

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

JEOFİZİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

TERS EVRİŞİM (DECONVOLUTION) TEKNİKLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI VE
1-BOYUTLU TAM TERS EVRİŞİM YÖNTEMİ

127510

Jeofizik Mühendisi Orhan KESEMEN

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce

“Jeofizik Yüksek Mühendisi”

Ünvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

**TC. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 04.01.2002

Tezin Savunma Tarihi : 04.02.2002

127510

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Kenan GELİŞLİ

Jüri Üyesi : Yrd. Doç. Dr. Ali GANGAL

Jüri Üyesi : Yrd. Doç. Dr. Aysel ŞEREN

Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Asım KADIOĞLU

TRABZON 2002

ÖNSÖZ

Günümüzde, ülke ekonomilerinin ve özellikle ağır sanayi hamlesini yapmış gelişmiş ülkelerin ekonomilerinin fosil kaynaklı yakıtlara bağımlı oldukları bilinmektedir. Ayrıca ülkemizin içinde bulunduğu darboğazı aşmak için, gereksinim duyduğu ve duyacağı en temel kaynak hidrokarbon rezervlerinin aranması, ortaya çıkarılarak işletilmesidir. Dünya çapında tükenmeye yüz tutmuş hidrokarbon yataklarının değeri giderek artmaktadır. Hidrokarbon yataklarının aranmasında kullanılan tek yöntem sismik aramalardır. Araziden toplanan verilerin litolojik kesitlere dönüştürülerek sismik yoruma hazır bir hale getirilmesi için gereken işlem adımlarının hepsi “Sismik Veri İşlem” olarak bilinmektedir. Bu çalışmada, sismik veri işlemenin en önemli konularından biri olan “Ters Evrişim (Deconvolution) Teknikleri” incelenmiş ve yeni bir yöntem olan tam ters evrişim yönteminin sismik verilere uygulanmasına çalışılmıştır.

Bu çalışmanın hazırlanmasında C++ programa dili ve Matlab™ betikleri kullanılarak algoritmalar geliştirilip hesaplamalarda kullanılmıştır.

Bu çalışmada, gerek konunun seçiminde ve gerekse çalışma boyunca desteğini ve önerilerini esirgemeyen danışman hocam, Sayın Doç. Dr. Kenan GELİŞLİ'ye ve çeşitli konularda yardım ve desteklerini esirgemeyen Jeofizik Mühendisliği ve Enformatik Bölümü akademik ve idari personeline teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca çalışmalarım boyunca desteklerini esirgemeyen eşim Tülay KESEMEN'e teşekkür ederim.

Orhan KESEMEN

okesemen@ktu.edu.tr

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ.....	II
İÇİNDEKİLER.....	III
ÖZET.....	V
SUMMARY.....	VI
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	VII
TABLolar DİZİNİ.....	XV
SEMBOLLER DİZİNİ.....	XVI
1. GENEL BİLİGİLER.....	1
1.1. Giriş.....	1
1.2. Evrişim (Convolution) Modeli.....	2
1.3. Ters Süzgeç.....	6
1.4. En Az Gecikmeli Dalgacık.....	8
1.5. Wiener Süzgeci.....	10
1.6. İğnecik Ters Evrişimi.....	12
1.7. Dalgacık Biçimlendirmesi (Wavelet Shaping).....	14
1.8. Ön kestirimli Ters Evrişim (Predictive Deconvolution).....	17
1.9. Ters Evrişim Operatörü Kullanılarak Zaman Ortamında Ters Evrişim.....	20
1.10. Fourier Dönüşümü Kullanılarak Frekans Ortamında Ters Evrişim.....	21
1.11. En Küçük Kareler Yöntemiyle Sistem Kestirimi.....	23
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	25
2.1. Tam Ters Evrişim.....	25
2.1.1. Problemin Tanımlanması.....	25
2.1.3. Çok Boyutlu Örnek Ayırma İşlemi.....	28
2.1.4. Çok Boyutlu Tam Ters Evrişim.....	29
2.1.4.1. Birinci Derece Evrişim Çekirdekleri için Tam Ters Evrişim.....	29
2.1.4.2. Çok Boyutlu Ters Evrişim Hakkında Gözlemler.....	31
2.1.4.3. Yüksek Dereceden Evrişim Çekirdekleri için Tam Ters Evrişim.....	32
2.1.5. 1-Boyutlu Durumda Ters Evrişim.....	34
2.1.5.1. Birinci Dereceden Ters Evrişim.....	35

2.1.5.2. Yüksek Dereceden Ters Evrişim	37
2.1.5.3. Yenilemeli Denklemler	41
2.1.5.4. 1-Boyutlu Ters Evrişim Hakkında Gözlemler	42
2.2. Yöntemlerin Uygulamalı Karşılaştırılması	43
3. SONUÇLAR VE BULGULAR	95
4. ÖNERİLER VE İRDELEME	97
5. KAYNAKLAR	98
6. EKLER	100
Ek 1. Tam Ters Evrişim İşleminin Akış Şeması	100
ÖZGEÇMİŞ	101



ÖZET

Ters evrişim sismik veri işleminde en önemli işlem adımlarından birisidir. Önce literatürde Wiener süzgeçlerinin değişik biçimleri ve Wiener süzgeçlerinin çıkış yeri olarak bilinen en küçük kareler yönteminin doğrusal değişmeyen zamanlı bir sistemin çözümü için matris formundaki çözümü gösterilmiştir. Buna ilaveten, Evrişim işlem adımlarının ters döndürülerek uygulanmasıyla ortaya atılan ters evrişim operatörü ve Fourier yöntemlerini kullanan yaklaşımlar verilmiştir.

Bu işlemlerde bilinen yaklaşımlar evrişim çekirdeğindeki sıfırlardan dolayı kararsızlık sorununa sahiptir. Yapılan çalışmada, çok boyutlu tam ters evrişimin yeni bir yöntemi matematiksel olarak verilmiştir. Bu yöntemin 1-boyutlu yaklaşık çözümü ile diğer bilinen yöntemler arasındaki üstünlükler ve sakıncalar, oluşturulan yapay izler üzerinde karşılaştırılarak belirlenmiştir.

Burada yapay olarak oluşturulan izlerde minimum ve sıfır fazlı dalgacıklar kullanıldı. Daha sonra bu işlemlerin yapay izlere gürültü eklendiğinde gösterdiği davranışlar incelendi. Aynı zamanda, yapılan çalışmalarda, Fourier dönüşümü kullanılarak, frekans ortamında karşılaştırma amacıyla genlik spektrumlarına bakılmıştır.

Sonuç olarak, deterministik ters evrişim yöntemleri içinde en etkili yöntem olarak tam ters evrişim yöntemi verilebilir.

Anahtar Kelimeler: Ters evrişim, ters süzgeçleme, çok boyutlu süzgeçleme, ters evrişim operatörü, en küçük kareler süzgeci, Wiener süzgeci.

SUMMARY

To Compare Deconvolution Methods and 1-Dimensional Exact Deconvolution Method

Deconvolution is an important processing step of seismic data processing. Firstly, different form of Wiener filters and the least square method which known the starting point of Wiener filters in literature are shown solving of the linear time invariant system in the matrix form. Furthermore, deconvolution operator which suggests with convolution processing steps return and approaches which used Fourier methods are given.

In this problem conventional approaches have instability problem due to the zeros of the convolution kernel. This study suggests a new method of multidimensional exact deconvolution mathematically. Advantage and disadvantage of solving 1-dimensional closed-form of this method between the other conventional methods on the prepared synthetic seismograms have determined with matching.

In here, minimum and zero phase wavelet are used in the seismograms which are built with synthetic. Then behaviors of the processing, which are shown in case adding the noisy to synthetic seismogram are examined. At the same time, amplitude spectrums have been computed with used the Fourier transform for comparing in the frequency domain in this study.

Therefore, the most effective method in deterministic deconvolution methods can be given the exact deconvolution method.

Key Words: Deconvolution, inverse filters, multidimensional filters, deconvolution operator, least square filters, Wiener filter.

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa No

- Şekil 1.** Yapay bir sonik log. (a) Kullanılan kaynak dalgacığı, (b) Derinliğe bağılı hız fonksiyonu, (c) Hız fonksiyonundan elde edilen yansıma katsayıları serisi, (d) Kaynak dalgacığı ile yansıma katsayılarının evrişiminden elde edilen yapay sismogram. 5
- Şekil 2.** Araziden elde edilen bir sismik kesite ters evrişim işlemi uygulanmamış şekli. Sismik kesite genlik kazanımı uygulanmıştır. 15
- Şekil 3.** Araziden elde edilen bir sismik kesite istatistiksel Wiener (iğnecik) ters evrişim işlemi uygulanmış şekli. 16
- Şekil 4.** Deterministik ters evrişim uygulamaları. (a) ters evrişim uygulanmamış, (b) iğnecik ters evrişimi uygulanmış (istatistik yöntem), (c) kayıt edilen dalgacığı minimum fazlı eşdeğerine çeviren biçimlendirmeyi (deterministik yöntem) izleyen iğnecik ters evrişimi uygulanmış, (d) kayıt edilen dalgacığı iğneciğe dönüştürecek süzgeç (deterministik yöntem) uygulanmış olarak aynı verinin görünümü (Ö. Yılmaz'dan alınmıştır). 18
- Şekil 5.** Evrişim ve ters evrişim işleminin blok şeması. 26
- Şekil 6.** Önerilen çok boyutlu ters evrişim yönteminin çözüm serisi ($D>1$ durumunda) 32
- Şekil 7.** Sıfır offset yapay bir sismik izin üretilmesi ve verilen sıfır fazlı kaynak dalgacığı ile evrişimi. (a) Sıfır fazlı kaynak dalgacığı. (b) Kaynak dalgacığının genlik spektrumu. (c) Yer altında sismik dalğanın zamana göre gittiğı ışın yolları. (d)Yansıma katsayıları serisi. (e) Kaynak dalgacığı ve yerin yansıma katsayıları serisinin evrişiminden elde edilen yapay sismogram. 51
- Şekil 8.** Sıfır offset yapay bir sismik izin deterministik Wiener ters evrişim süzgecinin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Deterministik Wiener ters evrişimi sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu..... 52

- Şekil 9.** Sıfır offset yapay bir sismik izin Fourier dönüşümü yapılarak frekans ortamında bölme işleminin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Fourier ortamında ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 53
- Şekil 10.** Sıfır offset yapay bir sismik izin tam ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Tam ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 54
- Şekil 11.** Sıfır offset yapay bir sismik izin en küçük kareler yöntemiyle yapılan ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) En küçük kareler yöntemiyle ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 55
- Şekil 12.** Sıfır offset yapay bir sismik izin ters evrişim operatörü sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Ters evrişim operatörü uygulanması sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 56
- Şekil 13.** Sıfır offset gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin deterministik Wiener ters evrişim süzgecinin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Deterministik Wiener ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 57
- Şekil 14.** Sıfır offset gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin Fourier dönüşümü yapılarak frekans ortamında bölme işleminin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Fourier ortamında ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 58
- Şekil 15.** Sıfır offset gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin tam ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Tam ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 59

- spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Tam ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu..... 59
- Şekil 16.** Sıfır offset gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin en küçük kareler yöntemiyle yapılan ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) En küçük kareler ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu..... 60
- Şekil 17.** Sıfır offset gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ters evrişim operatörü sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Ters evrişim operatörünün uygulanması sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 61
- Şekil 18.** Sıfır offset yapay bir sismik izin üretilmesi ve verilen minimum fazlı kaynak dalgacı ile evrişimi. (a) Sıfır fazlı kaynak dalgacı. (b) Kaynak dalgacığının genlik spektrumu. (c) Yer altında sismik dalganın zamana göre gittiği ışın yolları. (d)Yansıma katsayıları serisi. (e) Kaynak dalgacı ve yerin yansıma katsayıları serisinin evrişiminden elde edilen yapay sismogram. 62
- Şekil 19.** Sıfır offset yapay bir sismik izin deterministik Wiener ters evrişim süzgecinin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Deterministik Wiener ters evrişimi sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu..... 63
- Şekil 20.** Sıfır offset yapay bir sismik izin Fourier dönüşümü yapılarak frekans ortamında bölme işleminin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Fourier ortamında ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu..... 64
- Şekil 21.** Sıfır offset yapay bir sismik izin tam ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Tam ters

- evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 65
- Şekil 22.** Sıfır offset yapay bir sismik izin en küçük kareler yöntemiyle yapılan ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) En küçük kareler yöntemiyle ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 66
- Şekil 23** Sıfır offset yapay bir sismik izin ters evrişim operatörü sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Ters evrişim operatörü uygulanması sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 67
- Şekil 24.** Sıfır offset gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin deterministik Wiener ters evrişim süzgecinin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Deterministik Wiener ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 68
- Şekil 25.** Sıfır offset gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin Fourier dönüşümü yapılarak frekans ortamında bölme işleminin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Fourier ortamında ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 69
- Şekil 26.** Sıfır offset gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin tam ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Tam ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 70
- Şekil 27.** Sıfır offset gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin en küçük kareler yöntemiyle yapılan ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) En küçük kareler ters

- evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 71
- Şekil 28.** Sıfır offset gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ters evrişim operatörü sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Ters evrişim operatörünün uygulanması sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 72
- Şekil 29.**Yapay sonik logdan hız logu modellenerek yapılan yapay bir sismik izin üretilmesi ve verilen sıfır fazlı kaynak dalgacığı ile evrişimi. (a) Sıfır fazlı kaynak dalgacığı. (b) Kaynak dalgacığının genlik spektrumu. (c) Yapay olarak üretilmiş hız logu. (d) Hız logundan elde edilen yansıma katsayıları serisi. (d) Kaynak dalgacığı ve yerin yansıma katsayıları serisinin evrişiminden elde edilen yapay sismogram. 73
- Şekil 30.** Yapay bir sismik izin deterministik Wiener ters evrişim süzgecinin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Deterministik Wiener ters evrişimi sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 74
- Şekil 31.** Yapay bir sismik izin Fourier dönüşümü yapılarak frekans ortamında bölme işleminin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Fourier ortamında ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 75
- Şekil 32.** Yapay bir sismik izin tam ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Tam ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 76
- Şekil 33.** Yapay bir sismik izin en küçük kareler yöntemiyle yapılan ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) En küçük kareler yöntemiyle ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu..... 77

- Şekil 34.** Yapay bir sismik izin ters evrişim operatörü sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Ters evrişim operatörü uygulanması sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu..... 78
- Şekil 35.** Gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin deterministik Wiener ters evrişim süzgecinin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Deterministik Wiener ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 79
- Şekil 36.** Gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin Fourier dönüşümü yapılarak frekans ortamında bölme işleminin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Fourier ortamında ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 80
- Şekil 37.** Gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin tam ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Tam ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu..... 81
- Şekil 38.** Gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin en küçük kareler yöntemiyle yapılan ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) En küçük kareler ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu..... 82
- Şekil 39.** Gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ters evrişim operatörü sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Ters evrişim operatörünün uygulanması sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu..... 83
- Şekil 40.** Yapay sismik logdan hız logu modellenerek yapılan yapay bir sismik izin üretilmesi ve verilen minimum fazlı kaynak dalgacığı ile evrişimi. (a)

- Minimum fazlı kaynak dalgacığı. (b) Kaynak dalgacığının genlik spektrumu. (c) Yapay olarak üretilmiş hız logu. (d) Hız logundan elde edilen yansıma katsayıları serisi. (d) Kaynak dalgacığı ve yerin yansıma katsayıları serisinin evrişiminden elde edilen yapay sismogram. 84
- Şekil 41.** Yapay bir sismik izin deterministik Wiener ters evrişim süzgecinin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Deterministik Wiener ters evrişimi sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 85
- Şekil 42.** Yapay bir sismik izin Fourier dönüşümü yapılarak frekans ortamında bölme işleminin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Fourier ortamında ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 86
- Şekil 43.** Yapay bir sismik izin tam ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Tam ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 87
- Şekil 44.** Yapay bir sismik izin en küçük kareler yöntemiyle yapılan ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) En küçük kareler yöntemiyle ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 88
- Şekil 45** Yapay bir sismik izin ters evrişim operatörü sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Ters evrişim operatörü uygulanması sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 89
- Şekil 46.** Gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin deterministik Wiener ters evrişim süzgecinin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Deterministik Wiener ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu. 90

Şekil 47. Gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin Fourier dönüşümü yapılarak frekans ortamında bölme işleminin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Fourier ortamında ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.....	91
Şekil 48. Gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin tam ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Tam ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.....	92
Şekil 49. Gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin en küçük kareler yöntemiyle yapılan ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) En küçük kareler ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.....	93
Şekil 50. Gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ters evrişim operatörü sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Ters evrişim operatörünün uygulanması sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.....	94
Ek-Şekil 1. Tam Ters Evrişim İşleminin Akış Şeması.....	100

TABLolar DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 1. Evrişim işleminin yapışının şematik olarak gsterilmesi.	4
Tablo 2. Ters evrişim işleminin uygulanması.	21
Tablo 3. Tezde kullanılan ters evrişim yntemlerinin tablo halinde karşılaştırılması ve değişik durumlarda gsterdiği üstnlükler, gözlemsel ve yüzdesel olarak listelenmesi.	95



SEMBOLLER DİZİNİ

$a < b$ a küçüktür b

$a > b$ a büyüktür b

$a \leq b$ a küçüktür veya eşittir

$a \geq b$ a büyüktür veya eşittir

$a \in A$ a A'nın elemanıdır

$a \notin A$ a A'nın elemanı değildir

$a = b$ a eşittir b

$a \neq b$ a farklıdır b

\forall her

\exists en az bir

∞ sonsuz

$a < \infty$ a sonludur

$|x|$ x sayısının mutlak değeri

$A \subseteq B$ B serisi A serisini içerir veya A ve B serileri eşittir

$A \supseteq B$ A serisi B serisini içerir veya A ve B serileri eşittir

$\min(A)$ A serisinin en düşük değeri

$\max(A)$ A serisinin en yüksek değeri

$\text{abs}(a)$ A serisinin mutlak değeri

$\sum_{i=1}^n a_i$ a_1, a_2, \dots, a_n sayılarını toplamı

$\prod_{i=1}^n a_i$ a_1, a_2, \dots, a_n sayılarını çarpımı

$f_1 * f_2$ f_1 ve f_2 fonksiyonlarının evrişim işlemi

$f_1 \overset{D}{*} f_2$	f_1 ve f_2 fonksiyonlarının D boyutlu evrişim işlemi
$f_1 // f_2$	f_1 ve f_2 fonksiyonlarının ters evrişim işlemi
$f_1 \overset{D}{//} f_2$	f_1 ve f_2 fonksiyonlarının D boyutlu ters evrişim işlemi
NMO	Normal Kayma Zamanı
LTI	Doğrusal Değişmeyen Zamanlı
FFT	Hızlı Fourier Dönüşümü



1. GENEL BİLİGİLER

1.1. Giriş

Ters evrişim (deconvolution), sismik izdeki kaynak dalgacığını sıkıştırarak iğnecik (spike) veya daha uygun bir dalgacığa dönüştürmeyi ve böylece sismik verinin zamansal ortamda ayrımlılığını (resolution) arttırmayı amaçlar [23].

Ters evrişim genelde yığma öncesi uygulanır, fakat yinede yığma verilerine ters evrişim uygulanması oldukça yaygındır. Sismik verilerde, sismik yığma işlemi ile gürültülerin çoğu giderilmektedir. Sismik sinyaller arazide kayıt edilirken kayıt aletinin, frekansları süzmeksizin kayıt etmesi sağlanabilir ve böylelikle kayıt edilen sinyallerin frekansları korunmuş olur. Yinede, sinyaller yer içinde iletilirken, yerin sinyallere uygulamış olduğu doğal süzgeçlerin, sinyalin yüksek frekanslarını sönmüleyeceği bilinmektedir. Kaydedilmiş sinyallerin spektrumu incelendiğinde önemli ölçüde yüksek frekanslarını yitirilmiş olduğu görülür. Kayıt edilen bir sismik iz yerin birim tepki işlevine sahip olduğu düşünülürse, bu sinyalin geniş bir frekans bandına sahip olduğu söylenebilir. Dolayısıyla sönük durumda bulunan bu frekans bandının belli bir oranda kurtarılmasıyla sinyal yerin birim tepki işlevine yaklaşmış bir hal alır.

Ters evrişim için şimdiye kadar bir çok yöntem ortaya konulmuştur. Bu yöntemler istatistik ve deterministik yaklaşımlar olarak iki grupta sınıflandırılabilir. İstatistiksel yöntemler kaynak dalgacığı hakkında kesin bir ön bilgi varsayımı yapmaktadır. Ve onların başarısı evrişim verisinin ne kadar iyi bir şekilde istatistiksel modelleme yapılmasıyla belirlenebilir. Wiener süzgeçleme ve ön kestirimli ters evrişim [3], [1] böyle yaklaşımlara verilebilecek örneklerdendir. Ölçülen gürültülü sinyallerin ters evrişimi için en iyi ve en uygun kriter olarak polinomsal yöntemler mevcuttur [9]. Bu yöntemlerin bazıları ters evrişim sırasında kararlı olmayan sorunlarla uğraşırlar [15]. Homomorfik evrişim ise diğer bir yaklaşımdır. Eğer evrişim verisinde kaynak dalgacığı tanımlanabilirse, başarılı bir şekilde kullanılabilir [16], [13].

Deterministik yaklaşımlar sistem çıkışının ve kaynak dalgacının bilindiğini varsaymaktadır. En doğrudan yöntem ise kaynak dalgacığı ile Fourier ortamında bölmedir

[23]. Yinede evrişim süzgecinin sıfırları kararlılık sorununu ortaya çıkarmaktadır. Özellikle ölçülen gürültüler için, ayrıca tekrarlamalı (iteratif) yöntemlerde mevcut olmakta, fakat bunlarda bir noktaya toplanma ve kararlılık sorunlarına sahiptir [18], [11]. Hatta sahte-ters (pseudoinverse) çözümler ve tekil değer ayrışım yaklaşımları da bulunmaktadır [2]. Yinede sağlıklı olmayan formülasyonlar görülebilir, bu durumda da, kararlı olmayan sonuca gidildiği görülmektedir. Zaman-ortamlı yaklaşımlarla iyi performanslar gösterilirler [19], [21]. Maalesef, bunlar ya yaklaşık çözümlerdir [19], veya kararlı olmayan durumları içermesi ve hesaplamada pahalı olması gibi sorunlara sahiptir. Kesin yöntemler, çok kanallı bir sistemi kullanarak ters evrişim probleminin sakıncalı durumlarını ortadan kaldırır [6], [7]. Bu yaklaşım, kesin sınırlara sahiptir [6], [10] ve hesaplama zamanı olarak pahalıdır.

