

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ * FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ PROGRAMI

EKSENEL SİMETRİK LAMİNER AKIŞLAR İÇİN
3 BOYUTLU NAVIER-STOKES DENKLEMLERİNİN SAYISAL ÇÖZÜMÜ

Mak.Müh.Tülin KULOĞLU

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce

"Makina Yüksek Mühendisi"

Ünvanının Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 8 Ocak 1988

Tezin Sözlü Savunma Tarihi : 1 Şubat 1988

Tez Danışmanı : Doç.Dr.Hüseyin Şinasi ONUR

Jüri Üyesi : Doç.Dr.Teoman AYHAN

Jüri Üyesi : Doç.Dr.Atilâ ÜLKÜ

Enstitü Müdürü : Prof.Dr.Doğan TURHAN

Ocak - 1988

TRABZON

T. G.
Yükseköğretim Kurulu
Dokümantasyon Merkezi

ÖNSÖZ

W.M.PUN ve D.B.SPALDING tarafından hazırlanan ve 2 boyutlu eliptik akışların hesabında kullanılan 2/E/FIX adlı genel bilgisayar programı S.ÖZKAN tarafından ele alınan tez çalışmasında K.T.Ü.- IBM 4341 bilgisayarına uyumlanarak çalıştırılmıştır. Bu çalışma, yine aynı programın 3 boyutlu ekse- nel simetrik laminer akışlar için düzenlenmesiyle ilgilidir. 3 boyutlu hale getirilen program çeşitli problemlere de uygulanmıştır.

Çalışmanın hazırlanması sırasında yardımlarını esirgeme- yen Sayın Hocam Doç.Dr.HÜSEYİN ŞİNASI ONUR'a teşekkürlerimi sunarım.

Tülin KULOĞLU,1988

İ Ç İ N D E K İ L E R

ÖNSÖZ	ii
İÇİNDEKİLER	iii
NOTASYON LİSTESİ	iv
ÖZET	vi
SUMMARY	vii
BÖLÜM 1. GİRİŞ	1
BÖLÜM 2. HAREKETİN DENKLEMLERİ	3
BÖLÜM 3. KULLANILAN DENKLEMLERİN SONLU FARK AÇILIMLARI.	7
BÖLÜM 4. ÇÖZÜM YÖNTEMİ	16
BÖLÜM 5. BİLGİSAYAR PROGRAMI	18
5.1. Program hakkında genel bilgiler.....	18
5.2. Programın akış şeması	21
BÖLÜM 6. PROGRAMIN UYGULANDIĞI ÖRNEK PROBLEMLER	24
6.1. Katı cisim dönmesi	24
6.2. Laminer kaynak-kuyu akışları	26
6.3. Dönmeli laminer boru akışı	30
BÖLÜM 7. SONUÇLAR VE YORUMLARI	39
KAYNAKLAR	41
ÖZGEÇMİŞ	42

NOTASYON LİSTESİ

A_W, A_E, A_S, A_N	Kontrol hacminin yüzey alanları
$a = \lambda / \rho C_p$	Isı yayılım katsayısı
a	Kaynak-kuyu akışında iç silindir yarıçapı
b	Kaynak-kuyu akışında dış silindir yarıçapı
C_p	Akışkanın sabit basınçta özgül ısısı
C_W, C_E, C_S, C_N	Sonlu-fark denklemlerindeki taşınım katsayıları
D_W, D_E, D_S, D_N	Sonlu-fark denklemlerindeki yayılım katsayıları
D	Çap
G	Sürtünme nedeniyle ısıya dönüşen enerji
h	Entalpi
L	Eksenel uzunluk, boru boyu
\dot{m}_{net}	Süreklilik hatası
n	Devir sayısı
$Nu_x = \alpha_x D / \lambda$	Yerel Nusselt sayısı
p	Basınç
q	Debi
\dot{q}	Isı akısı
R	Yarıçap
r	Radyal koordinat
$Re = u_\theta D / \nu$	Reynolds sayısı
$Ro = 2u_\theta / \Omega D$	Rossby sayısı
RS_p	Sonlu-fark denklemlerindeki kalıntı (Residual-Source)
$S = q / 2\pi Y$	Kaynak Reynolds sayısı
S_ϕ	Genel diferansiyel denklemdeki kaynak terim
S_u, S_p	Sonlu-fark denklemlerindeki kaynak terimler
T	Sıcaklık
T_a	Herhangi bir eksenel kesitte ortalama akışkan sıcaklığı

T_w	Cidar sıcaklığı
u	Eksenel yöndeki hız bileşeni
u_0	Boru girişindeki üniform hız
u_{max}	Maksimum hız
v	Radyal yöndeki hız bileşeni
V	Kontrol hacmi
x	Eksenel koordinat
w	Açısal yöndeki hız bileşeni
w^*	Açısal yöndeki boyutsuz hız
α_x	Yerel ısı taşınım katsayısı
Γ_ϕ	Yayınım katsayısı
$\Delta x, \Delta r$	Eksenel ve radyal yöndeki ağ aralığı
$\delta x_w, \delta x_e, \delta r_s, \delta r_n$	Eksenel ve radyal yönlerde kontrol hacminin yüzeylerinden ağ noktasına olan mesafeler
λ	Isı iletim katsayısı
θ	Açısal koordinat
μ	Dinamik viskozite
γ	Kinematik viskozite
ρ	Akışkanın yoğunluğu
$\sigma = \gamma/a$	Prandtl sayısı
ϕ	Genel değişken
$\psi_w, \psi_e, \psi_s, \psi_n$	Sonlu-fark denklemlerindeki katsayılar
$\Omega = \pi n/30$	Açısal hız

ÖZET

Bu çalışmada W.M.PUN ve D.B.SPALDING tarafından hazırlanan, iki boyutlu eliptik akışların hesabında kullanılan 2/E/FIX programı üç boyutlu aksenal simetrik laminer akışlar için düzenlenmiştir. Sonuçlar sonlu-fark çözüm yöntemiyle kütle ve momentum korunumu diferansiyel denklemlerinin çözülmesiyle elde edilmiştir. Program ilk olarak analitik çözümü bilinen problemlere uygulanmıştır.

Katı cisim dönmesi için program iki aşamada çalıştırılmıştır. İlk aşamada başlangıç şartları olarak analitik çözüm verilmiş ve çözümün hemen hemen değişmediği görülmüştür. İkinci aşamada ise tüm değişkenler için başlangıçta sıfır değeri verilerek analitik çözümle uyumlu sonuçlar elde edilmiştir. Laminer kaynak-kuyu akışı kaynak Reynolds sayısının +10 ve -10 değerleri için çözülmüştür. Sonuçlar analitik çözümle uyumludur. Kaynak Reynolds sayısının büyük değerlerinde kuyu üzerinde viskoz etkiler nedeniyle bir sınır tabaka oluşmaktadır. Bu iki uygulama sonunda programın doğru çalıştığı kanıtlanmıştır.

Dönmeli laminer boru akışı analitik çözümü bilinmeyen, sayısal olarak da "vortex-breakdown" oluşumu sebebiyle çözülemeyen bir problemdir. Bu yüzden dönmeli boru akışı ele alınırken "vortex-breakdown" başlangıcını belirlemek yeterli görülmüştür. Akışı Rossby sayısı ve L/D oranı etkilemektedir. $Re=1000$ için; $Ro=3.2$, $L>12.5D$ 'de yakınsayan çözüm elde edilemediği gibi $Ro < 0.64$, $L=12.5D$ içinde yakınsayan çözüm elde edilememiştir. Bu durum vortex-breakdown oluşumu sebebiyle aksenal simetrinin bozulmasından kaynaklanmaktadır.

SUMMARY

In this study, 2/E/FIX computer programme written by W.M.PUN and D.B.SPALDING has been used to calculate some three dimensional laminar elliptical flows. The original form of 2/E/FIX is for two dimensional flows. The main part of this work involves the modifications of 2/E/FIX into three dimensional form.

The programme uses a finite difference method in which the dependent variables are the velocity components and pressure. A "staggered" grid is used in which axial and radial velocities are placed at mid-points between the main grid points while tangential velocity and enthalpy are stored at main grid points. Each variable has its own control volume and the finite difference equations are obtained by integration over these control volumes. The pressure is deduced from a "pressure correction equation" which is obtained by the combination of the continuity and momenta equations.

The coefficients of the finite difference equation for the variable ϕ_i , which express the effects of convection and diffusion, depend on the radial and axial velocities. In calculating the coefficients, hybrid difference approximation is used.

The result is a tri-diagonal system of equations along any radial grid line, and tri-diagonal matrix algorithm is used to solve finite difference equations. The process is continued until some maximum number of "traverses" has been

reached. To ensure that the iterative procedure converges to the solution of the difference equations, under-relaxation factors are introduced for each variable.

The computer programme has been tested against some well-known flows. The first is solid body rotation and the second is rotating source-sink flow. It has been shown that the numerical solutions compares well with the analitical solutions for both cases. For the third flow situation namely swirling pipe flow, there is no known analitical solution. This flow has been studied for a Reynolds number of 1000 and for different rotational speeds. The flow exhibit reversal near the axis of symmetry at some distance from the enterence and eventually becomes unstable.

1. GİRİŞ

Akışkanların hareketlerini en genel durumda Navier-Stokes denklemleri tanımlamaktadır. Bu denklemlerin çok özel durumlar hariç analitik çözümleri bulunamamıştır. Son yıllarda bilgisayar alanındaki gelişmeler sayesinde, sayısal metodlar kullanılarak yaklaşık çözümlerin hızlı bir şekilde bulunması sağlanmaktadır. Bu durum her akış problemi için deney yapmanın zorluğunu ortadan kaldırdığı gibi, ekonomik de olmaktadır.

Ele alınan çalışma W.M. PUN ve D.B.SPALDING tarafından hazırlanan, iki boyutlu eliptik akışların hesabında kullanılan 2/E/FIX adlı genel bilgisayar programının üç boyutlu hale getirilmesini içermektedir. İki boyutlu durumdaki program halen bir çok akışkanlar mekaniği ve ısı-kütle transferi problemlerine uygulanmaktadır. (Özkan, 1985).

Eksenel simetrik akışlarda açısız koordinata bağımlılık olmadığından, üç boyutlu halde yazılan hareket denklemleri sadece eksenal ve radyal koordinatlara bağımlı olacaktırlar. Bu durumda açısız yöndeki hız bileşeni (w) skaler bir değişken olarak düşünülebilir. Program genel yapısı itibarıyla yeni skaler değişkenlerin eklenebilmesine olanak sağlamaktadır. Buradan yola çıkılarak üç boyutlu hareket denklemleri standart bir formda ifade edilmiş ve açısız yöndeki hız bileşeninden dolayı iki boyutlu hareket denklemlerine eklenen "ilave" terimler belirlenmiştir. Bu ek terimlerin programa yansıtılması ve program akışının açısız yöndeki hızı da çözebilecek bir nitelikte düzenlenmesiyle, program üç boyutlu eksenal simetrik laminer akışlar için kullanılabilir hale getirilmiştir. Sonuçlar sonlu-fark çözüm yöntemiyle kütle ve momentum korunumu diferansiyel denklemlerinin çözülmesiyle elde edilmiştir. Program, doğruluğunun test edilmesi amacıyla önce

analitik çözümlü bilinen problemlere uygulanmıştır.

Bundan sonraki bölümlerde bilgisayar programından ana hatları itibariyle bahsedilmiş, programın uygulandığı örnek problemler anlatılmış son olarak da sonuçlar verilmiştir.



2. HAREKETİN DENKLEMLERİ

Zamandan bağımsız, sıkıştırılamayan bir akışkanın, laminar üç boyutlu aksenal simetrik akışı için hareketin denklemleri, silindirik koordinatlarda aşağıdaki gibi yazılabilir.

Süreklilik denklemi:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} = 0 \quad (2.1)$$

Bu denklem daha genel olarak;

$$\frac{\partial}{\partial x} (r\rho u) + \frac{\partial}{\partial r} (r\rho v) = 0 \quad (2.1a)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Açısal momentum denklemi:

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{wv}{r} = \gamma \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} - \frac{w}{r^2} \right) \quad (2.2)$$

Bu denklemin her iki tarafı yoğunluk (ρ) ile çarpılır ve $\mu = \rho\gamma$ olduğu gözönünde bulundurulursa;

$$\rho u \frac{\partial w}{\partial x} + \rho v \frac{\partial w}{\partial r} = -\rho \frac{wv}{r} - \mu \frac{w}{r^2} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right) \quad (2.2a)$$

elde edilir.

Süreklilik denklemi (2.1a) ρw ile çarpılıp

$$\rho w \frac{\partial u}{\partial x} + \rho w \frac{\partial v}{\partial r} + \rho \frac{wv}{r} = 0 \quad (2.1b)$$

bulunan denklem (2.2a) denkleminin sol tarafına eklenirse

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial w}{\partial x} + \rho v \frac{\partial w}{\partial r} + \rho w \frac{\partial u}{\partial x} + \rho w \frac{\partial v}{\partial r} + \rho \frac{wv}{r} = -\rho \frac{wv}{r} - \mu \frac{w}{r^2} \\ + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right) \end{aligned} \quad (2.2b)$$

ifadesi elde edilir. Aşağıda yapılan düzenlemelerle bu denklem

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial w}{\partial x} + \rho v \frac{\partial w}{\partial r} + \rho w \frac{\partial u}{\partial x} + \rho w \frac{\partial v}{\partial r} + \rho \frac{wv}{r} = -\rho \frac{wv}{r} - \mu \frac{w}{r^2} \\ + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \end{aligned} \quad (2.2c)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (\rho u w) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v w) - \frac{\partial}{\partial x} (\mu \frac{\partial w}{\partial x}) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\mu r \frac{\partial w}{\partial r}) \\ = -\rho \frac{wv}{r} - \mu \frac{w}{r^2} \end{aligned} \quad (2.2d)$$

standart bir forma getirilmiş olur.

Radyal momentum denklemi:

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{w^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \gamma \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} - \frac{v}{r^2} \right) \quad (2.3)$$

Bu denklem; süreklilik denklemi (2.1a) ρv ile çarpıldıktan sonra bulunan denklem (2.3) denkleminin sol tarafına eklenir ve gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (\rho u v) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v^2) - \frac{\partial}{\partial x} (\mu \frac{\partial v}{\partial x}) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\mu r \frac{\partial v}{\partial r}) \\ = -\frac{\partial p}{\partial r} - \mu \frac{v}{r^2} + \rho \frac{w^2}{r} \end{aligned} \quad (2.3a)$$

şeklinde standart bir forma getirilir.

