

13642

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ PROGRAMI

YÜZEYE BAĞLI KÜT CİSİMLER ETRAFINDAKİ İKİ BOYUTLU  
TÜRBÜLANSLI AKIŞIN SAYISAL İNCELENMESİ

Mak.Yük.Müh. Burhan ÇUHADAROĞLU

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce  
"Doktor"

Ünvanının Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 28.3.1991

Tezin Sözlü Savunma Tarihi : 5.6.1991

Tez Danışmanı : Doç.Dr. Teoman AYHAN

*T. Ayhan*

Jüri Üyesi : Prof.Dr. Kaan EDİS

*Kaan Edis*

Jüri Üyesi : Doç.Dr. Hüseyin Şinasi ONUR

*H. Şinasi Onur*

Enstitü Müdürü : Doç.Dr. Temel SAVAŞKAN

*Temel Savaşkan*

MART - 1991

TRABZON

T. C.

Yükseköğretim Kurulu  
Dokümantasyon Merkezi

## ÖNSÖZ

Bu çalışma; yapılar etrafındaki rüzgar hareketinin sayısal olarak hesaplanması amacıyla yönelik olup, K.T.Ü. Makina Mühendisliği Bölümü'nde yürütülmüştür. Sayısal hesaplamalar; bu çalışmada geliştirilen bir bilgisayar programı ile, K.T.Ü. Bilgi İşlem Merkezi IBM 4341 sisteminde yapılmıştır. Bu çalışmanın başlamasını sağlayan ve değerli yardımlarını gördüğüm sayın hocam Prof.Dr. Mehmet Uysal'a, çalışma süresince çok özverili yardım ve ilgilerini gördüğüm K.T.Ü. Bilgi İşlem Merkezi'nin değerli çalışanlarına, bir süre için bu çalışmanın yöneticiliğini üstlenen sayın hocam Doç.Dr.Tahir Yavuz'a, çalışmanın son aşamasında ilgi ve desteğini gördüğüm sayın hocam Doç.Dr. Teoman Ayhan'a ve çalışma boyunca maddi desteğini gördüğüm K.T.Ü. Araştırma Fonu yöneticilerine sonsuz şükranlarımı sunarım.

## İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	V
SUMMARY.....	VI
SEMBOLLER.....	VII
BÖLÜM 1. GİRİŞ.....	1
BÖLÜM 2. KAYNAK ARAŞTIRMASI VE TEZİN KAPSAMI.....	4
2.1 Kaynak Araştırması.....	4
2.2 Tezin Kapsamı ve Amacı.....	8
BÖLÜM 3. TÜRBÜLANSLI AKIŞ.....	10
3.1 Giriş.....	10
3.2 Navier-Stokes Denklemleri.....	11
3.3 Ortalama Hareket ve Çalkantılar.....	11
3.4 Reynolds Denklemleri.....	13
3.5 Evrensel Hız Dağılım Kanunları.....	13
BÖLÜM 4. MATEMATİK MODELİN TEMEL BAĞINTILARI.....	16
4.1 Türbülans Modelleme.....	16
4.2 Transport Denklemleri.....	21
4.2.1 Reynolds Gerilme Transport Denklemi.....	21
4.2.2 Yutulma (Dissipation) Denklemi.....	22
4.3 $k$ - $\epsilon$ Türbülans Modeli.....	23
4.3.1 Türbülans Kinetik Enerjisi ( $k$ ) Denklemi.....	24
4.3.2 Yutulma ( $\epsilon$ ) Denkleminin Modellenmesi.....	24
4.3.3 Bousinesq Yaklaşımı.....	25
4.3.4 $k$ - $\epsilon$ Türbülans Modeli Sabitleri.....	26
4.4 İrdeleme.....	27
BÖLÜM 5. SAYISAL ÇÖZÜM YÖNTEMİNİN TANITILMASI.....	29
5.1 Giriş.....	29
5.2 Sonlu Kontrol Hacmi Yöntemi.....	31
5.2.1 Bölge Ayrıklaştırılması.....	31
5.2.2 Denklemlerin Ayrıklaştırılması.....	33
5.2.3 Transport Büyüklüklerinin Interpolasyonu.....	36
5.2.4 Yayınım Katsayılarının Interpolasyonu.....	39

5.2.5 Sınır Koşulları.....	40
5.2.6 Kararlılık Ölçütleri.....	47
5.2.7 Hız ve Basınç Düzeltme.....	48
5.3 Bilgisayar Programı.....	49
BÖLÜM 6. SONUÇLAR.....	55
6.1 Kodlama ve Ağ Geometrileri.....	55
6.2 Düz Bir Yüzey Üzerinde Gelişen Laminer Sınır Tabaka.....	59
6.3 Deneysel Verilerle Karşılaştırma.....	61
6.4 Türbülans Şiddeti Değişiminin Akış Alanı Üzerindeki Etkileri.....	75
6.5 $c_{\mu}$ Katsayısı Değişiminin Akış Alanı Üzerindeki Etkileri.....	81
6.6 Yüksek Bir Bina Etrafındaki Akış.....	82
6.7 Öneri ve Değerlendirmeler.....	86
KAYNAKLAR.....	88
EKLER.....	92
ÖZGEÇMİŞ.....	94

## ÖZET

Binaların tasarım ve planlamasının yapılabilmesi için; yapıların etrafındaki hava akışı ile ilgili detaylı bilgilere gereksinim vardır. Bina yüzeyleri üzerindeki rüzgar basınçları; sürekli ve süreksiz yükler doğururlar. Bina etrafındaki hava hareketi ise; binanın içerisindeki ve civarındaki kütle, ısı ve momentum transportunu etkilemektedir. Hava hareketinin karmaşık bir yapıda olması nedeniyle, bu konuda henüz kesin bir matematiksel yaklaşım yapılamamıştır. Ancak; bu konuda yapılan sayısal ve deneysel çalışmalar, akış alanı hakkında iyi bir fikir vermektedir. Yapılar etrafındaki hız ve basınç alanlarının sayısal olarak hesaplanması, rüzgar mühendisleri ve mimarlar için oldukça büyük bir önem arz etmektedir.

Bu çalışmada bina modeli olarak düşünülen, yüzeye bağlı ve değişik boyutlara sahip küt cisimler etrafındaki iki boyutlu türbülanslı akışlar sayısal olarak incelenmiştir. Bu incelemede sonlu kontrol hacmi yaklaşımı ve k- $\epsilon$  türbülans modeli kullanılmıştır.

Atmosferik sınır tabaka içerisindeki iki boyutlu modeller etrafındaki, hız alanı ve basınç dağılımının yanında diğer türbülans büyüklükleri de hesaplanmıştır. Tekrar temas noktası uzaklığını ve model civarındaki basınç dağılımını etkileyen parametreler belirlenmiştir. Elde edilen sonuçlar diğer deneysel çalışmalar ile karşılaştırılmış ve iyi bir uyum elde edilmiştir.

## SUMMARY

Design and planing of buildings require detailed informations on the air flow around and through the structures. Wind pressures on building surfaces result in both steady and unsteady loading while the air motion over and around buildings influences the transport of mass, heat and momentum inside the structure and in its neighbourhood. Due to the complexibility of the air motion on exact mathematical description is not existent yet. However, numerical and experimental studies in this area give a good idea about the flow field. The numerical calculation of velocity and pressure fields around structures are of great importance for wind engineers and architects.

In this study; two-dimensional turbulent flows around the surface mounted bluff bodies, such as the models of buildings with different dimensions have numerically been studied. In the numerical analysis, the finite control volume approach has been applied and the  $k-\epsilon$  model has been used for the turbulence modelling.

The velocity field and pressure distribution as well as other turbulence quantities on and around the two-dimensional models in the atmospheric boundary layer have been predicted and parameters affecting the reattachment length and pressure distribution around the model have also been determined. Results computed were compared with the experiments carried out by others and good agreement has been obtained.

## SEMBOLLER

A	: Hücre yüzey alanı [m <sup>2</sup> ]
c <sub>1</sub> , c <sub>2</sub>	: $\epsilon$ denklemi katsayıları
C <sub>p</sub>	: Basınç katsayısı ( $C_p = P - P_r / (\rho U_r^2 / 2)$ )
c <sub><math>\mu</math></sub>	: $\mu_t$ bağıntısı katsayısı
Co	: Courant sayısı
D	: Birim genişlikten geçen yayılım kütle debisi [kg/ms]
D../Dt	: Tam türev
DIV	: Temel hücredeki hız diverjansı
E	: Logaritmik duvar kanunu ifadesinde bir sabit (E=9)
F	: Birim genişlikten geçen taşınım kütle debisi [kg/ms]
h	: Karakteristik yükseklik [m]
H	: Cisim yüksekliği [m]
I, K	: Hesap bölgesindeki mutlak indisler
IM1, IMX vb.	: Hesap bölgesine ait özel sınırlar
J	: Herhangi bir büyüklüğe ait akı
k	: Türbülans kinetik enerjisi [m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]
l	: Uzunluk skalası [m]
L	: Cisim boyu [m]
L <sub>1</sub> , L <sub>2</sub> vb.	: Lagrange polinomu katsayıları
p	: Basınç [N/m <sup>2</sup> ]
P	: Zaman ortalamalı basınç [N/m <sup>2</sup> ]
P <sub>r</sub>	: Giriş sınırında model yüksekliğindeki referans basıncı [N/m <sup>2</sup> ]
Pe	: Peclet sayısı (Pe=F/D)
Q	: Herhangi bir büyüklük için birim genişlikten geçen akı
Re	: Reynolds sayısı (Re=U <sub>r</sub> H/ $\nu$ )
Re <sub>x</sub>	: Uzaklığa bağlı Reynolds sayısı (Re=U <sub><math>\infty</math></sub> x/ $\nu$ )
S	: Kaynak terim
t	: Zaman [s]
Tu	: Türbülans şiddeti [%]

$u, w$  : Yatay ve düşey hız bileşenleri [m/s]  
 $u_i$  : Hız bileşeni ( $i=1,2$ ) [m/s]  
 $U, W$  : Zaman ortalamalı yatay ve düşey hız bileşenleri [m/s]  
 $U_i$  : Zaman ortalamalı hız bileşeni ( $i=1,2$ ) [m/s]  
 $U_r$  : Giriş sınırında model yüksekliğindeki referans hız [m/s]  
 $U_\tau$  : Cidardaki sürtme hızı [m/s]  
 $U_\infty$  : Sonsuzdaki akışkan hızı [m/s]  
 $v$  : Hız skalası [m/s]  
 $W$  : Cisim genişliği [m]  
 $x, z$  : Kartezyen koordinat bileşenleri [m]  
 $x_i$  : Kartezyen koordinat bileşeni ( $i=1,2$ ) [m]  
 $x_{RP}$  : Tekrar temas noktasının küt cisme olan uzaklığı [m]  
 $z^+$  : Boyutsuz  $z$   
 $\beta_1, \beta_2$  : Tablo 5.1 çarpım faktörleri  
 $\delta$  : Sınır tabaka kalınlığı [m]  
 $\delta_{ij}$  : Kronecker delta  
 $\delta_x, \delta_z$  : Momentum hücresi boyutları [m]  
 $\Delta t$  : Zaman artımı [s]  
 $\Delta x, \Delta z$  : Temel hücre boyutları [m]  
 $\epsilon$  : Türbülans kinetik enerjisi yutulma miktarı [ $m^2/s^3$ ]  
 $\eta$  : Boyutsuz koordinat ( $\eta = z/\sqrt{(U_\infty/\nu x)}$ )  
 $\Phi$  : Transport büyüklüğü  
 $\Gamma$  : Yayınım katsayısı [kg/ms]  
 $\chi$  : von Karman sabiti ( $\chi=0.4$ )  
 $\mu, \mu_t, \mu_e$  : Dinamik viskozite, türbülans viskozitesi, efektif viskozite [kg/ms]  
 $\nu$  : Kinematik viskozite [ $m^2/s$ ]  
 $\rho$  : Yoğunluk [ $kg/m^3$ ]  
 $\sigma_k, \sigma_\epsilon$  : Türbülanslı Schmidt sayıları  
 $\tau$  : Kayma gerilmesi [ $N/m^2$ ]  
 $\tau_w$  : Duvardaki kayma gerilmesi [ $N/m^2$ ]  
 $\theta$  : Hata parametresi  
 $\omega$  : Relaksasyon parametresi



### Indisler

b, bb : Temel hücreye ait göreceli indisler (alt)  
B, BB : Momentum hücreesine ait göreceli indisler (alt)  
e, ee : Temel hücreye ait göreceli indisler (doğu)  
E, EE : Momentum hücreesine ait göreceli indisler (doğu)  
P : P hücreesine ait  
t, tt : Temel hücreye ait göreceli indisler (üst)  
T, TT : Momentum hücreesine ait göreceli indisler (üst)  
ut, ub : U momentum hücreesine ait göreceli indisler (üst,alt)  
w, ww : Temel hücreye ait göreceli indisler (batı)  
W, WW : Momentum hücreesine ait göreceli indisler (batı)

### Üsler

c : Taşınım  
d : Yayınım  
n : Zaman adımı  
 $\alpha$  : Üstel hız değişim ifadesi  
 $\lambda$  : Hız-basınç düzeltme iterasyon adımı  
— : Zaman ortalamalı büyüklük  
' : Çalkantılı büyüklük

## BÖLÜM 1

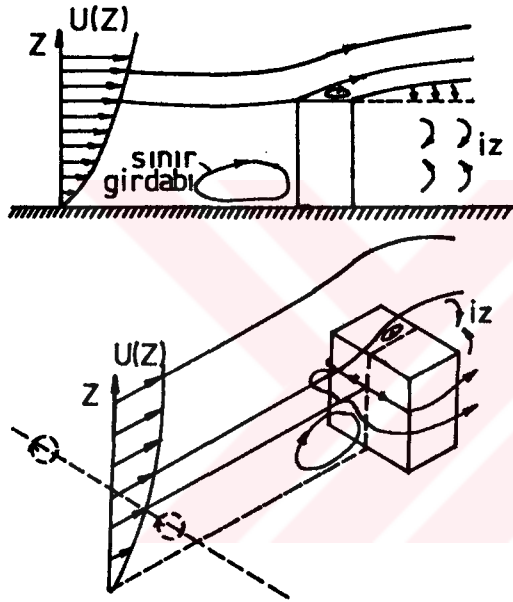
### GİRİŞ

Yapıların en uygun tasarımlarının ve projelendirilmesinin yapılabilmesi için; yapılar etrafındaki hava akışı ile ilgili kapsamlı bilgilere gereksinim vardır. Yapı etrafındaki hava hareketi, yapıdan çevreye olan kütle ve ısı geçişini etkilemektedir. Diğer bir deyişle; hava hareketinden yararlanarak yüksek binalar, fabrikalar, nükleer ve klasik enerji santrallerinden çıkan atık gazların, insan ve çevre üzerinde oluşturabileceği zararlı etkileri azaltacak düzenlemeler yapmak gerekmektedir. Yapı üzerindeki rüzgar yüklerinin hesaplanabilmesi, atık gazların yapılardan uygun şekilde uzaklaştırılabilmesi ve yapı-çevre arasındaki ısı dengesinin kurulabilmesi için, sayısal ve deneysel çalışmalara gereksinim vardır. Bu konularda yapılan çalışmalar akışkanlar mekaniğinin ilgi alanına girmektedir.

Binalar gibi düz bir yüzey üzerinde duran küt cisimler etrafındaki akışın yapısı, aerodinamik cisimler etrafındaki akıştan daha karmaşıktır. Bu karmaşıklığın temel nedeni; cismin üzerinde bulunduğu yüzeyden dolayı, türbülanslı akış içerisinde bir kayma tabakasının ortaya çıkmasıdır. Şekil 1.1'de dikdörtgen kesitli bir bina etrafındaki akış şematik olarak görülmektedir. Şekilde bina modelinin önünde; kayma tabakası ( $du/dz > 0$ ) ve yerin karşılıklı etkileşimi sonucu oluşan bir sınır girdabı, ayrıca binanın keskin köşelerinden itibaren ilerleyen girdaplar ve binanın arkasında ortaya çıkan karmaşık bir iz bölgesi görülmektedir.

Küt cisim aerodinamiğinin gittikçe artan pratik önemi dolayısıyla; son yıllarda, laboratuvar benzeşimlerinin yapılmasında, tam ölçekli ölçümlerde ve özellikle sayısal

çalışmalarda belirgin bir artış vardır. Karmaşık yapısı nedeniyle gerçek akışın laboratuvar şartlarında tam olarak modellenmesinin yapılması olanaksızdır. Ancak problemin fiziğinin anlaşılması bakımından laboratuvar ölçümlerine gereksinim vardır. Laboratuvar çalışmalarının zaman alıcı olması ve pahalı düzenekler gerektirmesi nedeniyle, son yıllarda sayısal çalışmalara ağırlık verilmiştir. Yapılan sayısal çalışmalarda da sayısal yöntemlerin duyarlılığı ve kullanılan türbülans modellerinin yeterliliği ile ilgili bazı sorunlar söz konusudur.



Şekil 1.1 Dikdörtgen bir yapı etrafındaki akışın şematik görünüşü. a) Durma bölgesi içerisindeki ön sınır girdabının ve çatıdan itibaren ayrılmış bir sınır tabakanın yandan görünüşü, b) Ön yüz ve çatının ön köşesinden itibaren girdap ilerlemesi görülmektedir [1].

Yapılar üzerindeki rüzgar etkilerinin incelenmesi çalışmaları; türbülans, sayısal çözümlene yöntemleri ve bilgisayar alanındaki gelişmeler ile doğrudan ilişkilidir. Kullanılan sayısal yöntemin duyarlı sonuç verebilmesi, kullanılan bilgisayarın bellek kapasitesi ve hızına bağlıdır. Günümüzde, analitik olarak çözümleri elde edilemeyen denklemlerin çözümleri bilgisayar yardımıyla sayısal olarak elde edilmektedir. Bilgisayar yardımıyla akışkanlar mekaniği problemlerinin çözümlerinin araştırılması konusu "Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği" olarak adlandırılmaktadır. Bu alanda üzerinde en çok durulan problemler türbülanslı akış şeklinin ortaya çıktığı problem türleridir. Bu türden problemlere ait denklem

sistemlerinin, lineer olmaması nedeniyle çözümler sayısal olarak bilgisayar yardımıyla elde edilir. Son yıllarda sonlu kontrol hacmi yöntemi, sayısal çözümlerin elde edilmesinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Bunun yanında bazı özel akışkanlar mekaniği problemleri (potansiyel akış) için sınır elemanları yöntemi oldukça ekonomik bir kullanım sağlamaktadır. Ayrıca hesaplamalı akışkanlar dinamiğinde sonlu elemanlar yöntemi de son zamanlarda yaygın olarak kullanılmaktadır.

Bu çalışmada kullanılan sonlu kontrol hacmi yöntemi ile ilgili detaylı bilgiler bölüm 5'te verilmiştir.



## BÖLÜM 2

### KAYNAK ARAŞTIRMASI VE TEZİN KAPSAMI

#### 2.1 Kaynak Araştırması

Günümüzde aerodinamiğin ilgi alanı artık yalnızca havacılık olmaktan çıkmıştır. İnşaat mühendisliği alanından kimya endüstrisine kadar pek çok alanda aerodinamiğin uygulamaları söz konusudur. Özellikle 1940 yılından bu yana yüksek binalar, köprüler, yüksek kuleler gibi yapılar üzerindeki rüzgar etkilerinin incelenmesi çalışmaları, endüstriyel aerodinamiğin ilgi alanına girmiştir [2].

Bu konu ile ilgili ilk çalışmalar; yapılar üzerindeki rüzgar yüklerinin saptanabilmesi için, yapı yüzeyleri üzerindeki basınç dağılımlarının ölçümü ile ilgilidir. 1970 yılından sonra ölçme tekniklerinin ve bilgisayarların gelişmesine bağlı olarak; yapı modelleri etrafındaki hız alanlarının ve türbülans büyüklüklerinin, ölçülmesi ve hesaplanması ile ilgili çalışmalar başlamıştır.

Günümüzde ise yüksek hızlı bilgisayarların yaygınlaşması sonucunda; yapılar etrafındaki hava akışının sayısal incelenmesi detaylı bir şekilde yapılmaktadır. Aynı şekilde; ölçme yöntemlerinin de gelişmesi nedeniyle laboratuvar ölçümleri de duyarlı bir şekilde yapılabilmektedir.

Yapılar üzerindeki basınç dağılımları ile ilgili ölçüm çalışmaları, 1960 yılından itibaren değişik kaynaklarda yer almıştır. Eaton, Mayne ve Cook [3] tarafından sunulan bir çalışmada; bina çatıları üzerindeki basınç dağılımları ölçülmüş ve çatı geometrisinin basınç üzerindeki etkisi incelenmiştir.

Castro; arkadaşları ile yaptığı deneysel çalışmalarda, iki ve üç boyutlu küt cisimler etrafındaki hız dağılımını ve

türbülans şiddetini incelemişlerdir. Castro ve Robins [4]; rüzgar tüneline, bir küp etrafındaki akışın benzeşimini yaparak, küp yüzeyi üzerinde basınç ve küp arkasında oluşan iz bölgesinde hız ve türbülans şiddeti ölçümlerini yapmışlardır. Castro [5] tarafından yapılan diğer bir çalışmada; iki boyutlu küt bir cisim arkasındaki iz bölgesi içerisinde, hız ve türbülans şiddeti ölçümleri yapılmıştır. Yine Castro'nun [6] yaptığı bir çalışmada; yüzey bağlı küt cisimler etrafındaki akışta ortaya çıkan kayma tabakası içerisinde ölçümler yapılmıştır. Bu çalışmada; deney bölgesi girişindeki sınır tabaka kalınlığının küt cisimlerin yüksekliklerine olan oranlarının, değişik değerleri için ölçümler yapılmıştır. Ölçümlerde kullanılan küt cisimlerin boyutları ile periyodik bir girdap hareketi oluşumu arasında ampirik bir bağıntı çıkarılmıştır. Bu bağıntıya göre  $H/L < 2.5 + W/L$  koşulunun sağlanması durumunda küt cisim arkasında periyodik bir akışın oluşmadığı sonucuna varılmıştır. Castro ve Cheun [7] tarafından yapılan bir diğer deneysel çalışmada da; iki boyutlu dikdörtgen kesitli bir küt cisim etrafındaki hava akışı farklı yöntemler kullanılarak ölçülmüştür. Bu çalışmada pulsed-wire anemometresi ile yapılan ölçümlerin diğer tekniklerle yapılan ölçümlerle kıyaslanması yapılmıştır.

Stathopoulos, Surry ve Davenport [8] tarafından yapılan çalışmada; alçak-yüksek iki küt cisim yüzeyi üzerindeki basınç dağılımı ölçülmüştür. Stathopoulos'un [9] yaptığı diğer bir çalışmada; önünde engel bulunan bir bina modeli üzerindeki basınç dağılımı ölçümleri yapılmıştır.

Atlı [10] tarafından yapılan deneysel çalışmada; türbülanslı bir sınır tabaka içerisindeki engel etrafında hız ve türbülans şiddeti ölçümleri yapılmıştır. Bu çalışmada; değişik geometrik oranlar ile engel arkasındaki girdap uzunluğu arasındaki değişim incelenmiştir.

Konu ile ilgili sayısal çalışmalar, 1972 yılından itibaren yayınlanmaya başlamıştır. Hirt ve Cook [11] tarafından yapılan çalışma; bu konudaki ilk çalışmalardan olması dolayısıyla önemlidir. Bu çalışmada üç boyutlu bir cisim etrafındaki yavaş akışın hesaplanması için geliştirilen bir

yöntem yer almaktadır. Burada zaman bağımlı Navier-Stokes denklemleri " Marker and Cell " yöntemine dayalı bir sonlu farklar yaklaşımı ile çözülmüştür.

Counihan, Hunt ve Jackson [12] tarafından yapılan çalışma günümüze değin güncelliğini korumuştur. Değişik çalışmalarda kaynak olarak yer alan bu çalışmada, iki boyutlu yüzey bağlı küt bir cisim etrafındaki türbülanslı akışın teorik bir hesaplaması yapılmış ve aynı zamanda deneysel ölçümlere yer verilmiştir.

Mauermayer [13] tarafından yapılan doktora çalışmasında; iki boyutlu küt bir cisim etrafındaki akış bazı idealleştirmelerle hesaplanmıştır. Bu çalışmada; akım fonksiyonu-girdap çözümü yapılmış ve yapıdan çıkan atık gazların rüzgar hareketine bağlı olarak izleyeceği yol hesaplanmıştır.

Hanson ve arkadaşları [14,15,16,17] yapmış oldukları değişik çalışmalarda; " Random Vortex " yöntemini kullanarak çeşitli yapılar etrafındaki hız ve basınç dağılımlarını hesaplamışlardır.

Yeung ve Kot [18] tarafından yapılan çalışmada; k- $\epsilon$  türbülans modeli kullanılarak, çeşitli geometrilere sahip iki boyutlu yapılar etrafındaki akış hesaplanmıştır. Bu çalışmada; akım fonksiyonu-girdap denklemleri kullanılarak, sonlu farklar yöntemi ile çözümlenmiştir.

Baetke'nin [19] doktora çalışması; yüzey bağlı bir küp etrafındaki türbülanslı akışların hesaplanması ile ilgilidir. Bu çalışmada; k- $\epsilon$  türbülans modeli kullanılarak küp etrafındaki akışta hız, basınç ve türbülans büyüklükleri hesaplanmıştır. Kullanılan sayısal yöntem açısından, bu çalışmadan geniş bir şekilde yararlanılmıştır.

Frank [20] tarafından sunulan bir çalışmada; iki boyutlu ve farklı geometrilere sahip yüzey bağlı küt cisimler etrafındaki türbülanslı akışta, akış eğrileri hesaplanmış ve akış gözlenmesi yoluyla gerçekleştirilen deneylerle kıyaslamalar yapılmıştır.

Murakami ve Mochida [21,22] yaptıkları çalışmalarda; yüzey bağlı küp etrafındaki hava akışının hesaplanmasında " Large-Eddy Simulation " ve k- $\epsilon$  türbülans modellerini

kullanmışlardır. Bu çalışmalarında farklı sınır şartları ve ağ geometrisi için elde ettikleri sonuçları değerlendirmişlerdir. Yapmış oldukları diğer bir çalışmada da [23]; çeşitli bina kompleksleri etrafındaki akışı hesaplamışlardır.

Murakami ve Kato [24] yaptıkları çalışmada; k- $\epsilon$  türbülans modelini kullanarak kapalı bir oda içerisindeki hava hareketini hesaplamışlar ve akış gözlenmesi yoluyla yaptıkları deneylerle kıyaslamalar yapmışlardır.

Mayer [25] tarafından yapılan doktora çalışmasında; k- $\epsilon$  türbülans modeli kullanılarak, yüksek bir bacadan çıkan atık gazların yayılması problemi iki boyutlu olarak incelenmiştir. Bu çalışmada türbülans modeli denklemleri ve momentum denklemleri yanında, enerji ve konsantrasyon denklemleri de çözülmüştür.

Kot [26] tarafından yapılan çalışmada; yapılar etrafında, rüzgar etkisi ile kirli hava yayılması problemi için farklı türbülans modelleri incelenmiştir. Bu çalışmaya göre, küt cisimler etrafındaki akışların hesaplanması problemlerinde k- $\epsilon$  türbülans modeli en uygun model olmaktadır.

Paterson ve Apelt [27,28] yaptıkları çalışmalarda; üç boyutlu yapılar etrafındaki rüzgar hareketinin sayısal çözümünü yapmışlardır. Bu çalışmalarında; k- $\epsilon$  türbülans modelini kullanarak, küt cisimler üzerindeki basınç dağılımlarını ve küt cisimlerden itibaren çeşitli uzaklıktaki eksenlerde hız ve türbülans şiddetlerini hesaplamış ve diğer çalışmalarla kıyaslamalar yapmışlardır.

Hägkvist, Svensson ve Taesler [29]; bina modelleri üzerindeki basınç katsayılarını hesaplamak için, k- $\epsilon$  türbülans modelini kullanarak sayısal bir benzeşim yapmışlardır.

Oda havalandırması problemi ile ilgili olarak; Awbi [30] yapmış olduğu çalışmada çeşitli geometrilere sahip kapalı ortamlarda hava hareketini hesaplamıştır. Bu çalışmada; k- $\epsilon$  türbülans modeli kullanılmış ve elde edilen sonuçların ölçüm sonuçları ile kıyaslaması yapılmıştır.

Bölümümüzde E.Baydar tarafından yürütülen bir doktora çalışmasında da, küt cisimler etrafındaki türbülanslı ve laminar akışlar ile ilgili ölçümler yapılmaktadır. Bu



çalışmadaki hız ölçümleri kızgın tel anemometresi kullanılarak yapılmaktadır.

## 2.2 Tezin Kapsamı ve Amacı

Bu çalışmada; k- $\epsilon$  türbülans modeli ve sonlu kontrol hacmi yöntemi kullanılarak, yüzey bağlı iki boyutlu küt cisimler etrafındaki türbülanslı akış incelenmiştir.

Bölüm 3'te dış türbülanslı akış ile ilgili bilgiler verilmiş ve temel bağıntılar sunulmuştur.

Bölüm 4'te türbülans modelleme ile ilgili değişik yaklaşımlar ele alınmıştır. Bu bölümde türbülans modellerinin oluşumu ve sınıflandırılması ile ilgili bilgiler verilmiştir. Daha sonra k- $\epsilon$  türbülans modeline ait denklemlerin çıkarılmasına ilişkin, temel bilgilere yer verilmiştir. Bu bölümde son olarak k- $\epsilon$  modelinde yer alan sabitlerin, değişik çalışmalarındaki değerleri verilmiş ve bu modelin bir değerlendirilmesi yapılmıştır.

Bölüm 5'te ise bu çalışmada kullanılan sayısal çözüm yöntemi olan sonlu kontrol hacmi yöntemi, detaylı olarak anlatılmıştır. İlk olarak değişik sayısal yöntemler hakkında bilgi verilmiş ve sürekli ortamın ayrıklaştırılması üzerinde durulmuştur. Diferansiyel denklemlerin cebrik denklem takımlarına dönüştürülmesi, ara işlemlerle gösterilmiş ve fiziksel büyüklüklerin interpolasyon yöntemleri açıklanmıştır. Daha sonra, sınır koşulları üzerine detaylı açıklamalar yapılmış ve kararlılık kriterleri ile hız ve basınç düzeltme işlemi üzerine bilgiler verilmiştir. Bu bölümün sonunda, bu çalışmada geliştirilen bilgisayar programının açıklamasına yer verilmiştir.

Son bölüm olan 6'da ise; elde edilen sonuçlar değişik şekillerde değerlendirilmiş ve irdelenmiştir. Sonuçlara ait şekillerin karşılaştırmalı olarak düzenlenmesine özen gösterilmiştir.

Bu çalışmada öngörülen amaç; yüzey bağlı iki boyutlu küt cisimler etrafındaki akışların hesaplanmasında kullanılan denklemlerdeki katsayıların, sınır koşullarının ve küt cisim

geometrisinin akış alanı üzerindeki etkilerini araştırmaktır.

Yüzey bağlı iki boyutlu küt cisimler etrafındaki türbülanslı akış probleminin çözümünde; k- $\epsilon$  türbülans modeli sabitlerinin, akış alanı üzerindeki etkilerine ilişkin bir çalışma yapılmamıştır. Özellikle  $c_{\mu}$  sabiti, çözümü yapılan problemin türüne ve koşullarına göre değişkenlik göstermektedir. Bu çalışmada; ele alınan problem için, en uygun sabitler grubunun saptanmasına ilişkin pek çok sayısal test yapılmış ve laboratuvar deneyleri ile uyum sağlayan sonuçları veren sabit değerleri araştırılmıştır.

Çalışmada hesaplanan türbülans modeli değişkenleri ve diğer değişkenlerin sınır koşulu olarak, sonuçlar üzerindeki etkileri araştırılmıştır.

Ele alınan problemin sayısal çözümünün yapıldığı ayrıklaştırılmış ortamın ağ boyutlarının, sonuçlar üzerindeki etkileri de araştırılmıştır. Bu amaç doğrultusunda; farklı ağ geometrilerinin, özellikle katı sınırların yakınında bağımlı değişkenler üzerindeki etkileri incelenmiştir.

