

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**NEWTONUMSU-OLMAYAN AKIŞKANLARLA DOLU KAPALI**  
**ORTAMLARDA LAMİNER DOĞAL TAŞINIMIN İNCELENMESİ**

**DOKTORA TEZİ**

**Makina Yük. Müh. Osman TURAN**

**EYLÜL 2013**  
**TRABZON**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**NEWTONUMSU-OLMAYAN AKIŞKANLARLA DOLU KAPALI  
ORTAMLARDA LAMİNER DOĞAL TAŞINIMIN İNCELENMESİ**

**Makina Yük. Müh. Osman TURAN**

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde  
“DOKTOR (MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ)”  
Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 28.06.2013  
Tezin Savunma Tarihi : 19.09.2013**

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Burhan ÇUHADAROĞLU  
İkinci Danışman : Prof. Dr. Nilanjan CHAKRABORTY**

**Trabzon 2013**

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Makina Mühendisliği Anabilim Dalında

Osman TURAN Tarafından Hazırlanan

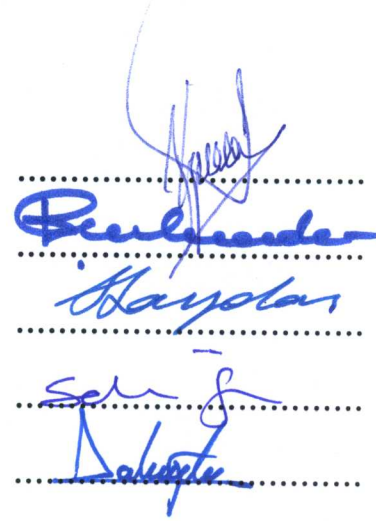
NEWTONUMSU-OLMAYAN AKIŞKANLARLA DOLU KAPALI  
ORTAMLARDA LAMİNER DOĞAL TAŞINIMIN İNCELENMESİ

başlıklı bu çalışma, Enstitü Yönetim Kurulunun 23/07/2013 gün ve 1515 sayılı  
kararıyla oluşturulan jüri tarafından yapılan sınavda

DOKTORA TEZİ  
olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

Başkan Prof. Dr. Sefa AKPINAR  
Üye Prof. Dr. Burhan ÇUHADAROĞLU  
Üye Prof. Dr. Ertan BAYDAR  
Üye Prof. Dr. Selma ERGİN  
Üye Prof. Dr. Alican DALOĞLU

  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

Prof. Dr. Sadettin KORKMAZ

Enstitü Müdürü

## ÖNSÖZ

Bu çalışmada, insan gözünden fotovoltaik enerji sistemlerine kadar oldukça farklı uygulama alanlarına sahip olan, Newtonumsu-olmayan akışkanlar ile dolu kapalı ortamlarda doğal taşınım olayı incelenmiştir.

Çalışmam süresince vermiş olduğu destek ve göstermiş olduğu anlayış için danışman hocam sayın Prof. Dr. Burhan ÇUHADAROĞLU'na, değerli görüş ve yardımlarından dolayı ikici danışmanım Prof. Dr. Nilanjan CHAKRABORTY'ye ve katkılarından dolayı Dr. Robert J. POOLE ile Anuj SACHDEVA'ya teşekkürü bir borç bilirim.

Ayrıca, Liverpool Üniversitesi'nde akademik çalışmalarda bulunmama vesile olan ve çalışmalarım süresince desteğini esirgemeyen değerli yol arkadaşım Yrd. Doç. Dr. Recep GÜMRÜK'e ve manevi desteklerinden dolayı aileme çok teşekkür ederim.

Bu çalışmayı sevgili eşim Tuğba İNAL TURAN'a ithaf ediyorum.

Osman TURAN

Trabzon 2013



## TEZ BEYANNAMESİ

Doktora Tezi olarak sunduğum “Newtonumsu-Olmayan Akışkanlarla Dolu Kapalı Ortamlarda Laminer Doğal Taşınımın İncelenmesi” başlıklı bu çalışmayı baştan sona kadar danışmanım Prof. Dr. Burhan ÇUHADAROĞLU ve Prof. Dr. Nilanjan CHAKRABORTY'nin sorumluluğunda tamamladığımı, verileri/örnekleri kendim topladığımı, deneyleri/analizleri ilgili laboratuarlarda yaptığımı, başka kaynaklardan aldığım bilgileri metinde ve kaynakçada eksiksiz olarak gösterdiğimi, çalışma sürecinde bilimsel araştırma ve etik kurallara uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim.

28 / 06 / 2013.

Osman TURAN

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ.....	III
TEZ BEYANNAMESİ.....	IV
İÇİNDEKİLER.....	V
ÖZET .....	VIII
SUMMARY .....	IX
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	X
TABLolar DİZİNİ.....	XVI
SEMBOLLER DİZİNİ.....	XVII
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1. Giriş .....	1
1.2. Doğal Taşınım .....	7
1.2.1. Dikdörtgen Kesitli Kapalı Ortamlarda Doğal Taşınım.....	11
1.3. Newtonumsu-Olmayan Akışkan Davranışı .....	16
1.3.1. Akma-Gerilmeli Akışkanlar (Yield Stress Fluids): Bingham Akışkanlar .....	19
1.3.2. Power-Law Akışkanlar .....	21
1.3.2.1. İncelen (Shear-Thinning) Akışkanlar .....	21
1.3.2.2. Kalınlaşan (Shear- Thickening) Akışkanlar .....	22
1.4. Literatür Araştırması.....	24
1.4.1. Newtonumsu Akışkan Uygulamaları.....	26
1.4.1.1. Uzun Kapalı Ortamlar ( $AR \gg 1$ ) .....	26
1.4.1.2. Kare Kesitli Kapalı Ortamlar ( $AR = 1$ ).....	27
1.4.1.3. Sığ Kapalı Ortamlar ( $AR \ll 1$ ).....	28
1.4.2. Newtonumsu-Olmayan Akışkan Uygulamaları.....	30
1.4.2.1. Modelleme Çalışmaları.....	30
1.4.2.2. Kapalı Ortam Çalışmaları .....	33
1.5. Tezin Amacı.....	38
2. MATEMATİKSEL ALTYAPI VE SAYISAL UYGULAMA .....	40
2.1. Temel Denklemler .....	40
2.2. Boyutsuz Sayılar Grubu.....	41

2.3.	Sınır Koşulları.....	43
2.4.	Sayısal Yöntem.....	44
2.5.	Uygulanan Newtonumsu Olmayan Akışkan Modelleri.....	44
2.5.1.	Çift -Viskozite Modeli.....	44
2.5.2.	Power-Law Modeli.....	48
2.6.	Ağ Bağımsızlık Çalışması.....	51
2.7.	Literatür Karşılaştırması.....	56
3.	BULGULAR VE İRDELEME.....	61
3.1.	Problem 1: Bingham Akışkan ile Dolu Kare Kesitli Kapalı Bir Ortam İçerisinde Laminer Doğal Taşınım.....	61
3.1.1.	Skala Analizi.....	61
3.1.2.	Rayleigh Sayısının Etkileri.....	64
3.1.3.	Bingham Sayısının Etkileri.....	68
3.1.4.	Prandtl Sayısının Etkileri.....	72
3.1.5.	Korelasyon Fonksiyonları.....	78
3.2.	Problem 2: Bingham Akışkan ile Dolu Dikdörtgen Kesitli Kapalı Ortamlar İçerisinde Laminer Doğal Taşınım: Boyut Oranı Etkisi.....	82
3.2.1.	Taşınım Rejimleri ve Mevcut Korelasyon Fonksiyonlar.....	82
3.2.2.	Newtonumsu Akışkan Durumu.....	87
3.2.3.	Bingham Akışkan Durumu.....	96
3.2.4.	Korelasyon Fonksiyonları.....	117
3.3.	Problem 3: Power-Law Akışkan ile Dolu Kare Kesitli Kapalı Bir Ortam İçerisinde Laminer Doğal Taşınım.....	122
3.3.1.	Skala Analizi.....	122
3.3.2.	Akışkan Davranış İndeksi Etkileri.....	130
3.3.3.	Rayleigh Sayısı Etkileri.....	134
3.3.4.	Prandtl Sayısı Etkileri.....	138
3.3.5.	Korelasyon Fonksiyonları.....	141
3.4.	Problem 4: Power-law Akışkan ile Dolu Dikdörtgen Kesitli Kapalı Ortamlar İçerisinde Laminer Doğal Taşınım: Boyut Oranı Etkisi.....	145
3.4.1.	Skala Analizi.....	146
3.4.2.	Rayleigh Sayısı Etkileri.....	150
3.4.3.	Boyut Oranı ve Akışkan Davranış İndeksi Etkileri.....	156

3.4.4.	Ortalama Nusselt Sayısı Davranışı .....	161
3.4.5.	Korelasyon Fonksiyonları.....	164
3.5.	Uygulama Örneği: Silikon Yağ İçerisine Yerleştirilmiş Yoğunlaştırılmış Fotovoltaik Hücrenin Isıl Analizi .....	171
3.5.1.	Yoğunlaştırılmış Fotovoltaik Sistemler (Concentrating Photovoltaic (CPV) Systems).....	171
3.5.2.	Sayısal Yöntem ve Sınır Koşulları .....	173
3.5.3.	Literatür Karşılaştırması .....	174
3.5.4.	Güneş Işınım Akısı Etkisi .....	176
3.5.5.	Film Kalınlığı Etkisi .....	178
4.	SONUÇLAR.....	183
5.	ÖNERİLER.....	189
6.	KAYNAKLAR .....	190
7.	EKLER .....	201

ÖZGEÇMİŞ

Doktora Tezi

ÖZET

NEWTONUMSU-OLMAYAN AKIŞKANLARLA DOLU KAPALI ORTAMLARDA  
LAMİNER DOĞAL TAŞINIMIN İNCELENMESİ

Osman TURAN

Karadeniz Teknik Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Burhan ÇUHADAROĞLU

İkinci Danışman: Prof. Dr. Nilanjan CHAKRABORTY

2013, 200 Sayfa, 6 Ek Sayfa

Bu çalışmada, Bingham ve power-law akışkan türü Newtonumsu-olmayan akışkanlar ile dolu, komşu düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklarda tutulan dikdörtgenel kapalı ortamlarda iki boyutlu laminer doğal taşınım sürekli rejim durumu için teorik ve sayısal olarak incelenmiştir. Bingham akışkanlar için,  $Ra$  Rayleigh sayısının  $10^3-10^6$ ,  $Pr$  Prandtl sayısının 0.1-100 ve  $AR$  boyut oranının 1/8-8 aralığında, akma gerilmesinin ısı ve momentum transferi üzerindeki etkileri incelenmiştir. Power-law akışkan durumunda,  $Pr = 10-10^5$ ,  $Ra = 10^3-10^6$  ve  $AR = 1/8-8$  için, akışkan davranış indeksi etkileri,  $0.6 \leq n \leq 1.8$  aralığında, araştırılmıştır. Her bir akışkan durumu için; kapalı ortam boyut oranının, Rayleigh sayısının, Prandtl sayısının, Bingham sayısının ve akışkan davranış indeksinin Nusselt sayısı üzerindeki bağıl etkilerini ortaya koymak amacı ile detaylı skala analizleri yapılmıştır. Ayrıca, Newtonumsu akışkan, Bingham akışkan ve power-law akışkan durumlarında, ortalama Nusselt sayısı için çeşitli korelasyon fonksiyonları önerilmiştir. Son olarak, Newtonumsu-olmayan akışkan ile dolu dikdörtgenel kapalı ortam içerisinde doğal taşınım olayının, mühendislik uygulamalarındaki yerini ve önemini göstermek amacıyla, yoğunlaştırılmış fotovoltaiik (CPV) sistemlerin ısı kontrolü ile ilgili bir uygulama örneği ele alınmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** *Doğal Taşınım, Isı Transferi, Laminer Akış, Bingham Model, Power-Law Model*

PhD. Thesis

SUMMARY

INVESTIGATION OF LAMINAR NATURAL CONVECTION OF NON-NEWTONIAN  
FLUIDS IN AN ENCLOSURE

Osman TURAN

Karadeniz Technical University  
The Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Mechanical Engineering Graduate Program  
Supervisor: Prof. Dr. Burhan ÇUHADAROĞLU  
Co- Supervisor: Nilanjan CHAKRABORTY  
2013, 200 Pages, 6 Appendix Pages

In this study, two-dimensional steady-state laminar natural convection in rectangular enclosures with differentially heated sidewalls has been studied numerically and theoretically where the enclosure is considered to be completely filled with non-Newtonian fluids obeying the Bingham and power-law models. Yield stress effects on heat and momentum transport are investigated for nominal values of Rayleigh number ( $Ra$ ) in the range  $10^3$ - $10^6$ , Prandtl number ( $Pr$ ) in the range of 0.1-100 and aspect ratio range 1/8 to 8 for Bingham fluid. The effects of power-law index  $n$  in the range  $0.6 \leq n \leq 1.8$  on heat and momentum transport are also investigated for nominal values of Prandtl number ( $Pr$ ) range of  $10$ - $10^5$ , Rayleigh number ( $Ra$ ) in the range  $10^3$ - $10^6$  and aspect ratio range 1/8 to 8 in the case of power-law fluids. Scaling analysis are performed to elucidate the anticipated effects of aspect ratio, Rayleigh number, Prandtl number, Bingham number and power-law index on the Nusselt number for both Bingham and power-law fluids. New correlations are proposed for the mean Nusselt number  $\overline{Nu}$  for Newtonian, Bingham and power-law fluids. Finally, an application study on thermal control of concentrated photovoltaic (CPV) systems has been established to indicate the importance of natural convection of non-Newtonian fluids in rectangular enclosures in term of the engineering practises.

**Key Words:** *Natural Convection, Heat Transfer, Laminer Flow, Bingham Model, Power-Law Model*

## ŞEKİLLER DİZİNİ

	<b><u>Sayfa No</u></b>
Şekil 1.1. Yoğunlaştırılmış fotovoltaik sistemler (CPV) için örnek bir uygulama .....	3
Şekil 1.2. Kapalı ortamlarda Newtonumsu-olmayan akışkanların doğal taşınımı için pratik bir örnek: Kablosuz ütü içerisinde mikrokapsüllü PCM çamurları uygulaması .....	5
Şekil 1.3. (a) İnsan gözünün kısımları ve (b) silikon yağ içerisine yerleştirilmiş fotovoltaik bir hücre örneği (Han <i>vd.</i> , 2011) .....	7
Şekil 1.4. Farklı sıcaklıklara sahip iki yatay plaka arasındaki akışkan tabakası (a) kararsız sıcaklık gradyanı, (b) kararlı sıcaklık gradyanı (Incropera <i>vd.</i> , 2007). .....	8
Şekil 1.5. Sıcak düşey bir plaka üzerinde doğal taşınım olayında sınır tabaka gelişimi ve laminer sınır tabaka içersindeki klasik hız ve sıcaklık profilleri (Çengel, 2003) .....	9
Şekil 1.6. Rayleigh-Benard probleminde Rayleigh sayısının farklı değerleri için sıcaklık konturu ve akışkan hareketi .....	12
Şekil 1.7. İki boyutlu kapalı ortam örnekleri .....	13
Şekil 1.8. Düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklarda tutulan (diğer duvarları adyabatik) kapalı ortam içerisinde doğal taşınım için ısı transfer rejim durumları ve her bir rejim durumuna ait karakteristik akışkan hareketi ve aktif duvarlar arasındaki sıcaklık değişimi Bejan (2004) .....	15
Şekil 1.9. Newtonumsu akışkanların (a) tek eksenli kayma akışının şematik gösterimi (b) tipik kayma gerilmesi-şekil değiştirme davranışı .....	17
Şekil 1.10. Akışkanların kayma gerilmesi ve şekil değiştirme hızları arasındaki ilişkiye göre sınıflandırılması .....	18
Şekil 1.11. (a) Akış eğrisi, (b) Bingham ve power-law akışkanlarda şekil değiştirme hızı ile plastik viskozite arasındaki ilişki .....	19
Şekil 1.12. %6'lık (hacimsel) mineral yağ-demir oksit süspansiyonu için viskozite/kayma gerilmesi verileri (Barnes, 1999) .....	20
Şekil 1.13. İncelen akışkan davranışının şematik gösterimi (Chhabra ve Richardson, 2008) .....	22
Şekil 1.14. Kalınlaşan akışkan (shear-thickening fluid) davranışının şematik gösterimi .....	23

Şekil 1.15.	Kapalı ortamlarda doğal taşınım konusunda, literatürde 1960 yılından günümüze kadar yayınlanan makale sayıları hakkında istatistiksel veriler (Kaynak : Science Direct) .....	25
Şekil 1.16.	Literatür araştırması planı .....	25
Şekil 2.1.	Bingham akışkan (power-law akışkan) uygulaması için sınır koşulları ve çözüm alanının şematik gösterimi .....	43
Şekil 2.2.	Akma viskozitesinin $\mu_{yield}$ ortalama Nusselt sayısı $\overline{Nu}$ üzerindeki etkisi ve Papanastasiou (1987) modeli ile karşılaştırma ( $Ra = 10^6$ ve $Pr = 7$ ) .....	48
Şekil 2.3.	Farklı Bingham sayılarında $Ra = 10^4$ ve $Pr = 1.0$ için bu çalışma ve Vola vd.'nin (2003) çalışmasından elde edilen $\overline{Nu}$ ortalama Nusselt sayısı değerlerinin karşılaştırılması .....	58
Şekil 2.4.	Farklı $n$ akışkan davranış indeksi değerleri için bu çalışma ve Kim vd.'nin (2003) (beyaz) çalışmasından elde edilen $\overline{Nu} / \overline{Nu}_{n=1}$ değerlerinin karşılaştırılması: (■) $Pr_K = 10^2$ , (●) $Pr_K = 10^3$ ve (▲) $Pr_K = 10^4$ .....	60
Şekil 3.1.	Boyutsuz sıcak duvar uzunluğu boyunca ( $x_2 / L$ ), Nusselt sayısının ( $Nu$ ) yerel değişimi: $Pr = 7$ için (—) Newtonumsu akışkan, (---) Bingham akışkan ( $Bn = 0.5$ ) .....	64
Şekil 3.2.	Newtonumsu (sol kolon) ve Bingham akışkan ( $Bn = 0.5$ ) durumları için, $Pr = 7$ ve farklı Rayleigh sayısı ( $Ra$ ) değerlerinde, yatay orta eksen ( $x_2 / H = 0.5$ ) boyunca boyutsuz sıcaklık ( $\theta$ ) ve düşey hız bileşeni ( $V$ ) değişimi .....	66
Şekil 3.3.	Newtonumsu akışkan (sol kolon) ve Bingham akışkan ( $Bn = 0.5$ , sağ kolon) durumlarında $Pr = 7$ için : (a) Boyutsuz akım çizgileri ( $\Psi = \psi/\alpha$ ) ve kaymayan bölgeler (gri renkli); (b) boyutsuz eşsıcaklık eğrileri ( $\theta$ ) .....	67
Şekil 3.4.	Farklı nominal Rayleigh sayısı değerleri ( $Ra = 10^3, 10^4, 10^5$ ve $10^6$ ) için ortalama Nusselt sayısının ( $\overline{Nu}$ ) Bingham sayısı ( $Bn$ ) ile değişimi ( $Pr = 7$ ) .....	68
Şekil 3.5.	Farklı Bingham sayısı değerlerinde $Ra = 10^4$ (sol kolon) ve $Ra = 10^6$ (sağ kolon) için yatay orta eksen ( $x_2 / H = 0.5$ ) boyunca boyutsuz sıcaklık ( $\theta$ ) ve düşey hız bileşeni ( $V$ ) değişimi ( $Pr = 7$ ) .....	69
Şekil 3.6.	$Pr = 7$ de farklı $Bn$ sayıları için boyutsuz akım çizgileri ( $\Psi = \psi/\alpha$ ), kaymayan bölgeler (gri renkli bölgeler) (sol kolon) ve eşsıcaklık eğrileri ( $\theta$ ) (sağ kolon): (a) $Ra = 10^4$ ve (b) $Ra = 10^6$ .....	71



Şekil 3.7.	Newtonumsu akışkanlarda farklı Rayleigh sayıları için $\overline{Nu}$ ortalama Nusselt sayısının Prandtl sayısı ile değişimi .....	73
Şekil 3.8.	Bingham akışkanlarda, farklı Prandtl sayıları için, $\overline{Nu}$ ortalama Nusselt sayısının Bingham sayısı ile değişimi ( $Ra = 10^5$ için) .....	74
Şekil 3.9.	Farklı Prandtl sayıları ( $Pr$ ) ve Bingham sayıları ( $Bn$ ) için boyutsuz eşsıcaklık eğrileri ( $Ra = 10^5$ için) .....	76
Şekil 3.10.	Efektif Grashof sayısının ( $Gr_{eff}$ ) Prandtl sayısı ( $Pr$ ) ile değişimi ( $Ra = 10^5$ ) .....	79
Şekil 3.11.	$\overline{Nu}$ ortalama Nusselt sayısı için eşitlik (3.19) ile verilen korelasyon fonksiyonu (—) ve sayısal sonuçların (o) karşılaştırılması .....	81
Şekil 3.12.	Newtonumsu akışkan durumunda $Pr = 7$ de farklı $AR$ (=0.125-8) değerleri için yatay orta eksen ( $x_2/H = 0.5$ ) boyunca $\theta$ ve $V$ değişimleri: (a) $Ra = 10^4$ , (b) $Ra = 10^5$ ve (c) $Ra = 10^6$ (* maksimum $\overline{Nu}$ sayısının meydana geldiği $AR$ değeri) .....	88
Şekil 3.13.	Newtonumsu akışkan durumunda farklı $AR$ değerleri için $Pr = 7$ da $Ra = 10^4$ (1. satır) ve $10^6$ (2. satır) için boyutsuz eşsıcaklık eğrileri ....	92
Şekil 3.14.	Newtonumsu akışkan durumunda farklı $AR$ değerleri için $Pr = 7$ da $Ra = 10^4$ (1. satır) ve $10^6$ (2. satır) için boyutsuz akım çizgileri .....	93
Şekil 3.15.	Newtonumsu akışkan durumunda, $Pr = 7$ ve $Ra = 10^4$ , $10^5$ ve $10^6$ için, $\overline{Nu}$ ortalama Nusselt sayısının $AR$ boyut oranı ile değişimi ..	95
Şekil 3.16.	Farklı Bingham sayıları ve $AR$ boyut oranı değerlerinde $Ra = 10^6$ ve $Pr = 7$ için yatay orta eksen boyunca ( $x_2/H = 0.5$ ) $\theta$ boyutsuz sıcaklık ve $V$ düşey hız bileşeni dağılımları: (a) $Bn = 0$ , (b) $Bn = 3$ ve (c) $Bn = 10$ (* $\overline{Nu}_{max}$ 'ın elde edildiği boyut oranı değeri $AR_{max}$ 'ı gösterir) .....	98
Şekil 3.17.	Farklı Bingham sayısı ve $AR$ (= 1/8 – 4) değerlerinde $Pr = 7$ ve $Ra = 10^6$ için boyutsuz eşsıcaklık eğrileri .....	99
Şekil 3.18.	Farklı Bingham sayısı ve $AR$ (= 1/8 – 4) değerlerinde $Pr = 7$ ve $Ra = 10^6$ için boyutsuz akım çizgileri ve kaymayan bölgeler (gri renkli) .....	100
Şekil 3.19.	Farklı $AR$ boyut oranı değerleri ve $Pr = 7$ için $\overline{Nu} - Bn$ değişimi: (a) $Ra = 10^4$ , (b) $Ra = 10^5$ ve (c) $Ra = 10^6$ . (d) $Ra = 10^4$ , $10^5$ ve $10^6$ için $Bn_{max} / (Ra/Pr)^{0.5} - AR$ değişimi. Eşitlik (3.47e) göre $Ra = 10^4$ için $Bn_{crit} / (Ra/Pr)^{0.5} - AR$ .....	110

Şekil 3.20.	Farklı $AR$ değerleri için, $Pr = 7$ 'de, $\overline{Nu} / \overline{Nu}_{Bn=0} - Bn$ değişimleri: (a) $Ra = 10^4$ , (b) $Ra = 10^5$ ve (c) $Ra = 10^6$ .....	113
Şekil 3.21.	$AR \geq 1$ boyut oranı durumları ve $Ra = 10^4, 10^5$ ve $10^6$ değerleri için $\overline{Nu} / \overline{Nu}_{Bn=0} - Bn / AR^{1/4}$ ( $Pr = 7$ ) .....	115
Şekil 3.22.	$AR < 1$ boyut oranı durumları ve $Ra = 10^5$ ve $10^6$ değerleri için $(\overline{Nu} - 1) / (\overline{Nu}_{Bn=0} - 1) - Bn / AR^2$ ( $Pr = 7$ ) .....	116
Şekil 3.23.	$AR \geq 1$ durumunda $Pr = 7$ için, (3.61) (—), (3.63) (- - -) ve (3.64) (.....) eşitlikleriyle verilen korelasyon fonksiyonu tahminleri ile sayısal sonuçların ( $\circ$ ) karşılaştırması: (a) $Ra = 10^4$ , (b) $Ra = 10^5$ ve (c) $Ra = 10^6$ .....	120
Şekil 3.24.	$AR < 1$ durumunda $Pr = 7$ için, (3.62) (—), (3.63) (- - -) ve (3.64) (.....) eşitlikleriyle verilen korelasyon fonksiyonu tahminleri ile sayısal sonuçların ( $\circ$ ) karşılaştırması: (a) $Ra = 10^4$ , (b) $Ra = 10^5$ ve (c) $Ra = 10^6$ .....	121
Şekil 3.25.	Farklı akışkan davranış indeksi ( $n = 0.2, 0.4$ ve $0.6$ ) ve Prandtl sayıları ( $Pr = 10-10^4$ ) için $Ra_{eff}$ efektif Rayleigh sayısının $Ra$ nominal Rayleigh sayısı ile değişimi ( $\blacksquare$ Sürekli rejimde yakınsak çözümlere ulaşıldığı durumları, $\square$ sürekli rejimde yakınsak çözümlere ulaşamayan durumları göstermektedir) .....	127
Şekil 3.26.	(a) $n = 0.6$ için farklı laminer doğal taşınım rejim bölgeleri, (b) $n = 0.6$ için $Pr = 50$ de ortalama Nusselt sayısının ( $\overline{Nu}$ ) boyutsuz zamana ( $\alpha t / L^2$ ) bağlı değişimi: (A) iletim rejimi $Ra = 5$ , (B) zaman bağımsız (sürekli rejimde) laminer doğal taşınım rejimi $Ra = 1 \times 10^6$ , (C) zaman bağımlı laminer doğal taşınım rejimi $Ra = 5 \times 10^6$ .....	129
Şekil 3.27.	$Pr = 100$ (sol kolon), $Pr = 1000$ (orta kolon) ve $Pr = 10000$ (sağ kolon) için yatay orta eksen ( $x_2/H = 0.5$ ) boyunca boyutsuz sıcaklık $\theta = (T - T_C) / (T_H - T_C)$ değişimleri .....	132
Şekil 3.28.	$Pr = 100$ (sol kolon), $Pr = 1000$ (orta kolon) ve $Pr = 10000$ (sağ kolon) için yatay orta eksen ( $x_2/H = 0.5$ ) boyunca boyutsuz düşey hız bileşeni $V = u_2 L / \alpha$ değişimleri .....	133
Şekil 3.29.	$Pr = 1000$ de $n = 0.6, 1.0$ ve $1.8$ ; $Ra = 10^4$ (1. satır), $Ra = 10^5$ (2. satır) ve $Ra = 10^6$ (3. satır) için boyutsuz akım çizgileri ( $\Psi = \psi / \alpha$ ) .....	135
Şekil 3.30.	$Pr = 1000$ de $n = 0.6, 1.0$ ve $1.8$ ; $Ra = 10^4$ (1. satır), $Ra = 10^5$ (2. satır) ve $Ra = 10^6$ (3. satır) için boyutsuz eşsıcaklık eğrileri.....	136

Şekil 3.31.	Farklı $n$ akışkan davranış indeksi değerleri için $\overline{Nu}$ - $Ra$ değişimleri: (a) $Pr = 100$ , (b) $Pr = 1000$ ve (c) $Pr = 10000$ .....	137
Şekil 3.32.	Farklı Rayleigh sayısı değerleri için $\overline{Nu}$ - $Pr$ değişimleri: (a) $n = 0.6$ , (b) $n = 1.0$ ve (c) $n = 1.8$ .....	140
Şekil 3.33.	$n \leq 1$ durumunda farklı $Ra$ ve $Pr$ sayıları değerleri için $\overline{Nu}$ - $n$ değişimleri ile eşitlik (3.83) (—) ve Kim vd. (2003) tarafından önerilen korelasyon fonksiyonu (eşitlik (3.84)) (- - -) tahminleri .....	143
Şekil 3.34.	$n > 1$ durumunda farklı $Ra$ ve $Pr$ sayıları değerleri için $\overline{Nu}$ - $n$ değişimleri ile eşitlik (3.83) (—) ve Kim vd. (2003) tarafından önerilen korelasyon fonksiyonu (eşitlik (3.84)) (- - -) tahminleri.....	144
Şekil 3.35.	$n = 0.6$ ve $n = 1.8$ için $AR = 0.125-8$ aralığında yatay orta eksen ( $x_2/H = 0.5$ ) boyunca sırası ile $\theta$ boyutsuz sıcaklık değişimi (* $\overline{Nu}_{max}$ 'ın elde edildiği boyut oranı değeri $AR_{max}$ 'ı gösterir): $Ra =$ (a) $10^4$ , (b) $10^5$ ve (c) $10^6$ .....	152
Şekil 3.36.	$n = 0.6$ ve $n = 1.8$ için $AR = 0.125-8$ aralığında yatay orta eksen ( $x_2/H = 0.5$ ) boyunca sırası ile $V$ boyutsuz düşey hız bileşeni (* $\overline{Nu}_{max}$ 'ın elde edildiği boyut oranı değeri $AR_{max}$ 'ı gösterir): $Ra =$ (a) $10^4$ , (b) $10^5$ ve (c) $10^6$ .....	153
Şekil 3.37.	$Ra = 10^6$ , $Pr = 10^3$ ve farklı $AR$ boyut oranları için yatay orta eksen ( $x_2/H = 0.5$ ) boyunca, $\theta$ boyutsuz sıcaklık ve $V$ boyutsuz düşey hız bileşeni değişimi: (a) $n = 0.6$ , (b) $n = 1.0$ ve (c) $n = 1$ .....	158
Şekil 3.38.	$Ra = 10^6$ , $Pr = 10^3$ ve $AR = 1/4-8$ için boyutsuz eşsıcaklık eğrileri (sol kolan)ve boyutsuz akım çizgileri (sağ kolan): (a) $n = 0.6$ , (b) $n = 1.0$ ve (c) $n = 1.8$ .....	160
Şekil 3.39.	Farklı $AR$ boyut oranı değerleri için ( $Pr = 10^3$ 'de) $\overline{Nu}$ ortalama Nusselt sayısının $n$ akışkan davranış indeksi ile değişimi: $Ra =$ (a) $10^4$ , (b) $10^5$ ve (c) $10^6$ .....	162
Şekil 3.40.	Farklı Rayleigh sayıları ( $Ra = 10^4$ , $10^5$ ve $10^6$ ) için $\overline{Nu}$ - $AR$ ortalama Nusselt sayısı - boyut oranı değişimi: (a) $n = 0.6$ , (b) $n = 1.0$ ve (c) $n = 1.8$ .....	163
Şekil 3.41.	Farklı $Pr$ , $Ra$ ve $AR$ (=1,2,4 ve 8) değerleri için $\overline{Nu}$ - $n$ değişimleri ve (3.119) -(3.125) eşitlikleri tahminleri .....	169
Şekil 3.42.	Farklı $Pr$ , $Ra$ ve $AR$ (= 0.25 ve 0.5) değerleri için $\overline{Nu}$ - $n$ değişimleri ve (3.119) -(3.125) eşitlikleri tahminleri .....	170
Şekil 3.43.	CPV sistemin şematik gösterimi ve sınır koşulları .....	174

Şekil 3.44.	CASE A (Natarajan <i>vd.</i> , 2011) için $q$ güneş ışınım akısı ile $T_{cell,max}$ maksimum ve $T_{cell,min}$ minimum fotovoltaik hücre sıcaklık değişimlerinin karşılaştırması : (●) Bu çalışma, (○) Natarajan <i>vd.</i> (2011) .....	175
Şekil 3.45.	CASE B (Natarajan <i>vd.</i> , 2011) için sıcaklık dağılımlarının karşılaştırılması: (a) Bu çalışma, (b) Natarajan <i>vd.</i> (2011) .....	176
Şekil 3.46.	Yoğunlaştırılmış fotovoltaik sistemin silikon yağ film tabakasının uygulanmadığı durum için, farklı $q$ güneş ışınım akılarındaki sıcaklık dağılımı: (a) $q = 500 \text{ W/m}^2$ , (b) $q = 1000 \text{ W/m}^2$ , (c) $q = 2000 \text{ W/m}^2$ ve (d) $q = 4000 \text{ W/m}^2$ .....	177
Şekil 3.47.	Silikon yağ film tabakasının uygulanmadığı durum için, $\bar{T}_{Cell,mid}$ ortalama fotovoltaik hücre orta-eksen sıcaklığının ve $\eta$ fotovoltaik hücre veriminin $q$ güneş ışınım akısı ile değişimi .....	178
Şekil 3.48.	Farklı $q$ güneş ışınım akılar için (a) $\bar{T}_{Cell,mid} - t_{film}$ ve (b) $\eta - t_{film}$ değişimleri .....	179
Şekil 3.49.	$q = 1000 \text{ W/m}^2$ ve $q = 3000 \text{ W/m}^2$ güneş ışınım akıları için, farklı $t_{film}$ film kalınlıklarındaki üst silikon yağ film tabakası düşey orta eksini boyunca $u$ (m/s) yatay hız dağılımları .....	181
Şekil 3.50.	Üst silikon yağ film tabakasındaki $q = 1000 \text{ W/m}^2$ (ilk satır) ve $q = 3000 \text{ W/m}^2$ (ikinci satır) güneş ışınım akıları ve farklı $t_{film}$ film kalınlıkları eşsıcaklık eğrileri: (a) $t_{film} = 1\text{mm}$ , (b) $t_{film} = 2\text{mm}$ , (c) $t_{film} = 5\text{mm}$ ve (d) $t_{film} = 10\text{mm}$ .....	182

## TABLolar DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 1.1. Newtonumsu-olmayan akışkan davranışı gösteren maddeler (Chhabra ve Richardson 2008) .....	4
Tablo 2.1. Bingham akışkanlarının sayısal analizlerinde kullanılan ağ yapısı: Boyutsuz minimum hücre mesafesi ( $\Delta x_{\min, \text{cell}} / L$ , $\Delta y_{\min, \text{cell}} / H$ ) ve ağ genişleme oranları ( $r_x$ , $r_y$ ) .....	53
Tablo 2.2. Power-law akışkanlarının sayısal analizlerinde kullanılan ağ yapısı: Boyutsuz minimum hücre mesafesi ( $\Delta x_{\min, \text{cell}} / L$ , $\Delta y_{\min, \text{cell}} / H$ ) ve ağ genişleme oranları ( $r_x$ , $r_y$ ) .....	54
Tablo 2.3. Newtonumsu akışkan ( $Bn = 0$ ) ve Bingham akışkan ( $Bn = 1$ ) uygulamalarında kullanılan ağlar arasındaki ortalama Nusselt sayısı $\overline{Nu}$ için hesaplanan sayısal belirsizlik değerleri ( $AR = 0.5, 1$ ve $4$ , $Ra = 10^6$ ve $Pr = 7$ ) .....	55
Tablo 2.4. Power-law akışkan ( $n = 0.6$ ve $n = 1.8$ kalınlaşan akışkan) uygulamalarında kullanılan ağlar arasındaki ortalama Nusselt sayısı $\overline{Nu}$ için hesaplanan sayısal belirsizlik değerleri ( $AR = 0.5, 1$ ve $4$ , $Ra = 10^6$ ve $Pr = 10^3$ ) .....	56
Tablo 2.5. Newtonumsu akışkan uygulaması için elde edilen sonuçların referans çalışma (de Vahl Davis, 1983) ile karşılaştırılması ( $Ra = 10^3-10^6$ , $Pr = 0.71$ ve $AR = 1$ için) .....	57
Tablo 3.1. Farklı $Ra$ ve $Pr$ sayıları için belirlenen maksimum Bingham sayısı $Bn_{\max}$ değerleri .....	78
Tablo 3.2. Newtonumsu akışkan durumunda $Pr = 7$ , $Ra = 10^4$ , $10^5$ ve $10^6$ ve farklı $AR$ değerleri için elde edilen ortalama Nusselt sayısı ( $\overline{Nu}$ ) değerleri.....	87
Tablo 3.3. Farklı $AR$ boyut oranları için $Pr = 7$ ve $Ra = 10^4 - 10^6$ aralığında elde edilen $Bn_{\max}$ değerleri.....	111
Tablo 3.4. Yoğunlaştırılmış fotovoltaik sistemi oluşturan bileşenlerin termofiziksel özellikleri Natarajan vd. (2011) .....	175
Tablo E3.1. Newtonumsu akışkanlar için önerilen korelasyon fonksiyonları.....	205
Tablo E3.2. Bingham akışkanlar için önerilen korelasyon fonksiyonları .....	205
Tablo E3.3. Power-law akışkanlar için önerilen korelasyon fonksiyonları.....	206

## SEMBOLLER DİZİNİ

$a$	[-]	: Korelasyon parametresi
$AR$	[-]	: Boyut oranı ( $AR = H / L$ )
$b$	[-]	: Korelasyon parametresi
$Bn$	[-]	: Bingham sayısı
$Bn^*$	[-]	: Sınır tabaka rejimi için modifiye edilmiş Bingham sayısı
$Bn^{**}$	[-]	: Paralel akış rejimi için modifiye edilmiş Bingham sayısı
$c_p$	[J/kgK]	: Özgül ısı (sabit basınçta)
$c_1, c_2, c_3$	[-]	: Korelasyon parametresi
$C$	[-]	: Korelasyon parametresi
$C_B$	[-]	: Korelasyon parametresi
$e$	[-]	: Kısmi hata
$e_{ij}$	[s <sup>-1</sup> ]	: Şekil değiştirme hız tensörü
$f_1, f_2, f_3, f_4$	[-]	: Isıl ve hidrodinamik sınır tabakalar ile ilgili fonksiyonlar
$F$	[-]	: Yatay duvarlar üzerindeki hidrodinamik sınır tabaka kalınlığının kapalı ortam yüksekliğine oranı
$g$	[m/s <sup>2</sup> ]	: Yer çekimi ivmesi
$Gr$	[-]	: Grashof sayısı
$h$	[W/m <sup>2</sup> K]	: Isı taşınım katsayısı
$H$	[m]	: Kapalı ortam yüksekliği
$k$	[W/mK]	: Isı iletim katsayısı
$K$	[N.s <sup>n</sup> /m <sup>2</sup> ]	: Akışkan kıvamlılık (yoğunluk) indeksi
$L$	[m]	: Kapalı ortam uzunluğu
$n$	[-]	: Power-law akışkan davranış indeksi
$n, n_1, n_2$	[-]	: Korelasyon parametresi
$n_B$	[-]	: Sınır tabaka rejiminde Nusselt sayısı için boyut oranı üssü
$Nu$	[-]	: Nusselt sayısı
$Nu_{Bn=0}$	[-]	: Newtonumsu akışkan için Nusselt sayısı
$Pr$	[-]	: Prandtl sayısı
$q_e$	[-]	: Korelasyon parametresi
$q_f$	[W/m <sup>2</sup> ]	: Isı akısı
$\dot{Q}$	[W]	: Birim zamanda geçen toplam ısıl enerji miktarı

$r$	[-]	: Ağ incelme oranı
$r_e$	[-]	: Ağ genişleme oranı
$Ra$	[-]	: Rayleigh sayısı ( $L$ kapalı ortam uzunluğuna göre)
$Ra_H$	[-]	: Rayleigh sayısı ( $H$ kapalı ortam yüksekliğine göre)
$T$	[K]	: Sıcaklık
$\bar{T}_{Cell,mid}$	[K]	: Ortalama fotovoltaik hücre orta-eksen sıcaklığı
$T_{cell,max}$	[K]	: Maksimum fotovoltaik hücre sıcaklığı
$t$	[s]	: Zaman
$t_{film}$	[m]	: Silikon yağ film kalınlığı
$u_i$	[m/s]	: $i$ . hız bileşeni
$U, V$	[-]	: Boyutsuz yatay ( $U = u_1 L / \alpha$ ) ve düşey hız ( $V = u_2 L / \alpha$ )
$\eta$	[-]	: Fotovoltaik hücre verimi
$\eta_{ref}$	[-]	: Fotovoltaik hücrenin referans sıcaklıktaki verimi
$\mathcal{G}$	[m/s]	: Düşey yönde karakteristik hız
$x_i$	[m]	: $i$ . yöndeki koordinat
$\alpha$	[m <sup>2</sup> /s]	: Isıl yayılım katsayısı
$\beta$	[1/K]	: Isıl genleşme katsayısı
$\beta_{ref}$	[1/C <sup>o</sup> ]	: Sıcaklık artışı ile hücre veriminin azalma oranını
$\gamma$	[1/s]	: Şekil değiştirme hızı
$\delta, \delta_{th}$	[m]	: Hidrodinamik ve ısı sınır tabaka kalınlığı
$\theta$	[-]	: Boyutsuz sıcaklık, ( $\theta = (T - T_C) / (T_H - T_C)$ )
$\mu$	[Ns/m <sup>2</sup> ]	: Plastik viskozite
$\mu_{yield}$	[Ns/m <sup>2</sup> ]	: Akma viskozitesi
$\nu$	[m <sup>2</sup> /s]	: Kinematik viskozite
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	: Yoğunluk
$\tau_{ij} (\tau)$	[Pa]	: Gerilme tensörü
$\tau_y$	[N/m <sup>2</sup> ]	: Akma gerilmesi
$\omega$	[1/s]	: Vortisite
$\psi$	[m <sup>2</sup> /s]	: Akım çizgisi

### Alt indisler

<i>a</i>	:	Görünür büyüklük
<i>c</i>	:	Öz bölge
<i>C</i>	:	Soğuk duvar
<i>char</i>	:	Karakteristik değer
<i>diff</i>	:	Difüzyon
<i>eff</i>	:	Efektif değer
<i>ext</i>	:	Ekstrapole değer
<i>H</i>	:	Sıcak duvar
<i>max</i>	:	Maksimum değer
<i>nom</i>	:	Nominal değer
<i>ref</i>	:	Referans değer
<i>wall</i>	:	Duvar değeri
<i>wf</i>	:	Duvar ile temas eden akışkan

### Özel karakterler

CPV	:	Yoğunlaştırılmış fotovoltaik sistem
$\Delta T$	[K]	Sıcak ve soğuk duvar arasındaki sıcaklık farkı ( = $(T_H - T_C)$ )
$\Delta T_1$	[K]	Yatay duvarlar arasındaki sıcaklık farkı
$\overline{Nu}$	[-]	Ortalama Nusselt sayısı
$\Delta_{\min, cell}$	[m]	Minimum ağ mesafesi



# 1. GENEL BİLGİLER

## 1.1. Giriş

Sıcaklık (veya konsantrasyon) farkından kaynaklanan, yoğunluk değişiminin neden olduğu doğal taşınım akışı, kullandığımız teknolojik cihazlardan, volkanik patlamalar gibi tabiat olaylarına kadar, günlük hayatımızda karşılaştığımız önemli akış ve ısı transfer olayları arasında yer alır. Doğal taşınım problemleri için, akışkan bir ortam içerisinde bulunan sıcak (veya soğuk) düşey bir plakadan, sıcak (veya soğuk) bir cisim etrafındaki dış akışa yada sınırları eşsıcaklıklı olamayan, kapalı bir ortam içerisindeki akışa kadar bir çok farklı konfigürasyon söz konusudur. Kapalı ortamlar içerisinde doğal taşınım; güneş enerjisi uygulamaları, gıdaların ısıtılması ve korunması, elektronik parçaların soğutulması ve enerji depolama gibi çok sayıda mühendislik uygulamasına sahip olması sebebiyle en çok bilinen ve üzerine en çok araştırma yapılan ısı transferi problemlerinin başında gelir.

Kapalı ortamlar, yüzeylerle sınırlanmış ve akışkan ile dolu sonlu boşluklardır. Bu bağlamda, modern yaşamda zamanımızın büyük bir kısmını geçirdiğimiz ev, ofis ve alışveriş merkezleri gibi mekanlar ile kullandığımız otomobil, cep telefonu ve bilgisayar gibi teknolojik araçlar ve hatta içinde bulunduğumuz gezegen Dünya bile birer kapalı ortam olarak nitelendirilebilir.

Kapalı ortamlarda doğal taşınımın günlük yaşantımızdaki en önemli uygulamalarından bir tanesi, elektronik cihazların soğutulmasıdır. Oyuncaklardan bilgisayarlara kadar hayatımızı daha eğlenceli ve pratik kılan elektronik cihazlar modern yaşantımızın vazgeçilmezleri arasında yer alırlar. Ancak, elektronik cihazlarda meydana gelen sorunların çoğunluğu aşırı ısınma kaynaklıdır. Bu durum elektronik cihazların güvenli bir şekilde çalışabilmeleri için önemli parçalarının soğutularak ısı kontrol altına alınmalarını zorunlu kılar. Doğal taşınım ile soğutma (veya ısı kontrol) basit, az maliyetli ve güvenilir oluşu nedeni ile bu alanda oldukça yaygın olarak kullanılır (Kim ve Lee, 1996; Aydın ve Yang, 2000).

Kapalı ortamlarda doğal taşınım faz değiştiren madde (PCM) uygulamaları gibi ısı enerji depolama sistemlerinde sıklıkla karşılaşılan bir mühendislik problemidir. Faz değiştiren maddeler (PCM) gizli (latent) ısı depolama materyalleri olup ve ısı enerji transferi bir PCM'in katı halden sıvı hale geçişi (erime) ya da sıvı halden katı hale geçişi (katılaşma) esnasında meydana gelir. Doğal taşınım PCM'in erimesi (ve katılaşması)

sırasında oldukça önemli bir etkiye sahiptir. Bu nedenle PCM uygulamalarında ısı transfer iyileştirilmesine yönelik yapılan çalışmalarda doğal taşınım etkileri mutlaka göz önüne alınmalıdır (Farid *vd.*, 1989; Sharma *vd.*, 2009).

Gıdalar, hayatımızın temel parçası ve aynı zamanda da en önemli gereksinimi konumundadır. Bu yüzden insanoğlu yüzyıllardır gıdaların korunması için çeşitli yöntemler geliştirmiştir. Kurutma, bilinen en eski besin koruma yöntemlerinden birisidir. Ancak kurutma olayı, her bir besin kaynağının farklı kurutma koşullarına sahip olması nedeniyle, oldukça karmaşık bir yapıya sahiptir. Bu yüzden doğal taşınım incelemeleri, özellikle doğal taşıma kabinli güneş kurutma sistemleri gibi kurutma yöntemlerinde, uygun kurutma koşullarının belirlenmesi ve doğru bir şekilde uygulanması için oldukça büyük bir öneme sahiptir (Ramana Murthy, 2009).

Üretim sanayisinde çoğunlukla bakır metali için kullanılan elektrolitik arıtma, metal eriyik içerisindeki istenmeyen maddelerin ayrıştırılması amacıyla uygulanan bir prosestir. Bakırın elektrolizinde eriyik içerisine yerleştirilen anot (pozitif elektrod) ve katot (negatif elektrod) çubukların üzerinden akım geçirilerek bakırın elektroliz esasına göre ayrıştırılması amaçlanmaktadır. Bu yöntemde anot ile katot arasındaki ısı ve kütle transferi doğal taşınım ile gerçekleşir (Leahy ve Schwarz, 2007). Benzer şekilde, diğer elektrokimyasal uygulamalarda da doğal taşınım, önemli bir ısı ve kütle transfer mekanizması olarak dikkate alınır (Filippov *vd.*, 2008).

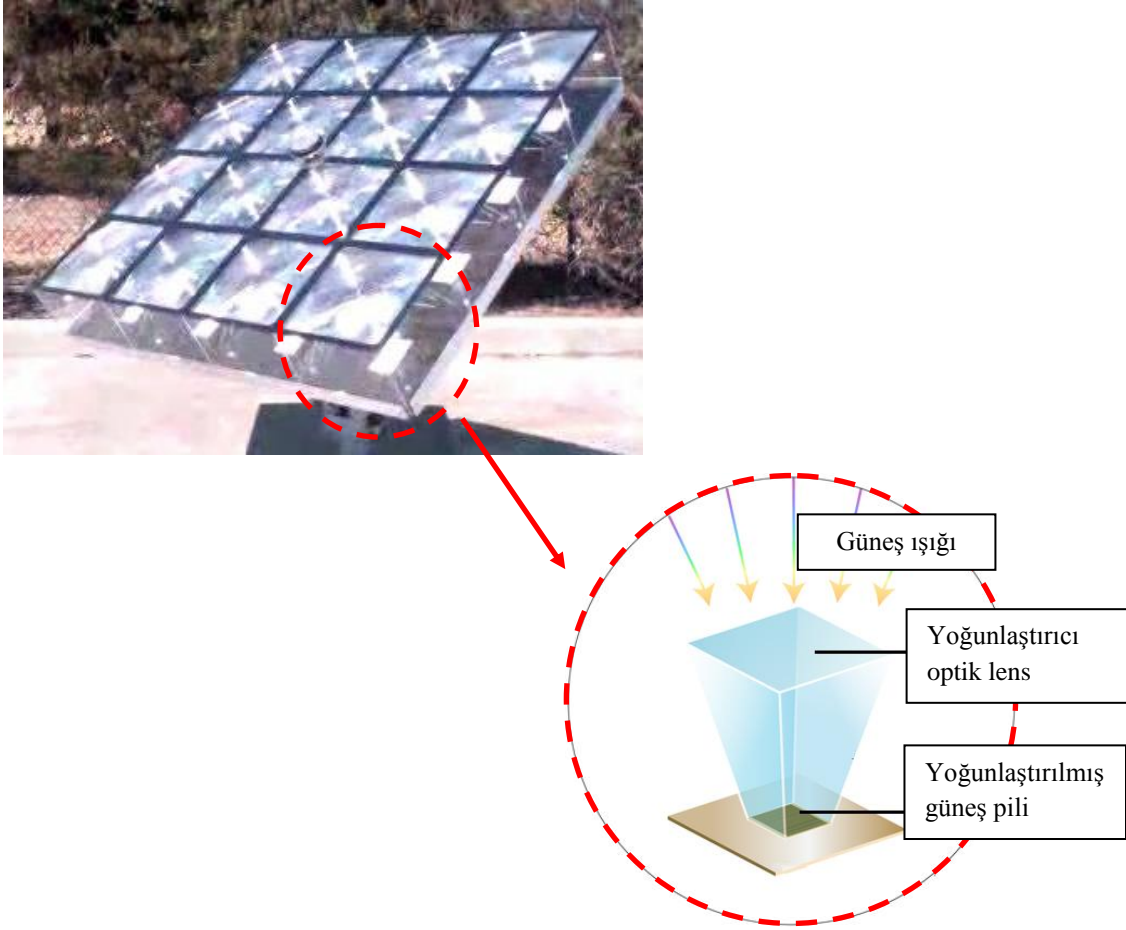
Kapalı ortamlarda doğal taşınım olayı, klasik güneş kollektörleri, tahliyeli tüp kollektörleri ve güneş pilleri gibi güneş enerjisi uygulamalarında karşımıza çıkmaktadır.

Yüksek sıcaklık koşullarında, güneş enerjili su ısıtıcı sistemlerde, genellikle klasik düzlem levha kollektörlerinden daha yüksek verime ve daha iyi performansa sahip olan, tahliyeli tüp kollektörler kullanılırlar. Bu tip güneş kollektörlerde suyun sirkülasyonu tamamen doğal taşınım ile gerçekleşir (Shahi *vd.*, 2010).

Uygulamada kapalı ortam içerisindeki doğal taşınım olayı için verilebilecek en güzel örneklerden biri olarak, yoğunlaştırılmış fotovoltaiik sistemlerde (CPV) optik sistem (cam veya lens gibi) ile güneş pili arasında meydana gelen ısıl etkileşim gösterilebilir (Şekil 1.1). Yoğunlaştırılmış fotovoltaiik sistemlerin verimi güneş pili sıcaklığından önemli ölçüde etkilenir. Verim; güneş pili sıcaklığı arttıkça azalır. Bu nedenle yoğunlaştırılmış fotovoltaiik sistem tasarımlarında farklı çalışma koşulları için güneş pili sıcaklığını önceden tahmin etmek amacıyla yapılacak çalışmalarda optik sistem ve güneş pili arasında doğal taşınım ile meydana gelecek ısıl transfer dikkate alınmalıdır (Natarajan *vd.*, 2011).

Geçirgen bir ortam ile ikiye ayrılmış iki farklı akışkan (örneğin bir bölümünde akışkan, diğer bölümünde aynı akışkanın doymuş buharı) ile dolu kapalı bir ortam içerisinde doğal taşınım ile gerçekleşen ısı ve kütle transferinin incelendiği çalışmalar; jeotermal hareketler, kimyasal katalitik reaktörler, ısıl izolasyon problemleri ve yer üstü sularının yer altına sızması gibi bir çok çevresel olayın ve endüstriyel uygulamanın daha iyi anlaşılmasına olanak sağlamaktadır (Mharzi *vd.*, 2000).

Kapalı ortam içerisindeki doğal taşınımın pratikteki en bilinen örneklerinde biri, binaların ısıtılması ve soğutulmasıdır. İç mekan hava kalitesinin artırılması, ortam içerisindeki enerji dağılımının iyileştirilmesi ve kullanılan ısıtma, soğutma ve havalandırma sistemlerinin performanslarının artırılması için kapalı ortam içerisinde doğal taşınım akışımın incelenmesi oldukça önemlidir (Aydın, 1998)



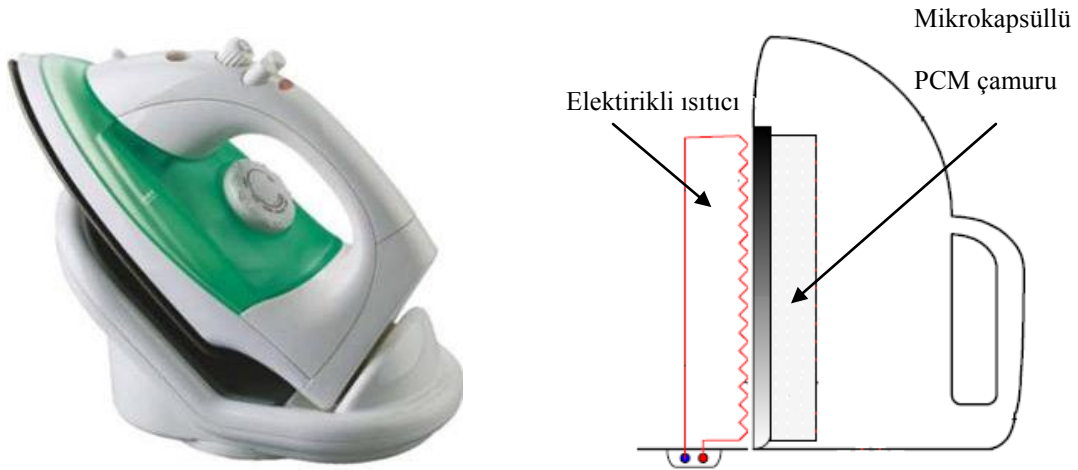
Şekil 1.1. Yoğunlaştırılmış fotovoltaik sistemler (CPV) için örnek bir uygulama.

Yukarıda verilen örneklerden de anlaşılacağı üzere, kapalı ortamlar içerisinde doğal taşınım, birçok mühendislik uygulamasında, temel ısı geçiş mekanizması olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu uygulamaların bir kısmında ısı transferinin meydana geldiği ortam olarak, kayma gerilmesi ile şekil değiştirme hızı arasında doğrusal olmayan bir ilişkinin bulunduğu, Newtonumsu olmayan akışkanlar ile karşılaşmak mümkündür. Çünkü, sanayide kullanılan makine yağları ve diğer yağlayıcılardan, günlük hayatta kullanılan diş macunu, kremler ve losyonlar gibi kişisel bakım ürünlerine, yangınla mücadele için kullanılan köpüklerden insan vücudunda yer alan kan ve eklem sıvısı gibi bir çok akışkan Newtonumsu olmayan davranış gösterirler (Tablo 1.1). Bu yüzden Newtonumsu olmayan akışkanlar geniş bir uygulama alanına sahiptirler. Ayrıca, kapalı ortamlarda doğal taşınım gibi iç akışlarda Newtonumsu olmayan akışkanların akış ve ısı transferine yönelik çok sayıda uygulama söz konusudur. Bu uygulamalara yönelik birkaç örnek verilerek, kapalı ortamlarda Newtonumsu olmayan akışkanların doğal taşınım olayı daha iyi anlaşılabilir.

Tablo 1.1. Newtonumsu-olmayan akışkan davranışı gösteren maddeler (Chhabra ve Richardson 2008)

<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Yapıştırıcılar (duvar kağıdı ve halı yapıştırıcı gibi)</li> <li>■ Bira ve likör gibi alkollü içecekler</li> <li>■ Katran, zift</li> <li>■ Sondaj çamurları</li> <li>■ Biyolojik akışkanlar (kan, eklem sıvısı, salya vb.)</li> <li>■ Çimento karışımı ve harç</li> <li>■ Kireçtaşı karışımı</li> <li>■ Çikolata</li> <li>■ Kömür çamuru</li> <li>■ Kozmetik ve kişisel bakım ürünleri (losyonlar, kremler, traş köpüğü ve kremi, diş macunu vb.)</li> <li>■ Peynir, tereyağı, yoğurt, hoşmerim ve peynir altı suyu gibi süt ürünleri.</li> <li>■ Polimer eriyik ve çözeltiler, plastikler ve kauçuk</li> <li>■ Yangın söndürme köpükleri</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Gıda maddeleri (meyve/sebze ezemeleri ve konsantreleri, soslar, salata sosu, mayonez, reçel ve marmelatlar, dondurma, çorbalar, yumurtanın beyazı, mezeler)</li> <li>■ Gres yağları ve makine yağları</li> <li>■ Maden atıkları (mine tailings) ve mineral süspansiyonları</li> <li>■ Eriyik haldeki lav ve magma</li> <li>■ Boyalar, parlaticılar ve vernikler</li> <li>■ Kağıt hamuru süspansiyonları</li> <li>■ Linyit çamuru</li> <li>■ Arıtma çamuru (sewage sludge)</li> <li>■ Ham balmumu yağı (waxy crude oils)</li> <li>■ Renkli baskı mürekkepleri</li> <li>■ Farmakolojik ürünler (kremler, köpükler, foams, süspansiyonlar vb.)</li> <li>■ Islak plaj kumu</li> </ul>
--	--

Daha önce de ifade edildiği gibi, doğal taşınım yolu ile elektronik cihazların ısı kontrolü, basit, az maliyetli ve güvenilir olması gibi çeşitli avantajlara sahiptir. Ancak uygulamada kullanılan geleneksel akışkanlardan elde edilen ısı taşınım katsayıları özellikle çok yüksek ısı akısı durumlarında yetersiz kalmaktadır. Bu yüzden uygulamada, mikrokapsüllü (microencapsulated) PCM malzemelerin karıştırılması ile üretilen ve Newtonumsu olmayan davranış gösteren PCM çamurları (slurry) gibi fonksiyonel termal akışkanlar ısı taşınım katsayısının iyileştirilmesi için kullanılmaktadırlar (Inaba *vd.*, 2003a-b). Bununla birlikte, mikrokapsüllü PCM (MPCM) çamurları uygulamada, Şekil 1.2 de verilen kablolu ütü örneğinde olduğu gibi ısı enerji depolamak için de kullanılırlar. Şekil 1.2 de görüldüğü gibi ütünün temas tabanı üzerinde içerisinde elektrikli ısıtıcıdan sağlanan ısı enerjisi depolamak için mikrokapsüllü PCM çamur ile dolu bir bölüm bulunmaktadır. Bu bölüm içerisinde meydana gelen fiziksel olay Newtonumsu olmayan akışkanlar ile dolu kapalı ortamlarda doğal taşınım için çok güzel bir uygulama örneğidir.



Şekil 1.2. Kapalı ortamlarda Newtonumsu-olmayan akışkanların doğal taşınımı için pratik bir örnek: Kablosuz ütü içerisinde mikrokapsüllü PCM çamurları uygulaması.

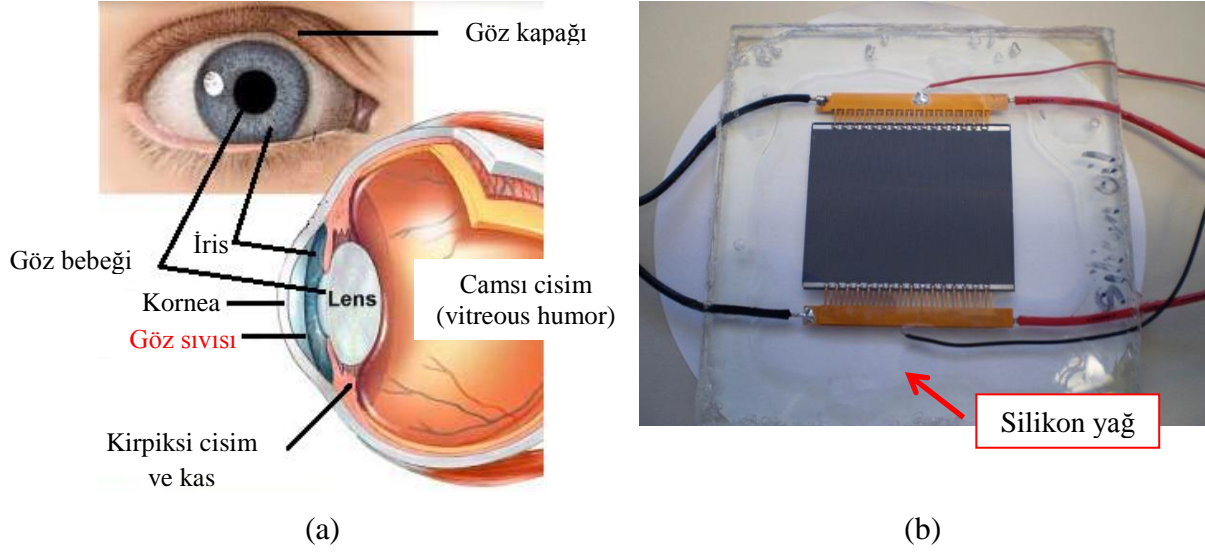
Kapalı ortamlar içerisinde Newtonumsu olmayan akışkanların doğal taşınımına yönelik olarak gösterilebilecek bir diğer ilgi çekici örnek ise, insan gözü içerisinde iris ve kornea arasında yer alan içerisi tamamen Newtonumsu olmayan akışkan davranışı gösteren göz sıvısı (aqueous humor) ile dolu ön oda (ön kamara) (anterior chamber) olarak adlandırılan bölgede ortaya çıkmaktadır (Şekil 1.3a) (Brujan, 2011; Ooi ve Ng., 2011). Kornea, kendisini çevreleyen hava ile gözyaşının buharlaşması sonucu soğutulur. Korneanın soğuması insan gözü içerisinde bir sıcaklık gradyanının oluşmasına ve ön oda içerisindeki

göz sıvısının doğal taşınım akışına ve ısı transferine neden olur. Bu durumun ise iğ şeklinde kahverengi pigment dizilimi “Krukenberg spindle” olarak adlandırılan göz kusurunun meydana gelmesine neden olduğu varsayılır (Heys ve Barocas, 2002).

Newtonumsu olmayan akışkanlar ile dolu kapalı ortamlardaki doğal taşınımın mühendislikteki en önemli uygulamalarında birisi de, yoğunlaştırılmış fotovoltaik sistemlerde (CPV) güneş pillerinin soğutulmasıdır. Yoğunlaştırılmış fotovoltaik sistemlerin verimlerini önemli ölçüde düşüren güneş pili sıcaklığı artışını kontrol altında tutmak amacıyla birçok yöntem uygulanır. Bu yöntemlerden bir tanesi de, ısı transferini iyileştirmek için güneş pillerinin akışkan bir ortam içerisine yerleştirilmesidir (Wang *vd.*, 2009 ve Han *vd.*, 2011). Newtonumsu olmayan akışkan davranışı gösteren silikon yağı (Hou *vd.*, 2007) sahip olduğu yüksek ısı transfer, optik ve dielektrik (elektirik geçirmeme) özellikleri nedeniyle bu yöntem için en yaygın olarak kullanılan akışkanlardan biridir (Şekil 1.3b) (Wang *vd.*, 2009 ve Han *vd.*, 2011).

Bu örnekleri çoğaltmak mümkündür. Bu geniş uygulama sahası araştırmacıları, Newtonumsu olmayan akışkanlar ile dolu kapalı ortamlar içerisindeki doğal taşınım ile ilgili çalışmalar yapmaya yöneltmiştir. Ancak bu alanda yapılan çalışmalar oldukça sınırlı sayıda ve sınırlı içerikte olup, genellikle sabit bir Rayleigh sayısı veya sabit bir Prandtl sayısı ve sabit bir boyut oranı değeri için gerçekleştirilmiştir. Literatürde, Rayleigh sayısı, Prandtl sayısı ve boyut oranı etkilerinin birlikte ele alındığı bir teorik ve sayısal çalışma bulunmamaktadır. Bu nedenle, Newtonumsu olmayan akışkanlar ile dolu kapalı ortamlar içerisindeki doğal taşınım olayında ısı transfer ve akış karakteristiklerinin daha iyi anlaşılmasına olanak sağlayacak, geniş Rayleigh sayısı, Prandtl sayısı ve boyut oranı aralıklarında gerçekleştirilecek ve ileride bu konu üzerine yapılacak çalışmalara yol gösterici olacak detaylı bir referans çalışmaya ihtiyaç duyulmaktadır.

Bu çalışmada, geniş Rayleigh sayısı, Prandtl sayısı aralığında farklı kapalı ortam boyut oranı değerleri için, komşu düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklarda tutulan ve içerisi Newtonumsu-olmayan akışkan ile dolu dikdörtgen kesitli kapalı ortamlarda iki boyutlu laminar doğal taşınım, sürekli rejim durumu için teorik ve sayısal olarak incelenmiştir. Çalışmada Newtonumsu-olmayan akışkan olarak Bingham akışkanı ve power-law akışkanı dikkate alınmıştır. Her bir akışkan durumu için korunum denklemlerine dayanılarak skala analizleri gerçekleştirilmiştir. Ayrıca bu skala analizlerinden yola çıkılarak sayısal sonuçlar yardımıyla Newtonumsu akışkan, Bingham akışkan ve power-law akışkan durumlarının her biri için çeşitli korelasyon fonksiyonları önerilmiştir.



Şekil 1.3. (a) İnsan gözünün kısımları ve (b) silikon yağ içerisine yerleştirilmiş fotovoltaik bir hücre örneği (Han vd., 2011).

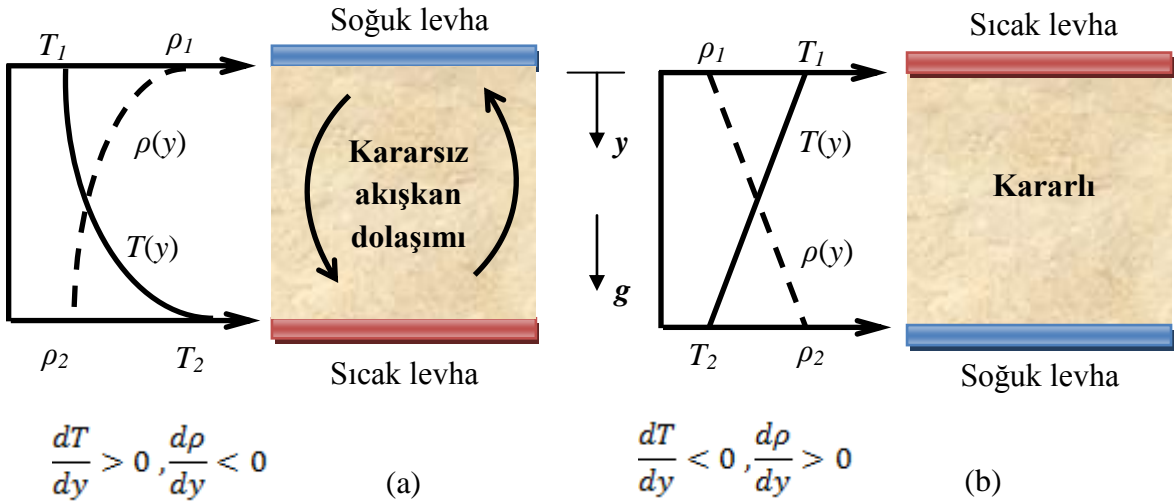
## 1.2. Doğal Taşınım

Zorlanmış taşınımında akışkan hareketi, pompa ve fan gibi bir dış etkenden transfer edilen enerji tarafından sağlanırken; doğal taşınımında, akışkan hareketi tamamen akış alanındaki sıcaklık veya konsantrasyon farkı sonucu meydana gelen yoğunluk gradyanından kaynaklanır. Akış alanında doğal taşınımın meydana gelebilmesi için yoğunluk ile orantılı bir gövde (cisim) kuvvetine (body force) ihtiyaç vardır (Faghri vd., 2010). Pratikte genellikle gövde (cisim) kuvveti olarak yerçekimi kuvveti ortaya çıkar. Akış alanındaki yoğunluk gradyanı ve gövde (cisim) kuvvetinin birleşmesi sonucu, doğal taşınım hareketinin arkasındaki sürücü kuvvet olan kaldırma kuvveti ortaya çıkar (Incropera vd., 2007). Birbiri ile temas eden akışkan parçacıklarının bağıl hareketi sonucu, temas yüzeyinde, akışa ters yönde bir sürtünme kuvveti oluşur. Akışkan parçacıkları arasında meydana gelen bu sürtünme kuvveti, akışkan hızlarını düşürür ve doğal taşınımındaki ısı transferini azaltır. Bu yüzden doğal taşınım problemlerinde, kaldırma ve sürtünme kuvvetleri arasındaki dengenin ısı transferi üzerinde çok önemli bir etkisi vardır.

Doğal taşınımında akışkan hızları genellikle zorlanmış taşınımında meydana gelen hızlara nazaran çok daha küçük olduğu için, meydana gelen ısı geçişi de daha düşük düzeydedir. Bu yüzden, doğal taşınım etkileri genellikle çok daha az önemsenir. Oysaki farklı yollarla ısı geçişinin meydana geldiği birçok uygulamada, doğal taşınım ısı geçişine karşı en büyük direnci oluşturur. Bu nedenle doğal taşınım, sistem tasarımında ve

performansında önemli rol oynar (Incropera vd., 2007). Bununla birlikte, güneş pilleri soğutma sistemlerinde olduğu gibi ısı geçişi kontrolü için dışarıdan ilave bir enerji kaynağı kullanımının, sistemin toplam verimi açısından, sınırlı olması gerektiği durumlarda, çoğunlukla doğal taşınımaya başvurulur (Çengel, 2003).

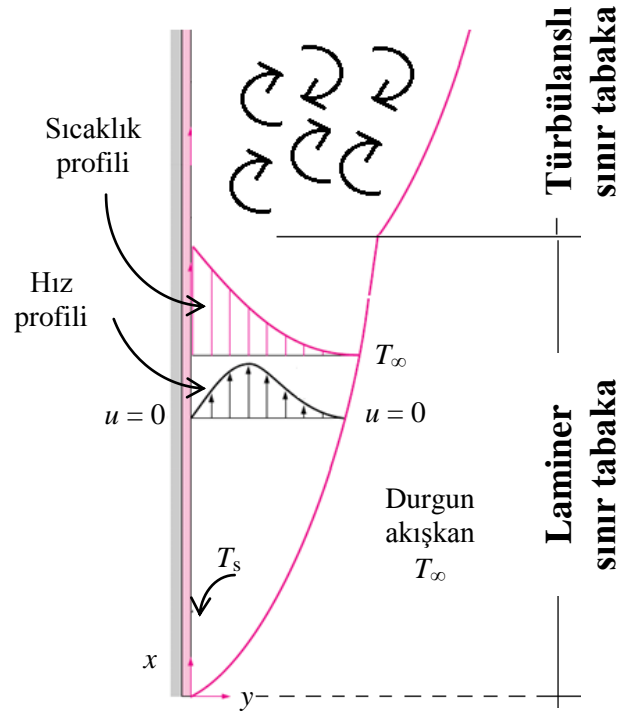
Bu çalışmada yoğunluk gradyanının sıcaklık farkından kaynaklandığı ve gövde (cisim) kuvvetinin yerçekimsel olduğu, doğal taşınım problemi göz önüne alınmıştır. Ancak, yerçekimsel bir alan içerisinde yer alan akışkan bir ortamda yoğunluk gradyanının varlığı her zaman doğal taşınım akışını sağlamayabilir. Örneğin, farklı sıcaklıklara sahip ( $T_1 \neq T_2$ ) iki levha arasında yer alan akışkan bir ortamın sıcaklık ve yoğunluk gradyanlarının gösterildiği Şekil 1.4'teki durumu göz önüne alalım. (a) durumunda alt levhanın sıcaklığı üstteki levhanın sıcaklığından daha yüksek ( $T_1 < T_2$ ) olduğundan yoğunluk yerçekimi kuvveti yönünde azalır. Sıcaklık farkının kritik bir değeri aşması halinde, koşullar kararsız olur ve kaldırma kuvvetleri sürtünme kuvvetlerinin üstesinden gelmeye başlar. Üsteki soğuk levhaya yakın bölgede yoğunluğu daha yüksek olan akışkan parçacıkları üzerine etkiyen yer çekimi kuvveti, alttaki sıcak levhaya yakın bölgede yoğunluğu daha az olan akışkan parçacıklarına etkiyen kuvvete baskın gelir ve Şekil 1.4a'da görülen doğal taşınım hareketi başlar. Ağır akışkan parçacıkları aşağı doğru hareket eder ve ısınmaya başlarken, hafif akışkan parçacıkları yükselir ve soğur. Ancak, (b) durumunda ise  $T_1 > T_2$ 'dir ve yoğunluk yerçekimi yönünde azalmaz. Koşullar karardır ve akışkan hareketi meydana gelmez. (a) durumunda alt levhadan üst levhaya doğru ısı geçişi doğal taşınım ile, (b) durumunda ise üst levhadan alt levhaya doğru iletim ile gerçekleşir (Incropera vd., 2007).



Şekil 1.4. Farklı sıcaklıklara sahip iki yatay plaka arasındaki akışkan tabakası (a) kararsız sıcaklık gradyanı, (b) kararlı sıcaklık gradyanı (Incropera vd., 2007).



Şekil 1.5’de sıcak düşey bir levha üzerinde kaldırma kuvveti sonucu meydana gelen doğal taşınım akışında sınır tabaka gelişimi ve laminer sınır tabaka içerisindeki hız ve sıcaklık dağılımları görülmektedir. Görüldüğü gibi, levhanın öncü (yönlendiren) kenarına yakın bölgede laminer bir sınır tabaka gelişimi söz konusuken, belirli bir mesafeden sonra ise türbülanslı sınır tabakaya geçiş başlamaktadır. Ayrıca, sınır tabaka kalınlığı, zorlanmış taşınımında olduğu gibi, akış yönünde artmaktadır. Ancak zorlanmış taşınımdan farklı olarak, sınır tabaka dış kenarındaki akışkan hızı levha yüzeyindeki gibi sıfır olmaktadır. Akışkan hızı levha yüzeyinden uzaklaştıkça maksimum bir değere ulaşıncaya kadar artmakta, daha sonra azalarak sifira eşit olmaktadır (Çengel, 2003).



Şekil 1.5. Sıcak düşey bir plaka üzerinde doğal taşınım olayında sınır tabaka gelişimi ve laminer sınır tabaka içerisindeki klasik hız ve sıcaklık profilleri (Çengel, 2003).

Birçok akışkanlar mekaniği ve ısı transferi probleminde olduğu gibi doğal taşınım akışını ve ısı geçişini tanımlamak için de bazı boyutsuz sayılar kullanılır. Doğal taşınım hareketinde sürücü kuvvet kaldırma kuvvetidir. Grashof sayısı akışkan parçacığına etkiyen kaldırma kuvvetlerinin sürtünme kuvvetlerine oranı olarak tanımlanır ve akış alanında kaldırma kuvveti etkilerinin büyüklüğünü gösterir.

$$Gr = \frac{\rho^2 g \beta (T_s - T_{ref}) L^3}{\mu^2} \quad (1.1)$$

Bu ifadede yer alan,  $\rho$  akışkan yoğunluğunu,  $g$  yerçekimi ivmesini,  $\beta$  ısı genleşme katsayısını,  $T_s$  ve  $T_{ref}$  sırasıyla yüzey ve referans sıcaklığı,  $L$  referans uzunluğu,  $\mu$  ise plastik viskoziteyi göstermektedir.

Bir diğer önemli boyutsuz sayı momentum yayılımının ısı yayılımına (thermal diffusion) oranı olarak tanımlanan Prandtl sayısıdır. Prandtl sayısı aynı zamanda hidrodinamik sınır tabaka kalınlığının ısı sınır tabaka kalınlığına oranı olarak da tanımlanmakta olup şu şekilde ifade edilir:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (1.2)$$

Burada,  $\nu$  kinematik viskoziteyi,  $\alpha$  ise ısı yayılım katsayısını göstermektedir.

Doğal taşınım akışlarında, akışın türüne (laminer veya türbülans) ve ısı geçiş mekanizmasının türüne (iletim veya taşınım) Rayleigh sayısına göre karar verilir. Rayleigh sayısı Grashof ve Prandtl sayısının bir fonksiyonu olup, akış alanındaki kaldırma kuvveti kaynaklı ısı taşınımının (thermal transport) ısı yayılımına oranı olarak tanımlanır ve aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$Ra = \frac{\rho^2 c_p g \beta (T_s - T_\infty) L^3}{\mu k} = Gr Pr \quad (1.3)$$

Sürekli rejim koşulu altında, akışkan bir ortam içerisinde taşınım ile meydana gelen ısı transferin, iletim ile meydana gelen ısı transfere oranı olarak tanımlanan Nusselt sayısı, bir çok ısı transfer probleminde olduğu gibi, doğal taşınım olayında da ısı geçişinin en önemli göstergesi olup aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$Nu = \frac{h.L}{k} \quad (1.4)$$

Esasen, Nusselt sayısı ısı transfer yüzeyinde taşınım ile transfer edilen ısıнын bir ölçüsüdür ve boyutsuz sıcaklık gradyanı olarak da tanımlanır.

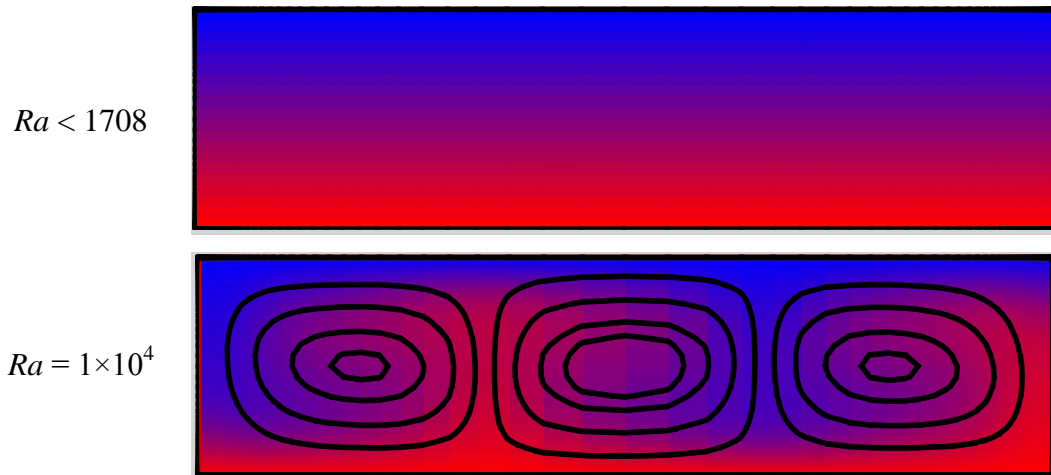
Doğal taşınım, akışın bir yüzey ile sınırlandırılmış olup olmamasına göre sınıflandırılabilir. Örneğin, akışa bitişik bir yüzey olmaması durumunda kaldırma kuvveti etkili jet akışı veya baca dumanı akışı şeklinde serbest sınır akışı meydana gelir. Bu akış türü ile ilgili daha detaylı bilgiler Jaluria (1980) ve Gebhart *vd.* (1988) tarafından yapılmış çalışmalarda verilmiştir. Bir yüzey tarafından sınırlandırılmış doğal taşınım akışı için en klasik örnek Şekil 1.5'te verilen sıcak düşey bir plaka üzerindeki sınır tabaka gelişimidir. Kapalı ortamlar içerisinde meydana gelen doğal taşınım olayı da yüzey tarafından sınırlandırılmış doğal taşınım akışı için verilebilecek diğer bir örnektir. Bu çalışmada, Giriş Bölümünde de (Bölüm 1.1) vurgulanmış olan mühendislik uygulamalarındaki önemi açısından, kapalı ortamlar içerisinde doğal taşınım olayı incelenmiştir. Çalışmada, kapalı ortam geometrisi için uygulamalarda sıklıkla karşılaşılan farklı boyut oranlarına sahip dikdörtgen kesitli kapalı ortamlar üzerine yoğunlaşmıştır.

### **1.2.1. Dikdörtgen Kesitli Kapalı Ortamlarda Doğal Taşınım**

Pratikte, güneş enerji sistemlerinden elektronik aletlerin soğutulmasına ve bina içi ısıtma ve soğutmaya kadar birçok uygulamada dikdörtgen kesitli kapalı ortam içerisinde doğal taşınım olayı ile sıklıkla karşılaşılır. Ancak, bu iç akış problemi, klasik dış doğal taşınım problemlerinden, oldukça karmaşık bir yapıya sahiptir. Bir dış doğal taşınım akışında, klasik sınır tabaka teorisi ile benzer basitleştirmeler yapılır ve sınır tabaka dışındaki akış bölgesi sınır tabaka akışından etkilenmez. Buna karşın, kapalı ortam içerisindeki doğal taşınım akışında, duvarlar yakınında oluşan sınır tabakalar dışında bir öz bölgesi ortaya çıkar. Bu öz bölgesi kısmi veya tamamen sınır tabakalar ile çevrili olduğu için, öz bölgesi içerisindeki akış sınır tabaka içerisindeki akıştan etkilenir aynı zamanda öz bölgesi de sınır tabaka akışını etkiler. Sınır tabaka akışı ve öz bölgesi akışı arasındaki bu karşılıklı etkileşim, kapalı ortamlarda doğal taşınım problemlerindeki temel sorunu oluşturur (Ostrach, 1988).

Dikdörtgen kesitli kapalı ortamlarda doğal taşınım ile ilgili, kapalı ortam sınır koşullarına bağlı, bir çok farklı konfigürasyon olmasına rağmen, genelde araştırmalar Rayleigh-Benard ve De-Vahl Davies problemleri olarak bilinen iki klasik konfigürasyon üzerine yoğunlaşmıştır.

