

KARADENİZ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI-

K. C.
MENKELERİ TALEP NAMESİ
Dem. No: 10476
Flutu : 100.-

SALINIM YAPAN DAİRESEL KESİTLİ BORULARDA  
ISI TRANSFERİNİN İNCELENMESİ

HAZIRLAYAN  
Yakup KILIÇ

YÖNETEN  
Yrd.Doç.Dr.Teoman AYHAN

ŞUBAT, 1986  
TRABZON

# İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
Ö N S Ö Z . . . . .	i
SEMBOLLER . . . . .	ii
1. G İ R İ Ş . . . . .	1
2. ARAŞTIRMA KONUSUNUN MATEMATİKSEL MODELİ . . .	2
2.1. SALINIM YAPAN DENEY BORUSUNUN AÇISAL HIZININ BELİRLENMESİ . . . . .	2
2.2. SALINIM YAPAN BORU İÇERİSİNDEKİ AKIŞTA DIŞ KUVVETLERİN BELİRLENMESİ . . . . .	6
3. DAİRESEL KESİTLİ BORULARDA AKIŞ VE ISI TRANSFERİ . . . . .	10
4. DENEY DÜZENEĞİ . . . . .	15
4.1. DENEY ELEMANI . . . . .	15
4.2. SALINIM MEKANİZMASI . . . . .	17
5. DENEY ELEMANININ ISI KAYIP KALİBRASYONU . . .	20
6. AKIŞ DENEYLERİNDE ÖLÇÜLEN PARAMETRELER VE ÖLÇÜM YÖNTEMLERİ . . . . .	25
6.1. DENEYLERİN YAPILIŞI VE SONUÇLAR . . . . .	28
6.1.1. ISI TRANSFERİNE SALINIM FREKANSININ ETKİSİ . .	28
6.1.2. ISI TRANSFERİNE GENLİĞİN ETKİSİ . . . . .	41
6.1.3. YOĞUNLUK DEĞİŞİMİNİN ETKİSİ . . . . .	41
İRDELEME . . . . .	45
EK-1 : DIŞ KUVVETLERİN HESAP ŞEKLİ . . . . .	47
EK-2 : DENEYSSEL ÖLÇÜM TABLOLARI . . . . .	51
EK-3 : KULLANILAN BOYUTSUZ SAYILAR . . . . .	69
KAYNAKLAR , , , . . . . .	70

## Ö N S Ö Z

Karadeniz Üniversitesi Makina Mühendisliği Bölümünde Yüksek Lisans Tezi olarak hazırlanan bu çalışma "Salınım Yapan Borudaki Türbülanslı Akışta Isı Transferi" konusunu deneysel olarak incelemektedir. Bu çalışma sırasında bana yol gösteren ve her türlü yardımı esirgemeyen değerli Sayın Hocam Yrd.Doç.Dr.Teoman AYHAN'a teşekkürü bir borç bilirim.

Şubat 1986

Yakup KILIÇ

SEMBOLLER

BİRİM

$\rho$ : Yoğunluk	$\text{kg/m}^3$
$\mu$ : Dinamik viskozite	$\text{m}^2/\text{s}$
$\nu$ : Kinematik viskozite	$\text{m}^2/\text{s}$
$\dot{V}$ : Debi	$\text{m}^3/\text{s}$
$\dot{Q}$ : Isı miktarı	w
$\alpha$ : Isı taşınım katsayısı	$\text{w/m}^2\text{C}^\circ$
$\lambda$ : Isı iletim katsayısı	$\text{w/mC}^\circ$
$C_p$ : Özgül ısı	$\text{Kj/kgK.}$
$g$ : Yerçekimi ivmesi	$\text{m/s}^2$
$\beta$ : Isıl genleşme katsayısı	$1/\text{K}^\circ$
$T$ : Sıcaklık	$\text{C}^\circ$
$\bar{T}$ : Ortalama sıcaklık	$\text{C}^\circ$
$P$ : Basınç	Bar
$\bar{n}$ : Kalibrasyon katsayısı	$\text{w/C}^\circ$
$D$ : İç çap	m
$\Omega$ : Açısal hız	rad/s
$n$ : Devir sayısı	d/d
$L$ : Uzunluk	m
$H$ : Genlik	m
$f$ : Frekans	1/s
$r$ : Yarıçap	m
$A$ : Alan	$\text{m}^2$

İNDİSLER

d : Duvar
o : Ortam

## I. G İ R İ Ş

Isı transferi ısı yayılımı bilimidir. Bir sistem ile çevresi arasında yalnız sıcaklık farkından dolayı meydana gelen enerji transfer mekanizmasının ve sistem içerisindeki sıcaklık dağılımını etüd eder.

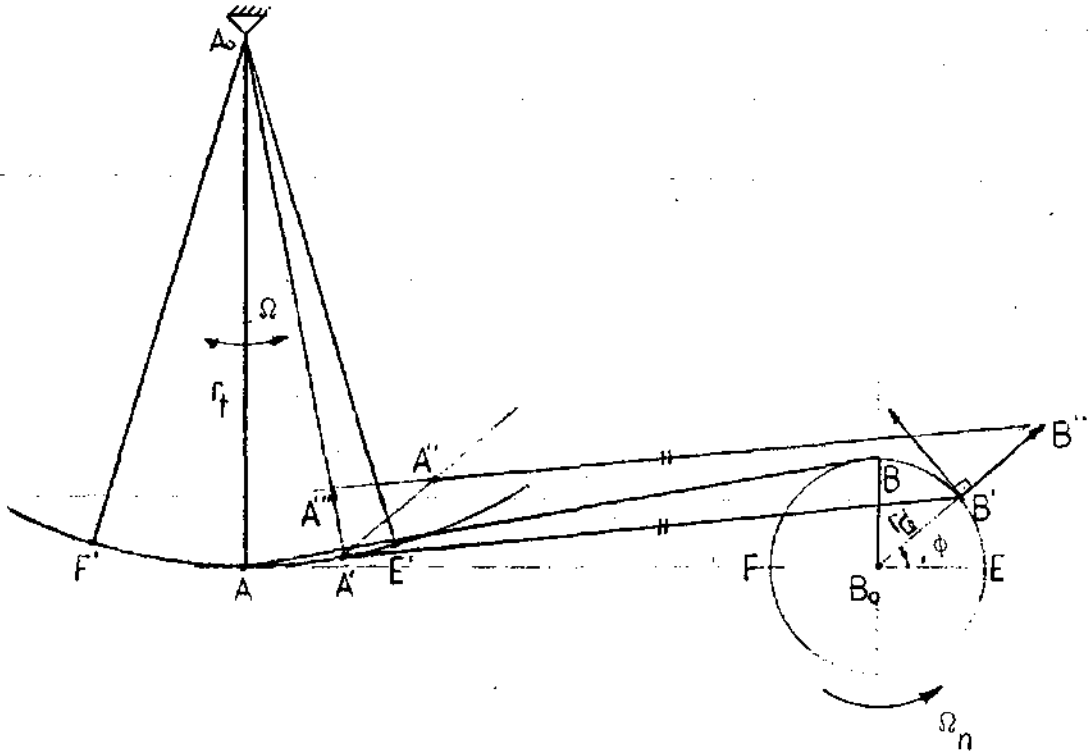
Günümüzde sanayide hemen hemen her konuda (ısıtma ve soğutma sistemlerinde) önemli bir olay olan ısı transferi mühendislik çalışmalarında araştırma konusu olmuştur. Değişik sistemlerdeki ısı transferi çalışmaların ana konusu seçilerek, sıcaklık dağılımını ısı direnc, hız veya basınç değişmelerine bağlı olarak araştırır. Çalışmalar hem deneysel hemde teorik olarak yapılabilir. Bu çalışmada salınım yapan boruda, türbülanslı akışta ısı transferini incelemek için deneysel yöntem seçilmiş, teorik olarak matematiksel model ortaya konmuştur.

Deneysel olarak yapılan çalışmada, deney elemanı bir mekanizma aracılığı ile titreştirilerek ve içinden hava gönderilerek türbülanslı akışta ısı transferi incelenmiştir. Literatür araştırmalarında bu konu ile ilgili deneysel ve teorik herhangi bir referansa rastlanmamıştır. Çalışmanın esas konusunu salınım durumundaki ısı transferinin statik duruma göre karşılaştırma oluşturmuş, ayrıca salınım durumundaki genliğin etkisi ortaya konmuştur. Bu olaylar incelenirken salınım yapan deney elemanı dış yüzeyden ısıtılmış ve hava borunun içinden geçirilerek ısı transferi metodlarına bağlı olarak enerji geçişi hesap edilmiştir. Hesaplanan değerlerle, şekillerde çizilen diyagramlarla sonuçlar ortaya konmuştur.

## 2. ARASTIRMA KONUSUNUN MATEMATİKSEL MODELİ

### 2.1. SALINIM YAPAN DENEY BORUSUNUN AÇISAL HIZININ BELİRLENMESİ

Bu çalışma, salınım yapan deney borusunda yapıldığından meydana gelen dış kuvvetleri ortaya koymak için deney borusunun açısai hızının belirlenmesi gerekir. Açısai hızın belirlenmesinde mekanizma tekniğinde bilinen üç çubuk mekanizmasının çözümü dikkate alınmıştır.



Şekil 2.1 : Salınım sisteminin şematik gösterilişi

Şekil 2.1'de görüldüğü gibi  $B_0B$  kolünün dönmeye başlaması sonucu  $A_0A$  kolu  $E'F'$  aralığında salınım yapmaktadır. B noktası E de ise A noktası E' de, B noktası F de olduğu zaman A noktası F' ne gelmektedir.  $B_0B$  kolu  $\Omega_n$  açısal hızı ile döndüğünde  $A_0A$  kolünün açısal hızı ne olacaktır? Salınım  $\Omega$  açısal hızını belirlemek için üç çubuk mekanizmasının hareketi ölçekli olarak çizilmiştir ve so-

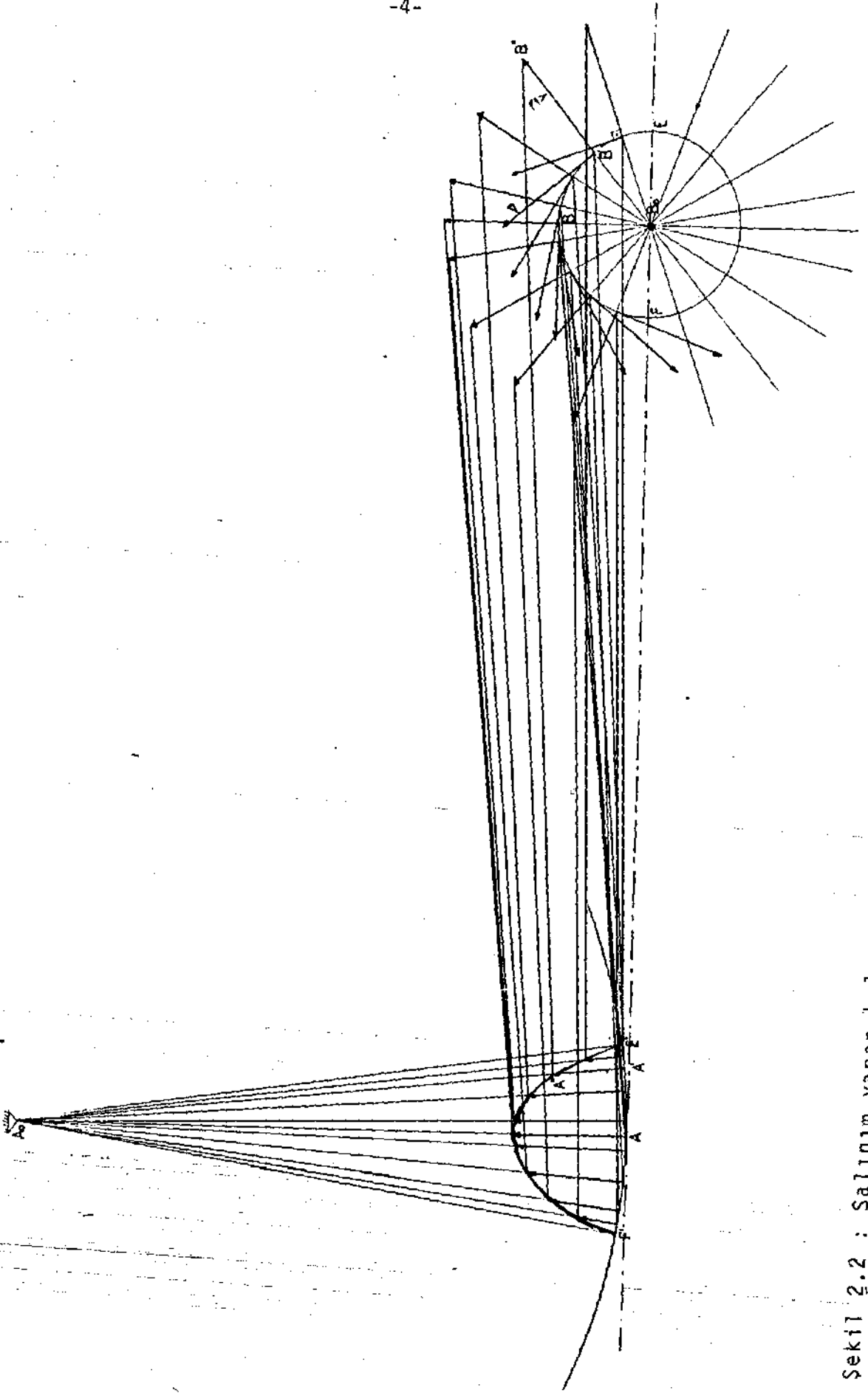
nuç ortaya konmuştur. Şekil 2.2'de görüldüğü gibi  $\overline{B_0B}$  kolunun dönme açısı  $\phi$  olsun,  $\phi$  açısının belirli değerlerinde  $\overline{A_0A}$  kolu  $\widehat{E'F'}$  yayı üzerinde belirli noktalara karşılık gelecektir. A noktasının herhangi bir  $\phi$  değerinde hızını bulabilmek için,  $\phi$  değerindeki hareketli B noktasının belirli bir ölçekte teğetsel hızı çizilir. Örneğin B' noktasında ölçekli çizilen bu hız  $90^\circ$  döndürülerek B'' noktası elde edilir.  $\overline{B'B''}$  doğrusuna,  $\phi$  kadar dönen  $\overline{B_0B}$  kolu A noktasını getirdiği A' den bir paralel çizilir. Çizilen bu paralelden  $\overline{B'B''}$  döndürülmüş hız uzunluğu kadar ölçülerek A'' noktası elde edilir. Elde edilen A'' noktası ile B'' noktasının birleştirilmesi sonucu meydana gelen  $\overline{A''B''}$  doğrusu  $\overline{A'B'}$  doğrusuna (hareket iletici kol) eşit ve paraleldir.  $\overline{A''B''}$  doğrusunun uzantısı çizilerek  $\overline{A_0A'}$  kolunu kestiği A''' noktası elde edilir. Bulunan  $\overline{A'A''}$  uzunluğu,  $\overline{A_0A}$  kolunun A' noktasındaki  $90^\circ$  döndürülmüş teğetsel hız değerini meydana getirmektedir.

Bu yöntemle,  $\phi$  dönme açısına bağlı olarak,  $\overline{A_0A}$  kolunun teğetsel hızı  $\widehat{E'F'}$  yayı üzerindeki noktalarda hesaplanmıştır. Bu çeşitli noktalardaki hesaplamalar şekil 2.2'de yapılmıştır.

$\widehat{E'F'}$  uzunluğu salınım hareketi yapan  $\overline{A_0A}$  kolunun genliğini vermektedir. Bu genlik değeride  $2 \overline{B_0B}$  uzunluğuna eşittir.

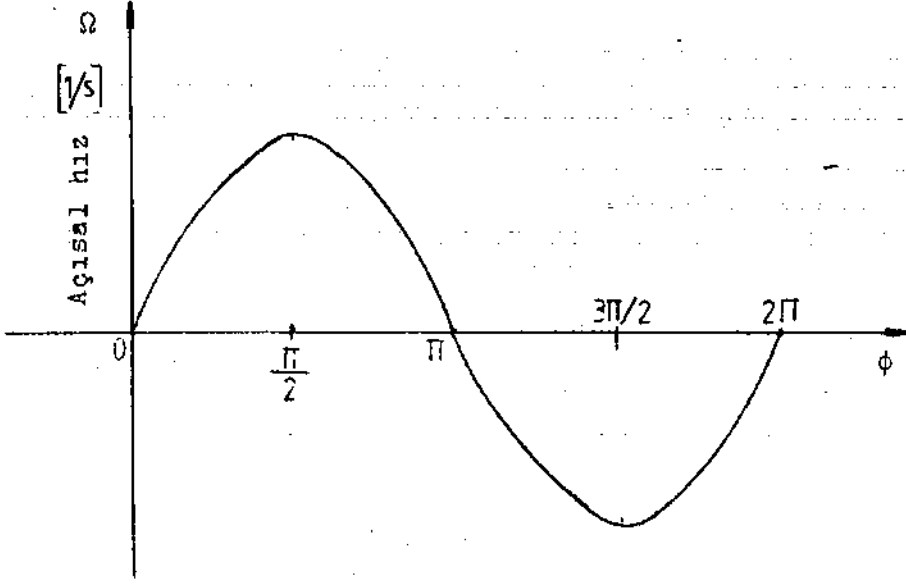
Çizilen şekil 2.2 sonucunda elde edilen teğetsel hızların değişimi hesaplanmıştır. Hesaplanan teğetsel hızdan açısal hıza geçilerek  $\phi$  ile  $\Omega$  arasındaki değişim elde edilerek şekil 2.3 de verilmiştir.

$\Omega_n$  sabit açısal hızı ile hareket eden kol,  $\Omega$  açısal hızını değiştirmekte ve bu değişikliğin değeri  $\phi$  ye bağlı olmaktadır.  $\phi$  değeri 0 ile  $2\pi$  arasında değiştiğinden şekil 2.2 sonucu görülmüştür ki 0- $\pi$  arasındaki değişim ile  $\pi$ - $2\pi$  arasındaki değişim simetriktir. Ayrıca  $0 \div \frac{\pi}{2}$  arasındaki teğetsel hız değerleri ile  $\pi/2 \div \pi$  arasındaki teğetsel hız değerleri simetrik noktalarda eşittir.



Sekil 2.2 : Salınım yapan kolun açısal hızının çizimle belirlenmesi





Şekil 2.3 : Salınım kolunun açısal hızının dönen kolun açısıyla değişimi

Bu sonuçlardan sonra çizilen eğrinin bir sinüs eğrisi olduğu görülmüş,  $\Omega$  açısal hızın  $\phi$  ile değişimi aşağıdaki şekilde elde edilmiştir.