## BÖLÜM 3

### TÜRBÜLANSLI AKIŞ

#### 3.1 Giriş

Doğada ortaya çıkan ve pekçok mühendislik uygulamasında karşılaşılan akışkan hareketleri türbülanslıdır. Yeryüzündeki atmosferik sınır tabaka, okyanuslardaki su akıntıları, uçak kanatları üzerinde gelişen sınır tabakalar, doğal gaz ve petrol boru hatlarındaki akışlar, nehir ve kanallardaki akışlar türbülanslı akışlara verilebilecek örneklerdir. Türbülanslı akışın önemli belirleyici özellikleri ise; düzensizlik, yayılım, yüksek Reynolds sayıları, üç boyutlu girdap çalkantıları ve yutulma olarak sıralanabilir.

Diğer bir tanıma göre türbülans sözcüğü; ana akım üzerine eklenmiş düzensiz bir çalkantı hareketi anlamını taşımaktadır. Bu çalkantıların çok karmaşık yapıda olmaları nedeniyle bugüne değin, türbülanslı akışların hesaplanmasına ilişkin kesin bir matematiksel yaklaşım ortaya konulamamıştır. Çalkantılar; akış içerisinde akışkan viskozitesinin yüz katı, on bin katı ya da daha fazlası kadar olabilecek bir viskozite etkisi ortaya çıkarırlar [1]. Viskoz akışkanlarda viskozite etkileri kinetik enerjinin ısıya dönüşmesine neden olur. Bu nedenle türbülanslı akış yutucu bir yapıya sahiptir.

Akış alanının her noktasında türbülansın nicelik olarak aynı yapıda olması durumuna homojen türbülans adı verilir. Türbülanslı akışta çalkantı hızları gibi istatistik olarak tanımlanan büyüklükler, yönden bağımsız iseler bu durumda da türbülans için izotropik'tir denir [31].

Türbülanslı akışın yapısındaki düzensizlik nedeniyle, bu tür bir hareketi bütün detayları ile zaman ve konumun bir

fonksiyonu olarak tanımlamak olanaksızdır. Ancak olasılık kanunları yardımıyla türbülanslı hareketi incelemek olanaklıdır.

### 3.2 Navier-Stokes Denklemleri

Sıkıştırılabilir akışkanlar için kütle korunumu (süreklilik) denklemi ve akış alanı içerisinde birim akışkan kütlelerine etkiyen kuvvetlerin dengesinin yazılması ile elde edilen; momentumun korunumu denklemleri şu şekildedir:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (3.1)$$

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \mu \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) \quad (3.2)$$

(3.2) denklemleri Navier-Stokes denklemleri olarak bilinmektedir. Buradaki tam türev

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (3.3)$$

ifadesinin kısa şeklidir. Sıkıştırılmaz akışkanlar için; yoğunluğun konum ve zamanla değişmemesi nedeniyle süreklilik ve Navier-Stokes denklemleri

$$\frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (3.4)$$

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (\rho = \text{sb.}, \mu = \text{sb.}) \quad (3.5)$$

olarak ifade edilirler.

### 3.3 Ortalama Hareket ve Çalkantılar

Deneysel araştırmaların sonucuna göre, türbülanslı bir

akıştaki en önemli özellik; akış alanı içerisindeki sabit bir noktada hız ve basıncın zamanla sabit kalmaması ve yüksek frekanslı düzensiz çalkantılar göstermesidir. Akış yönünde ve akışa dik yönde çalkantılara neden olan akışkan topakçıkları, boyutları küçük ve görülebilir akışkan toplarıdır. Gözlenen bir kanal akışında hız çalkantılarının çok küçük oranlarda kalmasına rağmen, bu çalkantıların bütün akış üzerindeki etkisinin büyük olduğu anlaşılmıştır [1].

Matematik açıdan türbülanslı akış hareketini inceleyebilmek için; bu tür bir hareketi ortalama hareket ve çalkantı ya da girdap hareketi diye ikiye ayırmak uygundur.  $u_i$  hızının zaman ortalamalı kısmı  $U_i$  ile ve çalkantılı kısmı da  $u_i'$  ile gösterilirse, hız bileşenleri ve basınç için şu bağıntılar yazılabilir:

$$u_i = U_i + u_i' \quad , \quad p = P + p' \quad (3.6 \text{ a,b})$$

Akış alanı içerisindeki sabit bir noktadaki zaman ortalamaları

$$U_i = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} u_i dt = \bar{u}_i \quad , \quad P = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} p dt = \bar{p} \quad (3.7 \text{ a,b})$$

olarak yazılabilir. Buradan görülebileceği gibi ortalama değerler yeterince geniş bir  $t_2 - t_1$  aralığında, zamandan bağımsız olacak şekilde düşünülmektedir. Böylece bütün büyüklüklerin çalkantılı kısımlarının zaman ortalamaları sıfıra eşit olur.

$$\bar{u}_i' = 0 \quad , \quad \bar{p}' = 0 \quad (3.8 \text{ a,b})$$

Çalkantılar; akış üzerinde, akışkan viskozitesinin artması gibi bir etki yaparlar. Bu viskozite etkisi, türbülanslı hareketin kuramsal olarak incelenebilmesinde yararlanan temel hareket noktasıdır [1].

### 3.4 Reynolds Denklemleri

Zaman ortalamalı Navier-Stokes denklemleridirler. (3.4) ve (3.5) denklemlerindeki terimlerin yerine, (3.6 a,b) bağıntıları ile tanımlanan ortalama ve çalkantılı değerleri yazılıp, denklemlerde zaman ortalamasının alınması ile

$$\frac{\partial(\rho U_i)}{\partial x_i} = 0 \quad , \quad \frac{\partial(\rho u_i')}{\partial x_i} = 0 \quad (3.9 \text{ a,b})$$

$$\rho \frac{DU_i}{Dt} = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} [\mu (\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}) - \overline{\rho u_i' u_j'}] \quad (3.10)$$

(3.10) Reynolds denklemleri elde edilir. Bu denklemlerin sağ tarafındaki  $\overline{\rho u_i' u_j'}$  terimleri Reynolds gerilmeleri olarak adlandırılırlar. Bu gerilmeler türbülanslı akıştaki çalkantılardan dolayı ortaya çıkarlar. Laminer akış denklemlerindeki viskoz gerilme terimlerinin yanına ek olarak gelmelerinden dolayı akış üzerindeki etkileri de aynı olur. Bu nedenle akışkan viskozitesi gibi varsayılan bir girdap viskozitesi tarafından oluşturuldukları düşünülmektedir. Şekil 3.1'de katı bir duvardan itibaren bu gerilmelerin ve toplam gerilmenin değişimi görülmektedir.

Reynolds denklemleri, Reynolds gerilmeleri ile ilgili bir yaklaşım yapılmaksızın çözülemezler.

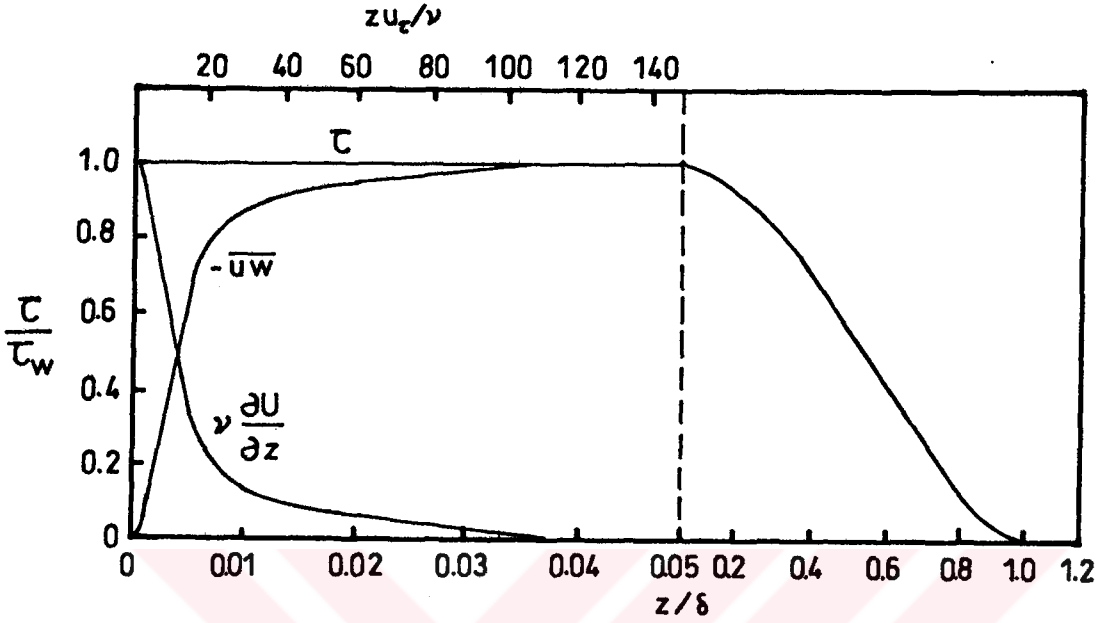
### 3.5 Evrensel Hız Dağılım Kanunları

2h yüksekliğinde dikdörtgen kesitli bir kanal içerisindeki akışta hız dağılımını hesaplayabilmek için; von Karman'ın sürtünme kanunu ve Prandtl'in karışım uzunluğu kanunu; kolayca kullanılabilir. von Karman'ın benzerlik kuralının uygulanması ve integrasyon işlemlerinin yapılması ile;

$$\frac{U_{\text{maks}} - U}{U_\tau} = - \frac{1}{\lambda} \left[ \ln \left( 1 - \sqrt{\frac{z}{h}} \right) + \sqrt{\frac{z}{h}} \right] \quad (3.11)$$

boyutsuz ifadesi elde edilir. Burada  $U_\tau$  katı sınırdaki sürtme

hızı,  $\chi$  von Karman sabiti ( $\chi=0.4$ ) ve  $z$  de sınırdan olan uzaklıktır [1].



Şekil 3.1 Sınır tabaka boyunca toplam gerilme, Reynolds gerilmesi ve viskoz gerilmenin değişimi [32].

Benzer bir diğer hız dağılım kanunu Prandtl'in türbülanslı kayma gerilmesi varsayımından çıkarılabilir. Bu varsayımına göre duvar yakınında kayma gerilmeleri, duvarın normali yönünde değişim göstermezler ( $\tau=\tau_w$ ).

$$U_\tau = \left(\frac{\tau_w}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad z_p^+ = \frac{\rho z_p U_\tau}{\mu} \quad (3.12 \text{ a,b})$$

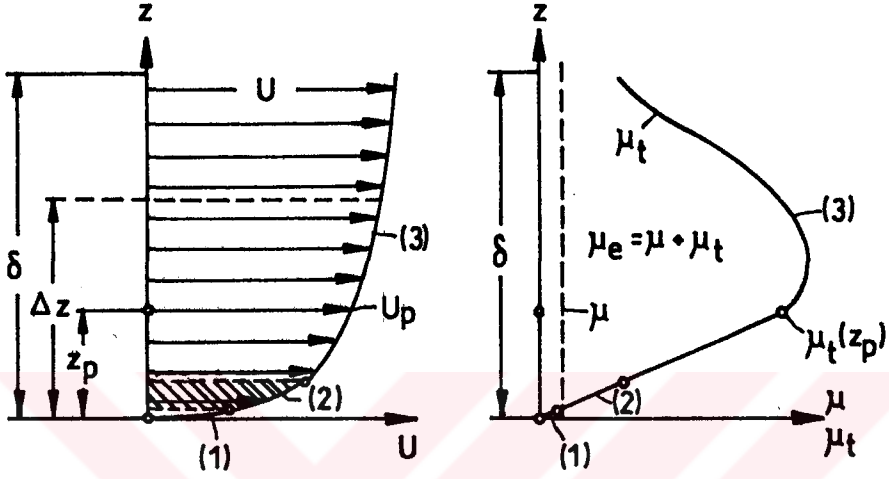
Olarak tanımlanırsa yukarıdaki düşünceyi temel alan ve logaritmik duvar kanunu olarak da bilinen;

$$U_\tau = U_p / z_p^+ \quad (0 < z_p^+ < 11.5) \quad (3.13 \text{ a})$$

$$U_\tau = U_p / \{[\ln(E z_p^+)] / \chi\} \quad (11.5 < z_p^+ < 10^3) \quad (3.13 \text{ b})$$

kanun günümüzde kullanılan en geçerli duvar kanunu olarak bilinmektedir [19]. Burada  $E \approx 9$  ve  $\chi = 0.4$ 'tür. (3.12) ve (3.13)

bağıntılarında kullanılan  $U_p$ ; türbülanslı sınır tabaka içerisindeki bir noktada duvara paralel akışkan hızını,  $z_p$  de bu noktanın duvara olan uzaklığını göstermektedir. Şekil 3.2'de duvar üzerinde gelişmiş bir sınır tabaka ve türbülans viskozitesinin duvardan itibaren değişimi görülmektedir.



Şekil 3.2 Duvardan itibaren  $U$  hızının ve türbülans viskozitesinin değişimi. (1) viskoz alt tabaka, (2) geçiş, (3) tam türbülanslı sınır tabaka bölgelerini göstermektedir [19].

Bu çalışmada da katı sınırların yakınında logaritmik duvar kanunu kullanılmıştır. Bu kanunun avantajı; sınırdaki sürtme hızının, akışkanın yoğunluğu ve viskozitesi gibi fiziksel özellikleri yanında, yalnızca sınıra en yakın noktadaki akışkan hızına bağlı olarak hesaplanabilmesidir. Dezavantajı ise, matematik olarak kapalı bir ifade olması nedeniyle iteratif olarak çözülebilmemesidir. Ancak bölüm 5.2.5'te de ifade edildiği gibi sürtme hızı için (3.13) ifadeleri yerine türbülans kinetik enerjisi cinsinden eşiti kullanılarak (5.33) gibi cebrik bir ifade elde edilebilir. Bu sayede iteratif çözüme gerek kalmaz.



## BÖLÜM 4

### MATEMATİK MODELİN TEMEL BAĞINTILARI

#### 4.1 Türbülans Modelleme

Türbülans; akışkanlar mekaniğindeki en karmaşık hareket şekli olup, türbülanslı akışta ortaya çıkan üç boyutlu zaman bağımlı girdapların hareketi Navier-Stokes denklemleri ile ifade edilebilmektedir. Bu denklemler temelde, birim kütle için Newton'un ikinci hareket kanununu ifade ederler (momentumdaki değişim miktarı uygulanan dış kuvvete eşittir). Türbülanslı akış ile ilgili bir problemin çözümünde; Navier-Stokes denklemleri ile birlikte süreklilik denklemi ve bu denklemlerin yanında kinetik enerjinin korunumu denklemi kullanılmalıdır. Sıkıştırılabilen akışlarda ise bu denklemlere ek olarak; ısıl enerji ve gaz özelliklerini belirleyen denklemlerin de kullanılması gerekir [33].

Üç boyutlu zaman bağımlı Navier-Stokes denklemlerinin sayısal olarak çözülebilmesi olanaklıdır. Ancak; türbülansla ortaya çıkan girdapların boyutlarının büyük olması nedeniyle, büyük Reynolds sayılarında hesaplamaların yapılabilmesi için yüksek hafızalı bilgisayarlar gereksinim vardır. Türbülansın ancak oluşabileceği kadar küçük Reynolds sayılarında sıradan bilgisayarlar ile sayısal çözüm elde etmek olanaklıdır. Günümüzde; bilgisayarların kapasitesi, büyük Reynolds sayılarında büyük girdapların zaman bağımlı hareketlerinin, ancak idealleştirilmiş hesaplarını yapabilmeye yeterlidir. Bu hesaplamalarda küçük girdapların hareketleri ise amirik bağıntılar yardımıyla hesaplanır (büyük girdap benzeşimi - ağ alt ölçeği modellemesi). Bu yöndeki çalışmalar günümüzde araştırma düzeyinde olup, bunların pratik mühendislik problemlerinin

çözümünde kullanılabilmesi için zamana gereksinim vardır [33].

Bugünkü mühendislik amaçlı hesaplama yöntemleri Reynolds denklemlerine dayalıdır. Denklemler lineer olmadıkları için, zaman ortalamalı çalkantı hızlarının çarpımlarını içermektedirler. Bu ek terimler türbülansın dolaylı ortaya çıkan momentum transfer miktarının zaman ortalamasını göstermektedirler. Üç adet Reynolds denklemi ve süreklilik denklemi altı adet bilinmeyen terim meydana getirirler. Bölüm 3.4'de de ifade edildiği gibi bu bilinmeyenlere Reynolds gerilmeleri denir ve  $-\rho u_i' u_j'$  olarak gösterilirler. Burada  $i$  ve  $j$  indisleri farklı yönlerdeki hız bileşenlerini göstermektedir ve  $u_i' u_j' = u_j' u_i'$  olup, dokuz gerilme bileşeninin yalnızca altısı bağımsızdır [33].

Reynolds denklemleri; ortalama bir akım çizgisi boyunca birim kütle için momentumun değişim miktarını gösterirler. Bazı ara işlemlerle, ortalama bir akım çizgisi boyunca Reynolds gerilmelerinin değişim miktarı için denklemler çıkarmak olanaklıdır. Bu şekilde elde edilen denklemlere Reynolds gerilme transport denklemleri adı verilir. Bu denklemler oldukça karmaşık yapıda olan, çalkantı büyüklüklerinin korelasyonlarını içermektedirler. Bu denklemlerin "kapanması" (bilinmeyenlerin sayısı ile denklem sayısının eşitlenmesi) için, gerilme transport denklemlerindeki yüksek dereceden terimleri ( $u_i' u_j' u_l'$  gibi üçlü çarpım terimleri); ortalama hızlar, Reynolds gerilmeleri ve bunların gradyanları gibi terimler cinsinden amprik olarak tanımlamak gerekmektedir. Böylece bilinmeyenlerin sayısı denklem sayısına indirgenmiş olur. Pratikte amprik bağıntılar, deneysel verilerden yararlanılarak çıkarılır [33].

Yukarıda sözü edilen gerilme transport denklemleri, ortalama bir akım çizgisi boyunca; Reynolds gerilmesinin oluşması, basınç çalkantılarının engelleyici ya da viskozitenin yutucu davranışı nedeniyle Reynolds gerilmesinin bozulması (destruction) ve türbülanslı yayılım tarafından Reynolds gerilmesinin konum transportuna uğraması durumlarını içeren, Reynolds gerilmesinin değişim miktarını ifade ederler. Pekçok

durumda üretim (production) ve bozulma miktarları yaklaşık olarak birbirlerine eşit ve zıt yönlüdürler. Bu terimler; ortalama transport ve türbülanslı transport terimlerinden oldukça büyüktürler. Karışım uzunluğu yaklaşımının basit şekilleri veya girdap-viskozite formülü gibi en eski türden türbülans modelleri; "üretim=bozulma" yaklaşık denklemine ya da "üretim $\approx$ bozulma" orantısına (orantı katsayısı 1'den biraz farklıdır ve amprik bir formülle verilir) dayalıdır. Bu tür türbülans modellerine "yerel denge" modelleri denir ve türbülans ile ortalama hız gradyanları arasındaki ilişkiyi ifade ederler. Böylece Reynolds gerilmeleri ile ortalama hız gradyanları arasındaki bağıntılar elde edilmiş olur. Ancak bu tür formüller, ihmal edilen transport terimlerinin büyük olduğu akışlar için uygun değildirler. Böyle durumlarda yukarıda sözü edilen orantı katsayısının uygun şekilde seçilmesi ile, formüllerin gerçek sonuçları verecek şekilde düzeltilmesi sağlanabilir [33].

Yukarıda bahsedilen transport terimlerinin ihmal edilmesinin yanında yapılan bir diğer varsayım da; farklı gerilme transport denklemlerindeki transport terimlerinin birbirlerine bağlı olduğudur. Bu durumda bir gerilme tansörünün bileşenlerini gösteren altı adet cebrik denklem takımı elde edilir. Böylece elde edilen modellere "cebrik gerilme modelleri (ASM)" adı verilir. Bu modellemede türbülanslı kinetik enerji denklemi daima temel denklem olarak seçilir [33].

Reynolds gerilme transport denklemlerinde  $u_i'u_j'$  nin tam türevlerini gösteren terimlerin boyutları (hız)<sup>2</sup>/zaman ya da (hız)<sup>3</sup>/uzunluk cinsindedir. Bu denklemlerin modellenmesinde; hız skalaları  $u_i'u_j'$  terimleri ile belirlenir. Hız skalasının yanında her durumda bir uzunluk skalası da tanımlamak gerekmektedir. Uzunluk skalası; ya bir kayma tabakası kalınlığına cebrik olarak bağlı bir bağıntı ile, ya da modellenmiş bir girdap uzunluk skalası transport denklemi yardımıyla ifade edilir. Uzunluk skalası transport denklemi, ya da (hız)<sup>3</sup>/uzunluk boyutlu  $\epsilon$  yutulması gibi uzunluk skalasına benzer büyüklüklerin transport denklemleri; cebirsel olarak oldukça karmaşık ve ölçülemez terimler içermelerine karşın, Navier

Stokes denklemlerinden çıkarılabilirler (bölüm 4.2.2). Bu denklemlerin modellenmiş şekilleri; genellikle tamamen amprik olup, modellemeyi yapan araştırmacının fiziksel olay için yaptığı yaklaşıma dayalıdır [33].

Girdap viskozitesinin; türbülans hız skalası ve türbülans uzunluk skalası çarpımına eşit olduğu varsayımından çıkarılan, basitleştirilmiş bir cebirsel gerilme modeline de k- $\epsilon$  yöntemi adı verilir. Cebirsel gerilme modellerinde olduğu gibi, türbülans kinetik enerjisi ve yutulma miktarı transport denklemleri de modellenmelidir. Cebirsel gerilme modellerine göre k- $\epsilon$  yöntemi cebirsel ve sayısal olarak daha basittir. Günümüzde cebirsel gerilme modellerinin kullanımı biraz sınırlı kalmıştır. Zira büyük x adımlarında kararlı sayısal hesaplamalar yapmak oldukça zordur [33].

Gelecekte Reynolds gerilme transport denklemlerinin tam modellemesinin (RS modelleri); herhangi bir varsayım yapılmadan, doğrudan deneysel verilere dayalı olacağı ve genel mühendislik uygulamalarında yaygın olarak kullanılacağı sanılmaktadır. Bugün için deneysel verilerin yetersizliği ve kısmen de sayısal zorluklar nedeniyle; cebirsel gerilme modelleri ve k- $\epsilon$  modeli, tam transport denklemleri modellerinden daha kullanışlıdır [33].

Günümüzde yaygın olarak bilinen ve kullanılan türbülans modelleri tablo 4.1'de verilmiştir. Tablodan da görüldüğü ve yukarıda da değinildiği gibi her bir model, farklı yaklaşımlar esas alınarak çıkarılmıştır.

Tablo 4.1 Farklı türbülans modelleri ve özellikleri [33].

TÜRBÜLANS MODELİ	AÇIKLAMA
Karışım uzunluğu ve ona bağlı girdap viskozitesi formülleri	Yerel denge kavramına dayalıdır
k-ε modeli	Girdap viskozitesinin türbülans hızı ve uzunluğu skalalarının çarpımına eşit ve izotropik olduğu varsayımına dayalıdır.
Cebirsel gerilme modeli	Gerilme transport terimlerinin, cebirsel denklemler verecek şekilde basitleştirilmiş bir Reynolds gerilme modelidir.
Reynolds gerilme modelleri	Girdap viskozitesi varsayımlarını yapmadan Reynolds gerilme transport denklemlerinin tam modellenmesi
Büyük girdap benzeşimleri	Büyük girdaplar için Navier-Stokes çözümü ve küçük girdaplar için amprik bir model
Tam Navier-Stokes çözümleri	Çalkantılı alanın tamamı için Navier-Stokes denklemleri çözümleri

## 4.2 Transport Denklemleri

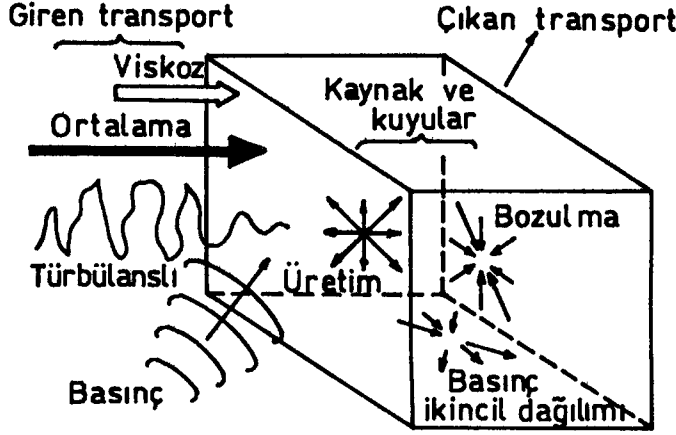
### 4.2.1 Reynolds Gerilme Transport Denklemi

(3.10) bağıntısı ile verilen Reynolds denklemlerinin, (3.5) bağıntısı ile verilen Navier-Stokes denklemlerinden taraf tarafa çıkarılması ile elde edilen ifadenin;  $u_i'$  ile çarpılıp zaman ortalamasının alınması ile ve diğer indis için de yapılan aynı işlem ile elde edilen ifadelerin taraf tarafa toplanması ile  $\overline{Du_i'u_j'}/Dt$  için bir denklem elde edilir [34, 35]. Reynolds gerilme transport denklemi olarak bilinen bu denklem;

$$\begin{aligned}
 \frac{\overline{Du_i'u_j'}}{Dt} &= \rho \left( -\overline{u_k'u_j'} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} - \overline{u_k'u_i'} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} \right) \\
 &\quad (I) \\
 &\quad - 2\mu \frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \frac{\partial u_j'}{\partial x_k} + p' \left( \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j'}{\partial x_i} \right) \\
 &\quad (II) \qquad (III) \\
 &\quad + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \mu \frac{\partial u_i'u_j'}{\partial x_k} - \rho u_i'u_j'u_k' - (\delta_{jk}u_i' + \delta_{ik}u_j')p' \right) \\
 &\quad (IV)
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu denklemde yer alan  $u_i'u_j'$  ler Reynolds denklemlerindeki bilinmeyen türbülans büyüklükleridir.  $\overline{Du_i'u_j'}/Dt$  denklemi; şekil 4.1'de açıkça görülebileceği gibi ortalama akış transportunu, çalkantılar tarafından ortaya çıkan türbülanslı transportu ifade eden terimleri ve kontrol hacmi boyunca üretim ve bozulmayı gösteren terimleri içermektedir. (4.1) denkleminin sol tarafı taşınımı göstermektedir ve yeni bilinmeyenler ortaya çıkarmamaktadır. Sağ taraftaki (I).terim üretim terimidir ve modellenmesine gerek olmadığı gibi ölçülebilmesi de olanaklıdır. (II).terim yutulma korelasyonunu göstermektedir. (III).terim; basınç-şekil değiştirme korelasyonu terimi ve (IV).terim yayılım transportu terimlerinin; bazı varsayımlarla bilinen büyüklükler

cinsinden tanımlanması gerekmektedir [35].



Şekil 4.1 Transport büyüklüklerinin bir kontrol hacmi içerisindeki değişimi [35].

#### 4.2.2 Yutulma (Dissipation) Denklemi

(4.1) Reynolds gerilme transport denkleminde bir bilinmeyen olarak ortaya çıkan yutulma terimi diferansiyel bir korunum denkleminin bağımlı bir değişkeni olarak ifade edilebilir. Bu diferansiyel denklemi elde etmek üzere; (3.5) Navier-Stokes denklemlerinde yer alan bağımlı değişkenler yerine; (3.6 a,b) ile tanımlanan eşitleri yazılır ve (3.10) denklemden yararlanılırsa;

$$\frac{\partial u_i'}{\partial t} + u_j' \frac{\partial (U_i + u_i')}{\partial x_j} + \frac{U_j \partial u_i'}{\partial x_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \frac{\partial^2 u_i'}{\partial x_j^2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_i' u_j'} \quad (4.2)$$

denklemi elde edilir. Bu denklemi yutulmayı ifade eden bir denklem şekline dönüştürmek üzere; boyut uygunluğu açısından denklemin  $x_1$ 'ye göre türevini alıp  $\partial u_i' / \partial x_1$  ile çarpıp zaman ortalama alacak olursak:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_1 \partial x_j} \overline{u_j' \frac{\partial u_i'}{\partial x_1}} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_1} \frac{\partial u_j'}{\partial x_1}} + \frac{\partial u_j}{\partial x_1} \overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_1} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j}} \\
& \quad (I) \qquad \qquad \qquad (II) \qquad \qquad \qquad (III) \\
& + u_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{1}{2} \overline{\left( \frac{\partial u_i'}{\partial x_1} \right)^2} \right] + \frac{\partial u_i'}{\partial x_1} \overline{\frac{\partial u_j'}{\partial x_1} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j}} + u_j' \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{1}{2} \overline{\left( \frac{\partial u_i'}{\partial x_1} \right)^2} \right] \\
& \quad (IV) \qquad \qquad \qquad (V) \qquad \qquad \qquad (VI) \\
& = - \frac{1}{\rho} \overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_1} \frac{\partial^2 p'}{\partial x_1 \partial x_i}} + \overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_1} \left( \frac{\partial^2 u_i'}{\partial x_j^2 \partial x_1} \right)} \qquad (4.3) \\
& \quad \qquad \qquad (VII) \qquad \qquad \qquad (VIII)
\end{aligned}$$

şeklinde yutulma denklemi elde edilir. Bu denklemde taşınım ve yutulma ile ilgili terimlerin görülebilmesine karşın geri kalan terimler açık değildirler ve tanımlanamayan korelasyonlar ortaya çıkarılırlar. Bu nedenle modellenmeye gereksinimleri vardır [35].

#### 4.3 k-ε Türbülans Modeli

(3.10) Reynolds denklemleri, Reynolds gerilmeleri gibi ikili çarpımları içerirler. Aynı şekilde Reynolds gerilme transport denkleminde de üçlü çarpımlar yer almaktadır. Bu çarpımları içeren denklemler ile hesaplamaların yapılabilmesi, ancak bu çarpım terimlerinin yerine bazı deneysel veriler ya da ifadelerin kullanılması ile olanaklıdır. (4.1) Reynolds gerilme transport denklemini çözülebilir bir yapıya kavuşturmak için; denklemin sağ tarafındaki bilinmeyen türbülans büyüklüklerini  $\overline{u_i' u_j'}$  veya ortalama şekil değiştirme miktarı gibi ifadeler ile amprik olarak ifade etmek gerekmektedir.  $\overline{u_i' u_j'}/Dt$  terimi; (hız)<sup>3</sup>/uzunluk boyutundadır. Buna göre l gibi bir uzunluk skalası terimlerin en az bir tanesinin içerisinde yer almalıdır. v gibi bir hız skalası da  $(\overline{u_i'^2})^{\frac{1}{2}}$  gibi tanımlanırsa,  $v^m l^n$  gibi herhangi bir büyüklük (4.1) denkleminin sağ tarafında kullanılabilir [35].



