

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

İÇ AKIŞTA MANYETİK ALAN ETKİSİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mak. Müh. Esra YAĞCI

**ARALIK 2016
TRABZON**



KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

İÇ AKIŞTA MANYETİK ALAN ETKİSİ

Mak. Müh. Esra YAĞCI

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce
"MAKİNA YÜKSEK MÜHENDİSİ"
Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 20 / 12 / 2016

Tezin Savunma Tarihi : 30 / 12 / 2016

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Tülin BALI

Trabzon 2016

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**Makina Mühendisliği Anabilim Dalında
Esra YAĞCI Tarafından Hazırlanan**

İÇ AKIŞTA MANYETİK ALAN ETKİSİ

**başlıklı bu çalışma, Enstitü Yönetim Kurulunun 13/ 12/2016 gün ve 1680 sayılı
kararıyla oluşturulan jüri tarafından yapılan sınavda
YÜKSEK LİSANS TEZİ
olarak kabul edilmiştir.**

Jüri Üyeleri

Başkan : Prof. Dr. Orhan AYDIN


.....

Üye : Prof. Dr. Tülin BALI


.....

Üye : Prof. Dr. Zuhale OKTAY COŞKUN


.....

Prof. Dr. Sadettin KORKMAZ

Enstitü Müdürü

ÖNSÖZ

Akış karakteristiklerinin manyetik alanla kontrol edilebilmesi oldukça dikkat çekici bir durumdur. Akış bölgesinde, akışkan hareketinin ve manyetik alanın birbirini etkilemesinin, basınç, hız ve sıcaklık dağılımları üzerinde etkileri, gerek sanayi gerekse tıp alanı gibi birçok uygulama alanına sahip manyetohidrodinamik (MHD) akışa olan ilgiyi artırmaktadır.

Bu tez kapsamında, uygulamada yaygın kullanım alanına sahip, bazı temel geometri (düzlemsel ve dairesel) akışları teorik olarak incelenmiştir. Yapılan çalışmaların uluslararası literatüre önemli düzeyde katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Yüksek lisans öğrenimim süresince bilgi, birikim ve tecrübesinden yararlandığım danışman hocam Sayın Prof. Dr. Tülin BALI'ye, ayrıca bu çalışmanın yürütülmesi ve yönlendirilmesine sağladıkları bilimsel katkılardan dolayı değerli hocalarım Sayın Prof. Dr. Orhan AYDIN'a ve Sayın Doç. Dr. Mete AVCI'ya teşekkür ederim. Aynı zamanda, hayatımın her safhasında maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen aileme ve çalışmalarım sırasında benimle birlikte emek harcayan, bilgi ve birikimleriyle hep desteğini gördüğüm sevgili eşim Arş. Gör. Oğuz Kaan YAĞCI'ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Esra YAĞCI

Trabzon 2016

TEZ ETİK BEYANAMESİ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum "İç Akışta Manyetik Alan Etkisi" başlıklı bu çalışmayı baştan sona kadar danışmanım Prof. Dr. Tülin BALI'nin sorumluluğunda tamamladığımı, verileri kendim topladığımı, başka kaynaklardan aldığım bilgileri metinde ve kaynakçada eksiksiz olarak gösterdiğimi, çalışma sürecinde bilimsel araştırma ve etik kurallara uygun davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim. 30 /12/2016

Esra YAĞCI

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ.....	III
TEZ ETİK BEYANAMESİ	IV
İÇİNDEKİLER.....	V
ÖZET.....	VII
SUMMARY	VIII
ŞEKİLLER DİZİNİ	IX
TABLolar DİZİNİ.....	X
SEMBOLLER DİZİNİ.....	XI
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1. Giriş	1
1.2. Manyetohidrodinamik Akışa Ait Temel Kavramlar	2
1.3. Manyetohidrodinamiğin Temel Denklemleri	3
1.4. Kanallardaki Akışkan Akışında Sınır Tabaka Gelişimleri	6
1.4.1. Hidrodinamik İnceleme	6
1.4.2. Termal İnceleme.....	6
1.5. MHD Akışa Ait Sınır Tabaka Karakteristikleri	7
1.5.1. Manyetik Alan Etkisi Altında Süreklilik, Momentum ve Enerji Denklemleri	9
1.6. Tezin Amacı ve Kapsamı.....	10
1.7. Literatür Araştırması	11
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR	15
2.1. Düzlemsel Kanalda Akış	15
2.1.1. Hidrodinamik İnceleme	15
2.1.2. Termal İnceleme.....	18
2.1.2.1. Termal Olarak Tam Gelişmiş Akış	18
2.1.2.2. Termal Olarak Gelişmekte Olan Akış	22

2.2.	Silindirik Boruda Akış.....	23
2.2.1.	Hidrodinamik İnceleme	23
2.2.2.	Termal İnceleme.....	26
2.2.2.1.	Termal Olarak Tam Gelişmiş Akış	26
2.2.2.2.	Termal Olarak Gelişmekte Olan Akış	29
3.	BULGULAR VE TARTIŞMA	32
3.1.	Düzlemsel Kanal Akışı.....	32
3.1.1.	Hidrodinamik ve Termal Açından Tam Gelişmiş Akış.....	32
3.1.2.	Hidrodinamik Açından Tam Gelişmiş, Termal Açından İse Gelişmekte Olan Akış.....	37
3.2.	Dairesel Kanal Akışı.....	39
3.2.1.	Hidrodinamik ve Termal Açından Tam Gelişmiş Akış.....	39
3.2.2.	Hidrodinamik Açından Tam Gelişmiş Termal Olarak İse Gelişmekte Olan Akış.....	43
4.	SONUÇLAR VE ÖNERİLER	48
4.1.	Sonuçlar	48
4.2.	Öneriler	48
5.	KAYNAKLAR	50
ÖZGEÇMİŞ		

Yüksek Lisans Tezi

ÖZET

İÇ AKIŞTA MANYETİK ALAN ETKİSİ

ESRA YAĞCI

Karadeniz Teknik Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı
Danışman: Prof. Dr. Tülin BALI
2016, 53 Sayfa

Bu tezde, pratikte yaygın kullanım alanına sahip bazı bilinen temel geometriler için (düzlemsel ve dairesel) manyetik alan etkisi altında hidrodinamik ve termal analizler sunulmuştur. Düzlemsel kesitli kanalın duvarlarında, dairesel kesitli kanalın ise cidarında uniform sabit ısı akısı ve dışarıdan akışa dik olarak uygulanan manyetik alan varlığında, elektriksel iletkenliği olan bir akışkanın akışı ve ısı transferi incelenmiştir. Analize viskoz yayılım ve Joule ısıtma etkileri dahil edilmiştir. Akış bölgesinde, akışkan hareketiyle elektromanyetik alan birbirlerini etkilemesinden dolayı, manyetohidrodinamik (MHD) akışkan akışını ve ısı transferini analiz etmek karmaşık bir durumdur. Bu çalışmada, hidrodinamik olarak tam gelişmiş, termal olarak ise hem tam gelişmiş hem de gelişmekte olan durum için sırasıyla analizler yapılmıştır. Hidrodinamik olarak tam gelişmiş akışın, termal olarak tam gelişmesi analitik olarak elde edilirken; termal olarak gelişmekte olan durum, sonlu fark yöntemi kullanılarak sayısal olarak incelenmiştir. Çalışma parametrelerinin farklı değerleri için hız ve sıcaklık profillerinin yanı sıra Nusselt sayısının sonuçları sunulmuştur. Limit durum için literatürle uyumlu sonuçlar elde edilmiştir. Nusselt sayısının Brinkman sayısı ve Hartmann sayısı ile karmaşık değişimi gösterilmiştir. Viskoz yayılımı ve Joule ısıtmanın varlığında karmaşık ısı transfer karakteristikleri fiziksel olarak tartışılmıştır.

Anahtar Kelimeler: MHD, viskoz yayılımı, Joule ısıtma

Master Thesis

SUMMARY

MAGNETIC FIELD EFFECT ON INTERNAL FLOW

Esra YAĞCI

Karadeniz Technical
The Graduate School of Natural and Applied Sciences
Mechanical Engineering Graduate Program
Supervisor: Prof. Dr. Tülin BALI
2016, 53 Pages

In this thesis, hydrodynamical and thermal analysis under the effect of magnetic field are presented for some common basic geometries. Uniform heat flux is assumed to apply at walls. Flow and heat transfer of electrically conducting fluid are analyzed under the effect of a magnetic field applied perpendicular to the flow direction. In the analysis, viscous dissipation and Joule heating effects are taken into account. Due to the fluid motion and electromagnetic field interaction in the flow region, flow and heat transfer of MHD flow is a complex process to analyze. At first, both hydrodynamically and thermally fully developed case is analyzed analytically. Then, consideration is given to thermally developing case, which is examined numerically. Results are obtained for the Nusselt number as well as velocity and temperature profiles for various working parameters. Results are also compared with literature for limit cases. The complex change of Nusselt number for various values of Brinkman and Hartmann number are presented. The complex heat transfer characteristics in the presence of viscous dissipation and Joule heating are discussed physically.

Key Words: MHD, viscous dissipation, Joule heating

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa No

Şekil 1. Dikdörtgen kesitli bir kanaldaki manyetohidrodinamik akış, etkili kuvvetler (a) ve hız profilleri (b).....	3
Şekil 2. Düzlemsel kesitli bir kanalda, laminar, hidrodinamik sınır tabaka gelişimi [8].....	6
Şekil 3. Isıtılan düzlemsel kesitli bir kanalda termal sınır tabakanın gelişimi [8].....	7
Şekil 4. Yüksek Hartmann sayılarında Hartmann tabakası ve Öz Bölgesi.....	9
Şekil 5. Manyetohidrodinamik boru akışında elektriksel akım çizgileri: cidar elektriksel olarak yalıtkan (a), cidar elektriksel olarak iletken (b).....	9
Şekil 6. Düzlemsel MHD kanal akışı ve ısı geçişi probleminin şematik gösterimi.....	15
Şekil 7. Silindirik bir boruda MHD akışı ve ısı geçişi probleminin şematik gösterimi.....	24
Şekil 8. Hartmann sayısının boyutsuz hız profili üzerindeki etkisi.....	33
Şekil 9. Hartmann sayısının boyutsuz sıcaklık profili üzerinde etkisi.....	33
Şekil 10. Brinkman değerindeki değişimin boyutsuz sıcaklık profili üzerine etkisi: $Ha=0$ (a), $Ha=10$ (b).....	35
Şekil 11. Brinkman sayısının farklı değerleri için Nusselt sayısının Hartmann sayısı ile değişimi.....	35
Şekil 12. Farklı eksenel istasyonlarda boyutsuz sıcaklık profili.....	37
Şekil 13. Yerel Nusselt sayısının, Brinkman sayısı ve Hartmann sayısına göre değişimi: $Ha=0$ (a), $Ha=10$ (b).....	38
Şekil 14. Hartmann sayısının boyutsuz hız profili üzerindeki etkisi.....	40
Şekil 15. Hartmann sayısının boyutsuz sıcaklık profili üzerinde etkisi $Br=0$ (a), $Br=0.1$ (b).....	41
Şekil 16. Brinkman sayısının farklı değerleri için Nusselt sayısının Hartmann sayısı ile değişimi.....	42
Şekil 17. Farklı eksenel istasyonlarda boyutsuz sıcaklık profili.....	44
Şekil 18. Boyutsuz yığın akışkan sıcaklığın, $Ha=0$ ve $Ha=10$ değerlerinde Brinkman sayısına göre değişimi.....	45
Şekil 19. Boyutsuz cidar sıcaklığı ile boyutsuz yığın akışkan sıcaklığı arasındaki farkın Hartmann sayısı ve Brinkman sayısına göre değişimi $Ha=0$ (a), $Ha=10$ (b).....	46
Şekil 20. Yerel Nusselt sayısının, Brinkman sayısı ve Hartmann sayısına göre değişimi $Br=0$ (a), $Br=0.1$ (b).....	47

TABLULAR DİZİNİ

Sayfa No

Tablo 1. Düzlemsel kanal akışında Nusselt sayısının asimptotik değerleri	36
Tablo 2. Düzlemsel kanal akışında Brinkman sayısının 0, 0.01 ve 0.1 değerleri için, Hartmann sayısının 0'dan 100'e kadar ki değerlerinde Nusselt sayısının değişimi.....	36
Tablo 3. Dairesel kanal akışında Nusselt sayısının asimptotik değerleri	43
Tablo 4. Dairesel kanal akışında Brinkman sayısının 0, 0.01 ve 0.1 değerleri için, Hartmann sayısının 0'dan 100'e kadar ki değerlerinde Nusselt sayısının değişimi	43



SEMBOLLER DİZİNİ

a	: boyutsuz grup parametresi
B_0	: manyetik alan yoğunluğu [Tesla]
Br	: Brinkman sayısı
c	: boşluktaki ışık hızı [$m s^{-1}$]
c_p	: özgül ısı [$kJ/kg K$]
D	: borunun çapı [m]
dA	: diferansiyel alan [m^2]
E	: elektrik alan [Vm^{-1}]
F_L	: Lorentz kuvveti [$kg m^{-2} s^{-2}$]
h	: ısı taşınım katsayısı [$Wm^{-2}K^{-1}$]
H	: kanal yüksekliği (düzlemsel kanal için) [m]
Ha	: Hartmann sayısı
J	: akım yoğunluğu [$Amp m^{-2}$]
k	: ısı iletim katsayısı [$W/m K$]
Nu	: Nusselt sayısı
p	: basınç [Pa]
Pr	: Prandtl sayısı
q''	: ısı akısı [$W m^{-2}$]
R	: boyutsuz radyal koordinat
r	: radyal koordinat [m]
r_0	: borunun yarıçapı [m]
Re	: Reynolds sayısı
T	: sıcaklık [K]
t	: zaman [s]
U	: boyutsuz hız
u	: yatay hız bileşeni [ms^{-1}]
v	: düşey hız bileşeni [ms^{-1}]
w	: yarım kanal yüksekliği (düzlemsel kanal için) [m]
X	: boyutsuz aksel koordinat

- x : eksenel koordinat [m]
 Y : boyutsuz düşey koordinat
 y : düşey koordinat [m]

Yunan Sembolleri

- ρ_e : yük yoğunluğu [coloumb m⁻³]
 ρ : yoğunluk [kg m⁻³]
 ϕ : manyetik alan yönü
 μ : dinamik viskozite [Pa s]
 δ : sınır tabaka kalınlığı [m]
 θ : boyutsuz sıcaklık
 ν : kinematik viskozite [m² s⁻¹]
 σ : elektriksel iletkenlik [1/Ωm]
 μ_0 : boşluğun manyetik alan geçirgenliği [H m⁻¹]
 ε_0 : boşluğun dielektrik sabiti [F m⁻¹]

Alt İndisler

- b : yığın
 e : kanal girişine ait özellik
 m : ortalama
 x : yerel
 w : duvar
 c : kanal merkezine ait özellik
 s : cidardaki akışkana ait özellik

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Manyetik alan, hareket eden elektrik yükleri tarafından zamanla değişen elektrik alanlardan veya temel parçacıklar tarafından üretilen vektörel bir büyüklüktür[1]. Manyetik alan ve elektrik yüklerinin birikmesiyle meydana gelen elektrik alan, içinde bulunduğumuz ortamdan ayrı düşünülmemeyecek olgulardır. Elektrik alanın olduğu her yerde manyetik alanın varlığı da söz konusudur. Bu sebeple manyetik alan etkileri insan yaşamının her alanında ortaya çıkmaktadır.

İç akış uygulamalarında ise manyetik alan etkileri genellikle ihmal edilmektedir. Fakat akış bölgesinde, akışkan hareketinin ve manyetik alanın birbirini etkilemesinin, basınç, hız ve sıcaklık dağılımları üzerinde etkileri mevcuttur. Bu parametrelerin doğru bir şekilde incelenebilmesi için manyetik alanın akış üzerindeki etkisi dikkate alınmalıdır.

Manyetik alanlar, birçok doğal ve doğal olmayan akışları etkiler. Örneğin; güneşin manyetik alanı, güneşte patlamalar meydana getirir. Galaktik manyetik alansa yıldızlar arası bulutlardan yıldızların oluşumunu etkilediği düşünülmektedir. Aynı zamanda dünyanın merkezinde akışkan hareketiyle sürdürülen bir manyetik alan vardır. Bu tip akışları inceleyen bilim dalına manyetohidrodinamik (MHD) adı verilir [2].

Manyetohidrodinamik kelimesinin etimolojik kökeni manyetik alandan kaynaklanan “manyeto”, akışkan anlamındaki “hidro” ve hareket anlamındaki “dinamik” kelimelerinin birleşimine dayanmaktadır. Kısaca MHD, elektriksel iletkenliği olan akışkanların elektromanyetik alandaki dinamiğini inceleyen disiplindir [3].

Elektriksel olarak iletken bir akışkanın manyetik alan etkisi altında davranışını tahmin etmek ve bu değişimleri kullanarak yararlı sistemler kurmak her çağda tüm insanlığın ilgisini çekmiş ve teorik, sayısal ve deneysel gayretlerle bu amaca erişilmeye çalışılmıştır. MHD üzerine yapılan ilk çalışma 19. Yüzyılda Faraday tarafından gerçekleştirilmiş olup, Faraday, iletken bir akışkan olan Thames nehrinin akış hızından ve dünyanın manyetik alanından yola çıkarak nehirdeki elektriksel potansiyel farkı ölçmek istemiştir. Fakat bu etkilerin çok belirgin olmaması nedeniyle tatmin edici bir çözüm elde edememiştir. Faraday’ın bu fikrini 1937 yılında Hartmann daha iyi şartlar altında ele almıştır. Hartmann uygulanan yoğun manyetik alanın cıvanın hareketi üzerine etkilerini

deneysel olarak incelemiştir. MHD üzerine teorik yönden ilk çalışma ise 1940 yılında Alfven tarafından yapılmıştır. Alfven, manyetik alan altında iletken bir akışkanın daimi akışında akışkanlar mekaniği ya da elektromanyetizmde var olmayan yeni dalgaların yayıldığını bulmuştur. İlerleyen yıllarda yüksek sıcaklıkta iyonize olmuş gazların manyetik alan altındaki hareketinin önemli olması nedeniyle fizik ve mühendislik araştırmalarında önemli yere edinmiştir (Astrofizik, yüksek hızda aerodinamik, termal nükleer reaktörlerin kontrolü). Bu sebepler nedeniyle MHD, mekanik ve fiziğin en aktif dallarından biri haline gelmiştir [4].