A' noktasının teğetsel hızından yararlanarak açısal hızı

$$V_{A'} = V_B \cdot \sin\phi$$

$$V_{A'} = \overline{A_0 A} \cdot \Omega = r_t \cdot \Omega$$

$$V_B = \overline{B_0 B} \cdot \Omega_n = r_d \cdot \Omega_n$$

$$r_t \cdot \Omega = r_d \cdot \Omega_n \cdot \sin\phi$$

$$\Omega = \frac{r_d}{r_t} \cdot \Omega_n \sin\phi \quad (2.1)$$

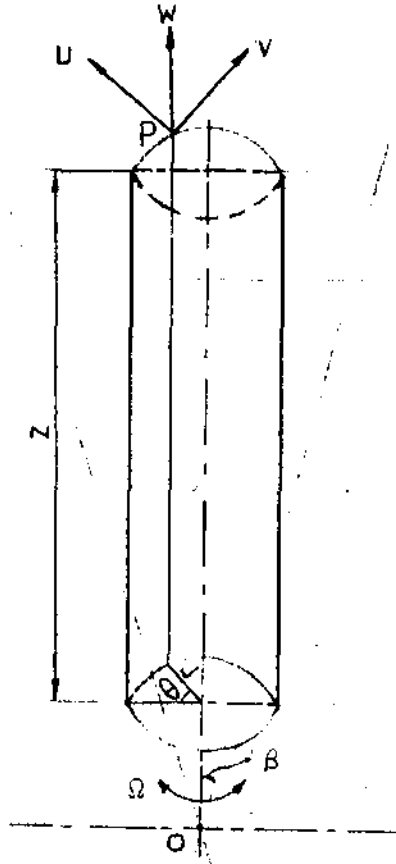
olarak elde edilir. En son eşitlikte görüldüğü gibi  $\Omega$ ,  $\phi$  ye bağımlı olarak değişmekte ve  $\phi$  nin farklı değerleri için farklı büyüklükte olmaktadır.

Navier-Stokes denklemleri salınım durumunda, çözülürken dış kuvvetlerde görülen  $\Omega$  açısal hız değişkeninin değeri  $\phi$  nin bir değeri için hesaplanarak yerine konur ve denklemlerin çözümü yapılır.  $\phi$  dönme açısı değiştirilerek hesaplanan yeni  $\Omega$  değerlerinde çözüm tekrarlanır.

## 2.2. SALINIM YAPAN BORU İÇERİSİNDEKİ AKIŞTA DIŞ KUVVETLERİN BELİRLENMESİ

Salınım yapan bir boruda örneğin Şekil 2.4'deki P noktasında meydana gelen dış kuvveti vektörel olarak aşağıdaki gibi yazılır.

$$\vec{f} = \frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial t^2} + 2(\dot{\phi} \Lambda \frac{\partial \vec{r}}{\partial t}) + \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial t} \Lambda \vec{r} + \dot{\phi} \Lambda (\dot{\phi} \Lambda \vec{r}) + \vec{f}_0 \quad (2.2)$$



Şekil 2.4 : Salınım yapan deney borusu

Burada  $\vec{r}$  düşünülen P noktasının pozisyon vektörü,  $\dot{\phi}$  açısal hız vektörü,  $\theta$  ise dönme sonucu meydana gelen açıdır.

Silindirik polar koordinatlarda  $r, \theta$  ve  $z$  nin birim vektörleri sırasıyla  $\vec{e}_r, \vec{e}_\theta$  ve  $\vec{e}_z$  dir.  $\vec{r}$  ve  $\dot{\phi}$  vektörleri birim vektörler cinsinden yazılırsa,

$$\vec{r} = r \vec{e}_r + z \vec{e}_z \quad (2.3)$$

$$\dot{\phi} = \Omega \cos \theta \vec{e}_r - \Omega \sin \theta \vec{e}_\theta + \dot{\theta} \vec{e}_z \quad (2.4)$$

olur. Burada  $\Omega$  nın değeri eşitlik 2.1'de verilmiştir.

Viskoz akışkanların hareket denklemleri, eylemsizlik kuvvetleri, basınç kuvvetleri, dış kuvvetler ve viskoz kuvvetler arasında Newton'un II.kanununa göre yazılan dengede elde edilmiş Navier-Stokes denklemleri ve ayrıca maddenin korunumu prensibi-ne göre elde edilmiş süreklilik denklemi oluşturur.

Silindirik koordinatlarda Navier-Stokes denklemleri en genel hali ile aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \omega \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} \right) = - \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left[ \nabla^2 u - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right] + F_r \quad (2.5)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \omega \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} \right) = - \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \mu \left[ \nabla^2 v - \frac{v}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right] + F_\theta \quad (2.6)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} + \omega \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \nabla^2 \omega + F_z \quad (2.7)$$

Bu üç denklem şekil 2.4'deki r,θ ve z doğrultusunda yazılmıştır. Konunun matematik modelinde ortaya çıkan dış kuvvetler,Fr, Fθ ve Fz'in matematiksel ifadeleri,

$$Fr = 2 \Omega \omega \sin \theta + r \Omega^2 \sin^2 \theta + z \frac{\partial \Omega}{\partial t} \sin \theta \quad (2.8)$$

$$F\theta = 2 \Omega \omega \cos \theta + r \Omega^2 \sin \theta \cdot \cos \theta + z \frac{\partial \Omega}{\partial t} \cos \theta \quad (2.9)$$

$$Fz = -2\Omega(u \sin \theta + v \cos \theta) + z \cdot \Omega^2 - r \frac{\partial \Omega}{\partial t} \sin \theta \quad (2.10)$$

olarak hesaplanmıştır. Bu dış kuvvetlerin hesap şekli çalışmanın sonundaki ekte verilmiştir. Hesaplanan dış kuvvetlerle denklemler tekrar yazılırsa aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \omega \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left[ \nabla^2 u - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right] + 2\Omega \omega \sin \theta + r \Omega^2 \sin^2 \theta + z \frac{\partial \Omega}{\partial t} \cdot \sin \theta \quad (2.11)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \omega \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \mu \left[ \nabla^2 v - \frac{v}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right] + 2\Omega \omega \cos \theta + r \Omega^2 \sin \theta \cdot \cos \theta + z \frac{\partial \Omega}{\partial t} \cos \theta \quad (2.12)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} + \omega \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \nabla^2 \omega - 2\Omega(u \sin \theta + v \cos \theta) + z \Omega^2 - r \frac{\partial \Omega}{\partial t} \sin \theta \quad (2.13)$$

Maddenin korunumu prensibine dayanılarak elde edilen süreklilik denklemleri silindirik koordinatlarda aşağıdaki denklemlerle ifade edilmiştir.

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r}u + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial \omega}{\partial z} = 0 \quad (2.14)$$

Hareketin Belirlenmesi :

Sıkıştırılabilen bir akışkanın hareketinin tam olarak belirlenebilmesi için hareket denklemlerinde bulunan  $\rho, P, \mu, u, v, \omega$  gibi altı bilinmeyenli fonksiyonun bilinmesi gerekir. Hareket denklemlerinin üç izdüşümünden başka bağıntılar süreklilik denklemi ve viskozitenin sıcaklıkla değişimini veren ampirik bağıntıdan ibarettir. Ancak bu durumda denklemlere T gibi yeni bir bilinmeyen girdiğinden bilinmeyen sayısı yedi, denklem sayısı altı olur. Problemin çözümü için enerji denkleminde bilinmesi gerekir.\*

Ayrıca, deney elemanında ısıtma işlemi gerçekleştirildiğinden akışkana yapılan ısı transferi konusunda göz önüne alınmalıdır. Bunun için, enerji denkleminin silindirik koordinatlarda yazılmış şekli

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + \omega \frac{\partial T}{\partial z} \right) = a \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (2.15)$$

olduğundan, araştırma konusu akışkanın  $u, v, \omega, P$  ve T gibi özelliklerinin akış kanalının herhangi bir kesitinde hesaplanması diğer bir çalışma konusu olarak bu çalışmada terk edilmiştir.

---

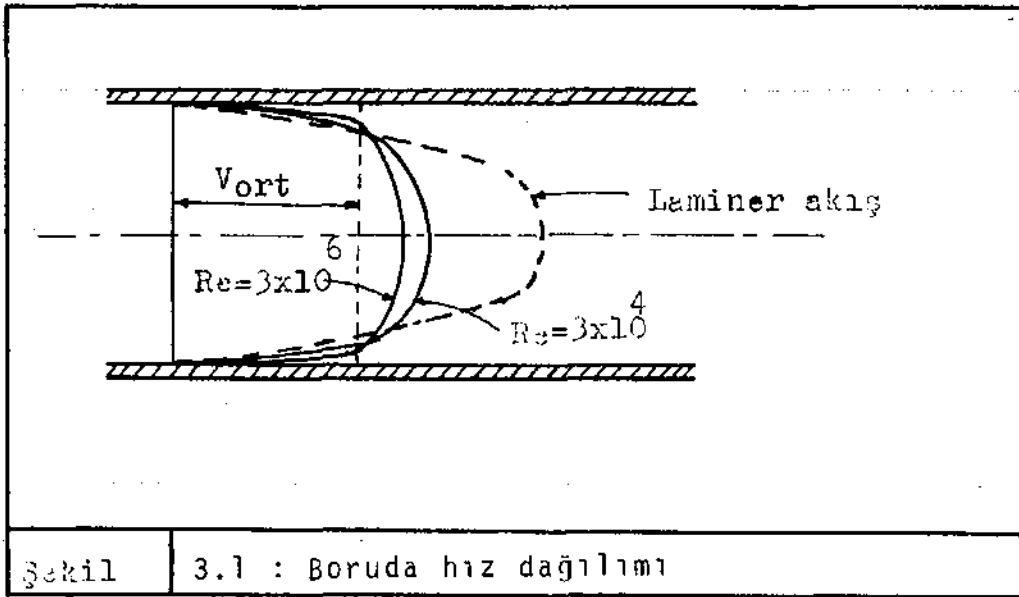
\*Prof.Dr.Cahit Özgür, Deneysel Hidromekanik.

### 3. DAİRESEL KESİTLİ BORULARDA AKIŞ VE ISI TRANSFERİ

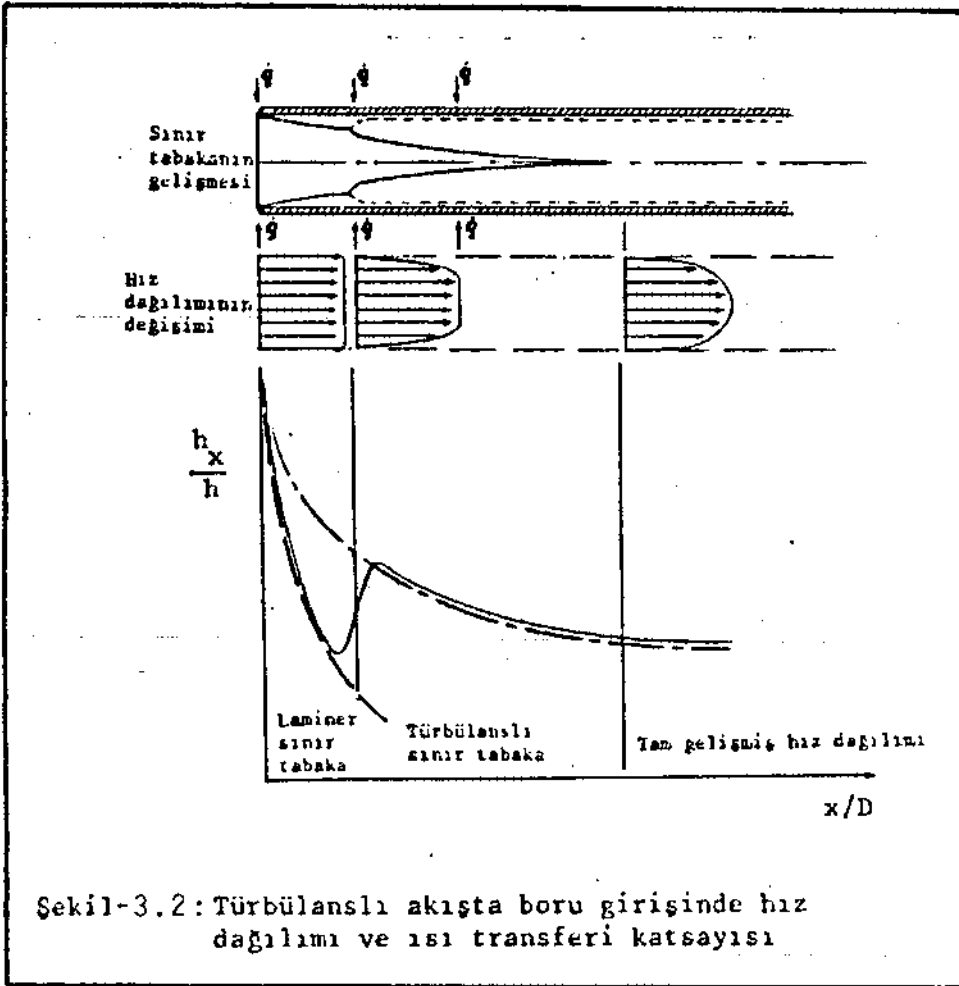
Dairesel kesitli borularda Reynolds sayısının 2300 den büyük olduğu durumlarda akış, laminer rejimden türbülanslı rejime geçer. Bu geçiş Reynolds sayısı 8000 oluncaya kadar devam eder ve bu noktadan sonra akış tamamen türbülanslı olur. Türbülanslı akışa geçişte boru pürüzlülüğünün önemi vardır.

Bir boru içinde laminer akış halinde hız yayılımının parabolik olduğu görülür. Türbülanslı akışta sürtünme kuvveti arttığından hız farklarının büyümesine karşı büyük bir direnç doğar. Dolayısıyla hız yayılımı eğrisi çok daha basık uniform'a yakın bir şekil arz eder. Re sayısı arttıkça profilin basıklığı da artar. Şekil 3.1'de bu tesir görülmektedir.

Türbülanslı akışta çepere yakın bölgede hız gradyenti çok büyüktür. Bu yüzden cidardaki kayma gerilmelerinin büyüyeceği ve sürtünme kaybının artacağı doğaldır.



Şekil 3.2'de türbülanslı akış için giriş etkileri görülmektedir. Laminer akışta girişten itibaren  $50 D_i$  uzunluğunda giriş etkileri görülürken, türbülanslı akışta bu etkiler  $10 D_i$  kadarlık bir giriş uzunluğundan sonra kaybolmaktadır. Şekilden de izlenebileceği gibi boru duvarına sabit ısı akışı verildiğinde ısı transferi katsayısı girişten itibaren belirli bir noktaya kadar değişir. Tam gelişmiş hız dağılımında ısı transfer katsayısı artık değişmemektedir.

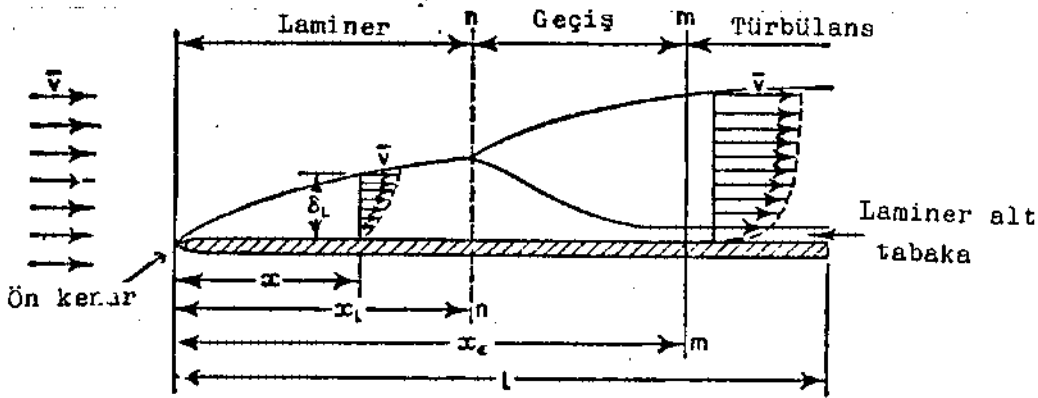


### Türbülanslı Akışta Sınır Tabaka ve Isı İletimi :

Sınır tabaka teorisinde ilke olarak sürtünme etkilerinin cisme çok yakın, bir bölgede etken oldukları, cisimden uzak bölgelerde

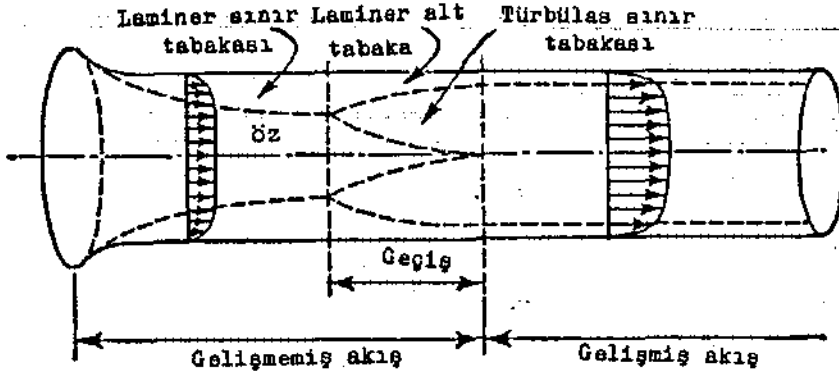
sürtünmesiz akışkan yasalarının geçerli olduğu var sayılır. Bu gelişmelere paralel olarak türbin kanatları, gemiler, uçaklar, çeşitli profillerin içinde ve etrafındaki akım olayları incelenir. Bu olaylarda genel olarak akışkanın basınç kayıpları, yüzey sürtünmesi, ayrılma konumu, laminer akımdan türbülanslı akıma geçiş problemleri vardır.

Şekil 3.3 ve Şekil 3.4'de yatay bir levhada ve boruda laminer sınır tabakasından türbülanslı sınır tabakasına geçiş görülmektedir. Türbülanslı akışta profil yüzeyine çok yakın ince bir tabakada akış laminer karakterdedir ve sürtünme ile ısı iletim problemleri laminer rejimdeki gibi yer alırlar. Bu tabakanın üst kısmındaki küçük bir bölgede bir miktar türbülans görülmekle birlikte sürtünme ve ısı iletiminde daha çok laminer karakter hakimdir. Bu bölgeye geçiş bölgesi denir. Bu bölgenin üzerinde akış tamamıyla türbülanslıdır ve akışkan mikroskopik kütleler halinde yuvarlanarak ısıyı iletir. Türbülanslı bölgede viskozite özelliklerine türbülanslı viskozite, ısı iletim katsayısına da türbülanslı ısı iletim katsayısı adı verilir.



Şekil 3.3 : Yatay bir levhada sınır tabaka





Şekil 3.4 : Boruda sınır tabaka

Uygulamada bir çok cisim etrafında türbülanslı akım olayları görülür. Türbülanslı akım ortalama bir akım üzerine eklenmiş düzensiz akımlardan oluştuğu düşünülebilir. Büyüklükler türbülanslı sınır tabakası içinde çok değiştiklerinden türbülanslı akışın analitik olarak incelenmesi çok güçtür. Büyük ölçüde deneysel verilere dayanmak gerekir. Türbülanslı akış ısı iletimi genellikle deneyle ölçülen sürtünme katsayılarına dayanarak sürtünme ve ısı iletimi arasındaki bağıntıdan yararlanmak suretiyle incelenir. Türbülanslı akımdaki karışıklıklar borularda, türbin kanatlarında uçak ve gemilerdeki direnç kuvvetlerinin büyük bir bölümünün ortaya çıkmasına neden olur.

#### Zorunlu Konveksiyon :

Zorunlu konveksiyon mühendislikte kullanılan en önemli ısı iletim metodudur. Hemen her tip ısı değiştirgecinde kullanılır. Isı değiştirgeci sayılmayan endüstri fırınları, rejenaratörler gibi uygulamalarda sık sık rastlanır.