#### 4.3.1 Türbülans Kinetik Enerjisi (k) Denklemi

(4.1) Reynolds gerilme transport denkleminde  $i=j$  yazılır ve toplama yapılmaz ise normal gerilme denklemleri elde edilir [35,36]:

$$U_j \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u(i)'^2} + 2\overline{u(i)'u_j'} \frac{\partial U(i)}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} [\overline{u(i)'^2 u_j'} + 2\overline{u(i)'} p' \delta(i)j] - \frac{2}{\rho p'} \frac{\partial u(i)'}{\partial x(i)} - 2\nu \frac{\partial^2 \overline{u(i)'^2}}{\partial x_k^2} + 2\epsilon = 0 \quad (4.4 a)$$

$$k = (\overline{u_1'^2} + \overline{u_2'^2} + \overline{u_3'^2})/2 = \overline{u_i'^2}/2 \quad (4.4 b)$$

Normal gerilmelerin parantezler içerisindeki indisler üzerinde toplanmasıyla türbülans kinetik enerjisi için bir denklem elde edilir:

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} [-u_j' (\frac{\rho \overline{u_i' u_i'}}{2} + p')] + \mu \frac{\partial k}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial \overline{u_j' u_i'}}{\partial x_i} - \rho \overline{u_i' u_j'} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \mu \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial u_j'}{\partial x_i} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \quad (4.5)$$

Bu denklemin terim terim modellenmesi ile türbülans kinetik enerji denklemi elde edilir [35,37,38]:

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j}) + \mu_t (\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho \epsilon \quad (4.6)$$

#### 4.3.2 Yutulma ( $\epsilon$ ) Denkleminin Modellenmesi

Pekçok araştırmacı, bir uzunluk skalası yerine türbülans kinetik enerjisi yutulma miktarı  $\epsilon$ 'u kullanmayı yeğlemektedir. Bunun nedeni  $\epsilon$ 'un kinetik enerji denkleminde doğrudan bir bilinmeyen olarak yer almasıdır [37]. (4.3) yutulma denkleminde (I).terimin ihmal edilmesi, (II). ve (III).terimlerin üretim terimini ve (V)., (VI)., (VII).terimlerin de yayılım terimini oluşturmak üzere bir araya getirilmesi ile;

$$\rho \frac{DE}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu_t \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) + c_1 \mu_t \frac{\epsilon}{k} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - c_2 \frac{\epsilon^2}{k} \quad (4.7)$$

şeklinde modellenmiş yutulma denklemi elde edilir [35,37,38].

### 4.3.3 Boussinesq Yaklaşımı

(3.10) denkleminde ortaya çıkan  $\overline{\rho u_i' u_j'}$  Reynolds gerilmeleri; Boussinesq'in türbülans viskozitesi yaklaşımına göre, ortalama hız gradyanı, türbülans kinetik enerjisi ve türbülans viskozitesi cinsinden şöyle ifade edilir [31]:

$$\overline{\rho u_i' u_j'} = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (4.8)$$

Bu bağıntıyı yazabilmek için iki varsayıma gereksinim vardır. Birincisi, akış yaklaşık olarak denge durumunda olmalıdır. Bu durumda taşınım ve yayılım; üretim ve yutulmaya göre oldukça azdır. İkincisi ise, türbülans Reynolds sayısı'nın ( $k^{1/2} l / \nu$ ) yüksek olmasıdır. Bu varsayımlar türbülans viskozitesi yaklaşımının hangi durumlarda geçerli olabileceğini de ortaya koymaktadır [35]. Buradaki türbülans viskozitesi  $\mu_t$ , türbülans kinetik enerjisi  $k$  ve bu enerjinin yutulma miktarı  $\epsilon$  cinsinden;

$$\mu_t = \rho c_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4.9)$$

bağıntısı ile ifade edilir [39].

(4.6), (4.7) ve (4.9) denklemlerinde yer alan  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\epsilon$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  ve  $c_\mu$  katsayıları;  $k$ - $\epsilon$  türbülans modeli sabitleri olarak bilinirler ve deneysel verilere dayalı olarak belirlenirler. Bu çalışmadaki çözümlerde kullanılan momentum ve türbülans modeli denklemleri toplu olarak ek 1'de verilmiştir.

#### 4.3.4 k- $\epsilon$ Türbülans Modeli Sabitleri

Çözülen problemin yapısına bağlı olarak; değişik çalışmalarda kullanılan k- $\epsilon$  modeli sabitleri değişik değerler almaktadır. Tablo 4.2'de bazı çalışmalarda kullanılan k- $\epsilon$  modeli sabitleri görülmektedir.

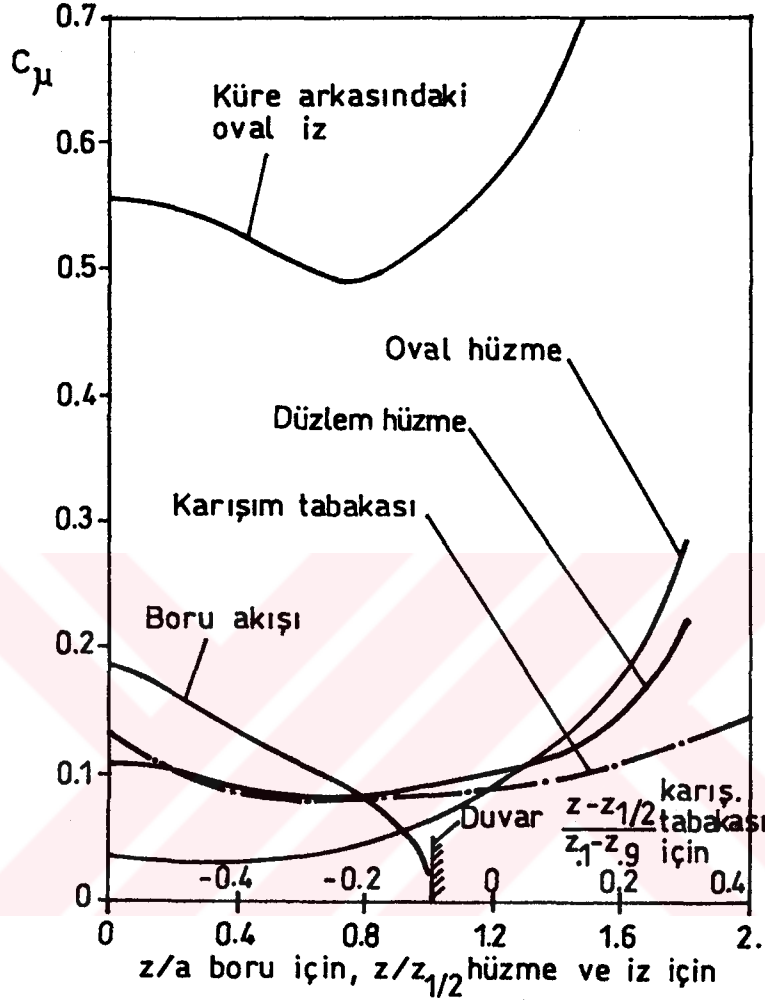
Tablo 4.2 Değişik çalışmalarda kullanılan k- $\epsilon$  türbülans modeli sabitleri.

YAZAR(LAR)	BOYUT	$\sigma_k$	$\sigma_\epsilon$	$c_1$	$c_2$	$c_\mu$
Patankar[40]	3	1	1.3	1.44	1.92	0.09
Frost ve d.[41]	2	-	-	-	-	0.416
Taylor ve d.[42]	2	1	1.3	1.45	0.18	0.22
Yeung ve Kot[18]	2	1	1	1.54	2	0.03
Murak. ve M.[22]	3	1	1.3	1.44	1.92	0.09

Tablodan da görüldüğü gibi özellikle  $c_\mu$  sabiti farklı değerler alabilmektedir. Kuvvetli şekil değiştirmeli akışlarda  $c_\mu$  sabiti yaklaşık olarak 0.09 olarak alınabilir. Ancak bu değer bütün akış alanında aynı kalmamaktadır. Kayma gerilmelerinin küçük değerler aldığı bölgelerde  $c_\mu$ 'nün değeri de değişmektedir. Zayıf şekil değiştirmeli akışlarda ise; Reynolds gerilmelerinin taşınım ve yayınımlarının, üretimlerine olan oranları; kuvvetli şekil değiştirmeli akışlardaki aynı oranlara göre farklılıklar göstermektedir. Bu nedenle  $c_\mu$  sabiti de akışın türüne göre değişik değerler almaktadır [39].

Şekil 4.2'de değişik deneysel çalışmalarda ölçülen  $c_\mu$ 'nün değişimi görülmektedir.

Bu çalışmada  $c_\mu$  sabiti için değişik değerler alınarak hesaplamalar yapılmış ve deneysel verilerle uyum gösteren sonuçların hesaplanmasını sağlayan  $c_\mu$  değeri araştırılmıştır.



Şekil 4.2 Deneysel verilere göre değişik türden akışlar için;  $c_\mu$ 'nin akış alanı içerisindeki konum ile olan değişimi [39].  $z_1$ ,  $z_1/2$  ve  $z_g$ ; hızların, maksimum hızın 0.1, 1/2 ve  $1/2 \cdot 0.9$  katı değer aldıkları konumları göstermektedir (a boru yarıçapıdır).

#### 4.4 İrdeleme

k- $\epsilon$  türbülans modeli gibi, iki adet diferansiyel denklemin kullanıldığı türbülans modelleri günümüzde bilinen en geçerli hesaplama yöntemleridirler. Bunun temel nedeni; yutulma

miktarı ya da uzunluk skalasının, bir diferansiyel denklem olarak ifade edilmesiyle akış alanında bu büyüklüklerin ve buna bağlı olarak da diğer bağımlı değişkenlerin daha duyarlı olarak hesaplanmasıdır. Özellikle cisimler etrafındaki akışlar ile ilgili problemlerde akış alanının geometrisi; uzunluk skalası için cebrik bir bağıntıdan çok diferansiyel bir denklem kullanmayı gerektirir.

Ayrıca türbülans kinetik enerjisi ve yutulma miktarı ile ilgili deneysel veriler, diğer türbülans modellerine göre daha fazladır. Bu çalışmada da günümüzde kullanılan en popüler model olan k- $\epsilon$  türbülans modeli kullanılmıştır.



## BÖLÜM 5

### SAYISAL ÇÖZÜM YÖNTEMİNİN TANITILMASI

#### 5.1 Giriş

Hesaplamasal bir yaklaşım; matematiksel bir model ile başlayan ve sayısal bir çözüm ile son bulan birkaç adımdan oluşmaktadır. İlk adım; çözülecek fiziksel problem için yapılacak olan yaklaşımın düzeyinin seçilmesidir. İkinci adım ise bölge ayrıklaştırması ve denklem ayrıklaştırması şeklinde iki alt bileşeni olan; ayrıklaştırma yönteminin seçilmesidir. Bölge ayrıklaştırması; sürekli ortamın, değişkenlerin sayısal değerlerinin hesaplandığı sonlu sayıda düğüm noktalı bir ağ ya da ızgara şekline dönüştürülmesidir. Sayısal bir yaklaşımın duyarlılığı; doğrudan, kullanılan ağın boyutlarına bağlıdır. Diğer bir deyişle; ağ boyutları sıfıra yaklaşırken, sayısal benzeşimin hatası da sıfıra yaklaşır [43].

Karmaşık geometriler için de çözüm yine ağın şekline bağlı olacaktır. Bu durumlarda ağ şekli ve boyutu akış alanının değişimine göre düzenlenmelidir. Özellikle üç boyutlu ve karmaşık geometrili akış alanlarında ağ oluşturma işlemi oldukça önemlidir [43].

Ağın tanımlanmasından sonra denklemler ayrıklaştırılabilir. Bu durumda diferansiyel ya da integral denklemlerin; ağ düğüm noktalarındaki bilinmeyen değişken değerlerini içeren cebrik denklemlere dönüşmesi gerekir. Bütün sayısal yöntemlerin temelinde fiziksel denklemlerin cebrik denklemlere olan bu dönüşümü yatmaktadır. Zaman bağımlı problemler için ara bir adım daha sözkonusudur. Bu adım; herhangi bir zaman düzeyinde bilinmeyenler için cebrik bir denklem sistemi elde

etmek üzere, zamana göre de bir integrasyon işleminin yapılmasıdır [43].

Bir zaman değişkeninin denklemlerde yer alması durumunda; çözüm yöntemi olarak bütün sayısal yöntemlerin kullanılabilmesi olanaklı hale gelir. Zamandan bağımsız bir problemde; zaman bağımsız formülasyon yerine, daimi çözümün elde edilebileceği zamana bağımlı bir model kullanılabilir. Bu türden yöntemlere "zaman ilerlemeli" ya da "sözde zamana bağlı" yöntemler adı verilir [43]. Bu çalışmada da çözüm için ele alınan denklemlerin zamana bağlı (parabolik) olmalarına karşın; problem bir daimi akış problemidir. Daimi akış problemi denklemlerinin (eliptik); iterasyonla çözülerek sonucun bulunması temelde, zamana bağlı bir problemin asimptotik daimi çözüme yaklaşmasına eşdeğerdir. Parabolik denklemlerin sayısal çözümünde; eliptik denklemlere göre sayısal teknikler açısından bazı üstünlüklerin olması nedeniyle, parabolik denklemlerin daimi akış probleminin çözümünde kullanılması daha uygun olmaktadır [44].

Cebrik sistemlerin çözümünde kullanılan yöntemler; "direk" ve "iteratif" yöntemler olmak üzere ikiye ayrılırlar. Birincisi lineer bir sistemin bir adımda çözülmesi olarak tanımlanırken, diğeri de iteratif adımlarla çözüme yaklaşma olarak bilinir. Lineer olmayan problemler için bütün yaklaşımların iteratif olması gerekmektedir [43].

Ayrıklaştırılmış denklemlerin elde edilmesinde kullanılan yöntemler ise; sonlu fark yöntemi, sonlu eleman yöntemi ve sonlu kontrol hacmi yöntemidir. Sonlu fark yöntemi Taylor serisi açılımına dayalı bir yöntemdir. Bu yöntem; üniform ağ kullanılması durumunda uygulanan en basit yöntemdir. Bu yöntemdeki ağ düzenlemesinde; ağ düğüm noktaları  $m$  boyutlu uzayda  $m$  tane doğrunun ya da eğrinin kesiştiği yerlerde olacak şekilde düşünülür [43].

Sonlu eleman yöntemi; mühendislikte karşılaşılan sınır değerli veya başlangıç değerli diferansiyel denklemlerin çözümünde kullanılan yaklaşık bir yöntemdir. Bu yöntemin işleyişinde; çözüm bölgesi uygun şekilli küçük bölgelere bölünür ve her bir sonlu eleman üzerinde; yapılan temel yaklaşım

uygulanır. Her bir eleman için uygun düzenlenmiş koordinatlar tanımlanır ve diferansiyel denklemin yerine düğüm noktalarında tanımlanmış bağımlı değişken değerleri kullanılır. Bir değişim ilkesi ya da ağırlıklı artık yöntemi kullanılarak; temel diferansiyel denklemler, her bir elemenda geçerli olan sonlu eleman denklemlerine dönüşür. Bu yerel denklemler; uygun sınır şartları ile cebrik bir denklem sistemi oluşturacak şekilde bir araya getirilir. Bağımlı değişkenlerin düğüm noktalarındaki değerleri bu matris sisteminin çözümünden belirlenir [45].

Sonlu kontrol hacmi yöntemi ise, bir tür sonlu fark yöntemi olarak da düşünülebilir. Düzgün olmayan bir ağ düzenlemesinin kullanılmasına elverişli olması bu yöntemin avantajlı yanıdır. Ağ düğüm noktaları arasında yer alan kontrol hacimlerinin şekil ve düzenlerinin değişebilir olması, bu yöntemle büyük bir esneklik kazandırır. Ayrıca korunum denklemlerinin integral şekillerinin doğrudan ayrıklaştırılması nedeniyle; kütle, momentum ve enerji gibi temel büyüklüklerin ayrık düzeyde bile korunumlu olarak kalması sağlanır. Bu da sayısal yöntemlerde aranan en temel özelliktir [43]. Bu çalışmada da sayısal yöntem olarak sonlu kontrol hacmi yöntemi kullanılmıştır.

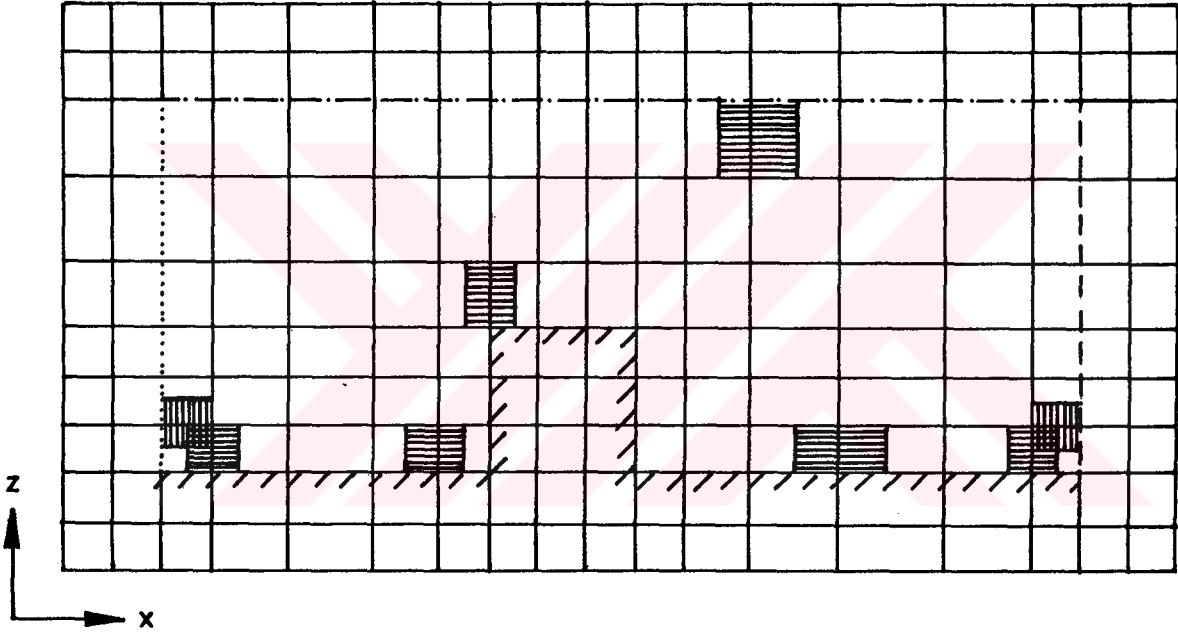
## 5.2 Sonlu Kontrol Hacmi Yöntemi

### 5.2.1 Bölge Ayrıklaştırılması

Hesaplama bölgesinin ayrıklaştırılması, bölgenin enine ve boyuna yatay ve düşey çizgilerle dikdörtgen hücrelere bölünmesi ile yapılır. Sınır koşullarının formüle edilebilmesi bakımından hesaplama bölgesinin çevresi en az bir sıra hücre ile çevrili olmalıdır. Bu çalışmadaki hesaplamalarda bölgenin çevresi iki sıra hücre ile çevrilmiştir. Şekil 5.1'de de görüldüğü gibi hücreleri ayıran ağ çizgileri bölge içerisinde başlayamaz ve bölge içerisinde bitemez. Ayrıklaştırılmış bölgelerde çoğunlukla üniform olmayan ağ kullanılır. Bu sayede; hesaplamalarda ekonomiklik sağlanabileceği gibi, daha geniş



bir alanda hesap yapma olanağı elde edilir. Kullanılan ağın darlığı ya da genişliği, bağımlı değişkenin hesaplama bölgesindeki değişimine bağlıdır. Örneğin yatay ve düşey hız bileşenlerinin, katı sınırların yakınındaki bölgelerde değişimleri oldukça yüksektir. Bu nedenle tüm hesap bölgesinin bu kısımlarında dar ağ, bu kısımların uzağında daha geniş ağ kullanılır. Hesap bölgesinde; değişen ağ boyutlarına ilişkin genel bir kural yoktur [46]. Bu çalışmada; ağ geometrisindeki değişimin sonuçlar üzerindeki etkileri de incelenmiştir.



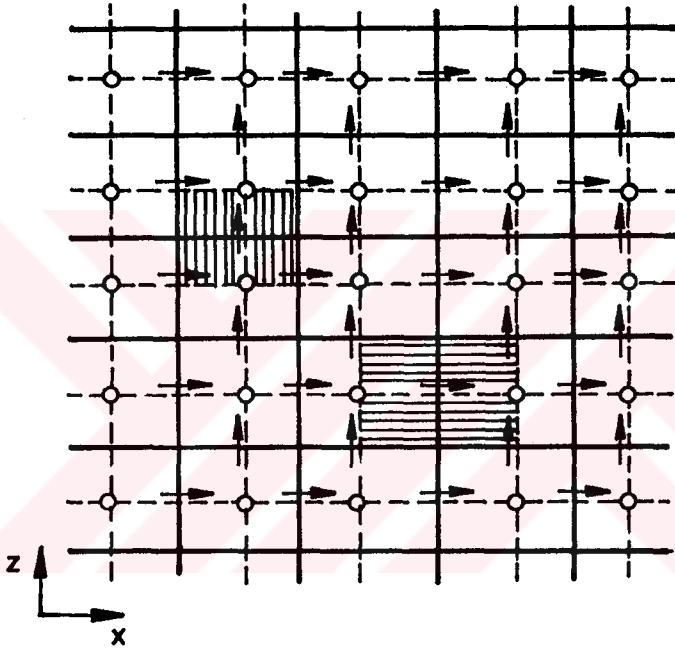
Şekil 5.1 Ayrıklaştırılmış bölgede sınırların, temel ve momentum hücrelerinin şematik görünüşü [19].

Ayrıklaştırılmış hesap bölgesinde yatay ve düşey hız hız bileşenlerinin, diğer bağımlı değişkenlerden ( $P, k, \epsilon, \mu_t$ ) farklı noktalarda hesaplanmasının yararlı olacağı düşünülerek, çapraz ağ (staggered grid) düzenlemesi geliştirilmiştir. Buna göre şekil 5.2'den de görülebileceği gibi yatay ve düşey hız bileşenleri momentum hücrelerinde, diğer değişkenler temel hücrelerde çözümlenirler. Bu kullanımın sağladığı en önemli yarar; iki temel hücre arasındaki basınç farkının, bu

hücreler arasındaki momentum hücrelerinde gözlenen hız bileşeni için doğal bir sürücü kuvvet oluşturmasıdır [46].

### 5.2.2 Denklemlerin Ayrıklaştırılması

Sonlu kontrol hacmi yöntemine göre hesap bölgesi her bir ağ noktasını kuşatan kontrol hacimlerine (hücrelere) bölünür. İki boyutlu bir akışkan hareketinde, herhangi bir bağımlı değişken için yazılabilecek olan;



Şekil 5.2 Yatay ve düşey hız bileşenlerinin çapraz ağ düzeninde görünüşü  $\rightarrow = U$ ;  $\uparrow = W$ ;  $\circ = P, k, \epsilon$  [46].

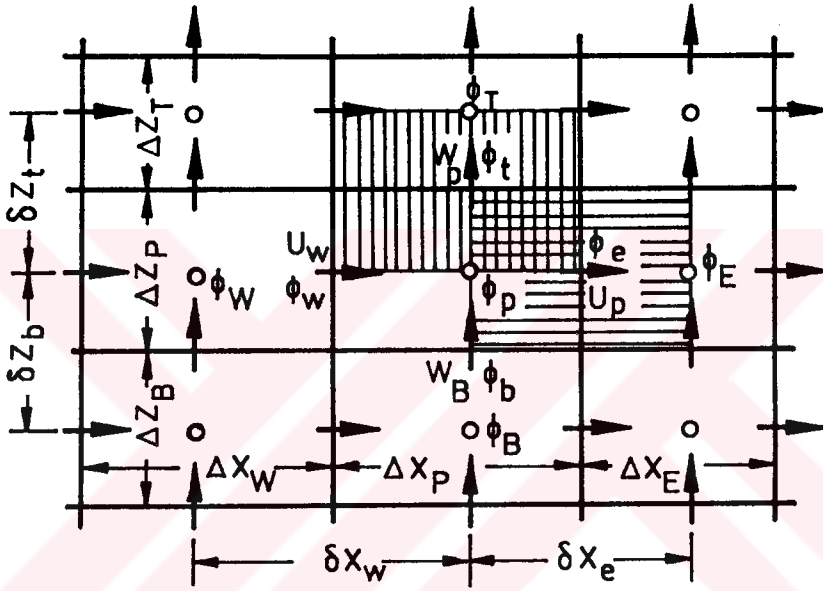
$$\underbrace{\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U\phi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho W\phi)}{\partial z}}_{\text{taşınım terimleri}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)}_{\text{yayınım terimleri}} + \underbrace{S}_{\text{kaynak terim}} \quad (5.1)$$

genel transport denkleminin seçilen bir kontrol hacmi boyunca integrali alınır ve ortalama değer teoreminden yararlanılırsa cebrik bir denklem elde edilir. Bu işlemi detaylı bir şekilde görmek üzere; şekil 5.3'teki notasyonlar kullanılarak,  $\phi_p$  ile gösterilen skaler bir bağımlı değişkene ait olan temel hücre,

kontrol hacmi olarak düşünülecektir. (5.1) denklemi yeniden düzenlenecek olursa;

$$\frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho U\Phi - \Gamma \frac{\partial\Phi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho W\Phi - \Gamma \frac{\partial\Phi}{\partial z}) - S = 0 \quad (5.2)$$

elde edilir. Bu denklemin şekil 5.3'teki temel hücre boyunca integrali alınır;



Şekil 5.3 Çapraz ağ geometrisine göre hücreler. : yatay hız bileşeni ( $U_p$ ) için momentum hücresi, : dikey hız bileşeni ( $W_p$ ) için momentum hücresi ve  $\phi_p$  skaler değişkenine ( $k_p, \epsilon_p, P_p, \Gamma_p$ ) ait temel hücre [19].

$$\int_b^t \int_w^e \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} dt dx dz + \int_t^{t+\Delta t} \int_b^t \int_w^e \frac{\partial}{\partial x}(\rho U\Phi - \Gamma \frac{\partial\Phi}{\partial x}) dx dz dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_b^t \frac{\partial}{\partial z}(\rho W\Phi - \Gamma \frac{\partial\Phi}{\partial z}) dz dx dt - \int_t^{t+\Delta t} \int_b^t \int_w^e S dx dz dt = 0 \quad (5.3)$$

bağıntısı yazılır. Burada yalnızca ikinci terim üzerinde ara işlemler gösterilecek gösterilecek olursa;

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_b^t \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} (\rho U \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x}) dx dz dt$$

$$= \int_t^{t+\Delta t} \int_b^t [(\rho U \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x})_e - (\rho U \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x})_w] dz dt \quad (5.4)$$

yazılabilir. Bu denklemin sağ tarafındaki ifade yerine ortalama değer teoremine göre eşitini yazacak olursak;

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_b^t [(\rho U \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x})_e - (\rho U \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x})_w] dz dt$$

$$= [(\rho U \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x})_e - (\rho U \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x})_w] \Delta z_p \Delta t \quad (5.5)$$

ifadesi elde edilir. (5.3) denklemindeki diğer terimler için de aynı işlemlerin yapılması ile;

$$\rho (\Phi^{n+1} - \Phi^n) \Delta x_p \Delta z_p + [(\rho U \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x})_e - (\rho U \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x})_w] \Delta z_p \Delta t$$

$$+ [(\rho W \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial z})_t - (\rho W \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial z})_b] \Delta x_p \Delta t - S \Delta x_p \Delta z_p \Delta t = 0 \quad (5.6)$$

ifadesi elde edilir. Bu denklemin tamamı  $\Delta x_p \Delta z_p \Delta t$  ile bölünürse

$$\rho \frac{\Phi_p^{n+1} - \Phi_p^n}{\Delta t} = \frac{J_e^n - J_w^n}{\Delta x_p} + \frac{J_t^n - J_b^n}{\Delta z_p} + S_p^n \quad (5.7)$$

bağıntısı elde edilir. Bu bağıntıdaki J büyüklükleri; her bir yüzeydeki toplam akıyı (taşınım + yayılım) göstermektedir. Örneğin e yüzeyindeki toplam akı;  $J_e = \rho U_p \Phi_e - \Gamma_e (\partial \Phi / \partial x)_e$

şeklindedir ve  $J_w$ ,  $J_t$  ve  $J_b$  de kontrol hacminin  $w$ ,  $t$  ve  $b$  yüzeylerinde yazılan benzer ifadeye eşittirler.  $n$  indisi zaman adımını göstermektedir. (5.7) denklemindeki  $J$  akıları yerine  $Q_e = J_e \Delta z_p$ ,  $Q_w = J_w \Delta z_p$ ,  $Q_t = J_t \Delta x_p$ ,  $Q_b = J_b \Delta x_p$  tanımları kullanılır ve (5.7) denklemi yeniden düzenlenirse;

$$\phi_p^{n+1} = \phi_p^n - \frac{\Delta t}{\rho A_p} (Q_e^n - Q_w^n + Q_t^n - Q_b^n) + \frac{\Delta t S_p^n}{\rho} \quad (5.8)$$

denklemi elde edilir. Burada  $A_p = \Delta x_p \Delta z_p$  olup hücre yüzey alanını göstermektedir.

(5.8) denklemi; temel hücre esas alınarak elde edildiği için, bu hücreye ait  $k$  ve  $\epsilon$  değişkenlerinin hesaplanmasında kullanılır. Yukarıdaki benzer işlemlerin şekil 5.3'te görülen  $U_p$  momentum hücresi için yapılması ile (5.8) denkleminin benzeri elde edilir. Ancak burada hücre boyutları ve  $\phi$  değişkeninin farklı olması nedeniyle  $\Delta x_p$  yerine  $\delta x_e$  gelir,  $\Delta z_p$  aynen kalır.  $W_p$  momentum hücresi için çıkarılacak denklemde de  $\Delta z_p$  yerine  $\delta z_t$  gelir,  $\Delta x_p$  aynen kalır. Uniform olmayan ağ kullanıldığı zaman; hücre boyutlarının ayrıklaştırılmış denklemler içerisindeki önemi artmaktadır.

### 5.2.3 Transport Büyüklüklerinin Interpolasyonu

(5.6) ifadesinde görüldüğü gibi; hücrelerin sınırlarında  $\phi$  bağımlı değişkeninin değerlerinin bilinmesine gereksinim vardır. Bu ara değerlerin belirlenebilmesi için temel hücreler veya momentum hücreleri arasında ilgili  $\phi$  değişkeninin değişimi için bir varsayım yapılır. Bu varsayıma dayalı olarak  $\phi_e$ ,  $\phi_w$ ,  $\phi_t$  vb. değerleri belirlenir. Bu işlem yapılırken; taşınım ve yayılım terimlerinin birbirlerine oranı, eğer momentum denklemi çözülüyorsa; hız bileşenlerinin yönü gibi ölçütler esas alınır.

Şekil 5.3'te görülen temel hücrenin  $e$  sınırındaki taşınım kütle debisi için  $F_e = \rho U_p \Delta z_p$  tanımı kullanılacak olursa, bu sınırdan geçen toplam debi için

$$Q_e = Q_e^c + Q_e^d = F_e \phi_e - \Gamma_e \Delta z_p \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e \quad (5.9)$$

yazılabilir. Buradaki türev ifadesi için yaklaşık değeri olarak  $(\partial \phi / \partial x)_e = (\phi_E - \phi_P) / \delta x_e$  alınır ve yayılım kütle debisi için de  $D_e = \Gamma_e \Delta z_p / \delta x_e$  olarak düşünülürse (5.9) denkleminde;

$$Q_e = F_e \phi_e - D_e (\phi_E - \phi_P) \quad (5.10)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifadedeki  $F_e$  ve  $D_e$  katsayılarının oranı, temel hücrenin e sınırındaki "Ağ Peclet Sayısı" olarak adlandırılır ve şu şekilde ifade edilir:

$$Pe_e = \frac{F_e}{D_e} = \frac{\rho U_p \delta x_e}{\Gamma_e} \quad (5.11)$$

Peclet sayısında  $\Gamma_e = \mu$  olarak alınırsa hücre Reynolds sayısı tanımı yapılmış olur.

$\phi_e$  ara değerinin tanımlanmasına ilişkin en basit yöntem merkezi (CENTRAL) fark yöntemidir. Buna göre; üniform olmayan ağ kullanıldığında  $\phi_e$  için;

$$\phi_e = \frac{\phi_E \Delta x_P + \phi_P \Delta x_E}{\Delta x_P + \Delta x_E} \quad (5.12)$$

yazılabilir. Üniform ağ kullanılması durumunda bu bağıntı  $\phi_e = \frac{1}{2}(\phi_E + \phi_P)$  şekline indirgenir. Bu yöntemde  $\phi$ 'nin E ve P noktaları arasında lineer bir değişim göstereceği varsayımı yapılmıştır. Ters durumlarda kullanılması uygun sonuçlar vermez. Bu tür sakıncaları gidermek üzere UPWIND [46] yöntemi kullanıma girmiştir. Bu yöntemde göre; taşınım terimindeki  $\phi_e$ , şekil 5.4'teki notasyonlar ile;

$$\phi_e = \phi_P ; Pe_e > 0 \text{ ise} \quad (5.13 a)$$

$$\phi_e = \phi_E ; Pe_e < 0 \text{ ise} \quad (5.13 b)$$

olarak belirlenir ve yayılım terimi denklemde olduğu gibi kalır.



interpolasyon bağıntıları yardımıyla hesaplanır. Buradaki  $L$  katsayıları Lagrange interpolasyon polinomu katsayılarıdır [47].  $U_w$ ,  $W_t$ ,  $W_b$  gibi diğer ara değerler de benzer şekilde ifade edilebilirler. Lagrange interpolasyon polinomunun; ara değerlerin belirlenmesi amacı ile kullanılması üzerine detaylı bilgi ek.2'de verilmiştir.

