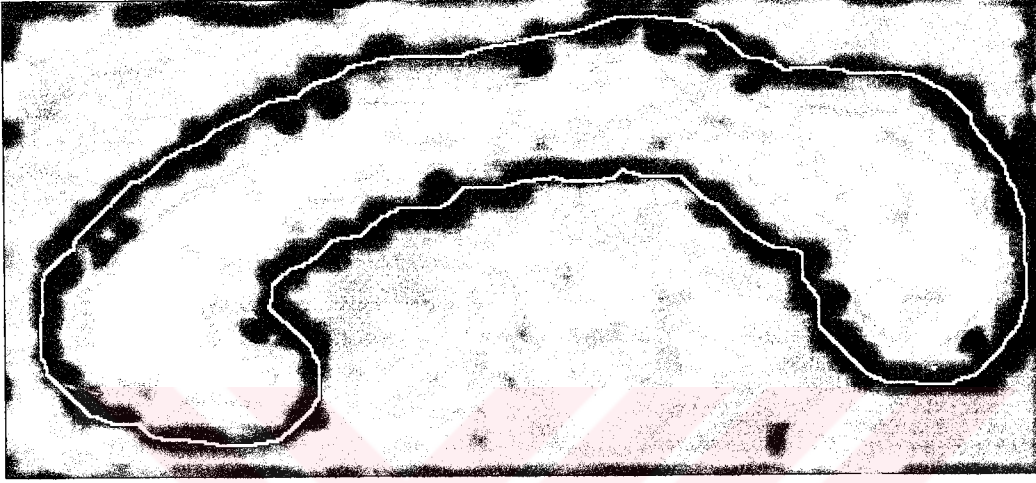
Şekil 62. Corpus callosum nesnesinin kesin olarak içerdiği, nesne işaretçisi olarak kullanılan ikili görüntü

Bu ikili görüntüyü orijinal görüntü üzerinde gösterebiliriz.



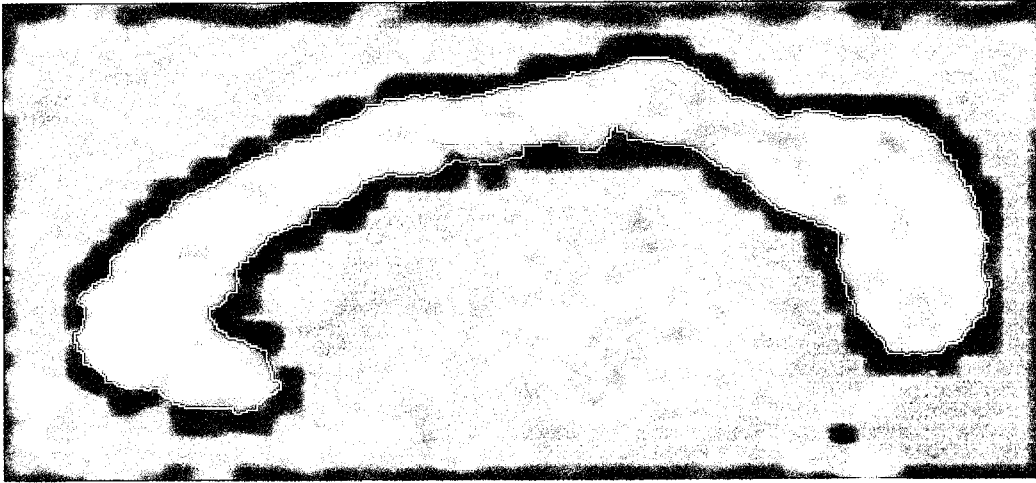
Şekil 63. Nesne işaretçisi ikili görüntünün, orijinal görüntü üzerinde gösterimi

Nesne işaretçileri elde edildikten sonra şimdide arka plan işaretlenmelidir. Bu da , elde edilmiş olan nesne işaretçisinin, 20 yarıçaplı disk şeklindeki yapı elementi ile genişleme işlemine tabi tutulması ve elde edilen görüntünün sınırlarının bulunmasıyla gerçekleştirilir. Bu işlemler sonucunda elde edilen arka plan işaretçisi orijinal görüntü üzerinde şekil 64.'de gösterilmiştir.



Şekil 64. Arka plan işaretçisinin orijinal görüntü üzerinde gösterimi

İşaretçiler belirlendikten sonra, gradyan görüntüsü sadece işaretçilerin bulunduğu bölgelerde bölgesel minimumlara sahip olacak şekilde değiştirilir. Elde edilen görüntüye watershed dönüşümü uygulanır.



Şekil 65. Watershed dönüşümüyle elde edilen corpus callosum sınırları

Şekil 59.'da, en basit kenar belirleme yöntemi olan gradyan hesaplama işleminin sonucu görülmektedir. Bu görüntüde belirlenen sınırların bazı noktalarda süreksiz olduğu görülmektedir. Ayrıca gradyan hesaplama işlemi, gürültüye duyarlıdır. Bu nedenle gürültülü görüntülerde daha kötü sonuçlar elde edilmektedir.