Eksenel momentum eşitliği:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \gamma \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right) \quad (2.4)$$

Bu denkleme de açısai ve radyal momentum denklemleri için yapılan düzenlemeler uygulanırsa, aksenal momentum denklemleri aşağıda yazıldığı gibi standart bir forma getirilmiş olur.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (\rho u^2) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v u) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \\ = - \frac{\partial p}{\partial x} \end{aligned} \quad (2.4a)$$

Enerji denklemleri:

$$\begin{aligned} \rho C_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \lambda \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] + \mu \left\{ 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right. \\ + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{v}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \left. + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Denklemin her iki yanını C_p ile bölünür ve $\{ \dots \}$ ifadesine G denirse

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (\rho u T) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v T) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\sigma} \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r \mu}{\sigma} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \\ = \frac{\mu}{C_p} \cdot G \end{aligned} \quad (2.5a)$$

enerji denkleminin standart şekli elde edilmiş olur. Burada G , sürtünme yüzünden ısıya dönüşen enerji olup laminer akış durumunda ihmal edilmektedir. σ ise Prandtl sayısı olup aşağıda yazıldığı gibidir.

$$\sigma = \frac{\gamma}{a} = \frac{\gamma \rho C_p}{\lambda} = \frac{\mu C_p}{\lambda} \quad (2.6)$$

Standart hale getirilen açısai momentum, radyal momentum, aksenal momentum ve enerji denklemleri,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v \phi) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \\ - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) = S_\phi \end{aligned} \quad (2.7)$$

şeklinde genel bir formda ifade edilebilirler.

Bu denklemlerde ρ akışkanın yoğunluğunu, T sıcaklığını; u, v, w sırasıyla aksenal, radyal, açısall yöndeki hız bileşenlerini, γ ve μ ise sırasıyla akışkanın kinematik ve dinamik viskozitelerini gösterir. (2.7) denklemindeki genel değişken ϕ hız bileşenlerinden başka akışkanın entalpisini (h) de gösterebilir. $\phi \equiv 1$ için (2.7) denklemi süreklilik denklemine indirgenir. Γ her bir ϕ - değişkeni için yayınım katsayısını gösterir, S ise taşınım ve yayınım cinsinden ifade edilemeyen terimleri içerir. Bu büyüklüklerin ifadeleri Tablo 1'de verilmiştir. r ve ∂r sırasıyla 1'e ve ∂y 'ye eşitlendiklerinde (2.7) denklemi aynı zamanda kartezyen koordinat sisteminde de hareket tanımlar.

Denklem	ϕ	$\Gamma\phi$	$S\phi$
Süreklilik	1	0	0
Eksenel momentum	u	μ	$-\frac{\partial p}{\partial x}$
Radyal momentum	v	μ	$-\frac{\partial p}{\partial r} - \mu \frac{v}{r^2} + \rho \frac{w^2}{r}$
Açısal momentum	w	μ	$-\mu \frac{w}{r^2} - \rho \frac{vw}{r}$
Enerji	T	$\frac{\mu}{\sigma}$	0

Tablo 1: Korunumu olan herhangi bir genel değişken ϕ için $\Gamma\phi$ ve $S\phi$ ifadeleri

3. KULLANILAN DENKLEMLERİN SONLU FARK AÇILIMLARI

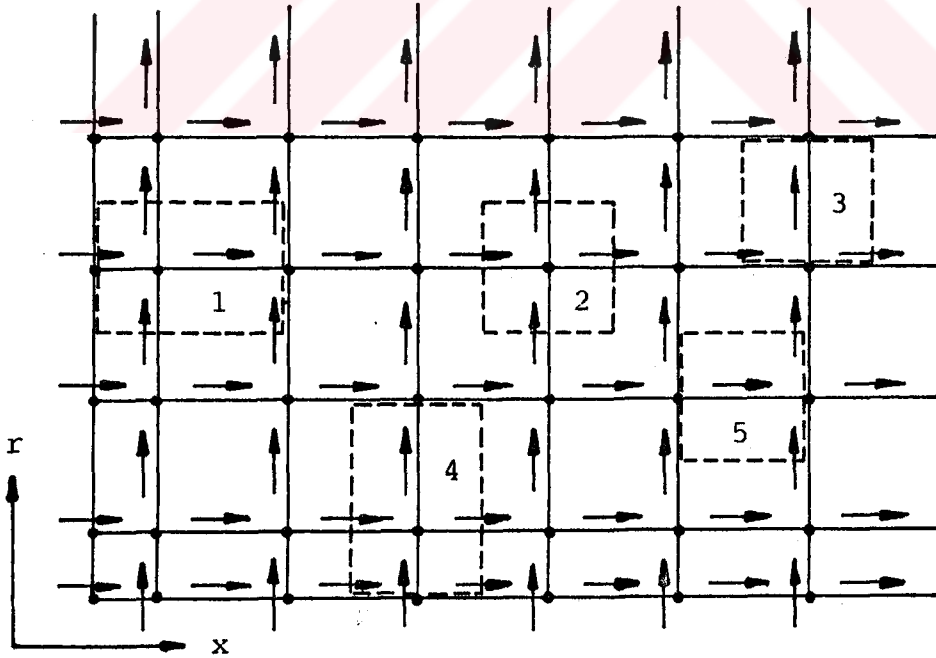
Bölüm 2'de verilen hareketin denklemlerinin genel şekli, (2.7), $1/r$ parantezine alınarak

$$\frac{1}{r} \left[\underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (\rho r u \phi) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v \phi)}_{\text{Taşınım terimleri}} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (\Gamma_{\phi} r \frac{\partial \phi}{\partial x}) - \frac{\partial}{\partial r} (\Gamma_{\phi} r \frac{\partial \phi}{\partial r})}_{\text{Yayınım terimleri}} \right] = S_{\phi} \quad (3.1)$$

Kaynak terim

şeklinde yazılabilir.

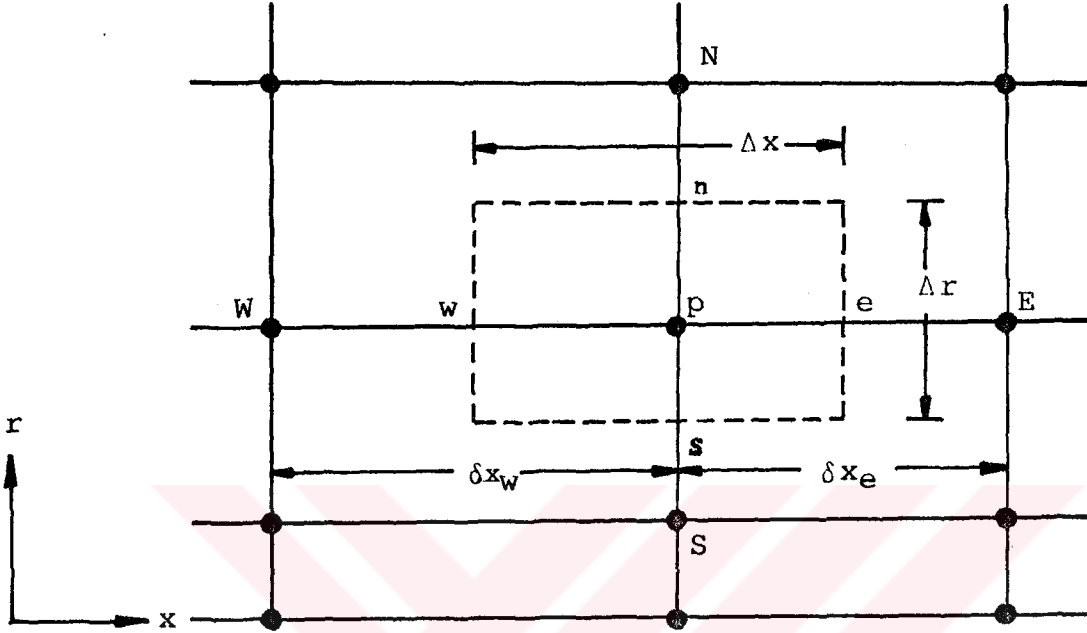
Bu denklem, gözönüne alınan fiziksel integrasyon alanını oluşturan sonlu-fark kontrol hacimleri boyunca integral alınmak suretiyle sonlu-fark denklemi olarak ifade edilir. Kontrol hacim tanımı şekil 1'de gösterilmiştir.



Sayı	1	2	3	4	5
Kontrol hacim tipi	u sınır	w, φ ve süreklilik	v	v sınır	u

Şekil 1: Kontrol hacim tanımı.

Şekil 2'de bir skaler değişken (ϕ) için kontrol hacmi görülmektedir (3.1) denklemindeki taşınım, yayılım ve kaynak terimlerinin bu kontrol hacmi boyunca integrali alınması sonucu sonlu-fark denklemi elde edilir.



Şekil 2: Bir skaler değişken için kontrol hacmi

Kaynak terimi S_ϕ 'nin kontrol hacmi boyunca integrasyonu ve ϕ_p 'ye bağımlı olması için lineerize edilmesiyle sonuçta,

$$\iint_V S_\phi dV = S_p \phi_p + S_u$$

ifadesi elde edilir.

Sayısal stabiliteyi sağlamak için S_p kesinlikle negatif olmalıdır. Eğer ϕ_p 'ye gerçek bağımlılık yoksa o zaman S_p sıfır alınabilir.

Genel değişken ϕ için S_p ve S_u ifadeleri Tablo 2'de verilmektedir.

ϕ	Su	S _p
u	$\dot{m}_{net} u + A_e (p_p - p_E)$	$-\dot{m}_{net}$
v	$\dot{m}_{net} v + A_n (p_p - p_N) + \rho \frac{w^2}{r} V_v^*$	$-\dot{m}_{net} - \frac{\mu}{r^2} V_v^*$
w	\dot{m}_{net}	$-\dot{m}_{net} - \frac{\mu}{r^2} V_w^* - \rho \frac{v}{r} V_w^*$
T	$\dot{m}_{net} T$	$-\dot{m}_{net}$

Tablo 2: Genel değişken ϕ için Su ve S_p ifadeleri

*) Bu tabloda V_v, V_w ; v ve w değişkenleri için hücre kontrol hacmini göstermektedir.

Tablo 2'deki \dot{m}_{net} ;

$$\dot{m}_{net} = |C_w - C_E + C_S - C_N| \quad (3.3)$$

şeklinde olup süreklilik hatası olarak adlandırılmaktadır. C'lerin tanımı daha sonra verilecektir.

Taşınım ve yayılım terimlerinin de integrasyonu ve gerekli düzenlemelerin yapılmasıyla,

$$C_w \phi_w - C_E \phi_e + C_S \phi_s - C_N \phi_n + D_w (\phi_w - \phi_p) + D_E (\phi_E - \phi_p) + D_S (\phi_S - \phi_p) + D_N (\phi_N - \phi_p) = S_p \phi_p + Su \quad (3.4)$$

elde edilir. Bu denklemde $\phi_w, \phi_e, \phi_s, \phi_n$ değerleri kontrol hacminin sınırlarında; $\phi_w, \phi_E, \phi_S, \phi_N$ değerleri ve bütün katsayılar aę noktalarında tanımlanmıştır. Kontrol hacmine giren akışkan için (+), çıkan akışkan için (-) işaret kullanılmıştır.

(3.3) ve (3.4) denklemdeki C'ler taşınım, D'ler yayılım katsayısı olarak adlandırılırlar ve aşığıdaki gibi tanımlanmışlardır.

$$C_W = (\rho u)_w A_w \quad C_N = (\rho v)_n A_n \quad (3.5a)$$

$$C_E = (\rho u)_e A_e \quad C_S = (\rho v)_s A_s$$

$$D_W = \frac{\Gamma_w A_w}{\delta x_w} \quad D_N = \frac{\Gamma_n A_n}{\delta r_n} \quad (3.5b)$$

$$D_E = \frac{\Gamma_e A_e}{\delta x_e} \quad D_S = \frac{\Gamma_s A_s}{\delta r_s}$$

(3.5a) ve (3.5b) deki A'lar ağ noktaları arasında ortada dört noktaya (e, w, n, s) yerleştirilen hücre yüzey alanlarını gösterir.

Bundan sonra bir sonlu-fark denklemi formülasyonunda yapılacak iş herhangi iki ağ noktası arasında genel değişken ϕ' nin nasıl değişeceği varsayımdır. Yani $\phi_e, \phi_w, \phi_n, \phi_s$ değerlerinin belirlenmesidir. Bilgisayar programında bu değerler UDS (Upwind-Difference Scheme) ve HDS (Hybrid-Difference Scheme) yöntemleriyle bulunmuştur. Bu yöntemlerden başka CDS (Central-Difference Scheme) yöntemi de vardır. Şimdi bu yöntemler kısaca incelenecektir.

a) CDS Yöntemi (Central-Difference Scheme)

CDS yönteminde kontrol hacminin bir yüzü arasındaki ϕ' nin değeri kontrol hacim yüzünün her iki tarafındaki noktalarda bulunan ϕ değerlerinin ortalaması olarak alınır. Örneğin; toplam akı kontrol hacminin doğu yüzeyi (e) için hesaplanırsa ϕ_e 'nin değeri

$$\phi_e = \frac{1}{2} (\phi_p + \phi_E)$$

olarak ifade edilir.

$$\begin{aligned} \text{Toplam akı} &= -C_E \phi_e + D_E (\phi_E - \phi_p) \\ &= -C_E \frac{1}{2} (\phi_p + \phi_E) + D_E (\phi_E - \phi_p) \quad (3.6) \\ &= -(D_E + \frac{C_E}{2}) \phi_p + (D_E - \frac{C_E}{2}) \phi_E \end{aligned}$$

Burada; $C_E = (\rho u)_e A_e$, $D_E = \frac{\Gamma_e A_e}{\delta x_e}$ şeklindedir.