Zorunlu konveksiyonda  $\Delta T$  sıcaklık farkının anlamı önemlidir. Bu fark yüzey sıcaklığı ile akışkan sıcaklığı arasındaki farktır. Akışkan sıcaklığı akışkan içinde çok değişik değerler alabilir.

Örneğin, bir boru içinden akarken ısıtılan bir gazda iç sıcaklık boru iç yüzeyinde en yüksek, boru ekseninde en düşük değerini alır. Bu nedenle akışkan sıcaklığı olarak hangi sıcaklığın kullanılması gerektiği hakkında kesin bir kural belirtilmez. Daha çok karışım sıcaklığı adı verilen bir sıcaklık kavramı kullanılmaktadır. Bu sıcaklık, borunun eksene dik kesitinden birim zamanda geçen akışkan miktarının bir kaptaki iyice karıştırıldıktan sonra ölçülen sıcaklığı olarak tanımlanır. Türbülanslı akışta akışkan sıcaklığı yüzeye bitişik çok ince bir tabaka içinde çok çabuk artar veya azalır, fakat akışkanın kütle sıcaklığı oldukça sabit kalır. Bu durumda yüzeyden yeteri kadar uzakta herhangi bir noktadaki sıcaklık akışkan sıcaklığı olarak alınabilir.

Serbest konveksiyonda Gr ve Pr sayıları bağımsız değişkenler olarak seçilip ampirik bağıntılar kullanılarak ısı transfer katsayısı, Nu sayısından hesaplanır. Zorunlu konveksiyonda Re ve Pr sayıları bağımsız değişkenler olarak seçilir ve ısı transfer katsayısı yine Nu sayısından hesaplanır.

## 4. DENEY DÜZENEGİ

Sematik resmi şekil 4.1'de görülen deney düzeneği genel olarak titreşim mekanizması, titreşen kol, deney borusu, ısıtma sistemi ve çeşitli değerlerin ölçüldüğü sistemlerden meydana gelmektedir.

Amaç, türbülanslı akışta salınım yapan düşey boruda ısı transferi olayını incelemektir. Sistemi daha iyi anlayabilmek için deney elemanını ve titreşim mekanizmasını daha ayrıntılı olarak incelemek yerinde olur.

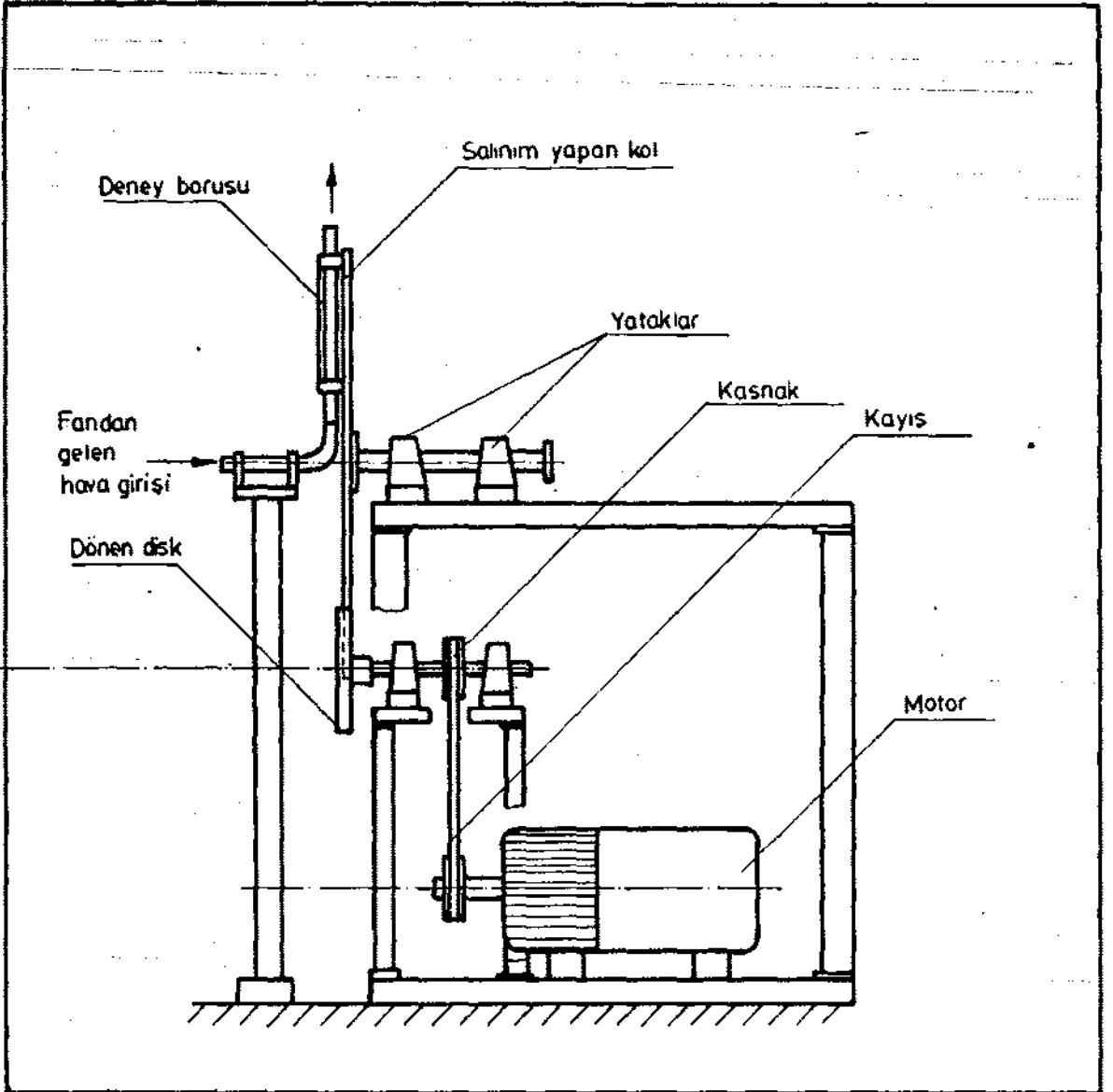
### 4.1. DENEY ELEMANI

Şekil 4.2'de kesit resmi görülen deney elemanı Şekil 4.1'de görülen deney düzeneğinde salınım yapan bir kol üzerine montajı yapılmıştır. Montajdaki amaç, deney elemanının kol ile birlikte salınım yapmasıdır.

Deney elemanı olarak içi boş silindirik boru kullanılmıştır. Boru paslanmaz çelikten yapılmıştır. Uzunluğu 100 mm, iç çapı 9 mm ve dış çapı 12.7 mm'dir.

Deney borusunun ısıtılması elektrik direnç telleri ile yapılmıştır. Deney borusunun üzerine eş aralıklarla sarılan direnç telleri deney borusunun üzerinde uniform bir ısı akışı sağlanmıştır. Direnç telleri ile deney borusu arasındaki temas, ısıya dayanıklı yalıtkan bant ile engellenmiştir.

Deney borusu üzerindeki (cidardaki) sıcaklık dağılımını ölçmek için cidara eşit aralıklarda ve boru boyunca helisel olarak açılan ince kanallara 10 adet termo-eleman çifti yerleştirilmiştir.



Şekil 4.1 : Deney düzeneğinin sematik resmi

Ayrıca deney borusunda ısı kaybını önlemek için çevreye karşı izocam ile yalıtılmıştır. Deney borusu uçlarındaki yalıtkanlık, boruyu sabit tutmak amacıyla yapılmış metal tutucular içerisine fiberin montajı ile sağlanmıştır.

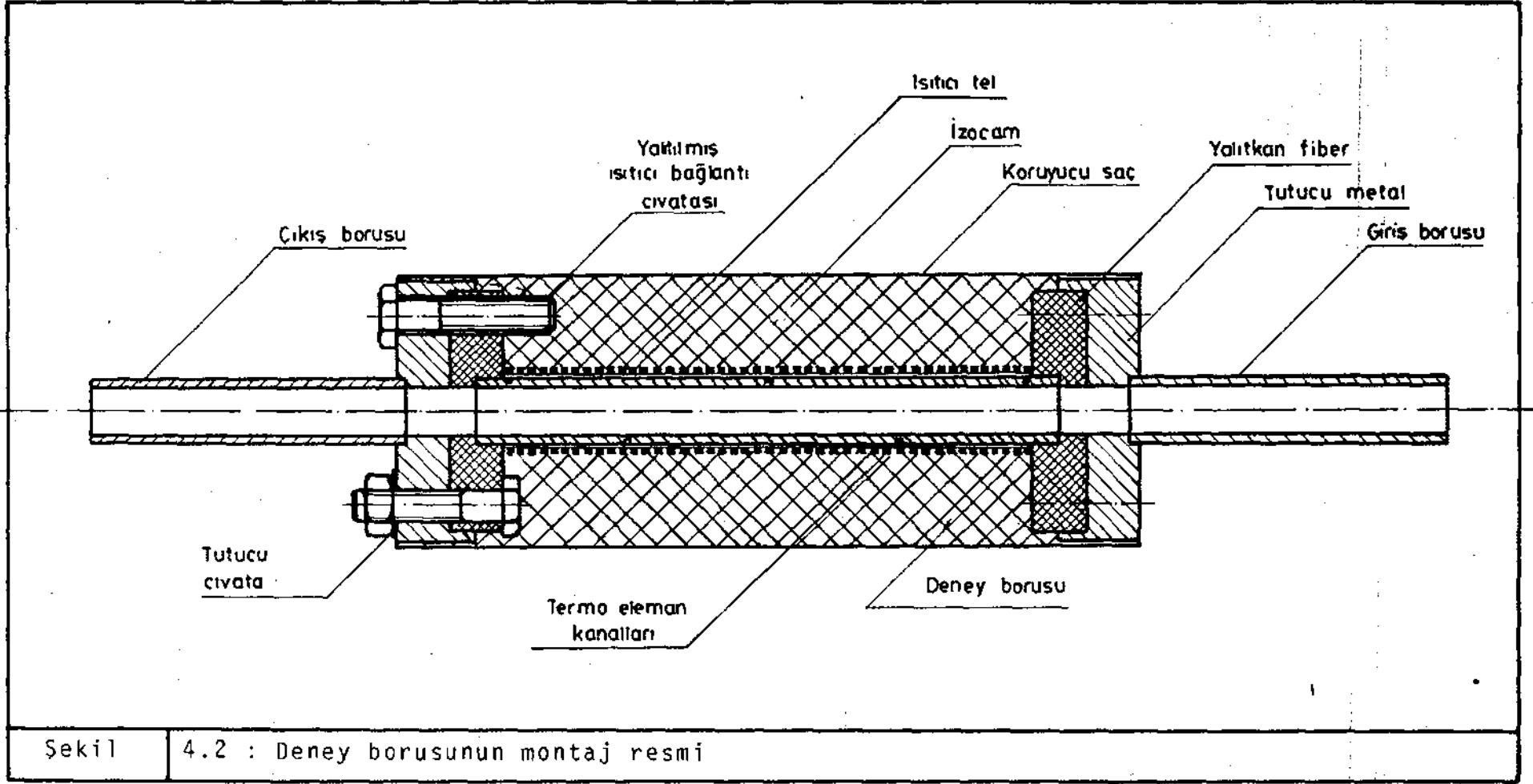
#### 4.2. SALINIM MEKANİZMASI

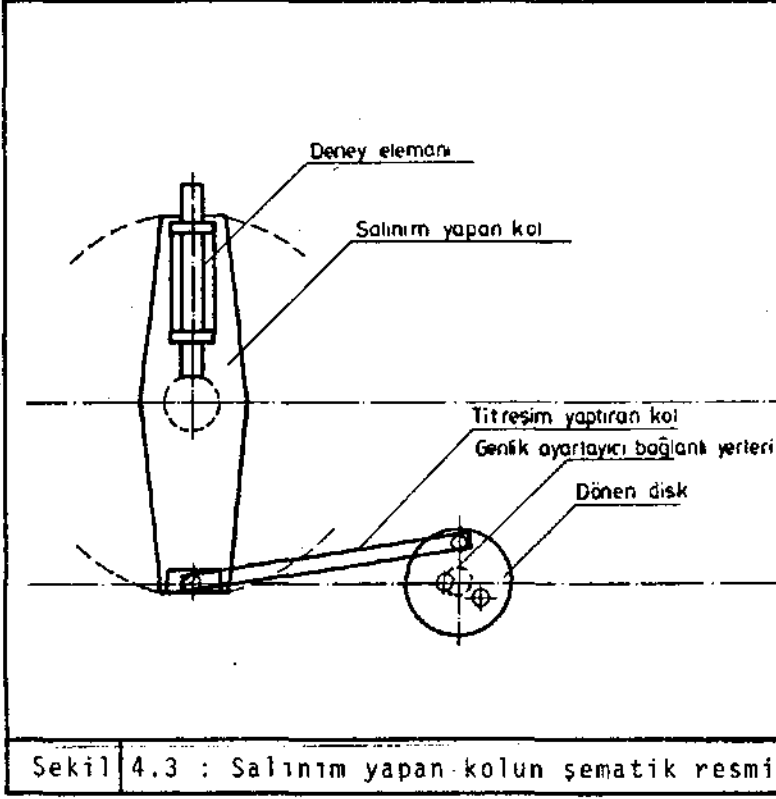
Sanayide ve teknolojide değişik titreşim olayları söz konusudur. Titreşim olayının oluşumunda değişik düşünceler ve projeler geliştirilebilir. Bu çalışmada deney elemanını titreştirmek için şu düşünceden yararlanılmıştır.

Şekil 4.1'de görüldüğü gibi düz bir metal levha yatay orta ekseninden, yerden belirli bir yükseklikte sabit duran masa üzerine yataklanmıştır. Yatak miline bağlı olan bu kol mil döndürüldüğünde dairesel hareket yapabilmektedir. Kolun bu hareketinden yararlanarak ek bir mekanizma ile yataklanma merkezi etrafında düzgün bir şekilde salınım(titreşim) olayı gerçekleştirilmiştir. Bu mekanizma, kolun yatakladığı eksene paralel olarak yerleştirilmiş, koldan belirli bir uzaklıkta bulunan ve dönme hareketi yapan diskin yataklanmasıdır. Elektrik motoru ve kayış kasnak sistemi ile dönme hareketi yapan bu disk, serbest kol ile irtibatlandırılarak salınım olayı gerçekleştirilmiştir (Şekil 4.3).

Periyodik titreşim yapan kolun genliği değiştirilebilmektedir. Bunu gerçekleştirmek içinde hareket ileten kolun dönen diskin merkezinden farklı uzaklıktaki bağlantı noktalarına montajı yapılır.

Bu çalışmada, 75 mm, 50 mm ve 25 mm'lik genliklerde çalışılmıştır. Değişik genlikte çalışmanın amacı, genliğin deney borusundaki ısı akış etkisini incelemektir.





Sekil 4.3 : Salınım yapan kolun şematik resmi

## 5. DENEY ELEMANININ ISI KAYIP KALIBRASYONU

Genel olarak bir deneysel çalışma yapılırken çalışma deneylerini yapmadan önce sistemin bazı değerlerinin kalibrasyonu yapılır. Bunun için kalibrasyon deneyleri yapılır ve kalibrasyon katsayısının değeri belirlenir.

Çalışmada, deney borusunu ısıtmak için verilen ısının bir kısmı kayıp ısı olarak çevreye gitmektedir. Çevreye giden kayıp ısı miktarını belirlemek için kalibrasyon deneyleri yapılarak ısı kayıp katsayısı hesaplanır. Isıtmada kullanılan yararlı ısı aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\dot{Q}_y = \dot{Q}_T - \dot{Q}_K$$

$\dot{Q}_y$  : Yararlanılan ısı miktarı

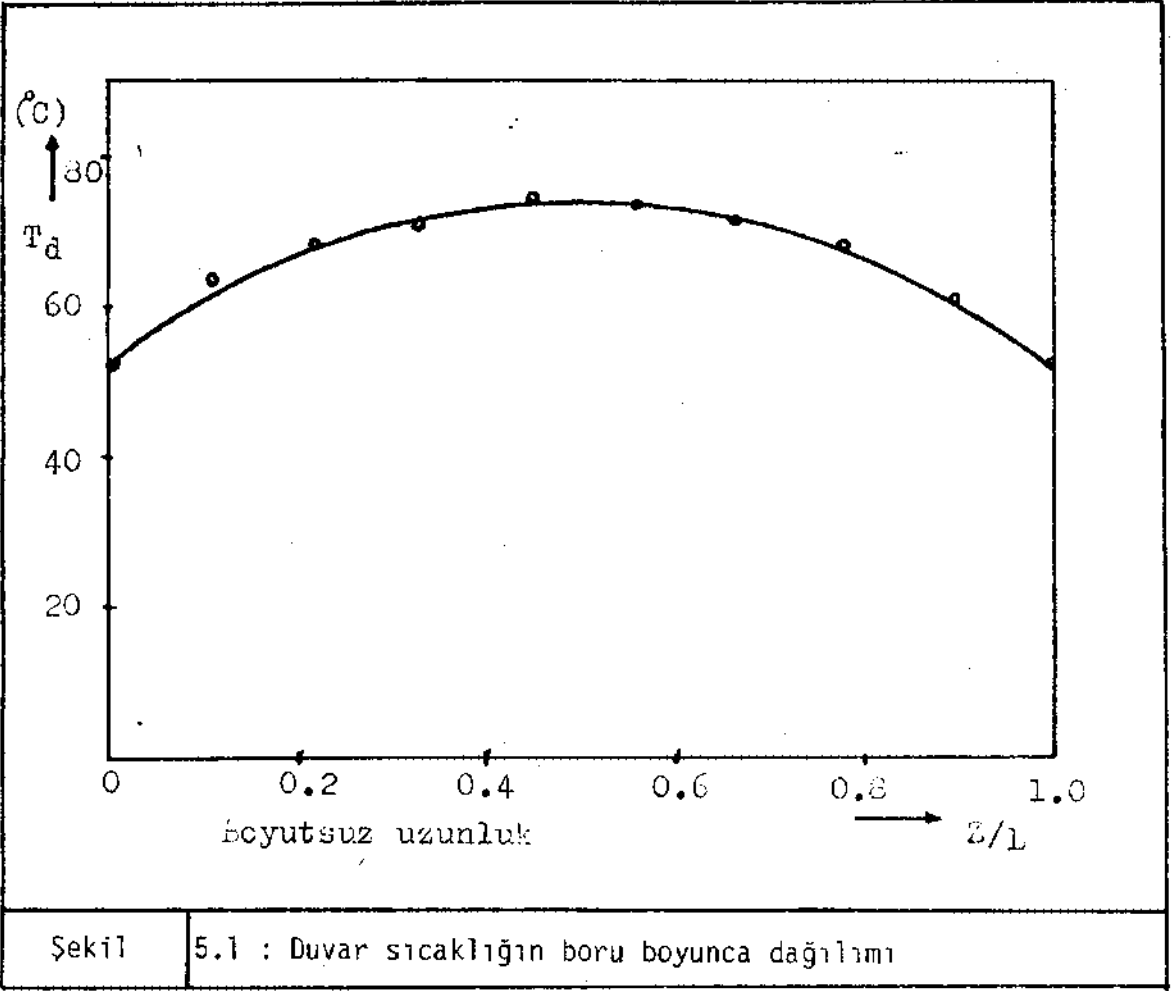
$\dot{Q}_T$  : Deney borusunu ısıtmak için kullanılan toplam ısı miktarı

$\dot{Q}_K$  : Çevreye giden kayıp ısı miktarı

$\dot{Q}_y$ 'yi belirlemek için kayıp ısı miktarının bilinmesi gerekir. Kayıp ısı miktarını belirlemek için, ısı kayıp katsayısı aşağıdaki yöntemle bulunmuştur.