İşaretçilere dayalı watershed dönüşümüyle belirlenen sınırlar ise kapalı bir eğri oluşturmaktadır. İşaretçilerin iyi seçilmesiyle oldukça memnun edici sonuçlar elde edilmektedir.



4. SONUÇLAR

Watershed dönüşümü ve işaretçiler kullanımı ile imge bölütleme çeşitli avantajlara sahiptir.

- Watershed dönüşümü ile elde edilen sınırlar kapalı bir eğri oluşturur.
- Watershed dönüşümü sonucunda elde edilen sınırlar ile, imgede gözle görülen sınırlar arasında memnun edici derecede yakınlık vardır.
- Watershed dönüşümü çoğu uygulamada kullanılabilir genel bir yöntemdir.
- Bu yöntemin önemli bir avantajı, bölütleme işlemini iki adıma ayırmasıdır. İlk önce belirlemek istediğimiz nesneye göre işaretçi seçimi yapılır, daha sonra imge bölütleme için gerekli kriterler tanımlanır.
- Watershed dönüşümünde işaretçi seçme adımı oldukça önemlidir. İşaretçilerin iyi seçilememesi bölütleme işleminin sonucunu olumsuz etkilemektedir.
- Watershed dönüşümünü gerçekleştirmek için en etkili algoritma taşma işlemine dayalı olan Vincent ve Soille algoritmasıdır.

5. ÖNERİLER

- Matematiksel morfolojiyle imge bölütleme, günümüzde oldukça önemli olan medikal görüntülerde sınır belirleme ve nesne tanıma gibi uygulamalarda kullanılan yöntemlere oldukça iyi bir alternatif oluşturabilir.
- Watershed dönüşümünü hesaplamak için kullanılan algoritmalar geliştirilerek daha hızlı ve daha doğru sonuçlar elde edilebilir.



6. KAYNAKLAR

1. Sonka, M., Hlavac, V. ve Boyle, R., Image Processing and Machine Vision, Second Edition, PWS Publishing, London, 1999.
2. Beucher S., Segmentation D'images et Morphologie Mathematique, Doktora Tezi, Paris School of Mines, Fransa, 1990.
3. Blum, H., A Transformation for Extracting New Descriptors of Shape, Proceedings of the Symposium on Models for the Perception of Speech and Visual Form, 1967, Cambridge, MIT Press, 362-380.
4. Golay, M.J.E., Hexagonal ParallelPattern Transformation, IEEE Transactions on Computers, 18, (1969) 733-740.
5. Digabel, H., Lantuejoul, C., Iterative Algorithms, In Actes du Second Symposium Europeen d'Analyse Quantitative des Microstructures en Sciences des Materiaux, 1978, Stuttgart, 85-99.
6. Beucher, S., Lantuejoul, C., Use of Watersheds in Contour Detection, Int. Workshop on Image Processing, Real Time Edge and Motion Detection/Estimation, 1979, Fransa, CCETT/INSA/IRISA, 1-12.
7. Soille, P., Vincent, L., Determining Watersheds in Digital Pictures via Flooding Simulations, Visual Communications and Image Processing, Vol. 1360, (1990)
8. Hagyard, D., Razaz, M. ve Atkin, P., Analysis of Watershed Algorithms for Grayscale Images, Proceedings of the IEEE International Conference on Image Processing, 1996, England, 41-44.
9. Beucher, S., Watersheds of Functions and Picture Segmentation, IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech and Signal Processing, 1982, Paris, 1923-1931.
10. Friedlander, F., Meyer, F., A Sequential Algorithm for Detecting Watersheds on a Gray Level Image, Acta Stereol., 30, (1987) 663-668.
11. Beucher, S., The Watershed Transformation Applied to Image Segmentation, Scanning Microscopy Supplement, 6, (1992) 299-314. (1999) 675-682.
12. Vincent, L., Soille, P., Watersheds in Digital Spaces: An Efficient Algorithm Based on Immersion Simulations, IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell. Vol. 8, (1999) 69-79.
13. Isaac, E.J., Singleton, R.C., Sorting by Adres Calculation, J.ACM, 3, (1956) 169-174.

14. Meyer, F. and Beucher, S., Morphological Segmentation, Journal of Visual Communication and Representation, Vol.1, (1990) 21-46.



ÖZGEÇMİŞ

Mevlüt TOPALOĞLU, 15.07.1980 tarihinde İstanbul'da doğdu. İlk öğrenimini Atatürk İlköğretim Okulu'nda, orta ve lise öğrenimini Trabzon İmam Hatip Lisesi'nde tamamladı. 1996-1997 eğitim öğretim yılında, Karadeniz Teknik Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü'nü kazandı. 2000 yılında bölümünden mezun oldu. Aynı yıl Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı'nda yüksek lisans öğrenimine başladı. Yabancı dil olarak İngilizce bilmektedir.

