

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

YÜZEY EĞRİLİĞİNİN AKIŞ ALANINA ETKİSİNİN SAYISAL İNCELENMESİ

Mak. Müh. Yücel ÖZMEN

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde

" Makina Yüksek Mühendisi "

Ünvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 18.08.2000

Tezin Savunma Tarihi : 06.09.2000

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Ertan BAYDAR

Jüri Üyesi : Prof. Dr. Tahir YAVUZ

Jüri Üyesi : Yrd. Doç. Dr. Osman ÜÇÜNCÜ

Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Asım KADIOĞLU

Trabzon 2000

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

ÖNSÖZ

Bu çalışmada, iki boyutlu eğik ve eğrisel yüzeyler üzerinden laminer akış alanları sayısal olarak incelenmiştir.

Çalışma konusunun seçilmesinde ve çalışmanın yürütülmesi sırasında yol gösterici ve özverili yardımlarını esirgemeyen danışman hocam sayın Doç. Dr. Ertan BAYDAR'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Trabzon, Ağustos 2000

Yücel ÖZMEN



İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ	II
İÇİNDEKİLER	III
ÖZET	IV
SUMMARY	V
ŞEKİLLER DİZİNİ	VI
SEMBOLLER DİZİNİ	VIII
1. GENEL BİLGİLER	1
1.1. Giriş	1
1.2. Literatür Araştırması	2
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR	4
2.1. Ağ Üretim Teknikleri	4
2.1.1. Kompleks Değişken Yöntemleri	5
2.1.2. Cebrik Yöntemler	6
2.1.3. Diferansiyel Denklem Yöntemi	8
2.2. Eğik ve Eğrisel Yüzeylelerden Akış	9
2.3. Hareket Denklemleri	11
2.4. Nümerik Yöntem	14
2.5. Metrik Türevlerin Değerlendirilmesi	21
2.6. Çözüm Algoritması	22
3. BULGULAR	24
3.1. Yayıcı Akışı	24
3.2. Eğik Basamak Akışı	32
3.3. Dairesel Yüzey Üzerinden Akış	41
3.4. Dairesel Dirsek İçinden Akış	46
4. İRDELEME	50
5. SONUÇLAR	52
6. KAYNAKLAR	53
7. ÖZGEÇMİŞ	55

ÖZET

Bir akışkan, hareketi sırasında büyük ölçüde katı yüzeylerle temas halindedir. Bu yüzeyler bir boru veya kanal gibi düz, bir yayıcı gibi eğik, ya da bir uçak kanadı veya dirsek gibi eğrisel geometride olabilirler. Yüzey eğriliği akış alanında büyük değişimler meydana getirmektedir. Bu değişimlerin incelenmesi uygulamada büyük bir önem taşımaktadır.

Bu çalışmada, fiziksel alandan hesap alanına koordinat transformasyonu gerçekleştirilerek, eğik ve eğrisel yüzeyler üzerinden laminar akış alanları sayısal olarak incelenmiştir. Sonlu farklar yöntemi kullanılarak hazırlanan bir bilgisayar programı ile değişik eğim açılarındaki yayıcı akışı, eğik basamak akışı, dairesel yüzey üzerinden akış ve dairesel dirsek içinden akış alanları iki boyutlu olarak değişik başlangıç ve sınır şartları için çözülmüştür. Bu çözümlerden hız alanları ve ters akış bölgelerinin uzunlukları hesaplanmıştır.

Anahtar Kelimeler : Laminar Akış, Sürekli Akış, Sonlu Farklar Yöntemi, Ters Akış Bölgesi, Eğrisel Koordinatlar, Koordinat Transformasyonu.

SUMMARY

The Numerical Investigation of Effects of Surface Curvature on Flow Field

During a fluid flow, the fluid usually contacts with the solid surfaces. These surfaces may be at different geometries; flat such as pipe or channel walls, inclined such as a diffuser wall, curved such as a bend or an airfoil. Surface curvature results in big changes in flow field. In practice, the investigation of these changes in flow field is very important.

In this study, laminar flow fields over inclined surfaces and curved surfaces have numerically been investigated performing coordinate transformation from physical domain to computational domain. Flow in diffusers with the different slope angles, inclined step flow, flow over circular surface and flow in circular bend have been solved for different initial and boundary conditions by using a computer code formed according to the finite difference method. From these solutions, the velocity fields and the reverse flow region lengths have been predicted.

Key Words : Laminar Flow, Steady Flow, Finite Difference Method, Reverse Flow Region, Curvilinear Coordinates, Coordinate Transformation.

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa No

Şekil 1.	Fiziksel alandan hesap alanına geçiş	5
Şekil 2.	Fiziksel alanda hesap ağı	6
Şekil 3.	(a) Düz akış geometrisi, (b) Eğik akış geometrisi	9
Şekil 4.	Sınır tabaka geometrisi	10
Şekil 5.	Kontrol hacmi tanımı	15
Şekil 6.	Skaler bir değişken için kontrol hacmi	15
Şekil 7.	Sonlu fark ağı gösterimi (a) Fiziksel alan, (b) Hesap alanı	16
Şekil 8.	Kaydırılmış ağı sistemi gösterimi	17
Şekil 9.	Fiziksel ve hesap alanındaki ağı düzeni	22
Şekil 10.	Yayıcı akışı geometrisi	24
Şekil 11.	Fiziksel alanda sonlu fark ağı düzeni	25
Şekil 12.	Hesap alanında ağı düzeni	25
Şekil 13a.	$\alpha = 7^\circ$ ve $Re = 100$ için sayısal hız profilleri	26
Şekil 13b.	$\alpha = 7^\circ$ ve $Re = 800$ için sayısal hız profilleri	27
Şekil 13c.	$\alpha = 7^\circ$ ve $Re = 1250$ için sayısal hız profilleri	27
Şekil 14a.	$\alpha = 20^\circ$ ve $Re = 50$ için sayısal hız profilleri	28
Şekil 14b.	$\alpha = 20^\circ$ ve $Re = 200$ için sayısal hız profilleri	28
Şekil 14c.	$\alpha = 20^\circ$ ve $Re = 500$ için sayısal hız profilleri	29
Şekil 15a.	$\alpha = 45^\circ$ ve $Re = 25$ için sayısal hız profilleri	30
Şekil 15b.	$\alpha = 45^\circ$ ve $Re = 100$ için sayısal hız profilleri	30
Şekil 15c.	$\alpha = 45^\circ$ ve $Re = 500$ için sayısal hız profilleri	31
Şekil 16.	Değişik eğim açıları (α) için ayrılma noktasının yayıcı girişine uzaklığının (L_A) Reynolds sayısı (Re) ile değişimi	32
Şekil 17.	Eğik basamak akışı geometrisi	32
Şekil 18.	Fiziksel alanda sonlu fark ağı düzeni	33
Şekil 19.	$\alpha = 7^\circ$ ve $Re = 500$ için sayısal hız profilleri	35
Şekil 20.	$\alpha = 21.5^\circ$ ve $Re = 500$ için sayısal hız profilleri	36
Şekil 21.	$\alpha = 29^\circ$ ve $Re = 500$ için sayısal hız profilleri	37
Şekil 22.	$\alpha = 45^\circ$ ve $Re = 500$ için sayısal hız profilleri	38

Şekil 23. Eğik basamak akışında değişik eğim açıları (α) için ters akış bölgesi uzunluklarının (L_T) Reynolds sayısı (Re) ile değişimi	39
Şekil 24. Eğik basamak akışında değişik eğim açıları (α) için ters akış bölgesi yüksekliklerinin (Y_T) Reynolds sayısı (Re) ile değişimi	40
Şekil 25. Hücre geometrileri	40
Şekil 26. Eğik basamak akışında eğrisel ve kartezyen koordinatlarda ters akış bölgesi uzunluklarının (L_T) Reynolds sayısı ile değişimleri	41
Şekil 27. Dairesel yüzey üzerinden akış geometrisi	42
Şekil 28. Fiziksel alandaki sonlu farka ağ düzeni	42
Şekil 29. $Re = 200$ için sayısal hız profilleri	44
Şekil 30. $Re = 500$ için sayısal hız profilleri	44
Şekil 31. $Re = 800$ için sayısal hız profilleri	45
Şekil 32. Dairesel yüzey üzerinden akışta ayrılma açısının (β) Reynolds sayısı (Re) ile değişimi	45
Şekil 33. Dairesel yüzey üzerinden akışta ayrılma noktasının eğrisel kısmın başlangıcına uzaklığının (L_A) Reynolds sayısı (Re) ile değişimi	46
Şekil 34. Dairesel dirsek geometrisi	47
Şekil 35. Fiziksel alandaki sonlu fark ağ düzeni	47
Şekil 36. Dairesel dirsek içinden akışta vektörel hız profilleri	48
Şekil 37. $\theta = 30^\circ$ için deneysel ve sayısal hız profilleri	49
Şekil 38. $\theta = 60^\circ$ için deneysel ve sayısal hız profilleri	49

SEMBOLLER DİZİNİ

C	Sonlu fark denklemindeki taşınım katsayısı
D	Sonlu fark denklemindeki yayınım katsayısı
E, F	Sonlu fark denkleminde hızın basınca oranı
G	Momentum denklemlerindeki çapraz türevli viskoz terimler
H	Giriş yüksekliği
J	Jacobian
L	Çözüm bölgesi uzunluğu
R	Fiziksel alanda momentum denklemlerindeki kaynak terimi
Re	Reynolds sayısı
S	Hesap alanında momentum denklemlerindeki kaynak terimi
U, V	Hesap alanındaki yatay ve düşey hız bileşenleri
a	Diskretizasyon denklemindeki katsayı
d	Dirsek çapı
m	Kütle
p	Basınç
q_1, q_2, q_3	Koordinat sistemleri arasındaki geometrik bağıntılar
u, v	Fiziksel alanda yatay ve düşey hız bileşenleri
x	Yatay uzunluk
y	Düşey uzunluk
α	Eğim açısı
β	Ayrılma açısı
θ	Dirsek açısı
μ	Dinamik viskozite
ν	Kinematik viskozite
ρ	Yoğunluk
Γ	Efektif difüzyon katsayısı
ϕ	Genel bağımlı değişken
ξ, η	Eğrisel koordinat eksenleri

Alt İndisler

P, E, W, S, N	Ağ düğüm noktaları
A	Ayrılma
T	Tutunma
e, w, n, s	Kontrol hacmi yüzeyleri
ξ, η	ξ, η 'ya göre kısmi türevler
o	Serbest

Üst İndisler

*	Tahmini değerler
'	Düzeltilmiş değerler
u, v	u, v momentum denklemleri için

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Bir akışkan, hareketi sırasında büyük ölçüde katı yüzeylerle temas halindedir. Bu yüzeyler, bir boru veya kanal gibi düz, bir yayıcı gibi eğik, ya da bir uçak kanadı veya dirsek gibi eğrisel geometride olabilirler. Yüzey eğriliği akış alanında büyük değişimler meydana getirmektedir. Yüzeyin eğikliği veya eğriliğine bağlı olarak, akış boyunca pozitif basınç gradyentinin meydana geldiği bölgelerde enerji kaybı nedeniyle akış yüzeyden ayrılmaktadır. Akış ayrılması sonucunda akış alanında ters akış bölgeleri oluşmaktadır. Bu tür yüzeyler üzerindeki akış alanlarının incelenmesi, çeşitli araç ve yapıların tasarımında dayanıklılık, estetik ve ekonomiklik açısından büyük önem taşımaktadır.

Bu tip problemlerin çözülmesine yönelik olarak, gerçek ortam ölçümleri, laboratuvarlarda modellemeler ve sayısal çalışmalar yapılmaktadır. Laboratuvar çalışmaları, deney düzenekleri ve ölçüm cihazlarının sağlanmasında ortaya çıkan güçlükler nedeniyle sınırlı bir şekilde yapılabilmektedir. Bu nedenle, sayısal çalışmalar bilgisayarların gelişmesi ve etkinliklerinin artması ile birlikte daha bir yaygınlık kazanmaktadır. Sayısal çalışmalarda, değişik modelleme ve yaklaşım yöntemleri kullanılarak, fiziksel olayla ilgili diferansiyel denklemler, cebrik denklemler haline getirilerek bilgisayarlar aracılığı ile çözülmektedir. Sayısal çözümle akış alanının bir çok noktasında fiziksel olayla ilgili parametrelerin değerleri bulunabilmektedir.

Akışkanlar mekaniği ile ilgili problemlerin sayısal çözümünde kullanılan sonlu farklar yönteminde hesap alanı dikdörtgen ağlardan oluşmaktadır. Kartezyen koordinat sisteminde fiziksel alanla hesap alanı belirli bir ölçekle dikgen ağlara bölünebilmektedir. Düz geometriler için sayısal çözümler, genellikle kartezyen koordinat sisteminde gerçekleştirilmektedir. Düzgün olmayan, eğrisel yüzeylere sahip geometriler için eğrisel bir koordinat sisteminin kullanılması daha uygun olmaktadır. Bu tür geometriler için kartezyen koordinatlardan (x,y) eğrisel koordinatlara (ξ,η) yapılan transformasyon sonucunda, hareket denklemleri içinde transformasyonla ilgili ilave terimler yer almaktadır. Sayısal çözüm yine dikgen ağlardan oluşan hesap alanında gerçekleştirilmektedir.

Bu çalışmada, fiziksel alandan hesaplama alanına koordinat transformasyonu gerçekleştirilerek, eğik ve eğrisel yüzeyler üzerinden laminer akış alanları sayısal olarak incelenmiştir. Sonlu farklar yöntemi kullanılarak değişik geometriler için hız alanları hesaplanmıştır. Değişik başlangıç ve sınır koşullarının ters akış bölgelerinin uzunlukları üzerindeki etkileri araştırılmıştır.

1.2. Literatür Araştırması

Koordinat transformasyonu, eğrisel yüzeyler üzerinden akış ve değişik geometriler etrafından akışla ilgili deneysel ve sayısal olmak üzere literatürde bir çok çalışma bulunmaktadır. Koordinat transformasyonu ve hesap ağı üretim teknikleri, akışkanlar mekaniği ile ilgili karmaşık ve değişik geometrideki problemlerin sayısal olarak çözülmesinde önemli ilerlemeler sağlamıştır. Bu konuyu ayrıntılı olarak ele alan ve temel bilgiler içeren çalışmalar yapılmıştır [1, 2, 3].

Amsden ve Hirt [4], sürekli akış alanı ile ilgili problemlerin sonlu fark çözümleri için iki boyutlu eğrisel ağların bilgisayar yardımı ile oluşturulmasında basit bir yaklaşım ortaya koyarak dikdörtgen bölgelerdeki üniform ağların daha kompleks konfigürasyonlara dönüştürülmesi için iteratif bir yöntem kullanmışlardır. Keyfi şekilli cisimler etrafındaki akış alanları için cisim sınırları ile uyumlu eğrisel bir koordinat sistemini nümerik olarak oluşturan bir yöntem Thompson ve diğ. [5] tarafından geliştirilmiştir. Bu yöntemde kısmi bir diferansiyel denklem sistemi, fiziksel sınırların şekli, fiziksel düzlemdeki eğrisel koordinat çizgileri arasındaki açıklıkla ilgili interpolasyona gerek duyulmadan sabit dikdörtgen bir hesap alanında çözülmektedir. Ortogonal olmayan ağ düzeninde kartezyen koordinatlardan genel eğrisel koordinatlara transformasyonla ilgili bazı çalışmalar Maliska ve Raithby [6], Smith ve diğ. [7] ve Liu ve diğ. [8] ortogonal ağ düzeninde transformasyonla ilgili bir kısım çalışma da Mobley ve Stewart [9], Hodge ve diğ. [10] tarafından gerçekleştirilmiştir.

Karki ve Patankar [11], kompleks geometrilerde sıkıştırılmaz viskoz akışkanlar için ortogonal olmayan bir koordinat sisteminde genel bir hesaplama yöntemi geliştirerek keyfi şekilli akış alanlarının çözümüne uygulamışlardır. Cisim geometrisine uyumlu ortogonal olmayan bir koordinat sistemi kullanılarak transformasyon sonucu oluşan çapraz türevli terimler için yeni bir yaklaşım geliştirilerek üç boyutlu kompleks geometrilerdeki akış alanları He ve Salcudean [12] tarafından çözülmüştür. Shyy ve Vu [13], eğrisel

koordinatdaki hız bileşenlerini kartezyen koordinattaki hız bileşenlerine uyarlayarak eğrisel kanallar içindeki akışı çözmüşlerdir ve nümerik bir algoritmanın hem diferansiyel formdaki fiziksel korunum kanununu hem de ayrık formdaki geometrik korunum kanununu sağlaması gerektiğini belirtmişlerdir. Chiu ve Wu [14], çok boyutlu nümerik çözümler için bir algoritma geliştirerek eğrisel yüzeyli silindir başlıklarının sınırları üzerindeki aksel simetrik, iki boyutlu, zaman bağımlı silindir içi akışı ortogonal olmayan eğrisel koordinatlarda cebrik yöntemle ağ üreterek hesaplamışlardır. Shyy ve diğ. [15], geometri uyumlu bir koordinat sistemi kullanarak, iki boyutlu sıkıştırılmaz ters akış bölgesel problemler için bir sonlu fark algoritması geliştirmişlerdir. Kartezyen koordinatlar için Patankar [16] tarafından geliştirilen SIMPLE çözüm algoritmasını eğrisel koordinatlar için uygulamışlardır. Momentum denklemlerinde konveksiyon terimlerine yaklaşım için, hibrid, ikinci derece upwind ve quick gibi üç farklı yöntem kullanmışlardır. Ağ dağılımının çözüm kararlılığı üzerinde etkili olduğunu ve ikinci derece upwind yönteminin diğerlerine göre daha üstün olduğunu belirtmişlerdir.

Eğrisel kanallarda laminar ve türbülanslı akışlar için bir kısım deneysel çalışma Taylor ve diğ. [17], Mori ve diğ. [18] ve Hille ve diğ. [19] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmalarda hız ölçümleri yapılarak ikincil akışların etkileri incelenmiştir. Cheng ve diğ. [20], eğrisel dikdörtgen kesitli kanallarda sürekli sıkıştırılmaz ve tam gelişmiş laminar akışı sayısal olarak incelemişler ve eğrilik oranının etkisini de dikkate alarak, Navier-Stokes denklemlerini nümerik bir yöntemle çözmüşlerdir. Eğrilik oranına bağlı olarak yüksek Reynolds sayılarında ikincil akışların yanısıra kanalın dış bölgesinde merkeze yakın ters dönüşlü ilave bir girdap çiftinin ortaya çıktığını bulmuşlardır.

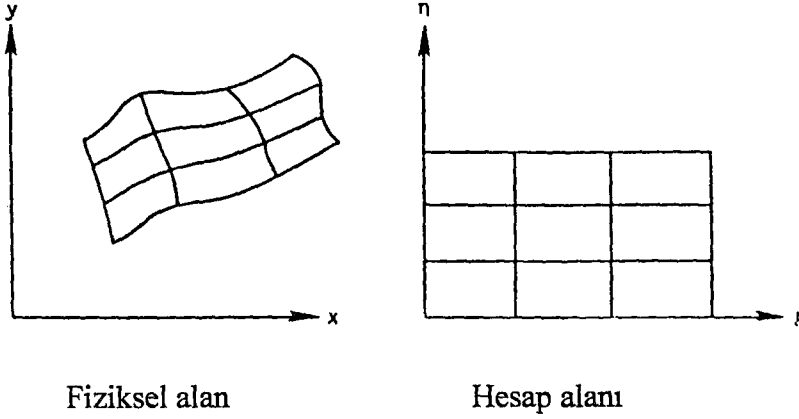
Humphrey ve diğ. [21], kare kesitli eğrisel bir kanaldaki laminar akışı deneysel olarak incelemişlerdir.