Isı kayıp kalibrasyon deneylerinde deney borusunun içi yalıtkan ile doldurularak değişik güçlerde ısıtılmıştır. Isıtma sırasında deney borusunun cidar sıcaklıkları ölçülmüştür. Ölçülen cidar sıcaklıkları Şekil 5.1'de görüldüğü gibi boru boyunca bir parabol dağılımı göstermektedir.





Şekil 5.1'deki dağılımda ortalama duvar sıcaklığını belirlemek için hassas yamuk formülü kullanılarak toplam alan bulunmuş, bu alan değeride deney borusu uzunluğuna bölünmüştür.

$$F = \frac{h}{2} \cdot (T_1 + 2T_2 + 2T_3 + \dots + 2T_9 + T_{10})$$

$$\bar{T}_d = \frac{F}{L}$$

olarak belirlenir. Burada,

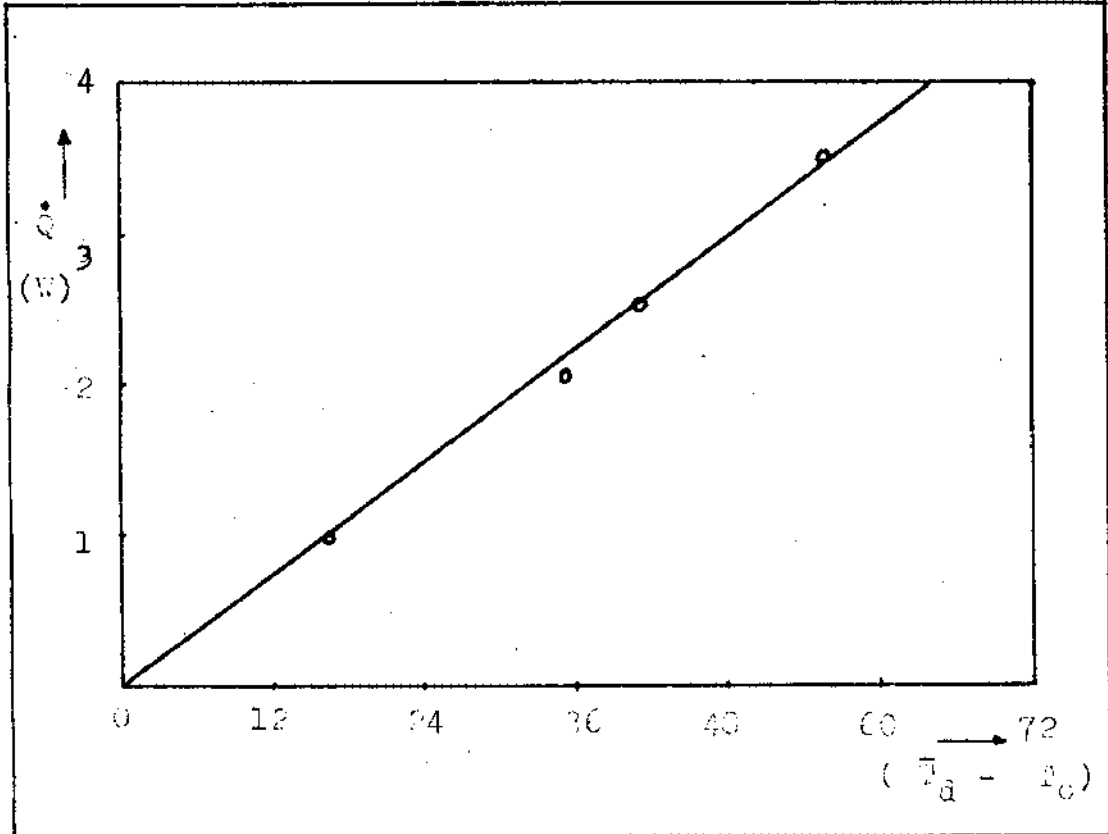
$h$  : Ölçüm yapılan iki nokta arasındaki uzaklık

$T_1, T_2, \dots, T_{10}$  : Deney borusu üzerinde ölçülen cidar sıcaklıkları

$\bar{T}_d$  : Ortalama duvar sıcaklığı

$L$  : Deney borusu boyu

Hesaplanan ortalama duvar sıcaklığı ile sisteme verilen ısı arasında çizilen diyagramın eğimi, sistemin ısı kayıp katsayısını vermektedir (Şekil 5.2).



Şekil 5.2: Isı kayıp katsayısının belirlenmesi

Bu çalışmada değişik durumlar için ısı kayıp katsayısını belirlemek gerektiğinden bu deneyler bir çok kez tekrārlanmıřtır. Deneyler, değişik salınımlarda, değişik genliklerde ve statik konumda yapılmıştır. Diyagramlar benzer olduklarından, burada yalnızca bir tanesi gösterilmiş, diğer konumlarda elde edilen kalibrasyon katsayılarının değerleri tablo 5.1'de verilmiştir.

Belirlenen ısı kayıp katsayısı değerinden yararlanarak akış deneylerinde çevreye giden kayıp ısı miktarı aşağıdaki formülle bulunur.

$$\dot{Q}_K = \bar{n}(\bar{T}_d - T_o) \quad (5.1)$$

K O N U M			Isı kayıp Kalibrasyon Katsayısı $\bar{n}(W/C^{\circ})$
NO	Frekans (1/s)	Salınımın Genliği (mm)	
1	4.166	25.0	0.058
2	8.333	25.0	0.060
3	12.50	25.0	0.061
4	4.166	50.0	0.063
5	8.333	50.0	0.066
6	12.50	50.0	0.062
7	4.166	75.0	0.052
8	8.333	75.0	0.055
9	12.50	75.0	0.056
10	0.0	0.0	0.056
11	0.0	0.0	0.050

Tablo 5.1 : Deney borusunun ısı kayıp kalibrasyonu katsayıları

## 6. AKIŞ DENEYLERİNDE ÖLÇÜLEN PARAMETRELER VE ÖLÇÜM YÖNTEMLERİ

Şekil 6.1'de görülen ölçüm düzeneğinde ölçülen değerlerin yerleri ve ölçüm aletleri şematik olarak çizilmiştir. Deneyler sırasında debi, sıcaklıklar, devir sayısı ve sisteme verilen ısı gücü ölçülmüştür.

### a) GÜÇ ÖLÇÜMÜ

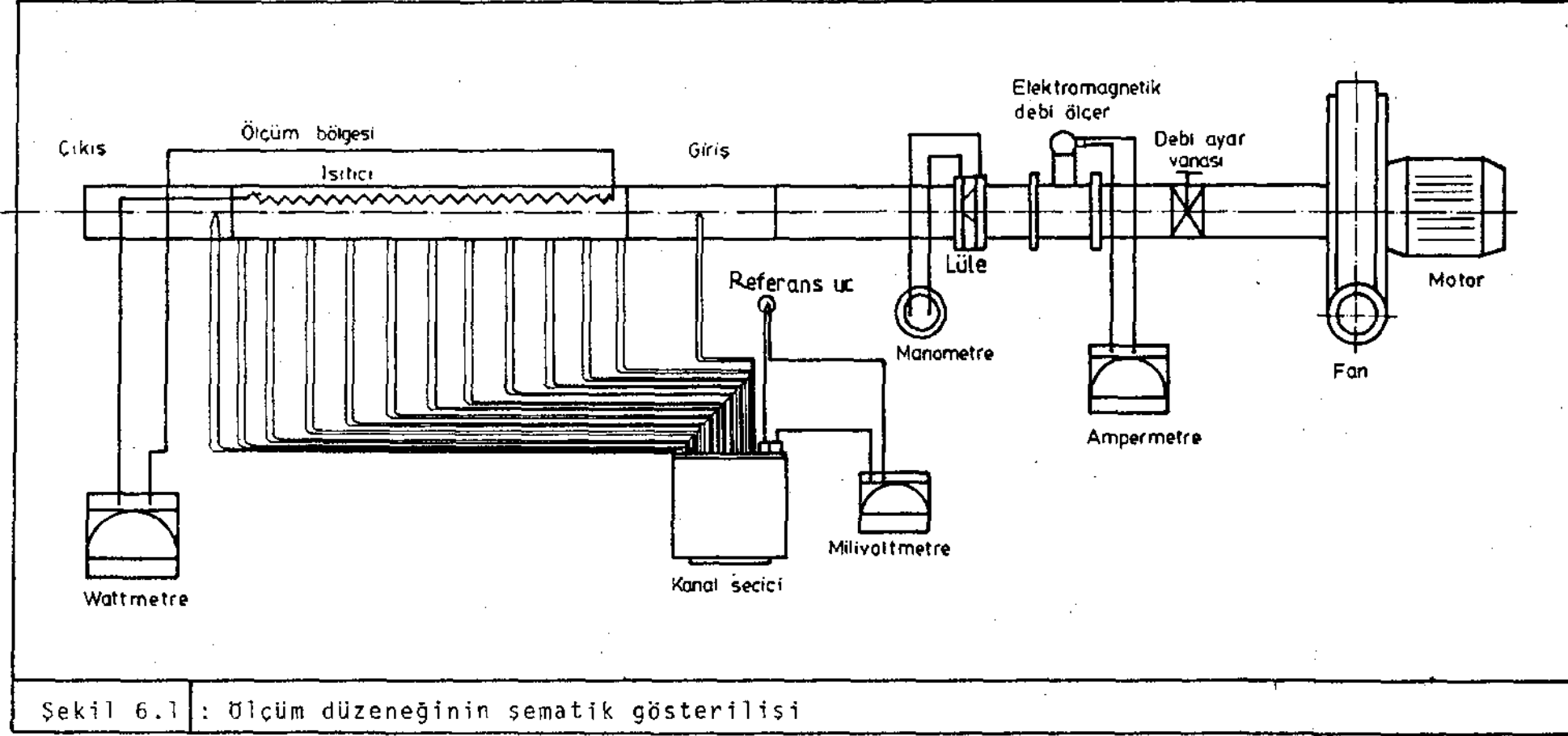
Deney borusunun dış yüzeyini ısıtmak için ısıtıcı devre kurulmuştur. Isıtıcı devre için, boru üzerine elektrikli ısıtıcı direnç telleri homojen bir şekilde sarılmıştır. Sarılan direnç tellerine şebekeden akım verilerek ısıtma olayı gerçekleştirilmiştir. Güç ayarı varyak ile yapılmış, verilen ısı miktarı ise watt-metre ile "Watt" olarak ölçülmüştür.

### b) DEBİ ÖLÇÜMÜ

Sistemde kullanılan debi, elektrik motoruyla tahrik edilen fan ile elde edilmiştir. Fan emme-basma yapabilmektedir. Elde edilen debi miktarı kısma vanası ile ayarlanabilmektedir.

Düzenekte iki ayrı debi ölçerle deney borusundan geçen hava debisi miktarı ölçülmüştür. İki ayrı debi ölçer kullanılmasının nedeni, ölçüm kontrolü yapmaktır. Şekil 6.1'de görüldüğü gibi bu aletlerden bir tanesi elektromagnetik debi ölçer, diğeri ise manometredir.

Akış miktarını elektromagnetik olarak algılayan debi metrenin gösterdiği değer ampermetrede okunmaktadır. Ampermetrede mA olarak okunan değer debi ölçerin kalibrasyon katsayısı ile çarpılarak deney borusundan geçen akışkan debi miktarı ( $m^3/sn$ ) olarak hesaplanır. Elektromagnetik debi ölçerin kalibrasyon kat-



sayısı normal koşullarda  $1.75 \text{ m}^3/\text{h.mA}$  olarak belirlenmiştir.

Diğer yöntemde ise akış kesitinden geçen debi Lüle giriş-çıkış arasındaki basınç farkından hesaplanır. Deneylerde lüle giriş-çıkış arasındaki basınç farkı manometreden okunmuştur. Basınç farklarına göre kalibre edilmiş lüle için

$$\dot{V} = \alpha \cdot A \sqrt{2g \cdot \frac{(\rho_s - \rho_h)}{\rho_h} \Delta h}$$

eşitliği kullanılarak geçen debi miktarı hesaplanır. Burada;

$\Delta h$  : Lüle giriş-çıkış arasındaki basınç farkı [mss]

$\alpha$  : Lüle katsayısı

$A$  : Lülenin akışa dik kesit alanı [ $\text{m}^2$ ]

$\rho_s, \rho_h$  : Suyun ve havanın yoğunlukları olmak üzere debi [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]

cinsinden hesaplanır.

#### c) SICAKLIK ÖLÇÜMÜ

Deneyler esnasında deney borusu üzerindeki çeşitli noktaların sıcaklıkları, akışkan giriş-çıkış sıcaklıkları ve ortam sıcaklığı bakır-constantan termo eleman çifti yardımı ile milivoltmetrede mV birimi cinsinden ölçülmüştür.  $00^\circ$  deki referans ucu sabit kalmak üzere ölçülen nokta kanal seçici yardımı ile devreye alınarak, açık uçlara milivoltmetre bağlanır ve sıcaklık ölçümü gerçekleştirilir. mV olarak ölçülen sıcaklık değeri termo-eleman kalibrasyon katsayısı ile çarpılarak  $^\circ\text{C}$  olarak belirlenir.

#### d) DEVİR SAYISI ÖLÇÜMÜ

Deney elemanının salınım frekansını belirlemek için, dönme hareketi yapan diskin devir sayısı takometre ile ölçülmüştür. De-

vir sayısı ayarı, sistemde redüktör kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Ölçülen devir sayısı yardımı ile salınım frekansı, dönme frekansının fonksiyonu olarak hesaplanır. Bu konu Bölüm 2'de açıklanmıştır.

#### 6.1. DENEYLERİN YAPILIŞI VE SONUÇLAR

Çalışmada, salınım hareketi yapan ısıtılmış bir borunun içinden akışkan geçirilerek ısı transferindeki salınımın frekans ve genlik etkileri incelenmiştir. Sonuçlar deneysel olarak gerçekleştirilmiş, matematiksel olarak çözüm yapılmamıştır.

Literatür araştırmalarında bu olayı inceleyen herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu nedenle çalışma sonuçlarını benzer bir çalışma sonucu ile karşılaştırma olanağı olmamıştır.

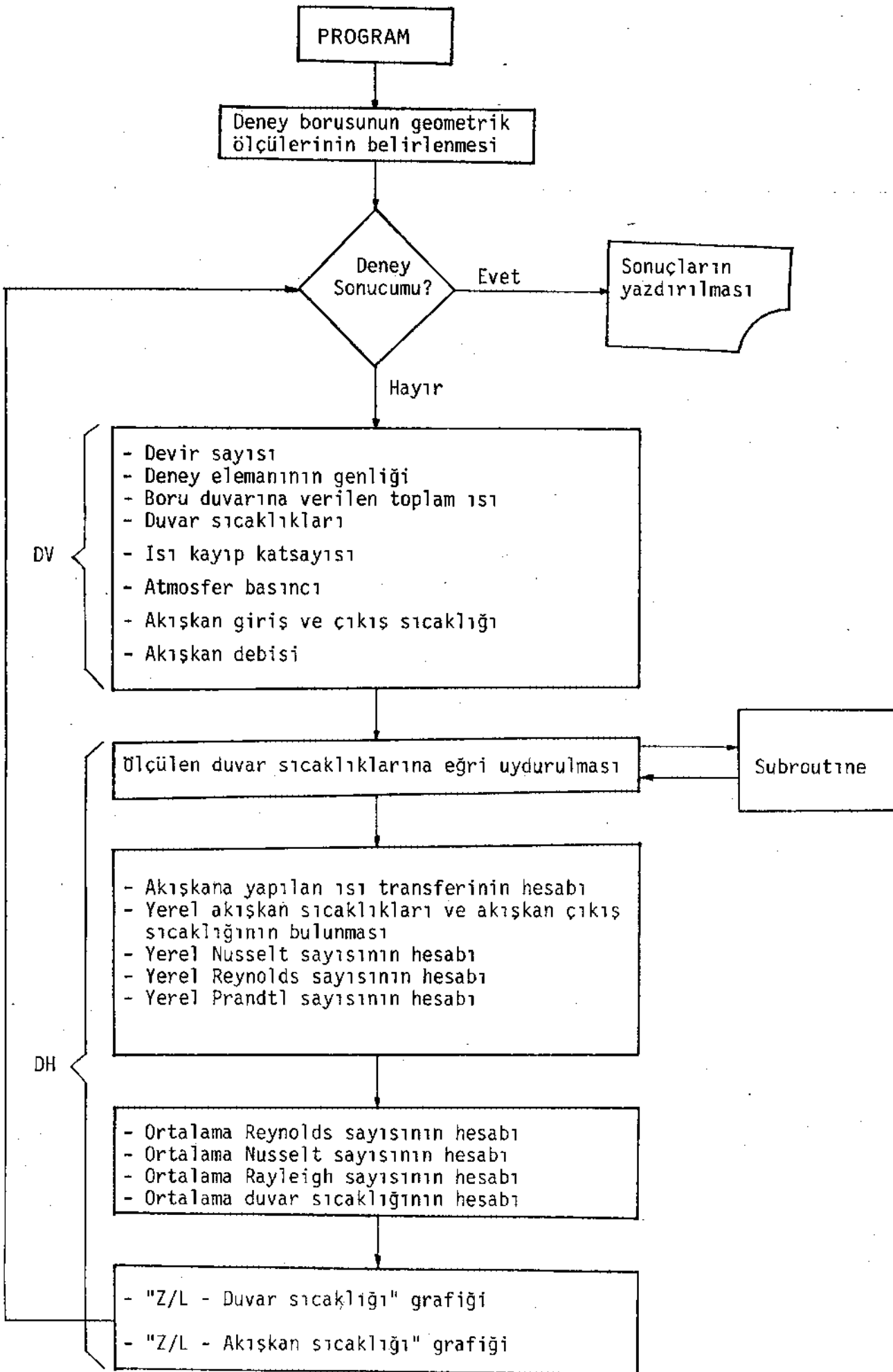
Türbülanslı akışta salınım yapan boruda ısı transferi deneyleri yapılırken akışkan debisi, salınım frekansı ve genliği değişken parametreler olarak kullanılmıştır. Ayrıca yoğunluk etkisini ortaya koymak için sisteme verilen toplam ısı miktarı değiştirilmiştir. Salınım durumu ile karşılaştırma yapmak amacıyla deney borusunun statik konumdaki ısı transferi deney sonuçları çıkarılmıştır.

Deneyler yapıldıktan sonra ölçülen parametrelere bağlı gerekli büyüklüklerin hesaplanması hazırlanan programla bilgisayarda yapılmıştır. Bilgisayar programının akış şeması Tablo 6.1 de verilmiştir.

##### 6.1.1. ISI TRANSFERİNE SALINIM FREKANSININ ETKİSİ

Bu durumda sabit bir genlikte ve değişken frekansta salınım yapan deney borusu içindeki akışın, ısı transferi deneyleri yapılarak ısı taşınımı hakkında bilgi veren Nusselt sayısı hesaplanmıştır. Nusselt sayısı üç değişik salınımında belirlenmiş,





Tablo 6.1 : Bilgisayar programının akış şeması

bir tek salınımdaki ısı transferi dört ayrı debide gerçekleştirilmiştir. Bunların yanında aynı koşullarda statik durumdaki deneylerde yapılarak Nusselt sayısının değeri hesaplanmıştır.

