

33762

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ PROGRAMI

PİSTONLU MOTORLARIN SİLİNDİRLERİ İÇERİSİNDEKİ GAZ AKIŞLARININ
EMME STROKU BOYUNCA SAYISAL OLARAK İNCELENMESİ

Mak. Yük. Müh. Atilla BİLGİN

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde
"Doktor"
Ünvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 28.03.1994
Tezin Sözlü Savunma Tarihi : 25.05.1994

Tezin Danışmanı : Doç. Dr. Orhan DURGUN



Jüri Üyesi : Prof. Dr. Oğuz BORAT



Jüri Üyesi : Yrd. Doç. Dr. M. Emin ARICI



Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Temel SAVAŞKAN



Mart 1994
TRABZON

ÖNSÖZ

Pistonlu motorlarda emme stroku boyunca silindir içi akışın sayısal olarak hesaplanması amacıyla yönelik olan bu çalışma, K.T.Ü. Makina Mühendisliği Bölümü'nde gerçekleştirilmiştir. Sayısal hesaplamalar; geliştirilen bir bilgisayar programı ile, K.T.Ü. Bilgi İşlem Merkezi VAX sisteminde yapılmıştır.

Doktora tezi danışmanlığımı üslenerek gerek konu seçimi, gerekse çalışmaların yürütülmesi sırasında her türlü ilgi ve desteğini esirgemeyen sayın hocam Doç. Dr. Orhan DURGUN'a; yapıcı eleştirilerinden yararlandığım Yrd. Doç. Dr. Burhan ÇUHADAROĞLU ve Yrd. Doç. Dr. M. Emin ARICI'ya teşekkür etmeyi zevkli bir görev bilirim.

Ayrıca çalışmalarım sırasında yardımlarını gördüğüm K.T.Ü. Bilgi İşlem Merkezi'nin değerli çalışanlarına ve sürekli destek ve teşviklerinden ötürü eşim Kadriye'ye teşekkür ederim.

Trabzon, Mart 1994

Atilla BİLGİN

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	ii
İÇİNDEKİLER	iii
ÖZET	vi
SUMMARY	vii
ŞEKİL LİSTESİ	viii
TABLO LİSTESİ	ix
SEMBOL LİSTESİ	x
1. GİRİŞ	1
1.1 Giriş	1
1.2 Sunulan Çalışmanın Amacı ve Kapsamı	1
2. MOTORLARDA EMME AKIŞININ İNCELENMESİNE İLİŞKİN YAPILMIŞ ÇALIŞMALAR	3
2.1 Giriş	3
2.2 Deneysel Çalışmalar	3
2.2.1 Akışın İstatistiksel Karakteristiği	3
2.2.2 Önemli Türbülans Karakteristik Parametreleri	6
2.2.2.1 Uzaysal Korelasyon ve Uzunluk Skalaları	7
2.2.2.2 Otokorelasyon Katsayısı ve Zaman Skalaları	8
2.2.3 Ölçüm Teknikleri	9
2.2.4 Mevcut Ölçümlerin Gözden Geçirilmesi	10
2.3 Teorik Çalışmalar	11
2.3.1 Çok-Boyutlu Sayısal Çalışmalar	11
3. MATEMATİKSEL MODEL	15
3.1 Giriş	15
3.2 Anlık Denklemler	15
3.3 İstatistiksel Yaklaşım	16
3.3.1 Birleşik-Ortalımalı Denklemler	16
3.4 Türbülansın Modellenmesi	18
3.4.1 Modellemenin Amacı	18
3.4.2 Türbülans Modelleri	19
3.4.2.1 Ortalama-Akış ya da Girdap Viskozitesi Yaklaşımı	19

3.4.2.2 Reynolds Gerilmeleri Yaklaşımı	21
3.4.2.3 Büyük Girdap Benzetimi	22
3.4.3 Sunulan Çalışmada Uygulanan Modelin Seçimi	22
3.4.4 $k - \epsilon$ Türbülans Modeli	23
3.4.4.1 $k -$ Transport Denklemi	23
3.4.4.2 $\epsilon -$ Transport Denklemi	24
3.4.4.3 Skaler Büyüklükler	27
3.5 Genel Transport Denklemi	28
3.6 Sınır Koşulları	29
3.6.1 Duvar Sınır Koşulları	29
3.6.2 Simetri Ekseni	32
3.6.3 Giriş Kesiti	33
4. SAYISAL ÇÖZÜM YÖNTEMİ	35
4.1 Giriş	35
4.2 Hareketli Koordinatlara Dönüşüm	35
4.3 Ayrıklaştırma Yöntemi	37
4.3.1 Genel Fark Denkleminin Türetilmesi	38
4.3.2 Momentum Denklemleri	44
4.3.2.1 Eksenel Momentum Denklemi	44
4.3.2.2 Radyal Momentum Denklemi	45
4.3.3 Ayrıklaştırma Yaklaşımları	46
4.3.4 Kaynak Terimlerin Ayrıklaştırılması	49
4.4 Basıncın Hesaplanması	49
4.5 Sınır Koşullarının Uygulanması	53
4.5.1 Duvar Sınır Koşulları	53
4.5.2 Simetri Ekseni	55
4.5.3 Giriş Kesiti	55
4.6 Çözüm Yönteminin Akışı	55
5. SAYISAL SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRME	57
5.1 Giriş	57
5.2 İncelenen Akış Durumları	57
5.3 Sayısal Sonuçların Deneysel ve Teorik Çalışmalarla Karşılaştırılması	58
5.3.1 Laminer Akış Durumu	58
5.3.2 Türbülanslı Akış Durumu	62
5.3.2.1 Hız Alanı	62
5.3.2.2 Türbülans Şiddeti	73
5.3.2.3 Yutulma Uzunluk Skalası	78

5.3.2.4 Yutulma Zaman Skalası	82
6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	86
7. KAYNAKLAR	88
8. EKLER	92
9. ÖZGEÇMİŞ	100



ÖZET

Pistonlu Motorların Silindirleri İçerisindeki Gaz Akışlarının Emme Stroku Boyunca Sayısal Olarak İncelenmesi

İçten yanmalı pistonlu motorların çalışması sırasında meydana gelen çeşitli olayların yapısı oldukça karmaşıktır. Motorların karmaşık geometrik yapıları içinde aynı anda bir çok fiziksel süreç meydana gelmekte ve bunlar birbirlerini etkilemektedir. Bu süreçlerden motor silindirleri içerisindeki akış olayı; türbülans üretimi, yakıt-hava karışımı ve yanma olayları üzerinde önemli bir rol oynar ve motor performansını önemli düzeyde etkiler.

Günümüzde motor tasarımcıları içten yanmalı motorların ısı verimini artırmaya ve istenmeyen eksoz emisyonlarını azaltmaya çalışmaktadırlar. Çalışmalar, akışın çok-boyutlu olarak tahmin edilmesini gerektirmektedir. Ancak deneysel teknikler deneme-yanılma yöntemine dayanmakta; oldukça zaman alıcı ve pahalı olmakta ve edinilen bilgiler çok sınırlı düzeylerde kalmaktadır. Bu nedenle tasarımcılar, motor silindiri içerisindeki olayları tahmin etmede sayısal yöntemlere büyük umutlar bağlamışlardır. Son zamanlarda silindir içi akışkan hareketlerinin hesaplanmasında çok-boyutlu matematiksel modellerin kullanılmasına eğilim gittikçe artmaktadır. Bununla birlikte, şu ana kadar bu tür az sayıda çalışmanın deneysel verilerle kapsamlı olarak karşılaştırılması yapılmıştır.

Sunulan çalışmanın konusu; pistonlu motorlarda emme stroku boyunca silindir içerisindeki akışın sayısal olarak incelenmesidir. Bu amaçla $k-\epsilon$ türbülans modeli ve "duvar kanunları" sınır koşullarının kullanıldığı bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Akışı gösteren diferansiyel denklemlerin sayısal çözümünde "sonlu kontrol hacmi" yaklaşımı ve Patankar tarafından geliştirilmiş olan SIMPLE algoritması kullanılmıştır.

Elde edilen sonuçlar Gosman ve arkadaşları tarafından yapılmış olan sayısal çalışmalarla ve ayrıca Morse tarafından yapılmış olan ölçümlerle karşılaştırılmış ve ilerideki çalışmalar için ümit verici oldukları görülmüştür. Sonuçlarda ortaya çıkan bazı uyumsuzlukların tam olarak bilinmeyen sınır koşullarından ve/veya kullanılan türbülans modelinin yetersizliklerinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Anahtar kelimeler: Pistonlu motorlarda akış, $k-\epsilon$ türbülans modeli, Sonlu kontrol hacmi yöntemi, Hybrid (Merkezi/upwind) ayrıklaştırma yaklaşımı.

SUMMARY

Numerical Analysis of Gas Flows During Intake Stroke in the Cylinders of Reciprocating Engines

The nature of the various events in reciprocating internal combustion engines are very complicated. Many physical processes occur and act on each other in their complex geometries. Among these processes, the flow in the cylinders play an important role on generation of turbulence, fuel-air mixing and combustion, thus exerts great influence on engine performance through these processes.

At the present time, engine designers try to improve the thermal efficiency and to reduce the undesirable exhaust emissions using sophisticated devices for the flow control. These design efforts require the prediction of flow in multi dimensions, but experimental techniques based on trial and error methods are time consuming and expensive to perform, and moreover information obtained from them is very limited. Therefore, the designers have began to set greater hopes on numerical methods to predict what happens in the engine cylinder, especially at the early stage of design. So, recently there has been an increasing trend to apply multidimensional models for computing fluid motion in internal combustion engines. However, so far, few detailed comparisons of the predictions with the experiments have been done.

The objective of this study is to perform a two-dimensional numerical analysis of the flow during intake stroke in the cylinders of a reciprocating engines. For this reason, a computer code developed which employs $k-\epsilon$ turbulence model and the "law of the wall" boundary conditions. Numerical solution method of the governing equations is based on the SIMPLE technique of Patankar with the "finite control volume" approach.

Comparisons of the velocity and turbulent intensity field have been made with that prediction by Gosman et al. and measurements by Morse. The results of computations were generally encouraging. However, discrepancies were observed which are attributed to either or both unknown boundary conditions or shortcomings in the $k-\epsilon$ model used.

Key Words: Flow in the rciprocating engines, $k-\epsilon$ turbulence model, Finite control volume method, Hybrid (central/upwind) discretisation scheme.

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1	Tipik bir anlık hız-zaman değişiminin şematik gösterimi.	4
Şekil 2.2	Çevrimden çevrime olan değişimin birleşik-ortalama hız ve türbülansa etkisinin şematik gösterimi.	5
Şekil 2.3	Anlık hızın Lancaster [3] tarafından önerilen şekilde bileşenlerine ayrılması.	6
Şekil 3.1	Türbülanslı bir sınır-tabakanın bölümlerinin şematik gösterimi.	30
Şekil 3.2	Giriş kesitinin şematik gösterimi.	33
Şekil 4.1	Hesap ağının ve çözüm bölgesi sınırlarının şematik gösterimi.	36
Şekil 4.2	Hesap ağı üzerinde skaler büyüklüklerin, aksenal ve radyal hızların yerleştirilmeleri ve kaydırılmış ağ düzenine göre kontrol hacimleri.	38
Şekil 5.1	Laminer akış için ($n=10$ d/dk), emme stroku boyunca çeşitli krank mili açılarındaki hız profilleri.	60
Şekil 5.2	Türbülanslı akış için ($n=200$ d/dk), emme stroku boyunca çeşitli krank mili açılarındaki vektörel hız alanı.	63
Şekil 5.3	Türbülanslı akış için ($n=200$ d/dk), emme stroku boyunca çeşitli krank mili açılarındaki hız profilleri.	68
Şekil 5.4	Türbülanslı akış için ($n=200$ d/dk), emme stroku boyunca çeşitli krank mili açılarındaki türbülans şiddeti profilleri.	74
Şekil 5.5	Türbülanslı akış için ($n=200$ d/dk), emme stroku boyunca çeşitli krank mili açılarındaki yutulma uzunluk skalası profilleri.	79
Şekil 5.6	Türbülanslı akış için ($n=200$ d/dk), emme stroku boyunca çeşitli krank mili açılarındaki yutulma zaman skalası profilleri.	83

TABLO LİSTESİ

Tablo 3.1 Farklı araştırmacılar tarafından (3.28) denklemindeki katsayılar için önerilen değerler [8].	26
Tablo 3.2 Türbölans modeli sabitleri [15].	27
Tablo 5.1 Motorun yapısal özellikleri.	57
Ek Tablo 2.1 Silindir içi akışlara ilişkin başlıca deneysel çalışmalar.	95
Ek Tablo 3.3 (3.31) genel transport denklemindeki Γ_ϕ ve S_ϕ değerleri.	97
Ek Tablo 3.4 (3.35) transport denklemindeki Γ_ϕ ve S_ϕ değerleri.	98
Ek Tablo 4.1 (4.6) transport denklemindeki S_ϕ değerleri.	99

SEMBOLLER

Romen Karakterleri:

A	: sonlu fark denklemleri katsayıları (P, E, W, N, S gibi alt indisler alır), alan.
a	: hücre yüzey alanı (e, w, n, s v.b. alt indisler alır).
$c_{\mu}, c_{e1} - c_{e4}$: türbülans modeli sabitleri.
D	: difüzyon akı, silindirik çapı.
d	: supap geçiş alanı çapı.
DWEA	: yoğunluk-ağırlıklı birleşik-ortalama.
E	: türbülans modeli sabiti.
EA	: birleşik-ortalama.
F	: konvektif ve difüzyon akıların toplamı.
k	: türbülans kinetik enerjisi.
L	: türbülans integral uzunluk skalası, strok.
L_t	: türbülans integral zaman skalası.
l	: girdapçıkları içeren türbülans enerjisinin uzunluk skalası (yutulma uzunluk skalası).
\dot{m}	: kütleli debi.
P	: basınç, toplam türbülans enerji üretimi.
Pe	: Peclet sayısı.
$R_{ij}(r)$: uzaysal korelasyon.
$R(\tau)$: otokorelasyon katsayısı.
$R_{\theta}(\phi)$: süresiz bir akış için otokorelasyon katsayısı.
r	: radyal koordinat.
Re	: Reynolds sayısı.
S_{ϕ}	: parça türevli denklemlerde ve sonlu fark denklemlerinde kaynak terimi.
S_I, S_E	: kaynak teriminin implisit ve eksplisit kısmı.
t	: zaman.
T_{cycle}	: çevrim periyodu (krank milinin bir devrinin periyodu).
U	: anlık hız, aksiyel hız.
\bar{U}	: ortalama (zaman- veya birleşik-ortalama) hız.
\hat{U}	: yoğunluk-ağırlıklı birleşik-ortalama hız.
\hat{U}	: yerel ağ hızına göre bağıl aksiyel hız.

U_τ	: sürtünme hızı.
U_e	: emme borusundan veya supap geçiş alanından silindir içerisine giriş hızı.
u'	: türbülans şiddeti, \bar{U} etrafındaki türbülans çalkantı hızı (3. bölümde).
u''	: \bar{U} etrafındaki türbülans çalkantı hızları.
V	: radyal hız, hacim.
\bar{V}_{pls}	: ortalama piston hızı.
y	: duvardan dik uzaklık.
y^+	: boyutsuz duvardan uzaklık.
z	: eksenel koordinat.

Yunan Karakterleri:

α	: uzaysal fark katsayısı.
β	: zamansal fark katsayısı.
Γ	: türbülanslı difüzyon katsayısı.
γ	: lineer interpolasyon faktörü.
Δ	: artım.
δ	: artım.
δ_{ij}	: Kronoker deltası.
e	: türbülans enerjisi yutulma oranı, sıkıştırma oranı.
θ	: krank mili açısı.
κ	: von Karman sabiti.
μ	: moleküler viskozite.
μ_T	: türbülanslı viskozite.
μ_{eff}	: efektif viskozite ($= \mu + \mu_T$).
ν	: kinematik viskozite.
ξ	: boyutsuz eksenel koordinat.
ρ	: yoğunluk.
σ_T	: türbülanslı Prandtl/Schmidt sayısı.
τ_d	: yutulma zaman skalası.
τ_{ij}	: gerilme tansörü.
τ_w	: duvar kayma gerilmesi.
ϕ	: bağımlı bir değişken.
ψ	: supap oturma açısı.
ω	: motorun açısal hızı, frekans.

Alt indisler:

B	: sınırdaki.
G	: ağ.
i	: iç
i, j, k, l	: Kartezyen tansör notasyon.
in	: girişte.
o	: dış.
pis	: piston.
T	: türbülanslı.
t	: zamansal.
w	: duvar.
x	: x-doğrultusu.
y	: y-doğrultusu.

Üst Indisler:

n	: yeni zaman adımı.
o	: eski zaman adımı.
\sim	: yoğunluk-ağırlıklı birleşik-ortalama.
$-$: zaman- ya da birleşik-ortalama.
$'$: türbülans şiddeti, çalkantı bileşeni, düzeltme büyüklüğü.
$"$: yoğunluk-ağırlıklı birleşik ortalama büyüklükle ilgili çalkantı bileşeni.
$*$: mevcut değişken alanı, normalize edilmiş büyüklük.
$+$: boyutsuz büyüklük ("duvar fonksiyonları"nda).

1. GİRİŞ

1.1 Giriş

Endüstrinin bir çok alanında olduğu gibi otomobil endüstrisinde de yakın zamana kadar geliştirme çalışmaları çoğunlukla deneme-yanılma yöntemiyle yapılmaktaydı. Gün geçtikçe otomobil sayısındaki hızlı artış ve buna karşı sınırlı petrol kaynakları, diğer alanlarda olduğu gibi otomobil endüstrisindeki araştırmacıları ve konu ile ilgilenen bilim adamlarını pahalı bir yöntem olan deneme yanılma yöntemi yerine, daha ekonomik olan ve zaman bakımından da tutumluluk sağlayan teorik çalışmalara yönlendirmiştir.

Bir taraftan alternatif yakıt arayışları sürerken, diğer taraftan yakıt tüketimini ve kirletici emisyonlarını azaltmak, daha hafif, daha aerodinamik yapılı, aktarma organları daha az kayıplı olan ve daha verimli motorlara sahip otomobiller üretmek için deneysel çalışmaların yanında yoğun teorik çalışmalar da başlamıştır. Özellikle son on onbeş yıl içerisinde bilgisayar teknolojisinde görülen; bilgisayarların bellek kapasitelerinin ve işlem hızlarının çok hızlı bir şekilde artması gibi önemli gelişmeler bilim adamlarını ve araştırmacıları daha etkin matematiksel modeller ve sayısal çözüm yöntemleri geliştirmeye yöneltmiştir.

Türbülanslı bir yapıda olan çok karmaşık silindir içi akış olayları ve yanma işlemleri üzerindeki teorik çalışmalar günümüzde yoğun bir şekilde devam etmektedir ve bu konuda çok hızlı ilerlemeler görülmektedir.

1.2 Sunulan Çalışmanın Amacı ve Kapsamı

Silindir içi akışların ve yanmanın sayısal olarak hesaplanmasında; akışı, ısı transferini ve yanmayı gösteren parça türevli korunum denklemlerinin genellikle çok-boyutlu sayısal yöntemlerle çözümü yapılmakta ve böylece karakteristik değişkenlerin yanma odası içerisindeki uzaysal ve zamansal dağılımına ilişkin ayrıntılı bilgi edinilmektedir.

Sunulan çalışmanın amacı, dışarıdan tahrik edilen (motored) bir motorda, emme stroku boyunca silindir içi akışı sayısal olarak incelemektir. Bu amaçla "sonlu kontrol hacmi" yöntemi kullanılarak iki boyutlu, aksel simetrik akışı hesaplayan bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Programın geliştirilmesinde olaya adım adım yaklaşılmış; önce laminar ve

sonra türbülanslı akış olmak üzere sırasıyla düz boru, ani-genişleyen boru akışları ve son olarak da silindir içi akış ele alınmıştır. Silindir içi akışlarda, eksenel simetrik bir giriş kesiti için; önce düz boru, sonra da hareketsiz supap durumları incelenmiştir. Türbülanslı akışların hesaplanmasında $k-\epsilon$ türbülans modeli kullanılmıştır.

Bölüm 2'de motorlarda silindir içi akışın incelenmesi üzerinde yapılmış deneysel ve teorik çalışmalar gözden geçirilmiştir. Araştırmacıların süreksiz ve türbülanslı bir yapıda olan bu akışa istatistiksel yaklaşımları kısaca ele alınmış, önemli türbülans parametrelerinden ve bunların anlamlarından sözedilmiş ve konu ile ilgili yapılmış deneysel çalışmalarda kullanılan ölçüm tekniklerine kısaca değinilmiştir.

Bölüm 3'te silindir içi türbülanslı akışı gösteren diferansiyel denklemler verilmiş, istatistiksel yaklaşımın gereklilik nedenlerinden sözedilmiştir. Süreksiz, sıkıştırılabilir motor akışlarına uygulanabilecek ortalama alma yöntemleri açıklanmış ve istatistiksel ortalama akış özellikleri için diferansiyel denklemler verilmiştir. Önemli türbülans modellerinden kısaca sözedilerek $k-\epsilon$ türbülans modelinin seçilme nedenleri belirtilmiş, sıkıştırılabilir ve sıkıştırılmaz akışlar için $k-$ ve $\epsilon-$ transport denklemleri verilmiştir.

Bölüm 4'te diferansiyel denklemlerin ayrıklaştırılmasına ilişkin bilgi verilmiştir. Silindir içi akış durumları için; sabit koordinatlardan pistonun hareketine uyumlu olarak hareket eden hareketli koordinatlara dönüşüm verilmiş; denklemlerin zamansal ve uzaysal ayrıklaştırılması ayrıntılı biçimde ele alınmıştır. Basıncın hesaplanması ve sınır koşullarının ayrıklaştırılmış denklemlere uygulanması açıklanmış ve sayısal çözüm yönteminin aşamaları maddeler halinde sıralanmıştır.

Bölüm 5'te, sunulan çalışmada ele alınan akış durumları için elde edilen sayısal sonuçlar ve bunların mevcut deneysel ve teorik çalışmalarla karşılaştırılmaları ayrıntılı olarak ele alınmıştır.

Son olarak da Bölüm 6'da; yapılan çalışmadan elde edilen temel bulgular sunulmuş ve bu konuda ileride yapılabilecek çalışmalara ilişkin öneriler verilmiştir.

2. MOTORLARDA EMME AKIŞININ İNCELENMESİNE İLİŞKİN YAPILMIŞ ÇALIŞMALAR

2.1 Giriş

Bu bölümde, motorlardaki gaz akışları konusunda yapılmış deneysel ve teorik çalışmalar ele alınmıştır.

Bölüm 2.2'de mevcut deneysel çalışmalar gözden geçirilmiş, motorlardaki sürekli olmayan türbülanslı akışa istatistiksel yaklaşımlardaki güçlüklerle değinilmiş, farklı araştırmacıların yaklaşımlarından kısaca söz edilmiştir. Daha sonra türbülans parametrelerinin tanımları verilmiş, türbülanslı akışlarda uygulanan ölçüm tekniklerine değinilmiş ve mevcut ölçümlerden bazılarına ilişkin bilgi verilmiştir.

Bölüm 2.3'te motorlardaki ortalama akışın ve türbülansın hesaplanmasına ilişkin yapılmış çok-boyutlu sayısal çalışmalar ele alınmıştır.

2.2 Deneysel Çalışmalar

2.2.1 Akışın İstatistiksel Karakteristiği

Şekil 2.1'de görüldüğü gibi içten yanmalı bir motorun yanma odasındaki akış sürekli olmayan ve türbülanslı bir yapıdadır. Düzensiz bir yapıda olan türbülanslı akışın "düzenli" ya da "ortalama" özelliklerini belirleyebilmek ve "türbülans" olarak adlandırılan tamamen gelişigüzel hareketleri karakterize edebilmek için istatistiksel bir yaklaşıma gerek vardır.

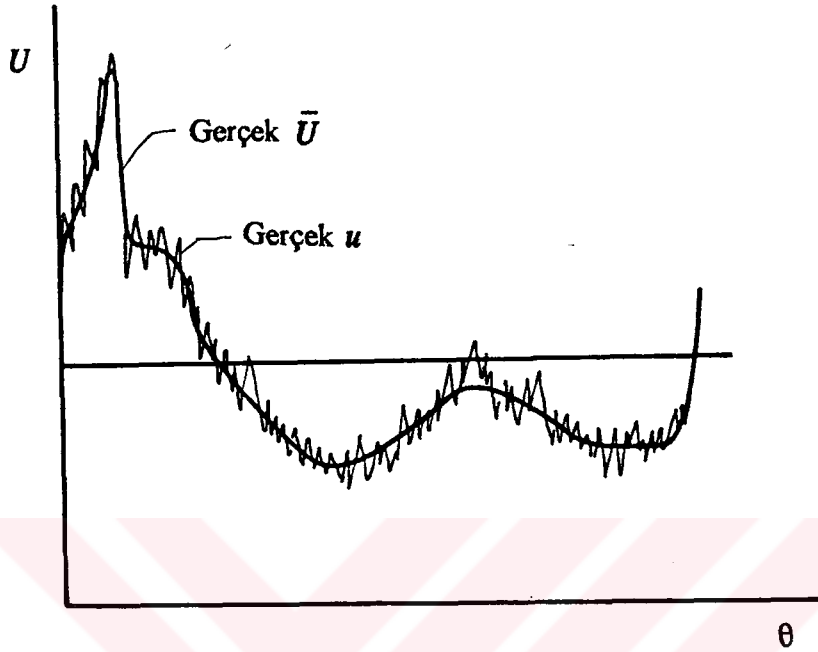
"Sürekli" türbülanslı akışlar için bilinen istatistiksel yaklaşım; $U(t)$ anlık hızını, bunun zaman-ortalaması olan \bar{U}_T ve çalkantı hızı $u_T(t)$ gibi iki bileşene ayırmaktır. Böylece $U(t)$ anlık hızı;

$$U(t) = \bar{U}_T + u_T(t) \quad (2.1)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadedeki \bar{U}_T ;

$$\bar{U}_T = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} U(t) dt \right] \quad (2.2)$$

şeklinde tanımlanır ve "ortalama" akışı karakterize eder.



Şekil 2.1 Tipik bir anlık hız-zaman değişiminin şematik gösterimi.

Çalkantı bileşeni ise;

$$u'_T = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (U(t) - \bar{U}_T)^2 dt \right]^{1/2} \quad (2.3)$$

şeklinde $u(t)$ 'nin kare-ortalamasının-kök değeri (root-mean-square, rms) biçiminde gösterilmekte ve "türbülansın mutlak şiddeti" ya da kısaca "türbülans şiddeti" olarak adlandırılmaktadır.

Pistonlu bir motorun silindiri içerisindeki akışkan hareketleri, motorun çevrimsel yapısından dolayı doğal olarak zaman bağımlıdır (Şekil 2.1). Bu durumda ortalama hız (2.1) eşitliğindeki gibi bir sabit değil, zamanın bir fonksiyonudur. Zaman yerine krank mili açısı kullanılırsa, sürekli bir akış için verilmiş olan (2.1) ifadesinin eşdeğeri motorlar için

$$U(\theta, i) = \bar{U}_E(\theta) + u_E(\theta, i) \quad (2.4)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $U(\theta, i)$ i . motor çevriminde θ krank mili açısındaki anlık

hız, $\bar{U}_E(\theta)$ ise aynı koşullar altında çok sayıda deneyin yapılması sonucunda elde edilen ortalama hızdır ve "birleşik-ortalama" (ensemble-averaged, EA) hız olarak adlandırılmaktadır. $\bar{U}_E(\theta)$ hızı;

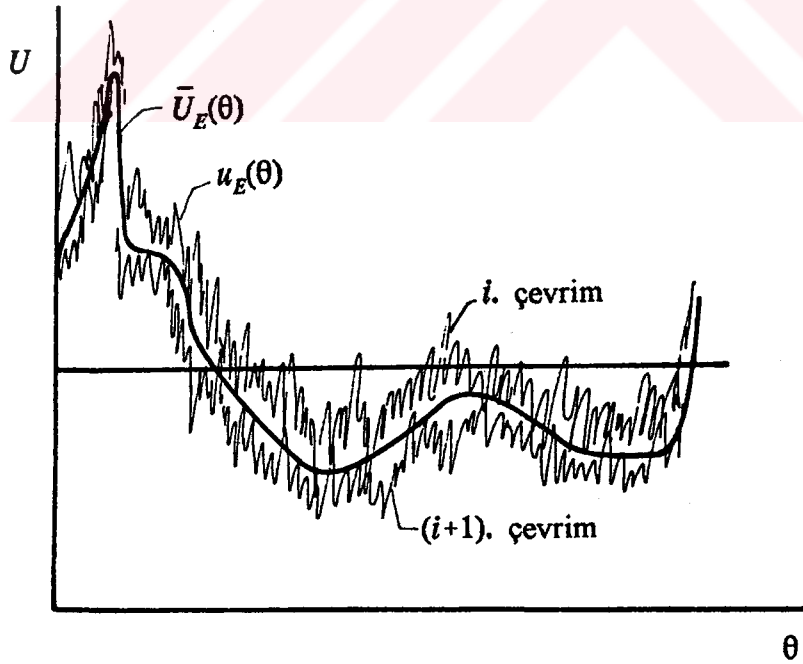
$$\bar{U}_E(\theta) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N U(\theta, i) \right] \quad (2.5)$$

şeklinde gösterilir. Son ifadedeki N , olayın (çevrimin) gerçekleşme sayısını göstermektedir. (2.4) ifadesinin sağ tarafındaki son terim olan türbülans şiddeti de

$$\begin{aligned} u'_E(\theta) &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N u_E(\theta, i)^2 \right]^{1/2} \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N [U(\theta, i) - \bar{U}_E(\theta)]^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (2.6)$$

olarak tanımlanabilir [1, 2].

Şekil 2.2'de art arda gelen iki çevrim için silindir içindeki anlık hız değişimleri ve birleşik-ortalama yaklaşımının şematik biçimde bir gösterimi verilmiştir.

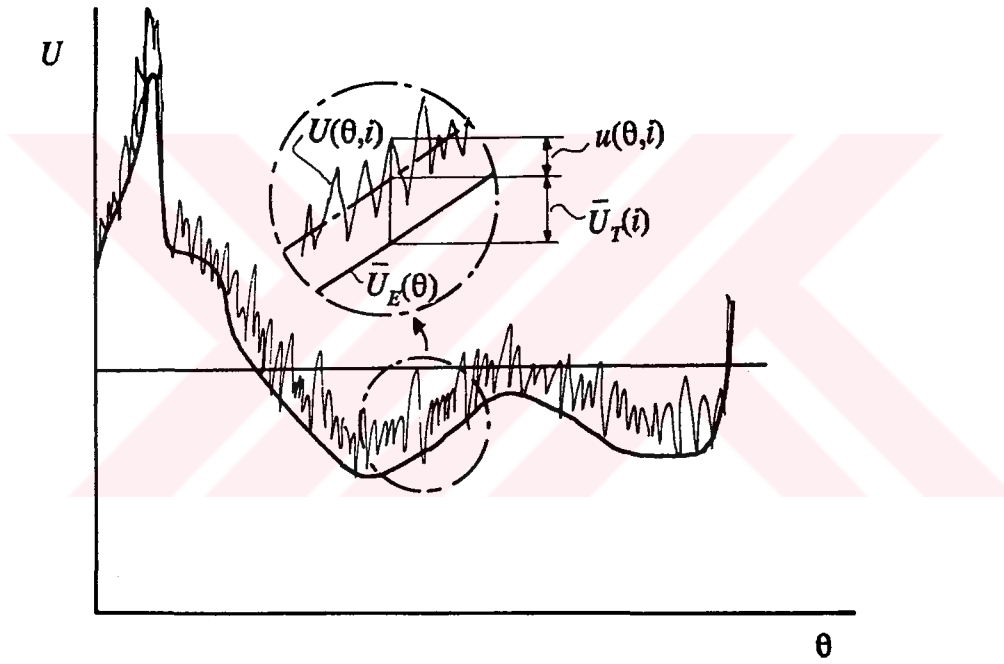


Şekil 2.2 Çevrimden çevrime olan değişimin birleşik-ortalama hıza ve türbülansa etkisinin şematik gösterimi.