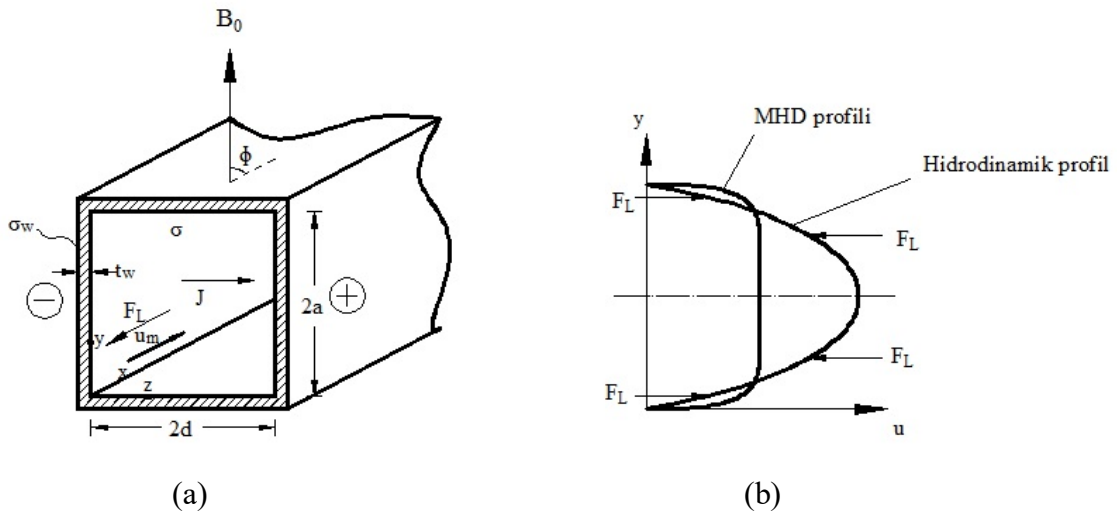
Manyetohidrokinamik akış; güneş ve birçok galaktik olayların incelenmesi, jeotermal rezervuarlar, petrol rezervuarları, MHD jeneratörleri, elektromanyetik pompalar, kan akış ölçerler, akışkan şaft yatakları, roket ve hipersonik aerodinamik aygıtlar için itme ve uçuş kontrolü, kesintisiz debi ölçümünü gerçekleştiren elektromanyetik akış ölçerler, füzyon reaktörlerinde besleme örtüleri, nükleer reaktörlerde soğutma uygulamaları, yüksek sıcaklıkta plazma ve MHD motorları, elektromanyetik karıştırıcılar, mikroeletromekanik sistemlerde (MEMS) gibi birçok uygulama alanında yer almaktadır [2].

1.2. Manyetohidrokinamik Akışa Ait Temel Kavramlar

MHD akışta hız ve manyetik alanları arasındaki etkileşimin şiddeti değişiklik gösterebilir. Bu etkileşim, iki alandan birinin diğerini etkilerken kendisinin etkilenmediği durumda zayıftır. Örneğin laboratuvar ölçeğinde manyetik alan pratik olarak akış tarafından etkilenmemektedir. Hız alanı manyetik alan tarafından büyük ölçüde etkilenebilmektedir. Hız ve manyetik alanın elektromanyetizmada ve akışkanlar mekaniğinde olması gerekenden keskin bir şekilde farklılık gösterdiği durumlarda ise bu etkileşim güçlüdür. Bu şartlarda ilgili disiplinlerde karşılığı olmayan bir kavram gözlenir. Bu duruma en çarpıcı örneklerden biri olarak elektromanyetik dalgalar ve akustik dalgalar gibi konularla açıklanamayan *Alfven dalgaları* verilebilir. Alfven dalgalarının temeli, güçlü bir şekilde hız ve manyetik alan arasındaki etkileşime bağlıdır. Bu kavramın anlaşılması, aynı anda var olan iki temel etkiye dayanmaktadır [5].

İlk etki, elektromanyetizmada da iyi bilinen, manyetik alan içerisindeki herhangi bir iletken materyalin hareketinin elektrik akım yoğunluğu olan J 'nin de akmasını sağlayan bir elektromotor kuvvet meydana getirmesidir. Ayrıca, bu hareket kendi manyetik alanını da indüklemektedir. Bu etki hareket eden cismin katı olmasıyla daha basit bir biçimdeyken,

iletken materyalin bir akışkan olması durumunda daha karmaşık bir biçim almaktadır. İkinci etki ise, materyalin her birim hacminin maruz kaldığı *Lorentz (Laplace)* kuvvetidir. İndüklenen elektrik akımı ve Lorentz kuvveti, kendilerini oluşturan mekanizmaya karşı koyma eğiliminde oldukları için, bu indüklenmeye sebep olan hareketler, sistematik bir şekilde Lorentz kuvveti tarafından frenlenmektedir [5]. Belirli bir cebri zorlamaya maruz bırakılan bir akışta, hidrodinamik hız profili ve manyetik alan etkisi altında meydana gelen Lorentz kuvvetinin etkisi ile oluşan MHD hız profilinin şematik resmi, Şekil 1’de verilmektedir. Şekilden de görüldüğü gibi cidara ve orta eksene yakın yerlerde manyetik alan etkisi farklı karakterler göstermektedir. Cidara yakın yerlerde Lorentz kuvveti akış doğrultusunda etkirken, merkeze yakın yerlerde ise akışa zıt yönde etkimektedir. Bu etkileşimin sonucunda Şekil 1’den de görüldüğü gibi parabolik forma sahip olan hız profili uniform bir forma geçiş yapar.



Şekil 1. Dikdörtgen kesitli bir kanaldaki manyetohidrodinamik akış, etkili kuvvetler (a) ve hız profilleri (b) [6].

1.3. Manyetohidrodinamiğin Temel Denklemleri

Manyetohidrodinamiğin denklemleri, elektromanyetiğin ve hidrodinamiğin, manyetik alan ile hareket arasındaki etki göz önüne alınarak düzenlenmiş denklemleridir. Maxwell denklemleri elektrik ve manyetik alanların birbirleriyle, yükler ve akımlar tarafından nasıl değiştirildiğini ve üretildiğini açıklamaktadır.

Maxwell denklemleri [2] ise

$$\nabla \cdot E = \rho_e / \epsilon_0 \quad \text{Gauss yasası} \quad (1a)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad \text{Manyetizma için Gauss yasası} \quad (1b)$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad \text{Maxwell-Faraday denklemleri} \quad (1c)$$

$$\nabla \times B = \mu_0 \left(J + \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \right) \quad \text{Ampere- Maxwell denklemi} \quad (1d)$$

şeklinde verilmiştir.

Eşitliklerde yer alan E , elektrik alanı; B , manyetik alanı; ρ_e , yük yoğunluğunu; μ_0 , boşluğun manyetik alan geçirgenliğini ve ϵ_0 , boşluğun dielektrik sabitini ifade etmekte olup açık formu

$$\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} \quad (2)$$

şeklindedir. Burada; c , boşlukta ışık hızını temsil etmektedir [2].

Yukarıda verilen her bir eşitliğin fiziksel anlamı özet halinde aşağıda verilmektedir.

Gauss kanunu, kapalı bir yüzeydeki elektrik alan akısının, bu yüzey tarafından çevrelenmiş olan hacimde bulunan net yük ile orantılı olduğunu ifade eder. (1b) numaralı denklem manyetik alan için Gauss kanunudur. Kapalı bir yüzeydeki manyetik alan akısının sıfır olduğunu ve dolayısıyla manyetik yüklerin var olmadığını belirtir. (1c) numaralı denklem kapalı bir devre boyunca elektrik alanın çizgi integrali (yani elektromotor kuvveti), bu devrece çevrelenen yüzeydeki manyetik alan akısının zamanla değişimiyle orantılıdır. (1d) numaralı denklem Ampere yasasının Maxwell tarafından düzenlenmiş şeklidir. Bu denklem, kapalı bir ilmek boyunca manyetik alanın çizgi integralinin, iki terimin toplamına eşit olduğunu göstermektedir. İlk terim bu kapalı ilmeğin sınırladığı yüzeyden geçen net akımını, ikinci terim ise bu kapalı ilmeğin sınırladığı yüzeydeki elektrik alan akısının zamanla değişimini ifade eder. Maxwell bu düzenlemesi ile elektrik

alandaki zamanla değişimin manyetik alan yarattığını göstermektedir. Maxwell'in bu denkleme yaptığı katkı, elektromanyetik teörinin neredeyse temel çatısını oluşturmaktadır [7].

Maxwell bu dört denklemden yararlanarak zamanla değişen elektrik ve manyetik alanların birbirleri ile ilişkili olduğunu, böylece elektrik ve manyetik alanların birbirlerini yaratarak elektromanyetik dalganın uzayda yayıldığını, elektrik ve manyetik alanların bir yayılma doğrultusuna sahip olduğunu ve birbirlerine dik olduğunu, elektromanyetik dalgaların boşlukta ışık hızında yayıldıklarını, enerji ve momentumu bir bölgeden diğerine taşıdıklarını kanıtlamıştır [7].

Boşlukta, akım yoğunluğu $J=0$ ve yük yoğunluğu $\rho_e = 0$ olacağından Maxwell denklemleri simetrik form alır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa [2]

Ampere kanunu,

$$\nabla \times B = \mu_0 J, \quad \nabla \cdot J = 0 \quad (3a)$$

Faraday kanunu

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}, \quad \nabla \cdot B = 0 \quad (3b)$$

şeklini alır [2].

Elektrik ve manyetik alan altındaki bir akışta etkili olan kuvvetler arasındaki denge, Ohm kanunu ve Lorentz kuvveti denklemleri vasıtasıyla belirlenir. Bu denklemler aşağıda sırasıyla verilmiştir [2].

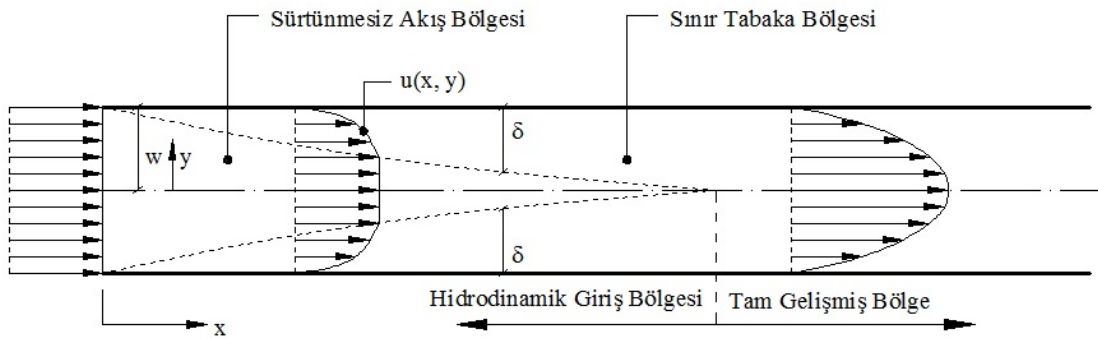
$$J = \sigma (E + u \times B) \quad (4)$$

$$F_L = J \times B = \sigma (E + u \times B) \times B \quad (5)$$

1.4. Kanallardaki Akışkan Akışında Sınır Tabaka Gelişimleri

1.4.1. Hidrodinamik İnceleme

Düzlemsel kesitli bir kanal akışına ait hidrodinamik sınır tabaka gelişimi Şekil 2’de şematik olarak verilmektedir. Kanal girişinde üniform bir forma sahip hız profilinin kaymama sınır koşulu nedeniyle kanal cidarında sıfır değerini aldığı ve akışkan viskozitesi nedeniyle kanal merkezine doğru sürtünmelerin etkili olduğu bir sınır tabakanın geliştiği görülmektedir. Şekilden görüldüğü gibi sınır tabaka kanal kalınlığı (δ) kanal boyunca artmakta ve belirli bir mesafeden kanal merkezinde birleşmektedir. Bu noktadan sonra viskoz etkilerin akış üzerindeki etkisi sabit kalmakta ve bunun sonucu olarak hız profili değişmemektedir. Bu durum hidrodinamik olarak tam gelişmiş akış ($\partial u / \partial x = 0$) olarak isimlendirilir. Girişten bu koşulun gerçekleştiği noktaya kadar olan uzaklık hidrodinamik giriş uzunluğu olarak tanımlanır. Şekil 2’de görüldüğü gibi, tam gelişmiş hız profili kanal içerisindeki laminer akış rejimi için paraboliktir [8].



Şekil 2. Düzlemsel kesitli bir kanalda, laminer, hidrodinamik sınır tabaka gelişimi [8].

1.4.2. Termal İnceleme

Bir akışkan Şekil 3’de görülen düzlemsel kesitli kanala yüzey sıcaklığından daha düşük sabit bir sıcaklıkta $T(y,0)$ girerse taşınım ısı geçişi olur ve termal sınır tabaka gelişmeye başlar. Ayrıca, kanal yüzey koşulları ister sabit sıcaklık (T_s) ister sabit ısı akısı (q_s'') olsun, sonuçta termal açıdan tam gelişmiş koşullara ulaşılır. Tam gelişmiş sıcaklık profilinin $T(r,x)$ biçimi, sabit yüzey sıcaklığı veya ısı akısı sınır koşuluna göre farklı olur. Bununla birlikte her iki yüzey koşulu için, akışkan sıcaklığı kanal boyunca artar. Termal

olarak tam gelişme durumu hidrodinamik durumdan farklıdır. Buna karşın ısı geçişi varsa, ne herhangi bir radyal uzaklıktaki ($\partial T / \partial x = 0$) ne de ($dT_m / dx = 0$) sifıra eşit değildir. Bu nedenle, sıcaklık profili $T(r)$, x ile sürekli değişir ve tam gelişmiş koşula asla ulaşamayacağı görülür. Bu görünür çelişki, boyutsuz bir sıcaklık tanımlayarak giderilebilir. Bu boyutsuz sıcaklık dağılımı

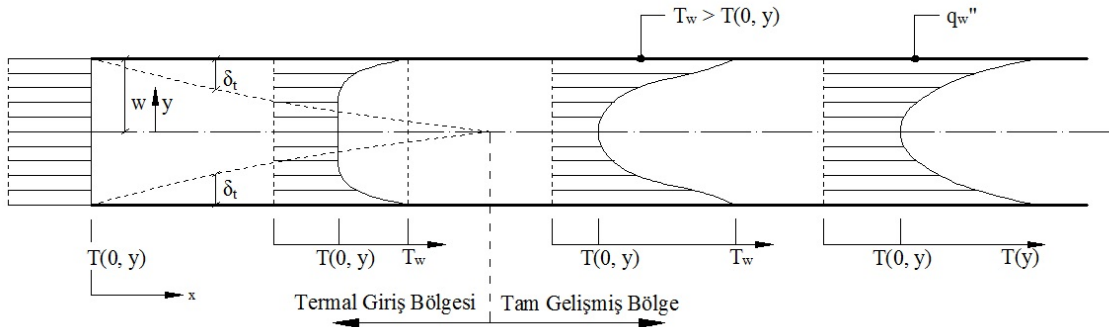
$$\theta(y, x) = \frac{T(y, x) - T(w, u)}{T_b(x) - T(w, u)} \quad (6)$$

olup, termal açıdan tam gelişmişlik şartı ($\partial \theta / \partial x = 0$) olarak ifade edilir [8].

Termal incelemede göz önüne alınması gereken diğer bir büyüklük ise Prandtl sayısıdır. Prandtl sayısının açık formu:

$$Pr = \frac{\mu c_p}{k} \quad (7)$$

Prandtl sayısı, fiziksel olarak bir akış uygulamasında hidrodinamik sınır tabaka kalınlığının termal sınır tabaka kalınlığına oranını temsil eder. Ve hangi sınır tabakanın önce gelişeceğini gösterir [8].



Şekil 3. Isıtılan düzlemsel kesitli bir kanalda termal sınır tabakanın gelişimi [8].

1.5. MHD Akışa Ait Sınır Tabaka Karakteristikleri

Uygulanan manyetik alan varlığındaki elektriksel iletkenliği olan akışkanların kanal akışı manyetohidrodinamiğin temel problemleri arasında yer almaktadır. Klasik sınır tabaka karakteristiklerine ek olarak manyetik alan etkisi altındaki bir akış uygulamasında üç farklı tabakanın varlığından bahsetmek gereklidir. Bu tabakalar;

- Öz bölge
- Hartmann tabakası
- Roberts tabakası

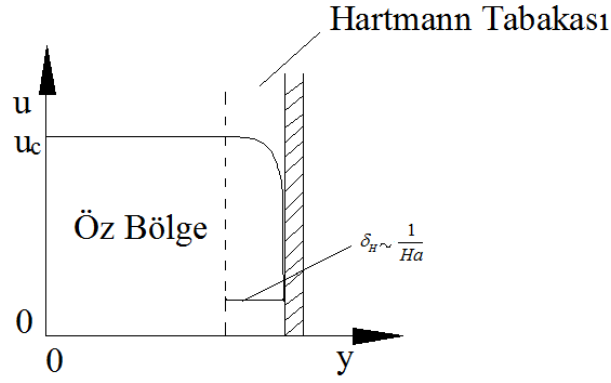
şeklindedir [9].

Çok yüksek Hartmann sayısı değerlerinde öz bölgesinde hız profili manyetik alan yönünde düzleşir ve akım yoğunluğu üniform olur. Viskoz etkiler ihmal edilir olduğunda momentum dengesi; basınç gradyanı ve Lorentz kuvvetleri tarafından kontrol edilir. Cidar-boru alanında akım çizgileri kapalı bir biçim alması gerektiğinden dolayı bir gerilim indüklenir. Bu gerilim duvar iletkenlik oranına bağlı olarak viskoz sınır tabakasında akım çizgilerinin yönünü, bu çizgilerin duvar boyunca devam etmesini ya da duvara girmesine neden olacak şekilde değiştirir [9].

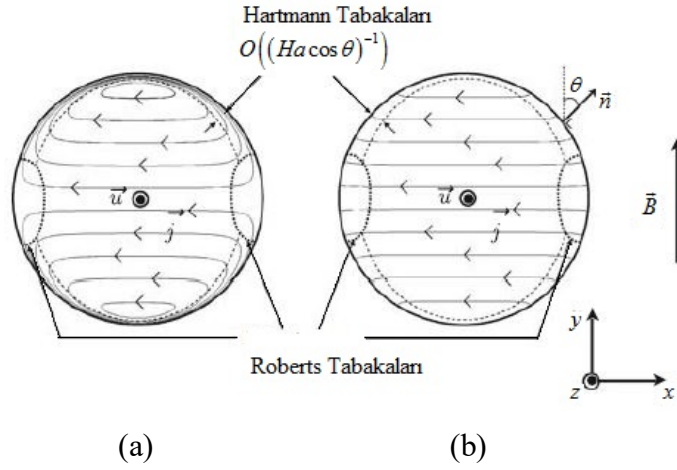
Hartmann tabakası Şekil 4' de görüldüğü gibi boru cidarına yakın yerlerde Lorentz kuvvetinin etkili olduğu bir bölgedir. Bu tabaka ana akışın kontrolünde önemli bir etkiye sahip olup tabakanın normal vektörü manyetik alan yönüne dik değildir. Hartmann tabakasında momentum dengesi büyük ölçüde Lorentz kuvveti ve viskoz kuvvetleriyle sağlanır. Bu durum cidara yaklaşıldıkça hız profilinde exponansiyel bir düşüşün olmasına neden olur [6].