CDS yöntemi yeterince küçük hızlar için önerilmiştir. Ağ "Peclet" sayısı $(u \Delta x / \Gamma)$ 2'den büyük olduğunda "semi-implicit-type" sayısal yöntemin çözüme götürmediği saptanmıştır

b) UDS Yöntemi (Upwind-Difference Scheme)

Bu yöntem CDS yönteminde bir yüzeyden taşınan ϕ büyüklüğünün, yüzeyin her iki tarafında bulunan ağ noktalarındaki ϕ 'lerin ortalaması olarak alınması varsayımının eksik tarafını görerek daha iyi bir çözüm önermektedir. Yayınım akısı için ϕ 'nin kesik lineer olarak ağ noktaları arasında değiştiği varsayılırken, taşınım akısı için bir yüzey arasından taşınan ϕ 'nin değeri olarak alınır. Örneğin; taşınım akısı kontrol hacminin doğusundaki (e) yüzeyi için hesaplanırken ϕ_e 'nin değeri

$$\begin{aligned} \phi_e &= \phi_p \quad \text{eğer } (\rho u)_e A_e \geq 0 \quad \text{ise} \\ \phi_e &= \phi_E \quad \text{eğer } (\rho u)_e A_e < 0 \quad \text{ise} \end{aligned}$$

şeklinde alınır. Buna göre toplam akı

$$\text{Toplam akı} = -C_E \phi_e + D_E (\phi_E - \phi_p)$$

$$C_E > 0 \quad \text{ise} \quad \text{Toplam akı} = -(C_E + D_E) \phi_p + D_E \phi_E$$

$$C_E < 0 \quad \text{ise} \quad \text{Toplam akı} = -D_E \phi_p + (D_E - C_E) \phi_E$$

(3.7)

olarak ifade edilir.

Bu yaklaşım CDS metodunun kullanılmasında ortaya çıkan stabilite sorununu ortadan kaldırmaktadır.

c) HDS Yöntemi (Hybrid-Difference Scheme)

HDS yöntemi Spalding tarafından geliştirilmiştir. CDS ve UDS yöntemlerinin bir karmasıdır. Bu yöntem $P_e < 2$ için CDS yönteminin, $P_e > 2$ için UDS yönteminin geçerli olmasına olanak vererek kontrol hacminin bir yüzeyinde ϕ değerinin hesaplanmasını sağlamaktadır. Bu son durumda yayınım terimlerinin etkisinin ihmal edilebileceği kabul edilmiştir. (Özkan, 1985).

$P_e \leq 2$ için;

Bu durumda CDS yöntemi kullanılmaktadır. Yani;

$$\phi_e = \frac{1}{2} (\phi_p + \phi_E)$$

$$\text{Toplam akı} = (D_E - \frac{C_E}{2})\phi_E - (D_E + \frac{C_E}{2})\phi_p \quad (3.8)$$

şeklindedir.

$P_e > 2$ için;

Bu durumda UDS yöntemi kullanılmaktadır:

1- $\phi_e = \phi_p$, eğer $C_E > 0$ ise

$$\text{Toplam akı} = D_E \phi_E - (D_E + C_E)\phi_p$$

$P_e > 2$ için yayılım terimleri ihmal edilmekte ve taşınım terimlerinin etkisi önem kazanmaktadır. Böylece ϕ_E 'nin katsayısı sıfır olmaktadır.

$$\text{Toplam akı} = -C_E \phi_p \quad (3.9)$$

2- $\phi_e = \phi_E$, eğer $C_E < 0$ ise

$$\text{Toplam akı} = (D_E - C_E) \phi_E - D_E \phi_p$$

$$\text{Toplam akı} = -C_E \phi_E$$

Yukarıda tanıtılan sonlu fark yöntemleriyle kontrol hacim yüzeylerindeki ϕ -dağılımları için (3.1) genel diferansiyel denkleminin sonlu-fark şekli oluşturulabilir. Bu sonlu-fark formülasyonu

$$(\sum_j \psi_j - S_p) \phi_p = \sum_j \psi_j \phi_j + S_u \quad (3.10)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada; Σ ağ noktalarındaki (E, W, N, S) toplamı gösterir. ψ 'ler CDS, UDS veya HDS yöntemlerinden birisiyle oluşturulan, yayılım ve taşınım etkilerini içeren katsayılardır. S'ler taşınım ve yayılım cinsinden ifade edilemeyen terimleri içeren kaynak terim bileşenleridir.

UDS ve HDS yöntemleri için ψ 'lerin ayrıntılı çıkarılışları Patankar'da verilmiştir (Patankar, 1980). Burada ψ 'lerin aldığı son şekiller verilmiştir.

Çalışmada kullanılan UDS ve HDS yöntemlerine göre

katsayılar aşağıdaki şekilde tanımlanmışlardır.

$$\begin{aligned} \text{UDS Yöntemine göre} \quad \psi_E &= [[D_E, D_E - C_E]] & \psi_W &= [[D_W, D_W + C_W]] \\ \psi_N &= [[D_N, D_N - C_N]] & \psi_S &= [[D_S, D_S + C_S]] \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \text{HDS Yöntemine göre:} \quad \psi_E &= [[-C_E, D_E - \frac{C_E}{2}, 0]] & \psi_W &= [[C_W, D_W + \frac{C_W}{2}, 0]] \\ \psi_N &= [[-C_N, D_N - \frac{C_N}{2}, 0]] & \psi_S &= [[C_S, D_S + \frac{C_S}{2}, 0]] \end{aligned} \quad (3.12)$$

Köşeli parantezler ($[[\]]$) ψ 'lerin içerdikleri en büyük değer alınldığını göstermektedir.

Basınç doğrultman denklemi aksenal momentum, radyal momentum ve süreklilik denklemleriyle oluşturulur.

$$A_p^u u_p = \sum_j \psi_j u_j + A_e(p_p - p_E) + S_1^u \quad (3.13)$$

$$A_p^v v_p = \sum_j \psi_j v_j + A_n(p_p - p_N) + S_1^v \quad (3.14)$$

$$(\rho u)_w A_w - (\rho u)_e A_e + (\rho v)_s A_s - (\rho v)_n A_n = 0 \quad (3.15)$$

(3.13), (3.14) ve (3.15) denklemleri sırasıyla aksenal momentum, radyal momentum ve süreklilik denklemleridir. S_1^u ve S_1^v ise Tablo 2'de verilen ve basınç terimlerini içermeyen S_u ifadeleridir. Denklemlerdeki A_p katsayıları,

$$A_p^u = \sum_j \psi_j - S_p^u \quad \text{ve} \quad A_p^v = \sum_j \psi_j - S_p^v$$

şeklindedir.

Başlangıçtaki tahmini basınç alanındaki basınçlar p^* ve bu basınç alanına karşı gelen hızlar u^* ve v^* ile gösterilirse yukarıdaki denklemler;

$$A_p^u u_p^* = \sum_j \psi_j u_j^* + A_e(p_p^* - p_E^*) + S_1^u \quad (3.16)$$

$$A_p^v v_p^* = \sum_j \psi_j v_j^* + A_n(p_p^* - p_N^*) + S_1^v \quad (3.17)$$

şeklinde yazılabilirler.

Hızların ve basınçların gerçek değerleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} u_j &= u_j^* + u_j' \\ v_j &= v_j^* + v_j' \\ p_j &= p_j^* + p_j' \end{aligned} \quad (3.18)$$

Yukarıda (') ile gösterilen terimler doğrultman terimleridir.

(3.16) denkleminde (3.13) denklemi, (3.17) denkleminde de (3.14) denklemi çıkarılırsa,

$$A_p^u u_p' = \sum_j \psi_j u_j' + A_e (p_p' - p_E') \quad (3.19)$$

$$A_p^v v_p' = \sum_j \psi_j v_j' + A_n (p_p' - p_N') \quad (3.20)$$

denklemleri elde edilir.

Doğru çözüme yaklaşıldıkça u_j' ve v_j' terimleri sifira yaklaşacaktır. Bu nedenle, (3.19) ve (3.20) denklemlerinin sağ tarafındaki ilk terimler dikkate alınmadan (3.18) denklemi de gözönünde bulundurularak,

$$u_p = u_p^* + \frac{A_e}{A_p^u} (p_p' - p_E') \quad (3.21)$$

$$v_p = v_p^* + \frac{A_n}{A_p^v} (p_p' - p_N') \quad (3.22)$$

eksenel ve radyal hızların gerçek değerleri bulunmuş olur. Bu ifadeler (3.15) nolu süreklilik denkleminde yerine yazılırsa;

$$\begin{aligned} & \rho \left[u_w^* + \frac{A_w}{A_p^u} (p_w' - p_p') \right] A_w - \rho \left[u_e^* + \frac{A_e}{A_p^u} (p_p' - p_E') \right] A_e \\ & + \rho \left[v_s^* + \frac{A_s}{A_p^v} (p_s' - p_p') \right] - \rho \left[v_n^* + \frac{A_n}{A_p^v} (p_p' - p_N') \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

eşitliği elde edilir. Gerekli düzenlemeler yapılırsa bu denklemin sonlu fark formülasyonu

$$\sum_j \psi_j \phi_p = \sum_j \psi_j \phi_j + Su \quad (3.24)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada ϕ basınç doğrultmanı p' 'yü göstermektedir. ψ 'ler

$$\psi_E = \rho A_e \frac{A_e}{A_u} \quad \psi_W = \rho A_w \frac{A_w}{A_u}$$

$$\psi_N = \rho A_n \frac{A_n}{A_v} \quad \psi_S = \rho A_s \frac{A_s}{A_v}$$

şeklinde tanımlanmışlardır. Su ifadesi

$$\rho u_w^* A_w - \rho u_e^* A_e + \rho v_s^* A_s - \rho v_n^* A_n = \dot{m}_{net} \quad (3.25)$$

değerine eşittir. Kullanılan programda bu değer en son iterasyonda sıfır olacaktır. Yine programda çözüm algoritması gereği basınç doğrultman denklemindeki $\psi_w = 0$ olarak alınmıştır.

4. ÇÖZÜM YÖNTEMİ

Sonlu fark denklemlerini çözmek için kullanılan sayısal çözüm yöntemi "SIMPLE" yönteminden biraz farklı olan "NEAT" yöntemidir. Bu yöntem "2/E/FIX" (two-dimensional, elliptic, and fixed grid) olarak adlandırılan Pun ve Spalding'in genel iki boyutlu koduna eklenmiştir. Bu bilgisayar kodunda akışın değişkenleri kaydırılmış bir sonlu fark ağ sistemi boyunca (Şekil 1) "Semi-implicit line-by-line" tarzında hesaplanırlar. Ana adımlar aşağıdaki gibi sıralanabilir (Patankar, 1980).

1. Basınç alanı tahmin edilir. (p^*)
2. Aksenal ve radyal momentum denklemleri çözülerek u^* ve v^* değerleri bulunur.
3. Basınç doğrultman denklemi çözülür (p' denklemi).
4. p^* değerlerine p' basınç doğrultman değerleri eklenerek p değerleri hesaplanır.
5. Basınç doğrultman değerlerinden hız doğrultmanları (u' , v') hesaplanarak bulunan bu değerlerden u ve v değerleri elde edilir.
6. Akış alanını etkileyen diğer ϕ -değerleri (w , h vb.) için sonlu-fark denklemi çözülür. (Eğer ϕ değerleri akışı etkilemiyorlarsa yakınsayan çözüme ulaşıldıktan sonra hesaplanır)
7. Basınç doğrultmanları eklenerek bulunan p değerleri yeni tahmini basınç değerleri p^* olarak alınarak 2. iterasyona geçilir ve yakınsayan çözüm elde edilinceye kadar bu işlemler tekrarlanır.

Yukarıda verilen bu ana adımlar simple ve neat yöntemlerinin her ikisinde de aynıdır. Simple yönteminde bir değişkenin tüm akış alanındaki değerleri hesaplanır. İstenilen koşul sağlanıncaya kadar hesaplamalar devam eder. Daha sonra diğer

değişken için hesaplamalar yapılır. Neat yönteminde ise gözönünde bulundurulan radyal ağ doğrultusu üzerinde bütün değişkenler için hesaplamalar yapılır. İstenilen koşul sağlanınca diğer radyal ağ doğrultusuna geçilir. Ayrıca neat yönteminde akış alanındaki basınç değişimleri sonucu ortaya çıkan süreklilik ve momentum hatalarının giderilmesi radyal ağ doğrultuları üzerinde yapılır (Özkan, 1985).

Bilgisayar kodunun "semi-implicit" doğası nedeniyle integrasyon sırasında akışın değişkenlerinin yavaş değişmesi ve stabiliteyi sağlamak için "under-relaxation" faktörleri kullanılmıştır.

Sonlu fark denklemleri TDMA (Tri-diagonal matrix algorithm) ile çözülürler. Çözüm sırasında doğu ve batıdaki ϕ değerleri biliniyor kabul edilir.

Yakınsamanın sağlanıp sağlanmadığı "residual-source" (kalıntı) kriteriyle belirlenmiştir. Her bir değişken için her noktada ve her iterasyonda residual-source (kalıntı);

$$RS_p = (\sum_j \psi_j - S_p) \phi_p - \sum_j \psi_j \phi_j - S_u$$

şeklinde hesap edilir. Her iterasyonda kalıntılar her bir değişken için uygun şekilde normalize edildikten sonra bunların mutlak değerlerinin toplamının en büyüğü küçük bir sayı (10^{-3} gibi) ile karşılaştırılır. Bu koşul gerçekleştiğinde iterasyon sona erer.

Her değişken için radyal ağ doğrultusu üzerindeki TDMA taramalarının sayısını kontrol etmek için o ağ doğrultusu üzerindeki normalize edilmiş kalıntıların toplamının mutlak değeri küçük bir sayı ile karşılaştırılır. Bu koşul sağlanırsa bir sonraki radyal ağ doğrultusuna geçilir. Sağlanmazsa işlemler maksimum tarama sayısında kesilerek bir sonraki radyal ağ doğrultusuna geçilir (Özkan, 1985).

5. BİLGİSAYAR PROGRAMI

Program hakkında geniş bilgi kaynaklardan edinilebilir (Pun ve Spalding, 1976; Özkan, 1985). Burada programın yapısı üzerine genel bilgiler ve program akış şeması verilecektir.