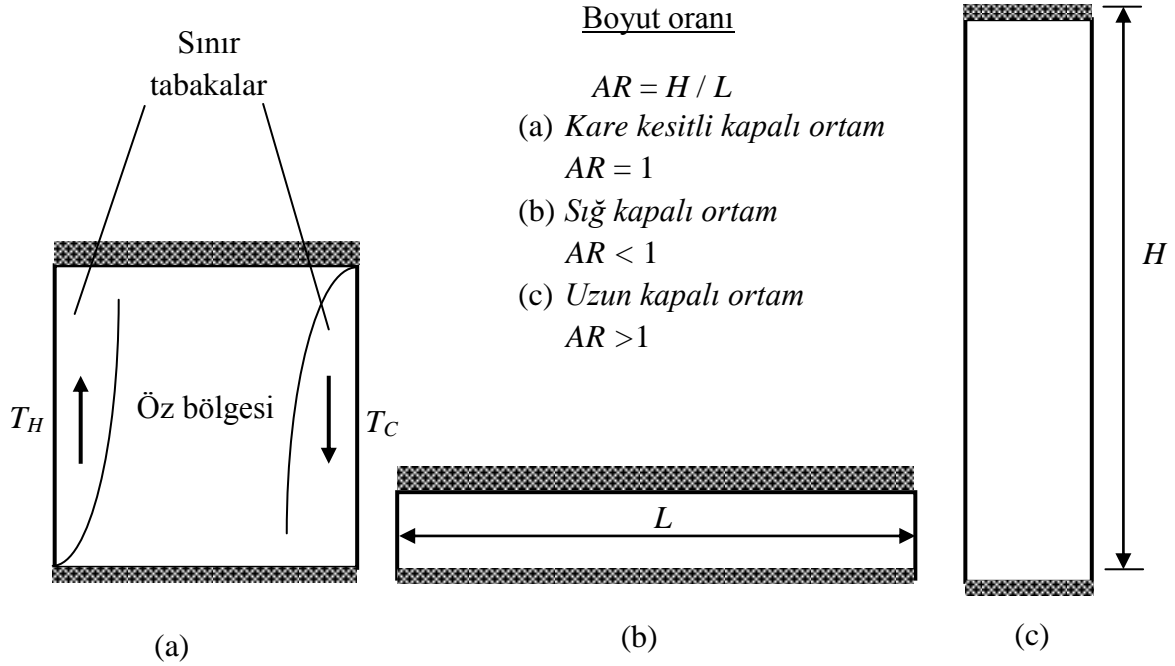
Düsey duvarların adyabatik, yatay alt duvarın yatay üst duvardan daha yüksek sıcaklığa sahip olduğu dikdörtgen kesitli kapalı ortamlarda doğal taşınım Rayleigh-Benard problemi olarak adlandırılır. Rayleigh-Benard probleminde, yatay alt duvarın sıcaklığının üst duvar sıcaklığından daha yüksek olması nedeniyle, ısı geçişi alt duvardan üst duvara doğru gerçekleşir. Rayleigh sayısının kritik bir değerden küçük olması durumunda, kaldırma kuvvetleri sürtünme kuvvetlerinin neden olduğu direncin üstesinden gelemez ve kapalı ortam içerisinde taşınım oluşmaz. Bu durumda, kapalı ortam alt duvarından üst duvarına ısı transferi tamamen iletim ile gerçekleşir. Ancak Rayleigh sayısı belirli bir değeri aştıktan sonra kaldırma kuvvetleri sürtünme kuvveti kaynaklı direncin üstesinden gelmeye başlar ve kapalı ortam içerisinde taşınım ortaya çıkar. Bu durum, “Rayleigh-Benard Kararsızlığı (Rayleigh-Benard Instability)” olarak bilinir. Yapılan teorik ve deneysel çalışmalar kiritik Rayleigh sayısının 1708 olduğunu belirlemiştir. Rayleigh sayısının  $1708 < Ra \leq 5 \times 10^4$  aralığında akışkan hareketi belirli bir bölgede düzenli olarak dönen hücreler şeklindedir (Şekil 1.6). Daha yüksek Rayleigh sayılarında ise bu hücresel yapı bozulur ve türbülanslı bir akışkan hareketi meydana gelir (Incropera *vd.*, 2007).



Şekil 1.6. Rayleigh-Benard probleminde Rayleigh sayısının farklı değerleri için sıcaklık konturu ve akışkan hareketi.

Dikdörtgen kesitli kapalı ortamlarda doğal taşınım incelemeleri arasındaki diğer bir önemli konfigürasyon ise de Vahl Davis (1983) tarafından incelenen ve literatürde referans çalışması (benchmark study) kabul edilen, yatay duvarların adyabatik olduğu kapalı ortam içerisindeki doğal taşınımın, karşılıklı düşey duvarlar arasındaki sabit sıcaklık farkından kaynaklandığı durumdur. Bu konfigürasyon pratikte, ısı izolasyonu, güneş kolektörleri,

güneş pili uygulamaları ve mimari yapılarda enerji yönetimi gibi birçok mühendislik uygulamasında en çok karşılaşılan kapalı ortam doğal taşınım olayıdır. Şekil 1.7 yatay duvarları adyabatik, düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklarda tutulan iki boyutlu dikdörtgen kesitli kapalı ortam örnekleri gösterilmiştir. Bu tür kapalı ortamlarda doğal taşınım problemi için,  $H$  kapalı ortam yüksekliği ve  $L$  kapalı ortam uzunluğu olmak üzere iki karakteristik boyut söz konusudur.  $L$  kapalı ortam uzunluğu genellikle aktif duvarlar (sıcak ve soğuk duvarlar) arasındaki mesafe olarak da tanımlanır ve  $Gr$ ,  $Ra$ ,  $Nu$  gibi kapalı ortamlarda doğal taşınım için önemli boyutsuz sayıların tanımlanmasında bu büyüklük kullanılır. Aktif duvarlara yakın bölgelerde sınır tabakalar oluşmasına rağmen, kaldırma kuvvetinin doğurduğu akışkan hareketi genellikle devreden akış (recirculating flow) şeklindedir (Şekil 1.7a).  $AR = H / L$  olarak tanımlanan boyut oranı  $AR < 1$  olduğu kapalı ortamlar sığ kapalı ortam (Şekil 1.7b);  $AR > 1$  olan kapalı ortamlar ise uzun kapalı ortam (Şekil 1.7c) olarak isimlendirilir (Yang, 1987).



Şekil 1.7. İki boyutlu kapalı ortam örnekleri.

Düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklara sahip dikdörtgen kesitli kapalı ortamlarda doğal taşınım Bejan (2004) tarafından detaylı bir şekilde incelenmiştir. Bejan (2004) bu tür kapalı ortam doğal taşınım olayı için aşağıda verilen kriterleri kullanarak farklı ısıl rejim bölgeleri tanımlamıştır.

$$\frac{H}{L} < Ra_H^{1/4} = (Ra_L AR^3)^{1/4} \quad (1.5)$$

$$\frac{H}{L} > Ra_H^{-1/4} = (Ra_L AR^3)^{-1/4} \quad (1.6)$$

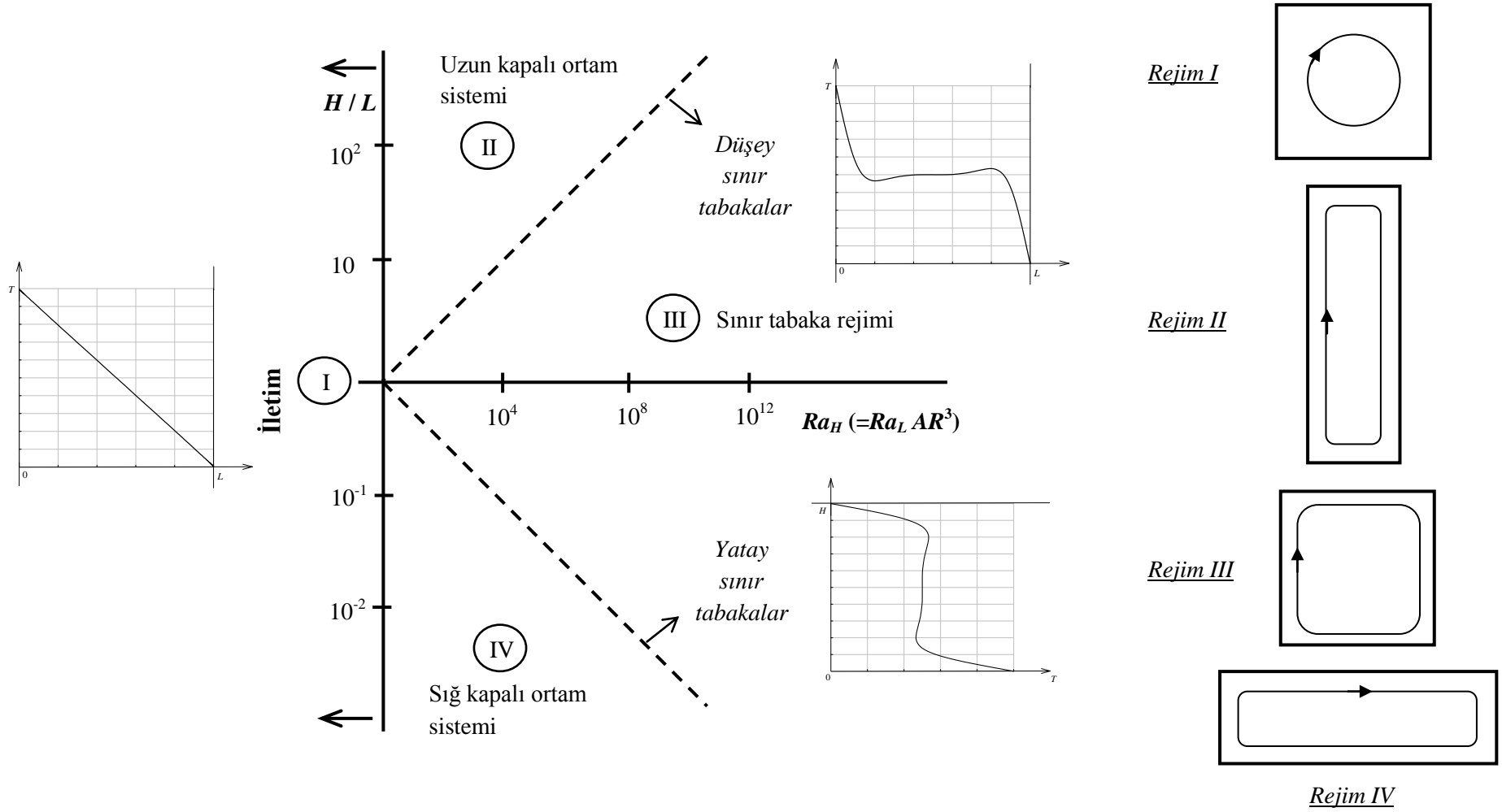
Bu iki kriter ve taşınım ile ısı transferinin meydana gelebilmesi için gereken  $Ra_H^* > 1$  koşulu Şekil 1.8’de verilen  $H/L - Ra_H$  diyagramını dört farklı rejim bölgesine böler. Her bir rejim bölgesine ait karakteristik özellikler aşağıda kısaca açıklanmıştır:

- ❖ Rejim I: İletim limit durumu : Kapalı ortam içersinde aktif duvarlar (düşey duvarlar) arasında sıcaklık doğrusal bir değişimi gösterir. Yatay sıcaklık gradyanı  $\Delta T/L$  yavaş bir devreden akışın oluşmasına neden olur ancak bu akışın ısıl transfere katkısı önemsizdir.
- ❖ Rejim II: Uzun kapalı ortam limit durumu : Kapalı ortam içersinde aktif duvarlar (düşey duvarlar) arasında sıcaklık doğrusal bir değişim gösterir.
- ❖ Rejim III: Sınır tabaka rejimi : Aktif duvarlar üzerinde düşey ısıl sınır tabakalar oluşur. Aktif duvarlar arasında doğrusal olmayan (non-linear) sıcaklık değişimi ortaya çıkar.
- ❖ Rejim IV: Sığ kapalı ortam limit durumu : Isı transfer mekanizması düşey yönde mevcut ısıl tabakalar tarafından sağlanır. Ayrıca, kapalı ortam içersinde oluşan uzun yatay öz bölgesi yalıtım etkisi sağlayarak ısı transferini düşürür.

Ayrıca, Şekil 1.8’de her bir rejim durumuna ait karakteristik akışkan hareketi ve aktif duvarlar arasındaki sıcaklık değişimi gösterilmiştir (Bejan (2004)).

---

\* Düşey duvarların aktif duvarlar olarak dikkate alındığı kapalı ortamlarda doğal taşınımın incelendiği bazı çalışmalarda araştırmacılar, sonuçlarını  $H$  kapalı ortam yüksekliğine göre tanımlanmış  $Ra_H$  Rayleigh sayısına göre sunmuşlardır. Ancak literatürde genellikle, Rayleigh sayısı tanımlanırken referans uzunluk olarak  $L$  kapalı ortam uzunluğu (aktif duvarlar arasındaki mesafe) kullanılır. Bu iki tanımlama arasında  $Ra_H = Ra_L AR^3$  ilişkisi mevcuttur ( $AR = H/L$ ).



Şekil 1.8. Düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklarda tutulan (diğer duvarları adyabatik) kapalı ortam içerisinde doğal taşınım için ısı transfer rejim durumları ve her bir rejim durumuna ait karakteristik akışkan hareketi ve aktif duvarlar arasındaki sıcaklık değişimi Bejan (2004).

### 1.3. Newtonumsu-Olmayan Akışkan Davranışı

Genel olarak, akışkanlar iki farklı şekilde ile sınıflandırılırlar. Birinci sınıflandırma, dışarıdan uygulanan bir basınca karşı vermiş oldukları cevaba göre yapılır. Eğer bir akışkan parçacığının hacmi uygulanan basınç ile değişim gösteriyor ise “sıkıştırılabilir akışkan”, herhangi bir değişim göstermiyorsa “sıkıştırılmaz akışkan” olarak tanımlanır. İkinci sınıflandırma ise; akışkanların uygulanan kayma gerilmesine karşı vermiş oldukları cevaba bağlı olarak gerçekleştirilir. Buna göre, eğer bir akışkanın kayma gerilmesi ( $\tau$ ) ile şekil değiştirme hızı ( $\dot{\gamma}$ ) arasında doğrusal bir ilişki söz konusu ise yani viskozitesi kayma gerilmesinden bağımsız ise “Newtonumsu akışkan” olarak tanımlanır. Eğer, bir akışkanın kayma gerilmesi ile şekil değiştirme hızı arasında doğrusal bir ilişki bulunmuyorsa yani viskozitesi kayma gerilmesine bağlı ise “Newtonumsu-olmayan akışkan” olarak sınıflandırılır (Chhabra ve Richardson 2008). Bu çalışmada sıkıştırılmaz ve Newtonumsu-olmayan akışkanlar göz önüne alınmıştır.

1950’lerin başından itibaren; özellikle köpükler (foams), emülsiyonlar, dispersiyonlar ve süspansiyonlar gibi çok-fazlı ortamlar ile doğal ve suni polimerik çözeltiler gibi endüstriyel değeri olan birçok akışkanın Newtonumsu-olmayan davranış gösterdiğine yönelik giderek artan bir farkındalık söz konusudur (Chhabra ve Richardson 2008). Tablo 1.1’de Newtonumsu-olmayan davranış gösteren farklı türden akışkanların bir kısmı listelenmiştir. Görüldüğü gibi, Newtonumsu-olmayan davranış gösteren akışkanlar ile gerek gündelik hayatta gerekse endüstride oldukça farklı alanlarda karşılaşmak mümkündür.

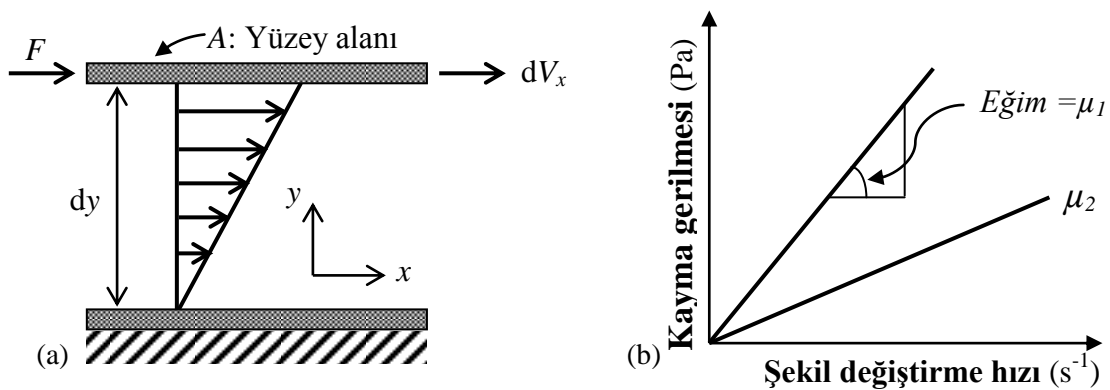
Şekil 1.9a’da aralarında  $dy$  kadar mesafe bulunan iki paralel levha arasındaki akışkan tabakası görülmektedir. Alttaki levha sabit tutulurken üstteki levhaya sabit bir  $F$  kuvveti uygulanmaktadır. Uygulanan bu kuvvetin etkisiyle akışkan kaymaya zorlanır. Bu durum akışkan içerisindeki eşit ve zıt yönde bir sürtünme kuvveti ile dengelenmeye çalışılır ve böylece sürekli laminer bir akış durumu için doğrusal bir hız profili ortaya çıkar (Şekil 1.9a). Sıkıştırılmaz Newtonumsu laminer bir akışta kayma gerilmesi şekil değiştirme hızı ve akışkan viskozitenin çarpımına eşittir (Chhabra ve Richardson 2008).

$$\frac{F}{A} = \tau_{yx} = \mu \left( -\frac{dV_x}{dy} \right) = \mu \dot{\gamma}_{yx} \quad (1.7)$$



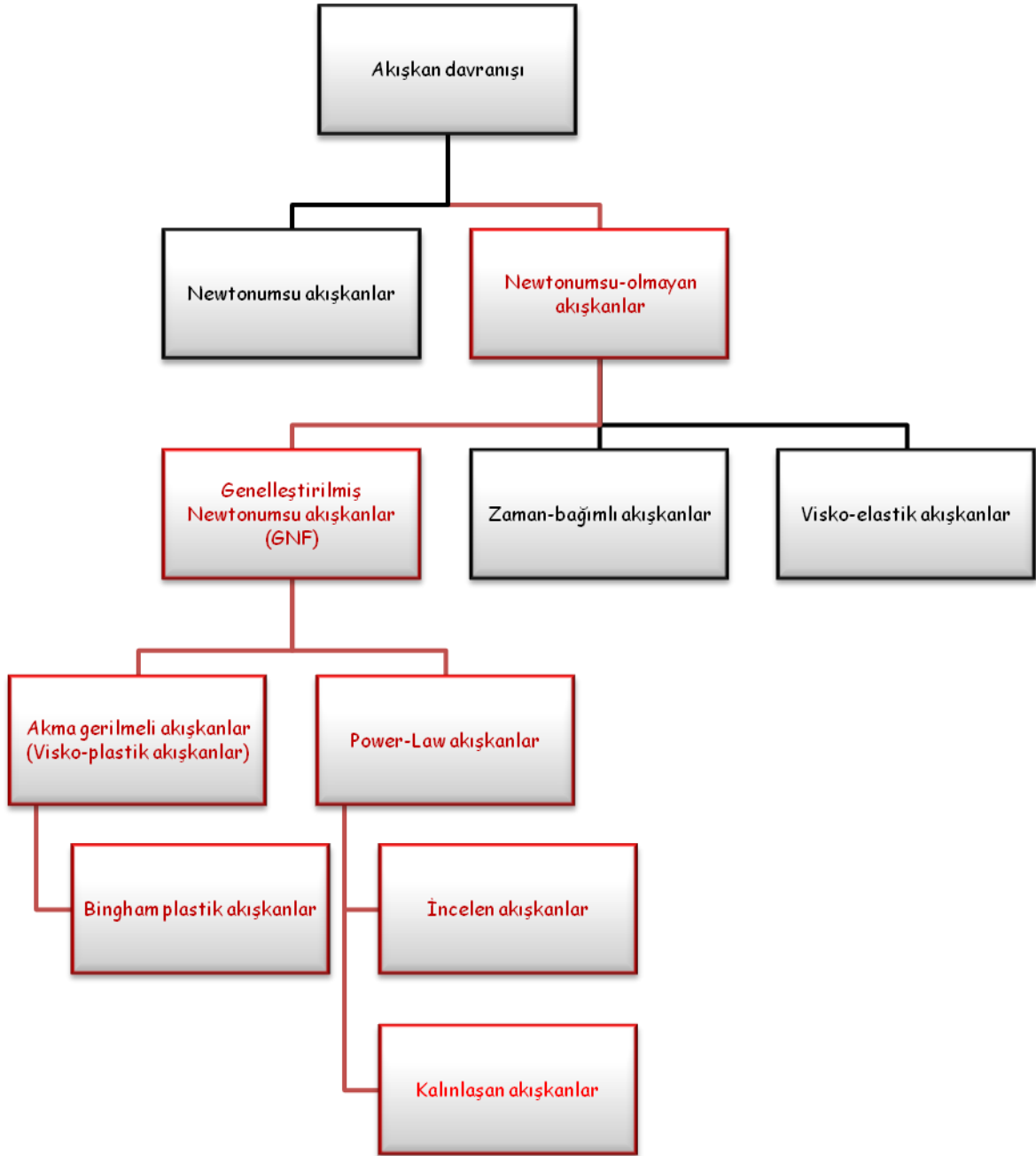
Newtonumsu akışkanlar için, daha öncede vurgulandığı gibi kayma gerilmesi ve şekil değiştirme hızı arasında doğrusal bir ilişki vardır ve akış eğrisi (flow curve) orjinden geçer (Şekil 1.9b). Bu yüzden, kayma gerilmesinin şekil değiştirme hızına oranı olarak tanımlanan viskozite Newtonumsu akışkanlarda sabittir ve kayma gerilmesinden veya şekil değiştirme hızından bağımsızdır. Newtonumsu akışkanların viskozitesi yalnızca akışkan türüne, sıcaklık ve basınca bağlıdır. Newtonumsu-olmayan akışkanlarda kayma gerilmesi ve şekil değiştirme hızı arasında doğrusal olmayan bir ilişki söz konusudur ve akış eğrisi (flow curve) doğrusal değildir veya orjinden geçmez. Bu yüzden, verilen bir sıcaklık ve basınç için Newtonumsu-olmayan bir akışkanın viskozitesi sabit değildir ve akış geometri, kayma gerilmesi ve şekil değiştirme hızı gibi akış parametrelerine bağlıdır. Bu yüzden Newtonumsu-olmayan akışkanların viskozitesinden söz edilirken genellikle “görünür viskozite” tanımı kullanılır. Bu tür akışkanlar üç gruba ayrılır (Chhabra ve Richardson 2008):

- (1) Genelleştirilmiş Newtonumsu akışkanlar (generalized Newtonian fluids, GNF): Bu tür akışkanlarda herhangi bir noktadaki şekil değiştirme hızı, yalnızca o noktadaki anlık kayma gerilmesi değeri ile belirlenir. Bu yüzden “*zaman bağımsız akışkanlar*” olarak da isimlendirilirler.
- (2) Zaman - Bağımlı Akışkanlar: Çok daha karmaşık bir yapıya sahip bu akışkanlarda kayma gerilmesi ve şekil değiştirme hızı arasındaki ilişki akışın süresine de bağlıdır.
- (3) Visko-elastik Akışkanlar: Bu gruba dahil olan akışkanlar ise hem akışkan hem de elastik katı karakteristikleri sergilerler.

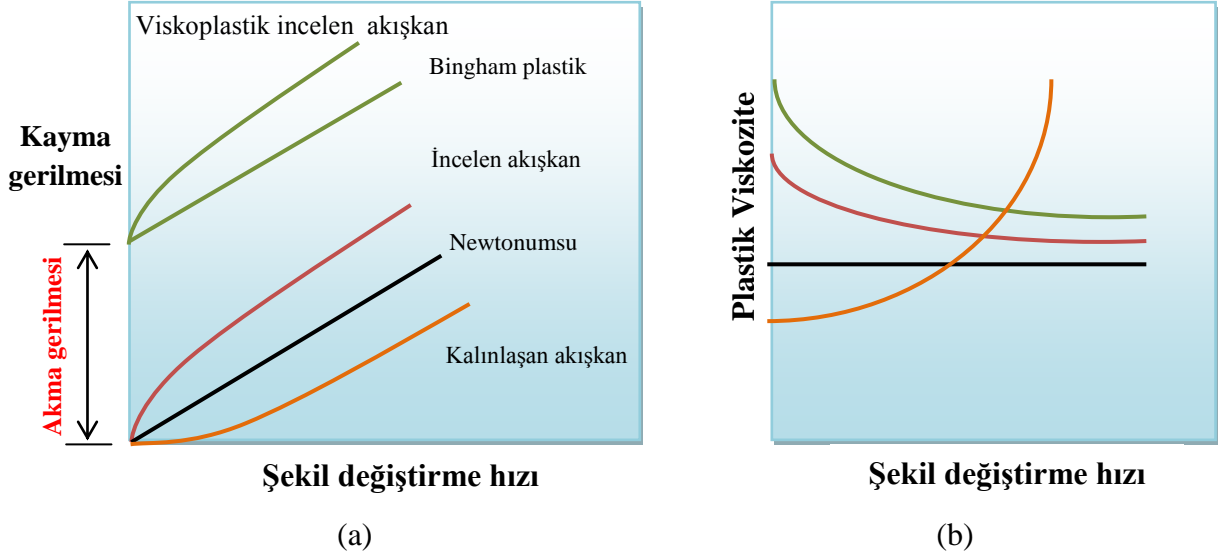


Şekil 1.9. Newtonumsu akışkanların (a) tek eksenli kayma akışının şematik gösterimi (b) tipik kayma gerilmesi-şekil değiştirme davranışı.

Bu çalışmada, geniş kullanım alanı nedeniyle, genelleştirilmiş Newtonumsu akışkanlar (generalized Newtonian fluids (GNF)) üzerinde durulmuştur. Bu Newtonumsu-olmayan akışkan türü akma-gerilmeli akışkanlar (yield stress fluids) veya visko-plastik akışkanlar ve power-law akışkanlar olmak üzere iki gruba ayrılır (Şekil 1.10). Şekil 1.11a'da her iki akışkan grubuna ait karakteristik akış eğrileri (flow curve) gösterilmiştir.



Şekil 1.10. Akışkanların kayma gerilmesi ve şekil değiştirme hızları arasındaki ilişkiye göre sınıflandırılması.



Şekil 1.11. (a) Akış eğrisi, (b) Bingham ve power-law akışkanlarda şekil değiştirme hızı ile plastik viskozite arasındaki ilişki.

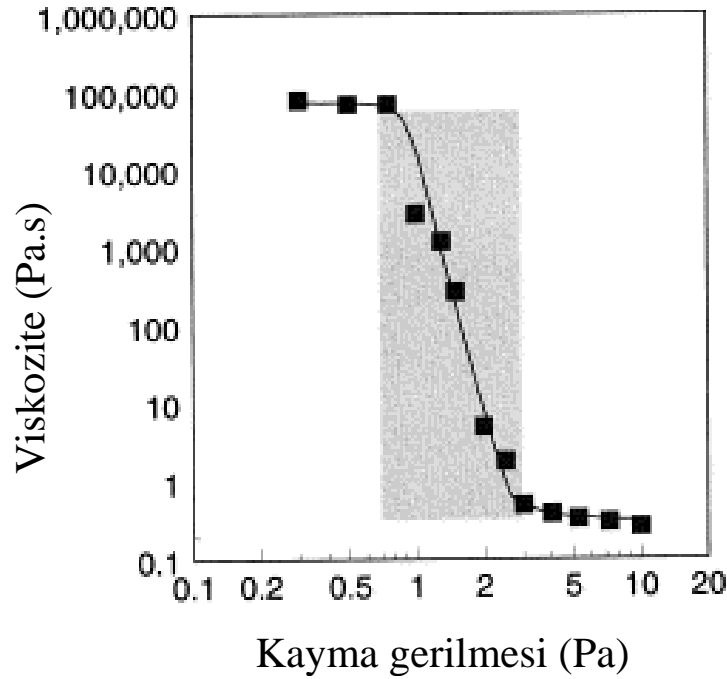
### 1.3.1. Akma-Gerilmeli Akışkanlar (Yield Stress Fluids): Bingham Akışkanlar

Viskoplastik akışkanlar olarak ta bilinen bu akışkanlarda, akışkanın iç yapısına bağlı bir akma etkisi (yielding effect) mevcuttur. Bu nedenle, akışkana uygulanan  $\tau_{yx}$  kayma gerilmesinin, akışkanın iç yapısından kaynaklanan  $\tau_0$  akma gerilmesinden küçük olması durumunda, kayma meydana gelmez ve akışkan katı bir malzeme gibi davranış gösterir. Eğer akışkana uygulanan kayma gerilmesi, akma gerilmesinden büyük olursa, akışa karşı gösterilen direncin üstesinden gelinir ve akışkan kaymaya başlar. Ancak, uygulanan kayma gerilemesi azalır ve yeniden kritik akma gerilmesinin altına düşerse, akışkan hareketi duracaktır (diş macununun hareketi gibi) (Metwally, 2002).

Akma-gerilmeli akışkan (yield-stress fluid) davranışı Şekil 1.11a'da gösterilmiştir. Akışkana uygulanan kayma gerilmesinin akma gerilmesinden büyük olduğu  $|\tau_{yx}| > |\tau_0|$  durumunda, doğrusal bir akış eğrisine (flow curve) sahip akma-gerilmeli akışkanlar, Bingham plastik akışkanlar olarak bilinirler (Şekil .11a). Bingham akışkanlar sabit bir viskozite ve akma gerilmesi ile karakterize edilirler. Diğer taraftan,  $|\tau_{yx}| > |\tau_0|$  için doğrusal olmayan bir akış eğrisi ile karakterize edilen akma-gerilmeli akışkanlar ise akma etkili sanki-plastik (yield-pseudoplastic) akışkanlar olarak tanımlanırlar (Şekil 1.11a) (Chhabra ve Richardson 2008).

Akma gerilmesi akışkan içyapısından kaynaklandığı için akışkandan akışkana farklılık gösterir. Aslında, akışkan malzemeler gerçek akma gerilmesini (true yield stres) sahip değildir. Ancak yine de pratikte bazı akışkanlar bu tip akış davranışı ile çok yakın bir benzerlik gösterdiğinden, akma gerilmesi ifadesinin kullanılması uygun bulunmaktadır (Barnes ve Walters, 1985; Schurz, 1990 ve Evans, 1992) (Bu konu üzerinde literatür araştırması bölümünde detaylı olarak durulmuştur). Bu alandaki araştırmacıların birçoğu, akma gerilmesine, şekil değiştirme hızı veya kayma gerilmesinin son derece dar bir aralığında, aniden katı benzeri bir durumdan (yüksek viskoziteli durumdan) sıvı bir duruma (düşük viskoziteli duruma) geçiş açısından bakmışlardır (Uhlherr *vd.*, 2005). Akma-gerilmeli veya viskoplastik akışkanlar için en bilinen örnekler arasında partikül süspansiyonları, emülsiyonlar, gıda malzemeleri, kan ve sondaj çamurları gibi malzemeler gösterilebilir (Şekil 1.12) (Barnes, 1999).

Literatürde akma-gerilmeli veya visko-plastik akışkanların kayma gerilmesi ve şekil değiştirme hızları arasındaki ilişkiyi tanımlamak üzere geliştirilmiş çeşitli deneysel modeller bulunmaktadır (Chhabra ve Richardson, 2008). Bu modeller içerisinde Bingham akışkanlar için yaygın olarak kullanılan “Çift-Vizkozite” modeli 2. Bölüm’de detaylı bir şekilde incelenmiştir.



Şekil 1.12. %6'lık (hacimsel) mineral yağ-demir oksit süspansiyonu için viskozite/kayma gerilmesi verileri (Barnes, 1999).

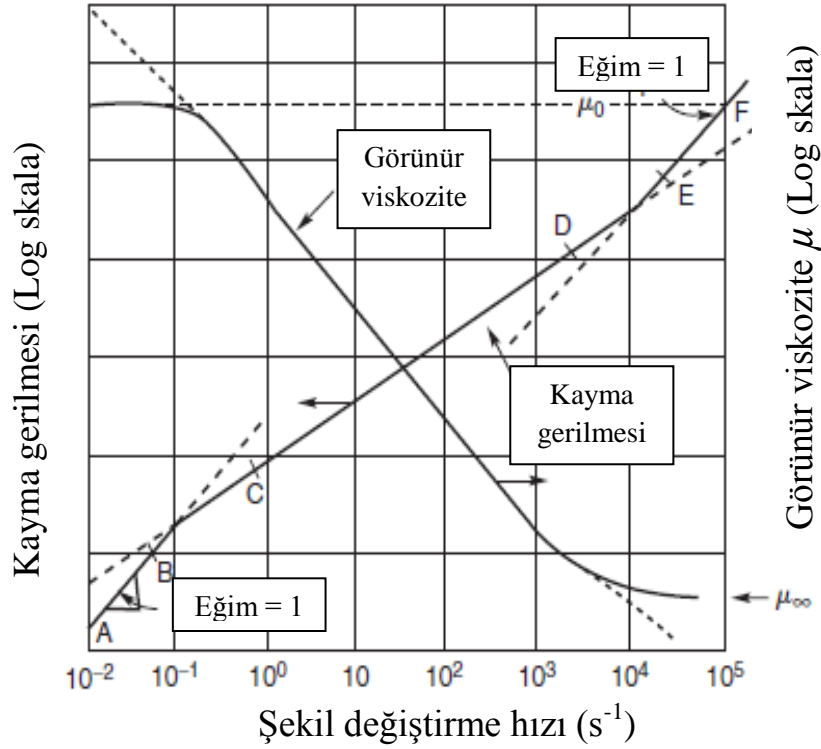
### 1.3.2. Power-Law Akışkanlar

Power-law akışkanlar; incelen (shear-thinning) veya sanki-plastik (pseudoplastic) akışkanlar ve kalınlaşan (shear-thickening) veya dilatant akışkanlar olmak üzere iki gruba ayrılır. Birinci gruba dahil olan incelen akışkanların viskozitesi artan şekil değiştirme hızı ile azalır. Buna karşın, kalınlaşan akışkanları viskozitesi ise artan şekil değiştirme hızı ile artar (Şekil 1.11b).

#### 1.3.2.1. İncelen (shear-thinning) veya Sanki-Plastik (pseudoplastic) Akışkanlar

Zaman bağımsız Newtonumsu-olmayan akışkan türleri arasında en yaygın olanı, görünür viskozitesinin artan şekil değiştirme hızı ile azalan, incelen akışkanlardır. Çok yüksek ve çok düşük şekil değiştirme hızlarında, çoğu incelen akışkan Newtonumsu akışkan davranışı gösterir.

Şekil 1.13'de incelen akışkan davranışı gösteren bir polimer çözeltisine ait kayma gerilmesi-şekil değiştirme hız karakteristiği gösterilmiştir. Şekil 1.13'de çok düşük ve çok yüksek şekil değiştirme hızlarında akış eğrisinin (flow curve) doğrusal olduğu ve lineer ölçekte orjinden geçeceği görülür. Çok düşük ve çok yüksek şekil değiştirme hızlarında ortaya çıkan görünür viskoziteler sırasıyla  $\mu_0$  sıfır kayma viskozitesi ve  $\mu_\infty$  sonsuz kayma viskozitesi olarak tanımlanır ve incelen bir akışkanın görünür viskozitesi, artan şekil değiştirme hızı ile birlikte,  $\mu_0$  dan  $\mu_\infty$  a kadar azalır. Viskozitenin üst ve alt sınırını oluşturan şekil değiştirme hız değerleri, akışkan malzemenin türü, konsantrasyonu ve moleküler ağırlığının dağılımı gibi çeşitli faktörlere bağlıdır. Bu nedenle, bu sınırlar için geçerli bir genelleştirme yapmak zordur ancak çoğu akışkan malzemede viskozitenin üst ve alt sınırı, sırasıyla şekil değiştirme hızının  $10^{-2} \text{ s}^{-1}$  den küçük ve  $10^5 \text{ s}^{-1}$  den büyük değerlerinde görülür. Genelde, incelen akışkanlarda, görünür viskozitenin sabit olduğu şekil değiştirme hızının değişim aralığı ve görünür viskozitenin düşüş hızı (viskozitenin sınır değerleri arasındaki bölge) akışkan malzemenin türüne bağlı olup, akışkandan akışkana değişim gösterir (Chhabra ve Richardson 2008).



Şekil 1.13. İncelen akışkan davranışının şematik gösterimi (Chhabra ve Richardson, 2008).

### 1.3.2.2. Kalınlaşan (shear- thickening) veya Dilatant Akışkanlar

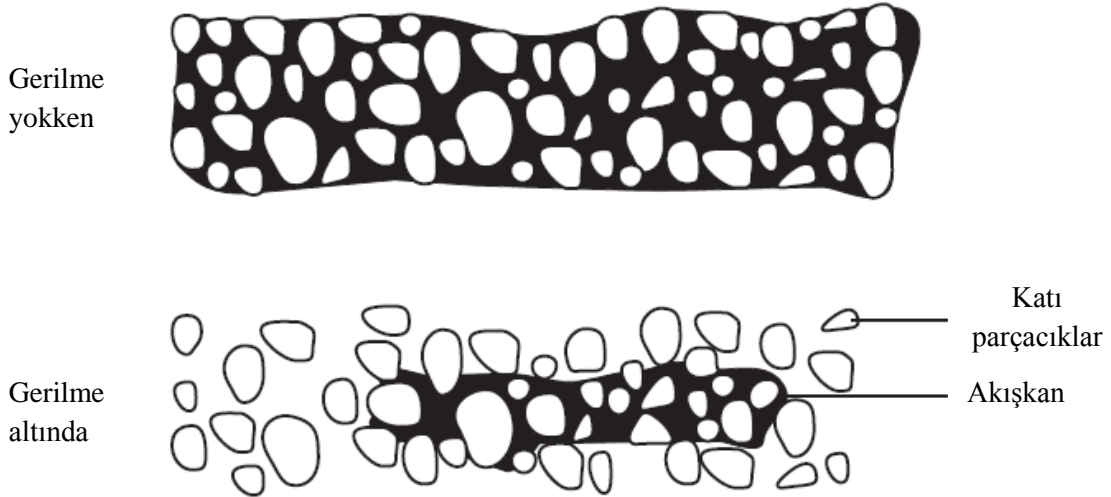
Dilatant akışkanların viskozitesi, artan şekil değiştirme hızı ile artar, bu yüzden kalınlaşan akışkanlar (shear-thickening fluids) olarak da isimlendirilirler. Kalınlaşan akışkanlar, genellikle çin kili (china clay) ve titanyum-dioksit (Metzner ve Whitlock, 1958) benzeri konsantre süspansiyon kaynaklı malzemelerde gözlemlenen bir akışkan davranış türüdür.

Kalınlaşan akışkan davranışının şematik gösterimi Şekil 1.14'de verilmiş olup, akışkan davranışı şu şekilde açıklanır: Hareketsiz durumda, akışkan süspansiyon malzeme içerisindeki katı parçacıklar arasındaki boş alanları yeterince doldurur ve boşluklar minimum olur. Düşük şekil değiştirme hızlarında, akışkan tabakası katı parçacıkları kayganlaştırır ve kendi aralarında hareket edebilmelerine yol açar ve bu nedenle ortaya çıkan gerilmeler küçüktür. Diğer taraftan, yüksek şekil değiştirme hızlarında ise; süspansiyon karışım (kum tepcıklarının hareketinde gözlemlendiği gibi) kabarır ve artık akışkan tabakası, katı parçacıkların aralarındaki boşlukları doldurmak ve katı-katı temasını

önlemek için yetersiz kalır. Bu durum daha yüksek sürtünme ve kayma gerilmelerinin oluşmasına neden olur (Şekil 1.14). Bu mekanizma aynı zamanda görünür viskozitenin, artan şekil değiştirme hızı ile birlikte, hızla artmasına yol açar (Chhabra ve Richardson 2008).

Dilatant terimi, artan şekil değiştirme hızı ile görünür viskozitesi artan diğer bütün akışkan türleri içinde kullanılır. Ancak, bu akışkanların çoğunluğu, nişasta kolası gibi, gerçek anlamda süspansiyon karışım değildir ve kayma ile birlikte kalınlaşmazlar. Bu nedenle bu tür dilatant akışkanlar kalınlaşan akışkanlardan (shear-thickening fluids) farklıdır (Chhabra ve Richardson 2008).

Yakın geçmişe kadar, kalınlaşan akışkanlar (veya dilatant akışkanlar), genelleştirilmiş Newtonumsu akışkanlar (veya zaman bağımsız akışkanlar) içerisinde en az dikkate alınan Newtonumsu-olmayan akışkan çeşidiydi. Bu nedenle, bu akışkan türü ile ilgili yeterli sayıda güvenilir veri yoktu. Aynı zamanda kalınlaşan akışkanların endüstride kullanımı da çok yaygın değildi. Ancak, 1980'li yıllardan sonra, özellikle kimya ve imalat endüstrisinde, kalınlaşan akışkanların kullanımının giderek yaygınlaşması, beraberinde bu konu üzerine birçok bilimsel çalışmanın da (Barnes *vd.*, 1987; Barnes, 1989; Boersma *vd.*, 1990) düzenlenmesini sağlamıştır.



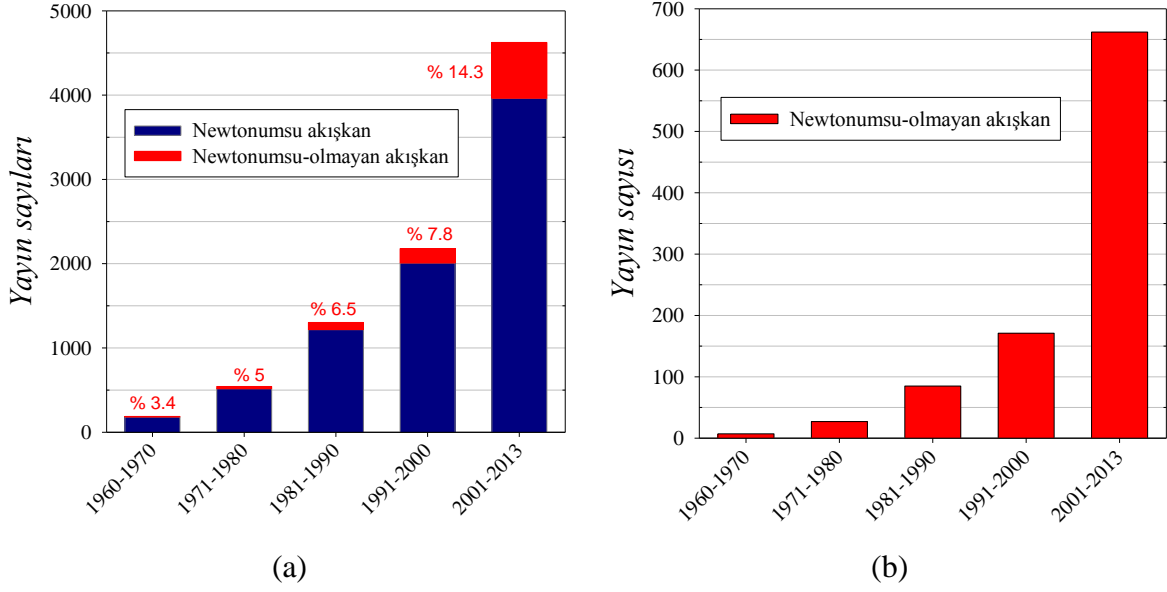
Şekil 1.14. Kalınlaşan akışkan (shear-thickening fluid) davranışının şematik gösterimi.

#### 1.4. Literatür Araştırması

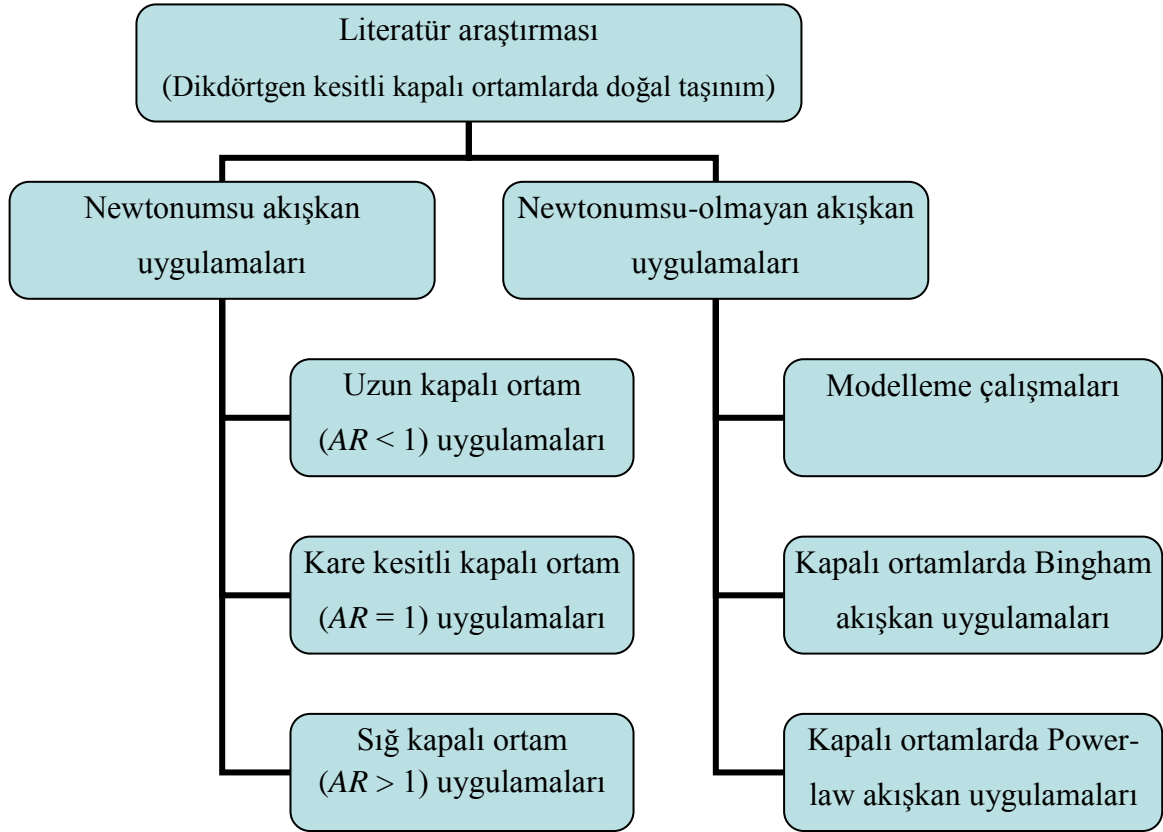
Kapalı ortamlarda doğal taşınım, ısı ve akış mühendisliği alanında oldukça geniş bir uygulama sahasına sahiptir. Bu yüzden, araştırmacıların her zaman ilgisini çeken konuların başında gelmiştir. Ancak bu konu üzerine yapılan çalışmaların önemli bir çoğunluğu Newtonumsu akışkan uygulamaları ile ilgili olup, Newtonumsu-olmayan akışkanlar üzerine çok sınırlı bir literatür mevcuttur. Oysaki Newtonumsu-olmayan akışkanlar ile dolu kapalı ortamlarda doğal taşınım, Giriş bölümünde de vurgulandığı üzere, oldukça önemli bir mühendislik olayıdır. Literatürdeki bu mevcut durumu, kapalı ortamlarda doğal taşınım ile ilgili 1960 yılından günümüze kadar yapılan çalışmalar içerisinde Newtonumsu ve Newtonumsu-olmayan akışkan durumlarının incelendiği yayın sayılarına ait bazı istatistiki bilgilerin verildiği Şekil 1.15'ten çok açık bir şekilde görmek mümkündür. Şekil 1.15, Fen Bilimleri alanında en çok tercih edilen bilimsel arama motorlarından “Science Direct” te “natural convection”, “enclosure” ve “non-newtonian” anahtar kelimeleri kullanılarak hazırlanmıştır. 1960'lı yıllardan günümüze kadar geçen zaman aralığında kapalı ortamlarda doğal taşınım üzerine yapılan çalışma sayılarının giderek arttığı Şekil 1.15a'da görülmektedir. Ancak yine Şekil 1.15a'da, bu çalışmaların büyük bir kısmının Newtonumsu akışkan uygulamaları için gerçekleştirilmiş olduğu ve Newtonumsu-olmayan akışkanlar üzerine yapılan çalışmaların oldukça sınırlı sayıda kaldığını görülmektedir. Bu sınırlı ilgiye rağmen, Newtonumsu-olmayan akışkanlar ile dolu kapalı ortamlarda doğal taşınım ile ilgili yapılan çalışmaların, özellikle 2000 yılından sonra, önemli oranda artış gösterdiği de göze çarpmaktadır (Şekil 1.15b). Örneğin 1991-2000 yılları arasında kapalı ortamlarda doğal taşınım ile ilgili yapılan çalışmaların sadece % 7.8'i Newtonumsu-olmayan akışkan uygulamaları üzerine iken, 2001-2013 yılları arasında bu oran yaklaşık iki kat artarak % 14.3'e kadar yükselmiştir.

Daha önce de vurgulandığı gibi, dikdörtgen kesitli kapalı ortamlarda doğal taşınım ile ilgili, kapalı ortam sınır koşullarına bağlı, farklı konfigürasyonlar söz konusudur. Bu bölümde yatay duvarların adyabatik olduğu kapalı ortam içerisindeki doğal taşınımın karşılıklı düşey duvarlar arasındaki sabit sıcaklık farkından sağlandığı dikdörtgen kesitli kapalı ortam konfigürasyonu için gerek Newtonumsu gerekse Newtonumsu-olmayan akışkan (akma gerilmeli (veya visko-plastik) akışkanlar ve power-law akışkanlar) uygulamaları ile ilgili literatürde günümüze kadar yapılmış olan çalışmalar özetlenmeye çalışılmıştır. Literatür araştırması Şekil 1.16'da görülen düzende gerçekleştirilmiştir.





Şekil 1.15. Kapalı ortamlarda doğal taşınım konusunda, literatürde 1960 yılından günümüze kadar yayınlanan makale sayıları hakkında istatistikî veriler (Kaynak : Science Direct).



Şekil 1.16. Literatür araştırması planı.

### 1.4.1. Newtonumsu Akışkan Uygulamaları

Newtonumsu akışkan ile dolu dikdörtgen kesitli kapalı ortamlarda doğal taşınım birçok araştırmacı tarafından kapsamlı bir şekilde araştırılmıştır. Literatürde konu ile ilgili çok sayıda gözden geçirme (review) çalışması (Catton, 1978; Ostrach, 1988; Gebhart *vd.*, 1988; Khalifa, 2001 ve Ganguli *vd.*, 2009) bulunmaktadır. Daha önce de vurgulandığı gibi, bu konu ile ilgili, uygulanan sınır koşullarına bağlı olarak, birçok farklı konfigürasyon mevcut olmasına rağmen, burada, aksi belirtilmediği sürece, yatay duvarları adyabatik ve karşılıklı düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklarda tutulan dikdörtgen kesitli kapalı ortamlar ile ilgili çalışmalar özetlenmiştir.

Newtonumsu akışkan ile dolu dikdörtgen kesitli kapalı ortamlar içerisinde doğal taşınımın incelendiği birçok çalışmada (Elder, 1965; Gill, 1966; Newell ve Schmidt, 1970; Yin *vd.*, 1978; Bejan, 1979; Elsherbiny *vd.*, 1982; Lee ve Korpela, 1983; Wakitani, 1996) doğal taşınım hareketi için başlıca etkenin  $AR$  dikdörtgen kesitli kapalı ortama ait boyut oranı olduğu ifade edilmektedir. Ancak, dikdörtgen kesitli kapalı ortamlar içerisinde doğal taşınım problemi genellikle uzun kapalı ortam ( $AR \gg 1$ ), kare kesitli kapalı ortam ( $AR = 1$ ) ve sığ kapalı ortam ( $AR \ll 1$ ) durumları için ayrı ayrı ele alınmıştır.

#### 1.4.1.1. Uzun Kapalı Ortamlar ( $AR \gg 1$ )

Elder (1965) uzun kapalı ortamlarda doğal taşınım konusu ile ilgili kapsamlı bir deneysel çalışma gerçekleştirmiştir. Bu çalışmada Elder (1965), karşılıklı düşey duvarları sabit sıcaklıklara sahip, uzun kapalı ortamlardaki doğal taşınım problemi için; düşey duvarlar civarında sıcaklık gradyanının yaklaşık olarak yatay kaldığı ve en büyük olduğu bir bölge, düşey sıcaklık gradyanının ortaya çıktığı bir iç bölge (öz bölge) ve sınır koşullarından önemli ölçüde etkilenen bir son bölge olmak üzere üç farklı bölge tanımlı yapmıştır. Yine bu çalışmada; düşük Rayleigh sayıları ( $Ra < 10^3$ ) için, eşsıcaklık eğrilerinin düşey duvarlara paralel kaldığı ve ısı transferinin ağırlıklı olarak iletim ile gerçekleştiği vurgulanmaktadır.  $10^3 < Ra < 10^5$  için, düşey duvarlar yakınında yüksek sıcaklık gradyanlarının ortaya çıktığı ve öz bölgede ise hemen hemen uniform bir düşey sıcaklık gradyanının meydana geldiği bir sıcaklık tabakası olduğu belirtilmektedir. Ayrıca, daha yüksek Rayleigh sayısı değerlerinde, iç bölgede ikincil ve üçüncül kompleks akışların ortaya çıktığı da ifade edilmektedir.

Gill (1966) ve Newell ve Schmidt (1970), düşey duvarlar üzerindeki ısı sınır tabaka içerisinde meydana geldiği yüksek Rayleigh sayısı değerleri için, uzun kapalı ortamlarda doğal taşınım problemini sırasıyla analitik ve sayısal olarak incelemiştir. Gill (1966) sonlu  $AR$  boyut oranına sahip uzun kapalı ortamlar için Rayleigh sayısının çok yüksek olduğu limit durumunda ( $Ra \rightarrow \infty$ ), öz bölgesindeki akış koşulları ile üst ve alt sınır tabakaları karşılaştırarak, asimptotik bir çözüm elde etmiştir.

Daha sonra Bejan (1979); Gill (1966) tarafından yapılan analizleri gözden geçirerek uzun kapalı ortamlarda ortalama Nusselt sayısı için, deneysel veriler (Elder, 1965) ile oldukça iyi uyum gösteren, bir korelasyon fonksiyonu önermiştir.

Bunların dışında literatürde uzun kapalı ortamlarda doğal taşınımın ele alındığı daha pek çok deneysel (Yin *vd.*, 1978; Elsherbiny *vd.*, 1982; Wakitani, 1996) ve sayısal (Lee ve Corpela, 1983; Le Quéré, 1990; Wakitani, 1997; Zhao *vd.* 1997; Frederick, 1999; Lartigue *vd.*, 2000; Dong ve Zhai 2007; Ganguli *vd.*, 2009) çalışmalar bulunmaktadır. Bu konu ile ilgilenen okuyucular için daha detaylı literatür bilgisine ulaşabilecekleri Ganguli ve arkadaşlarının (2009) gözden geçirme çalışması adres gösterilebilir.

#### 1.4.1.2. Kare Kesitli Kapalı Ortamlar ( $AR = 1$ )

Kare kesitli kapalı ortamlar çalışmalarının en önemlisi De Vahl Davis (1983) tarafından gerçekleştirilmiş olup, bu çalışma literatürde kapalı ortamlarda doğal taşınımın incelendiği farklı çalışmalar için bir referans çalışması (benchmark study) konumundadır. De Vahl Davis (1983) çalışmasında, düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklara sahip kare kesitli bir kapalı ortam içerisindeki iki boyutlu doğal taşınım için  $Pr = 0.71$  ve  $10^3 \leq Ra \leq 10^6$  aralığında referans (benchmark) çözümleri elde etmiştir. Daha sonra, de Vahl Davis ve Jones (1983), 9 ülkeden 37 katılımcı ile kare kesitli bir kapalı ortam içerisindeki laminer doğal taşınım probleminin çözümleri karşılaştırmalı olarak incelenmiş ve referans (benchmark) çözümle (de Vahl Davis, 1983) karşılaştırarak farklı yöntem ve bilgisayar yazılımlarının doğruluğunu araştırmışlardır.

Markatos ve Pericleous (1984),  $Pr = 0.71$  için geniş bir Rayleigh sayısı aralığında düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklara sahip kare kesitli kapalı ortamlardaki laminer ve türbülanslı doğal taşınım problemini sayısal olarak incelemiştir.

Literatürde, kapalı ortamlarda laminer doğal taşınım ile ilgili bir diğer referans çalışma (benchmark study) Hortmann *vd.* (1990) tarafından gerçekleştirilmiştir. Hortmann

vd. (1990) kare kesitli kapalı bir ortam içerisinde laminar doğal taşınım problemini ele aldıkları bu çalışmalarında,  $Ra = 10^4-10^6$  aralığında, ağ yapısının çözüm üzerindeki etkilerini detaylı bir şekilde incelemişler ve daha doğru ve hızlı yakınsama sağlanabilmesi için çok katmanlı (multi-grid) bir çözüm yöntemi sunmuşlardır.

Henkes ve Hoogendoorn (1993), Gill (1966)'in asimptotik teorisini doğrulamak amacıyla, içerisi hava ve su ile dolu düşey duvarları farklı sabit sıcaklara sahip, yatay duvarları adyabatik, kare kesitli kapalı bir ortamdaki laminar doğal taşınım problemini sürekli rejim durumu için incelemişler. Özellikle yüksek Rayleigh sayılarında sonuçların asimptotik yaklaşımla (Gill, 1966) uyum gösterdiğini görmüşlerdir.

Emery ve Lee (1999), kapalı ortamlardaki doğal taşınım olayında viskozite ve ısı iletim katsayısı gibi termofiziksel özelliklerin sıcaklığa bağlı olmaları durumunda kapalı ortam içerisindeki ısı geçişini nasıl etkilendiğini detaylı olarak araştırmışlardır. Emery ve Lee (1999) çalışmasında, yatay duvarları adyabatik, komşu duvarları sabit sıcaklığa ve sabit ısı akısına sahip olduğu her iki sınır şartı koşulu için kare kesitli bir kapalı ortamdaki doğal taşınım problemini  $Ra \leq 10^6$  ve  $Pr = 0.01-1$  aralığında ele almışlardır. Bu çalışmaya göre, viskozite ve ısı iletim katsayısının sıcaklığa bağlı olması kapalı ortam içerisindeki sıcaklık ve hız alanında değişimlere neden olmasına rağmen, toplam ısı transfer miktarını değiştirmemektedir. Ayrıca, Emery ve Lee (1999), sabit ısı akısı sınır şartı durumunda, özelliklerin sıcaklığa bağlılığından kaynaklanan etkilerin, sabit sıcaklık sınır şartı ile kıyaslandığında daha hafif olduğunu belirlemişlerdir.

#### 1.4.1.3. Sığ Kapalı Ortamlar ( $AR \ll 1$ )

Cormack vd. (1974a) sığ kapalı ortamlarda doğal taşınım olayını, sabit bir Rayleigh sayısı değerleri için  $AR \rightarrow 0$  asimptotik koşul altında, analitik olarak inceleyerek paralel-akış rejimi ve sınır tabaka rejimi olmak üzere iki taşınım rejimi tanımlamışlardır. Buna göre; paralel-akış rejiminde, öz bölgesinde iki yatay akış konturu ortaya çıkmakta, eşsıcaklık eğrileri düşey duvarlara paralel kalmakta ve öz bölgesi boyunca yatay sıcaklık gradyanı uniform olmaktadır. Buna karşılık, sınır tabaka rejiminde ise; yüksek sıcaklık gradyanlarının görüldüğü bölgeler düşey duvarlar üzerindeki sınır tabakalar içerisinde kalmakta ve kapalı ortam içerisindeki taşınımsal hareket ısı transfer üzerinde kilit rol oynamaktadır. Yine bu çalışmada, düşey duvarları sabit sıcaklıklara sahip sığ kapalı ortamlarda ( $AR \sim 0.1$ ) paralel-akış rejimi için  $Ra^2 AR^9 \leq 10^5$  kriteri önerilmiştir.

Bu çalışmanın devamı niteliğindeki Cormack *vd.* (1974b) tarafından gerçekleştirilen bir diğer çalışmada, boyut oranı  $AR = 0.05 - 1$  aralığındaki dikdörtgen kesitli kapalı ortamlar için paralel-akış ve sınır tabaka rejimleri arasındaki geçiş durumunu sayısal olarak incelenmiş ve sayısal sonuçlar Cormack ve arkadaşlarının (1974a) asimptotik yaklaşım ile karşılaştırılmıştır. Cormack *vd.* (1974b), verilen bir  $Ra$  ( $AR$ ) değeri için azalan  $AR$  ( $Ra$ ) değerleri ile birlikte paralel-akış rejiminin ortaya çıktığını ve ısıl sınır tabaka yapısının yerini kapalı ortam içerisinde doğrusal sıcaklık değişimine bıraktığını belirlemişlerdir. Ancak, yüksek  $Ra^2AR^9$  değerleri için, sayısal analizler sonucunda, asimptotik teoriye (Cormack *vd.*, 1974a) nazaran, daha büyük Nusselt sayısı değerleri elde etmişlerdir.

Bejan ve Tien (1978), dikdörtgen kesitli kapalı ortamlarda doğal taşınım probleminde, paralel-akış rejimi, geçiş (ara) rejimi ve sınır tabaka rejim durumlarına karşılık gelen ortalama Nusselt sayıları için bazı analitik ifadeler geliştirmişler ve bu analitik ifadelerin sayısal (Cormack *vd.*, 1974b) ve deneysel veriler (Imberger, 1974) ile yeterli bir uyum gösterdiği sonucuna ulaşmışlardır. Ancak, bu çalışmayı takiben Bejan (1980) tarafından gerçekleştirilen bir başka çalışmada, Bejan ve Tien (1978) tarafından ortalama Nusselt sayısı için önerilen ifadelerin kare kesitli kapalı ortamlar ( $AR = 1$ ) için sayısal sonuçları sağlamadığı belirlenmiştir.

Bejan *vd.* (1981) tarafından, düşey duvarları sabit sıcaklıklarda tutulan ve içerisi su ile dolu dikdörtgen kesitli kapalı ortamlarda doğal taşınım olayının deneysel olarak incelendiği bir diğer çalışmada,  $Ra > AR^{-7}$  durumunda kapalı ortam içerisinde taşınım ile ısı transferinin önem kazanmaya başladığı belirlenmiştir.

Yukarıda bahsi geçen çalışmalarda da olduğu gibi, dikdörtgen kesitli kapalı ortamlarda doğal taşınım problemi genellikle sabit duvar sıcaklığı (constant wall temperature, CWT) sınır şartı altında incelenmiş olup, literatürde sabit duvar ısı akısı (constant wall heat flux, CWHF) sınır şartının uygulandığı çok az çalışma mevcuttur. Bu uygulamalardan bir tanesi de yakın zamanda Turan *vd.* (2012a) tarafından gerçekleştirilmiş olan ve boyut oranının ortalama Nusselt sayısı üzerindeki etkilerinin, CWT ve CWHF sınır şartları için karşılaştırılarak incelendiği çalışmadır. Bu çalışmada, CWHF sınır koşulu için, CWT sınır koşulu aksine, ortalama Nusselt sayısı ile boyut oranı  $AR$  arasında monoton bir ilişkinin olduğu yani artan (azalan)  $AR$  ile ortalama Nusselt sayısının arttığı (azaldığı) bulgusuna ulaşılmıştır.

### 1.4.2. Newtonumsu-Olmayan Akışkan Uygulamaları

Literatürde, Newtonumsu akışkan uygulamaları ile kıyaslandığında, dikdörtgen kesitli kapalı ortamlar içerisindeki Newtonumsu-olmayan akışkanların doğal taşınım olayının araştırıldığı daha sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmalardan bazılarında, power-law akışkanlar (Ozoe ve Churchill, 1972; Lamsaadi *vd.*, 2006a,b), visko-plastik akışkanlar (Zhang *vd.*, 2006; Balmforth ve Rust, 2009; Vikhansky, 2009; Turan *vd.*, 2012c) ve visko-elastik akışkanlar (Park ve Ryu, 2001) için Rayleigh-Benard problemi incelenmiştir. Bu bölümde öncelikli olarak Newtonumsu-olmayan akışkanların (visko-plastik veya akma-gerilmeli akışkanlar (yield stress fluids) ve power-law akışkanlar) modellenmesine yönelik yürütülmüş çalışmalar, ardından daha çok doğal taşınım akışının karşılıklı düşey duvarlar arasındaki sıcaklık farkında kaynaklandığı kapalı ortam doğal taşınım konfigürasyonu ile ilgili çalışmalar hakkında literatür bilgisi sunulmuştur.

#### 1.4.2.1. Modelleme Çalışmaları

##### *Power-law akışkanlar*

Literatürde, Power-law akışkanlar için en yaygın olarak kullanılan modellerin başında Ostwald-de Waele (1925) power-law modeli (Bird, 1976; Chhabra ve Richardson, 2008) gelmektedir. Bu nedenle, çoğu zaman power-law akışkanlar Ostwald-de Waele akışkanlar olarak da isimlendirilirler. Bu modele göre, power-law akışkanların viskozitesi ve şekil değiştirme hızı arasındaki ilişki  $\mu \sim K \dot{\gamma}^{n-1}$  şeklinde tanımlanır ( $K$  ve  $n$  power-law model sabitleri olup detaylı bilgi Bölüm 2.5.2 de verilmiştir). Power-law modelin en belirgin dezavantajı, (özellikle  $n < 1$  incelen akışkanların) şekil değiştirme hızının çok düşük ve çok yüksek olduğu durumlardaki viskozitelerini tanımlamakta yetersiz kalmasıdır.

Cross (1965), power-law modelin bu dezavantajını gidermek amacıyla şekil değiştirme hızının çok düşük ve çok yüksek olduğu durumlardaki viskozitenin limit değerlerini dikkate alarak başka bir model önermiştir (Barnes *vd.*, 1989; Chhabra ve Richardson, 2008).

Literatürde, power-law akışkanları ( özellikle  $n < 1$ , incelen akışkanları) tanımlamak için kullanılan bir diğer ise model Carreau (1972) tarafından önerilmiştir.

*Viskoplastik akışkanlar veya akma-gerilmeli akışkanlar (yield stress fluids)*

Bazı akışkan malzemeler, ön gerilme olarak niteleyebileceğimiz, bir akma gerilmesine sahiptirler ve akışkana uygulanan kayma gerilmesi bu kritik akma gerilmesi değerinin altında olduğu müddetçe akış gerçekleşmez. Bu tür akışkanlar akma-gerilmeli veya visko-plastik akışkanlar olarak tanımlanırlar. Bu tanımlama ilk olarak Bingham (1922) tarafından, farklı türden çok sayıda boya üzerine yapmış olduğu deneysel çalışmada, kullanılmıştır. Bu nedenle, literatürde bu tür akışkanlar Bingham plastik akışkanlar olarak da isimlendirilirler.

Literatürde, visko-plastik akışkanların hareketini tanımlamak için kullanılan:

- ❖ *Bingham model* (Bingham,1922),
- ❖ *Herschel-Bulkley model* (Herschel ve Bulkley, 1926),
- ❖ *Casson model* (Casson, 1959).

olmak üzere temelde üç farklı model bulunmaktadır.

Visko-plastik akışkanlar ile literatürdeki en önemli ve ileriki araştırmalara yol gösterici niteliğindeki çalışmaların başında Bird vd. (1983) tarafından düzenlenen gözden geçirme çalışması (review study) gelmektedir. Bu çalışmada, yukarıda adı geçen, visko-plastik akışkan modellerin teorik gelişimleri ve 1980 yılına kadar visko-plastik akışkanlarla ilgili yapılan çalışmalar hakkında detaylı bilgiler sunulmuştur. Ayrıca, Bird vd. (1983) çalışmasında, margarin, mayanoz ve ketçap gibi özellikle yiyecek endüstrisindeki visko-plastik akışkan davranışı gösteren ürünleri listelemişlerdir.

Bu çalışmanın ardından, birçok araştırmacının visko-plastik akışkanlara yönelik ilgisi artmış ve bu sayede literatürde birçok farklı deneysel ve teorik çalışmalar gün yüzüne çıkmıştır. Özellikle gelişen bilgisayar teknolojisi ile birlikte sayısal çalışmalarda (Bercovier ve Engelman, 1980; Gartling, 1983; Tanner ve Milthorpe, 1983; O'Donovan ve Tanner, 1984; Mitsoulis ve Abdali, 1993; Mitsoulis ve Zisis, 2001; Zhu vd., 2005) önem kazanmıştır. Bu çalışmalarda ilk olarak visko-plastik akışkan modellerin eksik yanlarının giderilmesi, daha sonra visko-plastik akışkanlara ait referans problemlerin sayısal çözümleri amaçlanmıştır. Bu durum, visko-plastik akışkanlar için farklı modifiye modellerin (Beverly ve Tanner, 1989 ve 1992) ortaya çıkmasını sağlamıştır. Sayısal

çalışmaların dışında, visko-plastik akışkanların, özellikle akma gerilmesi gibi, reolojik özelliklerin belirlenmesi adına çeşitli deneysel çalışmalarda (Covey ve Stanmore, 1981; Dzuy ve Boger, 1983 ve 1985; Keentok vd., 1985; Nguyen ve Boger, 1987; Magnin ve Piau, 1987 ve 1990) gerçekleştirilmiştir. Ayrıca, Nguyen ve Boger (1992) deneysel visko-plastik akışkanların reolojik özelliklerinin ölçümünde literatürde uygulanan deneysel yöntemlerin incelendiği bir gözden geçirme çalışması yapmışlardır. Deneysel çalışmalardaki en büyük zorluğu, visko-plastik akışkanların akma gerilmelerinin (yield stress) belirlenmesi oluşturmaktadır.

Esasen, 1980 ve 2000 yılları arasındaki 20 yıllık periyot içerisinde, akma gerilmesi tanımı (kavramı), visko-plastik akışkanlar ile ilgili çalışma yapan araştırmacılar arasındaki en hararetli tartışma konularının başında gelmekteydi. Barnes ve Walters (1985) gibi bazı araştırmacılar, eğer bir akışkan yüksek kayma gerilmesi değerlerinde hareket ediyorsa (akıyorsa) küçük kayma gerilmesi değerlerinde de yavaşta olsa hareket edeceğini ve gelişen ölçüm cihazları (reometre) ile elde edilen deneysel verilerinde bu durumu desteklediğini belirterek, akma gerilmesi tanımının kullanılmasının doğru olmadığını öne sürmüşlerdir. Buna karşın, Harnett ve Hu (1989), Schurz (1990) ve Astarita (1990) küçük kayma gerilmelerinde meydana gelen akışkan hareketinin mühendislik açısından bir anlam ifade etmediğini bu yüzden akma gerilmesinin bir mühendislik çıkarımı olduğunu bu yüzden visko-plastik akışkanlar için akma gerilmesi tanımının kullanılmasının uygun olduğunu savunmuşlardır. Daha sonra Barnes (1999) yapmış olduğu bir diğer çalışmada, bu iki görüşü detaylı olarak incelenmiş ve visko-plastik akışkanlarda gerçek bir akma gerilmesinin meydana gelmediği yinelemiştir. Ancak her ne kadar akma gerilmesi visko-plastik akışkanlara ait gerçek bir reolojik özellik olmasa da, akışkan davranışını tanımlamak için kullanılan bir denklem takımı içerisinde yer almasının kabul edilebilir olduğunu belirtmiştir ve “gerçek” akma gerilmesi yerine görünür akma gerilmesi kavramının kullanılmasının daha yararlı olacağı ifade etmiştir.

Bingham model (Bingham,1922), küçük şekil değiştirme hızlarında (özellikle de  $\dot{\gamma} \rightarrow 0$  limit durumunda) akışkan davranışını modellemekte yetersiz kalmaktadır. Bu durumun üstesinden gelmek amacıyla literatürde bazı araştırmacılar Bingham modeli üzerinde bazı düzenlemeler yaparak çeşitli modifiye edilmiş Bingham modelleri önermişlerdir.



Bercovier ve Engelman (1980), şekil değiştirme hızı ile aynı boyuta sahip küçük bir  $\delta$  düzenleme parametresi kullanarak, sonlu küçüklüğe sahip  $\delta$  değeri yardımıyla  $\dot{\gamma} \rightarrow 0$  limit durumun tahmin edilebileceğini öne sürmüşlerdir. Bercovier ve Engelman (1980), bu yaklaşımı kullanarak gövde (cisim) kuvvetine (body force) maruz kalmış kare kesitli kapalı bir ortam içerisindeki akışı modellemişlerdir. Ayrıca Taylor ve Wilson (1997) da kanal içerisindeki Bingham akışkanın akışını modellemek için bu yaklaşımı kullanmışlardır.

O'Donovan ve Tanner (1984), Bingham akışkan davranışını modellemek üzere,  $\tau \leq \tau_y$  durumu için  $\mu_{yield}$  akma viskozitesi,  $\tau > \tau_y$  durumunda ise  $\mu$  akışkanın viskozitesi olmak üzere *çift viskozite modelini* önermişlerdir (bu model ile ilgili detaylı bilgi bölüm 2.5.1 de verilmiştir). Beverly ve Tanner (1989) tarafından gerçekleştirilen çalışmada; akma viskozitesinin (yield viscosity) akışkan viskozitenin  $10^3$  katına eşit olarak alınmasını önerilmiştir ( $\mu_{yield} = 10^3 \mu$ ).

Papanastasiou (1987), eksponansiyel bir gerilme artışı ön gören farklı bir yaklaşım önermiştir. Papanastasiou (1987), bir  $m$  düzenleme parametresi kullanarak gerilme artışının kontrol edilerek eşik davranışın modellemenin mümkün olabileceğini öne sürmüş ve bu yöntemle bir boyutlu kanal akışı, iki boyutlu sınır tabaka akışı ve ekstrüzyon akışı gibi bazı basit akış durumlarını modellemiştir. Bu yaklaşım Elwood vd. (1990), Missoulis ve Abdali (1993), Blackery ve Mitsoulis (1997) ve Zhu vd. (2005) tarafından kullanılmıştır.

Burgos vd. (1999) çalışmasında, yukarıda ifade edilen revize edilmiş Bingham akışkan modellerini karşılaştırarak detaylı bilgiler sunmuşlardır.

Dean vd. (2007), 1970-2007 yılları arasında Bingham akışkanlar ile ilgili gerçekleştirilen sayısal çalışmalarda uygulanan yöntemleri ve elde edilen sonuçları gözden geçirmişlerdir.

#### 1.4.2.2. Kapalı Ortam Çalışmaları

##### *Viskoplastik Akışkanlar : Bingham Akışkanlar*

Litearaturde, dikdörtgen kesitli kapalı ortamlar içerisinde yer alan Bingham akışkanların doğal taşınım olayının incelendiği çalışmaların oldukça yakın bir geçmişe sahip olduğu göze çarpmaktadır. Zira konu ile ilgili ilk çalışmanın, Vola vd. (2003) tarafından kare kesitli kapalı bir ortam için düzenlendiğini söylemek mümkündür. Ancak

özellikle son yıllarda bu konu üzerine giderek artan bir ilgi söz konusudur. Yakın zamanda konu ile ilgili olarak Vikhansky (2010 ve 2011) ve Turan *vd.* (2010, 2011a, 2011b, 2012b), bir kısmı bu tezin de kapsamında olan, detaylı çalışmalar ortaya koymuşlardır.

Vola *vd.* (2003) yatay duvarları adyabatik, düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklarda tutulan kare kesitli bir kapalı ortam içersinde Bingham akışkanların doğal taşınımı için sayısal bir yöntem geliştirmiştir. Bu çalışmada, akma gerilmesinin kapalı ortam içersindeki akış ve sıcaklık alanları üzerindeki etkilerini incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar göstermiştir ki, akma gerilmesi artırıldığında taşınımsal hareketin zayıflamakta ve bunun sonucunda da Nusselt sayısı azalmaktadır. Özellikle yüksek akma gerilmesine sahip Bingham akışkan durumlarında, taşınımsal hareketin ortadan kalktığını ve ısı transferi sadece iletim yolu ile gerçekleştiğini ifade etmişlerdir.

Turan *vd.* (2010), bu tez kapsamında incelenen konu başlıklarından birini oluşturan çalışmalarında, Vola *vd.* (2003)'nin çalışmasını genişleterek akma gerilmesinin, ısı ve momentum transferi üzerindeki etkilerini  $10^3 < Ra < 10^6$  ve  $0.1 < Pr < 100$  aralığında detaylı olarak incelemişlerdir. Bu çalışma sonucunda, hem Newtonumsu akışkan ve hem de düşük Bingham sayısına sahip Bingham akışkan durumlarında, Rayleigh sayısı sabit tutulduğunda, artan Prandtl sayısı ile birlikte ortalama Nusselt sayısının arttığı görülmüştür. Ancak buna karşın yüksek Bingham sayısına sahip Bingham akışkan durumlarında ise, tam tersi bir davranış gözlemlenmiş ve artan Prandtl sayısı ile birlikte ortalama Nusselt sayısının azaldığı görülmüştür. Ayrıca bu çalışmada detaylı skala analizler ve sayısal analizlerden elde edilen veriler yardımıyla, komşu düşey duvarları sabit yüzey sıcaklığına sahip kare kesitli kapalı ortam içersindeki Newtonumsu ve Bingham akışkan durumlarında ortalama Nusselt sayısı için korelasyon fonksiyonu önerilmiştir. Bu çalışmanın sonuçları Bölüm 3.1'de sunulmuştur.

Yine Turan *vd.* (2011c) benzer konfigürasyonu sabit ısı akısı sınır şartı altında incelemişler ve sonuçları sabit yüzey sıcaklığı sınır şartı (Turan *vd.* 2010) durumuyla karşılaştırmışlardır. Bu çalışmada, düşey duvarları sabit ısı akısına maruz kalmış kare kesitli kapalı bir ortam içersinde Bingham akışkanların doğal taşınım olayında Bingham sayısı, Rayleigh sayısı ve Prandtl sayısı değişimine karşılık Nusselt sayısının göstermiş olduğu davranış sabit yüzey sıcaklığı sınır şartı ile benzer olduğu görülmüştür. Ancak yüksek Rayleigh sayılarında sabit ısı akısı sınır şartı için ortalama Nusselt sayısı sabit yüzey sıcaklığı sınır şartından daha küçük değerler alırken, düşük Rayleigh sayılarında ( $Ra = 10^3$ ) tam tersi bir durumun ortaya çıktığı belirlenmiştir.

Yakın zamanda yatay duvarları adyabatik düşey duvarların ise farklı sabit sıcaklıklarda tutulduğu farklı boyut oranlarına sahip dikdörtgen kesitli kapalı ortamlar içerisinde Bingham akışkanların doğal taşınımının incelendiği bir başka çalışma da Vikhansky (2010) tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada, kapalı ortam içerisinde taşınımın başladığı kritik sıcaklık gradyanı incelenmiş ve iki limit durum için (çok uzun ve çok sığ kapalı ortamlar) kritik sıcaklık gradyanı analitik olarak belirlenmiştir. Yine Vikhansky (2011) farklı açılara sahip Bingham akışkan ile dolu kare kesitli bir kapalı ortamda Rayleigh-Benard problemini göz önüne almıştır. Vikhansky (2011) bu çalışmasında, kapalı ortam içerisinde taşınımsal ısı transferin gerçekleşebilmesi için gereken kritik Rayleigh sayısını incelemiş ve kritik Rayleigh sayısı için sayısal bir yaklaşım önermiştir. Ayrıca Vikhansky (2009)'nin Bingham akışkan ile dolu farklı bir geometri için Rayleigh-Benard problemini incelediği bir başka çalışması da bulunmaktadır.

Turan *vd.* (2011) yatay duvarların adyabatik düşey duvarların ise farklı sabit sıcaklıklarda tutulduğu dikdörtgen kesitli kapalı ortamlar içerisinde Bingham akışkanların iki boyutlu sürekli rejimde laminar doğal taşınımın olayında boyut oranı ( $AR$ ) etkisini incelemişlerdir. Bu tez çalışmasının konu başlıklarından bir diğeri olan bu çalışmada, akma gerilmesinin ısı ve momentum transferi üzerindeki etkilerini  $Pr = 7$  için  $Ra = 10^4$ - $10^6$  ve  $1/8 \leq AR \leq 8$  aralığında sayısal ve teorik olarak incelenmiştir. Bu çalışmanın sonuçları Bölüm 3.2'de sunulmuştur.

Massmeyer *vd.* (2013) tüm duvarları adyabatik olan ve alt duvar üzerinde bir ısı kaynağı bulunan içerisi viskoplastik incelen akışkan ile dolu kare kesitli bir silindir içerisinde doğal ve zorlanmış taşınım durumlarını sayısal ve deneysel olarak incelemişlerdir. Bu çalışmada, akma gerilmesi, akışkan davranış indeksi gibi reolojik parametrelerin ısı transferi üzerindeki etkileri araştırılmıştır.

### *Power-Law Akışkanlar*

Bingham akışkan durumunda olduğu gibi, dikdörtgen kesitli kapalı ortam içerisinde power-law akışkanların doğal taşınım olayının araştırıldığı çalışma sayısının, Newtonumsu akışkan durumu ile kıyaslandığında, oldukça sınırlı sayıda olduğunu söylemek mümkündür. Bu çalışmaların bir kısmında, power-law akışkanlar için Rayleigh-Bénard problemi deneysel (Leung *et vd.*, 1998; Inaba *vd.*, (2003a), Barth ve Carey, 2006) ve

sayısal (Ohta *vd.*, 2002; Inaba *vd.*, 2003a; Barth ve Carey, 2006; Alloui *vd.*, 2013) olarak incelenmiştir.

Düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklara sahip (diğer duvarlar adyabatik) kare kesitli kapalı bir ortam içerisinde power-law akışkanların doğal taşınımını konu alan ilk çalışmalardan bir tanesi Pericleous (1994) tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada, incelen ve kalınlaşan akışkanlar olmak üzere her iki power-law akışkan durumu  $Ra = 10^5$  için sayısal olarak incelenmiş ve ileriki sayısal çalışmaların test edilebilmesi için referans sonuçlar (benchmark results) sunulmuştur.

Kim *vd.* (2003) düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklara sahip (diğer duvarlar adyabatik) kare kesitli kapalı ortam içerisinde power-law akışkan ( $n < 1$  incelen akışkan) ve Newtonumsu akışkanların doğal taşınım problemini geçici rejim durumu için sayısal olarak incelemiştir. Kim *vd.* (2003) Rayleigh sayısı ( $Ra$ ) ve akışkan davranış indeksi ( $n$ ) etkilerini araştırmışlar ve azalan  $n$  değerleri ile birlikte ortalama Nusselt sayısının ( $\overline{Nu}$ ) arttığını bulmuşlardır.

Lamsaadi *vd.* (2006a,b) düşey duvarların sabit ısı akısına maruz bırakılan (diğer duvarlar adyabatik) uzun (Lamsaadi *vd.*, 2006a) ve sığ (Lamsaadi *vd.*, (2006b) kapalı ortamlar içerisinde power-law akışkanların yüksek Prandtl sayısı için doğal taşınım problemini ele alarak akışkan davranış indeksinin ( $n$ ) etkilerinin araştırmışlardır. Lamsaadi *vd.* (2006a,b), uzun kapalı ortamlarda  $AR \geq 12$  ve  $Pr \geq 100$  için, sığ kapalı ortamlarda  $AR \leq 1/8$  ve  $Pr \geq 100$  için, taşınımsal ısı transfer oranının boyut oranından ( $AR$ ) ve Prandtl sayısından ( $Pr$ ) etkilenmediğini ve önemli ölçüde Rayleigh sayısı ( $Ra$ ) ve akışkan davranış indeksine ( $n$ ) bağlı olduğunu belirlemiştir.

Yine benzer sınır şartı için Lamsaadi *vd.* (2006c) farklı eğim açılara sahip dikdörtgen kesitli kapalı ortam içerisinde power-law akışkanların doğal taşınımını  $10 \leq Ra \leq 10^5$  ve  $0.6 \leq n \leq 1.4$  aralığında sayısal olarak incelemişler ve eğim açısının  $n$  akışkan davranış indeksi azaldıkça çok daha belirgin olduğunu gözlemlemişlerdir.

Turan *vd.* (2011b), düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklara sahip (diğer duvarlar adyabatik) kare kesitli kapalı bir ortam içerisinde power-law akışkanların sürekli rejim altında iki boyutlu laminer doğal taşınım problemini geniş Rayleigh ve Prandtl sayıları aralığında  $0.6 \leq n \leq 1.8$  için incelemiştir. Ayrıca bu çalışmada, skala analizi rehberliğinde sayısal veriler yardımıyla ortalama Nusselt sayısı ( $\overline{Nu}$ ) için bir korelasyon fonksiyonu da önerilmiştir. Yine skala analizine ve sayısal analizlere dayanılarak farklı ısı geçiş durumlarını tanımlayan taşınım rejim diyagramı önerilmiştir. Tez kapsamında ele

alınan konu başlıklarından bir diğeri olan bu çalışmanın sonuçları Bölüm 3.3'de sunulmuştur. Yine benzer geometri için Turan vd. (2012b) düzenlemiş oldukları bir başka çalışmada ise sabit ısı akısı sınır şartı ile sabit sıcaklık sınır şartı (Turan vd., 2011b) durumlarını karşılaştırmışlardır.

Safaiy vd. (2012) kare kesitli kapalı bir ortam içerisinde Newtonumsu akışkan (su) ve power-law akışkan (incelen akışkan = sondaj çamuru) için turbülanslı doğal ve zorlanmış taşınım olayında turbülans şiddetinin yerel Nusselt sayısı üzerindeki etkisi incelemiştir. Turbulans şiddeti arttıkça; incelen akışkanlarda (sondaj çamuru) yerel Nusselt sayısının azaldığı, Newtonumsu akışkan (su) durumunda ise başlangıçta arttığı daha sonra azaldığı görülmüştür.

Turan vd. (2013) yapmış oldukları bir başka çalışmada, düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklara sahip (diğer duvarlar adyabatik) dikdörtgen kesitli kapalı ortam içerisindeki power-law akışkanların laminer doğal taşınım problemini sürekli rejim durumu için incelemiştir. Bu çalışmada  $Pr = 10^3$  için,  $10^4 \leq Ra \leq 10^6$ ,  $1/8 \leq AR \leq 8$  ve  $0.6 \leq n \leq 1.8$  aralığında, boyut oranının ( $AR$ ) ve sabit sıcaklık ve sabit ısı akısı sınır koşullarının ısı ve momentum transferi üzerindeki etkileri araştırılmıştır.  $Ra$  ve  $Pr$  sabit tutulduğunda, incelen akışkan ( $n < 1$ ), Newtonumsu akışkan ( $n = 1$ ) ve kalınlaşan akışkan ( $n > 1$ ) durumlarının her birisi için, sabit sıcaklık sınır şartı altında  $\overline{Nu}$  -  $AR$  arasında monoton olmayan bir ilişki gözlemlenirken, sabit ısı akısı sınır şartı durumunda  $\overline{Nu}$  'nın artan (azalan)  $AR$  değerleri ile birlikte monoton olarak artmakta (azalmakta) olduğu belirlenmiştir. Bu çalışmanın bir kısmı aynı zamanda doktora tezi kapsamında incelenen konu başlıklarından bir diğeri olup sonuçlara ilişkin daha detaylı bilgiler Bölüm 3.4'de sunulmuştur.