Roberts tabakası ise Şekil 5' da görüldüğü gibi cidara yakın olup, bu tabakanın normal vektörü manyetik alan yönüne diktir. *Roberts tabakasındaki* hız profili, basınç gradyanı, Lorentz kuvveti ve viskoz etkiler arasındaki birleşik denge tarafından belirlenir. Hartmann sayısı arttıkça, *Roberts tabakasının* kalınlığı ve toplam debiye olan etkisi azalır. *Roberts tabakasındaki* hız profilinin olası tahmini çok zordur. Çünkü hız profili bu viskoz sınır tabakalarda elektrik akımının yönüne bağlıdır [9].

Manyetohidrodinamik boru akışının geleneksel asimptotik yaklaşımlarında Roberts tabakası dikkate alınmaz. Öz bölgedeki ve Hartmann tabakasındaki hız profilleri birleşir ve öz bölgesinin hızı, borunun elektriksel sınır şartı dikkate alınarak belirlenir [9].



Şekil 4. Yüksek Hartmann sayılarında Hartmann tabakası ve Öz Bölgesi [6].



Şekil 5. Manyetohidrodinamik boru akışında elektriksel akım çizgileri: cidar elektriksel olarak yalıtkan (a), cidar elektriksel olarak iletken (b) [9].

1.5.1. Manyetik Alan Etkisi Altında Süreklilik, Momentum ve Enerji Denklemleri

En genel formda; manyetik alan etkisi altında sıkıştırılamaz ve sabit termofiziksel özellikli, elektriksel iletkenliği olan bir akışkanın, iki boyutlu, daimi ve laminar akışını karakterize eden korunum denklemleri, kartezyen ve silindirik koordinat sisteminde aşağıda verilmektedir:

Kartezyen koordinatlar için

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (8)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\sigma B_0^2}{\rho} (v \sin \phi \cos \phi - u \sin^2 \phi) \quad (9)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{\sigma B_0^2}{\rho} (u \sin \phi \cos \phi - v \cos^2 \phi) \quad (10)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{\mu}{\rho c_p} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{\sigma B_0^2}{\rho c_p} (u \sin \phi - v \cos \phi)^2 \quad (11)$$

Silindirik koordinatlar için

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} = 0 \quad (12)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) + \frac{\sigma B_0^2}{\rho} (v \sin \phi \cos \phi - u \sin^2 \phi) \quad (13)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + \frac{\sigma B_0^2}{\rho} (v \sin \phi \cos \phi - u \cos^2 \phi) \quad (14)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{k}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) + \frac{\mu}{\rho c_p} \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \frac{\sigma B_0^2}{\rho c_p} (u \sin \phi - v \cos \phi)^2 \quad (15)$$

Burada, ρ yoğunluğu, ν kinematik viskoziteyi, σ elektriksel iletkenliği ve B_0 ise manyetik alan yoğunluğunu sembolize etmektedir.

(9), (10), (13) ve (14) nolu denklemlerin sağdan üçüncü terimleri manyetik kuvveti, (11) ve (15) nolu denklemlerin ikinci ve üçüncü terimleri ise sırasıyla viskoz yayılım ve Joule ısıtma terimlerini ifade etmektedir.

1.6. Tezin Amacı ve Kapsamı

İç akış uygulamalarında manyetik alan etkileri genellikle ihmal edilmektedir. Fakat akış bölgesinde, dışarıdan uygulanan bir manyetik alanın varlığında, akışkan hareketinin ve manyetik alanın birbirini etkilemesinin, basınç, hız ve sıcaklık dağılımları üzerinde etkileri mevcuttur. Bu çalışmanın amacı, pratikte yaygın kullanım alanına sahip olan düzlemsel ve dairesel kesitli kanallarda, akışa dik olarak uygulanan üniform manyetik alan varlığında, viskoz, elektriksel iletkenliği olan Newtonumsu akışkanın, laminer akışı ve zorlanmış taşınım ile olan ısı transferini, viskoz yayılım ve Joule ısıtma etkilerini de dahil ederek detaylı olarak incelemektir. Bu tez kapsamında hidrodinamik olarak tam gelişmiş akış durumu için termal olarak hem tam gelişmiş hem de gelişmekte olan akış durumu ayrı ayrı analiz edilmiştir. Hidrodinamik olarak tam gelişmiş akışın, termal olarak tam gelişmesi analitik olarak elde edilirken, termal olarak gelişmekte olan kısmı sonlu fark yöntemi kullanılarak sayısal olarak incelenmiştir. Çalışma parametrelerinin farklı değerleri için hız ve sıcaklık profilleri yanı sıra Nusselt sayısının değişimi sunulmuştur. Limit durum için elde edilen sonuçlar literatür ile uyumludur.

Yapılan kapsamlı analizlerle, dışarıdan uygulanan manyetik alanın akış ve ısı geçişini nasıl etkilediğinin belirlenmesi çalışmanın ana hedefini oluşturmaktadır.

1.7. Literatür Araştırması

Bu bölümde, dışarıdan uygulanan manyetik alanın iç akış üzerindeki etkisi üzerine literatürde yapılan çalışmaların genel bir özeti sunulmuştur.

Shohet ve diğ. [10], dışarıdan akışa dik olarak uygulanan manyetik alanın yalıtılmış iki levha arasındaki düzlemsel kanal akış için termal olarak giriş akışını (gelişmekte olan akışı) incelemiştir. Benzer bir çalışmada, Shohet [11], aynı etkiyi silindirik halka bir aralık içerisindeki akış için incelemiştir.

Shercliff [12], cidarları elektriksel olarak iletken silindirik yatay bir boruda elektriksel olarak iletken sıkıştırılamaz akışkanın üniform dik bir manyetik alan etkisi altında akışını hem teorik hem de deneysel olarak incelemiştir. Benzer bir çalışmada, Shercliff [13], laminer akışı yüksek Hartmann sayısı değerleri için analitik olarak incelemiştir.

Gold [14], cidarları elektriksel olarak yalıtkan silindirik yatay bir boruda elektriksel olarak iletken sıkıştırılamaz akışkanın üniform dik bir manyetik alan etkisi altında akışını analitik olarak incelemiştir.

Dhanak [15], duvarları sabit sıcaklıkta tutulan iki boyutlu düzlemsel kanal akışında akış yönüne dik olarak uygulanan manyetik alan etkisini sayısal olarak incelemiştir.

Hwang ve diğ. [16], cidarları elektriksel olarak yalıtkan düzlemsel bir kanalın giriş bölgesinde MHD akışını sonlu farklar yöntemini kullanarak sayısal olarak incelemiştir. Benzer bir çalışmada, Hwang ve diğ. [17], viskoz yayılım ve Joule ısıtma etkilerini de dahil ederek çalışmalarını genişletmiştir.

Ihara ve diğ.[18], cidarları elektriksel olarak iletken silindirik yatay bir boruda elektriksel olarak iletken sıkıştırılmaz akışkanın üniform dik bir manyetik alan etkisi altında akışını hem teorik hem de deneysel olarak incelemiştir. Deneysel olarak, karbon boru, paslanmaz çelik boru ve cam boru kullanarak elde ettikleri sonuçlarla teoride elde ettikleri sonuçları karşılaştırmışlar ve iyi bir tutarlılık yakalamışlardır.

Back [19], akışa dik elektrik ve manyetik alan varlığında, elektriksel olarak yalıtkan izotermal levhalar arasındaki sabit özellikli, elektriksel olarak iletken bir akışkanın laminer akışı sayısal olarak incelemiştir. Eksenel iletimin ve Joule ısıtmasının termal gelişme uzunluğu üzerindeki etkilerini belirlemiştir.

Saric ve diğ. [20], düzlemsel bir kanalın giriş bölgesinde sıkıştırılmaz, elektriksel iletkenliği olan bir akışkanın, hidrodinamik akışını, cidardan sabit veya değişken emme olması durumunda sayısal olarak incelemiştir.

Lecroy ve Eraslan [21], iki paralel levha arasındaki akışta; Joule ısıtma, viskoz yayılım ve eksenel iletim etkilerini dikkate alarak, manyetohidrodinamik ısı gelişme bölgesini sayısal olarak incelemiştir. İnceleme duvarların hem sabit sıcaklıkta tutulması hem de duvarlardan sabit ısı akışı uygulanması durumu için ayrı ayrı gerçekleştirilmiştir. Benzer bir çalışmada, Eraslan ve Eraslan [22], paralel levhalar arasındaki manyetohidrodinamik akışta giriş bölgesi problemini, viskoz yayılım, Joule ısıtma, eksenel ısı iletimi ve Hall etkisini dahil ederek; yine duvarlarda hem sabit sıcaklık hem de sabit ısı akışı durumu için ayrı ayrı incelemiştir.

Gupta ve Singh [23], cidarı elektriksel olarak yalıtkan silindirik yatay bir boruda elektriksel olarak iletken, bir akışkanın akış yönüne dik bir manyetik alan varlığında daimi olmayan manyetohidrodinamik akışını incelemiştir. Zamana bağlı olarak manyetohidrodinamik ve hidrodinamik durumlarda hız profilini elde etmişlerdir. Benzer bir çalışmada Singh ve Lal [24], cidarları elektriksel olarak iletken silindirik yatay bir boruda üniform olmayan manyetohidrodinamik akışının hesaplamalarını, farklı zaman aralıklarında farklı Hartmann sayısı ve duvar iletkenlik değerleri için sayısal olarak

yapmışlardır. Benzer bir çalışmada Singh ve Bhardwaj [25], dik bir manyetik alan etkisi altında silindirik yatay bir boruda manyetohidrodinamik akışının sayısal olarak incelemiş olup dalgacık temelli mesh ağının çözüme etkisini incelemiştir.

Edward S. Hsia [26], elektriksel olarak iletken paralel iki levha arasında elektriksel olarak iletken, sıkıştırılamaz bir akışkanın akış yönüne dik bir manyetik alan varlığında, giriş bölgesi problemini sayısal olarak incelemiştir.

Samad [27], akışa dik bir manyetik alan varlığında; viskoz, sıkıştırılamaz ve elektriksel olarak iletken akışkanın dairesel bir boru içindeki daimi akışını analitik ve sayısal olarak incelemiştir. Analizde borunun cidar kalınlığı ve elektriksel iletkenliğini dikkate almıştır.

Setayesh ve Sahai [28], elektriksel olarak iletken ve sıkıştırılamaz bir akışkanın, elektriksel olarak yalıtılmış ve duvarları sabit sıcaklıkta tutulan paralel levhalar arasındaki, daimi, laminer manyetohidrodinamik akışını ve ısı transferini sayısal olarak incelemiştir.

Racabovadiloğlu [29], silindirik bir boru içerisinde zorlanmış taşınım ile ısı transferinde manyetik alan etkisini incelemiştir.

Ramos ve diğ. [30], dairesel kesitli bir boru içerisinde manyetik özellik taşıyan bir akışkanın, daimi, laminer akışını salınımlı manyetik alan etkisi altında sayısal olarak incelemiştir.

Aydın [31], dairesel bir kanalda, viskoz yayılımın sabit özellikli Newtonumsu bir akışkanın akışı ve ısı geçişi üzerindeki etkisini incelemiştir. İncelemede, hidrodinamik olarak tam gelişmiş akış durumu için, öncelikle termal olarak tam gelişmiş durumu ve daha sonra termal olarak gelişmekte olan durumu ele almıştır. Benzer bir çalışmada Aydın ve Avcı [32], viskoz yayılımın sabit özellikli Newtonumsu bir akışkanın Poiseuille akışı için ve ısı geçişi üzerindeki etkisini incelemiştir.

Attia [33], cidarları elektriksel olarak yalıtılmış, sabit fakat birbirinden farklı sıcaklıkta tutulan iki levha arasındaki akışı, akışa dik üniform bir manyetik alan varlığında, viskoz yayılım ve Joule ısıtma etkilerini dahil ederek sayısal olarak incelemiştir.

Aiboud-Saouli ve diğ. [34], ısıtılmış paralel iki levha arasında elektriksel olarak iletken bir akışkanın, akış yönüne dik bir manyetik alan varlığında, tam gelişmiş laminer akışında, entropi üretimini incelemiştir. Viskoz yayılım analize dahil edilmiştir.

Vantieghem ve diğ. [7], üniform dik bir manyetik alan varlığında dairesel kanalda sıkıştırılamaz, elektriksel olarak iletken bir akışkanın tek yönlü laminer akışını

modellemek yerine yük korunum formulasyonunu kullanan bir sonlu hacim metodunu kullanarak çözmüşlerdir.

Malekzadeh ve diğ.[35][36], manyetik alan etkisi altında, sıkıştırılamaz elektriksel olarak iletken sabit özellikli bir akışkanın, dairesel kesitli bir boru içerisinde tam gelişmiş daimi laminer akışı deneysel ve sayısal olarak incelemiştir. Manyetik alanın akış yönüne göre uygulama açısının akış ve ısı geçişi üzerindeki etkisi üzerinde özellikle durmuşlardır.

Öztürk [37], sabit ısı akısına maruz iki paralel levha arasındaki düzlemsel mikro kanal içerisindeki elektrik iletkenliği olan bir viskoz akışkanın daimi, tam gelişmiş laminer akış ve ısı geçişini sayısal olarak incelemiştir.

Lahjomri ve diğ. [38], iki paralel plaka arasında, akışa dik ve üniform manyetik alan varlığında termal olarak gelişmekte olan laminer akışı, viskoz yayılım ve Joule ısıtma etkisi altında sayısal olarak incelemiştir.

Zhang ve diğ. [39], dairesel kesitli bir boru içerisindeki manyetohidrodinamik laminer akışta Hartmann sayısının yüksek değerleri için sayısal olarak incelemiştir.

Li ve Zikanow [40], cidarları elektriksel olarak yalıtkan silindirik yatay bir borunun giriş bölgesinde sıvı metal bir akışkanın akış yönüne dik bir manyetik alan varlığında Hartmann sayısının 200e kadarki değerlerinde sayısal olarak incelemiştir.

Li ve diğ. [41], cidarı elektriksel olarak iletken silindirik yatay bir boruda, akış yönüne üniform olmayan dik bir manyetik alan altında PbLi akış karakteristiğini sayısal ve nümerik olarak incelemişler ve sonuçların birbiriyle olan tutarlılığını karşılaştırmışlardır.

Selimli ve diğ. [42], dışarıdan uygulanan manyetik ve elektrik alanın, dairesel bir kanal içerisinde elektriksel iletkenliği olan sıkıştırılamaz manyetik özellikli sıvı lityumun akış ve ısı geçişi üzerindeki etkileri sayısal olarak incelemiştir.

Huang ve Liu[43], manyetohidrodinamik etkisiyle akışkan hammer etkisini birleştirerek laminer manyetohidrodinamik akışkan hammerın karakteristiklerini incelemiştir. Lorentz kuvvetleriyle birlikte Navier Stokes denklemlerini temel alan boyutsuz akışkan hammer modeli, dik olarak uygulanan üniform manyetik alanla birlikte rezervuar-boru valf sisteminde sayısal olarak çözmüşlerdir.

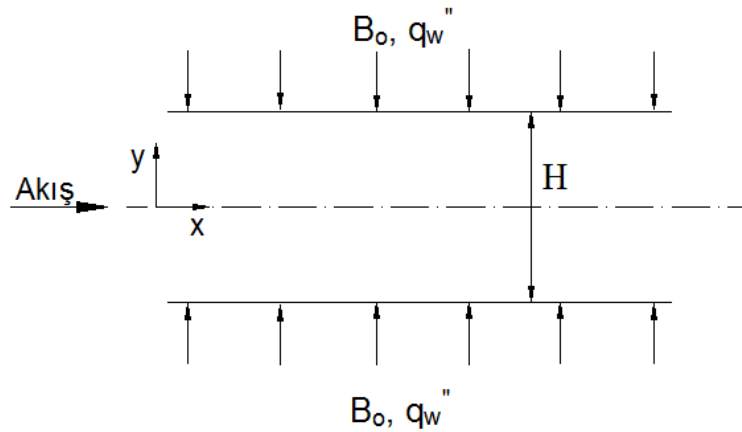
2.YAPILAN ÇALIŞMALAR

Bu çalışmada, teorik inceleme, pratikte yaygın kullanım alanına sahip iki temel geometriyle sınırlı tutulmuştur: İki düzlem levha arasındaki kanal ve silindirik bir boru. Öncelikle, her bir geometri için, manyetik alan etkisi altında, hidrodinamik olarak tam gelişmiş akış durumu, hidrodinamik olarak incelenerek; hız profili, analitik olarak elde edilmiştir. Daha sonra, iki farklı durum için termal inceleme yapılmıştır. Termal olarak tam gelişmiş durum, analitik olarak incelenirken; termal olarak gelişmekte olan durum ise sayısal olarak incelenmiştir. Termal incelemede, viskoz yayılım ve Joule ısıtmadan kaynaklanan hacimsel ısı üretim terimleri de dikkate alınmıştır.

2.1. Düzlemsel Kanalda Akış

2.1.1. Hidrodinamik İnceleme

Bu bölümde, iki paralel plaka arasında, sıkıştırılamaz, sabit termofiziksel özelliklere ve elektriksel iletkenliğe sahip bir viskoz akışkanın, akışa dik olarak uygulanan bir manyetik alan altındaki laminer akışı, hidrodinamik olarak tam gelişmiş akış durumu için analitik olarak incelenmiştir. Problemin şematik resmi, Şekil 6'da verilmektedir.



Şekil 6. Düzlemsel MHD kanal akışı ve ısı geçişi probleminin şematik gösterimi

Hidrodinamik açıdan tam gelişmiş laminer akış için aşağıdaki kabuller yapılabilir:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (16a)$$

$$v = 0 \quad (16b)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (16c)$$

Bu kabuller altında ve manyetik alan yönünü akışa dik olacak şekilde, yani $\phi = 90^\circ$ olmasıyla; (8), (9) ve (10) nolu denklemler

$$\frac{d^2 u}{dy^2} = \frac{\sigma B_0^2 u}{\mu} + \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \quad (17)$$

denklemine indirgenir.