Farklı araştırmacılar tarafından silindir içi akışlara uygulanabilecek değişik istatistiksel yaklaşımlar geliştirilmiştir. Bunlardan biri de Lancaster [3] tarafından önerilen yöntemdir. Bu yöntemde $U(\theta, i)$ anlık hızı

$$U(\theta, i) = \bar{U}_E(\theta) + \bar{U}_T(i) + u(\theta, i) \quad (2.7)$$

şeklinde üç bileşene ayrılmıştır. Bu ifadeye sağ tarafa gelen $\bar{U}_T(i)$ terimi, i . evrimde her bir θ krank açısı için $\bar{U}_E(\theta)$ 'nın anlık hızdan çıkarılmasından sonra, akışın sürekli yapıda kabul edilebileceği düzeydeki küçük dt zaman aralıkları boyunca, zaman ortalamasının alınmasıyla elde edilen birleşik-ortalomalı hızı göstermektedir (şekil 2.3).



şekil 2.3 Anlık hızın Lancaster [3] tarafından önerilen şekilde bileşenlerine ayrılması.

(2.7) ifadesinden de görüleceği gibi, çevrimler arasında fark olmaması durumunda $\bar{U}_T(i)$ sıfır olacağından (2.7) bağıntısı (2.4) bağıntısına dönüşmektedir.

2.2.2 nemli Türbülans Karakteristik Parametreleri

Motorlarda da olduğu gibi, çok karmaşık türbülanslı akış alanlarında türbülansı sadece ortalama hız ve türbülans şiddetiyle tanımlamak yeterli olmamakta, türbülansı karakterize

eden başka parametrelere de gereksinim duyulmaktadır. Motorlardaki akışlar için bu tür parametreler ve anlamları özet olarak aşağıda verilecektir. Bu parametrelerin ölçümlerinde türbülansın, ortalamaların alındığı zaman aralığında sürekli olduğu ve böylece istatistiksel özelliklerin zaman bağımsız olduğu varsayımı yapılmaktadır [4, 5, 6].

2.2.2.1 Uzaysal Korelasyon ve Uzunluk Skalaları

i) Korelasyon ve Korelasyon Katsayısı: Uzayda farklı iki noktadaki çalkantı hızlarının çarpımlarının zaman ortalaması "korelasyon" olarak adlandırılır ve

$$\overline{u_i(\mathbf{x})u_j(\mathbf{x}+\mathbf{r})} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u_i(\mathbf{x},t)u_j(\mathbf{x}+\mathbf{r},t) dt \quad (2.8)$$

biçiminde gösterilir. Yukarıda \mathbf{x} ve \mathbf{r} vektörel büyüklüklerdir. Buradan hareketle "korelasyon fonksiyonu" veya "korelasyon katsayısı"

$$R_{ij}(\mathbf{r}) = \frac{\overline{u_i(\mathbf{x})u_j(\mathbf{x}+\mathbf{r})}}{u'_i(\mathbf{x})u'_j(\mathbf{x}+\mathbf{r})} \quad (2.9)$$

olarak verilir. Bu ifadedeki u'_i ve u'_j çalkantı hızlarının rms değerleridir. Pratikte korelasyon katsayıları \mathbf{r} nin x , y , z eksenleri doğrultusundaki bileşenleri ve çalkantı hızının $u_1 = u$, $u_2 = v$, $u_3 = \omega$ bileşenleri cinsinden gösterilir. Örneğin u ve v hızlarının x doğrultusundaki korelasyon katsayısı

$$R_{12}(x) = \frac{\overline{u(x)v(x+x)}}{u'(x)v'(x+x)} \quad (2.10)$$

şeklinde olur.

ii) L , İntegral Uzunluk Skalası: $R_{ij}(\mathbf{r})$ nin x , y , z eksenlerinden herhangi biri üzerindeki integrali, "integral uzunluk skalası" olarak tanımlanır ve örneğin x -doğrultusundaki integral uzunluk skalası için

$$L_x = \int_0^{\infty} R_{11}(x) dx = \int_0^{\infty} \frac{\overline{u(x)v(x+x)}}{u'(x)v'(x+x)} dx \quad (2.11)$$

yazılabilir. İntegral uzunluk skalası türbülanslı girdapçıkların ortalama boyutunun bir ölçüsüdür.

iii) l , Enerji İçeren Girdapçıkların Uzunluk Skalası: Sunulan çalışmada kullanılan matematiksel modelde, türbülanslı girdapçıkların ortalama boyutlarının bir ölçütü olan ve

$$l = c_{\mu}^{3/4} \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \quad (2.12)$$

şeklinde tanımlanan bir uzunluk skalası kullanılmıştır. Burada $k (\equiv (\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{\omega^2}) / 2)$: "türbülans kinetik enerjisi", ε : "türbülans kinetik enerjisinin yutulma oranı" veya kısaca "yutulma oranı"dır ve c_{μ} genellikle 0.09 olarak alınan bir sabittir [7].

2.2.2.2 Otokorelasyon Katsayısı ve Zaman Skalaları

i) Otokorelasyon Katsayısı: Eğer (2.8) ifadesindeki u_j çalkantı hızı u_i ile aynı noktada fakat zamanın farklı bir anında ölçülürse

$$\overline{u_i(\underline{x}, t) u_j(\underline{x}, t+\tau)} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u_i(\underline{x}, t) u_j(\underline{x}, t+\tau) dt \quad (2.13)$$

şeklinde gösterilebilen bir "zamansal korelasyon" elde edilir. Genellikle korelasyon aynı doğrultudaki hız bileşenleri arasında ($i = j$ için) oluşturulur. Bu durumda girdapçık boyutlarının türbülanslı akış içerisindeki dağılımlarını karakterize eden "otokorelasyon katsayısı"

$$R(\tau) = \frac{\overline{u_i(\underline{x}, t) u_j(\underline{x}, t+\tau)}}{u_i'(\underline{x}, t) u_j'(\underline{x}, t+\tau)} \quad (2.14)$$

şeklide yazılabilir. Bu bağıntılarda T ölçüm periyodunu, τ da korelasyon zamanını göstermektedir.

Silindir içerisindeki süreksiz akış için otokorelasyon katsayısı Witze [2] tarafından

$$R_{\theta}(\phi) = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u(\theta, i) u(\theta-\phi, i)}{u'(\theta) u'(\theta-\phi)} \quad (2.15)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Burada $u(\theta, i)$, i . çevrim için θ krank mili açısındaki çalkantı hızı, ϕ de zaman aralığına karşı gelen krank mili açısıdır.

ii) L_t , İntegral Zaman Skalası: İntegral zaman skalası (2.11) ifadesine benzer şekilde, genel olarak otokorelasyon katsayısından [3]

$$L_t = \int_0^{\infty} R(\tau) d\tau \quad (2.16)$$

biçiminde veya motorlardaki akış için (2.16) eşitliğinden

$$L_{t,\theta} = \frac{1}{S} \int_0^{\infty} R_{\theta}(\phi) d\phi \quad (2.17)$$

şeklinde tanımlanabilir [2]. Burada S motor hızını göstermektedir.

iii) τ_d , Yutulma Zaman Skalası: Türbülans enerjisinin yutulması için tanımlanan "yutulma zaman skalası" izotropik türbülans için

$$\tau_d = - \frac{\overline{u^2}}{d\overline{u^2}/dt} \quad (2.18)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Sunulan çalışmada kullanılan türbülans modeli için yutulma zaman skalası

$$\tau_d = \frac{k}{\varepsilon} \quad (2.19)$$

şeklinde verilmiştir [8].

2.2.3 Ölçüm Teknikleri

Motorlardaki gaz akışı ölçümlerinde en çok kullanılan iki yöntem; kızgın-tel anemometresi (hot-wire anemometry, HWA) ve laser-Doppler anemometresi (laser-Doppler anemometry, LDA) yöntemleridir. Aşağıda bunlara ilişkin ayrıntılı bilgi verilmeyecek, yalnızca ölçüm ilkeleri kısaca belirtilecektir.

i) Kızgın-tel anemometresi: Kızgın-tel anemometresinin çalışma ilkesi, ısıtılmış ince bir telin yüzeyinden konveksiyonla oluşan ısı kaybı ile telin etrafından geçen akışkanın akım hızı arasındaki ilişkiye dayanır. Sabit sıcaklıklı anemometrede, elektrik akımını ayarlayan bir geri-besleme sistemiyle telin sıcaklığı sürekli olarak sabit tutulur. Burada akışkan hızının ölçüsü anemometrenin giriş voltajının değişimidir. Bu voltaj değişimi;

akışkanın tele dik olan hız bileşeninin, tel ile akışkan arasındaki sıcaklık farkının ve akışkanın yoğunluk, viskozite, ısı iletkenlik gibi özelliklerinin lineer olmayan bir fonksiyonudur. Hızın genliği; anemometrenin, ortam sıcaklığına ve basıncına göre kalibrasyonundan yararlanılarak elde edilir [9].

ii) Laser-Doppler anemometresi: Son yıllarda motorlarda ve akışkanlar mekaniğinin diğer alanlarında yaygın bir şekilde kullanılan bu optik tekniğin çalışma ilkesi Doppler olayına dayanmaktadır. Christian Doppler (1842) tarafından açıklandığı gibi Doppler olayında; duran bir gözlemciye yaklaşan trenin düdüğünün frekansı artmakta, uzaklaşan trenin düdüğünün frekansı ise azalmaktadır. Benzer şekilde hareketli bir ortam içerisinde bulunan parçacıklara çarpıp yansıyan ışınların frekansında da bir değişim olur [10].

Buna göre bir laserin ışın bölücüsünde oluşturulan iki ışın bir mercekten geçirilerek akış içerisinde ölçüm yapılacak noktada kesiştirilir. Bu ışınlardan biri doğrudan doğruya, diğeri de akışkanın içinden geçerken akış içerisinde bilinçli olarak bırakılan parçacıklardan birine çarparak bir foto-dedektörde toplanır. Doğrudan gelen ışınla, parçacıklardan birine çarparak gelen ışın arasındaki frekans farkından, parçacığın hızı ve doğrultusu doğrudan doğruya hesaplanabilir. Bu yöntemin kızgın-tel anemometresine göre şu önemli üstünlükleri vardır [1, 10, 11]:

i) Frekans-hız ilişkisi lineerdir ve böylece akış koşullarından etkilenmediği için kalibrasyon gerektirmez.

ii) Kızgın-tel anemometresinde görülen prob kirlenmesi ve bunun sonucunda ısı konveksiyonunun etkilenmesinin doğurduğu yanlış ölçümler ortaya çıkmaz.

iii) Akış doğrultusuna karşı duyarlı olduğu için çalkantı hız bileşenleri kolaylıkla belirlenebilir.

iv) Her şiddetteki türbülanslı akışlarda doğru sonuç verir.

2.2.4 Mevcut Ölçümlerin Gözden Geçirilmesi

Sunulan çalışmada, mevcut deneysel çalışmaların ayrıntısına girilmemiş; konu ile ilgili başlıca çalışmalar ve elde edilen önemli sonuçlar Ek Tablo 2.1'de verilmiştir.

2.3 Teorik Çalışmalar

İçten yanmalı motorlardaki akışların modellenmesinde; "sıfır-boyutlu", "bir-boyutlu" ve "çok-boyutlu" akış modelleme yöntemlerinin her biri kullanılabilir. Bu modellerden her hangi birinin seçilmesi, yapılan çalışmanın amacına bağlıdır. Eğer genel ve çabuk bilgiler

edinilmek isteniyorsa ilk iki model uygundur. Çok boyutlu modeller ise daha fazla para, zaman ve bilgisayar kapasitesi gerektirmekte, fakat buna karşı motor tasarımcısına oldukça ayrıntılı bilgiler sunabilmektedir [12].

Bu bölümde sıfır- ve bir-boyutlu durumlar ele alınmamış; sunulan çalışmaya uygun olarak silindir içindeki akışın, çok-boyutlu modellenmesiyle ilgili teorik çalışmalar üzerinde durulmuştur.

2.3.1 Çok-Boyutlu Sayısal Çalışmalar

Silindir içerisindeki akışın çok-boyutlu modellenmesinde genel olarak yanma odası bir ağ yardımıyla ayrık hücrelere bölünür ve kütle, momentum, enerji ve türbülansın matematiksel modellenmesiyle ilgili diğer diferansiyel korunum denklemlerinin uzay ve zaman boyutunda yanma odası içerisindeki sayısal çözümleri yapılır. Böylece silindir içerisindeki hızların, sıcaklığın, türbülans parametrelerinin v.b. büyüklüklerin uzaysal dağılımına ve zamansal değişimine ilişkin ayrıntılı bilgiler edinilebilir.

Silindir içerisindeki akışlar üzerinde yapılmış ilk çalışmalar Gosman ve arkadaşları tarafından gerçekleştirilmiştir. Bunlardan birinde, dışarıdan tahrikli bir motorda eksenel simetrik laminer ve türbülanslı akış incelenmiştir [11]. Kütle ve momentumun korunum denklemleri "RPM" (Reciprocating Piston Motion) adı verilen bir bilgisayar programıyla çözülmüştür.

Gosman ve Johns; önce karmaşık şekilli piston çukuruna daha iyi uyum sağlayan eğrisel-ortogonal (curvilinear-orthogonal) ağ kullanarak [13], daha sonra da eksenel simetrik direk püskürtmeli (enjeksiyonlu) bir motor için sıvı yakıt püskürtmesini ve yakıt-hava karışımının akışını buna uygulayarak [14] bu yöntemi geliştirmişlerdir. RPM yönteminin ayrıntılı olarak incelenmesi ve çeşitli deneysel verilerle karşılaştırılması [15] numaralı kaynakta verilmiştir.

A-Befru ve arkadaşları ateşlemenin ve emme/eksoz subabının silindir ekseninde bulunduğu homojen dolgulu, disk şeklinde yanma odası olan idealize edilmiş bir motor için yanma olayının hesaplanmasını RPM yöntemine eklemişlerdir [16].

Markatos ve Mukerjee tarafından sunulan çalışmada [17]; Spalding ve arkadaşları tarafından çok-fazlı, çok-boyutlu akışlar için daha önceden geliştirilmiş ve PHONEICS olarak adlandırılmış olan genel amaçlı bilgisayar programının, silindir içi akışlar için uyarlanmış ve PICALO (for Piston and Cylinder Calculator) olarak adlandırılmış bir versiyonu kullanılarak, içten yanmalı motorlarda üç-boyutlu akış alanı, dışarıdan tahrikli ve yanmalı durumlar için zaman ve uzayın bir fonksiyonu olarak incelenmiştir. Bu bilgisayar programında eliptik, parça türevli diferansiyel korunum denklemleri implisit,

iteratif bir çözüm yöntemiyle çözülmektedir.

Gosman ve Harvey [13] aksel simetrik yanma odasına sahip direkt-püskürtmeli bir diesel motoru için, yakıt-hava karışımını ve yanma olayını RPM yöntemine ekleyerek sıkıştırma ve yanma zamanlarını teorik olarak incelemişlerdir.

Grasso ve Bracco [19] tarafından yapılan çalışmada, Buttler ve arkadaşları tarafından geliştirilen ve CONHACS olarak adlandırılan bilgisayar programı kullanılarak, düz ve çukurlu piston tablasına ve aksel simetrik yanma odasına sahip bir motorda dönmeli ve dönmesiz akış durumları için sıkıştırma stroku incelenmiştir.

Gosman ve arkadaşları [20] RPM yöntemini geliştirerek, subabın silindir ekseninde olmaması durumunda silindir içindeki üç-boyutlu akışı incelemişlerdir. Bu çalışmalarında iteratif olmayan ve PISO (Pressure Implicit by Operator-Splitting) olarak adlandırılan bir yöntem kullanmışlardır.

A-Befrui ve arkadaşları [21] tarafından yapılan bir çalışmada $k-\epsilon$ türbülans modelinin üç farklı versiyonunun silindir içi akışa ve türbülansla ilgili çözümlere etkisi incelenmiş, deneysel verilerle karşılaştırmaları yapılmıştır.

A-Befrui [22] doktora çalışmasında dışarıdan tahrikli durum için silindir içindeki akışı kapsamlı olarak incelemiştir.

Kondoh ve arkadaşları tarafından sunulan çalışmada [23] silindir içerisindeki aksel simetrik akış ele alınmıştır. $k-\epsilon$ türbülans modeli ve duvar-kanunu sınır koşullarının kullanıldığı çalışmada diferansiyel denklemlerin çözümü için Hirt ve arkadaşları [24] tarafından geliştirilen ve ICED-ALE (Implicit-Continuous-Fluid-Eulerian-Technique with Arbitrary-Lagrangian-Eulerian Mesh) olarak adlandırılan teknikten yararlanılmıştır.

El Tahry tarafından yapılan çalışmada [25], Reynolds Gerilmeleri tipi türbülans modellemesinin bir versiyonu kullanılarak disk şeklinde aksel simetrik yanma odası içerisindeki akış incelenmiştir.

Amsden ve arkadaşları tarafından sunulan bir çalışmada [26], KIVA adı verilen ve silindir içi akışı iki- ve üç-boyutlu olarak çözebilen bir bilgisayar programına ilişkin bilgi verilmiştir.

Brandstatter ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmada [27], emme manifoldunun silindir içerisindeki akışa etkisi incelenmiştir. Bu amaçla sürekli akış koşullarında çeşitli supap yüksekliklerinde, supap çevresinde LDA ile ölçümler yapılmış ve bu ölçümler emme strokunda sınır koşulu olarak kullanılarak silindir içerisindeki üç-boyutlu akış teorik olarak hesaplanmıştır.

Wakisaka ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmalarda [28, 29], dışarıdan tahrikli bir motorda, dönmenin silindir içindeki ve piston çukurundaki akışlara etkisi üç-boyutlu olarak incelenmiştir. Bu çalışmalarda μ_T türbülans viskozitesi; Deadroff [30] tarafından önerilen "alt-ağ ölçekli model" (subgrid scale model) kullanılarak hesaplanmıştır. Ayrıklaştırılmış

korunum denklemlerinin çözümünde Patankar [31] tarafından önerilen SIMPLE (Semi Implicit Pressure Linked Equations) algoritması kullanılmıştır.

Yamada ve arkadaşları tarafından sunulan bir çalışmada [32], CONHACS bilgisayar programı kullanılarak çok supaplı bir motorda silindir içindeki gaz hareketleri incelenmiş ve tek supaplı motorlarla karşılaştırma yapılmıştır. Helisel ve düz emme manifoldlarının akışa etkilerinin incelendiği çalışmada supap çevresindeki akış ölçülerek emmede sınır koşulu olarak kullanılmıştır. Silindir içindeki akışın üç-boyutlu olarak benzetiminin yapıldığı bilgisayar programında $k-\epsilon$ türbülans modeli kullanılmıştır.

Shah ve Markatos tarafından yapılan bir çalışmada [33], PHONEICS bilgisayar kodunda değişiklikler yapılarak standart $k-\epsilon$, amaca uygun olarak biraz değiştirilmiş $k-\epsilon$ ve $k-\omega$ türbülans modelleri kullanılmış ve bunların silindir içerisindeki üç-boyutlu akışın benzetimine etkileri incelenmiştir.

Yine Shah ve arkadaşları, yaptıkları bir çalışmada [34], silindir içerisindeki akışların sayısal benzetiminde hareketli (daralan/genişleyen) koordinatların kullanılması yerine, pistonun hareketine uygun olarak silindir içindeki ağa yeni hücrelerin eklenmesi veya çıkarılmasını önermişlerdir.

A-Befru ve arkadaşları tarafından sunulan çalışmada [35], Issa tarafından geliştirilen [36] ve PISO (Pressure Implicit by Splitting of Operations) olarak adlandırılan algoritma kullanılarak, silindir içerisindeki akışın hesaplanması için EPISO (Engine PISO) adı verilen iteratif olmayan bir yöntem geliştirilmiştir.

Tagavi ve arkadaşları [37], KIVA bilgisayar kodunu kullanarak, iki farklı emme manifoldunun silindir içi akışa etkisini ve silindir içindeki yanmayı hesaplayarak, silindir cidarındaki ısı akışı ve sıcaklık dağılımını incelemişlerdir.

İçten yanmalı motorlardaki akışın modellenmesine ilişkin yapılmış teorik çalışmalar yukarıda kısaca gözden geçirilmiştir. Eğer bu çalışmalar daha ayrıntılı olarak incelenecek olursa, kullanılan hesap yöntemlerinin hemen hemen iki ana grupta toplanabileceği görülür. Bunlardan birincisi Hirt ve arkadaşları [24] tarafından geliştirilen ICED-ALE çözüm yöntemidir. Bunun motorlar için uygulanmış son şekli KIVA bilgisayar kodu olarak adlandırılmıştır [26]. İkinci yöntem ise esası Patankar ve Spalding [38] tarafından geliştirilen ve SIMPLE olarak adlandırılan yöntemdir. Bu yöntemin motorlara ilk uygulaması Gosman ve arkadaşları [15] tarafından (RPM yöntemi) yapılmış, daha sonra başkaları tarafından da kullanılmıştır.

Bu yöntemin üç-boyutlu hale getirilmesi ilke olarak kolay olmakla birlikte bilgisayar kapasitesi ve zaman açısından güçlükler ortaya çıkarmaktadır.

Türbülansın matematiksel modellenmesi açısından ise yukarıda sözü edilen çalışmaların pek azında Reynolds-Gerilmeleri veya Büyük-Girdap Benzetimi (Large-Eddy Simulation) tipi modeller kullanılmıştır. Araştırmacıların büyük bir çoğunluğu Ortalama-Akış veya

Girdap-Viskozitesi tipi modelleme yönteminin bir türü olan iki denklemlili $k - \varepsilon$ matematiksel modelini tercih etmişlerdir. Bunun nedenlerine Bölüm 3'te değinilecektir.

Temelde ICED-ALE yöntemine dayanan çalışmalarda, yöntemin semi-implisit yapısından dolayı kararlılığı sağlayabilmek için oldukça küçük zaman adımı kullanılması zorunludur. SIMPLE yöntemine dayanan çalışmalarda ise, yakınsak çözümü elde etmek için her bir zaman adımında iterasyonların yapılması ve uygun alt-relaksasyon (under-relaxation) faktörlerinin deneme-yanılma ile belirlenmesi gerekmektedir.



3. MATEMATİKSEL MODEL

3.1 Giriş

Sunulan çalışmada kullanılan matematiksel model bu bölümde ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Bölüm 3.2'de anlık korunum denklemleri verilmiş, Bölüm 3.3'te bu denklemlerin istatistiksel ortalamalı büyüklükleri içeren terimlerden oluşan bir yapıya dönüştürülmesi açıklanmıştır. Bölüm 3.4'te; sunulan çalışmada kullanılan türbülans modelinin seçilme nedeni ve seçilen $k-\epsilon$ türbülans modeli ile ilgili diferansiyel denklemler verilmiştir. Daha sonra; kullanılan diferansiyel denklemlerin genel şekli Bölüm 3.5'te verilmiş ve son olarak da sınır koşulları Bölüm 3.6'da ele alınmıştır.

3.2 Anlık Denklemler

Reaktif olmayan sıkıştırılabilir akışlar için temel denklemler; gazların durum denklemini yanında kütle, momentum ve stagnation-entalpisinin korunumunu gösteren parça türevli diferansiyel denklemlerdir. Buna göre; kütle ve momentumun korunumunu gösteren diferansiyel denklemler kartezyen tansör notasyonunda olmak üzere:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j) = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho U_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j U_i) = -\frac{\partial P}{\partial x_j} \delta_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} \quad (3.2)$$

şeklinde verilmektedir. Bu ifadede ρ , U , P ve τ sırasıyla yoğunluk, hız, basınç ve viskoz gerilme tansörüdür. Bilindiği gibi δ_{ij} "kronoker deltası"nın değeri $i = j$ için 1, $i \neq j$ için ise sıfırdır. Newton'umsu bir akışkan için τ_{ij} gerilme tensörü;

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial U_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \quad (3.3)$$

şeklinde tanımlanır. Bu son ifadede μ , akışkanın dinamik moleküler viskozitesidir.

3.3 İstatistiksel Yaklaşım

Her ne kadar yukarıda belirtilen temel korunum denklemleri silindir içerisindeki türbülanslı akışları gösteriyorsa da, türbülanslı hareketlerin küçük zaman ve uzunluk skalalarına sahip olmaları, bu denklemlerin günümüzdeki sayısal çözüm yöntemleriyle çözülebilmelerini olanaksız duruma getirmektedir. Bu nedenle ortalama büyüklüklerin hesaplanabilmesine olanak sağlayan bir istatistiksel yaklaşıma gerek vardır [39].

Deneysel araştırmacılar tarafından motorlardaki akışlara uygulanabilecek şekilde geliştirilen istatistiksel ortalama alma yöntemleri Bölüm 2'de özetlenmiştir. Birleşik-ortalama ve birleşik/zaman karma ortalama alma yöntemleri olarak adlandırılmış olan bu yöntemlerde anlık büyüklükler (2.4) veya (2.7) eşitliklerine göre bileşenlerine ayrılmaktaydı. Sunulan çalışmada daha az bilgisayar kapasitesi ve hesap zamanı gerektirmesi açısından, Rask tarafından geliştirilen ve (2.4) ifadesi ile gösterilen birleşik-ortalama yöntemi kullanılacaktır. Böylece denklemlerin çözümü sonucunda elde edilen değerler, çok sayıda motor çevrimi üzerindeki istatistiksel ortalama büyüklükleri gösterecektir.

3.3.1 Birleşik-Ortalama Denklemler

Burada ağırlıksız-ortalama ve ayrıca sıkıştırılabilir akışlar için yoğunluk-ağırlıklı ortalama denklemlerin elde edilmişlerinin ayrıntılarına girilmeyecek; Watkins (1977) tarafından ilk olarak geliştirilmiş olan ve daha sonra çeşitli araştırmacılar tarafından da kullanılmış olan denklemlerin son durumu verilecektir. Bu denklemlerin elde edilmişleriyle ilgili ayrıntılı bilgi [22] numaralı kaynakta bulunabilir.

i) Ağırlıksız-Ortalama Denklemler: Anlık bileşenler (2.4) ifadesinde olduğu gibi

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (3.4)$$

şeklindeki bileşenlerine ayrılır ve (2.5) eşitliği ile gösterilen ortalama alma yöntemi uygulanırsa korunum denklemleri ağırlıksız ortalama büyüklükler cinsinden

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{U}_j + \bar{\rho}' u_j') = 0 \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \bar{U}_i + \overline{\rho' u_i'}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{U}_j \bar{U}_i + \overline{\rho u_j' u_i'} + \bar{U}_j \overline{\rho' u_i'} + \bar{U}_i \overline{\rho' u_j'} + \overline{\rho' u_j' u_i'}) \\ = - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{\tau}_{ij} \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \bar{\phi} + \overline{\rho' \phi'}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{U}_j \bar{\phi} + \overline{\rho u_j' \phi'} + \bar{U}_j \overline{\rho' \phi'} + \overline{\phi \rho' u_j'} + \overline{\rho' u_j' \phi'}) \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\Gamma}_\phi \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x_j}) + \bar{S}_\phi \end{aligned} \quad (3.7)$$

şeklinde elde edilir [6]. Bilindiği gibi (3.4) eşitliğindeki $\bar{\phi}$ ve ϕ' anlık değişkenin; sırasıyla birleşik-ortalama bileşenini ve çalkantı bileşenini göstermektedir. Son denklemdeki \bar{S}_ϕ yine birleşik-ortalama kaynak terimidir. Ortalama alma yöntemi nedeniyle (3.5)-(3.7) eşitliklerinde ortaya çıkan ve çalkantı bileşenlerini içeren $\overline{\rho u_j' u_i'}$, $\overline{\rho u_j' \phi'}$ gibi terimler türbülans dolay momentumun v.b. büyüklüklerin transportunu göstermektedir [6].

ii) Yoğunluk-Ağırlıklı Ortalamalı Denklemler: (3.5)-(3.7) denklemleri sıkıştırılmaz akışlar için oldukça açık ifadeler şekline dönüşmekle birlikte, motorlardaki gibi sıkıştırılabilir akışlar için $\overline{U \rho' \phi'}$, $\overline{\rho' u_j' \phi'}$ yapısındaki yoğunluk çalkantılarını içeren terimlerin hesaplanabilmesi güçtür [6]. Bundan kaçınmak için sıkıştırılabilir akışların hesaplanmasında ilk olarak Favre (1969) tarafından geliştirilen ve ortalama alınmadan önce büyüklüklerin "yoğunluk-ağırlıklı" hale getirilmesi temeline dayanan bir yaklaşım kullanılmaktadır [40]. Buna göre "yoğunluk-ağırlıklı birleşik-ortalama" (Density-weighted Ensemble-averaged; bundan böyle literatürde yaygın olarak kullanılan kısaltılmış şekliyle DWEA şeklinde adlandırılacaktır.) bir $\bar{\phi}(\theta)$ büyüklüğü

$$\bar{\phi}(\theta) = \frac{1}{\bar{\rho}(\theta)} \left[\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \rho(\theta, i) \phi(\theta, i) \right] \quad (3.8)$$

şeklinde tanımlanmıştır [6,22]. Burada;

$\bar{\rho}$: EA (birleşik-ortalama) yoğunluk,

θ : ilgili krank mili açısı ve

i : gözlemin (çevrimin) sayısı

dır. (Bundan sonra EA değerler için '-' üst çizgi işareti, DWEA değerler için de '-' veya '-' işaretleri kullanılacaktır.)

Buna göre ϕ anlık değişkeni, $\bar{\phi}$ DWEA değeri ve ϕ'' çalkantı bileşeninden oluşmak üzere

$$\phi = \bar{\phi} + \phi'' \quad (3.9)$$

şeklinde yazılabilir [6, 41]. (2.5) ve (3.8) eşitlikleri karşılaştırılırsa; DWEA $\bar{\phi}$, EA $\bar{\phi}$ ve ϕ' arasında

$$\bar{\phi} = \bar{\phi} + \frac{\overline{\rho'\phi'}}{\rho} \quad (3.10)$$

ilişkisi elde edilebilir [6, 41]. Böylece (3.10) ifadesinde de görüldüğü gibi ρ' yü içeren korelasyonların açık bir şekilde korunum denklemlerinde yer alması önlenmiş olur [6]. Yoğunluk ağırlıklı değişkenlerin diğer bazı özellikleri, ağırlıksız büyüklüklerle ilişkileri ve DWEA değişkenler için akışı gösteren diferansiyel denklemlerin türetilmesine ilişkin ayrıntılı bilgi [6, 22] numaralı kaynaklarda bulunabilir. Bu diferansiyel denklemler; bazı ara işlemler sonunda

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} U_j) = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} U_j) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} U_j U_i + \bar{\rho} \widehat{u_j''} \widehat{u_i''}) = - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{\tau}_{ij} \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \Phi) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} U_j \Phi + \bar{\rho} \widehat{u_j''} \widehat{\Phi''}) = - \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\Gamma}_\Phi \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial x_j}) + S_\Phi \quad (3.13)$$

şekline getirilebilir.