Yine konu ile ilgili yapılan son çalışmalardan birinde, Ternik ve Rudolf (2013), power-law akışkan davranışı gösteren karboksimetil selülozun sulu çözeltisi ile dolu düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklara sahip (diğer duvarlar adyabatik) kare kesitli kapalı ortam içerisinde laminer doğal taşınım olayını ele almışlar ve çözelti içerisindeki nano-partiküllerin hacimsel oranının ısı transferi üzerindeki etkilerini araştırmışlardır.

### 1.5. Tezin Amacı

Literatürde ısı transferi alanında en ilgi çeken problemlerden biri, dikdörtgen kesitli kapalı ortamlar içerisinde doğal taşınım olayıdır. Ancak bu konuda yapılan çalışmaların çok önemli bir kısmında Newtonumsu akışkanlar dikkate alınmıştır, kapalı ortam içerisinde Newtonumsu-olmayan akışkanların ısı taşınım karakteristiklerine ilişkin çok sınırlı bir literatür mevcuttur. Oysaki endüstride kullanılan birçok sentetik (yapay) akışkan Newtonumsu-olmayan davranış gösterir ve daha önce de vurgulandığı üzere Newtonumsu-olmayan akışkanlar ile dolu kapalı ortamlarda doğal taşınım, oldukça önemli bir mühendislik olayıdır. Literatürde, bu konuya yönelik giderek artan bir ilgi söz konusudur. Özellikle 2000 yılından sonra konu ile ilgili yapılan çalışma sayılarında ciddi bir artış göze çarpmaktadır (Şekil 1.15b). Ancak konu üzerine yapılan çalışmaların önemli bir bölümü genellikle sabit bir Rayleigh sayısı veya sabit bir Prandtl sayısı ve sabit bir boyut oranı değerleri için gerçekleştirilmiştir ve oldukça sınırlı içeriktedir. Literatürde, Newtonumsu olmayan akışkanlar ile dolu kapalı ortamlar içerisindeki doğal taşınım olayında ısı transfer ve akış karakteristiklerinin daha iyi anlaşılmasına olanak sağlayacak Rayleigh sayısı, Prandtl sayısı ve boyut oranı etkilerinin birlikte ele alındığı kapsamlı bir çalışmaya ihtiyaç vardır. Bu itibarla sonraki yıllarda bu konu ile ilgili yapılacak çalışmalar için referans bir çalışma olması düşünülerek gerçekleştirilen bu çalışmanın temel amaçlarını şu şekilde sıralamak mümkündür:

- ❖ Newtonumsu-olmayan akışkanlar (Bingham akışkanlar ve power-law akışkanlar) ile dolu dikdörtgen kesitli kapalı ortam içerisindeki doğal taşınım olayının arkasındaki fiziksel mekanizmayı sayısal analizler ve detaylı skala analizleri yardımıyla ortaya koymak.
- ❖ Newtonumsu-olmayan akışkanlar (Bingham akışkanlar ve power-law akışkanlar) ile dolu dikdörtgen kesitli kapalı ortam içerisindeki doğal taşınım olayında ısı transferinin en önemli göstergesi ortalama Nusselt sayısı için geniş  $Ra$ ,  $Pr$  ve  $AR$  aralıklarında korelasyon fonksiyonları geliştirmek.
- ❖ Dikdörtgen kesitli kapalı ortamlar içerisindeki Newtonumsu-olmayan akışkanlarda doğal taşınım olayının mühendislik uygulamalarındaki yerini ve önemini göstermek.

Bu amaçlar ile hazırlanmış olan tezin konu başlıkları şu şekilde düzenlenmiştir:

Bölüm 2: Matematiksel Altyapı ve Sayısal Uygulama; Matematiksel altyapı ve uygulanan sayısal yöntemle ilişkin bilgiler sunulmuştur.

Bölüm 3.1: Problem 1: Bingham Akışkan ile Dolu Kare Kesitli Kapalı Bir Ortam İçerisinde Laminer Doğal Taşınım; Kare kesitli kapalı bir ortam içerisinde Bingham akışkanların doğal taşınım probleminde akma gerilmesinin ısı ve momentum transferi üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Bölüm 3.2: Problem 2: Bingham Akışkan ile Dolu Dikdörtgen Kesitli Kapalı Ortamlar İçerisinde Laminer Doğal Taşınım: Boyut Oranı Etkisi; Dikdörtgen kesitli kapalı ortamlarda Bingham akışkanların doğal taşınım probleminde boyut oranının ısı ve momentum transferi üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Bölüm 3.3: Problem 3: Power-Law Akışkan ile Dolu Kare Kesitli Kapalı Bir Ortam İçerisinde Laminer Doğal Taşınım; Kare kesitli kapalı bir ortam içerisinde power-law akışkanların doğal taşınım probleminde akışkan davranış indeksinin ısı ve momentum transferi üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Bölüm 3.4: Problem 4: Power-law Akışkan ile Dolu Dikdörtgen Kesitli Kapalı Ortamlar İçerisinde Laminer Doğal Taşınım: Boyut Oranı Etkisi; Dikdörtgen kesitli kapalı ortamlarda power-law akışkanların doğal taşınım probleminde boyut oranının ısı ve momentum transferi üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Bölüm 3.5: Uygulama Örneği: Silikon Yağ İçerisine Yerleştirilmiş Yoğunlaştırılmış Fotovoltaik Hücrenin Isıl Analizi; Newtonumsu-olmayan akışkan ile dolu dikdörtgen kesitli kapalı ortam içerisinde doğal taşınım olayının mühendislik uygulamasına yönelik örnek bir problem ele alınmıştır.

Bölüm 4: Sonuçlar; elde edilen sonuçlar maddeler halinde sunulmuştur.

Bölüm 5: Öneriler; ileriki çalışmalar için bazı öneriler yapılmıştır.

## 2. MATEMATİKSEL ALTYAPI VE SAYISAL UYGULAMA

### 2.1. Temel Denklemler

Bu çalışmada, Newtonumsu olmayan akışkan ile dolu dikdörtgenel kapalı bir ortam içerisindeki iki boyutlu sıkıştırılamaz laminar doğal taşınım problemi sürekli rejim durumu için incelenmiştir. Çalışmada Bingham ve Power-law olmak üzere iki farklı Newtonumsu olmayan akışkan modeli kullanılmıştır. Kapalı ortamlar içerisinde sürekli rejim altındaki sıkıştırılamaz akışkanlarda doğal taşınım için kütle, momentum ve enerji korunum denklemleri aşağıdaki şekilde verilir:

*Kütle korunum denklemi*

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

*Momentum korunum denklemleri*

$$\rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g \delta_{i2} \beta (T - T_{ref}) + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.2)$$

*Enerji korunum denklemi*

$$\rho u_j c_p \frac{\partial T}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (2.3)$$

Momentum denklemlerinde yer alan kaldırma kuvveti terimindeki referans sıcaklık için, daha önceki bir çok uygulamada olduğu gibi (Ozeo ve Churchill 1972, de Vahl Davis, 1983; Bejan, 1984; Ostrach, 1988; Emery ve Lee, 1999; Aydın vd., 1999 ve Vola vd., 2003), soğuk duvar sıcaklığı  $T_c$  dikkate alınmıştır. Ayrıca, (2.1) - (2.3) eşitlikleri ile verilen korunum denklemlerinin boyutsuz formları Ek.1'de verilmiştir.



Çalışmada, Bingham ve power-law akışkanlarda şekil değiştirme hızı ve kayma gerilmesi arasındaki ilişkiyi tanımlamak için sırasıyla çift viskozite (Bi-viscosity) ve power-law modelleri kullanılmıştır. Bu modellerle ilgili detaylı bilgi Bölüm 2.5’de verilmiştir. Ayrıca, kaldırma kuvveti etkilerini belirlemek için Boussinesq yaklaşımı (Bejan, 2004) kullanılmıştır. Bu yaklaşım, küçük sıcaklık farkları için geçerli olup, kaldırma kuvveti terimindeki yoğunluğun sıcaklığa bağlı iken diğer akışkan özelliklerinin sıcaklıktan bağımsız olduğu kabulüne dayanmaktadır. Bunun yanında, daha önce gerek Newtonumsu gerekse Newtonumsu-olmayan akışkanlar ile ilgili gerçekleştirilen doğal taşınım çalışmalarında (Gebhart, 1962; Cormack *vd.*, 1974a,b; Bejan ve Tien, 1978; de Vahl Davis, 1983; Ostrach, 1988; Vola *vd.*, 2003; Lamsaadi *vd.*, 2006a-c; Ganguli *vd.*, 2009; Vikhansky, 2009,2010) olduğu gibi, enerji denklemindeki (eşitlik 2.3)  $\tau_{ij}\partial u_i / \partial x_j$  viskoz yutulma terimleri (viscous dissipation terms) ihmal edilmiştir. Akışkanın kinetik enerjisinin termal enerjisi ile aynı seviyelerde olduğu (yani  $g\beta L / c_p \gg 1$ ) durumlar için, doğal taşınımında viskoz yutulma önem kazanır (Gebhart, 1962). Yine Gebhart (1962), akışkanların çoğunluğunda  $g\beta / c_p$  değerinin son derece küçük ( $\sim 10^{-9}$  ile  $10^{-6} \text{ m}^{-1}$  arasında) olduğunu ortaya koymuş ve ancak çok çok büyük uzunluk skalaları için viskoz yutulmanın, ısı ve momentum transferi üzerinde, etkili olabileceğini belirtmiştir. Bu çalışmada da, çok büyük uzunluk skalası durumlarının ele alınması amaçlanmadığı için viskoz yutulma etkisi daha önceki birçok çalışmada (Gebhart, 1962; Cormack *vd.*, 1974a,b; Bejan ve Tien, 1978; de Vahl Davis, 1983; Ostrach, 1988; Vola *vd.*, 2003; Lamsaadi *vd.*, 2006a-c; Ganguli *vd.*, 2009; Vikhansky, 2009,2010) olduğu gibi ihmal edilmiştir.

## 2.2. Boyutsuz Sayılar Grubu

Bu çalışmada, Bingham akışkan veya power-law akışkan ile dolu kenar duvarları farklı sabit sıcaklıklara sahip dikdörtgensel kapalı ortamlar içerisindeki ısı transfer karakteristikleri aynı nominal Rayleigh ve Prandtl sayılarında Newtonumsu akışkan durumundaki ısı transfer karakteristikleri ile karşılaştırılmıştır. Nominal Rayleigh sayısı  $Ra$  kaldırma kuvveti nedeni ile meydana gelen ısı transferin (thermal transport) ısı yayılım sonucu ile meydana gelen ısıl transfere oranını gösterir ve aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$Ra = \frac{\rho^2 c_p g \beta \Delta T L^3}{\mu k} = Gr Pr \quad (2.4)$$

bu ifade içerisinde yer alan  $Gr$  nominal Grashof sayısı ve  $Pr$  nominal Prandtl sayısı:

$$Gr = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T L^3}{\mu^2} \quad (2.5)$$

$$Pr = \frac{\mu c_p}{k} \quad (2.6)$$

şeklinde tanımlanır.

Grashof sayısı kaldırma ve viskoz kuvveti etkilerinin oranını gösterirken, Prandtl sayısı ise momentum yayılımının ısı yayılımına oranını göstermektedir. Aynı zamanda Prandtl sayısı hidrodinamik sınır tabaka kalınlığının ısı sınır tabaka kalınlığına oranı şeklinde de tanımlanmaktadır.

Diğer boyutsuz parametre ise ısı transferinin en önemli göstergesi olan Nusselt sayısıdır:

$$Nu = \frac{h.L}{k} \quad (2.7)$$

Nusselt sayısı, söz konusu akışkanda taşınım ile meydana gelen ısı transfer değerinin iletim ile meydana gelen ısı transfer değerine oranı olarak tanımlanır. (2.7) eşitliğinde yer alan ısı transfer taşınım  $h$  aşağıdaki gibi tanımlanır:

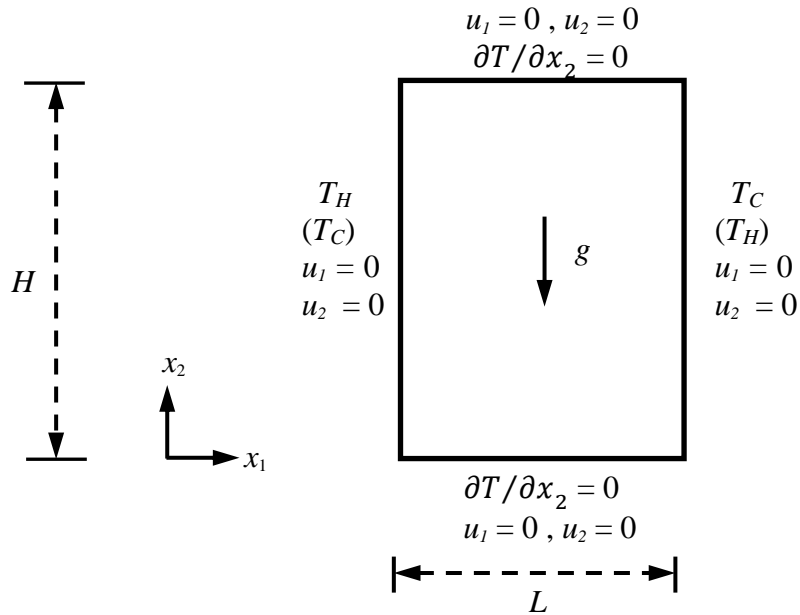
$$h = \left| -k \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{wf} \times \frac{1}{(T_{wall} - T_{ref})} \quad (2.8)$$

burada; 'wf' alt indisi duvar ile temas halindeki akışkan koşulunu,  $T_{wall}$  duvar sıcaklığını ve  $T_{ref}$  uygun referans sıcaklığı yani sıcak (soğuk) duvar için soğuk (sıcak) duvar sıcaklığını  $T_C$  ( $T_H$ ) göstermektedir.

### 2.3. Sınır Koşulları

Çalışmada kullanılan sınır koşulları ve çözüm alanının şematik gösterimi Şekil 2.1’de verilmiştir. Dikey duvarlar farklı sabit sıcaklıklara ( $T_H > T_C$ ) sahip iken, diğer duvarlarda adyabatik sınır koşulu geçerlidir. Bütün duvar yüzeylerinde kaymayan akış koşulu ( $u_1 = u_2 = 0$ ) geçerlidir. Bu koşul çözüm bölgesi içine veya dışına, herhangi bir kütle girişi veya çıkışının olmadığını göstermektedir. Bununla birlikte bütün duvarların rijit olduğu kabul edilmiştir. Kullanılan sınır koşulları aşağıda özetlenmiş olup Sınır koşullarının boyutsuz formları Ek 2’de verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 x_1 = 0 \quad \text{ve} \quad 0 < x_2 < H \quad \text{için} \quad T = T_H \quad u_1 = u_2 = 0 \\
 x_1 = L \quad \text{ve} \quad 0 < x_2 < H \quad \text{için} \quad T = T_C \quad u_1 = u_2 = 0 \\
 x_2 = 0 \quad \text{ve} \quad 0 < x_1 < L \quad \text{için} \quad \frac{\partial T}{\partial x_2} = 0 \quad u_1 = u_2 = 0 \\
 x_2 = H \quad \text{ve} \quad 0 < x_1 < L \quad \text{için} \quad \frac{\partial T}{\partial x_2} = 0 \quad u_1 = u_2 = 0
 \end{aligned} \tag{2.9}$$



Şekil 2.1. Bingham akışkan (power-law akışkan) uygulaması için sınır koşulları ve çözüm alanının şematik gösterimi.

## 2.4. Sayısal Yöntem

Bu çalışmada, (2.1) - (2.3) eşitlikleri ile verilen sırasıyla kütle, momentum ve enerji korunum denklemlerinin sayısal çözümü için ANSYS-FLUENT ticari paket programı kullanılmıştır. Bu ticari program daha önce literatürde gerek power-law akışkanlar (Poole ve Ridley, 2007) gerekse Bingham akışkanlar (Turan vd. 2010, 2011a) için yapılan birçok çalışmada başarı ile uygulanmıştır. Yayınım (difüzyon) terimleri için ikinci-derece merkezi fark yöntemi; taşınım terimleri için ise ikinci-derece up-wind (second-order up-wind schem) yöntemi kullanılmıştır. Hız ve basınç çiftleri SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) algoritması (Patankar 1980) kullanılarak elde edilmiştir. Yakınsama kriteri  $10^{-9}$  olarak seçilmiş ve bütün sayısal analizlerde bu kriter dikkate alınarak korunum denklemleri için yakınsama sağlanıncaya kadar iteratif çözümlere devam edilmiştir.

## 2.5. Uygulanan Newtonumsu Olmayan Akışkan Modelleri

### 2.5.1. Çift -Viskozite Modeli

Akma-gerilmeli akışkanların (yield-stress fluids) pratik mühendislik uygulamalarına yönelik yapılan birçok çalışmada (Barnes, 1999; Mitsoulis, 2007) “gerçek” akma gerilmesi yerine, görünür akma gerilmesi kavramının kullanılmasının daha yararlı olacağı vurgulanmaktadır. Bu nedenle, çalışmanın Bingham akışkan ile ilgili geri kalan kısımlarında bu yaklaşım benimsenecektir. Literatürde akma-gerilmeli akışkanların (yield-stress fluids) şekil değiştirme hızı ve kayma gerilmesi arasındaki ilişkiyi tanımlamak için birçok deneysel model önerilmiştir. Bu modeller arasında en çok bilineni Bingham modeli olup, matematiksel olarak aşağıdaki tensörel formda ifade edilir (Barnes, 1999):

$$\tau \leq \tau_y \quad \text{için} \quad \underline{\underline{\dot{\gamma}}} = 0, \quad (2.10)$$

$$\tau > \tau_y \quad \text{için} \quad \underline{\underline{\tau}} = \left( \mu + \frac{\tau_y}{\dot{\gamma}} \right) \underline{\underline{\dot{\gamma}}}, \quad (2.11)$$

Bu ifade de yer alan;  $\dot{\gamma}_{ij} = \partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i$  şekil değiştirme hız tensörünün ( $\underline{\underline{\dot{\gamma}}}$ ) bileşenlerini,  $\underline{\underline{\tau}}$  gerilme tensörünü,  $\tau_y$  akma gerilmesini,  $\mu$  akma-gerilmeli akışkanın plastik viskozitesini göstermektedir.  $\underline{\underline{\tau}}$  ve  $\underline{\underline{\dot{\gamma}}}$  sırasıyla kayma gerilmesi ve şekil değiştirme hızının ikinci derece invariantına (second order invariants) göre hesaplanır ve aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\underline{\underline{\tau}} = \left[ \frac{1}{2} \underline{\underline{\tau}} : \underline{\underline{\tau}} \right]^{1/2}, \quad (2.12)$$

$$\underline{\underline{\dot{\gamma}}} = \left[ \frac{1}{2} \underline{\underline{\dot{\gamma}}} : \underline{\underline{\dot{\gamma}}} \right]^{1/2}. \quad (2.13)$$

O'Donovan ve Tanner (1984) Bingham akışkanların kayma gerilmesi ile şekil değiştirme hızı arasındaki ilişkiyi tanımlamak için çift-viskozite modelini kullanmışlardır. Çift-viskozite modeli:

$$\dot{\gamma} \leq \frac{\tau_y}{\mu_{yield}} \quad \text{için} \quad \underline{\underline{\tau}} = \mu_{yield} \underline{\underline{\dot{\gamma}}}, \quad (2.14)$$

$$\dot{\gamma} > \frac{\tau_y}{\mu_{yield}} \quad \text{için} \quad \underline{\underline{\tau}} = \tau_y + \mu \left[ \underline{\underline{\dot{\gamma}}} - \frac{\tau_y}{\mu_{yield}} \right], \quad (2.15)$$

şeklinde olup, bu ifadede;  $\mu_{yield}$  akma viskozitesini (yield viscosity) göstermektedir. Beverly ve Tanner (1989) akma viskozitesinin (yield viscosity) plastik viskozitenin  $10^3$  katına eşit olarak alınmasını tavsiye etmişlerdir ( $\mu_{yield} = 10^3 \mu$ ).

ANSYS-FLUENT ticari paket programında, Bingham akışkanlar için (2.14) ve (2.15) denklemleri ile verilen çift-viskozite modeli (O'Donovan ve Tanner, 1984) kullanılmaktadır. Akma viskozitesi ile plastik viskozite arasındaki oranın  $\mu_{yield} / \mu$ , sayısal sonuçlar üzerinde ne derecede etkili olduğunun anlaşılması amacıyla

$\mu_{yield} = 10^3 \mu$  ve  $\mu_{yield} = 10^4 \mu$  için sayısal analizler gerçekleştirilmiştir. Bu sayısal analizler sonucunda, her iki akma viskozitesi değeri için elde edilen sonuçların birbirine oldukça yakın olduğu (ortalama Nusselt sayısı  $\overline{Nu}$  için maksimum fark % 0.5 düzeyindedir) ve  $\mu_{yield} / \mu$  değerinin sayısal sonuçlar üzerinde çok fazla etkili olmadığı görülmüştür (Şekil 2.2). Bu nedenle, çalışmada akma viskozitesinin değeri  $\mu_{yield} = 10^4 \mu$  olarak dikkate alınmıştır. Ayrıca, kullanılan çift-viskozite modelin geçerliliğini test etmek için, literatürde Bingham akışkanlar için önerilen diğer bir model olan ve üstel model olarak da bilinen Papanastasiou modeli (1987)

$$\underline{\underline{\tau}} = \tau_y \left( 1 - \exp(-m \dot{\underline{\underline{\gamma}}}) \right) \mu \dot{\underline{\underline{\gamma}}} \quad (2.16)$$

ile karşılaştırma yapılmıştır (Şekil 2.2). (2.16) denkleminde yer alan  $m$  gerilme büyüme üssünü (stress growth exponent) ifade etmektedir ve birimi saniyedir. Çift-viskozite modeli ile Papanastasiou modelinden (1987) elde edilen sonuçlar arasında oldukça iyi bir uyumun olduğu Şekil 2.2'de görülmektedir.

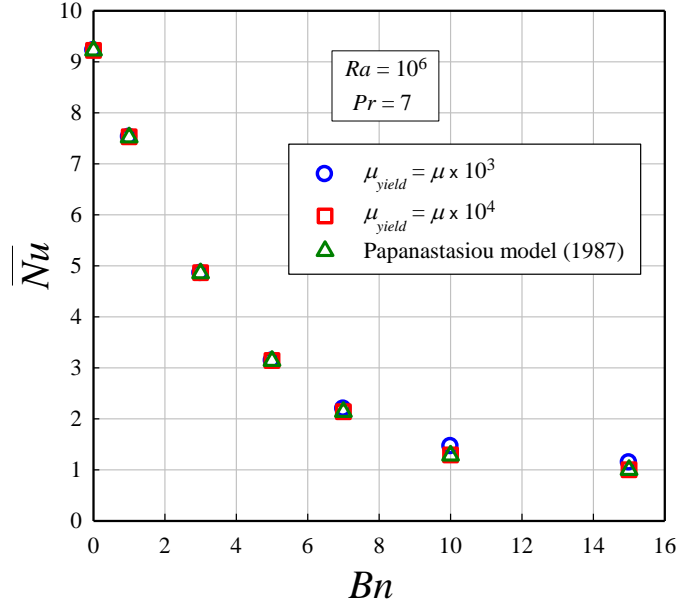
Bingham sayısı Bingham akışkanları için akma gerilmesinin viskoz gerilmelerine oranını gösterir:

$$Bn = \frac{\tau_y}{\mu} \sqrt{\frac{L}{g\beta\Delta T}} \quad (2.17)$$

(2.17) eşitliğindeki viskoz gerilme ( $= \mu \sqrt{g\beta\Delta T L} / L$ ) hız  $\sqrt{g\beta\Delta T L}$  ve uzunluk  $L$  skalalarına bağlı olarak tahmin edilir. Şunu belirtmekte fayda vardır ki, Bingham akışkan akışlarında viskozite akış alanında değişiklik gösterebildiği için bir efektif viskozite ( $\mu_{eff} = \tau_y / \dot{\underline{\underline{\gamma}}} + \mu$ ) tanımlamasının yapılması, akıştaki viskoz gerilmelerin daha doğru temsil edilmelerine olanak sağlayacaktır. Bu nedenle Bingham akışkanları için Rayleigh, Prandtl ve Bingham sayılarının tanımlanmasında sabit plastik viskozite  $\mu$  yerine efektif viskozitenin  $\mu_{eff}$  kullanılması daha uygun olacaktır. Ancak şekil değiştirme hızının  $\dot{\underline{\underline{\gamma}}}$  akış alanı içerisinde yerel değişimler göstermesi beklendiğinden boyutsuz sayıların ( $Ra$ ,  $Pr$  ve

*Bn*) tanımlanmasında tek bir karakteristik değerin kullanılması, (2.4-2.6) ve (2.17) eşitliklerindeki tanımlamalar ile karşılaştırıldığında, herhangi bir fayda sağlamayabilir. Bu ince nüans kayma gerilmesi etkilerinin analizi esnasında önemli karışıklıklara neden olabilir. Bu yüzden bu konu çalışmanın ilerleyen bölümlerinde detaylı bir şekilde tartışılacaktır.

Bu çalışmada, Rayleigh, Bingham ve Prandtl sayılarının Nusselt sayısı üzerindeki etkileri sistematik olarak incelenmiştir. Ancak, şunu belirtmek gerekir ki, çalışmada plastik viskozitenin ve akma gerilmesinin sıcaklıktan bağımsız olduğu kabul edilmiştir. Oysaki pratik uygulamalar açısından bakıldığında plastik viskozitenin ve akma gerilmesinin sıcaklığa bağlı olarak değiştiği bilinmektedir. Ancak hem kolaylık olması açısından hemde Bingham akışkanlarda sıcaklığın plastik viskozite ve akma gerilmesi üzerindeki etkilerinin nasıl dikkate alınacağı noktasında literatürde net bir bilgi olmamasından, daha önceki birçok çalışmada (Zhang *vd.*, 2006; Balmforth ve Rust, 2009; Vikhansky, 2009 ve Vola *vd.*, 2003) olduğu gibi sıcaklığın plastik viskozite ve akma gerilmesi üzerindeki etkileri ihmal edilmiştir. Ayrıca literatürde Peixinho *vd.* (2008) tarafından, en çok bilinen Bingham akışkan örneklerinden biri olan, Carbopol için yapılmış olan deneysel çalışmada, 0 ile 90 °C arasında, akma gerilmesinin sıcaklıktan bağımsız olduğu; plastik viskozitenin ise sıcaklık artışı ile oldukça hafif bir şekilde azaldığı belirtilmektedir.



Şekil 2.2. Akma viskozitesinin  $\mu_{yield}$  ortalama Nusselt sayısı  $\overline{Nu}$  üzerindeki etkisi ve Papanastasiou (1987) modeli ile karşılaştırma ( $Ra = 10^6$  ve  $Pr = 7$ ).

### 2.5.2. Power-Law Modeli

Ostwald-De Waele modeli olarakta bilinen bu modelde viskoz gerilme tensörü:

$$\tau_{ij} = \mu_a e_{ij} = K(e_{kl}e_{kl}/2)^{(n-1)/2} e_{ij}, \quad (2.18)$$

şeklinde tanımlanır. Burada;  $e_{ij} = (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i)$  şekil değiştirme hız (kayma hızı veya deformasyon hızı) tensörüdür.  $K$  akışkanın yoğunluk (kıvamlılık) indeksi (consistency index) olup akışkan yoğunluğunun bir ölçüsüdür, daha yüksek  $K$  değerleri daha viskoz akışkanları temsil eder.  $n$  power-law akışkan davranış indeksini ifade eder ve akışkanın ne derece Newtonumsu-olmadığını gösterir.  $\mu_a$  ise aşağıdaki gibi tanımlanan görünür plastik viskoziteyi göstermektedir:

$$\mu_a = K(e_{kl}e_{kl}/2)^{(n-1)/2}. \quad (2.19)$$



$n < 1$  ( $n > 1$ ) için görünür viskozite artan şekil değiştirme hızı ile azalmaktadır (artmaktadır); bu yüzden  $n < 1$  viskozitesi azalan veya incelen (sanki-plastik, shear-thinning) akışkan durumunu,  $n > 1$  ise viskozitesi artan veya kalınlaşan (dilatants, shear-thickening) akışkan durumunu temsil etmektedir. Bu çalışmada; dikey duvarları farklı sabit sıcaklıklarda tutulan bir dikdörtgenel kapalı ortam içerisinde farklı  $n$  değerlerine sahip power-law akışkanların aynı nominal Rayleigh ve Prandtl sayıları ((2.4) ve (2.6) ile verilen eşitlikler) için ısı transfer özellikleri karşılaştırılacaktır. (2.4) ve (2.6) eşitliklerinde yer alan  $\mu$  ifadesi nominal plastik viskozite değerini göstermektedir. Ancak, power-law akışkan akışlarda viskozite akış alanında yerel değişimler gösterebilir. Bu nedenle, nominal viskozitenin en uygun şekilde belirlenmesi, power-law akışkanların akış ve ısı transfer problemlerinin incelendiği çalışmalarda göz önünde tutulan en önemli faktörlerden bir tanesidir. Nominal viskozite  $\mu$  karakteristik şekil değiştirme hızına  $\dot{\gamma} \sim u_{char}/L$  bağlı olarak tanımlanabilir.  $\dot{\gamma} \sim u_{char}/L$  ifadesinde yer alan  $u_{char}$  karakteristik hız skalası için Ng ve Hartnett (1986) ve Lamsaadi vd. (2006a-b) tarafından önerilen  $u_{char} \sim \alpha/L$  kullanılırsa nominal plastik viskozite  $\mu$  için aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\mu \sim K\dot{\gamma}^{n-1} \sim K\left(\frac{\alpha}{L^2}\right)^{n-1} \quad (2.20)$$

(2.20) ifadesi (2.4)-(2.6) eşitliklerinde yerine konulursa  $Ra$ ,  $Gr$  ve  $Pr$  için aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TL^{2n+1}}{\alpha^n (K/\rho)}; \quad (2.21)$$

$$Gr = \frac{g\beta\Delta TL^{4n-1}}{(K/\rho)^2 \alpha^{2n-2}} \quad (2.22)$$

ve

$$Pr = \left(\frac{K}{\rho}\right) \alpha^{n-2} L^{2-2n}. \quad (2.23)$$

Power-law akışkanları için, çalışmanın ilerleyen bölümlerinde kullanılacak olan bu ifadeler Ng ve Hartnett (1986) ve Lamsaadi vd. 'nin (2006a-b) çalışmalarında  $Ra$ ,  $Gr$  ve  $Pr$  için kullanılan eşitliklerin aynılarıdır.

Literatürde, düzlem bir plaka üzerindeki (Acrivos, 1960; Dale ve Emery 1972) ve geçirgen kapalı bir ortam içerisindeki (Getachew vd. 1996) power-law akışkanlarının doğal taşınım probleminin incelendiği bazı çalışmalarda görünür plastik viskozite için (2.20) ifadesinden farklı bir tanımlama kullanılmıştır:

$$\mu_K = \rho \left( \frac{K}{\rho} \right)^{\frac{1}{2-n}} L^{\frac{2(1-n)}{2-n}} . \quad (2.24)$$

Yine, Kim vd. 'nin (2003) kapalı ortam içerisinde power-law akışkan uygulamasına yönelik olarak gerçekleştirmiş oldukları çalışmalarında (2.24) eşitliği ile verilen tanımlamayı kullanmışlardır. (2.24) eşitliği (2.4) ve (2.6) eşitliklerinde yerine yazılırsa Kim vd. 'nin (2003)  $Ra$  ve  $Pr$  için kullanmış olduğu alternatif tanımlama elde edilir:

$$Ra_K = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\alpha(K/\rho)^{1/(2-n)} H^{2(1-n)/(2-n)}} ; \quad (2.25)$$

$$Pr_K = \frac{KL^{2-2n}}{\rho\alpha^{2-n}} . \quad (2.26)$$

Buradaki “K” alt indisi Kim vd. 'nin (2003) çalışmasında kullanılan tanımlamayı ifade etmektedir. Ancak, bizim çalışmamızda, Ng ve Hartnett (1986) ve Lamsaadi vd.'nin (2006a-b) de kullandığı ve (2.21)-(2.23) eşitlikleri ile verilen tanımlamalar esas alınmıştır. Rayleigh ve Prandtl sayıları için verilen (2.21) ve (2.23) eşitlikleri ile (2.25) ve (2.26) eşitlikleri arasında aşağıdaki ilişki söz konusudur:

$$Ra = Ra_K Pr^{\frac{n-1}{2-n}} ; \quad (2.27)$$

$$Pr = Pr_K^{2-n} . \quad (2.28)$$

Nominal Rayleigh ve Prandtl sayıları için yapılmış her iki tanımlamada geçerli bir tanımlamadır. Çünkü görünür plastik viskozite  $\mu_a$  yerel bir özellik olup akış alanı boyunca değişiklik gösterir ve yalnızca tek bir ifade ile tam olarak tanımlanması olanaksızdır. Bu yüzden, literatürde görünür plastik viskozite  $\mu_a$  için farklı tanımlamaların olması oldukça doğaldır. Her iki tanımlamanın birbirlerine göre avantajları Bölüm 5.4’de tartışılacaktır.

## 2.6. Ağ Bağımsızlık Çalışması

Sayısal sonuçların hesaplama ağına olan bağımlılığının (veya bağımsızlığının) ortaya konularak sayısal belirsizliğin belirlenmesi ve aynı zamanda hesaplama süresinin de dikkate alınarak hesaplamalarda kullanılacak en uygun ağa karar verilmesi sayısal çalışmaların güvenilirliği açısından son derece önemlidir.

Bu çalışmada kullanılan her iki Newtonumsu olmayan model için yapılan sayısal analizlerde farklı ağ yapıları kullanılmıştır. Bu ağların sonuçlar üzerindeki etkileri, dikkatlice gerçekleştirilmiş olan ağ bağımsızlık çalışması ile ortaya konulmaya çalışılmıştır. Bingham akışkan uygulaması için MB1<sup>1</sup> (40×40), MB2 (80×80), MB3 (160×160), MB4 (80×160) ve MB5 (80×320); power-law akışkan uygulaması için ise MP1<sup>2</sup> (50×50), MP2 (100×100), MP3 (200×200), MP4 (100×200) ve MP5 (100×400) olmak üzere her iki durum içinde beş farklı üniform olmayan ağ kullanılmıştır. Tablo 2.1 ve 2.2. de çalışmada kullanılan ağ yapıları ile ilgili, boyutsuz minimum ağ mesafesini (normalised minimum grid spacing)  $\Delta_{\min,cell} / L$  ve ağ genişleme oranı  $r_e$  gibi detaylı bilgiler sunulmuştur. Bingham akışkan analizlerindeki sayısal belirsizliği belirlemek amacıyla  $AR \leq 1$  ve  $AR > 1$  için sırası ile (MB1-MB2-MB3) ve (MB2-MB4-MB5) farklı ağ yapılarından oluşan ağ üçlemeleri kullanılmıştır. Benzer şekilde power-law akışkan analizlerindeki sayısal belirsizliği belirlemek üzere  $AR \leq 1$  ve  $AR > 1$  için sırası ile (MP1-MP2-MP3) ve (MP2-MP4-MP5) ağ üçlemeleri dikkate alınmıştır.

Çalışmada kullanılan ağ yapılarından elde edilen sayısal sonuçlar arasındaki belirsizlikler Richardson ekstrapolasyon yöntemine (Roache, 1997) göre tayin edilmiştir. Herhangi bir  $\phi$  değişkeni için Richardson ekstrapolasyon değeri:

$$\phi_{h=0} = \phi_1 + (\phi_2 - \phi_1)/(r^P - 1), \quad (2.29)$$

<sup>1</sup>B Bingham akışkan durumu

<sup>2</sup>P Power-law akışkan durumu

ifadesi ile hesaplanır. Burada  $\phi_1$  ince (yoğun) ağdan elde edilen değeri,  $\phi_2$  kaba ağdan elde edilen değeri,  $p$  teorik doğruluk mertebesini ( $p = 2$  alındı (İsmail ve Karatekin, 1997)) ve  $r$  kaba ile ince ağ arasındaki ağ incelme oranını göstermektedir. Ağ incelme oranı  $r$ :

$$r = h_{kaba} / h_{ince}, \quad (2.30)$$

ifadesi ile belirlenir. Bu ifade de yer alan  $h$  ilgili ağın boyutunu göstermekte olup

$$h = \left[ \frac{\sum_{i=1}^N (\Delta A_i)}{N} \right]^{1/2}, \quad (2.31)$$

eşitliği ile hesaplanır. Burada  $\Delta A_i$   $i$ 'inci hücrenin alanını gösterir.

Ortalama Nusselt sayısı  $\overline{Nu}$  için Bingham ve power-law akışkan uygulamalarında kullanılan ağlar arasındaki sayısal belirsizlikler sırası ile Tablo 2.3. ve 2.4. 'de sunulmuştur. Tablo 2.3 ve 2.4'ten, ağlar arasındaki maksimum sayısal belirsizliğin 3% düzeyinde olduğu ve gerek Bingham akışkanı gerekse power-law akışkanı için yapılan sayısal analizlerin ağdan çok fazla etkilenmediği çok rahatlıkla görülebilir. Tablo 2.3. ve 2.4.'deki sayısal belirsizlik oranlarını ve hesaplama süresini dikkate alarak sayısal analizlerde Bingham akışkanları için MB2 ( $AR \leq 1$ ), MB4 ( $AR = 2$ ) ve MB5 ( $AR = 4$  ve 8); power-law akışkanları için MP2 ( $AR \leq 1$ ), MP4 ( $AR = 2$ ) ve MP5 ( $AR = 4$  ve 8) ağlarının kullanılmasına karar verilmiştir.

Tablo 2.1. Bingham akışkanlarının sayısal analizlerinde kullanılan ağ yapısı: Boyutsuz minimum hücre mesafesi ( $\Delta x_{\min, \text{cell}} / L$ ,  $\Delta y_{\min, \text{cell}} / H$ ) ve ağ genişleme oranları ( $r_x$ ,  $r_y$ ).

Grid		MB1	MB2	MB3
		$40 \times 40$	$80 \times 80$	$160 \times 160$
$AR = 0.125$	$\Delta x_{\min, \text{cell}} / L$	-	$8.7848 \times 10^{-4}$	-
	$r_x$	-	1.1092	-
	$\Delta y_{\min, \text{cell}} / H$	-	$7.0278 \times 10^{-4}$	-
	$r_y$	-	1.0274	-
$AR = 0.25$	$\Delta x_{\min, \text{cell}} / L$	-	$8.7848 \times 10^{-4}$	-
	$r_x$	-	1.1092	-
	$\Delta y_{\min, \text{cell}} / H$	-	$3.5139 \times 10^{-3}$	-
	$r_y$	-	1.0566	-
$AR = 0.5$	$\Delta x_{\min, \text{cell}} / L$	$1.8534 \times 10^{-3}$	$8.7848 \times 10^{-4}$	$4.3001 \times 10^{-4}$
	$r_x$	1.2303	1.1092	1.0532
	$\Delta y_{\min, \text{cell}} / H$	$3.6608 \times 10^{-3}$	$1.7570 \times 10^{-3}$	$8.6086 \times 10^{-4}$
	$r_y$	1.1741	1.0836	1.0409
$AR = 1$	$\Delta x_{\min, \text{cell}} / L$	-	$8.7848 \times 10^{-4}$	-
	$r_x$	-	1.1092	-
	$\Delta y_{\min, \text{cell}} / H$	-	$8.7848 \times 10^{-4}$	-
	$r_y$	-	1.1092	-
Grid		MB2	MB4	MB5
		$80 \times 80$	$80 \times 160$	$80 \times 320$
$AR = 2$	$\Delta x_{\min, \text{cell}} / L$	-	$8.7848 \times 10^{-4}$	-
	$r_x$	-	1.1092	-
	$\Delta y_{\min, \text{cell}} / H$	-	$4.3924 \times 10^{-4}$	-
	$r_y$	-	1.0532	-
$AR = 4$	$\Delta x_{\min, \text{cell}} / L$	$8.7848 \times 10^{-4}$	$8.7848 \times 10^{-4}$	$8.7848 \times 10^{-4}$
	$r_x$	1.1092	1.1092	1.1092
	$\Delta y_{\min, \text{cell}} / H$	$8.7848 \times 10^{-4}$	$4.2750 \times 10^{-4}$	$2.1962 \times 10^{-4}$
	$r_y$	1.1092	1.0532	1.0262
$AR = 8$	$\Delta x_{\min, \text{cell}} / L$	-	$8.7848 \times 10^{-4}$	-
	$r_x$	-	1.1092	-
	$\Delta y_{\min, \text{cell}} / H$	-	$5.4905 \times 10^{-5}$	-
	$r_y$	-	1.0371	-

Tablo 2.2. Power-law akışkanlarının sayısal analizlerinde kullanılan ağ yapısı: Boyutsuz minimum hücre mesafesi ( $\Delta x_{\min, \text{cell}} / L$ ,  $\Delta y_{\min, \text{cell}} / H$ ) ve ağ genişleme oranları ( $r_x$ ,  $r_y$ ).

	Grid	MP1 50 × 50	MP2 100 × 100	MP3 200 × 200
<i>AR</i> = 0.125	$\Delta x_{I \text{ min,cell}} / L$	-	$3.6960 \times 10^{-3}$	-
	$r_{x_1}$	-	1.0361	-
	$\Delta x_{2 \text{ min,cell}} / L$	-	$4.6201 \times 10^{-4}$	-
	$r_{x_2}$	-	1.0361	-
<i>AR</i> = 0.25	$\Delta x_{I \text{ min,cell}} / L$	-	$3.6960 \times 10^{-3}$	-
	$r_{x_1}$	-	1.0361	-
	$\Delta x_{2 \text{ min,cell}} / L$	-	$9.2402 \times 10^{-4}$	-
	$r_{x_2}$	-	1.0361	-
<i>AR</i> = 0.5	$\Delta x_{I \text{ min,cell}} / L$	$7.3921 \times 10^{-3}$	$3.6960 \times 10^{-3}$	$1.8480 \times 10^{-3}$
	$r_{x_1}$	1.0747	1.0361	1.0177
	$\Delta x_{2 \text{ min,cell}} / L$	$3.6960 \times 10^{-3}$	$1.8480 \times 10^{-3}$	$9.2402 \times 10^{-4}$
	$r_{x_2}$	1.0747	1.0361	1.0177
<i>AR</i> = 1	$\Delta x_{I \text{ min,cell}} / L$	-	$3.6960 \times 10^{-3}$	-
	$r_{x_1}$	-	1.0361	-
	$\Delta x_{2 \text{ min,cell}} / L$	-	$3.6960 \times 10^{-3}$	-
	$r_{x_2}$	-	1.0361	-
	Grid	MP2 100 × 100	MP4 100 × 200	MP5 100 × 400
<i>AR</i> = 2	$\Delta x_{I \text{ min,cell}} / L$	-	$3.6960 \times 10^{-3}$	-
	$r_{x_1}$	-	1.0361	-
	$\Delta x_{2 \text{ min,cell}} / L$	-	$1.8480 \times 10^{-3}$	-
	$r_{x_2}$	-	1.0283	-
<i>AR</i> = 4	$\Delta x_{I \text{ min,cell}} / L$	$3.6960 \times 10^{-3}$	$3.6960 \times 10^{-3}$	$3.6960 \times 10^{-3}$
	$r_{x_1}$	1.0361	1.0361	1.0361
	$\Delta x_{2 \text{ min,cell}} / L$	$1.4784 \times 10^{-2}$	$3.6960 \times 10^{-3}$	$9.2402 \times 10^{-4}$
	$r_{x_2}$	1.0361	1.0283	1.0188
<i>AR</i> = 8	$\Delta x_{I \text{ min,cell}} / L$	-	-	$3.6960 \times 10^{-3}$
	$r_{x_1}$	-	-	1.0361
	$\Delta x_{2 \text{ min,cell}} / L$	-	-	$4.6201 \times 10^{-4}$
	$r_{x_2}$	-	-	1.0278

Tablo 2.3. Newtonumsu akışkan ( $Bn = 0$ ) ve Bingham akışkan ( $Bn = 1$ ) uygulamalarında kullanılan ağlar arasındaki ortalama Nusselt sayısı  $\overline{Nu}$  için hesaplanan sayısal belirsizlik değerleri ( $AR = 0.5, 1$  ve  $4$ ,  $Ra = 10^6$  ve  $Pr = 7$ ).

		$Bn = 0$			$Bn = 1$		
		MB1	MB2	MB3	MB1	MB2	MB3
$AR = 0.5$	$\phi$	9.192	9.223	9.238	6.194	6.228	6.242
	$\phi_{\text{ext}}$		9.243			6.247	
	$e_{\text{ext}} (\%)$	0.548	0.211	0.053	0.843	0.299	0.074
		MB1	MB2	MB3	MB1	MB2	MB3
$AR = 1$	$\phi$	9.202	9.216	9.221	7.497	7.523	7.534
	$\phi_{\text{ext}}$		9.223			7.538	
	$e_{\text{ext}} (\%)$	0.224	0.072	0.018	0.539	0.194	0.048
		MB2	MB4	MB5	MB2	MB4	MB5
$AR = 4$	$\phi$	7.203	7.212	7.217	6.464	6.471	6.475
	$\phi_{\text{ext}}$		7.222			6.479	
	$e_{\text{ext}} (\%)$	0.263	0.138	0.069	0.231	0.123	0.061

Tablo 2.4. Power-law akışkan ( $n = 0.6$  ve  $n = 1.8$  kalınlaşan akışkan) uygulamalarında kullanılan ağlar arasındaki ortalama Nusselt sayısı  $\overline{Nu}$  için hesaplanan sayısal belirsizlik değerleri ( $AR = 0.5, 1$  ve  $4, Ra = 10^6$  ve  $Pr = 10^3$ ).

		$n = 0.6$ (incelen akışkan)			$n = 1.8$ (kalınlaşan akışkan)		
		MP1	MP2	MP3	MP1	MP2	MP3
$AR = 0.5$	$\phi$	39.545 0	38.5858	38.3546	1.6839	1.6931	1.6986
	$\phi_{\text{ext}}$		38.2775			1.7004	
	$e_{\text{ext}} (\%)$	3.3114	0.8053	0.2013	0.9723	0.4312	0.1078
$AR = 1$	$\phi$	34.049 2	33.6849	33.6359	2.5266	2.5431	2.5480
	$\phi_{\text{ext}}$		33.6196			2.5496	
	$e_{\text{ext}} (\%)$	1.28	0.194	0.0486	0.903	0.256	0.0641
$AR = 4$	$\phi$	26.826 7	27.2224	27.3090	2.2117	2.2276	2.2317
	$\phi_{\text{ext}}$		27.3956			2.2358	
	$e_{\text{ext}} (\%)$	2.0766	0.6322	0.3161	1.0779	0.3668	0.1834

## 2.7. Literatür Karşılaştırması

Bu bölümde bir önceki bölümde yapılan ağ bağımsızlık çalışmasına ilave olarak, Newtonumsu, Bingham ve power-law akışkan uygulamaları için elde edilen sayısal sonuçlar, literatürde kapalı ortamlarda doğal taşınım ile ilgili daha önceden yapılmış bazı referans çalışmalar ile karşılaştırılmıştır. Bu sayede ilgili paket programın, çalışmada ele alınacak problemlerin çözümü noktasındaki yeterliliği ortaya konulmuş olacaktır.

De Vahl Davis'in (1983) çalışması, daha öncede vurgulandığı gibi literatürde, Newtonumsu akışkan ile dolu bir dikdörtgensel kapalı ortam içerisindeki laminer doğal

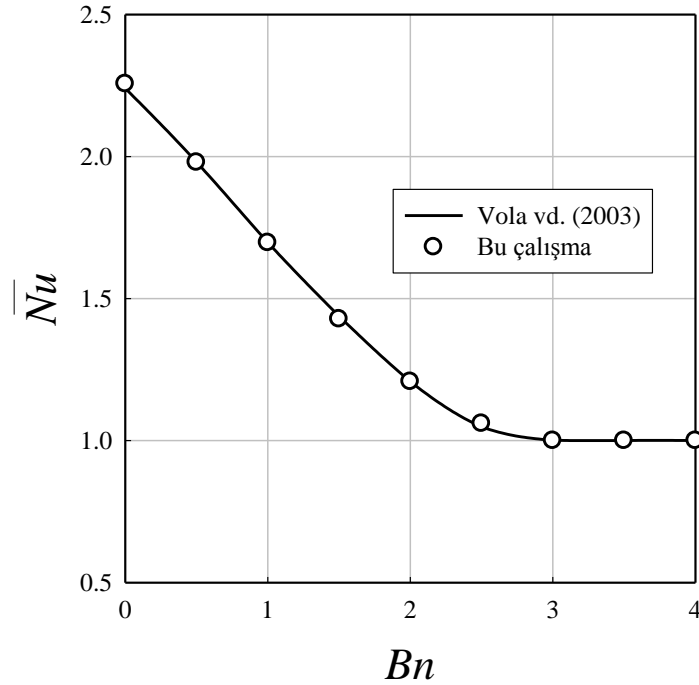


taşıyım problemi için en önemli referans çalışması olarak kabul edilir. De Vahl Davis (1983) çalışmasında, karşılıklı düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklara sahip karesel bir kapalı ortam içerisindeki doğal taşıyım olayını incelemiştir. Referans çalışmadan (De Vahl Davis, 1983) elde edilen sonuçlar ile bu çalışmadan elde edilen sonuçlar Tablo 2.5.'te karşılaştırılmıştır. Tablo 2.5.'ten de görüleceği üzere,  $Ra = 10^3-10^6$ ,  $Pr = 0.71$  ve  $AR = 1$  için elde edilen sonuçlar referans çalışma ile oldukça iyi bir uyum göstermektedir.

Tablo 2.5. Newtonumsu akışkan uygulaması için elde edilen sonuçların referans çalışma (de Vahl Davis, 1983) ile karşılaştırılması ( $Ra = 10^3-10^6$ ,  $Pr = 0.71$  ve  $AR = 1$  için).

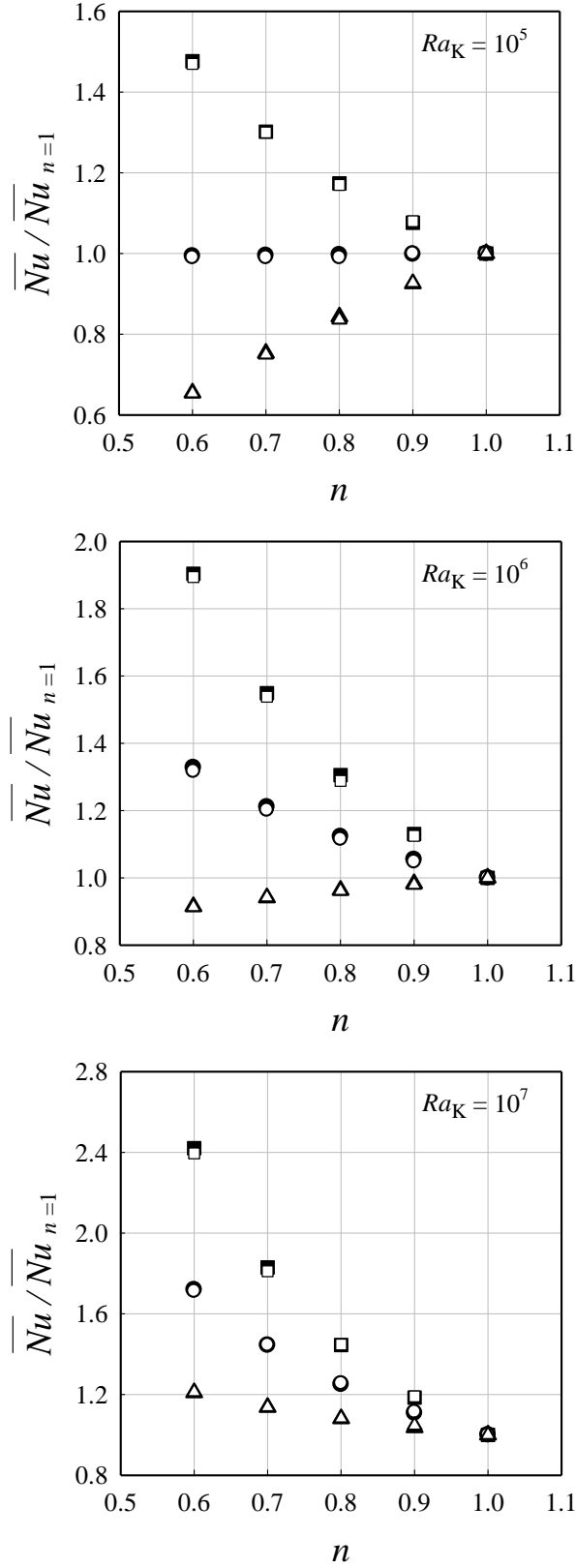
		Bu çalışma	de Vahl Davis (1983)
$Ra = 10^3$	$\overline{Nu}$	1.118	1.118
	$Nu_{max}$	1.506	1.505
	$U_{max}$	3.649	3.649
	$V_{max}$	3.701	3.697
$Ra = 10^4$	$\overline{Nu}$	2.245	2.243
	$Nu_{max}$	3.531	3.528
	$U_{max}$	16.179	16.178
	$V_{max}$	19.655	19.617
$Ra = 10^5$	$\overline{Nu}$	4.520	4.519
	$Nu_{max}$	7.717	7.717
	$U_{max}$	34.748	34.730
	$V_{max}$	68.562	68.590
$Ra = 10^6$	$\overline{Nu}$	8.823	8.800
	$Nu_{max}$	17.530	17.925
	$U_{max}$	64.859	64.630
	$V_{max}$	220.887	219.360

Bingham akışkan durumun için sayısal analizler  $0 \leq Bn \leq Bn_{\max}$  aralığında gerçekleştirilmiştir.  $Bn_{\max}$ , ortalama Nusselt sayısının  $\overline{Nu} = 1.0$  olduğu Bingham sayısı değerine karşılık gelmektedir.  $Bn > Bn_{\max}$  için  $\overline{Nu} = 1.0$  olarak kalmaktadır yani çözüm Bingham sayısından bağımsız olmaktadır çünkü kapalı ortam içerisindeki akışkan hareketi durmakta ve ısı transferi tamamen iletim ile meydana gelmektedir. Bingham akışkan uygulaması için elde edilen sonuçlar Vola vd.'nin (2003) Bingham akışkanı ile dolu karesel kaplı ortam içerisindeki laminar doğal taşınımın incelendiği referans çalışması ile karşılaştırılmıştır. Şunu belirtmekte yarar var ki, Vola vd.'nin (2003) çalışmasında herhangi bir Bingham sayısı tanımı yapılmamış,  $Ra = 10^4$  ve  $Pr = 0.1$  için  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısının  $\tau_y$  akma gerilmesi ile değişimi verilmiştir. Bu akma gerilmesi değerlerine karşılık gelen Bingham sayıları (2.17) ifadesine göre hesaplanmış ve daha sonra bu değerler için sayısal analizler gerçekleştirilerek elde edilen sonuçlar Şekil 2.3.'de karşılaştırılmıştır. Her iki çalışmadan elde edilen sonuçlar arasındaki uyumun oldukça iyi olduğu Şekil 2.3'de açık bir şekilde görülmektedir.



Şekil 2.3. Farklı Bingham sayılarında  $Ra = 10^4$  ve  $Pr = 1.0$  için bu çalışma ve Vola vd.'nin (2003) çalışmasından elde edilen  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı değerlerinin karşılaştırılması.

Bir diğler literatür karşılaştırması da power-law akışkan durumu için Kim *vd.* (2003) tarafından gerçekleştirilen çalışma ile yapılmıştır. Kim *vd.* (2003) çalışmasında dikey duvarları farklı sabit sıcaklıklarda tutulan (Şekil 2.1'deki konfigürasyon) power-law akışkan ( $n \leq 1$ , incelen akışkan) ile dolu bir karesel kapalı ortam içerisinde laminer doğal taşınım  $Ra_K = 10^5 - 10^7$  ve  $Pr_K = 10^2 - 10^4$  aralığında incelenmiştir. Her iki çalışmadan  $\overline{Nu} / \overline{Nu}_{n=1}$  için elde edilen sonuçlar Şekil 2.4.'de karşılaştırılmış olup sonuçların tam bir uyum içerisinde olduğu görülmektedir.



Şekil 2.4. Farklı  $n$  akışkan davranış indeksi değerleri için bu çalışma ve Kim vd.'nin (2003) (beyaz) çalışmasından elde edilen  $\overline{Nu}/\overline{Nu}_{n=1}$  değerlerinin karşılaştırılması: (■)  $Pr_K = 10^2$ , (●)  $Pr_K = 10^3$  ve (▲)  $Pr_K = 10^4$ .

### 3. BULGULAR VE İRDELEME

#### 3.1. Problem 1: Bingham Akışkan ile Dolu Kare Kesitli Kapalı Bir Ortam İçerisinde Laminer Doğal Taşınım

Bu bölümde, düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklarda tutulan (diğer duvarlar adyabatik) bir kare kesitli kapalı ortam ( $AR = H/L = 1$ ) (Şekil 2.1) içerisindeki Bingham akışkanların doğal taşınımını detaylı olarak incelenmiştir. Ayrıca, ısı transfer karakteristikleri aynı nominal Rayleigh sayısı ( $Ra$ ) ve Prandtl sayısına ( $Pr$ ) sahip Newtonumsu akışkan durumu ile karşılaştırılmıştır. Akma gerilmesinin ısı ve momentum transferi üzerindeki etkileri  $Ra = 10^4$ - $10^6$  ve  $Pr = 0.1$ - $100$  aralığında araştırılmıştır.

##### 3.1.1. Skala Analizi

Sayısal sonuçlara yol göstermek, aynı zamanda Rayleigh, Prandtl ve Bingham sayılarının, ısı transferinin en önemli göstergesi olan, Nusselt sayısı üzerindeki bağıl etkilerini ortaya koymak amacıyla detaylı bir skala analizinin yapılması oldukça faydalı olacaktır. Duvar ısı akısı skalası için:

$$q \sim k \frac{\Delta T}{\delta_{th}} \sim h \Delta T \quad (3.1)$$

ifadesi göz önüne alınabilir. Buradan Nusselt sayısı için:

$$Nu \sim \frac{h.L}{k} \sim \frac{L}{\delta_{th}} \text{ veya } Nu \sim \frac{L}{\delta} f_2(Ra, Pr, Bn) \quad (3.2)$$

eşitliği ortaya çıkar. Burada,  $\delta_{th}$  ısıl sınır tabaka kalınlığı ile  $\delta$  hidrodinamik sınır tabaka kalınlığı arasında  $\delta / \delta_{th} \sim f_2(Ra, Pr, Bn)$  ilişki söz konusudur.  $f_2(Ra, Pr, Bn)$  Rayleigh, Prandtl ve Bingham sayısının bir fonksiyonudur.  $\delta$  hidrodinamik sınır tabaka kalınlığını

tanımlamak için, düşey yöndeki ( $x_2$  yönünde) atalet ve sürtünme kuvvetleri arasındaki denge dikkate alınır:

$$\rho \frac{g^2}{L} \sim \frac{\tau}{\delta} \quad (3.3)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifadede yer alan,  $g$  karakteristik hız skalasıdır. Bingham akışkanlar için  $\tau$  kayma gerilmesi skalası  $\tau \sim \tau_y + \mu g/\delta$  şeklinde tanımlanabilir. Bu ifade (3.3) eşitliğinde yerine yazılırsa:

$$\rho \frac{g^2}{L} \sim \left( \tau_y + \mu \frac{g}{\delta} \right) \frac{1}{\delta} \quad (3.4)$$

ifadesi elde edilir. (3.4) eşitliğini kullanarak,  $\delta$  hidrodinamik sınır tabaka kalınlığını şu şekilde tanımlamak mümkündür:

$$\delta = \frac{1}{2} \frac{\tau_y L}{\rho g^2} + \frac{1}{2} \frac{L}{\rho g^2} \sqrt{\tau_y^2 + 4\rho \frac{g^3}{L} \mu} . \quad (3.5)$$

Karakteristik hız skalasını tanımlamak üzere, doğal taşınımdaki sürücü kuvvet olan kaldırma kuvvetleri ile atalet kuvvetleri arasındaki denge dikkate alınır aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\frac{g^2}{L} \sim g\beta\Delta T \quad (3.6)$$

(3.6) eşitliği düzenlenirse, karakteristik hız skalası için:

$$g \sim \sqrt{g\beta\Delta TL} \quad (3.7)$$

ifadesi elde edilir. (3.7) eşitliği (3.5) eşitliğinde yerine yazılırsa,  $\delta$  hidrodinamik sınır tabaka kalınlığı için:

$$\delta \sim \frac{\mu / \rho}{\sqrt{g\beta \Delta T L}} \left[ \frac{Bn}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{Bn^2 + 4 \left( \frac{Ra}{Pr} \right)^{1/2}} \right] \quad (3.8)$$

ifadesi elde edilir. (3.8) eşitliğinde yer alan;  $Ra$ ,  $Pr$  ve  $Bn$  sayıları için sırayla (2.4), (2.6) ve (2.17) eşitlikleri geçerlidir. (3.8) eşitliğinin yardımı ile  $\delta_{th}$  ısı sınır tabaka kalınlığı için:

$$\delta_{th} \sim \min \left[ L, \frac{L.Pr^{1/2}}{f_2(Ra, Bn, Pr)Ra^{1/2}} \left[ \frac{Bn}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{Bn^2 + 4 \left( \frac{Ra}{Pr} \right)^{1/2}} \right] \right]. \quad (3.9)$$

ifadesi elde edilir. Yukarıdaki eşitlik, Bingham akışkanların, özellikle bir katı gibi davranış gösterdikleri yüksek Bingham sayısı ( $Bn$ ) değerlerinde,  $\delta_{th}$  ısı sınır tabaka kalınlığının  $L$  kapalı ortam uzunluğu mertebesinde olduğunu göstermektedir. Ayrıca, (3.9) eşitliği,  $\delta_{th}$  ısı sınır tabaka kalınlığının artan Rayleigh sayısı ( $Ra$ ) ile azaldığını işaret etmektedir. Bu durum duvardaki ısı akısının artışına neden olmaktadır (3.1 eşitliği). (3.9) eşitliği (3.2) eşitliğinde yerine konulursa, Nusselt sayısı ( $Nu$ ) için:

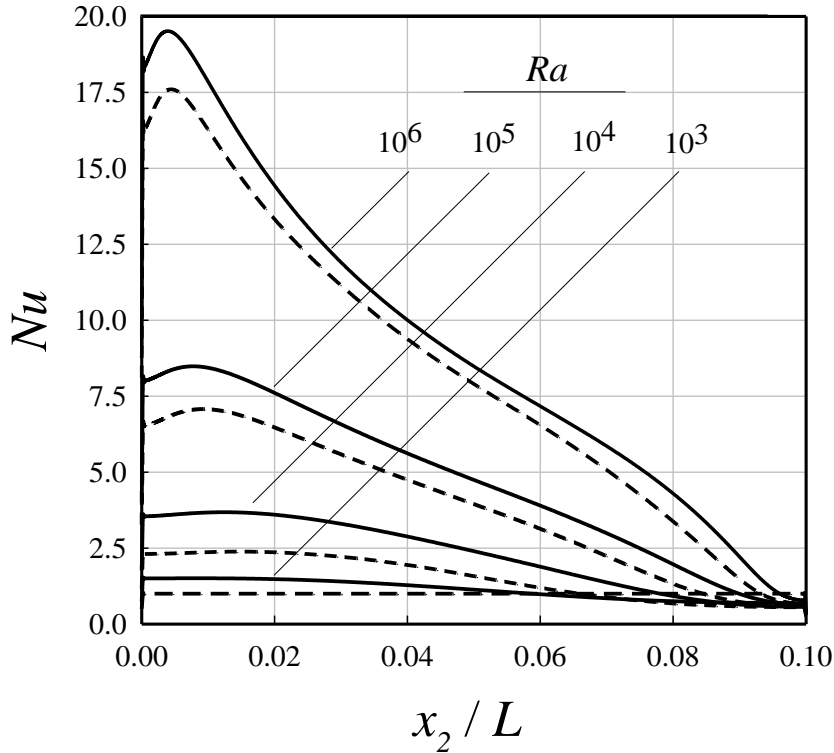
$$Nu \sim \text{Max} \left[ 1.0, \frac{Ra^{1/2}/Pr^{1/2}}{\left[ \frac{Bn}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{Bn^2 + 4 \left( \frac{Ra}{Pr} \right)^{1/2}} \right]} f_2(Ra, Pr, Bn) \right] \quad (3.10)$$

ifadesi elde edilir. (3.10) eşitliği bizlere Nusselt sayısının,  $Ra$ ,  $Pr$ , ve  $Bn$  değişiminden nasıl etkilendiği hakkında önemli ipuçları vermektedir. Buna göre, Bingham akışkanlarda, sabit bir  $Ra$  ve  $Pr$  değeri için Nusselt sayısının artan  $Bn$  ile azalması beklenmektedir. Buna karşın, sabit bir  $Bn$  ve  $Pr$  değeri için ise Nusselt sayısının artan  $Ra$  değerleri ile artması beklenmektedir. Ayrıca, eğer (3.10) eşitliğinde  $Bn = 0$  yazılırsa Newtonumsu akışkan durumunda Nusselt sayısı için  $Nu \sim Ra^{0.25} f_2(Ra, Pr) / Pr^{0.25}$  ifadesi elde edilir. Bu ifadede Nusselt sayısının  $Ra$  ve  $Pr$  ile değişimi, literatürde Newtonumsu akışkanlar için

Berkovsky ve Polevikov (1977) tarafında önerilmiş olan  $\overline{Nu} = 0.18[Ra Pr/(0.2 + Pr)]^{0.29}$  korelasyonu ile benzer davranış sergilemektedir.

### 3.1.2. Rayleigh Sayısının Etkileri

Sayısal çalışma sonucunda elde edilmiş olan Nusselt sayısının ( $Nu$ ), boyutsuz sıcak duvar uzunluğu boyunca ( $x_2/L$ ) yerel değişimi Şekil 3.1’de verilmiştir. Newtonumsu ve Bingham akışkan durumları için, Nusselt sayısının ( $Nu$ ), skala analizi ile uyumlu bir şekilde, Rayleigh sayısı ( $Ra$ ) ile arttığını Şekil 3.1’den görmek mümkündür. Ayrıca, yine skala analizinden (eşitlik (3.10)’dan) beklendiği gibi, aynı Rayleigh sayısı ( $Ra$ ) değerlerinde, Bingham akışkan için hesaplanan Nusselt sayısının, Newtonumsu akışkan için hesaplanan değerlerden daha düşük olduğu görülmektedir (Şekil 3.1).



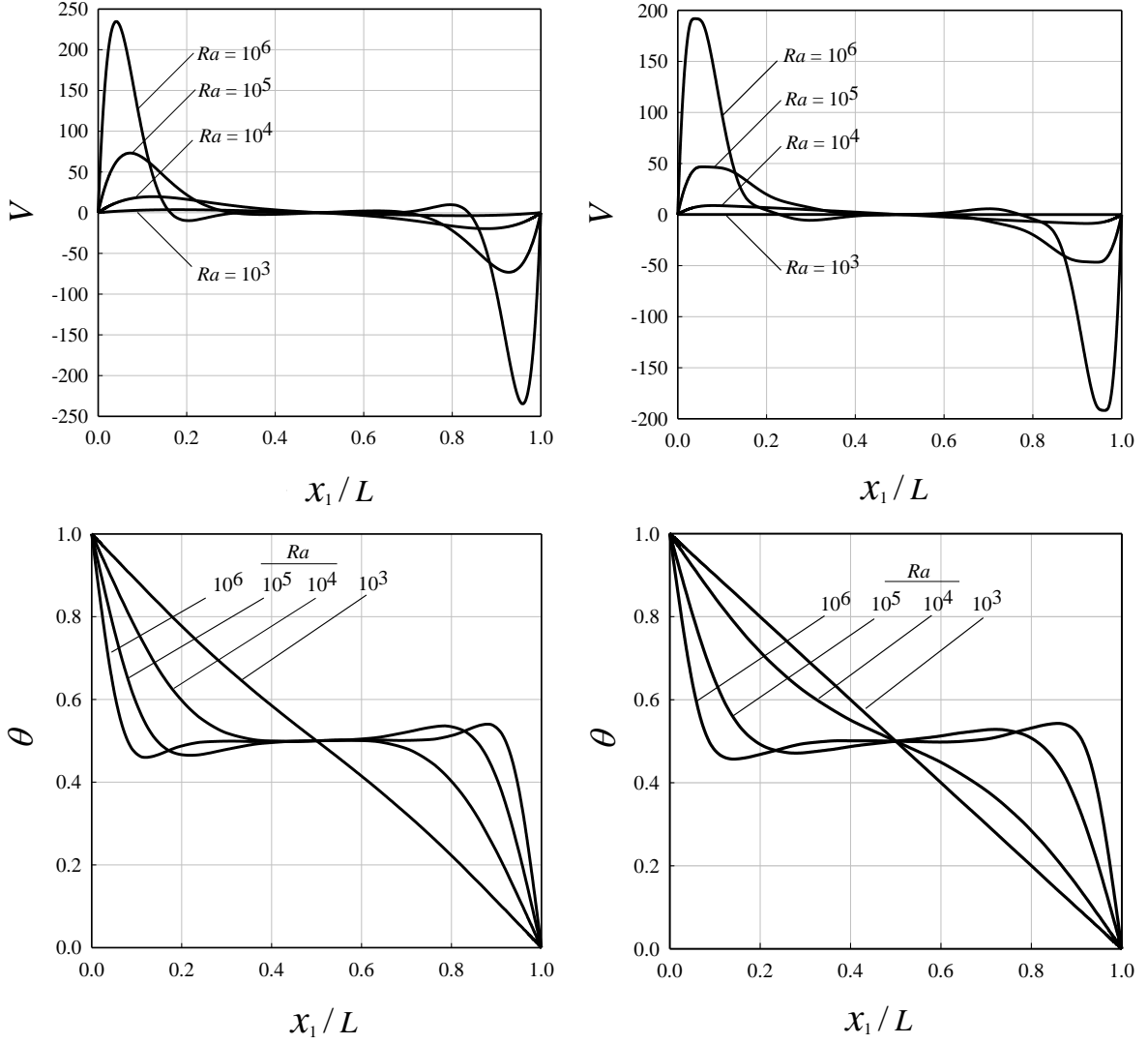
Şekil 3.1. Boyutsuz sıcak duvar uzunluğu boyunca ( $x_2/L$ ), Nusselt sayısının ( $Nu$ ) yerel değişimi:  $Pr = 7$  için (—) Newtonumsu akışkan, (---) Bingham akışkan ( $Bn = 0.5$ ).

Şekil 3.1.’deki Nusselt sayısının Bingham sayısı ile değişimini açıklamak için,  $\theta$  boyutsuz sıcaklık ve  $V$  düşey hız bileşeni dağılımlarına bakmak uygun olacaktır. Burada, kare kesitli bir kapalı ortam içerisinde hız bileşenlerinin aynı mertebede olacağı



göz önünde tutularak yalnızca düşey hız bileşeninin değişimi dikkate alınmıştır. Şekil 3.2’de Newtonumsu ve Bingham akışkan ( $Bn = 0.5$ ) durumları için, yatay orta eksen ( $x_2 / H = 0.5$ ) boyunca farklı Rayleigh sayısı değerlerinde  $\theta$  ve  $V$  nin değişimi görülmektedir.  $Ra = 10^3$  de,  $\theta$  boyutsuz sıcaklık tamamen doğrusal bir değişim göstermektedir;  $V$  boyutsuz düşey hız bileşeni ise sürtünme kaynaklı etkilerin kaldırma kuvvetini bastırması sonucu, çok düşük düzeylerde kaldığı görülmektedir. Bu koşullar altında, kapalı ortam boyunca ısı tamamen iletim yolu ile transfer edilir. Ancak, artan Rayleigh sayısı değerleri ile akış alanındaki kaldırma kuvveti etkileri, sürtünme kuvveti etkilerine göre güçlenir. Güçlenen kaldırma kuvveti etkileri, kapalı ortam içerisinde taşınım ile meydana gelen ısı transferini artırır. Bu durumu Şekil 3.2’den açıkça görmek mümkündür. Rayleigh sayısının artışı ile birlikte, akış alanında kaldırma kuvveti etkilerinin güçlenmesi sonucu,  $V$  boyutsuz düşey hız bileşeninin daha yüksek değerler aldığı Şekil 3.2’de görülmektedir. Yine her iki akışkan (Newtonumsu akışkan ve Bingham akışkan ( $Bn = 0.5$ )) durumu için, Rayleigh sayısının artışı ile, taşınımsal hareketin güçlenmesi sonucu,  $\theta$  boyutsuz sıcaklık değişiminin giderek doğrusal olmayan (non-linear) bir yapıya dönüştüğü görülmektedir (Şekil 3.2).

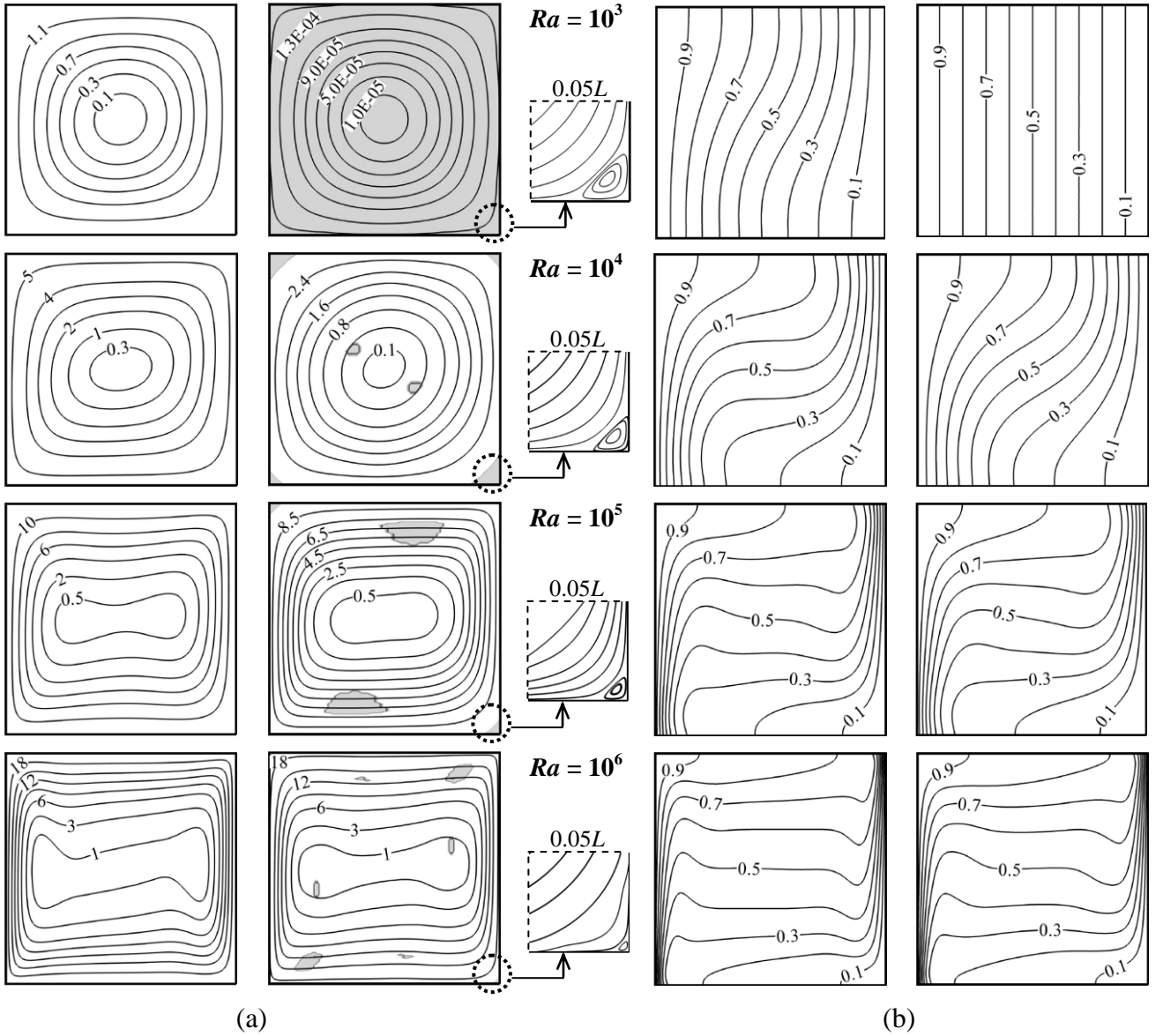
Rayleigh sayısının artışı ile akış alanında, kaldırma kuvveti etkilerinin daha baskın hale gelmesinin bir diğer kanıtı olarak, Şekil 3.3.’deki boyutsuz akım çizgileri ve eşsıcaklık eğrilerinde meydana gelen değişim gösterilebilir. Şekil 3.3a ve b’de Newtonumsu ve Bingham akışkan ( $Bn = 0.5$ ) durumları için farklı Rayleigh sayısı değerlerinde, sırasıyla boyutsuz akım çizgileri ve eşsıcaklık eğrileri verilmiştir. Görüldüğü üzere, düşük Rayleigh sayısı değerlerinde eşsıcaklık eğrileri, baskın ısı geçiş şeklinin iletim olduğunu gösteren, aktif duvarlara (sıcak ve soğuk duvarlara) paralel bir yapıdayken; artan Rayleigh sayısı ile birlikte kapalı ortam içerisinde taşınımsal hareketin artması sonucu, eşsıcaklık eğrilerinin giderek daha kavisli (çarpık) bir yapıya dönüşmektedir. Ayrıca Şekil 3.3b.’den, artan Rayleigh sayısı ile eşsıcaklık eğrilerinin aktif duvarlara paralel yapısı, yerini aktif duvarlar üzerindeki sınır tabaka oluşumuna bıraktığı fark edilmektedir. Her iki akışkan (Newtonumsu akışkan ve Bingham akışkan ( $Bn = 0.5$ )) durumu için de, Rayleigh sayısındaki artış ile birlikte ısı sınır tabaka kalınlığının azaldığı görülmektedir (Şekil 3.3b). Esasen, bu davranış, bir önceki alt başlıkta gerçekleştirilen skala analizi sonucunda ısı sınır tabaka kalınlığı için türetilmiş (3.9) eşitliğinden beklenen bir sonuçtur.



Şekil 3.2. Newtonumsu (sol kolon) ve Bingham akışkan ( $Bn = 0.5$ ) durumları için,  $Pr = 7$  ve farklı Rayleigh sayısı ( $Ra$ ) değerlerinde, yatay orta eksen ( $x_2 / H = 0.5$ ) boyunca boyutsuz sıcaklık ( $\theta$ ) ve düşey hız bileşeni ( $V$ ) değişimi.

Şekil 3.3a'da ayrıca, Mitsoulis (2007) tarafından önerilen  $|\tau| \leq \tau_y$  kriter dikkate alınarak belirlenmiş “kaymayan” bölgeler (Şekil 3.3a'daki gri renkli bölgeler) gösterilmiştir. Ancak şunu belirtmek gerekir ki; aslında bu bölgeler Mitsoulis ve Zisis'in (2001) çalışmasında da belirtildiği gibi gerçek anlamda “kaymayan” bölgeler değildir. Çünkü bu çalışmada da Bingham akışkan akışını modellemek için kullanılan, çift-viskozite yaklaşımında, akış alanı içersindeki çok yüksek viskoziteli bölgelerde dahi her zaman bir akış meydana gelecektir. Bu nedenle, viskozitenin çok yoğun olduğu yani akışın çok çok yavaş olduğu bu bölgeler “görünürde kaymayan bölgeler (apparently unyielded regions AUR)” olarak tanımlanır (Mitsoulis ve Zisis, 2001).

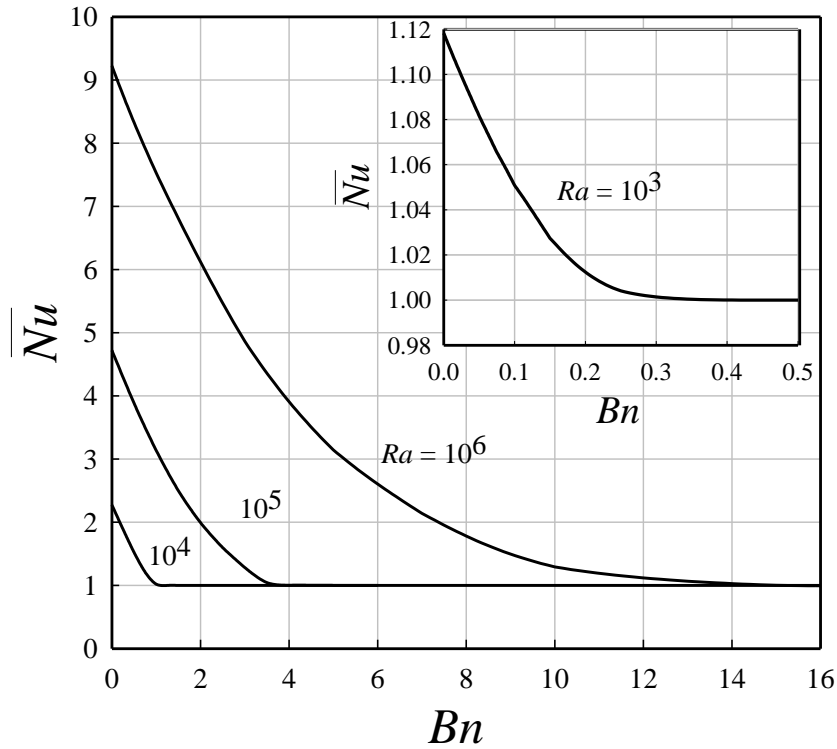
Bingham akışkan ile dolu kapalı ortam akışlarında, kapalı ortam köşelerinde girdapların oluştuğu literatürde daha önce yapılan çalışmalardan (Vola vd., 2003) bilinmektedir. Şekil 3.3a'da, kapalı ortamın sağ alt köşesindeki akım çizgileri yakınlaştırılmış olarak gösterilmiştir. Bu köşe noktalarında girdaplı yapıların oluştuğu ve bu girdaplı yapıların boyutunun artan Rayleigh sayısı ile birlikte azaldığı görülmektedir (Şekil 3.3a).



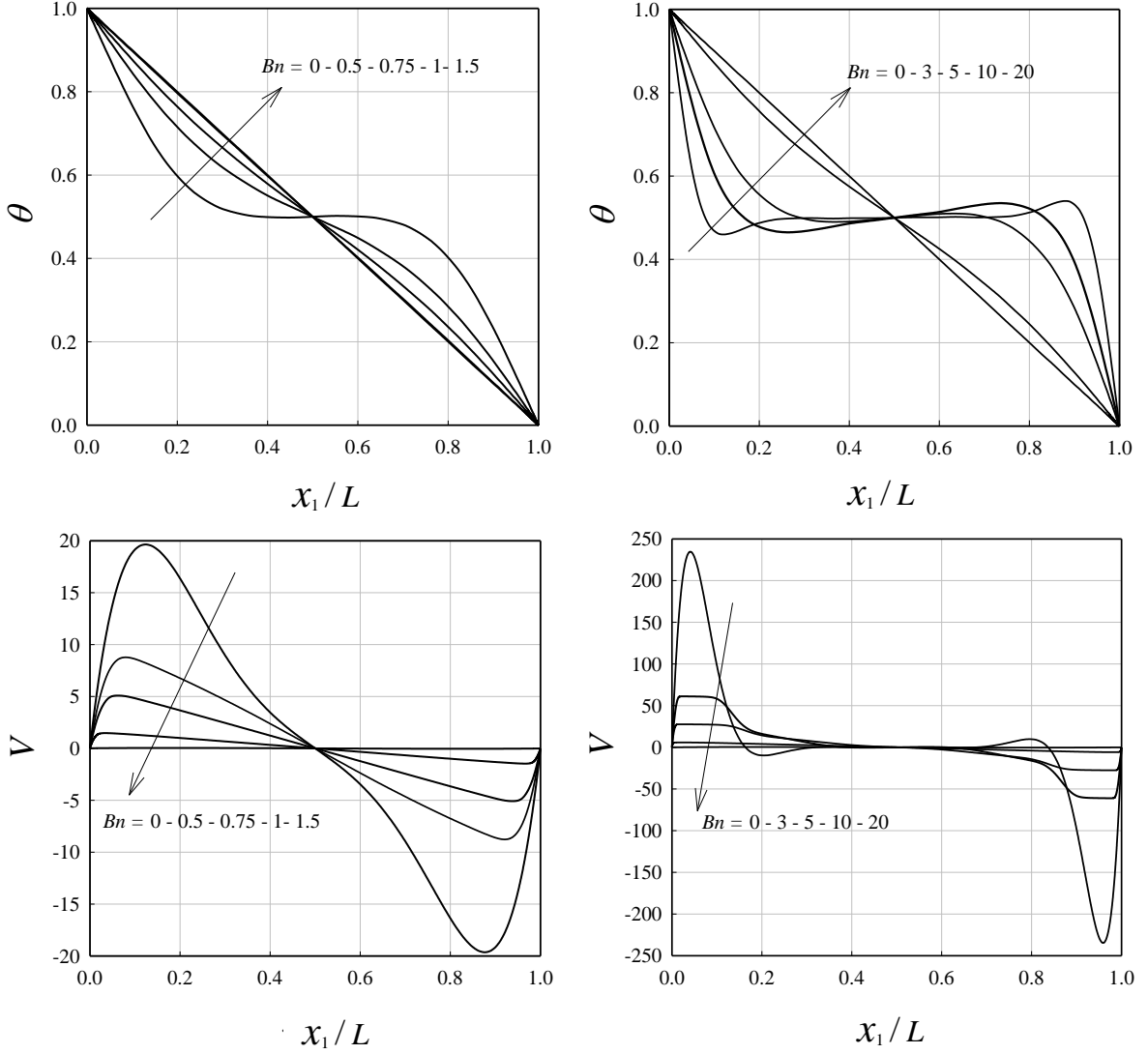
Şekil 3.3. Newtonumsu akışkan (sol kolon) ve Bingham akışkan ( $Bn = 0.5$ , sağ kolon) durumlarında  $Pr = 7$  için : (a) Boyutsuz akım çizgileri ( $\Psi = \psi/\alpha$ ) ve kaymayan bölgeler (gri renkli); (b) boyutsuz eş sıcaklık eğrileri ( $\theta$ ).