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

2.1. Ağ Üretim Teknikleri

Akışkanlar mekaniği ile ilgili kısmi diferansiyel denklemler sınırlı sayıda birkaç problemin dışında analitik olarak çözülememektedir. Bu denklemlerin bilgisayarlar aracılığı ile sayısal olarak çözülmesinde yaygın olarak kullanılan tekniklerden biri sonlu farklar yöntemidir. Bu yöntemde kısmi türevler sonlu fark ifadelerine dönüştürülmektedir. Söz konusu sonlu fark ifadeleri ile kısmi diferansiyel denklemler cebrik denklemlere dönüştürülmektedir. Bu cebrik denklemler ayrıklaştırılarak ağlara bölünmüş hesap alanı içerisinde her ağ noktasında çözülmektedir. Kısmi diferansiyel denklemlerin bilgisayardaki nümerik çözümlerinde ana problemlerden biri ağ oluşturmaktır. Bir kısmi diferansiyel denklem sisteminin sayısal olarak çözümü iyi oluşturulmuş bir ağ yapısı ile büyük oranda basitleştirilebilmektedir. Probleme uygun olmayan bir ağ yapısı ise, tatmin etmeyen bir sonuca sebep olmaktadır. Bazı uygulamalarda ağ noktası yerlerinin uygun seçilmemesi çözüm kararsızlığına veya yakınsama eksikliğine sebep olmaktadır. Sonlu fark yöntemleri önceleri uygun koordinat sistemi seçilerek çözülebilen problemlerle sınırlı iken, günümüzde, kompleks akış alanlarının sayısal çözümündeki ilerlemeler sayesinde, fiziksel alanın bir hesap alanına dönüşümünü sağlayan genel metotlar olarak kullanılmaya başlanmıştır. Bu dönüşüm işlemi büyük kolaylıklar sağlamaktadır. Örneğin, cisim yüzeyi yüzey sınır şartlarının kolay uygulanmasına olanak sağlayan hesap alanında bir sınır olarak seçilebilmektedir.

Akış alanının belirli bölgelerinde veya tamamında, ortogonal iki boyutlu ağların oluşturulması ile ilgili çeşitli teknikler geliştirilmektedir. Çok karmaşık sınır geometrileri hariç, keyfi şekilli bölgelerdeki ağlar bilgisayarlar tarafından kolay ve hızlı bir biçimde oluşturulabilmektedir [4]. Koordinat transformasyonları, genellikle Şekil 1'de görüldüğü gibi, fiziksel alanda eşit aralıklı olmayan noktalarla oluşturulmuş bir ağ sistemi yerine hesap alanında üniform bir biçimde oluşturulmuş ağ sistemini sağlamak için yapılmaktadır. Fiziksel alanın deformasyonu ile genellikle üniform ağlardan oluşan hesap alanı üretilmektedir. Ancak bu işlemin yapılması durumunda, diferansiyel denklemlerde ölçeklendirme ile ilgili metrik türevlerin bulunması gerekmektedir.



Şekil 1. Fiziksel alandan hesap alanına geçiş

Ağ üretme işlemi, ağ noktalarının fiziksel alandan hesap alanına ölçeklendirilmesini belirlemektir. Ağ üretme işleminde ölçeklendirmenin birebir yapılması, ağ çizgilerinin transformasyon türevlerini sürekli sağlayacak şekilde düzenlenmesi, fiziksel alanın büyük nümerik hataların meydana gelebileceği tahmin edilen bölgelerinde ağ noktalarının sıklaştırılması ve aşırı ağ eğriliğinin önlenmesi göz önünde bulundurulmalıdır.

Tek boyutlu uygun ağ oluşturma işlemi genelde basit olduğundan bu konu ile ilgili mevcut çalışmaların çoğu iki boyutlu ağ üretimi üzerine yoğunlaşmıştır. Üç boyutlu ağ üretimi çok karmaşık olup, olumlu sonuçlar sağlayan çok az metot mevcuttur. Nümerik ağ oluşturulmasında genellikle,

Kompleks değişken yöntemleri

Cebrik yöntemler

Diferansiyel denklem yöntemi

olmak üzere üç farklı yöntem kullanılmaktadır.

2.1.1. Kompleks Değişken Yöntemleri

Kompleks değişken yönteminde kullanılan transformasyon bağıntıları, tamamen nümerik olan diğer tekniklerin aksine, analitik veya kısmi analitik yapıdadır. Ancak kompleks değişken yöntemlerin iki boyutlu olması ve bu yöntemde kullanılan fonksiyonların belirlenmesinin bazen çok zor olması bu yöntemin uygulanabilirliğini sınırlamaktadır.

Cebrik ve diferansiyel denklem yöntemleri kompleks üç boyutlu problemler üzerinde kullanılabilir. Hesaplama ağlarını oluşturmak için mevcut metotları gösteren bu iki yöntem, sonlu fark yöntemleri ile kullanılan ve sürekli gelişim içeren yöntemlerdir.

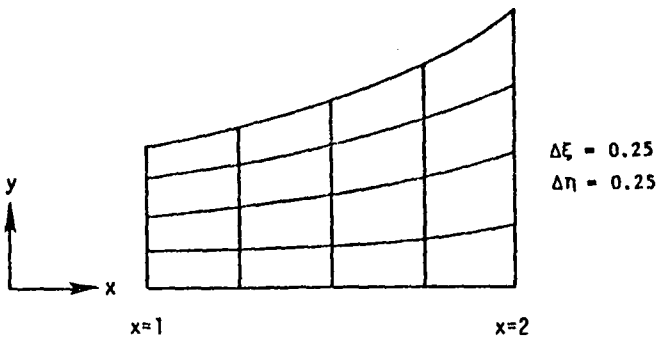
2.1.2. Cebrik Yöntemler

Cebrik ağ üretim yöntemi, ağ oluşturmanın hızlı bir şekilde yapılabilirdiği en basit ağ üretim yöntemidir. Viskoz sınır tabakanın uygun bir şekilde çözümünü sağlamak için katı sınırlara yakın ağ noktalarını daraltmada cebrik ifadeler kullanılmaktadır. Ağ çizgilerini, fiziksel alandaki cisim ve şok dalgaları ile uyumlamak için transformasyonu normalize eden bir alan kullanılmaktadır. Bu yöntem kullanılarak hesap alanındaki ağların oluşturulmasında, keyfi şekilli fiziksel bölgeleri dikdörtgensel bir hesap alanına dönüştürmek için bir, iki ve üç boyutlu olarak bilinen fonksiyonlar kullanılmaktadırlar. Hesap alanı dikdörtgensel olmayı gerektirmemesine rağmen, basitlik için dikdörtgensel bir bölge kullanılmaktadır.

Fiziksel sınırlara uyumlu bir hesap ağı üretmek için kullanılabilen en basit yöntem normalizasyon transformasyonudur. Bu yöntemin uygulanmasına, Şekil 2'de görülen genişleyen bir lüenin hesap alanının oluşturulması örnek olarak verilebilir. Lüenin cidarı

$$y = x^2, \quad 1.0 \leq x \leq 2.0 \quad (1)$$

fonksiyonu ile verilmektedir.



Şekil 2. Fiziksel alanda hesap ağı

Hesap ağı kolayca x yönünde eşit aralıklı artımlar seçilerek ve y yönünde üniform bir oran kullanılarak oluşturulmaktadır. Aşağıdaki cebrik bağıntılarla bu dikdörtgensel olmayan fiziksel alan, bir dikdörtgensel alana dönüştürülmektedir.

$$\xi = x \quad (2)$$

$$\eta = \frac{y}{y_{\max}} \quad (3)$$

Burada y_{\max} , lülenin sınır denklemini göstermektedir. η_x ve η_y türevleri aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$\eta_x = -\frac{y}{y_{\max}^2} \frac{dy_{\max}}{dx} = -\frac{2\eta}{\xi} \quad (4)$$

$$\eta_y = \frac{1}{y_{\max}} = \frac{1}{\xi^2} \quad (5)$$

Bu örnekteki transformasyon analitik olup, ağ noktası dağılımı verilen ölçekle elde edilmiştir. Aynı normalizasyon transformasyonu, fiziksel alandaki noktaları sabit ξ, η çizgileri boyunca atayarak ve metrik türevleri ikinci dereceden merkezi fark kullanarak hesaplamakla da oluşturulabilmektedir. Bu işlem fiziksel alandaki ağ noktalarının atanmasına imkan sağlamasının yanısıra, metrik türevlerin belirlenmesinde nümerik tekniklerin kullanılması zorunluluğunu getirmektedir. Bu durumda transformasyon cebrik yerine nümerik olmaktadır. Eğer istenilen transformasyonu oluşturmak için nümerik metotlar gerekli ise $x_\xi, x_\eta, y_\xi, y_\eta$ terimleri sonlu farklar kullanılarak elde edilir. $\xi_x, \xi_y, \eta_x, \eta_y$ terimleri çözülmesi gereken diferansiyel eşitlikler içerisinde bulunurlar. Bu terimler aşağıdaki ifadelerden elde edilmektedir [1].

$$\xi_x = \frac{y_\eta}{J} \quad (6)$$

$$\xi_y = \frac{x_\eta}{J} \quad (7)$$

$$\eta_x = -\frac{y_\xi}{J} \quad (8)$$

$$\eta_y = \frac{x_\xi}{J} \quad (9)$$

$$J = x_\xi y_\eta - y_\xi x_\eta \quad (10)$$

Burada x_ξ , x_η , y_ξ , y_η transformasyon sonucu oluşan metrik türevlerdir. J ise transformasyonun Jacobian'ı olarak adlandırılmakta ve fiziksel düzlemdeki alanların hesap düzlemindeki alanlara oranı olarak yorumlanmaktadır. Cebrik yöntem hesaplama açısından çok hızlı olup, metrik türevlerin analitik olarak da belirlenmesi nedeniyle nümerik hatalar en aza indirilebilmekte ve bunun yanı sıra akış alanının farklı bölgelerindeki ağ noktalarının sıkıştırılabilmesine olanak sağlamaktadır. Sınırdaki süreksizliklerin iç bölgelere yayılmasından dolayı metrik türevlerde meydana gelecek ani değişimler nedeniyle hataların oluşması ve akış eğriliğinin kontrol edilememesi bu yöntemin sakıncaları arasında yer almaktadır. Cebrik ağ üretme yöntemlerinin bazı dezavantajları, diferansiyel denklem yönteminin kullanımı ile ortadan kaldırılabilir. Doğal olarak bu işlem hesaplama zamanındaki artışı beraberinde getirmektedir.

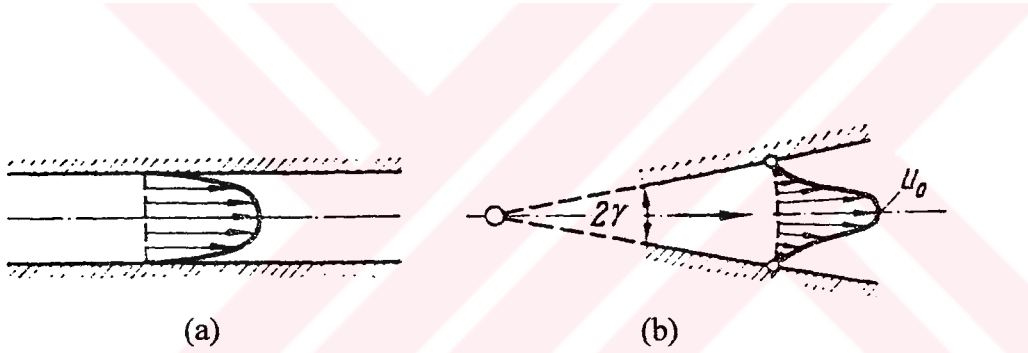
2.1.3. Diferansiyel Denklem Yöntemi

Son zamanlarda hesap ağı oluşturmada kısmi diferansiyel denklem yöntemi kullanılmaya başlanmıştır. Hesap alanı üniform ağ açıklıklı dikdörtgen şekilli olmasına karşın, bu yöntemde fiziksel alandaki ağ noktalarının konumunun belirlenmesi için bir kısmi diferansiyel denklem sistemi çözülmektedir. Bu yöntemler eliptik, parabolik veya hiperbolik kısmi diferansiyel denklem sistemleri olarak sınıflanmaktadır. Eliptik ağ üretici tipte olan en gelişmiş olup, daha çok iki boyutlu problemlere uygulanmaktadır. Bu yöntem, bütün fiziksel sınırların özelleştirildiği alanlar için çok iyi sonuçlar vermektedir. Düzgün ağ noktası dağılımını sağlaması, sınırdaki süreksizlik noktalarını düzeltmesi, ağ sıkıştırmasına olanak sağlaması eliptik ağ üretme yönteminin üstünlüklerini oluşturmaktadır. Parabolik ve hiperbolik tipte ağ üreticiler pek fazla gelişmemiştir. Fakat

bazı çok ilginç özelliklere sahiptirler. Hiperbolik yöntemler, dış sınırın tanımlanmadığı açık alanlarda gerekli ağ sistemini oluşturmak için geliştirilebilirler. Hiperbolik ağ üreticilerinin avantajları arasında iki boyutlu durumda ağ sisteminin ortogonalliğinin sağlanması, hesaplamaların eliptik sisteme göre daha hızlı olması ve ağ çizgi aralığının hücre alanı ile kontrol edilebilir olması sayılabilmektedir. Parabolik ağ üreticiler ise eliptik ve hiperbolik sistemlerin üstünlüklerini bir arada bulundurmaktadır. Parabolik sistem, doğal difüzyonu tanıtan ikinci derece türevleri içermekte ve sınır süreksizliğinin yayılması önlemektedir.

2.2. Eğik ve Eğrisel Yüzeylerden Akış

Paralel iki düzlem levha arasındaki akış alanı ile bir eğik yüzey örneği olan iraksak kanal geometrisi Şekil 3'de verilmiştir.



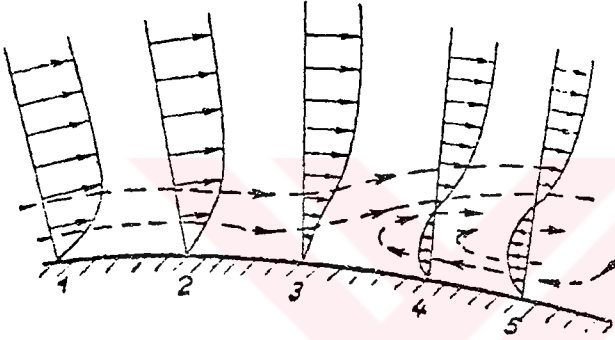
Şekil 3. a) Düz akış geometrisi

b) Eğik akış geometrisi

Düz yüzeyli levhalar üzerinden ve düz yüzeyli sabit kesitli kanallar içinden akışta ayrılma meydana gelmemektedir. Yukarıdaki akış alanlarında verilen hız profillerinin birbirinden farklı olduğu görülmektedir. Eğik ve eğrisel yüzeyli geometrilerde, kesit genişlemesi nedeniyle akışkan parçacıklarının hızlarının azalması ve akış boyunca oluşan pozitif basınç gradyenti nedeniyle akış yüzeyden ayrılmaktadır. Akış ayrılması sonucu ana akış yönüne ters yönde hareket eden bölgeler oluşmaktadır. Akış ayrılmasının başlangıcı ve ters akışların etkili olduğu bölgenin genişliği akışın Reynolds sayısına, eğik yüzeyin eğim açısına veya eğrisel yüzeyin eğrilik yarıçapına göre değişmektedir.

Eğrisel bir yüzey üzerindeki akış düz bir yüzey üzerindeki akıştan oldukça farklı davranışlar göstermektedir. Bu davranışlar yüzeyin iç bükey veya dış bükey olmasına göre de değişmektedir. İç bükey bir duvar üzerindeki akışta daha hızlı olan akışkan parçacıkları

merkezkaç kuvvetler vasıtasıyla duvara doğru yönlendirken, daha yavaş olan akışkan parçacıkları ise duvardan uzağa yönlendirilmektedir. Böylece hızlı ve yavaş akışkan parçacıkları arasında meydana gelen karışım süreci belirginleşmektedir. Dış bükey bir yüzeyde ise daha hızlı akışkan parçacıkları duvardan dışarı doğru itilirken, daha yavaş akışkan parçacıkları duvara doğru yönlendirilmektedir. Bu durum ise karışım sürecini engelleyici etki göstermektedir. Aynı basınç gradyentine sahip bir iç bükey yüzey üzerindeki sınır tabaka kalınlığı düz bir yüzey üzerindeki sınır tabaka kalınlığından daha büyüktür. Dış bükey bir yüzey üzerinde oluşan sınır tabaka kalınlığı ise düz yüzey üzerindeki sınır tabaka kalınlığından daha küçüktür [22].



Şekil 4. Sınır tabaka geometrisi

Şekil 4'de akış yönünde dış bükey bir cidar üzerindeki sınır tabaka gelişimi görülmektedir. Sınır tabaka dışında akışkanın hızının akış yönünde azaldığı kabul edilmektedir. Bu hız azalması sınır tabakaya etki etmektedir. Eğer bu hız azalması yeterince yavaş ise akışkan ipçikleri sürtünme etkisi ile birbirini frenleyecek ve profil şeklinde görüldüğü gibi basıklaşacaktır. Fakat bu hız azalması veya başka bir deyişle hız enerjisinin basınç enerjisine dönüşümü çabuk olursa, akış yönünde basınç artması, sınır tabakanın cidara çok yakın noktalarında zaten sıfıra yakın olan hızları ters yöne çevirebilmektedir. Hızın negatif değere düşmesi ise profilin Şekilde 4 kesitindeki durumu almasına sebep olmaktadır. Bu kesitte cidara yakın bazı noktalar kinetik enerjilerinin hepsini kaybettikleri için geri doğru hız kazanmışlardır. Böylece akış ile cidar arasında girdaplar ve çalkantılar ile dolu bir bölge oluşmaktadır. Sınır tabaka ayrılması denen bu olaya yayıcılarda rastlandığı gibi serbest bir akış içine konmuş profilli cisimlerde de rastlanmaktadır.

Bir yayıcıda 2γ koniklik açısının küçük değerlerinde meydana gelen ayrılma sınır tabaka ayrılmasıdır. Koniklik sabit kaldığı halde ayrılma noktasının başlangıca uzaklığı sınır tabaka gelişimine bağlı olarak değişmektedir. Yani bu olay ancak belli bir mesafeden sonra meydana gelmektedir. Ayrıca yayıcı girişinde sınır tabaka çok ince ise, ayrılma noktası daha ileriye kaymaktadır. Akış yönündeki cidarın dışa doğru çabuk kıvrılması (*kuvvetli dış bükeylik*) daima cidardan ayrılmalara sebep olmaktadır. Bu ayrılmalar ise akışı bozmakta, ilave kayıplar doğurmakta ve genelde istenilen enerji transformasyonunu önlemektedir. Buna karşı ilk akla gelen önlem cidarlarda mümkün mertebe kuvvetli dış bükeyliklerden kaçınmaktır. Fakat çoğu zaman bu mümkün olmamakta veya istenilen akış şartlarına aykırı olmaktadır. Bu tür yüzeylerde akış ayrılmasını önlemeye yönelik olarak cidarların hareket ettirilmesi, sınır tabakanın emilmesi ve sınır tabaka püskürtmesi gibi işlemler yapılmaktadır.

Sınır tabaka etkisinin diğer bir sonucu da ikincil akışlardır. Ana akışın meydana getirdiği basınç alanı bir çok durumda sınır tabaka içinde dengelenememekte ve bu dengenin gerçekleşmesi için ilave akışlar doğmaktadır. Bu olaya örnek olarak dirsekler gösterilebilir. Dirseklerde akış ipçiklerinin eğriliğinden dolayı dışa doğru artan basınç, cidarlara yakın noktalarda dengelenmediği için ikincil akışlar doğurmaktadır [23].

Bu şekilde düz yüzeylerden farklılıkları belirtilen eğik ve eğrisel yüzeylerin incelenmesi çeşitli araç ve yapıların tasarımında dayanıklılık, estetik ve ekonomiklik açısından büyük önem taşımaktadır.

2.3. Hareket Denklemleri

Viskoz akış problemlerinin çözümünde kullanılan Navier-Stokes denklemleri, ikinci dereceden kısmi diferansiyel denklemlerdir. Çok sınırlı uygulamalar dışında, bu denklemlerin tam çözümleri elde edilememektedir. Bu nedenle, çeşitli akış problemleri için sayısal yöntemler ile yaklaşık çözümler bulunabilmektedir.

Sıkıştırılmayan bir akışkanın iki boyutlu, laminar, sürekli hareketi,

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (11)$$

$$\rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (12)$$

şeklindeki Navier-Stokes denklemleri ile ifade edilmektedir. Süreklilik denklemi ise;

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (13)$$

şeklinde dir. Momentum denklemleri (11, 12) daha genel bir formda

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + R(x, y) \quad (14)$$

olarak yazılabilir. Denklemin sol tarafı konvektif akıyı, sağ tarafı difüzyon akıyı göstermektedir. Denklemden, ϕ bağımlı değişken (u veya v), Γ efektif difüzyon katsayısı, R kaynak terimidir.