Tablo 5.1 Interpolasyon yöntemlerinin ağ Peclet sayısı ile olan ilişkisi [19].

$Q_e = F_e \phi_P + F_e(\phi_E - \phi_P)\beta_1 - D_e(\phi_E - \phi_P)\beta_2$			
Yöntem	Ağ Peclet Sayısı	$\beta_1$	$\beta_2$
CENTRAL	$-\infty < Pe_e < +\infty$	0.5	1
UPWIND	$-\infty < Pe_e < 0$	1	1
	$0 < Pe_e < +\infty$	0	1
HYBRID	$-\infty < Pe_e < -2$	1	0
	$-2 < Pe_e < +2$	0.5	1
	$+2 < Pe_e < +\infty$	0	0

#### 5.2.4 Yayınım Katsayılarının Interpolasyonu

Hücre yüzeylerinde yazılan türev ifadelerindeki yayılım katsayısı  $\Gamma$ ; akış alanında diğer skaler değişkenler gibi temel hücrelerde hesaplanır. Ara yüzeylerde ise interpolasyonla belirlenir. Temel hücre sınırlarında yazılan türevlerdeki  $\Gamma_e$  katsayısı için şekil 5.5'teki notasyonlarla harmonik ortalama olarak;

$$\Gamma_e = \frac{2\Gamma_P\Gamma_E}{\Gamma_P + \Gamma_E} \quad (5.15)$$

yazılabilir [46]. Momentum hücrelerinin sınırlarındaki yayılım katsayıları için ise; yine şekil 5.5'teki notasyonlar ile





hızı, z tabandan olan yükseklik, H model yüksekliğidir.  $\alpha$  üssü ise yüzeyin cinsine göre (açık arazi, ağaçlık kent vb.) değişen bir sayıdır. Tablo 5.2'de değişik yüzey koşulları için  $\alpha$  üssünün aldığı değerler görülmektedir.

Türbülans kinetik enerjisi, deneysel ölçümlere dayalı olarak konumun bir fonksiyonu şeklinde ifade edilebilir. Counihan ve arkadaşları [12] tarafından yapılan ölçümlere göre yatay hız ve türbülans kinetik enerjisinin değişimi için;

$$\frac{U(z)}{U_r} = \left(\frac{z}{H}\right)^{0.125} \quad (5.18 a)$$

$$\frac{k(z)}{U_r^2} = 0.0164 - 0.0028 \frac{z}{H} \quad (5.18 b)$$

ifadeleri yazılabilir.

Tablo 5.2 Başlıca yüzey türleri için değişik büyüklüklerin aldığı değerler [48].

BÜYÜKLÜK YÜZEY TÜRÜ	Pürüzlülük (cm)	$\alpha$	Tu <sup>*</sup>
DÜZ			
Buz	0.001	0.08	0.1
Çamur	0.04	0.11	-
Kar	0.1	0.12	0.12
Deniz	2.0	-	-
AZ PÜRÜZLÜ			
Kısa çim	0.1	0.13	0.13
Çim+ekin	3 ÷ 7	0.143	-
Kır	20.0	0.16	0.20
PÜRÜZLÜ			
Kır+ağaçlık	100.0	0.2	-
Ağaçlık	-	-	0.2
Banliyö	150.0	0.23	-
ÇOK PÜRÜZLÜ			
Değişik yerleşim merkezleri	100.0	0.25	0.3
	300.0	0.4	0.48
	400.0	-	-

\*; Türbülans şiddeti.

Castro ve Cheun [7] tarafından yapılan bir diğer çalışmaya göre de giriş sınırında yatay hız ve türbülans kinetik enerjisi değişimi;

$$\frac{U(z)}{U_r} = \left(\frac{z}{H}\right)^{0.210} \quad (5.19 a)$$

$$\frac{k(z)}{U_r^2} = 0.015 - 0.003 \frac{z}{H} \quad (5.19 b)$$

olarak ölçülmüştür. Bu çalışmada (5.18) ve (5.19) ifadeleri kullanılarak kare ve dikdörtgen kesitli modeller etrafındaki akış hesaplanmıştır.

Giriş sınırındaki yutulma miktarı da, türbülans kinetik enerjisine bağlı olarak;

$$\epsilon(z) = c_\mu^{3/4} \frac{k^{3/2}}{\chi_z} \quad (5.20)$$

bağıntısı ile tanımlanır [19].

Atmosferik sınır tabakada hız ve türbülans kinetik enerjisi değişiminin katı sınırın hemen yakınından itibaren üniform'a benzeyen bir şekil alması nedeniyle, giriş sınırında hız ve türbülans kinetik enerjisi profilleri üniform olarak da düşünülebilir. Bu yaklaşıma göre giriş sınırında yatay hız bileşeni için;

$$U_{giriş} = U_r \quad (5.21)$$

gibi sabit bir değer alınabilir. Bu çalışmadaki hesaplamaların tümünde  $U_r=1m/s$  olarak alınmıştır. Hıza bağlı olarak giriş sınırında türbülans kinetik enerjisi de;

$$k_{giriş} = \frac{3}{2} (Tu U_{giriş})^2 \quad (5.22)$$

bağıntısı ile gözönünde bulundurulur. Burada  $Tu$ ; türbülans şiddetini göstermektedir ve izotropik türbülans için;

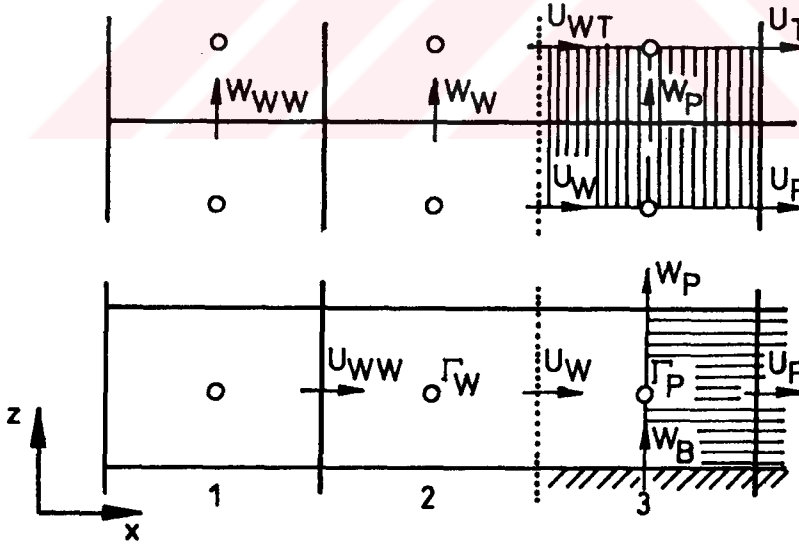
$$Tu = \sqrt{u'^2} / U_{giriş} \quad (5.23)$$

bağıntısı ile tanımlanmaktadır [1]. Tablo 5.2'de değişik yüzey koşulları için  $Tu$ 'nun aldığı değerler görülmektedir. Bu çalışmada değişik  $Tu$  değerleri için hesaplamalar yapılmıştır. Yutulma miktarı ise;

$$\epsilon_{giriş} = k^{3/2} / H \quad (5.24)$$

bağıntısı ile tanımlanır [19].

Şekil 5.6'da görüldüğü gibi; giriş sınırında yatay hız bileşenleri için yarım momentum hücresi kullanılmıştır. Aynı şekilde giriş sınırının tabanında, düşey hız bileşeni için de yarım momentum hücresi kullanılmıştır. Giriş sınırındaki hücrelerde çözüm yapılmayıp, bu hücrelerde bağımlı değişkenlerin sınır koşulu olarak tanımlanması nedeniyle; yarım hücrelerin kullanılması, yalnızca hız ve basınç düzeltme işlemi için gereklidir.



Şekil 5.6 Giriş sınırında göreceli indisler kullanılarak momentum hücrelerinin gösterilişi [19].

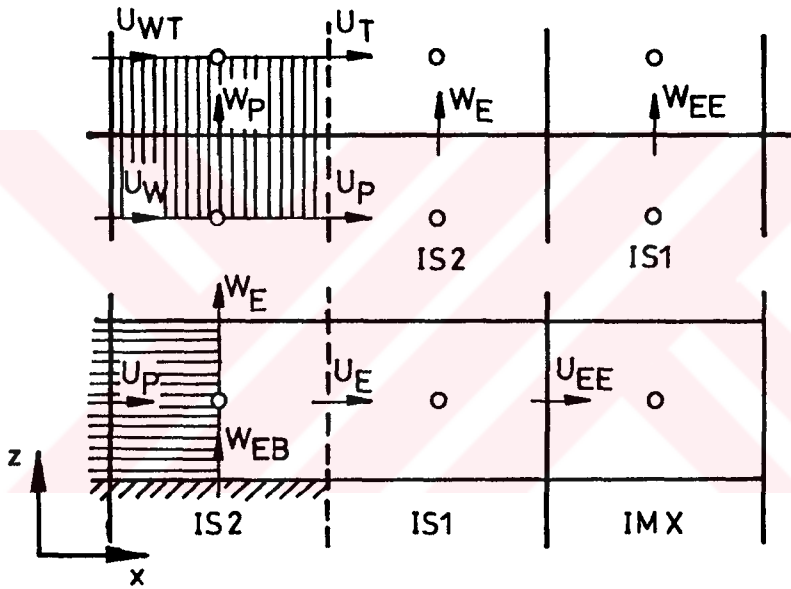
Çıkış sınırında gelişmiş akış koşulu kullanılmıştır. Bu koşula göre bu sınırda bütün bağımlı değişkenler için;

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0 \quad (5.25)$$

koşulu geçerlidir. Momentum hücreleri; çıkış sınırında da giriş sınırında olduğu gibi düzenlenmişlerdir. Bu sınırda hesaplamalar şekil 5.7'de görülen I=IS2 no'lu hücrelerde tamamlanır. IS1 no'lu hücrelerdeki değerler ise; (5.25) türev koşuluna göre IS2 no'lu hücrelerdeki değerlere eşit olduğundan;

$$\Phi_{EE} = \Phi_E \quad (5.26)$$

olarak alınır.



Şekil 5.7 Çıkış sınırında göreceli indisler kullanılarak momentum hücrelerinin gösterilişi [19].

Üst sınırda da, çıkış sınırında kullanılan türev koşulu kullanılır. Bu sınırda bütün bağımlı değişkenler için;

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad (5.27)$$

koşulu geçerlidir. Bu sınırda hesaplamalar şekil 5.8'de görüldüğü gibi K=KS2 no'lu hücrelerde tamamlanır. KS1 no'lu



yazılabilir. Buradaki türev ifadesi yerine;  $\tau_w = \mu \frac{\partial U}{\partial z}|_{ub}$  olduğundan, duvardaki kayma gerilmesi cinsinden değeri yazılırsa;

$$Q_{ub}^d = -\delta x_e \tau_w \quad (5.30)$$

elde edilir. Buradaki  $\tau_w$  yerine (3.12 a) bağıntısındaki değeri yazılırsa;

$$Q_{ub}^d = -\delta x_e \rho U_\tau^2 \quad (5.31)$$

ifadesi elde edilir. Katı sınırdan yayınımla giren debinin hesaplanmasında ya (5.30) eşitliği ya da (5.31) eşitliği kullanılabilir. Bu eşitliklerde yer alan  $\tau_w$  ve  $U_\tau$  değişik yaklaşımlarla hesaplanabilir ya da deneysel verilere dayalı olarak belirlenebilirler.

Sınır tabaka içerisinde yapılan ölçümlere göre;  $z/\delta < 0.2$  bölgesinde, türbülans kinetik enerjisinin üretimi yaklaşık olarak yutulmasına eşittir.  $z/\delta < 0.8 \div 0.9$  bölgesinde ise; bu enerjinin üretim ve yutulma miktarı, taşınım ve yayınımdan daha büyüktür. Katı sınırların yakın civarında geçerli olmak üzere; (4.6) türbülans kinetik enerjisi denklemindeki üretim ve yutulma terimlerini birbirine eşitleyerek ara işlemlerle,

$$U_\tau^2 = c_\mu^{\frac{1}{2}} k_p \quad (5.32)$$

ifadesi elde edilir. Burada  $k_p$ ; katı sınıra bitişik hücrelerdeki türbülans kinetik enerjisini göstermektedir. Bu bağıntının (3.13 b) ifadesinde kullanılması ile  $U_\tau^2$  için;

$$U_\tau^2 = U_p c_\mu^{\frac{1}{4}} k_p^{\frac{1}{2}} / \{ [\ln(E \rho z_p c_\mu^{\frac{1}{4}} k_p^{\frac{1}{2}} / \mu)] / \chi \} \quad (5.33)$$

bağıntısı elde edilir. Bu çalışmada katı sınırlarda, sınıra paralel hız bileşeni için çözüm yapılırken (5.31) ifadesindeki  $U_\tau^2$  için (5.33) ifadesi kullanılmıştır. Böylece iteratif olarak çözülmesi gereken (3.13 b) denklemi yerine daha kullanışlı olan (5.33) denkleminde yararlanmak daha uygun olmaktadır.

Katı sınırlarda türbülans kinetik enerjisi ise; (4.6) denkleminde "üretim ≈ yutulma" varsayımına dayalı olarak bu iki terimin; denklemde birbirini götürmesi sonucu elde edilen

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \quad (5.34)$$

denklemden hesaplanır.

Katı sınırlarda yutulma miktarı ise;

$$\epsilon_p = c_\mu^{3/4} \frac{k_p^{3/2}}{\chi z_p} \quad (5.35)$$

cebrîk bağıntısı yardımıyla hesaplanır [19].

#### 5.2.6 Kararlılık Ölçütleri

Sayısal kararsızlıkları önlemek üzere belirli bazı koşulların sağlanması gerekmektedir. Duyarlılık açısından hesap bölgesi ağ boyutlarındaki artımlar, bütün bağımlı değişkenlerin değişimlerini karşılayacak şekilde seçilmelidir. Ağ seçimi yapıldıktan sonra; zaman artımının seçiminde uyulması gereken iki koşul vardır. Birincisi; akışkan parçacığının, seçilen bir zaman adımı içerisinde bir hücre boyundan daha fazla yol almaması koşuludur. Çünkü fark denklemleri yalnızca bitişik hücreler arasındaki akılar için çıkarılmışlardır. Bu durum açıkça bir ölçüt ortaya koyar ve kararlılık için sağlanması gerekmektedir [49]. Bu durumun ifadesi şu şekildedir:

$$\Delta t^c < C_o \min \left( \frac{\Delta x_p}{|U_p|}, \frac{\Delta z_p}{|W_p|} \right) \quad (5.36)$$

Burada Courant sayısı;  $0 < C_o < 1$  aralığında değişmektedir [44].

Zaman adımı üzerindeki ikinci koşul yayılım katsayısının sıfırdan farklı olduğu durumlarda sözkonusudur. Momentumun yayılım ile olan transportu, bir zaman adımı içerisinde yaklaşık bir hücre boyu ile sınırlı kalmalıdır [49]. Bu durumun



ifadesi de şu şekildedir:

$$\Delta t^d < \frac{\rho}{2\Gamma} \left( \frac{1}{\Delta x_p^{-2} + \Delta z_p^{-2}} \right) \quad (5.37)$$

Bu ifade de bir kararlılık ölçütü olarak hesaplarda kullanılmalıdır.

Bu çalışmada; bilgisayarda yapılan değişik testler ile, (5.36) ve (5.37) koşullarına uygunluk sağlanmıştır. Hesap bölgesinde kullanılan ağ üzerinde yapılan her değişikliğe bağlı olarak, yeni bir zaman adımı seçilmiştir.

### 5.2.7 Hız ve Basınç Düzeltme

Momentum denklemlerinin çözülmesi ile elde edilen hız bileşenleri; süreklilik denklemini sağlamazlar. Dolayısıyla kütle korunumunu sağlayacak şekilde hızların düzeltilmesi gerekmektedir. Bu amaç doğrultusunda iteratif bir işlem uygulanır. Temel hücreler içerisindeki basınç değerleri, hız diverjansını sıfıra yaklaştıracak şekilde değiştirilir. Herhangi bir temel hücredeki hız diverjansı  $DIV_p$ ;

$$DIV_p = (F_e^{n+1} - F_w^{n+1} + F_t^{n+1} - F_b^{n+1}) / (\rho A_p) \quad (5.38)$$

olarak hesaplanır [11]. Eğer  $DIV_p$ 'nin değeri tanımlanmış bir  $DIV_{maks}$  değerinden küçükse akış o hücrede sıkıştırılamaz olarak kabul edilir ve hücredeki hızların düzeltilmesine gerek kalmaz. Ancak  $DIV_p$  değeri  $DIV_{maks}$ 'dan daha büyükse basınç;

$$\Delta P_p = -\rho \omega DIV_p / [2 \Delta t \left( \frac{1}{\delta x_e \delta x_w} + \frac{1}{\delta z_t \delta z_b} \right)] \quad (5.39)$$

bağıntısı yardımı ile değiştirilir [11]. Burada  $\omega$  relaksasyon faktörüdür. İterasyondaki kararlılık açısından  $\omega$ 'yı 2'den küçük tutmak gerekmektedir. Bu çalışmada; kullanılan ağ boyutlarının değişimine bağlı olarak  $\omega$ ;  $1 < \omega < 2$  aralığında değişik değerler almıştır. En hızlı yakınsamayı veren  $\omega$  değeri bilgisayarda yapılan testler ile saptanmıştır.

$\Delta P_p$  hesaplandıktan sonra; ilgili hücredeki basınç değerine eklenerek basınç düzeltilir;

$$P_p^{\lambda+1} = P_p^{\lambda} + \Delta P_p \quad (5.40)$$

Şekil 5.3'te görüldüğü gibi temel hücre yüzeylerindeki hız bileşenleri de şu şekilde düzeltilir [11]:

$$U_p^{\lambda+1} = U_p^{\lambda} + \Delta t \Delta P_p / (\delta x_e \rho) \quad (5.41 a)$$

$$U_w^{\lambda+1} = U_w^{\lambda} - \Delta t \Delta P_p / (\delta x_w \rho) \quad (5.41 b)$$

$$W_p^{\lambda+1} = W_p^{\lambda} + \Delta t \Delta P_p / (\delta z_t \rho) \quad (5.41 c)$$

$$W_b^{\lambda+1} = W_b^{\lambda} - \Delta t \Delta P_p / (\delta z_b \rho) \quad (5.41 d)$$

Bu işlem bütün hücrelerde ya  $DIV_p$ 'nin değeri;  $DIV_{maks}$ 'tan küçük bir değer alınmaya kadar ya da,  $\lambda = \lambda_{maks}$  gibi bir iterasyon adımına kadar tekrarlanır. Bu çalışmada  $DIV_{maks} = 10^{-4}$  ve  $\lambda_{maks} = 20$  alınmıştır.

Bilgisayar programının çalışması sırasında; ilk iterasyon adımlarında  $\lambda = \lambda_{maks}$  koşuluna göre tamamlanan hız ve basınç düzeltme işlemi, ileri iterasyon adımlarında  $DIV_p = DIV_{maks}$  koşuluna göre tamamlanır.

Düzeltilme işleminden sonra hız bileşenleri; momentum denklemlerinden yeniden hesaplanır ve tekrar düzeltilir. Bu işlem istenilen sonuçlar elde edilinceye kadar devam eder.

### 5.3 Bilgisayar Programı

Bu çalışmada sonuçların elde edildiği bilgisayar programı; bir veri programı, bir ana program ve dört adet altprogramdan oluşmaktadır. Çözülecek problem ile ilgili genel veriler programın başında bir BLOCK DATA programında verilmektedir. Burada akışkana ait fiziksel büyüklükler ( $\rho$ ,  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $E$  vb.), türbülans modeli sabitleri ( $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_\mu$ ,  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\epsilon$ ), sayısal çözümle ilgili katsayılar ve çözülecek probleme ait boyutlar ( $\omega$ ,  $\alpha$ ,  $H$ ,  $U_r$ ,  $\Delta t$ ,  $IM1$ ,  $IM2$ ,  $IMX$ ,  $KM1$ ,  $KM2$  vb.) veri olarak yüklenmektedir. Yine burada akış alanında hesaplanacak bağımlı değişkenler ve ağ boyutları için  $U(IS,KS)$ ,

W(IS,KS), P(IS,KS), KE(IS,KS), EPS(IS,KS), DELTX(IS,KS), DELTZ(IS,KS) gibi iki boyutlu diziler tanımlanmıştır. Bu dizilerdeki IS ve KS boyutları, programın başında bir PARAMETER deyiimiyle tanımlanan ve hesap bölgesinde kullanılan yatay ve düşey yöndeki hücre sayısını göstermektedir. Uniform olmayan ağ boyutları da birer DATA deyiimiyle programa yüklenir. Bütün bu veriler etiketli COMMON deyimleri yardımıyla ana program ve alt programlar ile ortak kullanılır.

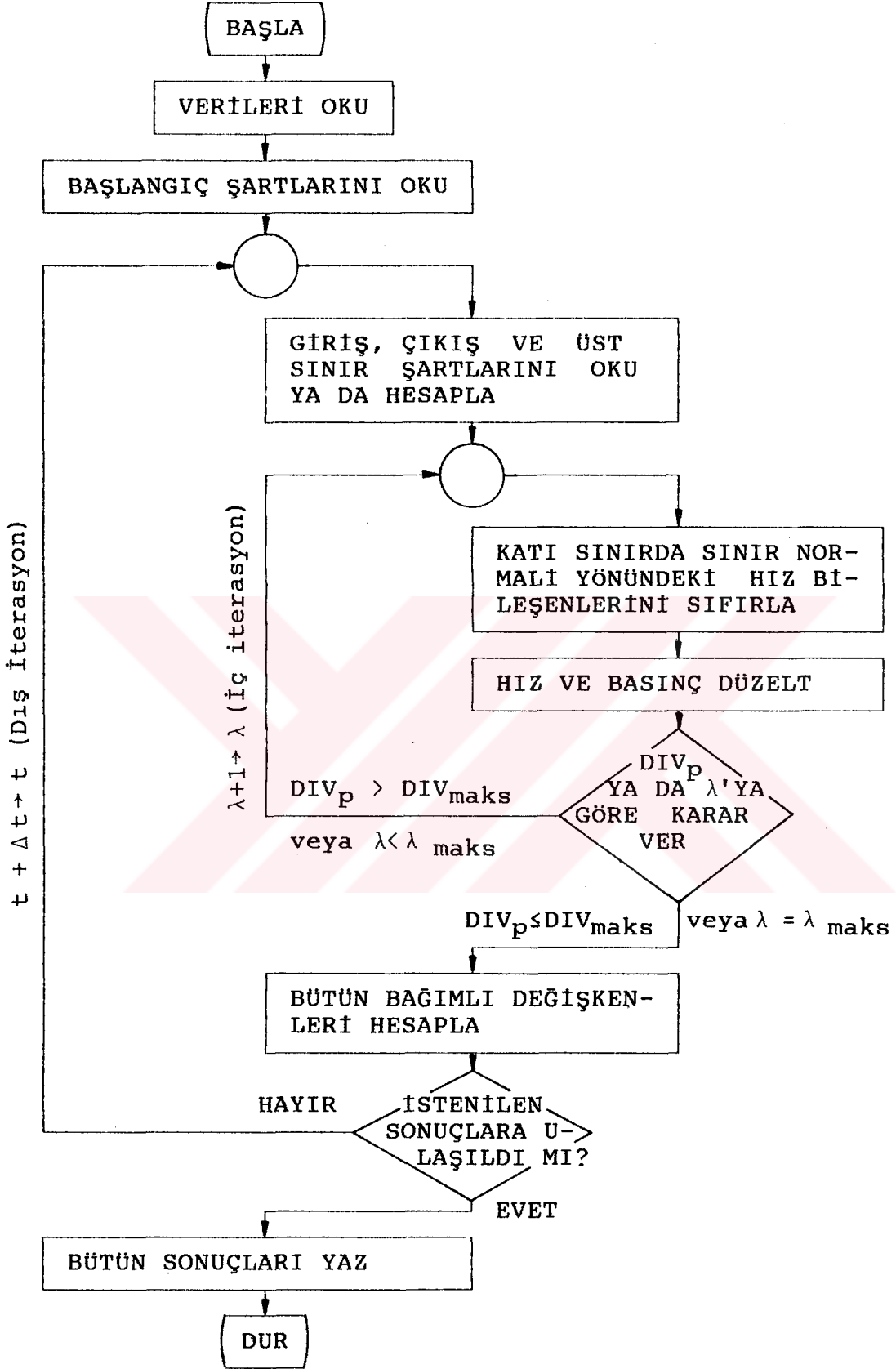
Ana programın başlangıcında; çözülecek problem ile ilgili olarak, hesap bölgesinde değişkenler için bir başlangıç koşulu tanımlanır. Bu koşul potansiyel akış çözümü olabileceği gibi, giriş sınırındaki koşulun bütün bölgede verilmesi şeklinde de olabilir. Ana program içerisinde, şekil 5.9'daki akış diyagramından da görüldüğü gibi bir dış iterasyon mevcuttur. Bu iterasyonun başlangıcında giriş sınırındaki değişkenlere ait değerler ve diğer sınırlardaki türev koşulları yer almıştır. Giriş sınırındaki hız ve basınç değerleri; hız ve basınç düzeltilmesinden dolayı, türev koşullarını içeren sınırlardaki değerler de; ilerleyen iterasyon adımlarındaki değerlere bağlı olmalarından dolayı, bu iterasyon içerisinde yer almışlardır. İç iterasyon içerisinde ise; duvardaki hız ve basınç düzeltme sonucu sıfırdan farklı olarak hesaplanan duvar normali yönündeki hız bileşenleri, her iç iterasyon adımında yeniden sıfırlanır ve yeniden düzeltilir. Hız ve basınç düzeltme işlemi DUZELT altprogramında bütün hesap bölgesi için yapılır. Her iterasyon adımında; bütün bölgedeki temel hücreler içerisindeki hız diverjansları hesaplanır ve bu değerlerin en büyüğü  $DIV_{maks}=10^{-4}$  gibi bir değerle kıyaslanır. Eğer  $\lambda_{maks}$  iterasyon adımına ulaşılamamışsa iç iterasyon;  $DIV_p \leq DIV_{maks}$  koşulu sağlanıncaya kadar devam eder. Eğer bu koşul;  $\lambda_{maks}$  iterasyon adımına gelindiği halde sağlanamamışsa iç iterasyon tamamlanır ve diğer değişkenlerin hesaplanmasına geçilir. Tahmin edilebileceği gibi dış iterasyonun ilk değerlerinde  $DIV_p \leq DIV_{maks}$  koşulu sağlanmadığı için  $\lambda = \lambda_{maks}$  koşulu sağlandığında iç iterasyon tamamlanır. Ancak ileri dış iterasyon adımlarında  $DIV_p \leq DIV_{maks}$  koşulu kullanılır.

Hız ve basınç düzeltmenin ardından türbülans kinetik

enerjisi ve yutulma miktarının hesaplandığı KEPS altprogramı çalışır. Bu altprogramda da bölge içerisinde ve duvar sınırlarındaki  $k$  ve  $\epsilon$  değerleri ile türbülans viskozitesi  $\mu_t$  ve efektif viskozite  $\mu_e$  temel hücrelerde hesaplanır. KEPS altprogramında öncelikle momentum hücrelerinin boyutları, temel hücrelerin boyutlarından hesaplanır. Daha sonra yayılım katsayılarının ara yüzeylerdeki değerleri harmonik ortalamalardan belirlenir. Kinetik enerji denkleminde ait kaynak terim hesaplandıktan sonra temel hücre sınırlarındaki  $ag$  Peclet sayıları hesaplanır ve bu sayıların sınırlardaki değerlerine göre HYBRID yöntemi kullanılarak kinetik enerjinin ara değerleri için karar verilir. Böylece her bir temel hücredeki kinetik enerji cebrik olarak hesaplanır. Benzer işlemler yutulma miktarı için de yapılarak; her bir temel hücredeki yutulma miktarı da hesaplanır. Eğer KEPS altprogramı duvar sınırında kullanılıyorsa; bu durumda (5.8) denklemindeki  $S_p$  kaynak terimi ihmal edilerek, geriye kalan taşınım ve yayılım terimlerinden kinetik enerji hesaplanır. Yutulma miktarı da (5.35) bağıntısından hesaplanır. Son olarak da türbülans viskozitesi ve efektif viskozite, ilgili bağıntılar yardımıyla hesaplanır ve ana programa dönlür.

Ana programda, hız bileşenlerini hesaplamak üzere; yatay hız bileşenlerinin hesaplandığı UHIZI ve düşey hız bileşenlerinin hesaplandığı WHIZI altprogramları sırasıyla kullanılır. Bu altprogramlar birbirlerinin eşidirler. Yalnızca; bölge içerisinde kullanıldıkları momentum hücreleri farklıdır. İki hız bileşeninin farklı altprogramlarda hesaplanmasının daha uygun olacağı düşünülmüştür.

Bu altprogramlarda öncelikle Lagrange polinomu katsayıları ve bu katsayılarla bağlı olarak momentum hücreleri sınırlarındaki hız bileşenleri; QUICK yönteminden belirlenmiştir. Daha sonra hücre sınırlarındaki yayılım katsayıları harmonik ortalama ile belirlenir. Eğer duvar sınırında çözüm yapılıyorsa; bu durumda cidardaki sürtme hızının karesi ( $U_\tau^2$ ) hesaplanarak, duvar normal yönündeki türevlerin yerine kullanılır. Böylece her bir momentum hücrelerine giren ve çıkan akımlar hesaplanarak, ilgili hücredeki hız bileşeni cebrik bir



Şekil 5.9 Bilgisayar programına ait akış diyagramı

bağıntıdan hesaplanır.

Yukarıda ifade edilen altprogramlar, her bir dış iterasyon adımında birkaç defa çağrılırlar. Bunun nedeni; küt cisimden dolayı, hesap bölgesinin birkaç parçaya bölünerek ele alınmasıdır. Örneğin yatay hız bileşeni hesaplanırken şekil (5.10)'daki notasyonlara göre; önce  $K=3$  no'lu ve  $I=3$ 'ten  $I=IM1$ 'e kadar olan, modelin önündeki taban sınırındaki hücrelerde hesap yapılır. Burada duvar kanunu geçerlidir. Daha sonra  $I=3$ 'ten  $I=IM1$ 'e kadar ve  $K=4$ 'ten  $K=KS1$ 'e kadar olan modelin ön bölgesi hesaplanır. Aynı şekilde model üstündeki bölge hesaplanırken de, DO döngülerinin sınırları  $IM2$ 'den  $IM4$ 'e kadar ve  $KM3$ 'ten  $KS1$ 'e kadar olacak şekilde seçilir. Bu işlem; altprogramların çağrılması esnasında hesaplanacak bölge sınırlarına ait indislerin, argüman olarak altprograma gönderilmesiyle yapılır.

KMX	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o
KS1	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o
KS2	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o
.....																		
KM3	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o
KM2	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o
KM1	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o
KMA	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o
3	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o
2	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o
K=1	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o
	I=1	2	3	.....	IM1	IM2	IM3	.....	IMA	IM4	IM5	IM6	.....	IS2	IS1	IMX		

Şekil 5.10 Hesap bölgesinde mutlak indisler ile sınırların gösterilişi.