Ters evrişim yöntemlerinde, son zamanlarda ortaya atılan 1-boyutlu tam ters evrişim işlemi diğer yöntemlerle karşılaştırma bakımından, her zaman kararlı ve hatta evrişim çekirdeğinde birim çemberde sıfırlara sahip olmasında bile kararlı bir durum sergilemektedir. Zaman ortamlı olan bu ters evrişim yöntemi D-boyutlu uygulamaları olmasına rağmen yinede tek boyutlu verilerde yakın bir çözümü kullanılabilir [21].

Sönümlenmiş frekansların kurtarılmasıyla bu işlem ters evrişim adımı alan bir süzgeç operatörü olur. Ters evrişim kuramı ve eylemi basit bir sistem modeli kullanımıyla açıklanabilir. Bunun için önce evrişim modeline değinmek yerinde olur.

1.2. Evrişim (Convolution) Modeli

Evrişim veya doğrusal süzgeçler, işaret işlemede en temel işlemlerden birisidir. Doğrusal değişmeyen-zamanlı (LTI) bir sistemin giriş ve çıkış sinyallerinin arasındaki ilişki kurulmasında geniş bir şekilde kullanılır. Bu düşüncenin genel açıklaması için önce analitik açıklaması verilebilir,

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t - \tau)h(\tau)d\tau \quad (1)$$

burada evrişim işleminin bir sisteme giren bir sinyalin, sistemin birim tepki fonksiyonu ile etkilenmesi sonucunda ortaya çıkan çıkış sinyalini ürettiği görülmektedir. Burada $x(t)$ giriş

sinyali, $y(t)$ çıkış sinyali, $h(\tau)$ ise sistemin birim darbe tepkisi olarak ifade edilmektedir. Evrişim işlemi sembolik olarak aşağıdaki şekilde gösterilir,

$$y(t) = x(t) * h(t). \quad (2)$$

Gerçek hayatta daha doğrusu Jeofizik Mühendisliği uygulamalarında, kullanılan veriler günümüzde kayıt tekniğinden dolayı sayısal sismik arazi verileri olarak elde edilir. Bu nedenden dolayı bu işlemin, verilere integralden çok, ayrık sayısal değerler üzerinde nasıl yapıldığına bir göz atalım. Ayrık sayısal iki sinyalin evrişim işlemi aşağıdaki şekilde verilmektedir,

$$y(n) = \sum_{i=1}^{L_x+L_h-1} x[n-i]h[i] \quad (n=1,2,\dots,L_x+L_h-1) \quad (3)$$

burada L_x , x sinyalinin uzunluğu, L_h ise h sinyalinin uzunluğudur.

Evrişim işlemi aslında çarpma ve toplama işlemlerinin bir birleşimi olduğu için bunları matris formunda gösterebiliriz. (2)'de verilen formül aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

$$\mathbf{y} = \mathbf{Xh} \quad (4)$$

Burada $\mathbf{X}[L_y;L_h]$ boyutunda bir matris, \mathbf{y} ve \mathbf{h} ise birer sütun vektörlerdir. Burada $L_y = L_x + L_h - 1$ formülü ile çıkışın uzunluğu bulunur. Bu ifadeleri matris şeklinde gösterirsek,

$$\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_{L_y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ x_1 & x_0 & 0 & \dots & 0 \\ x_2 & x_1 & x_0 & \dots & 0 \\ x_3 & x_2 & x_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x_{L_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_{L_h} \end{bmatrix} \quad (5)$$

şekilde olur.

Evrişim işlemini anlamak için, aşağıda verilen örneği inceleyelim; $x=\{2,1,2,-1\}$ giriş sinyali ve $h=\{1,2,1\}$ sistem fonksiyonu kullanılarak, evrişim işlemi izleyen biçimde gerçekleştirilir.

Tablo 1. Evrişim işleminin yapılışının şematik olarak gösterilmesi.

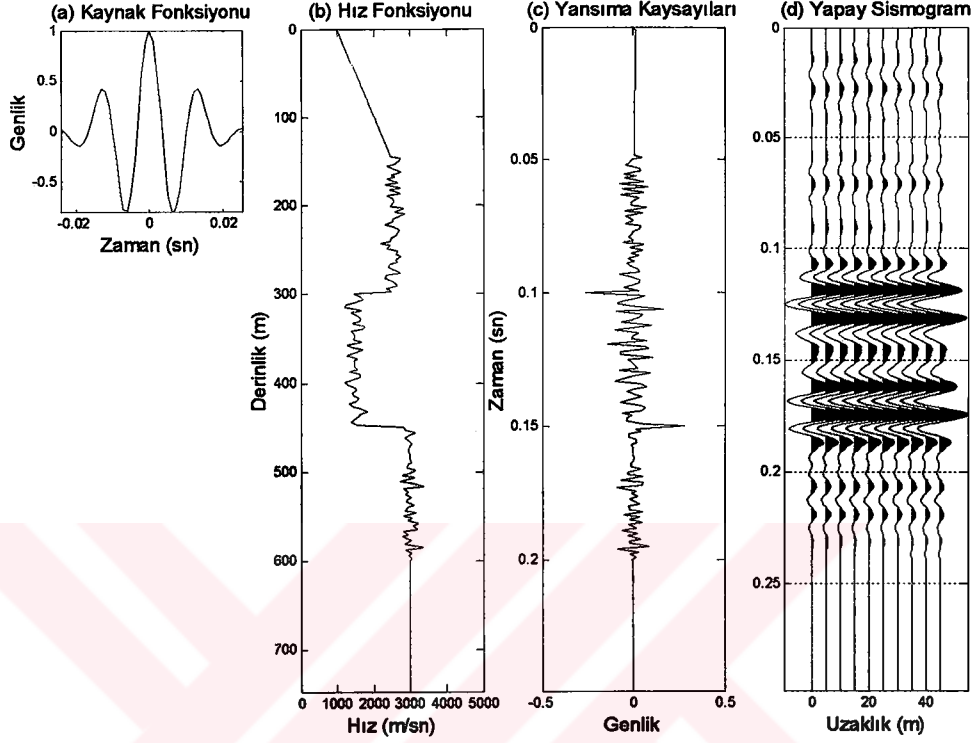
Sistem fonksiyonu	1	2	1			y					
1. aşama	-1	2	1	2		$y(0)=x(0)h(0)$	2				
2. aşama		-1	2	1	2	$y(1)=x(1)h(0)+x(0)h(1)$	5				
3. aşama			-1	2	1	2	$y(2)=x(2)h(0)+x(1)h(1)+x(0)h(2)$	6			
4. aşama				-1	2	1	2	$y(3)=x(3)h(0)+x(2)h(1)+x(1)h(2)$	4		
5. aşama					-1	2	1	2	$y(4)=x(3)h(1)+x(2)h(2)$	0	
6. aşama						-1	2	1	2	$y(5)=x(3)h(2)$	-1

Sonuç olarak $y=\{ 2,5,6,4,0,-1 \}$ çıkış verisi elde edilir.

Evrişim işleminin, Jeofizikte özelliklede sismikte kullanılmasında, giriş dalgacığı kaynak dalgacığına karşılık gelirken, yeraltı yansıma katsayıları doğrusal sistemi gösterir ve çıkış ise elde edilen sismik verileri gösterir. Dolayısıyla yerkabuğunun farklı litolojik özelliklere sahip katmanlardan oluşması ve bu katmanların yoğunlukları ve sismik dalgaların yayılma hızları akustik empedans farklılığını ortaya koyar. Katmanların ara yüzeylerindeki akustik empedans farklılığı sismik dalganın yansımaya neden olur. Kayıt edilen sismik iz yerin birim tepki (impulse response) ile sismik dalgacığın evrişim işlemi olarak modellenir. Sismik dalgacık, kaynağın karakteristiği, kayıt filtreleri, yüzey yansımaları, jeofon karakteristiği gibi birçok bileşenden oluşan bir dalgacıktır. Yerin birim tepki fonksiyonu ise sismik dalgacığın bir iğnecik olması durumunda elde edilecek olan sismik iz olarak tanımlanabilir (yansıma katsayıları serisi) [5].

Açılan kuyularda çeşitli loglar kaydedilir. Bunlardan, sonik logdan, ara hızlar derinliğin fonksiyonu olarak belirlenir. Şekil 1'de yapay bir sismogram örneği görülmektedir. Sonik logdan elde edilen hız logunun alçak frekanslı bileşeni bloklara ayrılır bir tarzda görülmektedir. Sonik logların yavaş değişim gösteren alçak frekanslı bileşeni genel hız değişimini gösterir. Genelde sismik veri işlemde hız analizi sonucundan elde edilen hızlar bu alçak frekanslı bileşene eşdeğerdir. Birçok sonik logda alçak frekanslı bileşen derinlikle sürekli artan bir hız fonksiyonu şeklinde görülür. Hızın derinlikle artmasının en önemli nedeni derinlikle kayaçların üzerindeki kütlenin (overburden weight) artması ve kayaçta daha fazla sıkışmaya (compaction) yol açmasıdır. Bunun yanı sıra derinlikle orantılı olarak kayaçların pekişmesi (consolidation) ve çimentolanması

(cementation) da artar. Şekilde görülen sonik log büyük ölçekli litolojik değişimlerden dolayı bloklu bir görünüm almıştır. Herbiri farklı jeolojik formasyona ait sabit ara hızlı birçok blok şeklinde modellenebilir [5].



Şekil 1. Yapay bir sonik log. (a) Kullanılan kaynak dalgacığı, (b) Derinliğe bağlı hız fonksiyonu, (c) Hız fonksiyonundan elde edilen yansımaya katsayıları serisi, (d) Kaynak dalgacığı ile yansımaya katsayılarının evrişiminden elde edilen yapay sismogram.

Hız fonksiyonunun şekil 1. (b) yüksek frekanslı bileşeni ise alçak frekanslı bileşenin üzerine binik bir şekilde görülmektedir. Bu çabuk değişimlerin nedeni ise kayalardaki yerel fiziksel değişimlerdir. Örneğin kireçtaşı tabakalarında şeyl ve kumlar çok ince ara tabakalı olarak bulunabilir. Ayrıca geçirgenlik değişimleri de hızları etkiler [5].

Kuyulardaki log ölçümlerinden hız ve yoğunluk ölçümleri jeoloji ile sismiğin bağlantısını oluşturur. Hız ve yoğunluğun çarpımı akustik empedans değerini belirler. Fakat yoğunluğun derinlikle değişimi hızın derinlikle değişimine oranla çok daha az olduğundan birçok uygulamada empedans kontrastının sadece hız kontrastından kaynaklandığı, yani yoğunluğun sabit olduğu varsayımı kullanılır. Bu varsayımın geçerliliğini yitirdiği durumlarda dikkatli olmak gerekir [5].

Derinliğin fonksiyonu olan logun gidiş-geliş zamanına dönüştürülmesi için gerekli olan hız bilgisi sonik logdan elde edilir. Sonik logun alçak frekans bileşenini kullanmak ve mümkünse bu fonksiyonu kuyuda çeşitli seviyelerden kaydedilen kontrol atışlarının (check shot) geliş zamanlarıyla düzelterek kullanmak daha doğru bir yaklaşım olacaktır. Derinlikten zamana geçirilen akustik empedans fonksiyonu seçilen örnekleme aralığı kullanılarak ayrık hale getirilir. Ayrık hale getirilen fonksiyondan yansıma katsayısı formülü (6) kullanılarak yansıma katsayıları, $h(t)$, elde edilir (Şekil 1.c) [5].

Yansıma katsayıları serisi ile sismik dalgacığın evrişim işlemi sonucunda yapay sismik iz elde edilir (Şekil 1.d). Sentetik veya yapay sismogram adı verilen yapay sismik iz genellikle aynı izin 5 veya 10 tane olarak yan yana çizilmesi şeklinde sunulur. Böylece saha sismik kesiti ile karşılaştırmak kolaylaşır. Elde edilen sismik iz, $y(t)$, yansıma katsayıları $x(t)$ ve sismik dalgacık $h(t)$ ile gösterildiğinde evrişim modeli (2) bağıntısıyla verilebilir. Bu yaklaşımda yerin yatay tabakalı olduğu ve sismik dalgacığın yer içinde yol alırken şeklinin değişmediği (stationary) varsayımları yapılmıştır. Ayrıca sismik dalgacığın yatay tabaka sınırlarına her zaman dik çarptığı, dolayısıyla S dalgalarının hiç üremediği varsayılmaktadır [5].

1.3. Ters Süzgeç

Sismikte kullanılan evrişim işlemi göz önünde bulundurarak, yer kabuğu doğrusal sistem olarak alınır, yerin birim tepki fonksiyonunun bulunması amaçlanmaktadır. Yerin birim tepki fonksiyonunu bulmak için, teorik olarak yere bir iğne dalgacığı gönderilir ve sonuçta kayıt edilen yerin birim tepki fonksiyonu olur. Fakat uygulamada bu mümkün değildir. Çünkü hem yere gönderilen dalgacığın iğnecik olması pratik olarak mümkün değildir, hem de böyle bir dalgacık yere gönderilse bile, bu çok yüksek frekanslı bir dalgacık olacağı için, yer, bu dalgacığa alçak geçişli bir süzgeç gibi davranarak dalgacığın yüksek frekanslı bileşenlerini sönmümlendirecek. Dolayısıyla yerin birim tepki fonksiyonunu bulmak için kaynak dalgacığının tersini alıp çıkış verisiyle evrişim işlemine sokmak gerekir. Burada amaçlanan şey elde edilen sismik ize kaynak dalgacığının tersi olan bir $h_{c_inv}(t)$ süzgecinin uygulanmasıyla yerin birim tepki fonksiyonunu yani yansıma katsayıları serisini elde etmektir [5].

$$x(t) = y(t) * h_{c_inv}(t) \quad (6)$$

(6) denklemi (2) denklemine yerleştirilirse

$$y(t) = y(t) * h_{c_inv}(t) * h(t) \quad (7)$$

elde edilir. Bu denklemde her iki taraftan $y(t)$ yok edilirse

$$\delta(t) = h_{c_inv}(t) * h(t) \quad (8)$$

şeklini alır. $\delta(t)$, Kronecker Delta fonksiyonudur ve $t=0$ da 1 ve diğer bütün t değerleri için 0 değerine sahiptir.

$h_{c_inv}(t)$ ters süzgeci (8) denkleminden, aşağıdaki gibi bulunabilir,

$$h_{c_inv}(t) = \delta(t) * h'(t) \quad (9)$$

$h'(t)$ sismik dalgacık $h(t)$ 'nin tersidir (inverse). Sismik iz yansıma katsayıları serisine dönüştürecek olan süzgeç sismik dalgacığın matematiksel tersidir. (8) denklemi ters süzgecin sismik kaynak dalgacığını iğneciğe dönüştürdüğünü belirtir. Aynı şekilde ters süzgeç sismik izi yansıma katsayıları serisine dönüştürecektir. Bu nedenle ters süzgeçleme ters evrişim türlerinden biridir ve sismik dalgacık bilindiğinde uygulanabilir (deterministic) [5].

Ters süzgecin elde edilmesi Z dönüşümü ile kolayca açıklanabilir. İki noktalı bir zaman serisi $(1, -1/2)$ örneğinde Z dönüşümü alındığında bu sismik dalgacığın Z dönüşümü olan polinom elde edilir.

$$H(z) = 1 - (1/2)z^{-1} \quad (10)$$

Z dönüşümünde, Z 'nin üssü zaman gecikmesini belirtir. Örnekte birinci terim $t=0$ da, ikinci terim, ise $t = \Delta t$ zamanındadır. Z dönüşümünün genel formülü,

$$A(Z) = \sum a_i z^{-i} \quad (11)$$

olarak verilebilir. Bu dönüşüm ile Fourier dönüşümü arasındaki ilişki belirgindir, ω açısal frekans ve Δt örnekleme aralığı olarak (11) denklemine $Z = e^{-i\omega t}$ değeri yerleştirdiğinde bu dönüşüm Fourier Dönüşümü şekline gelir [5].

Ters süzgeç $h'(t)$ nin Z ortamındaki değeri sismik dalgacığın dönüşüğünün polinomsal bölümü ile elde edilir,

$$H'(z) = 1/[1 - (1/2)z] = 1 + (1/2)z + (1/4)z^2 + \dots \quad (12)$$

Ters süzgeç $h'(t)$ ise Z ortamından t ortamına geçildiğinde $[1, 1/2, 1/4, \dots]$ olarak sonsuz uzunlukta bir seri olarak elde edilir.

Bu aynı zamanda süzgeç $h_{c_inv}(t)$ 'ye eşdeğerdir. Sonsuz uzunlukta fakat katsayılarının hızla azaldığı bu serinin herhangi bir süzgeç uygulaması için belli uzunlukta kesilmesi gerekmektedir.

Örnek olarak süzgeç iki noktalı olarak alındığında $[1, (1/2)]$ giriş dalgacığı $[1, (-1/2)]$ ile evrişimi sonucu $[1, 0, (-1/4)]$ olarak elde edilir. Arzu edilen ideal sonuç iğnecik $[1, 0, 0]$ elde edilmemiş fakat elde edilen sonuç giriş dalgacığından daha fazla iğneciğe yaklaştırılmıştır.

Süzgeç iki noktalı yerine üç noktalı seçilirse elde edilen sonuç $[1, 0, 0, (-1/8)]$ olacak ve dolayısıyla iğneciğe daha da yaklaşacaktır. Süzgeç uzunluğunun arttırılması olumlu yönde etki eder ve sonuç ideal sonuca daha fazla yaklaşır [5].

1.4. En Az Gecikmeli Dalgacık

Önceki örnekte ters süzgecin katsayıları hızla azalmaktadır. Giriş dalgacığının $[(-1/2), 1]$ olması durumunda ise polinomsal bölme sonucunda bulunacak ters süzgeç katsayıları gene sonsuz uzunlukta fakat hızla büyüyen $[-2, -4, -8, \dots]$ seri şeklinde olacaktır. İki noktalı bir süzgeç uygulanmasında $[1, 0, -4]$ sonucu elde edilir. İdeal sonuçtan iyice uzaklaştığı açıkça görülmektedir. Ters süzgeç uygulamasının başarılı olamamasının nedeni elde edilen seride katsayıların hızla büyüyor olması ve nerede kesilirse kesilsin kullanılmayan katsayıların kullanılanlardan daha büyük olacağıdır [5].

İki noktalı bir giriş dalgacığı $[1, k]$ için bulunacak ters süzgeç sonsuz uzunlukta bir seri $[1, k, k^2, k^3, \dots]$ olacaktır. Giriş dalgacığında ikinci katsayının birinci katsayıdan küçük olması durumunda, $|k| < 1$, ters süzgeç için elde edilen seride katsayılar hızla

küçülmektedir. Bu tür serilere yakınsak seriler adı verilir. Giriş dalgacığının ikinci katsayısının birincisinden büyük olması durumunda ise, $|k| > 1$, elde edilen ters süzgeç ıraksak bir seri, yani katsayılarının hızla büyüdüğü bir seri elde edilir. Ters süzgeç uygulamasının başarılı olabilmesi için giriş dalgacığında ikinci katsayının birinci katsayıdan küçük olması gerekmektedir. Bu tür dalgacıklarda enerji ön tarafta yoğunlaşmaktadır. Bu nedenden bunlara en az gecikmeli (minimum delay) dalgacıklar adı verilir. İkinci katsayının daha büyük olduğu dalgacıklara ise en fazla gecikmeli dalgacıklar adı verilir. Bunlarda ise enerji dalgacığın sonunda yoğunlaşmaktadır[5].

İki noktalı dalgacıklarda bu sınıflandırmayı yapmak kolaydır. Dalgacığın nokta sayısı fazlalaştığında ilk bakışta bu ayrımı yapmak mümkün değildir. N noktalı bir dalgacık, (N-1) tane iki noktalı dalgacığın evrişimi olarak düşünülebilir. Z ortamında bu bir polinomu çarpanlarına ayırmaya eşdeğerdir [5].

Diğer bir deyişle, dalgacığın Z dönüşümü olan polinomun kökleri bulunabilir. Dalgacığı teşkil eden bütün iki noktalı dalgacıklar en az gecikmeli ise N noktalı dalgacık da en az gecikmelidir. Z ortamında ise bu durum, bütün köklerin mutlak değerlerinin bir değerinden büyük olması, yani bütün köklerin birim dairenin dışında olması demektir.

Dalgacığı teşkil eden bütün iki noktalı dalgacıkların en fazla gecikmeli olması yani köklerin hepsinin birim dairenin içinde olması durumunda ise dalgacık en fazla gecikmeli olacaktır. İki noktalı dalgacıkların diğer bütün kombinasyonlarında ortaya çıkan dalgacığa karışık gecikmeli adı verilir. Ters süzgeç uygulamasında giriş dalgacığının en az gecikmeli olması gerekir. Z ortamında herhangi bir dalgacık iki noktalı dalgacıkların Z dönüşümlerinin çarpımı olarak gösterilebileceği için sadece söz konusu iki noktalı dalgacıkların hepsinin en az gecikmeli olması durumunda ters süzgeç yakınsak bir seri olacaktır. Bir tanesi bile en fazla gecikmeli olsa sonucu etkileyecek ve ıraksak bir seri elde edilecektir [5].

Zaman ortamındaki gecikme frekans ortamında faz ile ilişkilidir. Bu yüzden en az gecikmeli dalgacıklara minimum fazlı, en fazla gecikmeli dalgacıklara maksimum fazlı ve karışık gecikmeli dalgacıklara ise karışık fazlı dalgacıklar adı da verilir. Yalnız minimum fazlı dalgacıkların tersi olan dalgacıklar minimum fazlı olur [5].

1.5. Wiener Süzgeci

Ters süzgeç çıkışın iğnecik olmasının istendiği özel bir durumdur ve bunu gerçekleştirmek için sonsuz uzunlukta bir süzgecin kullanılması gerekmektedir. Süzgeç boyu sınırlı olarak kullanılacaktır ve sonlu uzunluktaki süzgecin yapacağı iş sınırlıdır. Sorun sonlu uzunluktaki süzgeçler içinde en iyi iş yapacak olanı tarif etmektir. En iyi iş yapan süzgeç kullanıldığında çıkış arzu edilen çıkışa en yakın olacaktır [5].

Çıkışın (y_i) arzu edilen çıkışa (z_i) yakınlığını ölçebilmek için hata enerjisi kavramı kullanılır. Hata enerjisi (E) ikisi arasındaki farkın karelerinin toplamı olarak tarif edilir (13).

$$E = \sum (y_i - z_i)^2 \quad (13)$$

Bir önceki ters süzgeç örneğinde iki noktalı süzgeç kullanıldığında elde edilen çıkış $y_i = [1, 0, (-1/4)]$ olarak bulunmuştu. Arzu edilen çıkış ise δ_i idi. Bu durumda hata enerjisi,

$$E = (1-1)^2 + (0-0)^2 + (-1/4-0)^2 = 1/16$$

olarak bulunur.

Sorun iki noktalı süzgeçler içinde en az hata enerjisi verecek olanı bulmaktır. Süzgeç katsayıları f_0 ve f_1 olarak tarif edilirse, çıkış $[f_0, (f_1 - f_0/2), (-f_1/2)]$ şeklinde elde edilir.