İki boyutlu akış problemleri için kısmi diferansiyel denklemlerin transformasyonu zincir kuralına göre yapılmaktadır. Fiziksel ve hesaplama alanları arasındaki ilişki

$$\xi = \xi(x, y) \quad (15)$$

$$\eta = \eta(x, y) \quad (16)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Kısmi diferansiyeller için zincir kuralı

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (17)$$

şeklinde dir. Alt indis notasyonunun kullanımı ile kısmi türevler

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \xi_x \quad (18)$$

olarak gösterildiğinde,

$$\frac{\partial}{\partial x} = \xi_x \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (19)$$

ve benzer şekilde

$$\frac{\partial}{\partial y} = \xi_y \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (20)$$

yazılabilir.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + a \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (21)$$

şeklindeki bir model kısmi diferansiyel denklem (19) ve (20) denklemleri ile

$$\xi_x \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial u}{\partial \eta} + a \left(\xi_y \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) = 0 \quad (22)$$

$$\left(\xi_x + a \xi_y \right) \frac{\partial u}{\partial \xi} + \left(\eta_x + a \eta_y \right) \frac{\partial u}{\partial \eta} = 0 \quad (23)$$

olarak fiziksel alandan hesap alanına dönüştürülür. Transformasyon türevleri (*metrik türevler*) $\xi_x, \xi_y, \eta_x, \eta_y$ (15) ve (16) denklemlerinin fonksiyonel ilişkilerinden belirlenmektedir.

Orijinal kısmi diferansiyel denklem ile (23) 'de verilen transformasyon denklemi kıyaslandığında, transformasyon denklemi daha karmaşıktır. Ancak transformasyon denkleminin tipi ve formu orijinal kısmi diferansiyel denklem ile aynı olmaktadır. Kartezyen koordinatlardan (x, y) eğrisel koordinatlara (ξ, η) transformasyon yapıldığında (15) ve (16) 'daki transformasyon bağıntıları ile (14) denklemini

$$\begin{aligned} \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho U \phi) + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} (\rho V \phi) &= \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\Gamma}{J} (q_1 \phi_\xi - q_2 \phi_\eta) \right] + \\ \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{\Gamma}{J} (-q_2 \phi_\xi + q_3 \phi_\eta) \right] &+ S(\xi, \eta) * J \end{aligned} \quad (24)$$

şeklini almaktadır. Burada

$$U = uy_\eta - vx_\eta \quad (25)$$

$$V = vx_\xi - uy_\xi \quad (26)$$

$$q_1 = x_\eta^2 + y_\eta^2 \quad (27)$$

$$q_2 = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta \quad (28)$$

$$q_3 = x_\xi^2 + y_\xi^2 \quad (29)$$

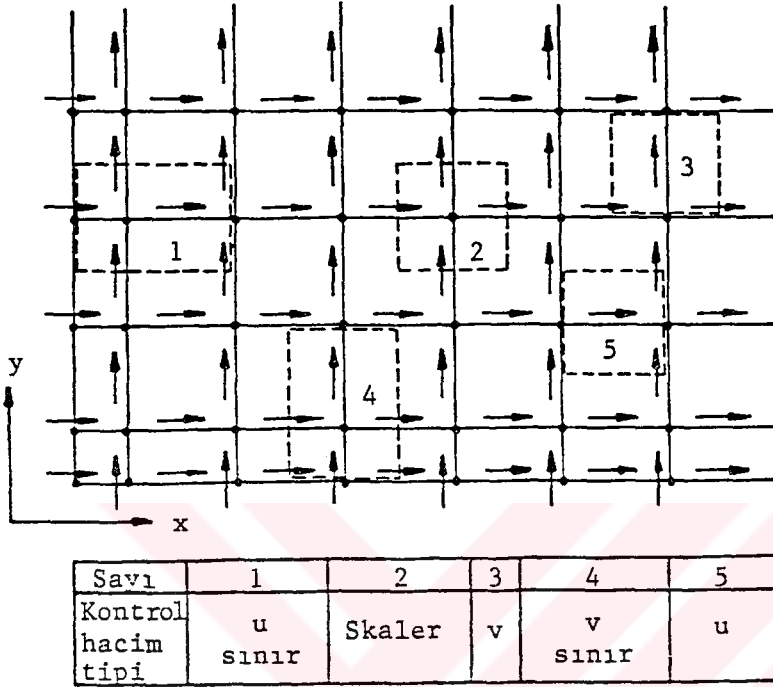
$$J = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \quad (30)$$

olarak tanımlanmakta olup, U, V ve S sırasıyla (ξ, η) koordinatlarındaki hız bileşenlerini ve kaynak terimini göstermektedir. q_1, q_2, q_3 ifadeleri, koordinat sistemleri arasındaki transformasyon bağıntıları, J , Jacobian'dır.

2.4. Nümerik Yöntem

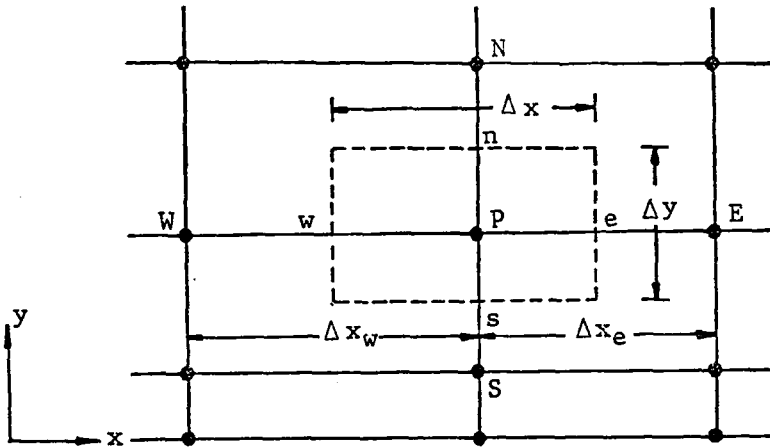
Hareket denklemlerinin çözümünde sonlu farklar yöntemi ve kontrol hacmi yaklaşımı kullanılmıştır. Sonlu farklar yönteminde diferansiyel denklemin çözüm bölgesi, ağ adı verilen çizgilerle dikdörtgen bölgeciklere ayrılmaktadır. Her ağ noktasında kısmi türevli diferansiyel denklemin her bir türevinin sonlu farklar yaklaşımı, etrafındaki diğer komşu noktalardan yararlanılarak elde edilir. Sonlu farklar yöntemi ile çözümde, ağ noktası sayısı kadar cebrik denklemler elde edilir. Bu denklem sistemi çözülerek, her bir ağ noktasındaki fonksiyon değeri bulunmaktadır. Sonlu farklar yönteminde temel işlem, diferansiyel denklemdeki her bir türeve, çözüm bölgesindeki her bir ağ noktasında cebirsel bir yaklaşım yapmaktır. Bu yaklaşımlar değişik doğrultularda olabilir ve değişik yöntemlerle elde edilebilirler.

Momentum denklemleri, göz önüne alınan fiziksel integrasyon alanını oluşturan ve Şekil 5'de görülen sonlu fark kontrol hacimleri boyunca integral alınmak suretiyle, fark denklemi olarak ifade edilmektedir.



Şekil 5. Kontrol hacmi tanımı

Çözüm alanı kaydırılmış ağız sisteminden oluşmaktadır. Yani, hız bileşenleri ağız noktaları arasında, basınç, viskozite, yoğunluk gibi skaler değişkenler ise ağız düğüm noktasına yerleştirilmiştir.

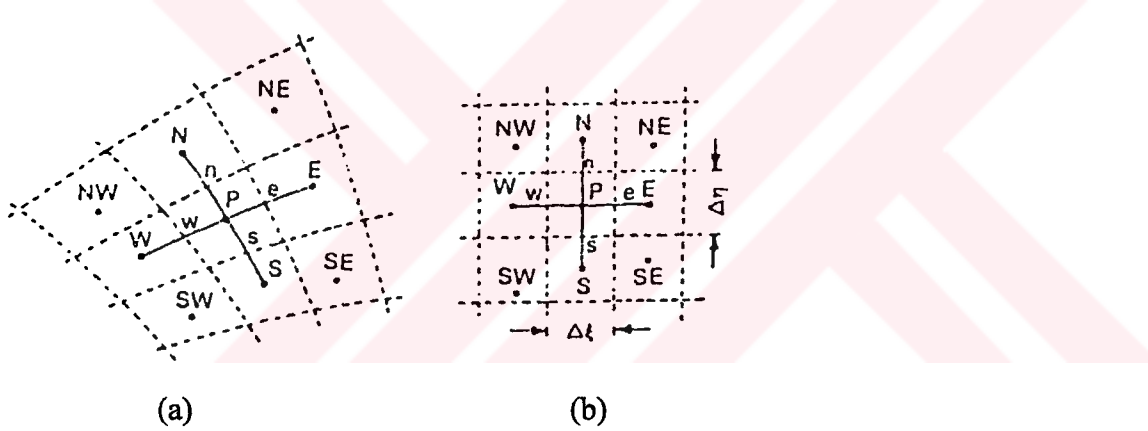


Şekil 6. Skaler bir değişken için kontrol hacmi

İlgili akış alanını oluşturan ağ içinde, Şekil 6'da görülen tipik bir kontrol hacmi üzerinden momentum denklemi integre edilmektedir. Bu işlem yapılırken her bir terime ağ noktalarında (P, E, W, N, S) , ϕ 'nin ayrık değerleri ile yaklaşılmaktadır.

Şekil 7a'da görülen eğrisel ağlara bölünmüş fiziksel alan, genel eğrisel koordinatlara transformasyon sonucu Şekil 7b'de görülen dikgen ağlardan oluşan hesap alanına dönüştürülmektedir. u ve v fiziksel alandaki, U ve V hesap alanındaki hız bileşenleridir. Hesap alanına ait U ve V hız bileşenleri de fiziksel alanda olduğu gibi skaler bir kontrol hacminin yüzeylerinin ortasında yer almaktadır.

Şekil 7'de gösterilen notasyona göre N, S, E, W komşuları ile çevrili kapalı tipik bir P ağ noktası için, korunum kanunlarına sonlu fark yaklaşımı, kontrol hacmi üzerinden momentum denkleminin integralinin alınması ile ve kartezyen koordinatlardaki gibi diskretizasyonla oluşturulmaktadır.



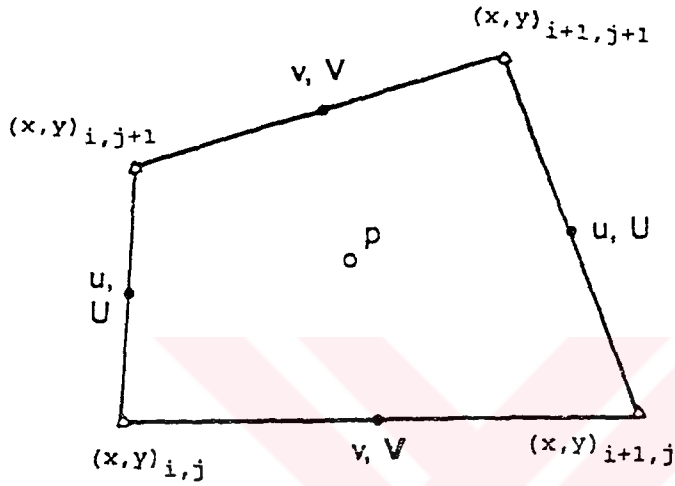
Şekil 7. Sonlu fark ağ gösterimi (a) Fiziksel alan , (b) Hesap alanı

Genel eğrisel koordinatlara dönüştürülmüş durumdaki (24) denklemi Şekil 7b'de görülen kontrol hacmi üzerinden integre edildiğinde,

$$\begin{aligned}
 & (\rho U \phi)_e - (\rho U \phi)_w + (\rho V \phi)_n - (\rho V \phi)_s = \\
 & \left[\frac{\Gamma}{J} (q_1 \phi_\xi - q_2 \phi_\eta) \right]_e - \left[\frac{\Gamma}{J} (q_1 \phi_\xi - q_2 \phi_\eta) \right]_w + \\
 & \left[\frac{\Gamma}{J} (-q_2 \phi_\xi + q_3 \phi_\eta) \right]_n - \left[\frac{\Gamma}{J} (-q_2 \phi_\xi + q_3 \phi_\eta) \right]_s + S \cdot J
 \end{aligned} \tag{31}$$

şeklini almaktadır. Burada ϕ ler fiziksel alandaki hız bileşenlerini (u veya v), q_1 ve q_3 'lü ifadeler difüzyon terimlerini ve q_2 'li ifadeler de transformasyon sonucu oluşan çapraz türevli terimleri göstermektedir. Ortogonal (*dikgen*) koordinat sisteminde $q_2 = 0$ olmaktadır.

Çözüm alanı için Şekil 8'de gösterilen kaydırılmış bir ağ sistemi benimsenmiştir.



Şekil 8. Kaydırılmış ağ sistemi gösterimi

U ve V noktaları sırasıyla doğu-batı ve kuzey-güney yüzeyleri üzerinde yer aldığı için yukarıdaki denklem, kartezyen koordinatlarda türetilen sonlu fark denklemi ile aynı formda olmaktadır. Bundan dolayı, kartezyen koordinatlardaki akış alanlarının hesabı için etkin bir şekilde kullanılmakta olan SIMPLE çözüm yöntemi bazı düzenlemelerle eğrisel koordinat sistemi içinde kullanılabilir.

Konveksiyon, difüzyon ve çapraz türevli terimlerin yeniden düzenlenmesi ile

$$C_W \phi_w - C_E \phi_e + C_S \phi_s - C_N \phi_n + D_W (\phi_w - \phi_P) + D_E (\phi_E - \phi_P) + D_S (\phi_S - \phi_P) + D_N (\phi_N - \phi_P) = S * J \quad (32)$$

elde edilir. Bu denklemlerde $\phi_e, \phi_w, \phi_n, \phi_s$ değerleri kontrol hacminin sınırlarında, $\phi_E, \phi_W, \phi_N, \phi_S$ değerleri ve bütün katsayılar ağ noktalarında tanımlanmışlardır. Kontrol hacmine giren akış pozitif işaretli, çıkan akış negatif işaretli olarak göz önüne alınmıştır.

Yukarıdaki denklemde C 'ler taşınım, D 'ler yayınım katsayısı olarak adlandırılmış ve aşağıdaki gibi tanımlanmışlardır.

$$C_W = (\rho U)_w^{n-s} * A_w \quad (33)$$

$$C_E = (\rho U)_e^{n-s} * A_e \quad (34)$$

$$C_N = (\rho V)_n^{e-w} * A_n \quad (35)$$

$$C_S = (\rho V)_s^{e-w} * A_s \quad (36)$$

$$D_W = \frac{\Gamma_w^{n-s}}{\Delta \xi_w * J} * A_w \quad (37)$$

$$D_E = \frac{\Gamma_e^{n-s}}{\Delta \xi_e * J} * A_e \quad (38)$$

$$D_N = \frac{\Gamma_n^{e-w}}{\Delta \eta_n * J} * A_n \quad (39)$$

$$D_S = \frac{\Gamma_s^{e-w}}{\Delta \eta_s * J} * A_s \quad (40)$$

Yukarıdaki ifadelerde A 'lar, ağ noktaları arasında ortada dört noktaya (e, w, n, s) yerleştirilen hücre yüzey alanlarını göstermektedir. Kontrol hacmi üzerinden kaynak teriminin ortalama değeri,

$$\int_V S_\phi dV = S_P \phi_P + S_C \quad (41)$$

şeklinde lineer bir bağıntı ile ifade edilmektedir. Süreklilik hatası

$$m_{net} = |C_W - C_E + C_S - C_N| \quad (42)$$

şeklinde tanımlanmakta ve kaynak terimlerinden

$$S_P = -m_{net} \quad (43)$$

olarak ifade edilmekte ve S_C kısmı çapraz türevli terimleri ve basınç gradyent terimlerini içermektedir. Kontrol hacmi için diskretizasyon denklemi,

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E + a_S \phi_S + a_N \phi_N + S_C \quad (44)$$

veya

$$a_P \phi_P = \sum a_{nb} \phi_{nb} + S_C \quad (45)$$

şeklinde tanımlanmakta olup, a_P katsayısı,

$$a_P = a_W + a_E + a_S + a_N - S_P \Delta V \quad (46)$$

eşitliği ile verilmektedir.

Yukarıdaki ifadelerde a' lar taşınım ve yayınımla ilgili ana katsayıları göstermektedir. Sonlu fark ağ alanındaki her bir kontrol hacmi için benzer denklemler kullanılmaktadır. Yukarıdaki (45) nolu denklem, u ve v momentumu için yazıldığında

$$a_P u_P = \sum_{i=E,W,N,S} A_i^u u_i + G^u + (E^u p_\xi + F^u p_\eta) \quad (47)$$

$$a_P v_P = \sum_{i=E,W,N,S} A_i^v v_i + G^v + (E^v p_\xi + F^v p_\eta) \quad (48)$$

elde edilir. Denklemlerde G^u ve G^v , u ve v momentum denklemlerindeki çapraz-türevli viskoz terimlerdir ve

$$E^u = -y_\eta \Delta V^u \quad (49)$$

$$E^v = x_\eta \Delta V^v \quad (50)$$

$$F^u = y_\xi \Delta V^u \quad (51)$$

$$F^v = -x_\xi \Delta V^v \quad (52)$$

dir. p_ξ ve p_η , ξ ve η doğrultularındaki basınç gradyentini göstermektedir.

Başlangıçta tahmini bir basınç alanı p^* ile (47) ve (48) momentum denklemleri çözülerek u^* ve v^* hızları elde edilmektedir. Bu hızlar genelde süreklilik denklemini sağlamadığından,

$$u = u^* + \left(\frac{E^u}{a_p^u} p'_\xi + \frac{F^u}{a_p^u} p'_\eta \right) \quad (53)$$

$$v = v^* + \left(\frac{E^v}{a_p^v} p'_\xi + \frac{F^v}{a_p^v} p'_\eta \right) \quad (54)$$

şeklindeki bağıntılarla düzeltilmektedir. Hesap alanındaki U ve V hız bileşenleri de

$$U = U^* + \left(\frac{E^u}{a_p^u} y_\eta - \frac{E^v}{a_p^v} x_\eta \right) p'_\xi + \left(\frac{F^u}{a_p^u} y_\eta - \frac{F^v}{a_p^v} x_\eta \right) p'_\eta \quad (55)$$

$$V = V^* + \left(\frac{E^v}{a_p^v} x_\xi - \frac{E^u}{a_p^u} y_\xi \right) p'_\xi + \left(\frac{F^v}{a_p^v} x_\xi - \frac{F^u}{a_p^u} y_\xi \right) p'_\eta \quad (56)$$

olarak düzeltilmektedir. Burada U^* ve V^* , u^* ve v^* terimlerine dayalı olarak hesaplanmaktadır. Süreklilik denklemi ise;

$$\begin{aligned} & (y_\eta \rho u - x_\eta \rho v)_e - (y_\eta \rho u - x_\eta \rho v)_w + \\ & (-y_\xi \rho u + x_\xi \rho v)_n - (-y_\xi \rho u + x_\xi \rho v)_s = 0 \end{aligned} \quad (57)$$

şeklindedir. u^* ve v^* 'ın verilen bir p^* basınç dağılımı ile momentum denklemlerini sağlayan hız bileşenleri olduğu kabul edilir. u^* ve v^* genelde süreklilik denklemini sağlamayacağı için p^* basıncı düzeltilmelidir. SIMPLE yönteminde basınç p ,

$$p = p^* + p' \quad (58)$$

hızlar,

$$u = u^* + u' \quad (59)$$

$$v = v^* + v' \quad (60)$$

şeklinde düzeltilmektedir. Süreklilik denklemi genel eğrisel koordinatlarda

$$(\rho U)_e - (\rho U)_w + (\rho V)_n - (\rho V)_s = 0 \quad (61)$$

olarak yazılabilir. Bu denklem kartezyen koordinatlardaki ile aynı yapıdadır. (55) ve (56) denklemleri (61) denkleme konulurken, denklem çözücünün tridiagonal matris olmasından dolayı (55) ifadesindeki p'_η lü terim ile (56) ifadesindeki p'_ξ lü terim çıkarılmaktadır.