3.4 Türbülansın Modellenmesi

3.4.1 Modellemenin Amacı

İstatistiksel ortalamalı büyüklükler cinsinden yukarıda verilen diferansiyel denklemler, $\bar{\rho} \widehat{u_j''} \widehat{u_i''}$, $\bar{\rho} \widehat{u_j''} \widehat{\Phi''}$ gibi çalkantı bileşenlerinin korelasyonlarını içeren bazı ek bilinmeyen terimlere sahiptirler. Bu nedenle bilinmeyen sayısının denklem sayısına eşit olduğu "kapalı" bir yapıda değildirler. Momentumun v.b. büyüklüklerin türbülanslı hareketten dolayı ek difüzyonal akışını gösteren bu korelasyonların, akışın yapısını belirlemede önemli etkisi vardır ve bunların hesaplanması, türbülanslı akışın

hesaplanmasındaki ana problemlerden birini oluşturur.

Bu büyüklükler için anlık korunum denklemleri yazılarak diferansiyel transport denklemleri elde edilebilir. Ancak, denklemlerin non-lineer bir yapıda olmaları nedeniyle bu durumda çalkantı bileşenlerinin $\bar{\rho} \overline{u_k'' \tilde{u}_j'' u_i''}$ gibi daha yüksek mertebeden korelasyonlarını içeren ek bilinmeyen büyüklükler ortaya çıkar ve benzer işlemlerin yapılmasına devam edildiğinde sonsuz sayıda denklemden oluşan bir diferansiyel denklem takımına ulaşılır [41]. İşte türbülans modellemesinin amacı; bilinmeyen türbülans korelasyonlarını, ortalama akış değişkenleri ve istatistiksel türbülans parametreleri gibi bilinen ya da hesaplanabilir büyüklükler cinsinden ifade ederek "kapama" problemini çözmek; yani bilinmeyen sayısıyla denklem sayısının eşit olduğu "kapalı" bir diferansiyel denklem takımı oluşturmaktır.

3.4.2 Türbülans Modelleri

Farklı derecede karmaşık yapıya sahip çok sayıda değişik türbülans modelleme yaklaşımları vardır. Bu yaklaşımlar genellikle $\bar{\rho} \overline{u_j'' \tilde{u}_i''}$ Reynolds gerilmeleri için kapama yöntemine ve türbülans parametrelerini çözmek için kullanılan transport denklemlerinin sayısına göre sınıflandırılırlar. Aşağıda bu yöntemlere ilişkin kısa bilgiler verilecektir.

3.4.2.1 Ortalama-Akış ya da Girdap-Viskozitesi Yaklaşımı

Bu tip modellemeler Bossinesq'in (1877) türbülans veya girdap (eddy) viskozitesi kavramına dayanır. Yüz yıldan daha uzun bir süre önce ortaya atılan bu yaklaşıma göre; çalkantı hızlarının korelasyonları sonucu ortaya çıkan ve viskoz gerilmeler ya da "Reynolds gerilmeleri" olarak adlandırılan gerilmelerin, ortalama akış gerilmeleriyle orantılı olduğu varsayılmaktadır [7, 42]. Genel, sıkıştırılabilir bir akış için Bossinesq'in yaklaşımı;

$$-\bar{\rho} \overline{u_i'' \tilde{u}_j''} = \mu_T \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\mu_T \frac{\partial \bar{U}_l}{\partial x_l} + \rho k \right) \delta_{ij} \quad (3.14)$$

şeklinde gösterilebilir [42]. Burada μ_T "türbülanslı viskozite" ya da "girdap viskozitesi" dir. Türbülanslı viskozite, akışkanın moleküler viskozitesi gibi bir özelliği olmayıp, akışın bir özelliğidir ve akış içerisinde noktadan noktaya değişik değerler alabilir [7]. Türbülans modellemesinin bu türünde μ_T , moleküler viskozite teorisine benzeterek türbülansın ν karakteristik hızı ve l uzunluk skalası ile

$$\mu_T \propto \bar{\rho} \nu l \quad (3.15)$$

şeklinde ilişkilendirilmiştir [7, 42]. Burada ν ve l türbülans parametrelerinin belirlenmesi gerekmektedir. Bunun için çözülecek denklem sayısına göre bu tür modeller sıfır- bir- ve iki-denklemliler şeklinde alt sınıflara ayrılabilir.

i) Sıfır-denklemliler: Prandtl'ın (1925) karışım-boyu teorisine dayanan bu modellerde l_m uzunluk skalası akış geometrisinin basit bir cebirsel fonksiyonu olmak üzere, türbülansın ν karakteristik hızı

$$\nu \propto l_m \left| \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right| \quad (3.16)$$

şeklinde gösterilmektedir [7, 42]. Bu modeller ekonomik olmakla birlikte, $(\partial \bar{U} / \partial y)$ ortalama hız gradyentinin sıfır olması durumunda μ_T nin sıfır olmasını gerektirmekte ve buna karşı örneğin boru ekseninde $(\partial \bar{U} / \partial y) = 0$ olduğu halde gerçekte μ_T sıfır olmamaktadır. Ayrıca türbülansın transportunu ihmal etmesi nedeniyle de karmaşık akışların hesaplanmasında yetersiz kalmaktadır.

ii) Bir-denklemliler: Bu modellerde sıfır-denklemlilerden yukarıda sözü edilen bazı yetersizliklerinin giderilmesine çalışılmıştır. Bu amaçla Prandtl (1945) ve Kolmogorov (1942) türbülansın karakteristik ν hızını, $(\partial \bar{U} / \partial y)$ ortalama hız gradyenti yerine k türbülans kinetik enerjisinin karekökü olan \sqrt{k} cinsinden göstermeyi önermişlerdir. Buna göre türbülanslı viskozite için Kolmogorov-Prandtl bağıntısı

$$\mu_T = c'_\mu \bar{\rho} \sqrt{k} l \quad (3.17)$$

şeklinde verilmektedir [7, 42]. Burada c'_μ bir sabittir ve açıkça görüleceği gibi ortalama hız gradyentinin sıfır olduğu yerde μ_T sıfır olmak zorunda değildir. (3.17) ifadesindeki k daha sonra ele alınacak olan türbülans kinetik enerjisinin modellenmiş diferansiyel denkleminin çözümünden, l uzunluk skalası ise cebirsel bir bağıntıdan elde edilecektir. Bu modellerin en önemli eksiklikleri ise; motor silindiri içerisindeki akışlar gibi karmaşık resirkülasyonlu akışlar için uzunluk skalasının dağılımını belirlemedeki güçlükler ve uzunluk skalasının konveksiyonunun ve difüzyonunun ihmal edilmesidir.

iii) İki-denklemliler: Bir-denklemlilerdeki uzunluk skalasının belirlenmesi problemi, iki-denklemlilerde l için veya $z = k^m l^n$ şeklindeki bir bağımlı değişken için bir diferansiyel transport denkleminin çözülmesiyle ortadan kaldırılmıştır [7]. Burada m ve n sabitler olup, k bilinmekte ve böylece z - denkleminin çözülmesi sonucunda l belirlenebilmektedir. İki-denklemlilerde ikinci denklemin z bağımlı

değişkeni için; Harlow ve Nakayama (1968), ve Jones ve Launder (1972) $k^{3/2}/l(\propto \epsilon)$; Rodi ve Spalding (1970) kl ; Kolmogorov (1942) $k^{1/2}l(=f)$; ve Spalding (1971) $k/l^2(=\omega)$ şeklinde terimler önermişlerdir [7]. Bunlar içinde en yaygın olanı ϵ yutulma oranı için ikinci diferansiyel denklemin kullanılmasıdır. Bunun nedenleri olarak; a) k - transport denkleminde ϵ un direkt olarak ortaya çıkması, b) ϵ için tam transport denkleminin kolay türetilir olması [7] ve c) duvar-yakını düzeltmesini gerektirmeyen tek denklem olması [43] şeklindeki üstünlükleri sayılabilir.

Bu değişkenler cinsinden (3.15) girdap viskozitesi bağıntısı

$$\mu_T = c_\mu \bar{\rho} k^2 / \epsilon \quad (3.18)$$

şeklinde yazılabilir [42]. Burada c_μ , ince kayma tabakası akışları deneylerinden elde edilmiş bir katsayıdır ve genellikle $c_\mu = 0.09$ şeklinde bir sabit olarak alınır [7].

k - ϵ modeli çok sayıda kaymalı ve dönmeli akış türlerine ve sürekli olmayan sıkıştırılabilir silindir içi akışlara uygulanmıştır. Bu uygulamalardan modelin mühendislik açısından oldukça iyi sonuçlar verdiği görülmüştür.

3.4.2.2 Reynolds Gerilmeleri Yaklaşımı

Bu modelleme türünde (3.14) eşitliği ile ifade edilen Boussinesq hipotezi bir yana bırakılmakta ve $\bar{\rho} \widetilde{u_j'' u_i''}$ Reynolds gerilmeleri için modellenmiş diferansiyel transport denklemleri (Reynolds Gerilme Modelleri) veya bunların basitleştirilmiş şekilleri (Cebirsel Gerilme Modelleri) çözülmektedir [41].

i) Reynolds Gerilme Modelleri (RSM): Bu modeller bir veya daha fazla sayıda Reynolds gerilme diferansiyel transport denklemlerinin modellenmiş versiyonlarını çözerler. Boyutsal gereklilik nedeniyle bu modellerde genellikle ϵ - denkleminin kullanıldığı en az bir tane türbülans uzunluk skalası transport denklemine gereksinim vardır [41].

Genel, üç-boyutlu bir akış için RSM yöntemi, ortalama akış denklemlerine ek olarak yedi tane diferansiyel denklemin (altı tanesi Reynolds gerilmeleri, bir tanesi de yutulma oranı olmak üzere) çözülmesini gerektirmektedir. Bu da hesaplama açısından büyük bir zaman ve kapasite gereksinimi anlamına gelir. Dolayısıyla bu modellerin kullanılabilirliğinin kabul edilebilirliği, ancak daha kolay uygulanabilen diğer modellerden elde edilen sonuçların yetersiz kalması durumunda sözkonusu olabilir.

ii) Cebirsel Gerilme Modelleri (ASM): Bazı araştırmacılar tarafından, karmaşık yapılı ve hesap maliyeti yüksek olan RSM'nin daha kolay ve yaygın kullanımını sağlamak amacı ile bazı basitleştirmelerin yapılması öngörülmüştür. $\widetilde{u_j'' u_i''}$ nin transportunun k ile orantılı

olduğu varsayılan böyle bir yaklaşım; (Rodi, 1976) cebirsel gerilme modellemesini oluşturur [41]. Bu varsayım sonucunda RS diferansiyel denklemleri, altı denklemden oluşan cebirsel bir denklem takımına dönüşür ve bunların çözümleri k - ve ϵ - diferansiyel transport denklemleri ile birlikte yapılır.

k - ϵ modelinden daha gerçekçi bir yaklaşım olmasına karşın, ASM'ni oluştururken yapılan akış alanı içerisinde $\overline{u_j''u_i''}/k$ 'nın sabit olduğu ya da çok yavaş değiştiği varsayımı bazı karmaşık türbülanslı akışlarda gerçekleştirilemez [6, 22].

3.4.2.3 Büyük Girdap Benzetimi

Buraya kadar sözü edilenlerden oldukça farklı olan bu yöntemde akış değişkenleri "çözülebilir" (resolvable) ve "alt-ağ" (subgrid) ölçekli bileşenlere ayrılır. Hesap yapılan ağın boyutundan büyük ölçekli türbülanslı hareketler uzaysal-ortalama Navier-Stokes denklemlerinin çözümünden doğrudan elde edilir. Ortalama alma işlemi sonucunda ortaya çıkan ve "alt-ağ ölçekli Reynolds-gerilmeleri" (subgrid scale Reynolds- stress) olarak adlandırılan yeni bilinmeyenler, genellikle girdap viskozitesi kavramı kullanılarak, çözülebilir ölçekli alanın bir fonksiyonu olarak modellenirler [44, 45, 46].

Bu yaklaşım yukarıda sözü edilen yöntemlerden çok daha üstün olmakla birlikte, kabul edilebilir büyüklükteki bir ağ üzerinde çözüm yapabilmek için günümüzde mümkün olmayan bilgisayar kapasitesi ve zamanı gerektirmektedir. Öte yandan bu yöntem henüz araştırma aşamasındadır. Bu nedenle günümüzdeki mühendislik uygulamalarında kullanılabilir değildir [7, 15].

3.4.3 Sunulan Çalışmada Uygulanan Modelin Seçimi

Yukarıdaki bölümlerde, günümüzde türbülansın modellenmesinde kullanılan başlıca yöntemler, bu yöntemlerde kullanılan yaklaşımlar, uygulanabilirlikleri, üstünlükleri ve yetersizlikleri genel hatlarıyla ele alınmıştır. Buna göre, motorlarda silindir içerisindeki akışın incelenmesinde k - ϵ veya Reynolds-gerilmeleri modellerinden birinin kullanılmasının gerekeceği ilk bakışta görülebilir.

k - ϵ modelinin RSM'den daha yaygın bir uygulama alanı bulmuş ve denenmiş olması [42], kapasite ve zaman açısından daha ekonomik olması ve uygulanmasının daha kolay olması gibi nedenler, söz konusu yöntemi RSM'ye göre daha üstün duruma getirmektedir.

Sunulan çalışmada, akışın sıkıştırılmaz varsayılabilceği sadece emme stroku incelenmiş olmakla birlikte; ileride yapılacak başka çalışmalarda sıkıştırılabilirliğin işin

içine sokulmasının gerektiği sıkıştırma strokunun da incelenmesi düşünülmektedir. Reynolds gerilme modellerinde, aşırı sıkıştırılabilir iç akışlar için uygun bir ϵ - transport denkleminin formülasyonunda belirsizlikler ve güçlükler sözkonusudur [7]. Bu da RSM için bir yetersiz yön oluşturmaktadır.

Sonuç olarak, yukarıda sözü edilen nedenlerden ötürü sunulan çalışmada k - ϵ türbülans modelinin kullanılması uygun bulunmuştur.

3.4.4 k - ϵ Türbülans Modeli

3.4.4.1 k - Transport Denklemi

Süreklilik ve Navier-Stokes denklemlerinden yararlanılarak DWEA k türbülans kinetik enerjisi için bir transport denklemi elde edilebilir. Buna göre k - transport denklemi literatürde

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho}k) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho}U_j k) &= - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\rho} \frac{\overline{u_j'' u_i''^2}}{2} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{P' u_j''}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i'' \tau_{ij}'}) \\ &\quad \text{I} \qquad \qquad \qquad \text{II} \\ &\quad - \overline{\rho u_j'' u_i''} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i''} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \overline{P' \frac{\partial u_i''}{\partial x_i}} - \overline{\tau_{ij}' \frac{\partial u_i''}{\partial x_j}} \end{aligned} \quad (3.19)$$

III IV V VI

şeklinde verilmektedir [22, 39, 41, 47]. (3.19) denkleminin sağ tarafındaki terimler buldukları durumları ile hesaplanamazlar. Bilger [40] tarafından yapılan yaklaşımlar da dikkate alınarak (3.19) denklemini oluşturan gruplandırılmış terimlerin fiziksel anlamları ve modellenmiş şekilleri aşağıda verilmiştir [7, 8, 22, 39, 41, 47]:

i) I terimleri, türbülans enerjisinin değişiminin ve ortalama akışla türbülans enerjisinin transportunun toplamını göstermekte olup modellenmesine gerek yoktur.

ii) II terimleri türbülanslı difüzyonu göstermekte olup üçü birden bir gradyent ifadesiyle modellenmiştir:

$$\text{II} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \quad (3.20)$$

Burada Pradtl sayısı $\sigma_k = 1$ dir ve deneylerden belirlenmiştir.

iii) Reynolds gerilmelerinin ortalama akış gradyentleri ile ilişkisi sonucunda oluşan türbülans enerjisi üretimini gösteren III terimi, Reynolds gerilmeleri için Boussinesq'in yaklaşımından ((3.14) eşitliği) yararlanılarak;

$$\text{III} = \mu_T \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \left(\mu_T \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \bar{\rho} k \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \quad (3.21)$$

şeklinde modellenmiştir. Bundan böyle bu terim "üretim terimi" olarak adlandırılacak ve P ile gösterilecektir.

iv) Yanma olayının da bulunduğu akışlarda önemli olan IV terimi sunulan çalışmada gözardı edilmiştir.

v) Gürültü üretimiyle ilgili olan ve yok varsayılabilecek düzeyde küçük olan V terimi sabit yoğunluklu akışlarda özdeş olarak sıfır olmaktadır.

vi) Viskoz yutulma korelasyonu olan VI terimi, yutulma oranının tanımına uygun biçimde

$$\overline{\tau'_{ij} \frac{\partial u_i''}{\partial x_j}} = \bar{\rho} \epsilon \quad (3.22)$$

şeklinde yazılabilir.

Yukarıdaki yaklaşımlar (3.19) denkleminde taşınırsa, k için modellenmiş transport denklemi;

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} k) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} U_j k) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \mu_T \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \\ &- \frac{2}{3} \left(\mu_T \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \bar{\rho} k \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_i} - \bar{\rho} \epsilon \end{aligned} \quad (3.23)$$

şeklinde elde edilir [8, 48].

3.4.4.2 ϵ - Transport Denklemi

Sıkıştırılabilir genel bir akış için yoğunluk-ağırlıklı ortalama alma yaklaşımı kullanılarak gerçek (modellenmemiş) bir ϵ - transport denkleminin elde edilmesi oldukça güçtür ve henüz gerçekleştirilememiştir. Bu nedenle değişken yoğunluklu akışlarda, sıkıştırılamaz akışlar için yoğunluk-ağırlıklı ortalama alma yöntemiyle çıkarılmış gerçek

ε - transport denkleminin kendisi veya buna sıkıştırılabilirliğin etkisini katmak amacı ile boyut analizi yardımıyla bazı modellenmiş terimlerin eklenmiş şekli kullanılmaktadır.

Sıkıştırılamaz akışlar için modellenmemiş ε - transport denklemi;

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon + \bar{U}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} &= - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\overline{v u_j' \left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \right)^2} \right] + \frac{2\nu}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial x_j} \frac{\partial u_j'}{\partial x_i} - \nu \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \\ &\quad \text{I} \qquad \qquad \qquad \text{II} \\ &\quad - 2\nu \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_1} \frac{\partial u_j'}{\partial x_1} + \frac{\partial u_i'}{\partial x_i} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \right) - 2\nu \overline{u_j' \frac{\partial u_i'}{\partial x_1} \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_j \partial x_1}} \\ &\quad \qquad \qquad \qquad \text{III} \\ &\quad - 2\nu \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_1} \frac{\partial u_j'}{\partial x_1} - 2 \left(\nu \frac{\partial^2 u_i'}{\partial x_j \partial x_1} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.24)$$

IV

V

şeklinde verilmektedir [22, 47]. Buradaki gruplandırılmış terimlerin anlamları, büyüklükleri ve modellenmeleri aşağıdaki gibi özetlenebilir:

i) I terimi ε 'un değişim oranını ve konveksiyonunu göstermekte olup modellenmesine gerek yoktur.

ii) II numaralı terimler; hızdan, basınçtan ve moleküler viskoziteden kaynaklanan toplam difüzyonu göstermektedir ve

$$\text{II} \equiv \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_T}{\rho \sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) \quad (3.25)$$

şeklinde modellenmektedir [49]. Burada σ_ε deneylerden belirlenmiş bir katsayıdır ve değeri 1.3 olarak alınmaktadır.

iii) III terimleri ortalama hareketten kaynaklanan üretimi göstermektedir ve yüksek Reynolds sayılarında küçük bir değer almaktadır.

iv) IV terimi girdapların kendi içlerindeki gerilmelerden kaynaklanan üretimi göstermektedir.

v) V terimi viskoz bozunumu (destruction) göstermektedir.

III, IV ve V terimleri Jones ve Launder [49] tarafından

$$\text{III} + \text{IV} + \text{V} \equiv \frac{\varepsilon}{k} [c_{\varepsilon 1} P - c_{\varepsilon 2} \varepsilon] \quad (3.26)$$

şeklinde modellenmiştir. Bu ifadedeki c_{e1} ve c_{e2} deneysel olarak belirlenmiş ampirik katsayılar ve sırası ile 1.44 ve 1.92 değerlerini alırlar.

Sonuç olarak sıkıştırılmaz akışlar için modellenmiş ϵ - transport denklemi

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho}\epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho}\bar{U}_j\epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_T}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) + c_{e1} \frac{\epsilon}{k} P + c_{e2} \bar{\rho} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (3.27)$$

şekline dönüşmektedir [49].

Sıkıştırılabilir akışların hesaplanmasında ise; sıkıştırılmaz akışlar için modellenmiş olan bu denkleme; çeşitli araştırmacılar tarafından önerilen farklı katsayıları içeren modellenmiş yeni terimler eklenmektedir. Böylece en genel durum için modellenmiş ϵ - transport denklemi

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho}\epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho}\bar{U}_j\epsilon) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_T}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) \\ &+ \frac{\epsilon}{k} \left[c_{e1} \mu_T \left(\frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{U}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} (c'_{e1} \mu_T \frac{\partial \tilde{U}_l}{\partial x_l} + c''_{e1} \bar{\rho} k) \frac{\partial \tilde{U}_l}{\partial x_l} \right] \\ &+ c_{e3} \bar{\rho} \epsilon \frac{\partial \tilde{U}_l}{\partial x_l} + c_{e4} \frac{\bar{\rho} \epsilon}{\bar{\mu}} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial t} - c_{e2} \frac{\bar{\rho} \epsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (3.28)$$

şeklinde verilmektedir [8, 47, 48]. (3.28) denklemindeki c_e katsayıları için farklı araştırmacılar tarafından önerilen değerler Tablo 3.1'de verilmiştir.

Tablo 3.1 Farklı araştırmacılar tarafından (3.28) denklemindeki katsayılar için önerilen değerler [8].

Araştırmacı	c_{e1}	c'_{e1}	c''_{e1}	c_{e2}	c_{e3}	c_{e4}
Watkins	1.44	1.44	1.44	1.92	1.0	0.0
Reynolds	1.44	1.44	1.44	1.92	-0.373	0.0
Morel ve Mansour	1.44	1.32-1.44	3.5-4.5	1.92	1.0	0.0
El Tahry [47]	1.44	1.44	1.44	1.92	-1/3	1.0

Sunulan çalışmada sıkıştırılamaz varsayılan emme akışı için; $c_{e1} = 1.44$, $c_{e2} = 1.92$ ve diğer c'_{e1} , c''_{e1} , c_{e3} , c_{e4} sabitleri ise sıfır alınmıştır.

3.4.4.3 Skaler Büyüklükler

Reynolds gerilmelerinin incelenmesi ile doğrudan ilişki kurulduğunda; momentum v.b. büyüklüklerin türbülanslı difüzyonal akılarını gösteren $(\overline{\rho u_j'' \phi''})$ gibi hızların ve skaler fonksiyonların ikinci mertebeye korelasyonları; laminer akışlardaki gibi ortalama değişkenlerin gradyentlerinden oluşan terimler şeklinde ifade edilebilirler [7]. Buna göre;

$$-\overline{\rho u_j'' \phi''} = \Gamma_{\phi,T} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \quad (3.29)$$

olur. Burada $\Gamma_{\phi,T}$ türbülans (girdap, eddy) difüzivitesidir ve Reynolds analogisine uygun olarak

$$\Gamma_{\phi,T} = \frac{\mu_T}{\sigma_{\phi,T}} \quad (3.30)$$

ifadesinden elde edilir [7]. Son eşitlikteki $\sigma_{\phi,T}$ türbülanslı Prandtl/Schmidt sayısıdır. Deneysel verilerden elde edilen ve genellikle 1 düzeylerinde bir sabit [7] olan bu sayı ve diğer türbülans sabitleri için sunulan çalışmada kullanılan değerler Tablo 3.2'de verilmiştir.

Tablo 3.2 Türbülans modeli sabitleri [15].

Sabit	Değeri
c_μ	0.09
κ	0.4187
E	9.793
σ_k	1.0
σ_ϵ	1.3

3.5 Genel Transport Denklemi

Momentum, türbülans enerjisi ve yutulma oranı diferansiyel denklemleri gibi denklemler aynı yapıya sahiptirler ve bir ϕ değişkeni için bu tür genel bir transport denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j\phi) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial x_j}) + S_\phi \quad (3.31)$$

Ayrıca bundan böyle, kolaylık açısından, ortalamaları gösteren üst çizgiler (3.31) eşitliğinde de olduğu gibi kullanılmayacaktır. Son eşitlikte Γ_ϕ ve S_ϕ sırasıyla difüzyon katsayısı ve kaynak terimidir. Her bir ϕ değişkeni için ifadeleri Ek Tablo 3.3'te verilmiştir.

(3.31) denkleminin silindir şeklindeki yanma odası için daha uygun şekli, (r, z, θ) silindirik-kutupsal koordinatlarında üç-boyutlu durum için

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho U\phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho V\phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho W\phi) \\ & = \frac{\partial}{\partial z}(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial z}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial r}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\frac{\Gamma_\phi}{r} \frac{\partial\phi}{\partial \theta}) + S_{\phi(r,z,\theta)} \end{aligned} \quad (3.32)$$

şeklinde yazılabilir. Burada bilindiği gibi; U , V ve W sırasıyla aksenal, radyal ve çevresel (teğetsel) hız bileşenleridir. Süreklilik denklemi, (3.32) denkleminde $\phi = 1$ konulması ve eşitliğin sağ tarafının sıfır alınmasıyla

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho U) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho V) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho W) = 0 \quad (3.33)$$

şeklinde kolayca elde edilebilir.

Sunulan çalışmada aksenal simetrik durum göz önüne alındığından $\partial/\partial\theta = 0$ olacaktır. Bu durumda süreklilik ve genel transport denklemi

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho U) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho V) = 0 \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho U\phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho V\phi) \\ & = \frac{\partial}{\partial z}(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial z}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial r}) + S_{\phi(r,z)} \end{aligned} \quad (3.35)$$

şekline dönüşmektedir. Son denklemdeki difüzyon katsayısının ve kaynak teriminin açık ifadeleri her bir değişken için Ek Tablo 3.4'te verilmiştir.

3.6 Sınır Koşulları

Motor silindiri içerisindeki gibi bir akışı matematiksel olarak ifade eden yukarıdaki diferansiyel denklemlerin çözülebilmesi amacı ile, her bir değişken için ayrı ayrı başlangıç ve sınır koşullarının belirlenmesi gerekir [15]. Sınır koşulları katı duvarlarda, simetri ekseninde ve giriş ağzında olmak üzere üç ayrı grupta ele alınacaktır.

3.6.1 Duvar Sınır Koşulları

Türbülanslı akışlarda duvar yakınlarındaki akışa ilişkin değişkenler lineer olmayan, çok yüksek gradyentlere sahip bir yapıdadır. Bu nedenle duvar yakınındaki bölgelerde hesap yapılırken bazı yaklaşımlara gereksinim duyulur. Literatürde sıkça kullanılan yaklaşım "duvar fonksiyonları" (wall-functions) yaklaşımıdır (Şekil 3.1). Bu yaklaşımda, duvar yakınında yaklaşık universal bir yapıda olan akış için deneysel verilerden ve bir boyutlu "Couette akışı" (Couette flow) analizinden türetilmiş yarı ampirik bağıntılar kullanılarak, tam türbülanslı iç bölge akış koşulları ile duvar yakınındaki akış koşulları arasında bir köprü kurulur [6, 7, 41, 42, 48]. Buna göre akış ve türbülans büyüklükleri, duvar tabakası boyunca

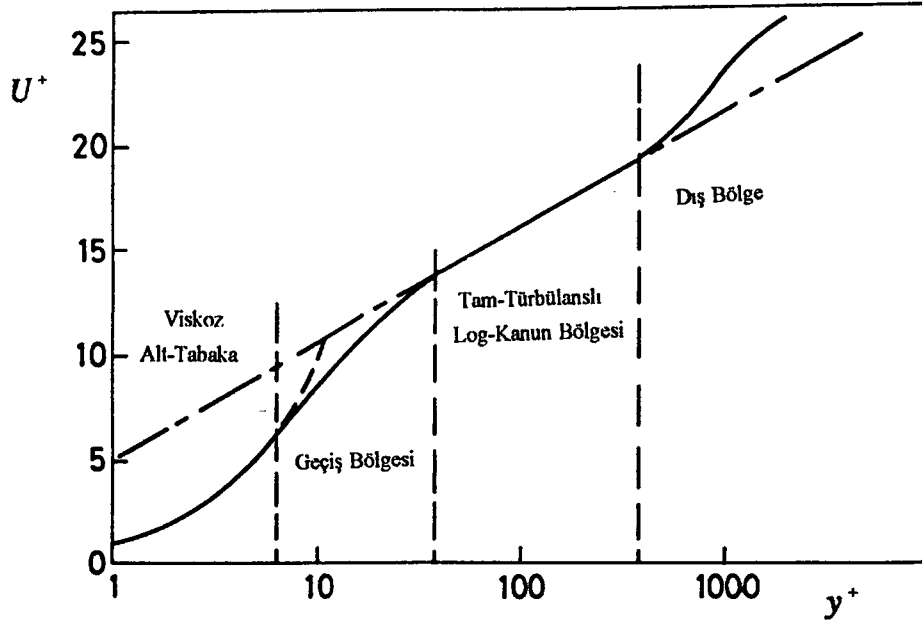
$$y^+ = \frac{\rho U_\tau y}{\mu} \quad (3.36)$$

şeklinde tanımlanan [7] y^+ "boyutsuz uzunluğu" nun fonksiyonları olarak gösterilir. "Yerel Reynolds sayısı" olarak da adlandırılan (3.36) ifadesinde y duvara dik uzaklık, U_τ da

$$U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (3.37)$$

olarak tanımlanan "sürtünme hızı"dır. Son eşitlikteki τ_w "duvar kayma gerilmesi"ni göstermektedir.