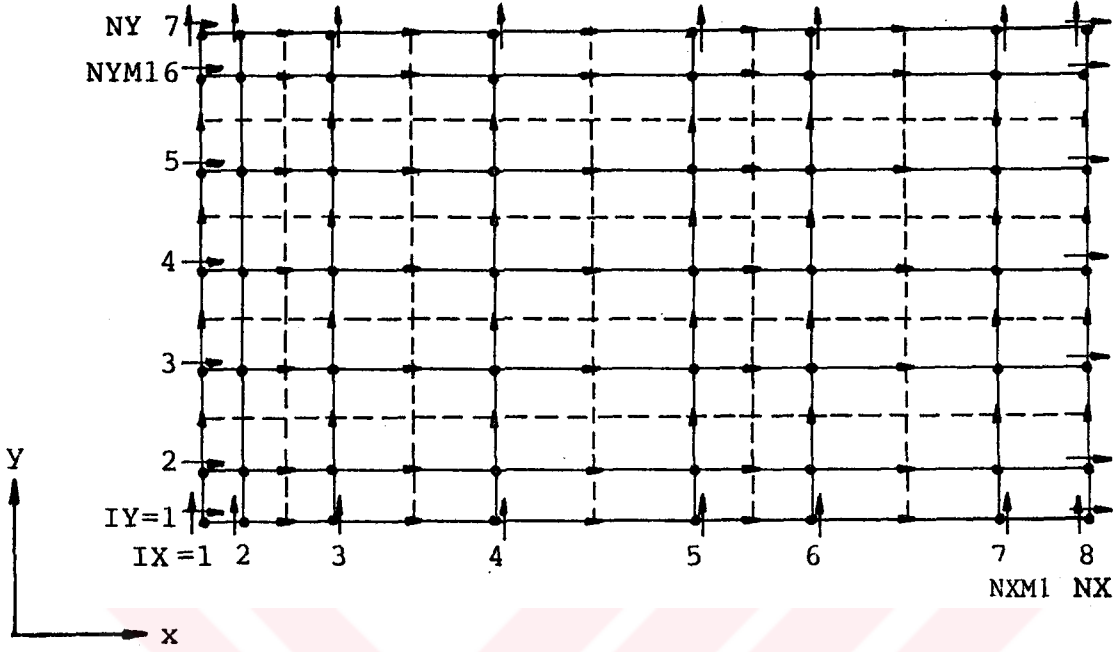
5.1. PROGRAM HAKKINDA GENEL BİLGİLER

Çalışmada kullanılan bilgisayar programının genel özellikleri aşağıdaki gibi sıralanabilir (Pun ve Spalding, 1976).

- * Program "FORTRAN IV" programlama diliyle yazılmıştır.
- * Kullanılan sayısal çözüm yöntemi 4. bölümde anlatılan NEAT yöntemidir.
- * Sayısal verilerin programa girişi "BLOCK DATA" altprogramıyla sağlanır.
- * Değişkenler bilgisayarda bir boyutlu olarak saklanırlar.
- * Kaydırılmış sonlu-fark ağı kullanılmıştır.
- * Bir radyal ağ doğrultusu üzerindeki TDMA taramaları güney-kuzey doğrultusunda yapılır.
- * İntegrasyon sırasında ağ doğrultuları doğu-batı doğrultusunda taranır.
- * Altprogramlara değişik noktalarda giriş ve çıkışlar (ENTRY ve RETURN) vardır.

Programda kullanılan sonlu-fark ağı Şekil 3'te görülmektedir. Eksenel yöndeki ağ doğruları 1'den NX'e kadar, radyal yöndekiler ise 1'den NY'ye kadar numaralandırılmıştır. x yönündeki numaralandırma IX ile y yönündeki numaralandırma IY ile gösterilmiştir.

NX.NY boyutundaki bir sonlu-fark ağı için değişken değerlerinin sayısı aşağıdaki şekilde hesaplanır.

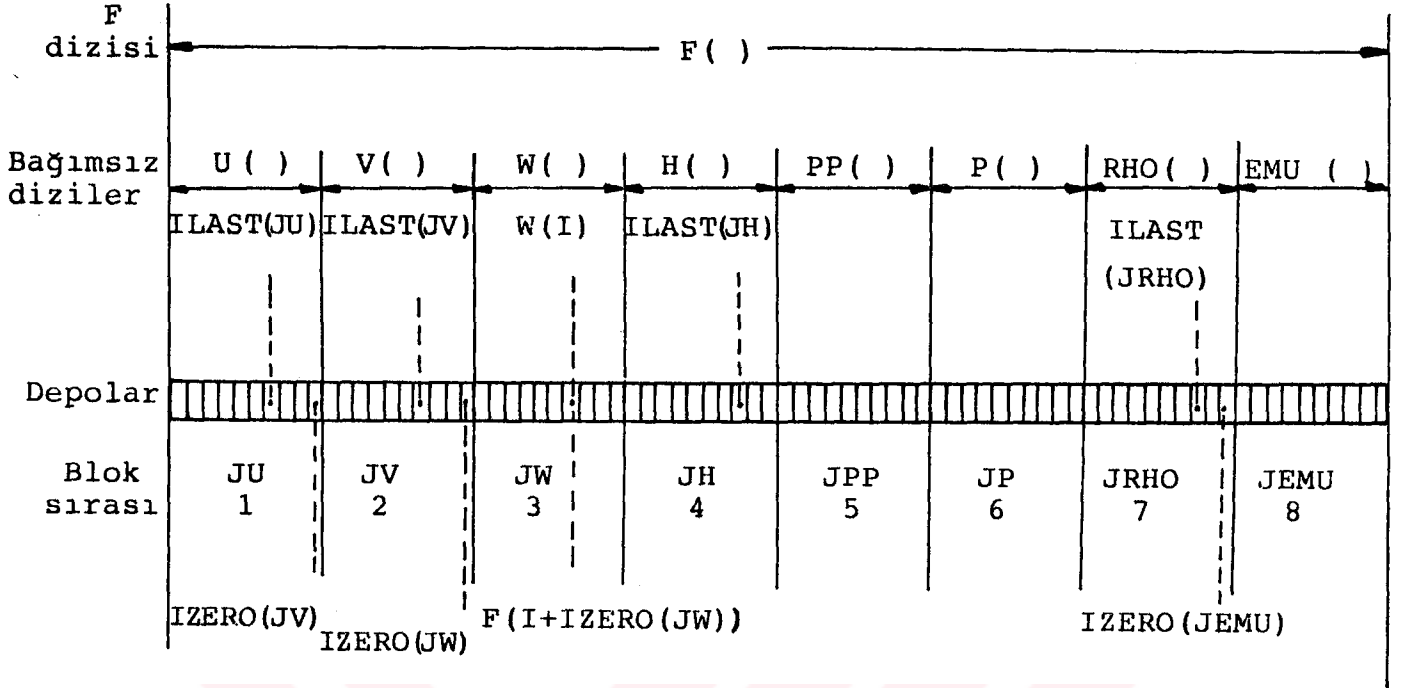


Şekil 3. Sonlu fark ağı

Basınç p	$(NX - 2).(NY - 2)$
Eksenel hız u	$NY.(NX - 1)$
Radyal hız v	$NX.(NY - 1)$
Açısal hız w	$NX.NY$
Basınç doğrultmanı p'	$(NY - 2)(\text{Programda } NY)$
Diğer değişkenler	$NX.NY$

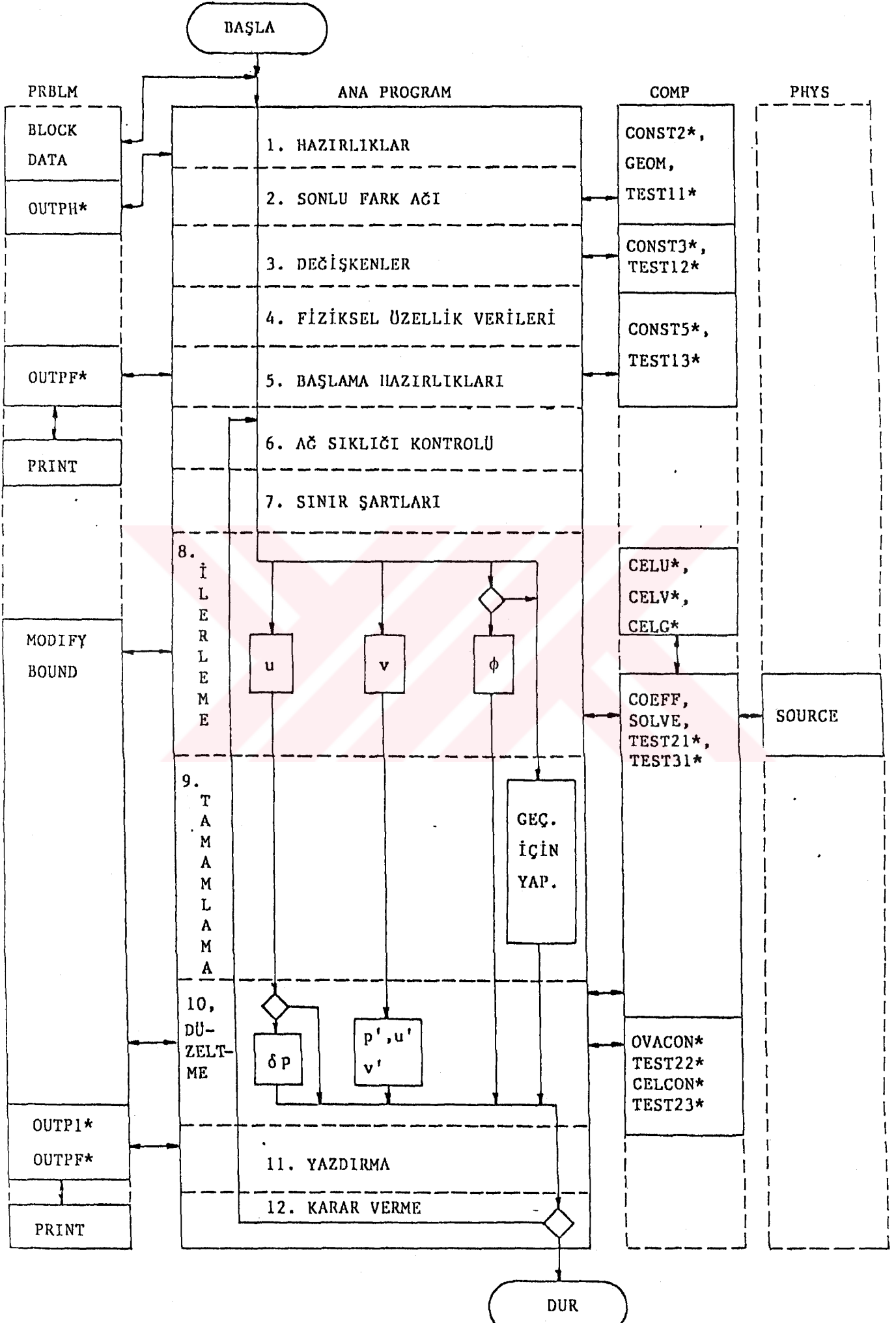
Programda NX yerine NXMAX, NY yerine de NYMAX alınarak değişkenlerin boyutları belirlenmiştir.

Programda basınç doğrultmanı p' haricindeki bütün değişkenlerin değerleri tek boyutlu bir F() dizisinde saklanmaktadır. Ancak F() dizisi içinde basınç doğrultmanlarına da yer ayrılmaktadır. Basınç doğrultmanları TDMA taramalarının yapıldığı ağ doğrultusu üzerinde saklanmaktadır. F(I) dizisindeki değişkenlerin hepsinin bağımsız bir dizisi vardır. Örneğin; u hızının U(I), v hızının V(I), w hızının W(I) gibi. F(I) dizisi bu bağımsız dizilerin toplamıdır (Şekil 4).



Şekil 4. F () dizisi

Şekil 4'te görülen ILAST() değerleri NX, NY değerleri ile belirlenen ve programda kullanılan değişkenlerin F() dizisi içindeki sonuncu değerlerini belirler. IZERO() değerleri ise NXMAX ve NYMAX değerleri ile belirlenen bağımsız dizi boyutlarıdır. Değişken blokların F() dizisindeki sırası JU, JV, JW, ...vb. değişkenlere sırasıyla sayıların aktarılması sonucu elde edilir. F() dizisindeki değişken bloklarının sırası önemlidir. Bu nedenle önce hesaplanmaları birbirine bağlı olan değişkenler yerleştirilmelidir. Kullanılan programda değişkenler u, v, w, h, p', p, ρ, μ sırasıyla yerleştirilmiştir. Programın çalışması sırasında tüm değişkenlerin çözümü istenmeyebilir. Bu durumda KSOLVE() deyimine o değişken için "0" aktarılır. Örneğin entalpinin (h) çözülmesi istenmiyorsa KSOLVE(JH)'ya "0" aktarılır. Çözülmesi istenen değişkenler için ise KSOLVE () deyimine "1" aktarmak yeterlidir.



Akış şemasında yapılan bazı kısaltmalar:

- "GEÇ.İÇİN.YAP." : Yeni bir ağ doğrultusuna geçiş veya akış alanının tekrar taranması için yapılan işlemler.
- "*" : Programın ENTRY olduğunu belirtir.

Program akış şemasından görüldüğü gibi ana program 12 bölümden meydana gelmiştir. 13 de altprogram mevcuttur. Ana programın 2. bölümünde açılma momentum denkleminin eklenmesiyle $F()$ dizisinin yeniden düzenlenmesi gerçekleştirilmektedir. Bu düzenleme CONST2*'de yapılmaktadır. GEOM altprogramı ile hesaplanan sonlu fark ağı ise değiştirilmemiştir. Ana programın ilk 5 bölümü çözülecek problemle direkt ilişkilidir. 6. bölümde hesapların yapıldığı ağ doğrultusu ile ilgili bilgiler hesaplanır. 7. bölüm sınır şartlarının verildiği bölümdür. Eğer sınır şartlarının aktarılması gerekiyorsa çözüm sırasında BOUND altprogramından yararlanılmaktadır.