2.5. Metrik Türevlerin Değerlendirilmesi

Koordinat transformasyonu sonucu oluşan metrik türevler ve Jacobian,

$$q_1 = x_\eta^2 + y_\eta^2$$

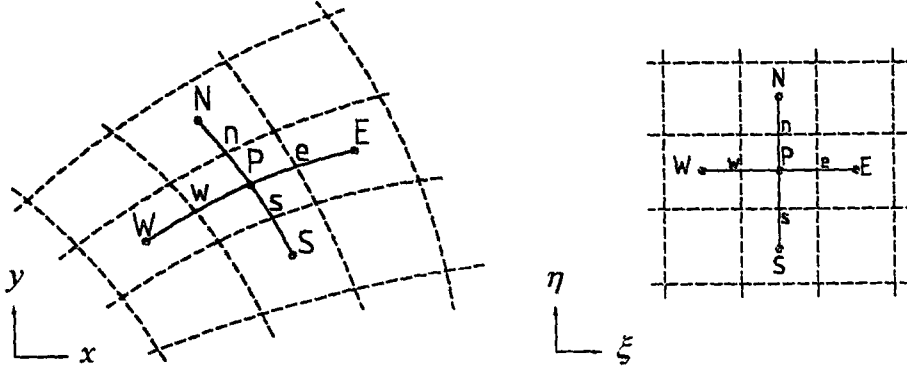
$$q_2 = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta$$

$$q_3 = x_\xi^2 + y_\xi^2$$

$$J = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi$$

koordinatlar arasındaki ilişkiyi sağlamaktadır. Metrik türevler iki farklı yöntemle belirlenmektedir. Birinci yöntemde, metrik türevler fiziksel düzlemdeki hücre yüzeyinin izdüşüm uzunlukları olarak alınmaktadır. İkinci yöntemde ise, metrik türevler ikinci mertebe merkezi fark yaklaşımı ile skaler noktalardaki değerlerinden nümerik olarak hesaplanmaktadır. Örneğin Şekil 9'da y_η değerlendirilirken, birinci yöntemde bu işlem fiziksel alanda y yönündeki yüzeyin iki uç noktası arasındaki mesafenin hesap alanında η yönünde bu iki nokta arasındaki mesafeye bölünmesiyle analitik olarak gerçekleştirilmektedir. İkinci yöntemde ise bu işlem P ve E noktalarında önceden hesaplanmış değerlerin lineer interpolasyonu ile nümerik olarak gerçekleştirilmektedir.

P noktasındaki metrik türevler kontrol hacmini tanımlayan dört uç noktanın geometrik ilişkisini esas alan merkezi fark ile değerlendirilmektedir. q_1, q_2 ve q_3 genellikle nümerik olarak belirlenmektedir [15].



Şekil 9. Fiziksel ve hesap alanındaki ağ düzeni

Bu çalışmada metrik türevler ve transformasyonun Jacobian'ının kontrol hücre yüzeyleri üzerindeki değerleri; ağ noktaları değerlerinden merkezi fark yaklaşımı ile nümerik olarak hesaplanmıştır.

2.6. Çözüm Algoritması

Sonlu fark denklemlerinin sayısal çözümünde Explicit, Crank-Nicolson ve Implicit şekillere göre oluşturulmuş değişik algoritmalar kullanılmaktadır. Implicit şekillerden yaygın olarak kullanılan iteratif çözücü, Patankar tarafından geliştirilen SIMPLE algoritmasıdır. Doormall ve Raithby [24], SIMPLE algoritmasındaki hız düzeltmesinde değişiklik yaparak bu algoritmayı SIMPLEC olarak önermişlerdir. Değişkenlerin ağ noktaları arasındaki değişimlerinde de upwind, central difference, hybrid, quick gibi çeşitli yaklaşımlar mevcuttur.

Bu çalışmada sonlu farklar yöntemine göre ve iki boyutlu kartezyen koordinatlar için hazırlanmış bir bilgisayar programı genel eğrisel koordinatlarda çalışacak şekilde düzenlenmiş ve çözüm algoritması olarak SIMPLEC kullanılmıştır. Değişkenlerin ağ noktaları arasındaki değişiminde hybrid yaklaşım, difüzyon terimleri için merkezi farklar uygulanmıştır. Sonlu fark denklemleri, tridiagonal matris algoritması (TDMA) ile her bir ağ noktasında iteratif olarak çözülmüştür. Sayısal çözümün aşamaları aşağıda verilmiştir.

- Başlangıçta tahmini bir basınç alanı verilmektedir. (p^*)

• Tahmini p^* basıncı ile u^* ve v^* hızları momentum denklemlerinde çözülerek u^* ve v^* değerleri bulunmaktadır.

• $U = uy_\eta - vx_\eta$ ve $V = vx_\xi - uy_\xi$ bağıntıları ile U^* ve V^* hızları bulunmaktadır.

• U^* ve V^* tahmini dönüşüm hızları ile basınç doğrultman denklemi çözülmektedir.

- $p = p^* + p'$ denklemi ile basınç düzeltilmektedir.

$$U = U^* + \left(\frac{E^u}{a_p^u} y_\eta - \frac{E^v}{a_p^v} x_\eta \right) p'_\xi + \left(\frac{F^u}{a_p^u} y_\eta - \frac{F^v}{a_p^v} x_\eta \right) p'_\eta$$

$$V = V^* + \left(\frac{E^v}{a_p^v} x_\xi - \frac{E^u}{a_p^u} y_\xi \right) p'_\xi + \left(\frac{F^v}{a_p^v} x_\xi - \frac{F^u}{a_p^u} y_\xi \right) p'_\eta$$

bağıntıları ile dönüşüm hızları düzeltilmektedir.

$$u = u^* + \left(\frac{E^u}{a_p^u} p'_\xi + \frac{F^u}{a_p^u} p'_\eta \right) \quad \text{ve} \quad v = v^* + \left(\frac{E^v}{a_p^v} p'_\xi + \frac{F^v}{a_p^v} p'_\eta \right)$$

bağıntıları ile fiziksel hızlar düzeltilmektedir.

Son adımda bulunan fiziksel hızlarla tekrar momentum denklemleri çözülerek ve diğer adımlar tekrarlanarak verilen yakınsama kriteri elde edilinceye kadar iterasyonlara devam edilmektedir.

ramı
ı iki
eğim
resel

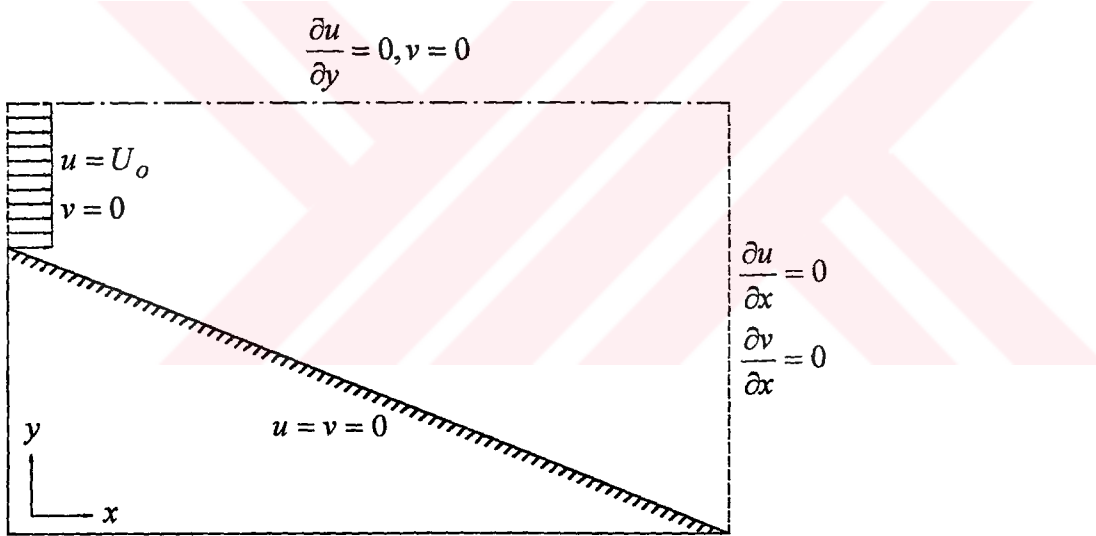
$J_o = 1$
ın alt
kısmı
ı türev
hızları
ı Şekil

3. BULGULAR

Bu çalışmada, genel eğrisel koordinatlar için hazırlanan bir bilgisayar programı kullanılarak; sıkıştırılmaz, viskoz bir akışkanın eğik ve eğrisel yüzeyler üzerinden iki boyutlu, laminar, sürekli hareketi için sayısal çözümler elde edilmiştir. Değişik eğim açılara sahip yayıcı akışı, eğik basamak akışı dairesel yüzey üzerinden akış ve dairesel dirsek içinden akış alanları değişik Reynolds sayıları için hesaplanmıştır.

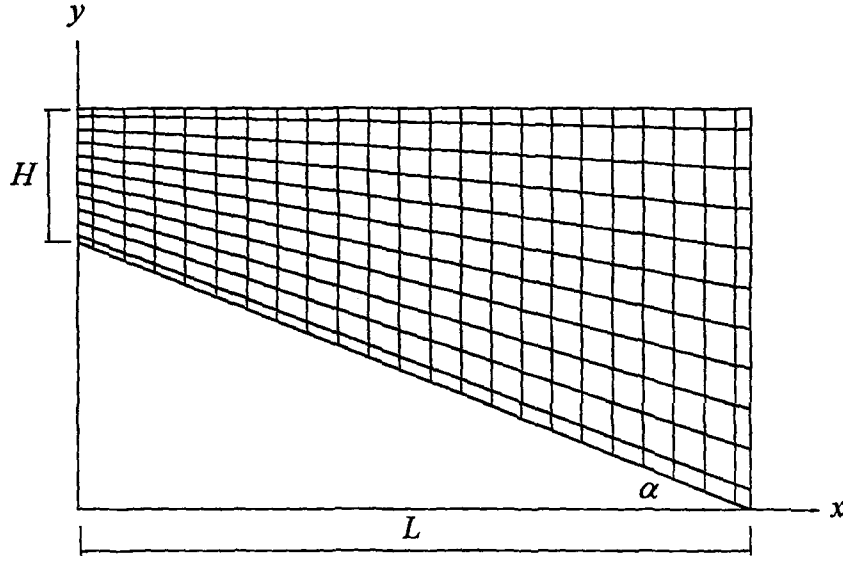
3.1. Yayıcı Akışı

Yayıcı akışı için Şekil 10'da verilen geometri kullanılmıştır.



Şekil 10. Yayıcı akışı geometrisi

Akış alanının hesaplanmasında, yayıcı girişinde hızın yatay bileşeni için $U_0 = 1$ şeklinde üniform bir dağılım ve düşey bileşen için $v = 0$ alınmıştır. Yayıcının alt duvarında $u = 0$ ve $v = 0$ olarak alınmıştır. Yayıcının simetri eksenine kadar olan kısmı çözüm alanı olarak alınmıştır. Bu nedenle çözüm alanının üst sınırında u hızı için türev sınır şartı kullanılıp, düşey hız için ise $v = 0$ alınmıştır. Yayıcı çıkışında u ve v hızları için yine türev sınır şartı kullanılmıştır. Fiziksel alandaki üniform olmayan ağ yapısı Şekil 11'de görülmektedir.



Şekil 11. Fiziksel alanda sonlu fark ağ düzeni

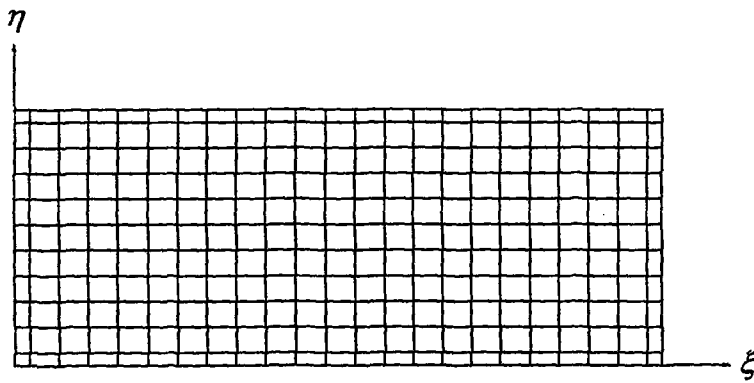
H , yayıcının giriş yüksekliğini göstermek üzere, yayıcı uzunluğu $L = 6.67H$ olarak sabit olacak şekilde eğim açıları değiştirilmiştir.

Fiziksel alandaki ağ noktalarının konumlarının belirlenmesi için,

$$x = \xi \quad (62)$$

$$y = \xi(\eta - 1)tg\alpha + 0.15\eta + tg\alpha \quad (63)$$

bağıntıları kullanılmaktadır. Fiziksel alandan hesap alanına transformasyon sonucunda, Şekil 12'de görülen düzgün ağlardan oluşan akış alanında çözümler gerçekleştirilmektedir.



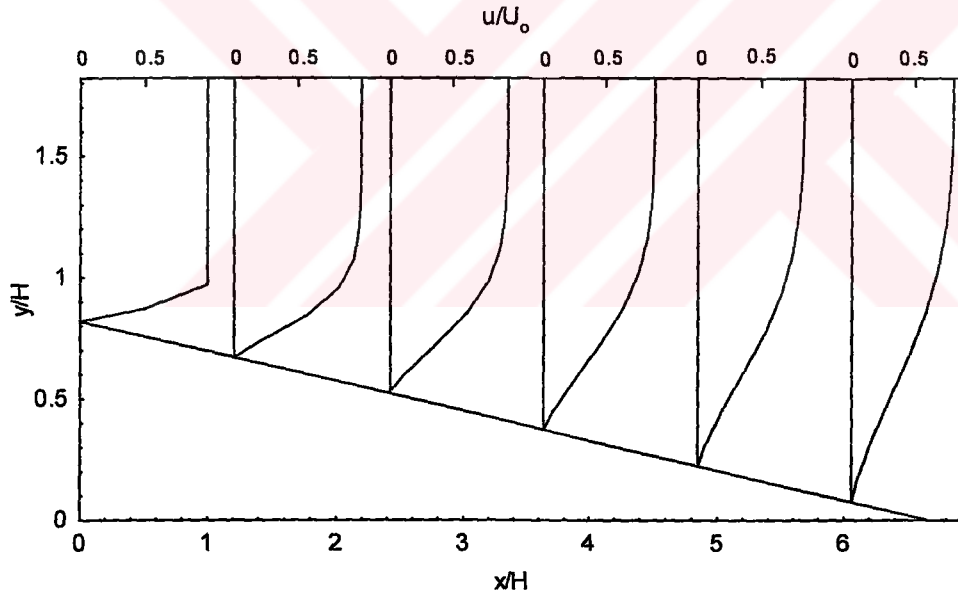
Şekil 12. Hesap alanında ağ düzeni

U_o , üniform giriş hızı, L , yayıcı uzunluğu ve ν kinematik viskozite olmak üzere Reynolds sayısı;

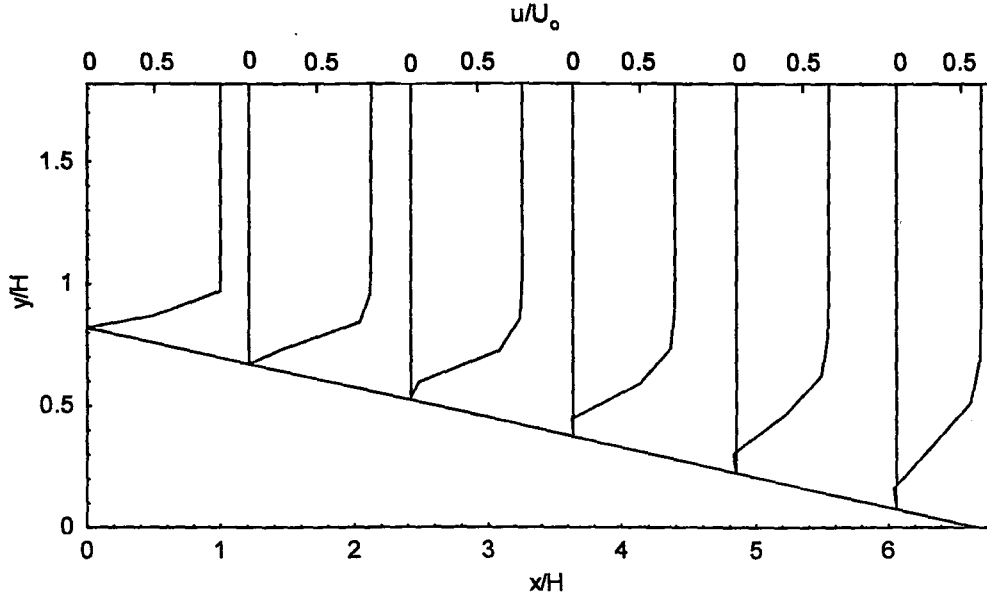
$$Re = \frac{U_o L}{\nu} \quad (64)$$

olarak tanımlanmıştır. Sayısal çözümler, 24x12'lik ağ düzeni ile, Reynolds sayısının 25, 50, 100, 200, 400, 500, 800, 1000, 1250 değerleri için ve yayıcının eğim açısı olan α 'nın $5^\circ, 7^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 45^\circ$ değerleri için elde edilmiştir. Normalize edilmemiş mutlak artıkların 1×10^{-5} 'den küçük olması şartı, çözümün yakınsama kriteri olarak alınmıştır.

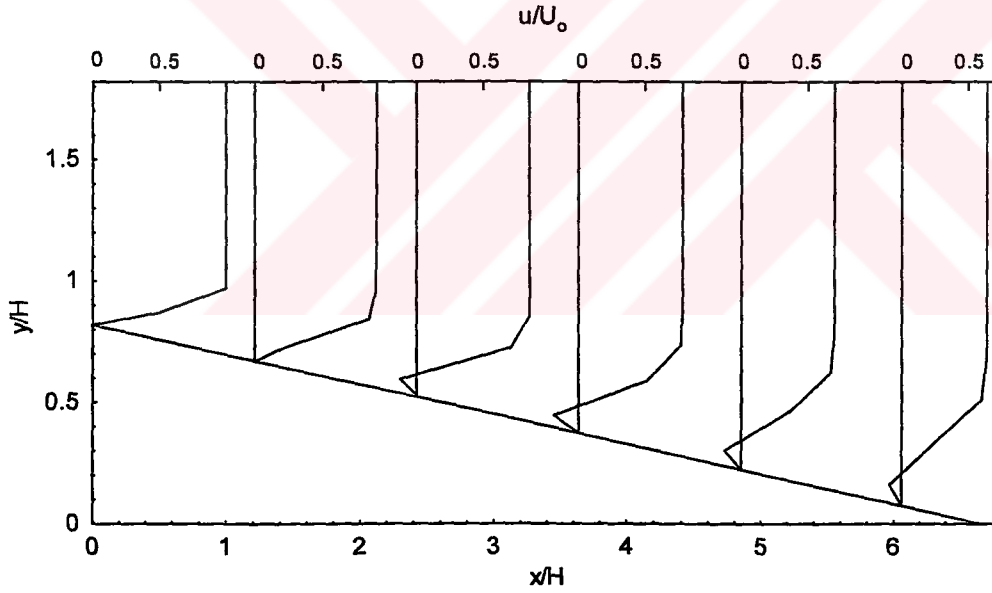
$\alpha = 7^\circ$ 'lik eğim açısında Reynolds sayısının 100, 800 ve 1250 değerleri için akış yönünde değişik istasyonlardaki hız profilleri Şekil 13a, b ve c'de verilmiştir.