Böylece hata enerjisi,

$$E = (f_0 - 1)^2 + (f_1 - f_0/2)^2 + (-f_1/2)^2 \quad (14)$$

olarak bulunur. Bu denklemin minimum değerini bulmak amacıyla E'nin f_0 ve f_1 parametrelerine göre kısmi türevleri alınarak sıfıra eşitlenirse,

$$(5/2)f_0 - f_1 = 2 \quad (15a)$$

$$(5/2)f_1 - f_0 = 0$$

iki bilinmeyenli iki denklem elde edilir. Bu denklemlere normal denklemler adı verilir. Normal denklemler matris şeklinde yazılabilir,

$$\begin{bmatrix} (5/2) & -1 \\ -1 & (5/2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

denklemlerin çözümü sonucunda $[(20/21), (8/21)]$ süzgeci elde edilir. Bu süzgecin örnekteki girişe uygulanması $[(20/21), (-2/21), (-4/21)]$ çıkışı verir. Hata enerjisi hesaplandığında,

$$E = (20/21 - 1)^2 + (-2/21)^2 + (-4/21)^2 = 1/21$$

değeri elde edilir. En küçük kareler yöntemi ile bulduğumuz iki noktalı optimum süzgecin daha az hata enerjisi verdiği, dolayısıyla arzu edilen çıkışa iki noktada kesilen ters süzgecten daha yakın olduğu açıktır, $(1/21) < (1/16)$, [5].

Örnekte kullanılan $[1, (-1/2)]$ giriş dalgacığının özilişki (autocorrelation) fonksiyonu hesaplandığında sıfır kaymalı değeri $r_0 = 5/4$ ve bir kaymalı değeri $r_1 = -1/2$ olarak bulunur. Özilişki fonksiyonu hesaplanırken duran ve kayan fonksiyonlar aynı olduğu için öz ilişki çıktıları simetrik, yani artı veya eksi yöndeki kayma aynı sonucu verir, $(r_1 = r_{-1})$. (16) denkleminin sol tarafındaki 2×2 kare matrisin ilk satırı ve ilk sütunu incelendiğinde elde edilen özilişki fonksiyonunun 2 değeri ile çarpılmışı olduğu görülebilir. (16) denklemi yeniden yazılırsa,

$$2 \begin{bmatrix} (5/4) & (-1/2) \\ (-1/2) & (5/4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

elde edilebilir. Bu eşitliğin her iki tarafı 2'ye bölüldüğünde,

$$\begin{bmatrix} (5/4) & (-1/2) \\ (-1/2) & (5/4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

olur. Elde edilen denklemde, sol tarafta giriş dalgacığının özilişki matrisi ile süzgeç katsayılarının çarpımının yer aldığı görülebilir. Denklemin sağ tarafında yer alan sütun matris ise arzu edilen çıkış ile giriş dalgacığının çapraz ilişkisidir (cross correlation).

Bu gözlemler Wiener tarafından genelleştirilerek giriş dalgacığını arzu edilen herhangi bir çıkışa çevirecek süzgecin elde edilmesi için kullanılacak şekle getirilmiştir. Uzunluğu n olan optimum Wiener süzgeci için genel matris yazılımı (19) denkleminde sunulmuştur [17].

$$\begin{bmatrix} r_0 & r_1 & r_2 & \dots & r_{n-1} \\ r_1 & r_0 & r_1 & \dots & r_{n-2} \\ r_2 & r_1 & r_0 & \dots & r_{n-3} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ r_{n-1} & r_{n-2} & r_{n-3} & \dots & r_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ f_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ g_{n-1} \end{bmatrix} \quad (19)$$

burada r_i , f_i ve g_i , $i=0,1,\dots,(n-1)$ sırasıyla giriş dalgacığının özilişkisi, süzgeç katsayıları ve arzu edilen çıkış ile girişin çapraz ilişkisidir.

Optimum Wiener süzgeçler çeşitli amaçlarla kullanılır. Arzu edilen çıkışın çeşitleri amaca uygun olarak seçilerek farklı türden uygulamalar gerçekleştirilebilir. Genellikle uygulamalarda arzu edilen çıkışın çeşitleri, iğnecik (δ_i), geciktirilmiş iğnecik ($\delta_i - t_1$), girişin ileri zamanındaki değeri, sıfır fazlı dalgacık veya herhangi bir şekle sahip dalgacık olabilmektedir. Uygulamaların isimlendirilmesi ise arzu edilen çıkışın ne olarak seçildiğine bağlıdır. Arzu edilen çıkış iğnecik ise iğnecik ters evrişimi (spiking deconvolution), girişin ileri zamanındaki değerleri ise ön kestirim süzgeci (prediction filter) ve sıfır fazlı veya herhangi bir şekle sahip bir dalgacık olması durumunda ise dalgacık biçimlendirmesi (wavelet shaping) olarak isimlendirilir [5].

1.6. İğnecik Ters Evrişimi

Arzu edilen çıkış iğnecik, δ_i olarak seçildiğinde yapılan işleme iğnecik ters evrişimi (spiking deconvolution) adı verilir. Sismik iz modelinde, yansıma katsayıları serisi ile sismik dalgacığın evrişiminin sismik izi oluşturduğu varsayıldığına göre sismik ize uygulanan iğnecik ters evrişimi sismik dalgacığı iğneciğe dönüştürecek ve sonuçta yansıma katsayıları serisi elde edilecektir. Arzu edilen çıkış $(1, 0, 0, \dots, 0)$ ile sismik dalgacığın $(x_0, x_1, x_2, \dots, x_m)$ çapraz ilişkisi $(x_0, 0, 0, \dots, 0)$ şeklinde bir seridir.

Genelleştirilmiş Normal Denklemlere (19) yerleştirildiğinde ve $(1/x_0)$ ile ölçeklendiğinde, normal denklemler,

$$\begin{bmatrix} r_0 & r_1 & r_2 & \dots & r_{n-1} \\ r_1 & r_0 & r_1 & \dots & r_{n-2} \\ r_2 & r_1 & r_0 & \dots & r_{n-3} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ r_{n-1} & r_{n-2} & r_{n-3} & \dots & r_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ f_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

şeklini alır. Bu da en küçük kareler yöntemiyle ters süzgeç ifadesidir. Dolayısıyla iğnecik ters evrişimi ile en küçük kareler ters süzgeci matematiksel olarak eşdeğerdir.

Ters süzgeç uygulamasında sol taraftaki özilişki matrisi bilinen veya ölçülmüş sismik dalgacık kullanılarak hesaplanır (deterministic deconvolution).

Sismik yöntemin birçok uygulamasında sismik dalgacık bilinmez fakat sismik iz kayıt edilir (örneğin dinamitli atışlarda). Bu durumda denklemin sol tarafındaki özilişki matrisi sismik izin özilişkisinden oluşturulur (statistical deconvolution). Böylece sismik izin özilişki fonksiyonun sismik dalgacığın özilişkisine eşit yada çok benzer olduğu kabul edilmiş olur. Bunu yapabilmek için kullanılan varsayım, yansıma katsayıları serisinin gelişigüzel (random) olduğu, dolayısıyla sismik izin özilişkisinin ve genlik spektrumunun sismik dalgacığın özilişkisine ve genlik spektrumuna çok benzediğidir [5].

Normal denklemler giriş dalgacığının özilişkisinden yola çıkmaktadır. Giriş dalgacığının faz bilgisi kaybolmuş durumdadır. Diğer bir deyişle aynı genlik spektrumuna sahip birçok dalgacığın sadece bir tanesi minimum fazlıdır. İğnecik ters evrişiminde kullanılan ikinci varsayım giriş dalgacığının minimum fazlı olduğu varsayımdır. Giriş dalgacığının minimum fazlı olmadığını bilindiği durumlarda (örneğin Vibroseis verisi) kullanılmalıdır [5].

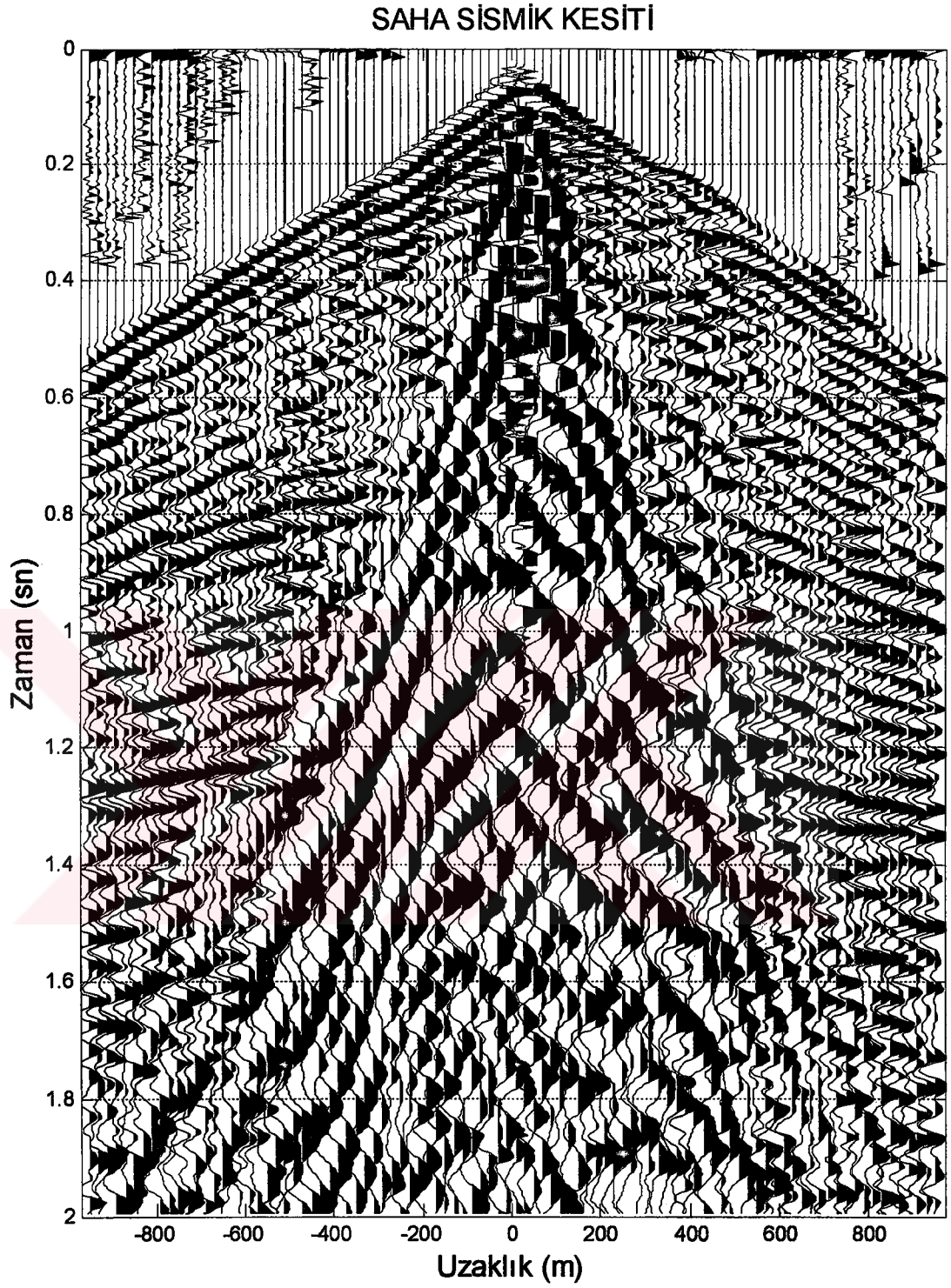
İğnecik ters evrişimi sismik izin düşey ayrırlılığını arttıracaktır. Şekil 2’de ters evrişim yapılmadığı bir saha sismik kesit sunulmuştur. Şekil 3’de ise aynı sismik kesiti yağma öncesinde Wiener ters evrişimi uygulanmış haliyle göstermektedir. İki şekil karşılaştırıldığında ters evrişim işleminin dalgacıkları sıkıştırarak ayrırlılığı ne denli arttırmış olduğu ve uygulamanın ne kadar gerekli olduğu açıkça görülebilir [5].

1.7. Dalgacık Biçimlendirmesi (Wavelet Shaping)

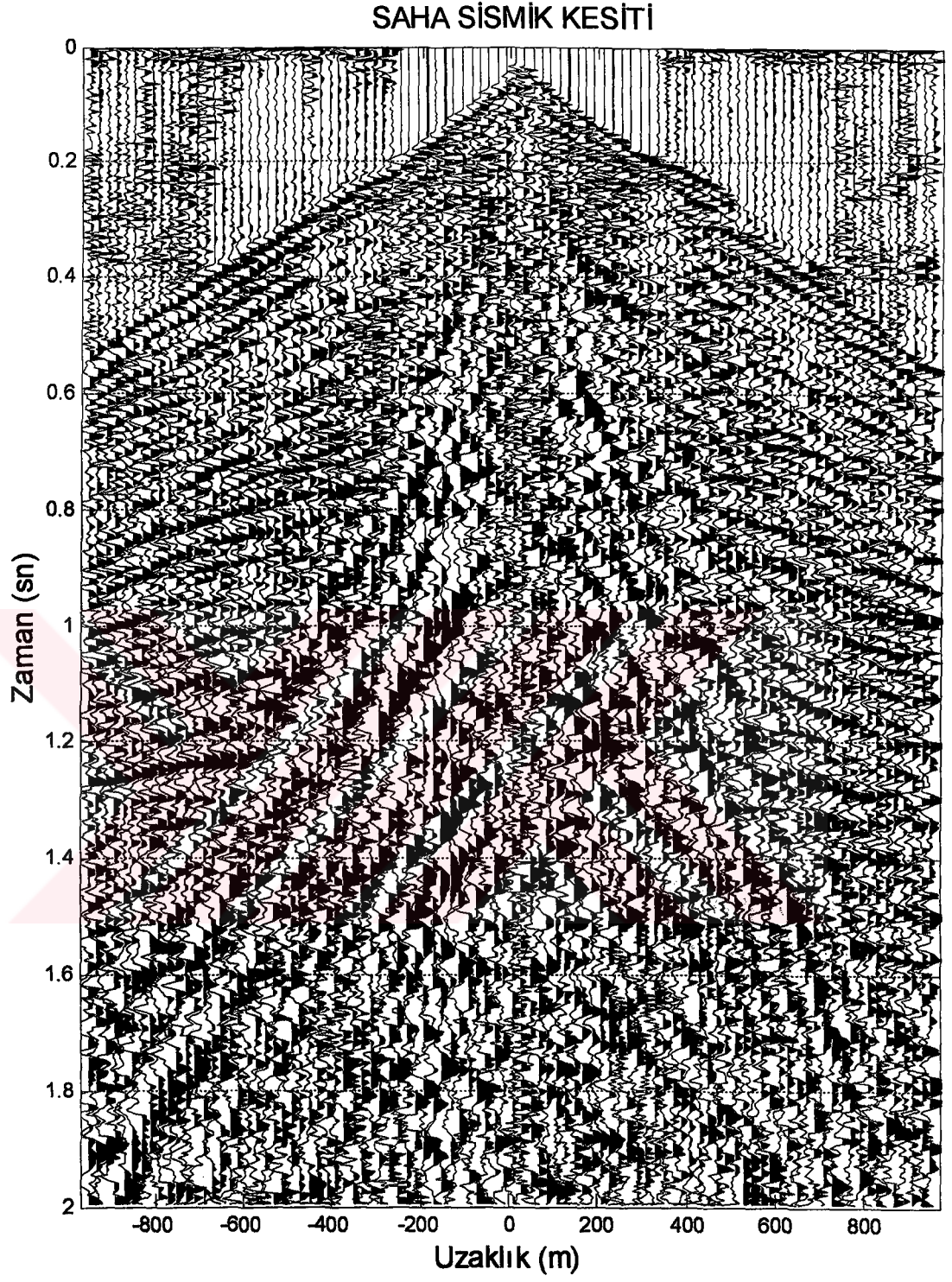
İğnecik, δ_t , doğada bulunması olanaksız olan matematiksel bir kavramdır. Ayrıca sismik veri belli bir frekans bandına sahiptir ve iğneciği oluşturmak için sonsuz kadar bütün frekanslara gereksinim vardır. Bu nedenlerden arzu edilen çıkış dalgacığı olarak iğnecik yerine genlik ve faz spektrumunu kullanıcının belirleyeceği bir dalgacığın seçilmesi tercih edilebilir [5].

Normal denklemlerde (19) sağ tarafta giriş ve arzu edilen dalgacıkların çapraz ilişkisi yer almaktadır. Bu nedenle dalgacık biçimlendirmesi işleminde sismik dalgacığın bilinmesi gerekmektedir. Sismik dalgacığın kayıt edilmesi durumunda (hava tabancasının kaynak dalgacığın gibi) bu dalgacık kullanılarak arzu edilen dalgacığa çevrilir. Sismik dalgacığın kayıt edilmediği durumlarda ise dalgacık biçimlendirmesi iki safhada gerçekleştirilir. Önce istatistiksel yöntemlerle sismik veriden sismik dalgacık elde edilir sonra normal denklem yardımıyla arzu edilen dalgacığa dönüştürülür. Sismik dalgacığın bulunması safhasında kullanılan yöntemler çeşitlidir ve değişik dalgacık biçimlendirmesi programlarının birbirinden farklılaşması bu safhada kullandıkları yöntemlere göre olacaktır [5].

Dalgacık biçimlendirmesi işleminde arzu edilen çıkış dalgacığı genellikle sıfır fazlı bir dalgacık olarak seçilir. Sıfır fazlı dalgacıkların (simetrik dalgacık) bazı özellikleri seçimde etken olur. Güç spektrumları, yada özilişki fonksiyonları aynı olan bir dizi dalgacık incelendiğinde, içlerinde enerjinin en kısa zaman aralığına sıkıştırılmış olanın sıfır fazlı dalgacık olduğu görülür. Bu nedenle enerjinin, yada yansımanın yeri daha belirginleşecek ve sismik izin ayrımlılığı artacaktır [5].



Şekil 2. Araziden elde edilen bir sismik kesite ters evrişim işlemi uygulanmamış şekli. Sismik kesite genlik kazanımı uygulanmıştır.

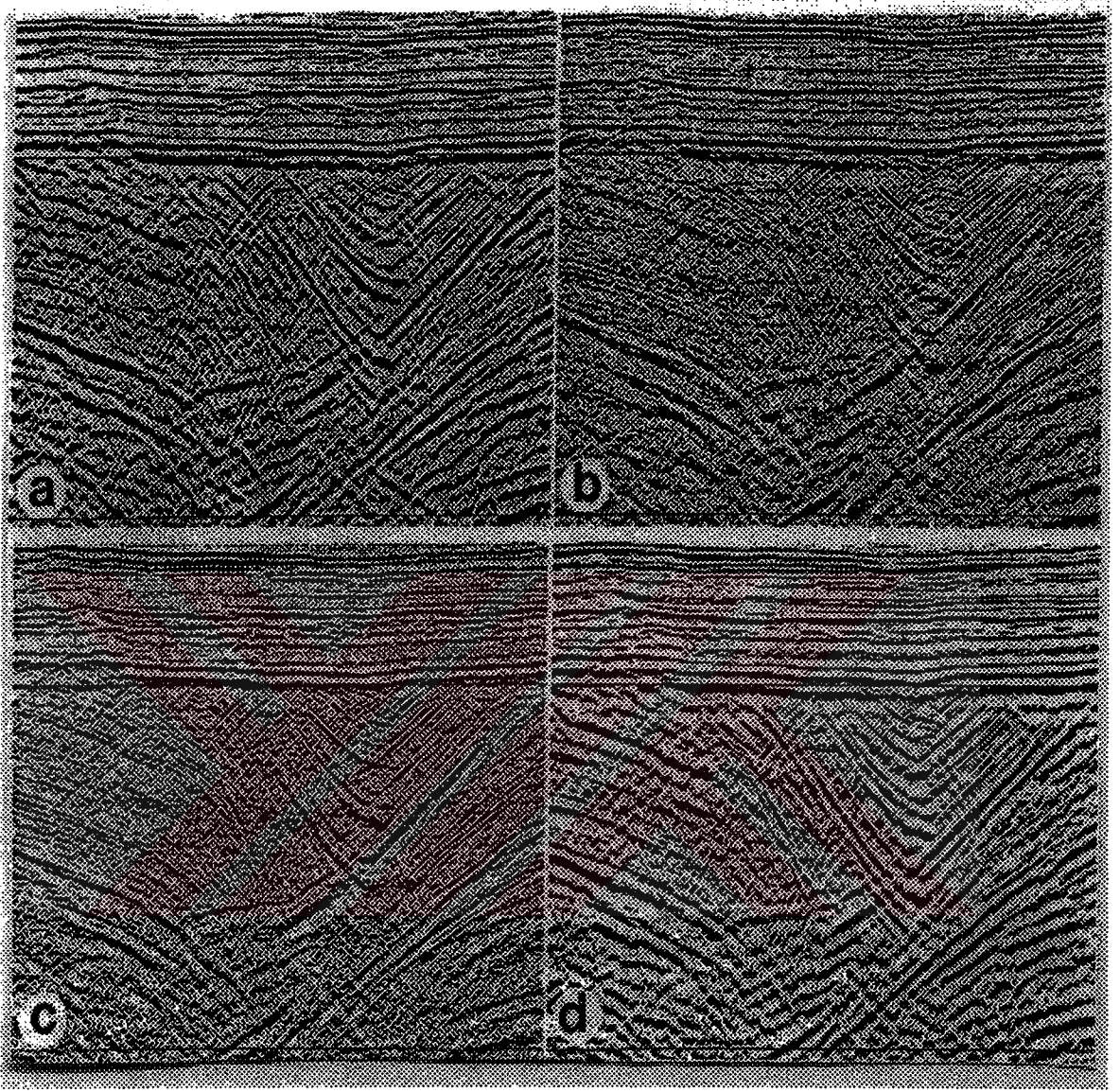


Şekil 3. Araziden elde edilen bir sismik kesite istatistiksel Wiener (iğnecik) ters evrişim işlemi uygulanmış şekli.

Deniz sismiği uygulamalarında sismik kaynağın uzak alan cevabını yani kaynak dalgacığını kaydetmek mümkündür. Böyle bir durumda deterministik ters evrişimden söz edilir. Kayıt edilen kaynak dalgacığının biçimlendirilmesi için bir süzgeç uygulanabilir ve daha sonra sismik dalgacığın, yeryüzündeki yayılım ve kayıt sistemi bileşenleri gibi bileşenlerini gidermek için yine istatistiksel ters evrişim işlemi kullanılabilir. Şekil 4'de görülen yığma kesitinde bu tür bir uygulama sunulmaktadır. Şekilde ters evrişim uygulanmadan elde edilen yığma kesiti (a), iğnecik ters evrişim uygulandıktan sonra elde edilen yığma kesiti (b), kayıt edilen kaynak dalgacığını eş değeri olan minimum fazlı dalgacığa dönüştüren süzgeç uygulanmış ve daha sonra iğnecik ters evrişim uygulandıktan sonra elde edilen yığma kesiti (c) ve son olarak kayıt edilen dalgacığı iğneciğe çeviren bir dalgacık biçimlendirmesi yapıldıktan sonra elde edilen yığma kesiti (d)'de görülmektedir. Şekilde (b) ve (c) karşılaştırıldığında (c)'de uygulanan yöntemin daha başarılı olduğu ve yansımaların biraz daha devamlılık kazandığı iddia edilebilir. Sadece kayıt edilen dalgacığı iğneciğe biçimlendirmenin uygulandığı kesitte (d) ise bu yöntemin yeterli olmadığı söylenebilir.