Bağımlı değişkenlerin hesaplandığı her bir altprogramda, bir önceki iterasyonda hesaplanan değerler ile olan farkların

en büyüğü belirlenerek; her bir bağımlı değişken için yapılan hesapların yeterli olup olmadığına  $\theta$  gibi bir parametre ile kıyaslanarak ana programda karar verilir. Bu çalışmada  $\theta=0.005$  gibi bir değer alınmış ve bütün değişkenler için olan hata bu değerden küçük oluncaya kadar dış iterasyona devam edilmiştir. Bu durum şu şekilde ifade edilir:

$$\text{Maks} \left[ \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\phi^n} \right] < 0.005 \quad (5.42)$$

Bütün değişkenler için bu koşulun sağlanmasından sonra; istenilen bütün sonuçlar ana programdan yazdırılarak alınır.

## BÖLÜM 6

### SONUÇLAR

#### 6.1 Kodlama ve Ağ Geometrileri

Bu çalışmada; farklı geometri ve fiziksel koşulların akış alanı üzerindeki etkilerinin incelenmesi nedeniyle pek çok durum için hesap yapılmıştır. Her bir hesaplamanın; hesaplamada kullanılan koşulları içeren bir formül şeklinde kodlanması ile, anlatımın daha kolay olacağı düşünülmüştür. Buna göre;

$$G_1 \ G_2 \ S \quad (6.1)$$

formülü; küt bir cisim etrafındaki akış için yapılan bir hesaplamanın özelliklerini ifade etmektedir. Burada  $G_1$ ; küt cisim geometrisi ile ilgili olup, K olması durumunda "kare" kesitli bir cisim etrafındaki akışın hesaplandığını ve D olması durumunda da "dikdörtgen" kesitli bir cisim etrafındaki akışın hesaplandığını göstermektedir.

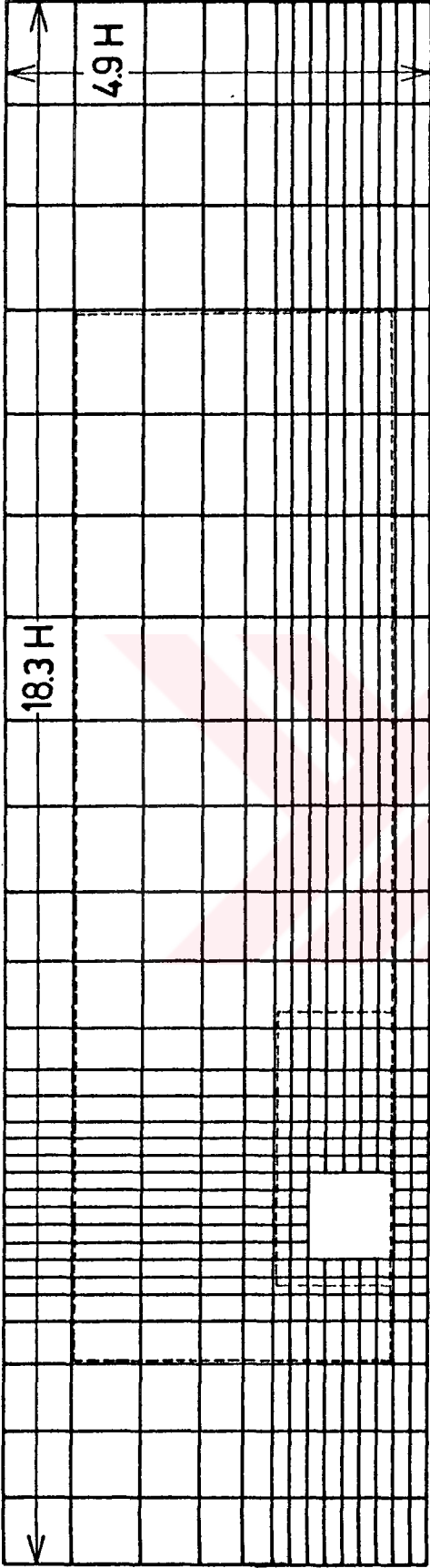
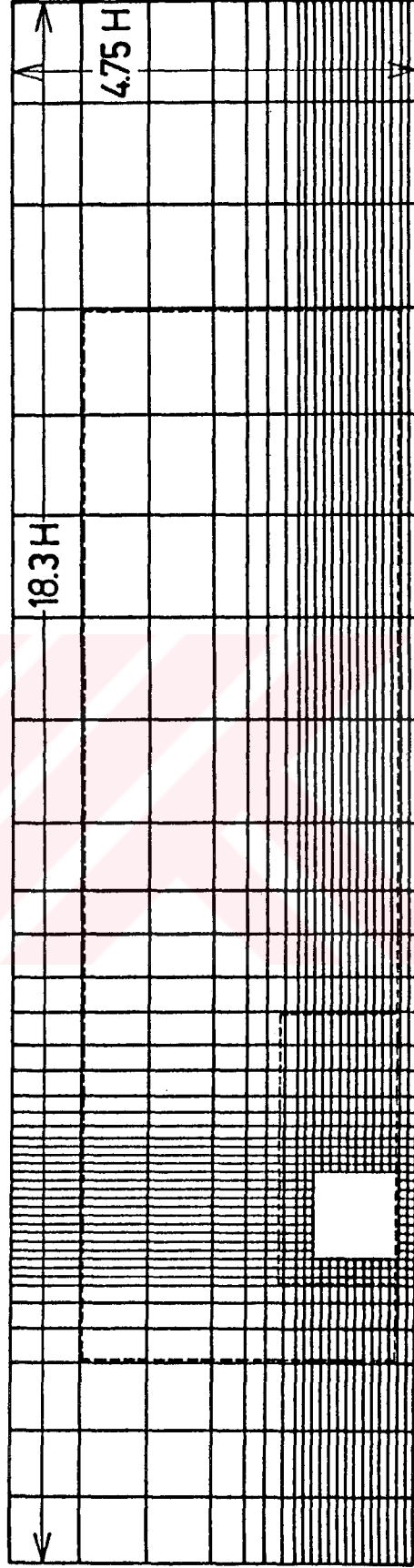
$G_2$  ise hesap bölgesinde kullanılan ağ geometrisini temsil etmektedir. 1 olması durumunda geniş ağ, 2 olması durumunda da sık ağ kullanıldığı anlaşılır. Şekil 6.1 a'da; 1m yüksekliğinde kare kesitli cisim için kullanılan geniş ağ düzenlemesi görülmektedir. Burada cisim civarındaki ağ boyutları cismin yüksekliğinin 1/5'i kadardır. Şekil 6.1 b'de ise yine 1m yüksekliğinde kare kesitli cisim etrafındaki akışın hesaplandığı sık ağ düzenlemesi görülmektedir. Şekilde de görüldüğü gibi cisim civarındaki ağ boyutları model yüksekliğinin 1/10'u kadardır.

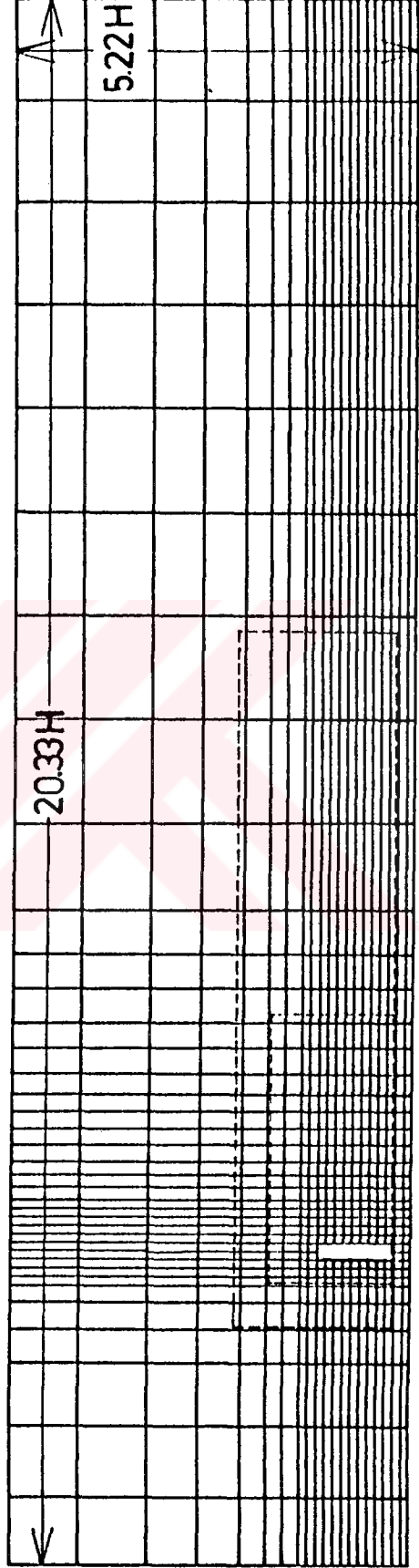


Dikdörtgen kesitli küt cisim etrafındaki akışta;  $G_2$ 'nin 1 olduğu geometri şekil 6.1 c'de görülmektedir. Bu ağ düzenlemesinde 1.2m yüksekliğinde ve 0.6m boyunda olan cisim civarındaki ağ boyutları cisim yüksekliğinin 1/6'sı kadardır. Şekil 6.1 d'de ise  $G_2$ 'nin 2 olduğu sık ağ geometrisi görülmektedir. Burada dikdörtgen kesitli cisim yüksekliği 0.9m ve cismin boyu da 0.2m'dir.

(6.1) formülündeki üçüncü terim olan  $S$  ise, hesaplama bölgesinin giriş sınır koşulları ile ilgilidir. 1 olması durumunda giriş sınırında (5.18) ve (5.19) gibi deneysel verilerden elde edilen bağıntılar kullanılmıştır.  $S$ 'nin 2 olması durumunda ise (5.21), (5.22) ve (5.24) gibi üniform sınır koşulları kullanılmıştır.



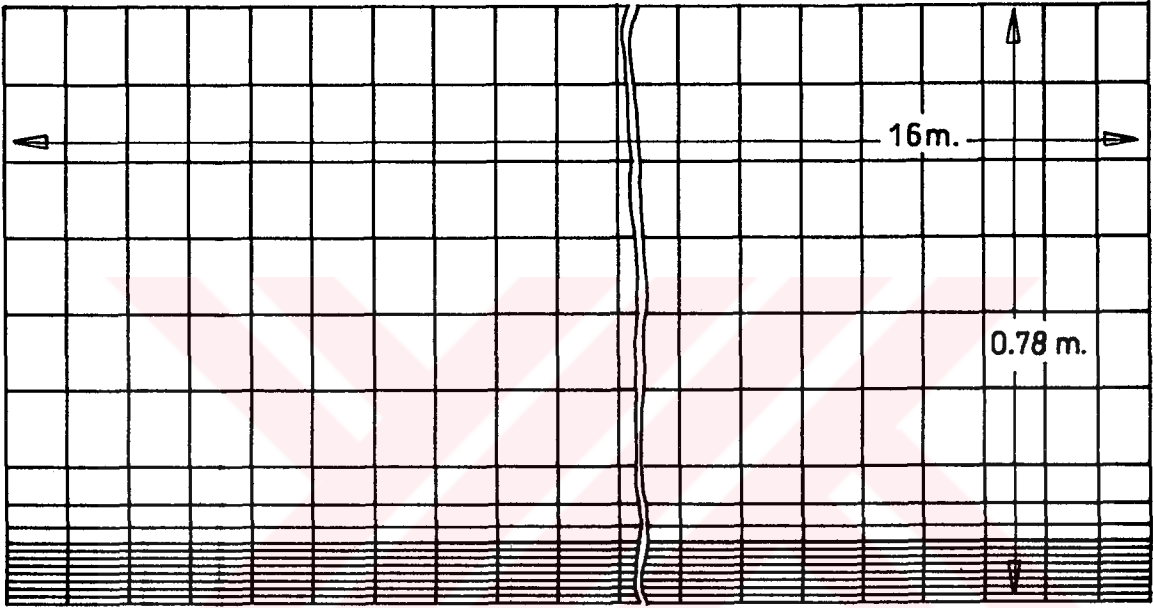
(a) Hücre sayısı  $29 \times 14 = 406$ (b) Hücre sayısı  $41 \times 21 = 861$

(c) Hücre sayısı  $29 \times 15 = 435$ (d) Hücre sayısı  $38 \times 20 = 760$ 

Şekil 6.1 Hesaplamaların yapıldığı ağ düzenlemeleri (---, çizimlerin yapıldığı bölge sınırları).

## 6.2 Düz Bir Yüzey Üzerinde Gelişen Laminer Sınır Tabaka

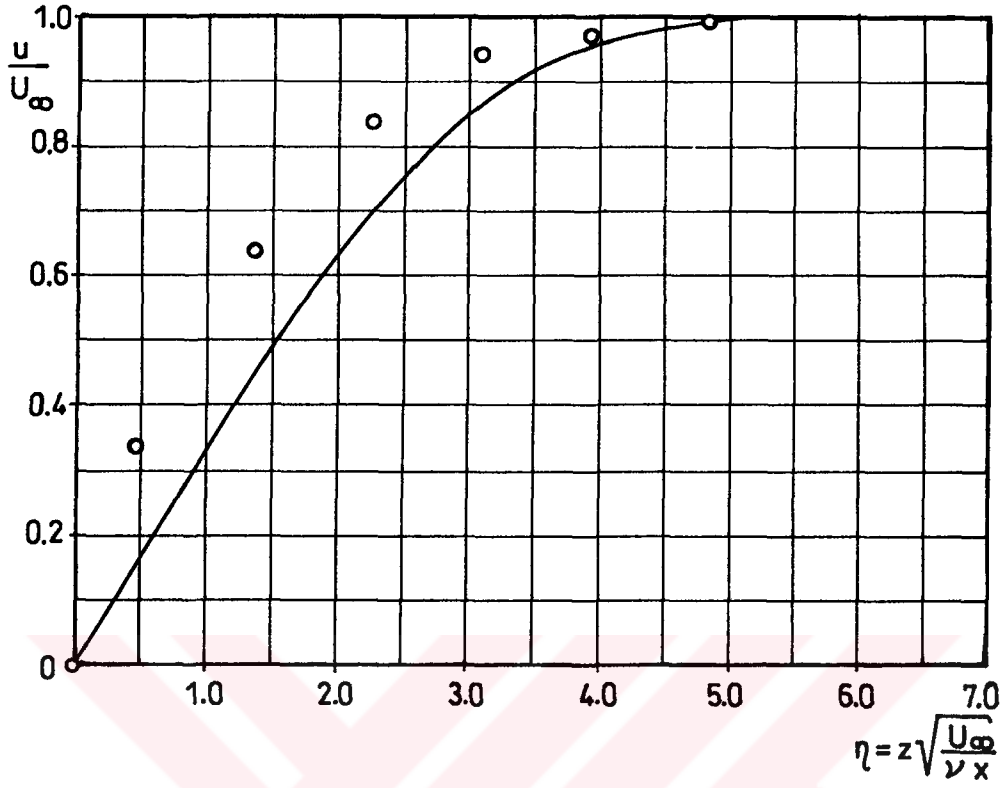
Bu çalışmada kullanılan sayısal yöntemin test edilmesi amacıyla, analitik çözümü bilinen basit bir problemin çözümü yapılmıştır. Bu problem; düz bir yüzey üzerinde gelişen laminer sınır tabaka içerisindeki hız dağılımının hesaplanmasıdır. Bu amaçla şekil 6.2'de görülen ağ düzenlemesi kullanılarak, ek.1'de verilen laminer akış denklemleri çözülmüştür.



Şekil 6.2 Düz bir yüzey üzerindeki laminer akış çözümünün yapıldığı ağ düzenlemesi (20\*17=340 hücre kullanılmıştır).

Giriş sınır koşulu olarak üniform hız profili ( $u=0.1$  m/s) çıkış sınırı ve üst sınırda türev sınır koşulu ve yüzey üzerinde tutunma ( $u,w=0$ ) koşulu verilmiştir. Başlangıç koşulu olarak bütün bölgede giriş sınır koşulu verilmiştir.

Şekil 6.3'te (5.42) koşulunun;  $\theta=0.0001$  değerindeki hata parametresi için 648 iterasyon adımıyla sağlanarak elde edilen sayısal sonuç ve analitik çözüm karşılaştırmalı olarak görülmektedir. Burada  $\eta$  boyutsuz koordinatı,  $U_\infty$  ise sınır tabaka dışındaki akışkan hızını göstermektedir. Hız değişiminin çizildiği eksenindeki uzaklığa bağlı Reynolds sayısının değeri ( $Re=U_\infty x/\nu$ ) 760000 kadardır.



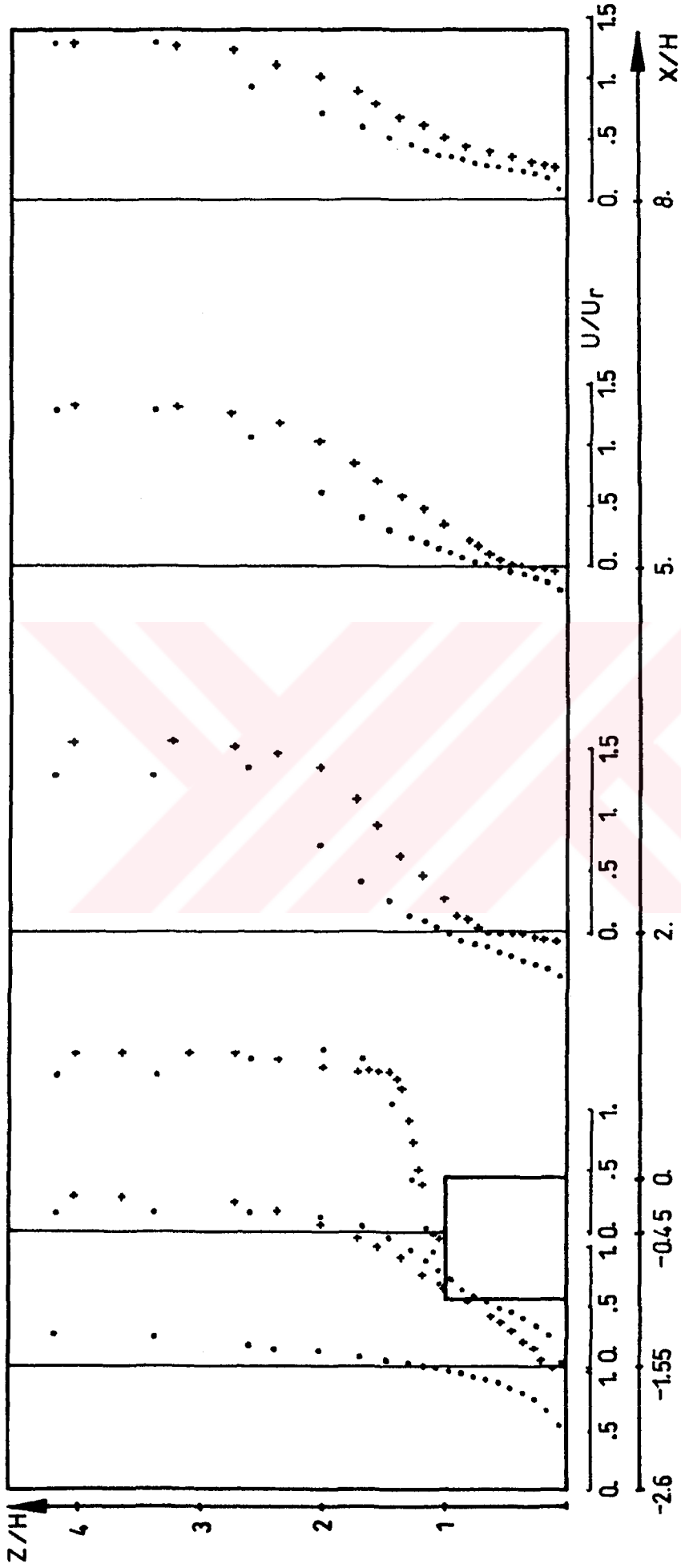
Şekil 6.3 Düz bir yüzey üzerindeki laminer sınır tabaka içerisindeki hız dağılımı (—; Blasius'un teorik çözümü [1], o; bu çalışmada hesaplanan).

### 6.3 Deneysel Verilerle Karşılaştırma

Şekil 6.1 b'de görülen ağ düzenlemesi kullanılarak yapılan bir hesaplama sonucuna göre, değişik istasyonlarda çizilen yatay hız profilleri ve deneysel ölçümlerle olan karşılaştırma şekil 6.4'te görülmektedir. E.Baydar tarafından kızgın tel anemometresi kullanılarak yapılan deneysel bir ölçümde elde edilen hız profili bilgisayar programına bölge giriş sınır koşulu olarak verilmiş ve hesaplama yapılmıştır. Bu hesaplamada; deneysel ölçümlerdeki Reynolds sayısını sağlayacak ( $Re=U_r H/\nu =25000$ ) bir kinematik viskozite değeri seçilmiştir ( $\nu=0.00004 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $U_r=1 \text{ m/s}$ ,  $H=1 \text{ m}$ ). Böylece deney ve hesap arasındaki kinematik benzerlik sağlanmıştır.

Şekil 6.4'te görülen istasyonlar ölçümlerin yapıldığı eksenler olup bu eksenlerdeki hesap sonuçları interpolasyonla belirlenmiştir. Hesaplama sonuçlarına göre; tekrar temas noktasının cisme olan uzaklığı ( $X_{RP}$ ) yaklaşık olarak  $7H$  kadardır. Deneysel ölçümlerde ise  $X_{RP}$  yaklaşık olarak  $7.5H$  kadar ölçülmüştür. Şekilde de görüldüğü gibi, özellikle cismin arkasındaki girdap bölgesi dışında kalan yerlerde oldukça iyi bir uyum elde edilmiştir. Ortalama hızın yatay ile yapmış olduğu açının büyük olduğu yerlerde (iki hız bileşeninin belirgin olarak ortaya çıktığı yerler) ve girdap bölgesi içerisinde ortaya çıkan geri akış alanında deney ve hesap sonuçları arasında farklılıklar olduğu gözlenmiştir.

Ana akış yönü dışında akışların ortaya çıktığı yerlerde, kızgın tel "prob" 'unun uygun konumunun; akış yönünü belirlemek üzere deneyerek bulunuyor olması, beraberinde belirli oranda yapılan bir hatayı da getirmektedir. Ancak yine de ölçümlerin duyarlı yapılabildiği yerlerde hesap sonuçları ile olan uyum, bu çalışmada kullanılan yöntem ve modelin geçerli olduğunu ortaya koymaktadır.



Şekil 6.4 Değişik istasyonlarda ölçülen ve hesaplanan boyutsuz yatay hız profillerinin karşılaştırılması (+; E.Baydar tarafından ölçülen, •; bu çalışmada hesaplanan).

(5.18) bağıntıları ile verilen sınır koşulları kullanılarak iki ayrı ağ geometrisinde hesaplama yapılmıştır. Şekil 6.5 ve 6.6'da; şekil 6.1 a ve b'de verilen ağ düzenlemeleri kullanılarak elde edilen sonuçlar görülmektedir. K11 ve K21 kodlu bu hesaplamaların her ikisinde de ağ geometrisi dışında aynı koşullar kullanılmıştır. Böylece hesaplamalarda kullanılan ağ geometrisinin sonuçlar üzerindeki etkisi araştırılmıştır.

K11 ve K21 kodlu hesaplamalarda sınır koşulu olarak da kullanılan deneysel çalışmada [12],  $X_{RP}=6.5H$  olarak ölçülmüştür. Hesaplama sonuçlarına göre ise K11 için  $X_{RP}=6.86H$  ve K21 için de  $X_{RP}=6.5H$ 'dir. Şekil 6.5 a,b ve 6.6 a,b karşılaştırıldığında da görüldüğü gibi sık ağ kullanılarak yapılan hesaplama sonucunda cisim önünde ikincil bir girdap oluşmaktadır. Yatay hız profilleri değişimlerinden de görüldüğü gibi; cisim arkasındaki girdap içerisindeki geri akış hızları, sık ağ geometrili hesaplamada daha düşüktür. Ayrıca şekil 6.5 d ve 6.6 d'de görüldüğü gibi iki ayrı istasyonda yapılan türbülans kinetik enerjisi ölçümleri ( $x/H=6.34$  ve  $x/H=8.84$ ) ile olan uyum K21 için daha iyidir.

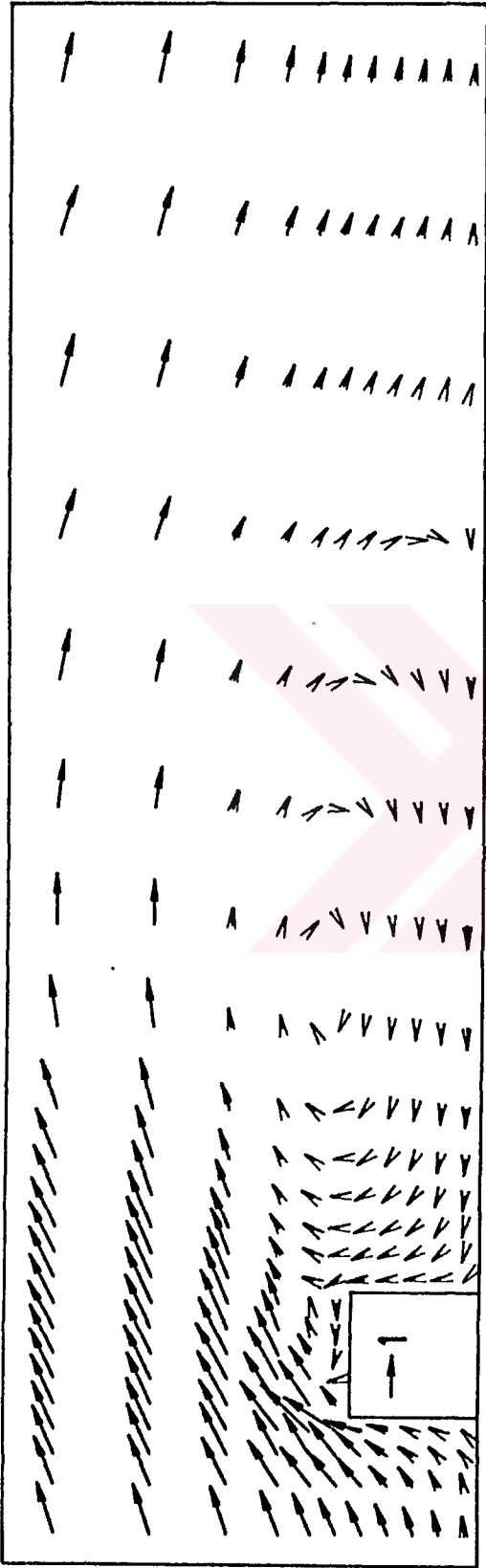
İki ayrı ağ geometrisi kullanılarak yapılan hesaplama sonuçları göstermektedir ki; ağın sık seçilmesi az da olsa sonuçların duyarlılığını etkilemektedir. Özellikle cisim civarında ve katı sınırların yakınlarında sık ağ kullanılması gerçek çözüme yaklaşmak bakımından gereklidir. Ancak; kullanılan bilgisayar zamanı, K11'e göre K21 için yaklaşık olarak iki katına çıkmaktadır.

Şekil 6.7'de K11 ve K21 için cisim civarındaki basınç katsayısı değişimleri karşılaştırmalı olarak görülmektedir. Bu çalışmada tanımlanan basınç katsayısı

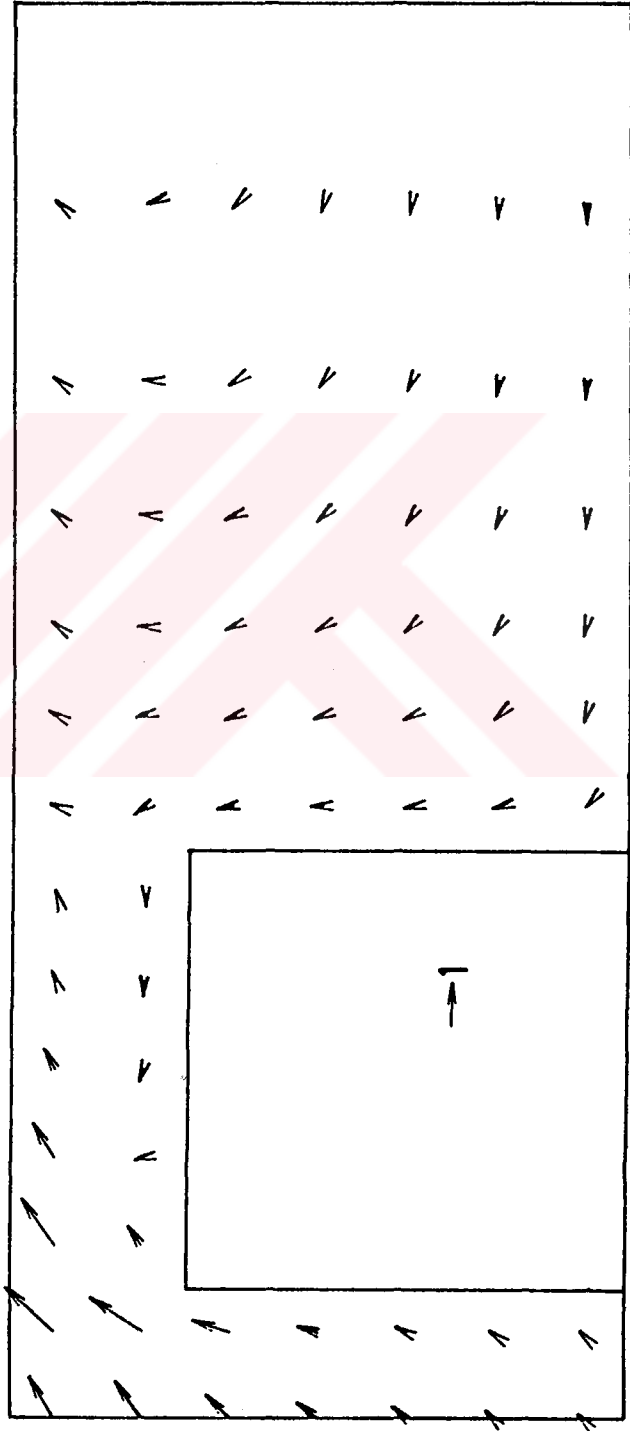
$$C_p = \frac{P - P_r}{\frac{1}{2} \rho U_r^2} \quad (6.2)$$

şeklindedir. Burada  $P_r$ ; giriş sınırında cisim yüksekliğindeki referans basıncıdır.