### 3.1.3. Bingham Sayısının Etkileri

Ortalama Nusselt sayısının ( $\overline{Nu}$ ) Bingham sayısı ( $Bn$ ) ile değişimi, farklı nominal Rayleigh sayısı değerleri ( $Ra = 10^3, 10^4, 10^5$  ve  $10^6$ ) için, Şekil 3.4'de verilmiştir. Prandtl sayısı sıkıştırılmaz akışkanlara ait gerçekçi bir değere karşılık gelmesi düşüncesiyle  $Pr = 7$  olarak alınmıştır. Şekil 3.4'den açıkça görüldüğü gibi, artan  $Bn$  Bingham sayısı ile birlikte  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı azalarak, Vola vd.'nin (2003) çalışmasında da bahsedildiği gibi,  $\overline{Nu} = 1$  olmaktadır. Aynı zamanda bu davranış, yapılan skala analizi ile Nusselt sayısı için elde edilen eşitlik (3.10)'dan beklenen bir sonuçtur. Ortalama Nusselt sayısının  $\overline{Nu} = 1.0$  ( $q \sim k\Delta T / L \sim h\Delta T$  veya  $\overline{Nu} = hL / k \sim 1.0$ ) olması, ısı transferinin tamamen iletim ile sağlandığının bir göstergesi olup; esasen artan ortalama Nusselt sayısı değerleri ( $\overline{Nu} > 1.0$ ) iletim rejiminden uzaklaşmanın büyüklüğünü gösterir.



Şekil 3.4. Farklı nominal Rayleigh sayısı değerleri ( $Ra = 10^3, 10^4, 10^5$  ve  $10^6$ ) için ortalama Nusselt sayısının ( $\overline{Nu}$ ) Bingham sayısı ( $Bn$ ) ile değişimi ( $Pr = 7$ ).



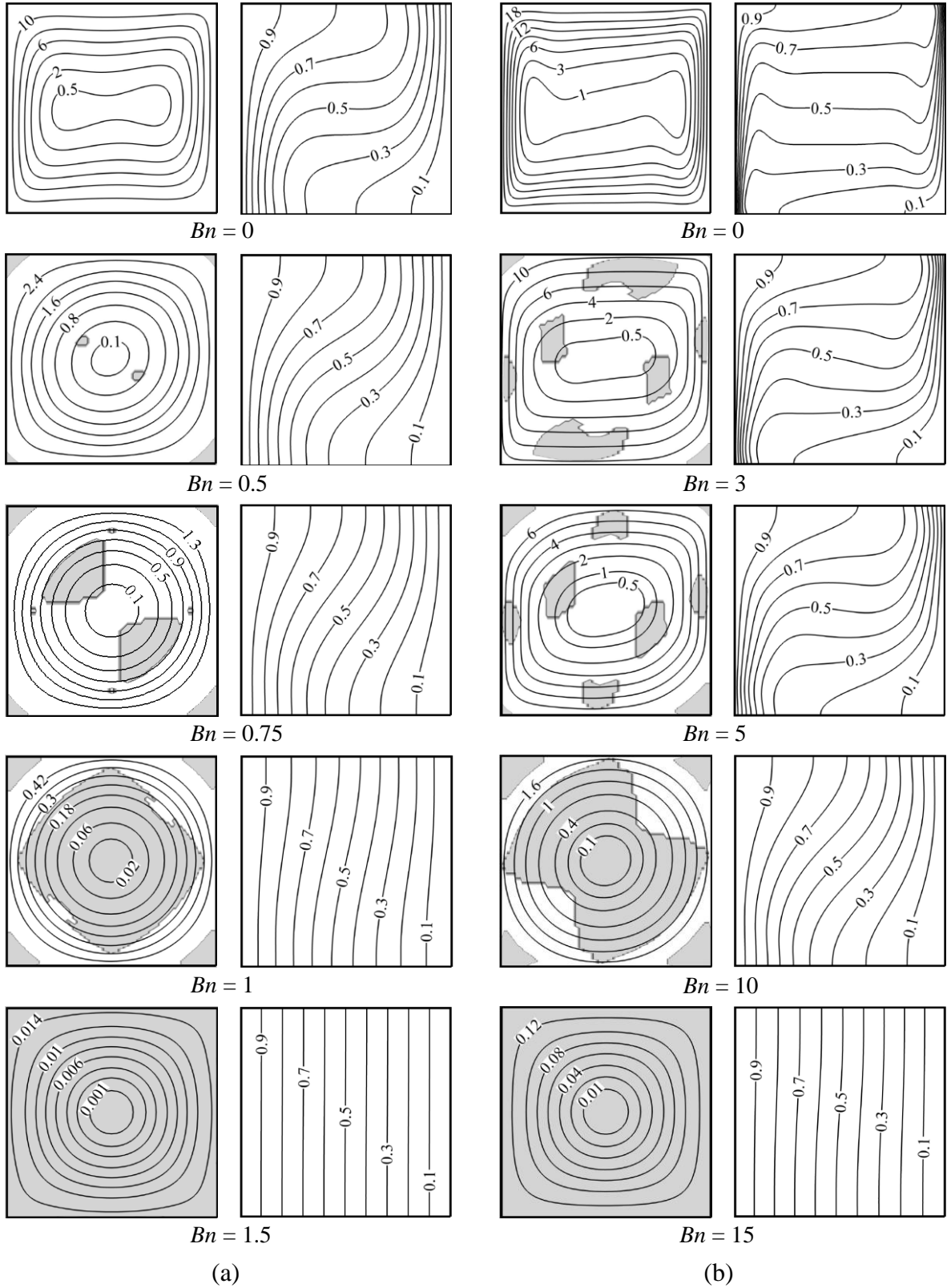
Şekil 3.5. Farklı Bingham sayısı değerlerinde  $Ra = 10^4$  (sol kolon) ve  $Ra = 10^6$  (sağ kolon) için yatay orta eksen ( $x_2 / H = 0.5$ ) boyunca boyutsuz sıcaklık ( $\theta$ ) ve düşey hız bileşeni ( $V$ ) değişimi ( $Pr = 7$ ).

Yüksek Bingham sayılarında, sürtünme kuvvetlerinin akış alanındaki etkinliği daha da güçlenir ve sürtünme kuvvetleri çok daha kolaylıkla kaldırma kuvvetlerin üstesinden gelirler. Kaldırma kuvvetlerin akış alanındaki etkinliğini kaybetmesi, kapalı ortam içerisinde kayda değer bir akışkan hareketinin meydana gelmemesine neden olur. Bu durum, farklı Bingham sayısı değerlerinde  $Ra = 10^4$  ve  $Ra = 10^6$  için yatay orta eksen ( $x_2 / H = 0.5$ ) boyunca  $\theta$  boyutsuz sıcaklık ve  $V$  düşey hız bileşeni dağılımlarının verildiği Şekil 3.5a ve 3.5b'de rahatlıkla görülebilir. Ortalama Nusselt sayısının 1'e yaklaştığı ( $\overline{Nu} = 1.0$ ) yüksek Bingham sayılarında ( $Bn \geq Bn_{\text{mxx}}$ ) (Şekil 3.4.), sıcaklık profili doğrusal (linear) olmaktadır; düşey hız bileşeni ise ortadan kaybolmaktadır. Yine bu davranış, Şekil 3.6a ve

3.6b’de  $Ra = 10^4$  ve  $Ra = 10^6$  da farklı  $Bn$  değerleri için çizilen akım çizgileri ve eşsıcaklık eğrilerinin karşılaştırarak da anlaşılabilir. Şekil 3.5 ve 3.6 Bingham akışkan akışında, artan  $Bn$  Bingham sayısı ile birlikte kapalı ortamdaki taşınım etkilerinin azaldığını ve  $Bn \geq Bn_{\text{mrx}}$  durumu için, Bingham akışkanlarının (sanki) bir katı gibi davranmaya başladığını göstermektedir yani akışkan hızları, akışkan parçacıklarının durgun (hareketsiz) kabul edilebileceği çok çok düşük değerlere düşmektedir. Çalışmanın Bingham akışkanları ile ilgili bundan sonra kısımlarında, yüksek Bingham sayısı ifadesi, Bingham sayısının maksimum Bingham sayısına yakın veya büyük değerlerini belirtmek için kullanılacaktır.

Kapalı ortam içerisinde akışkan hareketinin olmaması (veya çok çok düşük düzeyde akışın olması) ısı transferinin iletim yoluyla gerçekleştiğinin bir göstergesidir. Bu durum, eşsıcaklık eğrileri aktif duvarlara paralel konum alır (Şekil 3.6) ve yatay orta eksen ( $x_2 / H = 0.5$ ) boyunca sıcaklık profili doğrusal (lineer) bir değişim gösterir (Şekil 3.5). Aynı zamanda bu durum,  $Bn \geq Bn_{\text{mrx}}$  için sonuçlara  $\overline{Nu}=1.0$  olarak yansır (Şekil 3.4).

Artan  $Ra$  Rayleigh sayısı ile birlikte kaldırma kuvvetleri, akış alanındaki sürtünme etkilerine karşı güçlenir. Güçlenen kaldırma kuvveti etkileri sonucunda, ortalama Nusselt sayısının  $\overline{Nu}=1.0$  olduğu maksimum Bingham sayısı ( $Bn = Bn_{\text{max}}$ ) değeri artar (Şekil 3.4). Daha öncede ifade edildiği gibi, kaldırma kuvveti etkilerinin önemsiz olduğu ve ısı transferinin tamamen iletim ile gerçekleştiği durum  $\overline{Nu}=1.0$  karşılık gelir. Bu yüzden, ortalama Nusselt sayısının  $\overline{Nu}=1.0$  olduğu  $Bn_{\text{max}}$  değeri  $Bn < Bn_{\text{mrx}}$  ( $Bn \geq Bn_{\text{max}}$ ) Bingham akışkanların doğal taşınım olayı için, taşınım etkilerinin önemli (önemsiz) olduğunu gösteren kritik Bingham sayısı olarak ifade edilebilir.



Şekil 3.6.  $Pr = 7$  de farklı  $Bn$  sayıları için boyutsuz akım çizgileri ( $\Psi = \psi/\alpha$ ), kaymayan bölgeler (gri renkli bölgeler) (sol kolon) ve eşıcaklık eğrileri ( $\theta$ ) (sağ kolon): (a)  $Ra = 10^4$  ve (b)  $Ra = 10^6$ .

### 3.1.4. Prandtl Sayısı Etkileri

Bu bölümde, Newtonumsu ve Bingham akışkan durumları için,  $Pr = 0.1 - 100$  ve  $Ra = 10^4 - 10^6$  aralığında, Prandtl sayısının etkileri incelenmiştir. En düşük Rayleigh sayısı bandı, akış alanındaki taşınım etkilerinin belirginleşmeye başladığı  $Ra = 10^4$  olarak; en yüksek Rayleigh sayısı bandı ise iki boyutlu sürekli rejim bölgesi içerisinde sayısal çözümlerin yapıldığından emin olunması amacıyla  $Ra = 10^6$  olarak dikkate alınmıştır. Ayrıca, sayısal analiz sonuçlarına ve skala analizine dayanılarak Newtonumsu ve Bingham akışkanlarda, ortalama Nusselt sayısı  $\overline{Nu}$  için korelasyon fonksiyonları önerilmiştir.

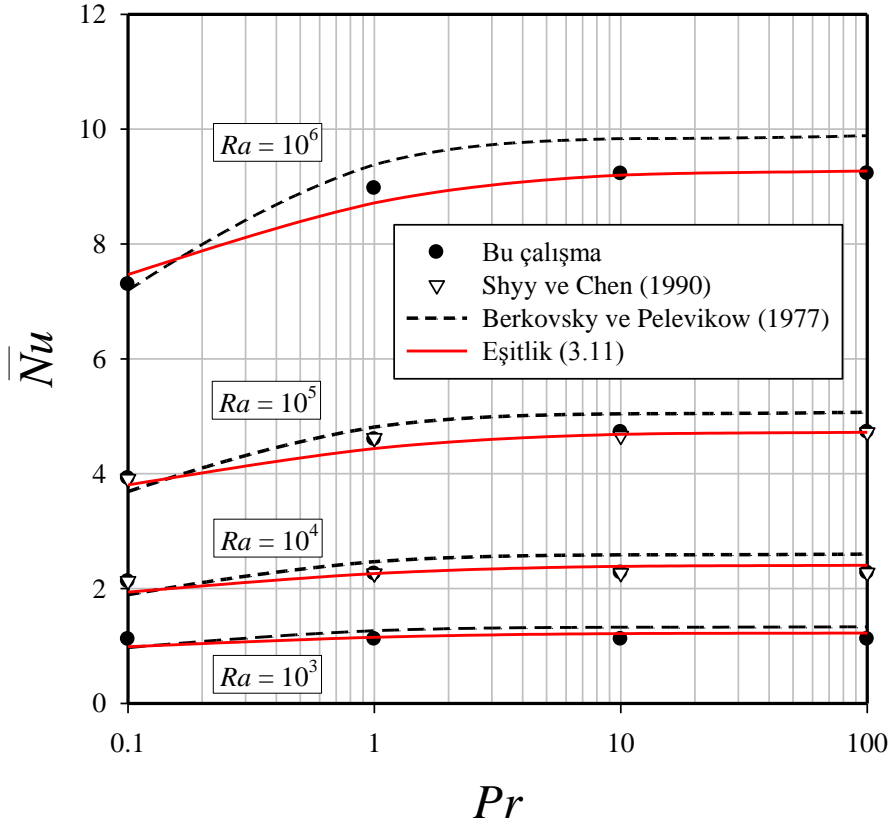
#### *Newtonumsu Akışkanlar*

Newtonumsu akışkanlar için  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısının  $Pr$  Prandtl sayısı ile değişimi Şekil 3.7'de verilmiştir. Görüldüğü gibi, bu çalışmada Newtonumsu akışkanlar için elde edilen sonuçlar ile Berkovsky ve Polevikov (1977) tarafından önerilen  $\overline{Nu} = 0.18 [Ra Pr / (0.2 + Pr)]^{0.29}$  korelasyonu arasında küçük farklıklar olmasına rağmen, Shy ve Chen'in (1990) sayısal sonuçları ile oldukça iyi bir uyum göstermektedir. Yine Şekil 3.7'den, Prandtl sayısının,  $Pr \ll 1$  için  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğu, buna karşın  $Pr \gg 1$  durumunda ise  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısının Prandtl sayısından etkilenmediği, açıkça görülmektedir.

Kapalı ortam içerisindeki doğal taşınım problemlerinde atalet, sürtünme ve kaldırma kuvvetleri arasındaki bağıl etkileşim akışkan davranışına yön verir. Küçük Prandtl sayılarında ( $Pr \ll 1$ ), ısı sınır tabaka kalınlığı, hidrodinamik sınır tabaka kalınlığından çok daha büyüktür. Sınır tabaka kalınlıkları arasındaki bu fark nedeni ile kapalı ortam içerisindeki akışkan hareketi atalet ve kaldırma kuvvetleri tarafından yönetilir. Aksi durumda yani  $Pr \gg 1$  yüksek Prandtl sayılarında ise, hidrodinamik sınır tabaka kalınlığı, ısı sınır tabaka kalınlığından daha büyük olur ve akışkan hareketi sürtünme ve kaldırma kuvvetleri tarafından yönetilir (detaylı skala analizi için Bejan, (1984) bakınız).

$Pr \ll 1$  durumunda, Prandtl sayısının artışı ile ısı sınır tabaka kalınlığı, hidrodinamik sınır tabaka kalınlığı ile karşılaştırıldığında, azalır. Esasen, bu durum duvardaki ısı akısının artmasına neden olur (eşitlik (3.1)). Bu da, ortalama Nusselt sayısının artışı olarak sonuçlara yansır (Şekil 3.7).





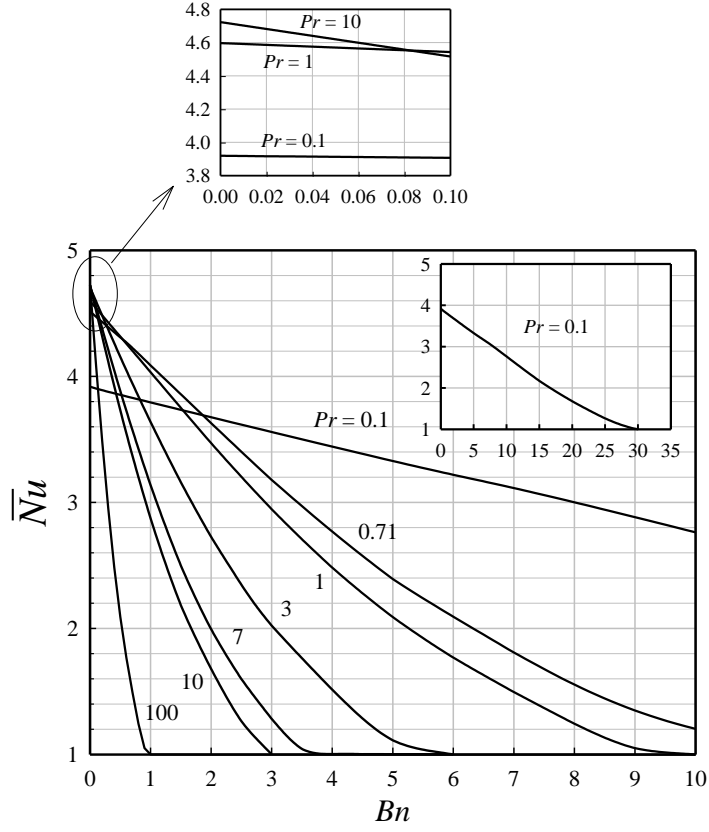
Şekil 3.7. Newtonumsu akışkanlarda farklı Rayleigh sayıları için ortalama Nusselt sayısının Prandtl sayısı ile değişimi.

$Pr \gg 1$  için ise, Prandtl sayısındaki değişim öncelikli olarak sürtünme ve kaldırma kuvvetleri arasındaki bağıl dengeyi değiştirir. Bu yüzden, ısı sınır tabaka içerisindeki ısı transferi, Prandtl sayısının değişiminden çok fazla etkilenmez (Şekil 3.7). Bunun sonucunda da,  $Pr \gg 1$  durumunda ortalama Nusselt sayısının  $\overline{Nu}$  Prandtl sayısına bağımlılığı ihmal edilebilir seviyelerde kalır.

Bu çalışmada, Newtonumsu akışkan durumlarında ortalama Nusselt sayısı  $\overline{Nu}$  için:

$$\overline{Nu} = a Ra^m \left( \frac{Pr}{1+Pr} \right)^n \quad (3.11)$$

korelasyon fonksiyonu önerilmiş olup bu ifadedeki  $a$ ,  $m$  ve  $n$  katsayıları sırasıyla 0.162, 0.293 ve 0.091 değerlerine eşittirler. Şekil 3.7'den de görüldüğü gibi, (3.11) eşitliği, Berkovsky ve Polevikov'un (1977) önerdiği korelasyon fonksiyonu ile kıyaslandığında, sayısal sonuçlar ile çok daha uyumlu  $\overline{Nu}$  değerleri vermektedir.



Şekil 3.8. Bingham akışkanlarda, farklı Prandtl sayıları için, ortalama Nusselt sayısının Bingham sayısı ile değişimi ( $Ra = 10^5$  için).

### Bingham Akışkanları

Bingham akışkanlarda, Prandtl sayısının ( $Pr$ ) ortalama Nusselt sayısı ( $\overline{Nu}$ ) üzerindeki etkilerini göstermek için, Şekil 3.8’de  $Ra = 10^5$  değerinde  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısının Prandtl sayısı ve Bingham sayısı ile değişimi verilmiştir. Çok küçük Bingham sayılarında,  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı, Newtonumsu akışkanlarda ( $Bn = 0$ ) olduğu gibi, artan Prandtl sayısı ile atmaktadır. Ancak, Bingham sayısının artışı ile Newtonumsu akışkanların aksine, Bingham akışkanlarda  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı artan Prandtl sayısı ile azalmaktadır. Bununla birlikte,  $\overline{Nu} = 1$  olduğu  $Bn_{max}$  değeri, artan Prandtl sayısı ile azaldığı Şekil 3.8’den görülmektedir. Bu durumu açıklamak amacıyla, Şekil 3.9’da yine  $Ra = 10^5$  için çeşitli Prandtl sayılarında, farklı Bingham sayıları için çizilmiş olan boyutsuz eşsıcaklık eğrilerinin incelenmesi yararlı olacaktır. Şekil 3.9’da görülebileceği gibi, taşınım etkileri, Şekil 3.8’deki gözlemi ( $Bn_{max}$  değerinin artan Prandtl sayısı ile azaldığı) destekler

şekilde, artan Prandtl sayısı ile daha küçük Bingham sayılarında ortadan kalkmaktadır. Bu durum açıkça göstermektedir ki,  $\overline{Nu}=1$  olduğu ve kapalı ortam içerisinde tam olarak iletim rejiminin olduğu  $Bn_{max}$  kritik Bingham sayısı değeri, verilen bir Rayleigh sayısı için, Prandtl sayısına bağlıdır. Bu bulgular ışığında, Bingham akışkanlar ile dolu kapalı bir ortam içerisindeki doğal taşınım üzerinde, verilen bir Rayleigh sayısı için, Prandtl sayısı etkilerinin Bingham sayısına bağlı olduğu sonucu ortaya çıkar. Esasen bu sonuç, çalışmada nominal Rayleigh sayısı ( $Ra$ ) için kullanılan tanımlamadan (eşitlik (2.4)) kaynaklanmaktadır. Bu durumu daha net açıklayabilmek için, Rayleigh sayısının tanımında kullanılan sabit plastik viskozite  $\mu$  yerine efektif viskozite  $\mu_{eff}$  tanımının yapılmasına ihtiyaç vardır. Bu sayede, Bingham akışkanların doğal taşınım olayında, Prandtl sayısının değişimi ile akış alanı içerisinde meydana gelen fiziksel mekanizma hakkında daha tatmin edici bulgulara ulaşmak mümkün olacaktır. Aşağıdaki tanımlamadan yola çıkarak efektif viskozite tahmin edilebilir:

$$\mu_{eff} = \tau_y / \dot{\gamma} + \mu. \quad (3.12)$$

Bu ifadeyi aşağıdaki gibi skala etmek mümkündür:

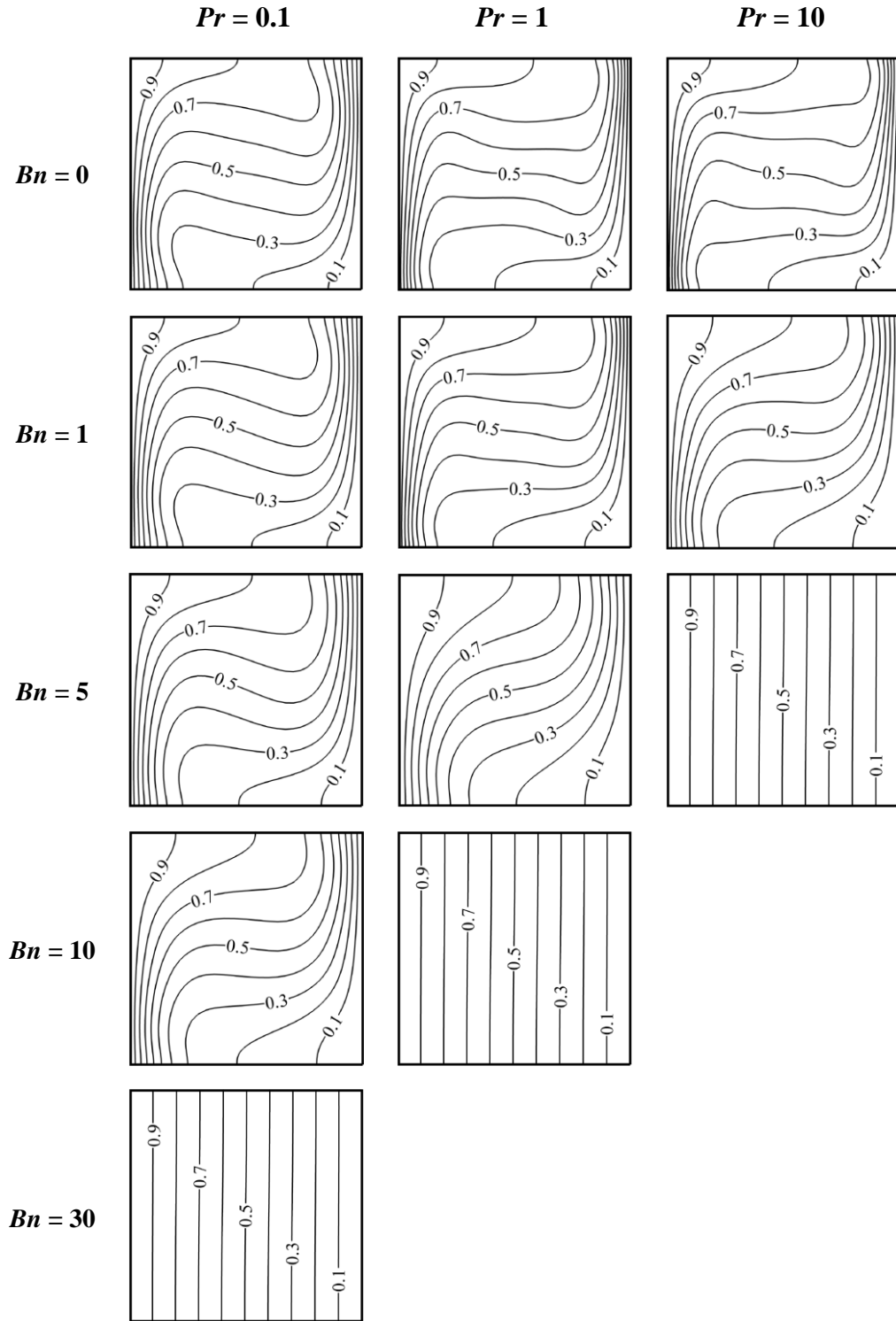
$$\mu_{eff} \sim \tau_y \delta / \mathcal{G} + \mu. \quad (3.13)$$

Eşitlik (3.8) eşitlik (3.13) de yerine yazılırsa:

$$\mu_{eff} \sim \mu \left\{ Bn \left[ \frac{Bn\mu}{2\rho\mathcal{G}L} + \frac{\mu}{2\mathcal{G}L\rho} \sqrt{Bn^2 + 4\frac{\rho\mathcal{G}L}{\mu}} \right] \right\} + \mu. \quad (3.14)$$

ifadesi elde edilir. Eşitlik (3.7) ile verilen hız skalası ( $\mathcal{G} \sim \sqrt{g\beta \Delta T L}$ ) tanımı kullanılırsa,  $\mu_{eff}$  efektif viskozite için aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\mu_{eff}/\mu \sim \left\{ Bn \left[ \frac{Bn}{2Gr^{1/2}} + \frac{1}{2Gr^{1/2}} \sqrt{Bn^2 + 4Gr^{1/2}} \right] \right\} + 1. \quad (3.15)$$



Şekil 3.9. Farklı Prandtl sayıları ( $Pr$ ) ve Bingham sayıları ( $Bn$ ) için boyutsuz eşıcaklık eğrileri ( $Ra = 10^5$  için).

Eşitlik (3.14)'de dayanılarak  $Gr_{eff}$  efektif Grashof sayısı şu şekilde tanımlanır:

$$Gr_{eff} = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T L^3}{\mu_{eff}^2} = Gr \left[ \left\{ Bn \left[ \frac{Bn}{2Gr^{1/2}} + \frac{1}{2Gr^{1/2}} \sqrt{Bn^2 + 4Gr^{1/2}} \right] \right\} + 1 \right]^{-2}. \quad (3.16)$$

Eşitlik (3.16)'ya göre çizilen,  $Ra = 10^5$  için farklı Bingham sayılarında,  $Gr_{eff}$  efektif Grashof sayısının Prandtl sayısı ile değişimi Şekil 3.10'da verilmiştir. Burada,  $Bn = 0$  Newtonumsu akışkan durumuna karşılık gelmektedir.  $Gr_{eff}$  efektif Grashof sayısı artan Prandtl sayısı ile azalmaktadır. Ancak bu azalmanın, Bingham sayısı arttıkça çok daha ani gerçekleştiği Şekil 3.10'da açıkça görülmektedir. Bu durum, yüksek Bingham sayılarında, artan Prandtl sayısı ile akış alanındaki sürtünme kuvveti kaynaklı etkilerin, kaldırma kuvvetinin çok daha rahat üstesinden geldiğinin bir göstergesidir. Kaldırma kuvvetinin sürtünme kuvvetine göre etkisiz kalması, akış alanındaki taşınımsal hareketin azalmasına neden olur. Bunun sonucunda da yüksek Bingham sayılarında  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı atan Prandtl sayısı ile azalır (Şekil 3.8).

Newtonumsu akışkanlar ile benzer davranış gösteren küçük Bingham sayılarında, akış alanındaki sürtünme etkileri çok daha düşük düzeylerde kalır ve Prandtl sayısındaki artış ısı sınır tabaka kalınlığını düşürerek ısı transfer oranında (Newtonumsu akışkanlar bölümünde tartışıldığı gibi) artış sağlar (Şekil 3.8).

Yüksek Bingham sayılarında ise, artan Prandtl sayısı ile ısı sınır tabaka kalınlığının incelmesinin, ısı geçişi üzerindeki olumlu etkilerinin önüne,  $Gr_{eff}$  efektif Grashof sayısının ani azalması sonucu meydana gelen taşınımsal hareketteki zayıflamanın (ısı transferi üzerindeki) olumsuz etkileri geçer. Bu durum, yüksek Bingham sayılarında, artan Prandtl sayısı ile  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısının azalmasına (Şekil 3.8) ve daha düşük  $Bn_{max}$  kritik Bingham sayılarında iletim rejiminin oluşmasına neden olur (Şekil 3.9).

Tablo 3.1'de farklı Rayleigh ve Prandtl sayıları için belirlenmiş olan yaklaşık  $Bn_{max}$  kritik Bingham sayısı değerleri verilmiştir.  $Bn_{max}$  kritik Bingham sayısının, Rayleigh ve Prandtl sayılarına bağlı olduğu ve artan Rayleigh sayısı ile artarken (Şekil 3.6), Prandtl sayısının artışı ile azalmakta olduğu (Şekil 3.9) Tablo 3.1'den görülmektedir. Bu davranışın arkasındaki nedenleri daha iyi anlayabilmek için bir kez daha skala analizine başvurmak faydalı olacaktır.

Tablo 3.1. Farklı  $Ra$  ve  $Pr$  sayıları için belirlenen maksimum Bingham sayısı  $Bn_{max}$  değerleri

$Pr$	$Ra = 10^4$	$Ra = 10^5$	$Ra = 10^6$
0.1	10	35	125
1	3	10	45
10	1	4	15
100	0.3	1	5

Eşitlik (3.2) de verildiği gibi  $\overline{Nu}$  skalası  $\overline{Nu} \sim L f_2(Ra, Pr, Bn) / \delta$  olarak tahmin edilebilir. Bu ifade,  $\overline{Nu} = 1$  için eşitlik (3.8)'da dikkate alındığında:

$$f_2(Ra, Pr, Bn_{max}) \frac{Ra^{1/2}}{Pr^{1/2}} \sim \left[ \frac{Bn_{max}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{Bn_{max}^2 + 4 \left( \frac{Ra}{Pr} \right)^{1/2}} \right] \quad (3.17)$$

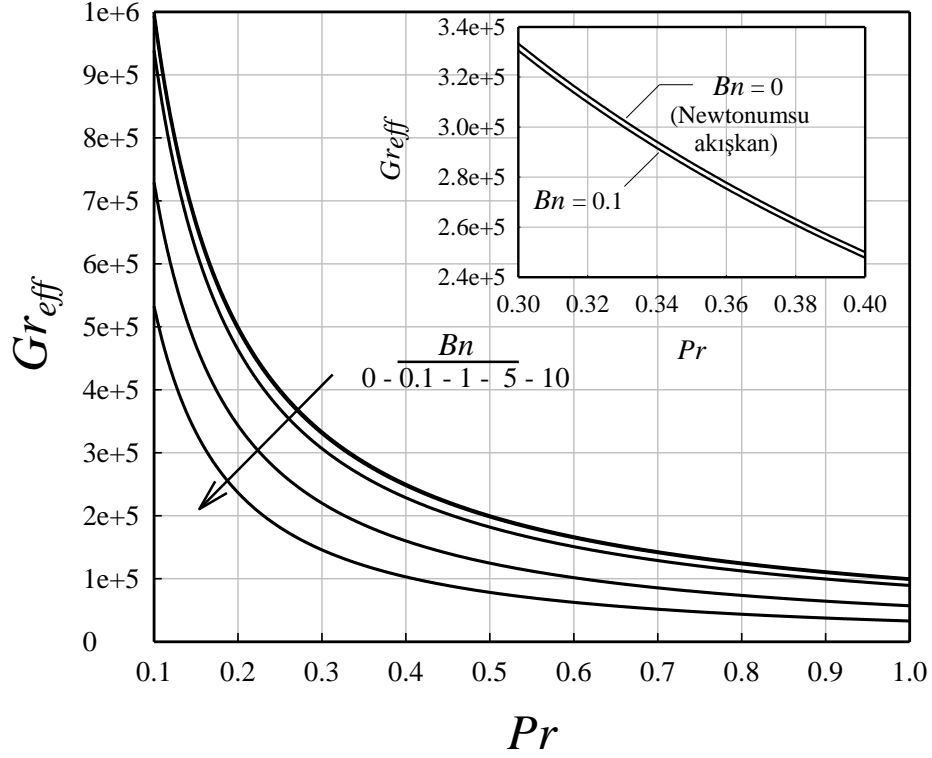
şeklini alır. Bu ifade aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir:

$$Bn_{max} \sim f_2(Ra, Pr, Bn_{max}) \frac{Ra^{1/2}}{Pr^{1/2}} - \frac{1}{f_2(Ra, Pr, Bn_{max})}. \quad (3.18)$$

Sayısal sonuçlara benzer olarak, eşitlik (3.18)'de bizlere,  $Bn_{max}$  kritik Bingham sayısının Rayleigh ve Prandtl sayılarına bağlı olduğunu ve artan Rayleigh sayısı ile artmasının, artan Prandtl sayısı ile azalmasının beklendiğini göstermektedir.

### 3.1.5. Korelasyon Fonksiyonları

Newtonumsu akışkan durumunda  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı için Bölüm 3.1.4'de (3.11) eşitliği ile verilen korelasyon fonksiyonu önerilmiştir. Bingham akışkanlar için ise, korelasyon fonksiyonu olarak,  $0.1 \leq Pr \leq 100$ ,  $10^4 \leq Ra \leq 10^6$  ve  $0 \leq Bn \leq Bn_{max}$  aralığında,  $\overline{Nu}$  sayısı için aşağıdaki ifade önerilmiştir:



Şekil 3.10. Efektif Grashof sayısının ( $Gr_{eff}$ ) Prandtl sayısı ( $Pr$ ) ile değişimi ( $Ra = 10^5$ ).

$$\overline{Nu} = 1 + \frac{A Ra^{1/2}}{\left[ \frac{Bn}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{Bn^2 + 4 \left( \frac{Ra}{Pr} \right)^{1/2}} \right]} \left[ 1 - \frac{Bn}{Bn_{max}} \right]^b \quad (3.19)$$

Bu ifadenin Bingham sayısı  $Bn_{max}$  değerine giderken limiti alınırsa:

$$\lim_{Bn \rightarrow Bn_{max}} \overline{Nu} = 1 + \frac{A \cdot Ra^{1/2}}{\left[ \frac{Bn_{max}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{Bn_{max}^2 + 4 \left( \frac{Ra}{Pr} \right)^{1/2}} \right]} \left[ 1 - \frac{Bn_{max}}{Bn_{max}} \right]^b = 1.0 \quad (3.20)$$

değerini verir. Yani,  $Bn = Bn_{max}$  için (3.19) eşitliği iletim rejimini temsil eden  $\overline{Nu} = 1$  değerini verir. Korelasyon fonksiyonunda yer alan  $A$ ,  $b$  ve  $Bn_{max}$  giriş parametreleri sayısal sonuçlar yardımı ile belirlenmiştir. Eşitlik (3.19)'da Bingham sayısının yerine  $Bn = 0$

yazıldığı zaman elde edilecek ifadenin, (3.11) eşitliğini (Newtonumsu akışkanlar için verilen) vermesi gerektiğinden,  $A$  parametresi için:

$$A = a Ra^{m-0.25} \frac{Pr^{n-0.25}}{(1+Pr)^n} - \frac{1}{Ra^{0.25} Pr^{0.25}} \quad (3.21)$$

ifadesi elde edilir. Burada yer alan  $a = 0.162$ ,  $m = 0.293$  ve  $n = 0.091$  katsayıları, Newtonumsu akışkan durumu için daha önce belirlenmiş olan değerlere eşittir.

Sayısal sonuçlar (3.19) eşitliğinde yer alan  $b$  parametresinin Rayleigh ve Prandtl sayılarına bağlı olduğunu göstermiş ve optimum  $b$  değeri için aşağıdaki ifade önerilmiştir:

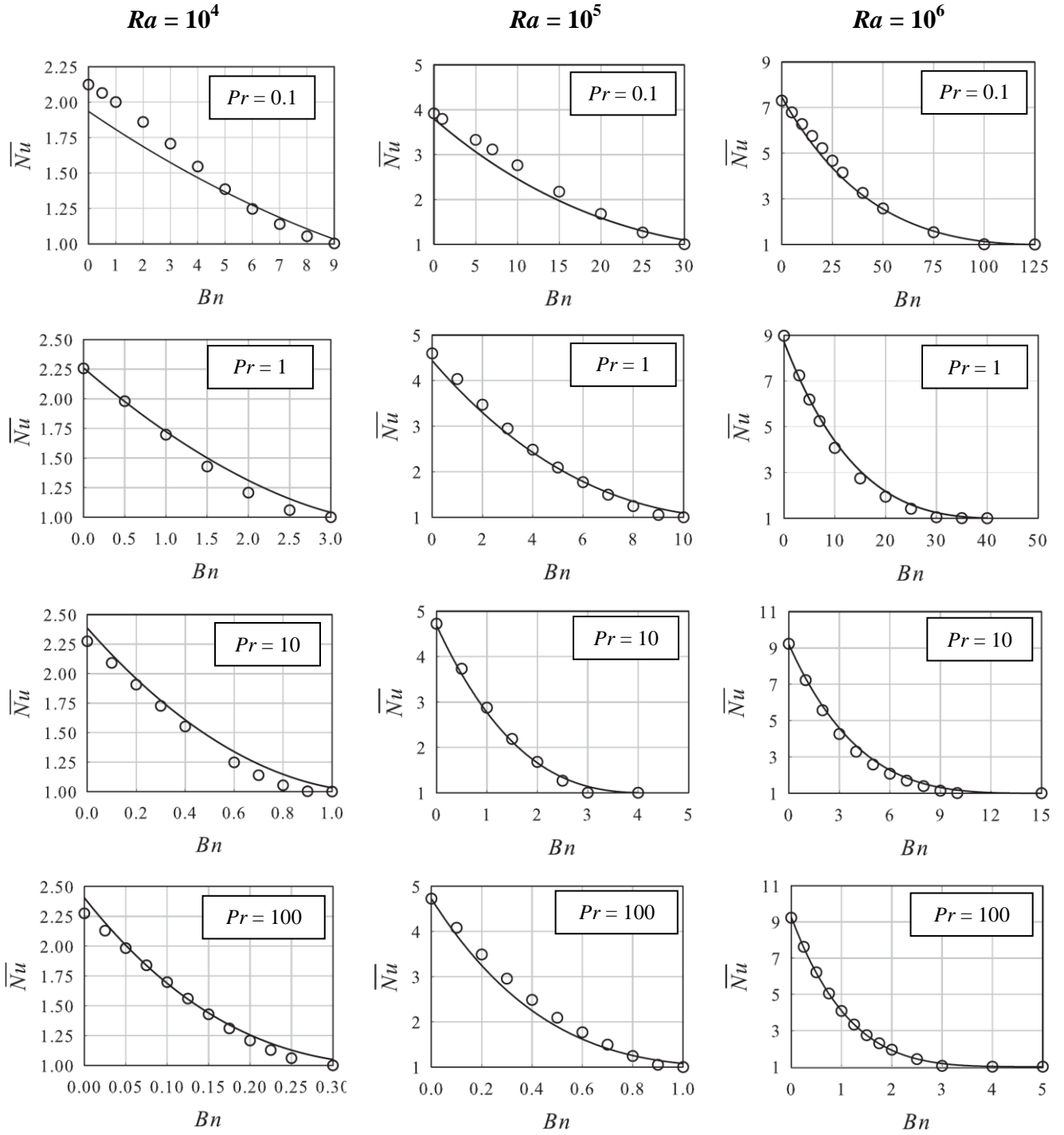
$$b = 0.42 Ra^{0.13} Pr^{0.12} \quad (3.22)$$

$Bn_{max}$ , daha öncede belirtildiği gibi, Rayleigh ve Prandtl sayılarına bağlı olarak farklı değerler almaktadır (Tablo 3.1). Sayısal analizler sonucunda farklı Rayleigh ve Prandtl sayılarında elde edilecek  $Bn_{max}$  değerlerini tahmin etmek için aşağıdaki ifade önerilmiştir:

$$Bn_{max} = 0.019 Ra^{0.56} Pr^{-0.46} \quad (3.23)$$

Eşitlik (3.19) ile önerilen korelasyon fonksiyonu herhangi bir Bingham akışkan için,  $0.1 \leq Pr \leq 100$ ,  $10^4 \leq Ra \leq 10^6$  aralığında uygulanabilir. Önerilen korelasyon fonksiyonu ile sayısal sonuçların karşılaştırılması Şekil 3.11’de verilmiştir. Şekil 3.11’e bakıldığında, korelasyon fonksiyonunun genel olarak sayısal değerlere oldukça yakın sonuçlar verdiği gözlemlenir. Ancak,  $Pr = 0.1$  ve  $Ra = 10^4$  için eşitlik (3.19) ile sayısal sonuçlar arasındaki uyum diğer durumlar ile kıyaslandığında biraz kötüleşmektedir. Bu durumda ( $Pr = 0.1$  ve  $Ra = 10^4$ ), korelasyon fonksiyonu özellikle küçük Bingham sayılarında  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı için sayısal sonuçların altında tahminler yapmaktadır. Ancak bu uyuşmazlık çok büyük düzeylerde değildir zira sayısal sonuçlar ile korelasyonun tahmini arasındaki maksimum hata yaklaşık 8% mertebelerinde olup kabul edilebilir sınırlar dahilindedir. Aynı zamanda şunu da belirtmek gerekir ki, pratik uygulamalarda bilinen bütün akma-girilmeli akışkanların (yield stress fluids) Prandtl sayıları 0.1’den çok daha yüksek değerlere sahiptir.





Şekil 3.11.  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı için eşitlik (3.19) ile verilen korelasyon fonksiyonu (—) ve sayısal sonuçların (○) karşılaştırılması.

### 3.2. Problem 2: Bingham Akışkan ile Dolu Dikdörtgen Kesitli Kapalı Bir Ortam İçerisinde Laminer Doğal Taşınım: Boyut Oranı Etkisi

Bu bölümde, düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklarda tutulan, farklı boyut oranlarına sahip ( $AR = H/L$ ,  $H$  kapalı ortam yüksekliği,  $L$  kapalı ortam uzunluğu) ve Bingham akışkanı ile dolu dikdörtgen kesitli kapalı ortam içerisinde iki boyutlu sürekli rejimde laminer doğal taşınım problemi incelenmiştir (Şekil 2.1). Akma gerilmesi ve boyut oranının ısı ve momentum transferi üzerindeki etkileri  $Pr = 7$  için  $Ra = 10^4-10^6$ ,  $AR = 1/8 - 8$  aralığında araştırılmıştır. Aynı zamanda, dikdörtgen kesitli kapalı ortam içerisindeki Bingham akışkanlarına ait ısı transfer karakteristikleri, aynı nominal Rayleigh sayısı değerlerinde Newtonumsu akışkan durumu ile karşılaştırılmıştır.

#### 3.2.1. Taşınım Rejimleri ve Mevcut Korelasyon Fonksiyonlar

Bejan ve Tien (1978) Newtonumsu akışkanlar ile dolu düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklara sahip dikdörtgen kesitli kapalı ortamlar içerisinde laminer doğal taşınım için:

- ❖ Paralel-akış rejimi
- ❖ Geçiş (ara) rejimi (intermediate regime)
- ❖ Sınır tabaka rejimi

olmak üzere üç farklı ısı transfer rejim bölgesi tanımlanmıştır.

Paralel-akış rejim (Bejan ve Tien, (1978)) durumunda,  $Ra_H = \rho g \beta (T_H - T_C) H^3 / \mu \alpha = Ra AR^3$  sifıra yaklaşırken ( $Ra AR^3 \rightarrow 0$ ), kapalı ortamın öz bölgesindeki düşey hız bileşeni ortadan kaybolur ve daha çok yatay yönde akışkan hareketi söz konusu olur. Aynı zamanda, öz bölgesi boyunca yatay yönde sabit bir sıcaklık değişimi (doğrusal sıcaklık değişimi) meydana gelir. Cormack vd. (1974a)  $Ra AR^3 \rightarrow 0$  limit durum için asimptotik yaklaşım uygulamışlar ve ortalama Nusselt sayısı

( $\overline{Nu} = \int_0^H Nudy / H$ ) için aşağıdaki ifadeyi elde etmişlerdir:

$$\overline{Nu} = 1 + Ra^2 AR^8 / 362880 \quad (3.24)$$

Cormack vd. (1974a),  $Ra AR^3 \rightarrow 0$  limit durumu için, yatay duvarlar arasındaki sıcaklık farkını ( $\Delta T_1$ ):

$$\Delta T_1 = Ra AR^5 (T_H - T_C) / 720 \quad (3.25)$$

olarak vermişlerdir. Bejan ve Tien (1978) paralel-akış rejiminde ( $Ra AR^3 \rightarrow 0$ ) yatay duvarlar arasındaki sıcaklık farkının  $\Delta T_1 \leq (T_H - T_C) / 10$  olması gerektiğini öne sürerek, paralel-akış rejimi için aşağıdaki kriteri ortaya koymuşlardır:

$$Ra < 72 (AR)^{-5} \quad (3.26)$$

Bejan ve Tien'in (1978), dikdörtgen kesitli kapalı ortamlar içerisinde doğal taşınım için tanımladığı bir diğer limit durum ise, yüksek Rayleigh sayılarında meydana gelen, sınır tabaka rejimidir. Bu durumda  $\Delta T_1$  yatay duvarlar arasındaki sıcaklık farkı ve  $\Delta T (= T_H - T_C)$  düşey duvarlar arasındaki sıcaklık farkı mukayese edilebilir düzeylerde ( $\Delta T_1 \sim \Delta T$ ) kalırlar. Ayrıca, düşey duvar üzerinde yüksek sıcaklık gradyanlarına sahip sınır tabaka oluşumları meydana gelir. Bejan ve Tien (1978), sınır tabaka rejimi için aşağıdaki korelasyonu önermişlerdir:

$$\overline{Nu} = 0.623 Ra^{1/5} AR^{-2/5} \quad (3.27)$$

Bu rejim durumunda, yatay sıcaklık gradyanı için:

$$K = \frac{\partial T}{\partial x_1} \sim 60.93 Ra^{3/5} AR^{9/5} \frac{\Delta T}{H} \quad (3.28)$$

ifadesi verilir. Bejan ve Tien (1978), sınır tabaka rejimi başlangıcı için  $K < 0.1(\Delta T / L)$  koşulu altında aşağıdaki kriteri önermişlerdir:

$$Ra > 4.4 \times 10^4 AR^{-14/3} \quad (3.29)$$

Paralel-akış ve sınır tabaka rejimlerinin her ikisine ait bazı karakteristik özelliklerin gözlemlendiği durum “geçiş (ara) rejimi” olarak tanımlanmıştır (Bejan ve Tien, 1978). Bejan ve Tien, (1978) geçiş rejiminin Rayleigh sayısının aşağıdaki sınırlar içerisinde kalması durumunda ortaya çıkacağını belirtmişlerdir:

$$72(AR)^{-5} < Ra < 4.4 \times 10^4 AR^{-14/3} \quad (3.30)$$

Bejan ve Tien (1978) eşitlikler (3.24) ve (3.27) ile verilen korelasyon fonksiyonlarını birleştirerek, yukarıda bahsedilen rejim durumları için, aşağıdaki korelasyonu önermişlerdir:

$$\overline{Nu} = 1 + \left[ (Ra^2 AR^5 / 362880)^n + (0.623 Ra^{1/5} AR^{-2/5})^n \right]^{1/n} ; n = -0.386 \quad (3.31)$$

Berkovsky ve Polevikov (1977) düşey duvarları farklı sabit sıcaklıkta tutulan kare kesitli kapalı ortamlar için, Bölüm 3.1’de de bahsedilen:

$$\overline{Nu} = 0.18 \left( \frac{RaPr}{0.2 + Pr} \right)^{0.29} \quad (3.32)$$

korelasyon fonksiyonunu önermişlerdir. Bununla birlikte, Turan *vd.* (2010), Berkovsky ve Polevikov (1977) tarafında önerilen korelasyonu (eşitlik 3.32) biraz daha geliştirerek sayısal sonuçlara ile (Shyy ve Chen, 1990; Turan *vd.*, 2010) daha uyumlu yeni bir korelasyon fonksiyonu önermişlerdir:

$$\overline{Nu} = 0.162 Ra^{0.293} \left( \frac{Pr}{1 + Pr} \right)^{0.091} \quad (3.33)$$

Esasen, Turan *vd.* (2010)’nin çalışması bu tez çalışmasının bir bölümünü (Bölüm 3.1) oluşturmaktadır ve (3.33) eşitliği ile verilen korelasyon fonksiyonu bölüm 3.1’de eşitlik (3.19) ile aynı olup burada kolaylık olması açısından tekrar sunulmuştur.

Literatürde uzun kapalı ortam uygulamalarında ( $AR \gg 1$ , uygulamada genellikle  $20 > AR > 2$ ) ortalama Nusselt sayısı için genellikle  $\overline{Nu} = c_1 Ra^{c_2} AR^{c_3}$  şeklinde korelasyon

fonksiyonları önerilmiştir. Bejan (1979) çalışmasında  $c_1, c_2$  ve  $c_3$  sabitlerinin Rayleigh sayısı ( $Ra$ ) ve boyut oranının ( $AR$ ) birer fonksiyonu olduklarını göstermiştir. Ayrıca, Gill'in (1966) analitik sonuçlarından yola çıkarak çok yüksek  $AR$  değerleri ( $Ra^{1/7} AR \rightarrow \infty$ ) için:

$$\overline{Nu} = 0.364[Ra/(PrAR)]^{1/4} \quad (3.34)$$

ifadesini önermişlerdir. Bejan'nın (1979) çalışmasında, uzun kapalı ortamlarda  $\overline{Nu}$  için:

$$\overline{Nu} = C_B [Ra/(PrAR)]^{1/4} \int_{-q_e}^{q_e} \frac{(1-q)^6 (1+q)^2 (7-q^2)}{(1+q^2)(1+3q^2)^{14/3}} dq \quad (3.35)$$

ifadesi verilmiştir. Burada  $C_B$  ve  $q_e$  katsayıları  $Ra^{1/7} AR$ 'nin birer fonksiyonudur ve artan  $Ra^{1/7} AR$  (0-1000) ile  $C_B$  ( $q_e$ )'nin azaldığı (1.0-0.912) (arttığı (0.1-1.0)) belirlenmiştir. Ayrıca, Bejan (1979),  $Ra^{1/7} AR < 100$  için uzun kapalı ortamlarda  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısının asimptotik değerden ayrıldığını ve  $(Ra/AR)^{1/4} \geq 10$  için, eşitlik (3.35)'ten hesaplanan değerlerin eşitlik (3.34)'ten hesaplanan değerlere yakınlığını belirlemişlerdir.

Yukarıda verilen korelasyon fonksiyonlarından başka, literatürde uzun dikdörtgen kesitli kapalı ortamlar için gerçekleştirilmiş farklı deneysel (Yin *vd.*, 1978; Elsherbiny *vd.*, 1982; Wakitani, 1996) ve sayısal (Lee ve Corpela, 1983; Le Quéré, 1990; Wakitani, 1997; Zhao *vd.*, 1997; Frederick, 1999, Lartigue *vd.*, 2000; Dong ve Zhai, 2007; Ganguli *vd.*, 2009) çalışmalarda  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı için önerilmiş çeşitli korelasyon fonksiyonları mevcuttur. Literatürde en çok kullanılan korelasyon fonksiyonlarından birisi, Elsherbiny *vd.* (1982) tarafından  $AR > 5$  için önerilmiş olan:

$$\overline{Nu} = \text{Max}(Nu_{1c}, Nu_{2c}, Nu_{3c}) \quad (3.36a)$$

ifadesi olup, burada  $Nu_{1c}, Nu_{2c}$  ve  $Nu_{3c}$  aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$Nu_{1c} = 0.0605Ra^{1/3} ; Nu_{2c} = \left[ 1 + \left[ \frac{0.104Ra^{0.293}}{1 + (6310/Ra)^{1.36}} \right]^3 \right]^{1/3} \text{ ve } Nu_{3c} = 0.242(Ra/AR)^{0.272} \quad (3.36b)$$

Daha önce Giriş bölümünde de vurgulandığı gibi, komşu düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklarda tutulan dikdörtgen kesitli kapalı ortamlarda Bingham akışkanların doğal taşınım olayının incelendiği çok az çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmalardan biri, Turan *vd.* (2010) tarafında kare kesitli kapalı ortamlar için gerçekleştirilmiştir. Aynı zamanda bu çalışma tez çalışması kapsamında ele alınan problemlerden biri olup, Bölüm 3.1'de ayrıntılı olarak incelenmiştir. Bu çalışmada,  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı için:

$$\overline{Nu} = 1 + \frac{ARa^{1/2}}{\left[ \frac{Bn}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{Bn^2 + 4 \left( \frac{Ra}{Pr} \right)^{1/2}} \right]} \left[ 1 - \frac{Bn}{Bn_{\max}} \right]^b \quad (3.37a)$$

burada  $A$ ,  $b$  ve  $Bn_{\max}$  şu şekilde tanımlanmıştır:

$$A = 0.162Ra^{0.043} \frac{Pr^{-0.159}}{(1+Pr)^{0.091}} - \frac{1}{Ra^{0.25} Pr^{0.25}} ;$$

$$b = 0.42Ra^{0.13} Pr^{0.12}; \quad (3.37b)$$

$$Bn_{\max} = 0.019Ra^{0.56} Pr^{-0.46}$$

Çalışmanın bu bölümünde eşitlik (3.37) ile verilen korelasyon fonksiyonu  $AR$  kapalı ortam boyut oranı etkisini de içerecek şekilde genişletilecektir.

### 3.2.2. Newtonumsu Akışkan Durumu

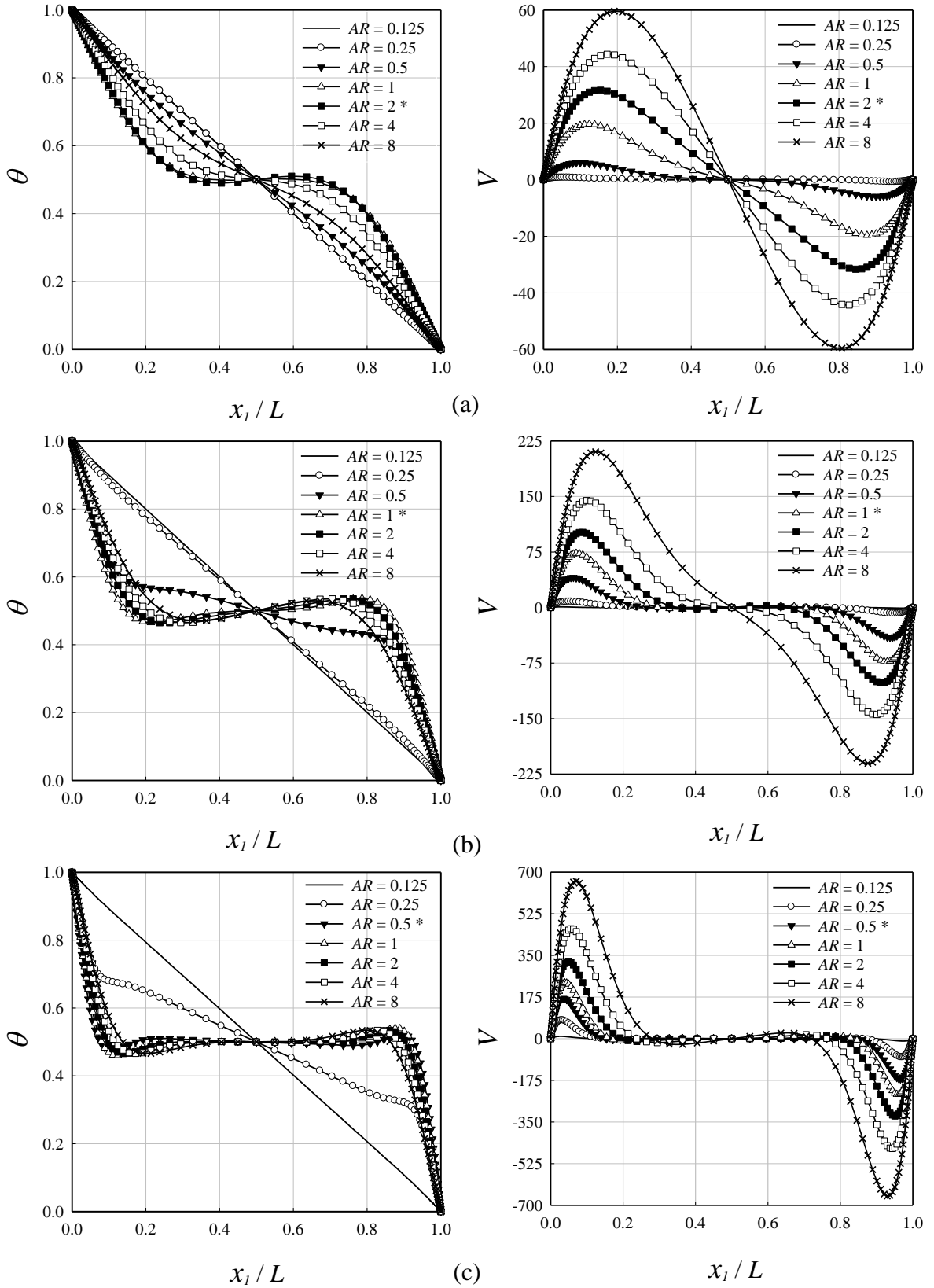
Newtonumsu akışkan durumunda  $Ra = 10^4, 10^5$  ve  $10^6$  ve farklı  $AR$  değerleri için elde edilen  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı değerleri Tablo 3.2.'de verilmiştir. Ayrıca, ilgili durumların, eşitlikler (3.26), (3.29) ve (3.30)'a göre tanımlanmış olan taşınım rejimlerinin hangisine dahil oldukları da Tablo 3.2.'de belirtilmiştir.  $AR \geq 1$  durumlarının,  $AR = 1.0$  ve  $Ra = 10^4$  hariç, bütün Rayleigh sayısı değerleri için, sınır tabaka rejimi içerisinde yer aldığını Tablo 3.2.'de görmek mümkündür.  $AR = 1.0$  ve  $Ra = 10^4$  durumu ise geçiş rejiminde bulunmaktadır. Yine Tablo 3.2 göstermektedir ki, bu çalışmada dikkate alınan  $AR < 1$  sığ dikdörtgen kesitli kapalı ortam durumları paralel-akış rejimi veya geçiş rejimi içerisinde kalmaktadırlar.

Newtonumsu akışkan durumu için  $Ra = 10^4-10^6$  aralığında farklı  $AR (=0.125-8)$  değerleri için yatay orta eksen ( $x_2/H = 0.5$ ) boyunca  $\theta$  boyutsuz sıcaklık ve  $V$  düşey hız bileşeni değişimleri Şekil 3.12.'de verilmiştir. Küçük boyut oranlarına sahip sığ kapalı ortamlarda ( $AR < 1$ , özellikle  $AR = 0.125$ ), yatay orta eksen boyunca sıcaklık, paralel-akış rejime karakteristiğini yansıtan, doğrusal bir değişim göstermektedir (Şekil 3.12.). Aynı zamanda, bu doğrusal sıcaklık profili, kapalı ortam içerisinde paralel akış-rejimi için beklenen bir durum olan, iletim-ağırlıklı ısı transferini işaret etmektedir (Cormack *vd.*, 1974a ve b; Bejan ve Tien, 1978). Ayrıca, Tablo 3.2.'de paralel akış rejim durumunda  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısının 1'e yakın değerler alması, kapalı ortam içerisinde ısı transferinin ağırlıklı olarak iletim ile meydana geldiğinin bir diğer yansımasıdır.

Tablo 3.2. Newtonumsu akışkan durumunda  $Pr = 7$ ,  $Ra = 10^4, 10^5$  ve  $10^6$  ve farklı  $AR$  değerleri için elde edilen ortalama Nusselt sayısı ( $\overline{Nu}$ ) değerleri.

$Ra$	$AR$						
	0.125	0.25	0.50	1	2	4	8
$10^4$	1.0000 <sup>a</sup>	1.0000 <sup>a</sup>	1.2942 <sup>b</sup>	2.2742 <sup>b</sup>	2.3894 <sup>c</sup>	2.1781 <sup>c</sup>	1.8437 <sup>c</sup>
$10^5$	1.0014 <sup>a</sup>	1.2429 <sup>b</sup>	3.8490 <sup>b</sup>	4.7217 <sup>c</sup>	4.4895 <sup>c</sup>	3.9799 <sup>c</sup>	3.4426 <sup>c</sup>
$10^6$	1.1345 <sup>a</sup>	5.6085 <sup>b</sup>	9.2232 <sup>b</sup>	9.2218 <sup>c</sup>	8.3235 <sup>c</sup>	7.2224 <sup>c</sup>	6.1594 <sup>c</sup>

<sup>a</sup> paralel-akış rejimi ( $Ra AR^3 \rightarrow 0$ ), <sup>b</sup> geçiş rejimi, <sup>c</sup> sınır tabaka rejimi



Şekil 3.12. Newtonumsu akışkan durumunda  $Pr = 7$  de farklı  $AR (=0.125-8)$  değerleri için yatay orta eksen ( $x_2/H = 0.5$ ) boyunca  $\theta$  ve  $V$  değişimleri: (a)  $Ra = 10^4$ , (b)  $Ra = 10^5$  ve (c)  $Ra = 10^6$  (\* maksimum  $\overline{Nu}$  sayısının meydana geldiği  $AR$  değeri).



Şekil 3.12c de görüldüğü gibi,  $Ra = 10^6$  durumunda  $AR = 0.25$  için,  $\theta$  boyutsuz sıcaklık dağılımı, düşey duvarlara (aktif duvarlara) yakın bölgeler hariç, kapalı ortamın büyük bir kısmında doğrusaldır. Aktif duvarlara (sıcak ve soğuk duvarlara) yakın bölgelerde ise  $\theta$  ısı sınır tabaka oluşumunu yansıtan doğrusal olmayan (eğrisel) bir yapıya sahiptir. Dolayısıyla,  $AR = 0.25$  ve  $Ra = 10^6$  için  $\theta$  boyutsuz sıcaklık dağılımının paralel-akış ve sınır tabaka rejimlerinin her ikisine ait bazı özellikleri gösterdiğini söylemek mümkündür. Bu durum,  $AR = 0.25$  ve  $Ra = 10^6$  için kapalı ortam içerisinde, geçiş rejiminde bir akışın meydana geldiğini gösterir. Diğer taraftan  $AR = 0.25$  ve  $Ra = 10^4-10^5$  için  $\theta$ , paralel-akış rejim özelliğini yansıtan, tamamen doğrusal bir değişim göstermektedir (Şekil 3.12a ve b).

$AR > 0.25$  boyut oranına sahip kapalı ortamlarda, göz önüne alınan bütün Rayleigh sayısı durumları ( $Ra = 10^4, 10^5$  ve  $10^6$ ) için, doğrusal olmayan (non-linear) bir sıcaklık profilinin ortaya çıktığını Şekil 3.12a-c den görmek mümkündür. Esasen, Şekil 3.12a-c de  $AR \geq 0.5$  için elde edilen sıcaklık profilleri aktif duvarlara (sıcak ve soğuk duvarlara) bitişik ısı sınır tabaka oluşumlarını ve kapalı ortam merkezinde hemen hemen eş sıcaklığa sahip öz bölge oluşumunu yansıtmaktadır. Aktif duvarlara yakın sıcaklık profilinin dikliği (sıcaklık gradyanının büyüklüğünü ve dolayısıyla da) ısı transfer oranını tayin eder. Maksimum ortalama Nusselt sayısı ( $\overline{Nu}_{max}$ ), aktif duvarlara yakın bölgelerde sıcaklık profilinin en dik (sıcaklık gradyanının en büyük) olduğu boyut oranına sahip kapalı ortam durumu için elde edilir. Ancak, Şekil 3.12a-c'de de görüldüğü gibi, aktif duvarlara yakın sıcaklık gradyanı, boyut oranı ile herhangi bir monoton (sürekli artan veya azalan) eğilim sergilememektedir. Aktif duvarlar yakınındaki sıcaklık gradyanının büyüklüğü,  $\overline{Nu}_{max}$  maksimum ortalama Nusselt sayısının elde edildiği  $AR_{max}$  değerine ulaşıncaya kadar, artan boyut oranı ile artmaktadır. Ancak boyut oranı,  $AR_{max}$  değerini aşınca ( $AR > AR_{max}$ ), artan boyut oranı ile birlikte aktif duvarlar yakınındaki sıcaklık gradyanı ve  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı azalmaktadır. Şekil 3.12a,b ve c karşılaştırıldığında,  $\overline{Nu}_{max}$  maksimum sayısının elde edildiği  $AR_{max}$  değerinin, önceki çalışmalarda (Bejan, 1980; Dong ve Zhai, 2007; Ganguli *vd.*, 2009) olduğu gibi, artan Rayleigh sayısı ile azaldığı görülmektedir.

Şekil 3.12a-c deki boyutsuz sıcaklık dağılımı için yapılan bu gözlemi açıklayabilmek için, yine aynı şekil içerisinde yer alan düşey hız bileşeni dağılımının incelenmesi yararlı olacaktır. Görüldüğü gibi, verilen bir  $Ra$  ( $AR$ ) değeri için,  $V$  boyutsuz düşey hız bileşeni büyüklüğü artan  $AR$  ( $Ra$ ) ile monoton bir şekilde artmaktadır. Şekil 3.12a-c deki  $\theta$

boyutsuz sıcaklık ve  $V$  düşey hız bileşeni değişimleri karşılaştırıldığında,  $V$  düşey hız bileşeninin, paralel-akış rejimin meydana geldiği durumlarda, göz ardı edilebilir değerlere sahip olduğu ortaya çıkmaktadır. Bu durum, önceki çalışmalardan (Cormack vd. 1974a-b; Bejan ve Tien, 1978) beklenen bir sonuçtur. Esasen bu eğilim (davranış), artan boyut oranı  $AR$  ile birlikte kapalı ortam içerisindeki taşınım etkilerinin güçlendiğini gösterir. Bejan vd. (1981), dikdörtgen kesitli kapalı ortamlarda doğal taşınım olayında, ısı transferi üzerinde taşınımın rol oynamaya başladığı Rayleigh sayısı değerleri için  $Ra > AR^{-7}$  kriterini önermiştir. Bu kritere göre, taşınım etkilerinin ısı transfer üzerinde önem kazanmaya başladığı Rayleigh sayısı değerleri  $AR = 0.125, 0.25$  ve  $0.5$  için sırası ile  $10^6, 10^4$  ve  $10^2$  olarak belirlenir. Bu kriter ile Tablo 3.2 deki veriler ve Şekil 3.12 birlikte göz önüne alındığında,  $AR_{max}$ 'a yakın boyut oranı değerleri için, taşınımın ve sınır tabaka akışının ısı transferi üzerinde önemli bir role sahip olduğunu söylemek mümkündür.

$\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısının monoton olmayan  $AR$  boyut oranı bağımlılığını; aktif duvarlar yakınında yüksek sıcaklık gradyanlarının görüldüğü sınır tabaka akışı için yapılacak skala analizi ile açıklamak mümkündür. Aktif duvarlara bitişik sınır tabakalar içerisinde, atalet ve kaldırma kuvvetleri arasındaki denge dikkate alındığında:

$$\rho \frac{g^2}{H} \sim \rho g \beta \Delta T \quad \text{veya} \quad g \sim \sqrt{g \beta \Delta T H} \quad (3.38)$$

ifadesi ortaya çıkar. Eşitlik (3.38)  $V$  boyutsuz düşey hız bileşeninin aşağıdaki gibi skala edilebileceğini gösterir:

$$V \sim gL / \alpha \sim \sqrt{Ra Pr AR} \quad (3.39)$$

Bu çalışmada bütün durumlar için  $\alpha / L$  sabit tutulmuştur. Şekil 3.12a-c de gözlemlendiği gibi, eşitlik (3.39), sabit bir  $Ra$  ( $AR$ ) için, artan  $AR$  ( $Ra$ ) ile birlikte akışkan hareketinin güçlendiğini göstermektedir.  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı ile  $AR$  boyut oranı arasındaki monoton olmayan davranışı anlamak amacıyla, sürtünme ve atalet kuvvetleri arasındaki dengenin dikkate alınması faydalı olacaktır:

$$\rho \frac{g^2}{H} \sim \mu \frac{g}{\delta^2} \quad \text{veya} \quad \delta \sim \sqrt{\frac{\mu H}{\rho g}} \quad (3.40a)$$

Eşitlik (3.38) eşitlik (3.40a)'da yerine yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\delta \sim L(AR)^{0.25} (Pr/Ra)^{0.25} \quad (3.40b)$$

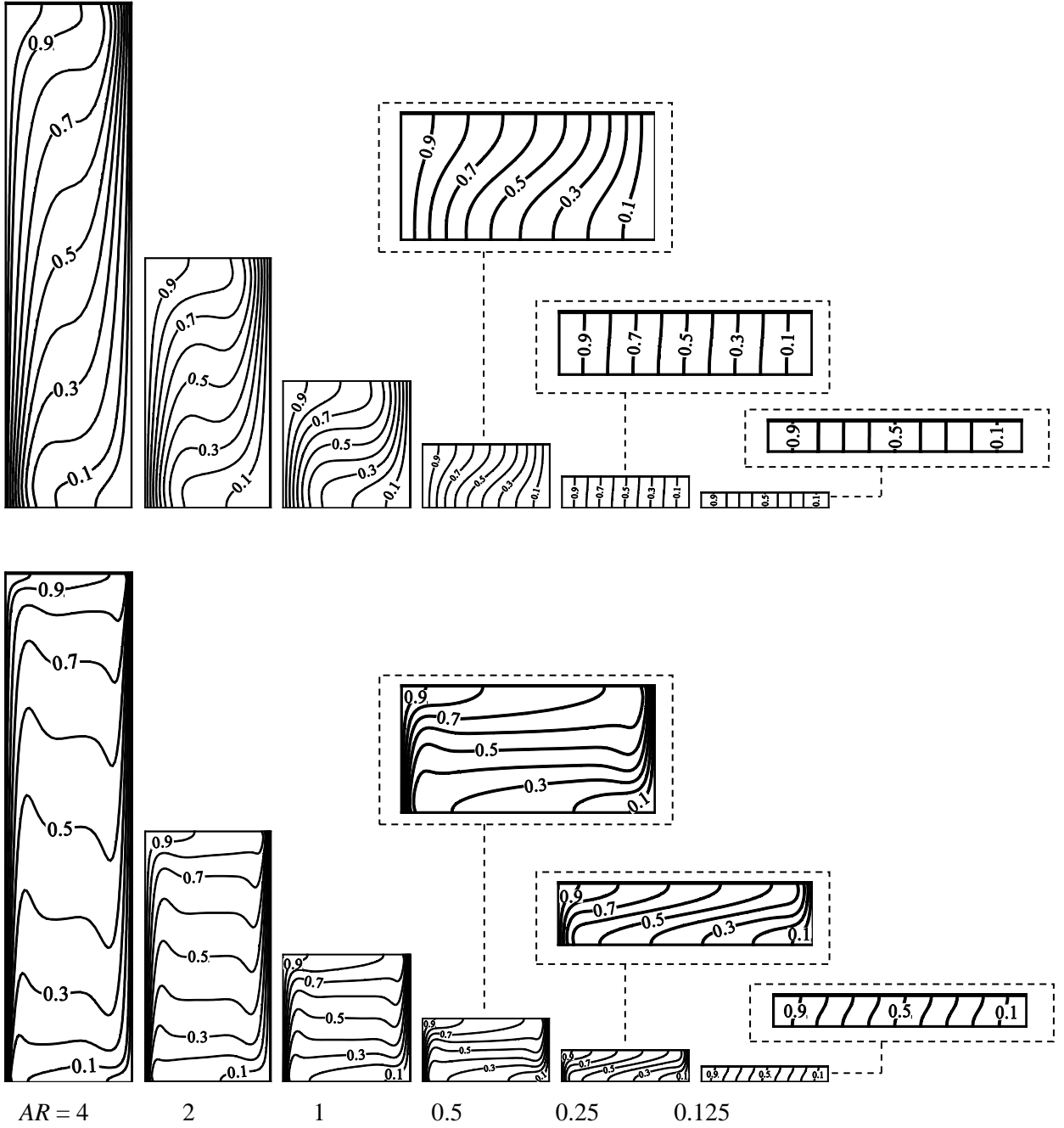
Prandtl sayısı tanımından  $\delta/\delta_{th} = f_1(Pr)$  elde edilir. Burada  $f_1(Pr)$  Prandtl sayısı artışı ile artan bir fonksiyondur. Eşitlikler (3.38-3.40) kullanılarak, enerji denklemindeki  $\rho c_p u_j \partial T / \partial x_j$  adveksiyon terimleri (taşıyım terimleri) ve  $\nabla \cdot (k \nabla T)$  ısı difüzyon terimleri (iletim) şu şekilde skala edilebilir:

$$\rho c_p u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \sim \frac{\rho c_p g \Delta T}{H} \sim \frac{k \Delta T}{L^2} \times \sqrt{Ra Pr AR} \quad (3.41a)$$

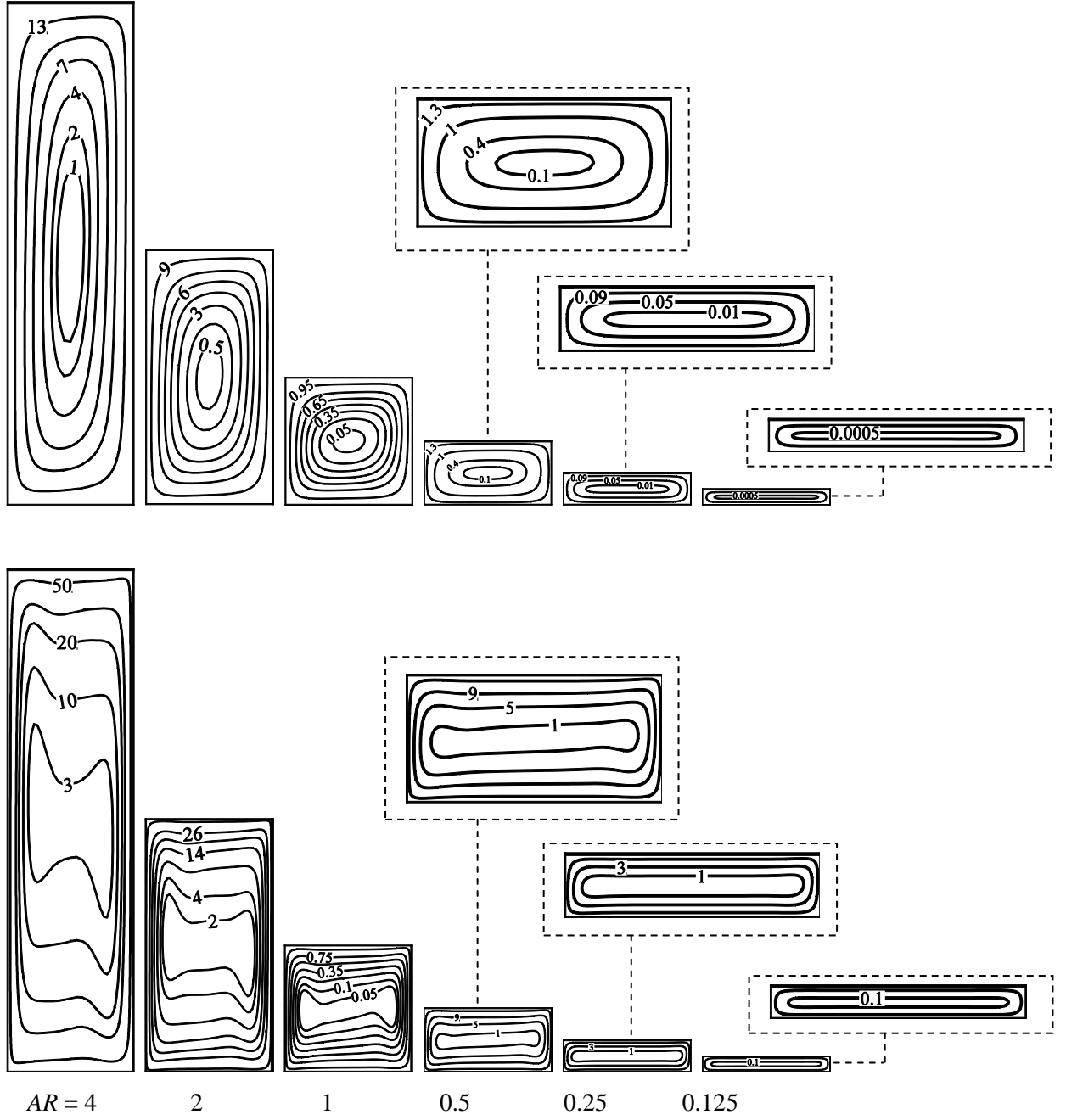
$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \sim \frac{k \Delta T}{\delta_{th}^2} \sim \frac{k \Delta T}{L^2} \frac{Ra^{1/2} f_1^2(Pr)}{Pr^{1/2} AR^{1/2}} \quad (3.41b)$$

Esasen, bu eşitlikler,  $L$  kapalı ortam uzunluğu ve  $\Delta T$  aktif duvarlar arasındaki sıcaklık farkının sabit tutulduğu kapalı bir ortamdaki akış için (başka bir deyişle sabit  $k \Delta T / L^2$ ,  $Ra$  ve  $Pr$  değerleri için), artan  $AR$  boyut oranı değerleri ile taşınımsal hareketin (eşitlik (3.41a)) güçlendiğini, ısı difüzyonunun (iletimin) (eşitlik (3.41b)) ise zayıfladığını göstermektedir. Bu eğilim, Şekil 3.12a-c de çok küçük  $AR$  değerleri için taşınımsal hareketin zayıfladığı ve iletim ağırlıklı ısı transferin gözlemlendiği durum ile uyumludur. Ayrıca, Şekil 3.13 ve 3.14'de  $Ra = 10^4$  ve  $10^6$  ve farklı  $AR$  kapalı ortam boyut oranı değerleri için verilen eşsıcaklık eğrileri ve akım çizgilerinin değişimleri de bu davranışı desteklemektedir. Görüldüğü gibi, çok küçük  $AR$  değerlerinde eşsıcaklık eğrileri, iletimsel rejimi yansıtan, düşey duvarlara (aktif duvarlara) paralel bir yapıdayken, yüksek  $AR$  değerlerinde, taşınımsal hareketin bir sonucu olarak, eş sıcaklık eğrileri kavisli bir yapıya dönüşmektedir. Yine Şekil 3.13 ve 3.14'ten, yüksek  $AR$  değerlerinde taşıyım etkilerinin çok daha belirgin olduğu açıkça görmek mümkündür. Aynı zamanda, Şekil 3.13 ve 3.14 karşılaştırıldığında, verilen bir  $AR$  değeri için, yüksek Rayleigh sayısı değerinde ( $Ra = 10^6$ )

daha yüksek düşey hız bileşeni değerleri ortaya çıktığı görülmektedir. Bu durum, Rayleigh sayısının artışı ile birlikte akış alanındaki taşınımsal hareketin güçlenmekte olduğunun bir başka göstergesidir. Artan Rayleigh sayısı ile taşınımsal hareketteki bu güçlenme, çok küçük  $AR$  değerlerinde dahi ( $Ra = 10^6$ ,  $AR = 0.125$ ) taşınım etkilerinin hissedilmesini sağlar.



Şekil 3.13. Newtonumsu akışkan durumunda farklı  $AR$  değerleri için  $Pr = 7$  da  $Ra = 10^4$  (1. satır) ve  $10^6$  (2. satır) için boyutsuz eşıcaklık eğrileri.



Şekil 3.14. Newtonumsu akışkan durumunda farklı  $AR$  değerleri için  $Pr = 7$  da  $Ra = 10^4$  (1. satır) ve  $10^6$  (2. satır) için boyutsuz akım çizgileri.

Sınır tabaka içerisinde düşey yönde taşınımsal ısı transfer skalası:

$$\int_0^{\delta} \rho C_p u_2 (\partial T / \partial x_2) dx_1 \sim (k\Delta T) Ra^{1/4} (AR)^{3/4} (Pr)^{5/4} \quad (3.42)$$

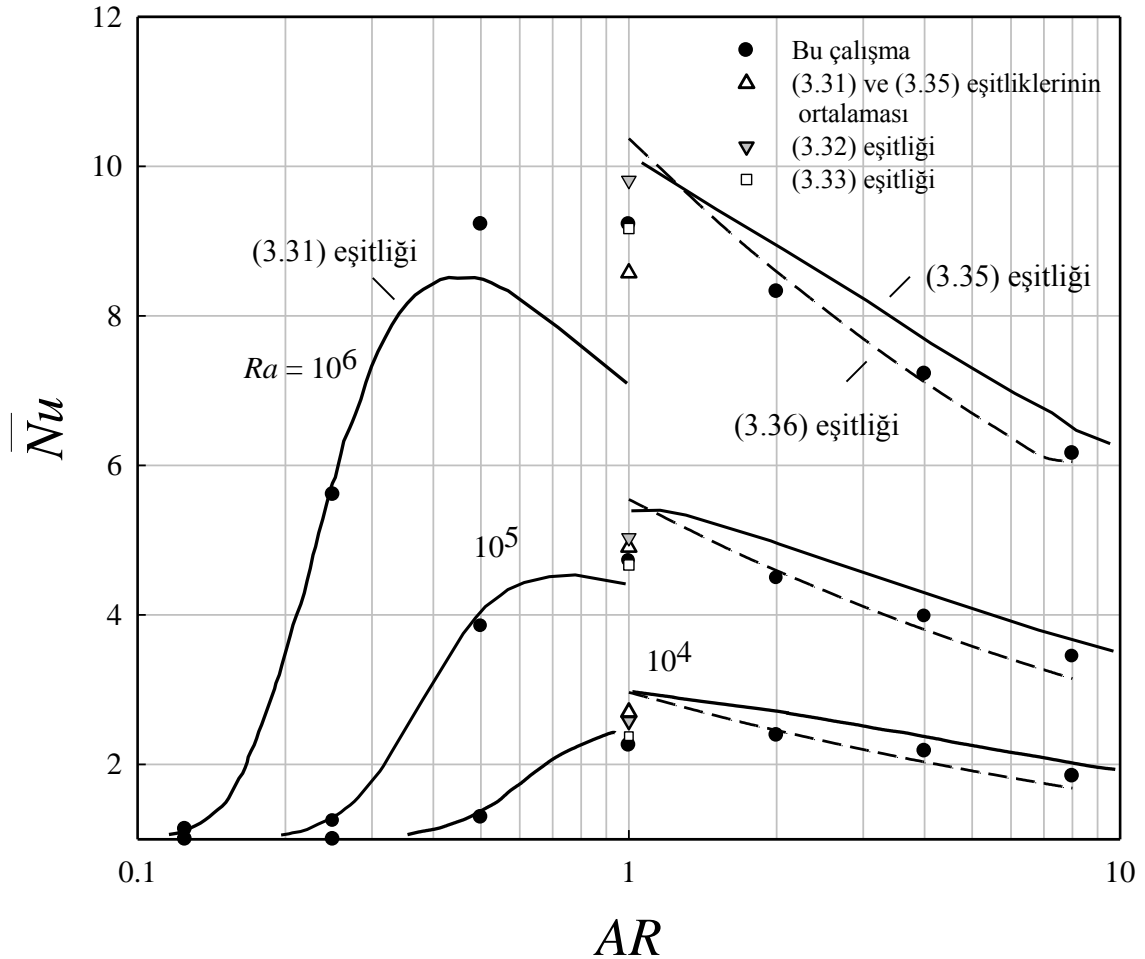
olarak, birim uzunluk başına düşey yönde iletimsel ısı transfer skalası ise:

$$\int_0^L -k(\partial T / \partial x_2) dx_1 \sim k\Delta T (AR)^{-1} \quad (3.43)$$

olarak tanımlanabilir. (3.42) ve (3.43) tanımlamaları karşılaştırılırsa,  $Pr \sim 1$  için,  $Ra^{1/4} AR^{3/4} > AR^{-1}$  olması durumunda (bu durum Bejan *vd.*, (1981) tarafından önerilen  $Ra > AR^{-7}$  kriterine karşılık gelir) taşınımsal ısı transferin iletimsel ısı transferin önüne geçtiği ortaya çıkmaktadır.