1.8. Ön kestirimli Ters Evrişim (Predictive Deconvolution)

Arzu edilen çıkışın, girişin ileri zamandaki değerleri olması bir ön kestirim işlemin belirtmektedir, yani süzgeç şimdiki ve geçmişteki veriyi kullanarak gelecekteki veriyi tahmin edecektir. Giriş verisi $x(t)$ ve ön kestirim mesafesi α ise $x(t+\alpha)$ değerini tahmin edecek süzgecin (19) matris denkleminin özel bir hali bulunabileceği Wiener tarafından gösterilmiştir [17]. Arzu edilen çıkış $x(t+\alpha)$ girişin, $x(t)$, α zamanı kadar ilerdeki değeri olduğundan Normal Denklemlerin (19) sağ tarafı girişin özilişki fonksiyonunun α gecikmesinden başlayan kısım olacaktır.



Şekil 4. Deterministik ters evrişim uygulamaları. (a) ters evrişim uygulanmamış, (b) iğnecik ters evrişimi uygulanmış (istatistik yöntem), (c) kayıt edilen dalgacığı minimum fazlı eşdeğerine çeviren biçimlendirmeyi (deterministik yöntem) izleyen iğnecik ters evrişimi uygulanmış, (d) kayıt edilen dalgacığı iğneciğe dönüştürecek süzgeç (deterministik yöntem) uygulanmış olarak aynı verinin görünümü (Ö. Yılmaz'dan alınmıştır).

$$\begin{bmatrix} r_0 & r_1 & r_2 & \dots & r_{n-1} \\ r_1 & r_0 & r_1 & \dots & r_{n-2} \\ r_2 & r_1 & r_0 & \dots & r_{n-3} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ r_{n-1} & r_{n-2} & r_{n-3} & \dots & r_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ f_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_\alpha \\ r_{\alpha+1} \\ r_{\alpha+2} \\ \cdot \\ \cdot \\ r_{\alpha+n-1} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Sismik iz modelinde yansımaya katsayıları gelişigüzel olduğu varsayımı düşünüldüğünde ön kestirim süzgecinin ne işe yarayacağı sorusu akla gelebilir. Özellikle sığ tabakalarda oluşan ardışık yansımaların (multiples) alıcılar tarafından kayıt edileceği ve bunların sismik izdeki ilk yansımaları maskeleyeceği açıktır. Ardışık yansımalar genellikle hız farkının büyük olduğu sığ tabakaların içinde enerjinin hapsedilmesine bağlı olarak oluşurlar. Deniz suyundaki hız deniz tabanından itibaren olan tabakalardaki hızlara oranla düşüktür. Bilindiği gibi kaynaktan çıkan enerji deniz tabanından yansır ve ilk yansımaya olarak kayıt edilir. Enerjinin bir bölümü aşağıya doğru yol alırken, yansıyan bölümü ise deniz yüzeyinden yansır ve deniz tabanından yansıyan enerji ilk yansımadan daha geç bir zamanda ilk ardışık yansımaya olarak kaydedilir ve enerjinin deniz yüzeyi ve taban arasında gidip gelmesiyle diğer ardışık yansımalar oluşur. Deniz tabanındaki yansımaya katsayısı c ise, deniz yüzeyindeki yansımaya katsayısının -1 olduğu düşünülebilir (havadaki ses hızı suyunkinden çok küçüktür). Kaydedilen ilk yansımaya ve ardışık yansımalar $[c, -c^2, c^3, -c^4, \dots]$ şeklinde, katsayılarının aralığının deniz suyu içerisindeki gidiş-geliş zamanına eşit olduğu (α) bir seri olacağı açıktır. Deniz tabanındaki yansımaya katsayısının değeri 1'den küçüktür ($c < 1$) ve ardışık yansımaları serisi yakınsak olacaktır. Dolayısıyla sismik izde kayıt edilecek olan ardışık yansımalar belli bir sistem oluştururlar ve tahmin edilebilirlik özelliğini taşırlar [5].

Ardışık yansımaların tekrarlanma zamanı deniz derinliğine bağlıdır. Genlikleri ise deniz tabanındaki hız farklılığı ile doğru orantılı olarak büyür. Ardışık yansımaların özel bir şekli de deniz derinliğinin çok fazla azalması ve tekrarlanmaların çok kısa zaman aralıklarıyla olması ($\alpha < 100$ msn) durumunda ortaya çıkan yankılanım (reverberation) olayıdır. Bu durumda sismik iz neredeyse tek frekanslı bir sinuzoide dönüşür. Tek frekanslı görünümünden dolayı bu olay şarkı söyleme (singing) olarak da nitelendirilir. Deniz tabanındaki yansımaya katsayısının büyük olması ardışık yansımaların diğer tabaka sınırlarından gelen ilk yansımaların tamamen maskelenmesi yol açar [5].

Ön kestirim süzgeci sismik izdeki tahmin edilebilir olayları yani ardışık yansımaları yakalayabilir. Ön kestirim süzgecinin tahmin ettiği olaylar sismik izden çıkarıldığında geriye kalan tahmin edilemez olaylar yani ilk yansımalar olacaktır.

$$\hat{x}(t-\alpha) - x(t+\alpha) = e(t+\alpha)$$

burada $x(t+\alpha)$ kaydedilen sismik izin $(t+\alpha)$ zamanındaki değeri $\hat{x}(t-\alpha)$ ön kestirim süzgecinin $(t+\alpha)$ zamanı için çıkışı ve $e(t+\alpha)$ ise ön kestirim ters evrişim işleminden sonra $(t+\alpha)$ zamanında kalan değeri belirtir. Ön kestirim süzgeci $(t+\alpha)$ zamanındaki çıktıyı bulabilmek için (ön kestirim süzgeci P_t ile gösterilirse)

$$x(t) * p(t) = \hat{x}(t+\alpha) \quad (22)$$

geçmiş zamanlardaki giriş değerlerini kullanır. Ön kestirimli ters evrişim tek bir süzgeçleme işlemi olarak,

$$x(t+\alpha) - x(t) * p(t) = e(t+\alpha) \quad (23)$$

veya

$$x(t) * [\delta(t) - p(t-\alpha)] = e(t) \quad (24)$$

gösterilebilir. Ön kestirimli ters evrişim süzgeci veya ön kestirim hata süzgeci olarak adlandırılan operatör $[\delta(t) - p(t-\alpha)]$ oluşturulurken $[1, 0, 0, \dots, -p_0, -p_1, \dots, -p_{n-1}]$ şeklinde 1 ile ön kestirim süzgecinin arasına ön kestirim uzaklığı α kadar sıfır yerleştirilir [5].

1.9. Ters Evrişim Operatörü Kullanılarak Zaman Ortamında Ters Evrişim

Şimdiye kadar evrişim işlemlerinde (*) operatörü kullanılmaktadır. Bu operatörü kullanarak, yukarıda evrişim modeli konusunda da bahsedildiği gibi, iki sinyali birbiriyle nasıl evrişim işlemine sokulduğu bilinmektedir. Bu yöntemden yola çıkarak evrişim işleminin yaptığı işlemi yine zaman ortamında tam ters bir operatörle nasıl geri çevrileceğine bakılırsa, bu yöntem aynı dört işlemde olduğu gibi, çarpmanın tersi bölme ve toplamanın tersi çıkarmadır. Operatörün nasıl kullanılacağına geçmeden önce operatörü temsil edecek bir simgenin belirlenmesi yerinde olur. Literatürde pek sık olmamakla

birlikte bölmeyi anımsatması bakımından (//) operatörü kullanılmaktadır. Bu operatör bu yöntem için kullanılırsa,

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

şeklindeki evrişim gösterimine karşılık,

$$h(t) = y(t) // x(t) \quad (25)$$

ters evrişim gösterimi yapılabilir.

Ters evrişim işlemi için, aşağıda verilen iki dizinin, $x=\{2,1,2,-1\}$ giriş sinyali ve $y=\{2,5,6,4,0,-1\}$ çıkış verisi kullanılarak, sistem elde edilmeye çalışılırsa;

Tablo 2. Ters evrişim işleminin uygulanması.

Sistem fonksiyonu	h_0	h_1	h_2	y		
1. aşama	-1	2	1	2	$y(0)=x(0)h(0)$	2
2. aşama	-1	2	1	2	$y(1)=x(1)h(0)+x(0)h(1)$	5
3. aşama	-1	2	1	2	$y(2)=x(2)h(0)+x(1)h(1)+x(0)h(2)$	6
4. aşama	-1	2	1	2	$y(3)=x(3)h(0)+x(2)h(1)+x(1)h(2)$	4
5. aşama	-1	2	1	2	$y(4)=x(3)h(1)+x(2)h(2)$	0
6. aşama	-1	2	1	2	$y(5)=x(3)h(2)$	-1

1. aşamada, $h(0)=y(0)/x(0)$ ifadesinden $h(0)=1$ bulunur.
2. aşamada, $h(1)=[y(1)-x(1)h(0)]/x(0)$ ifadesinden $h(1)=2$ bulunur.
3. aşamada, $h(2)=[y(2)-x(2)h(0)-x(1)h(1)]/x(0)$ ifadesinden $h(2)=1$ bulunur.

Diğer aşamalarda da aynı işlem tekrar edilirse aynı sonuçlara varılabilir. Bu durumda bu yöntemin evrişim işlemini tersi bir işlem olduğunu savunulabilir.

1.10. Fourier Dönüşümü Kullanılarak Frekans Ortamında Ters Evrişim

Evrişim bağıntısını $y(t) = x(t) * h(t)$ olarak daha önce belirtilmiştir. Burada eşitliğin her iki tarafının Fourier dönüşümü alındığında, eşitlik aşağıdaki şekli alır,

$$Y(\omega) = X(\omega) \cdot H(\omega). \quad (26)$$

Frekans ortamında evrişim işlemi çarpma işlemine dönüşür. Ayrıca Fourier dönüşümü uygulanmış sinyal karmaşık bir sayı olduğundan, bu üç karmaşık sinyal genlik ve faz olarak ifade edilmek istenirse aşağıdaki biçimde olur,

$$Y(\omega) = A_Y(\omega)e^{i\theta_Y(\omega)} \quad (27)$$

$$X(\omega) = A_X(\omega)e^{i\theta_X(\omega)} \quad (28)$$

$$H(\omega) = A_H(\omega)e^{i\theta_H(\omega)} \quad (29)$$

verilen bu formüller, (26)'da yerine yazılırsa,

$$A_Y(\omega)e^{i\theta_Y(\omega)} = A_X(\omega)e^{i\theta_X(\omega)}A_H(\omega)e^{i\theta_H(\omega)} \quad (30)$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlik biraz düzenlenirse,

$$A_Y(\omega)e^{i\theta_Y(\omega)} = [A_X(\omega)A_H(\omega)]e^{i(\theta_X(\omega)+\theta_H(\omega))}$$

$$A_Y(\omega) = [A_X(\omega)A_H(\omega)] \quad (31)$$

$$e^{i\theta_Y(\omega)} = [e^{i(\theta_X(\omega)+\theta_H(\omega))}] \quad (32)$$

$$\theta_Y(\omega) = \theta_X(\omega) + \theta_H(\omega) \quad (33)$$

şeklindeki ifadeler bulunmuş olur. Buradan hareketle, $y(t)$ ve $x(t)$ bilindiğinde $h(t)$ bulunması istenirse, Bu işlem için $h(t) = y(t) // x(t)$ şeklinde ters evrişim operatörü kullanılır. Burada her iki tarafın Fourier dönüşümünü alımp, aşağıdaki ifade elde edilir,

$$H(\omega) = Y(\omega) / X(\omega). \quad (34)$$

(27), (28) ve (29) bağıntıları (34)'da yerine yazılırsa,

$$A_H(\omega)e^{i\theta_H(\omega)} = \frac{A_Y(\omega)e^{i\theta_Y(\omega)}}{A_X(\omega)e^{i\theta_X(\omega)}} \quad (35)$$

elde edilir. Biraz düzenlenirse,

$$A_H(\omega)e^{i\theta_H(\omega)} = \frac{A_Y(\omega)}{A_X(\omega)}(e^{i(\theta_Y(\omega)-\theta_X(\omega))})$$

$$A_H(\omega) = \frac{A_Y(\omega)}{A_X(\omega)} \quad (36)$$

$$e^{i\theta_H(\omega)} = [e^{i(\theta_Y(\omega)-\theta_X(\omega))}] \quad (37)$$

$$\theta_H(\omega) = \theta_Y(\omega) - \theta_X(\omega) \quad (38)$$

şekline dönüşür. (29) eşitliğini kullanarak $H(\omega)$ ifadesini yerine yazıp aşağıdaki gibi ters Fourier dönüşümüne sokulursa,

$$H(\omega) \xrightarrow{\text{Ters Fourier Dönüşümü}} h(t) \quad (39)$$

istenilen $h(t)$ sinyali bulunmuş olur [23].

1.11. En Küçük Kareler Yöntemiyle Sistem Kestirimi

Günümüzde ters evrişim için en çok kullanılan yöntemlerin başında Wiener süzgeçleri gelmektedir. Wiener süzgeçlerinin ana kaynağı en küçük kareler yöntemi olduğundan çözümün en iyi sonuç olması beklenmektedir. Buna karşılık, Wiener süzgecinin genel matris şekli olan (19) eşitliğinde, eşitliğin sol tarafındaki matrisler girişin özilişkisi ve süzgeç katsayıları olduğu bilinmektedir. Sağ taraftaki sütun vektörünün ise giriş ile arzu edilen çıkışın çapraz ilişkisi olduğu literatürde bilinmektedir [5]. En küçük kareler yöntemiyle, matris formundaki eşitlikten yola çıkarak ters evrişim işlemi matematiksel olarak ifade edilirse, (5) formülüyle evrişim modeli ifade edilmişti. Buradan yukarıdaki matris eşitliğini harfler yardımıyla gösterirsek, (4) eşitliğindeki gibi olur. Bu eşitlikte y , L_y boyutunda bir sütun vektör, X $[L_y \times L_h]$ boyutunda bir matris ve h ise L_h boyutunda bir sütun vektör olur. Bu eşitlikte X girişi, y çıkışı ve h ise sistemi göstermektedir. X ve y verildiğinde h bulmak için matris eşitliğini,

$$h = X^{-1}y$$

şeklinde yazmak yeterli olur. Fakat \mathbf{X} matrisi eşitlikten de görüldüğü gibi kare matris olmadığından yukarıdaki eşitliği gerçekleştirmek mümkün olmamaktadır. Bu şekilde normal denklemlerde aşırı tanımlı normal denklem takımı olarak ifade edilir. Bu yöntemle göre, eşitliğin her iki tarafı \mathbf{X}^T 'in devriğiyle çarpılırsa, aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\mathbf{X}^T \mathbf{y} = \mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{h}. \quad (41)$$

Dolayısıyla, bu eşitlikte $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})$ ifadesinin bir kare matris olduğu görülür. Buradan yola çıkılırsa, $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})$ ifadesi eşitliğin diğer tarafına geçirildiğinde,

$$\mathbf{h} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (42)$$

şeklinde bir eşitlik sağlanır. Bu eşitlik yardımıyla kesin sonuçlar elde edilir. Ayrıca bu eşitlikte $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})$ ifadesinin giriş sinyalinin özilişkisinin toepolitz matrisi olduğu görülmektedir.

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

2.1. Tam Ters Evrişim

Bu çalışmada, D-boyutlu uzayda sonlu uzunluktaki dizilerin tam ters evrişimi için yeni bir yöntem verilmektedir. Yöntem Tuncer [21] tarafından literatüre sunulmuş ve elektrik sinyal uygulamaları verilmiştir. Bu yöntem esas itibariyle zaman-ortamlı bir yaklaşımdır ve birinci derece çekirdeklerin tam ters evrişiminin mümkün olduğu temel alınmaktadır. Bu yöntem ayrıca değiştirilerek yüksek dereceli süzgeçler için ters evrişim çekirdeği elde edebilmek amacıyla kullanılabilir. Bu yöntemin 1-Boyutlu durumu sismik verilere uygulanmış ve diğer yöntemlere göre üstünlükleri ve sakıncaları incelenmiştir.

2.1.1. Problemin Tanımlanması

D-boyutlu bir sinyali $x(\mathbf{n})$ olarak gösterirsek, burada \mathbf{n} dizini aşağıda verilen D-boyutlu vektör gibidir.

$$\mathbf{n} = [n_0, n_1, n_2, \dots, n_{D-1}] \quad (43)$$

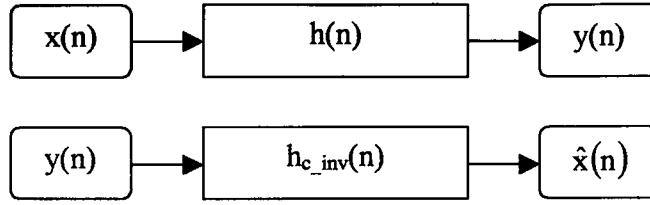
verilen çok boyutlu bir LTI sistem cevabı $h(\mathbf{n})$, sistem çıkışı bir evrişim operatörü tarafından açıklanabilir.

$$y(\mathbf{n}) = x(\mathbf{n}) \overset{D}{*} h(\mathbf{n}) \quad (44)$$

$$y(\mathbf{n}) = \sum_{k_0=-\infty}^{\infty} \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \dots \sum_{k_{D-1}=-\infty}^{\infty} x(\mathbf{n} - \mathbf{k}) h(\mathbf{k}) \quad (45)$$

burada $\overset{D}{*}$ D-boyutlu evrişim işlemini ifade etmek için kullanılır. Yukarıdaki eşitlik daha önce (4)'te verilen eşitliğe benzer biçimde aşağıdaki şekilde matris formunda yazılabilir.

$$\mathbf{y} = \mathbf{Xh} \quad (46)$$



Şekil 5. Evrişim ve ters evrişim işleminin blok şeması.

burada \mathbf{X} , D -boyutlu bir toeplitz matris olarak tanımlanan giriştir, \mathbf{y} ve \mathbf{h} sırasıyla çıkışın ve evrişim çekirdeğin D -boyutlu vektörleridir. Bu durumda, ters evrişim problemi \mathbf{y} ve \mathbf{h} verildiğinde \mathbf{X} 'i bulabilme durumunu açıklamaktadır. Bu ise \mathbf{X} ve \mathbf{y} verildiğinde \mathbf{h} 'yi bulma problemine eşdeğerdir. Yukarıdaki eşitlik, aşırı tanımlı bir denklem olduğundan, \mathbf{y} ve \mathbf{h} verildiğinde \mathbf{X} için bir çözüm bulunmayabilir. Bu da ters evrişimi sakıncalı bir sonuca çevirir, özellikle ölçümlerde gürültü mevcut olduğunda.

Buna rağmen, eğer ters evrişim operatörü iyi bir durumda ise, $\mathbf{x}(n)$ için tam çözümü elde etmek hala mümkündür. Ters evrişim, çıkış dizisi $\mathbf{y}(n)$ ile bir ters evrişim çekirdeği $\mathbf{h}_{c_inv}(n)$ üzerinden bir evrişim operatörü gibi tanımlanabilir.

$$\hat{\mathbf{x}}(n) = \mathbf{y}(n)^D * \mathbf{h}_{c_inv}(n) \quad (47)$$

ve eğer,

$$\mathbf{h}(n)^D * \mathbf{h}_{c_inv}(n) = \delta(n) \quad (48)$$

ise $\hat{\mathbf{x}}(n) = \mathbf{x}(n)$ 'dir. Şekil 5 evrişim ve ters evrişim için blok şeması göstermektedir. (48) eşitliğinde bilinmeyenden daha fazla denklem mevcuttur. Aşırı tanımlı denklemlerin düzenlenmesinden kaçınmak için yukarıdaki denklemlere iki adımdan oluşan bir çözüm bulma denenecektir. Önce $\mathbf{h}(n)$ 1. dereceden bir süzgeç olduğu zaman yukarıdaki denklem için bir çözüm bulunmaya çalışılacaktır, ikinci olarak, bunun için (48) eşitliğinin sağ tarafındaki terimlere $\delta(n - p_i)$ biraz daha ilave yapılacaktır.

Bu durumda,

$$\mathbf{h}(n)^D * \mathbf{h}_{c_inv}(n) = \sum_{p_0=-\infty}^I \sum_{p_1=-\infty}^I \dots \sum_{p_{D-1}=-\infty}^I d_{p_0, p_1, p_2, \dots, p_{D-1}} \cdot \delta(n_0 - p_0, n_1 - p_1, \dots, n_{D-1} - p_{D-1}) \quad (49)$$

yazılabilir. Elde edilen eşitlik aşağıdaki şekilde de gösterilebilir.

$$\text{mod}_I \left(\sum_{i=0}^{D-1} p_i \right) = 0 \quad (50)$$

burada I pozitif tamsayı, ve çalışma boyunca ayırma faktörü olarak gösterilir ve d_p sabit bir terimdir. (50)'deki formülün geçerli olması için, ters evrişimin çıkışında aşırı tanımlı olmayan giriş sinyalinin kopyalarına sahip olması istenilir. (49)'daki terimlerin arasındaki uzaklık yeteri genişliğe sahip olduğu sürece tam ters evrişim mümkündür. Bu koşul, $I/D \geq N_x$ olduğunda istenilen sonucu verir. Burada N_x , $x(\mathbf{n})$ dizisinin herhangi bir boyutundaki en geniş uzunluktur.

Sonuç itibariyle, hedeflenenler, $h(\mathbf{n})$ 'ler verildiğinde $h_{c_inv}(\mathbf{n})$ 'ler için bir çözüm bulmaktır. Böyle koşullu bir eşitlik için doğrudan yakın-biçimdeki bir çözümün bulunması mümkün olmadığı için, çok boyutlu bir örnek ayırma operatörüne giriş yapılarak dolaylı bir yaklaşım kullanılacaktır. Bu yeni operatör, herhangi bir boyutun birinci dereceden bir çekirdeğinin ters evrişim dizisini bulmak için genel bir kural bulunmasında yardımcı olacaktır. Daha sonra bu çözüm, yüksek dereceli durumlarda da evrişim ters çekirdeklerinin bulunması için de genelleştirilecektir. Bu yaklaşım 1-B durumlar için de yakın-biçimdeki bir ifadeyi de üretecektir. Gerçekte, ters evrişim operatörü için (49)'un birinci terimi minimum faz çözümü gösterdiği için ters evrişimden sonra çıkış dizisi olduğu gösterilecektir, oysa ikinci terim ters evrişim işlemi için maksimum-faz çözümüdür.