Gerçekte laminer alt-tabaka, geçiş bölgesi ve tam-türbülanslı bölge (eylemsizlik bölgesi) şeklinde üç bölgeden oluşan sınır-tabaka, duvar fonksiyonları yaklaşımıyla, duvardan $y^+ = 11.63$ boyutsuz uzaklığında birbirinden ayrılan iki tabakadan oluşacak şekilde ele



Şekil 3.1 Türbülanslı bir sınır-tabakanının bölümlerinin şematik gösterimi [42].

alınmaktadır. Kayma gerilmesinin sabit olduğunun varsayıldığı [7, 48] bu iki tabakanın her biri aşağıda geniş olarak ele alınacaktır:

i) $y^+ \geq 11.63$ olan tam türbülanslı bölge: Bu bölge için "logaritmik duvar kanunu"na göre tanımlanan hız değişimi

$$U^+ = \frac{U}{U_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln(E y^+) \quad (3.38)$$

şeklinde verilmektedir. Bu ifadede U^+ boyutsuz hız, E ve κ sırasıyla pürüzlülüğü gösteren bir sabit ve Von Karman sabitidir (Tablo 3.2). Üniform varsayılan kayma gerilmesi bu bölge için

$$\tau_w \approx \tau = \mu_T \frac{dU}{dy} \quad (3.39)$$

şeklinindedir. Yine bu bölgede türbülans enerjisinin konveksiyon ve difüzyonu ihmal edilebilecek büyüklükte olup, türbülansın üretimi ve yutulması arasında bir denge söz konusudur ($P \approx \rho \epsilon$) [7]. Buradan

$$\mu_T \left(\frac{dU}{dy} \right)^2 = \rho \epsilon \quad (3.40)$$

bağıntısı elde edilir [7]. (3.40) eşitliğinin her iki tarafı μ_T ile çarpılarak ve (3.39), (3.18) denklemlerinden yararlanılarak duvar kayma gerilmesi için

$$\tau_w = c_\mu^{1/2} \rho k \quad (3.41)$$

şeklinde bir ifade elde edilebilir. Diğer taraftan, (3.37) eşitliğinden

$$\tau_w = \rho U_\tau^2 \quad (3.42)$$

yazılabilir. Son iki eşitlikten

$$U_\tau = (c_\mu^{1/2} k)^{1/2} \quad (3.43)$$

elde edilir. (3.41) eşitliğindeki U_τ değerleri yerine (3.38) ve (3.43) teki ifadeler taşınırsa

$$\tau_w = \frac{\rho \kappa c_\mu^{1/4} k^{1/2} U}{\ln(E y^+)} \quad (3.44)$$

elde edilir. (3.43) denkleminin sağ tarafı (3.36) eşitliğindeki U_τ değeri yerine konularak, boyutsuz uzunluk için

$$y^+ = \frac{\rho c_\mu^{1/4} k^{1/2} y}{\mu} \quad (3.45)$$

şeklinde diğer bir ifade de elde edilebilir. Duvar tabakası içerisinde yutulma oranı, (3.18), (3.38) ve (3.39) bağıntılarından

$$\varepsilon = \frac{c_\mu \rho k^2 u_\tau}{\kappa y \tau_w} \quad (3.46)$$

şeklinde elde edilir. Bu son ifadeye U_τ ve τ_w için (3.43) ve (3.41)'deki değerleri taşınırsa, yutulma oranı için

$$\varepsilon = \frac{c_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\kappa y} \quad (3.47)$$

şeklinde farklı bir ifade de bulunabilir [7, 18, 48].

ii) $y^+ < 11.63$ olan viskoz alt-tabaka bölgesi: Bu bölge için duvar kanunu

$$U^+ = \frac{U}{U_\tau} = y^+ \quad (3.48)$$

şeklinde verilmektedir [48]. Diğer taraftan viskoz alt-tabaka için duvar kayma gerilmesinin

$$\tau_w = \mu \frac{dU}{dy} \quad (3.49)$$

olacağı açıktır. (3.36) ve (3.48) denklemlerinden yararlanılarak (3.49) eşitliği

$$\tau_w = \rho U_\tau^2 \quad (3.50)$$

şeklinde yazılabilir. (3.48) denkleminde y^+ yerine (3.36) daki açık ifadesi yazılarak buradan U_τ^2 çekilir ve (3.50) bağıntısında yerine taşınırsa, duvar kayma gerilmesi için

$$\tau_w = \mu \frac{U}{y} \quad (3.51)$$

şeklinde diğer bir bağıntı da elde edilebilir.

3.6.2 Simetri Ekseni

Radyal hız bileşeni ve diğer bütün bağımlı değişkenlerin radyal doğrultudaki gradyentleri sıfır alınmıştır. Buna göre simetri eksenindeki sınır koşulları; radyal hız bileşeni için

$$V = 0 \quad (3.52)$$

diğer bağımlı değişkenler için ise

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0 \quad (3.53)$$

şeklinde yazılabilir.

3.6.3 Giriş Kesiti

i) Silindirik düz-boru: Bu durum için giriş kesitindeki radyal hız bileşeni

$$V_{in} = 0 \quad (3.54)$$

alınmıştır. Eksenel hız bileşeni ise, pistonun hareketi nedeniyle boşalan hacimden yararlanılarak, A_{in} giriş kesiti boyunca üniform kabul edilerek

$$U_{in} = \frac{\dot{m}_{pis}}{\rho A_{in}} \quad (3.55)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadedeki \dot{m}_{pis} , piston tarafından süpürülen anlık kütleli debidir ve

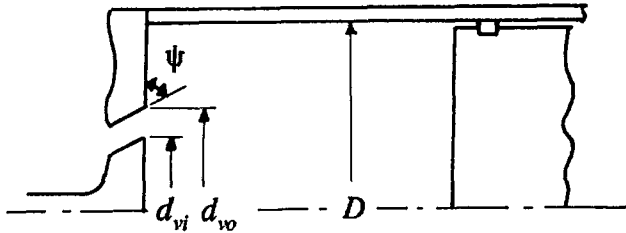
$$\dot{m}_{pis} = \rho U_{pis} A_{pis} \quad (3.56)$$

şeklinde, anlık piston hızına ve piston tablası yüzey alanına bağlı olarak hesaplanabilir.

ii) Hareketsiz supap: Giriş kesitinde hareketsiz supap bulunması durumunda kütleli debi ve eksenel hız (3.56) ve (3.55) bağıntılarından hesaplanabilir. Ancak bu durumda A_{in} giriş kesiti artık giriş borusunun kesit alanı değil, supap geçiş kesitinin alanıdır ve

$$A_{in} = \frac{\pi}{4} (d_{vo}^2 - d_{vi}^2) \quad (3.57)$$

şeklinde hesaplanır. (3.57) eşitliğindeki d_{vo} ve d_{vi} sırasıyla supap geçiş alanının dış ve iç çaplarıdır (Şekil 3.2).



Şekil 3.2 Giriş kesitinin şematik gösterimi.

ψ supap oturma açısı olmak üzere, girişteki radyal hız

$$V_{in} = \frac{U_{in}}{\tan \psi} \quad (3.58)$$

olacaktır. Sunulan çalışmada supap oturma açısı $\psi = 60^\circ$ alınmıştır.

Girişteki türbülans parametreleri için

$$k_{in} = 0.0135 U_{in}^2 \quad (3.59)$$

ve

$$\epsilon_{in} = \frac{c_\mu^{3/4} k_{in}^{1/2}}{0.03 \Delta r_v} \quad (3.60)$$

alınmıştır [15, 50]. Son eşitlikte Δr_v ,

$$\Delta r_v = \frac{d_{vo} - d_{vi}}{2} \quad (3.61)$$

şeklindedir.

4. SAYISAL ÇÖZÜM YÖNTEMİ

4.1 Giriş

Bu bölümde kütle, momentumun v.b. büyüklüklerin diferansiyel korunum/transport denklemlerinin çözümünde kullanılan sayısal yöntem açıklanmaktadır.

Bölüm 4.2'de çözüm bölgesini, pistonun hareketi nedeniyle sürekli değişmekte olan silindir hacmine uyumlayabilmek için yapılması gereken koordinat dönüşümü incelenmektedir. Uygulanan koordinat dönüşümü sonucunda silindir hacmini dolduran ağ pistonun hareketine uygun olarak genişleyip daralabilen elastik bir yapıya sahip olmaktadır.

Bölüm 4.3'te ayrıklaştırılmış denklemin türetilmesi ele alınmaktadır. Ayrıklaştırma yöntemi olarak "sonlu hacim" yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca bu bölümde uzaysal ve zamansal fark yaklaşımları da verilmektedir.

Süreklilik ve momentum denklemleri arasında bağlantı kurularak basınç alanının belirlenmesine ilişkin uygulanan yöntem Bölüm 4.4'te açıklanmaktadır.

Bölüm 4.5, sınır koşullarının ayrıklaştırılmış denklemlere uyarlanması ile ilgilidir.

Son olarak bölüm 4.6'da, sonlu-fark denklemlerinin çözümünde uygulanan algoritma verilmiştir.

4.2 Hareketli Koordinatlara Dönüşüm

Yukarıdaki denklemlerde verilmiş olan transport denklemleri Euler koordinatları'nda yazılmıştır. Motor silindiri içerisinde görülen türden akışların incelenmesinde ise; pistonun, emme/eksoz supaplarının hareketi gibi hareketli sınırlara uyum sağlayacak "hareketli koordinatlar"a gereksinim vardır. Bu amaçla, silindir içerisindeki akışların sayısal olarak incelenmesinde transport denklemlerinin Lagrange-Euler koordinatlarına dönüştürülerek kullanılması yaklaşımı, ilk olarak Watkins (1973) tarafından önerilmiştir [22]. Daha sonra bu yaklaşım, bir çok araştırmacı tarafından da benimsenmiştir.

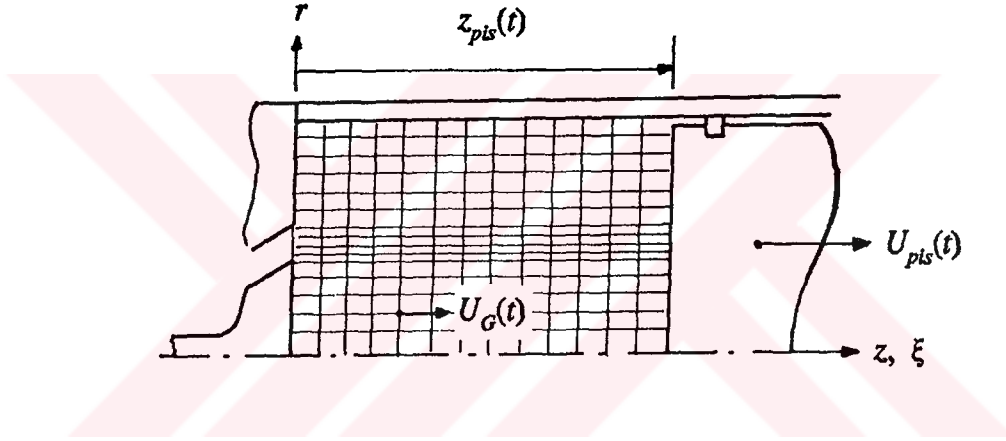
Silindir içi akışların incelenmesinde, pistonun ve subabın hareketi sadece z -ekseni doğrultusunda olduğu için

$$\xi = f(z,t) \quad (4.1)$$

şeklindeki bir koordinat dönüşümüyle (r, z, t) koordinatlarından (r, ξ, t) koordinatlarına geçilebilir. Burada ξ yeni aksenal koordinattır. Sunulan çalışmada hareketsiz supap durumu göz önüne alındığından, yalnızca pistonun hareketi için dönüşüm yapılmıştır. Bu durumda (4.1) bağıntısı

$$\xi = \frac{z}{z_{pis}(t)} ; \quad 0 \leq z \leq z_{pis}(t) \quad (4.2)$$

şeklinde ifade edilebilir [15, 20]. Şekil 4.1'den de görüleceği üzere pistonun silindir kafasından anlık uzaklığını gösteren $z_{pis}(t)$ zamanın bir fonksiyonudur. Bu nedenle ξ hem z 'nin hem de t 'nin bir fonksiyonudur.



Şekil 4.1 Hesap ağının ve çözüm bölgesi sınırlarının şematik gösterimi.

Pistonun hareketine uygun olarak hareket eden çözüm ağının U_G yerel hızı; piston hızı ile,

$$U_G = \xi \frac{dz_{pis}(t)}{dt} = \xi U_{pis}(t) \quad (4.3)$$

şeklinde lineer bir değişim göstermektedir. (4.2)'den $0 \leq z \leq z_{pis}(t)$ için $0 \leq \xi \leq 1$ olacağı ve (4.3) bağıntısından silindir kafasında $\xi = 0$ ve ağın yerel hızının sıfır olacağı, piston tablası üzerinde $\xi = 1$ ve ağın yerel hızının o andaki piston hızına eşit olacağı görülebilir.

(3.35) eşitliği ile verilen genel transport denklemi, koordinat dönüşümü sonucunda (r, ξ, t) koordinatlarında

$$\begin{aligned} \frac{1}{z_{pis}} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi z_{pis}) + \frac{1}{z_{pis}} \frac{\partial}{\partial \xi} [\rho (U - \xi U_{pis}) \phi - \frac{\Gamma_{\phi}}{z_{pis}} \frac{\partial \phi}{\partial \xi}] \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho V \phi - r \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial r}) = S_{\phi(r, \xi)} \end{aligned} \quad (4.4)$$

şeklinde elde edilir. Koordinat dönüşümünün gerçekleştirilmesi Ek 1'de ayrıntılı olarak verilmiştir. (4.4) denkleminin ikinci teriminde bulunan $(U - \xi U_{pis})$ ifadesi, akışkanın mutlak hızı ile yerel ağ hızı arasındaki farka karşı gelmektedir. Böylece (4.4) denklemi akışkanın yerel ağa göre göreceli hızı olan

$$\hat{U} = U - \xi U_{pis} \quad (4.5)$$

hızı cinsinden

$$\begin{aligned} \frac{1}{z_{pis}} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi z_{pis}) + \frac{1}{z_{pis}} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho \hat{U} \phi - \frac{\Gamma_{\phi}}{z_{pis}} \frac{\partial \phi}{\partial \xi}) \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho V \phi - r \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial r}) = S_{\phi(r, \xi)} \end{aligned} \quad (4.6)$$

şekline sokulabilir.

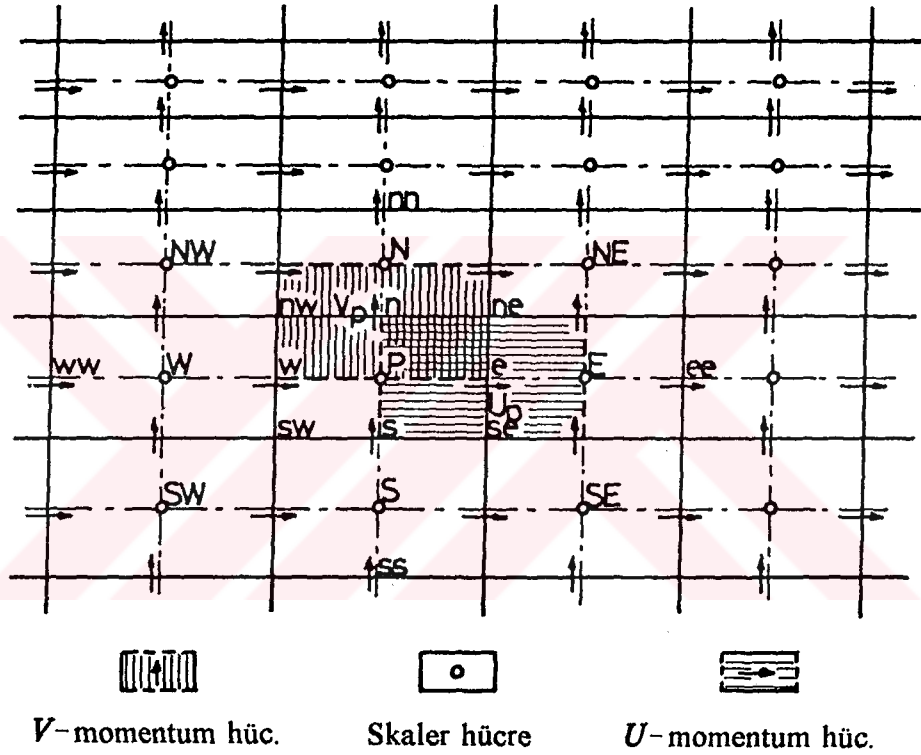
4.3 Ayrıklaştırma Yöntemi

Sunulan çalışmada sayısal çözüm için ayrıklaştırma yöntemi olarak "sonlu-hacim" yaklaşımı [31] kullanılmaktadır. Bu yaklaşımda diferansiyel denklemlerin sonlu bir hacim üzerinde integrasyonu sonucunda makroskopik korunum/transport denklemleri türetilmekte ve bunlar cebirsel olarak ifade edilmektedir. Böylece ayrıklaştırılmış denklemler, seçilen kontrol hacmi için korunum ilkelerini göstermiş olmaktadır.

Bu yaklaşıma uygun olarak, yanma odası bir ağ tarafından sonlu sayıda ayrık hacimlere veya "hücrelere" bölünmektedir. ξ ve r eksenleri boyunca keyfi aralıklarla elde edilmiş böyle bir ağ Şekil 4.1'de şematik olarak gösterilmiştir.

4.3.1 Genel Fark Denkleminin Türetilmesi

Şekil 4.1'deki hesap ağının bir bölümü daha açık olarak Şekil 4.2'de görülmektedir. Basınç, yoğunluk, viskozite, k ve ϵ gibi bütün skaler büyüklükler hücrelerin P , E , W , N , S gibi büyük harflerle gösterilen merkezlerine yerleştirilmektedir. Patankar [31] tarafından önerilen "kaydırılmış" (staggered) değişken düzenlemesine göre, Şekil 4.2'de gösterildiği gibi oklarla gösterilen U ve V hızları, e , w , n , s gibi küçük harflerle gösterilen hücre sınırlarına yerleştirilmektedir. Bundan böyle merkezinde skaler bir büyüklüğü bulunduran



Şekil 4.2 Hesap ağı üzerinde skaler büyüklüklerin, aksenal ve radyal hızların yerleştirilmeleri ve kaydırılmış-ağ düzenine göre kontrol hacimleri.

hücreler "skaler hücre", merkezinde U ve V gibi vektörel bir büyüklüğü bulunduran hücreler ise " U -momentum hüçresi" veya " V -momentum hüçresi" olarak adlandırılacaktır. Böyle bir düzenlemenin amacı; skaler değişkenlerin konvektif akılarını sağlayan hızların uygun bir konumda bulunmalarını sağlamak ve momentum denklemlerindeki basınç gradyenti terimlerinin hesaplanmasını kolaylaştırmaktır [31].

Bağımlı değişkenlerin sayısal değerleri, söz konusu değişkenlerin kendi kontrol hacimlerinin merkezlerinde hesaplanmaktadır. Bu hacimler Şekil 4.2'de görülen alanların, simetri eksenini etrafında birim açı kadar döndürülmesiyle elde edilmektedir.

Ayrıklaştırılmış transport denklemleri, diferansiyel denklemlerin ilgili kontrol hacimleri ve bir δt sonlu zaman artımı boyunca integrali alınarak ve ortalama değer teoremi kullanılarak türetilir. Buna göre (4.6) genel transport denkleminin; z_{pis} ile çarpılması ve P noktasındaki bir ϕ büyüklüğü için integrasyonu sonucunda

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\delta t} \int_t^{t+\delta t} \left\{ \int_{V_P} \rho \phi dV + \int_{r_s}^{r_n} \left[\rho \hat{U} \phi - \frac{\Gamma_\phi}{z_{pis}} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right]_{\xi_w}^{\xi_e} r dr \right. \\
& \qquad \qquad \qquad \text{I} \qquad \qquad \qquad \text{II} \\
& \left. + \int_{\xi_w}^{\xi_e} \left[r \rho V \phi - r \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right]_{r_s}^{r_n} z_{pis} d\xi - \int_{V_P} S_\phi dV \right\} dt = 0 \qquad (4.7) \\
& \qquad \qquad \qquad \text{III} \qquad \qquad \qquad \text{IV}
\end{aligned}$$

elde edilir. Burada

$$\int_{V_P} dV = \int_{\xi_w}^{\xi_e} \int_{r_s}^{r_n} z_{pis} r dr d\xi \qquad (4.8)$$

dir ve (4.2) eşitliğinden

$$z_{pis} d\xi = dz \qquad (4.9)$$

yazılabilir. (4.7) denklemindeki her bir terim için aşağıdaki yaklaşımlar yapılabilir:

Ağ düğüm noktalarındaki değişken değerlerinin, hücre boyunca ortalama bir değeri gösterdiği varsayımıyla I terimi, 1. mertebeden bir yaklaşımla

$$\frac{1}{\delta t} \int_t^{t+\delta t} \left\{ \int_{V_P} \rho \phi dV \right\} dt = \frac{(\rho \phi)_P^n V_P^n - (\rho \phi)_P^o V_P^o}{\delta t} \qquad (4.10)$$

şeklinde yazılabilir. Burada n ve o üst indisleri sırasıyla, dt zaman aralığı ile ayrılmış, "yeni" ve "eski" zaman adımlarını göstermektedir.

II terimi ϕ 'nin $nw-sw$ ve $ne-se$ hücre yüzeyleri boyunca aksenal doğrultudaki toplam konvektif ve difüzyif akılarını göstermektedir. Bu terim

$$F_\xi = \int_{r_s}^{r_n} \left[\rho \hat{U} \phi - \frac{\Gamma_\phi}{z_{pis}} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right]_w^e r dr$$

$$= [(\rho \hat{U} \phi a)_e - (\frac{\Gamma_{\phi} a}{z_{pis}} \frac{\partial \phi}{\partial \xi})_e] - [(\rho \hat{U} \phi a)_w - (\frac{\Gamma_{\phi} a}{z_{pis}} \frac{\partial \phi}{\partial \xi})_w] \quad (4.11)$$

şeklinde yazılabilir. Köşeli parantez içerisindeki büyüklükler hücre yüzeyleri boyunca ortalama değerlerdir. (4.11) bağıntısındaki a_e ve a_w sırasıyla hücrenin doğu ve batı sınırlarındaki yüzey alanlarını göstermektedir ve

$$a_e = a_w = \frac{(r_n^2 - r_s^2)}{2} \quad (4.12)$$

dir. ϕ 'nin W , P , E gibi komşu hücre düğüm noktaları arasında lineer değiştiği varsayılırsa, birinci mertebe diferansiyel terimleri yaklaşık olarak

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi}\right)_e \cong \frac{\phi_E - \phi_P}{\xi_E - \xi_P} = \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta \xi_{E-P}} \quad (4.13)$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi}\right)_w \cong \frac{\phi_P - \phi_W}{\xi_P - \xi_W} = \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta \xi_{P-W}}$$

şeklinde yazılabilir. Bu değerler (4.11) eşitliğine taşınırsa

$$F_{\xi} = a_e D_e [Pe_e \phi_e - (\phi_E - \phi_P)] - a_w D_w [Pe_w \phi_w - (\phi_P - \phi_W)] \quad (4.14)$$

elde edilir. Burada D_e ve D_w difüzyon akıları, Pe_e ve Pe_w de konvektif ve difüzyon akılarının birbirine oranını gösteren Peclet sayılarıdır ve

$$Pe_e = \frac{(\rho \hat{U})_e}{\Gamma_{\phi_e} / (z_{pis} \delta \xi_{E-P})} = \frac{(\rho \hat{U})_e}{\Gamma_{\phi_e} / \delta z_{E-P}} = \frac{(\rho \hat{U})_e}{D_e} \quad (4.15)$$

$$Pe_w = \frac{(\rho \hat{U})_w}{\Gamma_{\phi_w} / (z_{pis} \delta \xi_{P-W})} = \frac{(\rho \hat{U})_w}{\Gamma_{\phi_w} / \delta z_{P-W}} = \frac{(\rho \hat{U})_w}{D_w}$$

şeklinde [31]. e ve w hücre sınırlarındaki Γ_{ϕ} değerleri; W , P ve E hücre düğüm noktalarındaki değerlerden yararlanılarak lineer interpolasyonla hesaplanabilir.

ϕ 'nin (4.14) eşitliğinde gözükten ϕ_e ve ϕ_w hücre sınırlarındaki değerleri, düğüm

noktasındaki değerler cinsinden

$$Pe_e \phi_e - (\phi_E - \phi_P) = (Pe_e - \alpha_e) \phi_E + \alpha_e \phi_P \quad (4.16)$$

$$Pe_w \phi_w - (\phi_P - \phi_W) = \alpha_w \phi_W + (Pe_w - \alpha_w) \phi_P$$

şeklinde yazılabilir. Buradaki α_e ve α_w 'ler uzaysal fark fonksiyonları olup, alacakları değerler daha sonra açıklanacaktır.

Bir β ($0 \leq \beta \leq 1$) zamansal fark faktörü için içine sokularak, integrasyon işlemi tamamlanabilir. Böylece eski zaman adımındaki F_ξ^o ve yeni zaman adımındaki F_ξ^n değerlerinin bir ağırlıklı ortalaması olan F_ξ

$$\frac{1}{\delta t} \int_t^{t+\delta t} F_\xi dt \approx \beta F_\xi^n + (1-\beta) F_\xi^o \quad (4.17)$$

şeklinde yazılabilir. [31]. β 'nin alacağı değerlerden daha sonra söz edilecektir.

Yukarıda yapılan işlemlerden yararlanılarak (4.7) denklemindeki II terimi

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\delta t} \int_t^{t+\delta t} \int_{r_s}^{r_n} \left[\rho \hat{U} \phi - \frac{\Gamma_\phi}{z_{pis}} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right]_{\xi_w}^{\xi_e} r dr dt \\ & \approx \beta \{ a_e D_e [(Pe_e - \alpha_e) \phi_E + \alpha_e \phi_P] - a_w D_w [\alpha_w \phi_W + (Pe_w - \alpha_w) \phi_P] \}^n \\ & + (1 - \beta) \{ a_e D_e [(Pe_e - \alpha_e) \phi_E + \alpha_e \phi_P] - a_w D_w [\alpha_w \phi_W + (Pe_w - \alpha_w) \phi_P] \}^o \end{aligned} \quad (4.18)$$

şekline getirilir. (4.7) denklemindeki III terimi için de benzer işlemler yapılarak

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\delta t} \int_t^{t+\delta t} \int_{\xi_w}^{\xi_e} \left[r \rho V \phi - r \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right]_{r_s}^{r_n} z_{pis} d\xi dt \\ & \approx \beta \{ a_n D_n [(Pe_n - \alpha_n) \phi_N + \alpha_n \phi_P] - a_s D_s [\alpha_s \phi_S + (Pe_s - \alpha_s) \phi_P] \}^n \\ & + (1 - \beta) \{ a_n D_n [(Pe_n - \alpha_n) \phi_N + \alpha_n \phi_P] - a_s D_s [\alpha_s \phi_S + (Pe_s - \alpha_s) \phi_P] \}^o \end{aligned} \quad (4.19)$$

elde edilir.

(4.7) eşitliğindeki IV terimi, ϕ değişkenine bağlı olarak farklı ifadeler almaktadır. Bu aşamada IV terimi için;

$$\frac{1}{\delta t} \int_t^{t+\delta t} \int_{V_P} S_\phi dV dt = S_{\phi,P} \quad (4.20)$$

yazılabilir.

(4.10), (4.18)-(4.20) eşitlikleri (4.7) denklemindeki yerlerine taşınırsa, ayrıklaştırılmış genel denklem

$$\begin{aligned} & \frac{(\rho \phi)_P^n V_P^n - (\rho \phi)_P^o V_P^o}{\delta t} \\ & + \beta \{ a_e D_e [(Pe_e - \alpha_e) \phi_E + \alpha_e \phi_P] - a_w D_w [\alpha_w \phi_W + (Pe_w - \alpha_w) \phi_P] \}^n \\ & + (1 - \beta) \{ a_e D_e [(Pe_e - \alpha_e) \phi_E + \alpha_e \phi_P] - a_w D_w [\alpha_w \phi_W + (Pe_w - \alpha_w) \phi_P] \}^o \\ & + \beta \{ a_n D_n [(Pe_n - \alpha_n) \phi_N + \alpha_n \phi_P] - a_s D_s [\alpha_s \phi_S + (Pe_s - \alpha_s) \phi_P] \}^n \\ & + (1 - \beta) \{ a_n D_n [(Pe_n - \alpha_n) \phi_N + \alpha_n \phi_P] - a_s D_s [\alpha_s \phi_S + (Pe_s - \alpha_s) \phi_P] \}^o \\ & - S_{\phi,P} = 0 \end{aligned} \quad (4.21)$$

şekline girer. Benzer şekilde sonlu kontrol hacmi için kütlelen korunumu denklemi de

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_P^n V_P^n - \rho_P^o V_P^o}{\delta t} \\ & + \beta \{ a_e D_e Pe_e - a_w D_w Pe_w + a_n D_n Pe_n - a_s D_s Pe_s \}^n \\ & + (1 - \beta) \{ a_e D_e Pe_e - a_w D_w Pe_w + a_n D_n Pe_n - a_s D_s Pe_s \}^o \end{aligned} \quad (4.22)$$

şeklinde elde edilebilir. Bu son eşitlik ϕ_P^n ile çarpılarak (4.21) denkleminden çıkarılır [31] ve gerekli düzenlemeler yapılırsa, ayrıklaştırılmış transport denklemi en genel durumuyla;

$$A_P^n \phi_P^n = \sum_C A_C^n \phi_C^n + a_P^o \phi_P^o + \sum_C A_C^o (\phi_C^o - \phi_P^o) + S_{\phi,P} \quad (4.23)$$

şekline sokulabilir. (4.23) eşitliğindeki \sum_C terimleri; E , W , N , S komşu düğüm noktaları üzerinden toplamı göstermektedir. (4.23) denklemindeki katsayılar

$$A_P^n = \sum_C A_C^n + A_P^o$$

$$A_E^n = \beta a_e D_e^n (\alpha_e^n - Pe_e^n)$$

$$A_W^n = \beta a_w D_w^n \alpha_w^n$$

$$A_N^n = \beta a_n D_n^n (\alpha_n^n - Pe_n^n)$$

$$A_S^n = \beta a_s D_s^n \alpha_s^n$$

$$A_E^o = (1-\beta) a_e D_e^o (\alpha_e^o - Pe_e^o) \quad (4.24)$$

$$A_W^o = (1-\beta) a_w D_w^o \alpha_w^o$$

$$A_N^o = (1-\beta) a_n D_n^o (\alpha_n^o - Pe_n^o)$$

$$A_S^o = (1-\beta) a_s D_s^o \alpha_s^o$$

$$A_P^o = \frac{\rho_P^o V_P^o}{\delta t} - (1-\beta) \sum_c \dot{m}_c^o ; \quad c \equiv e, w, n, s$$

şeklindedir. (4.24) eşitliklerinden A_P^o katsayısındaki \dot{m}_c^o 'ler hücre sınırlarındaki kütleli debiler olup değişken yoğunluklu akışlar için düğüm noktalarındaki değerler cinsinden

$$\dot{m}_e = [\gamma_1 \rho_P + (1-\gamma_1) \rho_E] a_e \hat{U}_e \quad (4.25)$$

$$\dot{m}_n = [\gamma_2 \rho_P + (1-\gamma_2) \rho_N] a_n V_n$$

bağıntılarından hesaplanabilirler. (4.25) eşitliklerindeki γ_1 ve γ_2 lineer interpolasyon faktörleri

$$\gamma_1 = \delta \xi_{E-e} / \delta \xi_{E-P} \quad (4.26)$$

$$\gamma_2 = \delta \xi_{N-n} / \delta \xi_{N-P}$$

şeklindedir.

4.3.2 Momentum Denklemleri

(4.23) ve (4.24) eşitlikleri bağımlı değişken ayırımı yapılmaksızın türetilmişlerdir. Şekil 4.2'den de görüleceği üzere aksel ve radyal hızlar için kontrol hacimleri, temel hücrelerden kaydırılarak elde edilmektedir. Bu nedenle (4.23) ve (4.24) bağıntılarının U -momentum ve V -momentum hücreleri için ayrı olarak göz önüne alınmaları gerekmektedir.