Şekil 13a. $\alpha = 7^\circ$ ve $Re = 100$ için sayısal hız profilleri



Şekil 13b. $\alpha = 7^\circ$ ve $Re = 800$ için sayısal hız profilleri

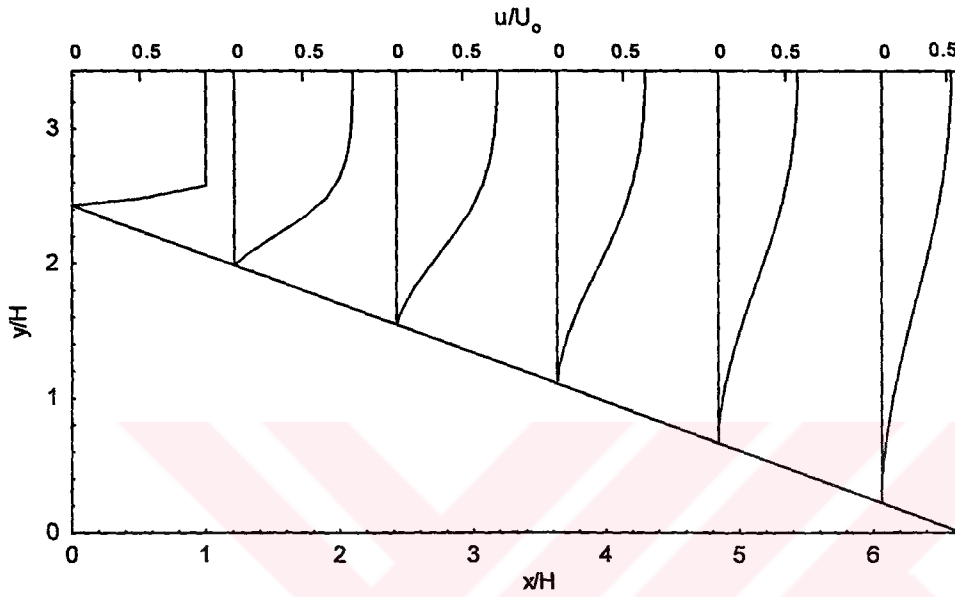


Şekil 13c. $\alpha = 7^\circ$ ve $Re = 1250$ için sayısal hız profilleri

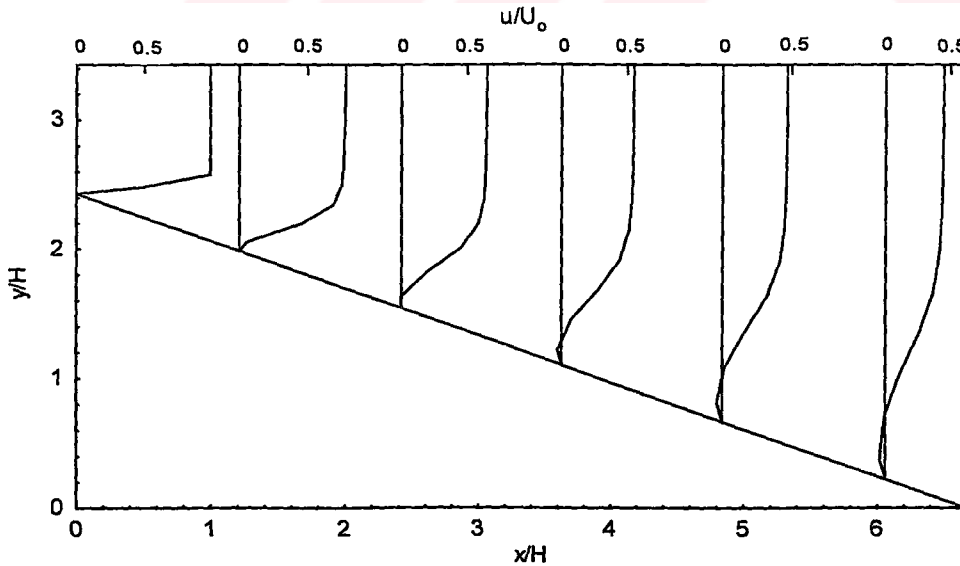
Şekil 13a'da $Re = 100$ için verilen hız profillerinden, bir ayrılma bölgesinin olmadığı görülmektedir. Akış yönündeki hız profilleri sınır tabaka gelişimi nedeniyle yayıcı çıkışına doğru basıklaşmaktadır. Şekil 13b'de $Re = 800$ için verilen hız profillerinden yayıcı çıkışına doğru $3.05H$ uzunluğunda zayıf bir ayrılma bölgesinin

oluştugu görülmektedir. $Re = 1250$ değerinde ise, $4.58H$ uzunluğunda, daha belirgin bir ayrılma bölgesi meydana gelmektedir (Şekil 13c).

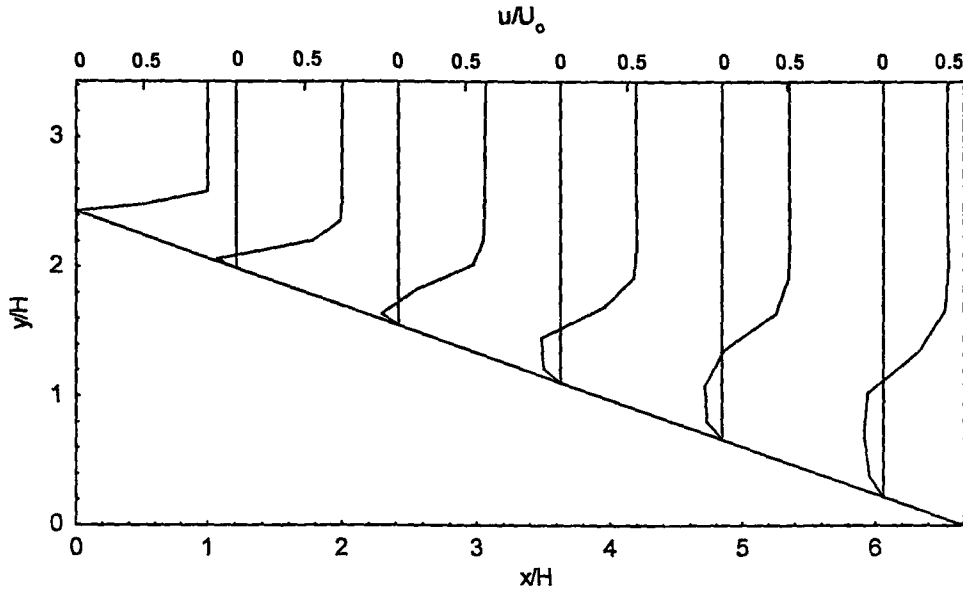
$\alpha = 20^\circ$ 'lik eğim açısında, Reynolds sayısının 50, 200 ve 500 değerleri için akış yönünde değişik istasyonlardaki hız profilleri, Şekil 14a, b ve c'de verilmiştir.



Şekil 14a. $\alpha = 20^\circ$ ve $Re = 50$ için sayısal hız profilleri



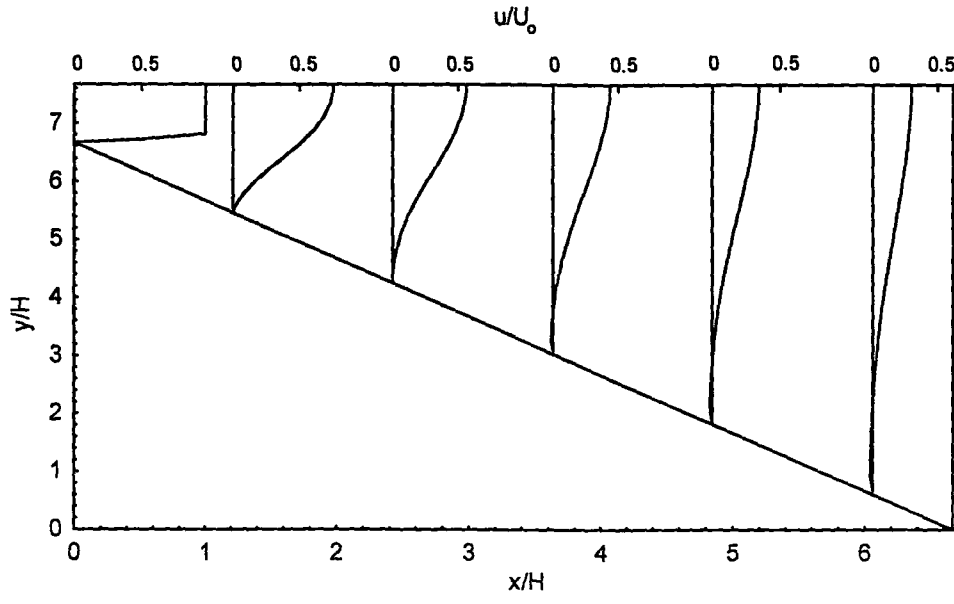
Şekil 14b. $\alpha = 20^\circ$ ve $Re = 200$ için sayısal hız profilleri



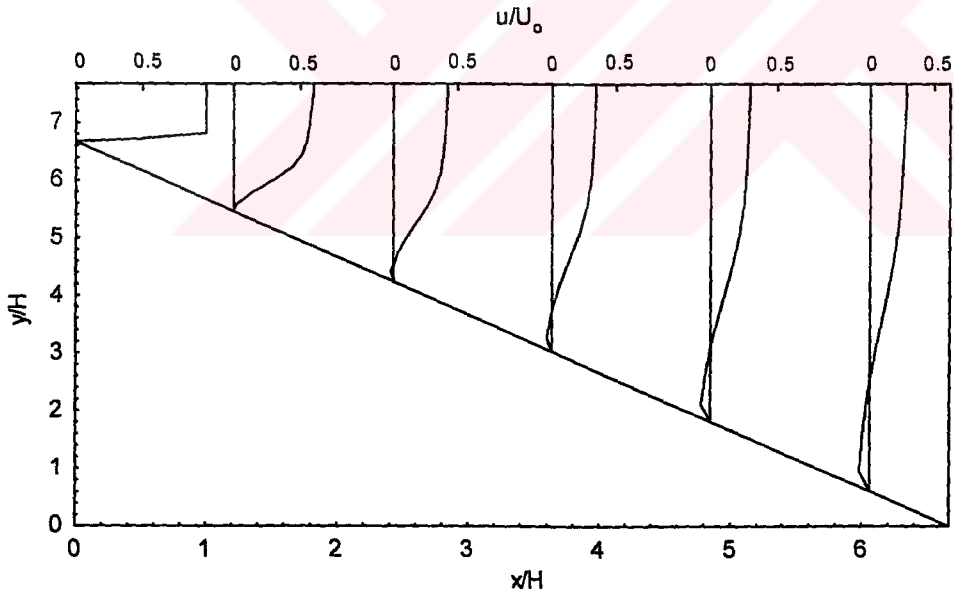
Şekil 14c. $\alpha = 20^\circ$ ve $Re = 500$ için sayısal hız profilleri

Şekil 14a'da $Re = 50$ için verilen hız profillerinden bir ayrılma bölgesi görülmektedir. Yayıcı eksenine boyunca akış yönünde hız azalmaktadır. Kesit genişlemesi nedeniyle basınç artışı meydana gelmekte ve hız azalması nedeniyle hız profilleri basıklaşmaktadır. Şekil 14b'de $Re = 200$ için verilen hız profillerinden, $4.51H$ uzunluğunda yüzeye yakın bir ayrılma bölgesinin olduğu görülmektedir. Şekil 14c'de $Re = 500$ için yapılan çözümde ise $6.13H$ uzunluğunda ve ortalama $1.67H$ yüksekliğinde bir ayrılma bölgesi meydana gelmektedir.

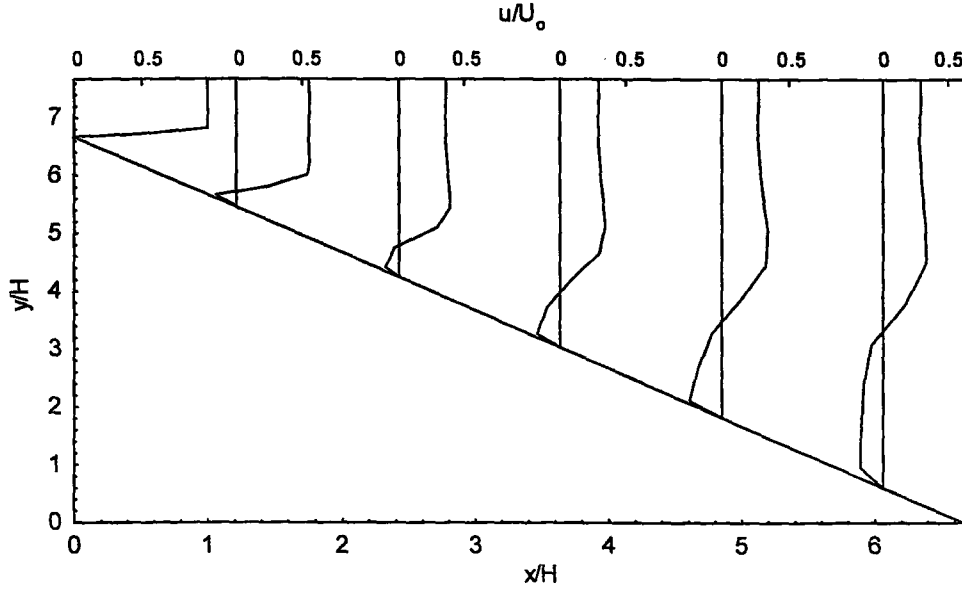
Şekil 15a, b ve c'de $\alpha = 45^\circ$ 'lik eğim açısında Reynolds sayısının 25, 100 ve 500 değerleri için akış yönünde değişik istasyonlarda sayısal hız profilleri verilmiştir.



Şekil 15a. $\alpha = 45^\circ$ ve $Re = 25$ için sayısal hız profilleri



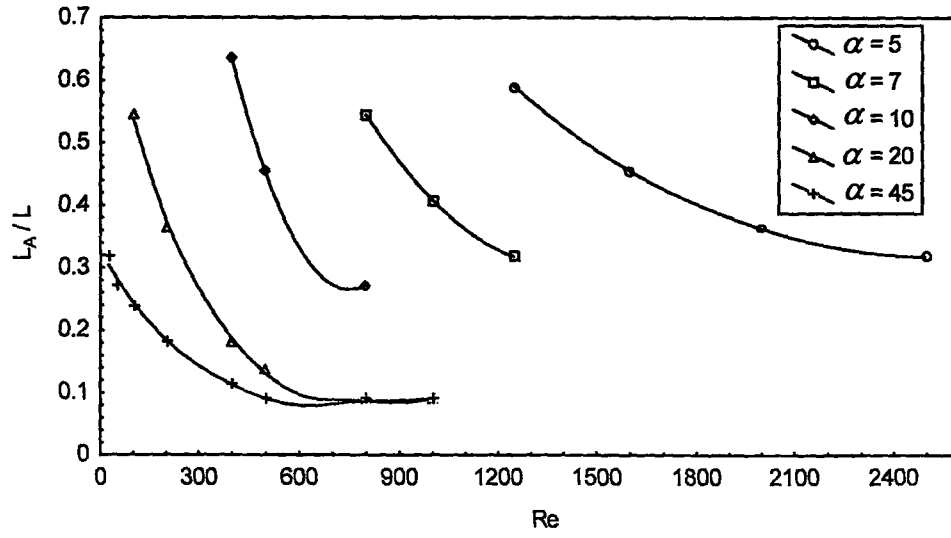
Şekil 15b. $\alpha = 45^\circ$ ve $Re = 100$ için sayısal hız profilleri



Şekil 15c. $\alpha = 45^\circ$ ve $Re = 500$ için sayısal hız profilleri

Şekil 15a'da $Re = 25$ için verilen hız profillerinde $6.43H$ uzunluğunda ve ortalama $1H$ yüksekliğinde çok belirgin olmayan bir ayrılma bölgesi görülmektedir. Şekil 15b'de $Re = 100$ için verilen hız profillerinde $6.86H$ uzunluğunda ve $1.67H$ yüksekliğinde bir ayrılma bölgesi görülmektedir. Şekil 15c'de ise $Re = 500$ için verilen hız profillerinde $8.57H$ uzunluğunda ve $2.33H$ yüksekliğinde bir ayrılma bölgesi meydana gelmektedir.

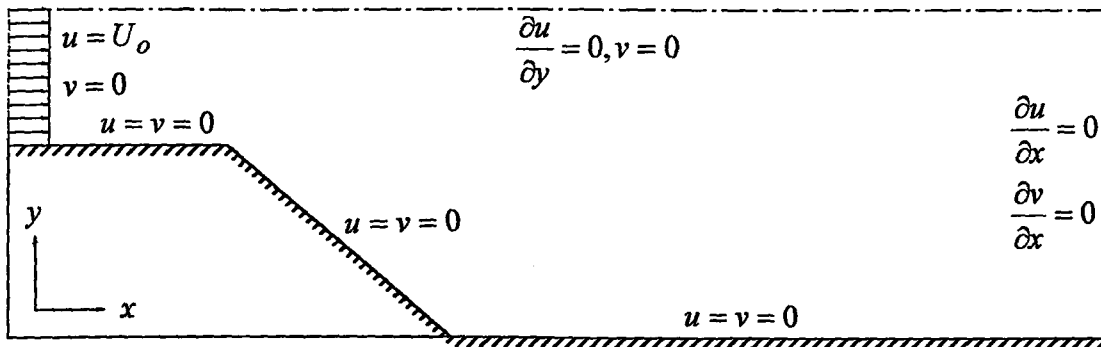
Şekil 16'da, $\alpha = 5, 7, 10, 20$ ve 45 derecelik eğim açılarında yayıcıda akışın ayrılma noktasının yayıcı girişine olan uzaklığının Reynolds sayısı ile değişimleri verilmiştir. Reynolds sayısı arttıkça ayrılma başlangıcının yayıcı girişine olan uzaklığının azaldığı görülmektedir. Yani artan Reynolds sayısı ile birlikte akışın ayrıldığı nokta yayıcı girişine yaklaşmaktadır. $\alpha = 5^\circ$ 'lik eğim açısı için $Re = 1000$ 'e kadar yapılan çözümlerden akış ayrılmasının olmadığı görülmüştür. Eğim açısının 7° 'den büyük olması durumlarında yayıcı içindeki akışta ayrılma meydana geldiği mevcut çalışmalardan bilinmektedir. Eğim açısı arttıkça akış ayrılmasının daha düşük Reynolds sayılarında meydana geldiği görülmektedir.



Şekil 16. Değişik eğim açıları (α) için ayrılma noktasının yayıcı girişine uzaklığının (L_A) Reynolds sayısı (Re) ile değişimi

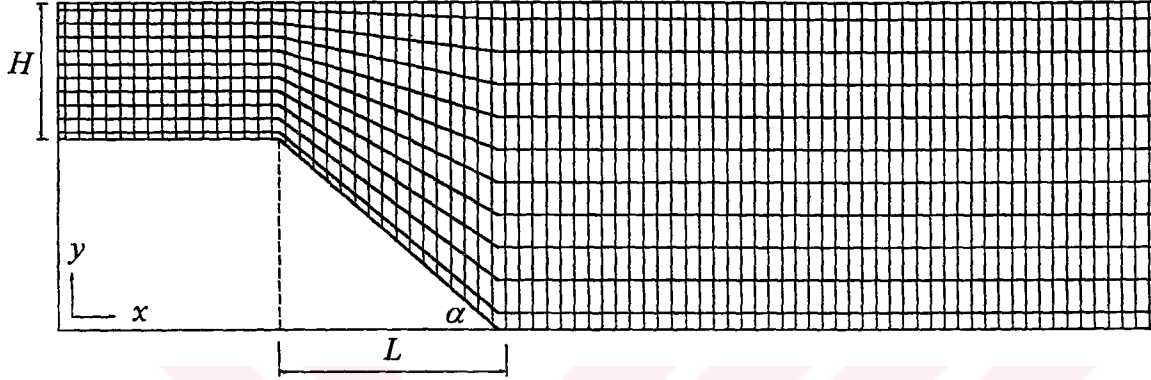
3.2. Eğik Basamak Akışı

Yayıcı geometrisinin önüne ve arkasına ilave yapılarak eğik basamak akış alanı oluşturulmuştur. Bu akış alanında yine değişik eğim açıları ve değişik Reynolds sayıları için sayısal çözümler elde edilmiştir. İki boyutlu, laminer eğik basamak akış alanının sürekli çözümleri için Şekil 17 'de verilen geometri kullanılmıştır.



Şekil 17. Eğik basamak akışı geometrisi

Akış alanının hesaplanmasında girişte hızın yatay bileşeni için $U_o = 1$ şeklinde üniform bir dağılım ve düşey için $v = 0$ alınmıştır. Çözüm alanının katı sınırlarında $u = v = 0$ olarak alınmıştır. Üst kısımda ise yatay hız için türev sınır şartı, düşey hız için $v = 0$ alınmıştır. Çıkışta yine u ve v için türev sınır şartı kullanılmıştır. Fiziksel alanda orta kısmı düzgün olmayan ağlardan oluşan ağ düzeni Şekil 18'de görülmektedir.



Şekil 18. Fiziksel alanda sonlu fark ağ düzeni

H giriş yüksekliğini göstermek üzere, orta kısımdaki eğik bölgenin yatay uzunluğu yayıcı akışında olduğu gibi $L = 6.67H$ olarak sabit alınmıştır.