Yukarıda (49)'da verildiği gibi kabuller yaptığımızda $y(\mathbf{n})$ 'nin $h_{c_inv}(\mathbf{n})$ ile ters evrişimi sonrasında bir çok $x(\mathbf{n})$ 'nin kopyası ortaya çıkacak. $x(\mathbf{n})$ 'nin bu kopyalarının hepsi sabit bir terim için uygun bir aralıkta olduğundan dolayı, kopyaların herhangi bir tanesini seçmek mümkün olur.

1-B durumda, d_p katsayıları için yakın bir biçim ifadesi mevcuttur. Daha yüksek dereceler için böyle bir ifade olmasına rağmen, evrişim operatörünün bir serisinden sonra, d_p katsayıları hala bulunabilmektedir.

2.1.3. Çok Boyutlu Örnek Ayırma İşlemi

Bu bölümde “Çok boyutlu örnek ayırma operatörü” olarak adlandırılan yeni bir operatör tanımlanacaktır. Bu operatör, evrişimlerin bir serisinin düzenlenmesidir. Bu evrişimlerin her biri giriş dizisinin farklı taklitlerinin arasında yeni sıfır değerli örnekler ekler. Bu ilişkide, örnek ayırma operatör kendisiyle ters evrişim işlemine tabii tutulur.

$h_0(\mathbf{n})$, D-boyutlu uzayın birinci dereceden bir çekirdeği olarak alınmaktadır. Örnek ayırma işlemi, $h_0(\mathbf{n})$ 'den, sıfır olmayan her terimi arasında $2^k - 1$ tane sıfır bulunan böyle yeni bir $h_k(\mathbf{n})$ çekirdeği elde etmek için, bir LTI işlemi gibi tanımlanır. Örnek ayırma operatörü, evrişim operatörünün bir serisi gibi tanımlanır. Örneğin,

$$h_1(\mathbf{n}) = h_0(\mathbf{n}) * \tilde{h}_0(\mathbf{n}) \quad (51)$$

$$h_k(\mathbf{n}) = h_{k-1}(\mathbf{n}) * \tilde{h}_{k-1}(\mathbf{n}). \quad (52)$$

Örnek ayırma işlemi, ilk olarak aşağıdaki gibi $\tilde{h}_0(\mathbf{n})$ seçerek başlatılır.

$$\tilde{h}_0(\mathbf{n}) = \frac{(-1)^{(n_0+n_1+\dots+n_{D-1})}}{[\max\{\text{abs}(h_0(\mathbf{n}))\}]^2} h_0(\mathbf{n}) \quad (53)$$

ve aşağıdaki gibi $\tilde{h}_k(\mathbf{n})$ seçilerek devam ettirilir.

$$\tilde{h}_k(\mathbf{n}) = (-1)^{na_k} h_k(\mathbf{n})$$

$$na_k = \begin{cases} \frac{n_0 + n_1 + \dots + n_{D-1}}{2^k}, & n_0 + n_1 + \dots + n_{D-1} = m2^k \\ 0, & \text{diğer durumda} \end{cases} \quad (54)$$

ve burada $0 \leq n_0, n_1, \dots, n_{D-1} \leq 2^k$ 'dir. Burada $\max\{\}$ fonksiyonu $h_0(\mathbf{n})$ çekirdeğinin en büyük katsayısını seçer. Örnek ayırma,

$$k > \log_2(N_x D) - 1 \quad (55)$$

oluncaya kadar yapılmalıdır. Böyle durumda ayırma faktörü $I \geq DN_x$ 'dir.

2.1.4. Çok Boyutlu Tam Ters Evrişim

2.1.4.1. Birinci Derece Evrişim Çekirdekleri için Tam Ters Evrişim

Örnek ayırma işlemi, ters evrişim işlemi etkili olarak adım adım bir biçimde yapar. Örnek ayırma operatörünün her bir adımında birinci derece bir çekirdek olan $h_0(\mathbf{n})$ sıfır olmayan elemanları 2^{k-1} tane sıfırla aralandırılır. Birinci derece evrişim çekirdeği olan $h_0(\mathbf{n})$ 'e karşılık gelen ve baştan başa olan ters evrişim çekirdeği $h_{c_inv,0}(\mathbf{n})$, aşağıdaki şekilde olacaktır

$$h_{c_inv,0}(\mathbf{n}) = \tilde{h}_0(\mathbf{n})^D * \tilde{h}_1(\mathbf{n})^D * \dots * \tilde{h}_k(\mathbf{n}). \quad (56)$$

Bu işlemin sonucu bilindiğinde, D-boyutlu giriş dizisi ters evrişim sonucundan $x(\mathbf{n})$ 'nin bir çok kopyasından çıkarılan bir tanesi seçilerek elde edilir. Örneğin,

$$x(\mathbf{n}) = \left[y(\mathbf{n})^D * h_{c_inv,0}(\mathbf{n}) \right] \text{RectN}_x(n_0 - p_0, n_1 - p_1, \dots, n_{D-1} - p_{D-1}). \quad (57)$$

Burada D-boyutlu dikdörtgen fonksiyonu olan RectN_x aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\text{RectN}_x(\mathbf{n}) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \mathbf{n} < N_x \\ 0, & \text{diğer durumda} \end{cases} \quad (58)$$

Ters evrişim süzgeci olan $h_{c_inv,0}(\mathbf{n})$ her zaman kararlıdır, ve 1-boyutlu durum için de benzer bir biçimi mevcuttur.

1-boyutlu ters evrişim detaylı bir çözümlemesi daha sonra verilecektir. Çok boyutlu ($D > 1$) için, $d(\mathbf{n}) = h_{c_inv,0}(\mathbf{n})^D * h_0(\mathbf{n})$ 'nin köşegen elementleri üstel olarak artar, ve bu ise Özellikle k 'nın büyük değerleri için bir sayısal kararlılık problemini yaratır. Eğer $\det(h_0) = 0$ ise ters evrişim işlemi için kararlılık problemi yoktur. Bu durum, basitçe $D=2$ durumu için yardımcı teorem 1'de ispatlanacaktır. Benzer bir ispat daha yüksek boyutlar için de yapılabilir.

Yardımcı Teorem 1. $h_0(\mathbf{n})$, 2-boyutlu uzayda ($D=2$) birinci dereceden bir evrişim çekirdeği olsun. Eğer $\det(h_0) = 0$ ise, aşağıda gösterildiği gibi kararlı bir evrişim ters çekirdeği olan $h_{c_inv,0}(\mathbf{n})$ mevcuttur.

$$h_0(\mathbf{n})^D * h_{c_inv,0}(\mathbf{n}) = \sum_{i=0}^{2^D-1} d_i \delta(n_0 - p_{0,i} \mathbf{1}, n_1 - p_{1,i} \mathbf{1}, \dots, n_{2^D-1} - p_{2^D-1,i} \mathbf{1}). \quad (59)$$

Burada $p_{k,i}$ ya bir yada sıfır olsun.

İspat. $h_0(\mathbf{n})$ 'nin 2×2 'lik bir dizisi olduğunu varsayalım.

Örneğin,

$$h_0(\mathbf{n}) = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix} \quad (60)$$

kolaylık olması açısından a_1 'in mutlak değerlerinin en büyüğü olduğunu varsayılacaktır.

$\det(h_0) = (a_1 a_4 - a_2 a_3)$ olduğuna dikkat edilirse, (53)'dan aşağıdaki formülü elde edilir.

$$\tilde{h}_0(\mathbf{n}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_1} & -\frac{a_2}{a_1^2} \\ -\frac{a_3}{a_1^2} & \frac{a_4}{a_1} \end{bmatrix} \quad (61)$$

ve $\det(h_0) = 0$ ise;

$$h_1(\mathbf{n}) = h_0(\mathbf{n})^D * \tilde{h}_0(\mathbf{n}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{a_2^2}{a_1^2} \\ 0 & \frac{2 \det(h_0)}{a_1^2} & 0 \\ -\frac{a_3^2}{a_1^2} & 0 & \frac{a_4^2}{a_1^2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{a_2^2}{a_1^2} \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{a_3^2}{a_1^2} & 0 & \frac{a_4^2}{a_1^2} \end{bmatrix} \quad (62)$$

herhangi bir $h_k(\mathbf{n})$ ($k \geq 1$) için aşağıdaki ifade verilir.

$$h_k(\mathbf{n}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & -\alpha_2 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ & & \vdots & \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ -\alpha_3 & 0 & \dots & \alpha_4 \end{bmatrix} \quad (63)$$

(54) formülünden $h_{k+1}(\mathbf{n})$ aşağıdaki şekilde olacaktır.

$$h_{k+1}(\mathbf{n}) = h_k(\mathbf{n}) \overset{D}{\sim} h_k(\mathbf{n}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & -\alpha_2^2 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ & & \vdots & \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ -\alpha_3^2 & 0 & \dots & \alpha_4^2 \end{bmatrix} \quad (64)$$

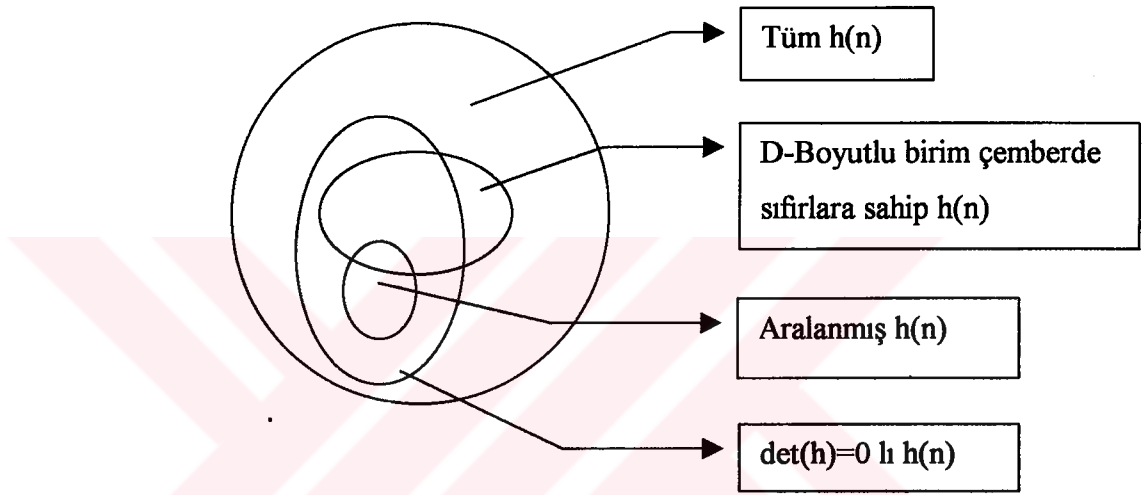
$\det(h_0) = 0$ ($1\alpha_4 - \alpha_2\alpha_3 = 0$ olduğu durumda) olduğu sürece $\alpha_i = a_i^{2k} / a_1^{2k}$ olduğuna dikkat edin. $h_{k+1}(\mathbf{n})$ 'nin bütün elemanlarının mutlak değerleri ya birden küçük yada eşit olduğu için, hiçbir sayısal kararlılık problemi olmaksızın ters evrişim çekirdeği bulunabilir.

2.1.4.2. Çok Boyutlu Ters Evrişim Hakkında Gözlemler

- 1) Eğer $h(\mathbf{n})$ ayrılabilir birinci dereceden çok boyutlu bir süzgeç ise $\det(h) = 0$ 'dır.
- 2) Eğer $\det(h) = 0$ ise $h(\mathbf{n})$, çok boyutlu birim çember büyük ihtimalle bir tane sifıra sahip değildir.
- 3) Girişin boyuna ve $\det(h)$ 'nin değerine bağlı kalındığında ters evrişim süzgeci için hala kararlı bir çözüm bulunabilir. Hatta $\det(h) \neq 0$ olduğunda bile.

- 4) Önerilen yöntem, diğer yöntemlerin çaresiz kaldığı durumlar olan çok boyutlu birim çemberde var olan sıfırlar ve $\det(h)=0$ olması koşulunda oluşan $h(n)$ 'nin bir serisi için çözümlere sahiptir.

Önerilen çok boyutlu ters evrişim yöntemi $\det(h)=0$ koşulunu sağlayan $h(n)$ 'nin bir serisi için yöntemler sunar. Bu seri tüm olası çok boyutlu birinci dereceden süzgeçlerin alt bir dizisidir. Şekil 6, $D>1$ için önerilen yöntemin çözüm serisini gösterir.



Şekil 6. Önerilen çok boyutlu ters evrişim yönteminin çözüm serisi ($D>1$ durumunda)

2.1.4.3. Yüksek Dereceden Evrişim Çekirdekleri için Tam Ters Evrişim

A. Çok Boyutlu Ayrılabilen Süzgeçler İçin Ters Evrişim:

Çok boyutlu aralanabilen süzgeçlerin ters evrişimi basitçe 1-boyutlu durumun çok boyutlulara doğru bir uzantısı olarak tarif edilebilir. Bu konuda, 1-boyutlu durumun birçok yararları çok boyutlu durumda da mevcuttur. 1-boyutlu durum için en önemli yararlarından biri, herhangi bir polinomun köklerinin bulunması için cebirsel bir kuramın var olması gerçeğine dayanması olasılığıdır. Bu gerçeğin kullanımı, herhangi bir derecedeki diziyi onun birinci derece kısımlarına indirgenebilir ve evrişim ters çekirdekleri için yakın-biçimdeki ifadelerini ve hesaplamada etkili algoritmalarını bulunabilir. 1-boyutlu durum, aşağıdaki kısımda detaylı bir şekilde açıklanacaktır. Burada, 1-B süzgeç için evrişim tersinin bilindiğini ve bunun çok boyutlu ayrılabilir süzgeçlere uzatılması fikri kabul edilecektir.

$h(\mathbf{n})$, 1-B süzgeçler $h_i(\mathbf{n})$ 'nin terimleri aşağıdaki gibi yazılabilen D-Boyutlu ayrılabilir süzgeç olsun,

$$h(\mathbf{n}) = h_0(n_0)h_1(n_1) \dots h_{D-1}(n_{D-1}). \quad (65)$$

Eğer $h_{c_inv,i}(\mathbf{n})$, $h_i(\mathbf{n})$ için evrişim ters çekirdeği ise, aşağıdaki formül yazılabilir.

$$h_i(\mathbf{n})^1 * h_{c_inv,i}(\mathbf{n}) = \sum_{m=0}^{M-1} d_m \delta(n - mI) \quad (66)$$

burada M, 1-B $h_i(\mathbf{n})$ süzgecin derecesidir. $h(\mathbf{n})$ karşılık gelen evrişim ters çekirdeği aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$h_{c_inv}(\mathbf{n}) = h_{c_inv,0}(n_0)h_{c_inv,1}(n_1) \dots h_{c_inv,D-1}(n_{D-1}) \quad (67)$$

$h(\mathbf{n})$ ve $h_{c_inv}(\mathbf{n})$ 'nin evrişimi, ayırma faktörü I'yla aralanmış örnekleri olan bir dizi olarak sonuçlanacaktır. Örneğin,

$$h(\mathbf{n})^D * h_{c_inv}(\mathbf{n}) = \sum_{m_0=0}^{M-1} d_{m_0} \delta(n_0 - m_0I) \sum_{m_1=0}^{M-1} d_{m_1} \delta(n_1 - m_1I) \dots \sum_{m_{D-1}=0}^{M-1} d_{m_{D-1}} \delta(n_{D-1} - m_{D-1}I) \quad (68)$$

yukarıdaki ifade, aşağıdaki formülle $x(\mathbf{n})$ 'nin uygun bir kopyasını kesip almakla kullanılabilir.

$$x(\mathbf{n}) = \left[y(\mathbf{n})^D * h_{c_inv}(\mathbf{n}) \right] \text{Rect}_{N_x}(n_0 - p_0, n_1 - p_1, \dots, n_{D-1} - p_{D-1}) \quad (69)$$

burada p_i (50)'de verilen koşullara göre bulunur.

B. Çok Boyutlu Aralanamaz Süzgeçler İçin Ters Evrişim

1-boyutta olduğundan farklı olarak, D-boyutlu bir dizinin köklerini bulmak için cebirsel bir kuram yoktur. Sonuç olarak, D-boyutlu bir diziyi, kendisinin birinci derece kısımlarına kolay bir şekilde indirgeyemeyiz.

Bu konuda, D-boyutlu bir dizinin birinci dereceden kısımları bulmak için bir girişimde bulunulmayacaktır. Yinede, tüm evrişim ters çekirdeklerini bulmak için, D-

boyutlu bir dizinin birinci derece kısımlarının bilindiğini ve bu dizilerin her birinin evrişim ters çekirdeklerini bulmak için sürdürüldüğü kabul edilecektir.

1-boyutluda olduğu gibi çok boyutlu polinomların indirgenmesinin böyle bir teoremi yoktur ve genelde D-boyutlu bir polinomun onun birinci derece parçalarına indirmek mümkün değildir. Yine böyle bir amaç için [8] ve [12]'de kesin sayısal yöntemler vardır. Bu çalışmada, birinci dereceden faktörlerinin bilindiği kabul edilecektir. $h(\mathbf{n})$, birinci dereceden kısımlarının terimleri aşağıdaki gibi yazılabilen D-boyutlu bir süzgeç olsun.

$$h(\mathbf{n}) = h_0(\mathbf{n})^D * h_1(\mathbf{n})^D * \dots * h_{M-1}(\mathbf{n})^D. \quad (70)$$

Önceki kısımda açıklandığı gibi, birinci dereceden kısımları $h_i(\mathbf{n})$ her biri için $h_{c_inv,i}(\mathbf{n})$ evrişim ters çekirdekleri bulunabilir.

Bu evrişim ters çekirdekleri, aşağıdaki gibi tüm evrişim ters çekirdeklerini elde etmek için birleştirilebilir.

$$h_{c_inv}(\mathbf{n}) = h_{c_inv,0}(\mathbf{n})^D * h_{c_inv,1}(\mathbf{n})^D * \dots * h_{c_inv,M-1}(\mathbf{n})^D. \quad (71)$$

2.1.5. 1-Boyutlu Durumda Ters Evrişim

Çok boyutlu tam ters evrişim için genelleştirilen genel kabul, 1-boyutlu durum için daha basit bir şekil alır. Bu durumda, herhangi bir dereceden evrişim çekirdeği için yakın-biçim ifadelerini elde etmek için örnek aralama kullanılabilir. Sonuç olarak, $h(\mathbf{n})$ süzgecinin sıfırları bilindiğinde, çok boyutlu durumlarda olduğu gibi evrişim operatörlerinin serisini uygulamaksızın, $h_{c_inv}(\mathbf{n})$ evrişim çekirdeği doğrudan elde edilebilir. Üstelik, herhangi bir 1-boyutlu polinom, birinci dereceden polinomların bir ürünüymiş gibi düzenlenebilmesini ifade eden cebirin temel bir teoremi mevcuttur. Sonuç olarak, ters evrişim yöntemini herhangi bir dereceden 1-boyutlu bir diziye hala uygulayabiliyoruz, hatta dizinin sıfırlarına sahip olmadığımızda bile. Gerçekte, 1-boyutlu bir dizinin indirgenmesi için yüksek doğrulukta ve etkili algoritmalar mevcuttur [21].

Bu bölümde, ters evrişim çekirdekleri için, yaklaşık ifadelerini elde etmek amacıyla 1-boyutlu durumdaki ters evrişim genelleştirilmesi uygulanacaktır. İlk olarak birinci

dereceden durumlar için ters evrişim çekirdeklerinin hesaplanmasında yüksek verimlilikteki yenileme (recursive) formülü elde edilecektir.

2.1.5.1. Birinci Dereceden Ters Evrişim

s_m aşağıdaki gibi tanımlanmış olsun,

$$s_m = [\delta(n) \ \delta(n-1) \ \delta(n-2) \ \dots \ \delta(n-m)]^T \quad (72)$$

ve $h_0(n)$ birinci dereceden bir dizi olsun. Örneğin,

$$h_0(n) = [a_0 \ a_1] s_1 \quad (73)$$

örnek aralandırma, aşağıdaki gibi $\tilde{h}_0(n)$ ve $\tilde{h}_k(n)$ seçilmesiyle bu dizi için kullanılabilir.

$$\tilde{h}_0(n) = \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & -a_1 \\ a_0 & a_0^2 \end{bmatrix} s_1 & \left| \frac{a_1}{a_0} \right| \leq 1 \\ \begin{bmatrix} a_0 & -1 \\ a_1^2 & a_1 \end{bmatrix} s_1 & \left| \frac{a_1}{a_0} \right| > 1 \end{cases} \quad (74)$$

ve

$$\tilde{h}_k(n) = \begin{cases} [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ -\beta^k] s_1 & \left| \frac{a_1}{a_0} \right| \leq 1 \\ [\beta^{-k} \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ -1] s_1 & \left| \frac{a_1}{a_0} \right| > 1 \end{cases} \quad (75)$$

burada $\beta = (a_1/a_0)^2$ 'dir. Örnek aralandırma, k aşağıdaki eşitsizlikte olduğu gibi yeter oluncaya kadar yapılmalıdır. Örnek,

$$k > \log_2(N_x) - 1 \quad (76)$$

eğer en üst ters evrişim süzgecini $h_{c_inv,0}(n)$ tanımlanırsa,

$$h_{c_inv,0}(n) = \tilde{h}_0(n) * \tilde{h}_1(n) * \dots * \tilde{h}_k(n)$$

sonra $h_{c_inv,0}(n)$ ile $h_0(n)$ 'nin ters evrişimi sonucunu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$h_0(n) * h_{c_inv}(n) = \begin{cases} \delta(n) - \beta^I \delta(n-I), & \left| \frac{a_1}{a_0} \right| \leq 1 \\ \beta^{-I} \delta(n) - \delta(n-I), & \left| \frac{a_1}{a_0} \right| > 1 \end{cases} \quad (78)$$

burada ayırma faktörü $I = 2^{K+1}$ ve K yeterince büyük (66). (48)'deki formüle karşılık, yukarıdaki eşitlikte iki tane sıfır olmayan örnekler vardır. Eğer bu iki sıfır olmayan örnekler arasındaki uzaklık $x(n)$ giriş dizisinin uzunluğundan daha büyük ise ters evrişim operatörünün sonunda $x(n)$ 'in iki tam kopyası sahip olunur.

Aşağıda, sonlu uzunluktaki dizilerin tam ters evrişimin mümkün olduğunu göstermek için ikinci bir yardımcı teorem verilecektir.