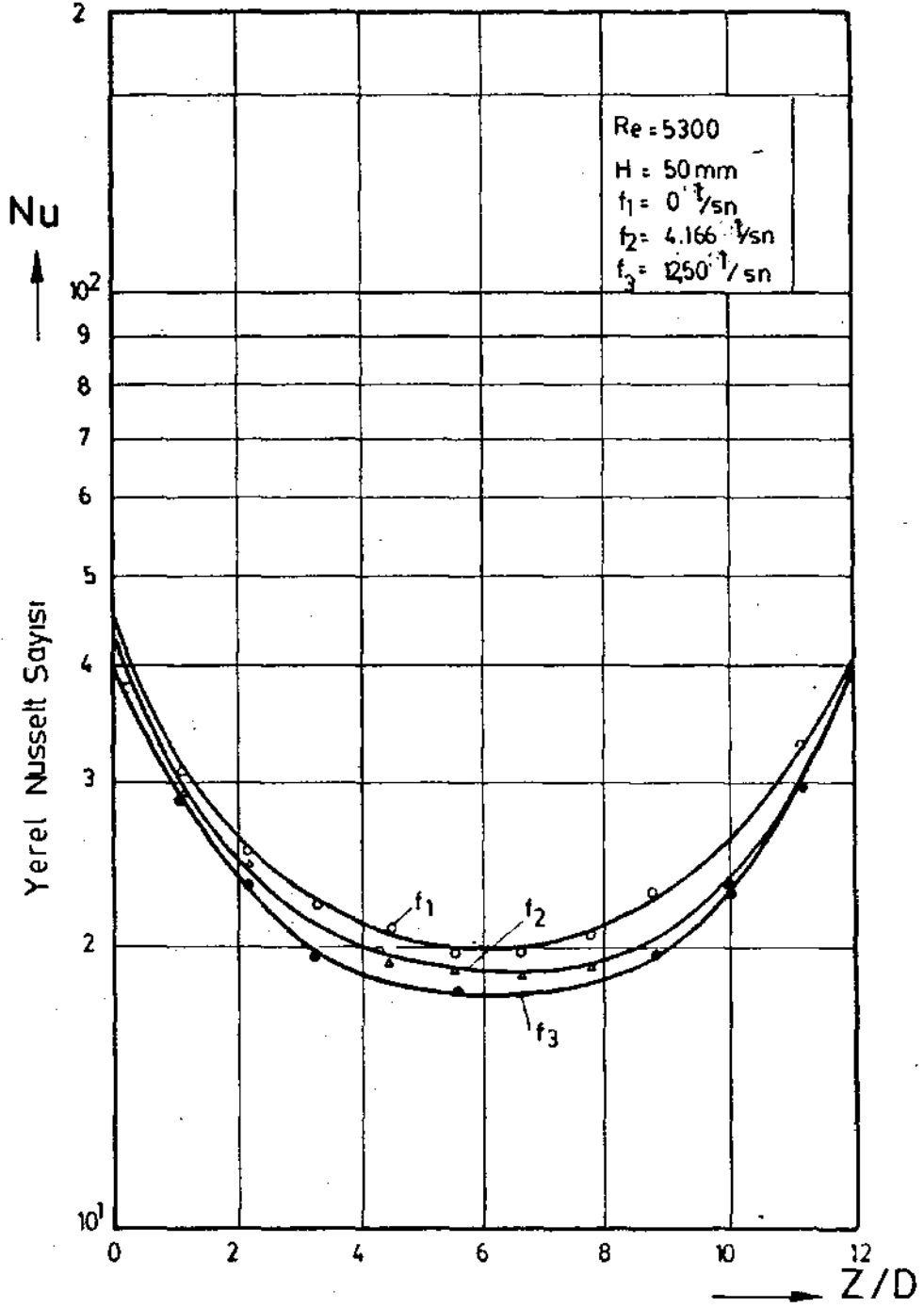
Deneyler sırasında deney borusunu ısıtmak için kullanılan ısı akısı miktarı sabit tutulmuştur.

Deneyler iki akış durumuna göre yapılmış olup, birinci durumda düşey duran deney borusuna hava olan akışkan, merkezkaç kuvveti doğrultusunda fan ile gönderilmiş, ikinci durumda ise emme yapılmıştır. Basma esnasında salınının genliği 50 mm, emmede ise 25 mm dir.

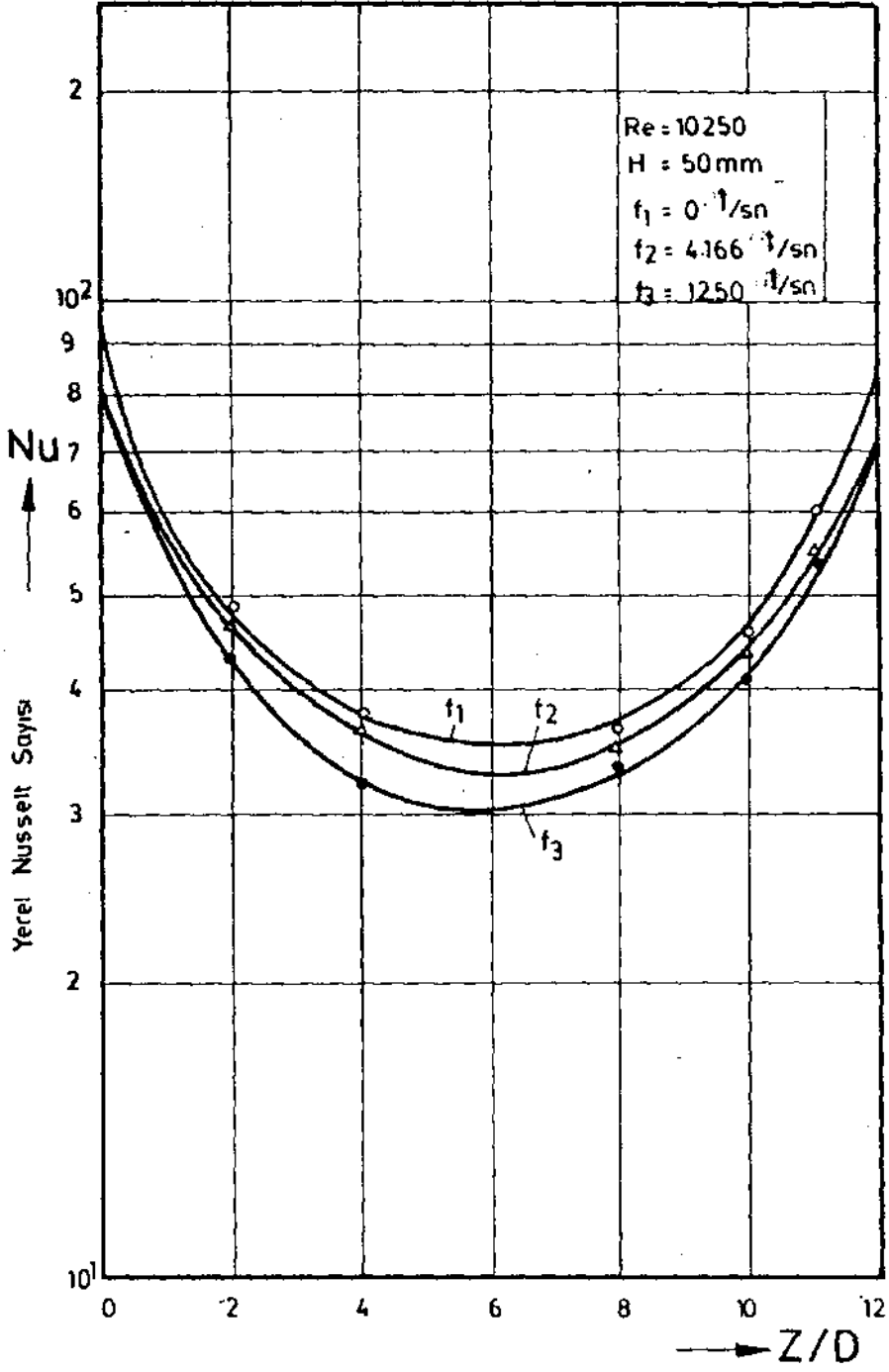
Bu koşullarda yapılan deneylerin sonuçları Şekil 6.1'den Şekil 6.10'a kadar olan diyagramlarda gösterilmiştir. Sonuçlar göstermiştir ki salınım durumunda ısı transferi, statik durumdakine göre azalmaktadır. Azalma miktarı salınının frekansı ile değişmekte ve frekans arttıkça Nusselt sayısının değerinde düşme olmaktadır.

Akışkan merkezkaç doğrultusunda hareket ederken yapılan deneylerin sonuçları Şekil 6.1'den Şekil 6.6'ya kadar olan diyagramlarda verilmiştir. Bu şekillerdeki diyagramlarda değişik Reynolds sayılarındaki salınım frekanslarının boru boyunca ısı transferine etkisi görülmektedir. Ayrıca Reynolds sayısı ile Nusselt sayısının değişimi çizilmiş, burada değişken parametre olarak frekans kullanılmıştır. Şekil 6.6'da Nusselt sayısı ile frekans değişimi çizilmiş değişken parametre olarak Reynolds sayısı dikkate alınmıştır.

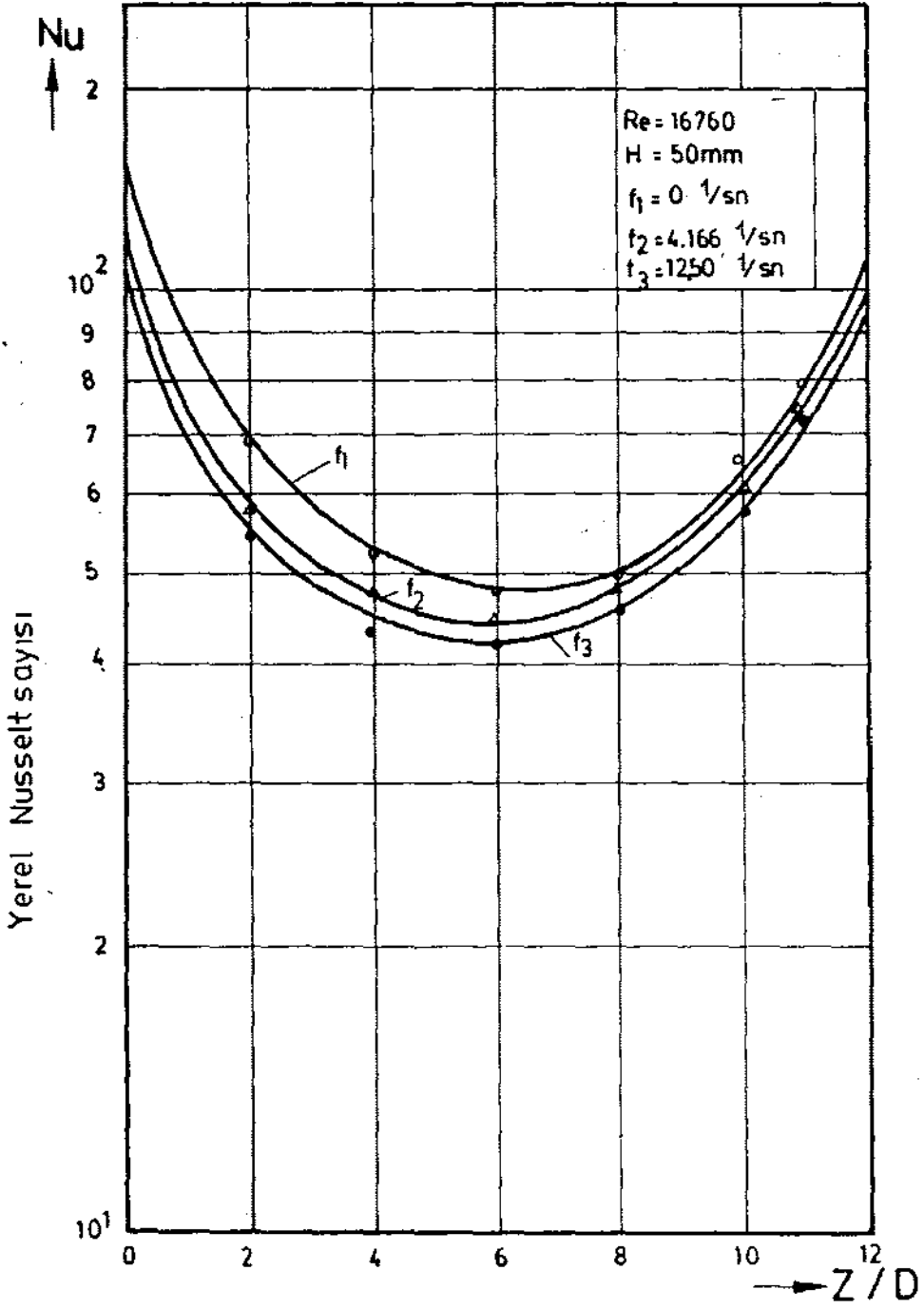
Akışkan emme yapıldığı durumda elde edilen deney sonuçları Şekil 6.7, 6.8, 6.9 ve 6.10'da çizilen diyagramlarda gösterilmiştir. Bu sonuçların verdiği değerlere bakıldığında emme durumunda da ısı transferi kötüleşmektedir. Bu kötüleşme miktarı merkezkaç kuvveti doğrultusuna göre daha az olmaktadır.



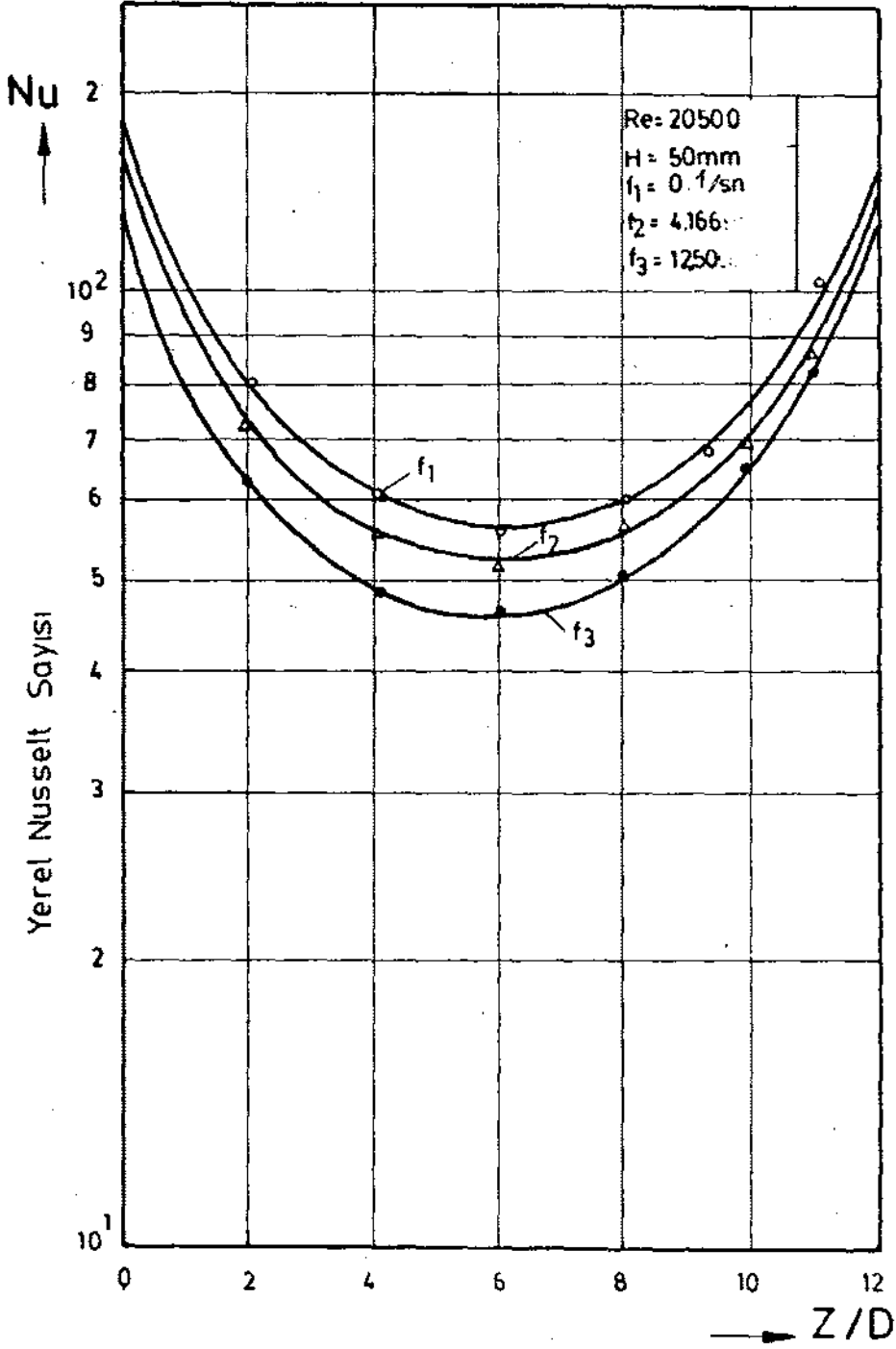
Şekil 6.1 : Boru boyunca Nu sayısının değişimi



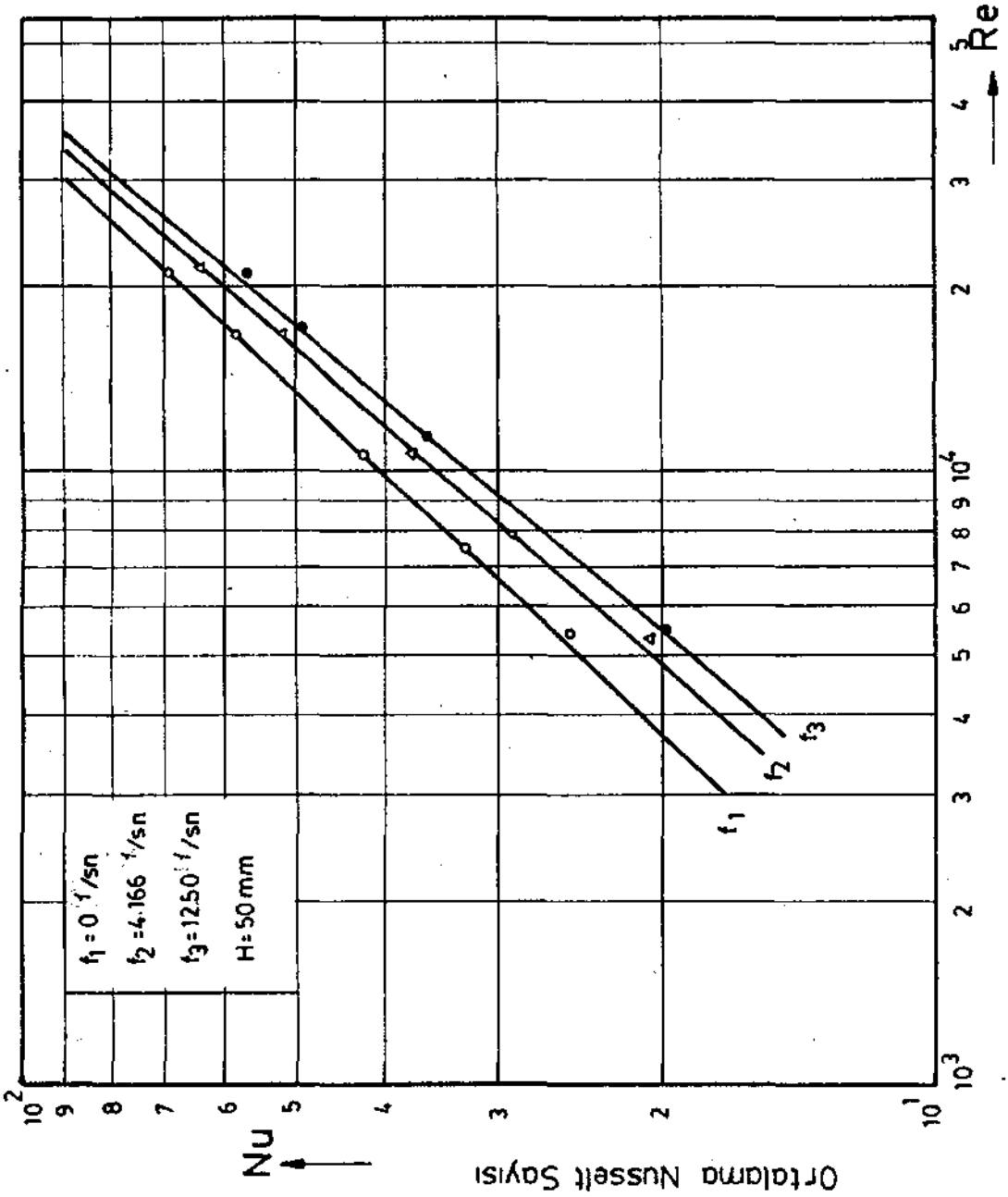
Şekil 6.2 : Boru boyunca Nu sayısının değişimi