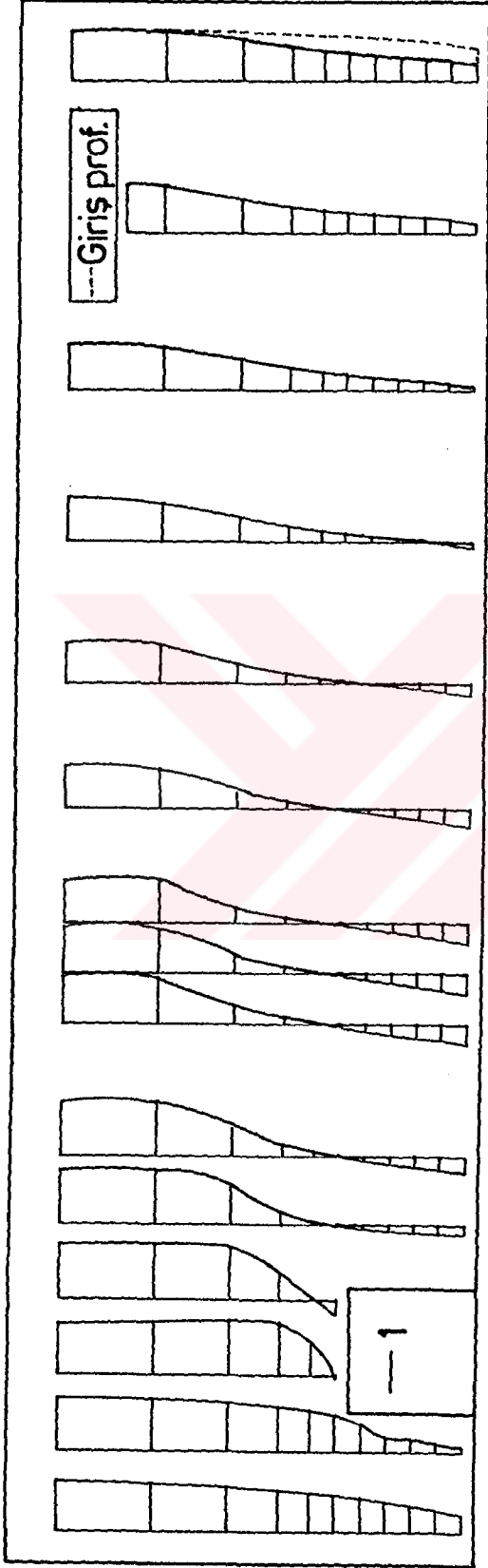
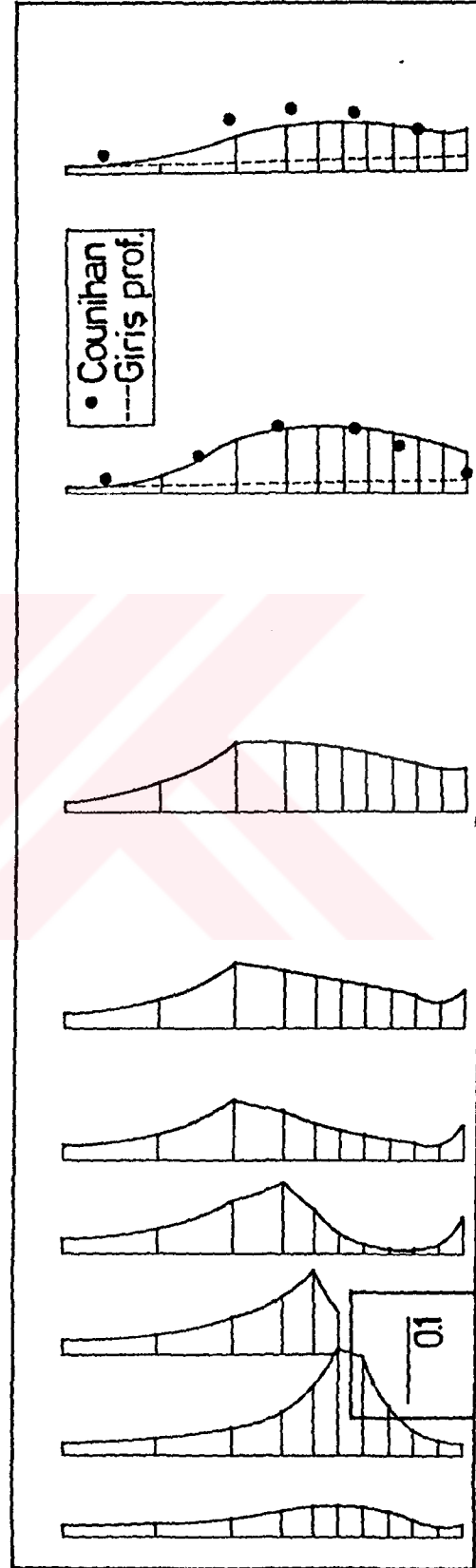


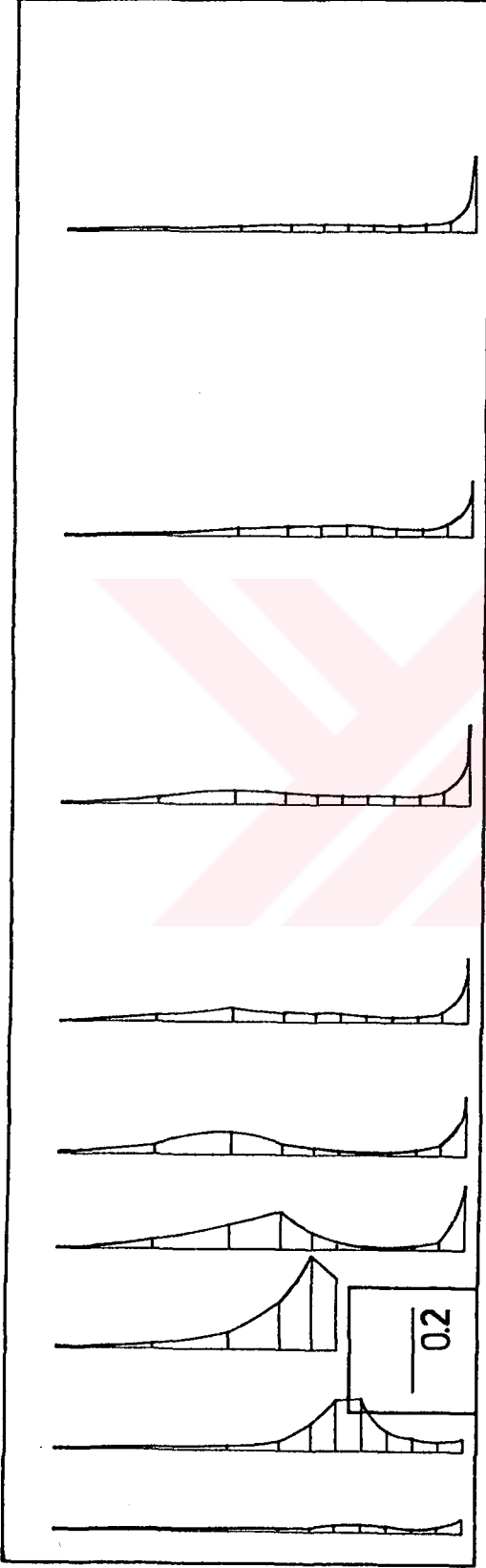


(a) Boyutsuz hız vektörleri ( $V/U_r$ ).

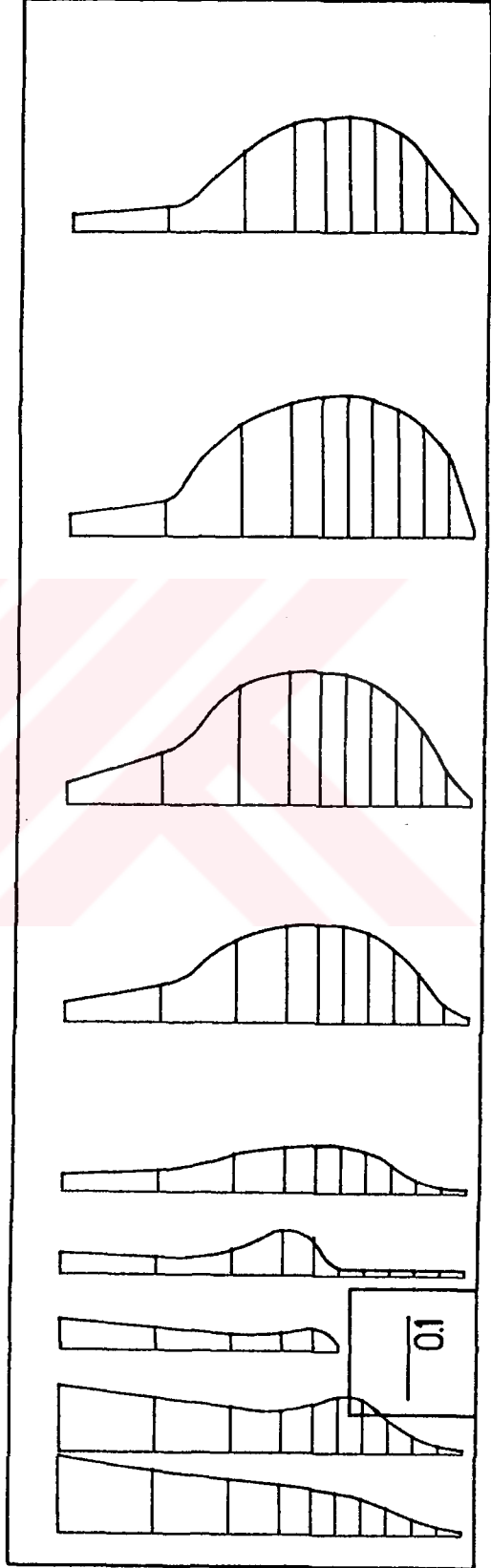


(b) Cisim civarındaki boyutsuz hız vektörleri ( $V/U_r$ ).

(c) Boyutsuz yatay hız profilleri ( $U/U_T$ ).(d) Boyutsuz türbülans kinetik enerjisi profilleri ( $k/U_T^2$ ).



(e) Boyutsuz yutulma miktarı profilleri ( $\epsilon H / U_r^3$ ).

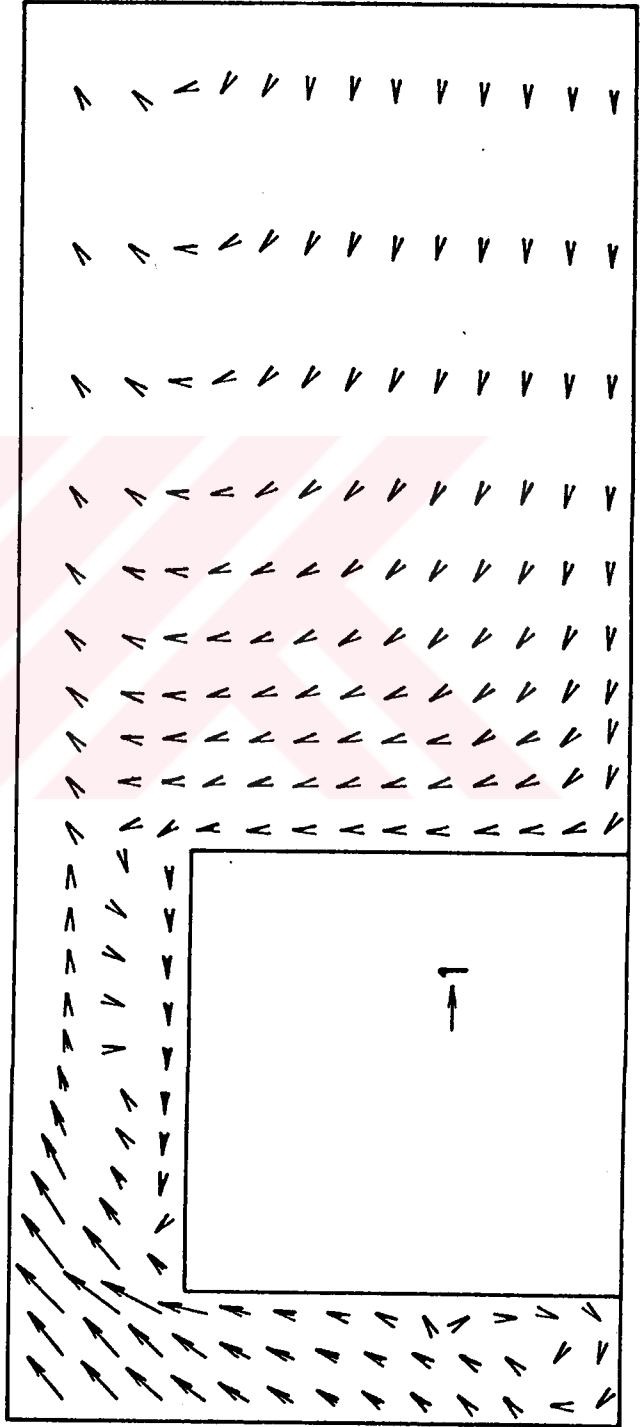


(f) Boyutsuz efektif viskozite profilleri ( $\mu_e / \rho U_r H$ ).

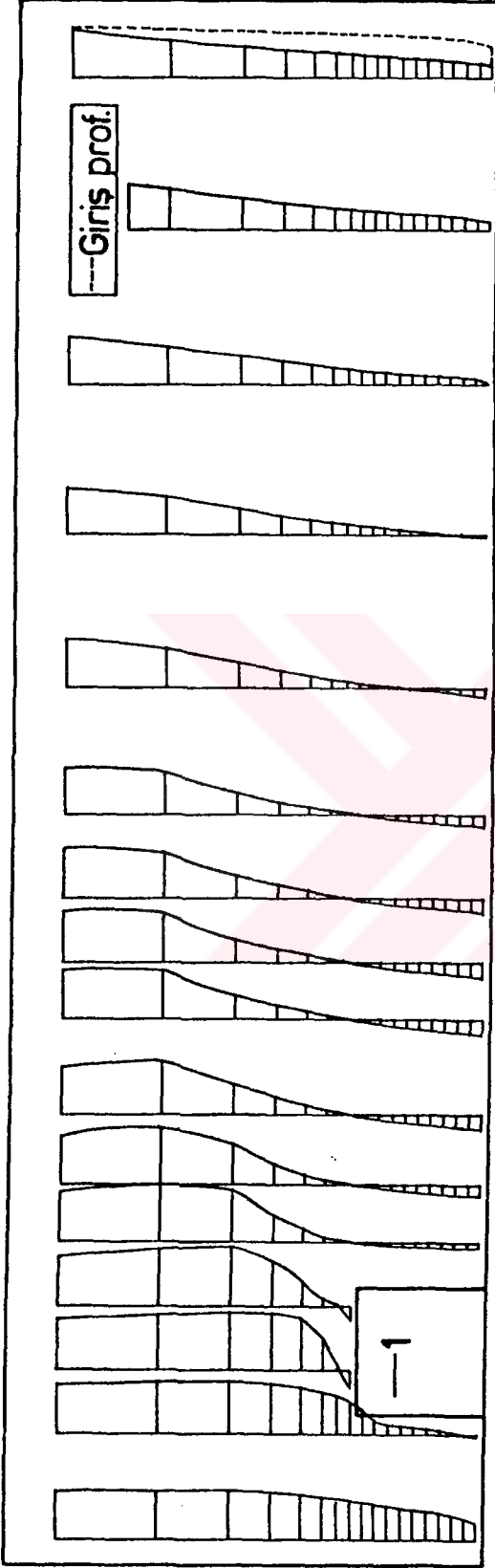
Sekil 6.5 K11 için akış alanında büyüklüklerin değişimi.



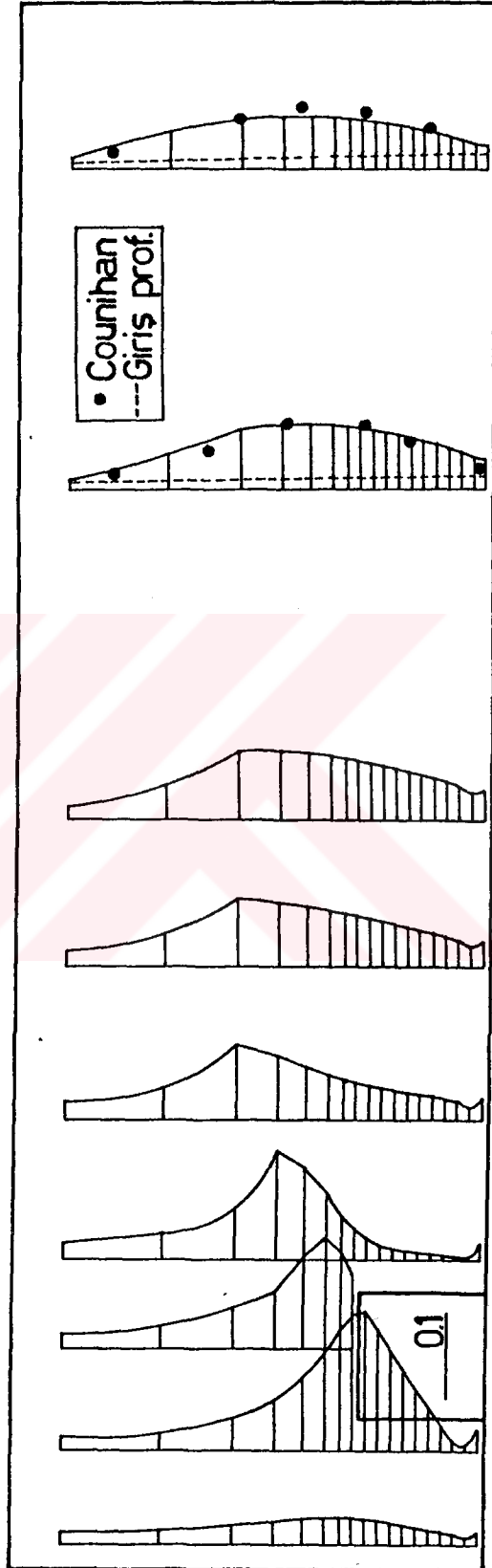
(a) Boyutsuz hız vektörleri ( $V/U_I$ ).



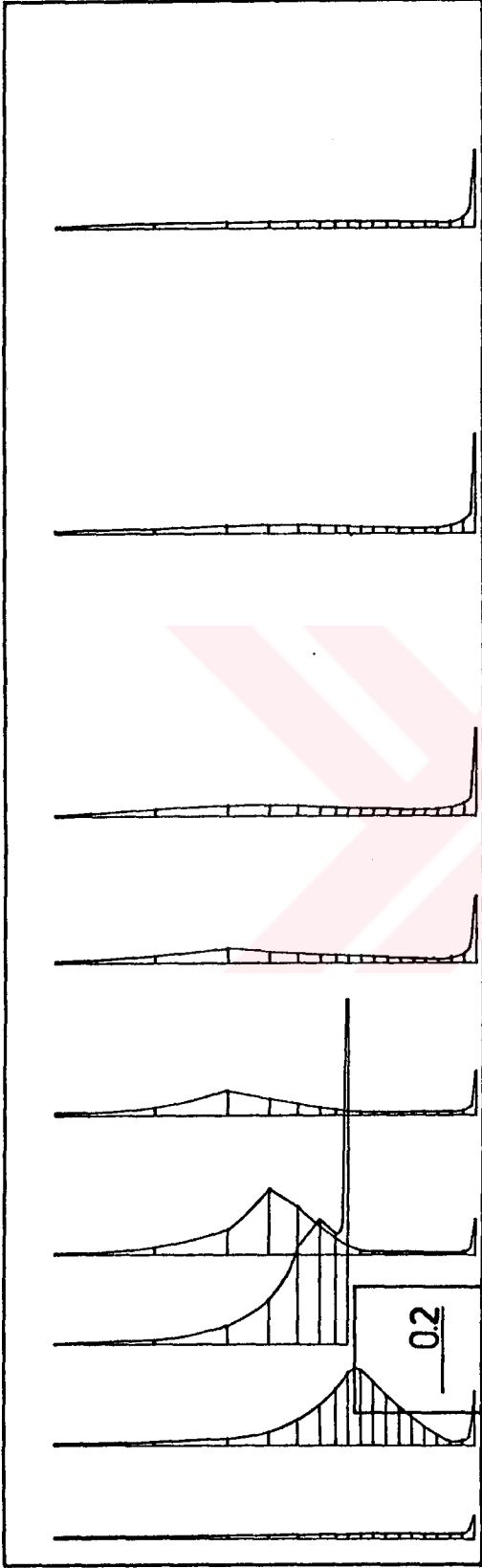
(b) Cisim civarındaki boyutsuz hız vektörleri ( $V/U_I$ ).



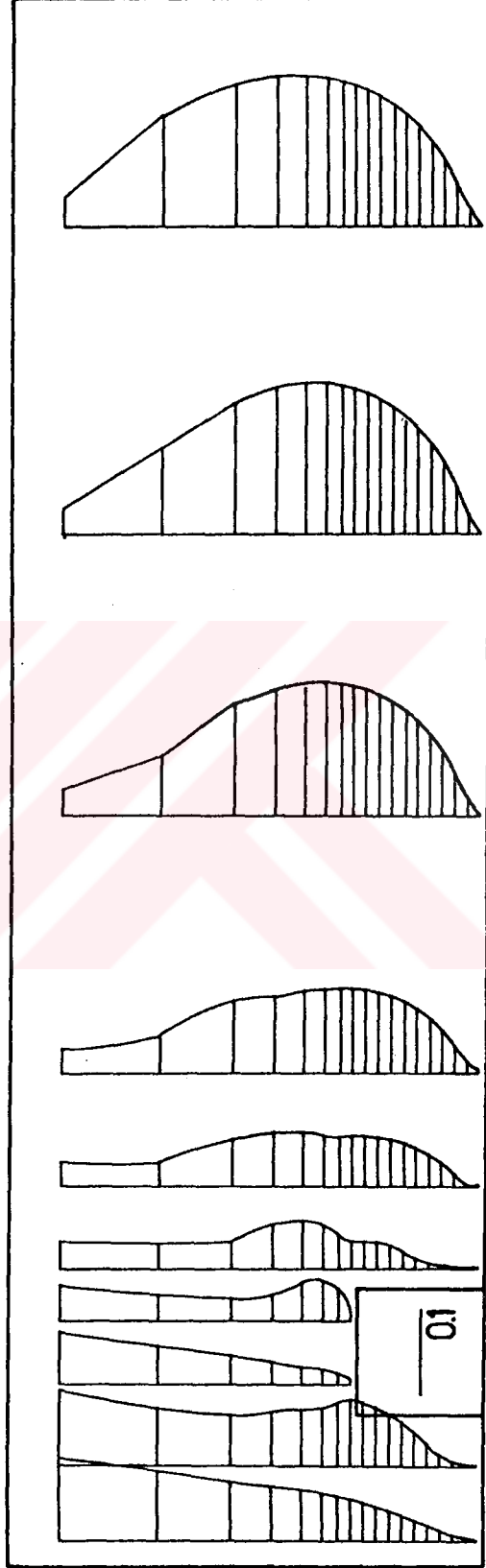
(c) Boyutsuz yatay hız profilleri ( $U/U_T$ ).



(d) Boyutsuz türbülans kinetik enerjisi profilleri ( $k/U_T^2$ ).



(e) Boyutsuz yutulma miktarı profilleri ( $\epsilon H / U_T^3$ ).



(f) Boyutsuz efektif viskozite profilleri ( $\mu_e / \rho U_T H$ ).

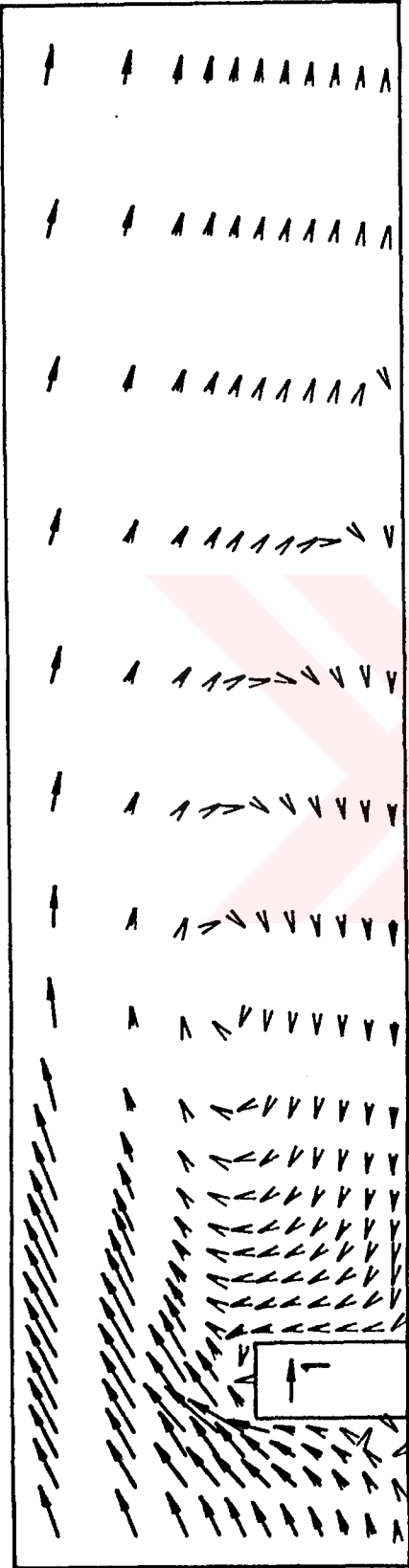
Şekil 6.6 K21 için akış alanında büyüklüklerin değişimi.



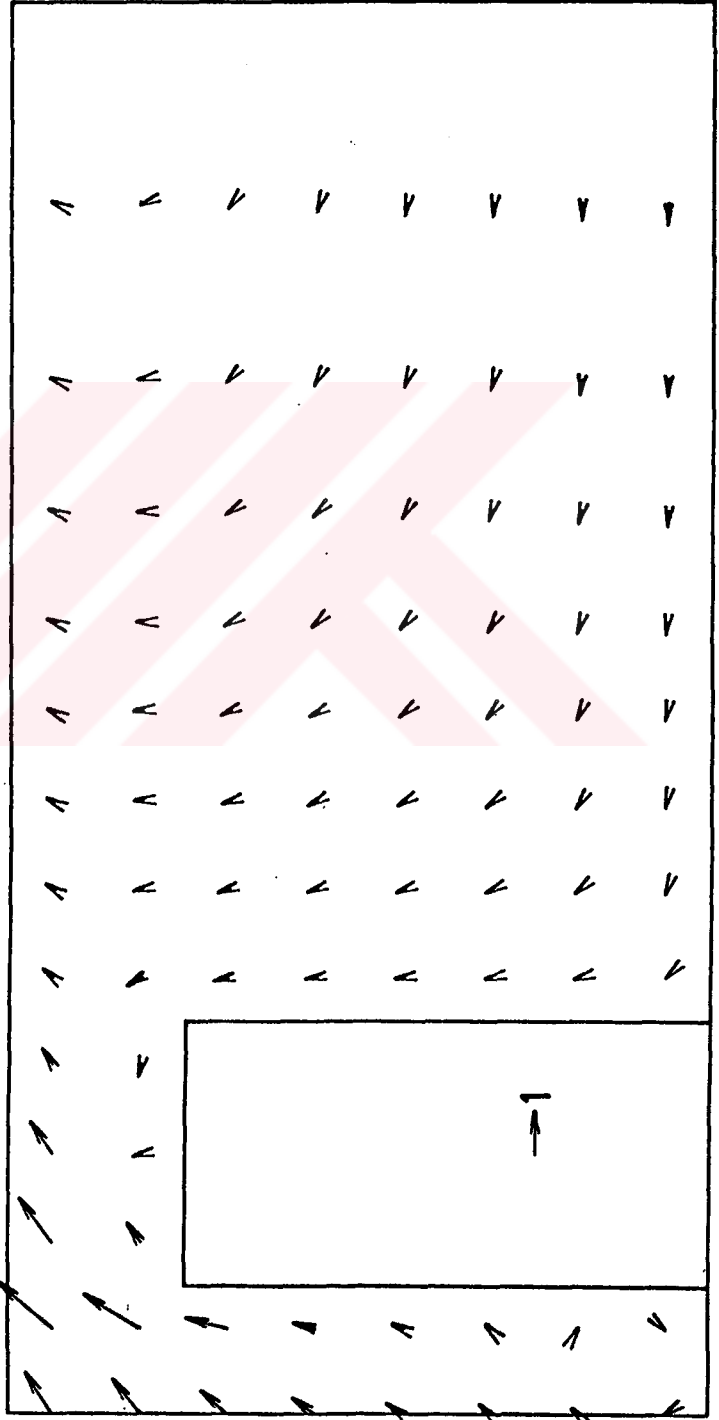
Castro ve Cheun [7] tarafından yapılan ölçümlerde farklı yöntemler kullanılmış ve bir değerlendirilmede bulunulmuştur. Buna göre; düşük türbülans şiddetli akışlar için (% 10'dan küçük) kızgın tel anemometresi ile, yüksek türbülans şiddetli akışlar için de (% 10'dan büyük) "pulsed-wire" anemometresi ile ölçüm yapmak daha uygun olmaktadır. "Pulsed-wire" anemometresi ile yapılan ölçümlerden alınan (5.19) bağıntıları giriş sınır koşulu olarak alınıp, yapılan hesaplama sonuçları şekil 6.8'de görülmektedir. D11 kodlu bu hesaplamada şekil 6.1 c'deki ağ geometrisi kullanılmış ve  $x/H=6.6$  istasyonunda deneysel verilerle karşılaştırma yapılmıştır. Yatay hız ve türbülans kinetik enerjisi profillerinden görüldüğü gibi; cisim yüksekliğinin yarısına kadar olan kısımda iyi bir uyum olmamasına karşın diğer kısımda iyi bir uyum vardır. Bunun nedeni olarak; yukarıda ifade edilen, türbülans şiddeti ile olan ilişki görülmektedir.

Şekil 6.9'da D11 için cisim civarındaki basınç katsayısı değişimi görülmektedir.

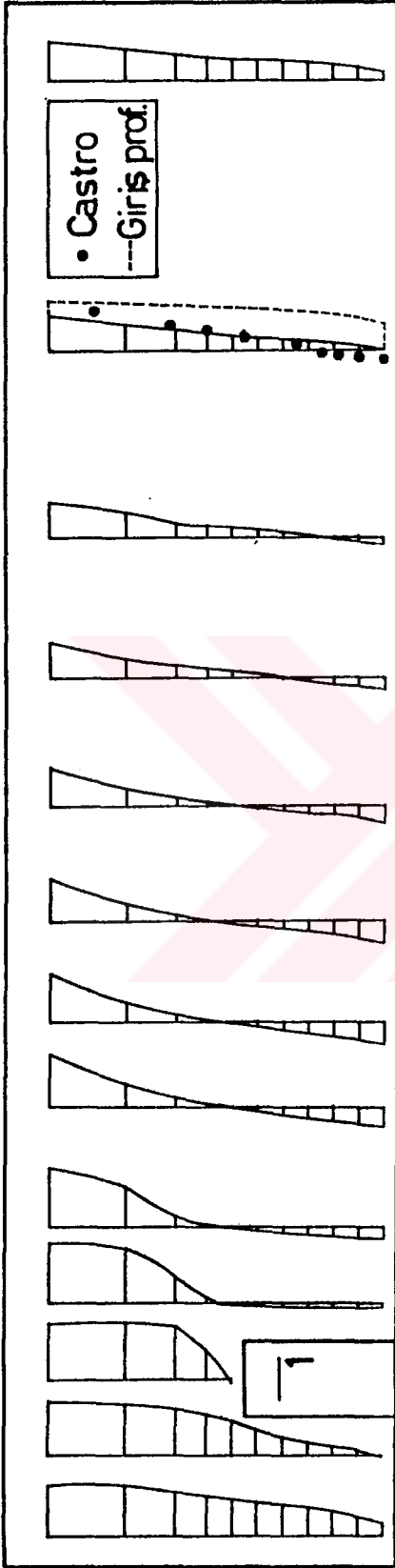




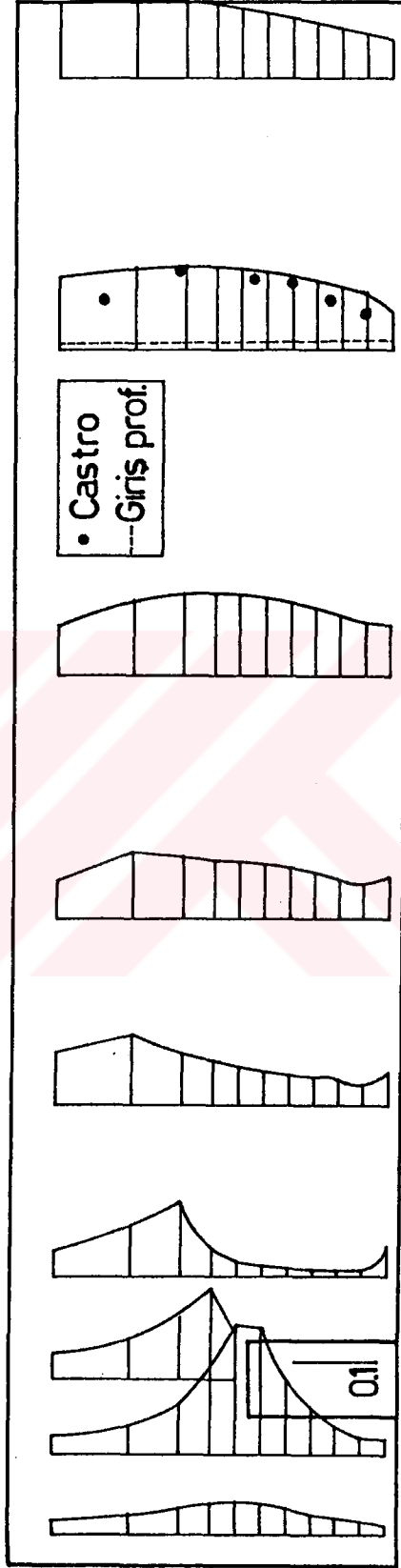
(a) Boyutsuz hız vektörleri ( $V/U_I$ ).