Bu problem için hidrodinamik sınır koşulları:

$$y = 0 \text{ 'da} \quad \frac{du}{dy} = 0 \quad (18a)$$

$$y = H / 2 \text{ 'de} \quad u = 0 \quad (18b)$$

olarak tanımlanır.

Aşağıda tanımlanan boyutsuz değişkenler

$$U = \frac{u}{u_m}, \quad Y = \frac{y}{H} \quad (19)$$

kullanılarak, (17) nolu momentum denklemi şu boyutsuz formu alır:

$$\frac{d^2U}{dY^2} = Ha^2 U + \frac{H^2}{\mu u_m} \frac{dp}{dx} \quad (20)$$

Bu denklemdeki Ha , Hartmann sayısını sembolize etmekte olup; elektromanyetik kuvvetlerin viskoz kuvvetlere oranını temsil eder ve

$$Ha = \sqrt{\frac{\sigma B_0^2 H^2}{\mu}} \quad (21)$$

şeklinde tanımlanır [5].

(18) nolu denklemlerde verilen sınır koşulları, boyutsuz formda,

$$Y = 0'da \quad \frac{dU}{dY} = 0 \quad (22a)$$

$$Y = 0.5'de \quad U = 0 \quad (22b)$$

şeklinde yazılabilir.

Ortalama hız şu şekilde tanımlanır:

$$u_m = \frac{\int_0^{H/2} u \, dy}{\int_0^{H/2} dy} \quad (23)$$

Boyutsuz ortalama hız için

$$\int_0^{0.5} U \, dY = 0.5 \quad (24)$$

ifadesi kullanılarak; (20) nolu denklem ilgili sınır koşulları altında yeniden düzenlenirse, tam gelişmiş hız profili boyutsuz formda,

$$U(Y) = \frac{Ha [\cosh(Ha/2) - \cosh(Y Ha)]}{Ha \cosh(Ha/2) - 2 \sinh(Ha/2)} \quad (25)$$

olarak elde edilir.

2.1.2. Termal İnceleme

Söz konusu problem için en genel halde enerji denklemi (11) nolu denklemde ifade edilmiştir. Kanal duvarları sabit ısı akısına maruz bırakılmış olup; akışkan içerisindeki aksenal iletim ihmal edilmiştir.

2.1.2.1. Termal Olarak Tam Gelişmiş Durum

Hidrodinamik olarak tam gelişmiş akış durumu için öncelikle termal olarak tam gelişmiş akış durumu analitik olarak incelenmiştir. Bu durum için şu kabul geçerlidir:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_w}{dx} = \text{sabit} \quad (26)$$

Ayrıca, akışkan içerisindeki aksenal iletim ihmal edilerek [44],

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (27)$$

yazılabilir. Bu kabullerle, (11) nolu denklem

$$u \frac{dT_w}{dx} = \frac{k}{\rho c_p} \frac{d^2 T}{dy^2} + \frac{\mu}{\rho c_p} \left(\frac{du}{dy} \right)^2 + \frac{\sigma B_0^2 u^2}{\rho c_p} \quad (28)$$

halini alır.

Şekil 6'da görüldüğü üzere incelenen problem için termal sınır koşulları;

$$y = 0 \text{ 'da } \frac{dT}{dy} = 0 \quad (29a)$$

$$y = H/2 \text{ 'de } q_w'' = k \left. \frac{dT}{dy} \right|_{y=H/2} \text{ ve } T = T_w \quad (29b)$$

şeklinde tanımlanmıştır.

Boyutsuz sıcaklık parametresi şu şekilde tanımlanmıştır:

$$\theta = \frac{T - T_w}{\frac{q_w'' H}{k}} \quad (30)$$

Bu ve diğer tanımlanan boyutsuz parametreler kullanılarak (28) nolu denklem ve (29a) ve (29b) denklemleriyle verilen ilgili sınır koşulları

$$a U = \frac{d^2 \theta}{dY^2} + Br \left(\frac{dU}{dY} \right)^2 + Br Ha^2 U^2 \quad (31)$$

$$Y = 0 \text{ 'da } \left. \frac{d\theta}{dY} \right|_{Y=0} = 0 \quad (32a)$$

$$Y = 0.5 \text{ 'de } \left. \frac{d\theta}{dY} \right|_{Y=0.5} = 1 \text{ ve } \theta = 0 \quad (32b)$$

halini alır. (31) nolu denklemde yer alan a katsayısı ve Br , sırasıyla; boyutsuz grup parametresi ve Brinkman sayısını sembolize etmekte olup, açık formları aşağıda verilmektedir.

$$a = \frac{u_m \rho c_p H}{q_w''} \frac{dT_w}{dx} \quad (33)$$

$$Br = \frac{u_m^2 \mu}{H q_w''} \quad (34)$$

(31) numaralı denklem, (32a) ve (32b) denklemleriyle verilen sınır şartları altında çözümlerse, tam gelişmiş sıcaklık profili, boyutsuz formda, analitik olarak

$$\begin{aligned} \theta(Y) = & - \left\{ Ha \left[-8 + Ha^2 (1 + 4 Br - 4 Y^2) \right] + Ha \left[-8 + Ha^2 (1 + 2 Br \right. \right. \\ & \left. \left. - 4 Y^2) \right] \cosh(Ha) + 2 Br Ha^3 \cosh(2 Ha Y) - \right. \\ & 8 \cosh(Ha Y) \left[Ha (-2 + Br Ha^2) \cosh(Ha/2) + 4 \sinh(Ha/2) \right] \\ & \left. + 16 \sinh(Ha) + 2 Ha^2 (-1 + 4 Y^2) \sinh(Ha) \right\} / \\ & \left\{ 8 Ha \left[Ha \cosh(Ha/2) - 2 \sinh(Ha/2) \right]^2 \right\} \end{aligned} \quad (35)$$

şeklinde elde edilir.

Yığın akışkan sıcaklığı [44];

$$T_b = \frac{\int_A \rho u T dA}{\int_A \rho u dA} \quad (36)$$

şeklinde tanımlanır. (35) nolu denklemde elde edilen boyutsuz sıcaklık dağılımı kullanılarak boyutsuz yığın akışkan sıcaklığı

$$\begin{aligned} \theta_b = & \frac{T_b - T_w}{q_w'' H / k} = \frac{\int_0^{0.5} U \theta dY}{\int_0^{0.5} U dY} \\ = & - \left\{ 3 \left[40 - 32 Ha^2 + (1 + 9 Br) Ha^4 \right] \cosh(Ha/2) + \left[-120 - 24 Ha^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + (1 + 3 Br) Ha^4 \right] \cosh(3 Ha/2) - 2 Ha \left[-132 + (2 + 19 Br) Ha^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. [-108 + (2 + 11 Br) Ha^2] \cosh(Ha) \right] \sinh(Ha/2) \right\} / \\ & \left\{ 24 Ha \left[Ha \cosh(Ha/2) - 2 \sinh(Ha/2) \right]^3 \right\} \end{aligned} \quad (37)$$

olarak elde edilir.

Isı taşınım katsayısı h , kanal duvarındaki enerji dengesinden,

$$h = \frac{k \left. \frac{dT}{dy} \right|_{y=H/2}}{(T_w - T_b)} \quad (38)$$

şeklinde yazılabilir. Bu tanım kullanılarak, Nusselt sayısı,

$$Nu = \frac{h H}{k} = -\frac{1}{\theta_b} \quad (39)$$

şeklinde yazılabilir. (37) nolu ifadede verilen boyutsuz yığın akışkan sıcaklığı kullanılarak, Nu değeri

$$Nu = \left\{ 24 Ha \left[Ha \cosh(Ha/2) - 2 \sinh(Ha/2) \right]^3 \right\} / \left\{ 3 \left[40 - 32 Ha^2 + (1+9 Br) Ha^4 \right] \cosh(Ha/2) + \left[-120 - 24 Ha^2 + (1+3 Br) Ha^4 \right] \cosh(3 Ha/2) - 2 Ha \left[-132 + (2+19 Br) Ha^2 + \left[-108 + (2+11 Br) Ha^2 \right] \cosh(Ha) \right] \sinh(Ha/2) \right\} \quad (40)$$

şeklinde elde edilir.

Manyetik alan etkisinin olmadığı durum için ($Ha \rightarrow 0$), elde edilen Nu ifadesi, Aydın ve Avcı tarafından verilen ifade ile aynıdır.

Aydın ve Avcı [32], Br sayısının tanımında merkez hız kullanmış olup; merkez hız ile ortalama hız arasındaki ifade de $u_c = \frac{3}{2} u_m$ dir. İlgili düzenlemeyle

$$Limit[Nu, Ha \rightarrow 0] \quad (41)$$

durumu için, Nu,

$$Nu = \frac{70}{17 + 24 Br} \quad (42)$$

şeklinde, Aydın ve Avcı [32] tarafından verilen ifade elde edilir.

Viskoz yayılımı dikkate alınmadığı durum için ilgili ifade, cidarlarında sabit ısı akısı uygulanan paralel iki levha arasındaki hidrodinamik ve termal olarak tam gelişmiş akış durumu için bilinen $Nu=4.118$ değerini vermektedir.

2.1.2.2. Termal Olarak Gelişmekte Olan Durum

Bu durum için sınır koşulları

$$x = 0 \text{ 'da} \quad T = T_e \quad (43a)$$

$$y = 0 \text{ 'da} \quad \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (43b)$$

$$y = H / 2 \text{ 'de} \quad T = T_w \quad (43c)$$

şeklinde tanımlanır ve aşağıda verilen boyutsuz parametrelerin kullanımıyla

$$\theta = \frac{T - T_e}{\frac{q_w'' H}{k}}, \quad U = \frac{u}{u_m}, \quad Y = \frac{y}{H}, \quad X = \frac{x / H}{\text{Re Pr}} \quad (44)$$

(11) nolu enerji denklemi ve ilgili sınır koşulları boyutsuz formda,

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + Br \left(\frac{dU}{dY} \right)^2 + Br Ha^2 U^2 \quad (45)$$

$$X = 0 \text{ 'da} \quad \theta = 0 \quad (46a)$$

$$Y = 0 \text{ 'da} \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0 \quad (46b)$$

$$Y = 0.5 \text{ 'de} \quad \theta = 0 \quad (46c)$$

şeklinde yazılabilir.

Kanalın herhangi bir kesitinde boyutsuz yığın akışkan sıcaklığı,

$$\theta_b = \frac{T_b - T_e}{\frac{q_w'' H}{k}} = \int_0^{0.5} U \theta dY \bigg/ \int_0^{0.5} U dY \quad (47)$$

şeklinde tanımlanabilir.

Yerel Nusselt sayısı, duvar sıcaklığı ile yığın akışkan sıcaklığı arasındaki farka bağlı olup

$$Nu_x = \frac{q_w'' H}{(T_w - T_b)k} = \left(\frac{T_w - T_b}{q_w'' H / k} \right)^{-1} = \left(\frac{T_w - T_e}{q_w'' H / k} - \frac{T_b - T_e}{q_w'' H / k} \right)^{-1} \quad (48)$$

şeklinde yazılabilir. Yerel Nusselt sayısının, boyutsuz duvar ve yığın akışkan sıcaklıkları farkı cinsinden ifadesi aşağıdaki gibidir:

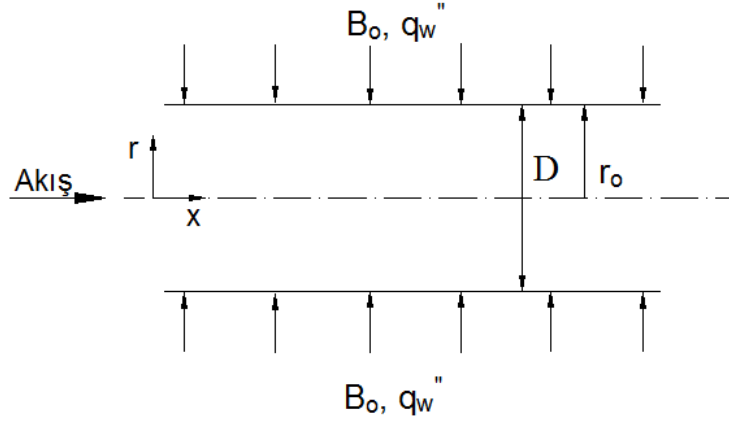
$$Nu_x = \frac{1}{\theta_w - \theta_b} \quad (49)$$

Bu tez kapsamında, enerji denklemi sonlu farklar yöntemi kullanılarak sayısal olarak çözülmüştür. Çözüm yöntemine dair ayrıntılı bilgi Oosthuizen ve Naylor'un eserinde yer almaktadır [44] .

2.2. Silindirik Boruda Akış

2.2.1. Hidrodinamik İnceleme

Bu bölümde, silindirik bir boruda, sıkıştırılmaz, sabit termofiziksel özelliklere ve elektriksel iletkenliğe sahip bir viskoz akışkanın, akışa dik olarak uygulanan bir manyetik alan altındaki laminer akışı hidrodinamik olarak tam gelişmiş akış durumu için analitik olarak incelenmiştir. Problemin şematik resmi, Şekil 7'de verilmektedir.



Şekil 7. Silindirik bir boruda MHD akışı ve ısı geçişi probleminin şematik gösterimi

Düzlemsel kanalda (16) nolu denklemde verilen hidrodinamik olarak tam gelişmiş akış için yapılan kabuller dairesel kanal için de geçerli olup, bu kabuller altında ve manyetik alan yönünü akışa dik olacak şekilde, yani $\phi = 90^0$ olmasıyla; (12), (13) ve (14) nolu denklemler

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} + \frac{\sigma B_0^2}{\mu} u \quad (50)$$

denklemine indirgenir.

Bu problem için hidrodinamik sınır koşullar,

$$r = 0 \text{ 'da} \quad \frac{du}{dr} = 0 \quad (51a)$$

$$r = r_0 \text{ 'da} \quad u = 0 \quad (51b)$$

olarak tanımlanır.

Aşağıda tanımlanan boyutsuz değişkenler

$$U = \frac{u}{u_m}, \quad R = \frac{r}{D} \quad (52)$$

kullanılarak; (50) nolu momentum denklemi şu boyutsuz formu alır:

$$\frac{d^2U}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{dU}{dR} = Ha^2 U + \frac{D^2}{\mu u_m} \frac{dp}{dx} \quad (53)$$

(51) nolu denklemlerde verilen sınır koşulları, boyutsuz formda,

$$R = 0 \text{ 'da} \quad \frac{dU}{dR} = 0 \quad (54a)$$

$$R = 0.5 \text{ 'de} \quad U = 0 \quad (54b)$$

şeklinde yazılabilir.

Ortalama hız, şu şekilde tanımlanır:

$$u_m = \frac{\int_0^{r_0} u \, 2 \pi r \, dr}{\int_0^{r_0} 2 \pi r \, dr} \quad (55)$$

Boyutsuz ortalama hız için,

$$\int_0^{0.5} U R \, dR = 0.125 \quad (56)$$

ifadesi kullanılarak; (53) nolu denklem ilgili sınır koşulları altında çözülmüş tam gelişmiş hız profili boyutsuz formda,

$$U(R) = \frac{Bessell[0, Ha/2] - Bessell[0, Ha R]}{Bessell[2, Ha/2]} \quad (57)$$

olarak elde edilir.

2.2.2. Termal İnceleme

Söz konusu problem için en genel halde enerji denklemi (15) nolu denklemde verilmiştir. Boru cidarı sabit ısı akısına maruz bırakılmış olup; akışkan içerisindeki aksel iletim ihmal edilmiştir.

2.2.2.1. Termal Olarak Tam Gelişmiş Durum

Hidrodinamik olarak tam gelişmiş akış durumu için öncelikle termal olarak tam gelişmiş akış durumu analitik olarak incelenmiştir. Bu durum için, şu kabul geçerlidir:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_w}{dx} = \text{sabit} \quad (58)$$

Ayrıca, akışkan içerisindeki aksel iletim ihmal edilerek [44],

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \quad (59)$$

yazılabilir. Bu kabullerle, (15) nolu denklem

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{k}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\mu}{\rho c_p} \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \frac{\sigma B_0^2 u^2}{\rho c_p} \quad (60)$$

halini alır.

Şekil 7’de görüldüğü üzere incelenen problem için termal sınır koşulları aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$r = 0 \text{ 'da } \frac{dT}{dr} = 0 \quad (61a)$$

$$r = r_0 \text{ 'da } \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=r_0} = \frac{q_w''}{k} \quad \text{ve } T = T_w \quad (61b)$$

Boyutsuz sıcaklık parametresi şu şekilde tanımlanmıştır:

$$\theta = \frac{T - T_w}{\frac{q_w'' D}{k}} \quad (62)$$

Bu ve (52) nolu denklemde tanımlanan boyutsuz parametreler kullanılarak (60) nolu denklem ve (61a) ve (61b) denklemleriyle verilen ilgili sınır koşulları, boyutsuz formda,

$$\frac{d^2 \theta}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{d\theta}{dR} = a U^{-2} Br \left(\frac{dU}{dR} \right)^2 - Br Ha^2 U^2 \quad (63)$$

$$R = 0 \text{ 'da } \frac{d\theta}{dR} = 0 \quad (64a)$$

$$R = 0.5 \text{ 'de } \left. \frac{d\theta}{dR} \right|_{R=0.5} = 1 \quad \text{ve } \theta = 0 \quad (64b)$$

halini alır. (63) nolu denklemde yer alan a katsayısının açık formu aşağıda verilmektedir:

$$a = \frac{u_m \rho c_p D}{q_w''} \frac{dT_w}{dx} \quad (65)$$

(63) numaralı denklem, (64a) ve (64b) denklemleriyle verilen sınır şartları altında çözümlerse, tam gelişmiş sıcaklık profili, boyutsuz formda, analitik olarak

$$\begin{aligned} \theta(R) = & \left[-2 Br Ha^2 \left(Bessell[0, Ha/2] - Bessell[0, Ha R] \right) \right]^2 \\ & + \left[\left(16 + Ha^2 (-1 + 4 R^2) \right) Bessell[0, Ha/2] \right. \\ & \left. - 16 Bessell[0, Ha R] \right] Bessell[2, Ha/2] \\ & / \left[4 Ha^2 Bessell[2, Ha/2]^2 \right] \end{aligned} \quad (66)$$

şeklinde elde edilir.