8, 9 ve 10. bölümlerde iç içe 2 DO döngüsü kullanılarak basınç dışındaki değişkenler bir radyal ağ doğrultusu boyunca çözülürler. Bu kısımda sonlu fark denklemlerin katsayıları COEFF altprogramından elde edilir. u ve v hızları için S_u ve S_p terimlerindeki düzenlemeler bu altprogramda yapıldığı gibi w hızı için de S_u ve S_p terimlerinin hesabı da burada yapılır. Bu altprogram SOURCE altprogramıyla birlikte çalıştığından gerekli düzenlemelerin SOURCE altprogramında yapılması da mümkündür. Katsayılarla ilgili son düzenlemelerin yapıldığı altprogram MODIFY'dir. Bu altprogram sınır şartlarında çözülen problemle ilgili değişiklikleri katsayılar üzerinden programa yansıtır. SOLVE altprogramı ile de TDMA kullanılarak sonlu fark denklemleri çözülür. Basınç doğrultman denklemi ana programın 10. bölümünde v hızından sonra çözülür. Böylece basınç doğrultman değerlerinden yararlanılarak yeni u ve v değerleri hesaplanır. Bu yeni değerler CELCON*'da hesaplanmakta ve sonlu fark hücrelerinin sürekliliği sağlanmaktadır. Ayrıca yine CELCON* da yeni basınç değerleri basınç doğrultmanlarının eklenmesiyle hesaplanır. Bundan sonra w hızının çözümüne geçilir. SOLVE çözüm programında açılma yöndeki hız bileşeni (w) için değişiklik yapılmamıştır. Entalpinin de çözümü ana programın 8, 9 ve

10. bölümlerinde yapılır. Ayrıca bu bölümlerde yeni ağ doğrultusuna geçilmeden veya yeni bir iterasyona başlamadan önceki hazırlıklar tamamlanır. Bunların yanında gözönünde bulundurulmuş radyal ağ doğrultusu üzerinde ortalama basınç değerleri süreklilik sağlanacak şekilde hızların değiştirilmesiyle OVACON*'da düzeltilir. Ancak sürekli akış durumunda böyle bir düzeltme anlamlıdır. Ortalama basıncın düzeltilmesi gerekiyorsa programda KMPA deyimine "1", gerekmiyorsa "0" aktarılır.

11. Bölümde hesaplanan sonuçlar ve bazı bilgiler yazdırılmaktadır. Bu fonksiyonlar OUTP1*, OUTPF* ve altprogram PRINT ile gerçekleştirilmektedir. Ana programın sonuncu bölümü olan 12. bölümde ise iterasyona devam edilip edilmeyeceğine karar verilmektedir.

*) Programın ENTRY olduğunu belirtmektedir.

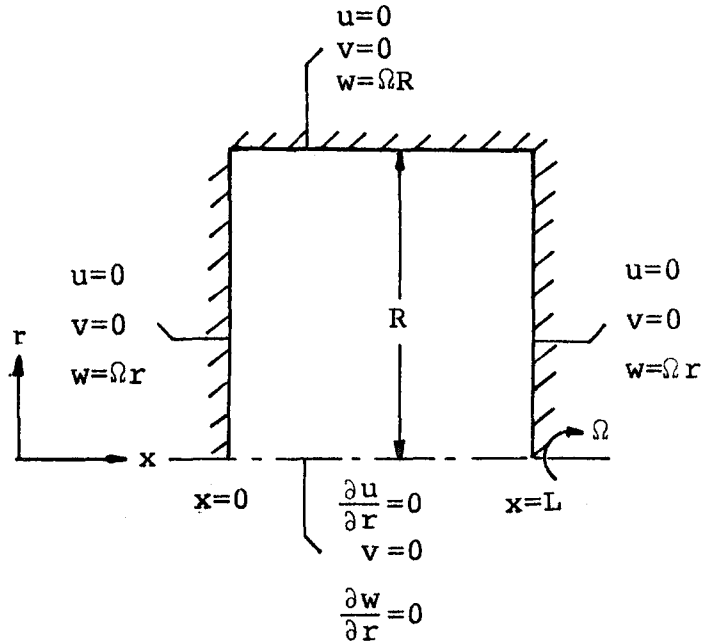
6. PROGRAMIN UYGULANDIĞI ÖRNEK PROBLEMLER

6.1. KATI CİSİM DÖNMESİ

3 boyutlu hale getirilen 2/E/FIX programı ilk olarak katı cisim dönmesi problemine uygulanmıştır. Bu problemin seçilmesindeki amaç, programa eklenen yeni değişken w' (açısal yöndeki hız bileşeni) nin doğru olarak çözümlenemediğinin araştırılmasıdır.

Ekseni etrafında sabit bir Ω açısal hızı ile dönen silindirik bir kap içinde bulunan akışkan, viskoz sürtünmelerden dolayı katı cisim gibi davranacaktır. Bu durumda her akışkan parçası bir çember üzerinde şekil değiştirmeden dönecek ve kayma gerilmesi doğmayacaktır (Edis, 1972). Akışkanın katı cisim gibi davrandığı bölgede hız alanı " $u=0, v=0, w=0$ ", basınç alanı ise " $p=\rho\Omega^2r^2/2$ " şeklindedir.

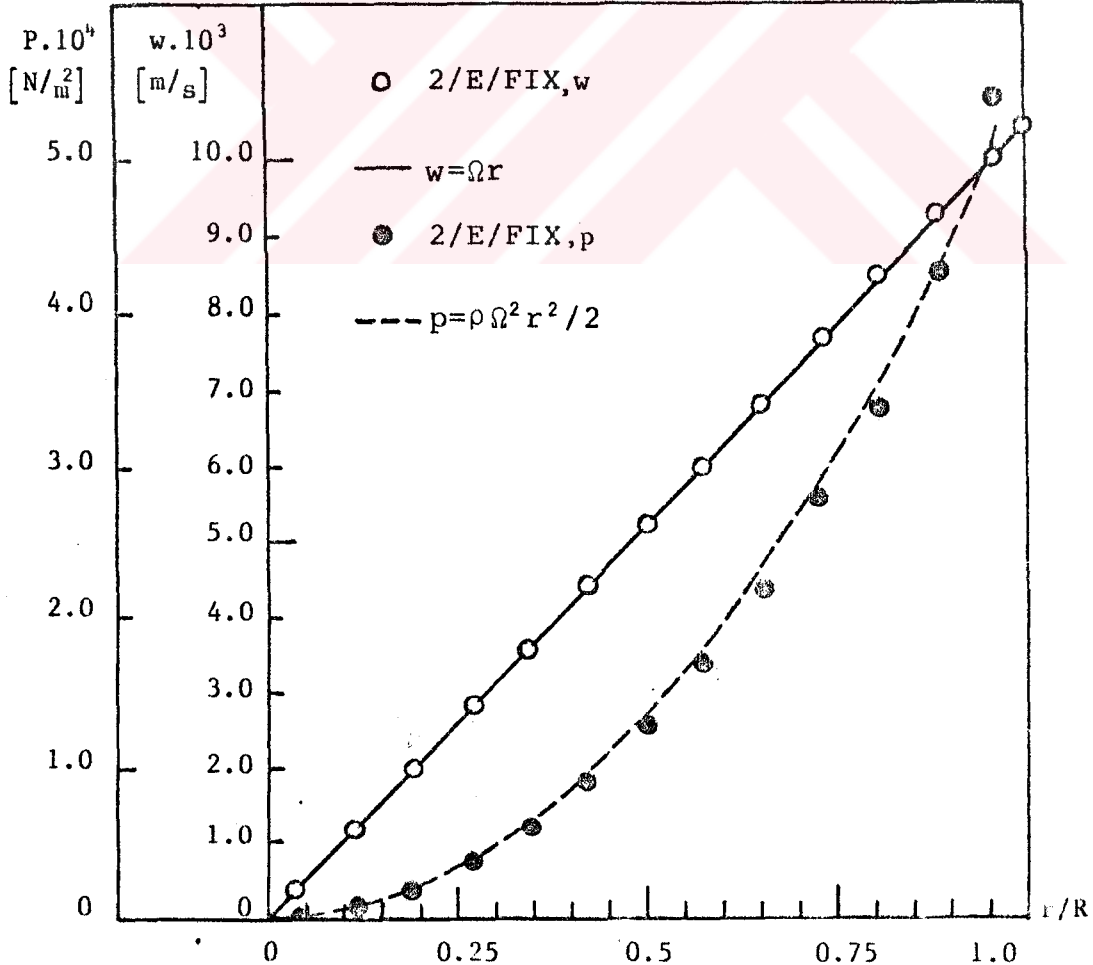
Hesaplamalarda kullanılan sınır şartları şekil 5'te görülmektedir.



Şekil 5. Katı cisim dönmesi için sınır şartları.

Kullanılan sonlu-fark ağı 15x15 noktadan meydana gelmiş olup x ve r yönlerinde üniform olarak düzenlenmiştir. Yalnız sınırlardaki düşey ve yatay doğrultular arasındaki mesafe sırasıyla $\delta x/2$ ve $\delta r/2$ olarak alınmıştır. Akışkanın içinde bulunduğu silindirin çapı 0.2 m, boyu 0.1 m'dir. Açısal hız $\Omega = \pi/30$ olarak verilmiştir. Hesaplamalarda aksel simetriden yararlanılmıştır. Kullanılan "under-relaxation" faktörleri u, v, w, p için sırasıyla 1.0, 1.0, 1.0, 0.5'tir. Sonuçlar her bir denklem için yakınsama faktörünün 10^{-3} 'ten küçük olması koşuluyla elde edilmiştir. Program iki aşamada çalıştırılmıştır. İlk aşamada doğru basınç ve hız alanları verilerek çözümün hemen hemen değişmediği görülmüştür. İkinci aşamada basınç ve hız alanları için sıfır değeri verilerek 71. iterasyonda çözüm elde edilmiştir. Bu sonuçlar UDS yöntemiyle elde edilmiştir. Hesap zamanı ise yaklaşık olarak 55 sn ve 116 sn'dir.

Açısal yöndeki hız (w) ve basınç (p) değerlerinin boyutsuz radyal mesafe (r/R) ile değişimleri şekil 6'da

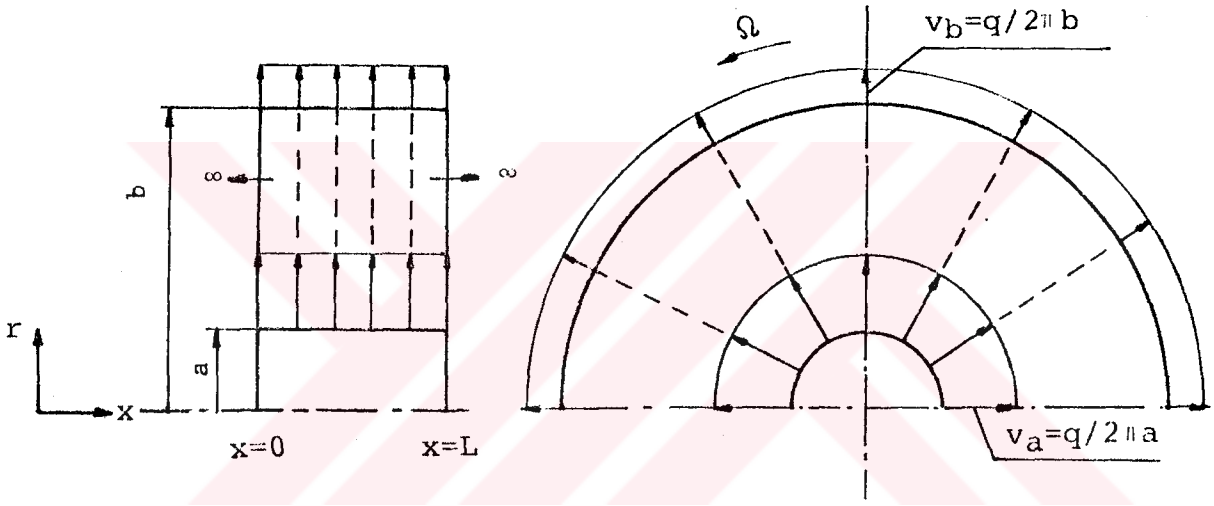


Şekil 6. Açısal yöndeki hız (w) ve basınç (p)'nin r/R ile değişimi

görülmektedir. Sonuçların teorik çözümünde verilenlerle ($w = \Omega r$, $p = \rho \Omega^2 r^2 / 2$) karşılaştırıldığında uyum içinde oldukları görülür.

6.2. LAMİNER KAYNAK-KUYU AKIŞLARI

Sabit bir Ω açısal hızı ile dönen ve aynı eksenli içiçe iki silindirden meydana gelen sistemde, içteki silindir akış yönüne göre kaynak veya kuyu, dıştaki silindir de kuyu veya kaynak olabilmektedir. Bu problem, türbo-makinalarda diskler arasındaki soğutma havası akışları için oldukça ilginç bir problem-dir. Kaynak-kuyu akışı şekil 7'de görülmektedir.



Şekil 7. Kaynak-kuyu akışı

Kaynaktaki radyal hız $v_a = q/2\pi a$, kuyudaki radyal hız $v_b = q/2\pi b$ değerindedir. Burada q , birim uzunluktan giren akışkan debisidir. Kaynak-kuyu akışı Hilde tarafından incelenmiş ve eksenel yöndeki değişmeler ihmal edildiği durumda kesin analitik çözümler aşağıdaki şekilde verilmiştir (Chew, 1979).