Fiziksel alandaki ağ noktalarının konumlarının belirlenmesi için aşağıdaki bağıntılar kullanılmaktadır.

$$x = 8\xi \quad (65)$$

Ön kısım için y denklemi

$$y = 0.15\eta + tg\alpha \quad (66)$$

Orta kısım için

$$y = (2.05 - x)(1 - \eta)tg\alpha + (0.15 + tg\alpha)\eta \quad (67)$$

Son kısım için

$$y = (0.15 + tg\alpha)\eta \quad (68)$$

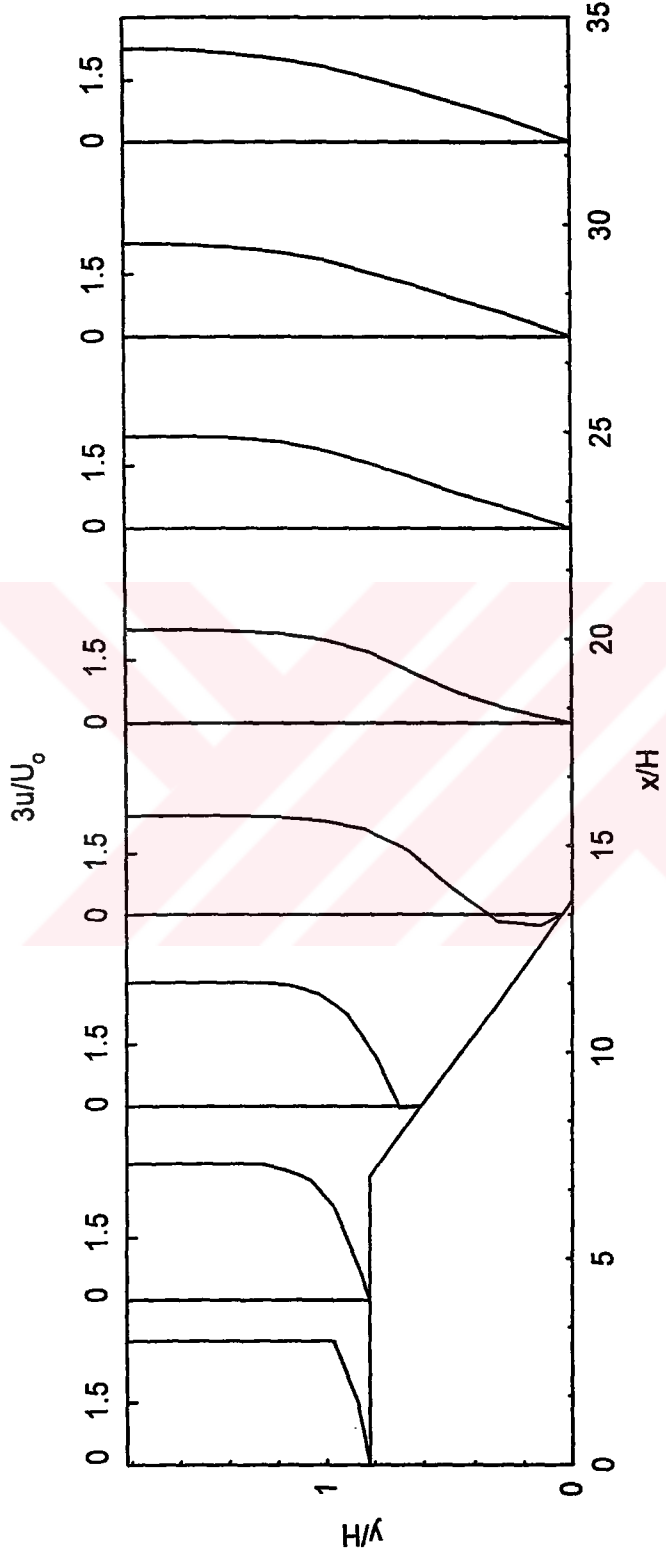
U_o üniform giriş hızı, L , çözüm alanının orta kısmının yatay uzunluğu ve ν , kinematik viskozite olmak üzere Reynolds sayısı

$$Re = \frac{U_o L}{\nu}$$

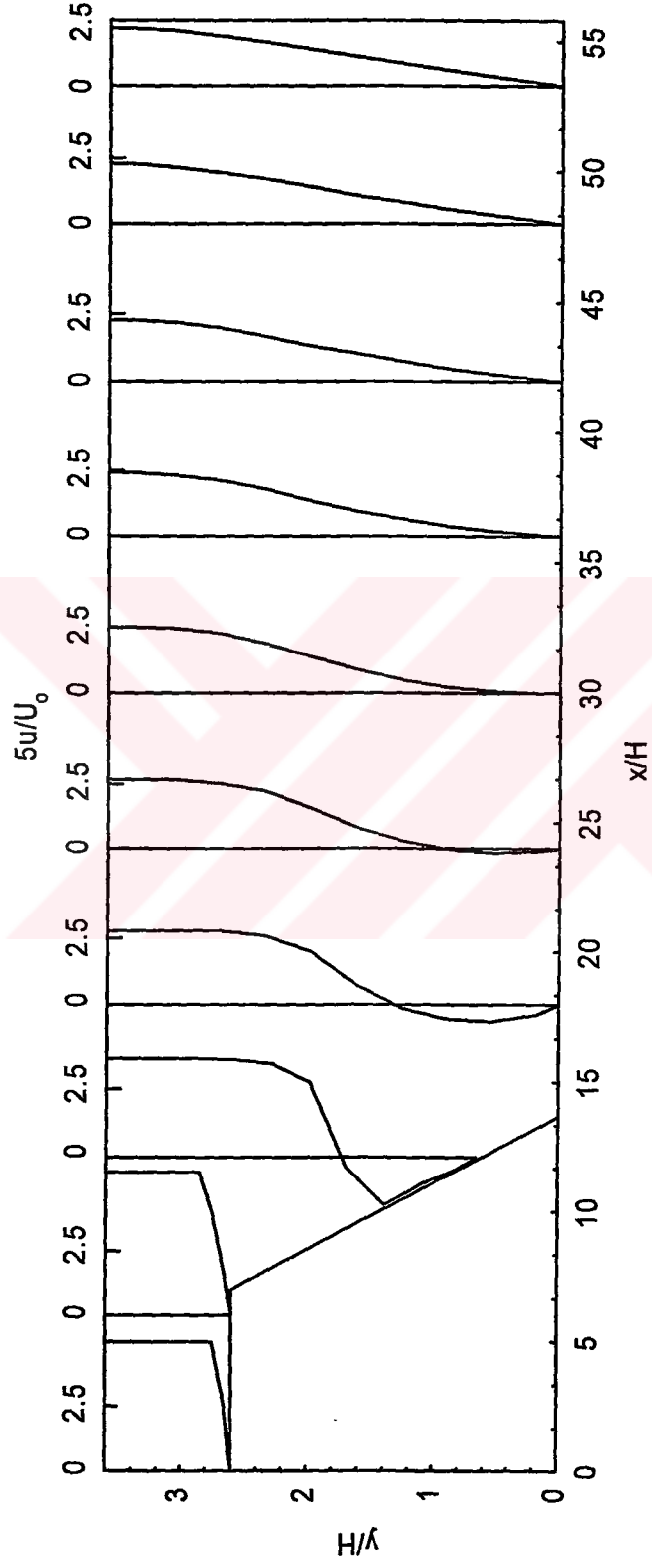
olarak tanımlanmıştır. Çözüm alanının toplam uzunluğu $53.3H$ olarak alınmıştır. Sayısal çözümler 82×12 'lik ağ düzeni ile sürekli durumda Reynolds sayısının 50, 100, 200, 400, 500, 1000 ve eğim açısı α 'nın 7° , 21.5° , 24° , 27° , 29° ve 45° değerleri için elde edilmiştir. Normalize edilmemiş mutlak artıkların 1×10^{-5} 'den küçük olması şartı çözümün yakınsama kriteri olarak alınmıştır.

Şekil 19, 20, 21 ve 22'de $Re = 500$ 'de $\alpha = 7^\circ$, 21.5° , 29° , 45° derecelik eğim açıları için ana akış yönünde değişik istasyonlarda sayısal çözümle bulunan hız profilleri sırasıyla verilmektedir. Şekil 19'da $6.65H$ uzunluğunda ve $1H$ yüksekliğinde bir ters akış bölgesi belirlenmiştir. Şekil 20'de $21.97H$ uzunluğunda ve $2.33H$ yüksekliğinde bir ters akış bölgesi belirlenmiştir. Şekil 21'de $31.31H$ uzunluğunda ve $2.33H$ yüksekliğinde bir ters akış bölgesi belirlenmiştir. Şekil 22'de ise $27.94H$ uzunluğunda ve $3H$ yüksekliğinde bir ters akış bölgesi belirlenmiştir.

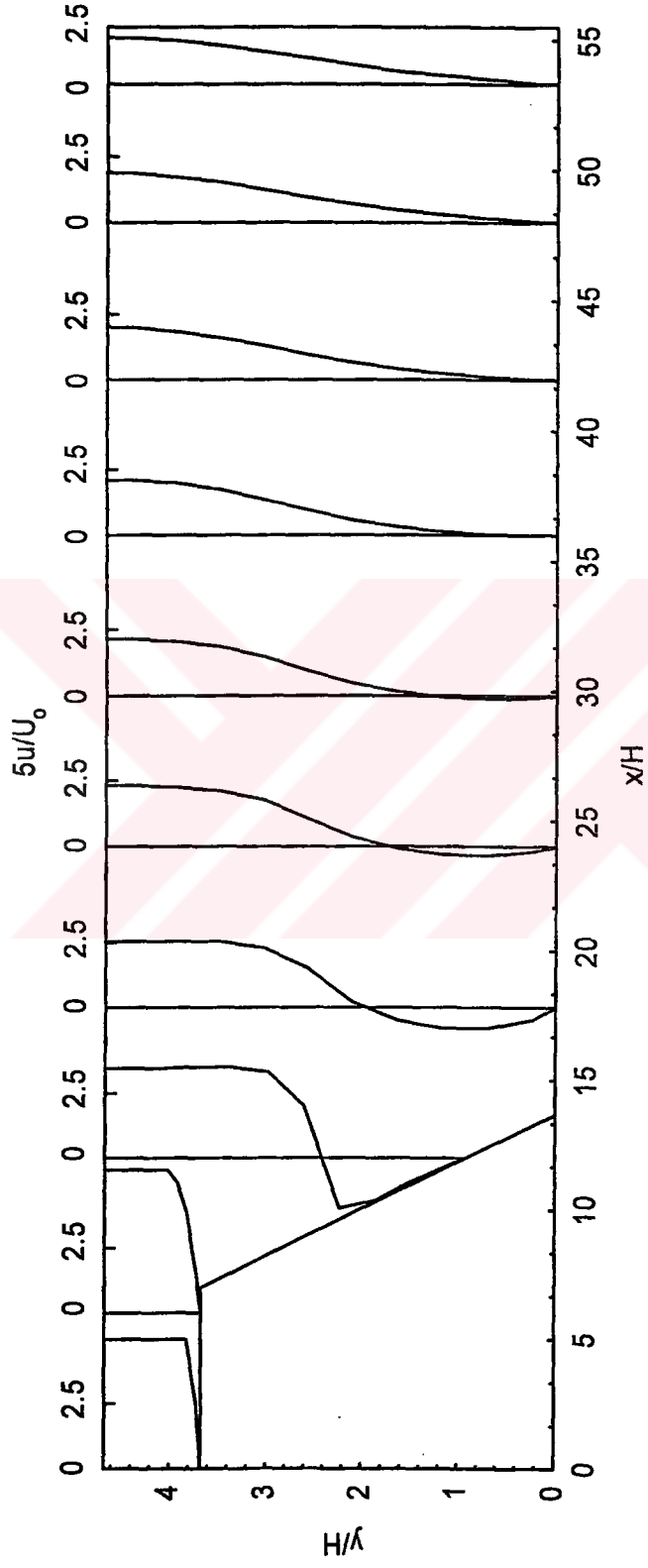
Eğik basamak akışı araba arkasından akış alanına benzediği için 21.5° ve 29° derecelik eğim açıları iki farklı tipteki arabanın arka kısmındaki eğim açısı olarak göz önüne alınmış ve çözümler gerçekleştirilmiştir.



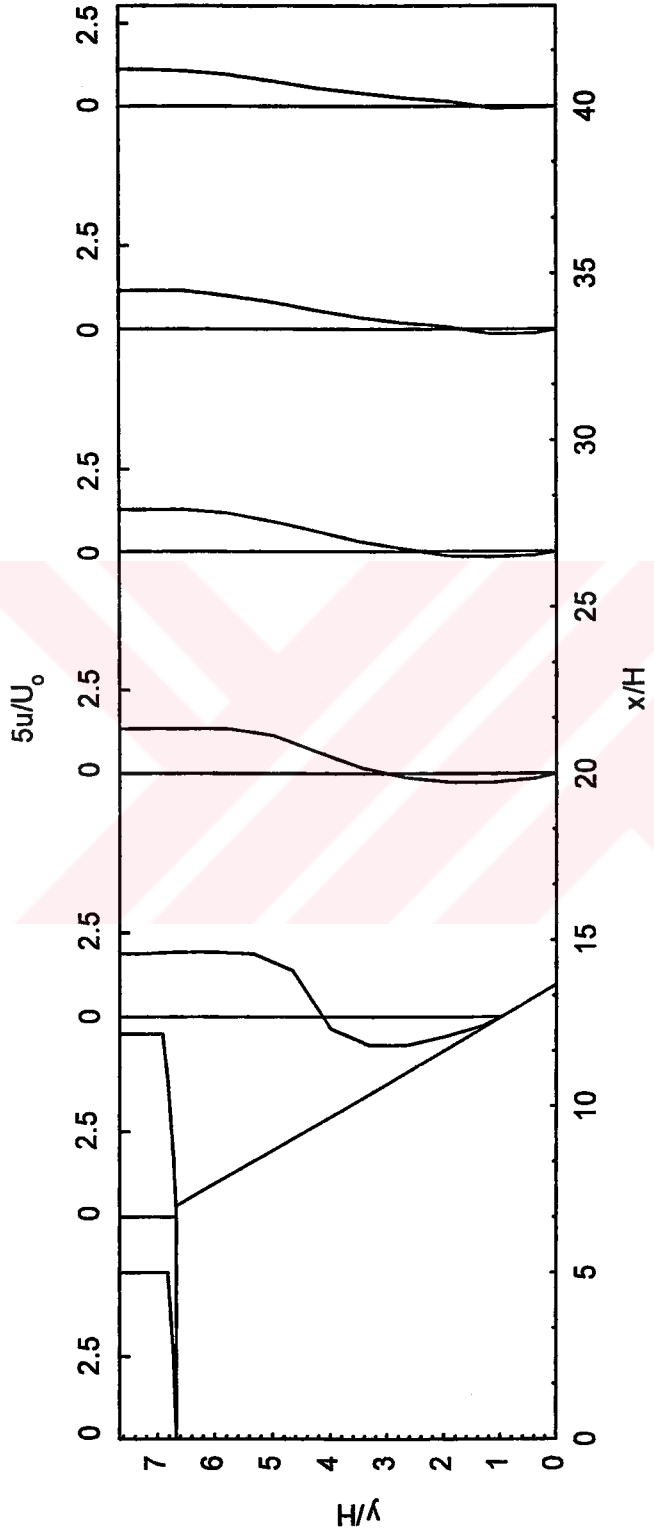
Şekil 19. $\alpha = 7^\circ$ ve $Re = 500$ için sayısal hız profilleri



Şekil 20. $\alpha = 21.5^\circ$ ve $Re = 500$ için sayısal hız profilleri

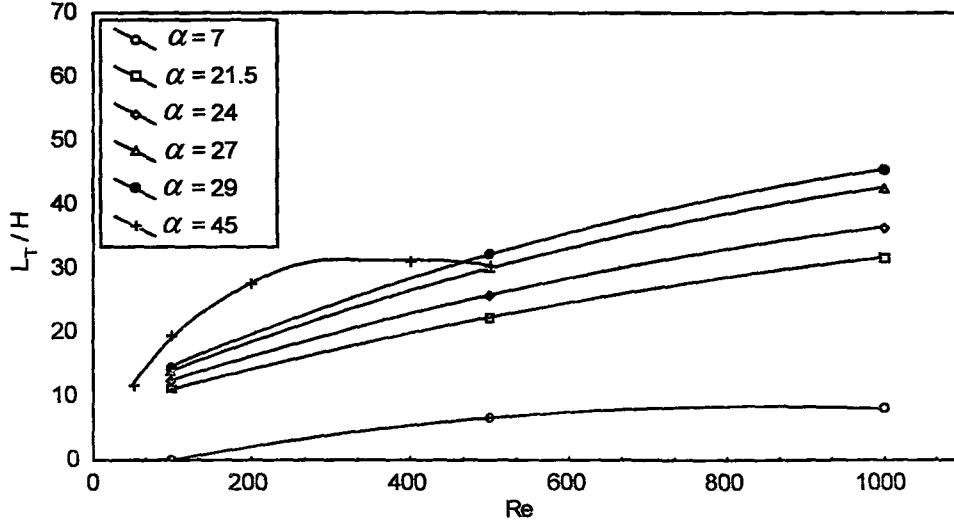


Şekil 21. $\alpha = 29^\circ$ ve $Re = 500$ için sayısal hız profilleri



Şekil 22. $\alpha = 45^\circ$ ve $Re = 500$ için sayısal hız profilleri

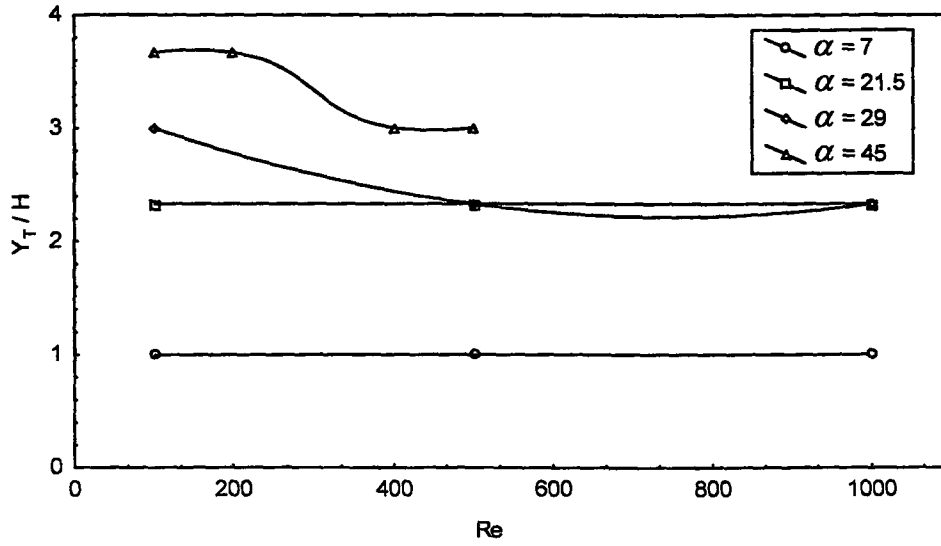
Şekil 23'de eğik basamak akışı için $\alpha = 7^\circ, 21.5^\circ, 24^\circ, 27^\circ, 29^\circ$ ve 45° eğim açılarında ters akış bölgesi uzunluklarının Reynolds sayısı ile değişimi verilmiştir.



Şekil 23. Eğik basamak akışında değişik eğim açıları (α) için ters akış bölgesi uzunluklarının (L_T) Reynolds sayısı (Re) ile değişimi

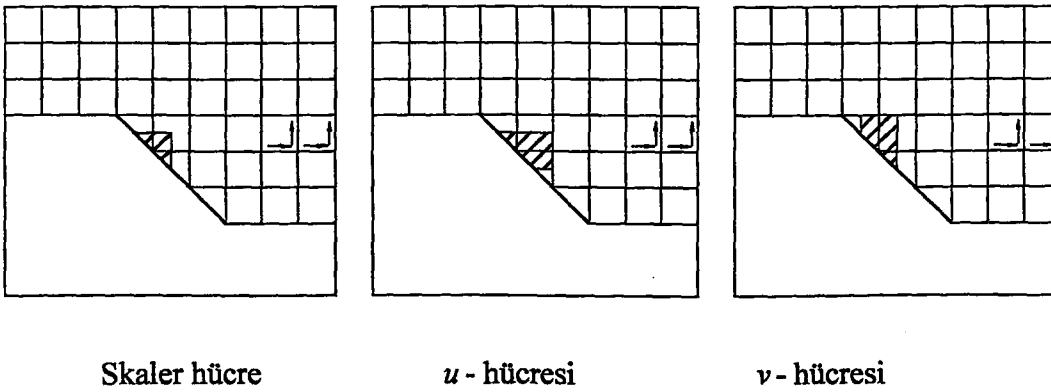
Şekilde ters akış bölgesi uzunluklarının hem artan eğim açısı hem de artan Reynolds sayısı ile birlikte arttığı görülmektedir. $\alpha = 45^\circ$ 'lik eğim açısında ters akış bölgesinin uzunluğu $Re = 400$ için en büyük değere ulaşmakta, daha büyük Reynolds sayılarında ise azalma eğilimi göstermektedir.