Yığın akışkan sıcaklığı [44];

$$T_b = \frac{\int_A \rho u T dA}{\int_A \rho u dA} \quad (67)$$

şeklinde tanımlanır. (66) nolu denklemde elde edilen boyutsuz sıcaklık dağılımı kullanılarak boyutsuz yığın akışkan sıcaklığı

$$\begin{aligned} \theta_b &= \frac{T_b - T_w}{q_w'' D / k} = \frac{\int_0^{0.5} U \theta R dR}{\int_0^{0.5} U R dR} \\ &= 8 \left\{ \int_0^{0.5} \left[\left[R \left(Bessell[0, Ha/2] - Bessell[0, Ha R] \right) \right] \left[-2 Br Ha^2 \left(Bessell[0, Ha/2] \right. \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - Bessell[0, Ha R] \right)^2 + \left[\left(16 + Ha^2 \left(-1 + 4 R^2 \right) \right) Bessell[0, Ha/2] \right. \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - 16 Bessell[0, Ha R] \right] Bessell[2, Ha/2] \right] \right. \\ &\quad \left. / \left(4 Ha^2 Bessell[2, Ha/2]^3 \right) \right] dx \right\} \quad (68) \end{aligned}$$

olarak elde edilir.

Isı taşınım katsayısı h , boru cidarındaki enerji dengesinden,

$$h = \frac{k \frac{dT}{dr} \Big|_{r=r_0}}{(T_w - T_b)} \quad (69)$$

şeklinde yazılabilir. Bu tanım kullanılarak, Nusselt sayısı,

$$Nu = \frac{h D}{k} = -\frac{1}{\theta_b} \quad (70)$$

şeklinde yazılabilir. (68) nolu ifadede verilen boyutsuz yığın akışkan sıcaklığı kullanılarak, Nu değeri

$$\begin{aligned}
 Nu = -1/ & \\
 & 8 \left\{ \int_0^{0.5} \left[\left[R \left(Bessell[0, Ha/2] - Bessell[0, Ha R] \right) \right] \left[-2 Br Ha^2 \left(Bessell[0, Ha/2] \right. \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. - Bessell[0, Ha R] \right)^2 + \left[\left(16 + Ha^2 \left(-1 + 4 R^2 \right) \right) Bessell[0, Ha/2] \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. - 16 Bessell[0, Ha R] \right] Bessell[2, Ha/2] \right] \right] dx \left. \right\} \\
 & / \left(4 Ha^2 Bessell[2, Ha/2]^3 \right) \quad (71)
 \end{aligned}$$

şeklinde elde edilir.

Manyetik alan etkisinin olmadığı durum ($Ha \rightarrow 0$) ve viskoz yayılımı dikkate alınmadığı durum ($Br = 0$) için elde edilen Nu ifadesi, Aydın [31] tarafından verilen ifade ile aynıdır.

$$\text{Limit} [Nu, Ha \rightarrow 0] \quad (72)$$

durumu için, Nu,

$$Nu = \frac{48}{11} \quad (73)$$

şeklinde, Aydın [31] tarafından verilen ifade elde edilir.

Cıdarında sabit ısı akısı uygulanan silindirik bir boru içerisinde hidrodinamik ve termal olarak tam gelişmiş akış durumu için, (71) nolu ifade bilinen $Nu=4.3636$ değerini vermektedir.

2.2.2.2. Termal Olarak Gelişmekte Olan Akış

Bu durum için sınır koşulları

$$x = 0 \text{ 'da} \quad T = T_e \quad (74a)$$

$$y = 0 \text{ 'da} \quad \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad (74b)$$

$$y = r_0 \text{ 'de} \quad T = T_w \quad (74c)$$

şeklinde tanımlanır ve aşağıda verilen boyutsuz parametrelerin kullanımıyla

$$\theta = \frac{T - T_e}{\frac{q_w'' D}{k}}, \quad U = \frac{u}{u_m}, \quad R = \frac{r}{D}, \quad X = \frac{x/D}{\text{Re Pr}} \quad (75)$$

(60) nolu enerji denklemi ve ilgili sınır koşulları boyutsuz formda,

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \theta}{\partial R} + Br \left(\frac{dU}{dR} \right)^2 + Br Ha^2 U^2 \quad (76)$$

$$X = 0 \text{ 'da} \quad \theta = 0 \quad (77a)$$

$$R = 0 \text{ 'da} \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=0} = 0 \quad (77b)$$

$$R = 0.5 \text{ 'de} \quad \theta = 0 \quad (77c)$$

şeklinde yazılabilir.

Silindirik borunun herhangi bir kesitinde boyutsuz yığın akışkan sıcaklığı,

$$\theta_b = \frac{T_b - T_e}{\frac{q_w'' D}{k}} = \frac{\int_0^{0.5} U \theta R dR}{\int_0^{0.5} U R dR} \quad (78)$$

şeklinde tanımlanabilir.

Yerel Nusselt sayısı, duvar sıcaklığı ile yığın akışkan sıcaklığı arasındaki farka bağlı olup

$$Nu_x = \frac{q_w'' D}{(T_w - T_b)k} = \left(\frac{T_w - T_b}{q_w'' D / k} \right)^{-1} = \left(\frac{T_w - T_e}{q_w'' D / k} - \frac{T_b - T_e}{q_w'' D / k} \right)^{-1} \quad (79)$$

şeklinde yazılabilir. Yerel Nusselt sayısının, boyutsuz duvar ve yığın akışkan sıcaklıkları farkı cinsinden ifadesi aşağıdaki gibidir:

$$Nu_x = (\theta_w - \theta_b)^{-1} \quad (80)$$

Bu tez kapsamında, enerji denklemi sonlu farklar yöntemi kullanılarak sayısal olarak çözülmüştür. Çözüm yöntemine dair ayrıntılı bilgi Oosthuizen ve Naylor'un eserinde yer almaktadır [44].

3. BULGULAR VE TARTIŞMA

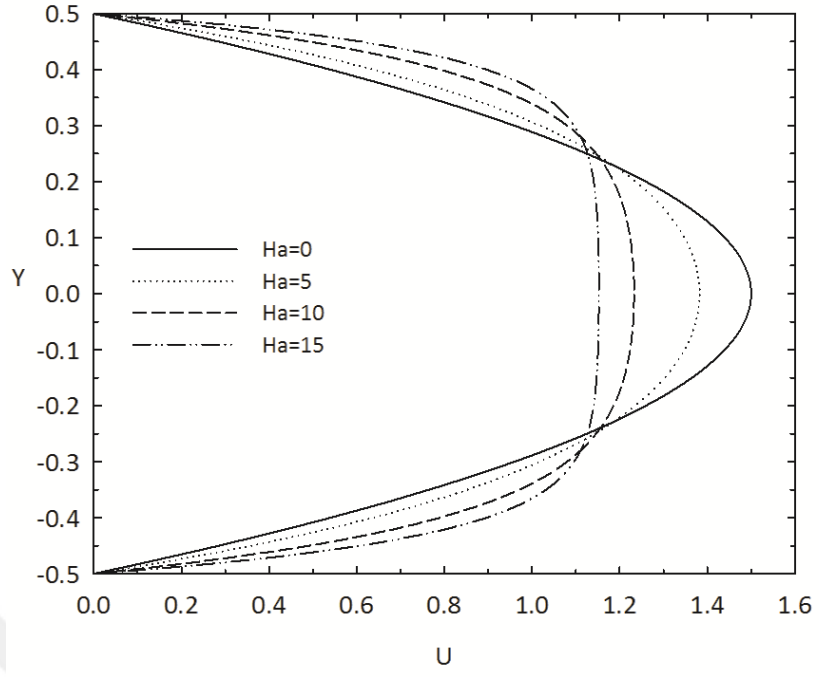
Bu bölümde, uygulamada sıklıkla karşılaşılan iki temel geometri (düzlemsel plakalar arasındaki kanal ve silindirik boru) içerisindeki elektriksel olarak iletken bir akışkanın akışı ve ısı geçişi dışarıdan uygulanan manyetik alan etkisi altında farklı hidrodinamik ve termal durumlar için elde edilen bulgular verilmiş ve irdelenmiştir. Her iki geometri için duvar(lar)dan eş dağılılı (üniform) sabit ısı akısı uygulandığı kabul edilmiştir. Viskoz yayılım ve Joule ısıtmadan kaynaklı ısı üretim terimleri analize dahil edilmiştir. Akış bölgesinde, akışkan hareketiyle elektromanyetik alanın birbirlerini etkilemesinden dolayı, MHD akışkan akışını ve ısı transferini analiz etmek karmaşık bir hal almaktadır. Bu çalışmada, hidrodinamik olarak tam gelişmiş, termal olarak hem tam gelişmiş hem de gelişmekte olan durum için sırasıyla analizler yapılmıştır. Hidrodinamik olarak tam gelişmiş akışın, termal olarak tam gelişmiş durumu analitik olarak incelenirken, termal olarak gelişmekte olan durum sayısal olarak incelenmiştir. Çalışma parametrelerinin farklı değerleri için hız ve sıcaklık profillerinin yanı sıra, Nusselt sayısının değişimi sunulmuştur.

3.1. Düzlemsel Kanal Akışı

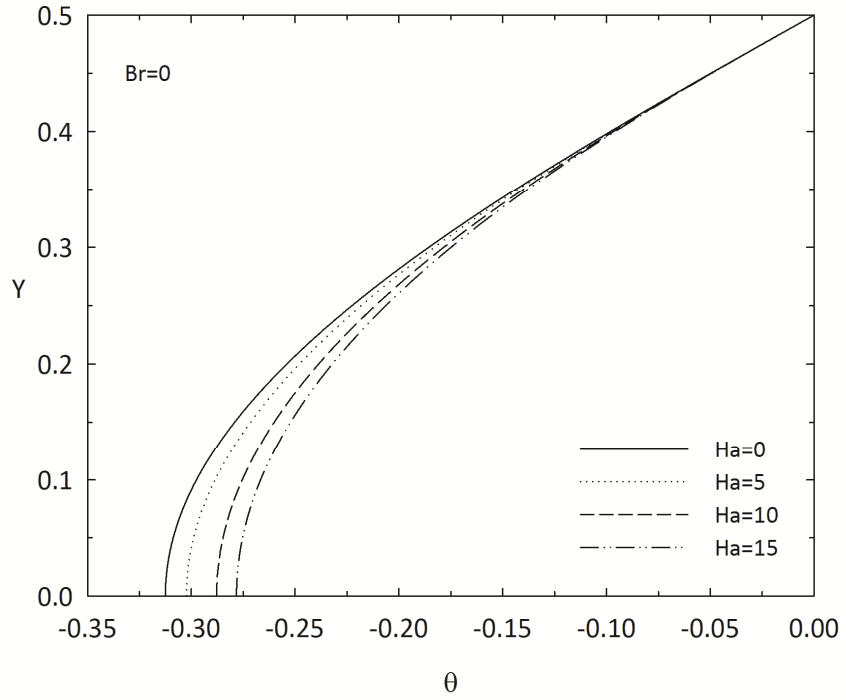
3.1.1. Hidrodinamik ve Termal Açından Tam Gelişmiş Akış

Şekil 8, Hartmann sayısının farklı değerleri için tam gelişmiş boyutsuz hız profilini göstermektedir. Hidrodinamik olarak tam gelişmiş hız profili, elektromanyetik kuvvetlerin etkisi altında değişiklik göstermiştir. Hartmann sayısının artmasıyla boyutsuz hız profilinin parabolik şekli değişmiştir. Artan Hartmann değeri ile duvarlardaki hız gradyanları artarken; merkez etrafındaki hızın hemen hemen düzleştiği görülmüştür. Bunun nedeni, Lorentz kuvvetidir. Manyetik alan nedeniyle üretilen cisim kuvveti, momentum denkleminde kendini gösterir ve bu kuvvet, eksenel akışa karşı direnç oluşturur.

Şekil 9'da $Br=0$ durumu için, diğer bir deyişle enerji denkleminde viskoz yayılım ve Joule ısıtmadan kaynaklanan ısı üretimi terimlerinin dikkate alınmadığı durum için, Hartmann sayısının boyutsuz sıcaklık profili üzerindeki etkisi verilmektedir. Görüldüğü üzere; Hartmann sayısı arttıkça, merkezdeki sıcaklık azalır.



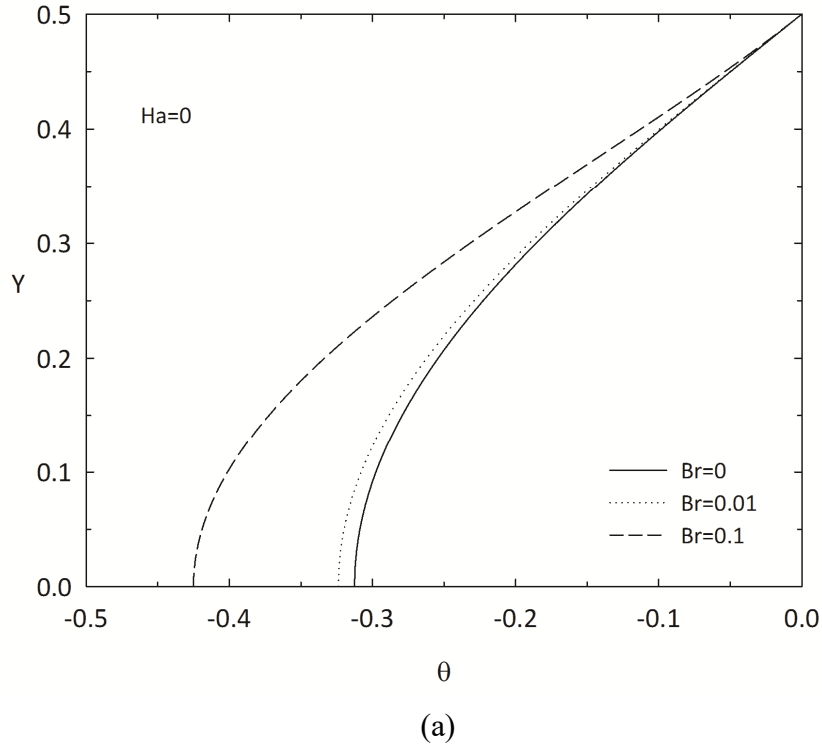
Şekil 8. Hartmann sayısının boyutsuz hız profili üzerindeki etkisi



Şekil 9. Hartmann sayısının boyutsuz sıcaklık profili üzerinde etkisi

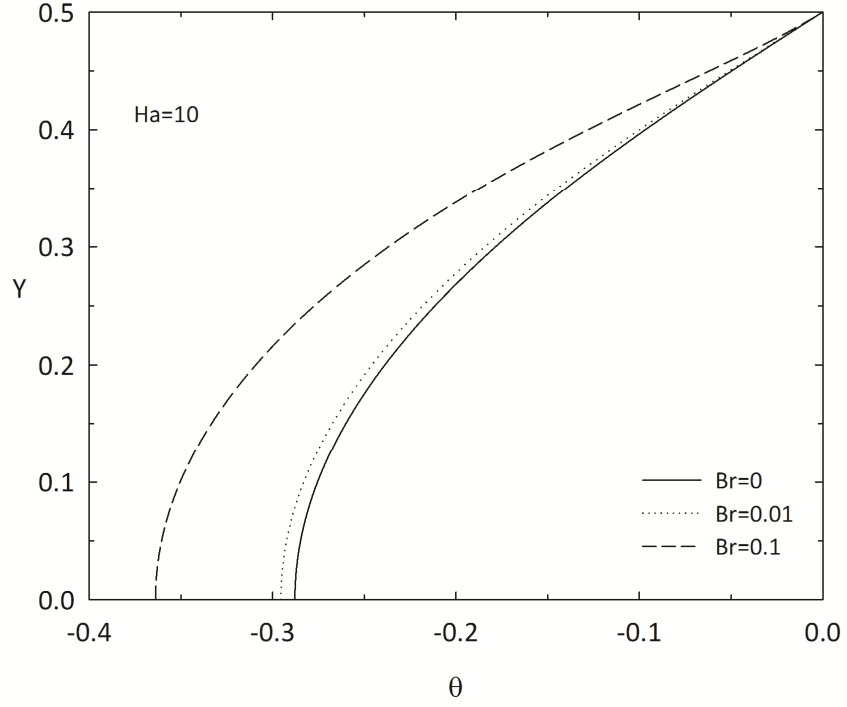
Şekil 10'da viskoz yayılım ve Joule ısıtma nedeniyle oluşan ısı üretiminin dikkate alındığı durumu için boyutsuz sıcaklık profili gösterilmektedir. (11) nolu denklemden de görüldüğü üzere viskoz yayılım kaynaklı ısı üretimi hız gradyanı ile doğru orantılıdır. Bu nedenle, viskoz yayılım kaynaklı ısı üretimi duvarlarda maksimum değerde iken; merkezde sıfırdır. Yine, (11) nolu denklemden de görüldüğü üzere, Joule ısıtma kaynaklı ısı üretimi, U^2 ile doğru orantılıdır. Böylece, Joule ısıtma kaynaklı ısı üretimi, viskoz yayılım kaynaklı ısı üretiminin aksine, merkezde maksimum değeri alırken; duvarlarda kaymama sınır koşulu nedeniyle sıfır olur. Duvar sıcaklığı ve yığın akışkan sıcaklığı arasındaki fark, ısı transfer miktarını belirlediğinden, viskoz yayılım ve Joule ısıtmanın birlikte etkisi oldukça karmaşıktır.

Şekil 11, Brinkman sayısının farklı değerleri için, Nusselt sayısının Hartmann sayısı ile değişimini göstermektedir. Beklenildiği gibi, Brinkman sayısının artmasıyla Nusselt sayısı azalır. Brinkman sayısı arttıkça duvar ve akışkan arasındaki sıcaklık farkı artar. Grafikten de görüldüğü üzere, Hartmann sayısının artmasıyla Nusselt sayısı da artar. $Br=0$ 'da yaklaşık $Ha=15$ 'e kadar Nusselt sayısının Hartmann sayısına bağlı artışı lineerdir.