4.3.2.1 Aksel Momentum Denklemi

Kaydırılmış ağ kullanıldığında karışıklığa neden olmamak için, \hat{U} ve V hızlarının alt indisleri dikkate alınırken, sanki ilgili U -momentum ve V -momentum hücresi temel (skaler) hücre imiş gibi düşünülecektir. Yani \hat{U}_P hızı U -momentum hücresinin merkezindeki aksel hızı, \hat{U}_E hızı bu hücreye komşu U -momentum hücresinin merkezindeki aksel hızı v.b. gösterecektir. Buna göre $n-nE-sE-s$ kontrol hacminin ortasındaki \hat{U}_P hızı (Şekil 4.2) için ayrılaştırılmış momentum denklemi

$$A_P^n \hat{U}_P^n = \sum_C A_C^n \hat{U}_C^n + A_P^o \hat{U}_P^o + \sum_C A_C^o (\hat{U}_C^o - \hat{U}_P^o) + S_{\hat{U},P} \quad (4.27)$$

şeklinde olmaktadır. Buradaki A_P^n , A_C^n 'ler, A_C^o 'lar ve A_P^o ; (4.24) eşitliklerinde tanımlandıkları gibidirler. Ancak hücre sınırındaki kütledebiler bu katsayılar için

$$\dot{m}_e = \rho_E a_{nE-sE} \frac{\hat{U}_P + \hat{U}_S}{2} \quad (4.28)$$

$$\dot{m}_n = [\gamma_2 \rho_E + (1-\gamma_2) \rho_N] a_{ne-nE} V_E + [\gamma_2 \rho_P + (1-\gamma_2) \rho_N] a_{n-ne} V_P$$

şeklinde olacaktır. Burada γ_2 lineer interpolasyon fonksiyonu

$$\gamma_2 = \delta r_{ne-Ne} / \delta r_{e-Ne} \quad (4.29)$$

dır. Benzer ifadeler \dot{m}_w ve \dot{m}_s için de yazılabilir.

Hücre sınırlarındaki Reynolds sayıları ise

$$Re_e = \frac{\rho_E (\hat{U}_P + \hat{U}_E) / 2}{\mu_E / z_{pis} \delta \xi_{e-ee}} \quad (4.30)$$

$$Re_n = \frac{\rho_{ne} V_{ne}}{\mu_{ne} / \delta r_{e-Ne}}$$

v.b. şekilde olur. Burada

$$\mu_{ne} = \gamma_1 [\gamma_2 \mu_P + (1-\gamma_2) \mu_N] + (1-\gamma_1) [\gamma_2 \mu_E + (1-\gamma_2) \mu_{NE}] \quad (4.31)$$

$$V_{ne} = \gamma_1 V_P + (1-\gamma_1) V_E \quad (4.32)$$

ve

$$\gamma_1 = \delta \xi_{e-E} / \delta \xi_{P-E} \quad (4.33)$$

dir.

Bazı değişkenler için kaynak terimlerinin hesaplanmasında U mutlak hızı gerekebilir. Böyle durumlarda (4.27) denkleminin çözülmesinden elde edilen göreceli \hat{U} hızı ve (4.5) bağıntısı kullanılarak aksenal doğrultudaki mutlak hız hesaplanabilir.

4.3.2.2 Radyal Momentum Denklemi

Yukarıda sözü edilen indisleme yöntemine göre V_P hızı $Nw-Ne-e-w$ ile sınırlanan V -momentum kontrol hacminin ortasındaki hızdır (Şekil 4.2). Buna göre (4.23) denklemi

$$A_P^n V_P^n = \sum_C A_C^n V_C^n + a_P^o V_P^o + \sum_C A_C^o (V_C^o - V_P^o) + S_{V,P} \quad (4.34)$$

şeklini alır. Burada da A_P^n , A_C^n 'ler, A_C^o 'lar ve A_P^o ; (4.24) bağıntılarında tanımlandıkları gibidir. Hücre sınırlarındaki kütledebiler, bu kez V -momentum hücresi dikkate alınarak

$$\dot{m}_e = [\gamma_1 \rho_N + (1-\gamma_1) \rho_{NE}] a_{Ne-ne} \hat{U}_N + [\gamma_1 \rho_P + (1-\gamma_1) \rho_E] a_{ne-e} \hat{U}_P \quad (4.35)$$

$$\dot{m}_n = \rho_N a_{nE-Nw} \frac{V_N + V_P}{2}$$

şeklinde olur. Buradaki lineer interpolasyon faktörü

$$\gamma_1 = \delta \xi_{Ne-NE} / \delta \xi_{N-NE} \quad (4.36)$$

dir.

Hücre sınırlarındaki Reynolds sayıları da

$$Re_e = \frac{\rho_{ne} \hat{U}_{ne}}{\mu_{ne} / z_{pis} \delta \xi_{n-NE}} \quad (4.37)$$

$$Re_n = \frac{\rho_N (V_P + V_N) / 2}{\mu_N / \delta r_{n-nn}}$$

v.b. şeklindedir. Buradaki \hat{U}_{ne}

$$\hat{U}_{ne} = \gamma_2 \hat{U}_P + (1 - \gamma_2) \hat{U}_N \quad (4.38)$$

bağıntısından hesaplanabilir. γ_2 lineer interpolasyon faktörü

$$\gamma_2 = \delta r_{ne-Ne} / \delta r_{e-Ne} \quad (4.39)$$

dir.

4.3.3 Ayırıklaştırma Yaklaşımları

i) Zamansal Ayırıklaştırma: İlk olarak (4.17) bağıntısında formülasyona sokulan β zamansal fark faktörünün alacağı değerler, sonlu-hacim denklemlerindeki büyüklüklerin eski ve yeni zaman adımlarındaki göreceli dağılımını belirler.

$\beta = 0$ için eksplisit (explicit) yaklaşım elde edilir. Böylece (4.23) denklemindeki ϕ^n yeni zaman adımı değerleri, sadece eski zaman adımı değerlerine bağlı olur ve doğrudan doğruya elde edilebilir [31]. Fakat çözümün yakınsaması (kararlılık) için gerekli temel ilkelerden biri olan "pozitif katsayılar kuralı" [31] bu durumda gerçekleşemeyebilir. Bu kural ancak çok küçük δt zaman adımları için gerçekleştirilebildiğinden, eksplisit yaklaşım hesap zamanı açısından ekonomik olmamaktadır.

$\beta = 1/2$ için, Crank-Nicolson implisit yaklaşımına ulaşılır. Burada ϕ değişkeninin; eski ve yeni zaman adımları arasında lineer değişimi söz konusudur. Bu yöntem; matematiksel açıdan koşulsuz olarak kararlı olmasına karşın, büyük zaman adımlarında fiziksel bakımdan gerçekçi olmayan (unbounded) sonuçlar vermektedir [31].

$\beta = 1$ için, koşulsuz olarak kararlı olan ve pozitif katsayılar gereksinimini tam olarak sağlayan tam-implisit yöntem elde edilir. Fiziksel olarak gerçekçi sonuçlar veren söz konusu yöntem, küçük zaman adımları için Crank-Nicolson yöntemi kadar doğru sonuçlar vermemekle birlikte, büyük zaman adımları için oldukça uygundur.

Tam-implisit yaklaşımın diğer bir üstünlüğü de, $\beta = 1$ olması durumunda (4.23) ve (4.24) denklemlerindeki eski zaman adımındaki katsayıların ortadan kalkması ve böylece bilgisayar kapasitesi bakımından ekonomiklik sağlamasıdır.

Bu üstünlüklerinden ötürü sunulan çalışmada zamansal ayrıklaştırma için tam-implisit ayrıklaştırma yaklaşımının kullanılması uygun bulunmuştur. $\beta = 1$ olması durumunda (4.23) ve (4.24) denklemleri

$$A_P^n \Phi_P^n = \sum_C A_C^n \Phi_C^n + a_P^o \Phi_P^o + S_{\Phi,P} \quad (4.40)$$

ve

$$\begin{aligned} A_P^n &= \sum_C A_C^n + A_P^o \\ A_E^n &= \beta a_e D_e^n (\alpha_e^n - P e_e^n) \\ A_W^n &= \beta a_w D_w^n \alpha_w^n \\ A_N^n &= \beta a_n D_n^n (\alpha_n^n - P e_n^n) \\ A_S^n &= \beta a_s D_s^n \alpha_s^n \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$A_P^o = \frac{\rho_P^o V_P^o}{\delta t}$$

şekline dönüşmektedir.

ii) Uzaysal ayrıklaştırma: İlk olarak (4.16) denklemlerinde hesaba sokulan α uzaysal fark fonksiyonu, konveksiyon ve difüzyon olaylarının göreceli durumlarının bir ölçütüdür. Akış problemlerinin çözümünde kullanılan sayısal yöntemlerde α 'nın seçimi, çözümün doğruluk derecesini önemli ölçüde etkiler.

Φ 'nin komşu hücre düğüm noktaları arasında lineer değiştiği varsayılırsa "merkezi-fark" formülasyonu elde edilir [31]. Örneğin (4.16) bağıntısında Φ_e yerine

$$\Phi_e = \frac{1}{2}(\Phi_E + \Phi_P) \quad (4.42)$$

yazılırsa [31], bu durumda Φ_e 'nin merkezi fark formülasyonuna göre

$$\alpha_e = \frac{Pe_e}{2} + 1 \quad (4.43)$$

bulunur. Bu yaklaşım Taylor-serisi'ndeki kesme hatasından kaynaklanan "ikinci merteye" terimlerinin büyüklüğüne bağlı bir doğruluk düzeyindedir. Ancak $|\dot{m}|$ 'nin $2D$ 'yi geçmesi, yani $|Pe| > 2$ olması durumunda (4.24)'teki katsayılardan bazıları negatif değerler almaktadır [31]. Bu da çözümün yakınsamamasına neden olmaktadır.

Bu sakıncaların giderilmesi için "upwind" (upstream-difference, donor-cell method) ayrıklaştırma yöntemi önerilmektedir [31]. Bu yöntemde göre komşu iki hücrenin ara yüzeyindeki ϕ olarak, akış yönüne göre, ara yüzeyin ön tarafındaki (upstream) ϕ değeri alınmaktadır. Örneğin Φ_e 'nin değeri

$$\Phi_e = \begin{cases} \phi_P & ; \quad \dot{m}_e \geq 0 \\ \phi_E & ; \quad \dot{m}_e < 0 \end{cases} \quad (4.44)$$

olmaktadır [31]. Böyle bir durum için α_e uzaysal fark fonksiyonu

$$\alpha_e = \begin{cases} Pe_e & ; \quad Pe_e \geq 0 \\ 0 & ; \quad Pe_e < 0 \end{cases} \quad (4.45)$$

şekline dönüşmektedir. Upwind yaklaşımının kullanılması durumunda negatif katsayılar ortaya çıkmadığı için sayısal yöntem kararlı olmakta ve fiziksel olarak anlamlı sonuçlar elde edilmektedir [31]. Bu yöntemin sakıncası ise $|Pe| < 2$ olması durumunda merkezi-fark formülasyonu kadar doğruluk düzeyine sahip olmamasıdır.

İlk olarak Spalding (1972) tarafından önerilen "hybrid-ayrıklaştırma yöntemi" [31], yukarıda sözü edilen iki yöntemin üstünlüklerini birleştiren karma bir yöntemdir. Peclet sayısının alacağı değere göre merkezi-fark yöntemi ile veya upwind yöntemi ile özdeş olmaktadır. Hybrid-ayrıklaştırma yöntemine göre uzaysal fark fonksiyonu

$$\alpha_e = \begin{cases} \frac{Pe_e}{2} + 1 & ; \quad |Pe_e| \leq 2 \\ Pe_e & ; \quad Pe_e > 2 \\ 0 & ; \quad Pe_e < -2 \end{cases} \quad (4.46)$$

şeklinde olmaktadır. Böylece mutlak değer olarak küçük Peclet sayılarında merkezi-fark formülasyonunun doğruluk derecesine ulaşılmakta; ayrıca büyük $|Pe|$ sayılarında da kararlılık sağlanmaktadır. Bununla birlikte büyük Peclet sayılarında kararlılığı sağlamak için

ikinci mertebeden doğruluğa sahip merkezi-fark formülasyonu yerine birinci mertebeden doğruluğa sahip upwind ayrıklaştırma yönteminin kullanıldığında, akış doğrultusu ile ağ doğrultusu arasında açı bulunması durumunda ortaya çıkan "false-diffusion" olayı nedeniyle, bazan yakınsaklık problemleri ortaya çıkabilmektedir [31, 51, 52]. Bunun önlenmesi için çeşitli araştırmacılar tarafından QUICK (Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics) yöntemi [53, 54] ve bunun geliştirilmiş çeşitli versiyonları olan QUICKE (QUICK Extended), QUICKER (QUICK Extended and Revised) [54] yöntemleri; Skew-Upstream [55] yöntemi gibi ayrıklaştırma yöntemleri önerilmiş ve çeşitli problemlere uygulanarak bu yöntemlerin kendi aralarında karşılaştırılmaları yapılmıştır [52, 54, 56, 57, 58].

QUICK yönteminde ve geliştirilmiş versiyonlarında negatif katsayılar ortaya çıkabilmekte ve kararlılık garanti altına alınamamaktadır. Raithby [55] tarafından önerilen Skew-Upstream ayrıklaştırma yöntemi ise çok karmaşıktır ve henüz yeterince denenmemiştir [31].

Yukarıdaki açıklamalar ışığında, sunulan çalışmada "hybrid" ayrıklaştırma yönteminin kullanılması uygun görülmüştür.

4.3.4 Kaynak Terimlerin Ayrıklaştırılması

Ayrıklaştırılmış denklemlerin elde edilmesindeki son aşama her bir değişken için S_P kaynak teriminin ayrıklaştırılmasıdır. Ayrıklaştırmada genelde uygulanan yöntem, kaynak terimlerinin tam-implisit formülasyonla

$$S_P = S_I \phi_P^n + S_E \quad (4.47)$$

şeklinde lineerleştirilmesidir. Buradaki S_I ve S_E terimleri, kaynak terimlerinin, ilgili ϕ değişkenine sırasıyla implisit ve eksplisit olarak bağlı olan negatif ve pozitif elemanlarını içermektedirler. Pozitif katsayılar kuralını gerçeklemek için yapılan bu işlem sonucunda S_I terimi, (4.23) denklemindeki A_P^n terimi içerisine sokulur [31].

4.4 Basıncın Hesaplanması

Önceki bölümlerde de belirtildiği gibi, sunulan çalışmada yalnızca emme stroku incelenmekte ve emme stroku boyunca akışın sıkıştırılamaz olduğu varsayılmaktadır. Emme stroku boyunca silindir içerisindeki hacimsel basıncın (bulk pressure) yaklaşık olarak sabit

kaldığı göz önüne alınarak hacimsel basınç değişiminin hesaplanmasına gerek duyulmamakta; basıncın sadece yerel olarak değişimi hesaplanmaktadır.

Buna göre basınç alanı, Patankar tarafından önerilen "tahmin etme ve düzeltme" (guess and correct) yöntemine göre hesaplanmaktadır.

Ayrıklaştırılmış süreklilik ve momentum denklemlerinin birleşiminden türetilmekte olan "basınç düzeltme denklemi"nin (pressure correction equation) çözümü esasına dayanan yöntem SIMPLE algoritması olarak adlandırılmaktadır [31].

"*" üst indisli büyüklükler "tahmini" değerleri, "/" üst indisli büyüklükler de "düzeltme" değerlerini göstermek üzere, SIMPLE algoritmasına göre gerçek değerler

$$P = P^* + P'$$

$$\hat{U} = \hat{U}^* + \hat{U}' \quad (4.48)$$

$$V = V^* + V'$$

şeklinde yazılabilir [31]. Bu durumda öngörülen bir P^* basınç alanı için çözülen momentum denklemleri, örneğin aksenal momentum denklemi,

$$A_{P,\hat{U}}^n \hat{U}_P^* = \sum_C A_{C,\hat{U}}^n \hat{U}_C^* + A_{P,\hat{U}}^o \hat{U}_P^o - (P_E^* - P_P^*) a_{ne-se} + R_{P,\hat{U}} \quad (4.49)$$

yapısına girecektir. Buradaki $(P_E^* - P_P^*)$ ifadesi, $S_{P,\hat{U}}$ kaynak terimindeki basınç gradyentinden gelmektedir. Son eşitlik gerçek (doğru) hız ve basınç alanı için yazılacak olursa

$$A_{P,\hat{U}}^n \hat{U}_P^n = \sum_C A_{C,\hat{U}}^n \hat{U}_C^n + A_{P,\hat{U}}^o \hat{U}_P^o - (P_E^n - P_P^n) a_{ne-se} + R_{P,\hat{U}} \quad (4.50)$$

elde edilir. Son iki denklemdeki $R_{P,\hat{U}}$ terimi, basınç gradyenti dışında kalan diğer kaynak terimlerinin tümünü göstermektedir. (4.49) bağıntısı ile (4.50) bağıntısı taraf tarafa çıkarılır ve (4.48) eşitlikleri de kullanılırsa

$$A_{P,\hat{U}}^n \hat{U}_P' = \sum_C A_{C,\hat{U}}^n \hat{U}_C' - (P_E' - P_P') a_{ne-se} \quad (4.51)$$

elde edilebilir. Sağ taraftaki ilk terim yok varsayılırsa, aksenal doğrultudaki düzeltme hızı için

$$\hat{U}_P' = \frac{-(P_E' - P_P') a_{ne-se}}{A_{P,\hat{U}}^n} \quad (4.52)$$

eşitliğine ulaşılır [31]. Bu son ifade, (4.48) eşitliklerindeki eksenel hız ile ilgili bağıntıda yerine konulursa, gerçek eksenel hız

$$\hat{U}_P = \hat{U}_P^* - \frac{a_{ne-se}}{A_{P,\hat{U}}^n} (P_E' - P_P') \quad (4.53)$$

şeklinde, öngörülen \hat{U}_P^* hızı ve \hat{U}_P' düzeltme hızı cinsinden, elde edilebilir. V_P radyal hız bileşeni için de

$$V_P = V_P^* - \frac{a_{ne-nw}}{A_{P,V}^n} (P_N' - P_P') \quad (4.54)$$

şeklinde benzer bir ifadeye ulaşılabilir.

(4.22) eşitliğinden, tam-implisit süreklilik denklemi

$$\frac{\rho_P^n V_P^n - \rho_P^o V_P^o}{\delta t} + (\rho \hat{U} a)_e^n - (\rho \hat{U} a)_w^n + (\rho V a)_n^n - (\rho V a)_s^n = 0 \quad (4.55)$$

biçiminde bulunur. Buradaki \hat{U} ve V hızları yerine (4.53) ve (4.54) bağıntılarındaki eşdeğerleri taşınırsa

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_P^n V_P^n - \rho_P^o V_P^o}{\delta t} \\ & + a_{ne-se} \left\{ \rho_e \left[\hat{U}_e^* - \frac{a_{ne-se}}{A_{e,\hat{U}}^n} (P_E' - P_P') \right] \right\} \\ & - a_{nw-sw} \left\{ \rho_w \left[\hat{U}_w^* - \frac{a_{nw-sw}}{A_{w,\hat{U}}^n} (P_P' - P_W') \right] \right\} \\ & + a_{ne-nw} \left\{ \rho_n \left[V_n^* - \frac{a_{ne-nw}}{A_{n,V}^n} (P_N' - P_P') \right] \right\} \\ & - a_{se-sw} \left\{ \rho_s \left[V_s^* - \frac{a_{se-sw}}{A_{s,V}^n} (P_P' - P_S') \right] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (4.56)$$

elde edilir. P_P' 'lü terimler eşitliğin sol tarafında, diğer terimler eşitliğin sağ tarafında bir araya toplanarak (4.56) bağıntısı

$$A_P^n P_P' = \sum_C A_C^n P_C' + S_P \quad (4.57)$$

şeklinde daha toplu bir biçimde yazılabilir. Bu son denklemdeki katsayılar

$$\begin{aligned} A_P^n &= \sum_C A_C^n \\ A_E^n &= \rho_e \frac{a_{ne-se}^2}{A_{e,\hat{U}}^n} \\ A_W^n &= \rho_w \frac{a_{nw-sw}^2}{A_{w,\hat{U}}^n} \\ A_N^n &= \rho_n \frac{a_{nw-ne}^2}{A_{n,V}^n} \\ A_S^n &= \rho_s \frac{a_{sw-se}^2}{A_{s,V}^n} \end{aligned} \quad (4.58)$$

$$S_P = - \left\{ \frac{\rho_P^n V_P^n - \rho_P^o V_P^o}{\delta t} + (\rho \hat{U}^* a)_e - (\rho \hat{U}^* a)_w + (\rho V^* a)_n - (\rho V^* a)_s \right\}$$

şeklinde dir. Son eşitliklerdeki $A_{e,\hat{U}}^n$, $A_{w,\hat{U}}^n$ v.b. gibi katsayılar, skaler hücrelerin e , w v.b. sınırlarına yerleştirilmiş hızlar için, momentum hücrelerinin merkezlerindeki A_P^n katsayılarıdır.

Dikkat edilecek olursa S_P terimi, ayrıklaştırılmış süreklilik denkleminin, hızlar için "*" "lü değerler cinsinden negatifine özdeştir ve kütle sel dengesizlikten ortaya çıkan kaynak terimidir. S_P 'nin sıfır olması; "*" "lü yaklaşık değerlerin süreklilik denklemini sağlaması, yani gerçek değerlerle çakışmaları anlamına gelir ve bundan sonra basınç ve hızlar için düzeltme yapılması gerekmez [31].

(4.51) eşitliğinden (4.52) eşitliğine geçerken yapılan ve algoritmanın semi-implisit olmasına neden olan yaklaşım, her bir hız düzeltmesi için bütün ağ noktalarında basınç düzeltme gereğini ortadan kaldırmak amacına yöneliktir ve yakınsaklığı etkilemediği için

kabul edilebilir bir yaklaşımdır [31].

4.5 Sınır Koşullarının Uygulanması

Sayısal hesaplamalarda sınır koşullarının çözüme katılması, ilgili sınıra komşu hücreler için çözüm yapılırken transport denklemlerinde uygun modifikasyonların yapılmasıyla sağlanır. Bunun için sınıra yakın düğüm noktası ile sınır üzerindeki düğüm noktası arasında bağlantı kuran A_C^n katsayıları sıfır alınarak, sınır koşulları yapay kaynak terimleri şeklinde (4.40) denklemine sokulur. Bu kaynak terimleri de diğer kaynak terimleri gibi

$$S_B = S_I \phi_P^n + S_E \quad (4.59)$$

şeklinde lineerleştirilebilir.

4.5.1 Duvar Sınır Koşulları

i) Momentum denklemleri: Duvar yakınındaki hücrelerde, duvara paralel hız bileşeni için τ_w kayma gerilmesi nedeniyle ortaya çıkan "momentum kaynağı", örneğin kuzeydeki bir duvar için

$$(S_U)_N = \tau_{wN} a_N = \mu_{eff} a_N \frac{\hat{U}_N - \hat{U}_P}{y_P} \quad (4.60)$$

şeklinde yazılabilir [7]. Burada; a_N hücrenin kuzeyindeki alan, y_P hücre merkezinden duvara olan dik uzaklık ve μ_{eff} efektif viskozitedir. Bölüm 3.6.1'deki açıklamaların ışığı altında (3.44) ve (3.49) bağıntılarından efektif viskozite

$$\begin{aligned} \mu_{eff} &= \mu & ; & \quad y_P^+ \leq 11.63 \\ \mu_{eff} &= \frac{c_\mu^{1/4} \kappa \rho_P k_P^{1/2}}{\ln(E y_P^+)} y_P & ; & \quad y_P^+ > 11.63 \end{aligned} \quad (4.61)$$

şeklinde hesaplanabilir. (3.45) eşitliği ile tanımlanan y_P^+ burada

$$y_P^+ = \frac{c_\mu^{1/4} \rho_P k_P^{1/2}}{\mu} y_P \quad (4.62)$$

olmaktadır. $(S_{\partial})_N$ kaynak terimi (4.59) eşitliğine göre lineerleştirilirse

$$S_I = - \frac{\mu_{eff} a_N}{y_P} \quad (4.63)$$

$$S_E = \frac{\mu_{eff} a_N}{y_P} \hat{U}_N$$

elde edilir. Benzer ifadeler diğer sınır koşulları için de türetilebilir.

ii) k , türbülans enerjisi: Türbülans enerji üretim terimi, duvara bitişik bir hücre için duvar yakını türbülans karakteristiklerini içerecek şekilde modifiye edilir. Böylece türbülans enerji üretim teriminin hesaplanmasında, örneğin kuzeydeki bir duvar için

$$\mu_{Tp} \left[\left(\frac{1}{z_{pis}} \frac{\partial V}{\partial \xi} \right)_P + \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)_P \right]^2 \approx \tau_{wN} \frac{U_N - U_P}{y_P} \quad (4.64)$$

şeklindeki yaklaşım kullanılır [59]. Diğer duvarlar için de benzer ifadeler elde edilebilir.

iii) ϵ , yutulma oranı: Duvara komşu bir hücre için ϵ 'un değeri, (3.47) yerel denge ilişkisine uygun olarak

$$\epsilon_P = \frac{c_{\mu}^{3/4} k_P^{3/2}}{\kappa y_P} \quad (4.65)$$

şeklinde hesaplanır.

iv) P' , basınç düzeltmesi: Normal (yüzeye dik) hız bileşenlerinin verilmiş olduğu duvarlarda herhangi bir hız düzeltmesine gerek olmayacağından, yani sınır koşulu olarak verilmiş hız düzeltilmeyeceğinden, ilgili sınırdaki herhangi bir P' değerinin hesaplanmasına gerek yoktur. Bunu gerçeklemek için (4.57) basınç düzeltme denkleminde, örneğin kuzeydeki sınıra komşu bir hücre için

$$A_N = 0 \quad (4.66)$$

şeklinde bir uyarılama yapmak gereklidir [31].

4.5.2 Simetri Eksenine

Radyal hız dışındaki bütün bağımlı değişkenler için simetri eksenine komşu hücrelerdeki sıfır normal gradyent koşulu; sonlu-hacim denklemlerindeki A_s katsayılarının ve S_B sınır kaynak terimlerinin

$$A_s = 0 \quad (4.67)$$

$$S_B = 0$$

şeklinde sıfıra eşit alınmasıyla sağlanır. Radyal hız bileşeni için sınır koşulu ise

$$V_s = 0 \quad (4.68)$$

$$S_B = 0$$

alınmasıyla gerçekleşir.

4.5.3 Giriş kesiti

Giriş kesitinde, Bölüm 3.6.3'te belirtildiği gibi, bütün bağımlı değişkenlerin giriş profillerinin belirlenmesi gerekmektedir. Belirlenen bu sınır koşullarının düzeltilmesi gerekmediğinden, giriş kesitine bitişik hücrelerde

$$A_w = 0 \quad (4.69)$$

alınması gerekmektedir.

4.6 Çözüm Yönteminin Akışı

Uygulanan sayısal çözüm yöntemi, çözüm alanındaki başlangıç değerlerinin kullanılmasıyla başlamakta ve Δt zaman artımıyla (veya buna eşdeğer $\Delta \theta$ krank mili açısı artımıyla) emme stroku sonuna kadar devam etmektedir. Her bir zaman adımında bağımlı değişkenler için sonlu-hacim denklemleri çözülmektedir. Bu zaman adımlarındaki işlemler aşağıdaki sıraya göre gerçekleştirilmektedir:

aşağıdaki sıraya göre gerçekleşmektedir:

i) Pistonun pozisyonu (silindir kafasından uzaklığı) ve hızı

$$z_{pis}(\theta) = z_{TDC} + \frac{H}{2} (1 - \cos \theta) \quad (4.70)$$

$$U_{pis}(\theta) = \frac{\partial z_{pis}(\theta)}{\partial t} = \frac{\partial z_{pis}(\theta)}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{H}{2} \omega \sin \theta \quad (4.71)$$

bağıntılarından hesaplanır[11]. Bu eşitliklerde z_{TDC} üst ölü nokta ile silindir kafası arasındaki uzaklık, H pistonun strok uzunluğu, ω krank milinin açısal hızı ve θ da krank mili açısıdır.

ii) Çözüm ağının yeni durumu ve ağın yerel hızları (4.2) ve (4.3) bağıntılarından belirlenmektedir.

iii) Pistonun yer değiştirme miktarından yararlanılarak supaptan içeri giren kütleli debi hesaplanmakta ve Bölüm 3.6.3 ve Bölüm 4.5.3'te açıklandığı gibi giriş kesitindeki zamana bağlı sınır koşulları belirlenmektedir.

iv) (4.27) ve (4.34) momentum denklemleri, değişkenlerin bir önceki zaman veya iterasyon adımından kalma alan değerleri kullanılarak çözülmektedir.

v) (4.57) basınç düzeltme denklemi çözülerek yerel basınç düzeltme değerleri bulunmakta ve (4.48) eşitlikleri kullanılarak basınç ve hız alanları düzeltilmektedir.

vi) (4.40) denklemi k ve ϵ türbülans büyüklükleri için çözülerek, μ_T türbülans viskozitesi alanı (3.18) bağıntısından belirlenmektedir.

vii) Yakınsaklık sağlanıncaya kadar yukarıdaki işlemler (iv). adımdan (vi). adıma kadar tekrar edilmektedir.

viii) Yakınsaklık sağlandıktan sonra en son bulunmuş olan alan değerleri "eski" zaman adımındaki değerler olarak alınmakta ve bir sonraki zaman adımına geçilerek (i). adımdan başlayarak yukarıdaki işlemler emme stroku tamamlanıncaya kadar tekrarlanmaktadır.

Sunulan çalışmada sonlu-hacim denklemlerinin çözümünde TDMA (Tri-Diagonal Matrix Algorithm) olarak bilinen [31] çözüm yöntemi kullanılmaktadır.

5. SAYISAL SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRME

5.1 Giriş

Bu bölümde, sunulan çalışmada elde edilen sayısal sonuçlar, bu sonuçların mevcut sayısal ve deneysel verilerle karşılaştırılmaları, irdelemeler ve değerlendirmeler verilmiştir.

Bölüm 5.2'de incelenen akış durumlarından ve motor geometrisinden söz edilmiş; laminer ve türbülanslı akış durumları için elde edilen sonuçlar eğriler biçiminde verilerek ayrıntılı olarak değerlendirmeleri yapılmıştır.

5.2 İncelenen Akış Durumları

Sunulan çalışmada, emme stroku boyunca silindir içi akış laminer ve türbülanslı durumlar için sayısal olarak incelenmiştir. Elde edilen sonuçların literatürdeki diğer sayısal sonuçlarla ve deneysel verilerle karşılaştırmalarının yapılabilmesi için sayısal yöntem, Imperial College model motor geometrisine uygulanmıştır. Bu model motorun yapısal özellikleri Tablo 5.1'de verilmiştir.

Tablo 5.1 Model motorun yapısal özellikleri.

Tahrik	Dışarıdan tahrikli (motored)
Yanma odası	Tam silindirik disk şeklinde
Silindir çapı, D	75 mm
Strok, H	60 mm
Sıkıştırma oranı, ϵ	3

Laminer ve türbülanslı akış durumları için model motorun çalışma koşulları, elde edilen sonuçlar ve diğer verilerle karşılaştırmalar aşağıdaki bölümlerde ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

5.3 Sayısal Sonuçların Deneysel ve Teorik Çalışmalarla Karşılaştırılması

Bu bölümde, sunulan çalışmadan elde edilen sayısal sonuçların Gosman ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmadan elde edilen sayısal sonuçlarla [15] ve Morse tarafından yapılan ölçümlerle [25] karşılaştırılmaları ve emme stroku boyunca silindir içi akışın değerlendirilmesi yapılmıştır.

Laminer akış durumunda çeşitli krank mili açılarında ve eksen boyunca alınan çeşitli kesitlerdeki hız profilleri irdelenmiştir.

Türbülanslı akış durumunda silindir içerisindeki hız alanının değerlendirilmesinde, hız profillerinin yanında sunulan çalışmadan elde edilen vektörel hız grafikleri de kullanılmıştır.