Şekil 24'de eğik basamak akışı için $\alpha = 7^\circ, 21.5^\circ, 29^\circ, 45^\circ$ eğim açılarında ters akış bölgesi yüksekliklerinin Reynolds sayısı ile değişimleri verilmiştir. $\alpha = 7^\circ$ ve 21.5° eğim açılarında ters akış bölgesi yükseklikleri sabit kalırken, $\alpha = 29^\circ$ ve 45° için bu yükseklikler artan Reynolds sayısı ile azalma eğilimi göstermektedir.



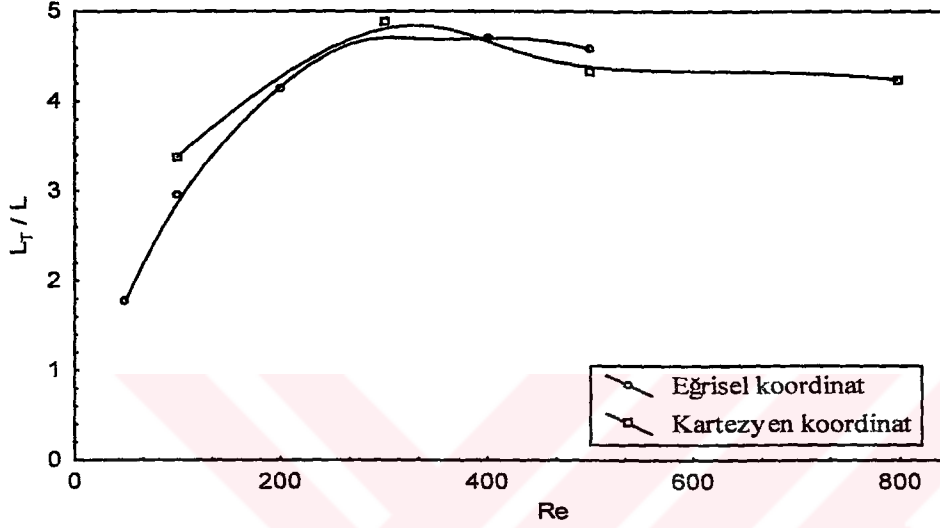
Şekil 24. Eğik basamak akışında değişik eğim açıları (α) için ters akış bölgesi yüksekliklerinin (Y_T) Reynolds sayısı (Re) ile değişimi

Bir basamak üzerinden akış 45° 'lik eğim açısında kartezyen koordinatlarda hazırlanmış bir program ile ayrıca çözülmüştür. Kartezyen koordinatlardaki çözümde hesap alanı yine kaydırılmış ağılardan oluşturulmuştur. Eğik kısımdaki skaler, u ve v hız hücrelerinin geometrileri Şekil 25'de görülmektedir. Hesap alanının diğer bölgelerinden farklı olarak; eğik kısım kenarındaki skaler hücreler üçgen, hız hücreleri ise yamuk şeklinde oluşmuştur.



Şekil 25. Hücre geometrileri

Şekil 26'da 45° 'lik eğim açısındaki basamak üzerinden akışın kartezyen ve genel eğrisel koordinatlarda elde edilen tutunma uzunlukları verilmiştir. Kartezyen koordinatlarda yapılan çözümlerden elde edilen tutunma uzunluklarının boyutları, genel eğrisel koordinatlarda yapılan çözümlerden elde edilen değerlerle uyumludur.

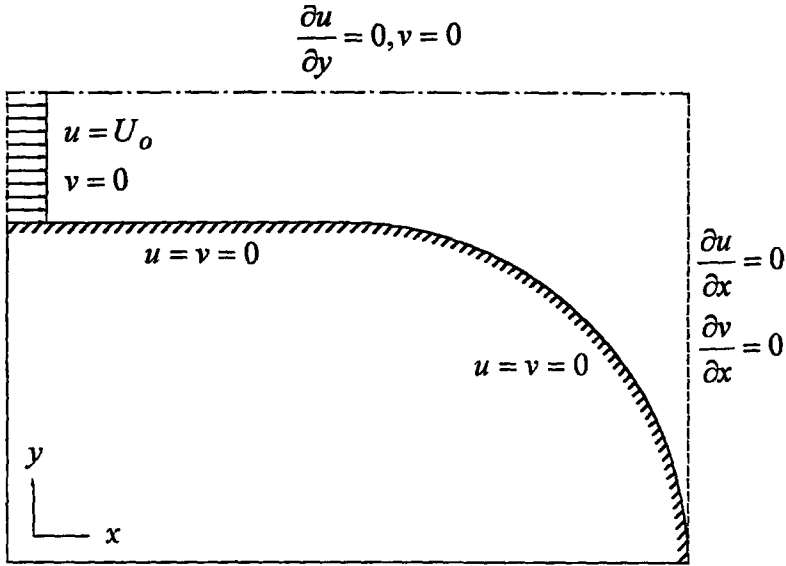


Şekil 26. Eğik basamak akışında eğrisel ve kartezyen koordinatlarda ters akış bölgesi uzunluklarının (L_T) Reynolds sayısı (Re) ile değişimleri

Her iki çözümde de ters akış bölgesi uzunlukları birbirine yakın Reynolds sayılarında en büyük değeri almakta ve daha büyük Reynolds sayılarında azalma eğilimi göstermektedir.

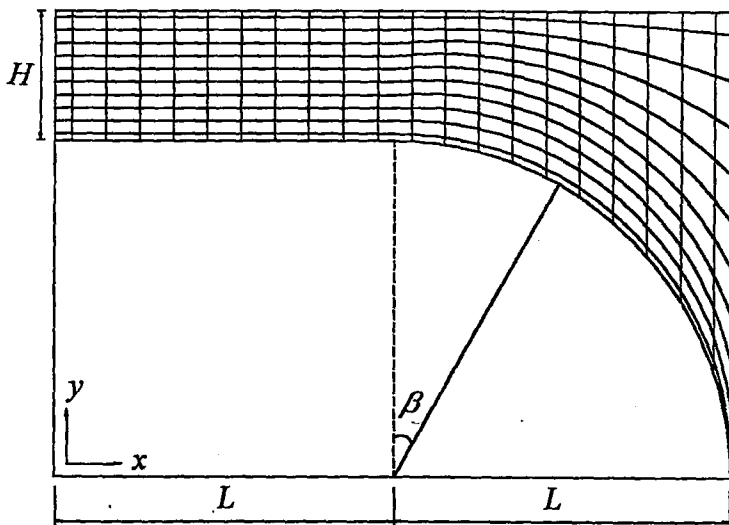
3.3. Dairesel Yüzey Üzerinden Akış

Dairesel yüzey üzerinden iki boyutlu laminer akış alanının sürekli çözümleri için kullanılan geometri Şekil 27'de verilmiştir.



Şekil 27. Dairesel yüzey üzerinden akış geometrisi

Akış alanının hesaplanmasında, girişte hızın yatay bileşeni için $U_o = 1$ şeklinde üniform bir dağılım ve düşey bileşen için $v = 0$ alınmıştır. Dairesel yüzeyin alt duvarında $u = v = 0$ olarak alınmıştır. Çözüm alanının üst sınırında u hızı için türev sınır şartı kullanılıp, düşey hız için $v = 0$ alınmıştır. Çıkışta ise u ve v hızları için yine türev sınır şartı kullanılmıştır. Fiziksel alanda düzgün olmayan ağlardan oluşan ağ düzeni Şekil 28'de görülmektedir.



Şekil 28. Fiziksel alandaki sonlu fark ağ düzeni

H çözüm bölgesinin giriş yüksekliğini göstermek üzere çözüm bölgesi uzunluğu $13.33H$ olarak alınmıştır.

Fiziksel alandaki ağ noktalarının konumlarının belirlenmesi için aşağıdaki bağıntılar kullanılmaktadır.

$$x = 2\xi \quad (69)$$

Giriş kısmı için y denklemi

$$y = 0.4\eta + 0.95 \quad (70)$$

Eğrisel kısım için y denklemi

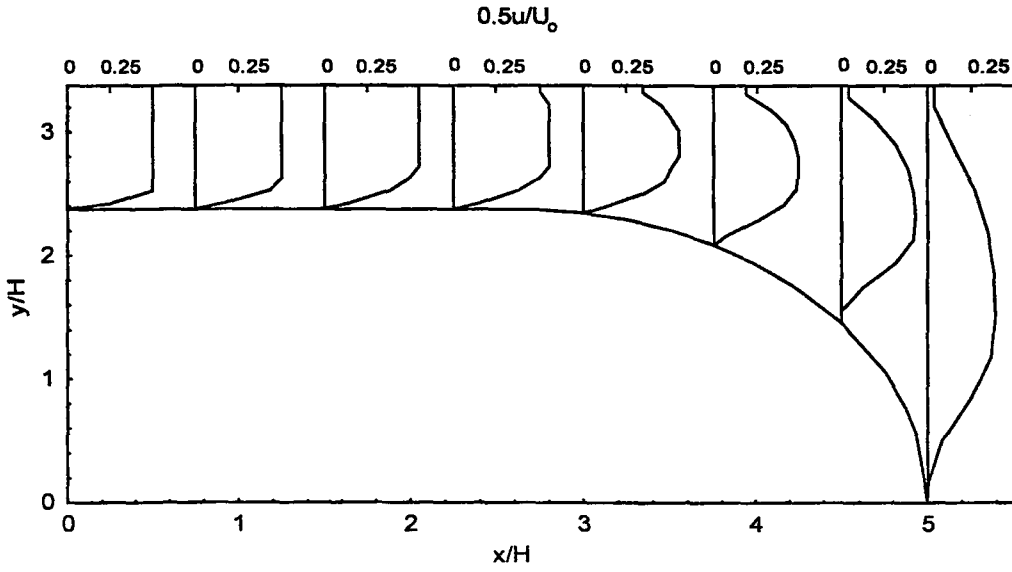
$$y = \frac{-\left(\frac{\eta}{1-\eta}\right) + \sqrt{\left(\frac{\eta}{1-\eta}\right)^2 + 4\left(\frac{0.9025 + 0.4475\eta}{1-\eta} - (x-1.05)^2\right)}}{2} \quad (71)$$

Çözümler, fiziksel alandan hesap alanına transformasyon sonucunda meydana gelen düzgün ağların oluşturduğu akış alanında gerçekleştirilmiştir. U_o üniform giriş hızı, L , eğrisel yüzeyin eğrilik yarıçapı ve ν , kinematik viskozite olmak üzere Reynolds sayısı

$$Re = \frac{U_o L}{\nu}$$

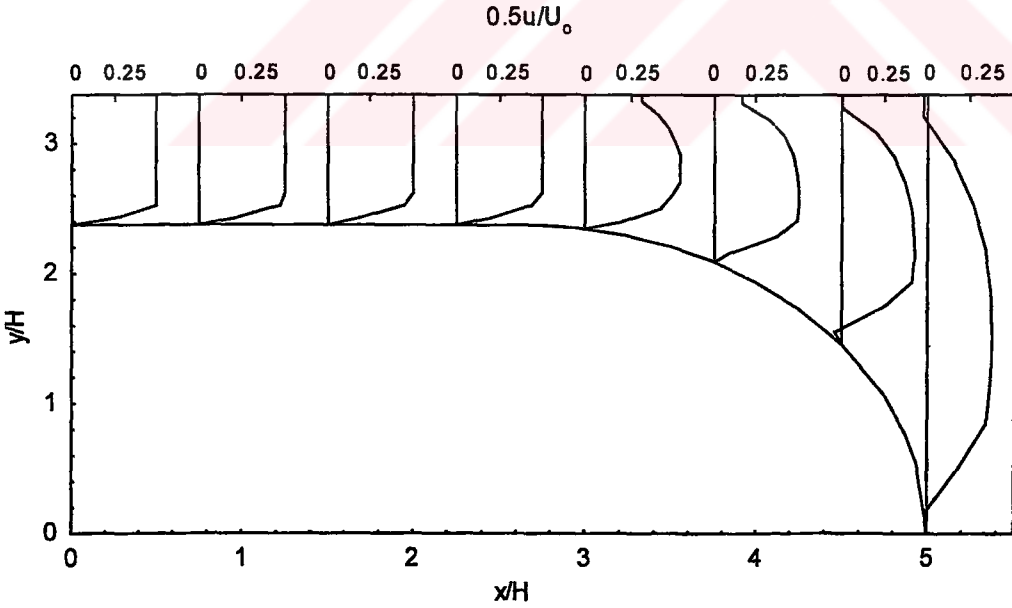
olarak tanımlanmıştır. Sayısal çözümler 22×12 'lik bir ağ yapısıyla sürekli durumda Reynolds sayısının 200, 300, 400, 500, 600, 800 değerleri için elde edilmiştir. Normalize edilmemiş mutlak artıkların 1×10^{-5} 'den küçük olması şartı çözümün yakınsama kriteri olarak alınmıştır.

Şekil 29'da dairesel yüzey üzerinden akışta $Re = 200$ için akış yönünde sayısal hız profilleri verilmiştir. Eğrisel yüzey üzerinde bir akış ayrılmasının oluşmadığı görülmektedir. Akış alanının üst kısmındaki hız değerlerinde azalma meydana gelmektedir.



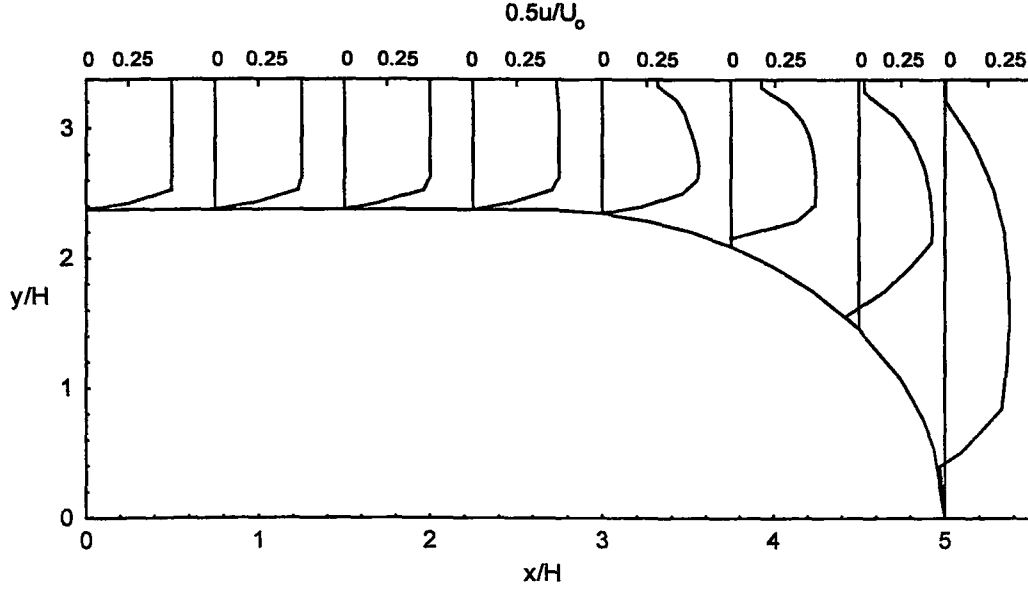
Şekil 29. $Re = 200$ için sayısal hız profilleri

Şekil 30'da dairesel yüzey üzerinden akışta $Re = 500$ için akış yönünde sayısal hız profilleri verilmiştir. $\beta = 37^\circ$ de ayrılma meydana gelmektedir. Çözüm alanının üst kısmında hız değerleri azalmakta ve küçük bir negatif hız bölgesi oluşmaktadır.



Şekil 30. $Re = 500$ için sayısal hız profilleri

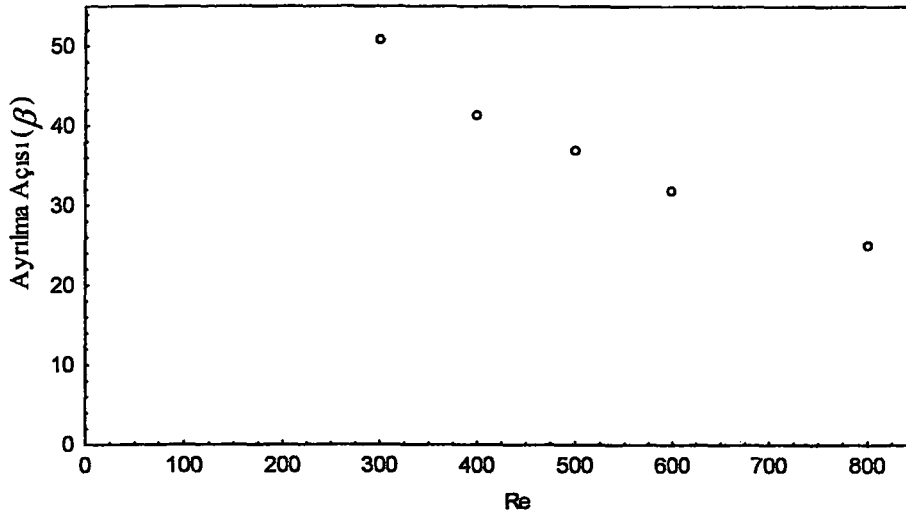
Şekil 31'de dairesel yüzey üzerinden akışta $Re = 800$ için akış yönünde sayısal hız profilleri verilmiştir.



Şekil 31. $Re = 800$ için sayısal hız profilleri

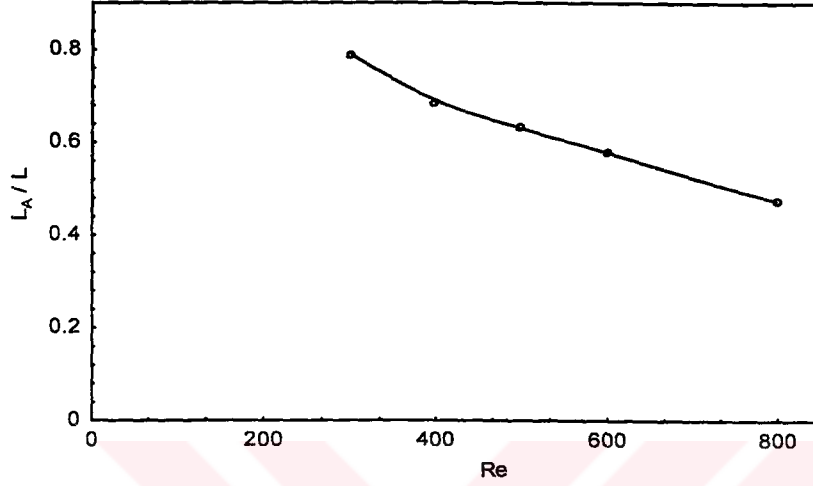
$\beta = 25^\circ$ de ayrılma meydana gelmektedir. Ayrılma bölgesi $Re = 500$ 'de verilen duruma göre daha belirgin olmaktadır.

Şekil 32'de dairesel yüzey üzerinden akışta ayrılma açısının Reynolds sayısı ile değişimi verilmektedir. Artan Reynolds sayısı ile birlikte ayrılma açısının küçüldüğü ve ayrılma bölgesinin eğrisel kısmın başlangıcına doğru yaklaştığı görülmektedir.



Şekil 32. Dairesel yüzey üzerinden akışta ayrılma açısının (β) Reynolds sayısı (Re) ile değişimi

Şekil 33'de dairesel yüzey üzerinden akışta ayrılma noktasının eğrisel kısmın başlangıcına uzaklığının Reynolds sayısı ile değişimleri verilmiştir. Artan Reynolds sayısı ile birlikte, akışın ayrılma noktası eğrisel kısmın girişine yaklaşmaktadır.