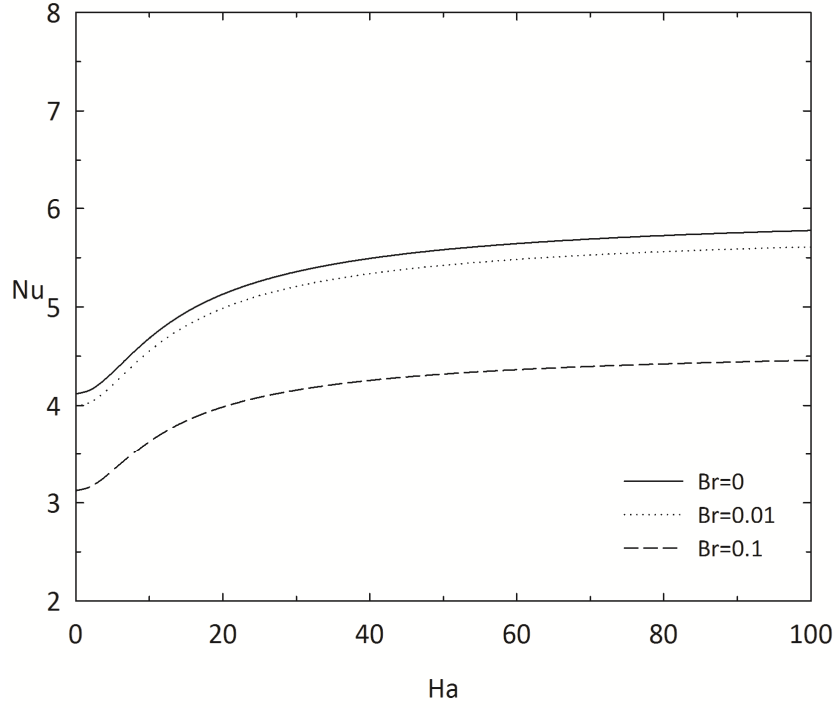


Şekil 10. Brinkman değerindeki değişimin boyutsuz sıcaklık profili üzerine etkisi: $Ha=0$ (a), $Ha=10$ (b)

Şekil 10'un devamı



(b)



Şekil 11. Brinkman sayısının farklı değerleri için Nusselt sayısının Hartmann sayısı ile değişimi

Hartmann sayısının daha yüksek değerleri için ($Ha > 15$), Nu-Ha değişiminde asimptotik bir davranış gözlemlenir. Bu asimptotik değer aşıldıktan sonra daha çok manyetik alan uygulamanın ısı transferi üzerinde hiçbir etkisi olmayacaktır. Viskoz yayılım etkisiyle ($Br=0.01$, $Br=0.1$), asimptotik davranış Hartmann sayısının daha küçük değerleri için gözlemlenir. Nusselt sayısının asimptotik değerleri, Brinkman sayısının artmasıyla azalır. Bu asimptotik değerler Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1. Düzlemsel kanal akışında Nusselt sayısının asimptotik değerleri

Br	0	0.01	0.1
Nu	5.9997	5.825	4.6152

Tablo 2.’de, hidrodinamik ve termal olarak tam gelişmiş akış durumu için Brinkman sayısının ve Hartmann sayısının incelenen değerlerinde elde edilen Nusselt sayısı değerlerini sunmaktadır. Bu veriler, gelecekte bu konuda araştırma yapacak olanlar için, karşılaştırma amacıyla referans niteliğindedir.

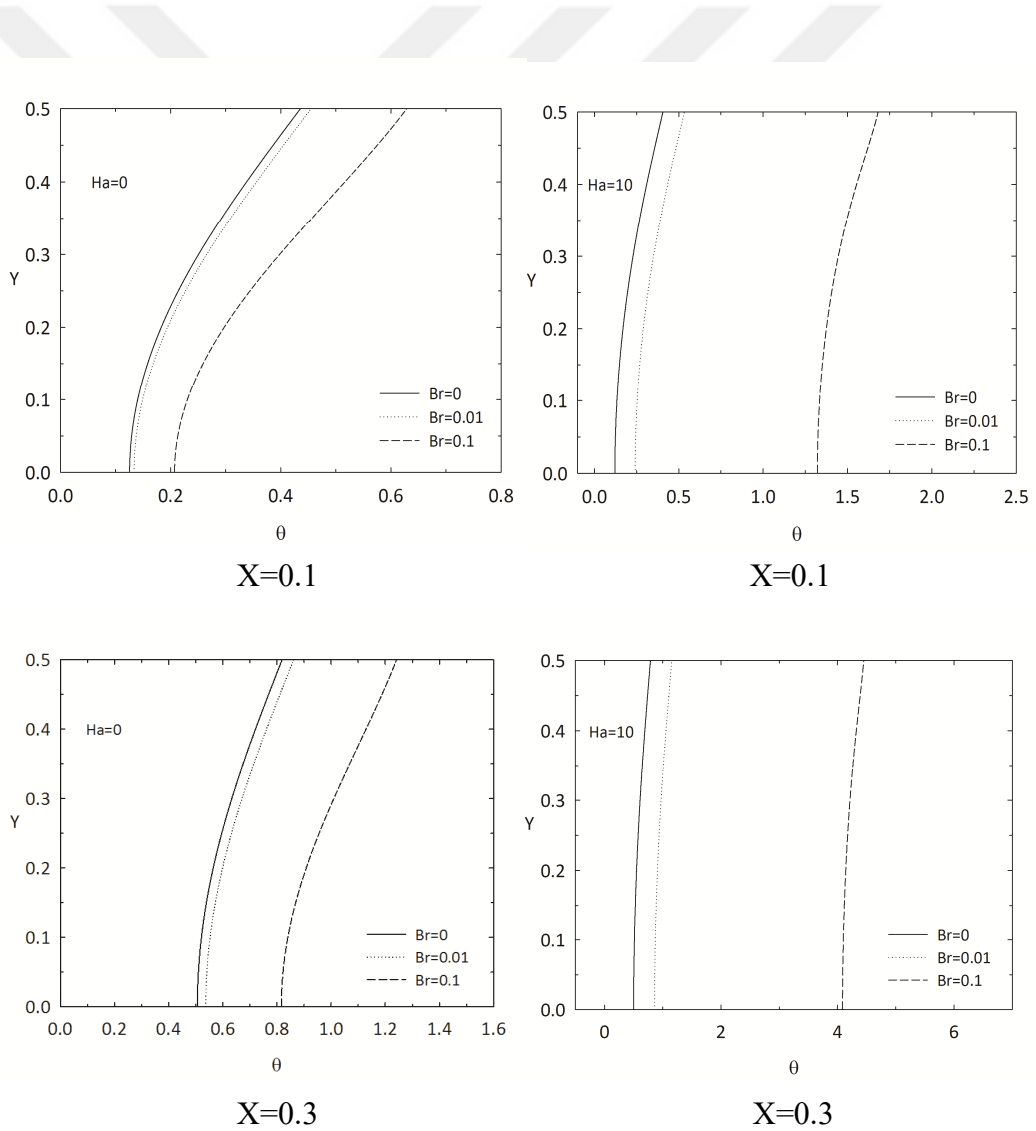
Tablo 2. Düzlemsel Kanal akışında Brinkman sayısının 0, 0.01 ve 0.1 değerleri için, Hartmann sayısının 0’dan 100’e kadar ki değerlerinde Nusselt sayısının değişimi

Nu											
Br	Ha										
	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
0	4.1176	4.6832	5.1292	5.3576	5.4922	5.5804	5.6427	5.6889	5.7245	5.7528	5.7759
0.01	3.9908	4.5513	4.9860	5.2070	5.3369	5.4220	5.4819	5.5264	5.5606	5.5879	5.6100
0.1	3.1250	3.6310	3.9845	4.1557	4.2544	4.3184	4.3632	4.3962	4.4216	4.4417	4.4581

3.1.2. Hidrodinamik Açından Tam Gelişmiş, Termal Açından Gelişmekte Olan Akış

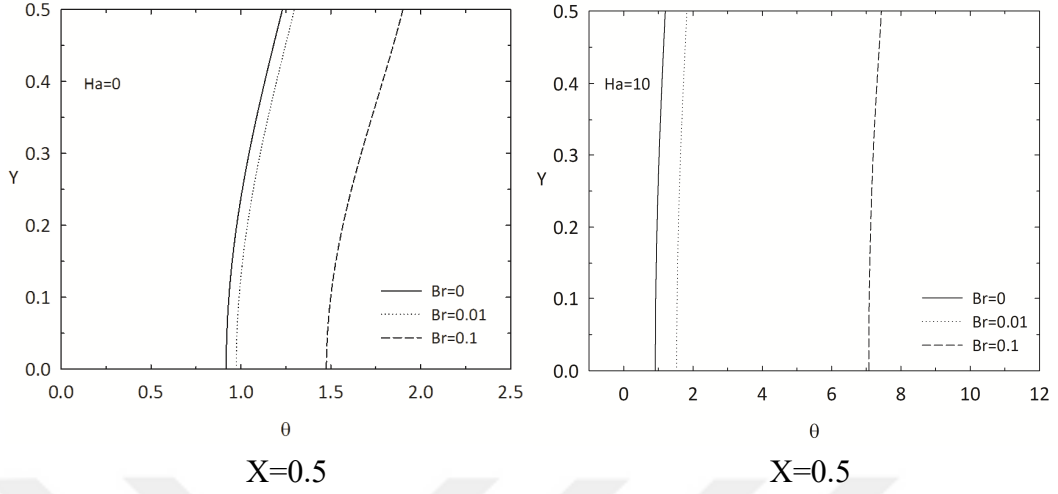
Bu bölümde, hidrodinamik olarak tam gelişmiş, fakat termal açıdan gelişmekte olan akış için elde edilen bulgular sunulmaktadır.

Şekil 12, farklı aksel istasyonlarda, Brinkman ve Hartmann sayılarının farklı değerleri için boyutsuz sıcaklık profillerini göstermektedir. Brinkman ya da Hartmann sayısındaki artış boyutsuz sıcaklık dağılımını önemli ölçüde etkiler. Beklenildiği gibi; boyutsuz sıcaklık, hem Brinkman sayısı hem de Hartmann sayısı arttıkça artar. Bunun nedeni, viskoz yayılım ya da Joule ısıtma nedeniyle iç hacimsel ısı oluşumundan kaynaklanan tersinmez enerji dönüşümü veya diğer bir deyişle hacimsel ısı üretimidir.

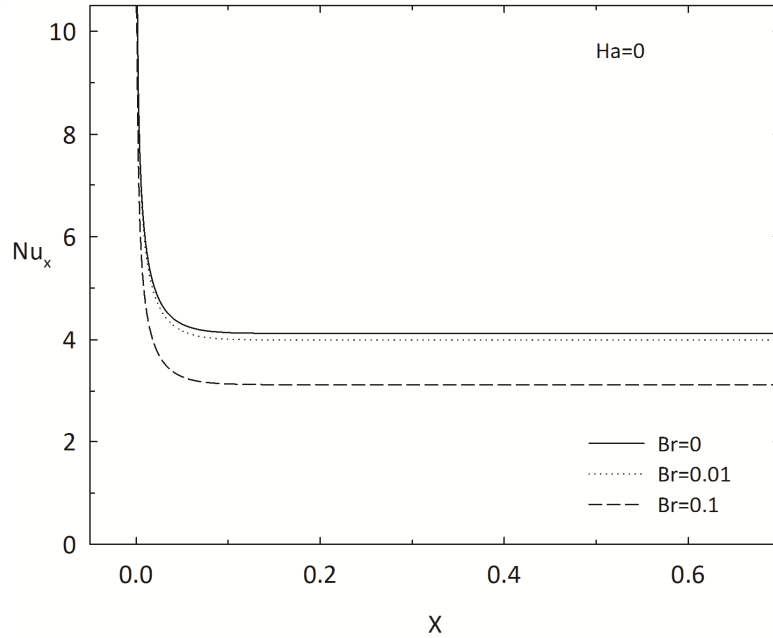


Şekil 12. Farklı aksel istasyonlarda boyutsuz sıcaklık profili

Şekil 12'nin devamı



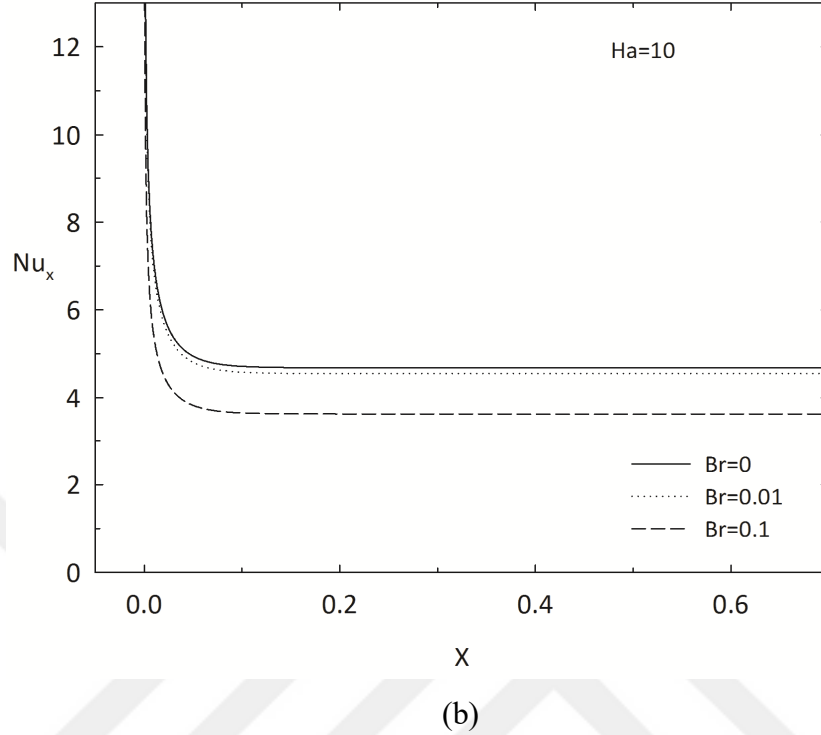
Şekil 13'de yerel Nusselt sayısının Brinkman sayısı ve Hartmann sayısı ile değişimi verilmektedir. Şekilden de görüldüğü gibi; yerel Nusselt sayısı, Hartmann sayısının artmasıyla artarken; Brinkman sayısındaki artış ile azalmaktadır.



(a)

Şekil 13. Yerel Nusselt sayısının, Brinkman sayısı ve Hartmann sayısına göre değişimi: $Ha=0$ (a), $Ha=10$ (b)

Şekil 13'ün devamı

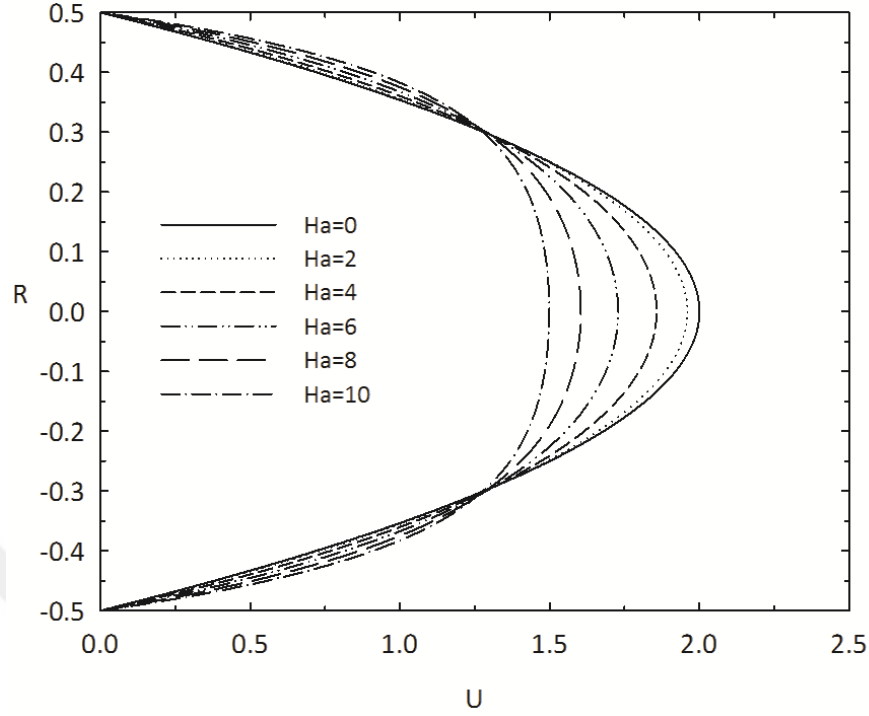


3.2. Dairesel Kanal Akışı

3.2.1. Hidrodinamik ve Termal Açından Tam Gelişmiş Akış

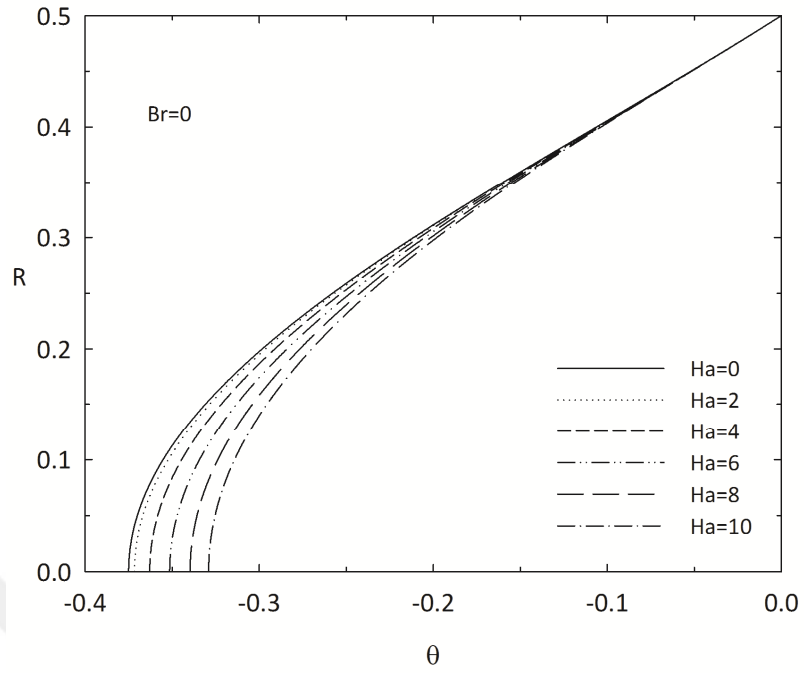
Şekil 14, Hartmann sayısının farklı değerleri için tam gelişmiş boyutsuz hız profilini göstermektedir. Hidrodinamik olarak tam gelişmiş hız profili, elektromanyetik kuvvetlerin etkisi altında değişiklik göstermiştir. Hartmann sayısının artmasıyla, boyutsuz hız profilinin parabolik şekli değişmiştir. Artan Hartmann değeri ile cidardaki hız gradyanları artarken; merkez etrafındaki hızın hemen hemen düzleştiği görülmüştür. Bunun nedeni, Lorentz kuvvetidir. Manyetik alan nedeniyle üretilen cisim kuvveti momentum denkleminde kendini gösterir ve bu kuvvet, aksenal akışa karşı direnç oluşturur.