Yardımcı Teroem 2. $x(n), N_x$ uzunluğunda sonlu uzunlukta bir dizi olsun ve $h_0(n)$ aşağıda gösterildiği gibi birinci dereceden bir süzgeç olsun,

$$h_0(n) = [a_0 \quad a_1] s_1 \quad (79)$$

$I = 2^{K+1}$ varsayımla, $h_0(n)$ 'nin evrişiminin tersi $h_{c_inv,0}(n)$ aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$h_{c_inv,0}(n) = \begin{cases} \left[\frac{1 - a_1 a_1^2 - a_1^3 \dots - a_1^{I-1}}{a_0 a_0^2 a_0^3 a_0^4 \dots a_0^I} \right] s_{I-1}, & \left| \frac{a_1}{a_0} \right| \leq 1 \\ \left[\frac{a_0^{I-1} - a_0^{I-2} - a_0^{I-3} - a_0^{I-4} \dots - 1}{a_1^I a_1^{I-1} a_1^{I-2} a_1^{I-3} \dots a_1} \right] s_1, & \left| \frac{a_1}{a_0} \right| > 1 \end{cases} \quad (80)$$

ve $x(n)$, aşağıdaki formüldeki ters evrişim vasıtasıyla $y(n) = x(n) * h_0(n)$ 'den tam olarak elde edilebilir.

$$x(n) = \begin{cases} (y(n) * h_{c_inv,0}(n)) \text{Rect}_{N_x}(n), & \left| \frac{a_1}{a_0} \right| \leq 1 \\ (y(n) * h_{c_inv,0}(n)) \text{Rect}_{N_x}(n-I), & \left| \frac{a_1}{a_0} \right| > 1 \end{cases} \quad (81)$$

burada K bir tamsayıdır ve aşağıda gösterildiği gibi ifade edilir.

$$K > \log_2(N_x) - 1. \quad (82)$$

İspat. Yukarıdaki (77) ve (78)'deki örnek aralamadaki tartışmalardan (80) ve (81) eşitliklerini elde edilir. Yukarıdaki sonucu, aşağıdaki formülün sonucu göz önüne alınarak da sağlanabilir.

$$1 - a_i^I z^{-I} = (1 + a_i z^{-1})(1 - a_i z^{-1} + a_i^2 z^{-2} - a_i^3 z^{-3} + \dots - a_i^{(I-1)} z^{-(I-1)}). \quad (83)$$

(80)'de verilen benzer biçimdeki çözüm, minimum ve minimum olmayan durumların her ikisini de kapsamaktadır. Minimum faz durumu için, $y(n) * h_{c_inv,0}(n)$ dizisinin ilk N_x bileşenleri alınır. Diğer durumda ise, I. elemandan başlayarak aynı dizinin N_x elemanları alınır. Sonuçta, kararlılık sorunu kalmamış olur ve ters evrişim işleminde kararlılık kontrolüne ihtiyaç kalmaz. Aşağıda daha genel bir evrişim çekirdeği için ters evrişim açıklanmıştır.

2.1.5.2. Yüksek Dereceden Ters Evrişim

Birinci dereceden süzgeçler için tam ters evrişimin yapılabildiği gösterilmiştir. Eğer $h(n)$ daha yüksek dereceden bir süzgeç ise birinci dereceden ters evrişim $h(n)$ 'nin her sıfırı için uygulanmalıdır. $H(z)$ minimum ve maksimum faz kısımları bulunan keyfi bir süzgeç olsun. Bu ise, birinci dereceden süzgeçlerin bir ürünüymüş gibi yazılabilir. Örneğin,

$$H(z) = \prod_{m=0}^M (1 + a_m z^{-1}). \quad (84)$$

Ek olarak, minimum faz kısmı $|a_m| \leq 1$ özelliğiyle G_1 'e ayarlanmasına sahip olan M_1 tane sıfıra sahiptir (birim çemberdeki sıfırları içerir). Maksimum faz kısmı $|a_m| > 1$ özelliğiyle G_2 'e ayarlanmasına sahip olan M_2 tane sıfıra sahiptir. Minimum ($h_{c_inv1}(n)$) ve maksimum ($h_{c_inv2}(n)$) faz kısımları için ters evrişim süzgeçlerinin uzunluğu sırasıyla $L_1 = M_1(I-1)$ ve $L_2 = M_2(I-1)$ 'dir. $L_1 + L_2 = L = (M-1)(I-1)$ olduğuna dikkat edin.

İki ters evrişim süzgecinden her biri, birinci dereceden ters evrişim süzgeçlerinin evrişimiyle elde edilir. Örneğin,

$$h_{c_inv1}(n) = h_{c_inv1,0}(n) * h_{c_inv1,1}(n) * \dots * h_{c_inv1,M_1-1}(n)$$

$$h_{c_inv2}(n) = h_{c_inv2,0}(n) * h_{c_inv2,1}(n) * \dots * h_{c_inv2,M_2-1}(n) \quad (85)$$

burada $h_{c_inv1,i}(n)$ ve $h_{c_inv2,i}(n)$, sırasıyla minimum ve maksimum faz kısımlarının sıfırlarına karşılık gelen ters evrişim süzgeçleridir. Tüm ters evrişim süzgeci $h_{c_inv}(n)$, aşağıda verilen evrişimden elde edilir.

$$h_{c_inv}(n) = h_{c_inv1}(n) * h_{c_inv2}(n) \quad (86)$$

bu ters evrişim süzgeçlerinin ve sonra $h_{c_inv}(n)$ 'i bulmak mümkün olmasına rağmen, bu işlem en verimli bir yaklaşım değildir. $h_{c_inv1}(n)$ ve $h_{c_inv2}(n)$ 'i bulmak için hesaplama verimini artıran yenilemeli denklemler kullanılacaktır.

Güç serisi olan dizilerin evrişiminin yenilemeli hesaplanması hakkında ayrıntılar (2.1.5.3)'de verilecektir. $h_{c_inv1}(n)$ aşağıdaki şekilde bulunacaktır.

$$\bar{h}_0 = [1 \quad a_0 \quad a_0^2 \quad \dots \quad a_0^{I-1}] \quad (87)$$

$$\bar{h}_k = [\bar{h}_{k,0} \quad \bar{h}_{k,1} \quad \dots \quad \bar{h}_{k,P_k}] \quad k = 1, 2, \dots, M_1 - 1 \quad (88)$$

burada $P_k = (k+1)(I-1)$ 'dir. \bar{h}_k 'nin terimleri yenilemeyle bulunur. Örneğin,

$$\bar{h}_{k,i} = \bar{h}_{k-1,i} + a_k \bar{h}_{k,i-1} - a_k^I \bar{h}_{k-1,i-1}; \quad i = 1, 2, \dots, P_k \quad (89)$$

burada,

$$\bar{h}_{k,i} = 0 \quad 0 > i > P_k \quad (90)$$

$$\bar{h}_{k,0} = 1 \quad k = 1, 2, \dots, M_1 - 1 \quad (91)$$

sonrası, $h_{c_inv1}(n)$ 'nin terimleri aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$h_{c_inv1}(n) = (-1)^n \bar{h}_{M_1-1,n} \quad n = 0, 1, 2, \dots, L_1 - 1 \quad (92)$$

$h_{c_inv2}(n)$, bazı küçük değişiklikler hariç tutulursa, benzer şekilde bulunulacaktır. Bu durumda, G_2 ayarlamasına sahip olan $1/a_m$ sıfırları karşılıklı olarak kullanılacaktır.

$$\hat{h}_0 = \geq [1 \quad a_m^{-1} \quad a_m^{-2} \quad \dots \quad a_m^{-(I-1)}] \quad (93)$$

$$\hat{h}_k = [\hat{h}_{k,0} \quad \hat{h}_{k,1} \quad \dots \quad \hat{h}_{k,P_k}] \quad k=1,2,\dots,M_2-1 \quad (94)$$

burada $P_k = (k+1)(I-1)$ 'dir.

\hat{h}_k 'nin terimleri yenilemeyle bulunur. Örneğin,

$$\hat{h}_{k,i} = \hat{h}_{k-1,i} + a_k^{-1} \hat{h}_{k,i-1} - a_k^{-1} \hat{h}_{k-1,i-1}; \quad i=1,2,\dots,P_k. \quad (95)$$

Aşağıdaki formülleri tekrardan elde edilirse,

$$\hat{h}_{k,i} = 0 \quad 0 > i > P_k \quad (96)$$

$$\hat{h}_{k,0} = 1 \quad k=1,2,\dots,M_2-1 \quad (97)$$

sonrasında, $h_{c_inv2}(n)$ 'nin terimleri aşağıda verilmiştir.

$$h_{c_inv1}(L_2 - 1 - n) = \frac{(-1)^n}{c} \hat{h}_{M_2-1,n}, \quad n=0,1,2,\dots,L_2-1 \quad (98)$$

burada,

$$c = \prod_{m=0, m \in G_2}^M a_m \text{ 'dir.} \quad (99)$$

Yardımcı Teorem 3. $x(n)$ ve $h(n)$ sonlu uzunlukta diziler olsun ve $H(z)$, (84)'de verildiği gibi birinci dereceden kısımlardan oluşsun. Sonra, $h_{c_inv}(n)$ evrişim ters süzgeçleri (86)'de verildiği gibidir, burada $h_{c_inv1}(n)$ ve $h_{c_inv2}(n)$ sırasıyla (92) ve (98)'deki gibi bulunur.

İspat. Yukarıdaki irdellemeleri ve yardımcı teorem 2'yi göz önünde tutulduğunda bu yardımcı teoremin ispatı açıktır. (89) ve (95)'de yenilemeli denklemlerin ters evrişim

süzgecinin hesaplamadaki karmaşıklığı azalttığı görülmektedir. Ters evrişim süzgecinin terimlerinin hesaplanması için gereken çarpımların sayısı $M_1L_1 + M_2L_2 + 3L \log_2(L)$ 'nın sırasındadır. Eğer bu (77)'deki ve denklem FFT algoritması kullanılarak yapılırsa $(M+2)[(L+1)\log_2(L+1)] + M(L+1)$ operatörleri gerekli olurdu. Yenileme hesaplanmasının davranışının detayları (2.1.5.3)'de verilecektir. Ters evrişimin sonucuna baktığımızda, $M_1 + M_2 + 1$ tane sıfır olmayan I kadar sıfırla aralanmış terimler görülecektir.

$$d(n) = h(n) * h_{c_inv}(n) = \sum_{m=0}^{M_1+M_2} d_m \delta(n - mI). \quad (100)$$

Diğer taraftan,

$$d(n) = \begin{cases} d_m, & n = mI, m = 0, 1, \dots, M_1 + M_2 \\ 0, & \text{diğer durumda} \end{cases} \quad (101)$$

(78) ve (86)'dan

$$D(z) = \prod_{k=1}^{M_1} (1 - \bar{\beta}_k z^{-1}) \prod_{k=1}^{M_2} (\hat{\beta}_k z^{-1} - z^{-1}) \quad (102)$$

yazılabilir. Burada,

$$\begin{aligned} \bar{\beta}_k &= a_k, & a_k &\in G_1 \\ \hat{\beta}_m &= a_m, & a_m &\in G_2 \text{ 'dir.} \end{aligned} \quad (103)$$

Sonuç olarak, d_m katsayıları (75) ve (77)'dan elde edilebilir. Yukarıdaki tartışmadan, $y(n)$ 'nin, $h_{c_inv}(n)$ ile ters evrişimi $M_1 + M_2 + 1$ tane $x(n)$ dizisinin kopyasını sonuç olarak verecektir,

$$y(n) * h_{c_inv}(n) = \sum_{m=0}^{M_1+M_2} d_m x(n - mI). \quad (104)$$

Ya en geniş d_m katsayısına sahip $x(n)$ 'nin kopyası yada $d_m = 1$ olduğundaki $x(n)$ kopyası seçilebilmektedir.

2.1.5.3. Yenilemeli Denklemler

Bu çalışmanın ilginç bir yanı, bazı özel tipli dizilerin evrişiminin sonuçlarını bulmak için etkili bir şekilde kullanılabilen yenilemeli bir denklem olduğudur. İlgilenilen dizilerin katsayıları bir güç serisi şeklindedir. $h_0(n), h_1(n), \dots, h_N(n)$ serisini aşağıdaki gibi veririz,

$$h_0(n) = [1 \quad a_0 \quad a_0^2 \quad \dots \quad a_0^M] s_M$$

$$h_1(n) = [1 \quad a_1 \quad a_1^2 \quad \dots \quad a_1^M] s_M$$

...

$$h_N(n) = [1 \quad a_N \quad a_N^2 \quad \dots \quad a_N^M] s_M.$$

Bu dizilerin evrişimi,

$$h(n) = h_0(n) * h_1(n) * \dots * h_N(n)$$

yenilemeli bir denklem yardımıyla etkili bir şekilde hesaplanabilir.

$$h_0 = [1 \quad a_0 \quad a_0^2 \quad \dots \quad a_0^M]$$

$$h_k = [h_{k,0} \quad h_{k,1} \quad \dots \quad h_{k,P_k} \quad a_0^M] \quad k = 1, 2, \dots, N$$

eşitliklerini ele alırsak, burada $P_k = (k+1)M$ olur. h_k 'nin terimlerini bulmak için yenilemeli denklemler,

$$h_{k,i} = h_{k-1,i} + a_k h_{k,i-1} - a_k^{M+1} h_{k-1,i-(M+1)} \quad i = 1, 2, \dots, P_k$$

şeklinde olacaktır.

Aşağıdaki ifadeler ise,

$$h_{k,i} = 0 \quad 0 > i > P_k$$

$$h_{k,0} = 1 \quad k = 1, 2, \dots, N.$$

$h(n)$ 'nin terimlerini aşağıdaki şekilde verilirse,

$$h(n) = h_{N,n} \quad n = 0, 1, 2, \dots, (N+1)M$$

olur.

Yukarıdaki iddianın ispatı tümevarım yöntemiyle basitçe yapılabilir. Burada $|a_i| \leq 1$ olduğunu varsaydık. Benzer şekilde, yenilemeli denklemler, (95)'de olduğu gibi $|a_i| > 1$ durumunda da kullanılabilir.

2.1.5.4. 1-Boyutlu Ters Evrişim Hakkında Gözlemler

- 1) Tam ters evrişim görüşünün geliştirilmesi sırasında, ayırma faktörü olan I , 2 'nin kuvvetinin bir tamsayı gibi seçilmiştir (örneğin 2^{K+1}). Aynen yardımcı teorem 2 ve 3'te açıklandığı gibi, yinede bu gerekli değildir. Tam ters evrişim, $I \geq N_x / 2$ olduğu sürece her zaman mümkündür.
- 2) Eğer $h(n)$ simetrik veya asimetric ise, $h_{c_inv}(n)$ 'te simetrik veya asimetric olur.
- 3) Eğer $h(n)$ 'nin sıfırlarının hepsi birim çember üzerinde ise, $h_{c_inv}(n)$ ya simetrik yada asimetric olur. Ve kritik bir titreşim cevabı gösterir. $h(n)$ 'nin sıfırları $z_i = e^{j\theta_i}$ olduğunu farz edelim. Eğer ayırma faktörü I , $2\pi/\theta_i$ tane terimin en küçük ortak faktörünün bir çarpımı gibi seçilseydi, $d(n)$ dizisi binomsal bir dizi olurdu.

$$d(n) = \sum_{m=0}^M (-1)^m C \binom{M}{m} \delta(n - mI). \quad (105)$$

d_m katsayıları genelde (77)'deki formülden bulunabilir.

- 4) Eğer birim çemberde ve etrafında sıfırlar yoksa, $d(n)$ yalnız tek işaretli terime sahip olur, örneğin,

$$d(n) = \begin{cases} \delta(n - L_2) & M_2 > 0 \\ \delta(n) & M_2 = 0 \end{cases} \quad (106)$$

- 5) Eğer $h(n)$ 'nin sıfırlarının çoğu birim çembere yakınsa, $h_{c_inv}(n)$ bir az titreşimli cevabı gösterir.
- 6) Evrişim ters çekirdeği $h_{c_inv}(n)$ 'nin uzunluğu girişin uzunluğuna bağlıdır.

1-boyutlu tam ters evrişim yönteminin daha iyi anlaşılması için yöntemin akış şeması Ek-1'de verilmiştir.

2.2. Yöntemlerin Uygulamalı Karşılaştırılması

Bu çalışmada, ele alınan konulara bakılacak olursa ters evrişim işlemi uygulayabilmek için kaynak dalgacığının bilinmesi gerektiği aşikardır. Dolayısıyla ters evrişim işlemi için deterministik yöntemler üzerinden karşılaştırılmasını yapmak yerinde bir davranış olur. Keza uygulanan istatistiksel ters evrişim yöntemlerinin amaca göre uygulandığını ve bu yöntemlerin sistemin çözümünden çok kendi amaçları doğrultusunda davrandığı, daha önceki konularda bahsedilmişti.

Aşağıdaki örneklerde dört ayrı yapay sismik iz ele alınmış ve bu izlerin iki tanesi sıfır fazlı ve iki tanesi de minimum fazlı dalgacık kullanılarak elde edilmiştir. Bu izlere sırasıyla deterministik Wiener ters evrişimi, Fourier yöntemine göre ters evrişim, tam ters evrişim, en küçük kareler ters evrişimi ve ters evrişim operatörü kullanılmıştır. Daha sonra bu yapay izlere, sinyal gürültü oranı ortalama 25 dB olan bir Gauss gürültüsü eklenmiş ve yukarıda açıklanan yöntemlerin gerek minimum fazlı veya sıfır fazlı dalgacık kullanıldığında ve gerekse gürültü veya gürültüsüz veriler üzerinde etkileri incelenmiştir.

Şekil 7'de verilen ilk yapay iz örneğinde sıfır fazlı 80 Hz. frekansında 1 genliğinde bir Gauss dalgacığı ele alınmış (a), ve bunun yarım genlik spektrumu gösterilmiştir (b). (c) kısmında ise yer altı modeli 50 m. ve 100 m. ve sonsuz kalınlıkta üç tabaka olarak alınmış bunların hızları 2600 m/sn, 3000 m/sn ve 4000 m/sn ve yoğunlukları 1.2 g/cm³, 2.6 g/cm³ ve 3.4 g/cm³ olarak seçilmiştir. Sıfır offset bir yapay sismogram oluşturulmasında 150 msn. süresince yer altı ışın yolları modellenir (c). Modele ait yansıma katsayılarıyla (d), kaynak dalgacığının evrişiminden elde edilen yapay sismogram (e), en alttaki kısımda gösterilmiştir. Ayrıca bu üretilen izde birincil yansımaların yanı sıra tekrarlı yansımalarda görülmektedir.

Şekil 8’de, şekil 7’de verilen yapay bir sismik izin ve sıfır fazlı bir kaynak dalgacığı kullanılarak oluşturulan yapay sismik izin deterministik Wiener ters evrişimi uygulandığında ortaya çıkan sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre sıfır fazlı bir dalgacık kullanıldığında deterministik Wiener ters evrişiminin tam sonuç vermemesine rağmen yinede doğru sayılabilecek bir sonuca varılmıştır. Bu ise yöntemin sistemin cevabını vermektense dalgacığı iğneciğe çevirdiği görülüyor.

Şekil 9’da, şekil 7’de verilen yapay bir sismik izin ve sıfır fazlı bir kaynak dalgacığı ile Fourier dönüşümü kullanılarak frekans ortamında bölünmesi sonucu görülmektedir. Bu sonuçlara göre sıfır fazlı bir dalgacık kullanıldığında Fourier dönüşümü ile yapılan ters evrişimin tam sonuç verdiği görülmektedir.

Şekil 10’da şekil 7’de verilen yapay bir sismik izin ve sıfır fazlı bir kaynak dalgacığı ile tam ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre sıfır fazlı bir dalgacık kullanıldığında tam ters evrişimin tam sonuç verdiği görülmektedir.

Şekil 11’de şekil 7’de verilen yapay bir sismik izin ve sıfır fazlı bir kaynak dalgacığı ile en küçük kareler yöntemiyle ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre sıfır fazlı bir dalgacık kullanıldığında en küçük kareler yöntemiyle ters evrişim işlemi tam sonuç vermektedir.

Şekil 12’de şekil 7’de verilen yapay bir sismik izin ve sıfır fazlı bir kaynak dalgacığı ile ters evrişim operatörü kullanılarak yapılan ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre sıfır fazlı bir dalgacık kullanıldığında ters evrişim operatörü yöntemiyle ters evrişim işlemi tam sonuç vermektedir.

Şekil 13’de şekil 7’de verilen gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ve sıfır fazlı bir kaynak dalgacığı ile deterministik Wiener ters evrişimi sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre sıfır fazlı bir dalgacık kullanıldığında ve gürültü eklendiğinde Wiener ters evrişiminin, gerek zaman ortamında ve gerekse frekans ortamında kötü sonuç verdiği gözlenmiştir.

Şekil 14’de şekil 7’de verilen gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ve sıfır fazlı bir kaynak dalgacığı ile Fourier dönüşümüyle ters evrişim sonucu ve bunların frekans

ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre sıfır fazlı bir dalgacık kullanıldığında ve hatta gürültü eklendiğinde Fourier yönteminin, gerek zaman ortamında ve gerekse frekans ortamında kötü sonuç verdiği gözlenmiştir. Buna rağmen genliklerinde fazla bir değişim olmamıştır.

Şekil 15’de şekil 7’de verilen gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ve sıfır fazlı bir kaynak dalgacı ile tam ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre sıfır fazlı bir dalgacık kullanıldığında tam ters evrişimin iyi sonuç verdiği görülmektedir.

Şekil 16’da şekil 7’de verilen gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ve sıfır fazlı bir kaynak dalgacı ile en küçük kareler yöntemiyle ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre sıfır fazlı bir dalgacık kullanıldığında, en küçük kareler yöntemiyle ters evrişim işleminde de kötü sonuçlar elde edilmiştir. Frekans ortamında genlik büyük değişimler olmasına rağmen zaman ortamında pek fazla bir değişiklik göze çarpmamaktadır.

Şekil 17’de şekil 7’de verilen gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ve sıfır fazlı bir kaynak dalgacı ile ters evrişim operatörü kullanılarak yapılan ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre ters evrişim operatörü yöntemiyle ters evrişim işlemi zaman ilerledikçe kalan değeri arttığından oldukça kararsız davranmaktadır. Gerek frekans ortamında ve gerekse zaman ortamında çok kötü sonuçlar ortaya çıkmıştır.

Şekil 18’de daha önce şekil 7’de verilen yer altı modeli kullanılarak minimum fazlı 80 Hz. frekansında 1 genliğinde bir Gauss dalgacı ile evrişime sokulmuş ve minimum fazlı bir yapay sismogram oluşturulmuştur.

Şekil 19’da şekil 18’de verilen yapay bir sismik izin ve minimum fazlı bir kaynak dalgacı ile deterministik Wiener ters evrişimi sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre minimum fazlı bir dalgacık kullanıldığında Wiener ters evrişiminin görünüm olarak iyi sonuç verdiği, fakat genlik miktarı yaklaşık iki katına çıktığı görülmüyor. Ayrıca frekans ortamında da yaklaşık sonuçlar ortaya çıkmıştır.