Şekil 33. Dairesel yüzey üzerinden akışta ayrılma noktasının eğrisel kısmın başlangıcına uzaklığının (L_A) Reynolds sayısı (Re) ile değişimi

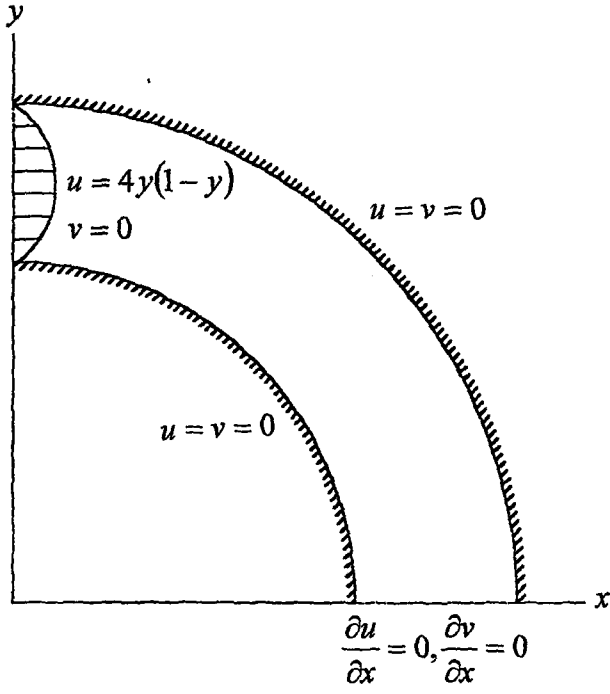
3.4. Dairesel Dirsek İçinden Akış

Dairesel dirsek içinden iki boyutlu laminer akış alanının sürekli çözümleri için Şekil 34'de verilen geometri kullanılmıştır.

Fiziksel alandaki ağ noktalarının konumlarının belirlenmesi için aşağıdaki bağıntılar kullanılmaktadır.

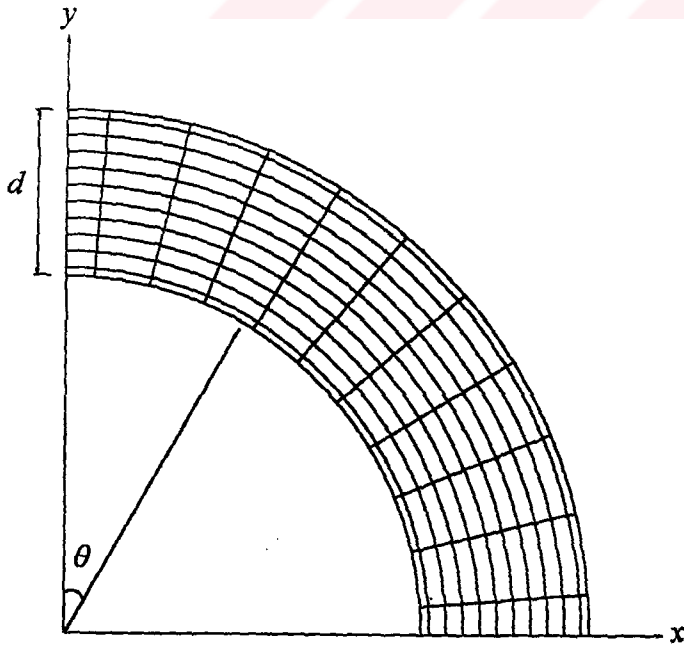
$$x = (1 + 0.1\eta) \sin\left(\xi \frac{\pi}{2}\right) \quad (72)$$

$$y = \sqrt{(1 + 0.1\eta)^2 - \left[(1 + 0.1\eta) \sin\left(\xi \frac{\pi}{2}\right)\right]^2} \quad (73)$$



Şekil 34. Dairesel dirsek geometrisi

Akış alanının hesaplanmasında dirsek girişinde yatay hız için $u = 4y(1-y)$ şeklinde parabolik bir hız dağılımı ve düşey hız için $v = 0$ alınmıştır. Dirseğin alt ve üst duvarlarında $u = v = 0$ olarak alınmıştır. Dirsek çıkışında ise u ve v hızları için türev sınır şartı kullanılmıştır. Fiziksel alanda yatay ve düşey doğrultuda ortogonal ağılardan oluşan çözüm bölgesi Şekil 35'de görülmektedir.



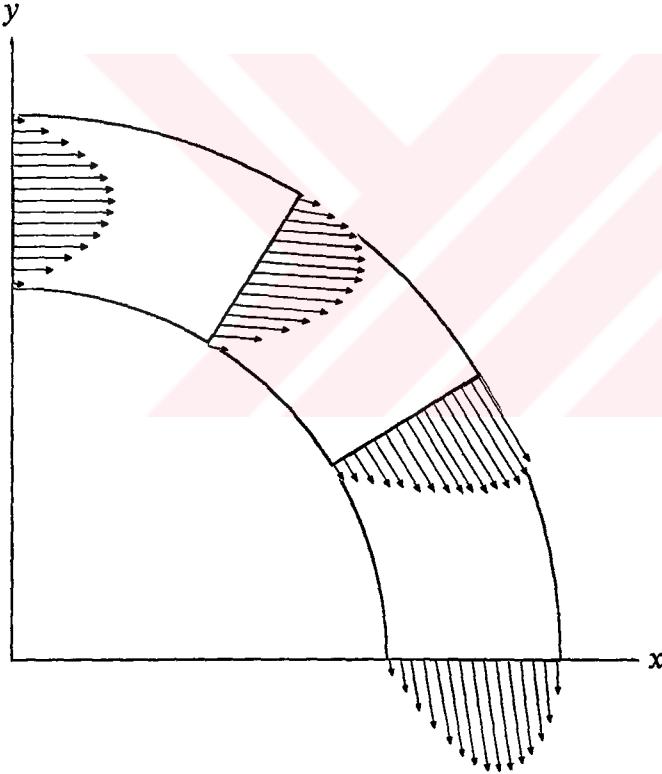
Şekil 35. Fiziksel alandaki sonlu fark ağ düzeni

d ve θ sırasıyla dirsek çapını ve dirsek açısını göstermektedir. u , ortalama hız, d dirsek çapı ve ν kinematik viskozite olmak üzere Reynolds sayısı;

$$Re = \frac{ud}{\nu} \quad (74)$$

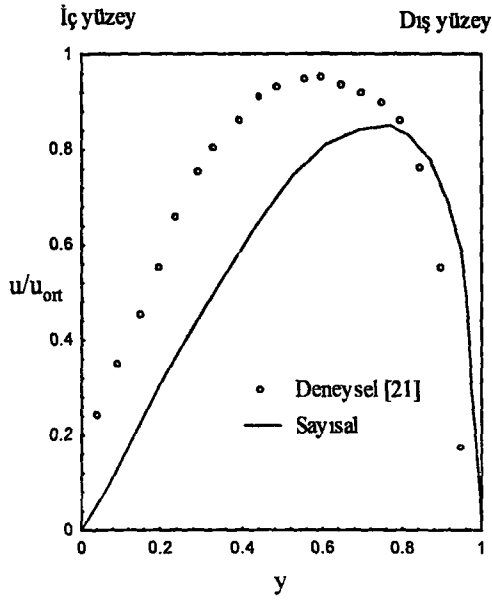
olarak tanımlanmıştır. Sayısal çözümler, 62x62' lik ağ düzeni ile, Reynolds sayısının 790 değeri için elde edilmiştir. Normalize edilmemiş mutlak artıkların 1×10^{-5} 'den küçük olması çözümün yakınsama kriteri olarak alınmıştır.

Şekil 36'da dairesel dirsek içinden akışta $Re = 790$ 'da $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ için vektörel hız profilleri verilmiştir. Dirsek açısı arttıkça hız profillerinin maximumları dirseğin dış kısmına doğru kaymaktadır.

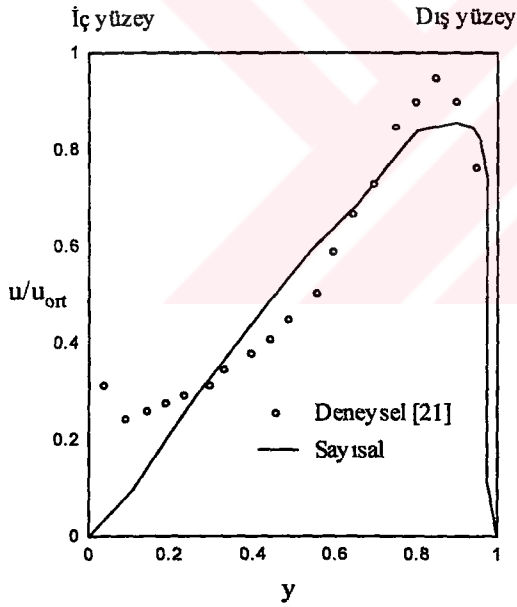


Şekil 36. Dairesel dirsek içinden akışta $Re = 790$ 'da $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ için vektörel hız profilleri

Şekil 37 ve Şekil 38'de dairesel dirsek içinden akışta $Re = 790$ için sırasıyla $\theta = 30^\circ$ ve $\theta = 60^\circ$ de sayısal çözümlerle bulunan hız profilleri deneysel değerlerle birlikte verilmektedir.



Şekil 37. $\theta = 30^\circ$ için deneysel ve sayısal hız profilleri



Şekil 38. $\theta = 60^\circ$ için deneysel ve sayısal hız profilleri

$\theta = 30^\circ$ ve $\theta = 60^\circ$ için deneysel değerlerle karşılaştırmalı olarak verilen sayısal çözümlerde hız profillerinin maximumlarının dirseğin dış kısmına doğru kaydığı görülmektedir.

4. İRDELEME

Genel eğrisel koordinatlar için hazırlanmış bir bilgisayar programı ile, iki boyutlu yayıcı akışı, eğik basamak akışı, dairesel yüzey üzerinden akış ve dairesel dirsek içinden sürekli laminer akışlar fiziksel alandan hesap alanına transformasyon yapılarak hesaplanmıştır.

Yayıcıdaki akış değişik eğim açıları ve değişik Reynolds sayılarında çözülmüştür. Çözüm bölgesi boyunca değişik istasyonlardaki hız profilleri bulunmuş ve akış ayrılmasının başladığı bölgeler belirlenmiştir. Yayıcı eksenini boyunca akış yönünde hız azalmaktadır. Kesit genişlemesi sonucu oluşan basınç artışı ve hızdaki azalma nedeniyle hız profilleri basıklaşmaktadır. Elde edilen çözümlerden ayrılmış akışın tekrar tutunmadığı ve yayıcı çıkışına kadar devam ettiği görülmüştür. Bu nedenle ters akış bölgesinin uzunluğu yerine ayrılmanın başladığı bölge göz önüne alınmıştır. Reynolds sayısının artması ile ayrılma bölgesinin başlangıç noktası yayıcı girişine doğru yaklaşmaktadır. $\alpha = 5^\circ$ 'lik eğim açısı için $Re = 1000$ 'e kadar yapılan çözümlerden akış ayrılmasının olmadığı görülmüştür. Eğim açısının 7° 'den büyük olması durumlarında yayıcı içindeki akışta ayrılma meydana geldiği mevcut çalışmalardan bilinmektedir. Eğim açısının artması ile akış ayrılması daha küçük Reynolds sayılarında meydana gelmektedir.

Eğik basamak akışında, orta kısımdaki eğik bölgenin yatay uzunluğu yayıcı akışında olduğu gibi sabit alınmıştır. Basamaktan hemen sonra ayrılan akış tekrar tutunduğundan; bu geometri için uzunluğu belirlenebilen bir ters akış bölgesi meydana gelmektedir. Değişik eğim açılarındaki basamak akışı için çeşitli Reynolds sayılarında çözümler yapılmış; ters akış bölgesi uzunlukları ve değişik istasyonlarda yatay doğrultudaki hız profilleri belirlenmiştir. Ters akış bölgesi uzunlukları (*tutunma uzunlukları*) hem artan eğim açısı hem de artan Reynolds sayısı ile birlikte artmaktadır. Ters akış bölgesi yükseklikleri ise küçük eğim açılarındaki sabit kalırken, büyük eğim açılarındaki artan Reynolds sayısı ile azalma eğilimi göstermektedir. Bu durum yerel Reynolds sayısındaki artışın neden olduğu sınır tabakadaki incelmeye açıklanmaktadır.

Dairesel yüzey üzerinden akış çözülerek, değişik Reynolds sayıları için yatay doğrultudaki hız profilleri ve ayrılma bölgesinin başlangıç yerleri belirlenmiştir. Artan Reynolds sayısı ile ayrılma bölgesinin başlangıç noktası girişe doğru yaklaşmaktadır.

Çözüm bölgesinin üst kısmı serbest sınır olarak seçildiğinden, bu bölgelerde kısmen akış alanına momentum girişi olmakta ve bu bölgelerde hız değerleri azalmaktadır.

Dairesel dirsek içinden akış çözülerek değişik dirsek açıları için vektörel hız profilleri belirlenmiştir. Artan dirsek açısı ile birlikte hız profillerinin maximumları dirseğin dış kısmına doğru kaymaktadır.

Metrik türevlerin nümerik olarak belirlenmesi nedeniyle, kullanılan yöntemden kaynaklanan kesme hataları ve bilgisayarların neden olduğu yuvarlatma hataları çözüm hassasiyetini önemli ölçüde etkilemektedir.

Bu tip akışların sayısal olarak incelenmesinde, genelleme açısından oldukça geniş başlangıç ve sınır şartları durumlarının göz önüne alınması gerekmektedir.



5. SONUÇLAR

Sonlu farklar yöntemi kullanılarak, değişik geometrilerdeki akış alanları sürekli akış durumu için hesaplanmıştır. Akış alanında yayıcı, eğik basamak, dairesel yüzey ve dirsek geometrileri kullanılmıştır. Bu çalışmada geometrinin ve sınır şartlarının çözüm üzerine etkileri araştırılmış ve aşağıdaki sonuçlara varılmıştır.

1. Genel eğrisel bir koordinat sisteminin kullanılması ile karmaşık ve keyfi şekilli akış alanları çözülebilmektedir. Koordinat transformasyonu sonucu hesap alanlarının düzgün ağlardan oluşması, bir bilgisayar programının hazırlanmasında kolaylıklar sağlamaktadır.

2. Yayıcı akışında, artan Reynolds sayısı ile birlikte ayrılma noktası yayıcı girişine yaklaşmaktadır. Eğim açısı arttıkça akış ayrılması daha küçük Reynolds sayılarında meydana gelmektedir. $\alpha = 5^\circ$ lik eğim açısı için $Re = 1000$ 'e kadar yapılan çözümlerde akış ayrılması oluşmamaktadır.

3. Yayıcı akışında, en büyük ayrılma bölgesi $8.57H$ uzunluğunda ve $2.33H$ yüksekliğinde 45° lik bir eğim açısı için $Re = 500$ de meydana gelmektedir.

4. Eğik basamak akışında, ters akış bölgesi uzunlukları hem artan Reynolds sayısı ile hem de artan eğim açısı ile artmaktadır.

5. Dairesel yüzey üzerinden akışta artan Reynolds sayısı ile birlikte ayrılma açısı küçülmekte ve ayrılma bölgesi eğrisel kısmın başlangıcına doğru yaklaşmaktadır.

6. Dairesel dirsek içinden akışta artan dirsek açısıyla birlikte maximum hızlar dirseğin dış bölgesine doğru kaymaktadır.

6. KAYNAKLAR

1. Anderson, D.A., Tannehill, J.C., Pletcher, R.H., Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1984.
2. Fletcher, C.A.J., Computational Techniques for Fluid Dynamics - I, Second Edition, Springer-Verlag, Berlin, 1990.
3. Hoffmann, K.A., Computational Fluid Dynamics for Engineers, Engineering Education System, Austin, Texas, 1989.
4. Amsden, A.A., Hirt, C.W., A Simple Scheme for Generating General Curvilinear Grids, Journal Computational Physics, 11 (1973) 348-359
5. Thompson, J.F., Thames, F.C., Mastin, C.W., Automatic Numerical Generation of Body-Fitted Curvilinear Coordinate System for Field Containing Any Number of Arbitrary Two-Dimensional Bodies, Journal of Computational Physics, 15 (1974) 299-319
6. Maliska, C.R., Raithby, G.D., A Method for Computing Three Dimensional Flows Using Non-Orthogonal Boundary-Fitted Co-ordinates, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 4 (1984) 519-537.
7. Smith, K.M., Cope, W.K., Vanka, S.P., A Multigrid Procedure for Three-Dimensional Flows on Non-Orthogonal Collocated Grids, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 17 (1993) 887-904.
8. Liu, Z., Liu, Z., Liu, Z., McCormick, S., Multilevel Methods for Temporal and Spatial Flow Transition Simulation in a Rough Channel, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 19 (1994) 23-40.
9. Mobley, C.D., Steward, R.J., On The Numerical Generation of Boundary - Fitted Orthogonal Curvilinear Coordinate Systems, Journal of Computational Physics, 34 (1980) 124-135.
10. Hodge, J.K., Stone, A.L., Miller, T.E., Numerical Solution for Airfoils Near Stall in Optimized Boundary-Fitted Curvilinear Coordinates, AIAA Journal, 17, 5 (1978) 278-284.
11. Karki, K.C., Patankar, S.V., Calculation Procedure for Viscous Incompressible Flows in Complex Geometries, Numerical Heat Transfer, 14 (1988) 295-307.

12. He, P., Salcudean, M., A Numerical Method for 3D Viscous Incompressible Flows Using Non-Orthogonal Grids, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 18 (1994) 449-469.
13. Shyy, W., Vu, T.C., On the Adoption of Velocity Variable and Grid System for Fluid Flow Computation in Curvilinear Coordinates, Journal of Computational Physics, 92 (1991) 82-105.
14. Chiu, C.P., Wu, T.S., Study of Air Motion in Reciprocating Engine Using an Algebraic Grid Generation Technique, Numerical Heat Transfer, Part A, 17 (1990) 309-327.
15. Shyy, W., Tong, S.S., Correa, S.M., Numerical Recirculating Flow Calculation Using a Body-Fitted Coordinate System, Numerical Heat Transfer, 8 (1985) 99-113.
16. Patankar, S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw-Hill, New York, 1980.
17. Taylor, A.M.K.P., Whitelaw, J.H., Yianneskis, M., Curved Ducts with Strong Secondary Motion : Velocity Measurements of Developing Laminar and Turbulent Flow, Transactions of the ASME - Journal of Fluid Engineering, 104 (1982) 350-359.
18. Mori, Y., Uchida, Y., Ukon, T., Forced Convective Heat Transfer in a Curved Channel with a Square Cross Section, International Journal of Heat and Mass Transfer, 14 (1971) 1787-1805.
19. Hille, P., Vehrenkamp, R., Schulz-Dubois, E.O., The Development and Structure of Primary and Secondary Flow in a Curved Square Duct, Journal of Fluid Mechanics, 151 (1985) 219-241.
20. Cheng, K.C., Lin, R.C., Ou, J.W., Fully Developed Laminar Flow in Curved Rectangular Channels, Transactions of the ASME - Journal of Fluid Engineering, (1976) 41-48.
21. Humphrey, J.A.C., Taylor, A.M.K., Whitelaw, J.H., Laminar Flow in a Square Duct of Strong Curvature, Journal of Fluid Mechanics, 83,3 (1977) 509-527.
22. Schlichting, H., Boundary-Layer Theory, Seventh Edition, McGraw-Hill Book Co., New York, 1990.
23. Özgür, C., Deneysel Hidromekanik, İ.T.Ü. Makine Fak. Yayını, Sayı.848, İstanbul, 1971.
24. Van Doormaal, J.P., Raithby, G.D., Enhancements of the Simple Method for Predicting Incompressible Fluid Flows, Numerical Heat Transfer, 7 (1984) 147-163.

7. ÖZGEÇMİŞ

Yücel ÖZMEN, 1976 yılında Trabzon'da doğdu. 1993 yılında Trabzon Teknik Lisesi'nden mezun oldu. Aynı yıl Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik - Mimarlık Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü'ne girdi. Temmuz 1997'de bu bölümden mezun oldu. Eylül 1997'de K. T. Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans'a başladı. Aralık 1997'de K. T. Ü. Mühendislik - Mimarlık Fakültesi Dekanlığı'na Araştırma Görevlisi olarak atandı. Halen aynı görevine devam etmekte olup, alanıyla ilgili kaynakları kullanabilecek derecede İngilizce bilmektedir.