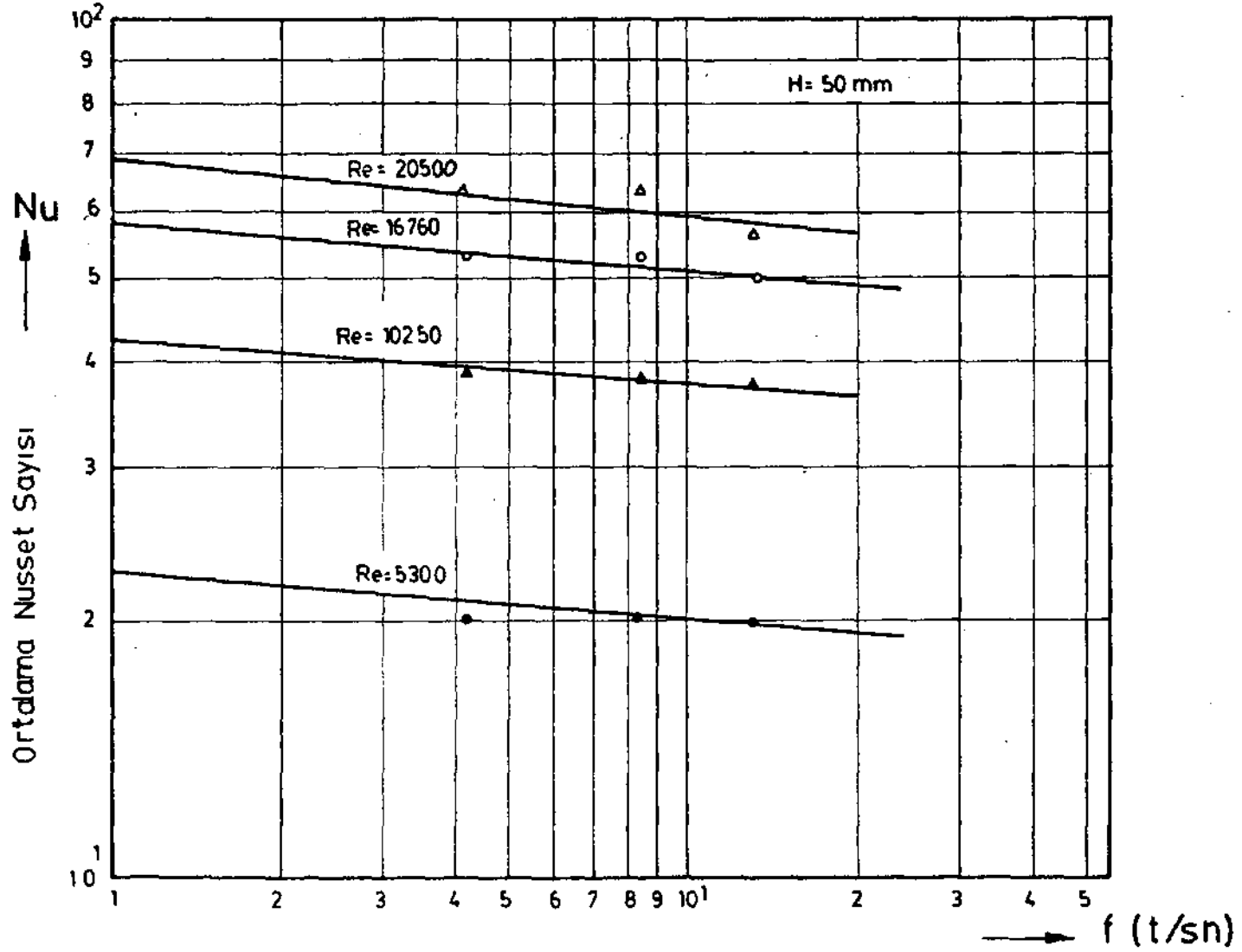
Şekil 6.3 : Boru boyunca Nu sayısının değişimi



Şekil 6.4. : Boru boyunca Nu sayısının değişimi

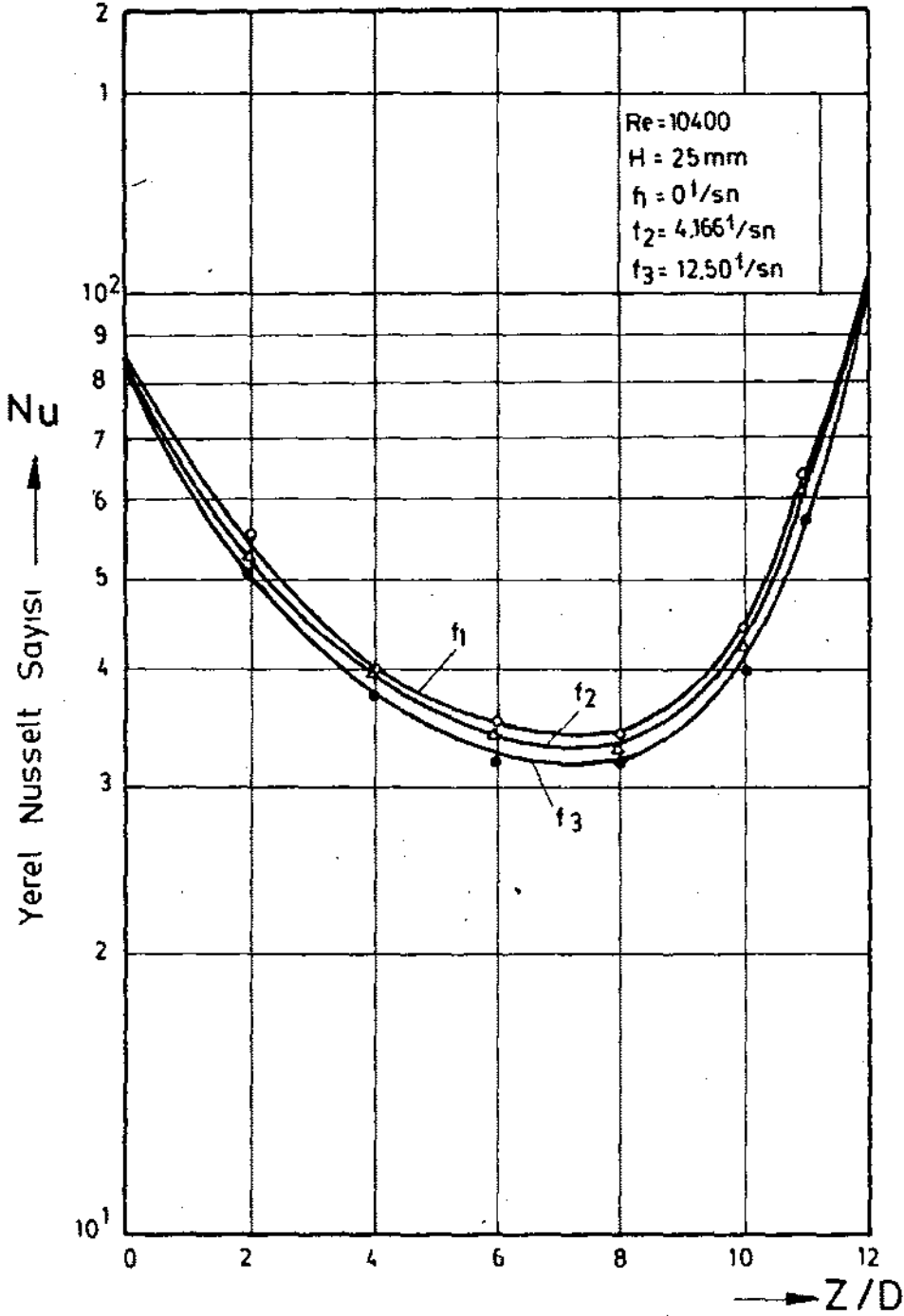


Şekil 6.5 : Nu sayısının Re sayısı ile değişimi

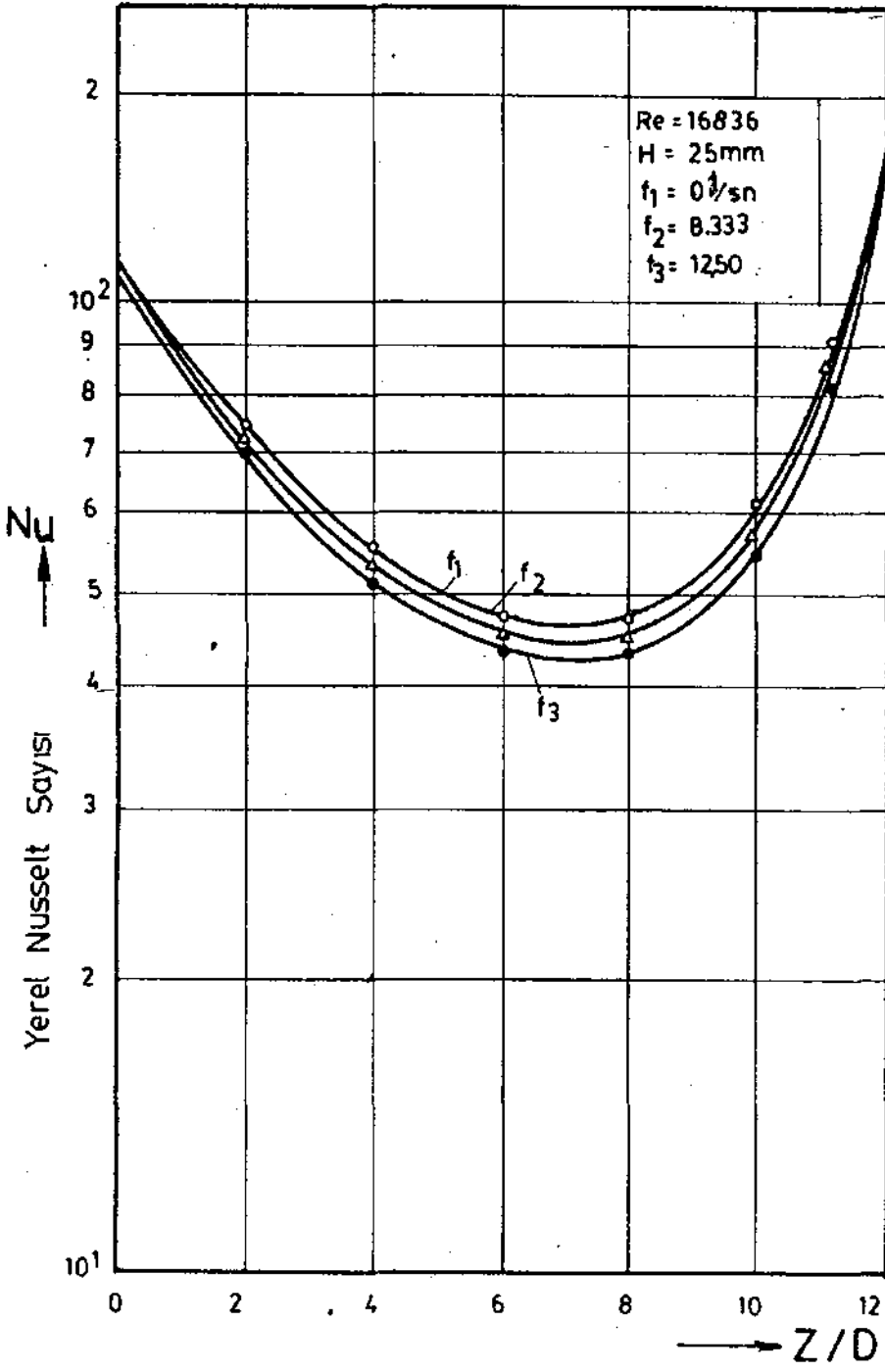


Şekil 6.6 : Nu sayısının frekansla değişimi

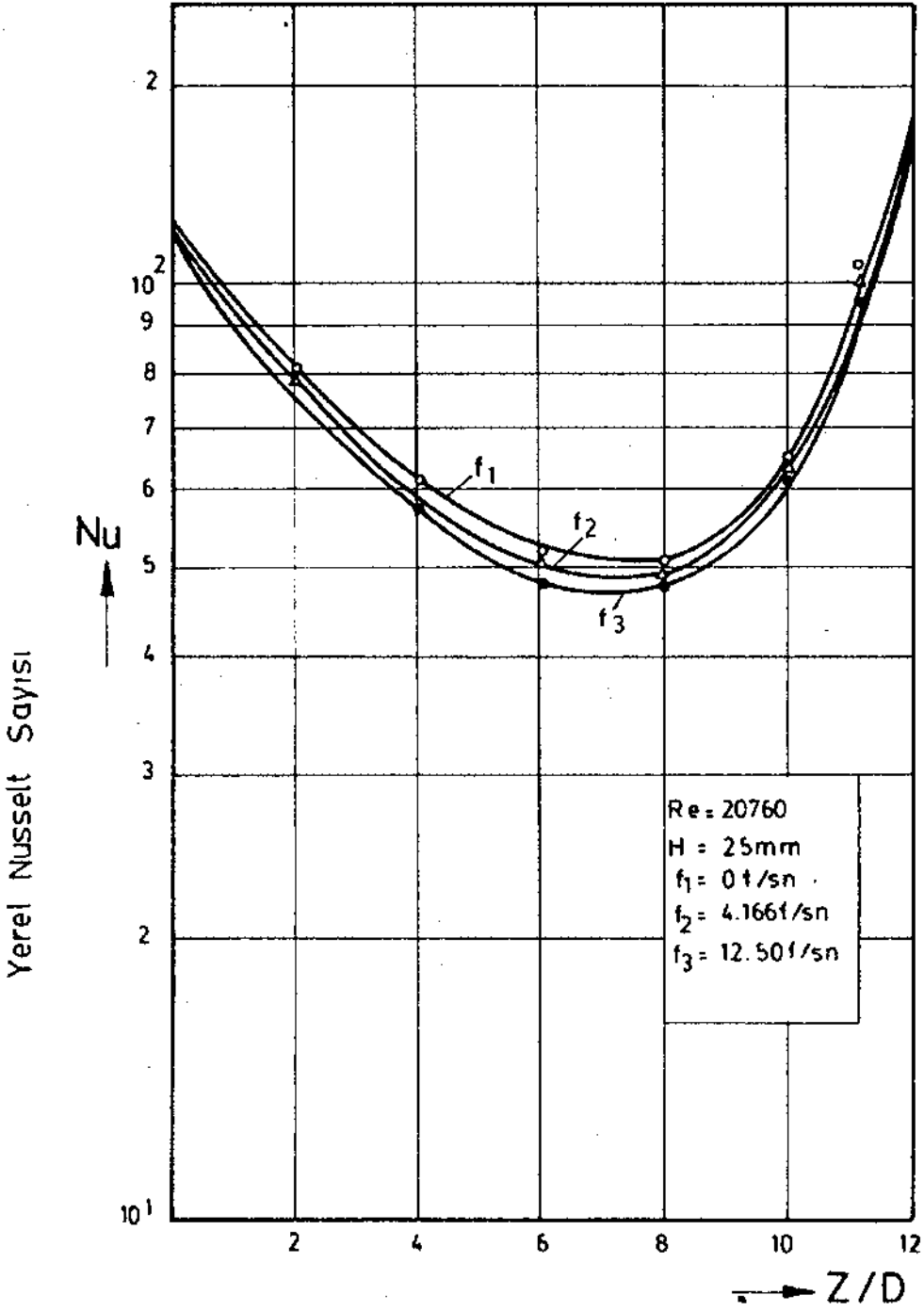




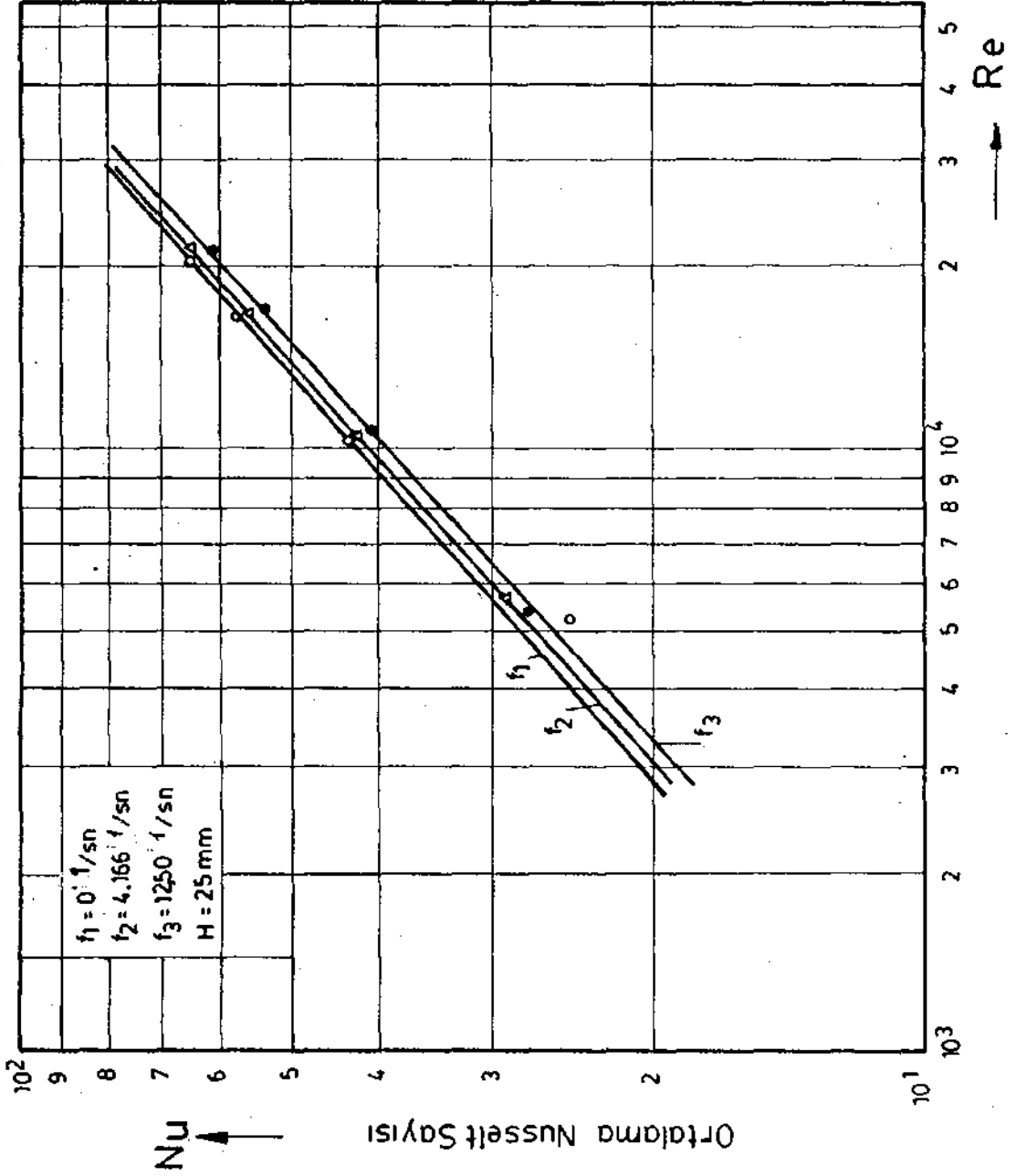
Şekil 6.7 : Nu sayısının boru boyunca değişimi



Şekil 6.8 : Nu sayısının boru boyunca değişimi



Şekil 6.9 : Nu sayısının boru boyunca değişimi



Sekil 6.10 : Nu sayısının Re sayısının Re sayısı ile değişimi

### 6.1.2. ISI TRANSFERİNE GENLİĞİN ETKİSİ

Deney borusu düzgün bir şekilde salınım yaptığından belli bir genliğe sahip olmaktadır. Genliğin değeri, dönen diske monte edilen kolun yerine göre değişmektedir. Deneylerde, salınım yapan kola takılan hareket iletici kolun, bağlantı noktasının yer değiştirme miktarı genlik olarak belirtilmiş ve bu yer değiştirmenin ısı transferindeki etkileri incelenmiştir. Bu yer değiştirme 75 mm, 50 mm ve 25 mm olmak üzere üç değişik durumda tutularak deney borusu salınım yaptırılmış, her bir genlikte dört değişik debi kullanılarak ve devir sayısı sabit tutularak yapılan deneyler sonucunda Nusselt sayısı hesaplanmıştır. Sonuçlar Şekil 6.11'deki diyagramda gösterilmiş, çizilen diyagramda görüldüğü gibi genlik arttığı durumda Nusselt sayısı azalmakta, dolayısıyla ısı transferi kötüleşmektedir.