Şekil 15' de $Br=0$ durumu için, diğer bir deyişle enerji denkleminde viskoz yayılım ve Joule ısıtmadan kaynaklanan ısı üretimi terimlerinin dikkate alınmadığı durum ve dikkate alındığı durum ($Br=0.1$) için, Hartmann sayısının boyutsuz sıcaklık profili üzerindeki etkisi verilmektedir.

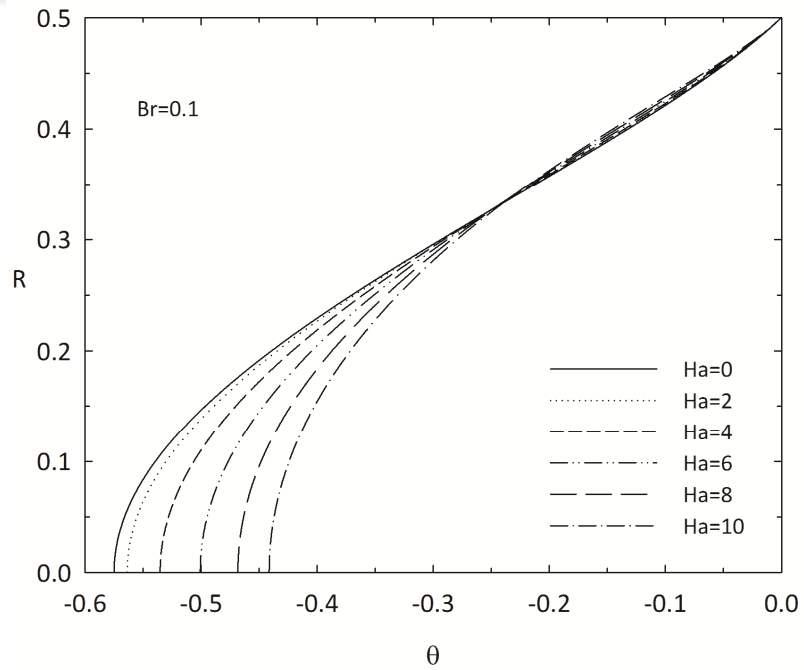


Şekil 14. Hartmann sayısının boyutsuz hız profili üzerindeki etkisi

Şekil 15'den görüldüğü gibi Hartmann sayısının artmasıyla merkezdeki sıcaklık düşmektedir fakat viskoz yayılım etkisi dahil olduğunda merkezdeki sıcaklık artmaktadır. Enerji denkleminde viskoz yayılım ve Joule ısıtma nedeniyle oluşan ısı üretimi terimlerinin dahil edilmesiyle, sıcaklık profili beklenildiği gibi değişim göstermektedir. (15) nolu denklemden de görüldüğü üzere viskoz yayılım kaynaklı ısı üretimi hız gradyanı ile doğru orantılıdır. Bu nedenle, viskoz yayılım kaynaklı ısı üretimi cidarda maksimum değerde iken; merkezde sıfırdır. Yine, (15) nolu denklemden de görüldüğü üzere, Joule ısıtma kaynaklı ısı üretimi U^2 ile doğru orantılıdır. Böylece, Joule ısıtma kaynaklı ısı üretimi, viskoz yayılım kaynaklı ısı üretiminin aksine, merkezde maksimum değeri alırken; cidarda kaymama sınır koşulu nedeniyle sıfır olur. Cidar sıcaklığı ve yığın akışkan sıcaklığı arasındaki fark, ısı transfer miktarını belirlediğinden, viskoz yayılım ve Joule ısıtmanın birlikte etkisi oldukça karmaşık bir hal alır.



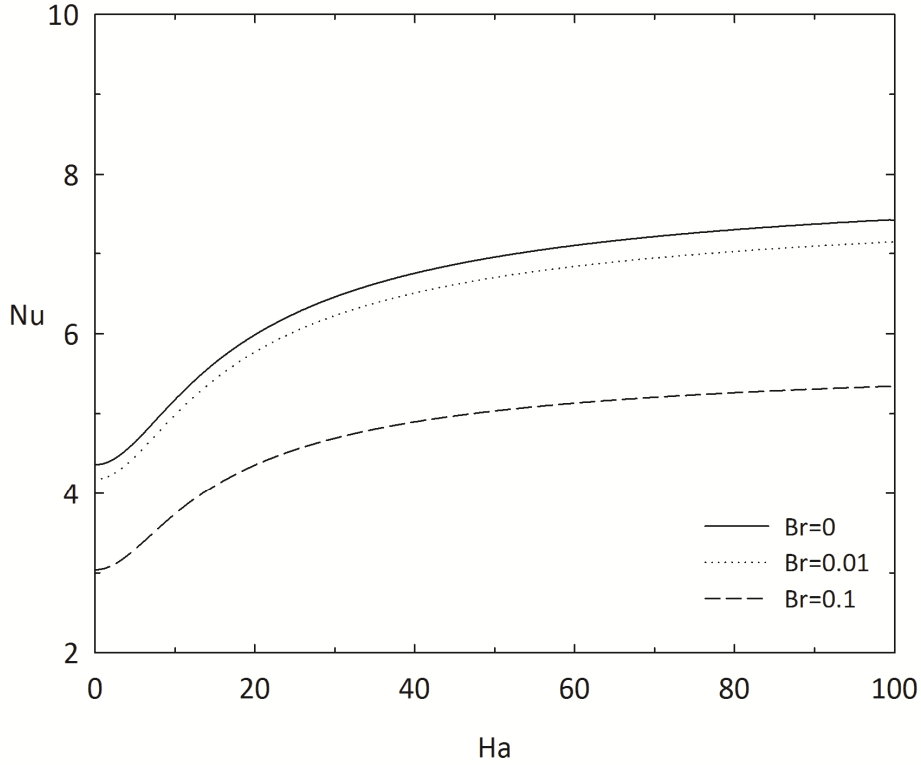
(a)



(b)

Şekil 15. Hartmann sayısının boyutsuz sıcaklık profili üzerinde etkisi $Br=0$ (a), $Br=0.1$ (b)

Şekil 16, Brinkman sayısının farklı değerleri için, Nusselt sayısının Hartmann sayısı ile değişimini göstermektedir. Hartmann sayısının geniş bir aralığında ($0 \leq Ha \leq 100$), beklenildiği gibi, Brinkman sayısının artmasıyla Nusselt sayısı azalır. Brinkman sayısı arttıkça; duvar ve akışkan arasındaki sıcaklık farkı artar. Grafikten de görüldüğü üzere, Hartmann sayısının artmasıyla Nusselt sayısı da artar. Viskoz yayılım ve Joule ısıtma etkisinin dahil olmadığı durumda, Hartmann sayısının $Ha=10$ değerine kadar; Nusselt sayısı, Hartmann sayısının artmasıyla lineer bir artış göstermiştir. Hartmann sayısının 10'dan büyük değerleri için ise Nusselt sayısı, asimptotik bir değişim göstermektedir. İlginçtir ki asimptotik değer erişildiğinde, akış üzerine daha fazla manyetik alan uygulamanın ısı transferi üzerinde hiçbir etkisi olmamaktadır. İncelemeler gösteriyor ki, viskoz yayılım ve Joule ısıtma analize dahil edildiği zaman; bu asimptotik davranış, Hartmann sayısının daha düşük değerlerinde elde edilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi Brinkman sayısının artmasıyla Nusselt sayısının asimptotik değerleri azalır. Bu asimptotik değerler, Tablo 3'de verilmiştir.



Şekil 16. Brinkman sayısının farklı değerleri için Nusselt sayısının Hartmann sayısı ile değişimi

Tablo 3. Dairesel kanal akışında Nusselt sayısının asimptotik değerleri

Br	0	0.01	0.1
Nu	7.9993	7.6917	5.7137

Tablo 4’de, Hidrodinamik ve termal olarak tam gelişmiş akış durumu için Brinkmann sayısının ve Hartmann sayısının incelenen değerlerinde elde edilen Nusselt sayısı değerlerini sunmaktadır. Bu veriler, gelecekte bu konuda araştırma yapacak olanlar için, karşılaştırma amacıyla referans olarak kullanılabilir.

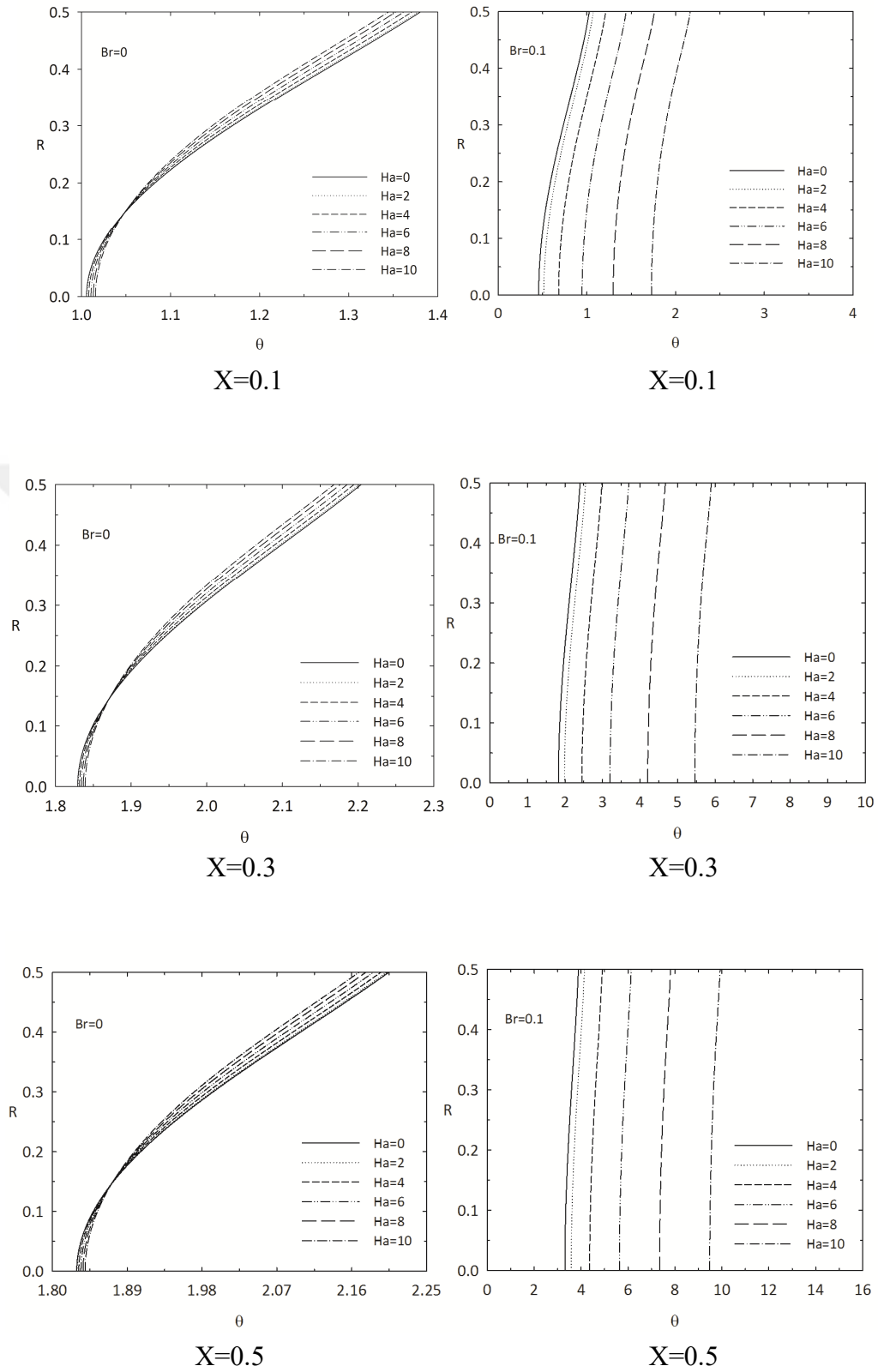
Tablo 4. Dairesel kanal akışında Brinkman sayısının 0, 0.01 ve 0.1 değerleri için, Hartmann sayısının 0’dan 100’e kadar ki değerlerinde Nusselt sayısının değişimi

		Nu										
Br	Ha											
	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	
0	4.3636	5.1748	5.9855	6.4575	6.7539	6.9557	7.1015	7.2118	7.298	7.3673	7.4241	
0.01	4.1811	4.9834	5.7702	6.2239	6.5076	6.7002	6.8393	6.9443	7.0264	7.0922	7.1463	
0.1	3.038	3.7387	4.3588	4.6951	4.8994	5.0359	5.1334	5.2065	5.2632	5.3086	5.3457	

3.2.2. Hidrodinamik Açından Tam Gelişmiş Termal Olarak Gelişmekte Olan Akış

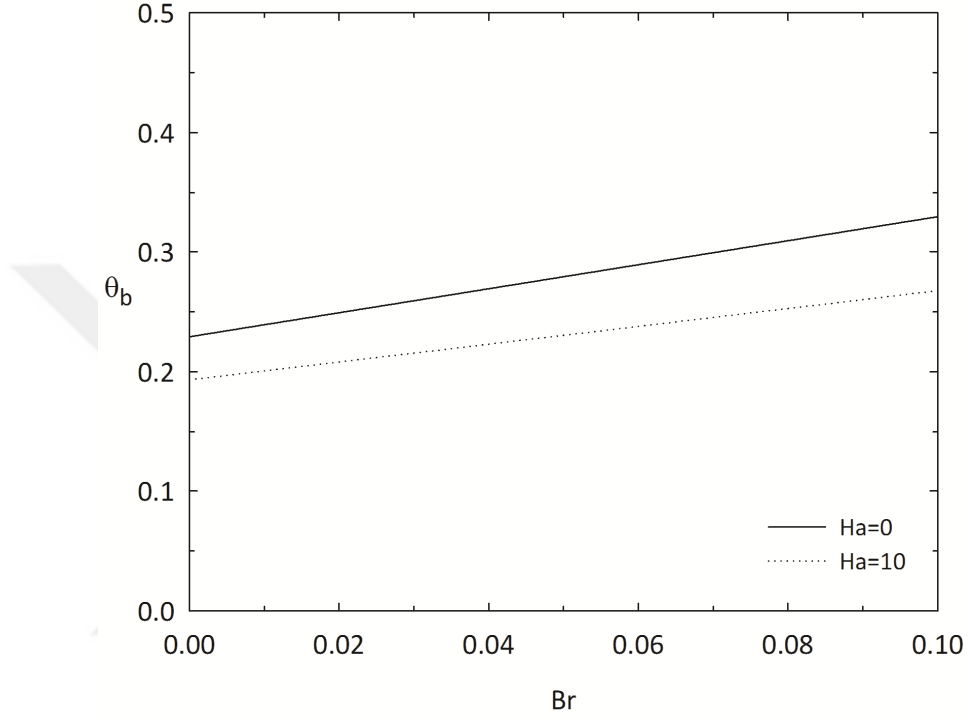
Bu bölümde, hidrodinamik olarak tam gelişmiş, fakat termal açıdan gelişmekte olan akış için elde edilen bulgular sunulmaktadır.

Şekil 17’de, farklı aksel istasyonlarda Brinkman ve Hartmann sayılarının farklı değerleri için boyutsuz radyal sıcaklık profilleri görülmektedir. Brinkman sayısı ya da Hartmann sayısındaki artış, boyutsuz sıcaklık dağılımını önemli ölçüde etkiler. Beklenildiği gibi; boyutsuz sıcaklık, hem Brinkman sayısı hem de Hartmann sayısı arttıkça artar. Bunun nedeni, viskoz yayılım ya da Joule ısıtma nedeniyle iç hacimsel ısı oluşumundan kaynaklanan tersinmez enerji dönüşümü veya diğer bir deyişle hacimsel ısı üretimidir.



Şekil 17. Farklı aksel istasyonlarda boyutsuz sıcaklık profili

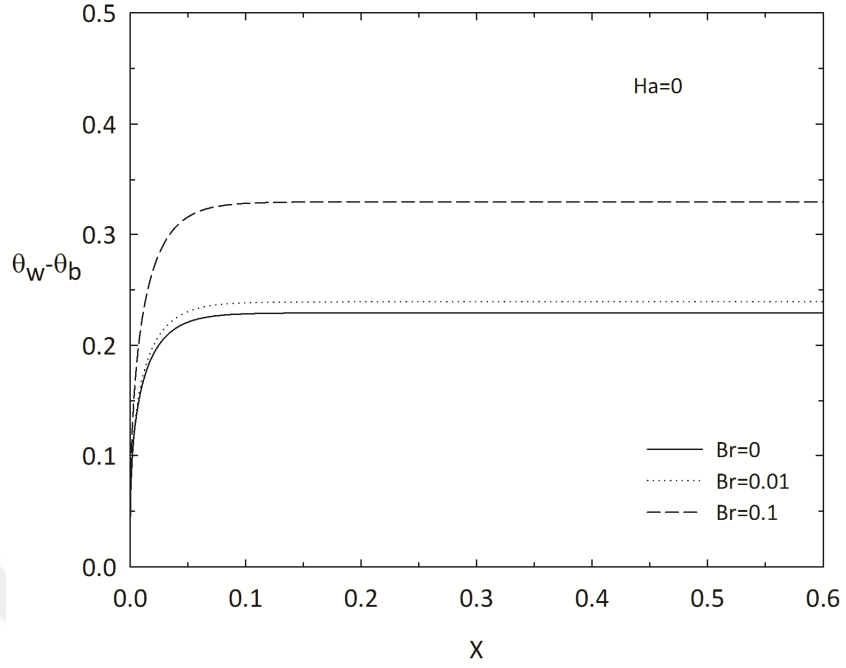
Şekil 18, Hartmann sayısının iki farklı değeri için boyutsuz yığın akışkan sıcaklığın Brinkman sayısı ile değişimi verilmektedir. Boyutsuz yığın akışkan sıcaklığı, Brinkman sayısının artmasıyla artarken; Hartmann sayısının artmasıyla azalmaktadır



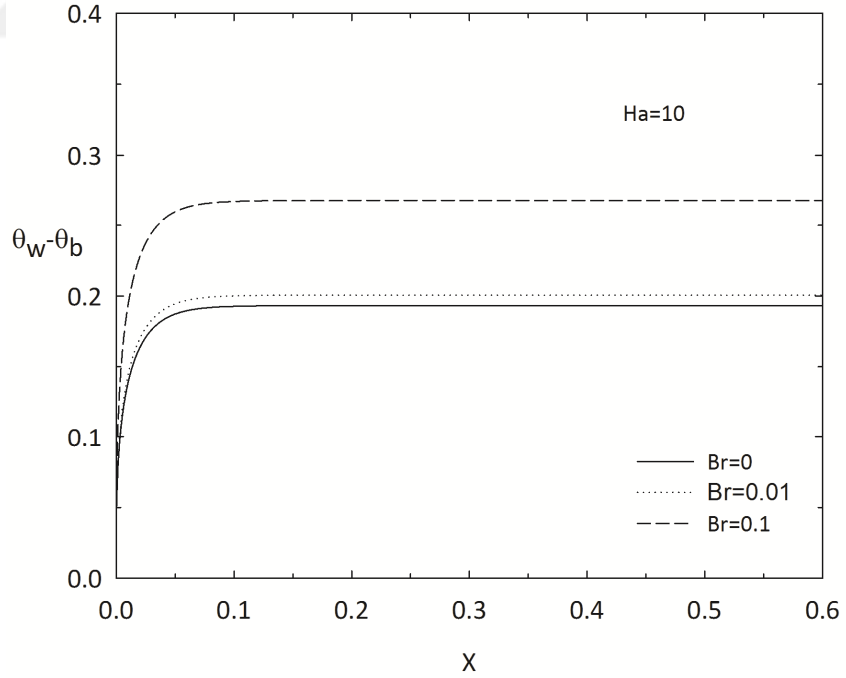
Şekil 18. Boyutsuz yığın akışkan sıcaklığının, $Ha=0$ ve $Ha=10$ değerlerinde Brinkman sayısına göre değişimi

Şekil 19. $Ha=0$ ve $Ha=10$ 'da, Brinkman sayısının üç farklı değeri için, boyutsuz cidar ve yığın akışkan sıcaklıkları farkının aksenal değişimini göstermektedir. Şekilden de açıkça görüldüğü gibi; bu fark Brinkman sayısının artmasıyla artarken, Hartmann sayısının artmasıyla azalır. İyi bilindiği üzere, cidar ve yığın akışkan sıcaklıkları farkı, ısı transferini sürdüren bir potansiyelidir.