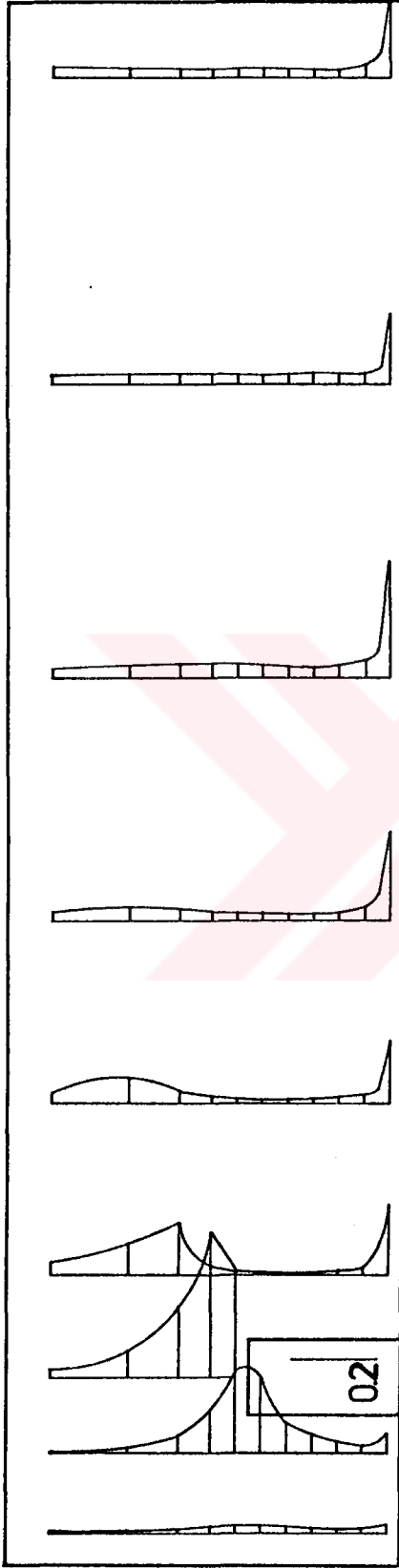
(b) Cisim civarındaki boyutsuz hız vektörleri ( $V/U_I$ ).



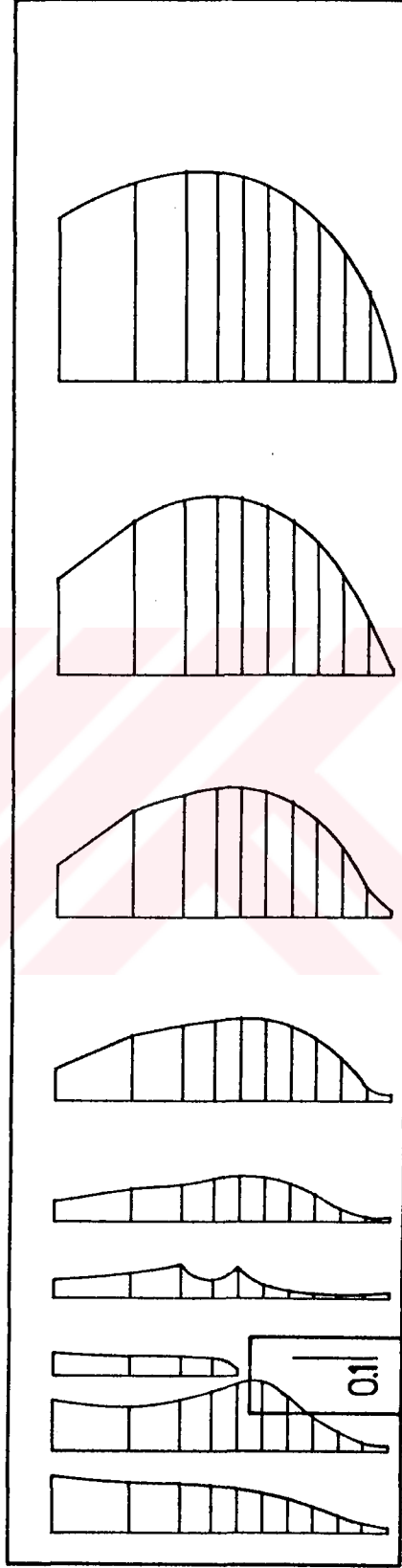
(c) Boyutsuz yatay hız profilleri ( $U/U_I$ ).



(d) Boyutsuz türbülans kinetik enerjisi profilleri ( $k/U_I^2$ ).



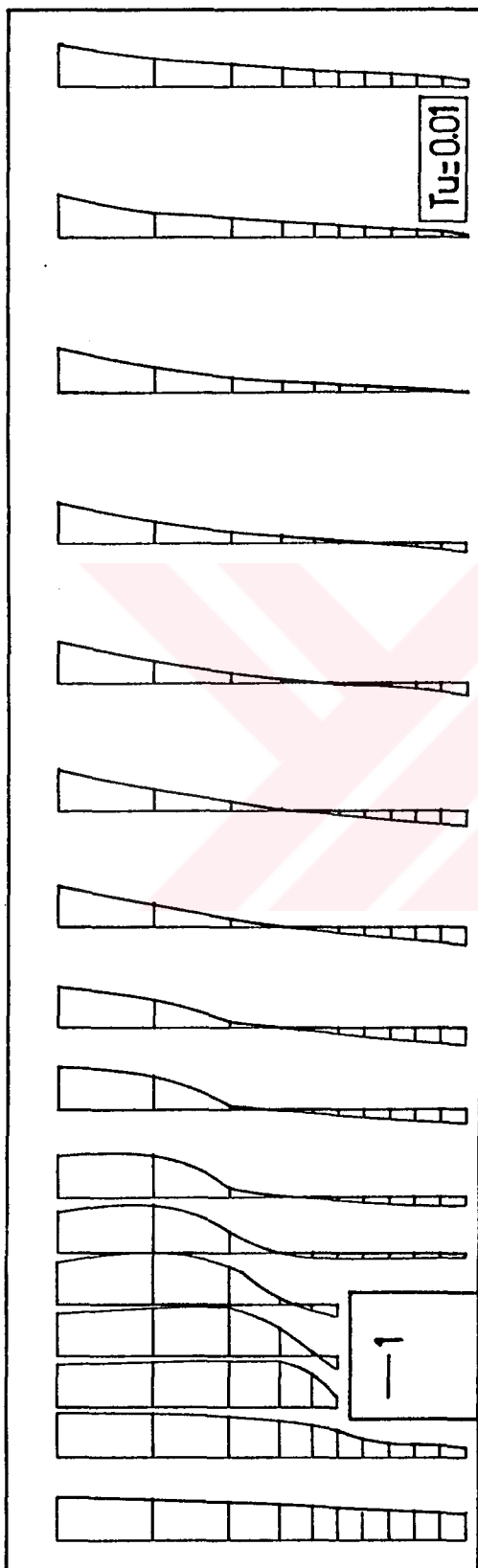
(e) Boyutsuz yutulma miktarı profilleri ( $\epsilon H/U_T^3$ ).



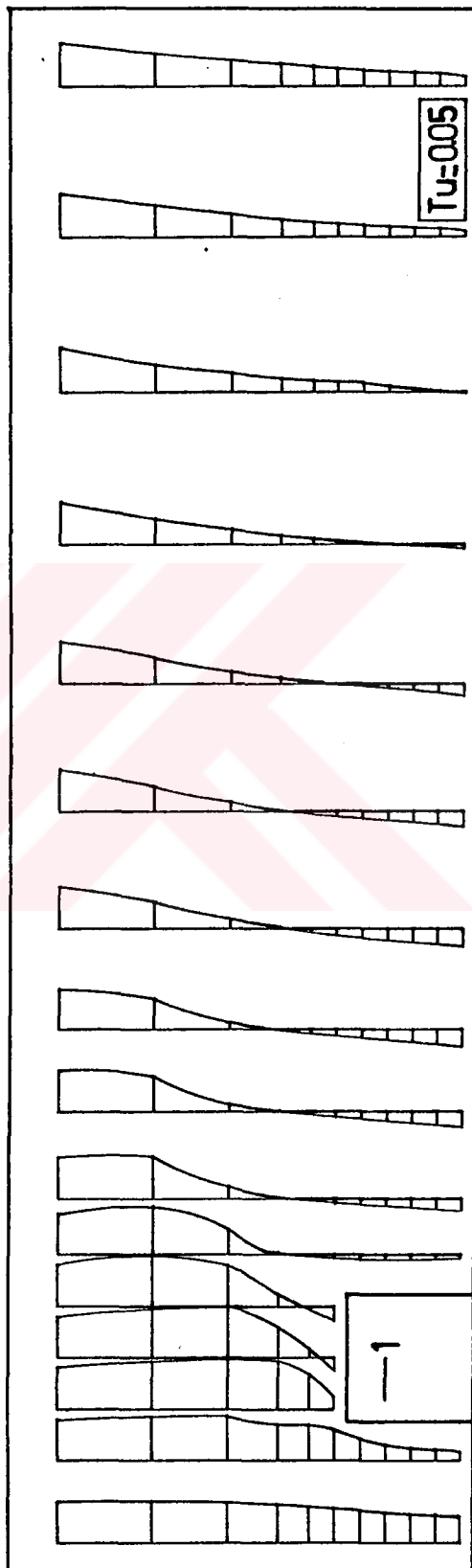
(f) Boyutsuz efektif viskozite profilleri ( $\mu_e/\rho U_T H$ ).

Şekil 6.8 D11 için akış alanında büyüklüklerin değişimi.

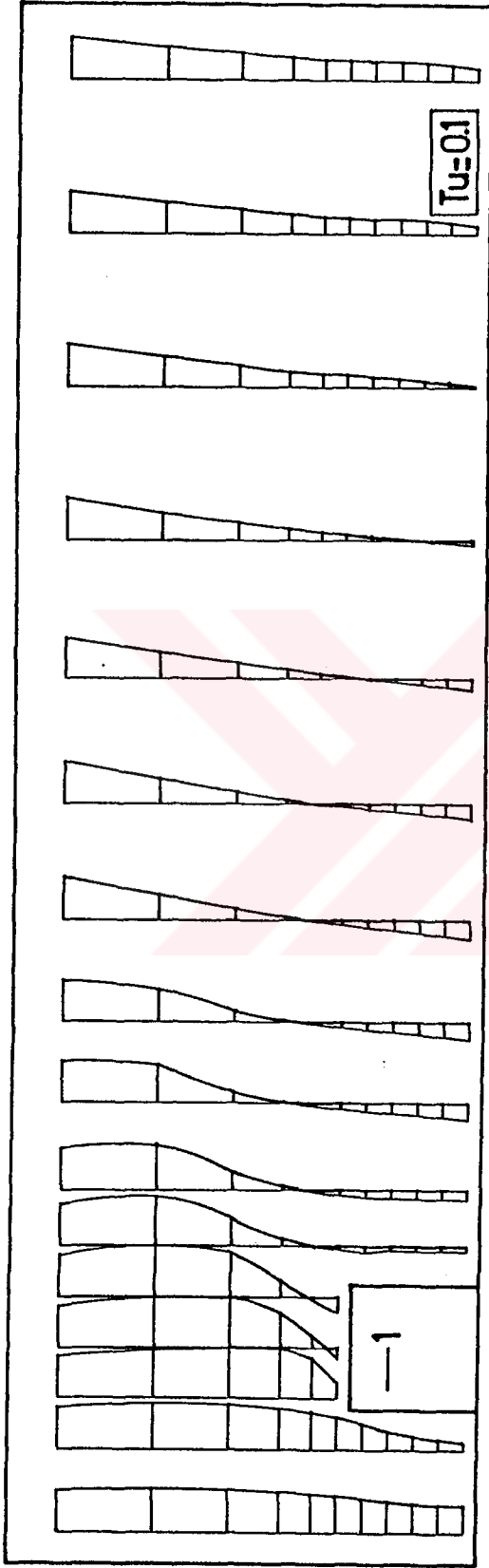




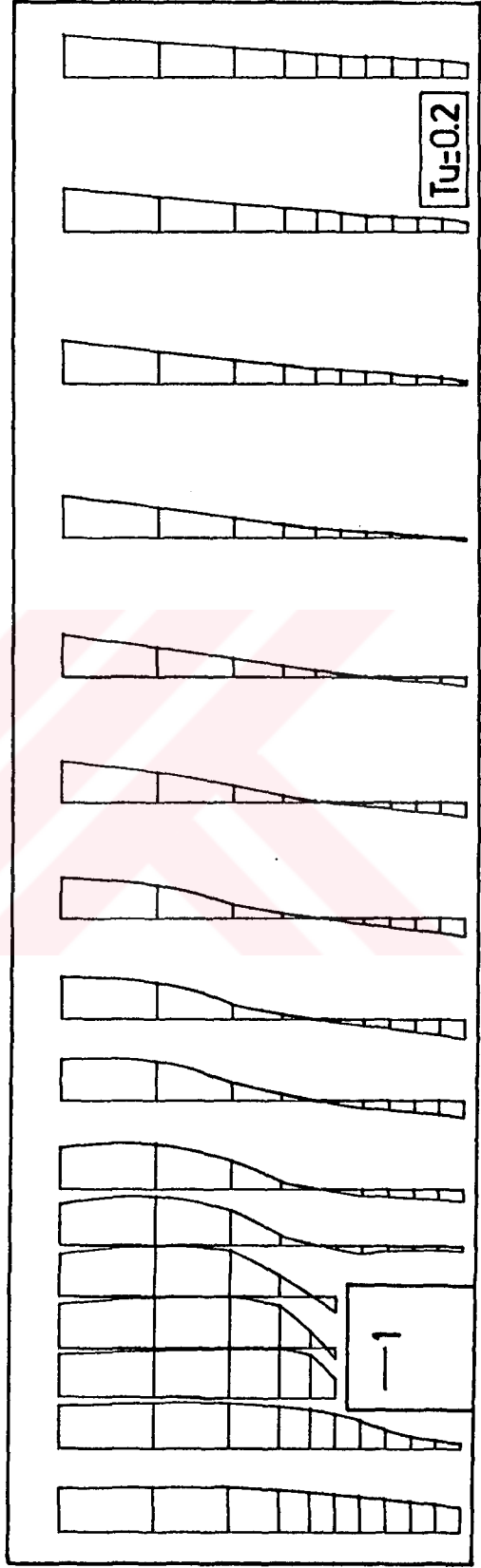
(a)



(b)

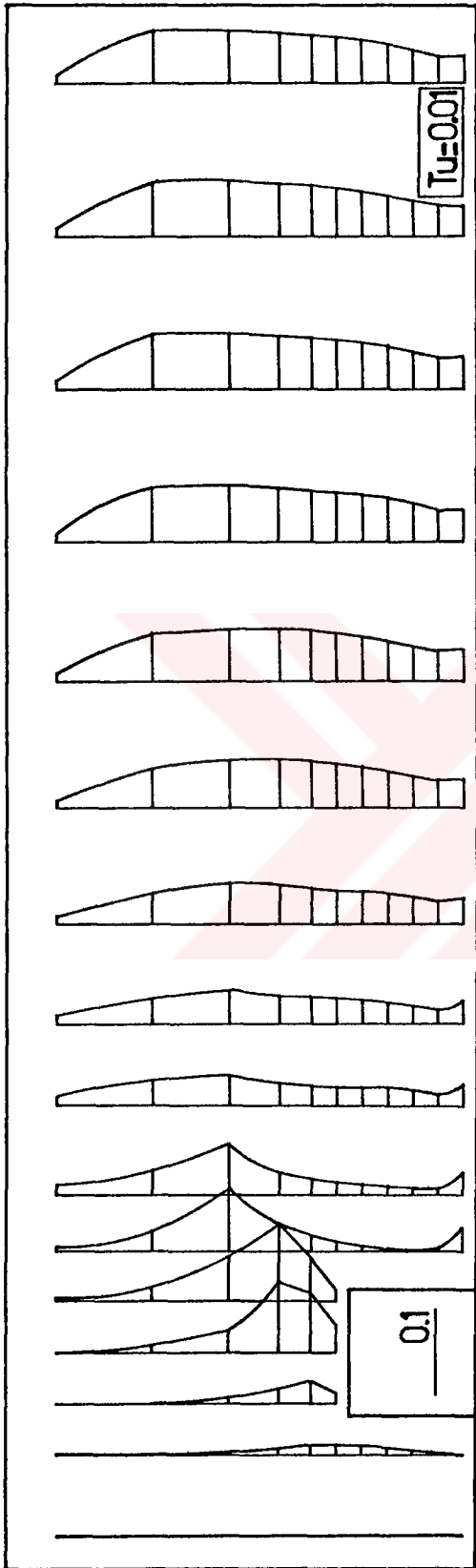


(c)

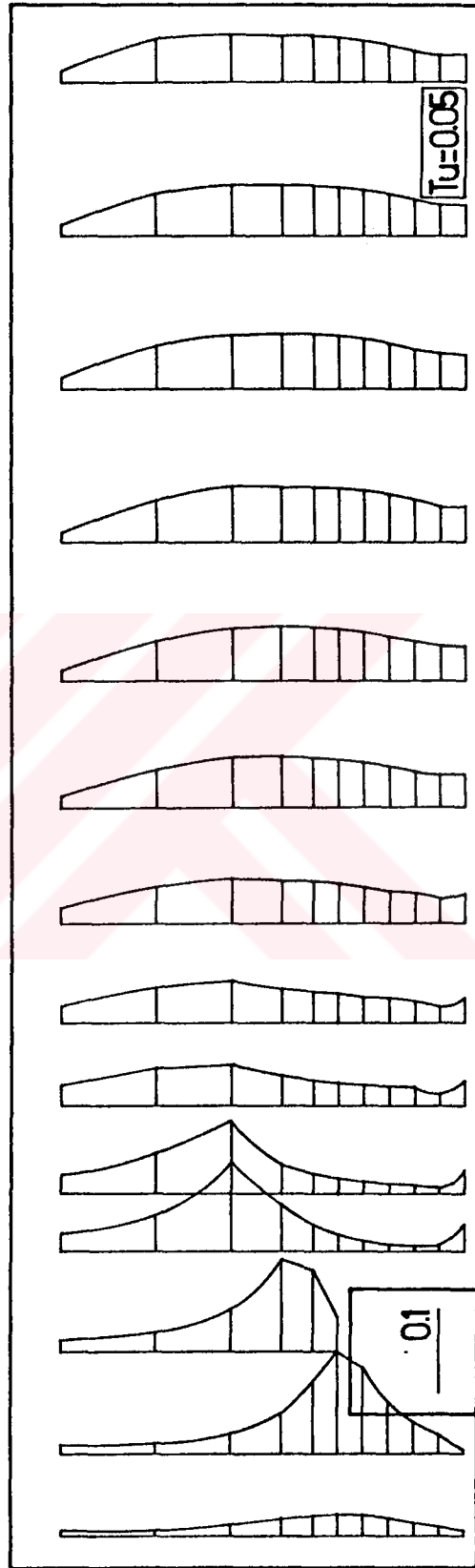


(d)

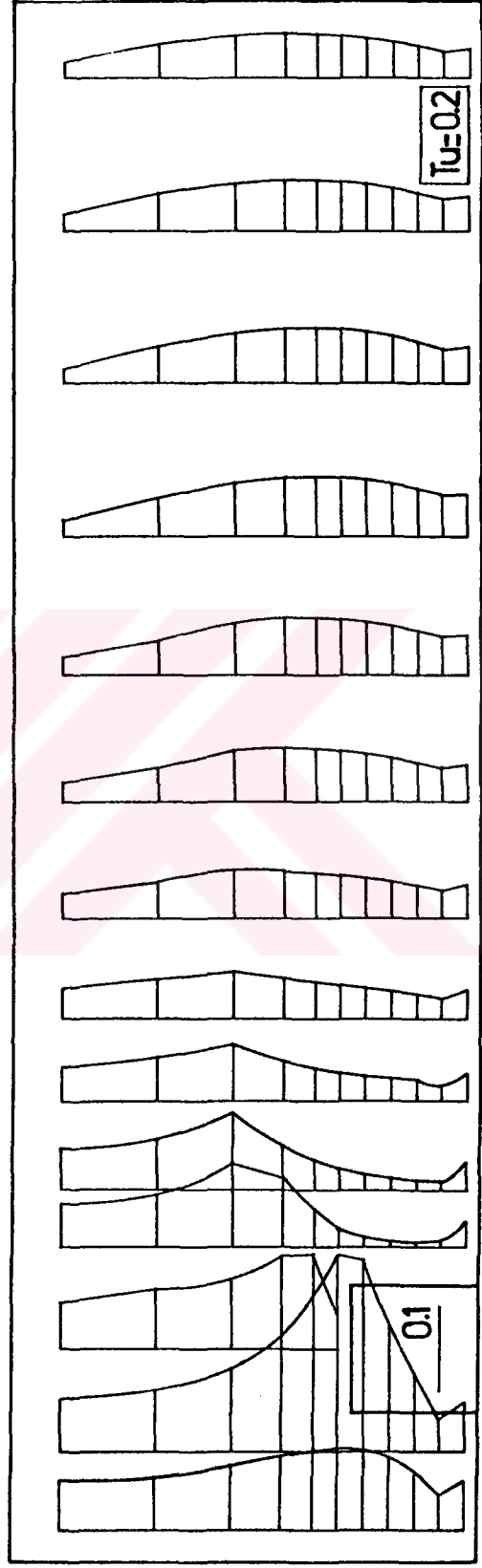
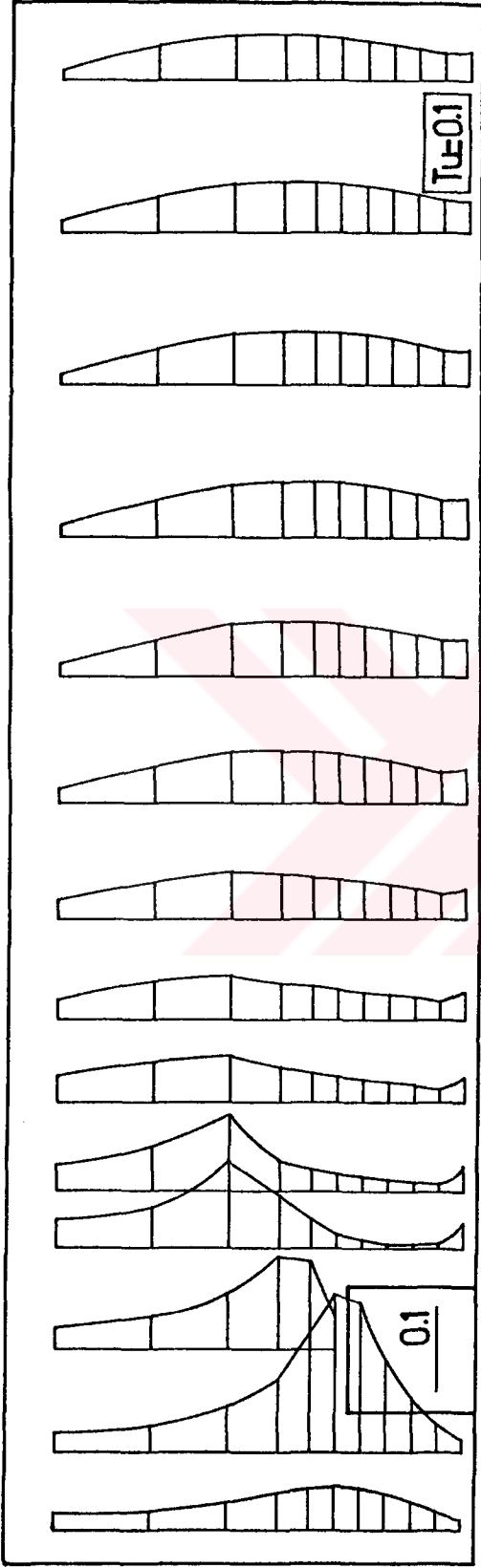
Şekil 6.10 K12 için değişik türbülans şiddeti değerlerindeki boyutsuz yatay hız profilleri.



(a)



(b)



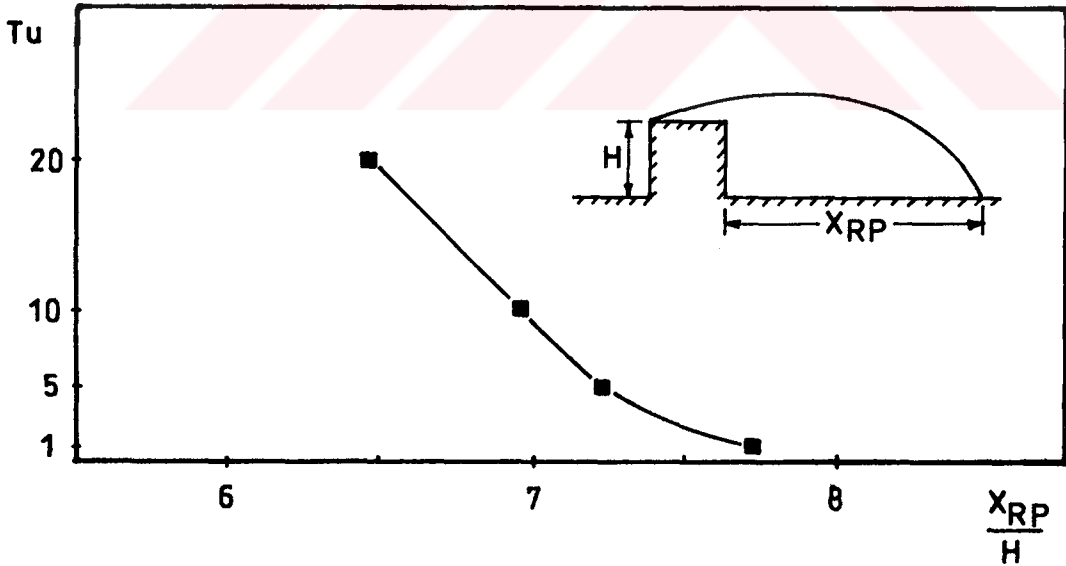
Şekil 6.11 K12 için değişik türbülans şiddeti değerlerindeki boyutsuz türbülans kinetik enerjisi profilleri.



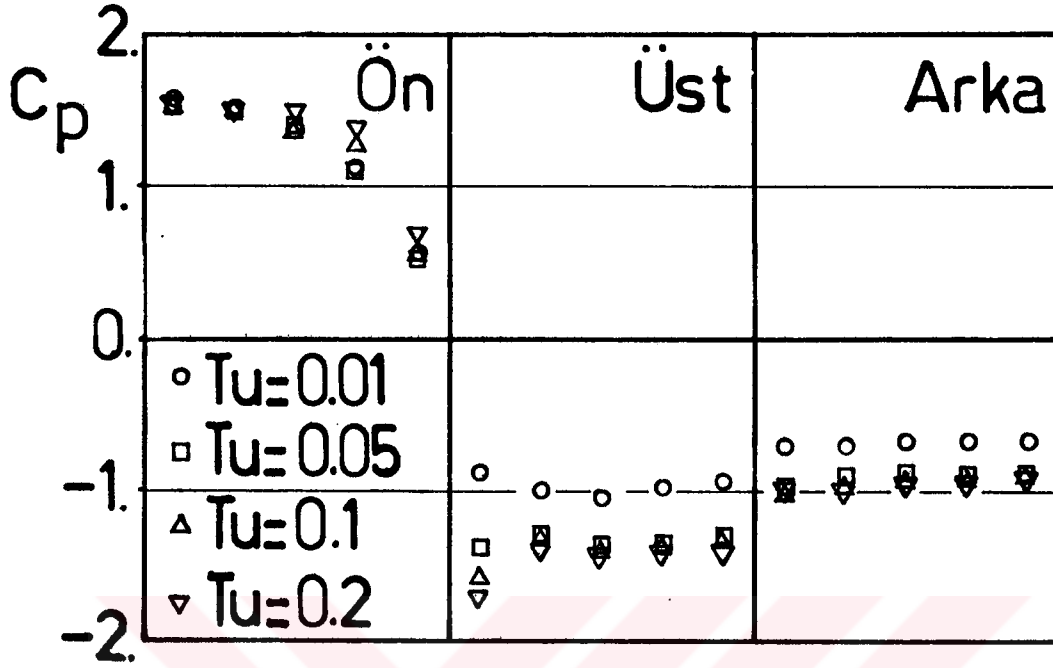
küt cismin ön bölgesindeki türbülans kinetik enerjisi profillerinde büyük farklılıklar oluşurken, küt cismin arka bölgesinde belirgin bir değişim ortaya çıkmamıştır.

Tekrar temas noktasının küt cisme olan uzaklığının,  $Tu$  ile olan değişimi şekil 6.12'de görülmektedir. Şekilde de görüldüğü gibi  $Tu$  ile  $X_{RP}$  arasında ters bir orantı söz konusudur.

Şekil 6.13'de değişik  $Tu$  değerleri için, küt cisim civarındaki basınç katsayısı değişimleri görülmektedir. Artan  $Tu$  değerleri ile; özellikle küt cismin üst kenarında basınç katsayıları arasında belirgin bir fark ortaya çıkmaktadır. Diğer bir deyişle; yapı yüzeylerinde yapılacak basınç ölçümlerinden, yapı etrafındaki akışın türbülans şiddetinin düzeyi için bir sonuç elde etmek olanaklıdır.



Şekil 6.12 K12 için türbülans şiddeti ile boyutsuz tekrar temas noktası uzaklığının değişimi.

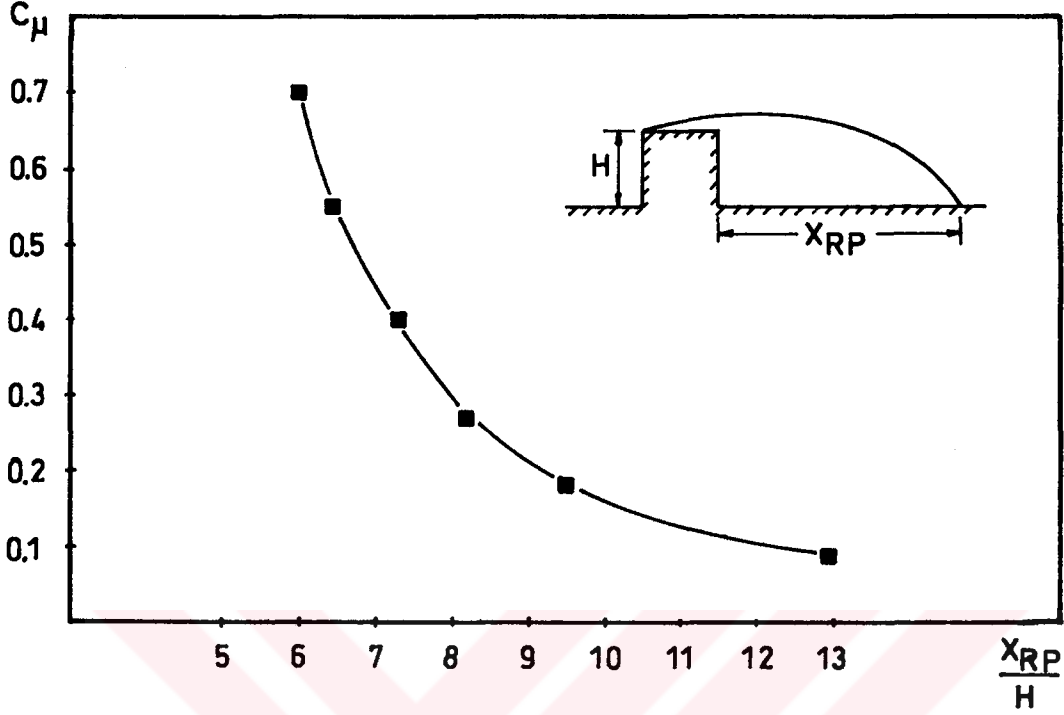


Şekil 6.13 K12 için küt cisim civarında değişik türbülans şiddetlerindeki basınç katsayısı değişimleri.