Şekil 20’de şekil 18’de verilen yapay bir sismik izin ve minimum fazlı bir kaynak dalgacı ile Fourier dönüşümü kullanılarak frekans ortamında bölünmesi sonucu ve

bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre minimum fazlı bir dalgacık kullanıldığında Fourier dönüşümü ile yapılan ters evrişimin tam sonuç verdiği görülmektedir.

Şekil 21’de şekil 18’de verilen yapay bir sismik izin ve minimum fazlı bir kaynak dalgacığı ile tam ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre minimum fazlı bir dalgacık kullanıldığında tam ters evrişimin tam sonuç verdiği görülmekle birlikte genlik konusunda aynı şeyi söylemek zordur. Burada genlik 20 katlık bir azalma göstermektedir.

Şekil 22’de şekil 18’de verilen yapay bir sismik izin ve minimum fazlı bir kaynak dalgacığı ile en küçük kareler yöntemiyle ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre sıfır fazlı bir dalgacık kullanıldığında en küçük kareler yöntemiyle ters evrişim işlemi tam sonuç vermektedir.

Şekil 23’de şekil 18’de verilen yapay bir sismik izin ve minimum fazlı bir kaynak dalgacığı ile ters evrişim operatörü kullanılarak yapılan ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre minimum fazlı bir dalgacık kullanıldığında ters evrişim operatörü yöntemiyle ters evrişim işlemi tam sonuç vermektedir.

Şekil 24’de şekil 18’de verilen gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ve minimum fazlı bir kaynak dalgacığı ile deterministik Wiener ters evrişimi sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre minimum fazlı bir dalgacık kullanıldığında deterministik Wiener ters evrişiminin gürültüye rağmen tatminkar bir sonuç verdiği gözlenmiştir. Yinede gerek zaman ve gerekse frekans ortamında genlikte farklılık görülmektedir.

Şekil 25’de şekil 18’de verilen gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ve minimum fazlı bir kaynak dalgacığı ile Fourier dönüşümüyle ters evrişim sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre minimum fazlı bir dalgacık kullanıldığında Fourier dönüşümü ile yapılan ters evrişimde gürültüye rağmen tatminkar bir sonuç verdiği gözlenmiştir.

Şekil 26’da şekil 18’de verilen gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ve minimum fazlı bir kaynak dalgacığı ile tam ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre minimum fazlı bir

dalğacık kullanıldığında tam ters evrişimin gürültüye rağmen iyi sonuç verdiği görülmektedir. Fakat genlik konusunda aynı şeyi söylemek mümkün görülmemektedir.

Şekil 27'de şekil 18'de verilen gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ve minimum fazlı bir kaynak dalğacığı ile en küçük kareler yöntemiyle ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre minimum fazlı bir dalğacık kullanıldığında en küçük kareler yöntemiyle ters evrişim işlemi de gürültüye rağmen tatminkar bir sonuç verdiği gözlenmiştir.

Şekil 28'de şekil 18'de verilen gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ve minimum fazlı bir kaynak dalğacığı ile ters evrişim operatörü kullanılarak yapılan ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre ters evrişim operatörü yöntemiyle ters evrişim işlemi gürültüye rağmen tatminkar bir sonuç verdiği gözlenmiştir.

Şekil 29'da verilen örnekte dört tabakalı bir yer altı modeli seçilmiş ve bu modelde rasgele veriler kullanılarak yapay bir hız modeli oluşturulmuş. Buradan hareketle yansıma katsayıları çıkarılmış. Bulunan bu yansıma katsayılarını şekil 7'de kullanılan kaynak dalğacığı ile evrişim sonucu yapay sismogram oluşturulmuştur.

Şekil 30'da şekil 29'da verilen yapay bir sismik izin ve sıfır fazlı bir kaynak dalğacığı ile deterministik Wiener ters evrişimi sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre sıfır fazlı bir dalğacık kullanıldığında Wiener ters evrişiminin iyi sayılabilecek bir sonuç verdiği görülmektedir. Buna rağmen gerek genlik miktarlarında ve gerekse frekans ortamında farklılıklar göze çarpmaktadır.

Şekil 31'de şekil 29'da verilen yapay bir sismik izin ve sıfır fazlı bir kaynak dalğacığı ile Fourier dönüşümü kullanılarak frekans ortamında bölünmesi sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre sıfır fazlı bir dalğacık kullanıldığında Fourier dönüşümü ile yapılan ters evrişimin tam sonuç verdiği görülmektedir.

Şekil 32'de şekil 29'da verilen yapay bir sismik izin ve sıfır fazlı bir kaynak dalğacığı ile tam ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre sıfır fazlı bir dalğacık kullanıldığında tam ters evrişimin tam sonuç verdiği görülmektedir.

Şekil 33'de şekil 29'da verilen yapay bir sismik izin ve sıfır fazlı bir kaynak dalgacığı ile en küçük kareler yöntemiyle ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre sıfır fazlı bir dalgacık kullanıldığında en küçük kareler yöntemiyle ters evrişim işlemi tam sonuç vermektedir.

Şekil 34'de şekil 29'da verilen yapay bir sismik izin ve sıfır fazlı bir kaynak dalgacığı ile ters evrişim operatörü kullanılarak yapılan ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre sıfır fazlı bir dalgacık kullanıldığında ters evrişim operatörü yöntemiyle ters evrişim işlemi tam sonuç vermektedir.

Şekil 35'de şekil 29'da verilen gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ve sıfır fazlı bir kaynak dalgacığı ile deterministik Wiener ters evrişimi sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre sıfır fazlı bir dalgacık kullanıldığında ve gürültü eklendiğinde Wiener ters evrişiminin gerek frekans ortamında ve gerekse zaman ortamında çok kötü sonuçlar verdiği görülmektedir.

Şekil 36'da şekil 29'da verilen gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ve sıfır fazlı bir kaynak dalgacığı ile Fourier dönüşümüyle ters evrişim sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre sıfır fazlı bir dalgacık kullanıldığında Fourier dönüşümü ile yapılan ters evrişimde zaman ortamında genliğin korunmasına rağmen sistemin çözümü yönde bir bulguya rastlanmamıştır.

Şekil 37'de şekil 29'da verilen gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ve sıfır fazlı bir kaynak dalgacığı ile tam ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre sıfır fazlı bir dalgacık kullanıldığında tam ters evrişimin gerek frekans ortamında ve gerekse zaman ortamında iyi sonuçlar verdiği görülmektedir.

Şekil 38'de şekil 29'da verilen gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ve sıfır fazlı bir kaynak dalgacığı ile en küçük kareler yöntemiyle ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre sıfır fazlı bir dalgacık kullanıldığında en küçük kareler yöntemiyle ters evrişim işlemi kötü sonuç verdiği gözlenmektedir.

Şekil 39'da şekil 29'da verilen gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ve sıfır fazlı bir kaynak dalgacığı ile ters evrişim operatörü kullanılarak yapılan ters evrişim işleminin

sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre ters evrişim operatörü yöntemiyle ters evrişim işlemi zaman ilerledikçe kalan değeri arttığundan oldukça kararsız davranmaktadır.

Şekil 40'da şekil 29'da verilen modelin minimum fazlı bir dalgacıkla olan evrişimi sonucunda elde edilen yapay sismogram görülmektedir.

Şekil 41'de şekil 40'da verilen yapay bir sismik izin ve minimum fazlı bir kaynak dalgacığı ile deterministik Wiener ters evrişimi sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre minimum fazlı bir dalgacık kullanıldığında Wiener ters evrişiminin iyi sayılabilecek bir sonuç verdiği görülmektedir. Buna rağmen genlik miktarlarında farklılıklar göze çarpmaktadır.

Şekil 42'de şekil 40'da verilen yapay bir sismik izin ve minimum fazlı bir kaynak dalgacığı ile Fourier dönüşümü kullanılarak frekans ortamında bölünmesi sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre minimum fazlı bir dalgacık kullanıldığında Fourier dönüşümü ile yapılan ters evrişimin tam sonuç verdiği görülmektedir.

Şekil 43'de şekil 40'da verilen yapay bir sismik izin ve minimum fazlı bir kaynak dalgacığı ile tam ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre minimum fazlı bir dalgacık kullanıldığında tam ters evrişimin genlik oranını saymazsak tam sonuç verdiği görülmektedir.

Şekil 44'de şekil 40'da verilen yapay bir sismik izin ve minimum fazlı bir kaynak dalgacığı ile en küçük kareler yöntemiyle ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre sıfır fazlı bir dalgacık kullanıldığında en küçük kareler yöntemiyle ters evrişim işlemi tam sonuç vermektedir.

Şekil 45'de şekil 40'da verilen yapay bir sismik izin ve minimum fazlı bir kaynak dalgacığı ile ters evrişim operatörü kullanılarak yapılan ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre minimum fazlı bir dalgacık kullanıldığında ters evrişim operatörü yöntemiyle ters evrişim işlemi tam sonuç vermektedir.

Şekil 46'de şekil 40'da verilen gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ve minimum fazlı bir kaynak dalgacığı ile deterministik Wiener ters evrişimi sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre minimum fazlı bir

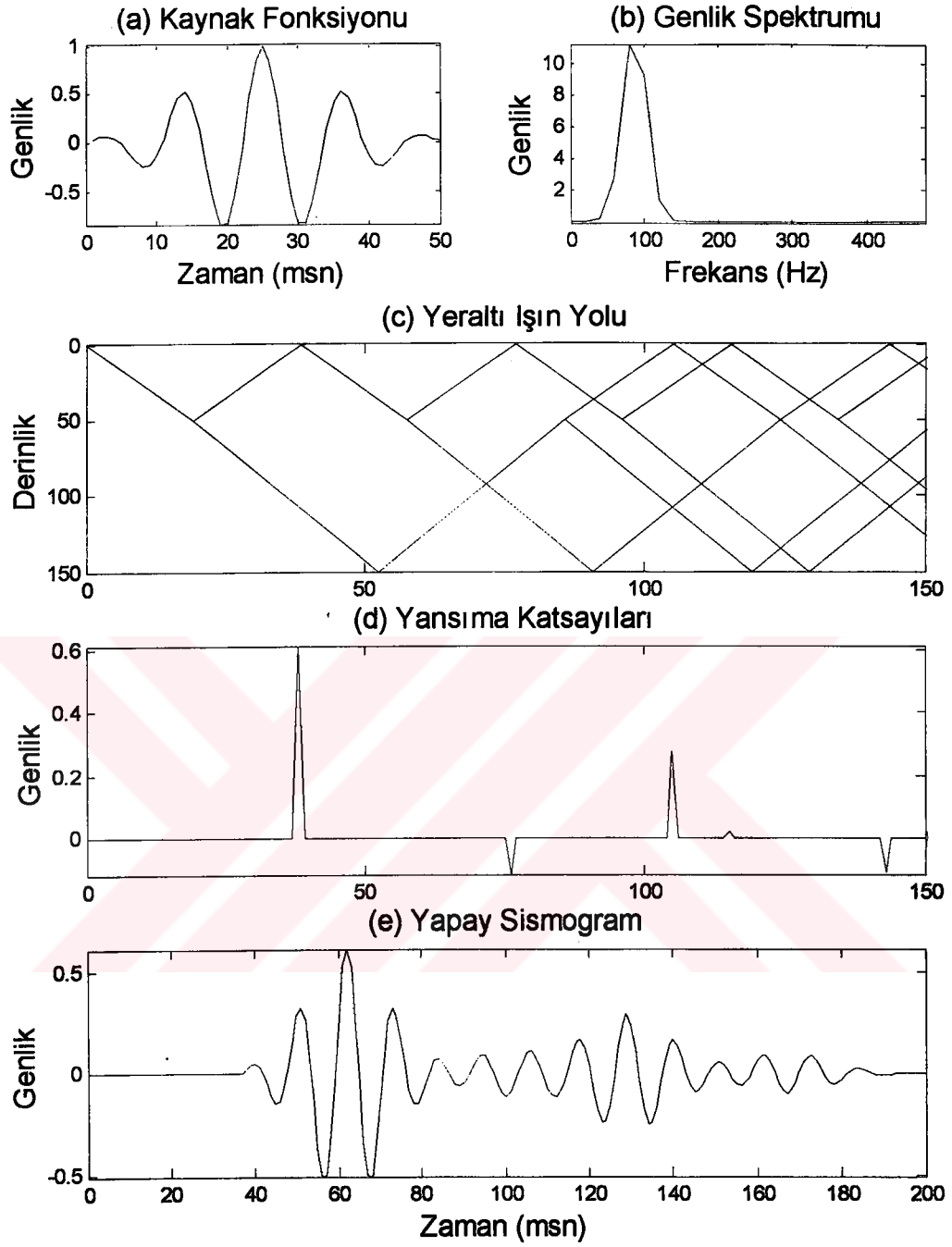
dalgacık kullanıldığında deterministik Wiener ters evrişiminin gürültüye rağmen iyi sonuç verdiği söylenebilir.

Şekil 47'de şekil 40'da verilen gürültü yapay bir sismik izin ve minimum fazlı bir kaynak dalgacığı ile Fourier dönüşümüyle ters evrişim sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre minimum fazlı bir dalgacık kullanıldığında Fourier dönüşümü ile yapılan ters evrişimde iyi sonuç verdiği görülmektedir.

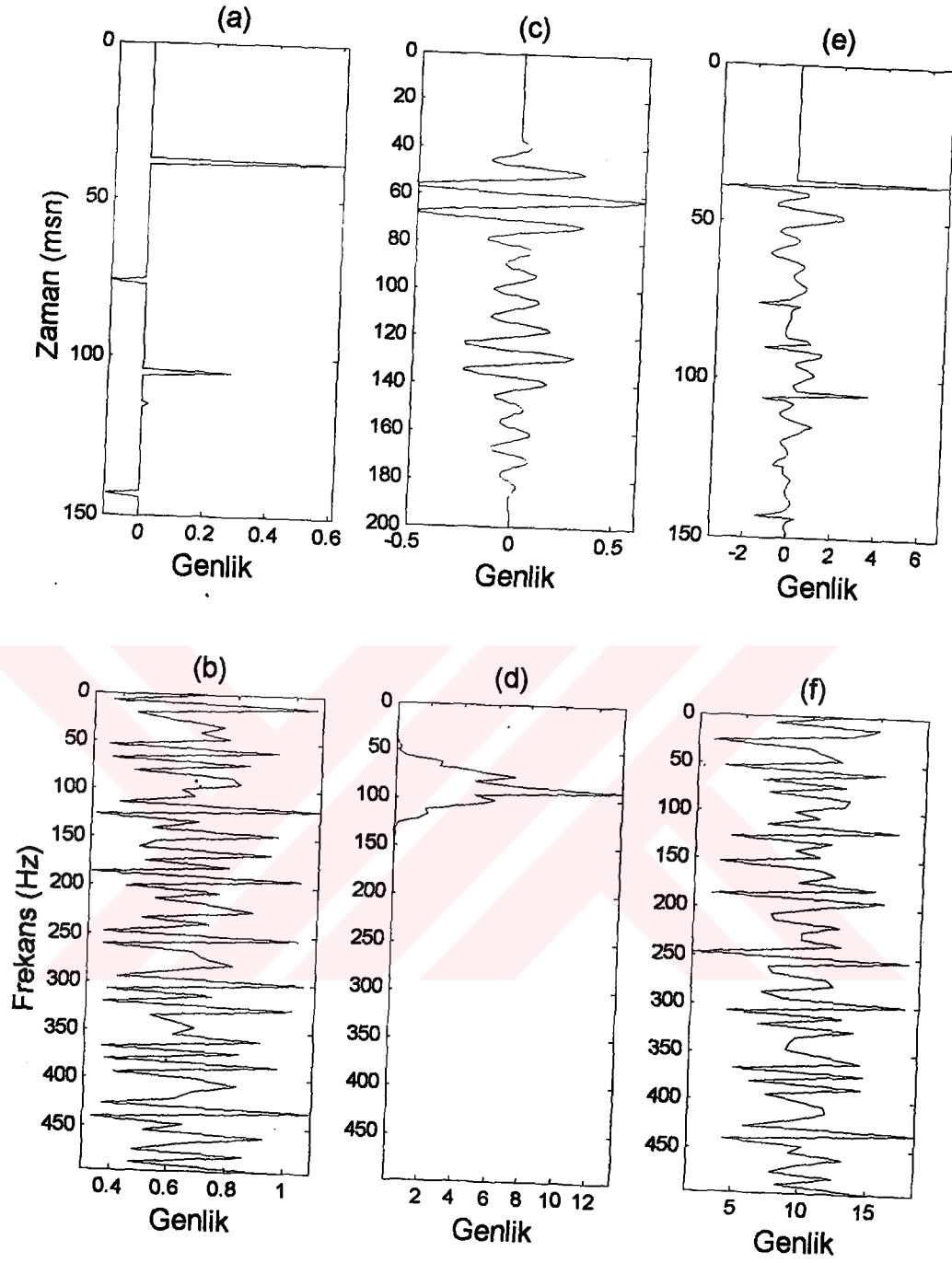
Şekil 48'de şekil 40'da verilen gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ve minimum fazlı bir kaynak dalgacığı ile tam ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre minimum fazlı bir dalgacık kullanıldığında tam ters evrişimin iyi bir sonuç verdiği görülmektedir.

Şekil 49'de şekil 40'da verilen gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ve minimum fazlı bir kaynak dalgacığı ile en küçük kareler yöntemiyle ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre minimum fazlı bir dalgacık kullanıldığında en küçük kareler yöntemiyle ters evrişim işleminde iyi sonuç verdiği görülmektedir.

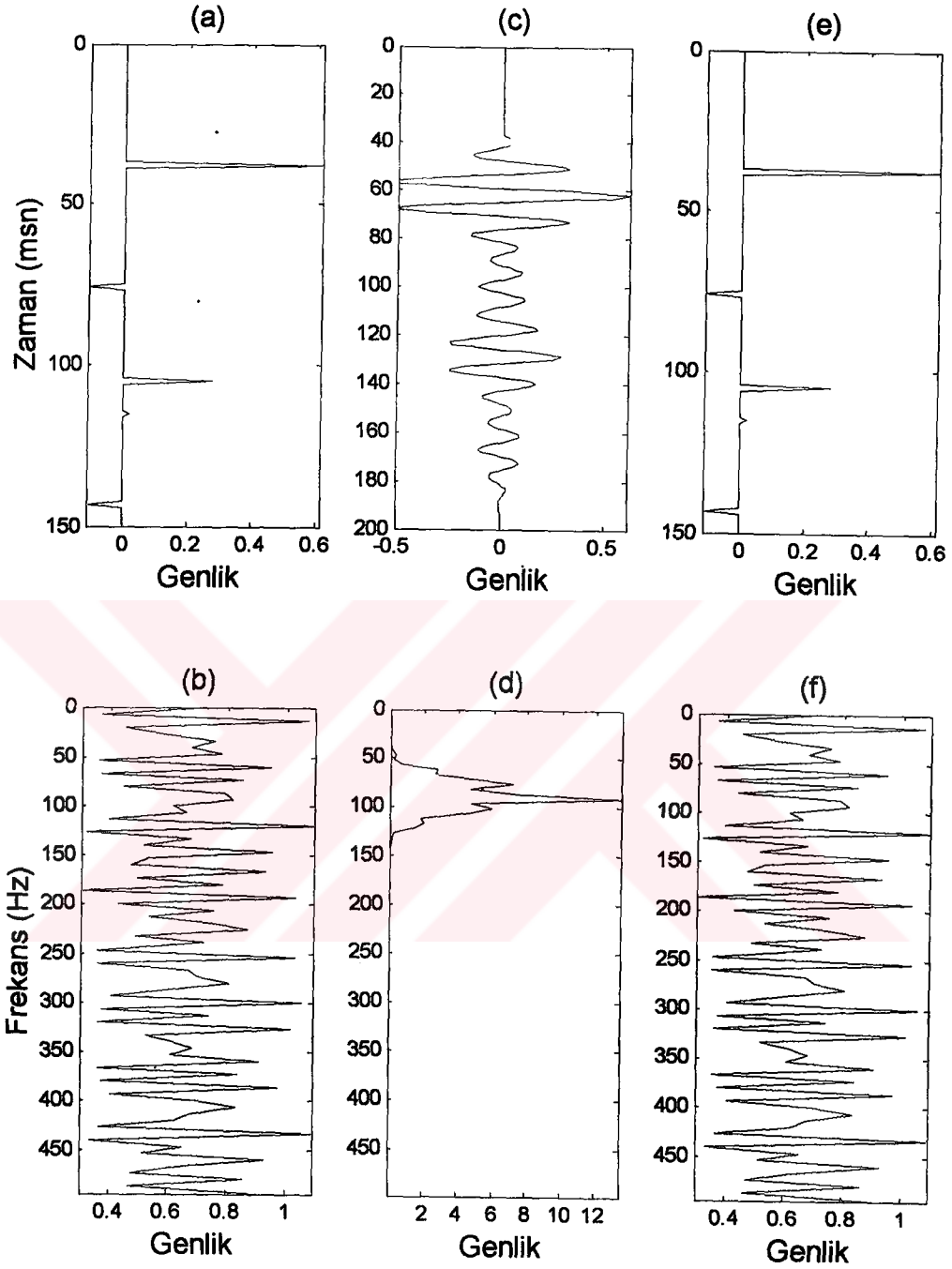
Şekil 50'de şekil 40'da verilen gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ve minimum fazlı bir kaynak dalgacığı ile ters evrişim operatörü kullanılarak yapılan ters evrişim işleminin sonucu ve bunların frekans ortamında yarım spektrumları görülmektedir. Bu sonuçlara göre ters evrişim operatörü yöntemiyle ters evrişim işlemi iyi sonuç vermektedir.