Kapalı ortamın boyut oranının artışı, adveksiyon etkilerinin artışına (eşitlik (3.41a)), difüzyon etkilerinin ise azalmasına neden olur (eşitlik (3.41b)).  $AR$  artışı ile adveksiyon etkilerindeki artış ve difüzyon etkilerindeki azalma arasındaki bu rekabetin sonucu, bir optimum  $AR_{max}$  değerinde, maksimum ısı transfer oranı meydana gelir. Eşitlikler (3.41a) ve (3.41b)'den, verilen bir Prandtl sayısı için,  $AR_{max}$  değerinin Rayleigh sayısına bağlı olduğu anlaşılmaktadır. Şekil 3.12 ve Tablo 3.2 ise, maksimum  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısının elde edildiği  $AR_{max}$  boyut oranı değerinin artan Rayleigh sayısı ile azaldığını göstermektedir. Bu durumu,  $Ra = 10^4$ ,  $10^5$  ve  $10^6$  için,  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısının  $AR$  ile değişiminin verildiği Şekil 3.15'de açıkça görmek mümkündür. Ayrıca, yine Şekil 3.15 de,  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı için Bejan ve Tien (1978) tarafından önerilen korelasyon fonksiyonu (eşitlik (3.31)) ile sayısal sonuçlar arasında,  $AR < 1$  için oldukça iyi bir uyumun olduğu ve bu uyumun azalan  $AR$  değerleri ile daha da iyileşmekte olduğu görülmektedir. Ancak, boyut oranının 1'e yakın olduğu durumlarda ( $AR \sim 1$ ) eşitlik (3.31), sayısal sonuçların altında tahminler yapmaktadır ve artan Rayleigh sayısı ile birlikte korelasyon fonksiyonu (eşitlik (3.31)) ve sayısal sonuçlar arasındaki uyum giderek kötüleşmektedir. Ayrıca, Bejan'ın (1979) önermiş olduğu (3.35) eşitliği ile verilen korelasyon ifadesi, yüksek boyut oranları değerleri için, sayısal sonuçlar ile oldukça iyi bir uyum göstermektedir. Ancak (3.35) eşitliği,  $AR \sim 1$  için, sayısal sonuçların üzerinde değerler

vermektedir ve artan Rayleigh sayısı ile (3.35) eşitliği ve sayısal sonuçlar arasındaki fark giderek büyümektedir. Elsherbiny vd. (1982), tarafından önerilen korelasyon fonksiyonu (Eşitlik (3.36)) yalnızca  $AR > 5$  için önerilmiş olmasına rağmen, uzun kapalı ortamlar ( $AR \geq 2$ ) için oldukça iyi sonuçlar vermektedir. Ancak Elsherbiny vd. (1982) tarafından önerilen bu korelasyon fonksiyonu da,  $AR \sim 1$  yakınında  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı için sayısal sonuçlardan yüksek değerler vermektedir. Ayrıca, Şekil 3.15’de  $AR = 1$  için, eşitlikler (3.31) ve (3.35) ile yapılan tahminlerin aritmetik ortalamasının, sayısal sonuçlar ile daha uyumlu olduğu görülmektedir. Yine Şekil 3.15 de görüldüğü gibi,  $AR = 1$  için Berkovsky ve Polevikov (1977) (eşitlik (3.32)) ve Turan vd. (2010) (eşitlik (3.33)) tarafından önerilen korelasyon fonksiyonlarının sayısal sonuçlara oldukça yakın değerler verdikleri görülmektedir.



Şekil 3.15. Newtonumsu akışkan durumunda,  $Pr = 7$  ve  $Ra = 10^4, 10^5$  ve  $10^6$  için, ortalama Nusselt sayısının ( $\overline{Nu}$ ) boyut oranı ( $AR$ ) ile değişimi.

### 3.2.3. Bingham Akışkan Durumu

Bingham sayısının, Bingham akışkanların doğal taşınımı üzerindeki etkilerini görmek amacıyla, Şekil 3.16'da farklı  $Bn$  Bingham sayıları ve  $AR$  boyut oranı değerleri için yatay orta eksen boyunca ( $x_2/H = 0.5$ )  $\theta$  boyutsuz sıcaklık ve  $V$  düşey hız bileşeni dağılımları çizilmiştir. Burada, yalnızca  $Ra = 10^6$  için yatay orta eksen boyunca  $\theta$  boyutsuz sıcaklık ve  $V$  düşey hız bileşeni dağılımları gösterilmiştir. Diğer Rayleigh sayısı değerleri için de benzer davranışlar gözlemlendiğinden Şekil 3.16'da yer verilmemiştir. Şekil 3.16a-c'de görüldüğü gibi, artan Bingham sayısı ile birlikte, maksimum ortalama Nusselt sayısının ( $\overline{Nu}_{max}$ ) elde edildiği boyut oranı değeri ( $AR_{max}$ ) artmaktadır. Yine Şekil 3.16a-c'de, verilen bir  $AR$  değeri için, artan Bingham sayısı ile birlikte, düşey duvarlar (aktif duvarlar) yakınındaki sıcaklık gradyanının da azalmakta olduğunu çok açık olarak görmek mümkündür. Ayrıca, artan Bingham sayısı ile birlikte,  $\theta$  sıcaklık profilinin, giderek doğrusal (lineer) bir yapıya dönüşmekte olduğunu da Şekil 3.16a-c'den görmek mümkündür. Aslında, Bingham sayısının artması sonucunda, gerek aktif duvarlar yakınındaki sıcaklık gradyanının düşmesi, gerekse yatay orta eksen boyunca sıcaklık profilinin giderek daha doğrusal bir değişim göstermesi, akış alanındaki taşınımsal etkilerin zayıfladığının önemli birer kanıtıdır.

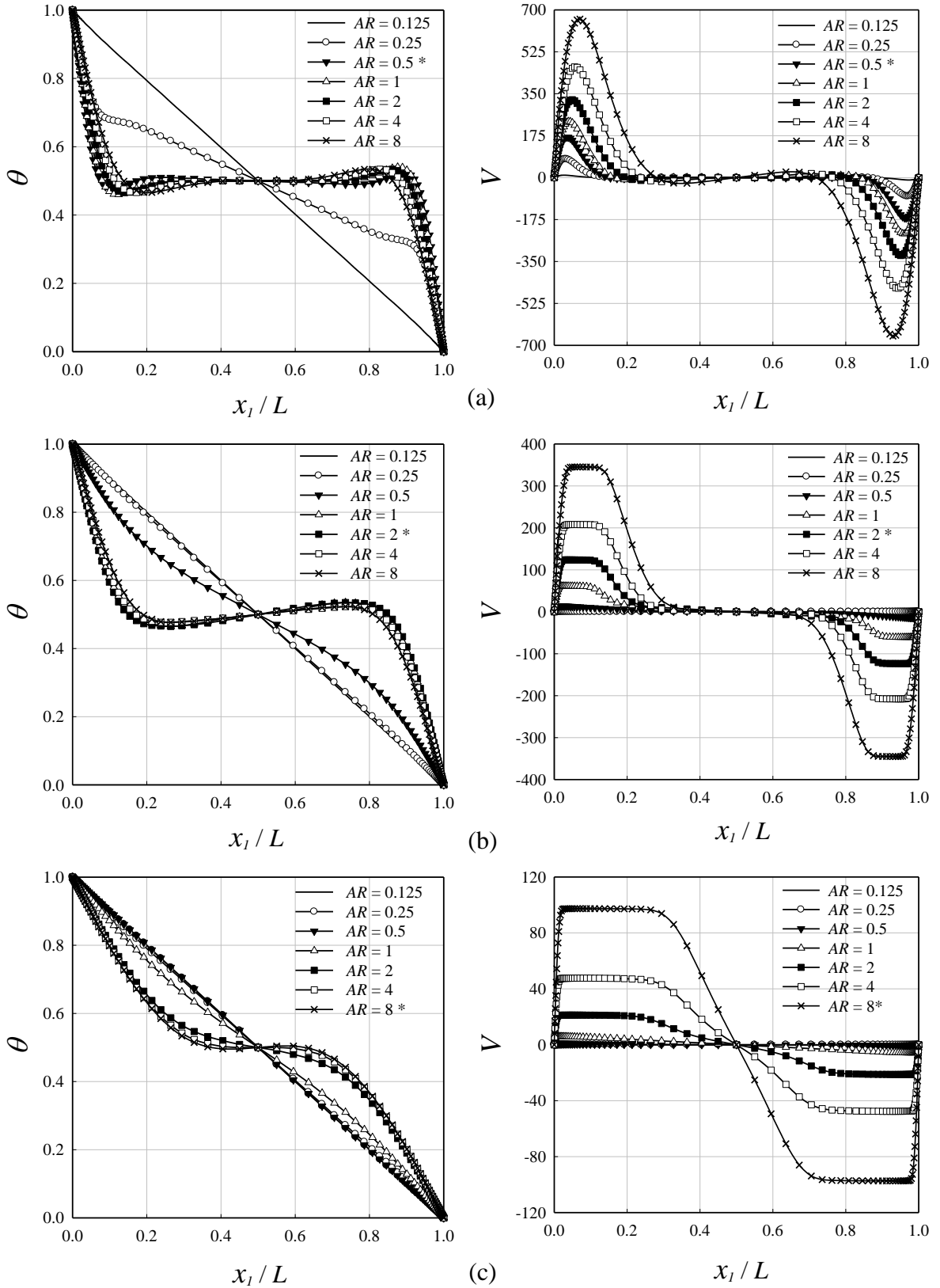
Taşınım etkilerinin artan Bingham sayısı ile zayıfladığının bir diğer kanıtı olarak, Şekil 3.16'da yatay orta eksen boyunca değişimi verilen boyutsuz düşey hız bileşeni gösterilebilir. Verilen bir Rayleigh sayısı için, artan Bingham sayısı ile birlikte, sürtünme kuvvetlerin kaldırma kuvvetlerine karşı bağıl etkileri artmaktadır. Bingham sayısı kritik bir değere ulaştığında ( $Bn = Bn_{max}$ ) ise, oluşan güçlü sürtünme gerilmeleri nedeni ile kapalı ortam içerisindeki çok zayıf bir akışkan hareketi meydana gelir. Bu durumda, kapalı ortam içerisindeki ısı alışverişi tamamen iletim ile gerçekleşir. Verilen bir Rayleigh sayısı için,  $Bn < Bn_{max}$  durumunda kapalı ortam içerisinde taşınım etkileri önemli kalmakta, ancak  $Bn \geq Bn_{max}$  durumunda ise ısı transferi tamamen iletim ile gerçekleşmektedir.

Şekil 3.17 ve 3.18'de farklı Bingham sayısı ve  $AR$  değerleri için çizilen boyutsuz eşsıcaklık eğrileri ve akım çizgileri incelendiğinde, özellikle küçük  $AR$  değerleri için, artan Bingham sayıları ile, yukarıda da ifade edildiği gibi, taşınım etkilerinin zayıflamakta olduğu rahatlıkla görülebilir. Şekil 3.17'de özellikle  $AR \leq 0.25$  için, yüksek Bingham sayısı değerlerinde ( $Bn \geq Bn_{max}$ ), eşsıcaklık eğrilerinin, ısı transferinin tamamen iletim ile

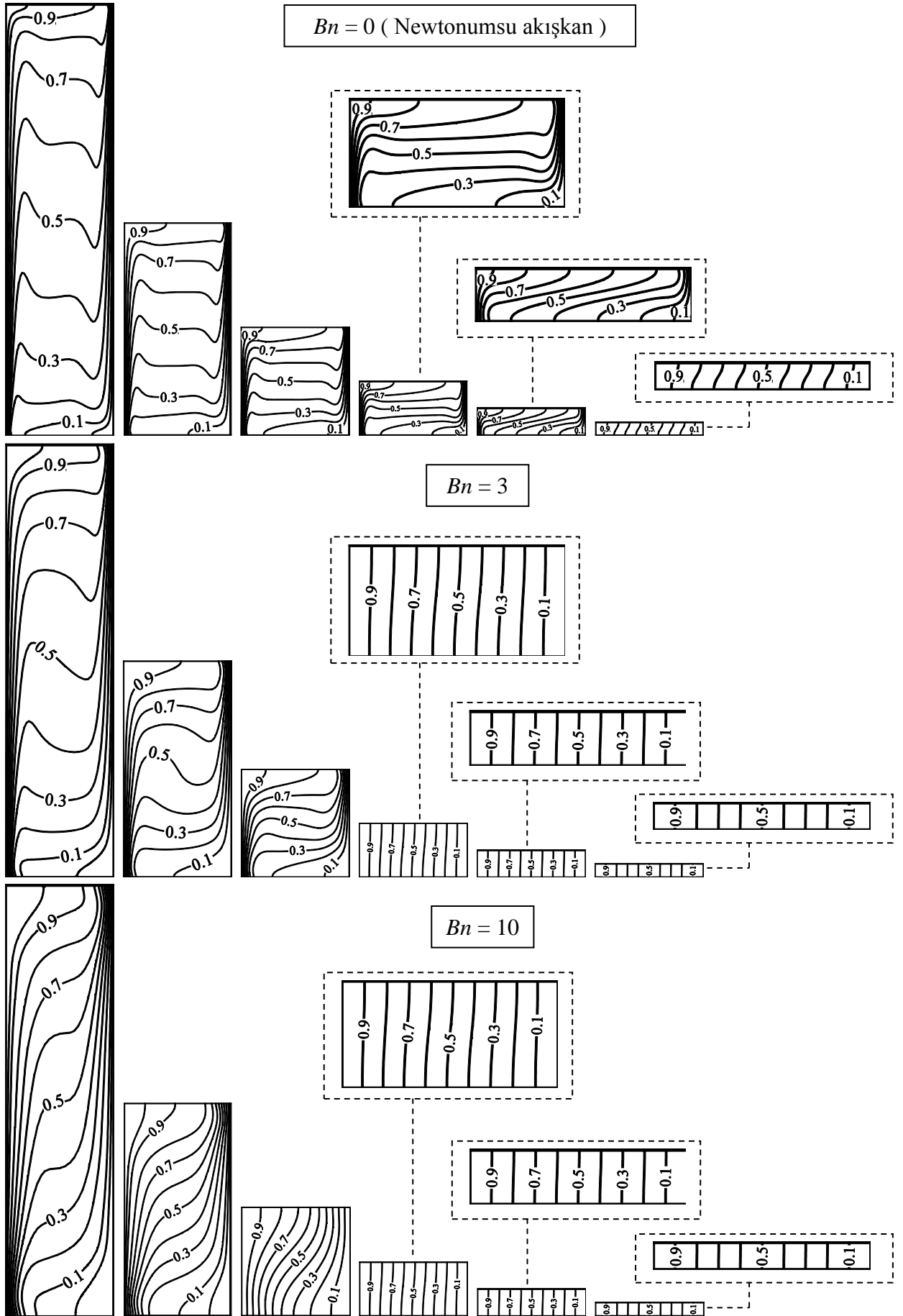


gerçekleştiğini yansıtır nitelikte, aktif duvarlara (düşey duvarlara) paralel kaldığı görülmektedir.

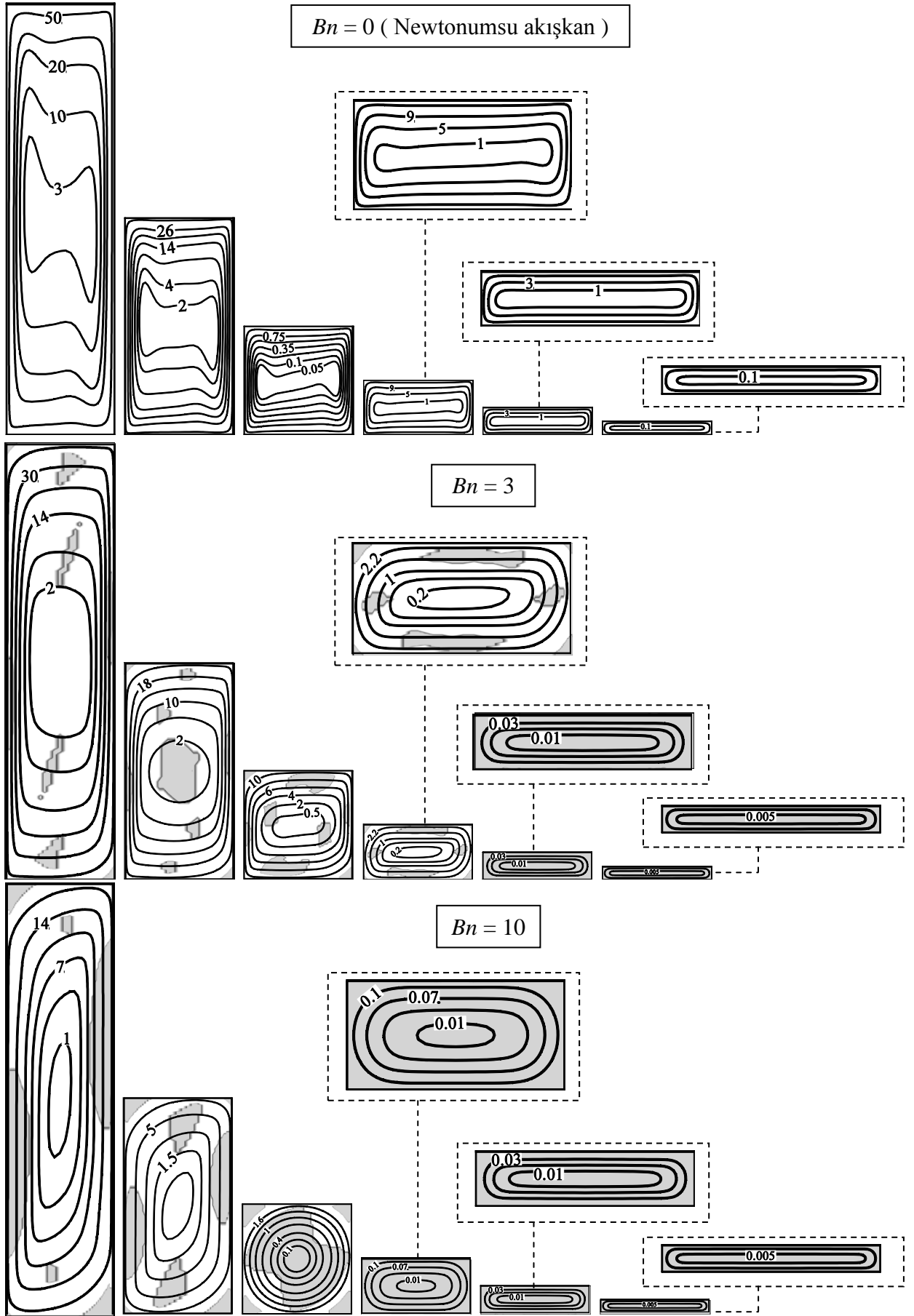
Şekil 3.18 de ayrıca, “kaymayan” bölgelerde (unyielded regions) (Mitsoulis (2007) tarafından önerilen  $|\tau| \leq \tau_y$  kriterine göre) gösterilmiştir. Daha öncede ifade edildiği gibi, aslında bu bölgeler, Mitsoulis ve Zisis’in (2001) de belirttiği üzere, gerçek anlamda “kaymayan” bölgeler değildir. Bu çalışmada, Bingham akışkan davranışını modellemek için, çift-vizkozite yaklaşımı kullanıldı, bu yüzden kapalı ortam içerisinde çok yüksek viskoziteli bölgelerde dahi her zaman çok düşük seviyelerde de olsa bir akış söz konusu olacaktır. Bu nedenle bu bölgeler akışkan hareketinin son derece yavaş olduğu “görünür kaymayan” bölgeler (apparently unyielded regions, AUR) (Mitsoulis ve Zisis (2001)) olarak adlandırılırlar. Şunu da vurgulamak gerekir ki, Şekil 3.18’de görülen küçük AUR adacıklarının büyüklükleri  $\mu_{yield}$  kayma viskozitesine bağlıdır. Ancak,  $\mu_{yield} \geq 10^3 \mu$  için,  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı (Şekil 2.2), akım çizgileri ve kapalı ortam köşelerindeki AUR bölgeleri  $\mu_{yield}$  kayma viskozitesinden bağımsız olmaktadır.



Şekil 3.16. Farklı Bingham sayıları ve AR boyut oranı değerlerinde  $Ra = 10^6$  ve  $Pr = 7$  için yatay orta eksen boyunca ( $x_2/H = 0.5$ )  $\theta$  boyutsuz sıcaklık ve  $V$  düşey hız bileşeni dağılımları: (a)  $Bn = 0$ , (b)  $Bn = 3$  ve (c)  $Bn = 10$  (\*'ın elde edildiği boyut oranı değeri  $AR_{max}$ 'ı gösterir).



Şekil 3.17. Farklı Bingham sayısı ve  $AR (= 1/8 - 4)$  değerlerinde  $Pr = 7$  ve  $Ra = 10^6$  için boyutsuz eşsıcaklık eğrileri.



Şekil 3.18. Farklı Bingham sayısı ve  $AR (= 1/8 - 4)$  değerlerinde  $Pr = 7$  ve  $Ra = 10^6$  için boyutsuz akım çizgileri ve kaymayan bölgeler (gri renkli).

Şekiller 3.16 - 3.18'de gözlemlenen ısı ve akışkan hareketi karakteristikleri, taşınım hareketin ihmal edilemeyecek düzeylerde olduğu boyut oranları için yapılacak skala analizi ile açıklamak mümkündür. Aktif duvarlara (düşey duvarlara) bitişik sınır tabakalar içerisinde, momentum denklemindeki atalet ve sürtünme kuvvetleri arasındaki denge dikkate alınırsa:

$$\rho \frac{g^2}{H} \sim \left( \tau_y + \mu \frac{g}{\delta} \right) \frac{1}{\delta} \quad (3.44)$$

İlişkisi ortaya çıkar. (3.44) eşitliğine bağlı olarak,  $\delta$  hidrodinamik sınır tabaka kalınlığı skalası için:

$$\delta \sim \frac{1}{2} \frac{\tau_y H}{\rho g^2} + \frac{1}{2} \frac{H}{\rho g^2} \sqrt{\tau_y^2 + 4\rho \frac{g^3}{H} \mu} \quad (3.45)$$

tanımlaması yapılabilir. Eşitlik (3.38) kullanılarak, karakteristik hızın ( $g$ ) ihmal edilemeyecek düzeylerde olduğu durumlar için,  $\delta$  hidrodinamik sınır tabaka kalınlığı:

$$\delta \sim \frac{L}{\sqrt{Ra/Pr}} \left[ \frac{Bn}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{Bn^2 + 4AR^{1/2} \left( \frac{Ra}{Pr} \right)^{1/2}} \right] \quad (3.46)$$

olarak ifade edilebilir. (3.46) eşitliği kullanılarak ısı sınır tabaka kalınlığı  $\delta_{th}$  aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$\delta_{th} \sim \min \left[ L, \frac{L.Pr^{1/2}}{f_2(Bn, Pr)Ra^{1/2}} \left[ \frac{Bn}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{Bn^2 + 4\sqrt{AR} \left( \frac{Ra}{Pr} \right)^{1/2}} \right] \right] \quad (3.47a)$$

Bingham akışkanlarda, Prandtl sayısının doğal taşınım üzerindeki etkileri aynı zamanda Bingham sayısına da bağlı olduğu için (Bölüm 3.1 de ortaya konmuştu)  $f_2 = f_2(Bn, Pr)$  şeklinde Prandtl ve Bingham sayılarına bağlı pozitif değerler alan ( $f_2(Bn, Pr) > 0$ ) bir fonksiyon olarak dikkate alınmıştır. Eşitlik (3.47a) kullanılarak,  $\overline{Nu} = 1$  olduğu  $Bn_{max}$

maksimum Bingham sayısı değerini tahmin etmek mümkündür.  $\overline{Nu}=1$  için,  $\delta_{th}$  ısı sınırlı tabaka kalınlığı  $L$  kapalı ortam uzunluğu ile aynı mertebede olur ( $\delta_{th} \sim L$ ). Bu durumda (3.47a) eşitliği:

$$Bn_{max} = \sqrt{\frac{Ra}{Pr}} f(Bn_{max}, Pr) - \frac{\sqrt{AR}}{f_2(Bn_{max}, Pr)}. \quad (3.47b)$$

şeklini alır. Ancak şunu belirtmekte yarar vardır ki,  $\overline{Nu}=1$  durumu akış alanının tamamının kaymadığını (veya hareketsiz olduğunu) göstermez (ısı transferi etkileyecek büyüklükte olmasa da çok zayıf akışkan hareketinden söz etmek mümkündür). Akışkan hareketinin tamamen ortadan kalktığı kritik Bingham sayısı ( $Bn_{crit}$ ) değeri  $Bn_{max}$  değerinden daha büyük olabilir. Bu kritik Bingham sayısının büyüklüğünü tahmin etmek için, kaldırma kuvveti ve akma gerilmesi etkileri arasındaki denge dikkate alınır:

$$\rho g \beta \Delta T \sim \frac{\tau_y}{\delta} \sim \frac{\tau_y}{L f_2(Bn_{crit}, Pr)}. \quad (3.47c)$$

ilişkisi ortaya çıkar. (3.47c) eşitliği düzenlenerek aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir:

$$Bn_{crit} = \sqrt{\frac{Ra}{Pr}} f_2(Bn_{crit}, Pr) \quad (3.47d)$$

(3.47d) eşitliği; Vihansky (2010) tarafından, dikdörtgen kesitli kapalı ortamlarda Bingham akışkanların doğal taşınım olayında, akışkan hareketinin ortadan kalktığı kritik Bingham sayısı için belirlenen aşağıdaki ifade ile uyumludur.

$$Bn_{crit} = \frac{0.25 \sqrt{Ra / Pr}}{1 + 0.96 / AR + 4 / AR^2}. \quad (3.47e)$$

Ancak şunu yinelemek gerekir ki,  $Bn \geq Bn_{crit}$  durumu her zaman  $\overline{Nu}=1$  olduğunu ifade eder ancak  $Bn < Bn_{crit}$  ise her zaman  $\overline{Nu} > 1$  olduğunu ifade etmez. Ortalama Nusselt sayısı Bingham sayısının maksimum Bingham sayısından küçük olduğu durumlarda 1'den

büyük değerler alır ( $Bn < Bn_{max}$  durumu  $\overline{Nu} > 1$  olduğunu ifade eder). Bu durum, eşitlikler (3.47b) ve (3.47d) karşılaştırıldığında çok daha net olarak anlaşılabilir. (3.47b) ve (3.47d) eşitlikleri, beklendiği gibi, maksimum Bingham sayısının kritik Bingham sayısından daha küçük olduğunu ( $Bn_{max} < Bn_{crit}$ ) ve aralarındaki fark artan  $AR$  değerleri ile arttığını göstermektedir.

Eşitlik (3.47a), enerji denklemindeki ısı difüzyon (iletim) terimlerinin skalasını tahmin etmek için kullanılabilir:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \sim \frac{k\Delta T}{\delta_{th}^2} \sim \frac{k\Delta T}{L^2} \text{Max} \left[ 1, \frac{(Ra/Pr)^{1/2} [f_2(Bn, Pr)]^2}{\sqrt{AR} \left[ 0.5 \frac{Bn}{(RaAR/Pr)^{1/4}} + 0.5 \sqrt{\left( \frac{Bn}{(RaAR/Pr)^{1/4}} \right)^2 + 4} \right]^2} \right] \quad (3.48)$$

Bu eşitlik;

$$Bn^* = \frac{Bn}{(RaAR/Pr)^{1/4}} \quad (3.49)$$

tanımlaması ile yeniden düzenlenirse Bingham akışkan durumunda ısı difüzyon (iletim) skalası için :

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \sim \frac{k\Delta T}{\delta_{th}^2} \sim \frac{k\Delta T}{L^2} \text{Max} \left[ 1, \frac{(Ra/Pr)^{1/2} [f_2(Bn, Pr)]^2}{\sqrt{AR} \left[ 0.5 Bn^* + 0.5 \sqrt{Bn^{*2} + 4} \right]^2} \right] \quad (3.50)$$

ifadesi elde edilir. Eşitlikler (3.48), (3.50) ve (3.41b) karşılaştırıldığında,  $Ra$ ,  $Pr$  ve  $AR$  sabit tutulduğunda, ısı difüzyon (iletim) etkilerin artan  $Bn$  (veya  $Bn^*$ ) ile zayıfladığı ortaya çıkar.

Eşitlikler (3.48)-(3.50) göstermektedir ki, aynı Rayleigh ( $Ra$ ) ve Prandtl ( $Pr$ ) sayıları ve kapalı ortam boyut oranı ( $AR$ ) değeri için Bingham akışkanlarda ısı difüzyon (iletim) etkileri Newtonumsu akışkanlar ile kıyaslandığında daha zayıftır. Yine, sabit  $Ra$ ,  $Pr$  ve  $Bn$  için, Bingham akışkanlarda  $AR$  boyut oranının azalması (artması) sonucu ısı difüzyon (iletim) etkileri güçlenir (zayıflar). Ancak bu güçlenme (zayıflama) aynı  $Ra$  ve  $Pr$  değerlerine sahip Newtonumsu akışkanlar ile kıyaslandığında çok daha az olduğu (3.48) - (3.50) eşitliklerinden anlaşılır.

Kaldırma kuvvetleri ve sürtünme kuvvetlerin bağıl etkileri Grashof sayısı ( $Gr = Ra / Pr$ ) sayısı ile karakterize edilir. Ancak, daha öncede vurgulandığı gibi, Bingham akışkanlarda sabit bir viskozite yerine, bir efektif viskozitenin ( $\mu_{eff}$ ) kullanılması çok daha uygun olacaktır. Efektif viskoziteyi aşağıdaki biçimde tanımlamak mümkündür:

$$\mu_{eff} = \mu + \tau_y / \dot{\gamma} \quad (3.51)$$

Şekil değiştirme hız skalası için  $\dot{\gamma} \sim g / \delta$  tanımı kullanılırsa  $\mu_{eff}$  efektif viskozite için aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\mu_{eff} \sim \mu \left[ 1 + Bn^* \left[ \frac{Bn^*}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{Bn^{*2} + 4} \right] \right] \quad (3.52)$$

Eşitlik (3.52) kullanılarak  $Gr_{eff}$  efektif Grashof sayısı tanımlanabilir:

$$Gr_{eff} = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T L^3}{\mu_{eff}^2} \sim Gr \left[ 1 + Bn^* \left[ \frac{Bn^*}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{Bn^{*2} + 4} \right] \right]^{-2} \quad (3.53)$$

$Ra$ ,  $Pr$  ve  $Bn$  değerleri sabit tutulduğunda,  $AR$  boyut oranındaki azalma (artış)  $Bn^*$  değerinin artmasına (azalmasına) neden olur (eşitlik (3.49)). Bu durum ise Grashof sayısı ( $Gr = Ra / Pr$ , Newtonumsu akışkan durumu) ile kıyaslandığında  $Gr_{eff}$  efektif Grashof sayısının azalmasına (artmasına) yol açar. Şekil 3.16a-c ve 3.18 de görüldüğü gibi, sabit  $Ra$ ,  $Pr$  ve  $Bn$  değerleri için, azalan  $AR$  değerleri ile  $V$  boyutsuz düşey hız bileşeni ve  $\psi / \alpha$  boyutsuz akım çizgilerinin büyüklükleri azalmaktadır. Bu durum, azalan (artan)  $AR$



değerleri ile birlikte sürtünme kuvveti etkilerinin, kaldırma kuvveti etkilerine göre daha güçlendiğini (zayıfladığını) işaret etmektedir. Ayrıca;  $Ra$ ,  $Pr$  ve  $AR$  değeri sabit tutulduğunda,  $Bn$  Bingham sayısındaki artış  $Bn^*$  değerinin artmasına ve  $Gr_{eff}$  Grashof efektif Grashof sayısının azalmasına neden olur. Bununla beraber, Şekil 3.16a-c ve 3.18 deki sabit  $Ra$ ,  $Pr$  ve  $AR$  değerleri için artan  $Bn$  Bingham sayısı ile  $V$  boyutsuz düşey hız bileşeni ve  $\psi/\alpha$  boyutsuz akım çizgilerinin büyüklüklerinin azalması, kaldırma kuvveti etkilerinin zayıfladığını gösterir.

Eşitlik (3.53) Bingham akışkanlarda,  $Ra$ ,  $Pr$  ve  $Bn$  sayıları sabit tutulduğunda,  $AR$  boyut oranı artışı ile taşınım (adveksiyon) etkilerinin güçlendiğini gösterir. Aynı  $Ra$  ve  $Pr$  sayılarına sahip Newtonumsu akışkan ile kıyaslandığında, Bingham akışkanlarda  $AR$  boyut oranı artışı ile ısı difüzyon etkileri daha az oranda zayıfladığı için (eşitlikler (3.41b) ve (3.48-3.50) de görülebilir), maksimum ısı transfer oranının (maksimum  $\overline{Nu}$ ) elde edildiği boyut oranı  $AR_{max}$  değeri artan  $Bn$  sayısı ile artmaktadır (Şekil 3.16).

Eşitlik (3.47a) kullanılarak dikdörtgen kesitli kapalı ortamlarda Bingham akışkanların doğal taşınım probleminde, sınır tabaka rejimi içerisindeki ortalama  $\overline{Nu}$  Nusselt sayısı tahmin edilebilir:

$$q_f \sim h\Delta T \sim k \frac{\Delta T}{\delta_{th}} \quad \text{veya} \quad \overline{Nu} \sim \frac{hL}{k} \sim \frac{L}{\delta_{th}} \quad (3.54)$$

Eşitlik (3.47a) eşitlik (3.54)'de yerine yazılırsa  $\overline{Nu}$  Nusselt sayısı için aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\overline{Nu} \sim \text{Max} \left[ 1.0, \frac{Ra^{1/2}/Pr^{1/2}}{\left[ \frac{Bn}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{Bn^2 + 4\sqrt{AR} \left( \frac{Ra}{Pr} \right)^{1/2}} \right]} f_2(Pr, Bn) \right] \quad (3.55a)$$

Bu ifade, eşitlik (3.49) dikkate alınarak yeniden düzenlenirse:

$$\overline{Nu} \sim \text{Max} \left[ 1.0, \frac{\overline{Nu}_{Bn=0}}{\left[ \frac{Bn^*}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{Bn^{*2} + 4} \right]} f_3(Pr, Bn) \right] \quad (3.55b)$$

ifadesi elde edilir. Burada,  $f_3(Pr, Bn) = f_2(Pr, Bn) / f_1(Pr)$  ve  $\overline{Nu}_{Bn=0}$  ise aynı nominal  $Ra$  ve  $Pr$  değerlerine sahip Newtonumsu akışkanlar için (3.55a) eşitliğinde  $Bn = 0$  için elde edilen ortalama Nusselt sayısıdır. Kare kesitli kapalı ortamlar ( $AR=1$ ) için (3.55a) eşitliği  $\overline{Nu} \sim Ra^{0.25} f_2(Pr, 0) / Pr^{0.25}$  şeklini alır. Bu ifade ile (3.32) ve (3.33) eşitlikleriyle kare kesitli kapalı ortamlar için önerilen korelasyon fonksiyonları karşılaştırıldığında, Rayleigh sayısının üssü için küçük farklıklar olmasına rağmen,  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısının eğiliminin doğru bir şekilde yakalandığı görülür.

Ayrıca, Gill (1966) tarafından Newtonumsu akışkanlar ile dolu yüksek  $AR$  değerlerine sahip dikdörtgen kesitli kapalı ortamlar için, asimptotik yaklaşım kullanılarak elde edilen  $\overline{Nu} = 0.364 [Ra / (PrAR)]^{1/4}$  ifadesi önerilmiştir. Görüldüğü gibi, Gill (1966) tarafından önerilen bu ifade ile skala analizi sonucu belirlenen (3.55a) eşitliğinde  $Bn = 0$  için elde edilen  $\overline{Nu} \sim [Ra / (PrAR)]^{1/4}$  ifadesi arasında dikkat çekici bir uyum söz konusudur.

Daha öncede belirtildiği gibi, paralel-akış rejiminde ( $Ra AR^3 \rightarrow 0$ ), kapalı ortam öz bölgesindeki düşey hız bileşeni ortadan kaybolur ve akışkan hareketi daha çok yatay yönde gerçekleşir. Aynı zamanda yatay yöndeki sıcaklık gradyanı  $K = \partial T / \partial x_1 \sim \Delta T / L$  sabit kalır. Şunu belirtmek gerekir ki, çok küçük  $AR$  değerleri için ihmal edilemez büyüklükteki (çok küçük olmayan)  $Ra$  sayısı değerlerinde dahi paralel akış rejimi meydana gelebilir. Bu nedenle,  $Ra AR^3 \rightarrow 0$  durumu, her zaman taşınımsal etkilerin zayıf olacağı ihtimalini işaret etmez. Bu konu, Bejan ve Tien (1978) tarafından detaylı bir şekilde tartışılmıştır. Cormack vd.'nin (1974a) çalışmasında, paralel akış rejimi için kapalı ortam öz bölgesinde kaldırma kuvveti kaynaklı vortisite üretimi/yutulma (generation/destruction) ile vortisite moleküler difüzyonu arasında, aşağıda ifade edildiği gibi, bir dengenin varlığından söz etmektedirler:

$$\rho g \beta K \sim -\frac{\partial^2 \tau_{12}}{\partial x_2^2}$$

$$\rho g \beta \frac{\Delta T}{L} \sim \frac{\partial}{\partial x_2^2} \left[ \mu \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \tau_y \right] \quad (3.56a)$$

$$\rho g \beta \frac{\Delta T}{L} \sim \frac{\mu u_c}{F^3 H^3} + \frac{\tau_y}{FH}$$

Bu ifade yardımı ile öz bölgesindeki yatay hız bileşeni skalası için:

$$u_c \sim F^3 (\rho g \beta K H^3 / \mu) - F (\tau_y H / \mu) \quad (3.56b)$$

$$u_c \sim F^3 Ra AR^3 (\alpha / L) [1 - F^{-2} Bn (Pr / Ra)^{1/2} / AR^2]$$

ifadesi elde edilir. Bu ifadede yer alan yatay duvarlar üzerindeki hidrodinamik sınır tabaka kalınlığı  $\delta \sim FH$  şeklinde skala edilmiştir ( $0 < F < 1$ ). Enerji denklemindeki taşınım ve difüzyon terimleri arasındaki denge dikkate alınarak:

$$\rho c_p u_1 \frac{\partial T}{\partial x_1} \sim k \frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} \quad (3.57a)$$

$$\rho c_p u_c \frac{\Delta T}{L} \sim k \frac{\Delta T_1}{F^2 H^2} f_4(Pr, Bn)^2$$

buradan;

$$u_c K \sim \frac{k}{L^2} \Delta T F^3 Ra AR^3 [1 - F^{-2} Bn^{**}] \sim \frac{k f_4(Pr, Bn)^2}{F^2 H^2} \Delta T_1 \quad (3.57b)$$

$$\Delta T_1 \sim Ra F^5 AR^5 \Delta T [1 - F^{-2} Bn^{**}] / f_4(Pr, Bn)^2$$

ifadesi elde edilir. Bu ifadede,  $\Delta T_1$  yatay adyabatik duvarlar arasındaki karakteristik sıcaklık farkıdır ve yatay duvarlar bitişiğindeki ısı sınırlama tabaka kalınlığı  $\delta_{th} \sim FH / f_4(Bn, Pr)$  şeklinde skala edilmiştir. (3.57b) eşitliğinde yer alan  $Bn^{**}$  ifadesi aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$Bn^{**} = \frac{Bn}{(Ra / Pr)^{1/2} AR^2} \quad (3.57c)$$

Newtonumsu akışkanlar ( $Bn = 0$ ) için, dikey yöndeki sıcaklık farkı  $\Delta T_1$  skalası, Cormack vd.'nin (1974a) analitik sonuçları ( $\Delta T_1 = Ra AR^5 (T_H - T_C) / 720$ ) ile uyumlu olarak,  $\Delta T_1 \sim Ra F^5 AR^5 \Delta T / f_4(Pr)$  şeklini alır. (3.56b) ve (3.57b) eşitlikleri kullanılarak akış alanı ortasındaki  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı tahmin edilebilir:

$$\overline{Nu} = \overline{Nu}_1 + \overline{Nu}_2 \quad (3.58a)$$

$\overline{Nu}_1$  ve  $\overline{Nu}_2$  ise:

$$\overline{Nu}_1 = \frac{L}{Hk\Delta T} \int_0^H \rho c_p u_1 T dx_2 \quad (3.58b)$$

$$\overline{Nu}_2 = -\frac{L}{Hk\Delta T} \int_0^H k \frac{\partial T}{\partial x_1} dx_2$$

şeklinde tanımlanmıştır. Eşitlikler (3.56b) ve (3.57b) kullanılarak  $\overline{Nu}_1$  aşağıdaki gibi skala edilebilir:

$$\overline{Nu}_1 = \frac{L}{Hk\Delta T} \int_0^H \rho c_p u_1 T dx_2 \sim \frac{L \rho c_p u_c \Delta T_1 H}{Hk\Delta T} \sim Ra^2 F^8 AR^8 [1 - F^{-2} Bn^{**}]^2 / f_4(Bn, Pr)^2 \quad (3.59a)$$

$\overline{Nu}_2$  ise:

$$\overline{Nu}_2 = -\frac{L}{Hk\Delta T} \int_0^H k \frac{\partial T}{\partial x_1} dx_2 = \frac{H\Delta TLk}{H\Delta TLk} = 1 \quad (3.59b)$$

olarak skala edilir. Böylelikle, paralel akış rejimi ( $Ra AR^3 \rightarrow 0$ ) içerisinde ortalama Nusselt sayısı  $\overline{Nu}$  aşağıdaki gibi verilebilir:

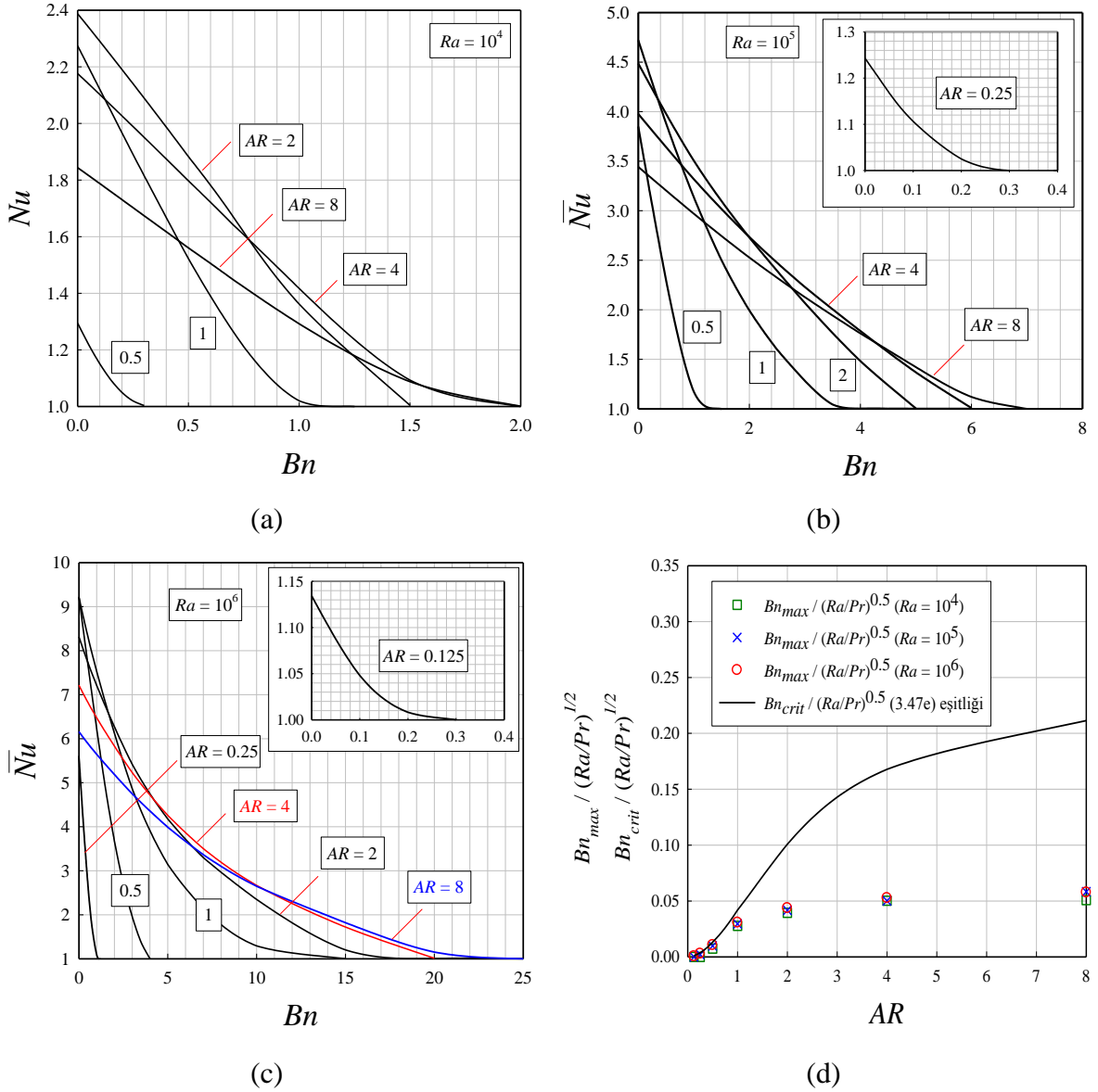
$$\overline{Nu} = 1 + aRa^2 F^8 AR^8 (1 - F^{-2} Bn^{**})^2 / f_4(Bn, Pr)^2 \quad (3.60a)$$

Burada,  $a$  uygun bir sabittir. (3.60a) ifadesi, Newtonumsu akışkanlarda ( $Bn = 0$ )  $Ra AR^3 \rightarrow 0$  limit durumu için Cormack *vd.*'nin (1974a) asimptotik yaklaşım sonucu elde etmiş oldukları  $\overline{Nu} = 1 + Ra^2 AR^8 / 362880$  ifadesi ile çok büyük benzerlikler göstermektedir. Bu uyum göz önüne alınarak,  $a = 1$  ve  $f_4 \approx 1.0$  için  $F \sim 1/5$  olduğu öngörülebilir. Newtonumsu akışkan durumu için belirlenen  $\overline{Nu}$  skalası kullanılarak (3.60a) eşitliği aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir:

$$(\overline{Nu})_{Bn=0} > 1 \quad \text{için} \quad \frac{\overline{Nu} - 1}{(\overline{Nu})_{Bn=0} - 1} \sim (1 - F^{-2} Bn^{**})^2 \frac{f_4(Pr)^2}{f_4(Bn, Pr)^2} \quad (3.60b)$$

$$(\overline{Nu})_{Bn=0} = 1 \quad \text{için} \quad \overline{Nu} = 1 \quad (3.60c)$$

(3.60) ve (3.55) eşitlikleri,  $\overline{Nu}$  sayısının  $Ra$ ,  $Pr$  ve  $Bn$  sayılarının değişimlerine karşılık nasıl bir davranış göstereceğine yönelik önemli bilgiler vermektedir. Buna göre, sabit bir  $Ra$  sayısı değeri için, artan  $Bn$  sayıları ile  $\overline{Nu}$  sayısının azalması beklenirken,  $\overline{Nu}$  sayısının, verilen bir  $Bn$  sayısı değeri için, artan  $Ra$  sayıları ile artması beklenir.



Şekil 3.19. Farklı  $AR$  boyut oranı değerleri ve  $Pr = 7$  için  $\overline{Nu} - Bn$  değişimi: (a)  $Ra = 10^4$ , (b)  $Ra = 10^5$  ve (c)  $Ra = 10^6$ . (d)  $Ra = 10^4, 10^5$  ve  $10^6$  için  $Bn_{max} / (Ra/Pr)^{0.5} - AR$  değişimi. Eşitlik (3.47e) göre  $Ra = 10^4$  için  $Bn_{crit} / (Ra/Pr)^{0.5} - AR$ .

Şekil 3.19a-c de farklı  $AR$  değerleri için  $\overline{Nu}$  sayısının  $Bn$  sayısıyla değişimi sırasıyla  $Ra = 10^4, 10^5$  ve  $10^6$  değerleri için verilmiştir. Görüldüğü gibi,  $\overline{Nu}$  sayısı değerleri, bütün  $AR$  değerleri için, artan  $Bn$  sayısı ile azalmaktadır. Daha önce Eşitlik (3.53) ile verilen efektif  $Gr_{eff}$  Grashof sayısı için yapılan tartışmalarda vurgulandığı gibi, artan  $Bn$  sayısı ile birlikte, kaldırma kuvveti etkilerine göre, sürtünme etkileri giderek güçlenmektedir. Bingham sayısı bir eşik değere ( $Bn = Bn_{max}$ ) ulaştığında ise akış alanında daha da güçlenen sürtünme etkileri sonucunda akışkan hareketi çok çok yavaşlamaktadır. Bu nedenle,

$Bn < Bn_{max}$  için akış alanında taşınımsal etkilerden söz etmek mümkündür ve bu durumda ortalama Nusselt sayısı birden büyük değerler ( $\overline{Nu} > 1$ ) alır. Buna karşın  $Bn \geq Bn_{max}$  durumunda ise ısı transferi tamamen iletim yoluyla gerçekleşir ve bu durum  $\overline{Nu} = 1$  olarak sonuçlara yansır.

Ayrıca Şekil 3-19a-c karşılaştırıldığında verilen bir  $Pr$ ,  $Bn$  ve  $AR$  değerleri için, daha yüksek  $Ra$  sayılarında, ortalama Nusselt sayısının daha yüksek değerler aldığı göze çarpmaktadır. Artan  $Ra$  sayısı ile birlikte taşınım etkileri daha güçlü hale gelmektedir. Bu durum ise gerek Newtonumsu gerekse Bingham akışkan durumlarında verilen bir  $AR$  değeri için  $\overline{Nu}$  sayısının, Eşitlik (3.55a) ile verilen skala tahmini ile uyumlu olarak, artan  $Ra$  sayısı ile daha yüksek değerler almasına neden olmaktadır.

Artan  $Ra$  sayısı ile birlikte taşınım etkilerinin güçlenmesi sonucu, kaldırma kuvveti etkileri daha yüksek Bingham sayılarına kadar sürtünme etkilerine karşılık verebilir. Bu durumu,  $Ra$  sayısının artışı ile  $Bn_{max}$  değerlerinde meydana gelen artış olarak Şekil 3.19a-c de gözlemlemek mümkündür. Bu gözlemi sayısal analizler sonucunda farklı  $AR$  değerleri ve  $Ra$  sayıları için elde edilen  $Bn_{max}$  değerlerinin sunulduğu Tablo 3.3 den de yapmak mümkündür.

Tablo 3.3. Farklı  $AR$  boyut oranları için  $Pr = 7$  ve  $Ra = 10^4 - 10^6$  aralığında elde edilen  $Bn_{max}$  değerleri.

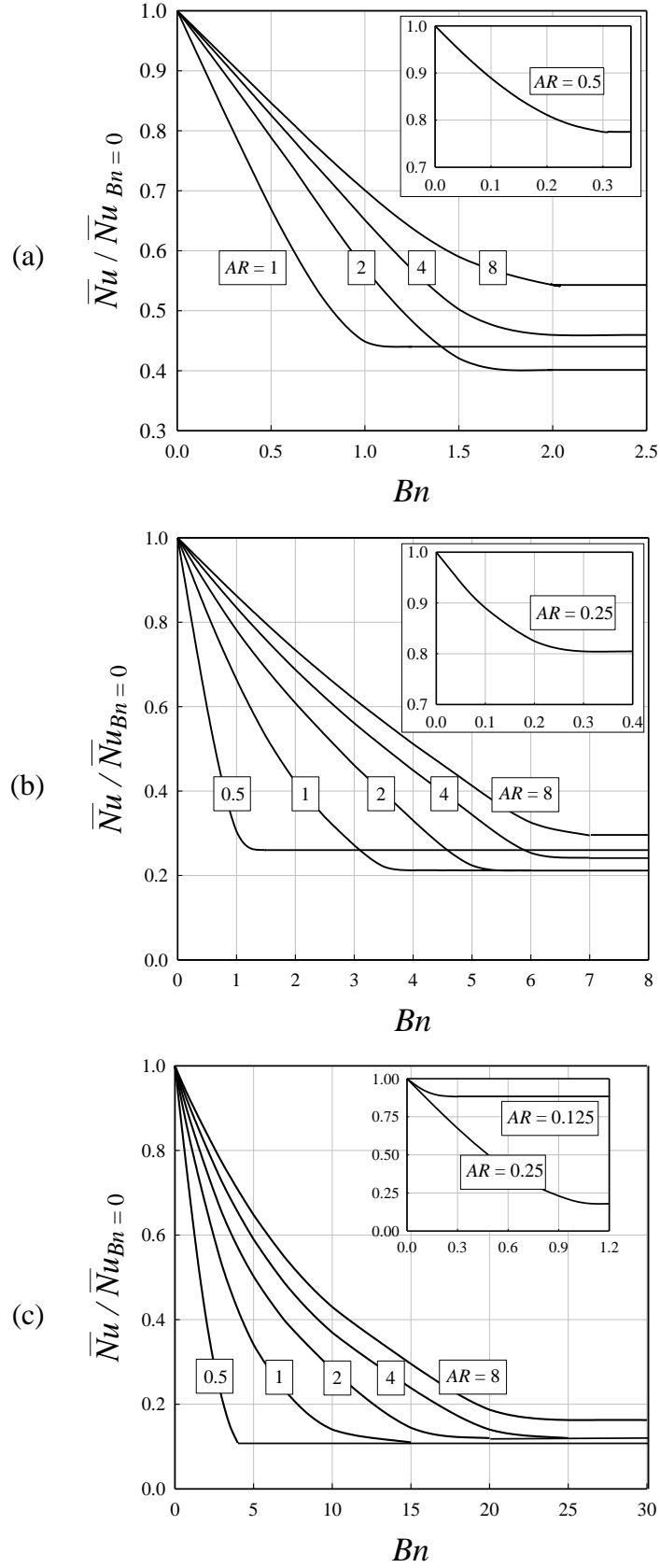
$AR$	$Ra = 10^4$	$Ra = 10^5$	$Ra = 10^6$
0.125	-	-	0.19
0.25	-	0.26	1.10
0.5	0.28	1.18	3.99
1.0	1.05	3.53	11.60
2	1.49	4.99	16.50
4	1.90	6.00	19.90
8	1.92	6.97	21.80

Şekil 3.19d de,  $Ra = 10^4, 10^5$  ve  $10^6$  için  $Bn_{max} / \sqrt{Ra/Pr}$  ifadesinin  $AR$  ile değişimi verilmiştir. Buradan,  $Bn_{max}$  değerlerinin, dikkate alınan bütün  $Ra$  sayıları için, artan  $AR$  değerleri ile azalmakta olduğu görülmektedir. Bununla birlikte, farklı  $Ra$  sayıları için elde edilen  $Bn_{max} / \sqrt{Ra/Pr} - AR$  değişimlerinin birbirlerine yakın olduğu ancak tam olarak birbirlerinin üzerine düşmediği görülmektedir. Şunu da belirtmekte fayda vardır ki, eşitlik (3.47b)  $Bn_{max}$  için sadece bir skala tahmini sağlar, yani yalnızca  $Bn_{max}$  sayısının  $Ra$ ,  $Pr$  sayılarından ve  $AR$  boyut oranından nasıl etkilendiği noktasında bilgiler sunmaktadır. Ancak bu ifade  $Bn_{max} / \sqrt{Ra/Pr} - AR$  değişimini tahmin etmek için yeterli değildir. Buna rağmen, farklı  $Ra$  sayıları için elde edilen  $Bn_{max} / \sqrt{Ra/Pr} - AR$  değişimlerinin birbirleri üzerine tam olarak düşmemesi (aynı veya çok yakın olmaması) Eşitlik (3.47b) de yer alan  $f_2(Bn_{max}, Pr)$  teriminden dolayı beklenen bir davranıştır.

Ayrıca, eşitlik (3.47e) ile ifade edilen  $Bn_{crit} / \sqrt{Ra/Pr}$  ile  $AR$  değişimi de Şekil 3.19d de görülmektedir. Bütün  $Ra$  sayısı durumları için  $Bn_{crit}$  değerleri  $Bn_{max}$  değerlerinden, daha öncede vurgulandığı gibi, daha büyük olduğu ve aralarındaki farkın, (3.47c) ve (3.47d) eşitliklerinden beklendiği gibi, artan  $AR$  değerleri ile artmakta olduğu görülmektedir (Şekil 3.19d).

Şunu da not etmek gerekir ki, Şekil 3.19a-c de  $\overline{Nu} - Bn$  değişimine  $AR$  açısından bakıldığında monoton bir davranış gözlenmemektedir. Aslında, bu davranış Newtonumsu akışkan ( $Bn=0$ ) durumlarındaki monoton olmayan  $\overline{Nu} - AR$  ilişkisinden kaynaklanmaktadır. Bu durumu farklı  $AR$  değerleri için  $\overline{Nu} / \overline{Nu}_{Bn=0} - Bn$  değişimlerinin verildiği Şekil 3.20a-c den görmek mümkündür. Şekil 3.20a-c göstermektedir ki,  $Bn_{max}$  için  $\overline{Nu} / \overline{Nu}_{Bn=0}$  değeri tam iletimsel ısı transferine ( $\overline{Nu} = 1.0$ ) karşılık gelen asimptotik bir değer ( $1 / \overline{Nu}_{Bn=0}$ ) almaktadır. Yine Şekil 3.20a-c den  $Bn_{max}$  değerinin artan  $AR$  değerleri ile birlikte artmakta olduğu görülmektedir. Daha önce (3.41) ve (3.53) eşitlikleri ile ilgili yapılan tartışmalarda da vurgulandığı gibi, taşınım ve kaldırma kuvveti etkileri azalan (artan) boyut oranı  $AR$  değerleri ile zayıflar (güçlenir) ve bu durum ise sürtünme etkilerinin daha küçük (büyük) bir Bingham sayısı değerinde kaldırma kuvveti etkileri üzerinde hakimiyet kurmasına ve akış alanında sürtünme kuvvetlerin sürücü kuvvet olmasına neden olur.

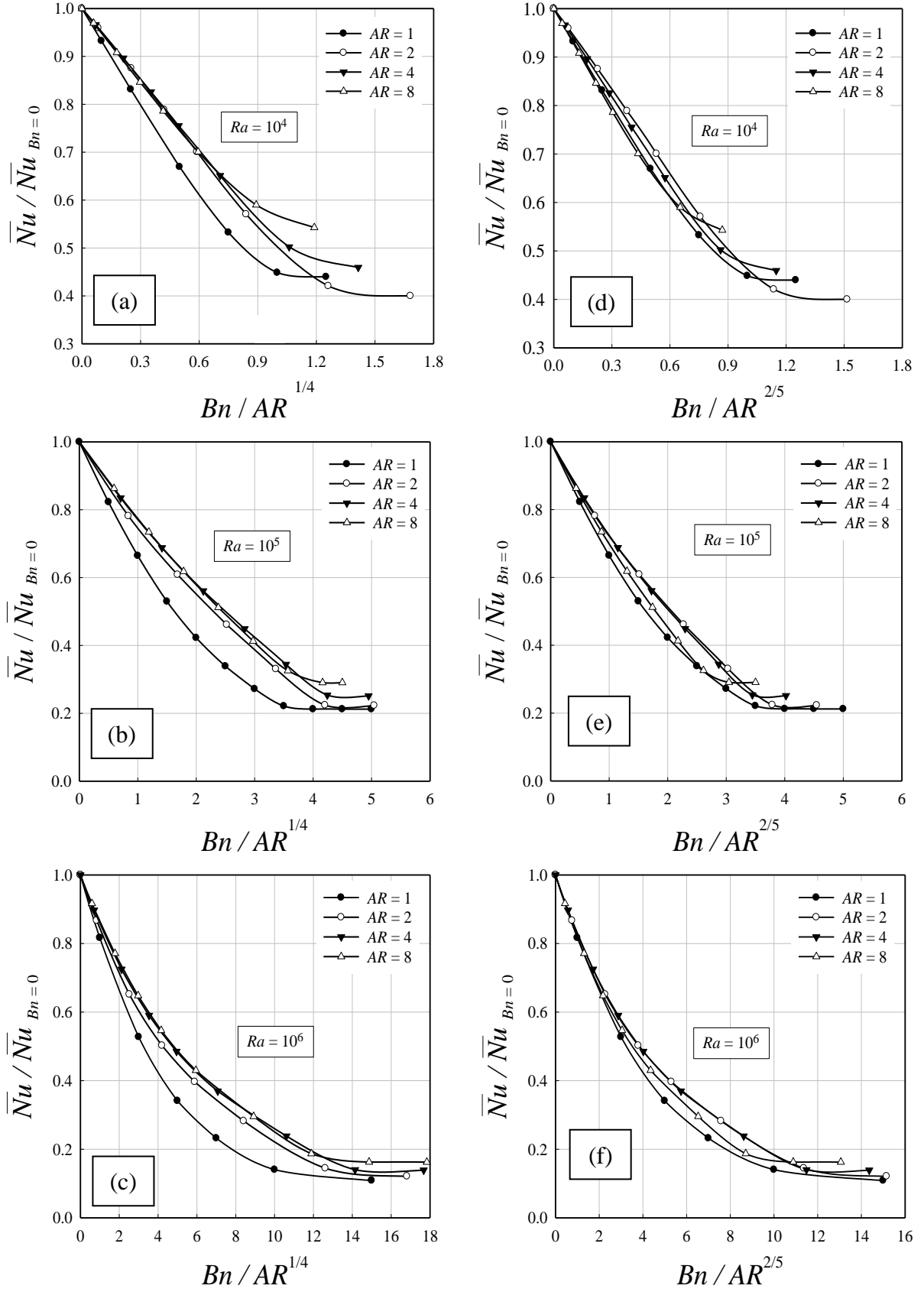




Şekil 3.20. Farklı  $AR$  değerleri için,  $Pr = 7$ 'de,  $\bar{Nu} / \bar{Nu}_{Bn=0} - Bn$  değişimleri: (a)  $Ra = 10^4$ , (b)  $Ra = 10^5$  ve (c)  $Ra = 10^6$ .

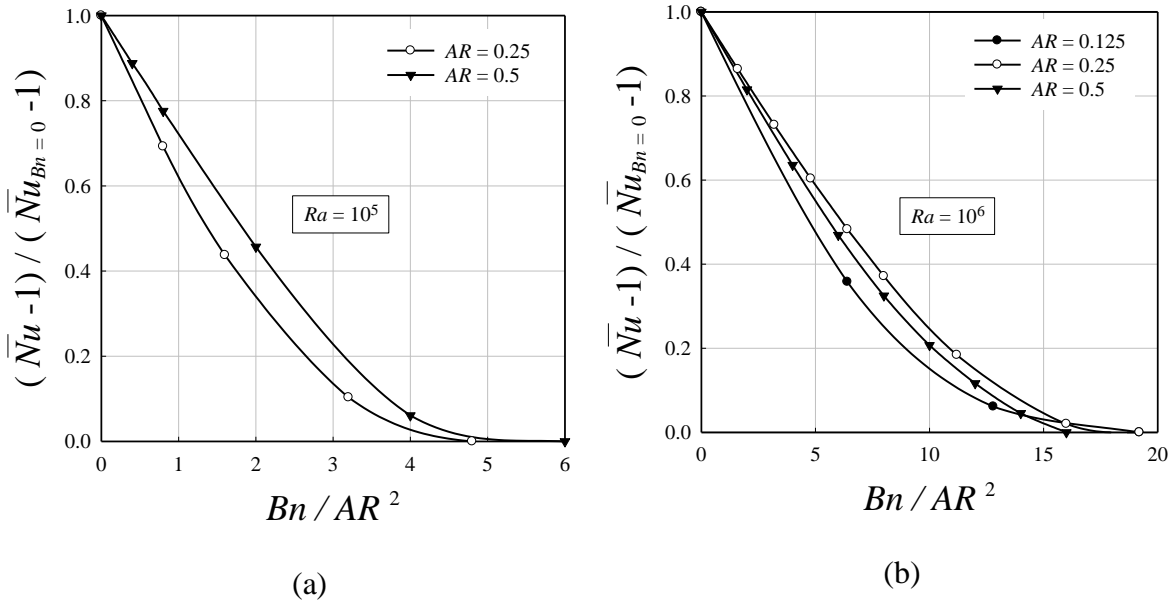
Eşitlik (3.55b) incelendiğinde,  $f_3(Pr, Bn)$  etkilerinin yeterince küçük olduğu durumlar için, sınır tabaka rejimi içerisinde,  $\overline{Nu} / \overline{Nu}_{Bn=0}$  değerlerinin  $Bn^*$  ile benzer bir davranış göstermesi beklenir. Diğer taraftan, eşitlik (3.60b) ise paralel akış rejiminde ( $Ra AR^3 \rightarrow 0$  limit durumunda),  $f_4(Pr, Bn)$  etkilerinin yeterince küçük olduğu durumlar için,  $(\overline{Nu} - 1) / (\overline{Nu}_{Bn=0} - 1)$  değerlerinin  $Bn^{**}$  ile benzer bir davranış göstermesi beklendiğini ortaya koyar.

Şekil 3.21a-c de,  $AR \geq 1$  boyut oranı durumları ve  $Ra = 10^4, 10^5$  ve  $10^6$  değerleri için  $\overline{Nu} / \overline{Nu}_{Bn=0} - Bn / AR^{1/4}$  değişimi verilmiştir. Görüldüğü gibi, dikkate alınan bütün  $Ra$  sayısı değerlerinde  $AR > 1$  için  $\overline{Nu} / \overline{Nu}_{Bn=0} - Bn / AR^{1/4}$  değişimleri birbirlerine oldukça yakın kalmakta ve makul bir benzerlik göstermektedirler. Ancak,  $AR = 1.0$  durumu için  $\overline{Nu} / \overline{Nu}_{Bn=0} - Bn / AR^{1/4}$  değişiminin  $AR > 1$  durumlarında elde edilen bu davranıştan biraz farklılık sergilemekte olduğu da Şekil 3.21a-c de görülmektedir. Buna karşın, Şekil 3.21d-f de  $\overline{Nu} / \overline{Nu}_{Bn=0} - Bn / AR^{2/5}$  değişimlerinin  $AR \geq 1$  durumları için memnun edici bir yakınlık içerisinde olduğu görmek mümkündür. Esasen skala analizi sonucu elde edilen (3.49) ve (3.55b) eşitliklerinde,  $AR$  boyut oranı etkisi için yapılan tahmin kaba bir tahmindir. Bu nedenle  $AR$  üssü  $n_B$  için skala analizi belirlenen değer ( $n_B = 0.25$ ) ile sayısal sonuçların bize sunmuş olduğu değer ( $n_B = 0.4$ ) arasında küçük farklılıkların bulunması olası bir durumdur. Dahası, şunu da belirtmek gerekir ki, sınır tabaka rejim başlangıcı için eşitlik (3.29) ile verilen  $Ra > 4.4 \times 10^4 AR^{-14/3}$  kriteri geçiş rejimi ve sınır tabaka rejimi arasında kesin veya katı bir sınırı belirtmez. Bu çalışmada dikkate alınan  $Ra$  sayısı sınırları dahilindeki  $AR = 1$  durumlarının geçiş rejiminin bazı özelliklerini yansıtmaları da olası bir durumdur. Zira  $AR > 1$  durumları için sınır tabaka rejiminin meydana geldiği eşik  $Ra$  sayısı değeri  $AR = 1$  durumundan çok daha küçüktür. Bu durum,  $AR = 1$  için  $\overline{Nu} / \overline{Nu}_{Bn=0} - Bn / AR^{1/4}$  değişimlerinin  $AR > 1$  durumundan farklı bir davranış göstermesinin nedeni olabilir.



Şekil 3.21.  $AR \geq 1$  boyut oranı durumları ve  $Ra = 10^4, 10^5$  ve  $10^6$  değerleri için: (a)-(c)  $\overline{Nu} / \overline{Nu}_{Bn=0} - Bn / AR^{1/4}$  ve (d)-(f)  $\overline{Nu} / \overline{Nu}_{Bn=0} - Bn / AR^{2/5}$  ( $Pr = 7$ ).

Şekil 3.22a ve b, farklı  $AR < 1$  durumları için sırasıyla  $Ra = 10^5$  ve  $10^6$  değerleri için  $(\overline{Nu} - 1)/(\overline{Nu}_{Bn=0} - 1) - Bn / AR^2$  değişimlerini göstermektedir. Burada  $Ra = 10^4$  için,  $AR = 0.125$  ve  $0.25$  durumlarında ortalama Nusselt sayısı  $\overline{Nu} = 1$  olarak kaldığından ve  $AR = 0.5$  durumunda ortalama Nusselt sayısı çok küçük bir  $Bn$  sayısı değerinde asimptotik değere  $(\overline{Nu} = 1)$  ulaştığından,  $(\overline{Nu} - 1)/(\overline{Nu}_{Bn=0} - 1) - Bn / AR^2$  değişimleri gösterilmemiştir. Şekil 3.22a ve b den görüldüğü gibi, farklı  $AR < 1$  durumları için elde edilen  $(\overline{Nu} - 1)/(\overline{Nu}_{Bn=0} - 1) - Bn / AR^2$  değişimlerinin kabul edilebilir (makul) bir yakınlık sergilemektedir. Aslında farklı  $AR < 1$  durumları için  $(\overline{Nu} - 1)/(\overline{Nu}_{Bn=0} - 1) - Bn / AR^2$  değişimlerinin tam bir benzerlik göstermemesi sürpriz (beklenmedik) bir durum değildir. Çünkü, Eşitlikler (3.57c) ve (3.60b) sadece paralel akış rejimi için geçerli kabullere bağlı olarak elde edilmişlerdir ancak çalışmada dikkate alınan  $Ra$  sayısı sınırları içerisindeki bir çok  $AR < 1$  durumları geçiş rejim özelliklerini göstermektedir (Tablo 3.2).



Şekil 3.22.  $AR < 1$  boyut oranı durumları ve  $Ra = 10^5$  ve  $10^6$  değerleri için  $(\overline{Nu} - 1)/(\overline{Nu}_{Bn=0} - 1) - Bn / AR^2$  ( $Pr = 7$ ).

### 3.2.4. Korelasyon Fonksiyonları

Bölüm 3.1 de düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklarda tutulan kare kesitli kapalı bir ortam içerisinde Bingham akışkanların doğal taşınım problemi ele alınarak  $\overline{Nu}$  sayısı için sayısal analizlere ve skala analizine dayanılarak bir korelasyon fonksiyonu (eşitlik (3.19)) önerilmiştir. Bu korelasyon fonksiyonu dikkate alınarak sınır tabaka rejimi için (ki burada ele alınan  $Ra$  sayısı aralığında  $AR \geq 1$  durumlarına karşılık gelir)  $(\overline{Nu} - 1)/(\overline{Nu}_{Bn=0} - 1)$  ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\overline{Nu}_{Bn=0} > 1 \quad \text{için} \quad \frac{\overline{Nu} - 1}{\overline{Nu}_{Bn=0} - 1} = \frac{2(1 - Bn^* / Bn_{\max}^*)^b}{Bn^* + \sqrt{Bn^{*2} + 4}} \quad (3.61a)$$

$$\overline{Nu}_{Bn=0} = 1 \quad \text{için} \quad \overline{Nu} = 1 \quad (3.61b)$$

Bu ifadelerde yer alan  $b$  korelasyon parametresi ve  $Bn_{\max}^*$  şu şekilde tanımlanmıştır:

$$b = 0.42Ra^{0.13}Pr^{0.12} \quad (3.61c)$$

$$Bn_{\max}^* = CRa^{0.31}Pr^{-0.21}AR^{-0.25} \quad (3.61d)$$

Burada  $Bn_{\max}$ , kare kesitli kapalı ortamlar için daha önce önerilen,

$$Bn_{\max} = 0.019Ra^{0.56}Pr^{-0.46} \quad (3.61e)$$

ifadesiyle,  $C$  parametresi ise:

$$C = 0.019 + 0.010\text{erf}(2AR - 2) \quad (3.61f)$$

ifadesiyle tanımlanmıştır. (3.61e) eşitliğine göre  $Bn_{\max}$ , skala analizi sonucu elde edilen (3.47b) eşitliğinde yer alan  $Ra^{0.5} / Pr^{0.5}$  bağımlılığına oldukça yakın olarak,  $Ra^{0.56} / Pr^{0.46}$

ile orantılıdır. Şekil 3.23 de görüldüğü gibi,  $AR \geq 1$  durumları ve  $Ra = 10^4, 10^5$  ve  $10^6$  değerleri için eşitlikler (3.61a-f) kullanılarak  $(\overline{Nu} - 1)/(\overline{Nu}_{Bn=0} - 1)$  için yapılan tahminler ile sayısal sonuçlar arasında oldukça iyi bir uyum söz konusudur.

Bu çalışmada ayrıca, paralel-akış rejimi ( $Ra AR^3 \rightarrow 0$ ) içerisinde yer alan küçük boyut oranı değerlerine ( $AR < 1$ ) sahip dikdörtgen kesitli kapalı ortamlar için (3.60b ve c) Eşitliklerine dayanılarak  $(\overline{Nu} - 1)/(\overline{Nu}_{Bn=0} - 1)$  için aşağıdaki korelasyon fonksiyonu önerilmiştir:

$$\overline{Nu}_{Bn=0} > 1 \quad \text{için} \quad \frac{\overline{Nu} - 1}{\overline{Nu}_{Bn=0} - 1} = \left[ 1 - \left( \frac{1}{4.55} \right)^{-2} Bn^{**} \right]^2 \quad (3.62a)$$

$$\overline{Nu}_{Bn=0} = 1 \quad \text{için} \quad \overline{Nu} = 1 \quad (3.62b)$$

Eşitlikler (3.62 a ve b) kullanılarak paralel akış ve geçiş rejimlerini temsil eden  $AR < 1$  durumları ve  $Ra = 10^4, 10^5$  ve  $10^6$  değerleri için yapılan tahminler Şekil 3.24 de sunulmuştur. Görüldüğü gibi korelasyon fonksiyonu tahminleri ile sayısal sonuçlar arasında memnun edici bir uyum mevcuttur.

Bingham akışkanlar ile dolu düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklara sahip dikdörtgen kesitli kapalı ortamlar içerisindeki doğal taşınım problemi için (3.61) ve (3.62) eşitlikleri ile verilen korelasyon fonksiyonları bütün taşınım rejimlerini kapsayacak şekilde aşağıdaki gibi tek bir korelasyon fonksiyonu olarak birleştirilebilir:

$\overline{Nu}_{Bn=0} > 1$  için:

$$\frac{\overline{Nu} - 1}{\overline{Nu}_{Bn=0} - 1} = \left[ 1 - \left( \frac{1}{4.55} \right)^{-2} Bn^{**} \right]^2 \exp(-m AR^{n_1}) + \frac{2(1 - Bn^* / Bn_{\max}^*)^b}{Bn^* + \sqrt{Bn^{*2} + 4}} (1 - \exp(-m AR^{n_1})) \quad (3.63a)$$

ve  $\overline{Nu}_{Bn=0} = 1$  için :

$$\overline{Nu} = 1 \quad (3.63b)$$

Burada  $m = 4$  ve  $n_1 = 8$  olarak alınabilir. Eşitlik (3.63) ile verilen birleştirilmiş korelasyon fonksiyonunun  $AR \geq 1$  ve  $AR < 1$  durumlarında  $(\overline{Nu} - 1)/(\overline{Nu}_{Bn=0} - 1)$  değerleri için ayrı korelasyon fonksiyonları (Eşitlikler (3.61) ve (3.62)) ile tamamen aynı sonuçlar verdiğini Şekil 3.23 ve 3.24 den görmek mümkündür. Eşitlik (3.63a) da Newtonumsu akışkan durumlarını temsil eden ortalama Nusselt sayısı  $\overline{Nu}_{Bn=0}$  ifadesi için:

$$AR < 1 \quad \text{için} \quad (3.31) \text{ eşitliği}$$

$$AR = 1 \quad \text{için} \quad (3.32) \text{ eşitliği}$$

$$AR > 1 \quad \text{için} \quad (3.35) \text{ eşitliği}$$

kullanılabilir. (3.63) Eşitliği ile verilen korelasyon fonksiyonu  $m$  ve  $n_1$  olmak üzere iki farklı bağımsız parametre içermektedir. Bu iki bağımsız parametre yerine tek bir bağımsız parametre  $n_2 = -0.02$  kullanılarak (3.63) eşitliği aşağıdaki gibi daha sade formda yeniden düzenlenebilir.

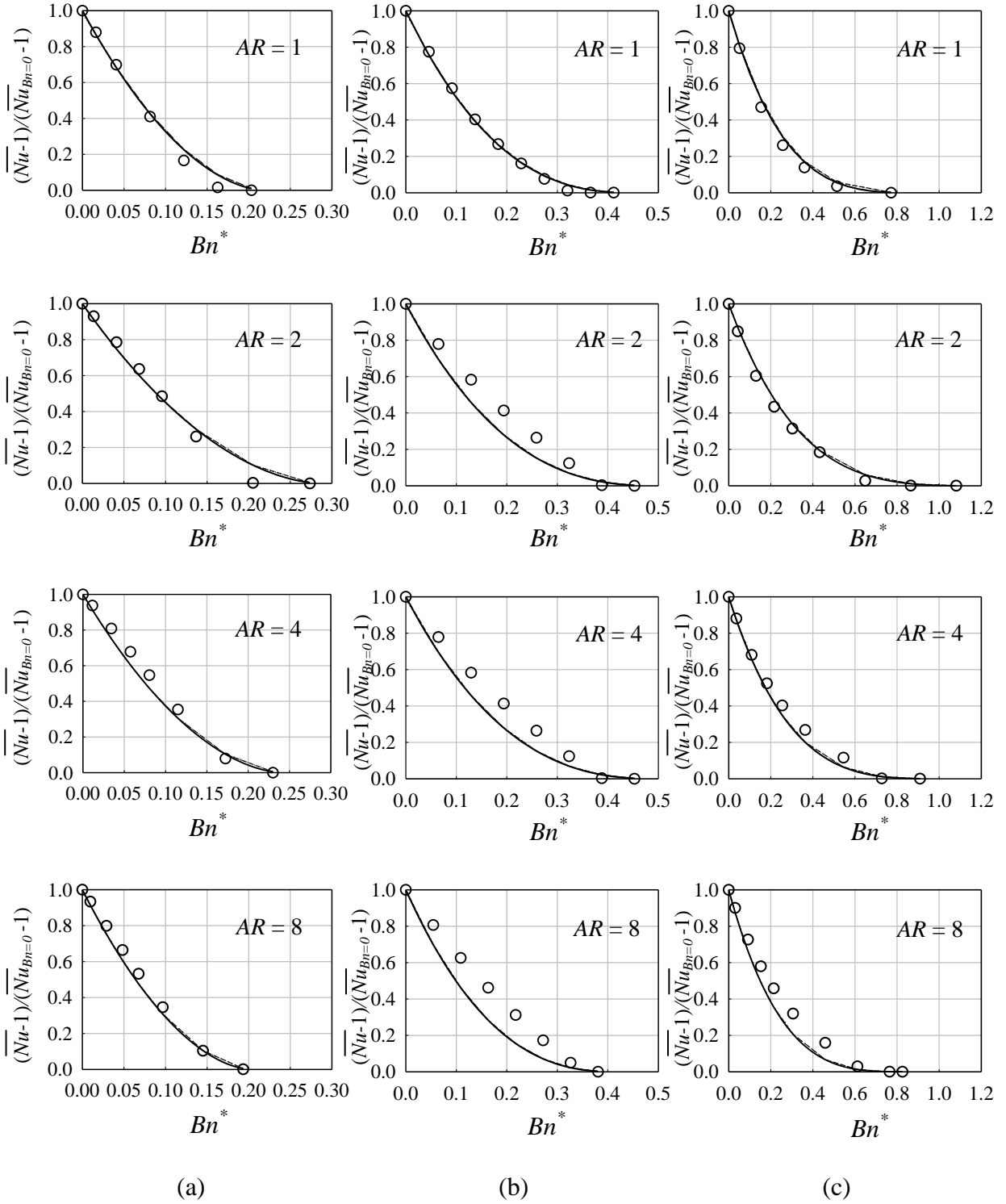
$\overline{Nu}_{Bn=0} > 1$  için:

$$\frac{\overline{Nu} - 1}{\overline{Nu}_{Bn=0} - 1} = \left[ \left[ 1 - \left( \frac{1}{4.55} \right)^{-2} Bn^{**} \right]^{2/n_2} + \left[ \frac{2(1 - Bn^* / Bn_{\max}^*)^b}{Bn^* + \sqrt{Bn^{*2} + 4}} \right]^{1/n_2} \right]^{n_2} \quad (3.64a)$$

ve  $\overline{Nu}_{Bn=0} = 1$  için:

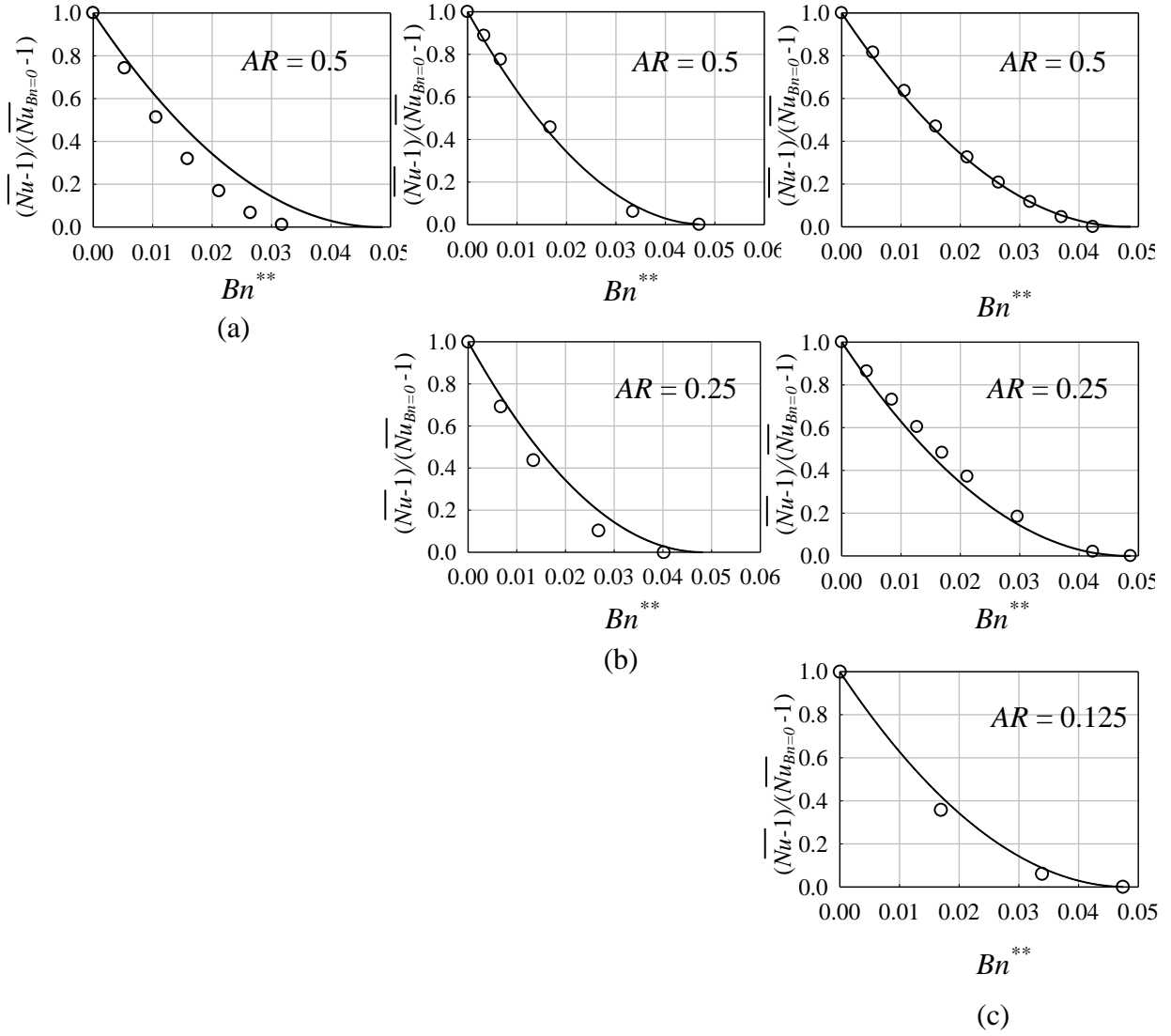
$$\overline{Nu} = 1 \quad (3.64b)$$

Yine Şekiller 3.23 ve 3.24 den bu ifadenin de yukarıda bahsi geçen ifadelerle oldukça uyumlu olduğu görmek mümkündür.