Şekil 20'de, yerel Nusselt sayısının Brinkman sayısı ve Hartmann sayısı ile değişimi verilmektedir. Şekilden de görüldüğü gibi, yerel Nusselt sayısı Hartmann sayısının artmasıyla artarken; Brinkman sayısındaki artış ile azalmaktadır.

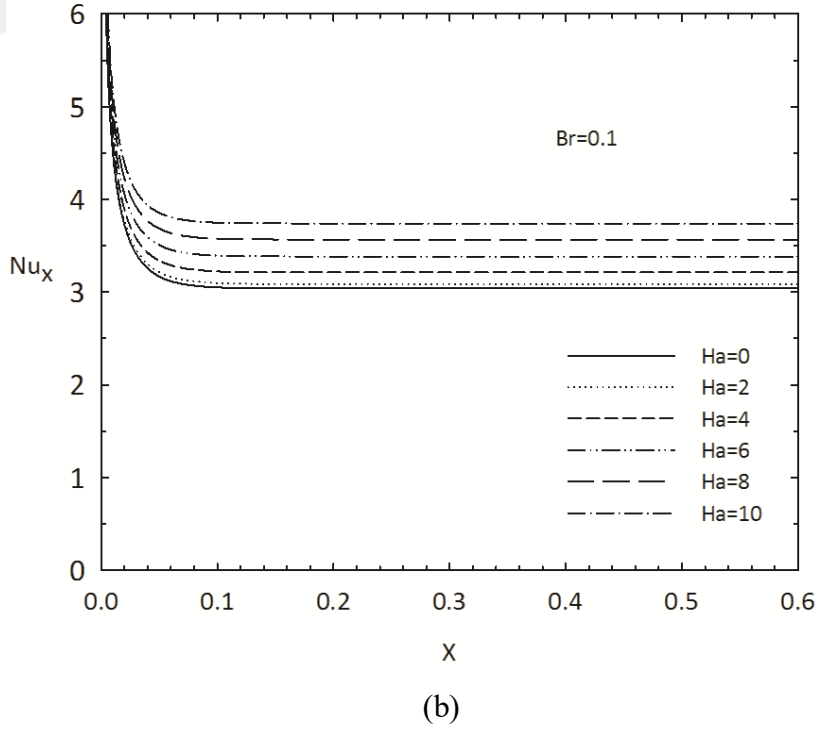
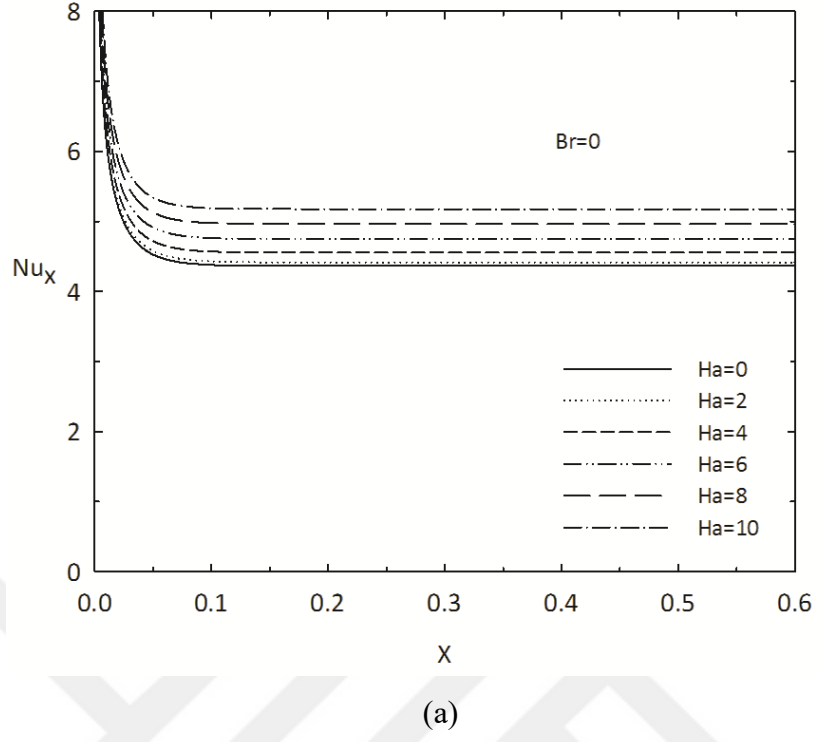


(a)



(b)

Şekil 19. Boyutsuz cidar sıcaklığı ile boyutsuz yığın akışkan sıcaklığı arasındaki farkın Hartmann sayısı ve Brinkman sayısına göre değişimi $Ha=0$ (a), $Ha=10$ (b)



Şekil 20. Yerel Nusselt sayısının, Brinkman sayısı ve Hartmann sayısına göre değişimi $Br=0$ (a), $Br=0.1$ (b)

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

4.1. Sonuçlar

Akışın hidrodinamik olarak tam gelişmiş termal olarak ise hem tam gelişmiş hem de gelişmekte olan durum için inceleme yapılmıştır. Analize viskoz yayılımı ve Joule ısıtmanın etkisi dahil edilmiştir. Çalışmada alınan sonuçlar;

- Akış üzerine etkiyen elektromanyetik kuvvetin durdurma etkisiyle, alışılmış boyutsuz hız profiline parabolik şekli Hartmann sayısının artmasıyla değişmiştir. Cidarda hız gradyanı artmış orta eksen etrafında hız düzleşmiştir.
- Cidar ve yığın akışkan arasındaki sıcaklık farkı ısı transfer oranını belirlediğinden dolayı, viskoz yayılımı ve Joule ısıtmanın birlikte kombinasyonu karmaşık bir ısı taşınım etkileşimi doğurur. Bu şu şekilde açıklanır; Nusselt sayısı Hartmann sayısının artmasıyla artıyor iken, Brinkman sayısının artması ile azalır. Brinkman sayısına bağlı olmakla, Hartmann sayısının belli bir değerinin ötesinde Nusselt sayısı Hartmann sayısı ile asimptotik olarak değişir. Nusselt sayısının asimptotik değeri Brinkman sayısının artmasıyla gittikçe azalır. Nusselt sayısı asimptotik değerine eriştiği zaman manyetik alanın uygulanmasının ısı transferi üzerinde daha bir etkisi olmayacaktır.

4.2. Öneriler

Bu çalışmada, düzlemsel ve dairesel kesitli kanalda, akış yönüne dik uygulanan manyetik alan varlığında, viskoz, sıkıştırılmaz, Newtonumsu, elektriksel iletkenliği olan bir akışkanın, akışı ve zorlanmış taşınım olan ısı transferi viskoz yayılım ve Joule ısıtma etkileri de dahil edilerek incelenmiştir. Bu yapılan çalışmaya ek olarak aşağıda sunulan etkiler de incelenebilir.

- Uygulamada yer alan farklı geometriler üzerinde de manyetik alan etkisi incelenebilir.
- Newtonumsu olmayan akışkan türleri üzerinde de manyetik alan etkisi incelenebilir.

- Doğal taşınım veya karma ısı transferi incelenebilir.
- Türbülanslı akış durumu için manyetik alan etkisi incelenebilir.
- Gözenekli ortam gibi farklı ortamlarda da manyetik alan etkisi incelenebilir.
- Manyetik alanın yönünün etkisi incelenebilir.
- Mikroelektromekanik sistemlerde de manyetik alan etkisi incelenebilir.



5. KAYNAKLAR

1. https://tr.wikipedia.org/wiki/Manyetik_alan, Manyetik Alan, 22 Nisan 2015.
2. Davidson, P.A., An Introduction to Magnetohydrodynamics, Cambridge University Press, USA, 2001.
3. <http://www.huseyincavus.com.tr/web/manyetohidrodinamik-nedir/>, Manyetohidrodinamik, 12 Mart 2015.
4. Cabannes, H., Theoretical Magnetofluidynamics, Holt, M., Volume 13, Academic Press, London, 1970.
5. Moreau, R., Magnetohydrodynamics, Wright, A.F. ve Philippe, C., Volume 3, First Edition, Kluwer Academic Publishers, 1990.
6. Davidson, P.A. ve Thess, A., Magnetohydrodynamics, Springer-Verlag Wien, New York, 2002.
7. <http://www.onlinefizik.com/maxwell-denklemleri/> , Maxwell Denklemleri, 4 Aralık 2006.
8. Incropera, F. P. ve DeWitt, D. P., Isı ve Kütle Geçişlerinin Temelleri, Derbentli, T., Genceli, O., Güngör, A., Hepbaşlı, A., İlken, Z., Özbalta, N., Özgüç, F., Parmaksızoğlu, C., Uralcan, Y., Dördüncü Baskıdan Çeviri, Çevik Matbaacılık, İstanbul, 2006.
9. Vantighem, S., Albets-Chico, X. ve Knaepen, B., The Velocity Profile of Laminar MHD Flows in Circular Conducting Pipes, Theor. Comput. Fluid Dyn., 23 (2009) 525-533.
10. Shohet, J.L., Osterle, J.F., Young, F.J., Velocity and Temperature Profiles for Laminar Magnetohydrodynamic Flow in the Entrance Region of a Plane channel, Physics of Fluids, 5 (1962) 545-549.
11. Shohet, J.L., Velocity and Temperature Profiles for Laminar Magnetohydrodynamic Flow in the Entrance Region of an Annular Channel, Physics of Fluids, 5 (1962) 879-884.
12. Shercliff, A., The Flow of Conducting Fluids in Circular Pipes Having Finite Conductivity and Finite Thickness Under Uniform Transverse Magnetic Fields, J. Fluid Mech., 1 (1962) 644-666.

13. Shercliff, A., Magnetohydrodynamic Pipe Flow. Part 2. High Hartman Number, J. Fluid Mech., 13 (1962) 513-518.
14. Gold, R.R., Magnetohydrodynamic Pipe Flow. Part 1, J. Fluid Mech., 13 (1962) 505-512.
15. Dhanak, A.M., Heat Transfer in Magnetohydrodynamic Flow in an Entrance Section, J. Heat Transfer, 87 (1965) 231-236.
16. Hwang, C.L., Knieper, P.J. ve Fan, L.T., Magnetohydrodynamic Channel Entrance Flow with Parabolic Velocity at the Entry, Physics of Fluids, 9 (1966) 1134-1140.
17. Hwang, C.L., Knieper, P.J. ve Fan, L.T., Heat Transfer to MHD Flow in the Thermal Entrance Region of a Flat Duct, Int. J. Heat Mass Transfer, 9 (1966) 773-789.
18. Ihara, S., Kiyohiro, T. ve Matsushima, A., The Flow of Conducting Fluids in Circular Pipes with Finite Conductivity under Uniform Transverse Magnetic Fields, J. Appl. Mech., 34 (1967) 29-36.
19. Back, L. H., Laminar Heat Transfer in Electrically Conducting Fluids Flowing in Parallel Plate Channels, International Journal of Heat and Mass Transfer, 11 (1968) (1621-1636).
20. Saric, W.S. ve Touryan, K.J., Incompressible Magnetohydrodynamic Entrance Flow in a Plane Channel, Physics of Fluids, 12 (1969) 1412-1419.
21. Lecroy, R.C. ve Eraslan, A.H., The Solution of Temperature Development in the Entrance Region of an MHD Channel Flow by the B.G. Galerkin Method, J. Heat Transfer, 91 (1969) 212-220.
22. Eraslan, A.H., Eraslan, N.F., Heat Transfer in Magnetohydrodynamic Channel Flow, Physics of Fluids, 12, 1 (1969) 120-128.
23. Gupta, S.C. ve Singh, B., Unsteady Magnetohydrodynamic Flow in a Circular Pipe under a Transverse Magnetic Field, Physics of Fluids, 13, 2 (1972) 346-352.
24. Singh, B. ve Lal, J., FEM for Unsteady MHD Flow Through Pipes with Arbitrary Wall Conductivity, Int. J. Numer. Methods Fluids, 4 (1984) 291-302.
25. Singh, B. ve Bhardwaj, A., Wavelet Optimized Finite Difference Mesh for MHD Flow in a Circular Duct, Computers and Mathematics with Applications, 67 (2014) 1582-1594.
26. Hsia, E., Entrance Development of the Weakly Interacted MHD Plane Channel Flow as Affected by Wall Conductances, J. Applied Mechanics, 38, 3 (1971) 665-673.
27. Samad, S., The Flow of Conducting Fluids Through Circular Pipes Having Finite Conductivity and Finite Thickness under Uniform Transverse Magnetic Fields, Int. J. Eng. Sci., 19 (1981) 1221-1232.

28. Setayesh, A. ve Saha, V., Heat Transfer in Developing Magnetohydrodynamic Poiseuille Flow and Variable Transport Properties, Int. J. Heat Mass Transfer, 33, 8 (1990) 1711-1720.
29. Racabovadiolođlu, Z., Isı Taşınımına Manyetik Alan Etkisi, Politeknik Dergisi, 5, 4 (2002) 293-298.
30. Ramos, D.M., Cunha, F.R., Sobral, Y.D. ve Fontoura Rodrigues, J.L.A., Computer Simulations of Magnetic Fluids in Laminar Pipe Flows, J. Magnetism and Magnetic Materials, 289 (2005) 238-241.
31. Aydin, O., Effects of Viscous Dissipation on the Heat Transfer in Forced Pipe Flow. Part 1: Both Hydrodynamically and Thermally Fully Developed Flow, Energy Conservation and Management, 46 (2005) 757-769.
32. Aydin, O. ve Avci, M., Viscous Dissipation Effects on the Heat Transfer in a Poiseuille Flow, Applied Energy, 83, 5 (2006) 495-512.
33. Attia, H.A., On the Effectiveness of Variation in the Physical Variables on the Steady MHD Flow Between Parallel Plates with Heat Transfer, International Journal of Numerical Methods in Engineering, 65, 2 (2006) 224-235.
34. Aiboud-Saouli, S., Settou, N., Saouli, S., Meza, N., Second Low Analysis of Laminar Fluid Flow in a Heated Channel with Hydromagnetic and Viscous Dissipation Effects, Applied Energy, 84, 3 (2007) 279-289.
35. Malakzadeh, A., Heydarinasab, A., Dabir, B., Magnetic Field Effect on Fluid Flow Characteristics in a Pipe for Laminar Flow, J. Mechanical Sci. and Tech., 25, 4 (2011), 877-884.
36. Malakzadeh, A., Heydarinasab, A., Jahangiri, M., Magnetic Field Effect on Laminar Heat Transfer in a Pipe for Thermal Entry Region, J. Mechanical Sci. and Tech., 25, 4 (2011) 877-884.
37. Öztürk, A. MHD Slip Flow Between Parallel Plates Heated with a Constant Heat Flux, Isı Bilimi ve Tekniđi Dergisi, 33, 1 (2013) 11-20.
38. Lahjomri, J., Zniber, K., Oubarra, A. ve Alemany, A., Heat Transfer by Laminar Hartmann's Flow in Thermal Entrance Region with Uniform Wall Heat Flux: the Graetz Problem Extended, Energy Convers. Manag., 44 (2013) 11-34.
39. Zhang, X., Pan, C. ve Xu, Z., Numerical Analysis of Liquid Metal MHD Flows Through Circular Pipes Based on a Fully Developed Modeling, Fusion Engineering and Design, 88 (2013), 226-232.
40. Li, Y. ve Zikanov, O., Laminar Pipe Flow at The Entrance İnto Transverse Magnetic Field, Fusion Engineering and Design, 88 (2013) 195-201.

41. Li, F.C., Sutevski, D., Smolentsev, S. ve Abdou, M., Experimental and Numerical Studies of Pressure Drop in PbLi Flows in a Circular Duct under Non-Uniform Transverse Magnetic Field, Fusion Engineering and Design, 88 (2013) 3060-3071.
42. Selimli, S., Recepli, Z. ve Arcakliođlu, E., Combined Effects of Magnetic and Electrical Field on the Hydrodynamic and Thermophysical Parameters of Magnetoviscous Fluid Flow, International Journal of Heat and Mass Transfer, 86 (2015) 426-432
43. Huang, Z.Y. ve Liu, Y.J., Characteristics of Laminar MHD Fluid Hammer in Pipe, J. Magnetism and Magnetic Materials, 397 (2016) 213-224.
44. Oosthuizen, P.H. ve Naylor, D., Introduction to Convective Heat transfer Analysis, McGraw- Hill, New York, 1999.



ÖZGEÇMİŞ

Esra YAĞCI, 1990 yılında Konya’da doğdu. İlk, orta, lise ve üniversite öğretimini Konya’da tamamladı. 2009 yılında girdiği Selçuk Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümünden 2013 yılında mezun oldu. 2014 yılında Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği bölümünde yüksek lisans öğrenimine başladı ve öğreniminin ikinci dönemi olan 2014 Kasım ayında Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalına Araştırma Görevlisi olarak atandı. Halen aynı görevine devam eden Esra YAĞCI İngilizce bilmektedir. Evlidir.