#### 6.5 $c_{\mu}$ Katsayısı Değişiminin Akış Alanı Üzerindeki Etkileri

Bölüm 4.3.4'te de belirtildiği gibi; (4.9) bağıntısındaki  $c_{\mu}$  katsayısı akış alanı üzerinde etkili olmaktadır. Tekrar temas noktasının küt cisme olan uzaklığı ile  $c_{\mu}$  katsayısı arasındaki değişim şekil 6.14'te görülmektedir.

Artan  $c_{\mu}$  değerleri ile  $X_{RP}$  azalmaktadır. Özellikle 0.2 den küçük  $c_{\mu}$  değerleri için  $X_{RP}$ 'deki değişim hızı artmaktadır.  $c_{\mu}$ 'nün 0.4'ten büyük değerlerinde  $X_{RP}$ 'deki değişim hızı azalmakta ve sabit kalma eğilimi göstermektedir. Bu durumda; çözülecek problemin yapısına en uygun  $c_{\mu}$  katsayısının seçilmesi için, deneysel ölçümlere ve sayısal testlere gereksinim vardır.

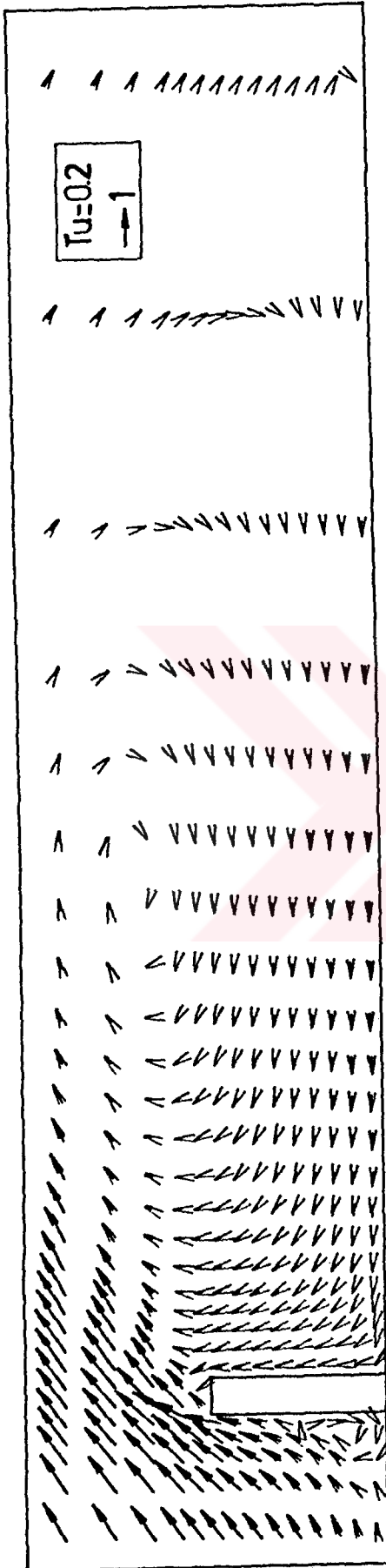
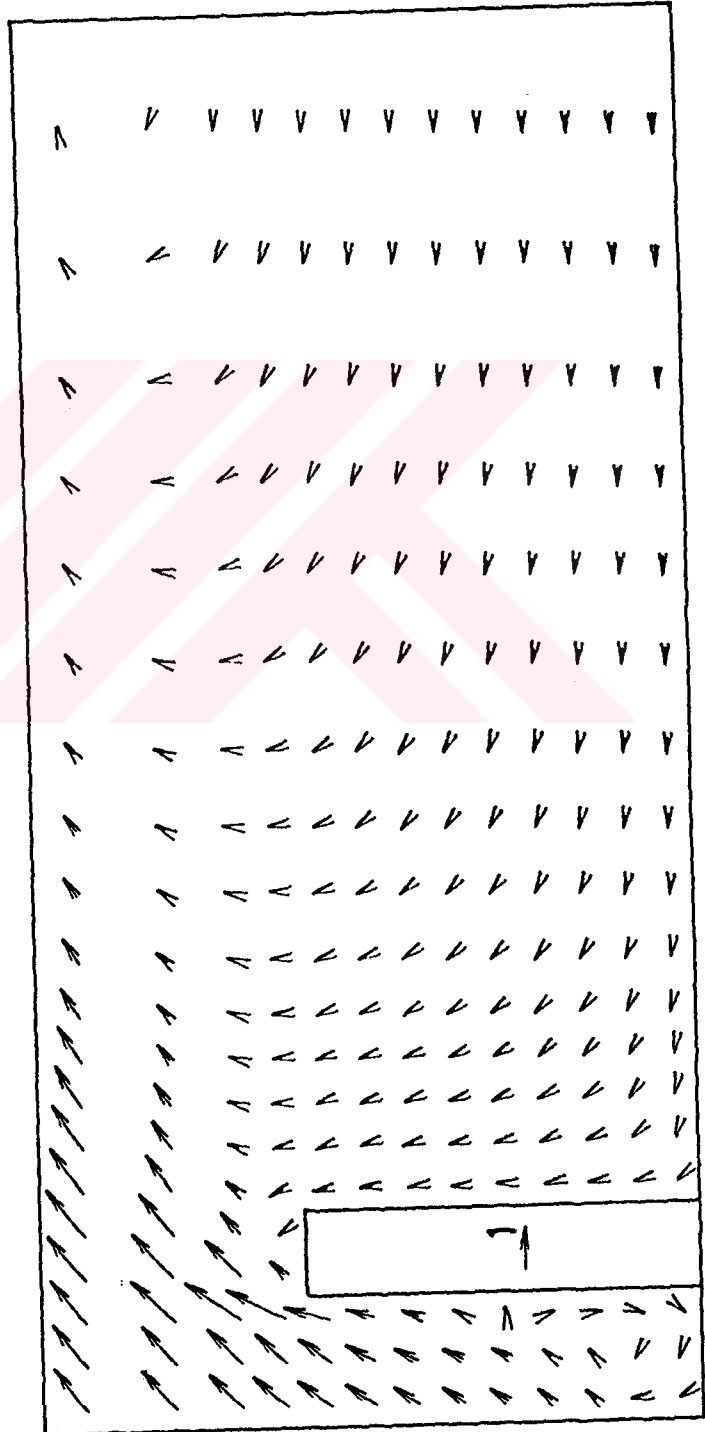


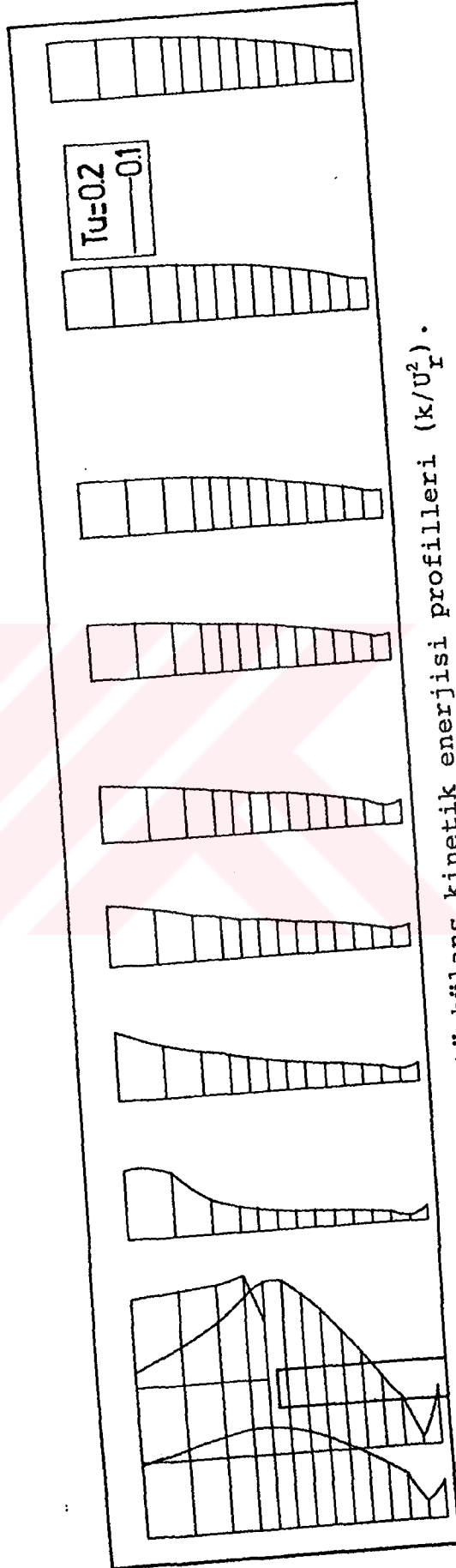
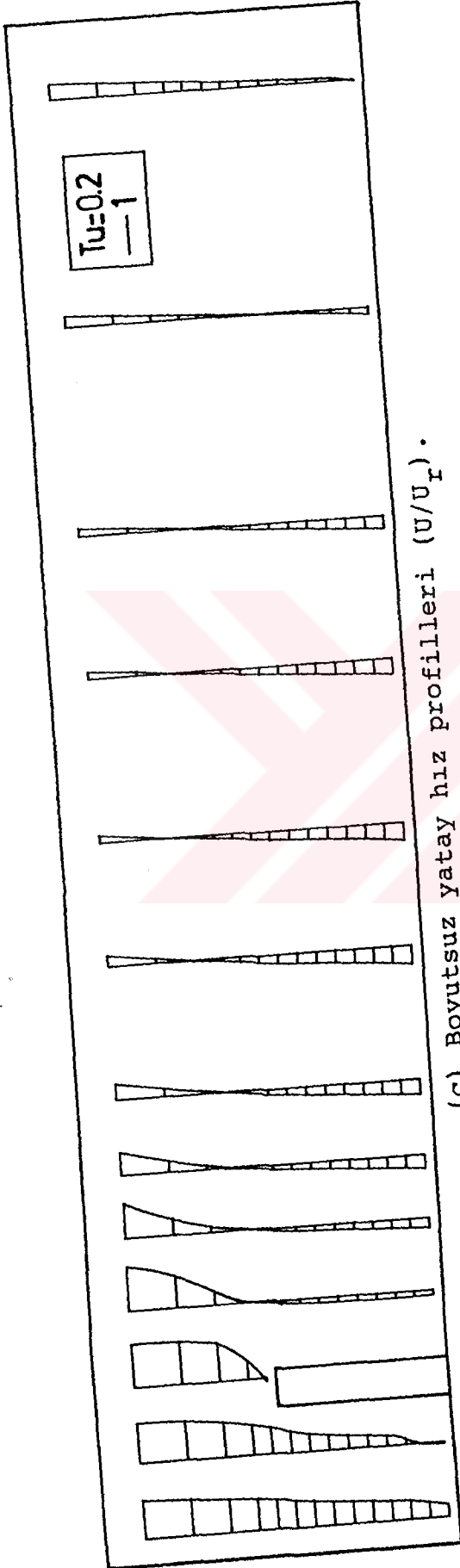
şekil 6.14 K12 için  $c_{\mu}$  katsayısı ile boyutsuz tekrar temas noktası uzaklığının değişimi ( $Tu=0.2$ ).

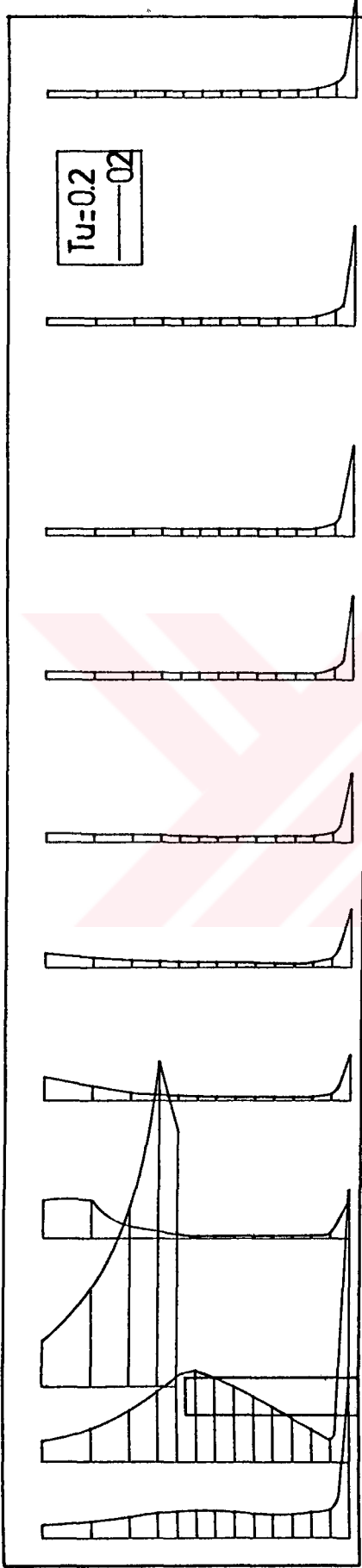
## 6.6 Yüksek Bir Bina Etrafındaki Akış

şekil 6.1 d'deki ağ geometrisi ve üniform giriş sınır koşulları kullanılarak, yüksek bir yapı etrafındaki akış hesaplanmıştır. Şekil 6.15'te akış alanında değişik büyüklüklerin değişimi görülmektedir. Şekil 6.15 a ve 6.15 b'de görüldüğü gibi, küt cisim önünde cisim yüksekliğinin yarısı kadarlık bir yüksekliğe sahip ikincil bir girdap oluşmaktadır. Cisim arkasında oluşan girdap boyu ( $X_{Rp}$ ), yaklaşık olarak  $7.55H$  kadardır. Şekil 6.15 d'de görüldüğü gibi cismin ön bölgesinde türbülans kinetik enerjisinde, düşey yönde hızlı bir değişim söz konusudur. Cismin üst bölgesinde yutulma miktarındaki hızlı değişim ise şekil 6.15 e'de görülmektedir.

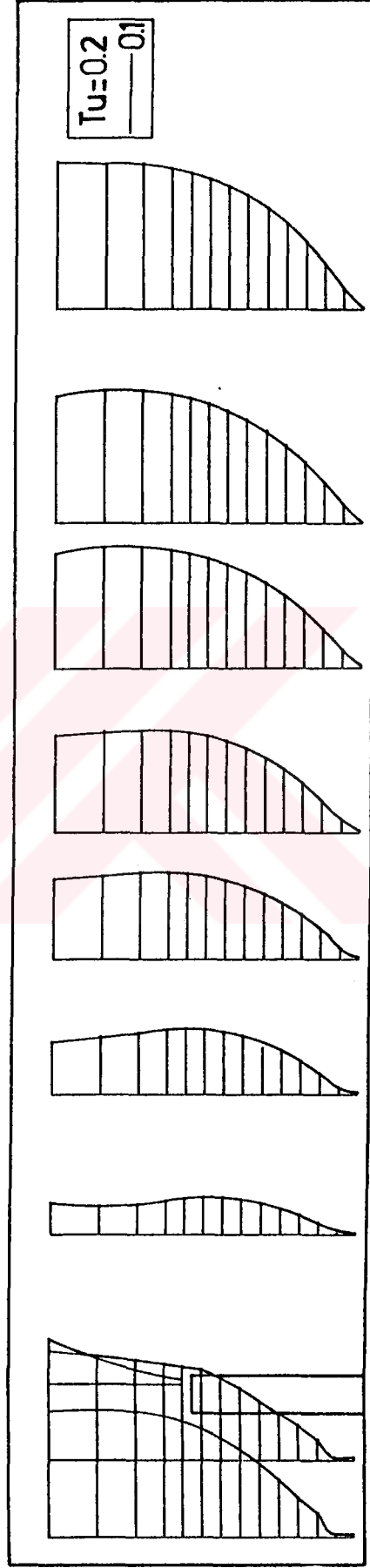
şekil 6.16'da ise yüksek yapı civarındaki basınç katsayısının değişimi görülmektedir.

(a) Boyutsuz hız vektörleri ( $V/U_r$ ).(b) Cisim civarındaki boyutsuz hız vektörleri ( $V/U_r$ ).



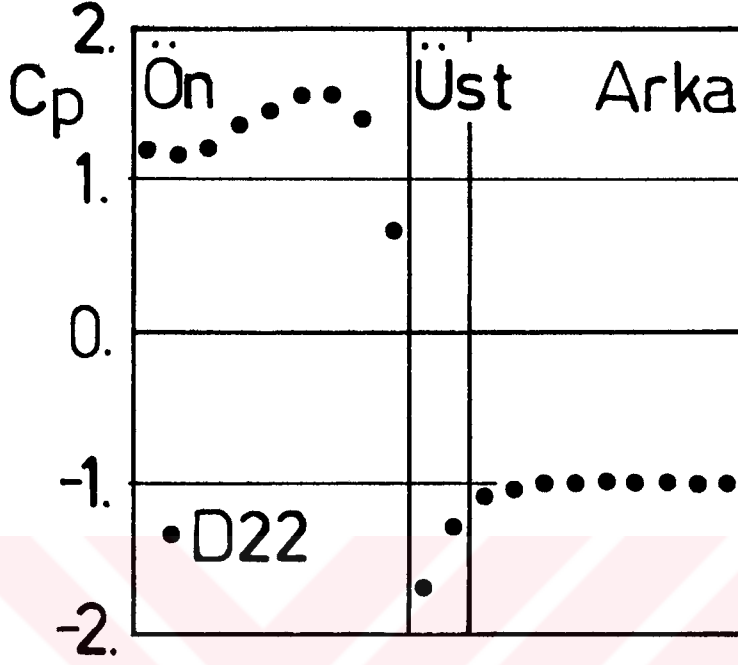


(e) Boyutsuz yutulma miktarı profilleri ( $\epsilon H / U_I^3$ ).



(f) Boyutsuz efektif viskozite profilleri ( $\mu_e / \rho U_I H$ ).

Şekil 6.15 D22 için akış alanında büyüklüklerin değişimi.



Şekil 6.16 D22 için cisim civarındaki basınç katsayısı değişimi.

## 6.7 Öneri ve Değerlendirmeler

1- Lineer olmayan problemler için; sonlu kontrol hacmi yöntemi ve iteratif çözüm algoritması kullanılarak deneysel verilerle uyum sağlayan çözümler elde etmek olanaklıdır. Bunun için; bilgisayar programı test edilerek, çözülecek problemin yapısına uygun sayısal parametrelerin belirlenmesi gerekmektedir.

2- k- $\epsilon$  türbülans modeli; belirli bir yüzey üzerinde duran küt geometriye sahip cisimler etrafındaki iki boyutlu, türbülanslı akışların hesaplanmasında başarıyla kullanılabilir. Ancak; türbülans modeli sabitleri, deneysel verilere dayalı olarak uygun değerde seçilmelidir.

3- Yapılar etrafındaki hava hareketini incelemek üzere ortaya konulan matematik modeller; homojen ve izotropik türbülans, sabit sıcaklık dağılımı, sürekli akış varsayımı gibi bazı idealleştirmeleri içermektedir. Bu yaklaşımlar nedeniyle sayısal çalışmalar büyük ölçüde deneysel verilere bağlı kalmaktadır. Matematik modellerin; akışın bütün özelliklerini içerecek şekilde daha da geliştirilmesi gerekmektedir.

4- İki ve üç boyutlu problemler arasındaki yapısal farklılık, cisimler etrafındaki akış alanını önemli ölçüde etkilemektedir. Bu durumda çözümü aranacak olan problemin açık olarak ortaya konulması ve problem ile ilgili deneysel verilerin hangi düzeyde olduğunun araştırılması gerekmektedir.

5- Sayısal çözümlerin elde edildiği bilgisayar programı; S.V. Patankar [46] tarafından yapılan öneriler göz önünde bulundurularak geliştirilmiştir. Başlangıçta basit bir yapıda olan program, zamanla geliştirilerek istenilen hesapları yapabilecek duruma getirilmiştir. Ancak yine de program genel amaçlı değildir. Bilgisayar programının daha kapsamlı bir yapıya kavuşturulması olanaklıdır. Bunun bu çalışmada yapılamayışının en önemli nedeni, kullanılan bilgisayar sisteminin yeterince hızlı ve yüksek bellek kapasiteli olmayışındır.

6- Sonuçların elde edildiği bilgisayar programının stabilitesi; programın çalıştığı ilk iterasyon adımlarında pek iyi değildir. Ancak daimi çözüme yaklaşıldığında, stabilite düzelmekte ve kararlı bir şekilde sonuca ulaşılmaktadır. Bu durum; problemdeki değişkenlerin başlangıç koşulları ile ilgili olup, potansiyel akış çözümünün ideal başlangıç koşulu olduğu yapılan bir test ile anlaşılmıştır.



## KAYNAKLAR

1. Schlichting, H., Boundary Layer Theory, Seventh Edition, Mc Graw-Hill Book Co., New York, 1979.
2. Yüksel, A.N., Yapılar Üzerinde Rüzgar Tesirleri, MMLS Öğretimi Ders Notu, İ.T.Ü. Makina Fakültesi, 1972.
3. Eaton, K.J., Mayne, J.R. ve Cook, N.J., Wind Loads on Low Rise Buildings-Effects of Roof Geometry, 4th. International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures, September 1975, London, 1-17.
4. Castro, I.P. ve Robins, A.G., The Flow Around a Surface Mounted Cube in Uniform and Turbulent Streams, J. Fluid Mech., 79 (1977) 307-335.
5. Castro, I.P., Relaxing Wakes Behind Surface-Mounted Obstacles in Rough Wall Boundary Layers, J. Fluid Mech., 93 (1979) 631-659.
6. Castro, I.P., Measurements in Shear Layers Separating From Surface-Mounted Bluff Bodies, J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., 7 (1981) 253-272.
7. Castro, I.P. ve Cheun, B.S., The Measurement of Reynolds Stresses With a Pulsed-Wire Anemometer, J. Fluid Mech., 118 (1982) 41-58.
8. Stathopoulos, T., Surry, D. ve Davenport, A.G., Effective Wind Loads on Flat Roofs, Journal of the Structural Division, ASCE, 107 (1981) 281-298.
9. Stathopoulos, T., Wind Pressures on Low Buildings With Parapets, Journal of the Structural Division, ASCE, 108 (1982) 2723-2736.
10. Atlı, V., Subsonic Flow Over a Two-Dimensional Obstacle Immersed in a Turbulent Boundary Layer on a Flat Surface, J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., 31 (1988) 225-239.
11. Hirt, C.W. ve Cook, J.L., Calculating Three-Dimensional Flows Around Structures and Over Rough Terrain, J. Comput. Phys., 10 (1972) 324-340.
12. Counihan, J., Hunt, J.C.R. ve Jackson, P.S., Wakes Behind Two-Dimensional Surface Obstacles in Turbulent Boundary Layers, J. Fluid Mech., 64 (1974) 529-563.

13. Mauermayer, R., Numerische Berechnung der Schadstoffausbreitung im Strömungsfeld scharfkantiger Gebäude, Doktora Tezi, Technische Universität München, 1977.
14. Hanson, T., Summers, D.M. ve Wilson C.B., Numerical Modelling of Wind Flow Over Buildings in Two Dimensions, Int. J. Numer. Methods Fluids, 4 (1984) 25-41.
15. Hanson, T., Summers, D.M. ve Wilson, C.B., A three-Dimensional Simulation of Wind flow Around Buildings, Int. J. Numer. Methods Fluids, 6 (1986) 113-127.
16. Summers, D.M., Hanson, T. ve Wilson, C.B., A Random Vortex Simulation of Wind-Flow Over a Building, Int. J. Numer. Methods Fluids, 5 (1985) 849-871.
17. Summers, D.M., Hanson, T. ve Wilson, C.B., Validation of a Computer Simulation of Wind Flow Over a Building Model, Building and Environment, 21 (1986) 97-111.
18. Yeung, P.K. ve Kot. S.C., Computation of Turbulent Flows Past Arbitrary Two-Dimensional Surface Mounted Obstructions, J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., 18 (1985) 177-190.
19. Baetke, F., Numerische Berechnung der turbulenten Umströmung eines kubischen Körpers, Doktora Tezi, Technische Universität München, 1985.
20. Frank, W., Experimental and Numerical Studies of Propagation Phenomena in Turbulent Flows Around Buildings, 2nd. International Symposium on Transport Phenomena in Turbulent Flows, October 1987, Tokyo, 425-433.
21. Murakami, S. ve Mochida, A., Three-Dimensional Numerical Simulation of Air Flow Around a Cubic Model by Means of Large Eddy Simulation, J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., 27 (1987) 291-305.
22. Murakami, S. ve Mochida, A., 3-D Numerical Simulation of Air Flow Around a Cubic Model by Means of the  $k-\epsilon$  Model, J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., 31 (1988) 283-303.
23. Murakami, S. ve Mochida, A., Three-Dimensional Numerical Simulation of Turbulent Flow Around Buildings Using the  $k-\epsilon$  Turbulence Model, Building and Environment, 24 (1989) 51-64.
24. Murakami, S ve Kato, S., Numerical and Experimental Study on Room Airflow - 3-D Predictions Using the  $k-\epsilon$  Turbulence Model, Building and Environment, 24 (1989) 85-97.
25. Mayer, H.G., Atmosphärisches und bodennahes Ausbreitungsverhalten von Gasen, Doktora Tezi, Technische Universität München, 1989.

26. Kot, S.C., Numerical Modelling of Contaminant Dispersion Around Buildings, *Building and Environment*, 24 (1989) 33-37.
27. Paterson, D.A. ve Apelt, C.J., Computation of Wind Flows Over Three-Dimensional Buildings, *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, 24 (1986) 193-213.
28. Paterson, D.A. ve Apelt, C.J., Simulation of Wind Flow Around Three-Dimensional Buildings, *Building and Environment*, 24 (1989) 39-50.
29. Häggkvist, K., Svensson, U. ve Taesler, R., Numerical Simulations of Pressure Fields Around Buildings, *Building and Environment*, 24 (1989) 65-72.
30. Awbi, H.B., Application of Computational Fluid Dynamics in Room Ventilation, *Building and Environment*, 24 (1989) 73-84.
31. Hinze, J.O., Turbulence, Second Edition, Mc Graw-Hill Book Co., NewYork, 1975.
32. Tritton, D.J., Physical Fluid Dynamics, Fourth Edition, Van Nostrand Reinhold Co. Ltd., Berkshire, 1982.
33. Haines, A.B., Turbulence Modelling, *Aeronautical Journal*, August/September, (1982) 269-277.
34. Harlow, F.H. ve Nakayama, P.I., Turbulence Transport Equations, *Phys. Fluids*, 11 (1967) 2323-2332.
35. Bradshaw, P., Cebeci, T. ve Whitelaw, J.H., Engineering Calculations Methods for Turbulent Flow, First Edition, Academic Press, London, 1981.
36. Hanjalic, K. ve Launder, B.E., A Reynolds Stress Model of Turbulence and Its Application to Thin Shear Flows, *J. Fluid Mech.*, 52 (1972) 609-638.
37. Launder, B.E. ve Spalding, D.B., Mathematical Models of Turbulence, Third Edition, Academic Press, London, 1979.
38. Cebeci, T. ve Smith, A.M.O., Analysis of Turbulent Boundary Layers, First Edition, Academic Press, London, 1974.
39. Rodi, W., A Note on the Empirical Constant in the Kolmogorov-Prandtl Eddy Viscosity Expression, *J. Fluids Eng.*, ASME, September, (1975) 386-389.
40. Patankar, S.V., Numerical Prediction of Three-Dimensional Flows - Studies in Convection: Theory, Measurement and Application, Ed.: B.E. Launder, First Edition, Vol.1, 1-78, Academic Press, New York, 1975.

41. Frost, W., Bitte, J. ve Shieh, C.F., Analysis of Neutral-ly Stable Atmospheric Flow Over a Two-Dimensional Forward Facing Step, AIAA Journal, 18 (1980) 32-38.
42. Taylor, C., Thomas, C.E. ve Morgan, K., Modelling Flow Over a Backward-Facing Step Using the F.E.M. and the Two Equation Model of Turbulence, Int. J. Numer. Methods Fluids, 1 (1981) 295-304.
43. Hirsch, C., Numerical Computation of Internal and External Flows, Vol.1, First Edition, John Wiley and Sons, 1989.
44. Roache, P.J., Computational Fluid Dynamics, First Edition, Hermosa Publishers, Albuquerque, 1972.
45. Baker, A.J., Finite Element Computational Fluid Mechanics, First Edition, Mc Graw-Hill Book Co., New York, 1983.
46. Patankar, S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, First Edition, Mc Graw-Hill Book Co., New York, 1980.
47. Buckingham, R.A., Numerical Methods, Second Edition, Sir Isaac Pitman and Sons Ltd., London, 1962.
48. Counihan, J., Adiabatic Atmospheric Boundary Layers, Atmospheric Environment, 9 (1975) 871-905.
49. Hirt, C.W., Numerical Methods for Bluff Body Aerodynamics - Flow Around Bluff Bodies: Numerical and Experimental Approaches, Lecture Series, First Edition, 1-65, von Karman Institute for Fluid Dynamics, Rhode Saint Genèse, 1984.

EKLER

Ek 1. İki boyutlu; süreklilik, momentum, k-ε türbülans modeli denklemleri ve sabitler (---laminer akışlarda kullanılan denklemleri gösterir).

$\frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U\Phi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho W\Phi)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\Gamma\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right) + S$			
Φ	Γ	S	Model sabitleri ve açık ifadeler
1	0	0	
U	μ <sub>e</sub>	$-\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{2}{3}\rho k\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_e\frac{\partial U}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_e\frac{\partial W}{\partial x}\right)$	$\sigma_k=1.00$ $\sigma_\epsilon=1.30$ $c_1=1.44$ $c_2=1.92$ $c_\mu=0.55$
W	μ <sub>e</sub>	$-\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{2}{3}\rho k\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_e\frac{\partial U}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_e\frac{\partial W}{\partial z}\right)$	
k	$\frac{\mu_t}{\sigma_k}$	Pr* - ρε	$\left[\mu_e = \mu\right] + \mu_t \quad \mu_t = \rho c_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$
ε	$\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon}$	$\frac{\epsilon}{k}(c_1 Pr - c_2 \rho \epsilon)$	$Pr = \mu_t \left\{ 2 \left[ \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial z}\right)^2 \right] + \left[ \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right]^2 \right\}$

\*; Üretim terimini ifade eder.

Ek 2. Lagrange interpolasyon polinomu ve katsayıları [47].

$f(x)$ ;  $(n+1)$  adet farklı  $x$  değeri için tanımlanmış bir fonksiyon olmak üzere,  $f(x)$  değerleri için eşleştirme

$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
$f_0$	$f_1$	$f_2$	$f_3$

şeklinde olsun.  $f(x_k)$  kısaca  $f_k$  olarak ifade edilmiştir. Bu durumda derecesi  $n$ 'den büyük olmayan bir polinom bulmak olanaklıdır. Lagrange tarafından önerilen polinom

$$L_k(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{k-1})(x-x_{k+1})\dots(x-x_n)}{(x_k-x_0)(x_k-x_1)\dots(x_k-x_{k-1})(x_k-x_{k+1})\dots(x_k-x_n)}$$

olarak yazılır.

## ÖZGEÇMİŞ

Burhan Çuhadaroğlu; 1961 yılında Trabzon'da doğdu. 1978 yılında Trabzon Affan Kitapçiođlu Lisesi'ni bitirerek, İ.T.Ü. Makina Fakültesi Genel Makina Mühendisliği Bölümü'nü kazandı. Yine aynı yıl TÜBİTAK'ın karşılıksız yüksek öğrenim bursunu kazandı. 1983 yılında makina mühendisi ünvanı ile İ.T.Ü.'den mezun oldu. Aynı yıl; K.T.Ü. Makina Mühendisliği Bölümü Mekanik Anabilim Dalı'nda araştırma görevlisi olarak yüksek lisans öğrenimine başladı. 1986 yılında yüksek lisans çalışmasını tamamlayarak makina yüksek mühendisi ünvanını aldı. 1986 yılı bahar yarıyılında K.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Anabilim Dalı'nda doktora çalışmasına başladı. Yurt içinde yayınlanmış makalesi ve kongrelere sunulmuş çalışmaları vardır. İngilizce bilmektedir. Halen K.T.Ü. Makina Mühendisliği Bölümü'nde araştırma görevlisidir ve bekindir.