Hız alanı:

$$u = 0$$

$$v = \frac{q}{2\pi r}$$

$$w = \frac{\Omega}{(b^{S+2} - a^{S+2})} \left[\frac{b^2 a^2 (b^S - a^S)}{r} + (b^2 - a^2) r^{S+1} \right]$$

Basınç alanı:

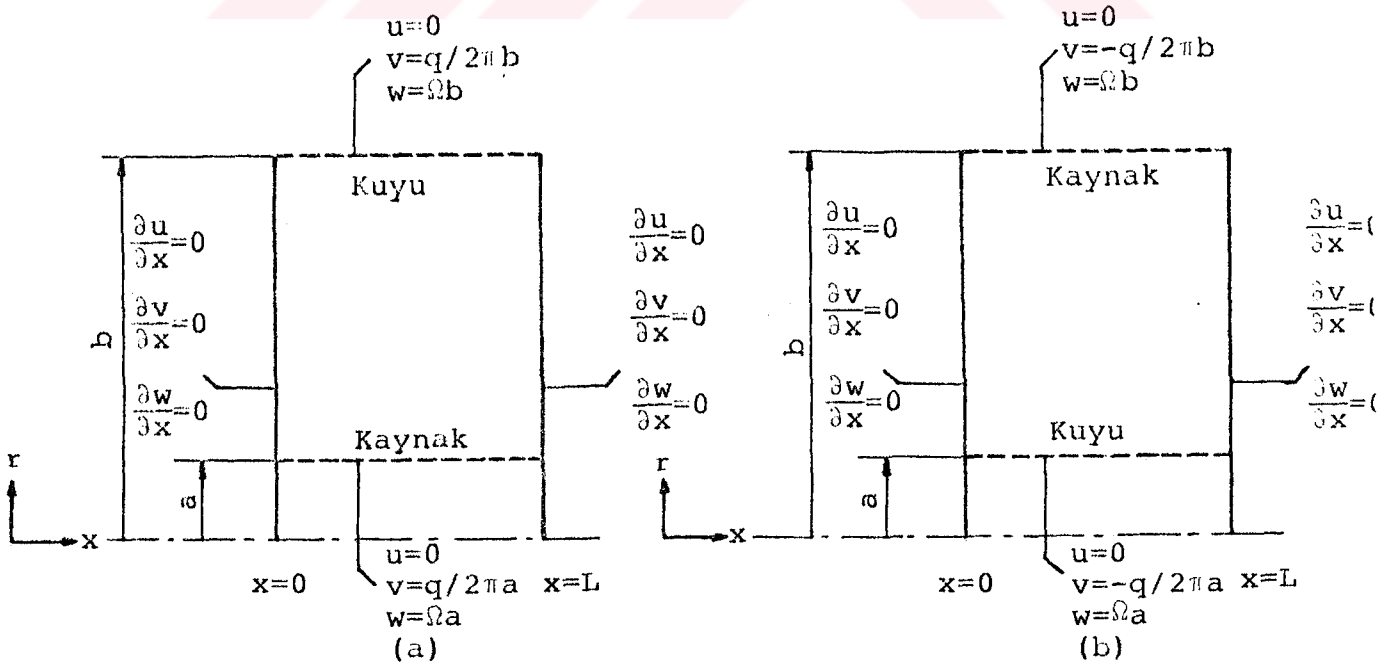
$$p = -\rho \left\{ \left(\frac{q^2}{8\pi^2} + \frac{\Omega^2 b^4 a^4 (b^S - a^S)^2}{2(b^{S+2} - a^{S+2})^2} \right) \frac{1}{r^2} + \frac{\Omega^2 (b^2 - a^2)}{(b^{S+2} - a^{S+2})^2} \right. \\ \left. \cdot \left[\frac{2b^2 a^2 (b^S - a^S) r^S}{s} + \frac{(b^2 - a^2) r^2 (s+1)}{2(s+1)} \right] \right\} \quad (6.2.2)$$

Burada S , kaynak Reynolds sayısı olup

$$S \equiv \frac{q}{2\pi\gamma}$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Kaynak Reynolds sayısı (S) sıfır olduğunda (6.2.1), (6.2.2) analitik çözümleri katı cisim dönmesini ($u=0, v=0, w=\Omega r, p=\rho\Omega^2 r^2/2$) tanımlamaktadır. Yüksek Reynolds sayılarında, $S \gg 1$, akışkan partiküllerinin açılal yöndeki hızları viskoz etkiler nedeniyle kuyudaki değerine yükseltildiğinde, kuyu üzerinde bir sınır tabaka meydana gelmektedir (Chew, 1979).

Bu akış $S = 10$ ve $S = -10$ alınmak suretiyle iki durumda incelenmiştir. $S = 10$ için içteki silindir kaynak, dıştaki silindir kuyu; $S = -10$ için ise içteki silindir kuyu, dıştaki silindir kaynak durumundadır. İncelenen bu akış türleri için sınır şartları şekil 8'de gösterilmektedir.



Şekil 8. Kaynak-kuyu akışı için sınır şartları (a) $S = 10$, (b) $S = -10$

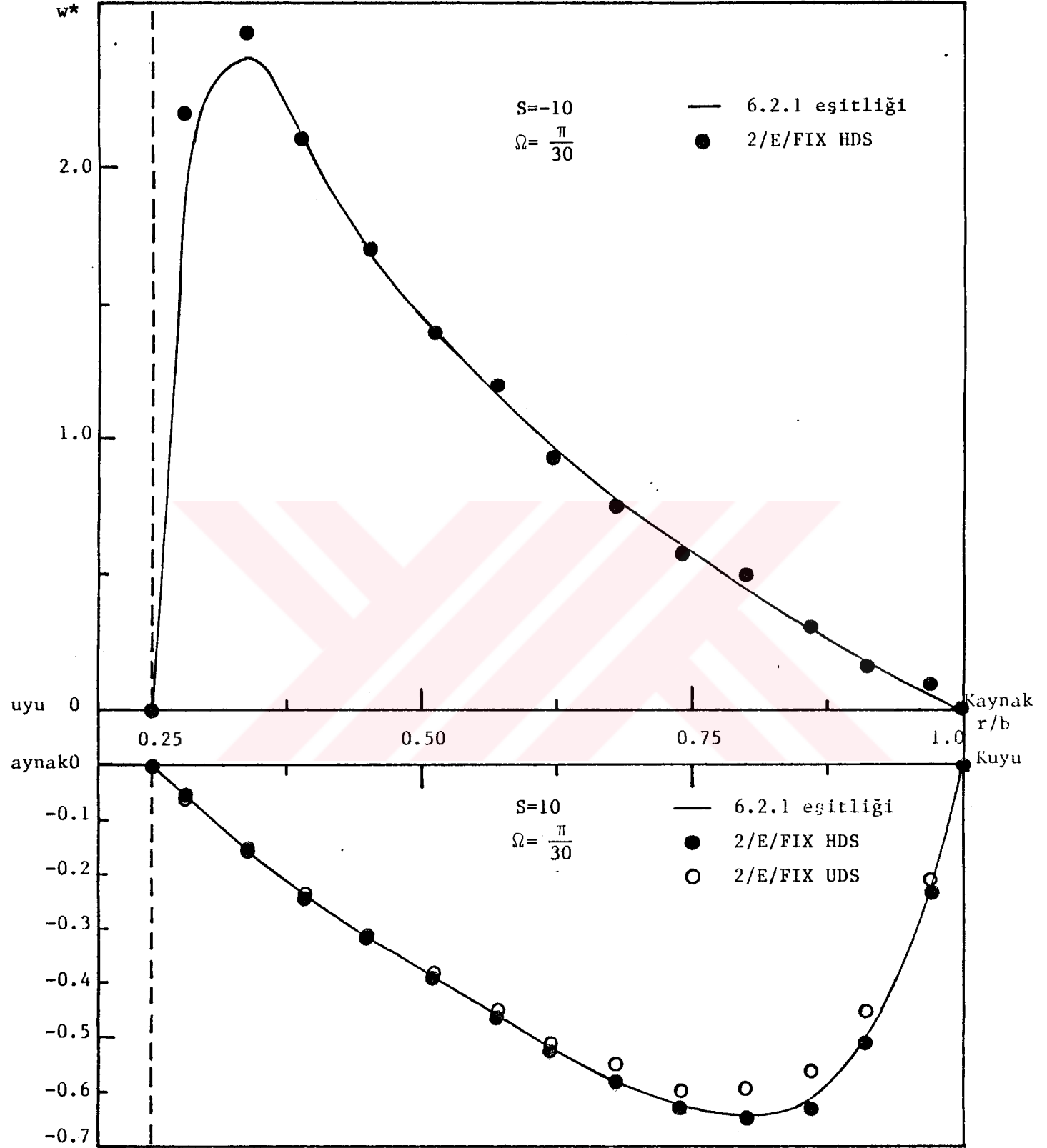
Hesaplamalarda kullanılan sonlu-fark ağı katı cisim dönmesindekinin aynıdır. İç silindir yarıçapı 0.02 m, dış silindir yarıçapı 0.08 m ve eksenel uzunluk 0.1 m alınmıştır. Açısal hız $\Omega = \pi/30$ olarak verilmiştir. Hesaplamalar eksenel simetri şartı gözönünde bulundurularak yapılmıştır. Herbir denklem için yakınsaklık faktörü yine 10^{-3} alınmıştır. Sonuçlar $S=10$ için UDS ve HDS yöntemleriyle, $S=-10$ için sadece HDS yöntemiyle bulunmuştur. $S=10$ ve $S=-10$ için "under-relaxation" faktörleri u, v, w, p için sırasıyla 0.8, 0.7, 1.0, 0.5 olarak alınmıştır. Sonuçlar $S=10$ için; UDS yöntemiyle 150 iterasyon sonucu 60 dak' da HDS yöntemiyle 150 iterasyon sonucu 55 dak' da, $S=-10$ için ise HDS yöntemiyle 150 iterasyon sonucu 58 dak' de elde edilmiştir. Verilen iterasyon sayıları çözüme iyi yaklaşıldığı iterasyon sayılarıdır. Tam yakınsayan çözüme ulaşmak için iterasyon sayılarını arttırmak ayrıca "under-relaxation" faktörlerini uygun bir şekilde seçmek gereklidir. Her bir zamanları ise ortalama değerler olarak verilmiştir.

Elde edilen sonuçlar şekil 9 ve şekil 10'da görülmektedir. Şekil 9'da kaynak-kuyu ($S=10$) ve kuyu-kaynak ($S=-10$) akışları için açısal yöndeki boyutsuz hızın (w^*) boyutsuz radyal mesafe ile değişimi verilmektedir. Burada açısal yöndeki boyutsuz hız

$$w^* = \frac{w - \Omega r}{\Omega b}$$

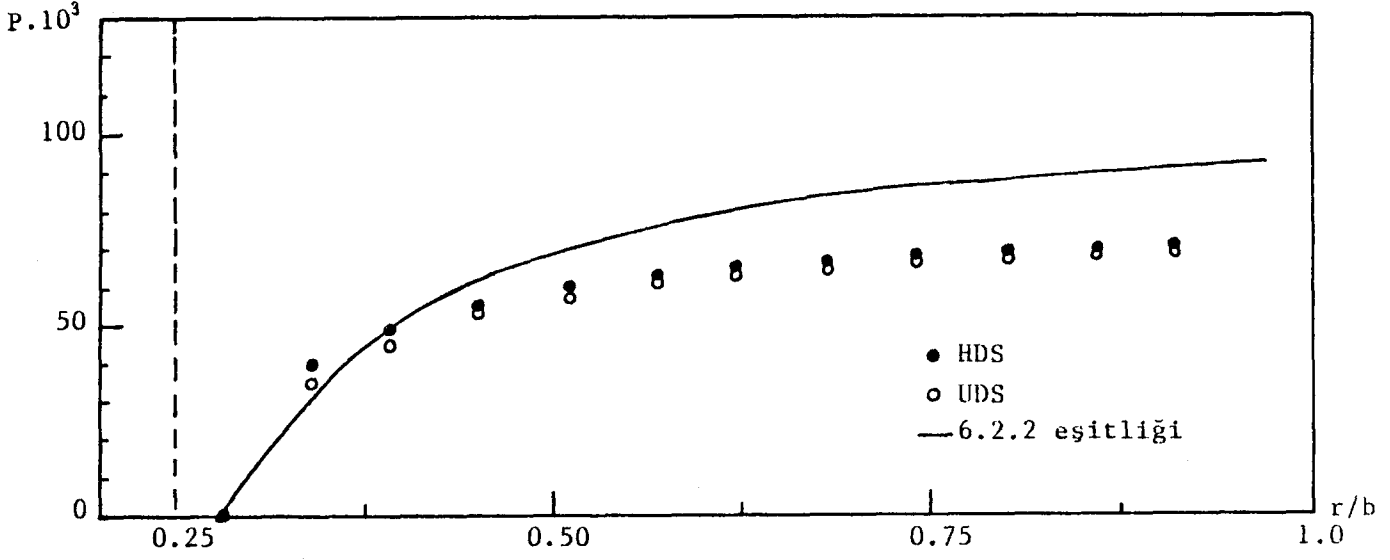
şeklinde tanımlanmıştır. w , programdan elde edilen açısal yöndeki izafi hızdır. Program, açısal yöndeki hızı sabit eksen takımında çözmektedir. Dönen eksen takımındaki çözüm için w^* den Ωr terimini çıkarmak gerekir. Sonuçlar (6.2.1) analitik çözümü ile uyumludur. $S=10$ için UDS ve HDS yöntemleriyle bulunan sonuçlar birlikte gösterilmektedir. HDS yöntemi ile elde edilen sonuçlar UDS yöntemi ile elde edilen sonuçlardan daha iyidir. Kaynak Re sayısının büyük değerlerinde kuyuda sınır tabaka oluşmaktadır. $S=-10$ da ise açısal yöndeki hız kaynaktan itibaren artmakta ancak kuyu üzerinde oluşan sınır tabakada azalarak kuyudaki değerine erişmektedir.

Şekil 10'da kaynak Re sayısı 10 iken: UDS ve HDS yöntemleriyle belirlenen basınç değerlerinin (p) boyutsuz radyal



Şekil 9. $S = 10$ ve $S = -10$ için açılal yöndeki boyutsuz hızın (w^*) boyutsuz radyal mesafe (r/b) ile değışimi

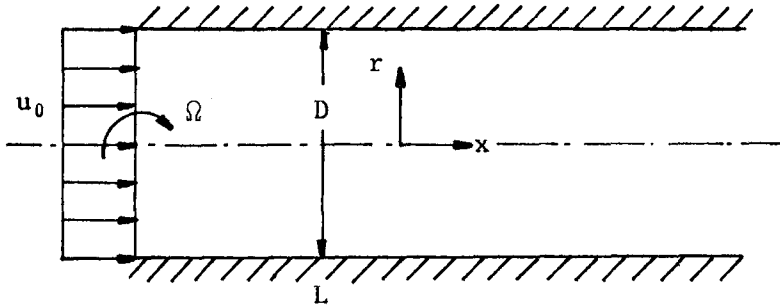
mesafe ile değişimi gösterilmiştir. Sonuçlar (6.2.2) analitik çözümü ile uyumludur.



Şekil 10. Basınç değerlerinin (p) boyutsuz radyal mesafe (r/b) ile değişimi.

6.3. DÖNMELİ LAMİNER BORU AKIŞI

Boruya u_0 üniform hızıyla giren ve Ω açısal hızıyla döndürülmekte olan akışkana ısı geçişi 2 boyutlu laminer akışta-kine nazaran daha fazla olmaktadır. Isı transferinde önemi oldukça fazla olan bu akış, "vortex-breakdown" (vorteks bozulması) olayı sebebiyle aksenal simetrinin bozulması yüzünden çözülememektedir (Onur, 1980). Bu problemde boru boyunca hız profillerindeki değişme u_0 giriş hızına, Ω açısal hızına L/D oranına bağlı olmaktadır. Şekil 11'de dönmeli laminer boru akışı gösterilmiştir.