Çeşitli kesitlerde hız profilleri şeklinde verilen eğrilerde aksel hız değerleri \bar{V}_{pis} ortalama piston hızı ile normalize edilmiş olarak, yani $U^* = \bar{U} / \bar{V}_{pis}$ şeklinde, verilmiştir.

u' türbülans şiddeti, $l = c_{\mu}^{3/4} k^{3/2} / \epsilon$ yutulma uzunluk skalası ve $\tau_d = k / \epsilon = \sqrt{2/3} c_{\mu}^{-3/4} l / u'$ yutulma zaman skalası gibi türbülans büyüklükleri ise sırası ile \bar{V}_{pis} ortalama piston hızı, D silindir çapı ve T_{cycle} motorun çevrim periyodu değerleri ile normalize edilmiş biçimde eğrilerde verilmiştir.

5.3.1 Laminer Akış Durumu

Laminer akış durumu için motorun devir sayısı 10 d/dk olarak seçilmiştir. Emme giriş kesiti için aksel simetrik silindirik düz boru şeklindeki bir geometri alınmıştır [11, 15].

$\theta = 90^\circ$ için maksimum piston hızı (4.71) bağıntısından

$$(U_{pis})_{max} = 0.0314 \text{ m/s}$$

ve ortalama piston hızı da

$$\bar{V}_{pis} = H \frac{\omega}{\pi} = 0.02 \text{ m/s}$$

olarak bulunmuştur. Maksimum hız kullanılarak hesaplanan Reynolds sayıları, silindir çapı için

$$Re_D = 159$$

ve emme borusu çapı için

$$Re_{d_i} = 636$$

çıkmaktadır.

Şekil 5.1'de emme stroku boyunca $\theta=36^\circ$, 90° ve 144° krank mili açılarındaki hız alanları görülmektedir. Noktalar şeklinde gösterilen değerler ve noktalı çizgi ile çizilen profiller Gosman ve arkadaşları tarafından yapılan ölçüm ve hesap sonuçlarını göstermektedir. Sürekli düz çizgi ise sunulan çalışmada elde edilen sonuçlara karşı gelmektedir.

Emme strokunun başlangıcında, piston ÜÖN'dan AÖN'ya hareket ederken hava, alan oranı $(D/d_i)^2=16$ olan emme borusundan, anlık piston hızının on altı katı kadar bir ortalama hızla silindir içerisine girmektedir. Böylece, oluşan jet önce piston üzerine doğru hücum ederek piston tablası üzerinde dışa doğru akmakta ve sonra da silindir cidarında geri dönüş yaparak bir girdap (vorteks) oluşturmaktadır. Oluşan bu girdap genişleyerek ve şiddetini artırarak, genel yapısını koruyup emme stroku sonuna kadar devam ederken; emme strokunun ortalarından başlayarak, silindir kafası ile silindir çeperinin oluşturduğu köşede, ters yönde ikinci bir girdap oluşumu da başlamaktadır.

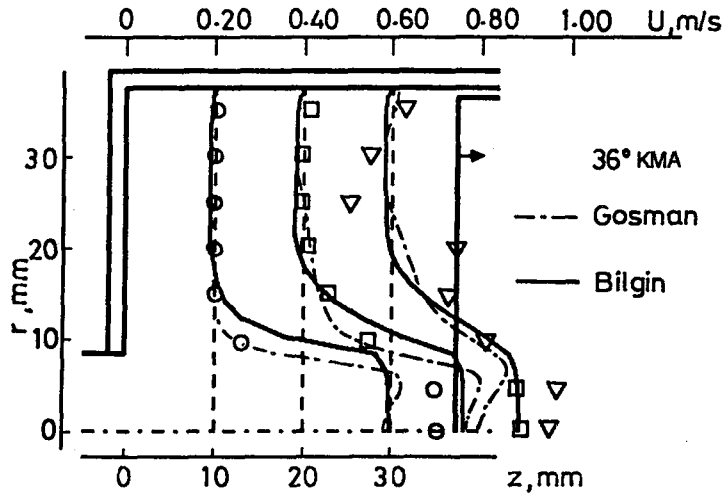
Ölçümler ile hesap sonuçlarının karşılaştırılması sonucunda aşağıdaki temel bulgulara ulaşılabilir:

i) Jet yapısı içerisinde ölçümler ile sunulan çalışmadaki hesap sonuçları arasında %5 - %40 düzeylerinde bir hata oranı ortaya çıkmıştır. Bu hata oranı 36° krank mili açısında %20'ler civarındadır. 90° ve 144° krank mili açılarındaki giriş kesitinden aksel doğrultuda 50 mm uzaklığa kadar olan bölgede hata oranı %4'lerin altında iken, 50 mm'den sonra hata oranında belirgin bir artma oluşmaktadır.

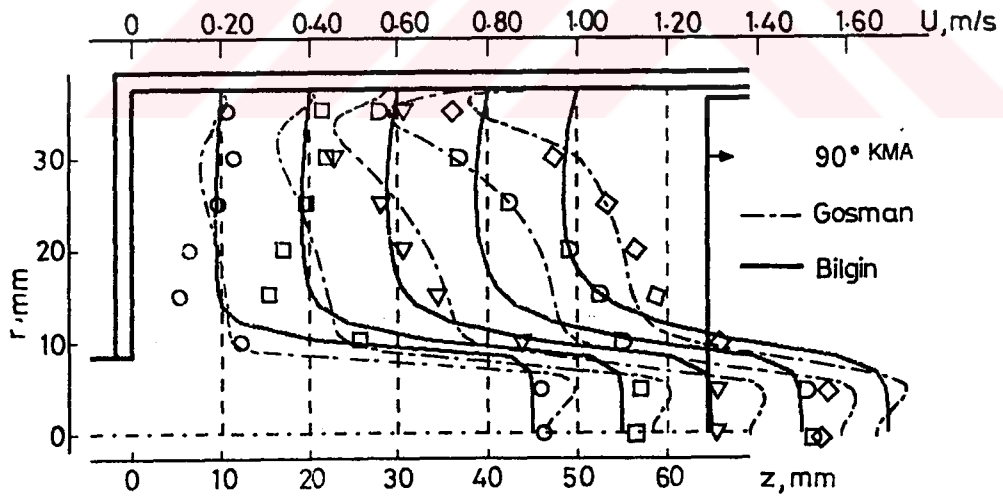
Gosman ve arkadaşları tarafından yapılan sayısal çalışma [15] ile karşılaştırıldığında, emme jeti içerisindeki bölgede sunulan çalışmadan elde edilen sonuçların ölçüm değerlerine daha iyi yaklaştığı söylenebilir.

ii) Emme jeti ile silindir duvarı arasında kalan bölgede, 36° KMA'nda iyi sayılabilecek bir yaklaşıklık elde edilebilmiş ise de, 90° ve 144° KMA'larında hata oranı oldukça büyük çıkmaktadır. Burada, Gosman ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmadan elde edilen sonuçlar daha iyi olmakla birlikte tatmin edici değildirler. Bu bölge için aksel doğrultudaki hata oranının değişimine bakılacak olursa, giriş kesiti yakınlarında hata oranının düşük olduğu, piston tablasına yaklaştıkça hata oranının %100'lerden daha büyük değerlere çıkabildiği görülmektedir.

Sonuç olarak, laminer akış için, akış alanı içerisindeki bazı bölgelerde hesap sonuçları, deney sonuçlarından merteye olarak farklı olmakla birlikte, hız profillerinin yapısı akışın karakteristiğini oldukça iyi şekilde yansıtmaktadır.

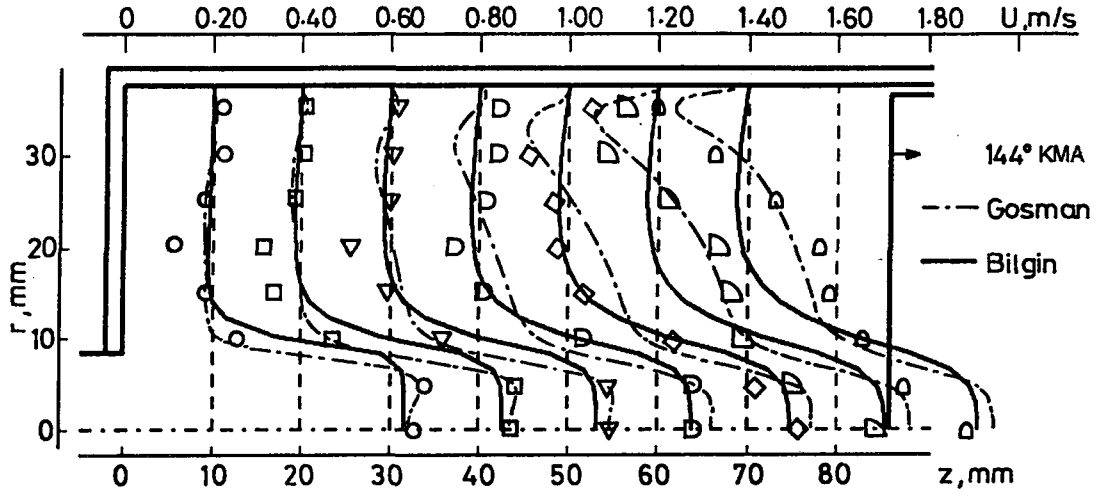


a)



b)

Şekil 5.1 Laminer akış için ($n=10$ d/dk), emme stroku boyunca çeşitli krank mili açılarındaki hız profilleri.



c)

Şekil 5.1 (devamı).

5.3.2 Türbülanslı Akış Durumu

Türbülanslı akış durumunda motor devir sayısı 200 dev/dak olarak seçilmiştir. Emme girişinde Şekil 3.2'de de şematik olarak görüldüğü gibi hareketsiz supap bulunmaktadır. Supap oturma açısı $\psi = 60^\circ$ dir. Pistonun maksimum hızı ve ortalama hızı (4.71) ve (5.1) bağıntılarından

$$(U_{pis})_{\max} = 0.628 \text{ m/s}$$

ve

$$\bar{V}_{pis} = 0.4 \text{ m/s}$$

olur. Maksimum hıza karşı gelen Reynolds sayısı, silindir çapı için

$$Re_D = 3.18 \cdot 10^3$$

çıkılmaktadır.

5.3.2.1 Hız Alanı

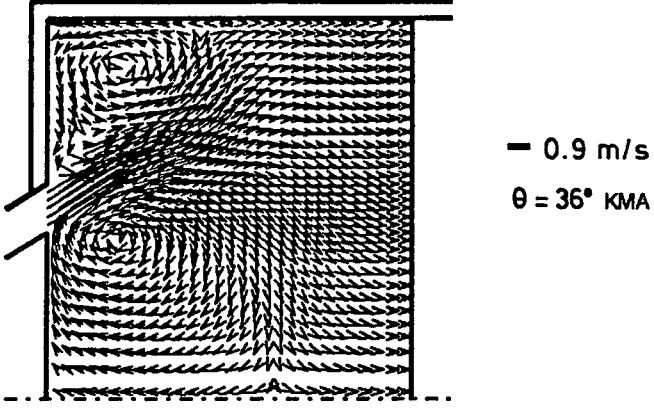
Şekil 5.2'de emme stroku boyunca çeşitli krank mili açılarında silindir içerisindeki sayısal hız alanı sonuçları vektörel olarak verilmiştir.

Şekillerden de açıkça görüldüğü gibi, silindir kafasının yakınlarındaki akış, supap geçiş alanından geçen akışkanın oluşturduğu bir jet etkisi ile biçimlenmektedir. Bu jetin iç ve dış taraflarında oluşan ayrılmalar, silindir eksenine yakın tarafta saat ibraleri yönünde dönen büyük boyutlu fakat düşük şiddetli bir girdap; silindir kafasıyla silindir duvarının oluşturduğu köşede ise ters yönde dönen küçük boyutlu fakat yüksek şiddetli bir girdap oluşturmaktadır. Jet, bu ikiz girdabın ortasından, supap oturma açısından daha büyük bir açıyla silindir içerisine girmektedir (36° KMA). Bu sapma ikiz girdapların şiddetleri arasındaki farktan kaynaklanmaktadır.

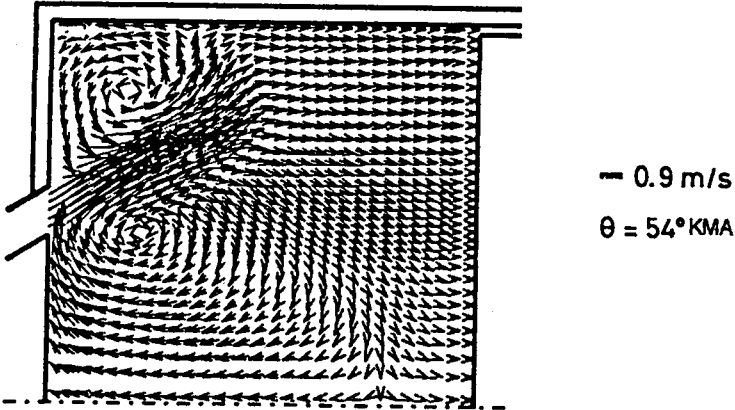
Silindir içi türbülans esas olarak bu jetin kayma tabakaları arasında üretilen türbülans tarafından oluşturulmakta ve silindir içerisindeki diğer noktalara taşınmaktadır.

Girişten uzaklaştıkça akış düzelmekte ve piston yakınlarında, yaklaşık olarak piston tablasına dik duruma gelmektedir.

Emme strokunun ortalarına doğru ($\theta = 90^\circ$) merkezdeki girdap büyümekte ve şiddetini artırmaktadır. Bu nedenle jetin giriş açısında bir miktar küçülme görülmektedir. Şekillerden de görüldüğü gibi 90° KMA'ndan sonra silindir duvarının piston tablası yakınındaki

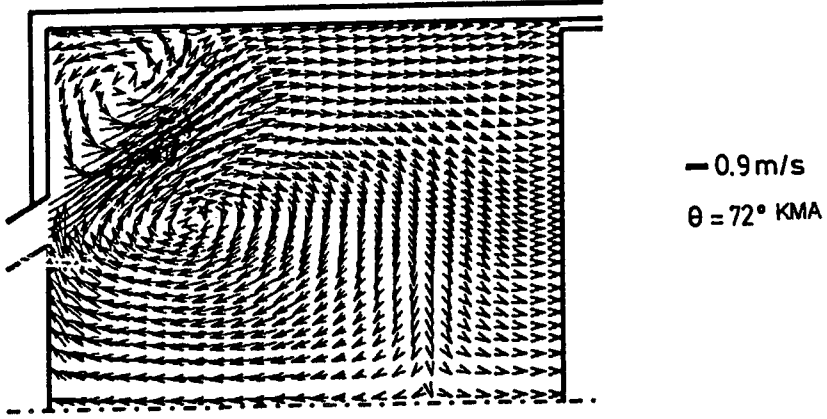


a)

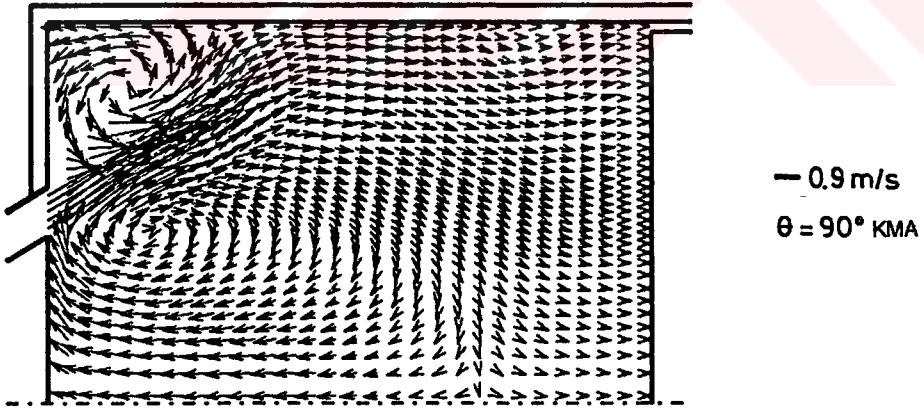


b)

Şekil 5.2 Türbülanslı akış için ($n=200 \text{ d/dk}$), emme stroku boyunca çeşitli krank mili açılarındaki vektörel hız alanları.

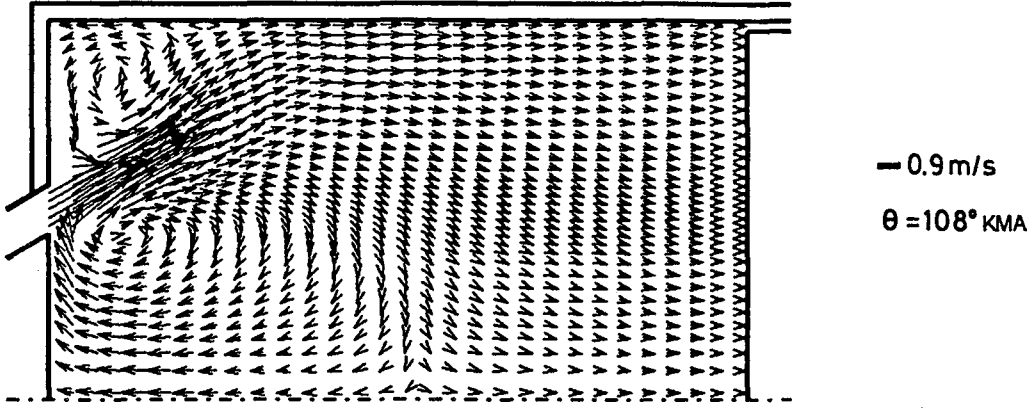


c)

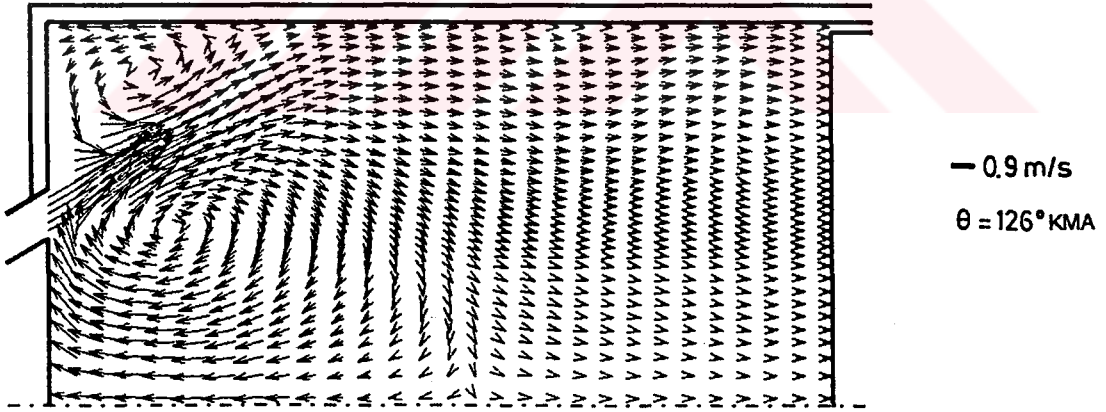


d)

Şekil 5.2 (devamı).

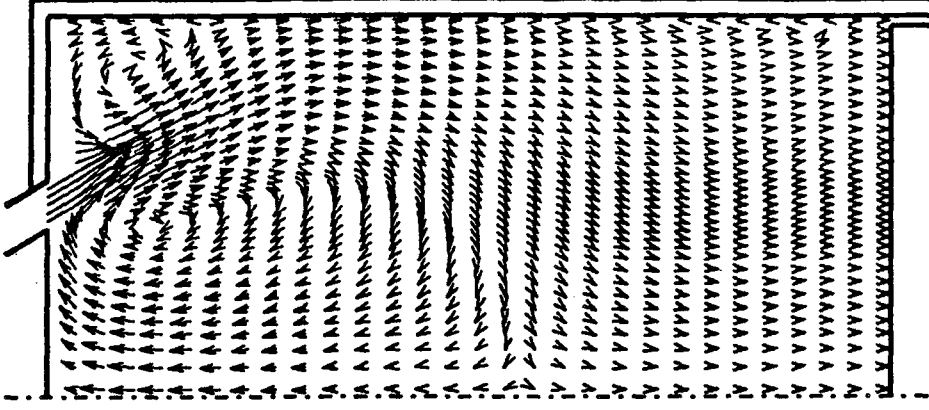


e)



f)

Şekil 5.2 (devamı).



— 0.9m/s
 $\theta = 144^\circ$ KMA

g)

Şekil 5.2 (devamı).

bölgesinde üçüncü bir girdap oluşumu başlamaktadır. Bu girdabın oluşumu, emme jetinin bu bölgede oluşturduğu ters basınç gradyenti nedeniyle, silindir duvarındaki sınır tabakanın ayrılmasından kaynaklanmaktadır.

Emme strokunun sonlarına doğru ($\theta=144^\circ$) piston hızının düşmesiyle birlikte emme jetinin hızında da ani bir düşme görülmektedir. Emme hızındaki bu ani düşüş, momentum ve türbülans enerjisi üretiminin asıl kaynağını ortadan kaldırmakta ve ortalama akış sönümlenmeye başlamaktadır. Bu sırada supap arkasındaki ana girdap silindir içerisinde daha geniş bir alana yayılmış, ikinci girdap ise bir miktar küçülmüş olur. 90° KMA'nda oluşmaya başlayan üçüncü girdap ise daha belirgin bir duruma gelir.

Emme stroku boyunca değişik krank mili açılarındaki hız alanlarına genel olarak bakıldığında, emme strokunun başlangıcında oluşan durumun ana hatlarını koruyarak emme strokunun sonuna kadar yapısını devam ettirdiği görülebilir.

Şekil 5.3'te, sunulan çalışmadan elde edilen aksenal hız profillerinin, literatürdeki sayısal sonuçlarla ve deneysel verilerle karşılaştırmaları verilmiştir.

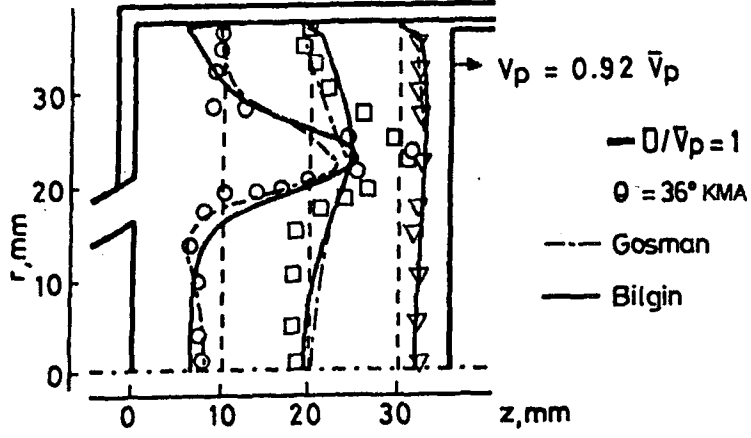
Şekillerdeki hız profilleri incelendiğinde, akışla ilgili olarak yukarıda belirtilen durumlar burada da açık olarak görülmektedir. Bu nedenle Şekil 5.3'teki eğriler, akış alanının sayısal benzetimi bakımından irdelenecektir. Şekillerdeki aksenal hızlar $\bar{V}_{pis}=0.4$ m/s ortalama piston hızı ile normalize edilmiştir.

36° KMA'nda, hız profillerinin karakterleri bakımından oldukça iyi sonuçlar elde edildiği söylenebilir. Deneysel verilerle sayısal sonuçlar arasındaki en büyük fark aksenal doğrultuda 20 mm'deki kesitte meydana gelmiştir. Sayısal sonuçlardan elde edilen hız profillerindeki jet bölgesi, bu kesitte deneysel verilere göre daha basık bir yapıdadır. Diğer kesitlerde %10'un altında olan hata oranı, jet içerisinde maksimum hızın olduğu konumda %24'lere kadar çıkmıştır.

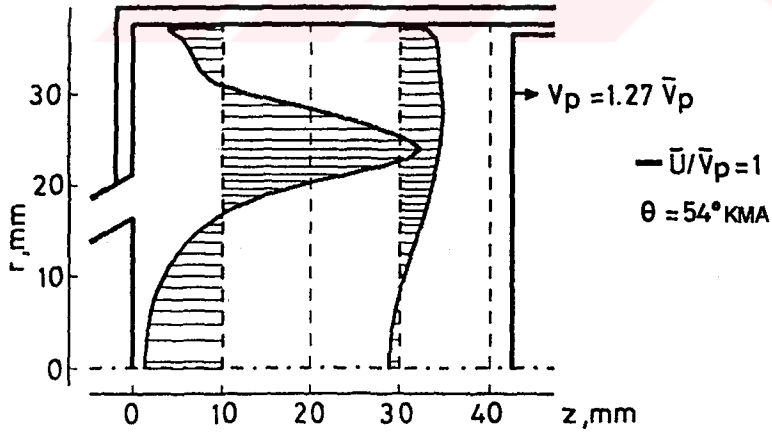
90° KMA'da hız profilleri karakter olarak iyi sayılabilecek düzeydedir. Burada da hata oranının en büyük olduğu yer, silindir kafası ile piston tablası arasındaki orta bölgelere denk gelmektedir. Fakat hata oranının en büyük olduğu 30 mm'deki kesitte, jet bölgesinin radyal doğrultudaki konumu Gosman ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmadan daha iyi çıkmıştır. 10 mm'deki kesitte hata oranı %10 düzeylerinde iken, bu oran orta bölgelerde %60'lara kadar çıkmakta ve piston tablası yakınlarında tekrar % 50'lerin altına düşmektedir.

144° KMA'nda, 10 mm'deki kesitte eksen yakınlarındaki ve silindir duvarı yakınlarındaki geri dönüş hızlarında oluşan hata oranı %18'ler mertebesinde iken, jet ucunda %35'lere kadar çıkmaktadır. 50 ve 70 mm'deki kesitlerde de hata oranı düşüktür ve karakteristik olarak deneysel verilerle uyum içerisindedir. Ancak 30 mm'deki kesitte, yapısal olarak deneysel verilere uymakla birlikte hata oranı oldukça yüksek çıkmıştır.

Hız profilleri genel olarak değerlendirildiğinde, akış yapısının karakterini yansıtmaları bakımından oldukça önemli bilgiler verdikleri görülür. Fakat hata oranları, özellikle aksenal

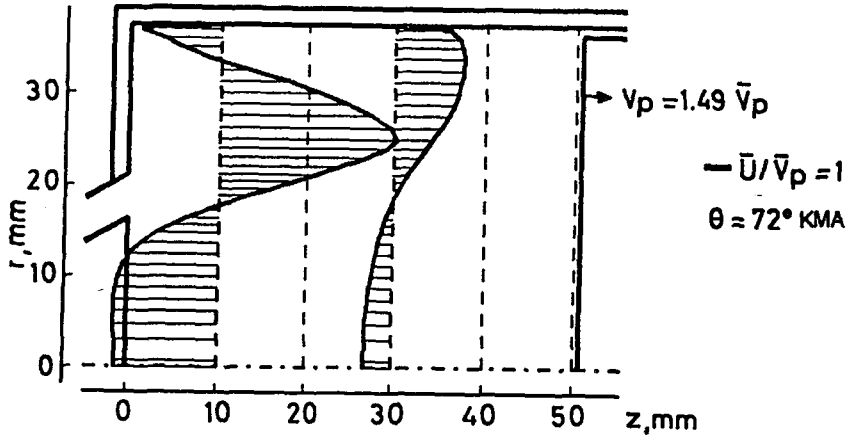


a)

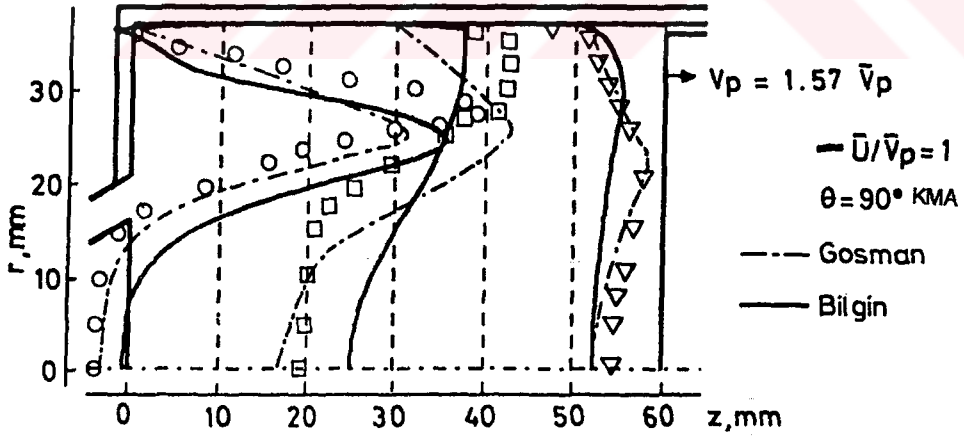


b)

Şekil 5.3 Türbülanslı akış için ($n=200$ d/dk), emme stroku boyunca çeşitli krank mili açılarındaki hız profilleri.

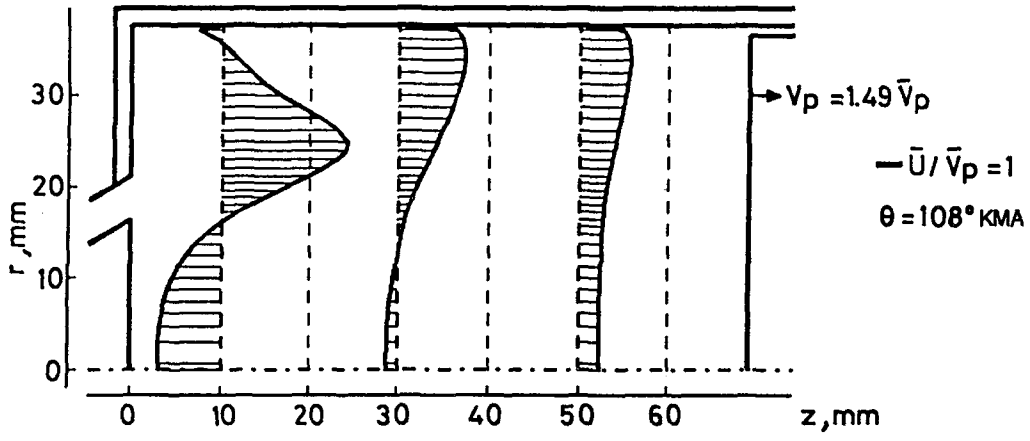


c)

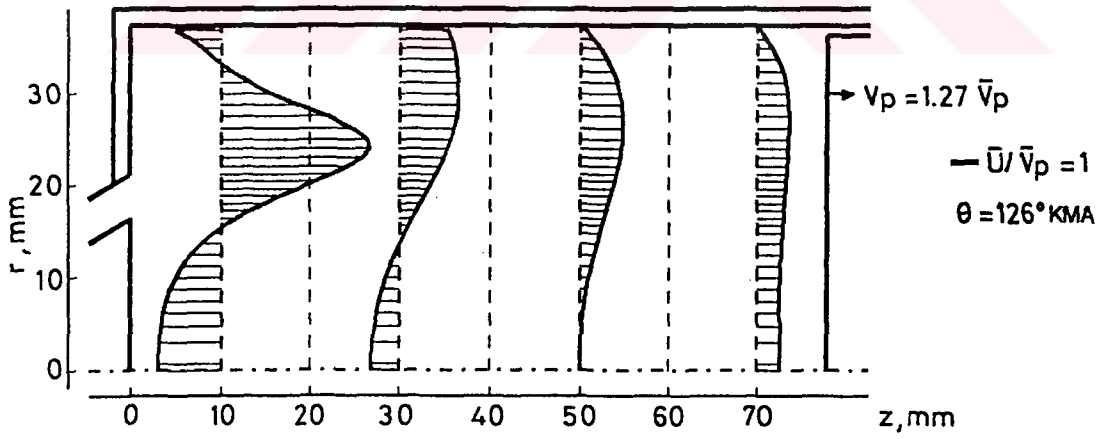


d)

Şekil 5.3 (devamı).