Şekil 3.23.  $AR \geq 1$  durumunda  $Pr = 7$  için, (3.61) (—), (3.63) (- - -) ve (3.64) (.....) eşitlikleriyle verilen korelasyon fonksiyonu tahminleri ile sayısal sonuçların (o) karşılaştırması: (a)  $Ra = 10^4$ , (b)  $Ra = 10^5$  ve (c)  $Ra = 10^6$ .





Şekil 3.24.  $AR < 1$  durumunda  $Pr = 7$  için, (3.62) (—), (3.63) (- - -) ve (3.64) (.....) eşitlikleriyle verilen korelasyon fonksiyonu tahminleri ile sayısal sonuçların (○) karşılaştırması: (a)  $Ra = 10^4$ , (b)  $Ra = 10^5$  ve (c)  $Ra = 10^6$ .

### 3.3. Problem 3: Power-Law Akışkan ile Dolu Kare Kesitli Kapalı Bir Ortam İçerisinde Laminer Doğal Taşınım

Bu bölümde, komşu düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklarda tutulan içerisi tamamen Power-law akışkan (Ostwald-De Waele akışkan) ile dolu kare kesitli kapalı bir ortamda iki boyutlu sürekli rejimde laminer doğal taşınım problemi incelenmiştir (Şekil 2.1). Power-law akışkanlar için akışkan davranış indeksi  $n = 0.6 - 1.8$ , Rayleigh sayısı  $Ra = 10^3 - 10^6$  ve Prandtl sayısı  $Pr = 10 - 10^5$  aralığında parametrik bir çalışma yürütülmüştür. Ayrıca, detaylı bir şekilde gerçekleştirilen skala analizi kılavuzluğunda, sayısal analizlerden elde edilen veriler kullanılarak ortalama Nusselt sayısı  $\overline{Nu}$  için, geniş bir akışkan davranış indeksi  $n$ ,  $Ra$  sayısı ve  $Pr$  sayısı aralığında, yeni bir korelasyon fonksiyonu geliştirilmiştir.

#### 3.3.1. Skala Analizi

Power-law akışkanların doğal taşınım olayında Rayleigh sayısının, Prandtl sayısının ve akışkan davranış indeksinin, ısı transferinin en önemli göstergesi olan, Nusselt sayısı üzerindeki bağıl etkilerini öngörmek amacıyla detaylı bir skala analizi gerçekleştirilecektir. Duvar ısı akısı skalası için:

$$q \sim k \frac{\Delta T}{\delta_{th}} \sim h \Delta T \quad , \quad (3.65)$$

ifadesi dikkate alınırsa Nusselt sayısı için:

$$Nu \sim \frac{h.L}{k} \sim \frac{L}{\delta_{th}} \quad \text{or} \quad Nu \sim \frac{L}{\delta} f_2(Ra, Pr, n) \quad , \quad (3.66)$$

eşitliği ortaya çıkar. Burada, ısı sınırlama tabaka kalınlığı  $\delta_{th}$  ile hidrodinamik sınır tabaka kalınlığı  $\delta$  arasında  $\delta / \delta_{th} \sim f_2(Ra, Pr, n)$  ilişki söz konusudur.  $f_2(Ra, Pr, n)$  Rayleigh sayısı, Prandtl sayısı ve akışkan davranış indeksinin bir fonksiyonu olup artan Prandtl sayısı ile artması beklenir. Hidrodinamik sınır tabaka kalınlığını ( $\delta$ ) tahmin etmek için, düşey yöndeki ( $x_2$  yönünde) atalet kuvvetleri ve sürtünme kuvvetleri arasındaki denge dikkate alınırsa:

$$\rho \frac{g^2}{L} \sim \frac{\tau}{\delta} \quad (3.67)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifadede yer alan,  $g$  karakteristik hız skalasıdır. Power-law akışkanlar için kayma gerilmesi skalası  $\tau \sim K(g/\delta)^n$  olarak tanımlanabilir. Bu ifade (3.67) Eşitliğinde yerine yazılırsa:

$$\rho \frac{g^2}{L} \sim K \frac{g^n}{\delta^{n+1}} . \quad (3.68)$$

ifadesi elde edilir. Eşitlik (3.68) kullanılarak hidrodinamik sınır tabaka kalınlığını şu şekilde tanımlamak mümkündür:

$$\delta \sim \left( \frac{KLg^{n-2}}{\rho} \right)^{\frac{1}{n+1}} . \quad (3.69)$$

Karakteristik hız skalasını tahmin etmek üzere, doğal taşınımdaki sürücü kuvvet olan kaldırma kuvveti ile atalet kuvveti arasındaki denge dikkate alınır:

$$\frac{g^2}{L} \sim g\beta\Delta T . \quad (3.70)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifade düzenlenirse karakteristik hız skalası için:

$$g \sim \sqrt{g\beta\Delta TL} \quad (3.71)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifade (3.69) Eşitliğinde yerine yazılırsa, hidrodinamik sınır tabaka kalınlığı  $\delta$  için:

$$\delta \sim \left[ \frac{KL(g\beta\Delta TL)^{n/2-1}}{\rho} \right]^{\frac{1}{n+1}} \sim \frac{L}{(Ra^{2-n} Pr^{-n})^{\frac{1}{2(n+1)}}} , \quad (3.72)$$

ifadesi elde edilir. Burada  $Ra$  and  $Pr$  sayıları için sırayla (2.21) ve (2.23) eşitlikleri geçerlidir. Eşitlik (3.72) yardımı ile ısı sınır tabaka kalınlığı  $\delta_{th}$  için aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\delta_{th} \sim \min \left[ L, \frac{1}{f_2(Ra, Pr, n)} \left( \frac{KL(g\beta\Delta TL)^{n/2-1}}{\rho} \right)^{\frac{1}{n+1}} \right] \sim \min \left[ L, \frac{1}{f_2(Ra, Pr, n)} \frac{L}{(Ra^{2-n} Pr^{-n})^{\frac{1}{2(n+1)}}} \right]. \quad (3.73)$$

Bu eşitlik, çok yüksek  $n$  değerlerine sahip power-law akışkan durumlarında  $\delta_{th}$  ısı sınır tabaka kalınlığının  $L$  kapalı ortam uzunluğu mertebesinde olduğunu işaret etmektedir. Aynı zamanda (3.72) ve (3.73) eşitlikleri,  $Ra$  ve  $Pr$  sayıları sabit tutulduğunda, azalan  $n$  değerleri ile birlikte ısı sınır tabaka ve hidrodinamik sınır tabaka kalınlıklarının ( $\delta_{th}$  ve  $\delta$ ) azalmakta olduğunu göstermektedir. Ayrıca, (3.73) eşitliği, artan  $Ra$  sayısı ile  $\delta_{th}$  ısı sınır tabaka kalınlığının azaldığını ve buna bağlı olarak duvardaki ısı akısının arttığını (3.65 eşitliği) göstermektedir. Eşitlik (3.73) eşitlik (3.66) da yerine yazılırsa, Nusselt sayısı  $Nu$  için aşağıdaki ifade elde edilir:

$$Nu \sim \max \left[ 1.0, (Ra^{2-n} Pr^{-n})^{\frac{1}{2(n+1)}} f_2(Ra, Pr, n) \right] \quad (3.74)$$

$\delta_{th}$  Isıl sınır tabaka kalınlığı ( $\delta_{th} \sim L$ ) kapalı ortam uzunluğuna yaklaştığında  $Nu \sim 1$  değerini alır. (3.74) eşitliği bizlere, Power - law akışkanların doğal taşınım olayında  $Nu$  sayısının,  $Ra$  ve  $Pr$  sayılarının ve  $n$  akışkan davranış indeksinin değişimlerinden nasıl etkilendiği hususunda önemli ipuçları vermektedir. Buna göre,  $n < 2$  durumunda, sabit bir  $Ra$  sayısı ve  $Pr$  sayısı değeri için Nusselt sayısının artan  $n$  akışkan davranış indeksi değerleri ile birlikte azalması beklenir. Buna karşın, sabit bir  $n$  ve  $Pr$  sayısı değeri için ise, Nusselt sayısının artan  $Ra$  sayısı değerleri ile artması beklenir. Ayrıca şunu da belirtmekte yarar var ki, Eşitlik (3.74)  $n = 1$  için daha önce Newtonumsu akışkan durumu için elde edilen  $Nu \sim Ra^{0.25} f_2(Ra, Pr) / Pr^{0.25}$  Nusselt sayısı skalasına karşılık gelir.

Daha önce Bingham akışkanlar ile ilgili tartışmalarda da vurgulandığı gibi, power-law akışkanlar içinde Rayleigh sayısı ve Prandtl sayısı tanımlanmasında sabit plastik viskozite  $\mu$  yerine efektif viskozitenin  $\mu_{eff}$  kullanılması daha uygun olacaktır. Bu amaçla aşağıdaki tanımlamadan yola çıkarak efektif viskozite tahmin edilebilir:

$$\mu_{eff} \sim K(\mathcal{D}/\delta)^{n-1}. \quad (3.75)$$

(3.71) ve (3.72) eşitlikleri (3.75) eşitliğinde yerlerine yazılırsa efektif viskozite  $\mu_{eff}$  için aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\mu_{eff} \sim \rho \left( \frac{K}{\rho} \right)^{\frac{2}{n+1}} \frac{(g\beta\Delta TL)^{3(n-1)/2(n+1)}}{L^{(n-1)/(n+1)}}. \quad (3.76)$$

Bu ifade kullanılarak efektif Grashof ve Rayleigh sayıları ( $Gr_{eff}$  ve  $Ra_{eff}$ ) şu şekilde tanımlanabilir:

$$Gr_{eff} = \frac{\rho^2 g\beta\Delta TL^3}{\mu_{eff}^2} \sim Gr^{\frac{4-2n}{n+1}} Pr^{\frac{4(1-n)}{n+1}} \sim Ra^{\frac{4-2n}{n+1}} Pr^{\frac{-2n}{n+1}}, \quad (3.77)$$

$$Ra_{eff} = \frac{\rho^2 g\beta\Delta TL^3}{\mu_{eff}^2} \frac{\mu_{eff} c_p}{k} \sim Ra^{\frac{5-n}{2n+2}} Pr^{\frac{1-n}{2n+2}}. \quad (3.78)$$

Eşitlikler (3.77) ve (3.78) incelendiğinde, efektif Grashof ve Rayleigh sayısı değerlerinin azalan  $n$  akışkan davranış indeksi (özellikle  $n < 1$  için) ile birlikte nominal değerlerinden giderek daha büyük olduğu göze çarpar. Bu durum, sayısal analizler sırasında bazı  $Ra$ ,  $Pr$  ve  $n$  koşullarında laminar sürekli rejim çözümlerinin elde edilememesine neden olur. Örneğin, küçük  $n$  değerleri için  $Ra_{eff}$  sayısı nominal değerden ( $Ra$ ) çok daha büyük olması nedeni ile sürekli rejim çözümleri elde edilemezken, yüksek  $n$  değerleri için aynı nominal  $Ra$  ve  $Pr$  sayılarında yapılan sayısal analizlerde sürekli rejim çözümleri elde edilebilmektedir. Bu durum, efektif Rayleigh sayısının kritik bir değeri aşması durumunda ( $Ra_{eff} > Ra_{crit}$ ) laminar sürekli rejim çözümlerinin elde edilemeyeceğini işaret etmektedir.

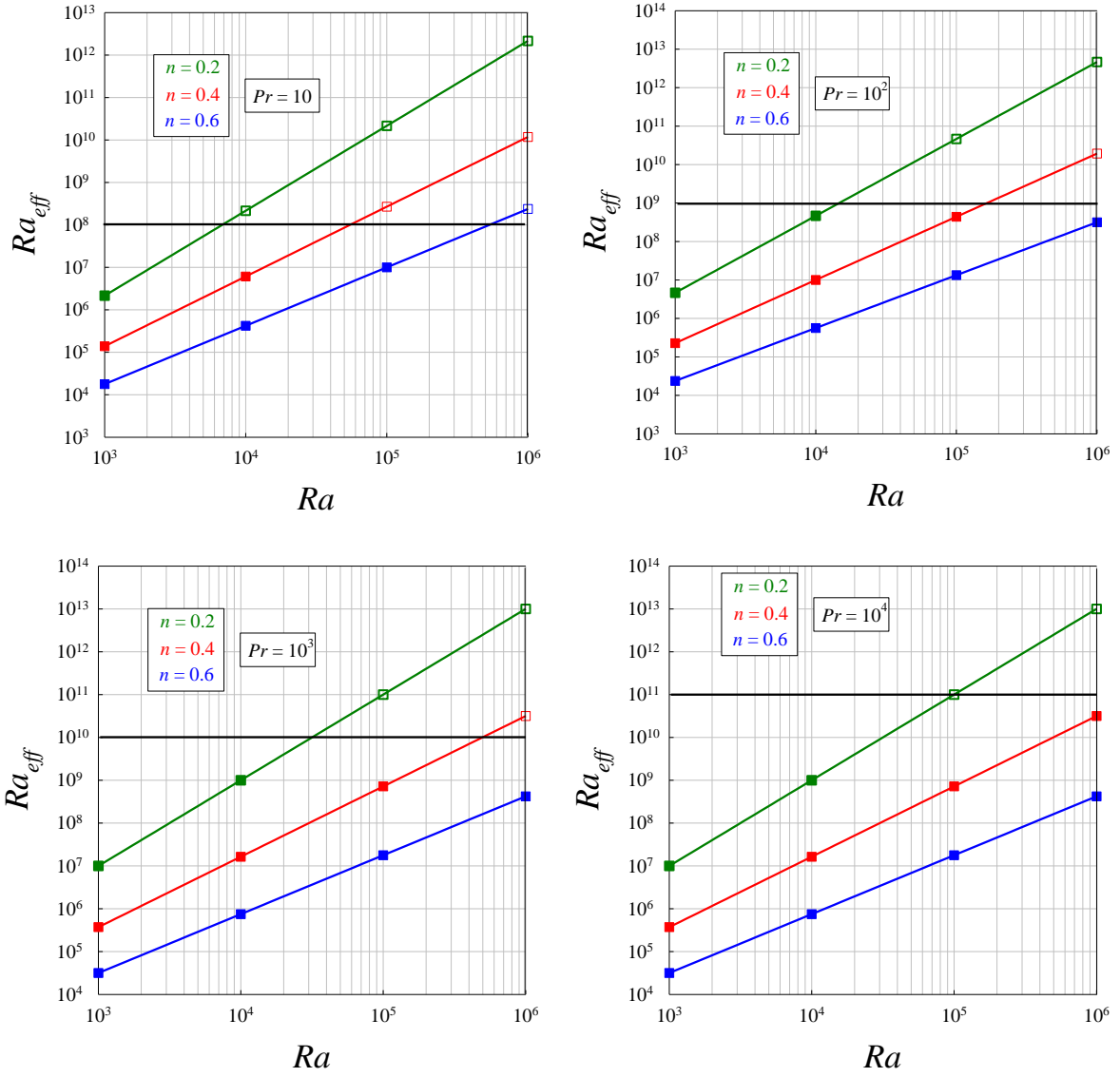
Farklı  $Ra$ ,  $Pr$  sayıları ve  $n$  akışkan davranış indeksi değerleri için yapılan çok sayıda sayısal analizler neticesinde  $Ra_{eff} > 10^7 Pr$  olması durumunda sürekli çözümlerin elde edilemediği belirlenmiştir. Bu durumu,  $n = 0.2, 0.4$  ve  $0.6$  için farklı  $Pr$  sayısı değerlerinde  $Ra_{eff} - Ra$  değişimlerinin verildiği Şekil 3.25 den görmek mümkündür.  $n > 0.6$  durumlarında, çalışmada dikkate alınan  $Ra$  ve  $Pr$  sayıları aralığında, sürekli rejimde çözümler elde edildiği için Şekil 3.25 de gösterilmesine gerek duyulmamıştır. Şekil 3.25 de için dolu kara (■) sembolü sürekli rejimde yakınsak çözümlere ulaşılan durumları, içi boş kare (□) sembolü ise ulaşılamayan durumları temsil etmektedir. Buna göre,  $Ra_{eff}$  sayısının yaklaşık olarak  $10^7 Pr$  gibi bir değerden büyük olması ( $Ra_{eff} > 10^7 Pr$ ) durumunda sürekli rejimde yakınsak çözümlerin elde edilemediğini Şekil 3.25 de görmek mümkündür. Buradan yola çıkarak  $Ra_{crit}$  için:

$$Ra_{crit} \sim Ra^{\frac{5-n}{2n+2}} Pr^{\frac{1-n}{2n+2}} = 10^7 Pr . \quad (3.79)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifade düzenlenirse aşağıdaki koşul için laminar sürekli rejim çözümlerin elde edilemeyeceği ortaya çıkar:

$$Ra > \left[ 10^7 Pr^{\frac{3n+1}{2n+2}} \right]^{\frac{2n+2}{5-n}} . \quad (3.80)$$

Ayrıca, Rayleigh sayısı için (3.74) eşitliğini kullanarak taşınımın ısı transferinde rol almaya başladığı bir alt sınırında elde edilmesi mümkündür.  $\overline{Nu} > 1$  durumu ısı transferinde taşınımın rol oynamaya başladığını gösterir. Bu durum dikkate alınarak taşınımsal ısı transferin önem kazandığı  $Ra$  sayısı değerleri için alt sınır değerleri şu şekilde tahmin edilebilir:



Şekil 3.25. Farklı akışkan davranış indeksi ( $n = 0.2, 0.4$  ve  $0.6$ ) ve Prandtl sayıları ( $Pr = 10-10^4$ ) için  $Ra_{eff}$  efektif Rayleigh sayısının  $Ra$  nominal Rayleigh sayısı ile değişimi (■ Sürekli rejimde yakınsak çözümlere ulaşıldığı durumları, □ sürekli rejimde yakınsak çözümlere ulaşılamayan durumları göstermektedir).

$$Nu \sim (Ra^{2-n} Pr^{-n})^{\frac{1}{2(n+1)}} f_2(Ra, Pr, n) > 1.0. \quad (3.81)$$

$f_2(Ra, Pr, n) \sim 1.0$  olduğu kabul edilirse:

$$Ra \sim Pr^{\frac{n}{2-n}}. \quad (3.82)$$

ifadesi elde edilir. Şekil 3.26a da, (3.80) ve (3.81) eşitlikleri ile verilen sınır durumları dikkate alınarak power-law akışkan ile dolu kare kesitli kapalı ortam içerisinde laminer doğal taşınım için önerilen rejim diyagramı gösterilmiştir. Buna göre;

❖ *İletim rejimi*,  $Ra < Pr^{\frac{n}{2-n}}$  : Bu durumda kapalı ortam içerisinde ısı transferi tamamen iletim yolu ile gerçekleşir.

❖ *Zaman bağımsız laminer doğal taşınım rejimi*,  $Pr^{\frac{n}{2-n}} < Ra < \left[ 10^7 Pr^{\frac{3n+1}{2n+2}} \right]^{\frac{2n+2}{5-n}}$  :

Bu rejim bölgesinde, power-law akışkan ile dolu kapalı ortam içerisindeki laminer doğal taşınım için sürekli rejimde çözümler elde etmek mümkündür.

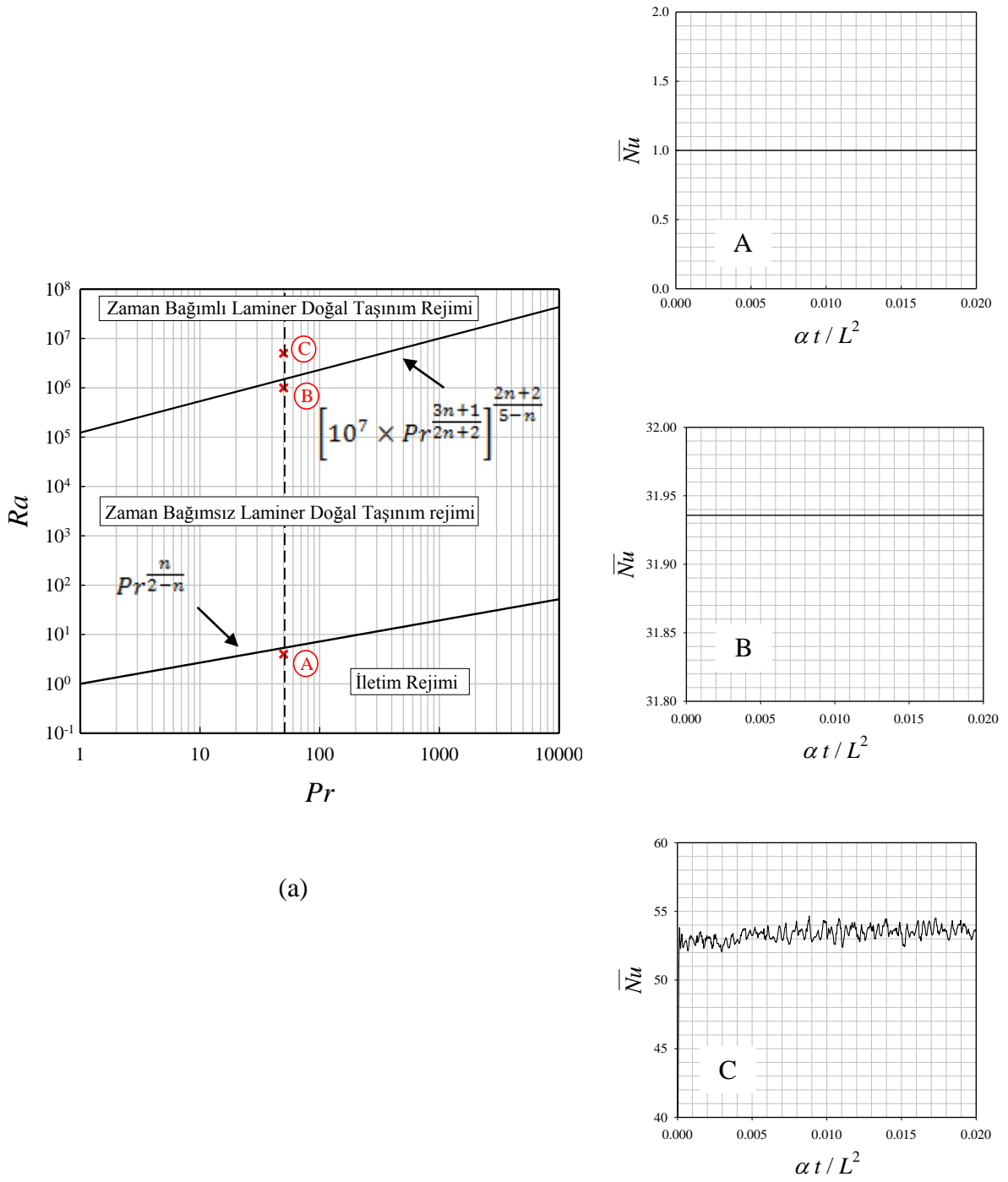
❖ *Zaman bağımlı laminer doğal taşınım rejimi*,  $\left[ 10^7 Pr^{\frac{3n+1}{2n+2}} \right]^{\frac{2n+2}{5-n}} < Ra$  :

Bu rejim durumunda, sürekli rejimde laminer doğal taşınım çözümlerinin elde edilemediği yalnızca geçici rejimde çözümler üretmek mümkündür.

olmak üzere üç farklı rejim bölgesi tanımlanmıştır. Şekil 3.26a da önerilen rejim diyagramının doğruluğunu sorgulamak amacıyla, rejim diyagramı üzerinde her biri farklı rejim bölgesi içerisinde bulunan üç farklı (A,B ve C) durum için sayısal analizler gerçekleştirilmiştir (Şekil 3.26b). A ve B durumlarında, beklendiği gibi, sürekli rejimde yakınsak çözümler elde edilmiş ve  $\overline{Nu}$  sayısının zamanla değişmediği sabit bir değere eşit olduğu görülmüştür (A durumunda:  $\overline{Nu} = 1.0$ ). Yine beklendiği gibi, C durumu için sürekli rejimde yakınsak çözümler elde edilememiştir ancak bu durum için gerçekleştirilen zaman bağımlı sayısal analizlerde ise yakınsama sağlanmış ve  $\overline{Nu}$  sayısının zaman içerisinde karmaşık salınımlı bir davranış sergilediği gözlenmiştir (Şekil 3.26b).

Şekil 3.26a da önerilen rejim diyagramı skala analizi ve sayısal analizlere dayanılarak geliştirilmiştir. Bu nedenle rejim diyagramı üzerinde, bir rejim durumunu diğer bir rejim durumundan ayıran sınırların çok rijit olmamakla birlikte büyük bir doğrulukta geçerli olduklarının da altını çizmekte yarar vardır.





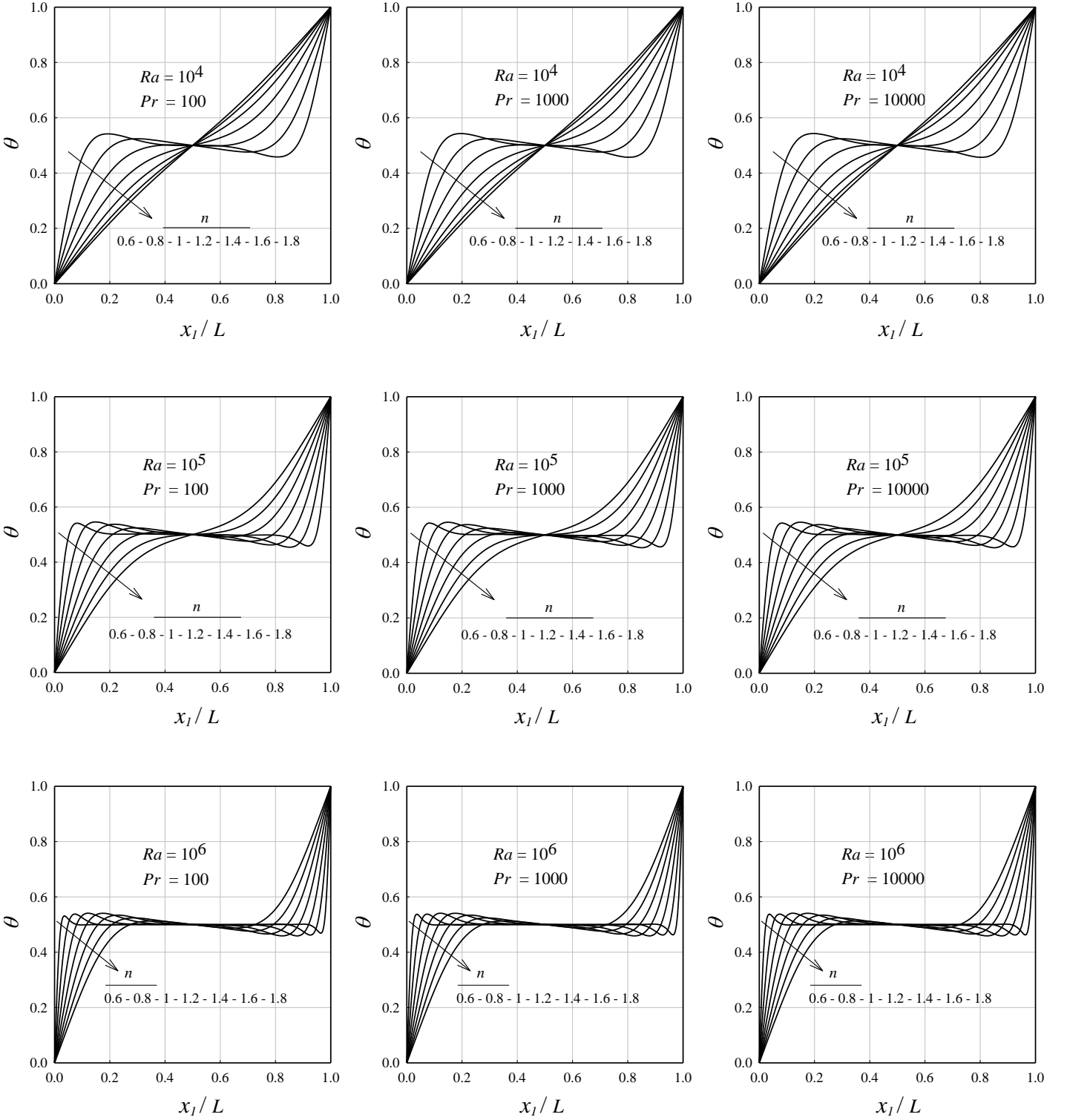
Şekil 3.26. (a)  $n = 0.6$  için farklı laminer doğal taşınım rejim bölgeleri , (b)  $n = 0.6$  için  $Pr = 50$  de ortalama Nusselt sayısının ( $\overline{Nu}$ ) boyutsuz zamana ( $\alpha t / L^2$ ) bağlı değişimi: (A) iletim rejimi  $Ra = 5$ , (B) zaman bağımsız (sürekli rejimde) laminer doğal taşınım rejimi  $Ra = 1 \times 10^6$ , (C) zaman bağımlı laminer doğal taşınım rejimi  $Ra = 5 \times 10^6$ .

### 3.3.2. Akışkan Davranış İndeksi Etkileri

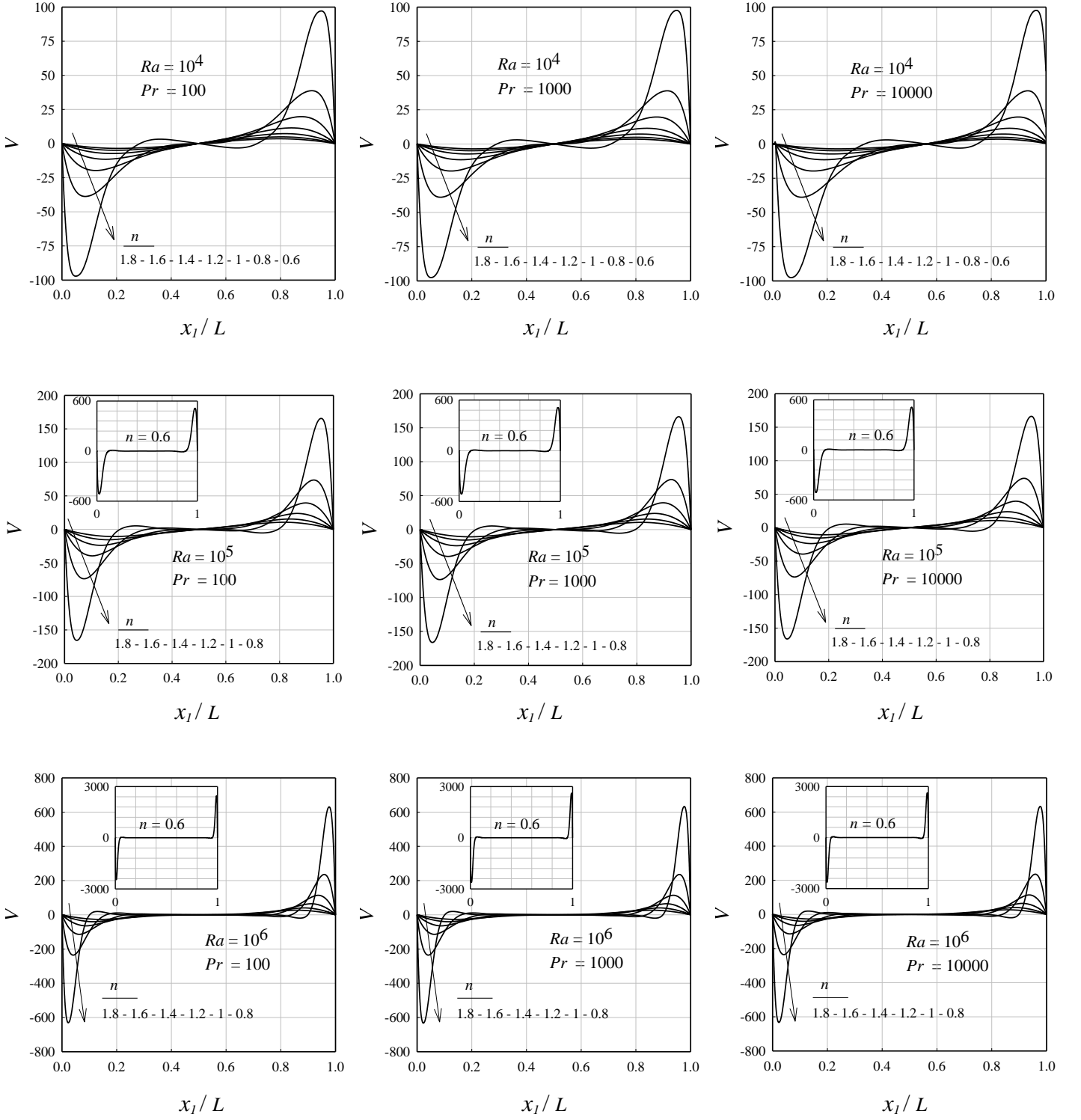
Kare kesitli kapalı bir ortam içerisindeki power-law akışkanların doğal taşınımı esnasında  $n$  akışkan davranış indeksinin ısı transferi üzerindeki etkilerini anlayabilmek için boyutsuz sıcaklık ve hız bileşenlerinin dağılımlarının incelenmesi yararlı olacaktır. Şekil 3.27 ve 3.28 de  $Ra = 10^4, 10^5$  ve  $10^6$  ve  $Pr = 10^2 - 10^4$  aralığında farklı akışkan davranış indeksi değerleri ( $n = 0.6-1.8$ ) için yatay orta eksen ( $x_2/H = 0.5$ ) boyunca sırasıyla boyutsuz sıcaklık  $\theta = (T - T_C)/(T_H - T_C)$  ve düşey hız bileşeni  $V = u_2 L/\alpha$  değişimleri verilmiştir. Burada, kare kesitli kapalı ortam içerisinde hız bileşenlerinin aynı mertebede olacağı ( $H/L = 1$ ;  $U/L \sim V/H$ ) düşünülerek yalnızca düşey hız bileşeninin değişimi dikkate alınmıştır. Şekil 3.27 de görüldüğü gibi, sabit bir  $Ra$  sayısı ve  $Pr$  sayısı değeri için  $\theta$  boyutsuz sıcaklık profili azalan  $n$  akışkan davranış indeksi ile birlikte giderek daha doğrusal olmayan (eğrisel) bir yapıya dönüşmektedir. Bu durum,  $Ra$  ve  $Pr$  sayıları sabit tutulduğunda, azalan  $n$  değerleri ile birlikte taşınım etkilerinin giderek daha güçlenmekte olduğunu gösterir. Ayrıca, Şekil 3.28 de sabit bir  $Ra$  sayısı ve  $Pr$  sayısı için  $V$  düşey hız bileşeni büyüklüklerinin azalan  $n$  değerleri ile birlikte artması da bu durumu destekler niteliktedir. Eşitlik (3.77) verilen bir  $Gr$  nominal Grashof sayısı için  $Gr_{eff}$  efektif Grashof sayısının azalan  $n$  ile birlikte önemli ölçüde artacağını gösterir. Bu durum, azalan  $n$  değerleri ile birlikte kaldırma kuvveti etkilerinin, sürtünme kuvveti etkilerine kıyasla giderek güçlendiğini işaret eder. Bu etki özellikle kayma incelmesinden dolayı  $n < 1$  durumlarında çok daha belirgin olmaktadır. Diğer taraftan, kalınlaşan (kabaran) akışkanlarda ( $n > 1$ ) artan  $n$  değerleri ile birlikte meydana gelen kayma kalınlaşması neticesinde taşınım etkileri, sürtünme kuvveti etkileri ile karşılaştırıldığında giderek zayıflamaktadır. Kayma kalınlaşmasının bu etkilerini Şekil 3.28 ve 3.27 de sırasıyla daha küçük  $V$  değerleri ve daha doğrusal  $\theta$  profillerinin ortaya çıktığı  $n > 1$  durumlarında görmek mümkündür. Özellikle  $Ra = 10^4$  için, hemen hemen doğrusal bir sıcaklık profilinin (Şekil 3.27) ve çok küçük (ihmal edilebilir) düşey hız bileşeni büyüklüğünün (Şekil 3.28) ortaya çıktığı  $n = 1.8$  değerinde, iletim esas ısı transfer şekli olarak kalmaktadır.  $Ra = 10^4$  ve  $n = 1.8$  için elde edilen bu bulgu, Eşitlik (3.73) ile daha önce, çok yüksek  $n$  değerlerine sahip power-law akışkan durumlarında  $\delta_{th}$  ısı sınır tabaka kalınlığının  $L$  kapalı ortam uzunluğu mertebesinde olacağı ve iletim ağırlıklı ısı transferin meydana geleceği şeklinde yapılan skala tahmini ile tutarlılık göstermektedir. Ayrıca (3.72) ve (3.73) eşitliklerinden

$Ra$  ve  $Pr$  sayıları sabit tutulduğunda azalan  $n$  değerleri ile birlikte, Şekil 3.27 ve 3.28 de  $\theta$  ve  $V$  değişimlerinden gözlendiği gibi, her iki sınır tabaka kalınlığının ( $\delta$  ve  $\delta_{th}$ ) giderek inceleceği sonucunu çıkarmak mümkündür. Aynı zamanda, azalan  $n$  değerleri ile birlikte hidrodinamik sınır tabaka ve ısı sınır tabaka kalınlıklarında meydana gelen bu incelme, Şekil 3.29 ve 3.30 da  $n = 0.6, 1.0$  ve  $1.8$ ,  $Ra = 10^4, 10^5$  ve  $10^6$  ve  $Pr = 10^3$  için çizilen boyutsuz akım çizgileri  $\Psi = \psi/\alpha$  ve eşsıcaklık eğrilerinden görülebilir. Yine Şekil 3.29 da artan (azalan)  $n$  değerleri ile birlikte sürtünme kuvveti etkilere kıyasla taşınım etkilerinin zayıflaması (güçlenmesi) sonucu  $\Psi = \psi/\alpha$  değerlerinin azaldığı (arttığı) gözlenmektedir. Ayrıca azalan  $n$  akışkan davranış indeksi ile birlikte güçlenen taşınımsal hareket neticesinde eşsıcaklık eğrilerinin de giderek daha kavisli bir yapıya dönüşmektedir (Şekil 3.30).

Farklı  $n$  değerleri için  $\overline{Nu}$  - $Ra$  değişimlerinin verildiği Şekil 3.31 de, azalan  $n$  akışkan davranış indeksi ile birlikte  $\overline{Nu}$  değerlerinin yükseldiği görülmektedir. Daha öncede vurgulandığı gibi, azalan  $n$  değerleri ile birlikte ısı sınır tabaka kalınlığında azalma meydana gelir bu durum ise düşey duvardaki ısı akısının artışına (Eşitlik 3.65) ve böylece Nusselt sayısının yükselmesine yol açar. Aynı zamanda bu durum, (3.74) eşitliği ile yapılan skala tahmininden beklenen bir sonuçtur. Zira (3.74) eşitliği sabit  $Ra$  ve  $Pr$  değerleri için azalan  $n$  değerleri ile Nusselt sayısının artacağını işaret etmektedir.



Şekil 3.27.  $Pr = 100$  (sol kolon),  $Pr = 1000$  (orta kolon) ve  $Pr = 10000$  (sağ kolon) için yatay orta eksen ( $x_2/H = 0.5$ ) boyunca boyutsuz sıcaklık  $\theta = (T - T_C)/(T_H - T_C)$  değişimleri.



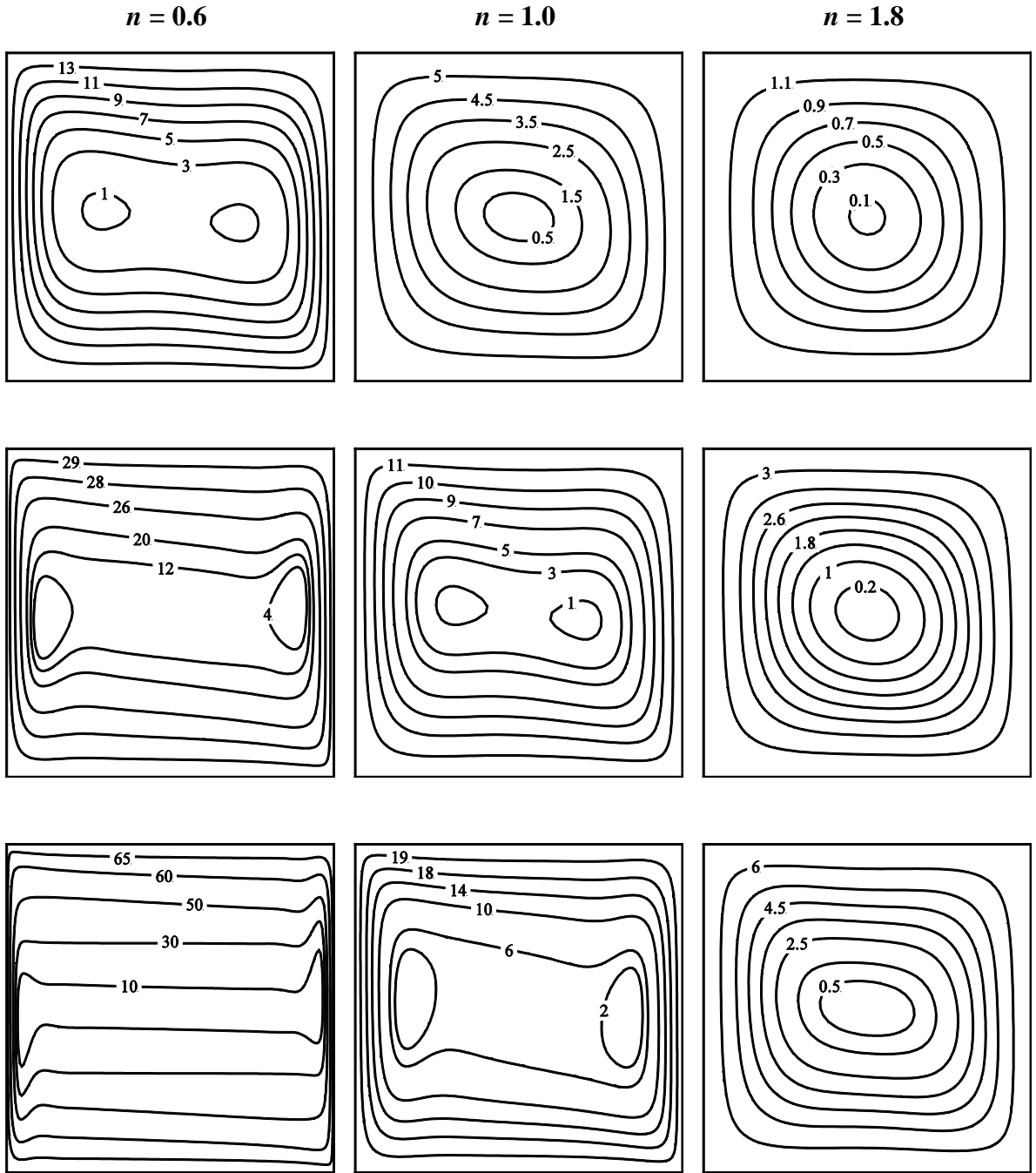
Şekil 3.28.  $Pr = 100$  (sol kolon),  $Pr = 1000$  (orta kolon) ve  $Pr = 10000$  (sağ kolon) için yatay orta eksen ( $x_2/H = 0.5$ ) boyunca boyutsuz düşey hız bileşeni  $V = u_2 L / \alpha$  değişimleri.

### 3.3.3. Rayleigh Sayısı Etkileri

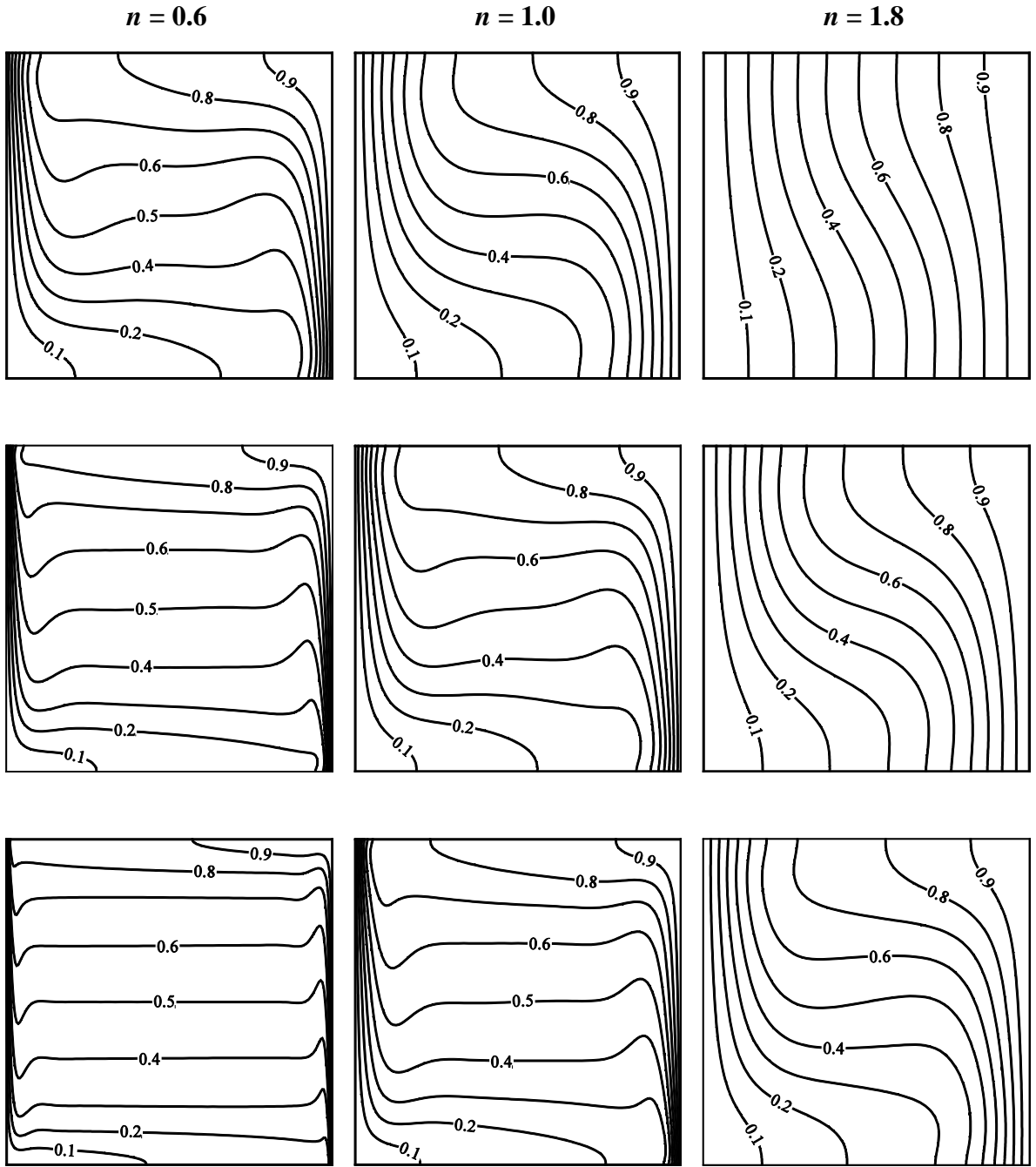
Verilen bir  $n$  ve  $Pr$  sayısı değeri için,  $Ra$  sayısındaki artış sürtünme kuvvetleri ile kıyaslandığında kaldırma kuvvetlerin güçlenmesine yol açar. Bu durumu, artan  $Ra$  sayısı ile  $V$  boyutsuz düşey hız bileşeni büyüklüklerinin arttığı Şekil 3.28 de görmek mümkündür. Akışkan hız büyüklüğündeki bu artış,  $n$  ve  $Pr$  sayısı sabit tutulduğunda, artan  $Ra$  sayısı ile eşitlikler (3.77) ve (3.78) ile verilen  $Gr_{eff}$  efektif Grashof sayısı ve  $Ra_{eff}$  efektif Rayleigh sayısının artması beklentisi ile tutarlı bir davranıştır. Artan  $Ra$  sayısı ile taşınimsal hareket güçlendiği için,  $\theta$  boyutsuz sıcaklık profili giderek daha doğrusal olmayan bir değişim göstermektedir (Şekil 3.27). Örneğin,  $Ra = 10^4$  de  $n = 1.8$  değeri için, ısı transferi esas olarak iletim yolu ile gerçekleşmekte ve bu durum, hemen hemen doğrusal bir  $\theta$  boyutsuz sıcaklık profili ve ihmal edilebilir  $V$  boyutsuz düşey hız bileşeni büyüklüğü şeklinde sonuçlara yansımaktadır (Şekil 3.27 ve 3.28). Ancak, yine Şekil 3.27 ve 3.28 de görüldüğü gibi, artan  $Ra$  sayısı ile  $\theta$  boyutsuz sıcaklık profili giderek daha doğrusal olmayan bir değişim sergilemekte ve  $V$  boyutsuz düşey hız bileşeni büyüklükleri de yükselmektedir. Ayrıca, artan  $Ra$  sayısı ile taşınım etkilerinin güçlendiğini, daha yüksek  $Ra$  sayısı değerlerinde daha büyük  $\Psi = \psi/\alpha$  boyutsuz akım çizgisi değerlerinin ve daha kavisli eşsıcaklık eğrilerinin ortaya çıktığı Şekil 3.29 ve 3.30 den görmek mümkündür.

Şekiller 3.27 - 3.30 incelendiğinde rahatlıkla, (sabit  $n$  ve  $Pr$  sayısı için) artan  $Ra$  sayısı ile birlikte, (3.72) ve (3.73) eşitliklerinden beklendiği gibi,  $\delta$  hidrodinamik sınır tabaka ve  $\delta_{th}$  ısı sınır tabaka kalınlıklarının her ikisinin de azaldığını görmek mümkündür. Artan  $Ra$  sayısı ile birlikte  $\delta_{th}$  ısı sınır tabaka kalınlığında meydana gelen azalma düşey duvardaki ısı akısının artışına (Eşitlik 3.65) ve aynı zamanda Nusselt sayısının yükselmesine (3.66) neden olur.  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısının (sabit  $n$  ve  $Pr$  sayısı için) artan  $Ra$  sayısı ile artması, Şekil 3.31 da farklı  $n$  ve  $Pr$  sayısı değerleri için verilen  $\overline{Nu} - Ra$  değişiminden de gözlenebilir.

Komşu düşey duvarları sabit yüzey sıcaklığına sahip kare kesitli kapalı ortam içerisindeki Power-law akışkanlar için elde edilen  $\overline{Nu} - Ra$  ilişkisi Lamsaadi vd. (2006 a,b) tarafından sabit ısı akısı sınır şartı dikkate alınarak gerçekleştirilen çalışmanın bulguları ile niteliksel olarak uyum göstermektedir.

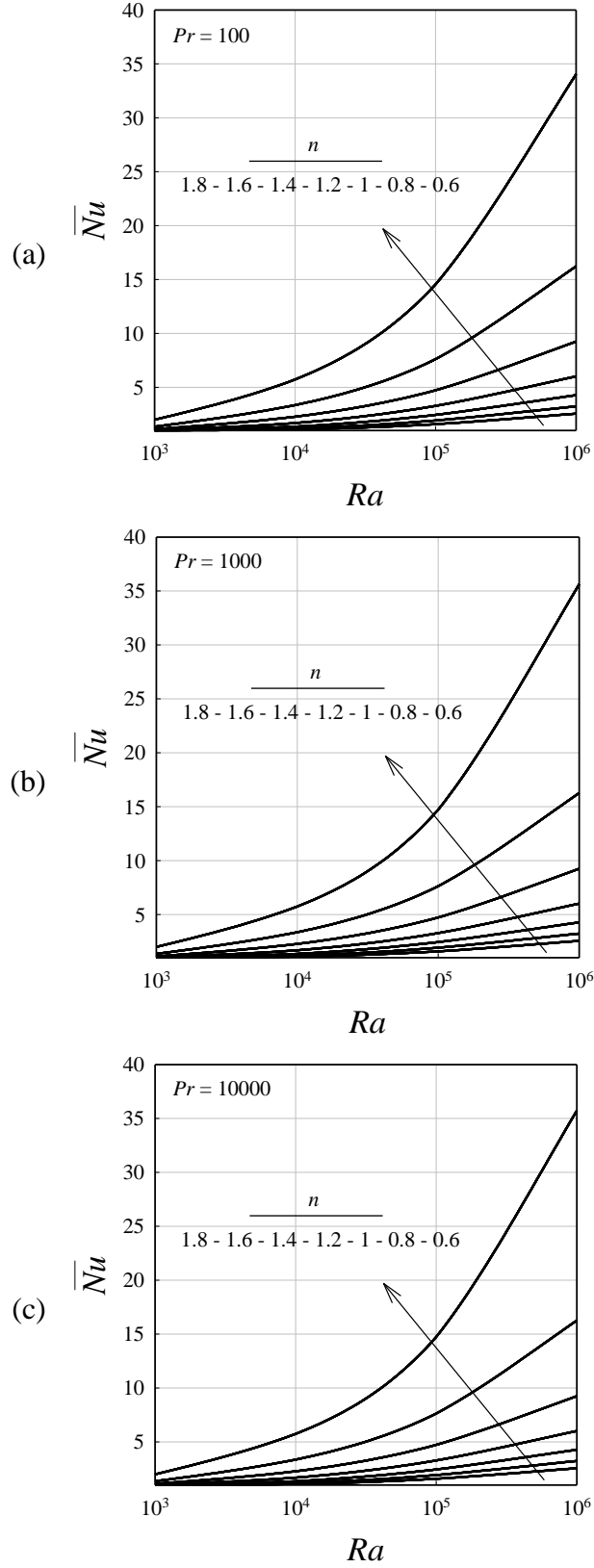


Şekil 3.29.  $Pr = 1000$  de  $n = 0.6, 1.0$  ve  $1.8$ ;  $Ra = 10^4$  (1. satır),  $Ra = 10^5$  (2. satır) ve  $Ra = 10^6$  (3. satır) için boyutsuz akım çizgileri ( $\Psi = \psi/\alpha$ ).



Şekil 3.30.  $Pr = 1000$  de  $n = 0.6, 1.0$  ve  $1.8$ ;  $Ra = 10^4$  (1. satır),  $Ra = 10^5$  (2. satır) ve  $Ra = 10^6$  (3.satır) için boyutsuz eşsıcaklık eğrileri.





Şekil 3.31. Farklı  $n$  akışkan davranış indeksi değerleri için  $\overline{Nu}$ - $Ra$  değişimleri: (a)  $Pr = 100$ , (b)  $Pr = 1000$  ve (c)  $Pr = 10000$ .

### 3.3.4. Prandtl Sayısı Etkileri

Bu çalışmada, Prandtl sayısının kare kesitli kapalı ortam içerisindeki power-law akışkanların doğal taşınımı üzerindeki etkileri geniş bir Prandtl sayısı bandında ( $Pr = 10-10^5$ ) araştırılmıştır. Şekil 3.32 de  $Ra = 10^3 - 10^6$  ve  $n = 0.6, 1.0$  ve  $1.8$  değerleri için  $\overline{Nu} - Pr$  değişimleri verilmiştir.  $Ra = 10^6$  ve  $n = 0.6$  için  $Pr = 10$  değerinde sürekli rejimde yakınsak bir çözüme ulaşamadığı için Şekil 3.32 de gösterilmemiştir. Şekil 3.27 ve 3.28 den de anlaşılacağı üzere,  $Pr$  sayısının değişimi  $\theta$  boyutsuz sıcaklık ve  $V$  boyutsuz hız değişimini etkilememektedir. Bu nedenle bu çalışmada dikkate alınan  $Pr$  sayısı aralığında  $Pr$  sayısının  $\overline{Nu}$  sayısı üzerinde büyük bir etkiye sahip olmadığı görülmüştür. Esasen bu durum, daha önce Newtonumsu akışkanlar ( $n = 1$ ) için belirtilen  $Pr \gg 1$  durumundaki  $\overline{Nu}$  sayısının zayıf  $Pr$  sayısı bağımlılığı (Bejan, 1984; Ozoe ve Churchill, 1972) ile tutarlılık göstermektedir.  $Pr \gg 1$  olması durumunda hidrodinamik sınır tabaka kalınlığı ısı sınır tabaka kalınlığından çok daha büyük olmaktadır ( $\delta \gg \delta_{th}$ ) ve sonuç olarak Prandtl sayısının artışı sürtünme ve kaldırma kuvvetleri arasındaki dengeyi değiştirir bu yüzden ısı sınır tabaka içerisindeki ısı transfer yalnızca çok küçük bir miktarda etkilenir. Yüksek Prandtl sayılarındaki  $Pr$  sayısının artışı ile ısı sınır tabakada meydana gelen bu küçük değişim  $\overline{Nu}$  sayısının zayıf Prandtl sayısı bağımlılığı olarak Şekil 3.32 deki sonuçlara yansımaktadır. Yalnızca  $n = 0.6$  durumunda  $Ra = 10^6$  için Şekil 3.32 de  $Pr = 10-10^3$  aralığında Prandtl sayısının artışı ile  $\overline{Nu}$  sayısı değerlerinin dikkate değer bir artış göstermektedir. Bu durumda hidrodinamik sınır tabaka ve ısı sınır tabaka kalınlıklarının her ikisinin de çok ince olduğunu söyleyebiliriz (Şekiller 3.27-3.30). Bu yüzden,  $Pr$  sayısındaki bir artış ısı sınır tabaka kalınlığını, diğer durumlara oranla, daha önemli ölçüde inceltir bunun sonucunda da  $\overline{Nu}$  sayısında artış gözlenir (Şekil 3.32).

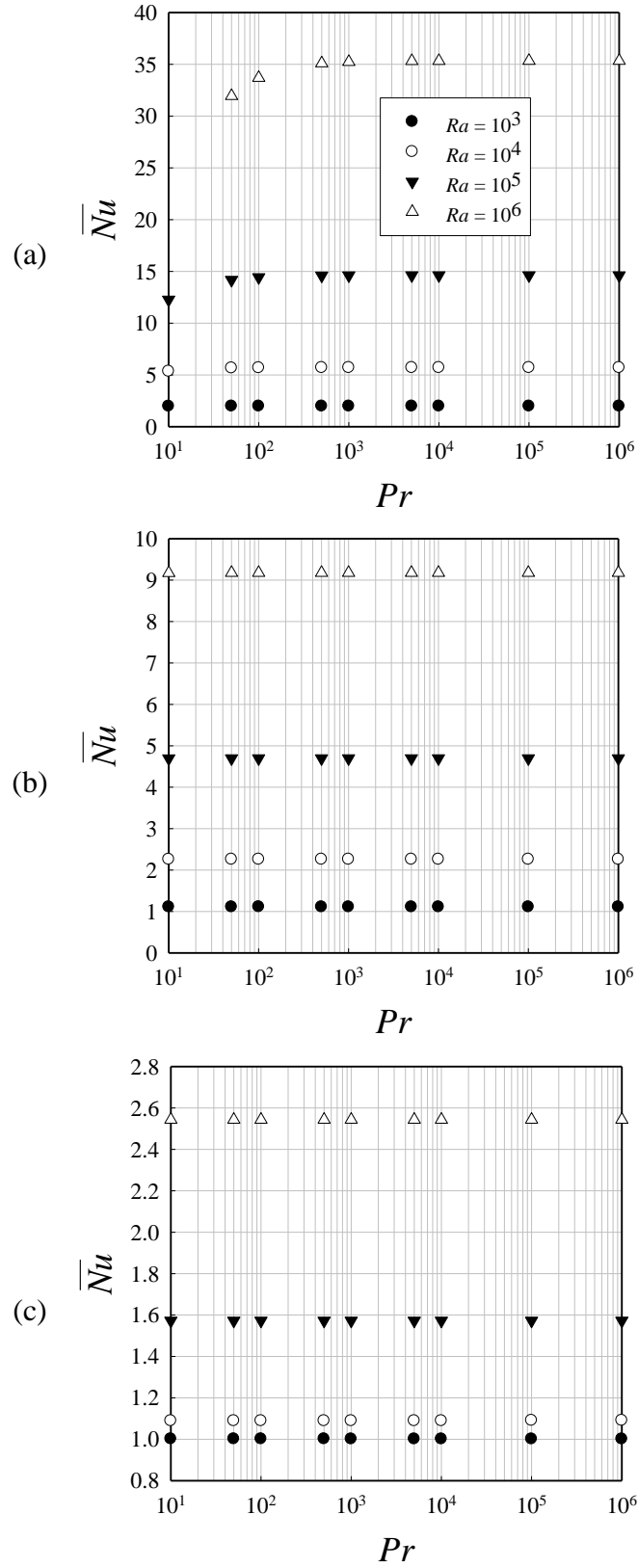
Bu çalışmada dikkate alınan bütün Rayleigh sayısı ( $Ra = 10^3-10^6$ ) ve Prandtl sayısı ( $Pr = 1-10^5$ ) değerleri için  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı değerlerinin artan kayma incelmesi (shear thinning) (yada azalan  $n$  değerleri) ile birlikte, Lamsaadi vd.'nin (2006a,b) sabit ısı akısı sınır şartı için elde etmiş bulgularla uyumlu olarak, yükseldiği görülmüştür (Şekil 3.31 ve 3.32). Ancak Kim vd. (2003)  $Pr_K = 10^4$ ,  $Ra_K = 10^5 - 10^7$  için monoton olmayan bir  $\overline{Nu} - n$  ilişkisini belirtmişlerdir (Bölüm 2: Şekil 2.4'e bakınız). Esasen bu durumun temel nedeni daha önce Bölüm 2 de bahsedildiği gibi,  $\mu$  görünür plastik viskozite için bu

çalışmadan ((2.20) eşitliğine bakınız) farklı bir yaklaşım ((2.24) eşitliğine bakınız) kullanılmaktadır. Kim vd.'nin (2003) farklı  $Ra_K$  ve  $Pr_K$  için elde etmiş oldukları sonuçlar ile aynı durumlara karşılık gelen  ${}^3 Ra = Ra_K Pr_K^{n-1}$  ve  ${}^4 Pr = Pr_K^{2-n}$  için bu çalışmada kullanılan yaklaşım ile elde edilen sonuçlar arasında çok yüksek bir uyumun olduğu Bölüm 2.7 de Şekil 2.4 de açık çok bir şekilde görülmektedir.

---

<sup>3</sup> Bölüm 2.5 : Eşitlik (2.27)

<sup>4</sup> Bölüm 2.5 : Eşitlik (2.28)



Şekil 3.32. Farklı Rayleigh sayısı değerleri için  $\overline{Nu} - Pr$  değişimleri:  
(a)  $n = 0.6$ , (b)  $n = 1.0$  ve (c)  $n = 1.8$ .

### 3.3.5. Korelasyon Fonksiyonları

Bu bölümde, Bölüm 3.3.1 de power-law akışkanlar için Nusselt sayısı skalası için eşitlik (3.74) ile verilen  $Nu \sim (Ra^{2-n} Pr^{-n})^{\frac{1}{2(n+1)}} f_2(Ra, Pr, n)$  ifadesinden yola çıkılarak  $\overline{Nu}$  ortamlama Nusselt sayısı için korelasyon fonksiyonu önerilecektir. Bölüm 3.1 de Newtonumsu akışkanlar ( $n = 1$ ) için eşitlik (3.11) ile verilen korelasyon ifadesinin  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısının  $Ra$  ve  $Pr$  bağımlılığını çok iyi bir şekilde yakaladığı gösterilmişti (Şekil 3.7). Bu nedenle power-law akışkanlar için önerilecek bir korelasyon fonksiyonunun Newtonumsu akışkan durumunda bu ifadeyi sağlamalıdır ( $\lim_{n \rightarrow 1} \overline{Nu} = 0.162 Ra^{0.293} [Pr/(1+Pr)]^{0.091}$ ). Ayrıca Şekil 3.31 da, power-law akışkanlarda  $n < 1$  ( $n > 1$ ) durumunda  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı Newtonumsu akışkanlardan ( $n = 1$ ) daha büyük (küçük) değerler almakta olduğu görülmektedir. Söz konusu bu durumlar ve yukarıda bahsedilen limit durum dikkate alınarak power-law akışkanlarda  $\overline{Nu}$  için aşağıdaki korelasyon fonksiyonu önerilmiştir:

$$\overline{Nu} = 0.162 Ra^{0.043} \frac{Pr^{0.341}}{(1+Pr)^{0.091}} \left( \frac{Ra^{2-n}}{Pr^n} \right)^{\frac{1}{2(n+1)}} e^{b(n-1)}, \quad (3.83a)$$

bu ifade de  $b$  bir korelasyon parametresi olup sayısal analiz sonuçlarından yola çıkılarak şu şekilde tanımlanmıştır:

$$b = c_1 Ra^{c_2} Pr^{c_3}, \quad (3.83b)$$

$c_1, c_2$  ve  $c_3$  şu şekilde verilir:

$$c_1 = 1.343 ; c_2 = 0.065 \text{ ve } c_3 = 0.036 \quad \text{for } n \leq 1, \quad (3.83c)$$

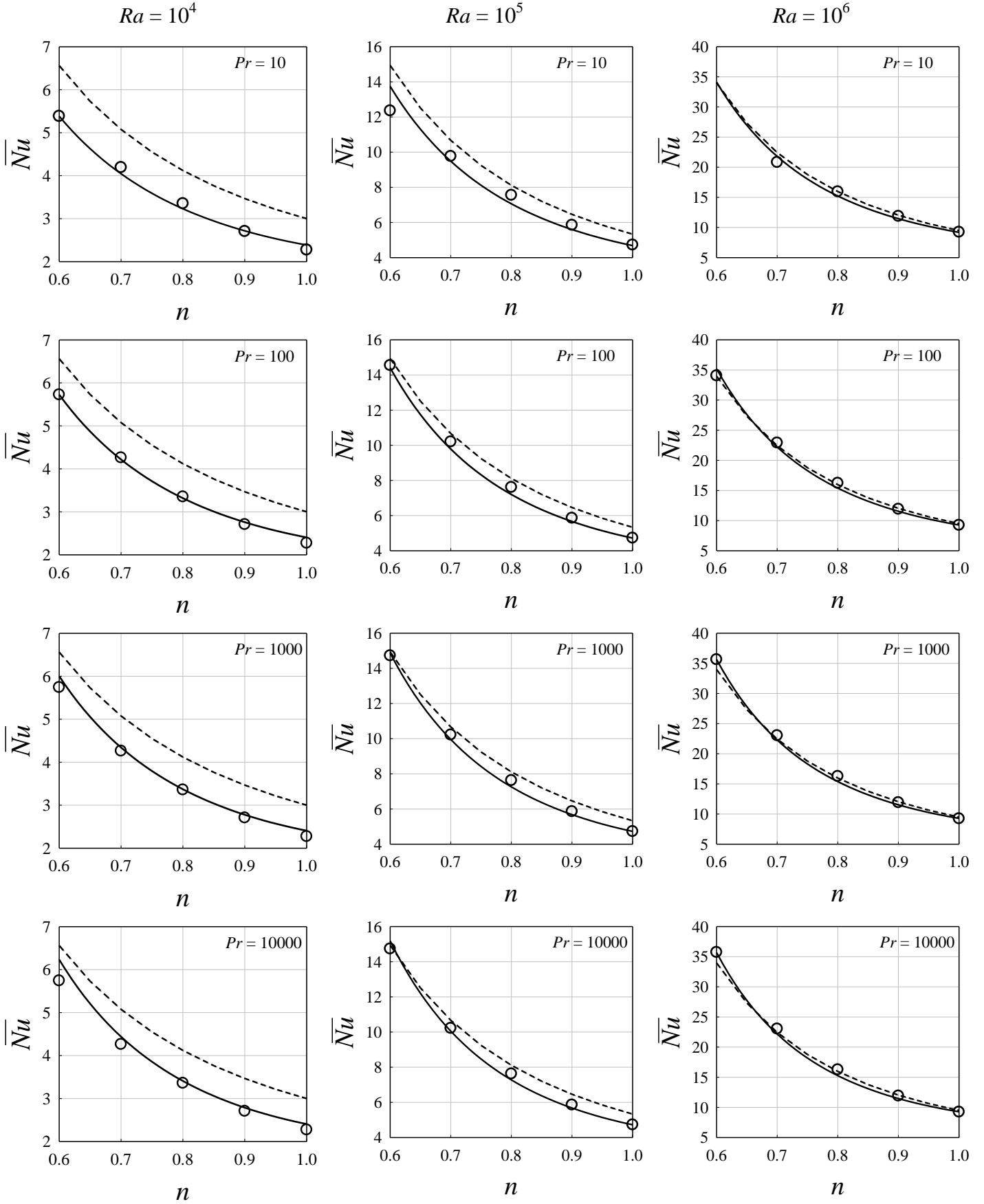
$$c_1 = 0.858 ; c_2 = 0.071 \text{ ve } c_3 = 0.034 \quad \text{for } n > 1. \quad (3.83d)$$

(3.83a-d) eşitlikleri  $n = 1$  için amaçlandığı gibi Bölüm 3.1 de Newtonumsu akışkanlar için önerilen  $\overline{Nu} = 0.162Ra^{0.293}[Pr/(1+Pr)]^{0.091}$  ifadesine tam olarak eşit olmaktadır.

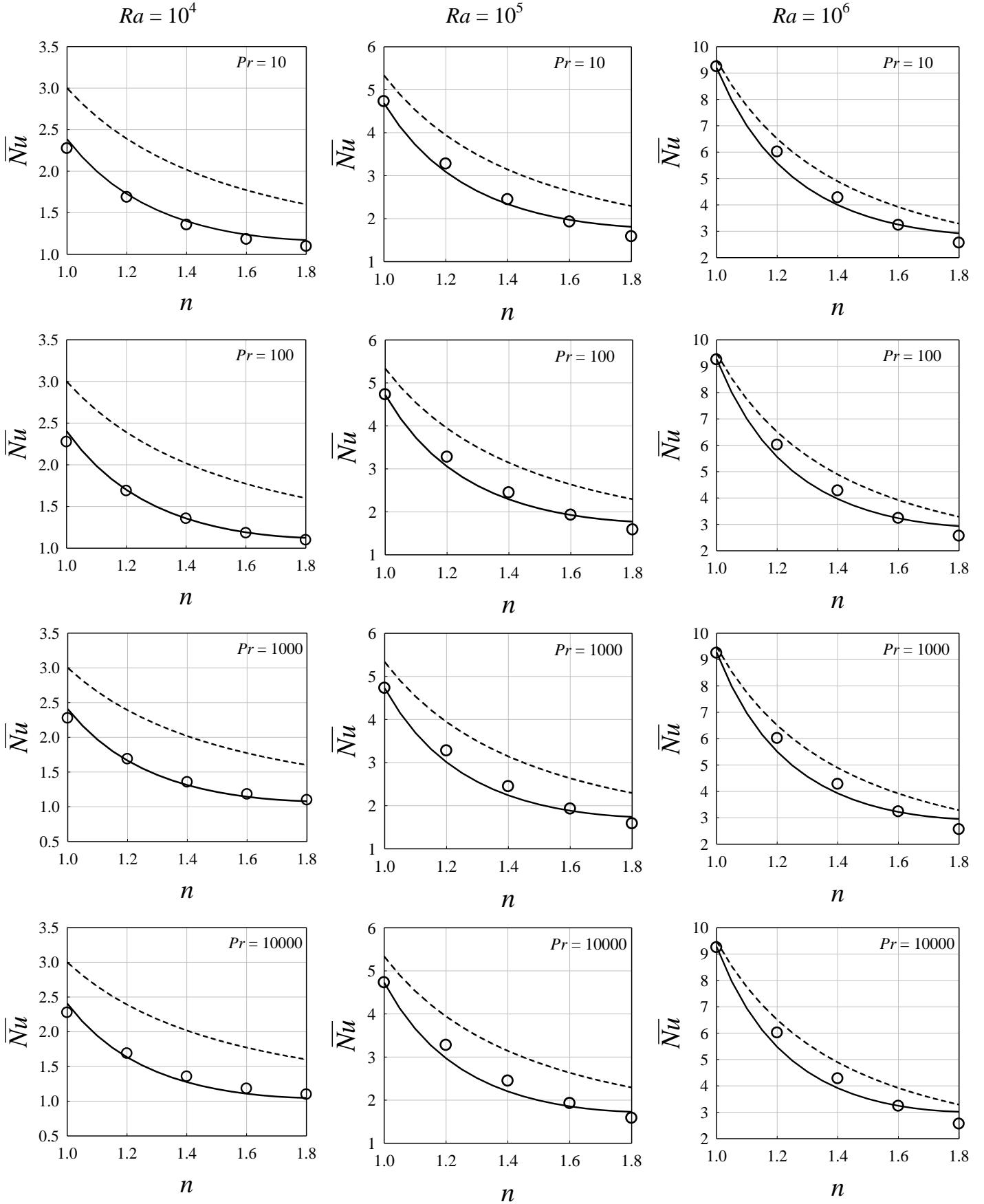
Kim vd. (2003) de power-law akışkanlar için gerçekleştirmiş oldukları sayısal analizlere dayanarak  $\overline{Nu}$  için  $10^6 \leq Ra_K \leq 10^7$ ,  $10^2 \leq Pr_K \leq 10^4$  ve  $0.6 \leq n \leq 1.0$  aralığında aşağıdaki korelasyon fonksiyonunu önermişlerdir.

$$\overline{Nu} = 0.3n^{0.4} (Ra_K Pr_K^{n-1})^{\frac{1}{3n+1}} = 0.3n^{0.4} (Ra)^{\frac{1}{3n+1}} . \quad (3.84)$$

Eşitlikler (3.83) ve (3.84) ile  $n \leq 1$  durumları için önerilen bu her iki korelasyon fonksiyonunun yeterlilikleri (nitelikleri)  $Ra = 10^4 - 10^6$  ve  $Pr = 10^2 - 10^4$  aralığında Şekil 3.33 de gösterilmiştir.  $n > 1$  durumlarında ve söz konusu  $Ra$  ve  $Pr$  sayıları aralığında bu korelasyon fonksiyonlarının performansları Şekil 3.34 de sunulmuştur. Şekiller 3.33 ve 3.33 de görüldüğü gibi, (3.83) eşitliği ile verilen korelasyon fonksiyonunun bu çalışmada dikkate alınan bütün akışkan davranış indeksi değerlerinde ( $n = 0.6-1.8$ )  $\overline{Nu}$  için niteliksel ve niceliksel olarak oldukça iyi tahminler yapmaktadır. Eşitlik (3.84) ile verilen ve Kim vd. (2003) tarafından önerilen korelasyon fonksiyonunun bazı durumlar  $\overline{Nu}$  için iyi sonuçlar vermesine rağmen, genel olarak yüksek tahminler yaptığını Şekil 3.33 ve 3.34 görmek mümkündür. Özellikle, küçük Rayleigh sayılarında bu yüksek tahmin bandının genişlediğini ve artan Rayleigh sayıları ile tahminlerin iyileştiğini görmekteyiz (Şekil 3.33 ve 3.34). Yüksek Rayleigh sayılarında (örneğin  $Ra = 10^6$ ) incelen akışkanlar ( $n < 1$ ) için (3.83) ve (3.84) eşitlikleri ile yapılan tahminlerin birbirleri ile kıyaslanabilir yankılığa oldukları da göze çarpmaktadır. Sonuç olarak, Şekil 3.33 ve 3.34 deki gözlemlere dayanılarak (3.83) eşitliği ile verilen korelasyon fonksiyonunun  $10^4 \leq Ra \leq 10^6$ ,  $10 \leq Pr \leq 10^5$  ve  $0.6 \leq n \leq 1.8$  için kullanılması tavsiye edilmektedir.



Şekil 3.33.  $n \leq 1$  durumunda farklı  $Ra$  ve  $Pr$  sayıları değerleri için  $\overline{Nu}$  -  $n$  değişimleri ile eşitlik (3.83) (—) ve Kim vd. (2003) tarafından önerilen korelasyon fonksiyonu (eşitlik (3.84)) (- - -) tahminleri.



Şekil 3.34.  $n > 1$  durumunda farklı  $Ra$  ve  $Pr$  sayıları değerleri için  $\overline{Nu} - n$  değişimleri ile eşitlik (3.83) (—) ve Kim vd. (2003) tarafından önerilen korelasyon fonksiyonu (eşitlik (3.84)) (- - -) tahminleri.



### 3.4. Problem 4: Power-law Akışkan ile Dolu Dikdörtgen Kesitli Kapalı Bir Ortam İçerisinde Laminer Doğal Taşınım: Boyut Oranı Etkisi

Bu bölümde, düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklarda tutulan farklı boyut oranlarına sahip ( $AR = H/L$ ,  $H$  kapalı ortam yüksekliği,  $L$  kapalı ortam uzunluğu) içerisi tamamen power-law akışkan ile dolu dikdörtgen kesitli kapalı ortamlar içerisinde iki boyutlu sürekli rejimde laminer doğal taşınım problemi incelenmiştir (Şekil 2.1). Farklı akışkan davranış indeksi  $n = 0.6-1.8$  değerlerine sahip power-law akışkanlar için Prandtl sayısı (tanımı için Bölüm 2.5.2 ye bakınız)  $Pr = 10^3$  değerinde, nominal Rayleigh sayısı  $Ra = 10^4-10^6$  ve  $AR = 1/8-8$  aralığında parametrik bir çalışma yürütülmüştür. Benzer sınır koşullarına sahip kare kesitli kapalı bir ortam içerisinde power-law akışkanların doğal taşınımının incelendiği bir önceki bölümde (Bölüm 3.3),  $10 \leq Pr \leq 10^5$  aralığında  $Pr$  sayısının  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı üzerinde çok sınırlı (çok az) bir etkiye sahip olduğu belirlenmişti. Uygulamada sıklıkla kullanılan, korboksimetal selüloz, polietilen oksit, karbopol, polyacrylamide ve ksantan sakızı (xanthan gum) gibi polimerlerin sulu çözeltileri  $Pr = 10^3$  veya daha büyük Prandtl sayılarına sahiptirler. Bu nedenle çalışmanın bu bölümünde  $Pr = 10^3$  olmak üzere tek bir Prandtl sayısı değeri için farklı  $n$  akışkan davranış indeksi değerlerine sahip power-law akışkanalarda  $AR$  boyut oranı etkisi araştırılmıştır. Ayrıca, detaylı bir şekilde gerçekleştirilen skala analizi yardımıyla, sayısal analizlerden elde edilen veriler kullanılarak ortalama Nusselt sayısı  $\overline{Nu}$  için, geniş bir akışkan davranış indeksi  $n$ ,  $Ra$  sayısı ve  $AR$  değerleri aralığında, yeni bir korelasyon fonksiyonları geliştirilmiştir. Bu açıdan, bu bölümdeki temel olarak  $AR$  boyut oranının ve  $n$  akışkan davranış indeksinin, düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklara sahip dikdörtgen kesitli kapalı ortamlar içerisinde power-law akışkanların doğal taşınımını üzerindeki etkilerinin ortaya konulması amaçlanmaktadır.

### 3.4.1. Skala Analizi

Power-law akışkanlarında, boyut oranının, Rayleigh sayısının, Prandtl sayısının ve akışkan davranış indeksinin, ısı transferinin en önemli göstergesi olan, Nusselt sayısı üzerindeki bağlı etkilerinin ortaya konulması amacıyla detaylı bir skala analizinin yapılması sayısal sonuçların irdelenmesinde son derece faydalı olacaktır. Duvar ısı akısı skalası için:

$$q \sim k \frac{\Delta T}{\delta_{th}} \sim h \Delta T, \quad (3.85)$$

ifadesi dikkate alınırsa Nusselt sayısı için:

$$Nu \sim \frac{h.L}{k} \sim \frac{L}{\delta_{th}} \quad \text{or} \quad Nu \sim \frac{L}{\delta} f_2(Ra, Pr, AR, n), \quad (3.86)$$

eşitliği elde edilir. Burada,  $\delta_{th}$  ısı sınırlama tabaka kalınlığı ile  $\delta$  hidrodinamik sınır tabaka kalınlığı arasında  $\delta / \delta_{th} \sim f_2(Ra, Pr, AR, n)$  ilişkisi söz konusudur.  $f_2(Ra, Pr, AR, n)$  Rayleigh sayısı, Prandtl sayısı, boyut oranı ve akışkan davranış indeksinin bir fonksiyonudur. Isıl transferin düşey duvarlardaki sınır tabakalar içerisinde yoğunlaştığı rejim bölgesinde  $\delta$  hidrodinamik sınır tabaka kalınlığı, düşey yöndeki ( $x_2$  yönünde) atalet kuvvetleri ve sürtünme kuvvetleri arasındaki denge dikkate alınarak aşağıdaki gibi tahmin edilebilir:

$$\rho \frac{g^2}{H} \sim \frac{\tau}{\delta}, \quad (3.87)$$

Bu ifadede yer alan,  $g$  karakteristik hız skalasıdır. Power-law akışkanlar için kayma gerilmesi skalası  $\tau \sim K(g/\delta)^n$  olarak tanımlanabilir. Bu ifade (3.87) Eşitliğinde yerine yazılırsa:

$$\rho \frac{g^2}{H} \sim K \frac{g^n}{\delta^{n+1}} . \quad (3.88)$$

ifadesi elde edilir. Eşitlik (3.88) kullanılarak hidrodinamik sınır tabaka kalınlığını şu şekilde tanımlamak mümkündür:

$$\delta \sim \left( \frac{KHg^{n-2}}{\rho} \right)^{\frac{1}{n+1}} . \quad (3.89)$$

Karakteristik hız skalası, doğal taşınımdaki sürücü kuvvet olan kaldırma kuvveti ile atalet kuvveti arasındaki denge dikkate alınarak şu şekilde tanımlanabilir:

$$\frac{g^2}{H} \sim g\beta\Delta T \quad (3.90)$$

Bu ifade düzenlenirse karakteristik hız skalası için:

$$g \sim \sqrt{g\beta\Delta T L A R} \quad (3.91)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifade (3.89) Eşitliğinde yerine yazılırsa,  $\delta$  hidrodinamik sınır tabaka kalınlığı için:

$$\delta \sim \left[ \frac{KL(g\beta\Delta T L)^{n/2-1} A R^{n/2}}{\rho} \right]^{\frac{1}{n+1}} \sim \frac{L}{(Ra^{2-n} Pr^{-n} AR^{-n})^{\frac{1}{2(n+1)}}} \quad (3.92)$$

ifadesi elde edilir. Burada  $Ra$  ve  $Pr$  sayıları için sırayla (2.21) ve (2.23) eşitlikleri geçerlidir. Eşitlik (3.72) yardımı ile  $\delta_{th}$  ısı sınır tabaka kalınlığını aşağıdaki gibi tanımlamak mümkündür:

$$\delta_{th} \sim \min \left[ L, \frac{1}{f_2(Ra, Pr, n, AR)} \left( \frac{KL(g\beta\Delta TL)^{n/2-1} AR^{n/2}}{\rho} \right)^{\frac{1}{n+1}} \right] \quad (3.93)$$

$$\sim \min \left[ L, \frac{1}{f_2(Ra, Pr, n, AR)} \frac{L}{(Ra^{2-n} Pr^{-n} AR^{-n})^{\frac{1}{2(n+1)}}} \right]$$

Bu ifade, çok yüksek  $n$  değerlerine sahip power-law akışkan durumlarında  $\delta_{th}$  ısı sınır tabaka kalınlığının  $L$  kapalı ortam uzunluğu mertebesinde olduğunu işaret etmektedir. Aynı zamanda (3.72) ve (3.73) eşitlikleri,  $Ra$  ve  $Pr$  sayıları sabit tutulduğunda, azalan  $n$  değerleri ile birlikte ısı sınır tabaka ve hidrodinamik sınır tabaka kalınlıklarının ( $\delta_{th}$  ve  $\delta$ ) azalmakta olduğunu göstermektedir. Ayrıca, (3.73) eşitliği, artan  $Ra$  sayısı ile  $\delta_{th}$  ısı sınır tabaka kalınlığının azaldığını ve buna bağlı olarak duvardaki ısı akısının arttığını (3.65 eşitliği) göstermektedir. Eşitlik (3.93) eşitlik (3.85) de yerine yazılırsa, Nusselt sayısı  $Nu$  için aşağıdaki ifade elde edilir:

$$Nu \sim \max \left[ 1.0, \left( Ra^{2-n} Pr^{-n} AR^{-n} \right)^{\frac{1}{2(n+1)}} f_2(Ra, Pr, n, AR) \right] \quad (3.94)$$

$\delta_{th}$  ısı sınır tabaka kalınlığı ( $\delta_{th} \sim L$ ) kapalı ortam uzunluğuna yaklaştığında  $Nu \sim 1$  değerini alır. (3.94) eşitliği, Power-law akışkanlarında,  $Ra$  sayısı,  $Pr$  sayısı,  $AR$  boyut oranı ve  $n$  akışkan davranış indeksinin Nusselt sayısı üzerindeki bağlı etkileri ile ilgili önemli önbilgiler vermektedir. Buna göre,  $n < 2$  durumunda, sabit bir  $Ra$  sayısı ve  $Pr$  sayısı değeri için Nusselt sayısının artan  $n$  akışkan davranış indeksi değerleri ile birlikte azalması beklenir. Buna karşın, sabit bir  $n$  ve  $Pr$  sayısı değeri için ise, Nusselt sayısının artan  $Ra$  sayısı değerleri ile artması beklenir. Ayrıca şunu da belirtmekte yarar var ki, Eşitlik (3.94)  $n = 1$  ve  $AR = 1$  için daha önce Newtonumsu akışkan durumu için elde edilen  $Nu \sim Ra^{0.25} f_2(Ra, Pr) / Pr^{0.25}$  Nusselt sayısı skalasına karşılık gelir.