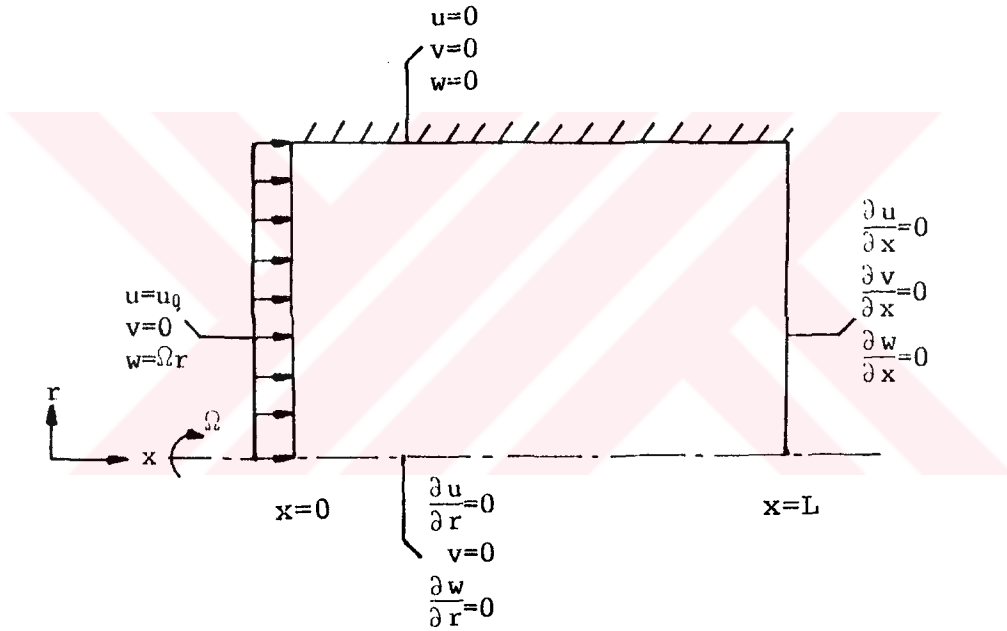
Şekil 11. Dönmeli laminer boru akışı

Ω açısal hızının çeşitli değerleri için bu akışı incelemek mümkündür. Ancak Ω açısal hızı ile birlikte u_0 giriş hızının etkisini de içeren Rossby sayısı, burada önem kazanmaktadır. Rossby sayısı

$$R_o = \frac{2u_0}{\Omega D}$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

İncelenen bu akış türü için sınır şartları şekil 12'de gösterilmektedir.



Şekil 12. Dönmeli laminer boru akışı için sınır şartları

Kullanılan sonlu fark ağı diğer uygulamalardakilerin aynıdır. Burada boru çapı 0.1 m verilmiş ve boru boyu boru çapının 12.5 katı alınmıştır. Hesaplar boru çapının yarısı için yapılmıştır. Sonuçlar uzun denemelerden sonra $Re = 1000$ 'de üç değişik devir sayısı ($n = 3$ d/dak, $n = 60$ d/dak, $n = 300$ d/dak) için 10^{-3} yakınsama faktörü seçilerek HDS yöntemiyle hesaplanmıştır. Kullanılan "under-relaxation" faktörleri u , v , w , p için sırasıyla 1.0, 1.0, 1.0, 0.5'tir. Sonuçlar $n = 3$ d/dak için 20 iterasyon sonucu yaklaşık 2 dak'da, $n = 60$ d/dak için 54 iterasyon

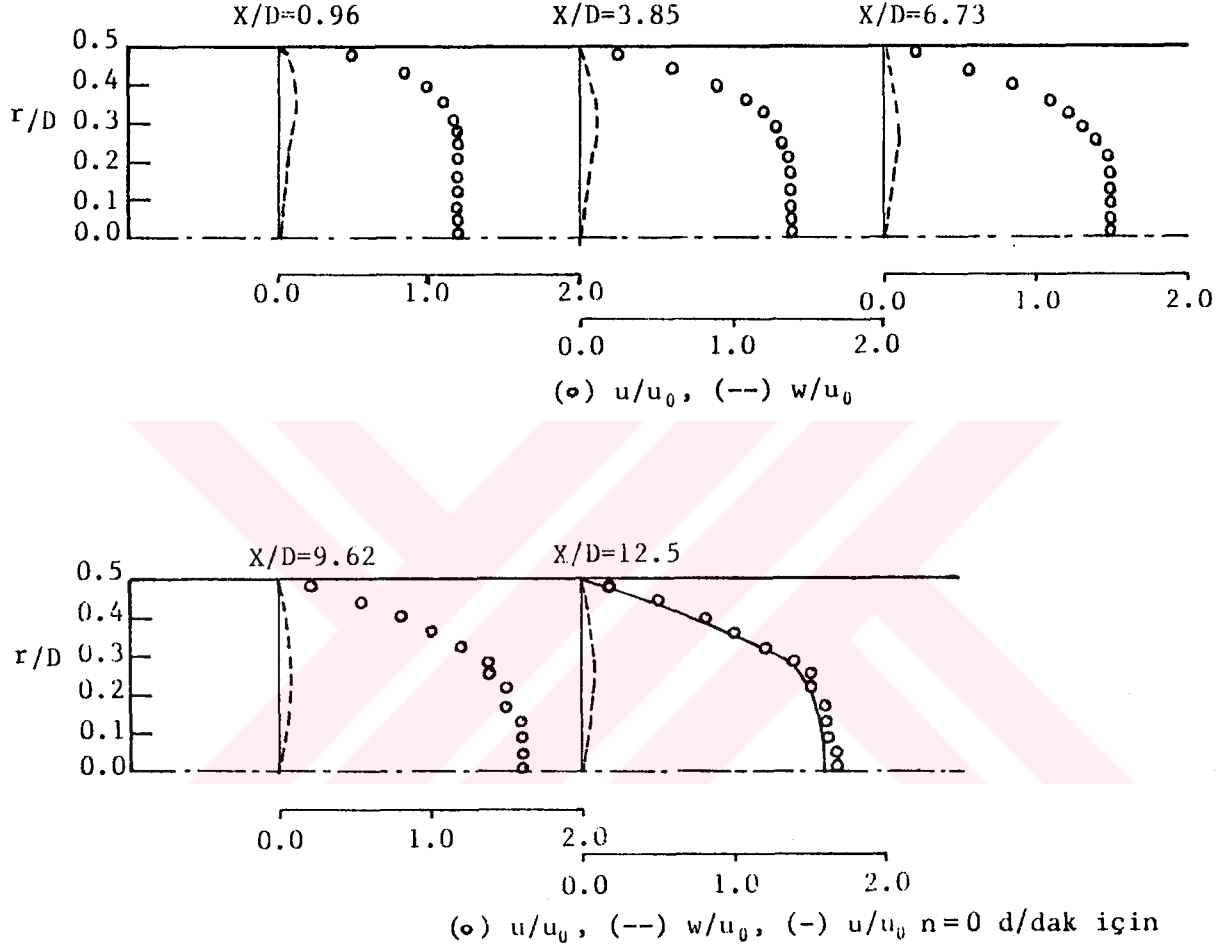
sonucu yaklaşık 3 dak'da ve $n = 300$ d/dak için 140 iterasyon sonucu yaklaşık 15 dak'da alınmıştır. Sonuçlar elde edilirken yakınsamaya etki eden faktörlerin Rossby sayısı, boru boyunun boru çapına oranı ve under-relaxation faktörleri oldukları görülmüştür. $Ro < 0.64$ için seçilen under relaxation faktörleriyle yakınsayan çözüm elde edilememiştir. Boru uzunluğu boru çapınının 25 katı seçildiğinde $n = 60$ d/dak ve $Ro = 3.2$ için yine çözüm elde edilememiştir. Aynı şartlarda boru uzunluğu $12.5 D$ verildiğinde ise çözüm bulunmuştur.

Şekil 13'te $Ro = 64$, $n = 3$ d/dak için boru boyunca hız profillerinin değişimi gösterilmektedir. u_0 , boru girişindeki üniform aksenal hızdır. $x = 12.5 D$ 'de çizilen hız profili 2 boyutlu laminer akış için hesaplanan hız profili ile uyumludur. Bu durum dönme etkisi az olduğunda boru boyunca hız profillerinde önemli bir değişme olmadığını göstermektedir.

Şekil 14'te $Ro = 3.2$, $n = 60$ d/dak için boru boyunca hız profillerinin değişimi verilmektedir. Burada da $x = 12.5 D$ 'de çizilen hız profili 2 boyutlu laminer akış için hesaplanan hız dağılımı ile uyumludur. Yalnız boru boyu $25 D$ 'ye çıkarıldığında çözüm elde edilememiştir. Bu durum dönme etkilerinin $x > 12.5 D$ 'den sonra etkisini gösterdiğini açıklamaktadır.

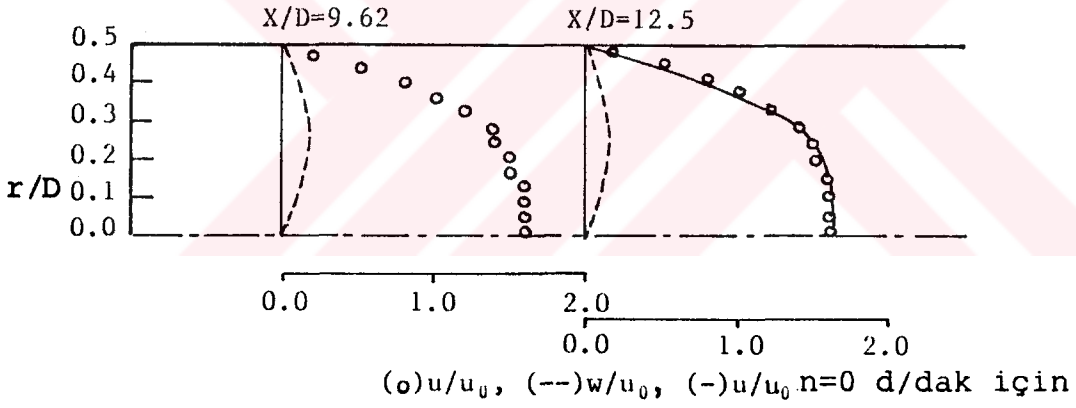
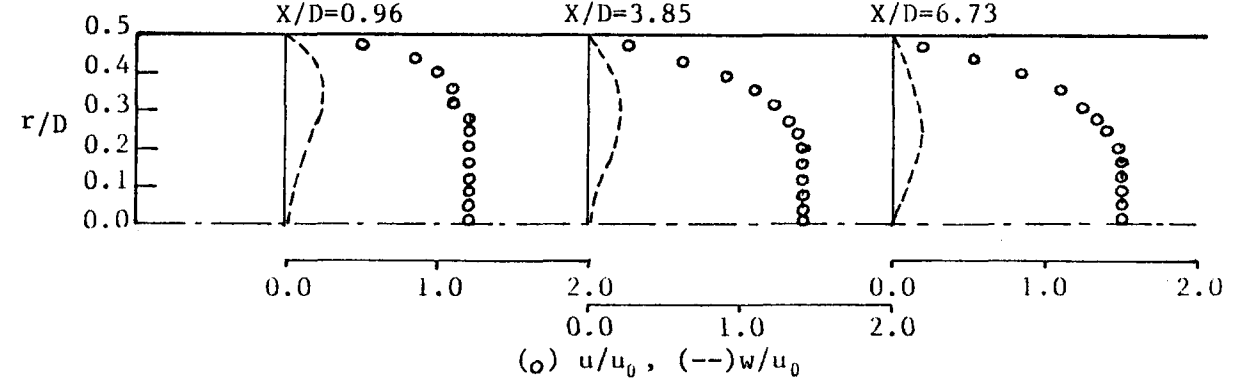
Şekil 15'te $Ro = 0.64$, $n = 300$ d/dak için boru boyunca hız profillerinin değişimleri gösterilmektedir. Daha boru girişinden itibaren aksenal hızda göze çarpan değişmeler, bu hızın, 2 boyutlu laminer akıştaki aksine simetri eksenine yakın bölgelerde azalmasıyla sonuçlanmıştır. Boru boyu uzatılarak yapılan denemelerde yakınsayan çözüm elde edilememiştir. Bu durum "vortex-breakdown" oluşumu ile açıklanmaktadır. Bu olay, simetri eksenini civarında aksenal hızın azalmasına dolayısıyla geriye akışlara sebep olmakta ve aksenal simetriyi bozmaktadır. Aksenal simetri bozulduğunda ise akışı çözmek imkansızdır. Burada Rossby sayısı ve L/D oranı vortex-breakdown oluşumu hızlandıran veya geciktiren faktörler olarak ortaya çıkmaktadır.