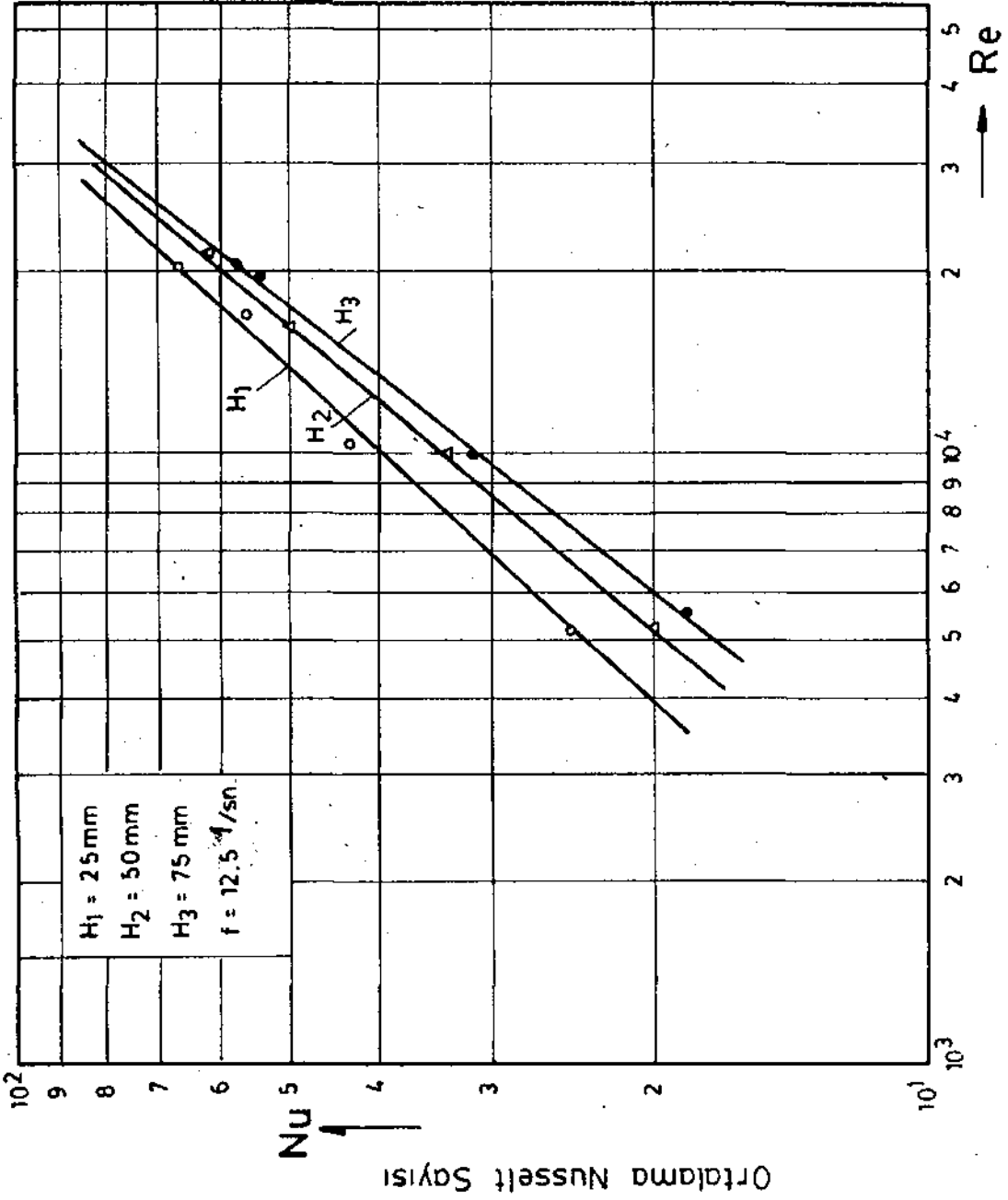
### 6.1.3. YOĞUNLUK DEĞİŞİMİNİN ETKİSİ

Enerji denklemlerinin analizinden elde edilen boyutsuz Rayleigh ve Rassby sayılarının değişimleri dikkate alınarak deney elemanı değişik frekanslarda salınım yaptırılarak ısı transferi deneyleri yapılmıştır. Rayleigh (Ra) ve Rassby (S) sayılarının tanımları aşağıdaki şekilde yapılır.

$$Ra = \frac{e \cdot \Omega^2 \cdot \beta \cdot d^3 \cdot \Delta T_0 \cdot Pr}{\nu^2}$$

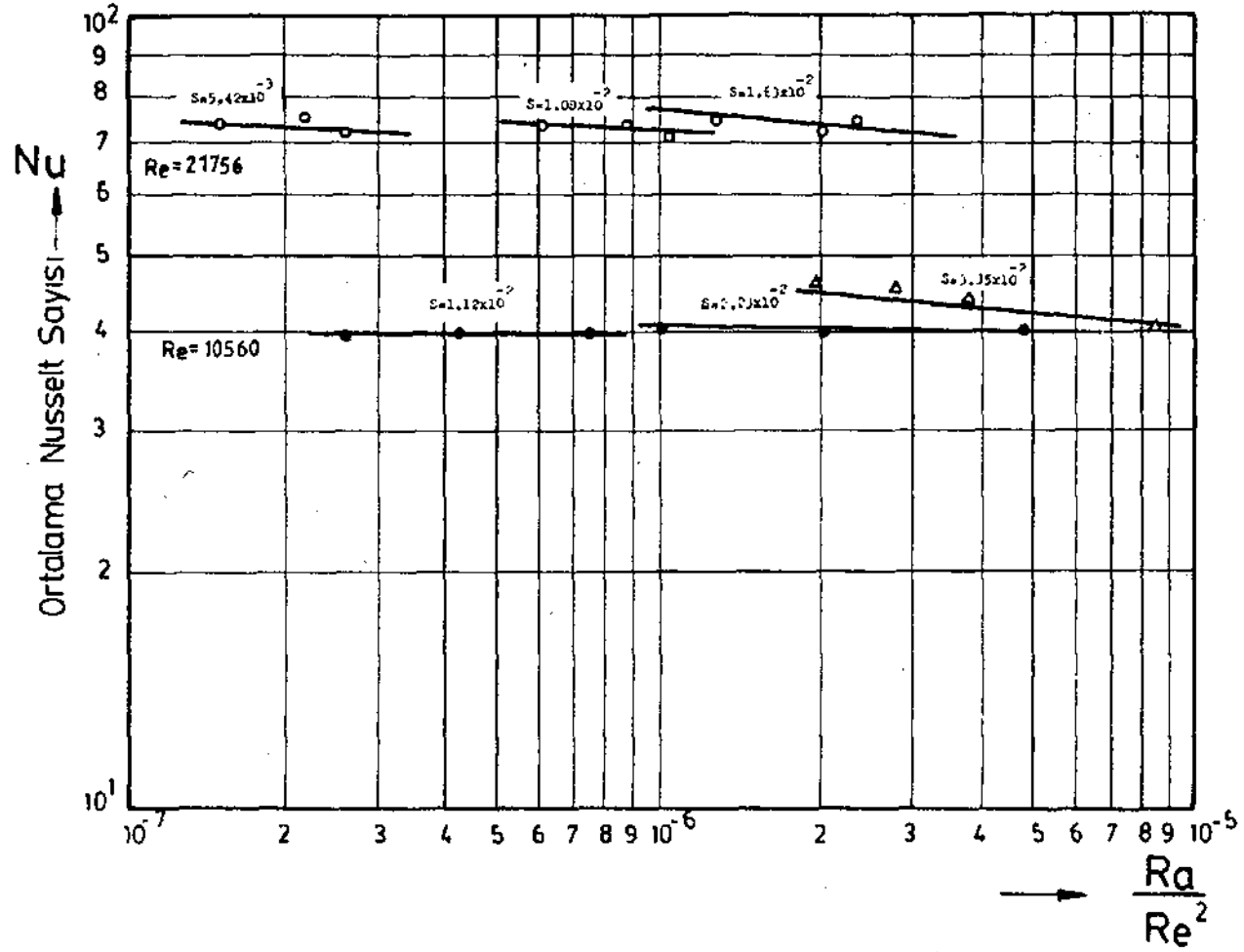
$$S = \frac{\Omega \cdot d}{W_m}$$

Burada (d) deney borusunun iç çapı, ( $W_m$ ) boru içerisinden geçen akışkanın ortalama hızı, ( $\Omega$ ) açısal hız, (e) eksantrisite, (Pr) Prandtl sayısı, ( $\Delta T_0$ ) sıcaklık farkı, ( $\beta$ ) hacimsel genleşme katsayısı ve ( $\nu$ ) kinematik viskozitedir.



Şekil 6.11 : Nu sayısına genlik değişiminin etkisi

Deneyler yapılırken Rayleigh sayısı verilen ısı miktarına göre değiştirilmiş Rassby ve Reynolds sayısı sabit tutulmuştur. Bu koşullarda yapılan deney sonuçları Şekil 6.12'deki diyagramlarda gösterilmiştir. Diyagramlarda Ra sayısının Re sayısının karesine bölümünün Nu sayısına değişimi incelenmiş ve değişken parametre olarak S sayısı kullanılmıştır. İnceleme sonucu görülmüştür ki Ra sayısının artması ısı transferini kötüleştirmekte ve S sayısının artmasıyla kötüleşme eğimi artmaktadır.



Şekil 6.12 : Yoğunluk kuvvetlerinin Nu sayısına etkisi



## İRDELEME

Yapılan deneylerde ölçülen parametreler ile hesaplanan ısı transferi, salınım durumunda statik durumuna göre azalma görülmektedir. Isı transferinin azalmasına kalitatif olarak salınım durumunda meydana gelen dış kuvvetlerin neden olduğu sonucuna varılmıştır. Bu dış kuvvetlerin ne olduğu Bölüm 2'de verilmiştir. Olayı kantitatif incelemek için denklemlerin matematiksel olarak çözülmesi gerekir. Bu yöntem diğer bir araştırma konusudur.

Salınım durumunda meydana gelen dış kuvvetler, boru içerisindeki akışı etkilemektedir. Boru ekseninde boru cidarına göre daha soğuk akışkan akmaktadır. Dış kuvvetlerden, merkezkaç kuvvet daima radyal doğrultuda akışkana etkimektedir. Yoğunluğu cidardaki akışkana göre büyük olan akışkan partükülleri merkezkaç kuvvet nedeniyle daha hızlı hareket ederler. Bu hareket sonucunda cidara yakın bölgede ısı transferi katsayısında azalmaya neden olurlar. Bu hareket, Coriolis kuvvetlerinden doğan ve akış eksenine dik düzlemde oluşan ikincil akışları yener. Eğer yenmeseydi, ısı transfer katsayısı ikincil akışlar nedeniyle daha yüksek değerlere ulaşması izlenirdi.

Akışkanın akış doğrultusu değiştirildiğinde, akış doğrultusu ve yoğunluk kuvvetleri merkezkaç kuvvetle ters yöndedir. Bu durumda, Coriolis kuvvetleri, merkezkaç kuvvetlerinin etkisini azaltarak ısı transfer katsayısını birinci duruma göre iyileştirmektedir.

## E K L E R

1. Sisteme etki eden dış kuvvetlerin hesap şekli
2. Deneylerde ölçülen değerler
  - Tablo 1 ve 2 basma deneyleri
  - Tablo 3 ve 4 emme deneyleri
  - Tablo 5 ve 6 genlik deneyleri
  - Tablo 7, 8 ve 9 güç değişim deneyleri
3. Kullanılan boyutsuz sayılar

EK - I

DIŞ KUVVETLERİN HESAP ŞEKLİ

Hareketli bir sisteme etki eden toplam dış kuvvet vektörel olarak aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$\vec{F} = \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} + 2(\dot{\phi}\Lambda \frac{\partial \vec{r}}{\partial t}) + \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial t} \Lambda \vec{r} + \dot{\phi}\Lambda(\dot{\phi}\Lambda \vec{r}) + \vec{f}_0$$

Salınım durumunda boru içerisindeki akışta meydana gelen dış kuvvetleri hesaplamak için yukarıdaki denklemin terimleri ayrı ayrı belirlenmesi gerekir.

Bu durumda  $\vec{f}_0 = 0$  dır.

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial t} = \dot{r} \vec{e}_r + \dot{z} \vec{e}_z, \quad \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = \ddot{r} \vec{e}_r + \ddot{z} \vec{e}_z$$

$$2(\dot{\phi}\Lambda \frac{\partial \vec{r}}{\partial t}) = \begin{vmatrix} \vec{e}_r & \vec{e}_\theta & \vec{e}_z \\ \Omega \cos\theta & -\Omega \sin\theta & \dot{\theta} \\ \dot{r} & 0 & \dot{z} \end{vmatrix}$$

$$= -2\Omega\dot{z} \sin\theta \vec{e}_r - 2(\Omega\dot{z} \cos\theta - \dot{r}\dot{\theta}) \vec{e}_\theta + 2\Omega\dot{r} \sin\theta \vec{e}_z$$

$$\dot{\phi} = \Omega \cos\theta \vec{e}_r - \Omega \sin\theta \vec{e}_\theta + \dot{\theta} \vec{e}_z$$

$$\frac{\partial \dot{\phi}}{\partial t} = \left( \frac{\partial \Omega}{\partial t} \cos\theta - \Omega \dot{\theta} \sin\theta \right) \vec{e}_r - \left( \frac{\partial \Omega}{\partial t} \sin\theta + \Omega \dot{\theta} \cos\theta \right) \vec{e}_\theta + \ddot{\theta} \vec{e}_z$$

$$\left( \frac{\partial \vec{\phi}}{\partial t} \wedge \vec{r} \right) = \begin{vmatrix} \vec{e}_r & \vec{e}_\theta & \vec{e}_z \\ \frac{\partial \Omega}{\partial t} \cos \theta - \Omega \dot{\theta} \sin \theta & -\left( \frac{\partial \Omega}{\partial t} \sin \theta + \Omega \dot{\theta} \cos \theta \right) & \dot{\theta} \\ r & 0 & z \end{vmatrix}$$

$$= -\left( \frac{\partial \Omega}{\partial t} \sin \theta + \Omega \dot{\theta} \cos \theta \right) z \vec{e}_r - \left[ \left( \frac{\partial \Omega}{\partial t} \cos \theta - \Omega \dot{\theta} \sin \theta \right) z - r \dot{\theta} \right] \vec{e}_\theta + \left( \frac{\partial \Omega}{\partial t} \sin \theta + \Omega \dot{\theta} \cos \theta \right) r \vec{e}_z$$

$$\vec{\phi} \wedge (\vec{\phi} \wedge \vec{r}) = \begin{vmatrix} \vec{e}_r & \vec{e}_\theta & \vec{e}_z \\ \Omega \cos \theta & -\Omega \sin \theta & \dot{\theta} \\ -\Omega z \sin \theta & -(\Omega z \cos \theta - \dot{\theta} r) & \Omega r \sin \theta \end{vmatrix}$$

$$= (-\Omega^2 r \sin^2 \theta + \Omega z \dot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 r) \vec{e}_r - (\Omega^2 r \sin \theta \cos \theta + \Omega z \dot{\theta} \sin \theta) \vec{e}_\theta + (\Omega^2 z \cos^2 \theta + \Omega \dot{\theta} r \cos \theta - \Omega^2 z \sin^2 \theta) \vec{e}_z$$

$$\vec{\phi} \wedge \vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{e}_r & \vec{e}_\theta & \vec{e}_z \\ \Omega \cos \theta & -\Omega \sin \theta & \dot{\theta} \\ r & 0 & z \end{vmatrix}$$

$$= -\Omega z \sin \theta \vec{e}_r - (\Omega z \cos \theta - \dot{\theta} r) \vec{e}_\theta + \Omega r \sin \theta \vec{e}_z$$

Aşağıdaki eşitlikler kullanılarak  $f_r$  ,  $f_\theta$  ve  $f_z$  değerleri yazılır.

$$\dot{r} = \frac{\partial r}{\partial t} = u \quad , \quad r\dot{\theta} = v \quad , \quad \dot{z} = \frac{\partial z}{\partial t} = w$$

$$\dot{r}\dot{\theta} = \frac{uv}{r} \quad , \quad \dot{\theta}^2 r = \frac{v^2}{r} \quad , \quad \frac{\partial(r\dot{\theta})}{\partial t} = \dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}$$

$$f_r = \ddot{r} - \dot{\theta}r - 2\Omega\dot{z}\text{Sin}\theta - \Omega^2 r \text{Sin}^2\theta - \frac{\partial\Omega}{\partial t} z \text{Sin}\theta$$

$$f_\theta = 2\dot{r}\dot{\theta} - r\ddot{\theta} - 2\Omega\dot{z}\text{Cos}\theta - \Omega^2 r \text{Sin}\theta \text{Cos}\theta - \frac{\partial\Omega}{\partial t} z \text{Cos}\theta$$

$$f_z = \ddot{z} - \Omega^2 z + 2\Omega(\dot{r}\text{Sin}\theta + r\dot{\theta} \text{Cos}\theta) + \frac{\partial\Omega}{\partial t} r \text{Sin}\theta$$

$$f_r = \frac{Du}{Dt} - \frac{v^2}{r} - 2\Omega w \text{Sin}\theta - r\Omega^2 \text{Sin}^2\theta - z \frac{\partial\Omega}{\partial t} \text{Sin}\theta$$

$$f_\theta = \frac{Dv}{Dt} + \frac{uv}{r} - 2\Omega w \text{Cos}\theta - \Omega^2 r \text{Sin}\theta \text{Cos}\theta - z \frac{\partial\Omega}{\partial t} \text{Cos}\theta$$

$$f_z = \frac{Dw}{Dt} + 2\Omega(u \text{Sin}\theta + v \text{Cos}\theta) - \Omega^2 z + r \frac{\partial\Omega}{\partial t} \text{Sin}\theta$$

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + w \frac{\partial}{\partial z}$$

olarak yazıldığından,

$$f_r = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \omega \frac{\partial u}{\partial z} - 2\Omega \omega \sin \theta - r \Omega^2 \sin^2 \theta - z \frac{\partial \Omega}{\partial t} \sin \theta$$

$$f_\theta = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \omega \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} - 2\Omega \omega \cos \theta - \Omega^2 r \sin \theta \cos \theta - z \frac{\partial \Omega}{\partial t} \cos \theta$$

$$f_z = \frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} + \omega \frac{\partial \omega}{\partial z} + 2\Omega(u \sin \theta + v \cos \theta) - \Omega^2 z + r \frac{\partial \Omega}{\partial t} \sin \theta$$

En genel durumda salınım yapan sistemde akışkana etkiyen akış kuvvetler bu şekilde elde edilir.