Daha önce de vurgulandığı gibi, power-law akışkanlarda Rayleigh sayısı ve Prandtl sayısı tanımlanmasında sabit plastik viskozite  $\mu$  yerine efektif viskozitenin  $\mu_{eff}$  kullanılması daha uygun olacaktır. Bu amaçla aşağıdaki tanımlamadan yola çıkarak efektif viskozite tahmin edilebilir:

$$\mu_{eff} \sim K(\mathcal{G}/\delta)^{n-1} \quad (3.95)$$

(3.91) ve (3.92) eşitlikleri (3.95) eşitliğinde yerlerine yazılırsa efektif viskozite  $\mu_{eff}$  için aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\mu_{eff} \sim \rho \left( \frac{K}{\rho} \right)^{\frac{2}{n+1}} \frac{(g\beta\Delta TL)^{3(n-1)/2(n+1)} AR^{(n-1)/2(n+1)}}{L^{(n-1)/(n+1)}} \quad (3.96)$$

Bu ifade kullanılarak efektif Grashof ve Rayleigh sayılarını ( $Gr_{eff}$  ve  $Ra_{eff}$ ) şu şekilde tanımlamak mümkündür:

$$Gr_{eff} = \frac{\rho^2 g\beta\Delta TL^3}{\mu_{eff}^2} \sim Gr^{\frac{4-2n}{n+1}} Pr^{\frac{4(1-n)}{n+1}} AR^{\frac{1-n}{n+1}} \sim Ra^{\frac{4-2n}{n+1}} Pr^{\frac{-2n}{n+1}} AR^{\frac{1-n}{n+1}} \quad (3.97)$$

$$Ra_{eff} = \frac{\rho^2 g\beta\Delta TL^3}{\mu_{eff}^2} \frac{\mu_{eff} c_p}{k} \sim Ra^{\frac{5-n}{2n+2}} Pr^{\frac{1-n}{2n+2}} AR^{\frac{1-n}{2n+2}} \quad (3.98)$$

Eşitlikler (3.97) ve (3.98) incelendiğinde, efektif Grashof ve Rayleigh sayısı değerlerinin azalan  $n$  akışkan davranış indeksi (özellikle  $n < 1$  için) ile birlikte nominal değerlerinden giderek daha büyük olduğu görmek mümkündür.

### 3.4.2. Rayleigh Sayısı Etkileri

Şekiller 3.35 ve 3.36 da incelen akışkan ( $n = 0.6$ ) ve kalınlaşan akışkan ( $n = 1.8$ ) durumlarında,  $Ra = 10^4$ - $10^6$  aralığında farklı  $AR (=0.125-8)$  değerleri için yatay orta eksen ( $x_2/H = 0.5$ ) boyunca sırası ile  $\theta$  boyutsuz sıcaklık ve  $V$  boyutsuz düşey hız bileşeni değişimleri gösterilmiştir. Şekil 3.35a-c de,  $AR = 0.125$  ve  $0.25$ ,  $Ra = 10^6$  ve  $n = 0.6$  için verilen durumları hariç, küçük  $AR$  boyut oranı değerleri için her iki power-law akışkan ( $n = 0.6$  ve  $n = 1.8$ ) durumunda da  $\theta$  boyutsuz sıcaklık profilinin doğrusal bir değişim gösterdiği görülmektedir. Çok küçük  $AR$  değerleri için elde edilen bu doğrusal sıcaklık profili paralel akış-rejiminde (Cormack *vd.*, 1974a; Bejan ve Tien, 1978) beklenen bir davranış olup ısı transferin ağırlıklı olarak iletim yolu ile gerçekleştiğini işaret etmektedir.  $AR = 0.125$  ve  $0.25$ ,  $Ra = 10^6$  ve  $n = 0.6$  durumlarında,  $\theta$  boyutsuz sıcaklık profili kapalı ortamın büyük kısmında doğrusal bir değişim sergilerken, aktif duvarlar (sıcak ve soğuk duvarlar) yakınında ise ısı sınır tabaka karakteristiğini yansıtan eğrisel bir değişim göstermektedir. Ayrıca yine Şekil 3.35a-c de,  $n = 1.8$  ve  $AR \leq 0.25$  durumlarında,  $\theta$  boyutsuz sıcaklık profilinin  $Ra$  sayısı değişimine karşı duyarsız kaldığını da görmek mümkündür. Her iki power-law akışkan ( $n = 0.6$  ve  $n = 1.8$ ) durumunda da özellikle  $AR > 0.25$  durumları için  $\theta$  boyutsuz sıcaklık profili artan  $Ra$  sayısı ile birlikte, Newtonumsu akışkan durumunda gözlemlendiği gibi, giderek daha doğrusal olmayan (eğrisel) bir değişim sergilediği Şekil 3.35a-c de görülmektedir. Bu doğrusal olmayan (eğrisel) sıcaklık profilleri aktif duvarlara (sıcak ve soğuk duvarlara) bitişik ısı sınır tabaka oluşumlarını ve kapalı ortam merkezinde hemen hemen sıcaklık gradyanının sıfır olduğu eş sıcaklığa sahip öz bölgesinin oluşumunu yansıtmaktadır. Esasen, aktif duvarlara (sıcak ve soğuk duvarlara) yakınındaki sıcaklık gradyanının büyüklüğü ısı akısının ve  $\overline{Nu}$  sayısının büyüklüğünü tayin eder. Maksimum ortalama Nusselt sayısı aktif duvar yakınındaki sıcaklık gradyanının en büyük (sıcaklık profilinin en dik) olduğu boyut oranı değerine sahip kapalı ortam durumu için elde edilir. Ancak, Şekil 3.35a-c de her iki power-law akışkan ( $n = 0.6$  ve  $n = 1.8$ ) durumunda da aktif duvarlar yakınındaki sıcaklık gradyanı ile boyut oranı arasında monoton olmayan bir ilişkinin olduğu gözle çarpılmaktadır. Maksimum  $\overline{Nu}$  sayısının elde edildiği  $AR_{max}$  değerine ulaşıncaya kadar aktif duvarlar yakınındaki sıcaklık gradyanının büyüklüğü, artan boyut oranı ile artmaktadır. Ancak boyut oranı  $AR_{max}$  değerini aşınca ( $AR > AR_{max}$ ), artan boyut oranı ile birlikte aktif duvarlar

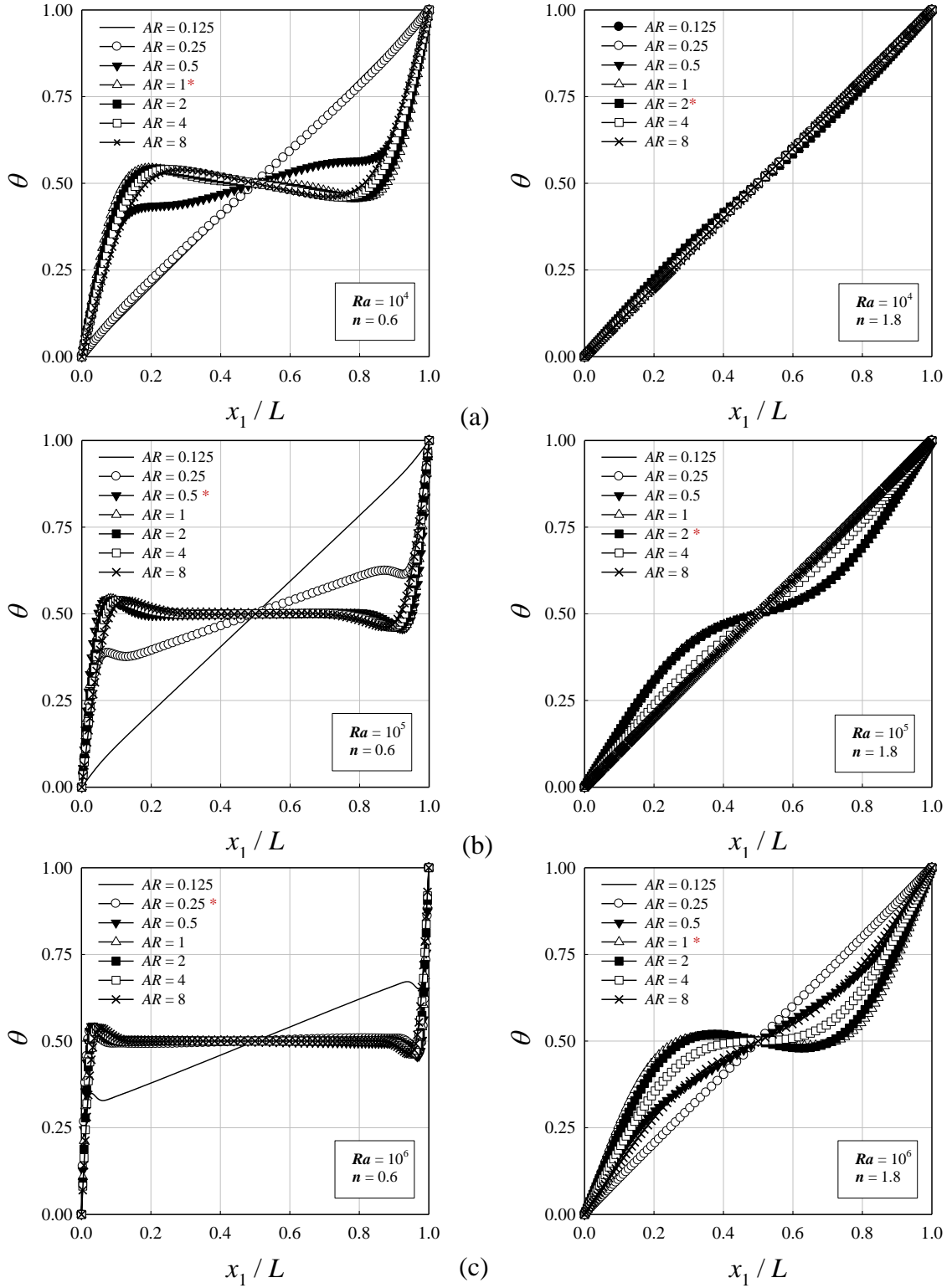
yakınındaki sıcaklık gradyanı ve dolayısıyla da  $\overline{Nu}$  sayısı azalmaktadır. Şekil 3.35a,b ve c karşılaştırıldığında, maksimum  $\overline{Nu}$  sayısının elde edildiği  $AR_{max}$  değerinin, Newtonumsu akışkan durumlarında gözlemlendiği gibi (Bejan, 1980; Dong ve Zhai, 2007; Ganguli *vd.*, 2009), artan  $Ra$  sayısı ile azaldığı görülmektedir.

Şekil 3.35a-c deki boyutsuz sıcaklık dağılımı için yapılan gözlemi daha iyi anlamak ve açıklayabilmek için, Şekil 3.36a-c de yer alan düşey hız bileşeni dağılımının incelenmesi yararlı olacaktır. Şekil 3.36a-c verilen bir  $AR$  ( $Ra$ ) değeri için artan  $Ra$  ( $AR$ ) ile birlikte  $V$  boyutsuz düşey hız bileşeni büyüklüklerinin monoton olarak artmakta olduğunu göstermektedir. Bu durum da göstermektedir ki, her iki power-law akışkan ( $n = 0.6$  ve  $n = 1.8$ ) durumu içinde artan  $Ra$  ve  $AR$  değerleri ile birlikte taşınım etkilerinin güçlenmektedir. Şekil 3.35a-c deki  $\theta$  boyutsuz sıcaklık ve Şekil 3.36a-c deki  $V$  boyutsuz düşey hız bileşeni değişimleri karşılaştırıldığında,  $V$  düşey hız bileşeninin,  $\theta$  boyutsuz sıcaklık profilinin doğrusal bir değişim gösterdiği durumlarda, göz ardı edilebilir değerlere sahip olduğu ortaya çıkmaktadır.

Yine, Şekil 3.35'de gözlemlenen monoton olmayan  $AR$  boyut oranı bağımlılığı, aktif duvarlar yakınında yüksek sıcaklık gradyanlarının görüldüğü sınır tabaka akışı için yapılacak skala analizi ile de açıklanabilir.  $V$  boyutsuz düşey hız bileşeni skalası (3.91) eşitliği de kullanılarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

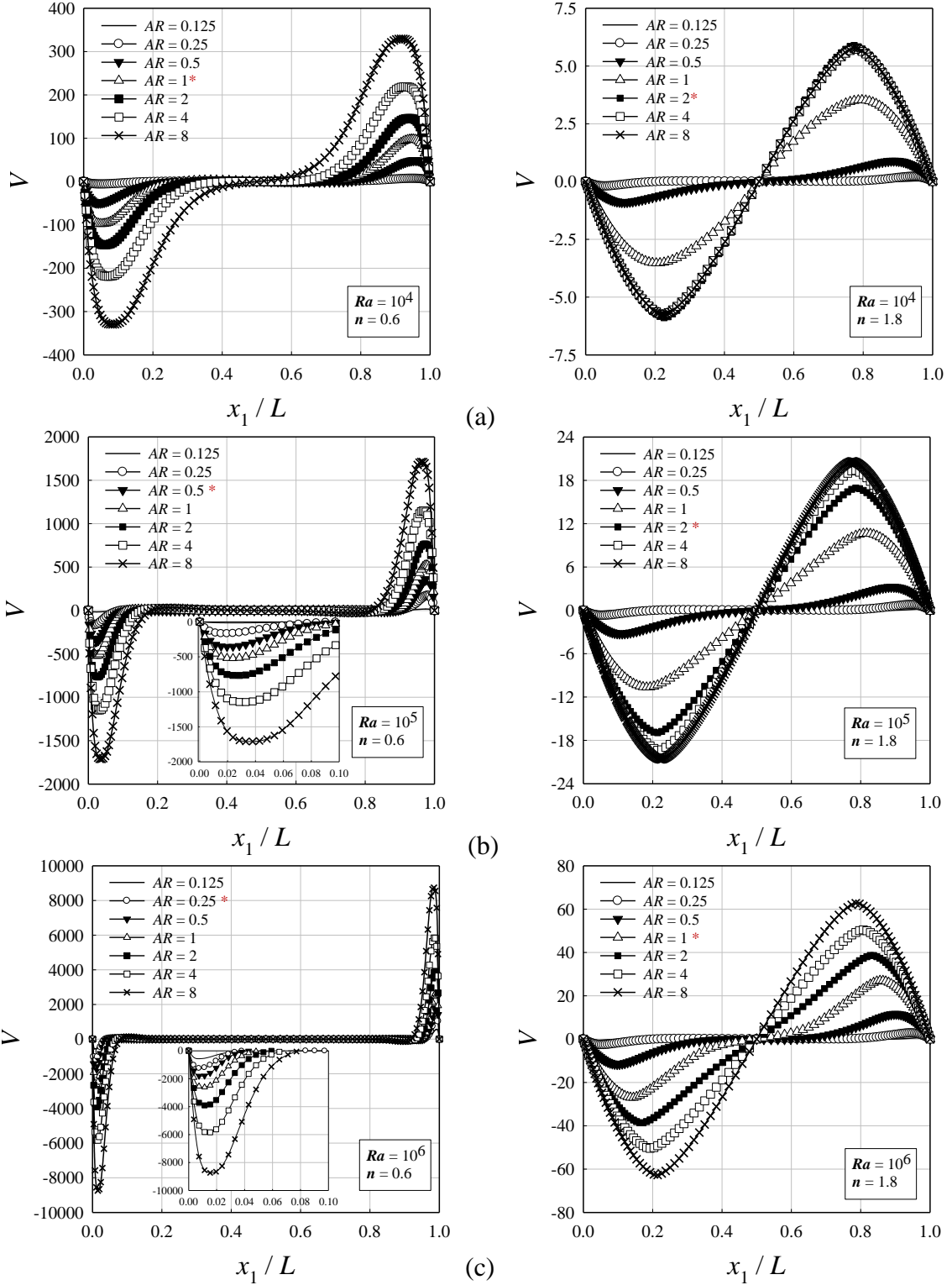
$$V \sim gL / \alpha \sim \sqrt{RaPrAR} \quad (3.99)$$

Bu çalışmada  $\alpha$  ve  $L$  bütün durumlar için sabit tutulmuştur. Eşitlik (3.39), sabit bir  $Ra$  ( $AR$ ) için, artan  $AR$  ( $Ra$ ) ile birlikte, Şekil 3.35a-c de gözlemlendiği gibi, akışkan hareketinin güçlendiğini göstermektedir.



Şekil 3.35.  $n = 0.6$  ve  $n = 1.8$  için  $AR = 0.125-8$  aralığında yatay orta eksen ( $x_2/H = 0.5$ ) boyunca sırası ile  $\theta$  boyutsuz sıcaklık değişimi (\* $\overline{Nu}_{\max}$ 'ın elde edildiği boyut oranı değeri  $AR_{\max}$ 'ı gösterir):  $Ra =$  (a)  $10^4$ , (b)  $10^5$  ve (c)  $10^6$ .





Şekil 3.36.  $n = 0.6$  ve  $n = 1.8$  için  $AR = 0.125-8$  aralığında yatay orta eksen ( $x_2/H = 0.5$ ) boyunca sırası ile  $V$  boyutsuz düşey hız bileşeni ( $*\overline{Nu}_{\max}$ 'ın elde edildiği boyut oranı değeri  $AR_{\max}$ 'ı gösterir):  $Ra =$  (a)  $10^4$ , (b)  $10^5$  ve (c)  $10^6$ .

Sınır tabaka hareketinin önemli rol oynadığı taşınım rejiminde (sınır tabaka rejimi) (Gill, 1966; Bejan, 1979)  $\dot{Q}$  birim zamanda geçen toplam ısı enerjisi herhangi bir yükseklikteki yatay-kesit (ara kesit) boyunca enerji-akısının (energy-flux) integrali alınarak belirlenebilir:

$$\dot{Q} = \int_0^L [\rho c_p u_2 - k \partial T / \partial x_2] dx_1 \quad (3.100)$$

Adveksiyon ile sınır tabaka içerisinde meydana gelen ısı transfer katkısı şu şekilde verilir (Gill, 1966; Bejan, 1979):

$$\dot{Q}_{conv} = \int_0^L \rho c_p u_2 T dx_1 \quad (3.101)$$

Sınır tabaka dışındaki akışkan hızı ihmal edilebilir düzeyde olduğu için (3.101) eşitliği aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir:

$$\dot{Q}_{conv} = \int_0^L \rho c_p u_2 T dx_1 \approx \int_0^{\delta} \rho c_p u_2 T dx_1 \quad (3.102)$$

Yin vd. (1978) ve Bejan (1979) tarafından sınır tabaka içerisinde ısı difüzyon (iletim) ile meydana gelen ısı transfer aşağıdaki gibi verilir:

$$\dot{Q}_{diff} = \int_0^L -k \frac{\partial T}{\partial x_2} dx_1 \quad (3.103)$$

Eşitlikler (3.91) ve (3.92) ile verilen skala tahminleri kullanılarak, taşınım ile meydana gelecek ısı transfer büyüklüğü şu şekilde tahmin edilebilir:

$$\dot{Q}_{conv} \sim (k\Delta T) Ra^{(2n-1)/(2n+2)} Pr^{(2n+1)/(2n+2)} AR^{(2n+1)/(2n+2)} \quad (3.104)$$

Isıl difüzyon (iletim) ile meydana gelecek maksimum ısı transfer büyüklüğü Bejan vd.'nin (1981) çalışmasındaki gibi ifade edilebilir:

$$\dot{Q}_{diff} \sim (k\Delta T)AR^{-1} \quad (3.105)$$

Eşitlikler (3.104) ve (3.105) ile yapılan skala tahminleri göstermektedir ki, artan  $AR$  boyut oranı ile birlikte taşınımsal etkiler güçlenirken, ısı difüzyon etkileri (iletimsel etkiler) azalmaktadır. Bu durum Bejan (1980) tarafından elde edilen analitik sonuçlar ile tamamen uyumludur. Verilen bir  $AR$  boyut oranı için taşınımsal hareketin başrol oynamaya başladığı nominal Rayleigh sayısı  $\dot{Q}_{conv} \geq \dot{Q}_{diff}$  durumu göz önünde bulundurularak tahmin edilebilir:

$$\dot{Q}_{conv} \geq \dot{Q}_{diff} \quad (3.106)$$

$$Ra \geq AR^{-(4n+3)/(2n-1)} Pr^{-(2n+1)/(2n-1)}$$

Yukarıdaki eşitlik, çalışmada dikkate alınan  $n$  akışkan davranış indeksi aralığı için, taşınımsal hareketin önemli olmaya başladığı eşik Rayleigh sayısının artan  $AR$  boyut oranı ile birlikte azaldığını göstermektedir. Bu davranış (eğilim) çok küçük  $AR$  değerleri için Şekil 3.35a-c de yapılan, ısı transferin öncelikli olarak iletim yolu ile gerçekleştiği ve taşınımsal hareketin ise çok zayıf kaldığı gözlemi ile uyumaktadır.  $AR$  kapalı ortam boyut oranının artışı, adveksiyon etkilerinin artmasına (eşitlik (3.104)), difüzyon etkilerinin ise azalmasına (eşitlik (3.105)) neden olur. Bu durum, maksimum ısı transfer miktarının optimum bir  $AR_{max}$  boyut oranı değerinde meydana gelmesine yol açar. Ayrıca, eşitlikler (3.104) ve (3.105) den, verilen bir  $Pr$  değeri için  $AR_{max}$  değerinin  $Ra$  sayısına bağlı olduğunun da anlaşılması mümkündür. Bununla birlikte, Şekiller (3.35) ve (3.36) göstermektedir ki, artan  $Ra$  sayısı değeri ile birlikte  $AR_{max}$  değeri azalmaktadır.

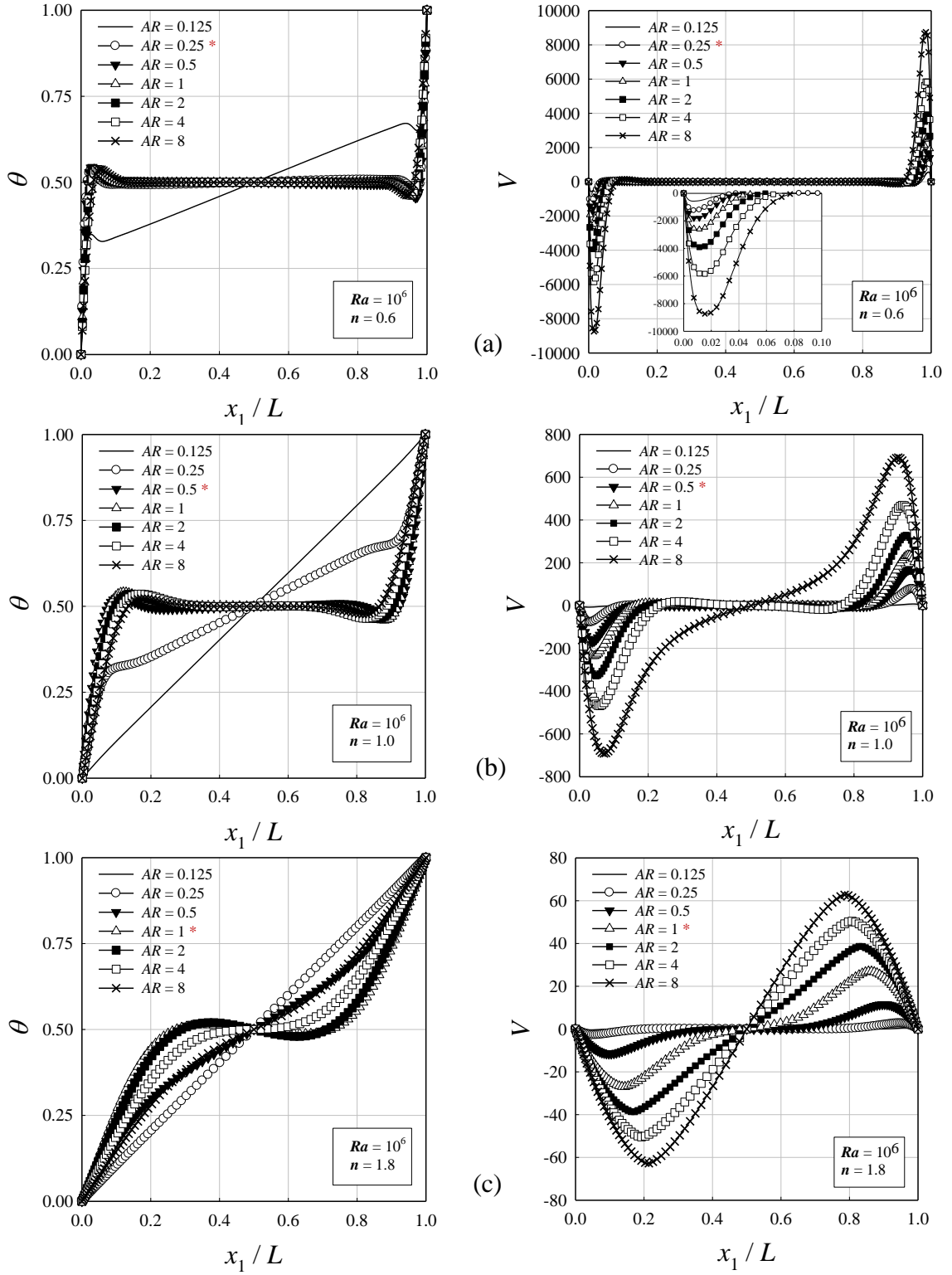
### 3.4.3. Boyut Oranı ve Akışkan Davranış İndeksi Etkileri

Verilen bir  $Ra$  nominal Rayleigh sayısı için, artan  $n$  akışkan davranış indeksi değerleri ile birlikte  $AR_{max}$  değeri artmakta olduğu Şekil 3.37 den gözlemlemek mümkündür. Ayrıca, yine Şekil 3.37 de görüldüğü gibi, verilen bir  $AR$  ve  $Ra$  değeri için  $\theta$  boyutsuz sıcaklık profili, artan  $n$  değeri ile birlikte giderek daha az eğrisel bir değişim sergilemektedir. Bu durum artan  $n$  değerleri ile taşınım etkilerinin zayıfladığını işaret etmektedir. Aynı zamanda Şekil 3.37a-c de verilen  $V$  boyutsuz düşey hız bileşeni büyüklüklerinin, artan  $n$  değerleri ile, azalması da bu durumu doğrular niteliktedir. Daha öncede vurgulandığı gibi, eşitlik (3.97) ile verilen  $Gr_{eff}$  efektif Grashof sayısı incelen akışkan ( $n < 1$ ) durumlarında  $Gr$  nominal Grashof sayısından daha büyük değerler alır. Oysaki, kalınlaşan akışkan ( $n > 1$ ) durumda ise,  $Gr_{eff}$  efektif Grashof sayısı  $Gr$  nominal Grashof sayısından daha küçük değerler alır. Bu bulgu, sabit bir  $AR$  ve  $Ra$  değeri için azalan  $n$  değerleri ile birlikte, sürtünme kuvvetlerin kaldırma kuvvetlerine göre bağlı etkilerinin azaldığının, başka bir ifade ile azalan  $n$  değerleri ile birlikte kaldırma kuvveti etkilerinin ve taşınımsal etkilerin güçlendiğinin bir kanıtı niteliğindedir.

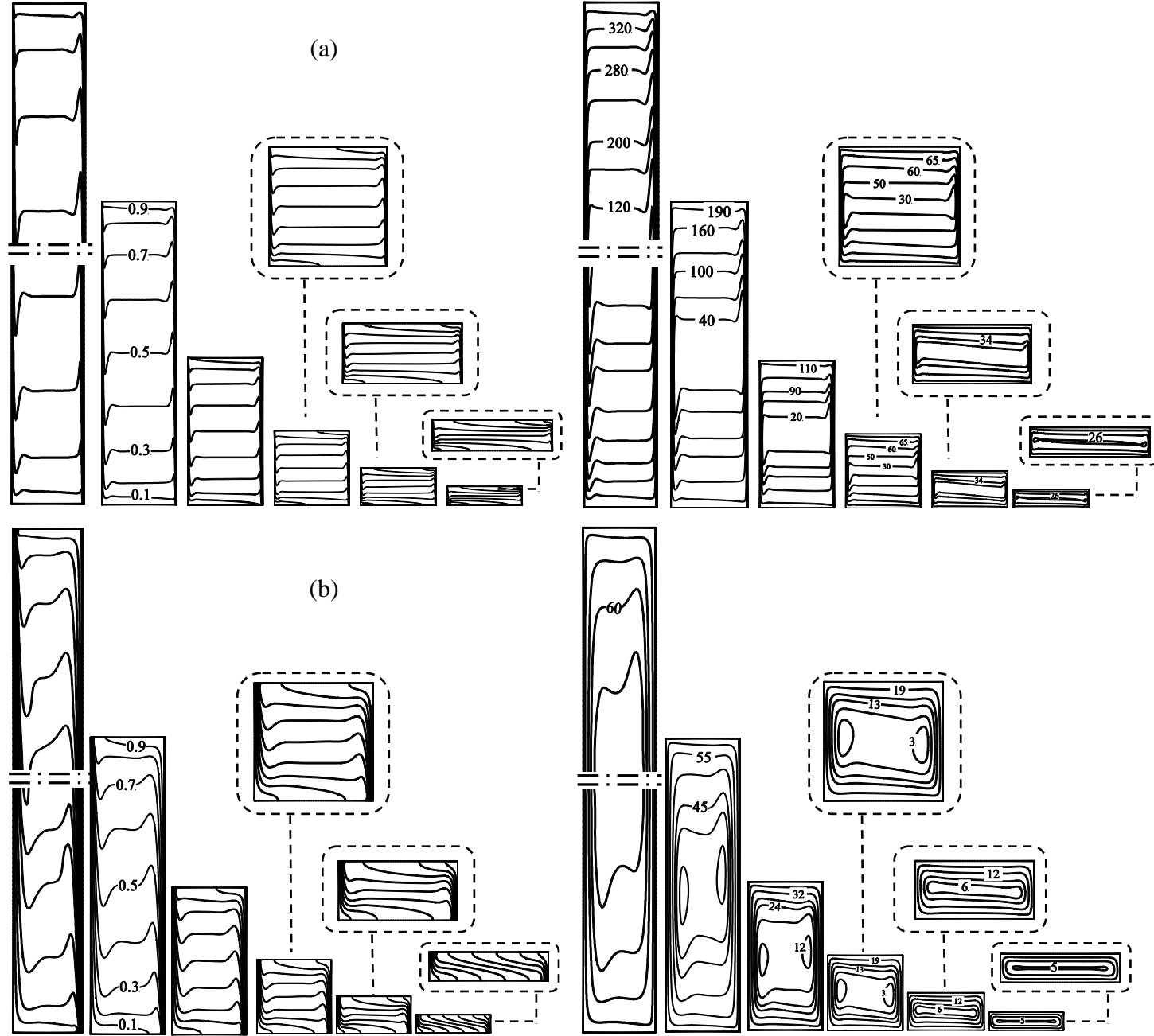
Daha öncede belirtildiği gibi, azalan  $AR$  boyut oranı değerleri ile birlikte taşınımın gücü azalmaktadır ve özellikle de çok küçük  $AR$  değerlerinde ( $AR \leq 0.25$ ) kapalı ortam içerisindeki akışkan hareketi çok çok zayıf olmaktadır. Bu nedenle taşınım ile ısı transferi etkisiz kalmakta bu durumda, ısı transferi öncelikli olarak iletim yolu ile gerçekleşmektedir. Bu davranışı  $Ra = 10^6$  da  $n = 0.6, 1$  ve  $1.8$  ve farklı  $AR$  değerleri için çizilen boyutsuz eşsıcaklık eğrileri ve  $\Psi$  boyutsuz akım çizgilerinin gösterildiği Şekil 3.38 den doğrulamak mümkündür. Şekil 3.38 de görüldüğü gibi, bütün  $AR$  durumları için artan  $n$  değerleri ile birlikte, sürtünme kuvvetlerin güçlenmesi sonucu,  $\Psi$  boyutsuz akım çizgilerinin büyüklükleri azalmaktadır. Aynı zamanda, artan  $n$  değerleri ile birlikte güçlenen sürtünme kuvvetleri sonucu taşınımsal hareketin azalması neticesinde eşsıcaklık eğrileri de giderek daha az kavisli bir yapıya dönüşmektedir (Şekil 3.38a-c).

Şekil 3.37 ve 3.38 de yapılan gözlemler eşitlik (3.93) ile taşınımın rolünün ihmal edilemez olduğu  $AR$  değerleri için verilen skala tahmini kullanılarak daha iyi anlaşılabilir. Buna göre, verilen herhangi bir  $Ra$ ,  $Pr$  ve  $AR$  değerleri için, artan  $n$  değerleri ile birlikte, taşınımsal hareketin zayıfladığını işaret eder şekilde,  $\delta_{th}$  ısıl sınır tabaka kalınlığı artmaktadır. Isıl sınır tabakada meydana gelen bu artış ısı transferinin en önemli göstergesi olan Nusselt sayısının azalmasına neden olur (eşitlik (3.86)).

Şunu da vurgulamakta yarar vardır ki, (3.97) ve (3.98) eşitlikleri incelendiğinde, verilen bir  $Ra$ ,  $Pr$  ve  $AR$  değeri için, efektif Grashof ve efektif Rayleigh sayılarının azalan  $n$  değerleri ile birlikte arttığı görülür. Esasen, bu durum, verilen bir  $AR$  boyut oranı değeri için, azalan  $n$  değerleri ile, ısı transferinde taşınımın rol almaya başladığı, nominal Rayleigh sayısının azaldığını işaret eder. Bu davranış, Şekil 3.35 ve 3.36 da taşınımsal etkilerin ihmal edilemeyecek büyüklükte olduğu  $AR = 0.125$ ,  $Ra = 10^6$  ve  $n = 0.6$  durumu için görülmektedir. Oysaki  $AR = 0.125$ ,  $Ra = 10^6$  ve  $n > 0.6$  durumlarında iletim ağırlıklı bir ısı transfer söz konusudur yani taşınımsal etkilerin kendini gösterebilmeleri için daha yüksek  $Ra$  nominal Rayleigh sayısı değerlerine ihtiyaç vardır.

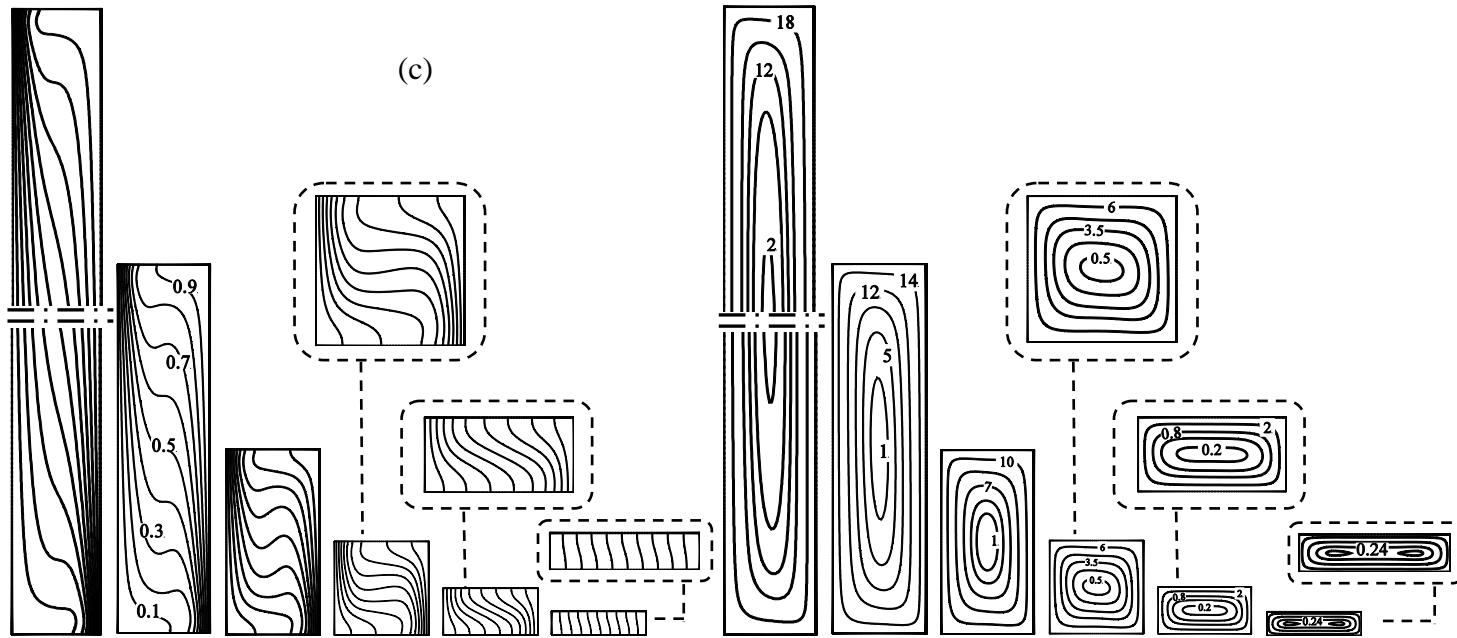


Şekil 3.37.  $Ra = 10^6$ ,  $Pr = 10^3$  ve farklı AR boyut oranları için yatay orta eksen ( $x_2/H = 0.5$ ) boyunca,  $\theta$  boyutsuz sıcaklık ve  $V$  boyutsuz düşey hız bileşeni değişimi: (a)  $n = 0.6$ , (b)  $n = 1.0$  ve (c)  $n = 1.8$ .



Şekil 3.38.  $Ra = 10^6$ ,  $Pr = 10^3$  ve  $AR = 1/4-8$  için boyutsuz eşsıcaklık eğrileri (sol kolan) ve boyutsuz akım çizgileri (sağ kolan): (a)  $n = 0.6$ , (b)  $n = 1.0$  ve (c)  $n = 1.8$ .

Şekil 3.38'in devamı





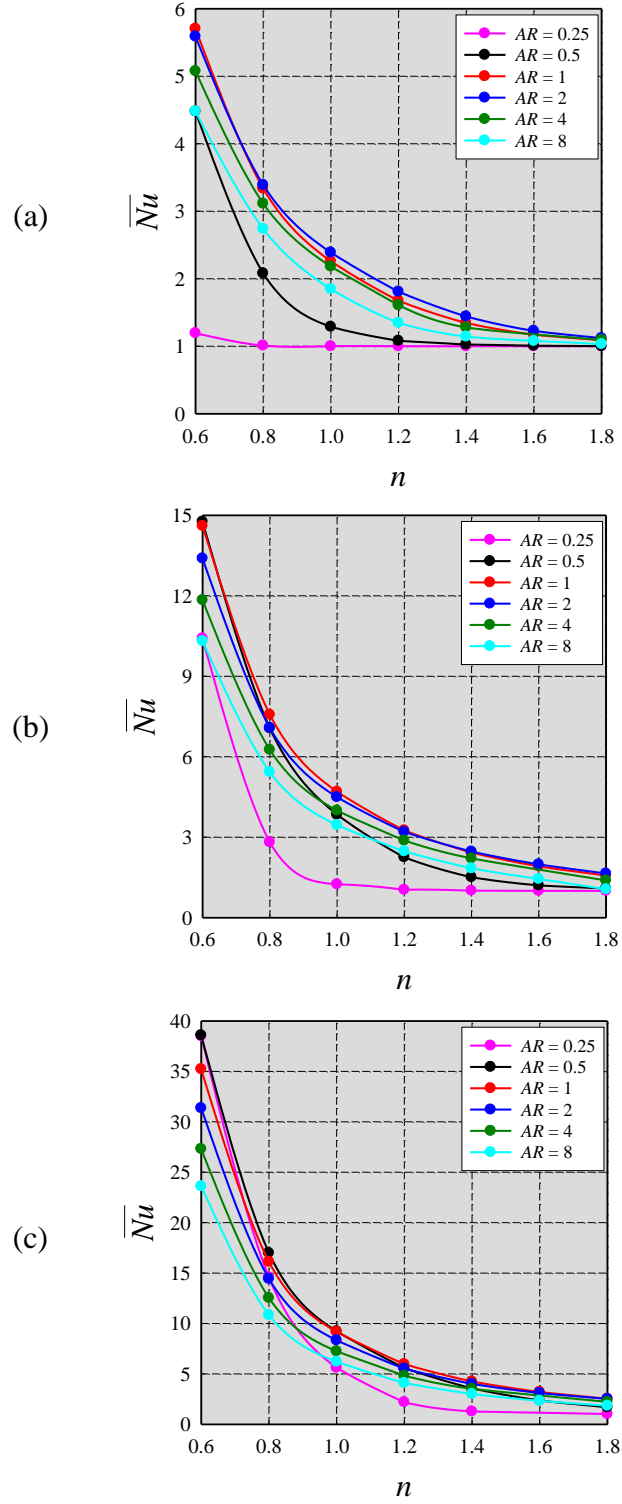
### 3.4.4. Ortalama Nusselt Sayısı Davranışı

Şekil 3.39a-c de  $Ra = 10^4, 10^5$  ve  $10^6$  ve farklı  $AR$  boyut oranı değerleri için  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısının  $n$  akışkan davranış indeksi ile değişimi verilmiştir. Görüldüğü gibi, dikkate alınan bütün  $Ra$  ve  $AR$  durumlarında,  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısının artan  $n$  akışkan davranış indeksi ile birlikte azalmaktadır. Bu durum eşitlik (3.94) ile verilen skala tahmininden beklenen bir davranıştır. Daha öncede tartışıldığı gibi, azalan  $n$  akışkan davranış indeksi ile birlikte sürtünme etkilerinin zayıflamasından dolayı taşınım etkileri giderek daha da güçlenir. Böylece, küçük  $n$  akışkan davranış indeksi değerlerinde daha yüksek oranda taşınımsal ısı transferi meydana gelir. Bu durum ise, daha küçük  $n$  akışkan davranış indeksi değerlerinde daha yüksek  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı değerlerinin ortaya çıkması şeklinde sonuçlara yansır (Şekil 3.39a-c).

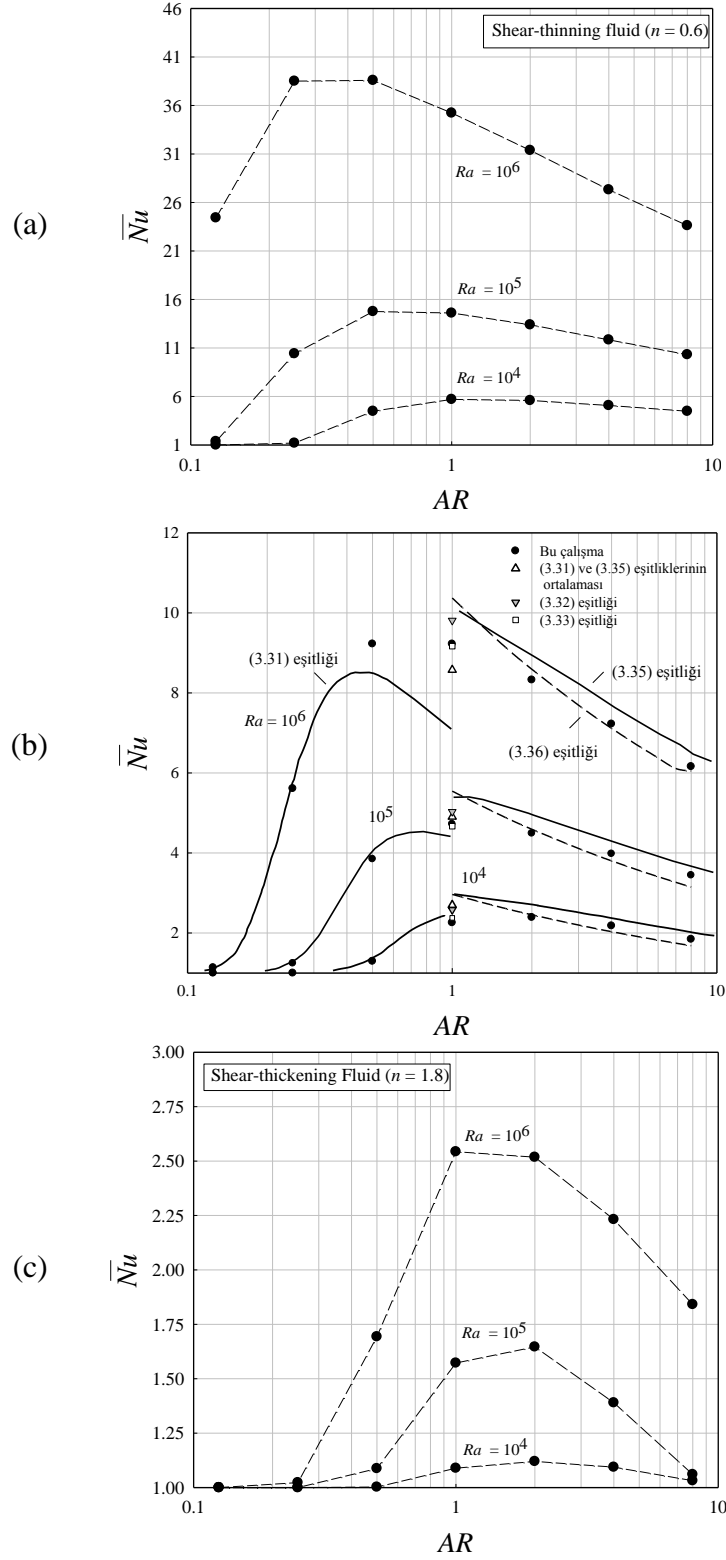
Şekil 3.40a-c de ise, incelen akışkan ( $n = 0.6$  için), Newtonumsu akışkan ve kalınlaşan akışkan ( $n = 1.8$  için) durumları için  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısının  $AR$  boyut oranı ile değişimi verilmiştir. Newtonumsu akışkanlar ile benzer olarak, her iki power-law akışkan ( $n = 0.6$  ve  $n = 1.8$ ) durumunda da,  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı ile  $AR$  boyut oranı arasında monoton-olmayan bir ilişkinin varlığı göze çarpmaktadır. Esasen bu durum daha önce, Şekil 3.35 ve 3.36 için yapılan tartışmalarda da belirtilmiş olup, burada çok daha net bir şekilde görülmektedir.

Aynı zamanda, Şekil 3.40a-c de her iki power-law akışkan ( $n = 0.6$  ve  $n = 1.8$ ) durumunda da, Newtonumsu akışkanlarda olduğu gibi,  $AR_{max}$ , maksimum ortalama Nusselt sayısının meydana geldiği boyut oranı değerinin, artan  $Ra$  nominal Rayleigh sayısı ile birlikte azaldığını görmek mümkündür.

Ayrıca, verilen bir  $Ra$  nominal Rayleigh sayısı değeri için, artan  $n$  akışkan davranış indeksi ile birlikte maksimum ortalama Nusselt sayısının meydana geldiği  $AR_{max}$  boyut oranı değerinin arttığını da görülebilir.



Şekil 3.39. Farklı  $AR$  boyut oranı değerleri için ( $Pr = 10^3$ 'de)  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısının  $n$  akışkan davranış indeksi ile değişimi:  $Ra =$  (a)  $10^4$ , (b)  $10^5$  ve (c)  $10^6$ .



Şekil 3.40. Farklı Rayleigh sayıları ( $Ra = 10^4$ ,  $10^5$  ve  $10^6$ ) için  $\overline{Nu}$  -  $AR$  ortalama Nusselt sayısı - boyut oranı değişimi: (a)  $n = 0.6$ , (b)  $n = 1.0$  ve (c)  $n = 1.8$ .

### 3.4.5. Korelasyon Fonksiyonları

Kare kesitli ( $AR=1$ ) bir kapalı ortam içerisindeki power-law akışkanların doğal taşınımının incelendiği Bölüm 3.3 de  $Ra = 10^4-10^6$  ve  $Pr = 10 - 10^5$  aralığında ortalama Nusselt sayısı için aşağıdaki korelasyon fonksiyonu önerilmiştir:

$$\overline{Nu} = 0.162 Ra^{0.043} \frac{Pr^{0.341}}{(1+Pr)^{0.091}} \left( \frac{Ra^{2-n}}{Pr^n} \right)^{\frac{1}{2(n+1)}} e^{b(n-1)},$$

$$n \leq 1 \quad \text{için} \quad b = 1.343 Ra^{0.065} Pr^{0.036} \quad (3.107)$$

$$n > 1 \quad \text{için} \quad b = 0.858 Ra^{0.071} Pr^{0.034}$$

Bu korelasyon fonksiyonu  $n = 1$  için daha önce Newtonumsu akışkanlar için önerilen (3.11) eşitliğine eşit olmaktadır. Çalışmanın bu kısmında, (3.107) eşitliği ile verilen bu korelasyon fonksiyonunun farklı  $AR$  boyut oranlarını kapsayacak şekilde genişletilmesi amaçlanmaktadır.

Sığ kapalı ortamlarda ( $AR \ll 1$ ) paralel akış rejimi ( $Ra AR^3 \rightarrow 0$ ), kapalı ortam öz bölgesinde düşey yöndeki hız bileşeni çok çok küçük düzeylerde kalır ve akışkan hareketi daha çok yatay yönde gerçekleşir ve aynı zamanda yatay yöndeki sıcaklık gradyanı  $K = \partial T / \partial x_1 \sim \Delta T / L$  sabit kalır. Bu durumda, sürekli rejimde vortisite ( $\omega = (\partial u_2 / \partial x_1 - \partial u_1 / \partial x_2)$ ) denkleminin aşağıdaki formu alır:

$$\rho u_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \rho g \beta \frac{\partial T}{\partial x_1} + \frac{\partial^2 \tau_{21}}{\partial x_1 \partial x_1} + \frac{\partial^2 \tau_{22}}{\partial x_1 \partial x_2} - \frac{\partial^2 \tau_{11}}{\partial x_1 \partial x_2} - \frac{\partial^2 \tau_{12}}{\partial x_2 \partial x_2} \quad (3.108)$$

(3.108) eşitliğinin sol tarafındaki terim vortisite adveksiyonuna ifade ederken, sağ taraftaki ilk terim kaldırma kuvvetinden kaynaklanan vortisite üretimini/yokedimini (generation/destruction) göstermektedir. (3.108) eşitliğinin sağ tarafındaki son dört terim

ise vortisitinin moleküler difüzyonunu temsil etmektedir. Vortisite difüzyonunun başlıca katkısını  $-\partial^2 \tau_{12} / \partial x_2^2$  terimi gösterir ve

$$\rho g \beta \frac{\partial T}{\partial x_1} \sim -\frac{\partial^2 \tau_{12}}{\partial x_2^2} \quad (3.109)$$

$$\rho g \beta \frac{\Delta T}{L} \sim K \frac{u_c^n}{(FH)^{n+2}}$$

Bu ifadede yer alan yatay duvarlar üzerindeki hidrodinamik sınır tabaka kalınlığı  $\delta \sim FH$  şeklinde skala edilmiştir ( $0 < F < 1$ ). Böylece,  $u_c$  öz bölgedeki yatay hız bileşeni skalası şu şekilde tahmin etmek mümkündür:

$$u_c \sim Ra^{1/n} F^{1+2/n} AR^{1+2/n} (\alpha / L) \quad (3.110)$$

Enerji denklemindeki taşınım ve difüzyon terimleri arasındaki denge dikkate alınır:

$$\rho c_p u_1 \frac{\partial T}{\partial x_1} \sim k \frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} \quad (3.111)$$

$$\rho c_p u_c \frac{\Delta T}{L} \sim k \frac{\Delta T_1}{F^2 H^2} f_3(Ra, Pr)^2$$

ifadesi elde edilir. Burada,  $\Delta T_1$  yatay adyabatik duvarlar arasındaki karakteristik sıcaklık farkıdır ve yatay duvarlar bitişiğindeki ısı sınır tabaka kalınlığı ise  $\delta_{th} \sim FH / f_4(Bn, Pr)$  olarak skala edilmiştir. Buradan,  $\Delta T_1$  yatay adyabatik duvarlar arasındaki karakteristik sıcaklık farkı için:

$$\Delta T_1 \sim Ra^{1/n} F^{3+2/n} AR^{3+2/n} \Delta T / f_3(Ra, Pr)^2 \quad (3.112)$$

ifadesi elde edilir. Sakala analizi sonucu türetilen (3.112) eşitliğinin  $n = 1$  (Newtonumsu akışkan durumu) için Cormack vd. (1974a) tarafından  $\Delta T_1$  skalası için verilen  $\Delta T_1 \sim RaAR^5 \Delta T$  ifadesi ile mükemmel bir uyum göstermektedir.

$\overline{Nu}$  Ortalama Nusselt sayısı, Cormack vd.'nin (1974a) çalışmasında olduğu gibi, herhangi bir düşey ara-kesit üzerinde enerji akısı analizi uygulanarak tahmin edilebilir.

$$\overline{Nu} = \frac{L}{Hk\Delta T} \int_0^H \left[ \rho c_p u_1 - k \frac{\partial T}{\partial x_1} \right] dx_2 = \overline{Nu}_1 + \overline{Nu}_2 \quad (3.113)$$

Burada  $\overline{Nu}_1$  taşınım etkilerinden,  $\overline{Nu}_2$  ise difüzyon etkilerinden kaynaklanan ısı transferi temsil etmekte olup şu şekilde tahmin edilebilir:

$$\overline{Nu}_1 = \frac{L}{Hk\Delta T} \int_0^H \rho c_p u_1 T dx_2 \quad (3.114)$$

$$\overline{Nu}_2 = -\frac{L}{Hk\Delta T} \int_0^H k \frac{\partial T}{\partial x_1} dx_2 \quad (3.115)$$

(3.110) ve (3.112) eşitlikler kullanılarak  $\overline{Nu}_1$  ve  $\overline{Nu}_2$  aşağıdaki gibi skala edilebilir:

$$\overline{Nu}_1 = \frac{L}{Hk\Delta T} \int_0^H \rho c_p u_1 T dx_2 \sim \frac{L \rho c_p u_c \Delta T_1 H}{Hk\Delta T} \sim Ra^{2/n} F^{4+4/n} AR^{4+4/n} / f_3^2 \quad (3.116)$$

$$\overline{Nu}_2 = -\frac{L}{Hk\Delta T} \int_0^H k \frac{\partial T}{\partial x_1} dx_2 = \frac{H\Delta T L k}{H\Delta T L k} = 1 \quad (3.117)$$

Böylece, paralel akış rejimi ( $Ra_{cwt} AR^3 \rightarrow 0$ ) için  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı aşağıdaki gibi ifade elde edilebilir:

$$\overline{Nu} = 1 + Ra^{2/n} F^{4+4/n} AR^{4+4/n} / f_3^2 \quad (3.118)$$

(3.118) ifadesi,  $n = 1$  (Newtonumsu akışkanlar) için Cormack *vd.*'nin (1974a) asimptotik yaklaşım sonucu elde etmiş oldukları  $Nu = 1 + Ra_{CWHF}^2 AR^8 / 362880$  ifadesine oldukça benzerdir. Bu durum göz önüne alınarak,  $f_3 \approx 1.0$  için  $F \sim 1/4.95$  olduğu öngörülebilir.

(3.94) ve (3.118) eşitlikleri yardımıyla dikdörtgen kesitli kapalı ortamlar içerisinde power-law akışkanların doğal taşımında ortamla Nusselt sayısı için için aşağıdaki korelasyon fonksiyonları  $0.6 \leq n \leq 1.8$   $Ra = 10^4 - 10^6$  ve  $0.25 \leq AR \leq 8$  aralığında önerilmiştir:

$Ra AR^7 \geq 10^4$  için

$\bar{Nu} > 1$  için

$$\bar{Nu} = \left[ 0.162 Ra^{0.043} \frac{Pr^{0.341}}{(1+Pr)^{0.091}} \left( \frac{Ra^{2-n}}{Pr^n AR^n} \right)^{\frac{1}{2(n+1)}} e^{b(n-1)} \right] \times \left[ e^{1-AR^{-0.212}} \right]$$

$\bar{Nu} \leq 1$  için  $\bar{Nu} = 1$

(3.119)

$Ra AR^7 < 10^4$  için

$\bar{Nu} > 1$  için

$$\bar{Nu} = \left[ 0.162 Ra^{0.043} \frac{Pr^{0.341}}{(1+Pr)^{0.091}} \left( \frac{Ra^{2-n}}{Pr^n AR^n} \right)^{\frac{1}{2(n+1)}} e^{b(n-1)} \right] \times \left[ 1 - 1.5 (1-AR)^{b_2} \right]$$

$\bar{Nu} \leq 1$  için  $\bar{Nu} = 1$

(3.120)

$\frac{Ra AR^5}{n^9} < 40$  için

$$\bar{Nu} = 1 + \left( \frac{1}{4.95} \right)^{4+4/n} Ra^{2/n} AR^{4+4/n}$$

(3.121)

(3.119) ve (3.120) eşitliklerinde yer alan  $b$ ,  $b_2$  ise aşağıdaki ifadeler dikkate alınabilir:

$$n \leq 1 \quad \text{için} \quad b = 1.343 Ra^{0.065} Pr^{0.036} AR^{0.099} \quad (3.122)$$

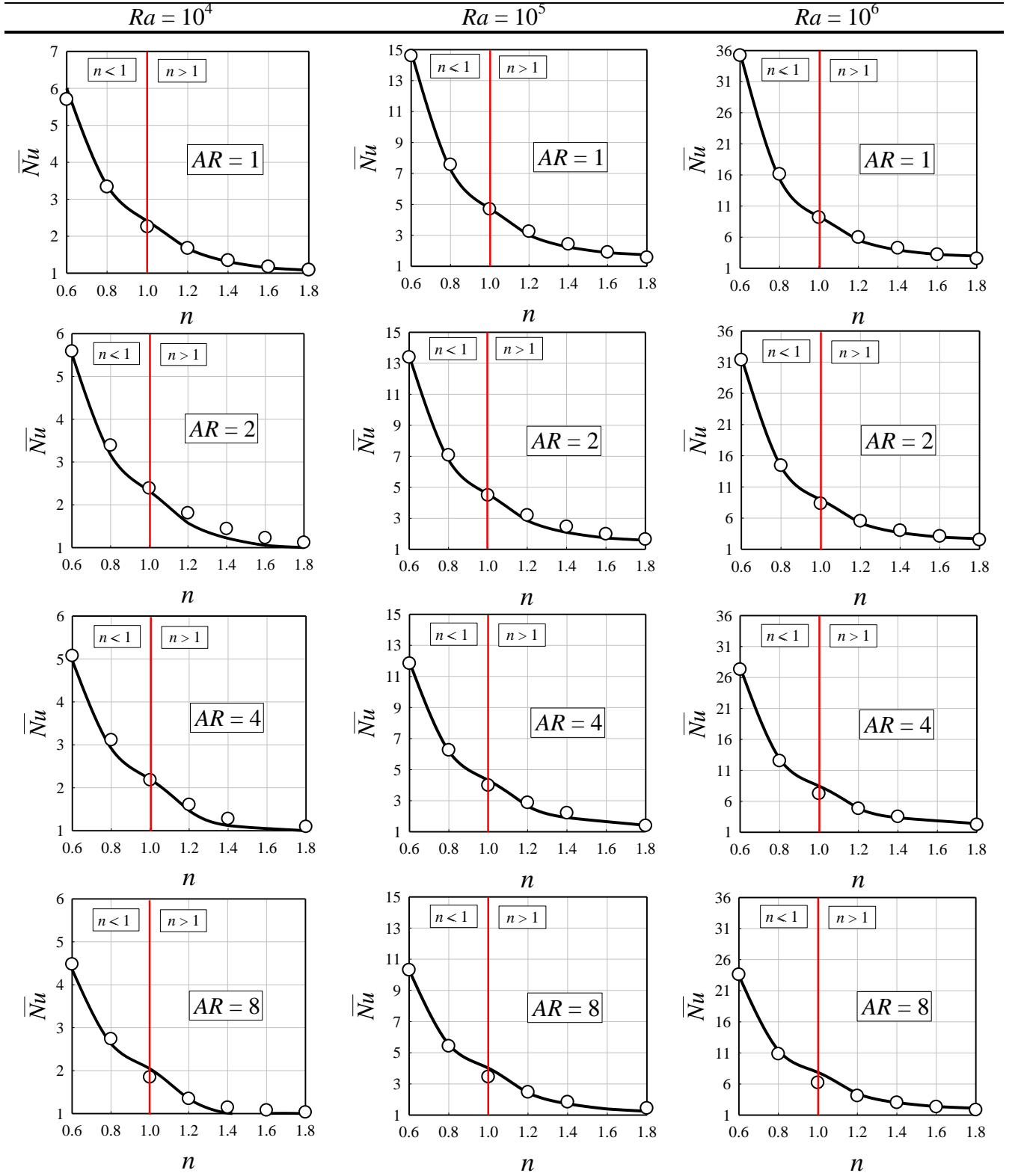
$$n > 1 \quad \text{için} \quad b = 0.858 Ra^{0.071} Pr^{0.034} AR^{-0.006} \quad (3.123)$$

$$n \leq 1 \quad \text{için} \quad b_2 = 0.156 Ra^{0.222} n^{-0.887} \quad (3.124)$$

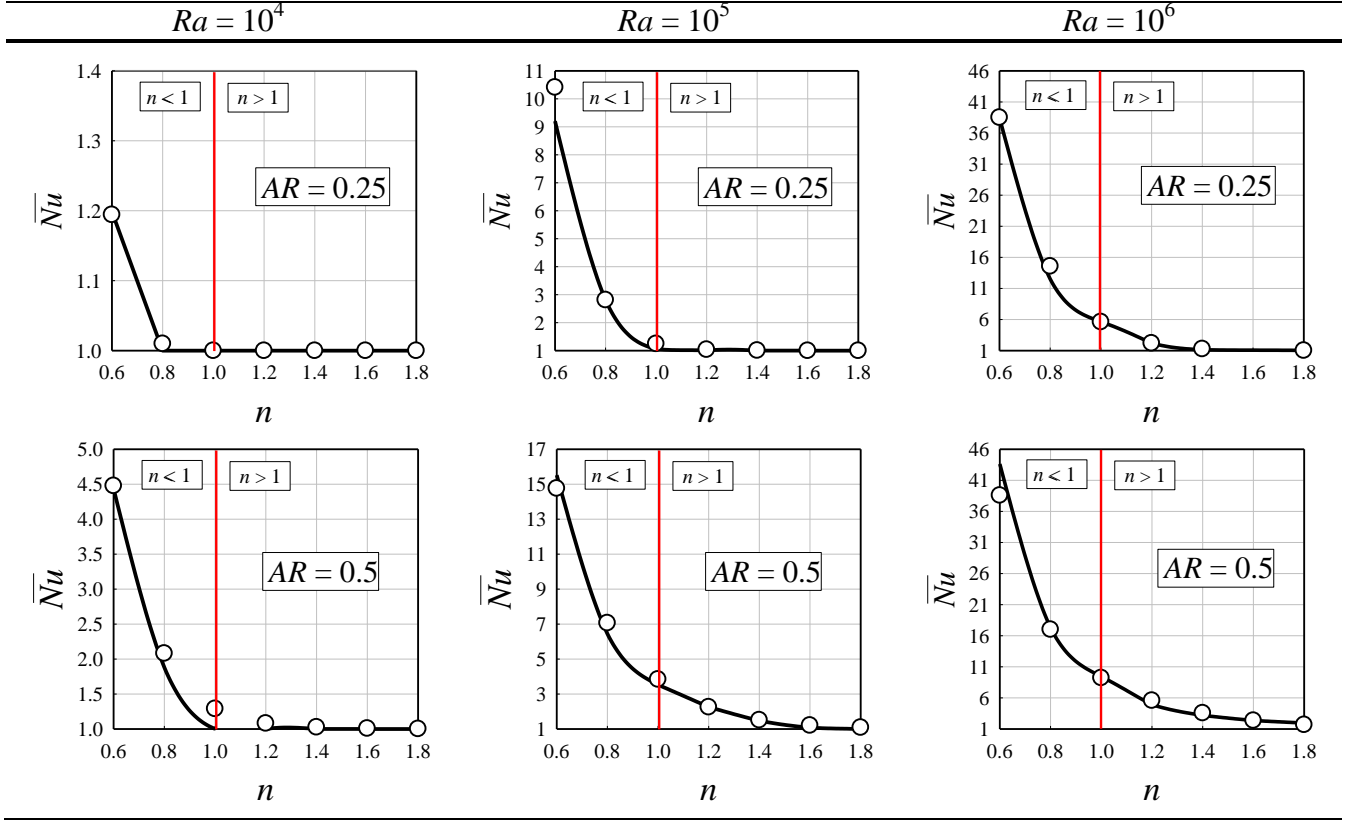
$$n > 1 \quad \text{için} \quad b_2 = 0.725 Ra^{0.104} n^{-1.030} \quad (3.125)$$

(3.119)-(3.125) eşitlikler ile verilen korelasyon fonksiyonlarının tahminleri ile sayısal sonuçlar Şekil 3.41 ve 3.42 de karşılaştırılmıştır.





Şekil 3.41. Farklı  $Pr$ ,  $Ra$  ve  $AR$  ( $=1, 2, 4$  ve  $8$ ) değerleri için  $\overline{Nu} - n$  değişimleri ve (3.119) - (3.125) eşitlikleri tahminleri.



Şekil 3.42. Farklı  $Pr$ ,  $Ra$  ve  $AR$  ( $= 0.25$  ve  $0.5$ ) değerleri için  $\overline{Nu}$  -  $n$  değişimleri ve (3.119) - (3.125) eşitlikleri tahminleri.

### 3.5. Uygulama Örneği: Silikon Yağ İçerisine Yerleştirilmiş Yoğunlaştırılmış Fotovoltaik Hücrenin Isıl Analizi

Bu bölümde, Newtonumsu-olmayan akışkan ile dolu kapalı bir ortam içerisinde doğal taşınım olayının mühendislik uygulamalarındaki yerinin daha anlaşılabilmesi için güneş enerji sistemleri ile ilgili küçük bir uygulama örneği ele alınmıştır. Burada, akışkan bir ortam (silikon yağ) içerisine yerleştirilmiş yoğunlaştırılmış fotovoltaik bir sistemin ısıl analizi ve buna bağlı olarak da performans (fotovoltaik hücre verim) değişiminin incelenmesi planlanmıştır. Bu amaçla, fotovoltaik hücrenin silikon yağ içerisine yerleştirilmiş olduğu yoğunlaştırılmış bir fotovoltaik sistemin, farklı güneş ışınım akıları ve farklı silikon yağ film kalınlıklarındaki hücre sıcaklığı üç boyutlu sayısal bir model oluşturularak tahmin edilmeye çalışılmıştır. Böylece, farklı güneş ışınım akısı değerlerinde, silikon yağ film kalınlığının, fotovoltaik hücrenin verimini doğrudan etkileyen hücre sıcaklığı üzerindeki etkileri incelenmiştir.

#### 3.5.1. Yoğunlaştırılmış Fotovoltaik Sistemler (Concentrating Photovoltaic (CPV) Systems)

Güneş ışığını, ayna ve lens gibi optik sistemler kullanarak fotovoltaik hücre üzerine odaklanması sonucu elektrik enerjisinin üretildiği, yoğunlaştırılmış fotovoltaik sistemler yenilenebilir enerji kaynakları arasındaki en ilgi çekici uygulamalardan biridir. Yoğunlaştırılmış fotovoltaik sistemlerin (Şekil 1.1), klasik fotovoltaik sistemlere göre en önemli avantajları daha yüksek verime sahip olmaları ve daha az hücre alanına ihtiyaç duyulmasıdır. Buna karşılık, bu sistemlerin en büyük dezavantajı ise, daha küçük fotovoltaik hücre yüzeyine daha fazla güneş ışınım akısının düşmesi sonucu, hücre sıcaklığında meydana gelen aşırı yükselmedir. Fotovoltaik sistemlerde, hücre sıcaklığında meydana gelecek  $1\text{ K}$  ( $^{\circ}\text{C}$ )'lik artışın sistem verimini yaklaşık olarak % 0.4 - 0.5 oranında düşürdüğü belirlenmiştir (Huang *vd.*, 2004). Bu durum, yoğunlaştırılmış fotovoltaik sistemlerin ısıl kontrolünü zorunlu kılar. Fotovoltaik sistemlerin ısıl olarak kontrol altına almak amacıyla aktif ve pasif olmak üzere iki farklı yöntem uygulanır. Aktif yöntemler, ısı borusu ve ısı pompası gibi karmaşık sistemler içerirler (Royne *vd.*, 2005). Ayrıca bu yöntemde dışarıdan ilave bir enerji ihtiyacı söz konusudur, bu yüzden aktif yöntemler daha çok yüksek kapasiteli sistemler için uygundur. Buna karşılık, ayrı bir enerji kaynağına ihtiyaç duyulmaksızın gerçekleştirilen pasif yöntemler ise genellikle tek fotovoltaik hücre

geometrisi ve bu çalışmada da dikkate alınan doğrusal (lineer) fotovoltaik hücre geometrileri için çok daha uygundur (Royne *vd.*, 2005).

Yüksek ısı iletkenliğe sahip kanatçık dizinlerinden oluşan soğutucu elemanlar, yoğunlaştırılmış fotovoltaik sistemlerdeki fazla ıyı sistemden uzaklaştırmak için uygulanan en basit pasif kontrol yöntemidir (Royne *vd.*, 2005; Natarajan *vd.*, 2011). Natarajan *vd.* (2011) soğutucu kanatçıklar yardımı ile gerçekleştirilen ısı kontrolün fotovoltaik hücre sıcaklığı üzerindeki etkilerini sayısal olarak incelemiş ve soğutucu kanatçıkların olduğu ve olmadığı durumlardaki hücre sıcaklığını tahmin etmek için iki boyutlu bir ısı model geliştirmiştir.

Fotovoltaik sistemlerde, ısı transferini iyileştirmek için uygulanan bir başka pasif ısı kontrol yöntemi ise, fotovoltaik hücrenin akışkan bir ortam içerisine yerleştirilmesidir (Abrahamyan *vd.*, 2002; Wang *vd.*, 2009; Han *vd.*, 2011; Han *vd.*, 2013). Ancak, bu yöntem için kullanılacak akışkanların yüksek ısı transfer performansı, iyi kimyasal kararlılık ve yüksek dielektrik (elektrik geçirmeme) özellikleri gibi bazı şartlara sahip olması gerekmektedir (Wang *vd.*, 2009). Ayrıca, akışkan tarafından absorbe edilen güneş ışınımı fotovoltaik hücrenin spektral tepkisini karşılamalıdır (Wang *vd.*, 2009). Wang *vd.*, (2009), farklı akışkanlar içerisine yerleştirmiş oldukları fotovoltaik hücrenin çıkış gücünün, akışkanların optik ve elektriksel özelliklerinden nasıl etkilendiğini araştırmışlardır. Wang *vd.*, (2009), akışkanların optik özelliklerinin fotovoltaik hücre verimi üzerinde çok belirgin bir etkisinin bulunmadığı, buna karşın, elektriksel özelliklerinin ise hücre verimini önemli ölçüde değiştirdiğini belirlemişlerdir. Ayrıca bu çalışmada, fotovoltaik hücrenin, ele alınan akışkanlar arasında, silikon yağın içerisine konulduğunda daha iyi bir performans gösterdiği belirlenmiştir. Silikon yağlar sahip oldukları yüksek ısı transfer performansı, iyi kimyasal kararlılık ve yüksek dielektrik özellikleri nedeniyle, fotovoltaik hücrenin akışkan bir ortam içerisine yerleştirilerek performansının iyileştirilmesinin amaçlandığı bu yöntem için en yaygın olarak kullanılan akışkan türüdür (Abrahamyan *vd.*, 2002; Wang *vd.*, 2009; Han *vd.*, 2011).

Silikon yağlar, power-law akışkan türü olan ve viskozitesi artan şekil değiştirme hızı ile azalan, incelen akışkan davranışı gösterirler (Boger ve Binnington, 1977; Hou *vd.*, 2007). Bu durum, fotovoltaik hücrenin silikon yağ içerisnde olduğu bir yoğunlaştırılmış fotovoltaik sistem için yapılacak analizlerde daha gerçekçi sonuçlara ulaşılabilmesi için mutlaka dikkate alınmalıdır.

Bu çalışmada, fotovoltaik hücrenin silikon yağ içerisine yerleştirilmiş olduğu doğrusal bir CPV sistemde, farklı güneş ışınım akısı ve silikon film kalınlıklarında, hücre sıcaklığının sistem performansı üzerindeki etkileri sayısal olarak araştırılmıştır. Farklı işletme koşullarında, hücre verimini doğrudan etkileyen  $T_{cell,mid}$  fotovoltaik hücrenin orta eksenindeki sıcaklığı (Royne *vd.*, 2005) tahmin etmek için üç boyutlu bir ısıl model geliştirilmiştir. Çalışmada silikon yağın akışkan davranış indeksinin fotovoltaik hücre sıcaklığı üzerindeki etkisinin incelenmesi amaçlanmadığından,  $n = 0.6$  olarak sabit bir değer alınmıştır. Ayrıca, optik sistem tarafından odaklanan bütün güneş ışınının fotovoltaik hücre tarafından absorbe edildiği kabul edilmiştir (Royne *vd.*, 2005; Natarajan *vd.*, 2011).

Literatürde fotovoltaik hücre verimi ile hücre sıcaklığı arasındaki ilişkiyi temsil eden bir çok farklı model bulunmasına karşın, bu çalışmada fotovoltaik hücre veriminin sıcaklık artışı ile doğrusal olarak azaldığını öngören ve aşağıdaki gibi ifade edilen basit bir yaklaşım dikkate alınmıştır (Evans ve Florschuetz, 1977; Royne *vd.*, 2005):

$$\eta = \eta_{ref} [1 - \beta_{ref} (T - T_{ref})] \quad (3.126)$$

Burada,  $T$  fotovoltaik hücrenin orta eksenindeki sıcaklığı ( $T = T_{cell,mid}$ ),  $T_{ref}$  referans sıcaklığı,  $\beta_{ref}$  ( $1/C^\circ$ ) sıcaklık artışı ile hücre veriminin azalma oranını ve  $\eta_{ref}$  ise referans sıcaklıktaki hücre verimini göstermektedir.

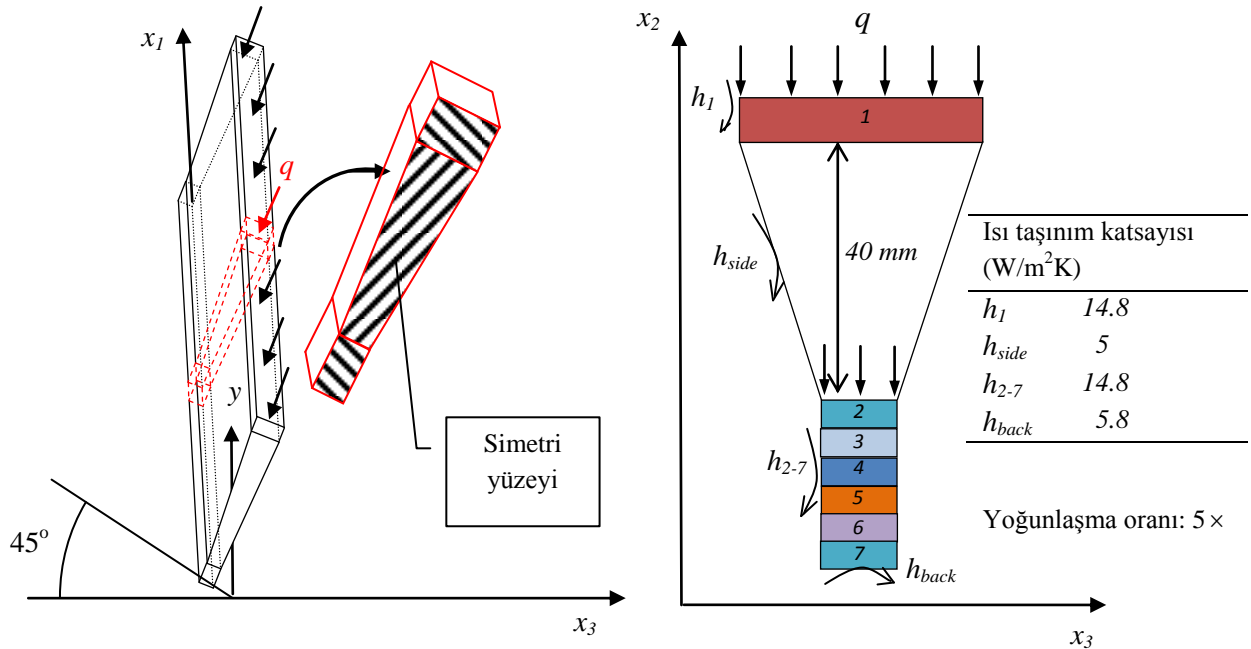
### 3.5.2. Sayısal Yöntem ve Sınır Koşulları

Bu çalışmada, üç boyutlu laminer sıkıştırılamaz power-law akışkan (detaylı bilgi için Bölüm 2.5.2'ye bakınız) akışı sürekli rejim durumu için sayısal olarak incelenmiştir. Sayısal analizler, daha önce gerek klasik fotovoltaik sistemler (Gan, 2009) gerekse yoğunlaştırılmış fotovoltaik sistemler (Wang *vd.*, 2013) ile ilgili çalışmalarda başarı ile uygulanan, ANSYS-FLUENT ticari paket programı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Yakınsama kriteri  $10^{-6}$  olarak seçilmiş ve bütün sayısal analizlerde bu kriter dikkate alınarak korunum denklemleri için yakınsama sağlanıncaya kadar iteratif çözümlere devam edilmiştir.

Bu çalışmada, ele alınan yoğunlaştırılmış fotovoltaik (CPV) sistem doğrusal bir Fresnel lens ve birbiri ile eşdeğer fotovoltaik hücrelerden (güneş pillerinden) oluşan fotovoltaik hücre dizininden oluşmaktadır (Şekil 3.43). Ele alınan CPV sistemin ısıl analizi

gerçekleştirmek üzere, sistemin simetrik yapısı dikkate alınarak, yalnızca tek bir Fresnel lens ve fotovoltaik hücre sistemi modellenmiştir. Modellenen CPV sistemin şematik gösterimi ve sınır koşulları Şekil 3.43’de gösterilmiştir. Aynı zamanda, CPV sistemi oluşturan elemanların termofiziksel özellikleri Tablo 3.4’de verilmiştir.

Çalışmada ele alınan CPV sistemin yoğunlaşma oranı  $5\times$  olarak düşünülmüş ve ortam sıcaklığı  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  kabul edilmiştir.  $500 - 5000\text{ W/m}^2$  aralığında değişen farklı güneş ışınım akısı durumları için sistem performansı araştırılmıştır. Güneş ışınımının % 28’nin Fresnel lens tarafından absorbe edildiği bunun yanında fotovoltaik hücrenin  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$  referans sıcaklığındaki sıcaklıktaki veriminin  $\eta_{\text{ref}} = \% 18$  olduğu kabul edilmiştir.



Şekil 3.43. CPV sistemin şematik gösterimi ve sınır koşulları.

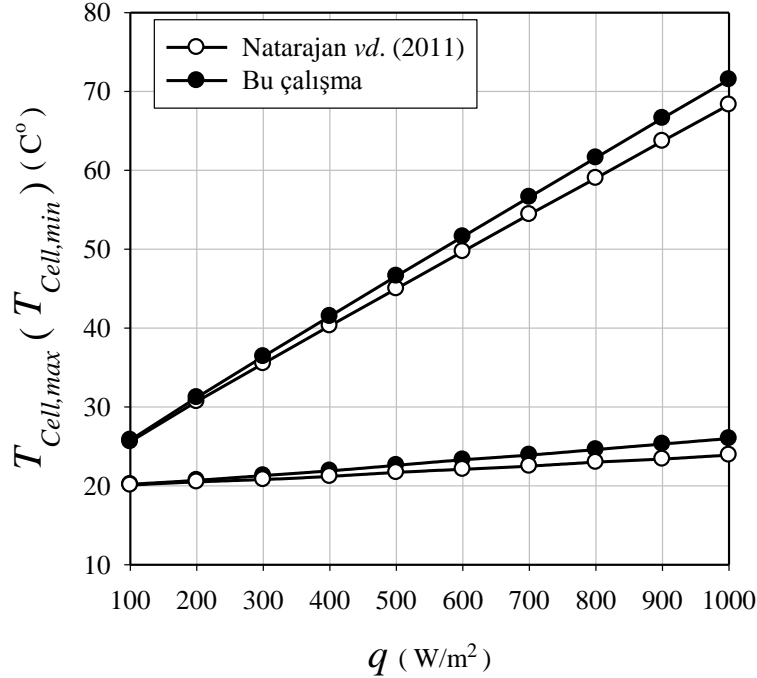
### 3.5.3. Literatür Karşılaştırması

Yoğunlaştırılmış fotovoltaik (CPV) sistem analizi için oluşturulan sayısal modelin doğruluğunu sorgulamak amacıyla, daha önce literatürde CPV sistem ile ilgili Natarajan vd. (2011) tarafından, silikon yağ film tabakasının uygulanmadığı durum için, gerçekleştirilen çalışma referans alınmıştır. Şekil 3.44’de bu çalışmadan ve referans çalışmadan (Natarajan vd., 2011), farklı  $q$  güneş ışınım akıları için elde edilen  $T_{\text{cell,max}}$  maksimum ve  $T_{\text{cell,min}}$  minimum fotovoltaik hücre sıcaklık değerleri karşılaştırılmıştır. Görüldüğü gibi sonuçlar arasında kabul edilebilir bir uyum söz konusudur. Ayrıca Şekil

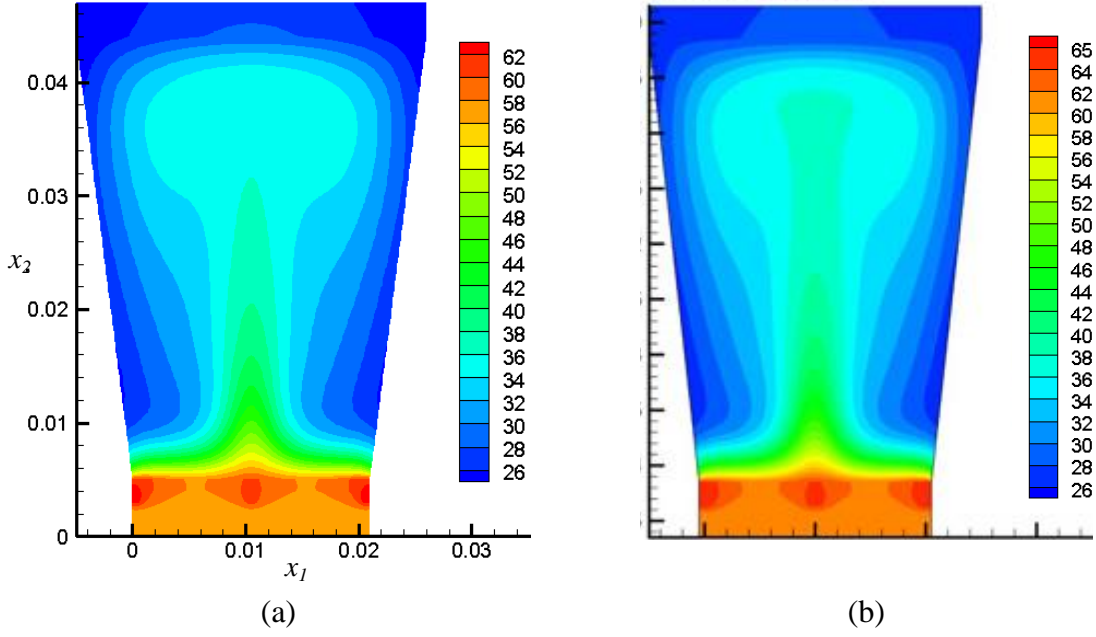
3.45’de referans çalışmadaki (Natarajan *vd.*, 2011) farklı bir durum için, CPV sistem sıcaklık dağılımları karşılaştırılmıştır. Şekil 3.45’de görüldüğü gibi elde edilen sıcaklık dağılımlarının oldukça benzer olduklarını söylemek mümkündür.

Tablo 3.4. Yoğunlaştırılmış fotovoltaik sistemi oluşturan bileşenlerin termofiziksel özellikleri Natarajan *vd.* (2011).