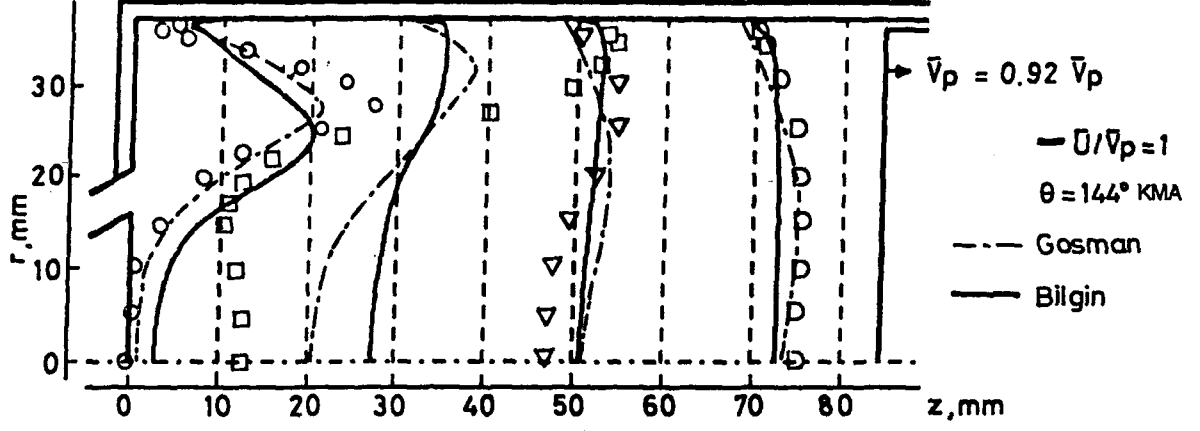


e)



f)

Şekil 5.3 (devamı).



g)

Şekil 5.3 (devamı).

doğrultuda orta bölgelerde yüksek çıkmaktadır. Gosman ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmada da benzer sonuçlara ulaşılmıştır.

Hataların ortaya çıkmasındaki en büyük etkenin girişteki sınır koşullarından kaynaklandığı tahmin edilmektedir. Bunun yanında türbülans modellemesindeki yaklaşımlardan doğan hatalar ve sayısal çözümdeki kesme hataları da, hata mertebesinin yükselmesinde etken olmuştur.



5.3.3 Türbülans Şiddeti

Şekil 5.4'te $u^* = u' / \bar{V}_{pis} = \sqrt{2k/3} / \bar{V}_{pis}$ şeklinde \bar{V}_{pis} ortalama piston hızı ile normalize edilmiş olan u' türbülans şiddetinin çeşitli krank mili açılarında, çeşitli aksenal kesitlerde radyal doğrultudaki değişimi görülmektedir.

Yukarıda da belirtildiği gibi, emme strokunun başlangıcında ($\theta = 36^\circ$) oluşan emme jeti, kendi kayma tabakaları arasında yüksek şiddette türbülans üretimine neden olmaktadır. Üretilen türbülans silindir içerisinde diğer bölgelere taşınarak, tüm silindir içerisindeki türbülansın karakterini belirlemede etkili olmaktadır.

Emme strokunun henüz başlarında oluşan bu yapı (Şekil 5.4a), emme strokunun sonlarına kadar (Şekil 5.4b-g) genel yapısını koruyarak yavaş bir değişim göstermektedir.

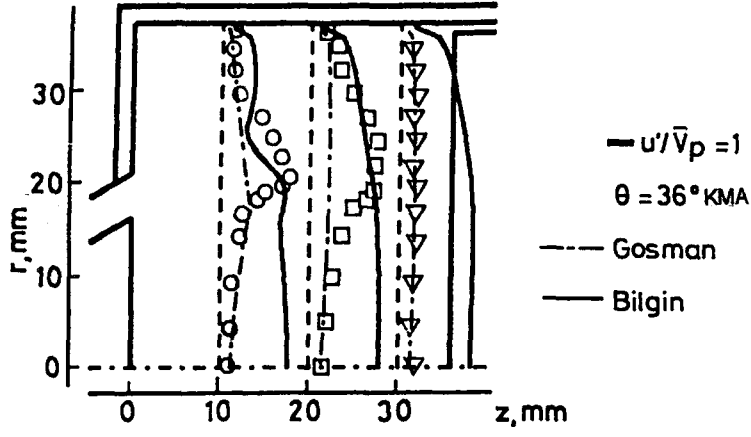
Emme strokunun ortalarına ($\theta = 90^\circ$) doğru emme jetinin hızının artması ve ana girdabın şiddetinin yükselmesi, jetin silindir duvarına hücumunun artmasına neden olmaktadır. Bunun sonucunda silindir duvarı yakınlarında türbülans şiddetinde belirgin bir yükselme oluşmaktadır (Şekil 5.4d).

Emme strokunun sonlarında ($\theta = 144^\circ$) jet hızındaki ani düşüş, momentum ve türbülans üretiminin ana kaynağını ortadan kaldırmakta ve türbülans şiddetinin azalmasına neden olmaktadır. Akış durulmaya eğilim gösterirken, silindir içerisindeki türbülans alanı yaklaşık olarak homojen bir yapıya dönüşmektedir.

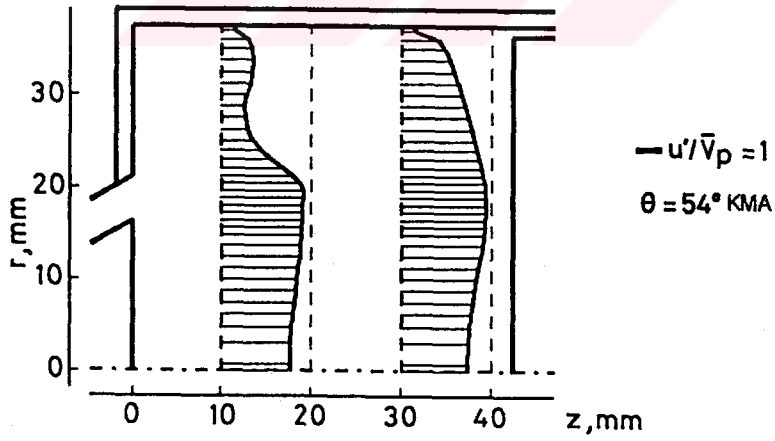
Sayısal sonuçlarla deneysel veriler karşılaştırıldığında; 36° krank mili açısında eksen yakınlarında sayısal sonuçlarla ölçümler arasındaki uyum iyi olmamasına karşın, silindir duvarına yaklaştıkça belirli bir iyileşme olduğu görülür. Özellikle girişe yakın bölgede, jet bölgesindeki türbülans şiddeti değerleri için elde edilen sonuçların, Gosman ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmadan elde edilen sonuçlara oranla daha iyi olduğu söylenebilir.

90° krank mili açısında sayısal çalışmalardan elde edilen eğriler, karakteristikleri bakımından birbirlerine benzemektedir. Sunulan çalışmadan elde edilen türbülans şiddeti değerleri, Gosman ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmadan elde edilen sonuçlardan daha yüksek çıkmıştır. Bu durum; silindir duvarı yakınlarında sunulan çalışmadan elde edilen sonuçların, eksen yakınlarında ise Gosman ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmadan elde edilen sonuçların ölçüm değerlerine daha yakın olmasını sağlamıştır.

144° krank mili açısında, orta kesitlerde ölçüm sonuçları ve sayısal sonuçlar arasındaki uyumun iyi sayılamayacak düzeyde olmasına karşılık, girişe yakın kesitlerde ve piston tablası yakınlarında daha iyi sonuçlar elde edilmiştir.

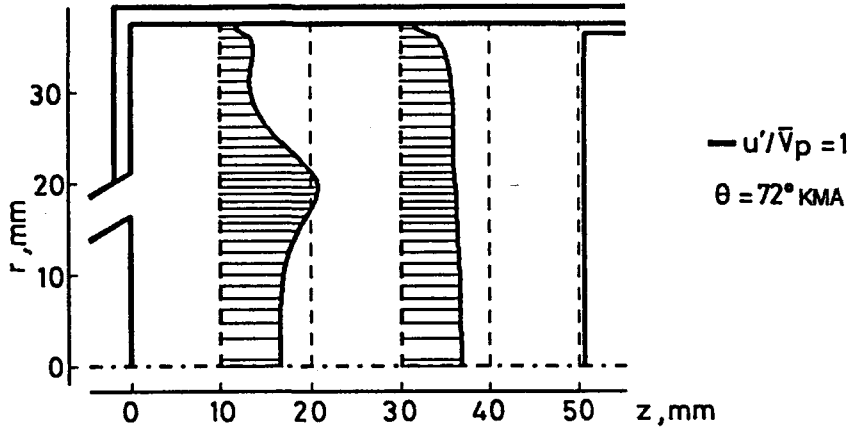


a)

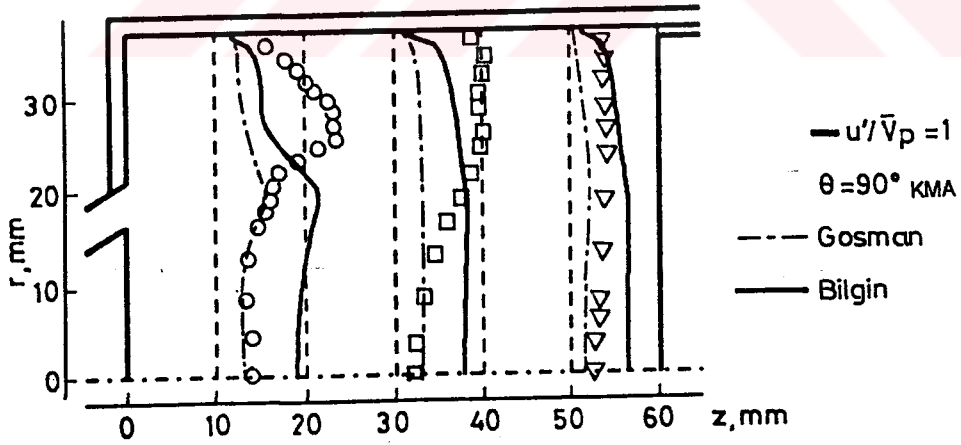


b)

Şekil 5.4 Türbülanslı akış için ($n=200 \text{ d/dk}$), emme stroku boyunca çeşitli krank mili açılarındaki türbülans şiddeti profilleri.

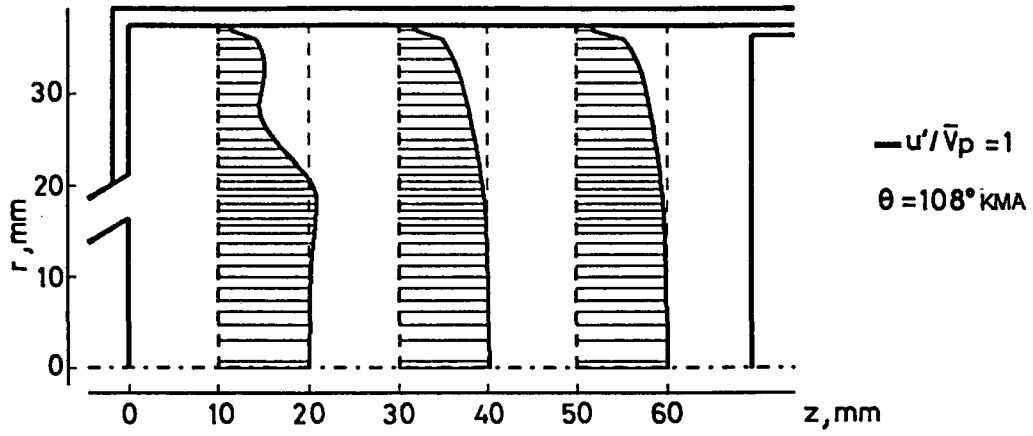


c)

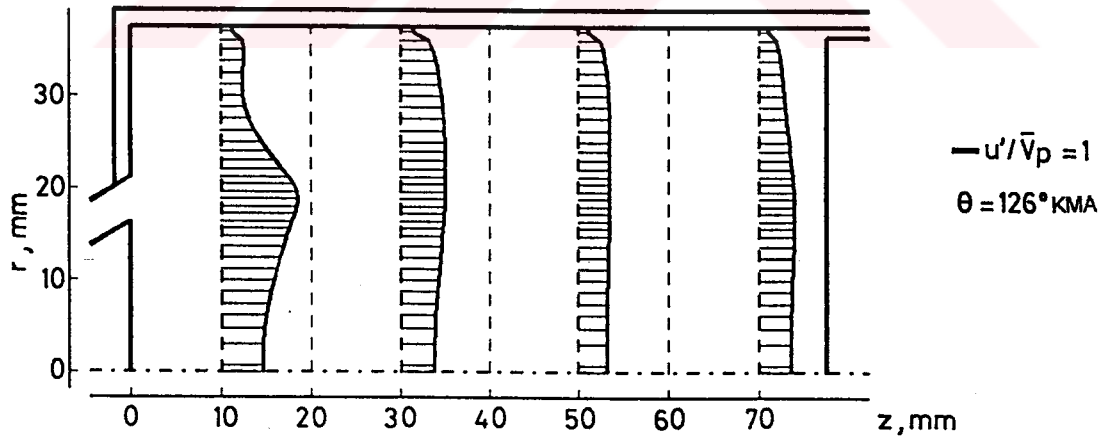


d)

Şekil 5.4 (devamı).

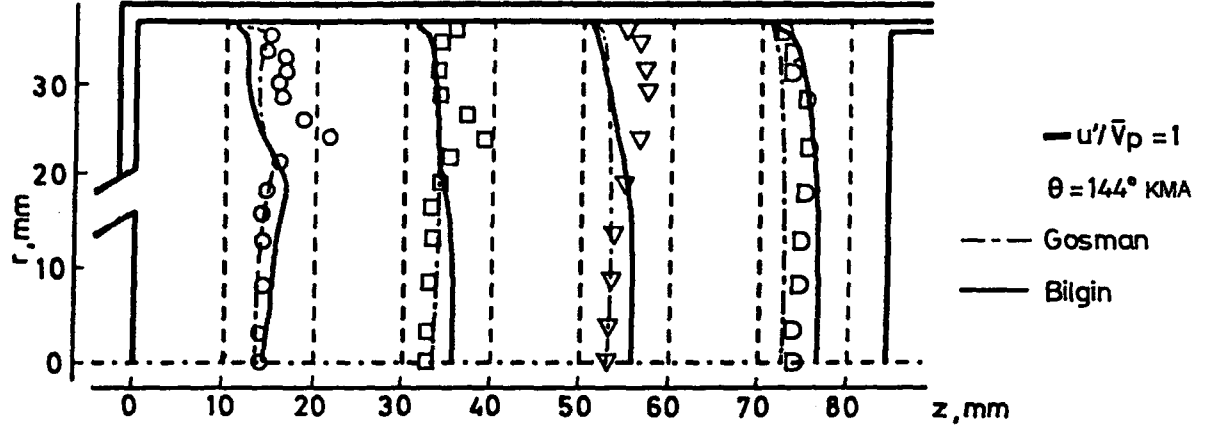


e)



f)

Şekil 5.4 (devamı).



g)

Şekil 5.4 (devamı).

5.3.4 Yutulma Uzunluk Skalası

Şekil 5.5'te D silindir çapı ile normalize edilmiş olan $l^* = l/D = c_\mu^{3/4} k^{3/2} / \epsilon / D$ yutulma uzunluk skalasının, emme stroku boyunca çeşitli krank mili açılarında eksen boyunca çeşitli kesitlerdeki dağılımı görülmektedir.

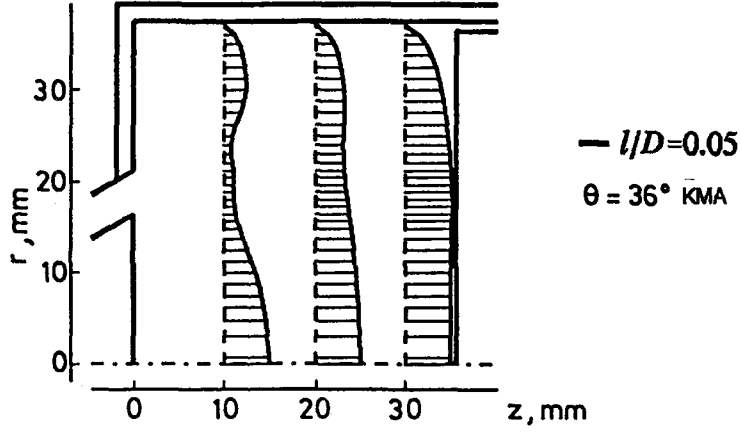
Şekillerden de görüldüğü gibi yutulma uzunluk skalası emme stroku boyunca jet bölgesinde yaklaşık olarak sabit bir düzeyde kalmaktadır. Emme jeti bölgesinde, supap geçiş alanı ile belirlenen uzunluk skalasının mertebesi 0.01-0.03 düzeylerinde olmaktadır.

Jet bölgesi dışında uzunluk skalasının belirlenmesinde ise artık silindir geometrisi etkindir ve bu bölgede yutulma uzunluk skalasının mertebesinde belirgin bir artış sözkonusu olmaktadır.

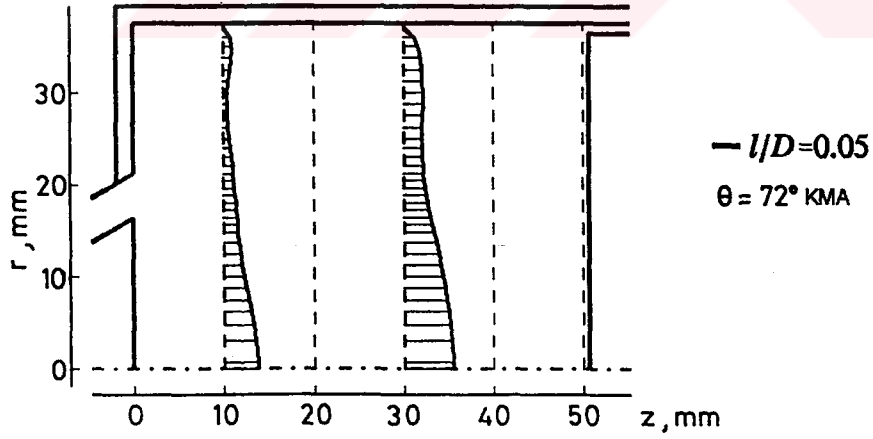
Emme strokunun ortalarına doğru ($\theta = 90^\circ$) emme jetinin hızının artmasıyla, silindir içerisindeki uzunluk skalasının dağılımında genel olarak bir azalma gözlenmektedir.

Emme strokunun sonlarına doğru ($\theta = 144^\circ$) silindir içerisindeki akış hızının düşmesi ile birlikte yeniden uzunluk skalasında bir artış ortaya çıkmaktadır.

Türbülansın yapısını incelemeye önemli bir parametre olan uzunluk skalasının emme stroku boyunca dağılımının, genel olarak akış bölgesindeki hız dağılımıyla ve türbülans şiddeti dağılımıyla uyumlu olduğu görülmektedir.

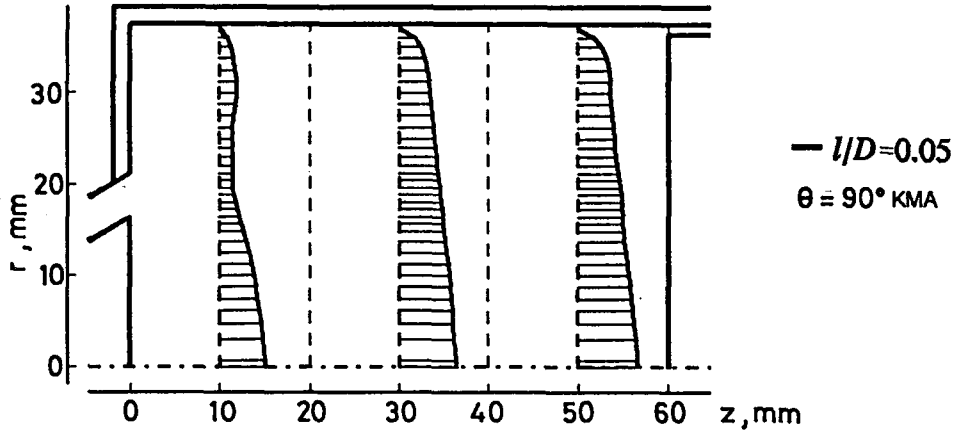


a)

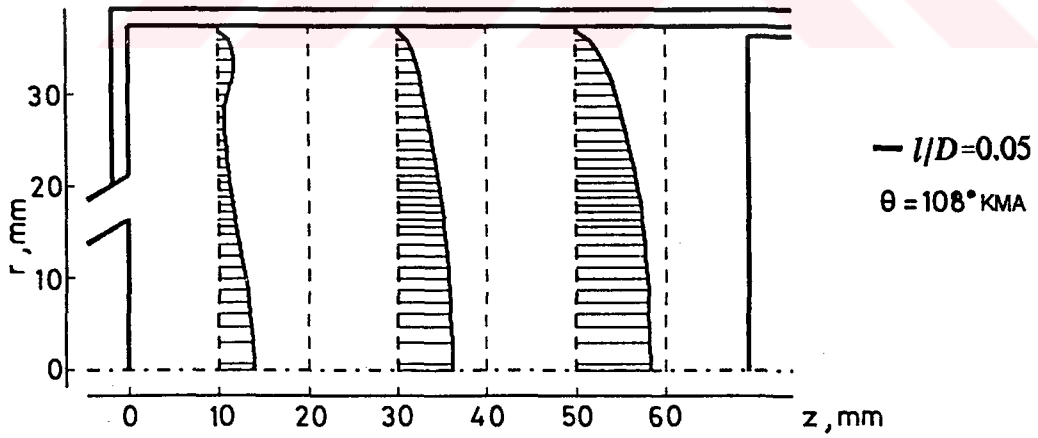


b)

Şekil 5.5 Türbülanslı akış için ($n=200$ d/dk), emme stroku boyunca çeşitli krank mili açılarındaki yutulma uzunluk skalası profilleri.

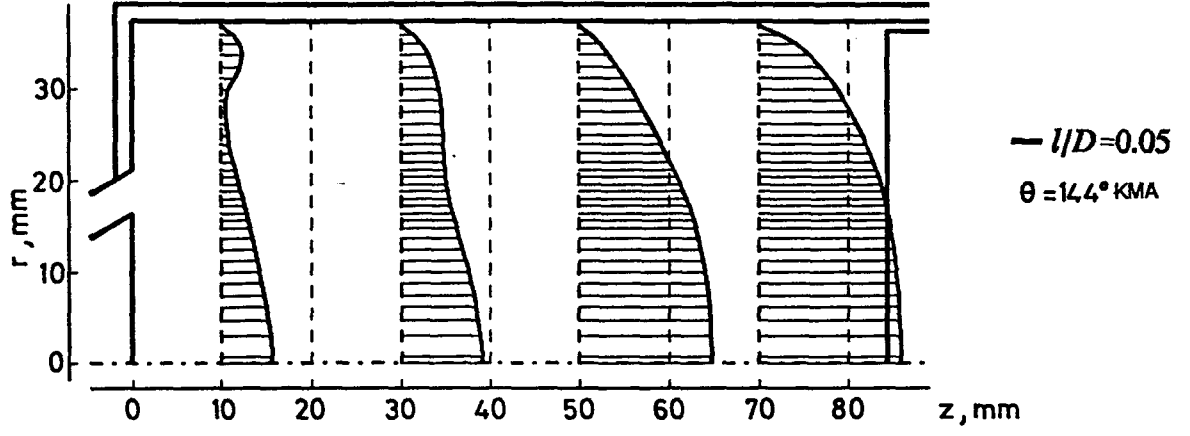


c)



d)

Şekil 5.5 (devamı).



e)

Şekil 5.5 (devamı).

5.3.5 Yutulma Zaman Skalası

Şekil 5.6'da yutulma zaman skalasının emme stroku boyunca değişimi görülmektedir. Eksen boyunca çeşitli kesitlerde verilen profillerde $\tau_d = k/e$ yutulma zaman skalası $T_{cycle} = 60/n$ çevrim periyodu ile normalize edilmiş durumdadır.

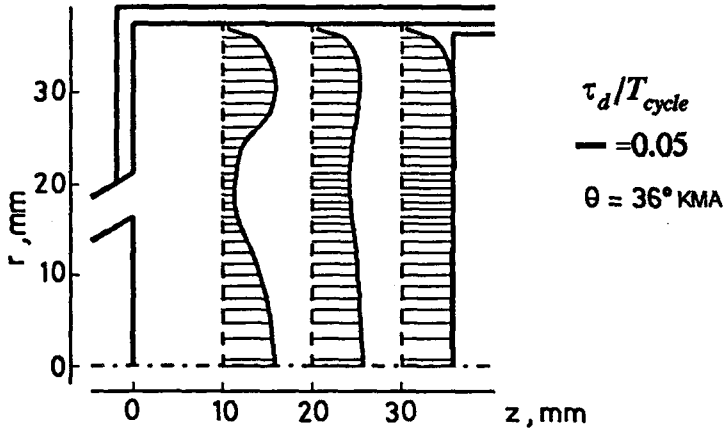
τ_d^* 'nin emme stroku boyunca silindir içerisindeki dağılımının u' ve l ile uyumlu olduğu görülmektedir.

Yutulma zaman skalası profillerinin genel yapısı uzunluk skalasına benzemektedir. Emme jeti içerisinde zaman skalasının değeri $\tau_d \approx 10^{-2} T_{cycle}$ mertebelerindedir. Bu da yaklaşık olarak 3.6° KMA'na karşılık gelmektedir.

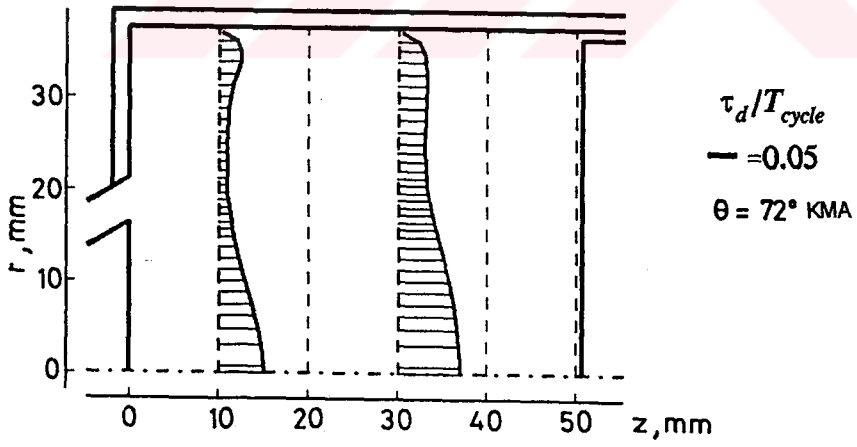
Silindir eksenine ve piston tablasına yaklaşıldıkça yutulma zaman skalasında belirgin bir artış olmaktadır.

Emme strokunun ortalarına doğru ($\theta = 90^\circ$) emme jetinin hızındaki artış nedeniyle, uzunluk skalasında olduğu gibi, yutulma zaman skalasında da genel olarak bir düşüş görülmektedir.

Yine uzunluk skalasına benzer şekilde emme strokunun sonlarına doğru ($\theta = 144^\circ$) emme jetinin hızındaki azalmayla birlikte τ_d yutulma zaman skalasında belirgin bir artış olmaktadır.

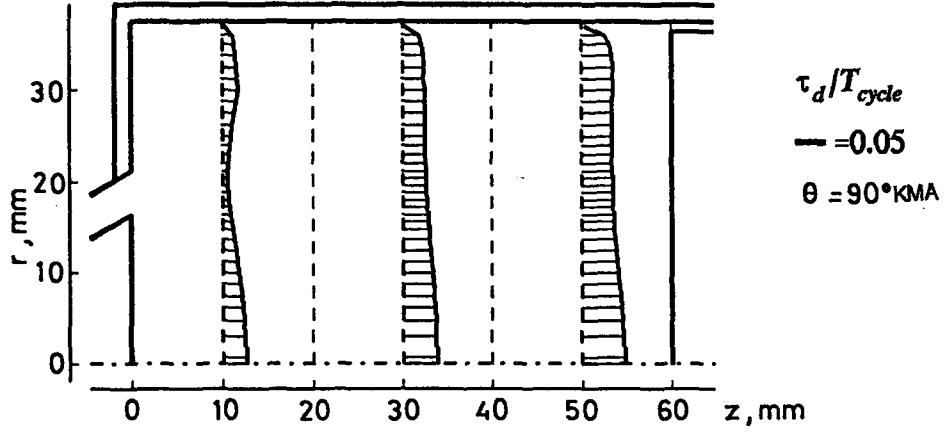


a)

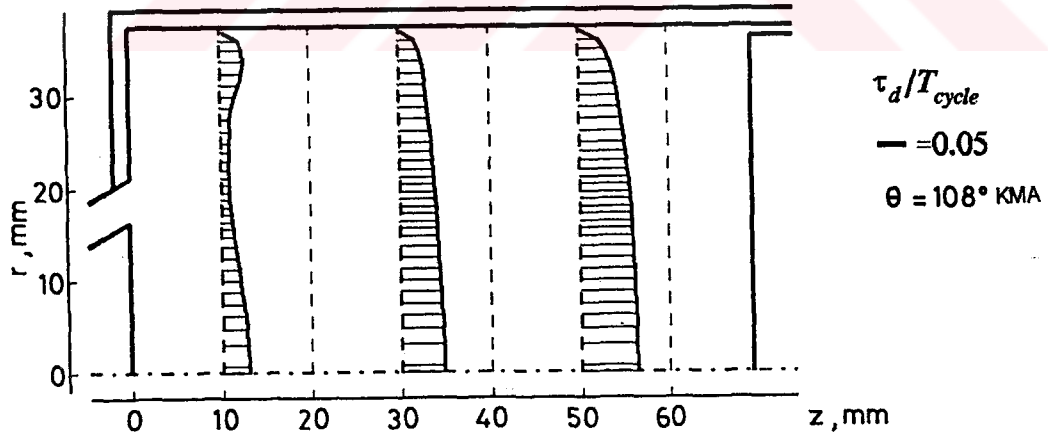


b)

Şekil 5.6 Türbülanslı akış için ($n=200 \text{ d/dk}$), emme stroku boyunca çeşitli krank mili açılarındaki yutulma zaman skalası profilleri.