Density R <sub>g</sub>	n ( d/d )	H ( mm )	P <sub>o</sub> ( bar )	Q ( W )	V ( lit/d )	Re
1	500	50	1.014	12.0	132.710	20458
2	500	50	1.014	12.0	107.920	16682
3	500	50	1.010	12.0	65.920	10168
4	500	50	1.014	11.0	34.120	5240
5	750	50	1.010	10.0	35.100	5375
6	750	50	1.010	12.0	67.660	10418
7	750	50	1.010	12.0	107.920	16705
8	750	50	1.010	12.0	131.250	20432

Table:1

Deney No	T <sub>0</sub> (°C)	T <sub>1</sub> (°C)	T <sub>2</sub> (°C)	DUVAR SICAKLIKLARI (°C)									
				0.0	0.11	0.22	0.33	0.44	0.55	0.66	0.77	0.88	1.0
1	21.7	21.72	21.52	29.122	30.422	31.232	36.922	33.636	37.540	36.424	38.636	34.300	49.320
2	22.11	22.12	26.17	40.272	39.264	34.300	30.822	63.562	62.472	61.102	53.294	58.910	51.512
3	27.52	29.52	37.26	43.942	57.540	62.472	69.370	74.522	73.432	72.336	73.230	57.952	57.814
4	22.2	22.32	32.62	52.260	69.372	77.262	35.214	93.424	92.836	92.338	92.338	83.286	51.514
5	21.24	31.24	29.12	52.222	69.322	76.720	33.344	90.962	90.420	39.372	89.372	31.652	70.412
6	31.21	32.41	37.26	44.936	58.636	64.116	71.240	75.398	74.302	73.432	75.076	68.500	59.452
7	21.52	29.52	35.27	40.272	31.232	35.274	51.224	64.116	63.020	51.650	64.116	58.636	53.704
8	22.52	22.52	34.52	31.360	43.224	51.512	57.314	59.134	53.032	55.712	59.732	54.526	43.492

Tablo:1



Darcy No	n ( d/d )	H ( mm )	P <sub>o</sub> ( bar )	Q ( W )	v ( lit/d )	Re
1	250	50	1.014	12.0	34.420	5274
2	250	50	1.014	12.0	65.920	10172
3	250	50	1.007	12.0	107.920	16686
4	250	50	1.021	12.0	132.120	20448
5	0	0	1.010	12.0	131.250	20368
6	0	0	1.010	12.0	107.920	16742
7	0	0	1.014	12.0	66.790	10383
8	0	0	1.014	10.0	34.120	5279

Tablo:2

Deney No	T <sub>c</sub> (°C)	T <sub>g</sub> (°C)	T <sub>q</sub> (°C)	DUVAR SICAKLIKLARI (°C)									
				0.0	0.11	0.22	0.33	0.44	0.55	0.66	0.77	0.88	1.0
1	29.59	29.59	39.18	54.800	74.528	82.748	92.338	101.65	101.65	101.38	102.20	93.982	83.844
2	29.59	29.59	38.36	43.292	55.622	60.554	67.678	71.788	71.240	70.692	72.336	67.678	55.896
3	30.14	30.14	35.62	40.278	50.690	53.978	60.006	62.198	61.376	60.280	62.472	59.458	51.786
4	30.14	30.14	34.25	37.812	46.854	49.594	55.348	56.992	56.170	55.074	57.540	54.800	47.950
5	29.04	29.04	32.88	35.620	44.114	46.854	52.608	53.978	53.430	52.608	54.526	51.512	44.338
6	28.77	28.77	33.70	36.990	46.306	49.594	55.348	57.814	57.266	56.444	58.362	54.252	46.580
7	26.58	26.58	34.52	38.908	50.964	56.170	63.020	66.856	66.308	65.760	67.404	62.746	52.608
8	26.58	26.58	36.72	46.032	61.376	68.226	75.350	82.474	82.474	82.200	82.474	75.350	70.144

Tablo:2

Density Kg	n ( d/d )	H ( mm )	P <sub>o</sub> ( bar )	Q ( W )	V ( lit/d )	Re
1	750	25	1.009	15.0	131.250	20751
2	750	25	1.014	15.0	106.620	16856
3	750	25	1.019	15.0	66.210	10423
4	750	25	1.017	10.0	34.650	5479
5	500	25	1.009	15.0	131.250	20736
6	500	25	1.014	15.0	106.620	16868
7	500	25	1.019	15.0	66.210	10408
8	500	25	1.017	10.0	34.700	5479

Table:3

Dancy No	T <sub>o</sub> (°C)	T <sub>c</sub> (°C)	T <sub>g</sub> (°C)	DUVAR SICAKLIKLARI (°C)									
				X/L →									
				0.0	0.11	0.22	0.33	0.44	0.55	0.66	0.77	0.88	1.0
1	21.10	21.10	23.84	34.798	45.484	49.046	48.498	53.430	58.088	58.636	53.978	52.060	38.908
2	20.55	20.55	24.93	36.442	47.676	51.786	51.512	56.718	61.650	62.472	57.814	55.622	42.470
3	20.55	20.55	27.13	40.826	54.252	61.102	62.472	68.774	74.802	73.980	69.870	66.856	50.964
4	17.81	17.81	24.93	36.442	47.676	54.526	56.992	62.198	67.404	66.034	63.842	60.828	46.580
5	21.37	21.37	24.46	34.524	44.388	48.224	47.676	52.334	56.992	57.540	53.156	51.238	38.360
6	20.28	20.28	24.93	35.620	46.032	50.416	50.416	55.348	60.280	60.280	56.170	53.978	41.100
7	21.10	21.10	27.40	40.552	53.430	60.280	61.924	67.952	73.980	73.432	69.322	65.760	49.868
8	18.36	18.36	25.76	36.990	47.950	54.800	57.540	62.746	67.952	66.308	64.116	61.376	46.854

Table:3

Densy No	n ( d/d )	H ( mm )	P <sub>o</sub> ( bar )	Q ( W )	V ( lit/d )	Re
1	250	25	1.017	10.0	34.530	5451
2	250	25	1.019	15.0	66.210	10422
3	250	25	1.014	15.0	106.620	16857
4	250	25	1.013	15.0	131.250	20780
5	0	0	1.009	15.0	131.250	20750
6	0	0	1.009	15.0	106.450	16794
7	0	0	1.011	15.0	66.210	10401
8	0	0	1.011	10.0	34.420	5395

Tablo:4

Deney No	T <sub>o</sub> (°C)	T <sub>g</sub> (°C)	T <sub>ç</sub> (°C)	DUVAR SICAKLIKLARI (°C)									
				X/L →									
				0.0	0.11	0.22	0.33	0.44	0.55	0.66	0.77	0.88	1.0
1	18.63	18.63	26.30	38.086	49.868	57.540	60.006	65.486	70.966	69.048	67.130	63.568	48.498
2	20.55	20.55	27.13	40.004	52.882	59.732	61.102	67.130	72.884	72.062	64.938	65.486	49.320
3	20.55	20.55	25.21	35.894	46.580	51.512	51.512	56.444	61.376	61.376	57.266	54.800	41.648
4	20.55	20.55	24.11	33.702	43.292	47.950	47.402	51.786	56.170	56.992	52.608	48.868	37.812
5	21.10	21.10	24.93	34.798	44.662	48.498	47.950	52.334	56.444	56.992	53.978	50.690	38.908
6	21.37	21.37	25.48	36.168	46.580	51.512	51.512	55.896	60.280	60.828	56.718	54.252	41.922
7	21.37	21.37	28.22	41.100	53.978	61.102	62.198	68.226	73.980	73.158	69.048	65.760	49.868
8	21.37	21.37	30.14	42.470	54.800	62.472	65.212	70.966	76.720	75.076	72.610	69.048	53.704

Tablo:4

Density Kc	n ( d/d )	H ( mm )	P <sub>o</sub> ( bar )	Q ( W )	V ( lit/d )	Re
1	750	75	1.011	10.0	43.580	6727
2	750	75	1.011	13.0	62.130	9636
3	750	75	1.011	13.0	110.250	17165
4	750	75	1.011	14.0	131.250	20446
5	750	50	1.010	10.0	35.100	5375
6	750	50	1.010	12.0	67.660	10418
7	750	50	1.010	12.0	107.920	16705
8	750	50	1.010	12.0	131.250	20432

Tablo:5

Deney No	T <sub>o</sub> (°C)	T <sub>T</sub> (°C)	T <sub>g</sub> (°C)	DUVAR SICAKLIKLARI (°C)									
				X/L →									
				0.0	0.11	0.22	0.33	0.44	0.55	0.66	0.77	0.88	1.0
1	28.77	28.77	34.80	58.636	74.528	80.008	85.488	94.530	92.338	90.968	89.598	88.228	73.980
2	26.85	26.85	32.06	48.498	61.650	66.308	70.692	76.994	75.350	73.432	72.610	71.514	60.554
3	27.13	27.13	30.14	41.100	47.402	52.060	56.718	60.828	60.006	57.814	57.266	56.718	49.320
4	27.13	27.13	29.87	40.278	49.320	52.334	55.348	59.458	58.910	56.170	54.800	55.348	47.402
5	31.24	31.24	39.18	52.882	62.322	76.720	83.844	90.968	90.420	89.872	89.872	81.652	70.418
6	30.41	30.41	37.26	44.936	58.636	64.116	71.240	75.898	74.802	73.432	75.076	68.500	59.458
7	29.59	29.59	35.07	40.278	51.238	55.074	61.924	64.116	63.020	61.650	64.116	58.636	53.704
8	29.59	29.59	34.52	38.360	48.224	51.512	57.814	59.184	58.088	56.718	59.732	54.526	48.498

Table:5



Deneý No	n ( d/d )	H ( mm )	P <sub>o</sub> ( bar )	Q ( W )	V ( lit/d )	Re
1	750	25	1.014	10.0	34.240	5342
2	750	25	1.014	12.50	67.100	10506
3	750	25	1.014	12.00	108.210	17018
4	750	25	1.014	12.00	131.250	20677
5						
6						
7						
8						

Tablo:6

Dency No	T <sub>o</sub> (°C)	T <sub>g</sub> (°C)	T <sub>ç</sub> (°C)	DUVAR SICAKLIKLARI (°C)									
				0.0	0.11	0.22	0.33	0.44	0.55	0.66	0.77	0.88	1.0
1	23.29	23.29	30.41	42.196	56.992	63.568	70.418	76.720	76.446	75.898	76.172	69.322	58.088
2	23.56	23.56	30.69	36.716	48.772	54.252	60.828	64.938	64.116	63.294	64.664	59.732	49.594
3	23.29	23.29	23.50	32.606	41.922	47.676	51.512	53.704	53.156	51.512	53.704	50.516	43.018
4	23.02	23.02	27.40	30.688	35.894	44.388	47.402	48.772	47.676	46.580	48.772	46.306	46.168
5													
6													
7													
8													

Tablo:6

Dency No	n ( d/d )	H ( mm )	P <sub>o</sub> ( bar )	Q ( W )	V ( lit/d )	Re
1	750	25	1.019	20.0	137.370	21738
2	750	25	1.021	34.60	138.830	21827
3	250	25	1.019	20.0	137.370	21724
4	500	25	1.019	20.40	137.370	21735
5	250	25	1.025	30.0	138.250	21760
6	500	25	1.025	30.0	138.250	21760
7	750	25	1.021	31.0	138.250	21752
8	250	25	1.021	34.4	138.830	21755

Tablo:7

Deney No	T <sub>o</sub> (°C)	T <sub>g</sub> (°C)	T <sub>g</sub> (°C)	DUVAR SICAKLIKLARI (°C)									
				X/L →									
				0.0	0.11	0.22	0.33	0.44	0.55	0.66	0.77	0.88	1.0
1	20.00	20.00	27.13	31.784	43.840	49.594	57.814	59.184	57.814	56.444	61.102	57.540	44.662
2	20.28	20.28	31.51	40.478	61.924	71.240	85.488	88.776	86.310	83.570	90.146	82.748	63.294
3	20.28	20.28	26.58	31.510	43.840	53.704	58.088	60.006	58.910	57.814	61.102	56.992	46.662
4	20.00	20.00	26.85	32.058	44.388	53.704	58.362	60.280	58.910	57.540	61.376	57.266	45.210
5	20.55	20.55	29.87	37.538	56.170	64.116	76.720	79.420	77.816	75.898	81.652	75.350	56.170
6	20.55	20.55	29.59	37.538	56.444	64.390	76.994	80.008	77.816	75.624	81.652	74.254	57.266
7	20.55	20.55	30.41	39.182	58.636	67.404	80.830	82.748	80.830	82.748	84.940	77.816	59.732
8	21.65	21.65	32.33	41.100	62.746	76.720	86.858	90.420	88.228	86.036	92.886	84.940	64.116

Tablo:7

Density No	n ( d/d )	H ( mm )	P <sub>o</sub> ( bar )	Q ( W )	↑ ( lit/d )	Re
1	750	25	1.022	5.00	67.100	10761
2	750	25	1.022	10.0	67.200	10658
3	750	25	1.017	15.0	67.400	10498
4	750	25	1.017	20.0	67.600	10496
5	500	25	1.015	5.0	67.100	10590
6	500	25	1.017	10.0	67.200	10550
7	500	25	1.017	15.0	67.300	10523
8	500	25	1.015	20.0	67.500	10538

Table:8

Deney No	T <sub>o</sub> (°C)	T <sub>f</sub> (°C)	T <sub>ç</sub> (°C)	DUVAR SICAKLIKLARI (°C)									
				X/L →									
				0.0	0.11	0.22	0.33	0.44	0.55	0.66	0.77	0.88	1.0
1	16.44	16.44	18.91	20.824	24.660	27.400	28.770	29.866	29.592	29.044	29.592	28.222	25.208
2	19.18	19.18	24.93	26.304	34.250	38.908	43.018	46.580	45.758	44.936	46.854	45.210	35.072
3	24.93	24.93	34.25	41.648	56.992	63.254	72.062	76.720	75.624	74.528	76.720	70.418	57.814
4	24.66	24.66	36.99	46.306	65.760	74.254	85.214	91.790	90.420	88.776	91.516	82.748	67.404
5	22.74	22.74	26.03	27.948	33.154	35.620	38.360	40.004	39.456	38.908	40.004	37.812	33.702
6	23.29	23.29	28.77	34.250	44.388	48.772	54.252	57.540	56.992	56.170	57.540	53.430	45.210
7	23.29	23.29	30.96	38.086	51.238	56.992	64.664	69.596	68.500	67.678	69.322	63.294	52.608
8	22.47	22.47	34.25	43.840	63.020	72.336	83.022	89.872	88.776	87.680	89.872	81.926	64.390

Tablo:8

Density No	n ( d/d )	H ( mm )	P <sub>o</sub> ( bar )	Q ( W )	V ( lit/d )	Re
1	250	25	1.011	5.00	67.100	10539
2	250	25	1.011	10.00	67.200	10520
3	250	25	1.015	15.0	67.400	10569
4	250	25	1.011	13.00	67.100	10478
5						
6						
7						
8						

Table:9

Deney No	T <sub>c</sub> (°C)	T <sub>g</sub> (°C)	T <sub>ç</sub> (°C)	DUVAR SICAKLIKLARI (°C)									
				X/L →									
				0.0	0.11	0.22	0.33	0.44	0.55	0.66	0.77	0.88	1.0
1	24.66	24.66	27.67	30.140	35.620	37.538	40.552	42.196	41.922	41.648	42.196	40.004	35.894
2	24.39	24.39	30.41	34.524	43.840	47.950	53.156	56.718	56.170	55.348	56.718	52.608	44.936
3	22.19	22.19	31.78	37.812	52.882	59.732	67.678	72.610	72.062	71.240	72.884	69.870	53.430
4	24.39	24.39	32.06	39.730	49.320	54.526	61.102	65.212	64.664	63.842	65.212	60.280	50.416
5													
6													
7													
8													



EK - 3

KULLANILAN BOYUTSUZ SAYILAR

Reynolds sayısı

$$Re = \frac{u \cdot d}{\nu}$$

Nusselt sayısı

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda}$$

Prandtl sayısı

$$Pr = \frac{\nu}{a}$$

Grashof sayısı

$$Gr = \frac{g \cdot d^3 \cdot \beta \cdot \Delta T}{\nu^2}$$

Rayleigh sayısı

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{g \cdot d^3 \cdot \beta \cdot \Delta T}{\nu \cdot a}$$

## KAYNAKLAR

1. Prof.Dr.Cahit ÖZGÖR  
Deneysel Hidromekanik  
İ.T.Ü. Matbaası Gümüşsuyu - 1980
2. Prof.Dr.Müh.A.Kemal DAĞSÖZ  
Isı Geçisi  
İstanbul - 1977
3. Mecit ÇİĞDEMOĞLU  
Isı İletim Prensipleri, 1980
4. Yrd.Doç.Dr.Teoman AYHAN  
Ekseni Dönme Eksenine Dik Döner Borularda  
Türbülanslı Akışta Isı Transferi  
3.Ulusal Isı Kongresi, 1981
5. Yrd.Doç.Dr.Orhan DURGUN  
Sınır Tabaka Teorisine Giriş, Ders Notları  
K.Ü. Makina Müh. Bölümü, 1984
6. GASIOREK and CARTER  
Mechanics of Fluides For Mechanical Engineers  
First Published 1967.