No	Bileşen	Genişlik (mm)	Kalınlık (mm)	Isıl iletkenlik (W/mK)	Yoğunluk (kg/m <sup>3</sup> )	Özgül ısı (J/kg K)
1	Fresnel lens	50	3	0.1875	1162	1465
2 ve 7	Silikon yağ	10	0-10	0.151	960	1510
3	Cam kaplama	10	1	1.05	2515	820
4	Güneş pili (silikon)	10	1	148	2330	712
5	Kaplama (sylvard)	10	1	0.16	1030	1100
6	Arka plaka (alüminyum)	10	5	238	2702	903



Şekil 3.44. CASE A (Natarajan *vd.*, 2011) için  $q$  güneş ışınım akısı ile  $T_{cell,max}$  maksimum ve  $T_{cell,min}$  minimum fotovoltaik hücre sıcaklık değişimlerinin karşılaştırması : (●) Bu çalışma, (○) Natarajan *vd.* (2011).

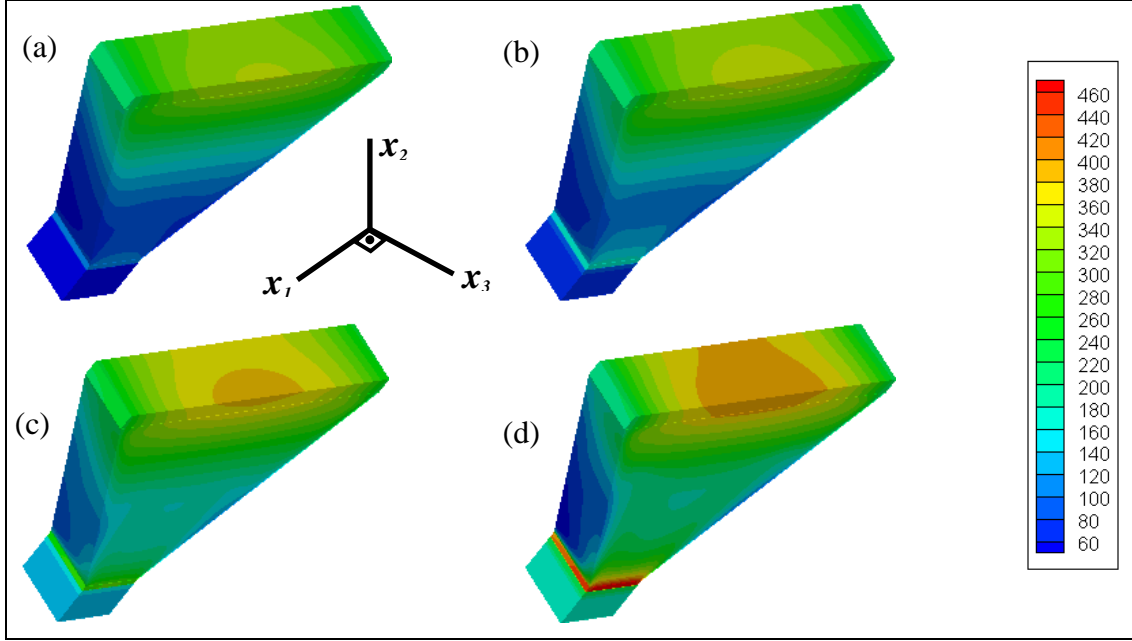


Şekil 3.45. CASE B (Natarajan *vd.*, 2011) için sıcaklık dağılımlarının karşılaştırılması: (a) Bu çalışma, (b) Natarajan *vd.* (2011).

### 3.5.4. Güneş Işınım Akısı Etkisi

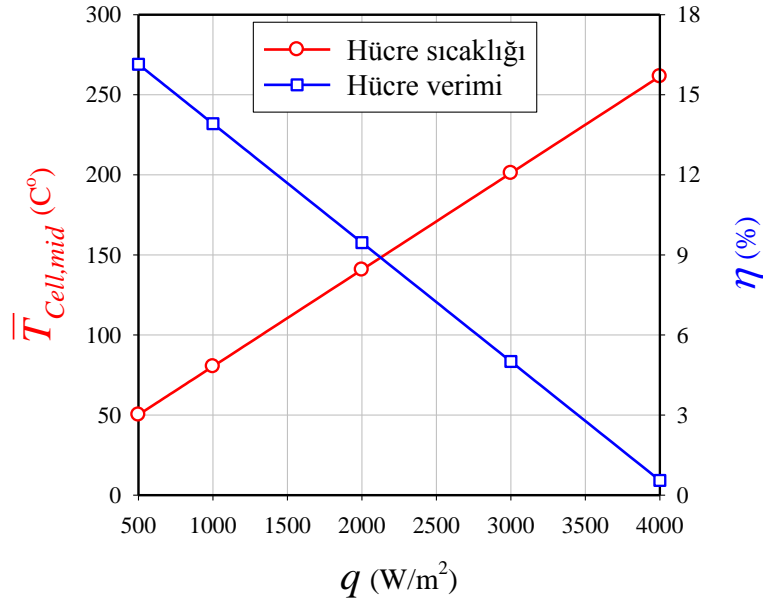
Bu bölümde, güneş ışınım akısının yoğunlaştırılmış fotovoltaik sistem performansı üzerindeki etkileri, silikon yağ film tabakasının uygulanmadığı durum için, incelenmiştir. Bu amaçla,  $q = 500-5000 \text{ W/m}^2$  aralığında farklı güneş ışınım akı değerleri için sayısal analizler gerçekleştirilmiş ve yoğunlaştırılmış fotovoltaik sistemin ısıl analizi yapılmıştır. Şekil 3.46'de silikon yağ film tabakasının uygulanmadığı durumunda,  $q = 500, 1000, 2000$  ve  $4000 \text{ W/m}^2$  güneş ışınım akı değerleri için yoğunlaştırılmış fotovoltaik sistemin sıcaklık dağılımı gösterilmiştir. Şekil 3.46'den de görüldüğü üzere, yoğunlaştırılmış fotovoltaik sistem sıcaklığı artan  $q$  güneş ışınım akısı ile birlikte önemli ölçüde yükselmektedir. Ayrıca yine aynı şekilden görüldüğü gibi, düşük güneş ışınım akılarında maksimum sıcaklık Fresnel lens üzerinde oluşurken, yüksek güneş ışınım akı değerlerinde ( $q = 4000 \text{ W/m}^2$ ) ise maksimum sıcaklık bölgesi fotovoltaik hücre yakınında ortaya çıkmaktadır. Bu durum özellikle yüksek güneş ışınım akılarının yoğunlaştırılmış fotovoltaik sistem performansı üzerinde çok daha büyük bir etkiye sahip olduğunu işaret eder.





Şekil 3.46. Yoğunlaştırılmış fotovoltaik sistemin silicon yağ film tabakasının uygulanmadığı durum için, farklı  $q$  güneş ışınım akılarındaki sıcaklık dağılımı: (a)  $q = 500 \text{ W/m}^2$ , (b)  $q = 1000 \text{ W/m}^2$ , (c)  $q = 2000 \text{ W/m}^2$  ve (d)  $q = 4000 \text{ W/m}^2$ .

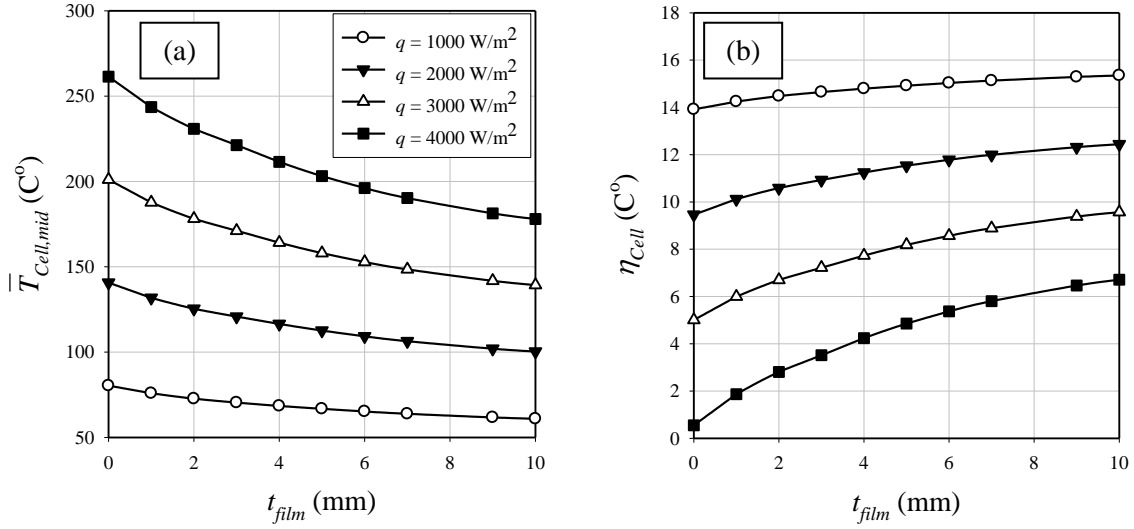
Güneş ışınım akısının yoğunlaştırılmış fotovoltaik sistem performansı üzerindeki etkilerini daha iyi görebilmek için, sistem verimini önemli ölçüde etkileyen, fotovoltaik hücre orta-eksen sıcaklığının güneş ışınım akısı ile değişimini incelemek yararlı olacaktır. Şekil 3.47’de, silikon yağ film tabakasının uygulanmadığı durum için,  $\bar{T}_{Cell,mid}$  ortalama fotovoltaik hücre orta-eksen sıcaklığının ve buna bağlı olarak  $\eta$  fotovoltaik hücre veriminin  $q$  güneş ışınım akısı ile değişimi verilmiştir. Şekil 3.47’den açıkça görüldüğü gibi,  $\bar{T}_{Cell,mid}$  ortalama fotovoltaik hücre orta-eksen sıcaklığı artan  $q$  güneş ışınım akıları ile birlikte yükselmektedir.  $q = 500 \text{ W/m}^2$  güneş ışınım akısı değeri için ortalama fotovoltaik hücre orta-eksen sıcaklığı  $\bar{T}_{Cell,mid} = 50.18 \text{ C}^\circ$  iken,  $q = 4000 \text{ W/m}^2$  güneş ışınım akısı değerleri için bu değer  $250 \text{ C}^\circ$ ’nin üzerine kadar çıkmaktadır. Buna bağlı olarak ta, fotovoltaik hücre verimi, yaklaşık % 16’lardan % 1’in altına düşerek, çok ciddi oranda azaldığı görülmektedir. Bu durum, yoğunlaştırılmış fotovoltaik sistemlerin herhangi bir ısıl kontrol yöntemi uygulanmaksızın kullanılmalarının mümkün olmadığını ortaya koymaktadır.



Şekil 3.47. Silikon yağ film tabakasının uygulanmadığı durum için,  $\bar{T}_{Cell,mid}$  ortalama fotovoltaiik hücre orta-eksen sıcaklığının ve  $\eta$  fotovoltaiik hücre veriminin  $q$  güneş ışınım akısı ile değişimi.

### 3.5.5. Film Kalınlığı Etkisi

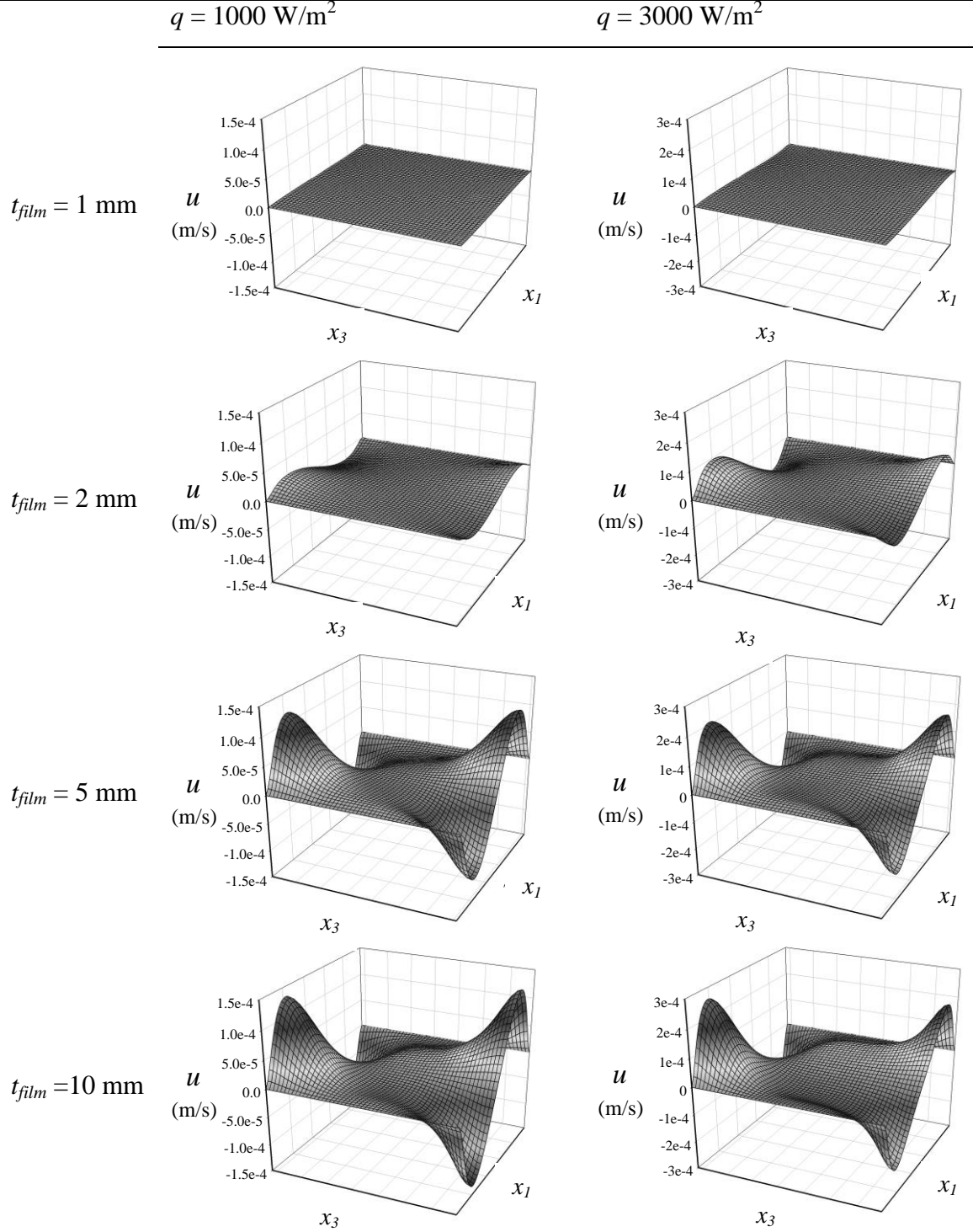
Fotovoltaiik hücre üzerine uygulanan silikon yağ film kalınlığının yoğunlaştırılmış fotovoltaiik sistem performansı üzerindeki etkilerini görmek için, farklı  $q$  güneş ışınım akılarında,  $\bar{T}_{Cell,mid}$  ortalama fotovoltaiik hücre orta-eksen sıcaklığının ve  $\eta$  fotovoltaiik hücre veriminin  $t_{film}$  film kalınlığı ile değişimleri Şekil 3.48'de verilmiştir. Şekil 3.48a ve b'de sırasıyla, film kalınlığı arttıkça, göz önüne alınan bütün  $q$  güneş ışınım akısı durumları için,  $\bar{T}_{Cell,mid}$  ortalama fotovoltaiik hücre orta-eksen sıcaklığının düşmekte olduğu ve buna bağlı olarak da  $\eta$  fotovoltaiik hücre veriminin arttığı göze çarpmaktadır. Özellikle yüksek  $q$  güneş ışınım akısı değerlerinde  $t_{film}$  film kalınlığı ile birlikte  $\bar{T}_{Cell,mid}$  ortalama fotovoltaiik hücre orta-eksen sıcaklığında meydana gelen azalmanın daha fazla olduğu bunun sonucunda ise  $\eta$  fotovoltaiik hücre veriminde daha yüksek bir artışın ortaya çıktığı göze çarpmaktadır (Şekil 3.48a ve b). Örneğin  $t_{film} = 10\text{mm}$  film kalınlığında,  $q = 3000\text{ W/m}^2$  güneş ışınım akısı için sıcaklık düşümü (verim artışı)  $60\text{ }^\circ\text{C}$ 'yi (% 4.5'i) aşarken, güneş ışınım akısının  $q = 1000\text{ W/m}^2$  olduğu durum için sıcaklık düşümü yaklaşık olarak  $20\text{ }^\circ\text{C}$ 'ye (%1.5'e) eşit olmaktadır. Bu sonuç açıkça göstermektedir ki, artan  $t_{film}$  film kalınlığı ve  $q$  güneş ışınım akısı ile birlikte silikon yağ film tabakası içerisindeki taşınım hareketi güçlenmekte ve bunu neticesinde de ısı transferi iyileşmektedir.



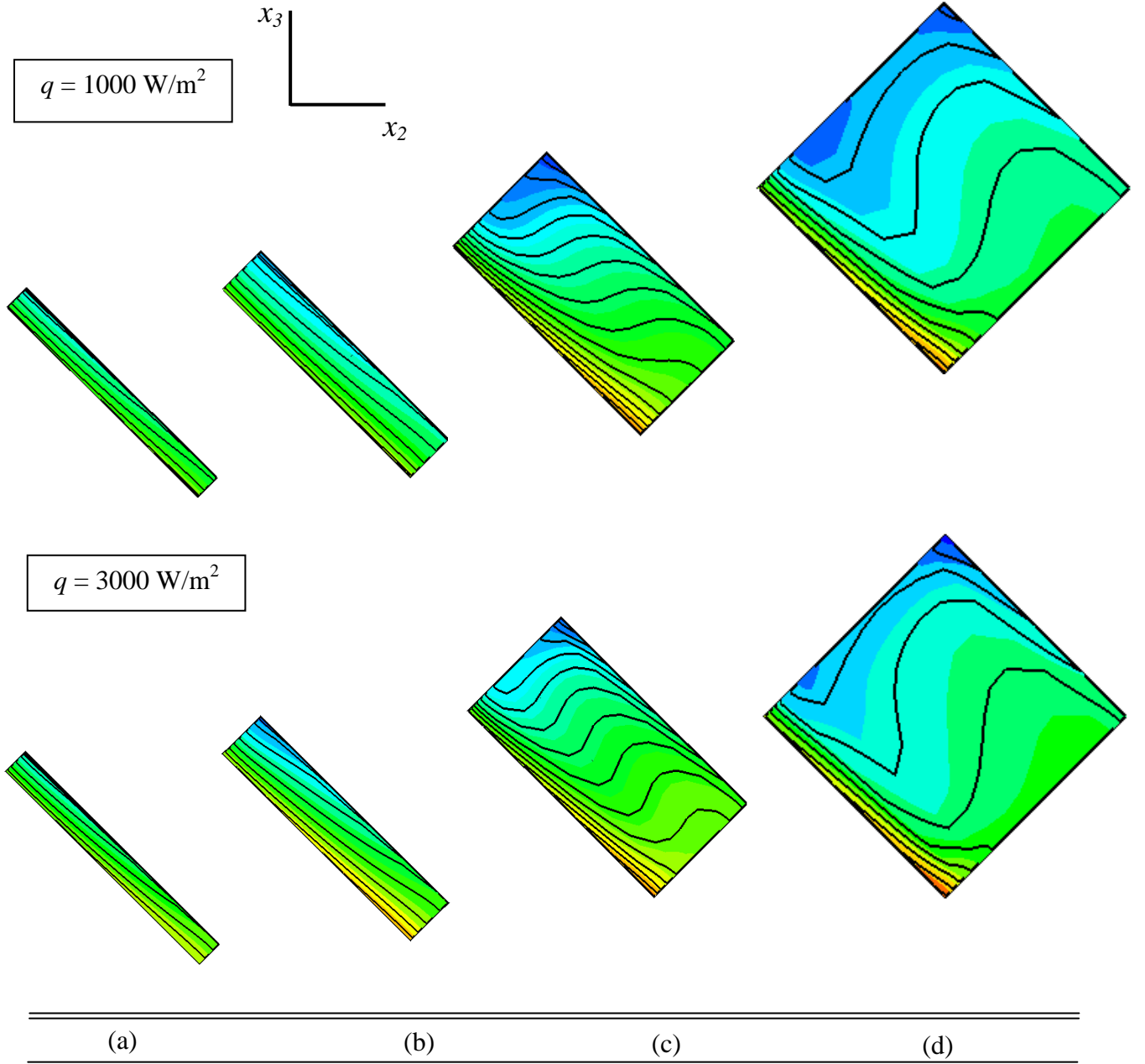
Şekil 3.48. Farklı  $q$  güneş ışınım akıları için (a)  $\bar{T}_{Cell,mid}$  -  $t_{film}$  ve (b)  $\eta$  -  $t_{film}$  değişimleri.

Şekil 3.48’de meydana gelen  $\bar{T}_{Cell,mid}$  ortalama fotovoltaik hücre orta-eksen sıcaklığı ve  $t_{film}$  silikon yağ film kalınlığı değişimini, silikon yağ tabakası düşey orta eksen boyunca  $u$  (m/s) yatay hız dağılımına bakarak açıklamak mümkündür. Şekil 3.49’da,  $q = 1000 \text{ W/m}^2$  ve  $q = 3000 \text{ W/m}^2$  güneş ışınım akıları için, farklı  $t_{film}$  film kalınlıklarındaki üst silikon yağ film tabakası düşey orta eksen boyunca  $u$  (m/s) yatay hız dağılımı gösterilmiştir.  $t_{film} = 1 \text{ mm}$  film kalınlığı için, silikon yağ film tabakası içerisinde sürtünme kuvveti kaynaklı etkilerin kaldırma kuvveti etkilerine baskın gelmesi sonucu çok hafif bir akışkan hareketinin olduğu ve  $u$  yatay hız bileşeni göz ardı edilebilir düzeyde olduğu Şekil 3.49’da görülebilir. Bu durumda, silikon yağ film tabakası içerisindeki ısı geçişinin ağırlıklı olarak iletimle meydana geldiğini ve bu yüzden fotovoltaik hücre sıcaklığında meydana gelen azalmanın düşük seviyelerde kaldığını söylemek mümkündür. Ancak her iki  $q$  güneş ışınım akısı durumu içinde, artan  $t_{film}$  film kalınlığı ile birlikte  $u$  yatay hız bileşeni değerinde dikkate değer bir artışın meydana geldiği görülmektedir. Bu eğilim, verilen bir  $q$  güneş ışınım akısı için artan  $t_{film}$  film kalınlığı ile birlikte silikon yağ tabakası içerisinde kaldırma kuvveti etkilerinin, sürtünme kuvveti etkilerine kıyasla, güçlendiğini göstermektedir. Silikon yağ film tabakası içerisinde bu güçlenen kaldırma kuvveti etkileri neticesinde,  $u$  yatay hız bileşeni değeri yükselmekte ve taşınım ısı transfer ağırlık kazanmaktadır. Bu nedenle yüksek  $t_{film}$  film kalınlık değerlerinde, fotovoltaik hücre sıcaklığında daha fazla sıcaklık düşümünün ortaya çıktığını söyleyebiliriz.

Bu davranışı, Şekil 3.50’de üst silikon yağ film tabakasındaki  $q = 1000 \text{ W/m}^2$  ve  $q = 3000 \text{ W/m}^2$  güneş ışınım akıları ve farklı  $t_{film}$  film kalınlıkları için çizilen eşsıcaklık eğrileri incelenerek doğrulamak mümkündür. Şekil 3.50’de de görüldüğü gibi, artan  $t_{film}$  film kalınlığı ile birlikte, silikon yağ film tabakası içerisindeki taşınımsal hareketin güçlendiğini destekler nitelikte, eşsıcaklık eğrileri giderek daha kavisli bir yapıya dönüşmektedir. Artan  $t_{film}$  film kalınlığı ile birlikte, silikon yağ film tabakasında güçlenen bu taşınımsal hareket sonucunda, ısı transfer iyileşmektedir. Bu durum fotovoltaik hücre sıcaklığının düşmesini ve buna bağlı olarak ta hücre veriminin yükselmesi sağlamaktadır.



Şekil 3.49.  $q = 1000 \text{ W/m}^2$  ve  $q = 3000 \text{ W/m}^2$  güneş ışınım akıları için, farklı  $t_{film}$  film kalınlıklarındaki üst silikon yağ film tabakası düşey orta eksenini boyunca  $u$  (m/s) yatay hız dağılımları.



Şekil 3.50. Üst silikon yağ film tabakasındaki  $q = 1000 \text{ W/m}^2$  (ilk satır) ve  $q = 3000 \text{ W/m}^2$  (ikinci satır) güneş ışınım akıları ve farklı  $t_{film}$  film kalınlıkları eşsıcaklık eğrileri: (a)  $t_{film} = 1\text{mm}$ , (b)  $t_{film} = 2\text{mm}$ , (c)  $t_{film} = 5\text{mm}$  ve (d)  $t_{film} = 10\text{mm}$ .

#### 4. SONUÇLAR

Bu çalışmada, geniş Rayleigh ve Prandtl sayısı aralığında ve farklı kapalı ortam boyut oranı değerleri için, karşılıklı düşey duvarları farklı sabit sıcaklıklarda tutulan ve içerisi Newtonumsu-olmayan akışkan (Bingham akışkan ve power-law akışkan) ile dolu dikdörtgensel kapalı ortamlarda iki boyutlu laminer doğal taşınım sürekli rejim durumu için teorik ve sayısal olarak incelenmiştir. Ayrıca, dikdörtgensel kapalı ortamlar içerisindeki Newtonumsu-olmayan akışkanlarda doğal taşınım olayının mühendislik uygulamalarındaki yerini ve önemini göstermek amacıyla bir uygulama örneği de ele alınmıştır.

Çalışmada, Newtonumsu-olmayan akışkanlar ile dolu dikdörtgensel kapalı ortamlar içerisindeki doğal taşınım olayını dört farklı problem dikkate alınarak araştırılmıştır:

*Problem 1: Bingham Akışkan İle Dolu Karesel Kapalı Bir Ortam İçerisinde Laminer Doğal Taşınım:* Karesel kapalı bir ortam içerisinde Bingham akışkanların doğal taşınım probleminde akma gerilmesinin ısı ve momentum transferi üzerindeki etkileri incelenmiştir (Bölüm 3.1).

*Problem 2: Bingham Akışkan İle Dolu Dikdörtgensel Kapalı Bir Ortam İçerisinde Laminer Doğal Taşınım: Boyut Oranı Etkisi:* Dikdörtgensel kapalı ortamlarda Bingham akışkanların doğal taşınım probleminde boyut oranının ısı ve momentum transferi üzerindeki etkileri incelenmiştir (Bölüm 3.2).

*Problem 3: Power-Law Akışkan İle Dolu Karesel Kapalı Bir Ortam İçerisinde Laminer Doğal Taşınım:* Karesel kapalı bir ortam içerisinde power-law akışkanların doğal taşınım probleminde akışkan davranış indeksinin ısı ve momentum transferi üzerindeki etkileri incelenmiştir (Bölüm 3.3).

*Problem 4: Power-law Akışkan İle Dolu Dikdörtgensel Kapalı Bir Ortam İçerisinde Laminer Doğal Taşınım: Boyut Oranı Etkisi:* Dikdörtgensel kapalı ortamlarda power-law akışkanların doğal taşınım probleminde boyut oranının ısı ve momentum transferi üzerindeki etkileri incelenmiştir (Bölüm 3.2).

Ele alınan bu problemler sonucunda sırasıyla Bingham akışkan ve power-law akışkan durumları için elde edilen sonuçlar aşağıda özetlenmiştir:

### *Bingham Akışkan Durumu*

- ❖ Rayleigh, Prandtl ve Bingham sayılarının ve kapalı ortam boyut oranının, ısı transferinin en önemli göstergesi olan, Nusselt sayısı üzerindeki bağıl etkileri skala analizi yardımıyla ortaya konmuştur.
- ❖ Newtonumsu ve Bingham akışkan durumlarının her ikisi için de  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı artan Rayleigh sayısı ile artmaktadır.
- ❖ Aynı Rayleigh sayıları için, Bingham akışkan durumunda hesaplanan Nusselt sayısı değerleri, Newtonumsu akışkan durumundan daha düşüktür.
- ❖  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı artan Bingham sayısı ile birlikte azalmakta ve yüksek Bingham sayısı değerleri ( $Bn \geq Bn_{max}$ ) için  $\overline{Nu} = 1$  olmaktadır.
- ❖ Ortalama Nusselt sayısının  $\overline{Nu} = 1.0$  olduğu  $Bn_{max}$  kritik Bingham sayısı değerinden daha küçük ( $Bn < Bn_{max}$ ) Bingham sayısı durumları için akış alanında taşınım etkilerinin önemli olduğu, daha yüksek Bingham sayılarında ( $Bn \geq Bn_{max}$ ) ise taşınım etkilerinin ortadan kalktığı ve ısı transferinin tamamen iletim ile sağlandığı belirlenmiştir.
- ❖ Artan Rayleigh sayısı ile birlikte, iletim rejimin daha yüksek Bingham sayılarında ortaya çıktığı görülmüştür.
- ❖ Kapalı ortam içersinde doğal taşınım olayında Newtonumsu akışkanların aksine Bingham akışkanlarda Prandtl sayısının ısı ve momentum transferinde oldukça etkili olduğu görülmüştür.
- ❖ Bingham akışkanlar ile dolu kapalı bir ortam içerisindeki doğal taşınım üzerinde, verilen bir Rayleigh sayısı için, Prandtl sayısı etkilerinin Bingham sayısına bağlı olduğu görülmüştür.
- ❖ Çok küçük Bingham sayılarında  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısının artan Prandtl sayısı ile arttığı; ancak Bingham sayısının artışı ile Newtonumsu akışkanların aksine, Bingham akışkanlarda  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısının artan Prandtl sayısı ile azaldığı gözlenmiştir.
- ❖ Bu durumun (Bingham akışkanların monoton-olmayan Prandtl sayısı bağımlılığının), kaldırma kuvveti ile sürtünme kuvveti arasındaki güç dengesi ve Prandtl sayısının ısı sınır tabaka üzerindeki etkilerinden kaynaklandığı belirlenmiştir.



- ❖ Ayrıca, Bingham akışkanların doğal taşınım olayında, Nusselt sayısının monoton-olmayan Prandtl sayısı bağımlılığının daha iyi anlaşılabilmesi için skala analizi yardımıyla,  $\mu$  nominal plastik viskozite yerine,  $\mu_{eff}$  efektif viskozite ifadesi geliştirilmiş ve  $Gr_{eff}$  efektif Grashof sayısı tanımı ortaya konmuştur.
- ❖  $Gr_{eff}$  efektif Grashof sayısının artan Prandtl sayısı ile azaldığı, ancak bu azalmanın, Bingham sayısı arttıkça çok daha ani (hızlı) gerçekleştiği görülmüştür. Bu durumun, yüksek Bingham sayılarında, artan Prandtl sayısı ile akış alanında kaldırma kuvvetinin sürtünme kuvvetine göre etkisiz kalmasına ve akış alanındaki taşınımsal hareketin azalmasına bunun sonucunda da  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısının azalmasına neden olduğu belirlenmiştir.
- ❖ Newtonumsu akışkanlar ile benzer davranış gösteren küçük Bingham sayılarında ise, akış alanındaki sürtünme kuvveti etkilerinin çok daha düşük düzeylerde kaldığı ve Prandtl sayısındaki artış ile ısı sınır tabaka kalınlığının azalması sonucu ısı transferinin iyileştiği gözlenmiştir.
- ❖ Artan Prandtl sayısı ile birlikte, iletim rejiminin daha düşük Bingham sayılarında ortaya çıktığı görülmüştür.
- ❖  $\overline{Nu} = 1.0$  olduğu kritik Bingham sayısı  $Bn_{max}$  'ın Rayleigh ve Prandtl sayılarına bağlı olduğu ve  $Bn_{max}$  değerinin artan Rayleigh sayısı ile artarken, artan Prandtl sayısı ile azaldığı belirlenmiştir.
- ❖ Bingham akışkanlarda, Newtonumsu akışkan durumunda olduğu gibi, verilen herhangi bir Rayleigh ve Prandtl sayısı değeri için,  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı ile  $AR$  boyut oranı arasında monoton-olmayan bir ilişki olduğu belirlenmiştir.
- ❖  $AR$  kapalı ortamın boyut oranının artışı, adveksiyon etkilerinin artışına, difüzyon etkilerinin ise azalmasına neden olduğu ve bu rekabetin sonucu olarak ta, maksimum ısı transfer miktarının, optimum bir  $AR_{max}$  değerinde meydana geldiği gözlenmiştir.
- ❖ Çok küçük  $AR$  boyut oranına sahip kapalı ortam içerisinde iletim-ağırlıklı ısı transfer meydana geldiği, yüksek  $AR$  boyut oranına sahip kapalı ortamlarda ise ısı transferin büyük oranda taşınımsal hareket ile sağlandığı belirlenmiştir.
- ❖ Sabit Rayleigh ve Prandtl sayısı için;  $\overline{Nu} = 1.0$  olduğu kritik Bingham sayısı  $Bn_{max}$  değerinin artan  $AR$  kapalı ortam boyut oranı ile birlikte arttığı belirlenmiştir.

- ❖ Bingham akışkanlarda, Newtonumsu akışkan durumunda olduğu gibi, maksimum Nusselt sayısının ortaya çıktığı  $AR_{\max}$  boyut oranı değerinin, artan Rayleigh sayısı ile birlikte azaldığı görülmüştür.
- ❖ Bingham sayısının artması durumunda ise, maksimum Nusselt sayısının ortaya çıktığı  $AR_{\max}$  boyut oranı değerinin arttığı belirlenmiştir.
- ❖ Skala analizinin kılavuzluğunda ve sayısal sonuçların yardımıyla karesel ( $AR=1$ ) ve dikdörtgensel kapalı ortam ( $AR < 1$  ve  $AR > 1$ ) içerisindeki Newtonumsu ve Bingham akışkanlarda doğal taşınım olayında,  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı için korelasyon fonksiyonu önerilmiştir.

#### *Power-law Akışkan Durumu*

- ❖ Dikdörtgensel kapalı ortam içerisinde power-law akışkanların doğal taşınım olayında, Rayleigh sayısı, Prandtl sayısı,  $n$  akışkan davranış indeksi ve boyut oranının ısı ve momentum transferi üzerindeki etkileri, ayrıntılı skala analizleri yardımıyla, ortaya konmuştur.
- ❖ Skala analizi yardımıyla elde edilen  $\mu_{eff}$  efektif viskozite ifadesi kullanılarak efektif Grashof sayısı  $(Gr_{eff} \sim Ra^{\frac{4-2n}{n+1}} Pr^{\frac{-2n}{n+1}})$  ve efektif Rayleigh sayısı  $(Ra_{eff} \sim Ra^{\frac{5-n}{2n+2}} Pr^{\frac{1-n}{2n+2}})$  tanımlamaları ortaya konmuştur.
- ❖  $Gr_{eff}$  efektif Grashof ve  $Ra_{eff}$  Rayleigh sayısı değerlerinin azalan  $n$  akışkan davranış indeksi (özellikle  $n < 1$  incelen akışkanlar için) ile birlikte nominal değerlerinden giderek daha büyük olduğu görülmüştür.
- ❖ Bu durumun,  $Ra$ ,  $Pr$  ve  $n$  koşullarında laminer sürekli rejimde sayısal çözümlerin elde edilememesine neden olduğu gözlenmiştir. Örneğin, küçük  $n$  değerleri için  $Ra_{eff}$  sayısı nominal Rayleigh sayısı değerinden çok daha büyük olması nedeni ile sürekli rejim çözümleri elde edilemezken, yüksek  $n$  değerleri için aynı nominal  $Ra$  ve  $Pr$  sayılarında yapılan sayısal analizlerde sürekli rejim çözümleri elde edilmiştir.
- ❖  $Ra_{eff}$  efektif Rayleigh sayısının kritik bir değeri aşması durumunda ( $Ra_{eff} > Ra_{crit} = 10^7 Pr$ ) laminer sürekli rejim çözümlerin elde edilemediği görülmüştür.

- ❖ Rayleigh sayısının aşağıda verilen durumları için sürekli rejimde laminar çözümlere ulaşamadığı belirlenmiştir:

$$Ra > \left[ 10^7 Pr^{\frac{3n+1}{2n+2}} \right]^{\frac{2n+2}{5-n}}$$

- ❖ Ayrıca, taşınimsal ısı transferin önem kazandığı durular için  $Ra > Pr^{\frac{n}{2-n}}$  koşulu önerilmiştir.
- ❖ Power-law akışkanlar ile dolu düşey duvarları sabit sıcaklıklarda tutulan (diğer duvarlar adyabatik) karesel bir kapalı ortam içerisinde iki boyutlu laminar doğal taşınım için aşağıdaki kriterlere göre bir rejim diyagramı önerilmiştir:

$$Ra < Pr^{\frac{n}{2-n}}$$

İletim ağırlıklı ısı transfer rejimi

$$\left[ 10^7 Pr^{\frac{3n+1}{2n+2}} \right]^{\frac{2n+2}{5-n}} > Ra > Pr^{\frac{n}{2-n}}$$

Zaman bağımsız laminar taşınım rejimi

$$Ra > \left[ 10^7 Pr^{\frac{3n+1}{2n+2}} \right]^{\frac{2n+2}{5-n}}$$

Zaman bağımlı laminar taşınım bölgesi

- ❖ Nusselt sayısının artan  $n$  akışkan davranış indeksi ile birlikte azaldığı ve yüksek  $n$  akışkan davranış indeksi değerlerinde  $\overline{Nu} = 1$  olmakta ve ısı transferi tamamen iletim ile sağlandığı belirlenmiştir.
- ❖ Power-law akışkanlarda (incelen ve kalınlaşan akışkanlarda) taşınimsal hareketin önem kazanmaya başladığı Rayleigh sayısı değeri için skala analizi sonucu  $Ra \geq AR^{-(4n+3)/(2n-1)} Pr^{-(2n+1)/(2n-1)}$  ifadesi belirlenmiştir.
- ❖ Daha yüksek Rayleigh sayılarında taşınimsal hareketin önemli olduğu eşik Rayleigh sayısı değerinin, artan  $AR$  kapalı ortam boyut oranı ile birlikte azaldığı gözlenmiştir.
- ❖ Verilen bir Rayleigh ve Prandtl sayısı için, Newtonumsu ve Bingham akışkanlara benzer olarak, incelen akışkan ( $n < 1$ ) ve kalınlaşan akışkanlar ( $n > 1$ ) durumlarında;  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısının  $AR$  kapalı ortam boyut oranı ile monoton-olmayan bir değişim gösterdiği belirlenmiştir.

- ❖ Newtonumsu ve Bingham akışkanlara benzer şekilde, power-law akışkanlar (incelen ve kalınlaşan akışkanlar) içinde, maksimum Nusselt sayısının ortaya çıktığı  $AR_{\max}$  kapalı oram boyut oranı değerinin, artan Rayleigh sayısı ile birlikte azaldığı gözlenmiştir.
- ❖ Verilen bir Rayleigh ve Prandtl sayısı için,  $AR_{\max}$  değerinin artan  $n$  akışkan davranış indeksi ile birlikte arttığı bulunmuştur.
- ❖ Skala analizinin kılavuzluğunda ve sayısal analizler sonucunda elde edilen veriler kullanılarak karesel ( $AR=1$ ) ve dikdörtgensel kapalı ortam ( $AR < 1$  ve  $AR > 1$ ) içerisindeki power-law akışkanların doğal taşınım olayında,  $0.6 \leq n \leq 1.8$  aralığında  $\overline{Nu}$  ortalama Nusselt sayısı için çeşitli korelasyon fonksiyonları önerilmiştir.

## 5. ÖNERİLER

Bu çalışmada, önemli bir mühendislik olayı olan, kapalı ortam içerisinde Newtonumsu-olmayan akışkanların doğal taşınımı incelenmiştir. Geniş Rayleigh, Prandtl sayıları aralığında ve farklı boyut oranlarına sahip kapalı ortamlar içerisinde Newtonumsu-olmayan akışkanların doğal taşınım olayında ısı transferi ve akış karakteristiklerine ait bulgular ortaya konmuştur. Ancak, kapalı ortamlarda Newtonumsu-olmayan akışkanların doğal taşınım olayının çok daha iyi anlaşılabilmesi için, bu çalışmanın aşağıda sunulan öneriler dikkate alınarak genişletilmesi oldukça yararlı olacağı düşünülmektedir.

- ❖ Bu çalışmada, viskozitenin sıcaklık değişiminden etkilenmediği kabul edilmiştir. Sıcaklık değişiminin viskozite üzerindeki etkilerinin dikkate alınması daha gerçekçi sonuçların ortaya konmasına olanak sağlayacaktır.
- ❖ Bu çalışmada, kapalı ortam içerisinde doğal taşınım olayı laminer akış sınırları içerisinde incelenmiş olup, türbülanslı akış durumunun incelemelere dahil edilmesi daha kapsamlı sonuçların belirlenmesine katkı sağlayacaktır.
- ❖ Pratikte meydana gelen olaylar genellikle zaman bağımlı bir yapıya sahiptirler. Ele alınan problemlerde bu bağımlılık dikkate alınabilir.
- ❖ Yapılan teorik ve sayısal çalışmaların geçerliliği yapılacak deneysel çalışmalar ile test edilmelidir.
- ❖ Türbülanslı akış, zaman bağımlı akış ve üç boyutlu akış durumları için gerçekleştirilecek teorik, sayısal ve deneysel çalışmalar ile power-law akışkan durumu için önerilen rejim diyagramları genişletilebilir.
- ❖ Newtonumsu olmayan akışkanların, özellikle Rayleigh-Benard problemi gibi, farklı kapalı ortam konfigürasyonları içerisindeki doğal taşınımı incelenebilir. Rayleigh-Benard probleminde Newtonumsu-olmayan akışkan durumları için kapalı ortam içerisinde taşınımın başlaması için gerekli kritik Rayleigh sayısı araştırılabilir.
- ❖ Kapalı ortamlar içerisinde Newtonumsu-olmayan akışkanların doğal taşınım olayının, insan vücudu ve enerji depomla sistemleri gibi farklı pratik uygulamalarına yönelik sayısal ve deneysel çalışmalar gerçekleştirilebilir.

## 6. KAYNAKLAR

- Abrahamyan Y.,A., Serago V.,I., Aroutiounian V.,M., Anisimova I.,D., Stafeev V.,I., Karamian G.,G., Matoyan G.,A. ve Mouradyan A.,A., 2002. The Efficiency of Solar Cell Immersed in Liquid Dielectrics, Solar Eng. Materials & Solar Cell, 73, 367-375.
- Acrivos, A., 1960. A Theoretical Analysis of Laminar Natural Convection Heat Transfer to Non-Newtonian Fluids, AICHE J., 6, 584-590.
- Alloui, Z., Ben Khelifa, N., Beji, H., Vasseur, P. ve Guizani, A., 2013. The Onset of Convection of Power-Law Fluids in a Shallow Cavity Heated From Below by a Constant Heat Flux, J. Non-Newt. Fluid Mech., 196, 70-82.
- Astarita, G., 1990. Letter to Editor: “The Engineering Reality of the Yield-Stress”, J. Rheol., 33, 275-277.
- Aydın, O., 1998. Komşu Duvarları Farklı Sicaklıklarda Tutulan Dikdörtgensel Kapalı Ortamlarda Doğal Taşınım, Doktora Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Aydın, O., Ünal, A. ve Ayhan, T., 1999. Natural Convection In Rectangular Enclosures Heated From One Side and Cooled From Above, Int. J. Heat Mass Transfer, 42, 2345–2355.
- Aydın, O. ve Yang, W.,J., 2000. Natural Convection in Enclosures With Localized Heating From Below And Symmetrical Cooling From Sides, Int. J. Numerical Methods for Heat and Fluid Flow, 10,5,518-529.
- Balmforth, N. J. ve Rust, A. C., 2009. Weakly Nonlinear Viscoplastic Convection, J. Non-Newt. Fluid Mech., 158, 36-45.
- Barnes, H.A. ve Walters, K., 1985. The Yield Stress Myth?, Rheologica Acta, 24,4, 323-326.
- Barnes, H.,A., Edwards, M.,F., ve Woodcock, L.,V., 1987. Applications of Computer Simulations to Dense Suspension, Rheology Chem. Eng. Sci., 42, 591-608.
- Barnes, H.,A., 1989. Shear-Thickening (“Dilatancy”) In Suspensions Of Nonaggregating Solid Particles Dispersed In Newtonian Liquids, J. Rheol., 33, 329-367.
- Barnes, H.,A., 1999. The Yield Stress — A Review or ‘*παντα ρει*’ — everything flows?, J. Non-Newt. Fluid Mech., 81, 133-178.
- Barth, W.,L. ve Carey, G.,F., 2006. On a Natural-Convection Benchmark Problem in Non-Newtonian Fluids, Num. Heat Trans. Part B, 50, 193-216.

- Bejan, A., 1979. Note on Gill's Solution For Free Convection in a Vertical Enclosure, J. Fluid Mech., 90, 561-568.
- Bejan, A., 1980. A Synthesis of Analytical Results For Natural Convection Heat Transfer Across Rectangular Enclosures, Int. J. Heat Mass Transfer, 23, 723-726.
- Bejan, A., 2004. Convection heat transfer, 3<sup>rd</sup> Edition, John Wiley Sons Inc., New York.
- Bejan, A. ve Tien, C., L., 1978. Laminar Natural Convection Heat Transfer in a Horizontal Cavity With Different End Temperatures, J. Heat Transfer, 100, 641-647.
- Bejan, A., Al-Homoud, A.,A. ve Imberger, J., 1981. Experimental Study of High Rayleigh Number Convection in a Horizontal Cavity With Different End Temperatures, J. Fluid mech., 109, 283-299.
- Bercovier, M., ve Engelman, M., 1980. A Finite-Element Method for Incompressible Non-Newtonian Flows, J. Comput. Phys., 36, 313-326.
- Berkovsky, B.,M. ve Polevikov V.,K., 1977. Numerical Study of Problems on High-Intensive Free Convection, in Heat Transfer and Turbulent Buoyant Convection (Edited by D.B. Spalding ve H. Afgan), Hemisphere, Washington. DC, 443-455.
- Beverly C., R. ve Tanner R.,I., 1989. Numerical Analysis of Extrudate Swell in Viscoelastic Materials with Yield Stress, J. Rheol., 33, 989-1009.
- Beverly C., R. ve Tanner R.,I., 1992. Numerical Analysis of Three-Dimensional Bingham Plastic Flow, J. Non-Newt. Fluid Mech., 42, 85-115.
- Bingham, E.C., 1922. Fluidity and plasticity, McGraw-Hill, New York.
- Bird R.B., 1976. Useful non-Newtonian models, Annu. Rev. Fluid Mech., 8, 13-34.
- Bird, R.B., Dai, G.C. ve Yarusso, B.J., 1983. The rheology and flow of viscoplastic materials, Rev. Chem. Eng., 1, 1-70.
- Blackery, J. ve Mitsoulis, E., 1997. Creeping Flow of a Sphere in Tubes Filled with a Bingham Plastic Material, J. Non-Newt. Fluid Mech., 70, 59-77.
- Boersma, W.,H., Levan, J. ve Stein, H.,N., 1990. Shear Thickening (Dilatancy) in Concentrated Dispersions, AIChE J, 36, 321-332.
- Boger, D.,V. ve Binnington, R., 1977. Separation of Elastic and Shear Thinning Effects in the Capillary Rheometer, J. Rheol., 21,4, 515-534.
- Brujan E.A., Cavitation in Non-Newtonian Fluids: with Biomedical and Bioengineering Applications, Springer Berlin Heidelberg 2011.
- Burgos, G.,R., Alexandrou, A.,N. ve Entov, V., 1999. On the Determination of Yield Surfaces in Herschel-Bulkley Fluids, J. Rheol., 43,3, 463-483.

- Carreau, P.,J., 1972. Rheological Equations From Molecular Network Theories, Trans. Soc. Rheol., 16, 99-128.
- Casson, N., 1959. Rheology of Disperse Systems, Ed. C.C. Mill, Pergamon Press, Oxford.
- Catton, I., 1978. Natural convection in enclosures, Proceedings of the 6<sup>th</sup> Int. Heat Transfer Conference, Toronto, 6, 13-30.
- Chhabra, R.P. ve Richardson, J.F., 2008. Non-Newtonian flow and applied rheology: Engineering applications, 2<sup>nd</sup> Edition Oxford UK.
- Cormack, D., E., Leal, L., G. ve Imberger, J., 1974a. Natural Convection in a Shallow Cavity With Differentially Heated End Walls. Part 1. Asymptotic Theory, J. Fluid Mech., 65, 209-229.
- Cormack, D., E., Leal, L., G. ve Seinfeld, J., H., 1974b. Natural Convection in a Shallow Cavity With Differentially Heated End Walls. Part 2. Numerical Solution, J. Fluid Mech., 65, 231-246.
- Covey, G., H., ve Stanmore, B., R., 1981. Use of the Parallel-Plate Plastometer for The Characterisation of Viscous Fluids With Yield Stress, J. Fluid Mech., 8, 249-260.
- Cross, M.,M., 1965. Rheology of Non-Newtonian Fluids: A New Flow Equation For Pseudoplastic Systems, J. Colloid Sci., 20, 417-437.
- Çengel Y., A., 2003. Heat Transfer: A Practical Approach, 2<sup>nd</sup> Edition McGraw-Hill, USA.
- Dale, J. ve Emery, A., 1972. The Free Convection of Heat From a Vertical Plate to Several Non-Newtonian Pseudoplastic Fluids, ASME J. Heat Transfer, 94, 64-72.
- Dean, E.,J., Glowinski, R. ve Guidobon., G., 2007. On the Numerical Simulation of Bingham visco-plastic flow: Old and New Results, J. Non-Newt. Fluid Mech., 142, 36-62.
- de Vahl Davis, G., 1983. Natural convection of air in a square cavity: A bench mark numerical solution, Int. J. Numer. Meth. Fluids, 3, 249–264.
- de Vahl Davis, G. ve Jons, I.P., 1983. Natural convection of air in a square cavity: A comparison exercise, Int. J. for Numerical Methods in Fluids, 3, 227–248.
- Dong, Y. ve Zhai, Q., 2007. Natural convection study in an enclosure with different aspect ratios, Int. J. Modern Phys. C, 18,12, 1903-1922.
- Dzuy, N., Q. ve Boger D., V., 1983. Yield Stress Measurement for Concentrated Suspensions, J. Rheology, 27, 321-349.
- Dzuy, N., Q. ve Boger D., V., 1985. Direct Yield Stress Measurement with Vane Method, J. Rheology, 27, 321-349.



- Elder, J. W., 1965. Laminar free convection in a vertical slot, J. Fluid Mech., 23, 77-98.
- Elsherbiny, S.M., Raithby, G.D. ve Hollands, K.G.T., 1982. Heat transfer by natural convection across vertical and inclined air layers, ASME J. Heat Transfer, 104, 96–102.
- Ellwood, K.,R.,J., Georgiou, G.,C., Papanastasiou, T.,C. ve Wilkes, J.,O., 1990. Laminar Jets of Bingham-Plastic Liquids, J. Rheol., 34, 787-812.
- Emery, A. F. ve Lee, J. W., 1999. The effects of property variations on natural convection in a square cavity, J. Heat Transfer, 121, 57 – 62.
- Evans, I.D., 1992. Letter to the editor: On the nature of the yield stress, J. Rheology, 36, 1313-1318.
- Evans D.L. ve Florschuetz L.W., 1977. Cost studies on terrestrial photovoltaic power system with sunlight concentration, Solar Energy, 19, 255-262.
- Fagri A., Zhang, Y. ve Howell, J., 2010. Advanced Heat and Mass Transfer, Columbia USA.
- Farid, M., Kim, Y., Honda, T. ve Kanzawa, A., 1989. The role of natural convection during melting and solidification of PCM in a vertical cylinder, Chem. Eng. Comm., 84, 43-60.
- Fellouah, H., Cestelain, C., Quld El Moctar, A. ve Peerhossaini, H., 2006. A Numerical Study of Dean Instability in Non-Newtonian Fluids, ASME J. Fluids Eng., 128, 34-41.
- Filippov, A.S., Korotkin, I.A., Kanaev, A.A., Kondakov, V.V., Urazov, I.O., Ushakova, O.A. ve Yakovlev, P.G., 2008. Thermoelectrical regime of a vertical electrolyzer. Part 2: Numerical modeling of two-phase electrolyte convection, J. Engineering Thermophysics, 17, 4, 320-327.
- Frederick, R. L., 1999. On the aspect ratio for which the heat transfer in differentially heated cavities is maximum, Int. Comm. Heat Trans., 26,4, 549-558.
- Gan, G., 2009. Effect of Air Gap on The Performance of Building-Integrated Photovoltaics, Energy, 34, 913-921.
- Ganguli, A., A., Pandit, A. B. ve Joshi, J.B., 2009. CFD simulation of heat transfer in a two-dimensional vertical enclosure, Chem. Eng. Research and Design, 87,711-727.
- Gartling, D., K., 1983. The Numerical Simulation of Plastic Fluids, Num. Meth. Lam. Turb. Flow, (Eds. Taylor, C., Johnson, J., A. ve Smith, W., R.), Proc. 3<sup>rd</sup> Int. Conf., Seattle, Pineridge Press, Swansea, 669-679.
- Gebhart, B., 1962. Effects of Viscous Dissipation in Natural Convection, J. Fluid Mech., 14, 225-232.

- Gebhart, B., Jaluria, Y., Mahajan, R.L. ve Sammakia, B., 1988. Buoyancy-Induced Flows and Transport, Hemisphere Publishing, Washington DC.
- Getachew, G., Mincowycz, W. ve Poulikakos, D., 1996. Natural convection in a porous cavity saturated with a non-Newtonian fluid, J. Thermophys. Heat Transfer, 10, 640-651.
- Gill, A. E., 1966. The boundary layer regime for convection in a rectangular cavity, J. Fluid Mech., 26, 515-536.
- Han, X., Wang, Y. ve Zhu, L., 2011. Electrical and Thermal Performance Of Silicon Concentrator Solar Cell Immersed in Dielectric Liquids, J. Applied Energy, 88, 4481-4489.
- Han, X., Wang, Y. ve Zhu, L., 2013. The Performance and Long-Term Stability of Silicon Concentrator Solar Cells Immersed in Dielectric Liquids, Energy Conversion and Management, 66, 189–198.
- Harnett, J., P. ve Hu, R., Y., Z., 1989. The Yield Stress – An Engineering Reality, Rheologica Acta, 33, 671-679.
- Henkes R.A.W.M. ve Hoogendoorn C.J., 1993. Scaling of the laminar natural-convection flow in a heated square cavity, Int. J. Heat Mass Transfer, 30,11, 2913-2925.
- Herschel, W.,H., ve Bulkley, R., 1926. Konsistenzmessungen von Gummi-Benzol-Lösungen, Kolloid Z., 39, 291-300.
- Heys, J. ve Barocas V.H., 2002. A Boussinesq model of natural convection in the human eye and the formation of Krukenberg's Spindle, Annals of Biomedical Engineering, 30, 392 - 401.
- Hortmann M., Perić M. ve Scheuerer G., 1990. Finite volume multigrid prediction of laminar natural convection: Bench-mark solutions, Int. J. for Numerical Meth. In Fluids, 11, 189-207.
- Hou C.Y, Hsu D.S., Lee Y.F., Chen H.Y. ve Lee J.D., 2007. Shear-thinning effects in annular-orifice viscous fluid dampers, J. Chinese Institute of Eng. 30,2, 275-287.
- Huang M.J., Eames P.C. ve Norton B., 2004. Thermal regulations of building-integrated photovoltaics using phase change materials, Int. J. Heat Mass Transfer, 47, 2715-2733.
- Imberger, J., 1974. Natural convection in a shallow cavity with differentially heated end walls. Part 3. Experimental results, J. Fluid Mech., 65, 247-260.
- Inaba,H., Daib, C., ve Horibe, A., 2003a. Natural convection heat transfer of microemulsion phase-change-material slurry in rectangular cavities heated from below and cooled from above, Int. J. Heat Mass Transfer, 46, 4427-4438.

- Inaba, H., Daib, C., ve Horibe, A., 2003b. Numerical simulation of Rayleigh–Bénard convection in non-Newtonian phase-change-material slurries, Int. J. Thermal Science, 42, 471-480.
- Incropera, F.P., DeWitt, D.P., Bergman, T. ve Lavine, A., 2007. Fundamental of Heat and Mass Transfer, 6<sup>th</sup> Edition Canada.
- İsmail, C. ve Karatekin, O., 1997. Numerical Experiments on Application of Richardson Extrapolation with Nonuniform Grids, ASME J. Fluids Eng., 119, 584–590.
- Jaluria, Y., 1980. Natural Convection Heat and Mass Transfer, Pergamon Press, New York.
- Keentok, M., Milthorpe, J., F. ve O’Donovan, E., J., 1985. On the Shearing Zone Around Rotating Vanes in Plastic Fluids: Theory and Experiment, J. Non-Newt. Fluid Mech., 17, 23-25.
- Khalifa, A.J.N., 2001. Natural convective heat transfer coefficient – a review, II. Surfaces in two- and three dimensional enclosures, Energy Convers. Manag., 42, 505-517.
- Kim, G.B., Hyun, J.M. ve Kwak, H.S., 2003. Transient buoyant convection of a power law non-Newtonian fluid in an enclosure. Int. J. Heat Mass Transfer, 46, 3605-3617.
- Kim, S.J. ve Lee, S.W., 1996. Air cooling Technology for Electronic Equipment, CRC Press, Boca Raton, LA.
- Lamsaadi, M., Naïmi, M., Hasnaoui, M. ve Mamou, M., 2006a. Natural Convection In A Vertical Rectangular Cavity Filled With A Non-Newtonian Power Law Fluid And Subjected To A Horizontal Temperature Gradient, Num. Heat Trans. Part A, 49, 969-990.
- Lamsaadi, M., Naïmi, M., ve Hasnaoui, M., 2006b. Natural Convection Heat Transfer In Shallow Horizontal Rectangular Enclosures Uniformly Heated From The Side And Filled With Non-Newtonian Power Law Fluids, Energy Conversion and Management, 47, 2535 -2551.
- Lamsaadi, M., Naïmi, M., Hasnaoui, M. ve Mamou, M., 2006c. Natural Convection in a Tilted Rectangular Slot Containing Non-Newtonian Power-Law Fluids and Subject to a Longitudinal Thermal Gradient, Num. Heat Trans. Part A, 50, 561-583.
- Lartigue, B., Lorente, S. ve Bourret, B., 2000. Multicellular natural convection in high aspect ratio cavity: experimental and numerical results, Int. J. Heat Mass Transf., 43, 3157–3170.
- Leahy, M.J. ve Schwarz, M.P., 2007. Computational fluid dynamics modelling of natural convection in copper electrorefining, 16<sup>th</sup> Australasian Fluid Mechanics Conference, Australia.

- Lee, Y. ve Korpela, S., 1983. Multicellular natural convection in a vertical slot, J. Fluid Mech., 126, 91–124.
- Le Quéré, P., 1990. A note on multiple and unsteady solutions in two-dimensional convection in a tall cavity, Trans. ASME J. Heat Transf., 112, 965–973.
- Leung, W. H., Hollands, K. G. T. ve Brunger, A. P., 1998. On a physically-realizable Benchmark problem in internal natural convection, Int. J. Heat Mass Transfer, 41, 3817-3828.
- Magnin, A. ve Piau, J. M., 1987. Shear Rheometry of Fluids with a Yield Stress, J. Non-Newt. Fluid Mech., 24, 91-106.
- Magnin, A. ve Piau, J. M., 1990. Cone-and-Plate Rheometry of Yield Stress Fluids, J. Non-Newt. Fluid Mech., 36, 85-108.
- Mahmoud Hassan Metwally, H.E., 2002. A computational study of enhanced laminar forced convection heat transfer to Newtonian and non-Newtonian fluid flows in sinusoidal corrugated-plate channels, PhD thesis, Department of Mechanical, University of Cincinnati, USA.
- Markatos N.C. ve Pericleous K.A., 1984. Laminar ve turbulent natural convection in an enclosed cavity, Int. J. Heat and Mass Transfer, 27, 5, 755-772.
- Massmeyer A., Di Giuseppe E., Davaille A., Rolf T. ve Tackley P., 2013. Numerical simulation of thermal plumes in a Herschel–Bulkley fluid, J. Non-Newt. Fluid Mech., 195, 32 – 45.
- Metwally, H.,E.,M.,H., 2002. A Computational Study Of Enhanced Laminar Forced Convection Heat Transfer to Newtonian and Non-Newtonian Fluid Flows in Sinusoidal Corrugated-Plate Channels, PhD Thesis, University of Cincinnati, Industrial and Nuclear Engineering of the College of Engineering, USA.
- Metzner, A.,B., ve Whitlock, M., 1958. Flow Behavior of Concentrated (Dilatant) Suspensions, Trans. Soc. Rheol., 2, 239-254.
- Mharzi, M., Daguene, M. ve, Daoudi, S., 2000. Thermosolutal natural convection in a vertical layered fluid-porous medium heated from the side, Energy Conversion and Management, 41, 1065-1090.
- Mitsoulis, E., 2007. Flows of viscoplastic materials: models and computations, In Rheology Reviews. Edited by Binding D M, Hudson N E and Keunings R, 135 -178.
- Mitsoulis, E. ve Abdali, S.S., 1993. Flow simulation of Herschel-Bulkley fluids through extrusion dies, Can. J. Chem. Eng., 71, 147-160.
- Mitsoulis, E., ve Zisis, T., 2001. Flow of Bingham plastics in a lid-driven square cavity, J. Non-Newt. Fluid Mech., 101, 173 – 180.

- Natarajan, S. K., Mallick, T. K., Katz, M. ve Weingaertner, S., 2011. Numerical investigations of solar cell temperature for photovoltaic concentrator system with and without passive cooling arrangements, Int. J. Thermal Science, 50, 2514-2521.
- Nguyen, Q., D. ve Boger, D., V., 1992. Characterization of Yield Stress Fluids with Concentric Cylinder Viscometers, Rheologica Acta, 26, 508-515.
- Newell, M.E. ve Schmidt, F.W., 1970. Heat transfer by laminar natural convection within rectangular enclosures, Trans. ASME C: J. Heat Transf., 92, 159–167.
- Ng, M. L. ve Hartnett, J.P., 1986. Natural convection in power law fluids, Int. Comm. Heat Mass Transfer, 13, 115-120.
- O'Donovan, E. J. ve Tanner, R. I., 1984. Numerical study of the Bingham squeeze film problem, J. Non-Newt. Fluid Mech., 15, 75 – 83.
- Ohta, M., Akiyoshi, M. ve E. Obata, 2002. A numerical study on natural convective heat transfer of pseudo-plastic fluids in a square cavity, Numer. Heat Transfer A, 41, 357-372.
- Ooi, E.H. ve Ng, E.Y.K., 2011. Effects of natural convection within the anterior chamber on the ocular heat transfer, Int. J. for Numerical Meth. in Biomedical Engineering, 27, 408-423.
- Ostrach, S., 1988. Natural Convection in Enclosure, J. Heat Transfer, 110, 1175-1190.
- Ostwald, W., 1925. Concerning the function rate of the viscosity of dispersion systems: IV: Kolloid-Zeitschrift, 36, 248-250.
- Ozoe, H. ve Churchill, S. W., 1972. Hydrodynamic stability and natural convection in Ostwald-De Waele and Ellis fluids: the development of a numerical solution, AIChE J., 18, 1196-1207.
- Papanastasiou, T.C., 1987. Flow of materials with yield, J. Rheol., 31, 385-404.
- Park, H. M. ve Ryu, D. H., 2001. Rayleigh-Bénard convection of viscoelastic fluids in finite domains, J. Non-Newt. Fluid Mech., 98, 169-184.
- Patankar, S. V., 1980. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere, Washington, D.C..
- Peixinho, J., Desaubry, C. ve Lebouche, M., 2008. Heat transfer of a non-Newtonian fluid (Carbopol aqueous solution) in transitional pipe flow, Int. J. Heat Mass Trans., 51, 198–209.
- Pericleous, K.A., 1994. Heat Transfer in Differentially Heated Non-Newtonian Cavities, Int. J. Numer. Meth. Heat Fluid Flow, 4, 229- 248.

- Poole, R. J. ve Ridley, B. S., 2007. Development length requirements for fully-developed laminar pipe flow of inelastic non-Newtonian liquids, ASME J. Fluids Eng., 129, 1281-1287.
- Ramana Murthy, M.V., 2009. A review of new technologies models and experimental investigations of solar driers, Renewable and Sustainable Energy Reviews, 13, 835-844.
- Roache, P.J., 1997. Quantification of uncertainty in computational fluid dynamics, Annu. Rev. Fluid Mech., 29, 123-160.
- Royne A., Dey C.J. ve Mills D.R., 2005. Cooling of photovoltaic cells under concentrated illumination: a critical review, Solar Energy Materials & Solar Cells, 86, 451- 483.
- Safaiy, M.,R., Maghmoumi, Y. ve Karimipour, A., 2012. Numerical Investigation of Turbulence Mixed Convection Heat Transfer of Water and Drilling Mud inside a Square Enclosure by Finite Volume Method, AIP Conf. Proc., 1440, 732-739.
- Shahi, M., Mahmoudi, A.H. ve Talebi F., 2010. Numerical simulation of steady natural convection heat transfer in a 3-dimensional single-ended tube subjected to a nanofluid, Int. Communications In Heat and Mass Transfer 37, 1535-1545.
- Sharma, A., Tyagi, V.V., Chen, C.R. ve Buddhi, D., 2009. Review on thermal energy storage with phase change materials and applications, Renewable and Sustainable Energy Reviews, 13, 318-345.
- Shyy, W., and Chen, M.H., 1990. Effect of Prandtl number on buoyancy-induced transport processes with and without solidification, Int. J. Heat Mass Transfer, 33, 2565–2578.
- Schurz , J., 1990. The yield stress — An empirical reality, Rheologica Acta., 29, 170-171.
- Tanner, R., I. ve Milthorpe, J., F., 1983. Numerical Simulation of The Flow of Fluids with Yield Stress, Num. Meth. Lam. Turb. Flow, (Eds. Taylor, C., Johnson, J., A. ve Smith, W., R.), Proc. 3<sup>rd</sup> Int. Conf., Seattle, Pineridge Press, Swansea, 680-690.
- Taylor ve Wilson, 1997. Conduit Flow of an Incompressible Yield-Stress Fluid, J. Rheol., 41, 93-101.
- Ternik, P. ve Rudolf, R., 2013. Numerical Investigation of Turbulence Mixed Convection Heat Transfer of Water and Drilling Mud inside a SquareEnclosure by Finite Volume Method, Int. J. Simul. Model, 12, 5-16.
- Turan, O., Chakraborty, N. ve Poole, R. J., 2010. Laminar natural convection of Bingham fluids in a square enclosure with differentially heated side walls, J. Non-Newt. Fluid Mech., 165, 903-913.
- Turan, O., Poole, R. J. ve Chakraborty, N., 2011a. Aspect ratio effects in laminar natural convection of Bingham fluids in rectangular enclosures with differentially heated side walls, J. Non-Newt. Fluid Mech., 166, 208-230.

- Turan, O., Sachdeva, A., Chakraborty, N. ve Poole, R. J., 2011b. Laminar natural convection of power-law fluids in a square enclosure with differentially heated side walls subjected to constant temperatures, J. Non-Newt. Fluid Mech., 166, 1049-1063.
- Turan, O., Sachdeva, A., Poole, R. J., ve Chakraborty, N., 2011c. Laminar natural convection of Bingham fluids in a square enclosure with vertical walls subjected to constant heat flux, Numer. Heat Trans. A, 60, 381-409.
- Turan, O., Chakraborty, N. ve Poole, R. J., 2012a .Influences of boundary conditions on the aspect ratio effects in laminar natural convection in rectangular enclosures with differentially heated side walls, Int. J. Heat and Fluid Flow, 33, 131-147.
- Turan, O., Sachdeva, A., Poole, R. J., ve Chakraborty, N., 2012b. Laminar Natural Convection of Power-Law Fluids in a Square Enclosure With Differentially Heated Sidewalls Subjected to Constant Wall Heat Flux, ASME J. Heat Transf., 134, 122504.
- Turan, O., Chakraborty, N. ve Poole, R. J., 2012c. Laminar Rayleigh-Bénard convection of yield stress fluids in a square enclosure, J. Non-Newt. Fluid Mech., 171,172, 83-96.
- Turan, O., Sachdeva, A., Poole, R. J., ve Chakraborty, N., 2013. Aspect Ratio And Boundary Conditions Effects On Laminar Natural Convection Of Power-Law Fluids In A Rectangular Enclosure With Differentially Heated Side Walls, Int. J. of Heat and Mass Transfer, 60, 722-738.
- Uhlher , P.,H.,T., Guo, J., Zhang, X-M., Zhou, J.,Z.,Q. ve Tiu, C., 2008. The Shear-Induced Solid-Liquid Transition in Yield Stress Materials With Chemically Different Structures, J. Non-Newt. Fluid Mech., 125, 101-119.
- Vikhansky, A., 2009. Thermal convection of a viscoplastic liquid with high Rayleigh and Bingham numbers, Phys. Fluids, 21, 103103.
- Vikhansky, A., 2010. On the onset of Bingham liquid in rectangular enclosures, J. Non-Newt. Fluid Mech., 165, 1713-1716.
- Vikhansky, A., 2011. On The Stopping Of Thermal Convection In Viscoplastic Liquid, Rheol Acta,50, 423-428.
- Vola, D., Boscardin, L. ve Latché J.C., 2003. Laminar unsteady flows of Bingham fluids: a numerical strategy and some benchmark results, J. Computational Physics, 187, 441-456.
- Wakitani, S., 1996. Formation of cells in natural convection in a vertical slot at large Prandtl number, J. Fluid Mech., 314, 299-314.
- Wakitani, S., 1997. Development of multicellular solutions in natural convection in an air-filled vertical cavity, Trans. ASME J. Heat Transf., 119, 97-101.

- Wang, Y., Fang, Z., Zhu, L., Huang, Q., Zhang, Y. ve Zhang, Z., 2009. The performance of silicon oil solar cells operated in liquids, Applied Energy, 86, 1037-1042.
- Wang, Y.,N., Lin, T.,T., Leong, J.,C., Hsu, Y.,T., Yeh, C.,P., Lee, P.,H. ve Tsai, C.,H., 2013. Numerical Investigation of High-Concentration Photovoltaic Module Heat Dissipation, Renewable Energy, 50, 20-26.
- Yang, K.,T., 1987. Natural Convection in Enclosures, In: Handbook of Single Phase Convection Heat Transfer, Kakaç, S., Shah, R., Aung, W. (Eds.) New York, John Wiley Sons Inc.
- Yin, S.H., Wung, T.Y. ve Chen, K., 1978. Natural convection in an air layer enclosed within rectangular cavities, Int. Heat Mass Transf., 21, 307–315.
- Zhang, J., Vola, D. ve Frigaard, I.A., 2006. Yield stress effects on Rayleigh-Bénard convection, J. Fluid Mech., 566, 389-419.
- Zhao, Y., Curcija, D. ve Gross, W.P., 1997. Prediction of multicellular flow regime of natural convection in fenestration glazing cavities, ASHRAE Trans., 103,1, 1–12.
- Zhu H., Kim Y.D. ve Kee D.D., 2005. Non-Newtonian fluids with yield stress, J. Non-Newtonian Fluid Mech., 129, 177-181.



## 7. EKLER

### EK.1. Kütle, Momentum ve Enerji Korunum Denklemlerinin Boyutsuz Formları

Koordinat sistemini, hız bileşenlerini, basıncı ve sıcaklığı aşağıdaki gibi boyutsuzlaştırmak mümkündür:

$$x_i^+ = x_i / L, \quad u_i^+ = u_i / U_{ref}, \quad P^+ = P / \rho U_{ref}^2 \quad \text{ve} \quad \theta = (T - T_{ref}) / \Delta T_{ref} \quad (\text{E.1})$$

Burada,  $U_{ref}$  referans hız skalası ve  $\Delta T_{ref}$  referans sıcaklık farkıdır. Sabit duvar sıcaklığı sınır şartı için, referans sıcaklık farkı sıcak ve soğuk duvar arasındaki sıcaklık farkı olarak dikkate alınabilir ( $\Delta T_{ref} = T_H - T_C$ ). Eğer referans hız skalası için, atalet ve kaldırma kuvvetleri arasındaki denge göz önüne alınarak,  $U_{ref} = \sqrt{g\beta\Delta T_{ref}L}$  ifadesi dikkate alınır (2.1), (2.2) ve (2.3) eşitlikleri ile verilen sırasıyla kütle, momentum ve enerji korunum denklemlerinin sürekli rejim için boyutsuz formları şu şekilde yazılabilir:

*Boyutsuz kütle korunum(süreklilik)denklemini*

$$\frac{\partial u_i^+}{\partial x_i^+} = 0 \quad (\text{E.2})$$

*Boyutsuz momentum korunum denklemini*

$$u_j^+ \frac{\partial u_i^+}{\partial x_j^+} = -\frac{\partial P^+}{\partial x_i^+} + \delta_{i2}\theta + \frac{1}{Gr^{1/2}} \frac{\partial \tau_{ij}^+}{\partial x_j^+} \quad (\text{E.3})$$

*Boyutsuz enerji korunum denklemini*

$$u_j^+ \frac{\partial \theta}{\partial x_j^+} = \frac{1}{PrGr^{1/2}} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j^+ \partial x_j^+} \quad (\text{E.4})$$

*Ek-1'in devamı*

(E.3) eşitliğinde yer alan  $\tau_{ij}^+$  ifadesi boyutsuz gerilme tensörü olup, Bingham akışkanlar için şu şekilde tanımlanır:

$$\tau_{ij}^+ = \frac{\tau_{ij} L}{\mu \sqrt{g\beta\Delta T_{ref} L}} \quad (\text{E.5})$$

Referans hız skalası için  $U_{ref} = \sqrt{g\beta\Delta T_{ref} L}$  ifadesi kullanılırsa:

$$\tau^+ \leq Bn \quad \text{için} \quad \underline{\underline{\dot{\gamma}^+}} = 0 \quad (\text{E.6a})$$

$$\tau^+ > Bn \quad \text{için} \quad \underline{\underline{\tau^+}} = \left( 1 + \frac{Bn}{\dot{\gamma}^+} \right) \underline{\underline{\dot{\gamma}^+}} \quad (\text{E.6b})$$

ifadeleri elde edilir. Burada,  $\underline{\underline{\dot{\gamma}^+}} = \dot{\gamma} L / \sqrt{g\beta\Delta T_{ref} L}$  boyutsuz şekil değiştirme hız tensörüdür.

Şunu da belirlemekte fayda var ki, referans hız skalası için  $\alpha/L$  veya başka geçerli tanımlamalar da söz konusudur. Eğer referans hız skalası için  $U_{ref} = \alpha/L$  tanımı kullanılırsa, (2.1), (2.2) ve (2.3) ile verilen sırasıyla kütle, momentum ve enerji korunum denklemlerinin boyutsuz formları, alternatif olarak, şu şekilde yazılabilir:

*Boyutsuz kütle korunum(süreklilik)denklemini*

$$\frac{\partial u_i^+}{\partial x_i^+} = 0 \quad (\text{E.7})$$

*Boyutsuz momentum korunum denklemini*

$$u_j^+ \frac{\partial u_i^+}{\partial x_j^+} = -\frac{\partial P^+}{\partial x_i^+} + \delta_{i2} RaPr\theta + Pr \frac{\partial \tau_{ij}^+}{\partial x_j^+} \quad (\text{E.8})$$

*Ek-1'in devamı*

*Boyutsuz enerji korunum denklemi*

$$u_j^+ \frac{\partial \theta}{\partial x_j^+} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j^+ \partial x_j^+} \quad (\text{E.9})$$

(E.8) eşitliğinde yer alan  $\tau_{ij}^+$  ifadesi boyutsuz gerilme tensörü olup, Bingham akışkanlar için şu şekilde tanımlanır:

$$\tau_{ij}^+ = \frac{\tau_{ij} L}{\mu(\alpha / L)} \quad (\text{E.10})$$

Referans hız skalası için  $U_{ref} = \alpha / L$  ifadesi kullanılırsa:

$$\tau^+ \leq Bn\sqrt{RaPr} \quad \text{için} \quad \underline{\underline{\dot{\gamma}^+}} = 0, \quad (\text{E.11a})$$

$$\tau^+ > Bn\sqrt{RaPr} \quad \text{için} \quad \underline{\underline{\tau^+}} = \left( 1 + \frac{Bn\sqrt{RaPr}}{\dot{\gamma}^+} \right) \underline{\underline{\dot{\gamma}^+}} \quad (\text{E.11b})$$

Burada,  $\underline{\underline{\dot{\gamma}^+}} = \dot{\gamma} L^2 / \alpha$  boyutsuz şekil değiştirme hız tensörüdür. Referans hız skalasının alternatif tanımlamaları için geliştirilen korunum denklemlerinin her iki formunun, sayısal çözümleri de aynı sonuçlar verir.

## EK. 2. Sınır Koşullarının Boyutsuz Formları

### *Hız sınır koşulları*

Yatay ve düşey duvarlarda kaymayan akış ve herhangi bir kütle girişi veya çıkışının olmadığı koşulları gereği:

$$x_2^+ = 0 \text{ ve } x_2^+ = 1.0 \quad \text{de} \quad u_1^+ = 0 \text{ ve } u_2^+ = 0 \quad (\text{E.12a})$$

$$x_1^+ = 0 \text{ ve } x_1^+ = 1.0 \quad \text{de} \quad u_1^+ = 0 \text{ ve } u_2^+ = 0 \quad (\text{E.12b})$$

### *Sıcaklık sınır koşulları*

Yatay duvarlarda adyabatik sınır koşulu:

$$x_2^+ = 0 \text{ ve } x_2^+ = 1.0 \quad \text{de} \quad \partial\theta/\partial x_1^+ = 0 \quad (\text{E.13a})$$

Bingham akışkan durumu için düşey duvarlarda sabit sıcaklık sınır koşulu:

$$x_1^+ = 0 \quad \text{de} \quad \theta = 1 \quad (\text{E.13b})$$

$$x_1^+ = 1 \quad \text{de} \quad \theta = 0 \quad (\text{E.13c})$$

Power-law akışkan durumu için düşey duvarlarda sabit sıcaklık sınır koşulu:

$$x_1^+ = 0 \quad \text{de} \quad \theta = 0 \quad (\text{E.13d})$$

$$x_1^+ = 1 \quad \text{de} \quad \theta = 1 \quad (\text{E.13e})$$

### EK 3: Newtonumsu, Bingham ve Power-Law Akışkan Durumları İçin Önerilen Korelasyon Fonksiyonları

Tablo E3.1. Newtonumsu akışkanlar için önerilen korelasyon fonksiyonları

$AR = 1$	$\overline{Nu} = 0.162 Ra^{0.293} \left( \frac{Pr}{1+Pr} \right)^{0.091}$	$10^3 \leq Ra \leq 10^6$ $0.1 \leq Pr \leq 100$
----------	---	--

Tablo E3.2. Bingham akışkanlar için önerilen korelasyon fonksiyonları

$AR = 1$	$\overline{Nu} = 1 + \frac{ARa^{1/2}}{\left[ \frac{Bn}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{Bn^2 + 4 \left( \frac{Ra}{Pr} \right)^{1/2}} \right]} \left[ 1 - \frac{Bn}{Bn_{max}} \right]^b$	$A = 0.162 Ra^{0.043} \frac{Pr^{-0.159}}{(1+Pr)^{0.091}} - \frac{1}{Ra^{0.25} Pr^{0.25}}$	$10^4 \leq Ra \leq 10^6$ $Bn \leq Bn_{max}$ $0.125 \leq AR \leq 8$
$AR > 1$	$\overline{Nu} = \text{Max} \left\{ 1.0, 1 + (\overline{Nu}_{Bn=0} - 1) \left[ \frac{2(1 - Bn^* / Bn_{max}^*)^b}{Bn^* + \sqrt{Bn^{*2} + 4}} \right] \right\}$	$Bn_{max} = 0.019 Ra^{0.56} Pr^{-0.46}$ $b = 0.42 Ra^{0.13} Pr^{0.12}$ $Bn_{max}^* = C Ra^{0.31} Pr^{-0.21} AR^{-0.25}$	
$AR < 1$	$\overline{Nu} = \text{Max} \left\{ 1.0, 1 + (\overline{Nu}_{Bn=0} - 1) \left[ 1 - \left( \frac{1}{4.55} \right)^{-2} Bn^{**} \right]^2 \right\}$	$C = 0.019 + 0.010 \text{erf}(2AR - 2)$	

Tablo E3.3 Power-law akışkanlar için önerilen korelasyon fonksiyonları

$AR = 1$	$\overline{Nu} = \text{Max} \left\{ 1.0, 0.162 \frac{Ra^{0.043} Pr^{0.341}}{(1+Pr)^{0.091}} \left[ \frac{Ra^{2-n}}{Pr^n} \right]^{\frac{1}{2(n+1)}} e^{b(n-1)} \right\}$	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>n</math></th> <th><math>b</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\leq 1</math></td> <td><math>1.343 Ra^{0.065} Pr^{0.036} AR^{0.099}</math></td> </tr> <tr> <td><math>&gt; 1</math></td> <td><math>0.858 Ra^{0.071} Pr^{0.034} AR^{-0.006}</math></td> </tr> </tbody> </table>	$n$	$b$	$\leq 1$	$1.343 Ra^{0.065} Pr^{0.036} AR^{0.099}$	$> 1$	$0.858 Ra^{0.071} Pr^{0.034} AR^{-0.006}$	$10^4 \leq Ra \leq 10^6$ $10 \leq Pr \leq 10^5$ $0.6 \leq n \leq 1.8$
$n$	$b$								
$\leq 1$	$1.343 Ra^{0.065} Pr^{0.036} AR^{0.099}$								
$> 1$	$0.858 Ra^{0.071} Pr^{0.034} AR^{-0.006}$								
$Ra AR^7 \geq 10^4$	$\overline{Nu} = \text{Max} \left\{ 1.0, 0.162 \frac{Ra^{0.043} Pr^{0.341}}{(1+Pr)^{0.091}} \left[ \frac{Ra^{2-n}}{(Pr^n AR^n)} \right]^{\frac{1}{2(n+1)}} e^{b(n-1)} \times \left[ e^{1-AR} \right]^{-0.212} \right\}$	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>n</math></th> <th><math>b_2</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\leq 1</math></td> <td><math>0.156 Ra^{0.222} n^{-0.887}</math></td> </tr> <tr> <td><math>&gt; 1</math></td> <td><math>0.725 Ra^{0.104} n^{-1.030}</math></td> </tr> </tbody> </table>	$n$	$b_2$	$\leq 1$	$0.156 Ra^{0.222} n^{-0.887}$	$> 1$	$0.725 Ra^{0.104} n^{-1.030}$	$10^4 \leq Ra \leq 10^6$ $0.25 \leq AR \leq 8$ $0.6 \leq n \leq 1.8$
$n$	$b_2$								
$\leq 1$	$0.156 Ra^{0.222} n^{-0.887}$								
$> 1$	$0.725 Ra^{0.104} n^{-1.030}$								
$Ra AR^7 < 10^4$	$\overline{Nu} = \text{Max} \left\{ 1.0, 0.162 \frac{Ra^{0.043} Pr^{0.341}}{(1+Pr)^{0.091}} \left[ \frac{Ra^{2-n}}{(Pr^n AR^n)} \right]^{\frac{1}{2(n+1)}} e^{b(n-1)} \times \left[ 1 - 1.5(1-AR)^{b_2} \right] \right\}$		$10^4 \leq Ra \leq 10^6$ $0.25 \leq AR \leq 8$ $0.6 \leq n \leq 1.8$						
$\frac{Ra AR^5}{n^9} < 40$	$\overline{Nu} = 1 + \left( \frac{1}{4.95} \right)^{4+4/n} Ra^{2/n} AR^{4+4/n}$								

## ÖZGEÇMİŞ

Osman Turan 1980 yılında Artvin İline bağı Murgul İlçesinde dünyaya geldi. İlk ve Orta öğrenimini doğduğu ilçede, Lise öğrenimini 1998 yılında Artvin Kazım Karabekir Lisesinde tamamladı. 2000 yılında KTÜ Makine Mühendisliği Bölümünde Lisans eğitimine başladı. 2004 yılında bu bölümden mezun olarak Makine Mühendisi Unvanı aldı. 2005 yılında KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans eğitimine başlayan Osman Turan, aynı yıl Makine Mühendisliği Bölümünde Araştırma Görevlisi olarak akademik hayatına başladı. 2007 yılında Yüksek Lisans eğitimini tamamladı ve aynı yıl içerisinde KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalında doktora çalışmalarına başladı. 2009-2011 yılları arasında Misafir Araştırma Görevlisi olarak İngiltere'nin Liverpool Üniversitesinde doktora çalışmaları ile ilgili araştırmalarda bulundu. Çeşitli uluslararası dergilerde yayınlanmış makaleleri, ulusal ve uluslararası konferanslarda sunulmuş bildiri ve posterleri bulunan Osman Turan İngilizce bilmektedir ve evlidir.