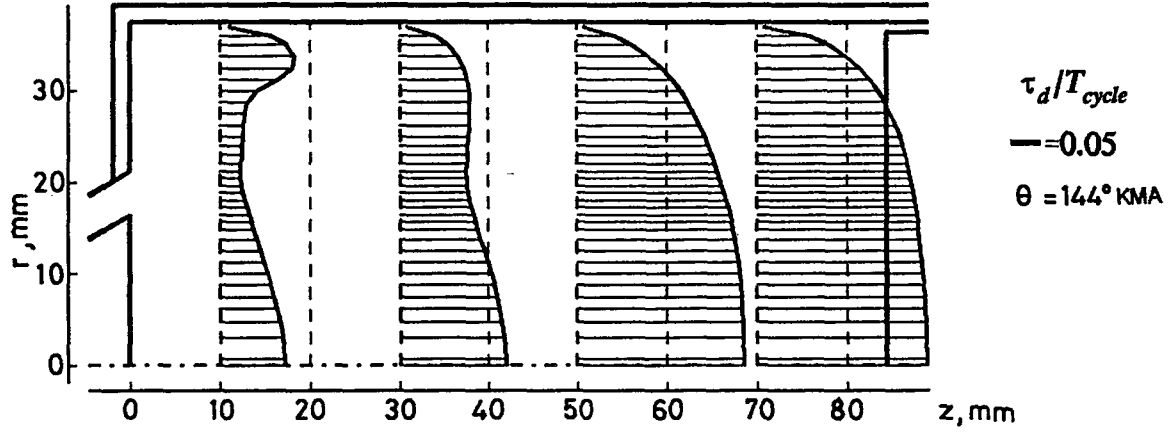


c)



d)

Şekil 5.6 (devamı).



e)

Şekil 5.6 (devamı).

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Sunulan çalışmadan elde edilen genel sonuçlar aşağıdaki gibi sıralanabilir:

1) Gerek laminer akış, gerekse türbülanslı akış durumlarında emme stroku boyunca silindir içerisindeki akışın yapısı, emme strokunun hemen başlangıcında oluşan emme jeti tarafından belirlenmektedir. Bu nedenle emme sisteminin yapısı, silindir içerisindeki akışın yapısal karakteri bakımından büyük önem taşımaktadır.

2) Silindir içerisindeki türbülans, emme jetinin kayma tabakaları arasında üretilmekte ve üretilen bu türbülans akış içerisindeki diğer bölgelere taşınmaktadır. Emme strokunun sonlarına doğru akış hızının düşmesiyle birlikte, silindir içerisindeki türbülansın şiddeti azalmakta ve yaklaşık olarak homojen bir yapıya dönüşmektedir.

3) Emme jeti içerisindeki uzunluk skalasının değeri supap geometrisi tarafından belirlenmekte ve emme stroku boyunca çok az miktarda değişmektedir. Diğer bölgelerde ise yanma odasının geometrisi uzunluk skalasının mertebesinde etkili olmaktadır.

4) Yutulma zaman skalasının dağılımı genel olarak yutulma uzunluk skalasının dağılımına benzer bir yapı göstermektedir. Emme jetinin hızının maksimum olduğu emme stroku ortalarına doğru yutulma zaman skalası en düşük düzeylerde olmakta; emme strokunun sonlarına doğru ise silindir içerisindeki hızların düşmesiyle birlikte τ_d yutulma zaman skalasında belirgin bir artış gözlenmektedir.

5) İçten yanmalı motorlarda silindir içerisindeki akışların hesaplanmasında sonlu kontrol hacmi yöntemini ve SIMPLE algoritmasını kullanarak, deneysel verilerle uyum sağlayan sayısal çözümler elde etmek olanaklıdır.

6) Standart $k-\epsilon$ türbülans modeli, sıkıştırılmaz olarak kabul edilebilen emme stroku boyunca akışın sayısal olarak incelenmesinde başarıyla uygulanabilmektedir. Ancak diğer strokların da hesaba sokulması durumunda ve yüksek devirlerde, türbülans modelinde çeşitli modifikasyonların yapılması gerekebilir.

7) Genelde bu tür problemlerin sayısal analizinde homojen ve izotropik türbülans varsayımları yapılmaktadır. Gerçekte türbülansın yapısı homojen ve izotropik olmayabilir. Bu nedenle matematiksel modellerin, akışın bütün yapısını daha iyi yansıtabilecek şekilde geliştirilmesi gerekmektedir.

8) Akış alanındaki bazı bölgelerde, sunulan çalışmadan elde edilen hata oranları yüksek

çıkmakla birlikte; sayısal sonuçlar genel olarak değerlendirildiğinde, silindir içerisindeki akışın yapısı ve türbülansın karakteristik değerleri bakımından önemli bilgilerin edinilmesini sağladığı görülebilir. Bu bakımdan sunulan sayısal çalışmanın ileriye dönük olarak ümit verici olduğu söylenebilir.

9) Emme girişindeki sınır koşulları tam doğru olarak elde edilemediğinden, bazı yaklaşımlarla belirlenmeye çalışılmıştır. Sayısal sonuçlarda ortaya çıkan hataların, büyük ölçüde, sınır koşullarında yapılan ve gerçeği tam olarak yansıtmayan bu yaklaşımlardan kaynaklandığı düşünülmektedir. Bunun yanında, yukarıda kısaca sözü edilen türbülans modellemesindeki yetersizlikler ve kesme hataları da toplam hata oranının büyümesinde rol oynamışlardır.

10) Gerek elde edilen sonuçların iyileştirilmesi, gerekse daha karmaşık geometriye sahip gerçek motor yanma odalarındaki üç boyutlu akışın modellenmesi amacıyla yönelik olarak ileride, sunulan çalışmanın devamı niteliğinde, başka çalışmalar yapılabilir.

11) Özellikle emme subabı çevresindeki sınır koşulları için daha gerçekçi verilerin elde edilmesi ve kullanılması; $k-\epsilon$ türbülans modelinin sıkıştırılabilirliğin etkisini de içerecek şekilde geliştirilmesiyle sıkıştırma strokunun da programa katılması; bunun yanında farklı türbülans modellerinin ve ayrıklaştırma yöntemlerinin de denenerek sonuçların karşılaştırılması, ileride yapılabilecek olan söz konusu çalışmalardan sadece bazılarıdır.

7. KAYNAKLAR

1. Rask, R.B., Laser-Doppler Anemometry Measurements in an Internal Combustion Engine, SAE Paper 790094, 1979.
2. Witze, P.O., Measurements of the Spatial Distribution and Engine Speed Dependence of Turbulent Air Motion in an IC Engine, SAE Paper 770220, 1977.
3. Lancaster, D.R., Effects of Engine Variables on Turbulence in a Spark-Ignition Engine, SAE Paper 760159, 1976.
4. Hinze, P.O., Turbulence, 2nd edition, McGraw-Hill, New York, 1975.
5. Schlichting, H., Boundary Layer Theory, 6th edition, McGraw-Hill, New York, 1968.
6. Cebeci, T., and Smith, A.M.O., Analysis of Turbulent Boundary Layers, Academic Press, New York, 1974.
7. Launder, B.E., and Spalding, D.B., Lectures in Mathematical Models of Turbulence, Academic Press, London, 1972.
8. A-Befrui, B., and Gosman, A.D., Assessment of Variants of the $k-\epsilon$ Turbulence Model for Engine Flow Applications, Int. J. Num. Methods in Fluids, **9**,(1989) 1073-1086.
9. Baydar, E., Engel Etrafindaki Laminer ve Türbülanslı Akışların Sayısal ve Deneysel İncelenmesi, Doktora Tezi, K.T.Ü. Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Trabzon, 1991.
10. Genceli, O.F., Laser Anemometresi, İ.T.Ü. Kütüphanesi, Sayı 1048, 1976.
11. Gosman, A.D., Melling, A., Whitelaw, J.H., and Watkins, A.P., Axisymmetric Flow in a Motored Reciprocating Engine, Proc. I. Mech. E., **192**, (1978) 213-223.
12. Arıcı, M.E., Numerical Prediction of Mixing Process in a Methane Fueled Engine, PhD Dissertation, Texac Tech. University, Lubback TX, 1993.
13. Gosman, A.D., and Johns, R.J.R., Development of a Predictive Tool for In-Cylinder Gas Motion in Engines, SAE Paper 780315, 1978.
14. Gosman, A.D., and Johns, R.J.R., Computer Analysis of Fuel-Air Mixing in Direct-Injection Engines, SAE Paper 800091, 1980.
15. Gosman, A.D., Johns, R.J.R., and Watkins, A.P., Development of Prediction Methods for In-Cylinder Process in Reciprocating Engines, Combustion Modelling in Reciprocating Engines, eds. J.N. Mattavi and C.A. Amann, Plenum Press, New York, 1980.
16. A-Befrui, B., Gosman, A.D., Lockwood, F.C., and Watkins, A.P., Multi-Dimensional Calculation of Combustion in an Idealised Homogenous Charge Engine, SAE Paper 810151, 1981.

17. Markatos, N.C., and Mukerjee, T., Three-Dimensional Computer Analysis of Flow and Combustion in Automotive Internal Combustion Engines, Trans. IMACS, **23**, 4 (1981) 354-366.
18. Gosman, A.D., and Harvey, P.S., Computer Analysis of Fuel-Air Mixing and Combustion in an Axisymmetric DI Engine, SAE Paper 820036, 1982.
19. Grasso, F., and Bracco, F.V., Computed and Measured Turbulence in Axisymmetric Reciprocating Engines, AIAA Journal, **21**, 4 (1983) 601-607.
20. Gosman, A.D., Tsi, Y.Y., and Watkins, A.P., Calculation of Three-Dimensional Air Motion in Motored Engines, SAE Paper 840229, 1984.
21. A-Befrui, B., Gosman, A.D., and Watkins, A.P., Prediction of In-Cylinder Flow and Turbulence with Three Versions of $k-\epsilon$ Turbulence Model and Comparison with Data, Flows in Internal Combustion Engines - II, ed. T. Uzkan, ASME, (1984) 27-38.
22. A-Befrui, B., Analysis of Flow Evolution in the Cylinders of Motored Reciprocating Engines, PhD Thesis, University of London, 1985.
23. Kordoh, T., Fukumoto, A., Ohsawa, K., and Ohkubo, Y., An Assessment of a Multi-Dimensional Numerical Method to Predict the Flow in Internal Combustion Engines, SAE Paper 850500, 1985.
24. Hirt, C.W., Amsden, A.A., and Cook, J.L., An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computing Method for All Flow Speeds, J. Comp. Phys., **14**, 3 (1974) 227-253.
25. El Tahry, S., Application of a Reynolds Stress Model to Engine-Like Flow Calculations, J. Fluids Engng., **107**, (1985) 444-450.
26. Amsden, A.A., Butler, T.D., O'Ruke, P.J., and Ramshaw, J.D., KIVA- A Comprehensive Model for 2-D and 3-D Engine Simulations, SAE Paper 850554, 1985.
27. Brandstatter, W., Johns, R.J.R., and Wigley, G., The Effect of Inlet Port Geometry on In-Cylinder Flow Structure, SAE Paper 850499, 1985.
28. Wakisaka, T., Shimamoto, Y., and Isshiki, Y., Three-Dimensional Numerical Analysis of In-Cylinder Flow in Reciprocating Engines, SAE Paper 860464, 1986.
29. Wakisaka, T., Shimamoto, Y., Isshiki, Y., and Shibata, T., Numerical Simulation of Gas Floes in the Cylinders of Four-Stroke Cycle Engines, Bulletin of JSME, **29**, 258 (1986) 4276-4284.
30. Deadroff, J.W., A Numerical Study of Three-Dimensional Turbulent Channel Flow at Large Reynolds Numbers, J. Fluid Mech., **41**, (1970) 453-480.
31. Patankar, S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw-Hill, New York, 1980.
32. Yamada, T., Inoue, T., Yoshimatsu, A., Hiramatsu, T., and Konishi, M., In-Cylinder Gas Motion of Multivalve Engine, Three Dimensional Numerical Simulation, SAE Paper 860465, 1986.
33. Shah, P., and Markatos, N.C., Computer Simulation of Turbulence in Internal Combustion Engines, Int. J. Num. Methods in Fluids, **7**, (1987) 927-952.

34. Shah, P., Markatos, N.C., and Glynn, D.R., On Variable Grids for Modelling Flow in Reciprocating Engines, Int. J. Num. Methods in Fluids, **8**, (1988) 643-657.
35. A-Befrui, B., Gosman, A.D., Issa, R.I., and Watkins, A.P., EPISO- An Implicit Non-Iterative Solution Procedure for the Calculation of Flows in Reciprocating Engine Chambers, Comp. Meth. Appl. Mech. Engng., **79**, (1990) 249-279.
36. Issa, R.I., Solution of the Implicitly Discretised Fluid Flow Equations by Operator Splitting, J. Comp. Phys., **62**, (1986) 40-65.
37. Taghavi, R., Dupont, A., and Dupont, J.F., Aerodynamic and Thermal Analysis of an Engine Cylinder Head, Using Numerical Flow Simulation, ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, **112**, (1990) 335-340.
38. Patankar, S.V., and Spalding, D.B., A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Tree-Dimensional Parabolic Flows, Int. J. Heat and Mass Transfer, **15**, (1972) 1787-1806.
39. Ramos, J.I., Internal Combustion Engine Modeling, Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1989.
40. Bilger, R.W., A Note on Favre Averaging in Variable Density Flows, Comb. Sci. Tech., **11**, (1975) 215-217.
41. Bradshaw, P., Cebeci, T., and Whitelaw, J.H., Engineering Calculation Methods for Turbulent Flows, Academic Press, London, 1981.
42. Amsden, D.A., Tannehill, J.C., and Pletcher, R.H., Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1984.
43. Launder, B.E., and Spalding, D.B., The Numerical Computation of Turbulent Flow, Comp. Meth. Appl. Mech. and Engng., **3**, (1974) 269-289.
44. Clark, R.A., Ferziger, J.H., and Reynolds, W.C., Evaluation of Subgrid-Scale Models Using an Accurately Simulated Turbulent Flow, J. Fluid Mech., **91**, 1 (1979) 1-16.
45. Deadroff, J.W. The Use of Subgrid Turbulence Equations in a Three-Dimensional Model of Atmospheric Turbulence, J. Fluids Engng., **95**, (1973) 429-438.
46. Schumann, U., Subgrid Scale Model for Finite Difference Simulation of Turbulent Flows in Plane Channels and Annuli, J. Comp. Phys., **18**, 4 (1975) 376-404.
47. El Tahry, S.H., $k-\epsilon$ Equation for Compressible Reciprocating Engine Flows, AIAA Journal of Energy, **7**, 4 (1983) 345-353.
48. Tagavi, R., and Dupont, A., Investigation of the Effect of Inlet Port on The Flow in a Combustion Chamber Using Multidimensional Modelling, ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, **111**, (1989) 479-484.
49. Jones, W.P., and Launder, B.E., The Prediction of Laminarisation with a Two-Equation Model of Turbulence, Int. J. Heat Mass Trans., **15**, (1972) 301-314.

50. A-Befrui, B., Arcoumanis, C., Bicen, A.F., Gosman, A.D., Jahanbakhsh, A., and Whitelaw J.H., Calculation and Measurements of the Flow in a Motored Engine and Implications for Open-Chamber Direct-Injection Engines, Proc. ASME Symp. on Three-Dimensional Turbulent Shear Flows, St. Louis, 1982.
51. Raithby, G.D., A Critical Evaluation of Upstream Differencing Applied to Problems Involving Fluid Flow, Comp. Meth. Appl. Mech. Engng., **9**, (1976) 75-103.
52. Koo, H.-M., and Park, S.O., Prediction of Turbulent Offset Jet Flows with an Assessment of Quicker Scheme, Int. J. Num. Methods in Fluids, **15**, (1992) 355-372.
53. Leonard, B.P., A Stable and Accurate Convective Modelling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation, Comp. Meth. Appl. Mech. Engng., **19**, (1979) 59-98.
54. Pollard, A., Siu, A.L.-W., The Calculation of Some Laminar Flow Using Various Discretisation Schemes, Comp. Meth. Appl. Mech. Engng., **35**, (1982) 293-313.
55. Raithby, G.D., Skew Upstream Differencing Schemes for Problems Involving Fluid Flow, Comp. Meth. Appl. Mech. Engng., **9**, (1976) 153-164.
56. Leschziner, M.A., Practical Evaluation of Three Finite Difference Schemes for the Computation of Steady-State Recirculating Flows, Comp. Meth. Appl. Mech. Engng., **23**, (1980) 293-312.
57. Han, T., Humphrey, J.A.C., and Launder, B.E., A Comparison of Hybrid and Quadratic -Upstream Differencing in High Reynolds Number Elliptic Flows, Comp. Meth. Appl. Mech. Engng., **29**, (1981) 81-95.
58. Patel, M.K., and Markatos, N.C., An Evaluation of Eight Discretisation Schemes for Two-Dimensional Convection-Diffusion Equations, Int. J. Num. Methods in Fluids, **6**, (1986) 129-154.
59. Chang, K.C., Chen, C.S., and Uang, C.I., A Hybrid $k-\epsilon$ Turbulence Model of Recirculating Flow, Int. J. Num. Methods in Fluids, **12**, (1991) 369-382.
60. Ekcihan, A., and Hoult, D.P., Flow Visualisation Study of the Intake Process of an Internal Combustion Engine, SAE Paper 790095, 1979.
61. Morse, A.P., Whitelaw, J.H., and Yianneskis, M., The Flow Characteristics of a Piston-Cylinder Assembly with an Off-Centre Open Port, Proc. I. Mech. E., **194**, 31 (1980) 291-299.
62. Arcoumanis, C., Bicen, A.F., Vafidis, C., and Whitelaw, J.H., Three-Dimensional Flow Field in Four-Stroke Model Engines, SAE Paper 841360, 1984.

8. EKLER

Ek 1. Koordinat Dönüşümü

(3.35) eşitliği ile verilen genel transport denklemi, aynı türevleri içeren terimler bir araya toplanarak,

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial z} [\rho U \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial z}] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r \rho V \phi - r \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial r}] = S_{\phi(r,z)} \quad (E.1)$$

şeklinde gruplandırılabilir. (E.1) denkleminin sol tarafına $(1/z_{pis}) (\rho \phi U_{pis})$ terimi eklenip çıkarılırsa

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{1}{z_{pis}} \rho \phi U_{pis} \\ & \text{I} \\ & + \frac{\partial}{\partial z} [\rho U \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial z}] - \frac{1}{z_{pis}} \rho \phi U_{pis} \\ & \text{II} \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r \rho V \phi - r \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial r}] = S_{\phi(r,z)} \quad (E.2) \\ & \text{III} \qquad \text{IV} \end{aligned}$$

elde edilir. Numaralandırılmış terimler tek tek ele alınarak koordinat dönüşümü yapılırsa:

$$\text{I} = \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{1}{z_{pis}} \rho \phi U_{pis}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho \phi) \frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{1}{z_{pis}} \rho \phi U_{pis} \\
&= \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho \phi) \frac{\partial \xi}{\partial z_{pis}} \frac{\partial z_{pis}}{\partial t} + \frac{1}{z_{pis}} \rho \phi U_{pis} \\
&= \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho \phi) \left(-\frac{\xi}{z_{pis}} \right) U_{pis} + \frac{1}{z_{pis}} \rho \phi \frac{\partial z_{pis}}{\partial t}
\end{aligned}$$

bulunur. Sağ taraftaki birinci ve üçüncü terimler $1/z_{pis}$ parantezine alınarak işleme devam edilirse

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{z_{pis}} \left[z_{pis} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \rho \phi \frac{\partial z_{pis}}{\partial t} \right] - \frac{\xi}{z_{pis}} U_{pis} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho \phi) \\
&= \frac{1}{z_{pis}} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi z_{pis}) \right] - \frac{\xi}{z_{pis}} U_{pis} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho \phi) \tag{E.3}
\end{aligned}$$

elde edilir. Benzer şekilde II terimi için

$$\begin{aligned}
\Pi &= \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho U \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] - \frac{1}{z_{pis}} \rho \phi U_{pis} \\
&= \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho U \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] - \frac{\partial \xi}{\partial z} \rho \phi U_{pis} \\
&= \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho U \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] - \frac{\partial \xi}{\partial z} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (\rho \phi U_{pis} \xi) - \xi U_{pis} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho \phi) \right] \\
&= \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho U \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] - \frac{\partial \xi}{\partial z} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho \phi U_{pis} \xi) + \frac{\partial \xi}{\partial z} \xi U_{pis} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho \phi)
\end{aligned}$$

elde edilir. Sağ taraftaki ilk iki terim birleştirilirse;

$$= \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho (U - \xi U_{pis}) \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] + \frac{\xi}{z_{pis}} U_{pis} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho \phi)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\partial}{\partial \xi} [\rho (U - \xi U_{pis}) \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial z}] \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\xi}{z_{pis}} U_{pis} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho \phi) \\
&= \frac{1}{z_{pis}} \frac{\partial}{\partial \xi} [\rho (U - \xi U_{pis}) \phi - \frac{\Gamma_{\phi}}{z_{pis}} \frac{\partial \phi}{\partial \xi}] + \frac{\xi}{z_{pis}} U_{pis} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho \phi) \quad (E.4)
\end{aligned}$$

sonucuna ulaşılır.

Radyal doğrultuda bir koordinat dönüşümü yapılmadığından III numaralı terime herhangi bir işlem uygulamaya gerek yoktur.

Her bir bağımlı değişken için farklı biçimlerde olan IV numaralı kaynak terimlerinin, dönüşüm uygulandıktan sonraki ifadeleri Ek Tablo 4.1'de verilmiştir.

Yukarıdaki dönüşümler sonucunda elde edilmiş olan (E.3) ve (E.4) ifadeleri (E.1) genel transport denkleminde yerlerine yazılırsa, farklı işaretlere sahip $(\xi/z_{pis}) U_{pis} \partial(\rho \phi)/\partial \xi$ terimleri birbirlerini götürür ve sonuç olarak (r, ξ, t) koordinatlarındaki genel transport denklemi;

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{z_{pis}} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi z_{pis}) + \frac{1}{z_{pis}} \frac{\partial}{\partial \xi} [\rho (U - \xi U_{pis}) \phi - \frac{\Gamma_{\phi}}{z_{pis}} \frac{\partial \phi}{\partial \xi}] \\
&+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r \rho V \phi - r \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial r}] = S_{\phi(r, \xi, t)} \quad (E.5)
\end{aligned}$$

şeklinde elde edilir.

Ek Tablo 2.1 Silindirik içi akışlara ilişkin başlıca deneysel çalışmalar.

Çalışmayı Yapanlar	Motor ve Çalışma Şartları	Kullanılan Teknik	Elde Edilen Önemli Sonuçlar
Lancaster (1976) [3]	Tam silindirik yanma odası; $n = 1000 - 2000$ d/dak; $\epsilon = 6.8 - 10.5$	HW/A; T/E; $\Delta\theta = 45$ CA; EA	Sıkıştırma zamanında üst ölü nokta civarında silindirik içi türbülans izotropik bir yapıya dönüşmüş ve türbülans şiddeti emme hacimsel debisinin lineer bir fonksiyonu olmuştur.
Witze (1977) [2]	L-tipi silindir kafası; Düz piston tablası; $n = 500 - 2500$ d/dak $\epsilon = 7.25$	HW/A; EA	U ve u' devir sayısı ile lineer bir değişim göstermiştir. Emme ve sıkıştırma zamanlarında $u'/U \cong 0.5$ olmuştur. İntegral uzunluk skalasının motor hızı ile ters orantılı olduğu belirtilmiştir.
Gosman ve arkadaşları [15]	Tam silindirik yanma odası; Silindirik eksenli üzerinde emme borusu (supapsız); $n = 10 - 200$ d/dak; $\epsilon = 3.0$	LDA; EA	Ortalama hız alanı motorun devir sayısından daha çok motor geometrisi tarafından etkilenmiştir.
Ekcihan ve Hoult (1979) [60]	Emme işlemi; Akışkan türü su; $(L_{max}/D)_y = -0.07 - 0.21$; $D/H = 0.74 - 1.35$	Akış gözleme	Akışın yapısı motor devir sayısı tarafından etkilenmemiştir. Geometrideki küçük değişiklikler akış alanını önemli ölçüde etkilenmiştir.
Rask (1979) [1]	L-tipi silindir kafası; Dışarıdan tahrikli, yanmalı; Yarım ve tam supap açıklığı; $n = 270 - 800$ d/dak	LDA; EA	Ortalama hız, emme ve sıkıştırma zamanlarında motor devir sayısından etkilenmekte fakat supap açıklığından etkilenmemektedir. Türbülans şiddeti emme zamanı boyunca devir sayısından etkilenmekte, sıkıştırma zamanı boyunca ise etkilenmemektedir.
Morse ve arkadaşları (1980) [61]	Tam silindirik yanma odası; Merkezde olmayan açık supap; Model motor; Düz piston tablası; $n = 200$ d/dak	LDA; EA	Akışın eksenel düzlemdeki yapısına supap çevresindeki emme jetinin etkisi açıkça görülmüştür. Teğetsel düzlemde akışta ikiz vorteksler oluşmuştur. Akış yaklaşık olarak eksenel simetrik bir yapıdadır.

Ek Tablo 2.1 (devamı)

A-Befri ve arkadaşları (1982) [50]	Tam silindirik yanma odası; Düz piston tablası; $n = 200$ D/dak; $\varepsilon = 3.5$	LDA; EA
Arcoumanis ve arkadaşları (1984) [62]	Merkezde ve merkezde olmayan açık supap; Düz piston tablası; Model motor; $n = 200$ d/dak	LDA; EA

Dönmenin olmaması durumunda; türbülans sürtünme ve basınç kuvvetleri nedeniyle yanma zamanının başlangıcına doğru ortalama hareketlerin çok düşük düzeylere düştüğü görülmüştür. Başlangıçta düşük olan türbülans şiddeti daha sonraları 0.5 - 0.6 V_p düzeyine kadar yükselmiştir.

Merkezde olmayan supap ve dönmersiz akış durumunda emme işlemi boyunca akışta çifte vorteks oluşmuş, daha sonra bu yapı bozulmuştur. Subabın merkezde olması durumunda dönmeli ve dönmersiz akış için ÜÖN civarında, diğer duruma göre oldukça yüksek bir türbülans şiddetine ulaşılmıştır.

Ek Tablo 3.3 (3.31) genel transport denklemindeki Γ_ϕ ve S_ϕ değerleri.

ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
U_i	μ_T	$-\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu_T \frac{\partial U_j}{\partial x_i}) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} (\mu_T \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \rho k)$
k	$\frac{\mu_T}{\sigma_k}$	$\mu_T (\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} (\mu_T \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \rho k) \frac{\partial U_i}{\partial x_i} - \rho \epsilon$
ϵ	$\frac{\mu_T}{\sigma_\epsilon}$	$\frac{\epsilon}{k} [c_{e1} \mu_T (\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} (c'_{e1} \mu_T \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + c''_{e1} \rho k) \frac{\partial U_i}{\partial x_i}]$ $+ c_{e3} \rho \epsilon \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + c_{e4} \frac{\rho \epsilon}{\mu} \frac{\partial \mu}{\partial t} - c_{e2} \frac{\rho \epsilon^2}{k}$

Ek Tablo 3.4 (3.35) transport denklemindeki Γ_ϕ ve S_ϕ değerleri.

ϕ	Γ_ϕ	$S_{\phi(r,z)}$
U	μ_T	$-\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z}(\mu_T \frac{\partial U}{\partial z}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \mu_T \frac{\partial V}{\partial z}) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z}(\mu_T \nabla \cdot \underline{U} + \rho k)$
V	μ_T	$-\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z}(\mu_T \frac{\partial U}{\partial r}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \mu_T \frac{\partial V}{\partial r}) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r}(\mu_T \nabla \cdot \underline{U} + \rho k)$ $- 2 \mu_T \frac{V}{r^2}$
k	$\frac{\mu_T}{\sigma_k}$	$P_1 - \frac{2}{3}(\mu_T \nabla \cdot \underline{U} + \rho k) \nabla \cdot \underline{U} - \rho \epsilon$
ϵ	$\frac{\mu_T}{\sigma_\epsilon}$	$c_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} P_1 - \frac{2}{3}(c'_{\epsilon 1} \mu_T \nabla \cdot \underline{U} + c''_{\epsilon 1} \rho k) \frac{\epsilon}{k} \nabla \cdot \underline{U}$ $+ c_{\epsilon 3} \rho \epsilon \nabla \cdot \underline{U} + c_{\epsilon 4} \frac{\rho \epsilon}{\mu} \frac{\partial \mu}{\partial t} - c_{\epsilon 2} \frac{\rho \epsilon^2}{k}$

Yukarıdaki tabloda:

$$\nabla \cdot \underline{U} = \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r V)$$

$$P_1 = 2 \mu_T \left[\left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{V}{r} \right)^2 \right] + \mu_T \left(\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial U}{\partial r} \right)^2$$

şeklindedir.

Ek Tablo 4.1 (4.6) transport denklemindeki S_ϕ değerleri (--- sunulan çalışmada kullanılmayan sıkıştırılabilirlikle ilgili terimler).

ϕ	$S_{\phi(r,\xi,t)}$
\hat{U}	$-\frac{1}{z_{pis}} \frac{\partial P}{\partial \xi} + \frac{1}{z_{pis}} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\mu_T}{z_{pis}} \frac{\partial U}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r \mu_T}{z_{pis}} \frac{\partial V}{\partial \xi} \right) - \frac{2}{3} \frac{1}{z_{pis}} \frac{\partial}{\partial \xi} (\mu_T \nabla \cdot \underline{U} + \rho k)$ $-\frac{1}{z_{pis}} \frac{\partial}{\partial t} (z_{pis} \rho U_G) - \frac{1}{z_{pis}} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho \hat{U} U_G - \frac{\mu_T}{z_{pis}} \frac{\partial U_G}{\partial \xi}) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho V U_G - r \mu_T \frac{\partial U_G}{\partial r})$
V	$-\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{z_{pis}} \frac{\partial}{\partial \xi} (\mu_T \frac{\partial U}{\partial r}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mu_T \frac{\partial V}{\partial r}) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} (\mu_T \nabla \cdot \underline{U} + \rho k) - 2 \mu_T \frac{V}{r^2}$
k	$P_1 - \frac{2}{3} (\mu_T \nabla \cdot \underline{U} + \rho k) \nabla \cdot \underline{U} - \rho \varepsilon$
ε	$c_{e1} \frac{\varepsilon}{k} P_1 - \frac{2}{3} (c'_{e1} \mu_T \nabla \cdot \underline{U} + c''_{e1} \rho k) \frac{\varepsilon}{k} \nabla \cdot \underline{U}$ $+ c_{e3} \rho \varepsilon \nabla \cdot \underline{U} + c_{e4} \frac{\rho \varepsilon}{\mu} \left(\frac{\partial \mu}{\partial t} - \frac{U_G}{z_{pis}} \frac{\partial \mu}{\partial \xi} \right) - c_{e2} \frac{\rho \varepsilon^2}{k}$

Yukarıdaki tabloda:

$$\nabla \cdot \underline{U} = \frac{1}{z_{pis}} \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V)$$

$$P_1 = 2 \mu_T \left[\left(\frac{1}{z_{pis}} \frac{\partial U}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{V}{r} \right)^2 \right] + \mu_T \left(\frac{1}{z_{pis}} \frac{\partial V}{\partial \xi} + \frac{\partial U}{\partial r} \right)^2$$

şeklindedir.

9. ÖZGEÇMİŞ

1963'te Rize'de doğdu. 1981'de Trabzon Lisesi'nden mezun oldu. 1985'te Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü'nü bitirerek; aynı üniversitede Araştırma Görevlisi olarak atandı ve Yüksek Lisans çalışmalarına başladı. 1988'de Yüksek Mühendis ünvanını aldı. 1989'da İstanbul İnşaat Emlak Başkanlığı'nda vatani görevini Yedek Subay olarak tamamladı ve K.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü'nde Doktora çalışmalarına başladı. İngilizce bilmektedir.

Halen K.T.Ü.'de Araştırma Görevlisi olarak görev yapmakta olup, evli ve bir çocuk babasıdır.