Re=1000, Ro=64, n=3d/dak



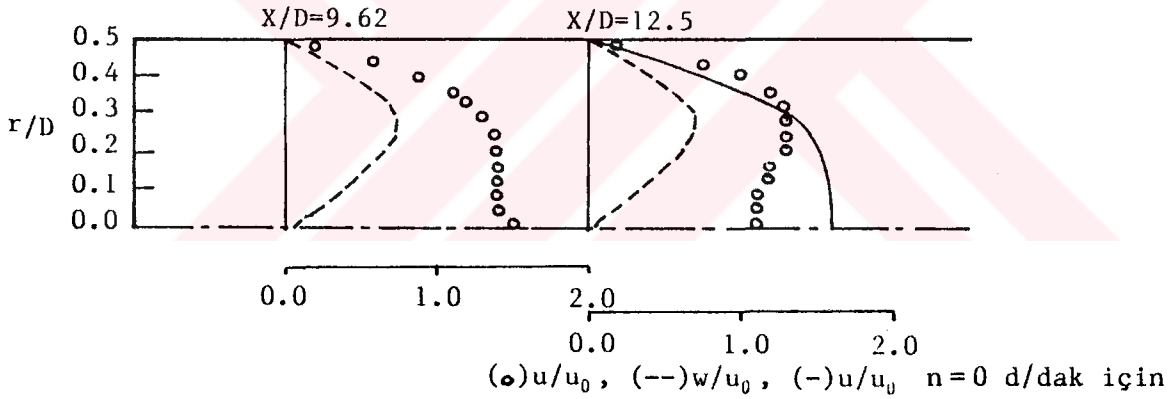
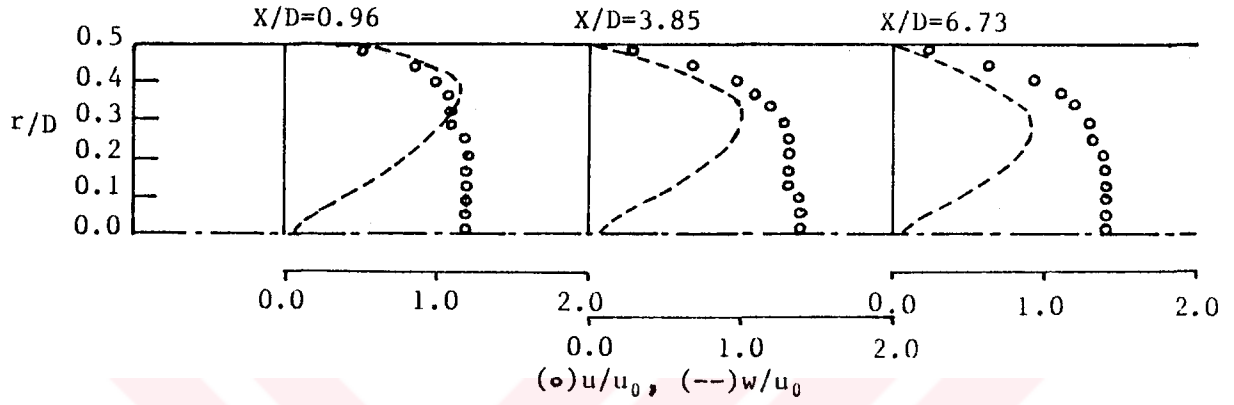
Şekil 13: Çeşitli aksenal kesitlerde u/u_0 ve w/u_0 'nin boyutsuz radyal mesafe r/D ile değişimleri

$Re=1000$, $Ro=3.2$, $n=60d/dak$



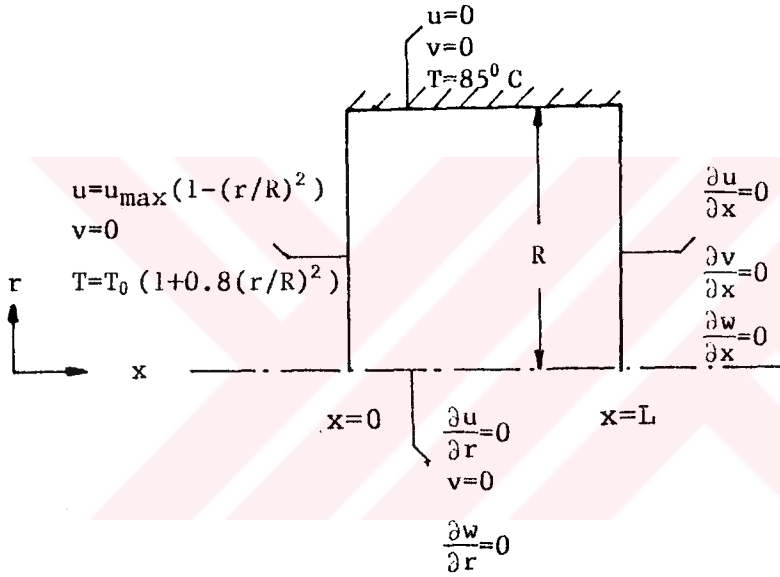
Şekil 14: Çeşitli aksenal kesitlerde u/u_0 ve w/u_0 'ın boyutsuz radyal mesafe r/D ile değişimleri

$Re=1000$, $Ro=0.64$, $n=300d/dak$



Şekil 15: Çeşitli aksenal kesitlerde u/u_0 ve w/u_0 'ın boyutsuz radyal mesafe r/D ile değişimleri

Programda entalpi de çözdürülerek akışkan içinde sıcaklık dağılımı bulunabilir. Ancak açısal yöndeki hız ve sıcaklık için sınır şartları bilinmemektedir. Bu değerler deneysel olarak belirlenmelidir. Burada dönme yokken ($n = 0$ d/dak) sabit sıcaklık şartı kabul edilerek sıcaklık alanı hesaplanmış ve yerel Nu sayıları belirlenmiştir. Boru çapı 0.055 m boru boyu $L = 20D$ olarak verilmiştir. Sınır şartları şekil 16'da görülmektedir. $x = 0$ 'da sıcaklık için tahmini bir sıcaklık alanı, aksenal hız için gelişmiş akıştaki hız dağılımı $u = u_{\max}(1 - (r/R)^2)$ verilmiştir. $Re = 1000$ alınmış ve HDS yöntemi kullanılmıştır.

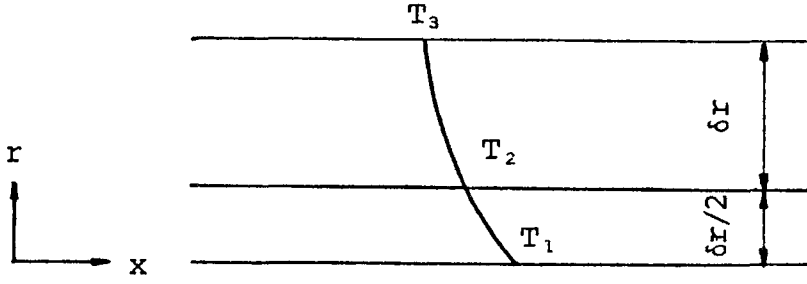


Şekil 16. Boru içinde laminer akışta sınır şartları

"Under-relaxation" faktörleri p için 0.4, diğerleri için 1.0 alınmıştır. Yakınsaklık faktörü 10^{-3} seçilmiştir. 31 iterasyon sonucu yaklaşık 2.5 dak'da çözüm elde edilmiştir. Sıcaklık alanı bu şekilde elde edildikten sonra yerel ısı akıları, sıcaklık dağılımının parabolik olduğu varsayılarak

$$\dot{q} = \frac{2\lambda}{\delta r} \left(\frac{4}{3} T_1 - \frac{3}{2} T_2 + \frac{1}{6} T_3 \right)$$

şeklinde hesaplanmıştır. Burada λ , akışkanın ısı iletim katsayısıdır.



Şekil 17. Cidarda sıcaklık dağılımı

Newton Soğuma Kanunu'ndan aynı zamanda

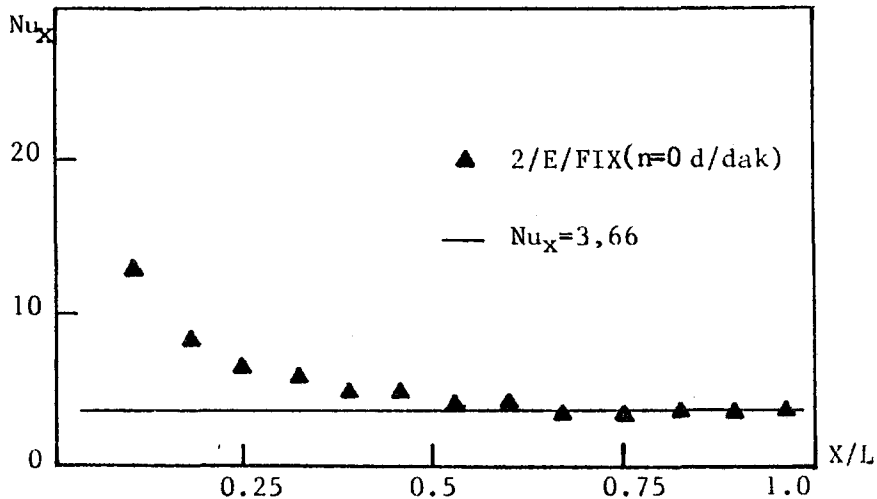
$$\dot{q} = \alpha_x \Delta T \quad (6.3.2)$$

yazılabilir. Böylece yerel ısı taşınım katsayıları, α_x , (6.3.1) ve (6.3.2) yardımıyla bulunarak aşağıdaki eşitlikten

$$Nu_x = \frac{\alpha_x D}{\lambda}$$

yerel Nu sayıları hesaplanır.

Şekil 18'de yerel Nu sayılarının boru boyunca değişimi verilmektedir. 2 boyutlu laminer akışta sabit sıcaklık şartı kabul edildiğinde, yerel Nu sayıları 3.66 gibi sabit bir değer almaktadır. Şekil 18'den de bulunan sonuçların $Nu_x = 3.66$ ile uyumlu sonuçlar verdiği görülmektedir. Boru girişinde Nu_x sayıları daha büyük bulunmuştur. Bunun sebebi $x = 0$ 'da verilen



Şekil 18. Laminer akışta boru boyunca yerel Nusselt sayıları

tahmini sıcaklık alanıdır. Boru ortalarına doğru termik bakımdan da gelişen akışta Nu_x sayıları 3.66 değerine yakın bulunmuştur. Boru boyunca Nu_x sayılarında görülen bir takım artma veya azalmalar ise kesme hatalarından kaynaklanmaktadır.



7. SONUÇLAR VE YORUMLARI

W.M.PUN ve D.B.SPALDING tarafından hazırlanan CHAMPION 2/E/FIX programı 3 boyutlu aksenel simetrik laminer akışlar için düzenlenerek katı cisim dönmesi, kaynak-kuyu akışı ve dönmeli laminer boru akışı problemlerine uygulanmıştır.

Program katı cisim dönmesi için iki aşamada çalıştırılmıştır. İlk aşamada başlangıç şartları olarak analitik çözüm verilmiş, çözümün hemen hemen değişmediği görülmüştür. İkinci aşamada ise tüm değişkenler için sıfır değeri verilerek doğru çözüm elde edilmiştir.

Analitik çözümü bilinen bir diğer problem kaynak-kuyu akışıdır. Bu akış kaynak Reynolds sayısının +10 ve -10 değerleri için hesaplanmıştır. Analitik çözümle uyumlu olan sonuçlar kuyu üzerinde viskoz etkiler nedeniyle bir sınır tabaka oluştuğunu göstermiştir. Bu aşamada programın doğru çalıştığı kanıtlanmıştır. Kaynak-kuyu akışı için verilen sonuçlar 15x15 nokta içeren sonlu-fark ağı için bulunmuştur. Radyal yönde nokta sayısı arttırılarak sonlu-fark ağı düzenlenirse analitik çözümle daha uyumlu sonuçlar elde edilebilir.

Dönmeli laminer boru akışı ısı transferinde önemi oldukça fazla olan fakat analitik çözümü bilinmeyen bir problemdir. Bu akış "vortex-breakdown" oluşumu sebebiyle aksenel simetrisinin bozulması yüzünden, sayısal olarak da çözülememektedir. Bu yüzden dönmeli boru akışı ele alınırken "vortex-breakdown" başlangıcını belirlemek yeterli görülmüştür. Yakınsamayla Rossby sayısı, L/D oranı ve "under-relaxation" faktörleri etkilediğinden sonuçları elde etmek uzun zaman almıştır. Sonuçlar $Re = 1000$ için üç değişik devir sayısında elde edilmiştir. $n = 3$ d/dak ve $n = 60$ d/dak ($Ro = 64$ ve $Ro = 3,2$) için bulunan sonuçlar 2 boyutlu laminer boru akışındaki sonuçlara

benzemektedir. Ancak $n = 60$ d/dak için boru boyu $L = 12,5 D$ 'den $L = 25 D$ 'ye çıkarıldığında yakınsak çözüm bulunamamıştır. Bu durum dönme etkilerinin $x = 12,5 D$ 'den sonra etkili olduğunu göstermektedir. $n = 300$ d/dak ($Ro = 0,64$) için $x = 12,5 D$ 'de, simetri eksenini civarında aksenal hızda azalmalar ortaya çıkmıştır. Bu durum "vortex-breakdown" başlangıcıdır. Boru boyu arttırıldığında yakınsayan çözüme ulaşamadığı gibi, $Ro < 0,64$ için de yine yakınsayan çözüm bulunamamıştır. Bütün bunlar, Rossby sayısı sabit tutulup L/D oranı arttırıldığında ya da L/D oranı sabit tutulup Rossby sayısı küçültüldüğünde simetri eksenini civarında geriye akışların ortaya çıktığını ve aksenal simetrinin bozulduğunu göstermektedir.

Isı transferinde "vortex-breakdown" oluşumu istenen bir olaydır. Olayın başladığı yerin belirlenmesi, ısı transferi uygulamaları için önemli bir adım olmaktadır. Bu aşamada enerji denkleminin de çözülmesiyle sıcaklık alanı belirlenip, dönmeli laminer boru akışı için ısı transfer sonuçları bulunabilirdi. Ancak deneysel olarak sınır şartlarının belirlenmesi sorunu bu aşamayı engelledi.

Program son olarak 2 boyutlu laminer boru akışına da ($n = 0$ d/dak verilerek) uygulanarak, sabit sıcaklık şartıyla enerji denklemi çözülmüş ve sıcaklık alanı belirlenmiştir. Daha sonra yerel Nusselt sayıları hesaplanmış ve teoride verilen $Nu_x = 3,66$ değeriyle uyumlu sonuçlar bulunmuştur.

Elde edilen sonuçlardan programın doğruluğunun iyi olduğu görülmüştür. Değişkenler bilgisayarda tek boyutlu olarak saklandığından hesaplama süresi de oldukça kısalmaktadır. Bu yüzden 2/E/FIX ekonomik bir programdır.

KAYNAKLAR

- Pun, W.M., Spalding, D.B., "A General Computer Program for Two-Dimensional Elliptic Flows", Rep. HTS /76/2, Imperial College, London (1976).
- Özkan, S., "İki Boyutlu Navier-Stokes Denklemlerinin Sayısal Çözümü", Yüksek Lisans Tezi, K.T.Ü., Trabzon (1985).
- Patankar, S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", s.79-109, McGraw-Hill Book Company, New York (1980).
- Chew, J.W., "Isothermal Laminar Source-Sink Flows", University of Sussex, Thermo-Fluid Mechanics Research Centre (1979)
- Edis, K., "Uygulamalı Akışkanlar Mekaniği", s.87-90, Cilt I, İ.T.Ü., İstanbul (1972).
- Onur, H.Ş., "Convective Heat Transfer in Rotating Cavities", University of Sussex (1980).
- Onur, H.Ş., "Yayınlanmamış Notlar", K.T.Ü., Trabzon

ÖZGEÇMİŞ

30 Haziran 1965 tarihinde Trabzon'da doğdu. İlköğrenimini Cumhuriyet İlkokulu'nda, ortaöğrenimini Cumhuriyet Ortaokulu ve Trabzon Lisesi'nde tamamladı. 1981 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Makina Mühendisliği Bölümü'ne girdi. 1985 yılında mezun olduktan sonra yüksek lisans eğitimine başladı. Aynı zamanda Kasım 1985'ten itibaren Termodinamik Anabilim Dalı'nda Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.

Tülin KULOĞLU

Y. G.
Yükseköğretim Kurulu
Dokümantasyon Merkezi