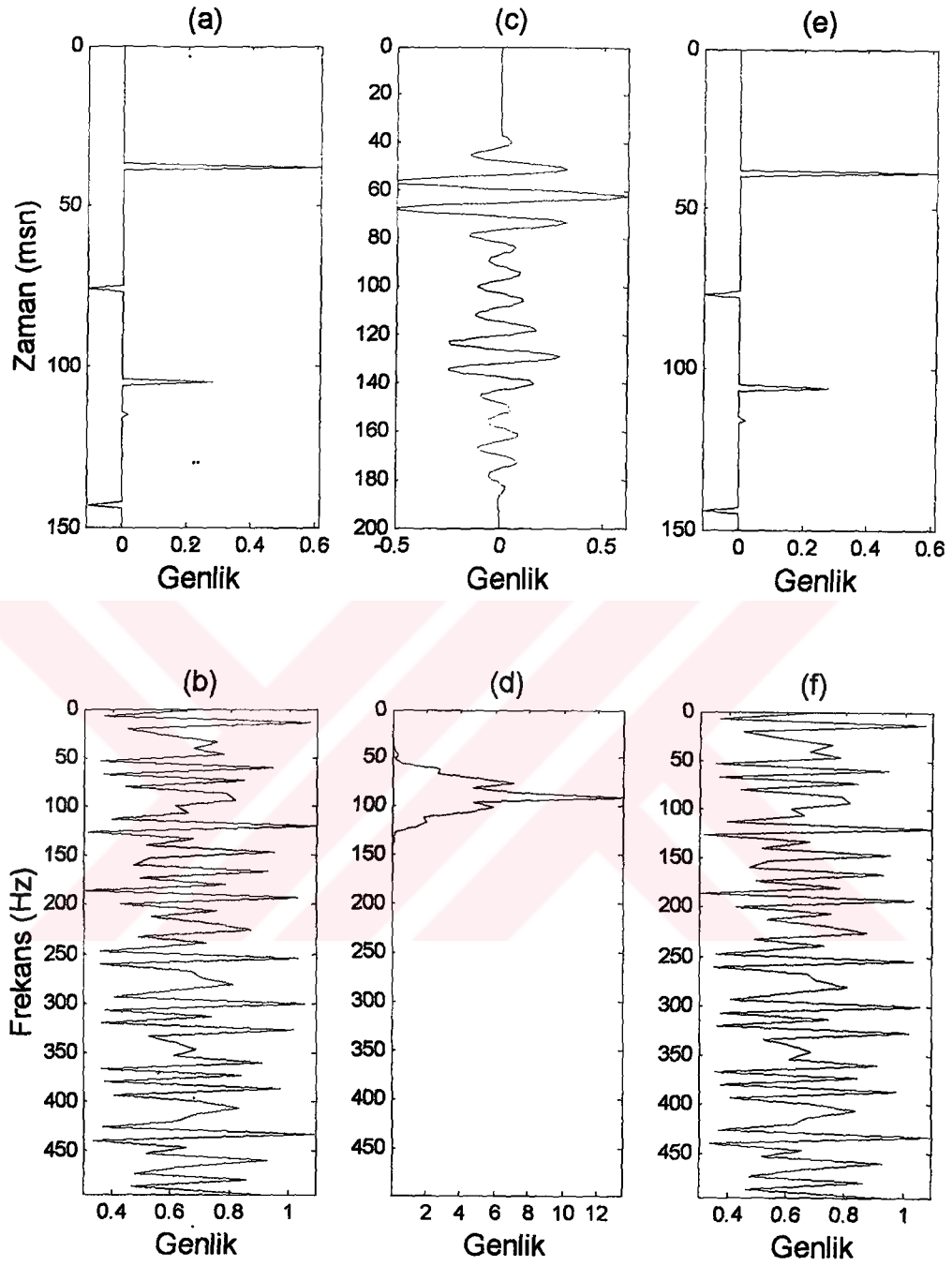
Şekil 7. Sıfır offset yapay bir sismik izin üretilmesi ve verilen sıfır fazlı kaynak dalgacığı ile evrişimi. (a) Sıfır fazlı kaynak dalgacığı. (b) Kaynak dalgacığının genlik spektrumu. (c) Yer altında sismik dalganın zamana göre gittiği ışın yolları. (d) Yansıma katsayıları serisi. (e) Kaynak dalgacığı ve yerin yansıma katsayıları serisinin evrişiminden elde edilen yapay sismogram.



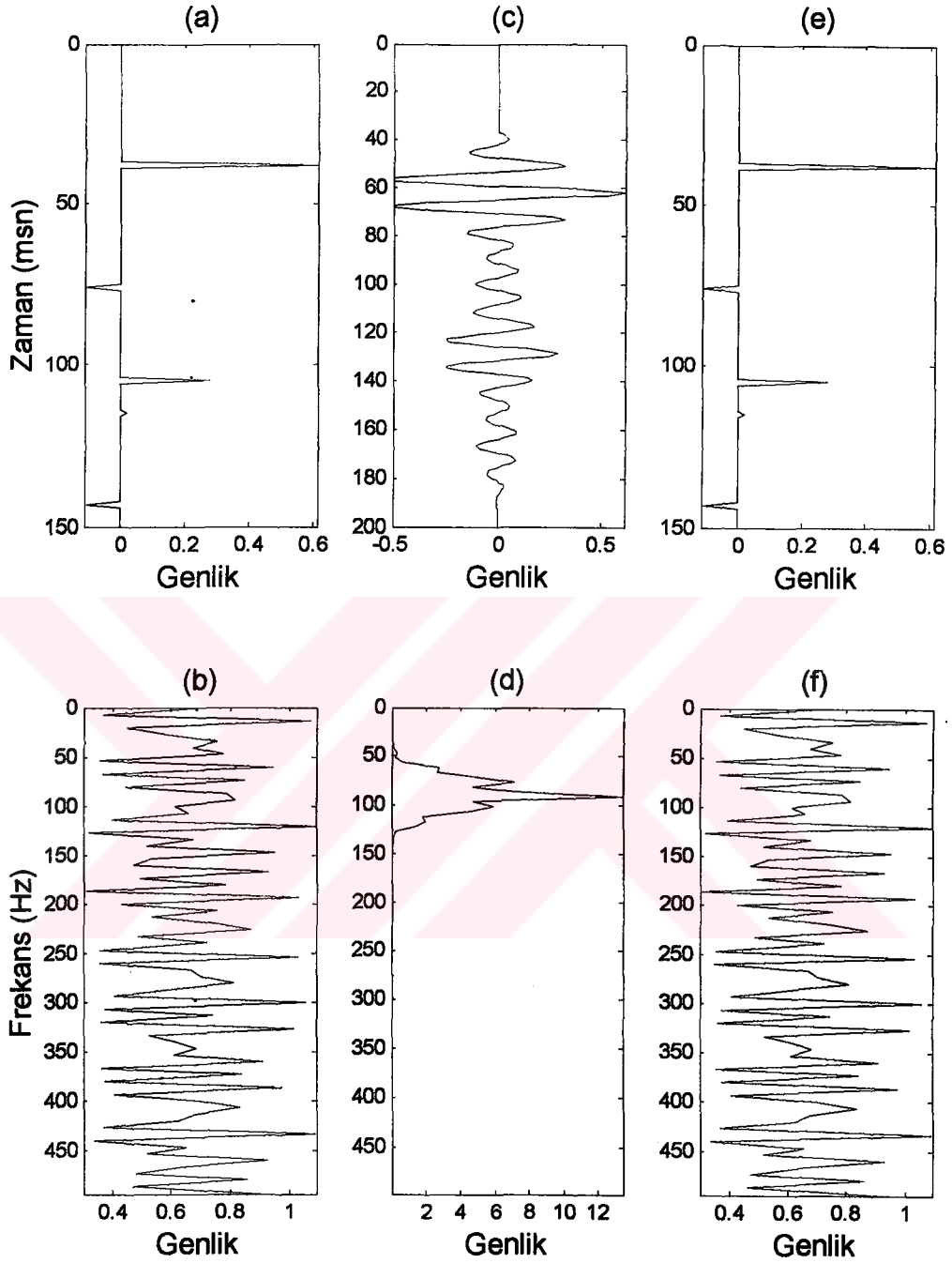
Şekil 8. Sıfır offset yapay bir sismik izin deterministik Wiener ters evrişim süzgecinin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Deterministik Wiener ters evrişimi sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



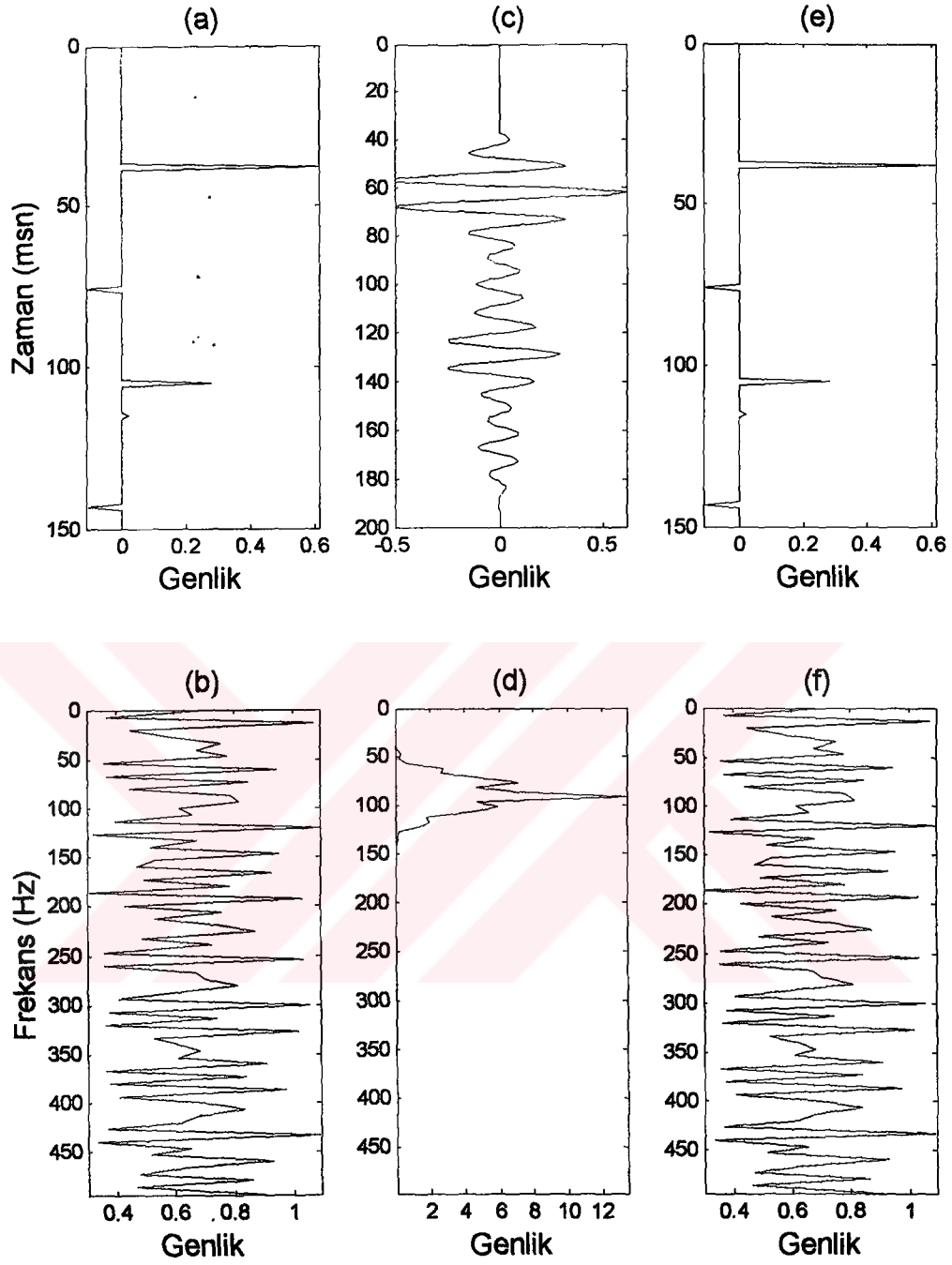
Şekil 9. Sıfır offset yapay bir sismik izin Fourier dönüşümü yapılarak frekans ortamında bölme işleminin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Fourier ortamında ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



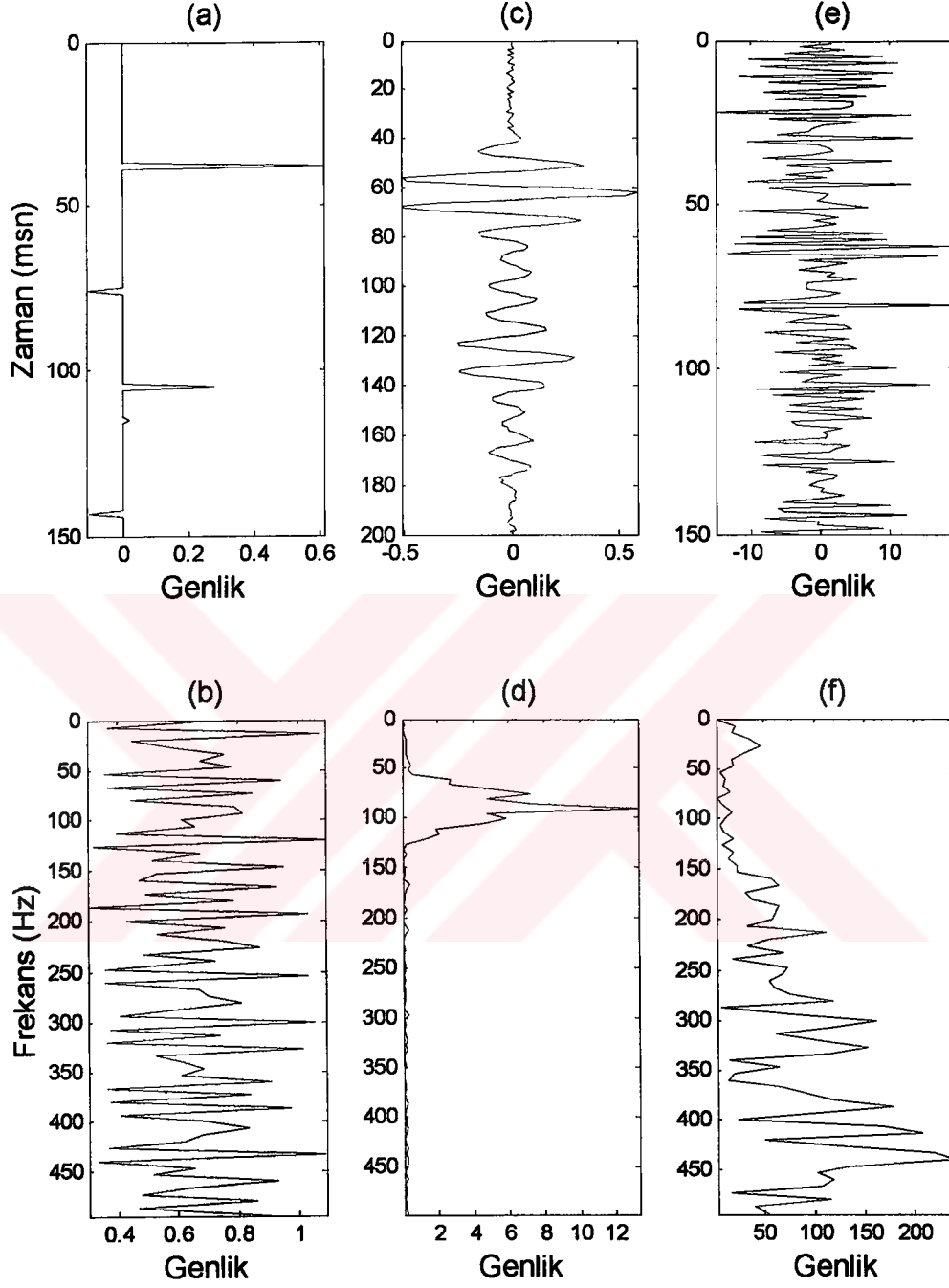
Şekil 10. Sıfır offset yapay bir sismik izin tam ters evrişim sonucu. (a) Yansımaya katsayıları serisi. (b) Yansımaya katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Tam ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



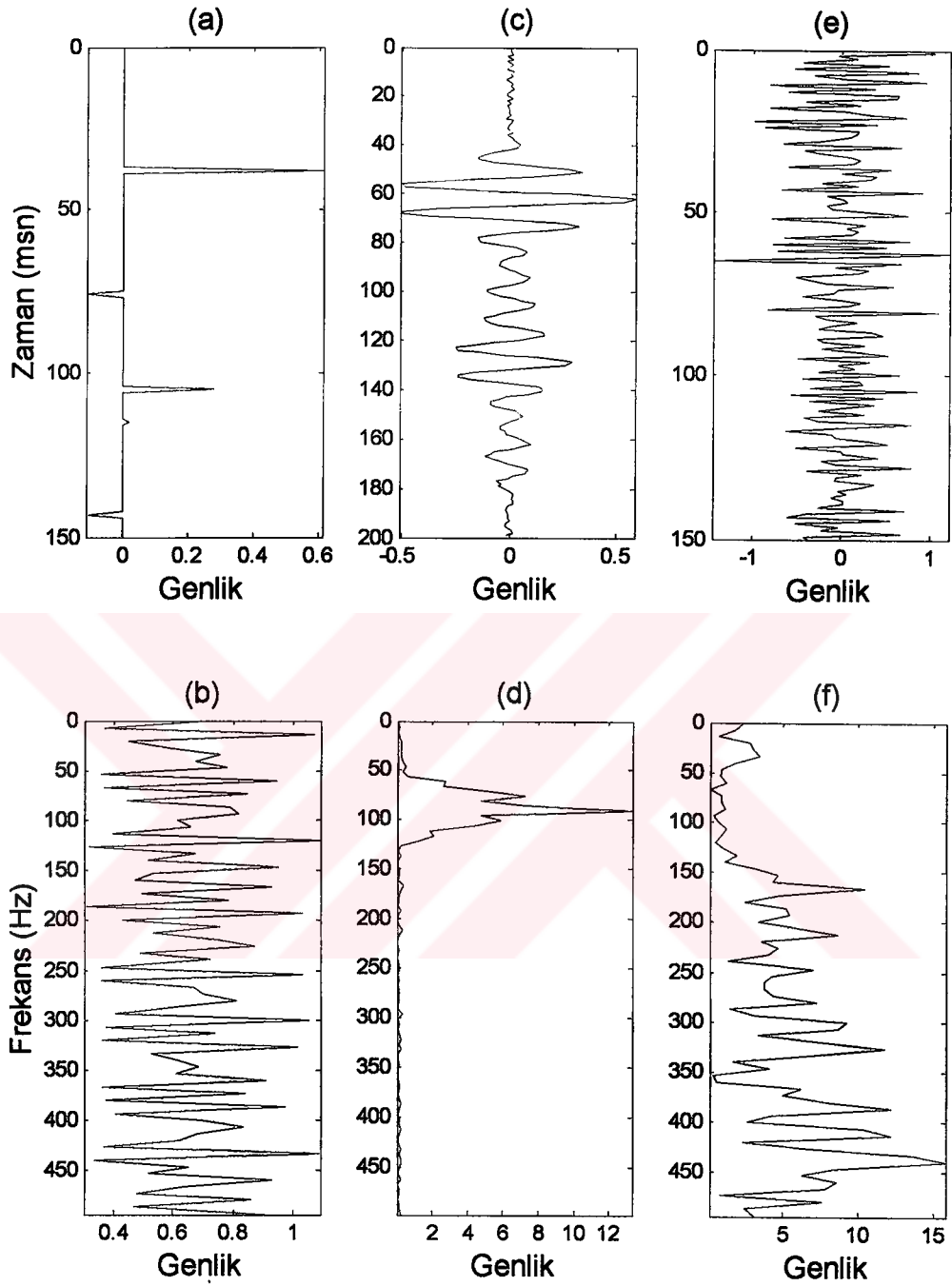
Şekil 11. Sıfır offset yapay bir sismik izin en küçük kareler yöntemiyle yapılan ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) En küçük kareler yöntemiyle ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



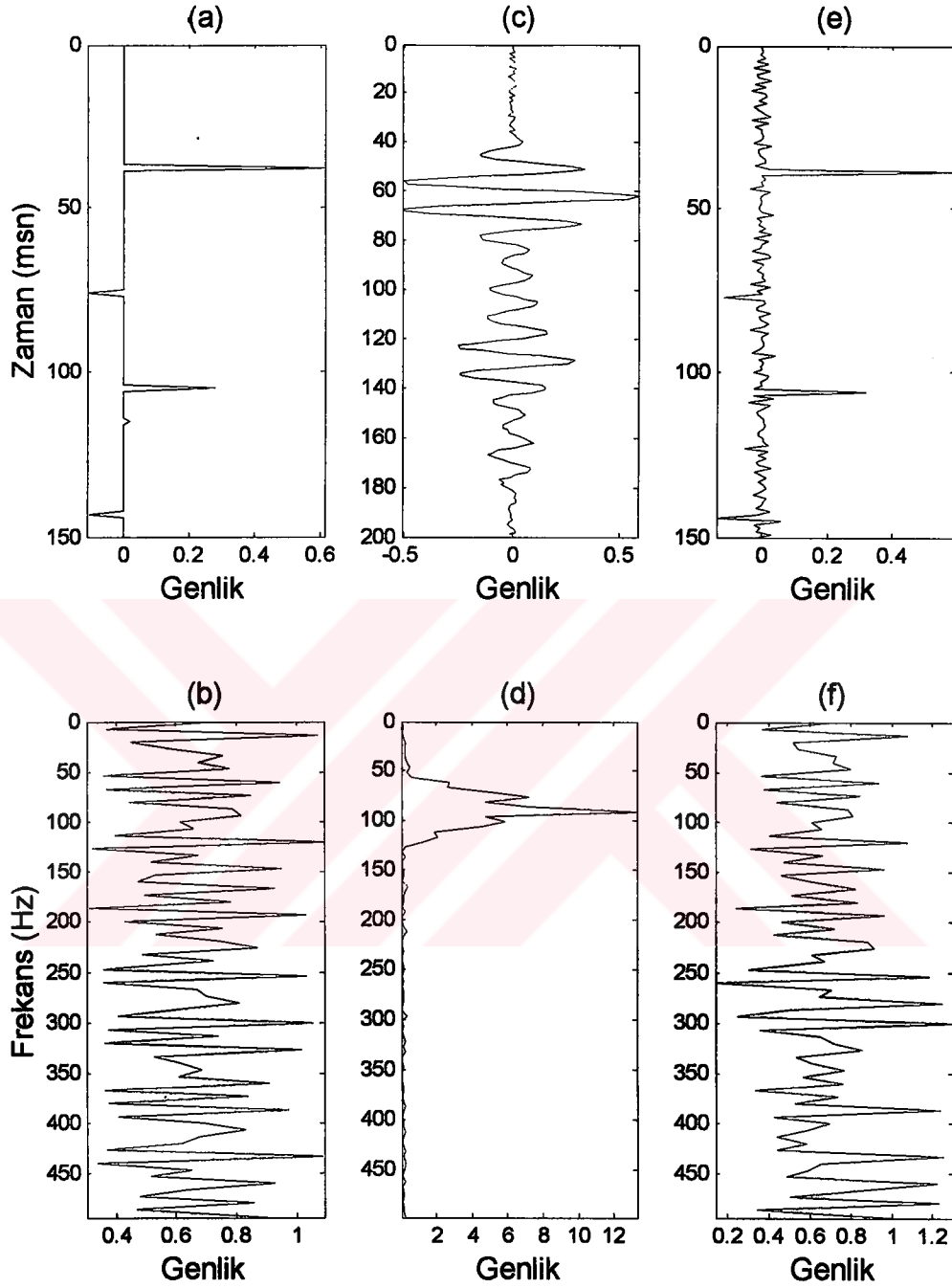
Şekil 12. Sıfır offset yapay bir sismik izin ters evrişim operatörü sonucu. (a) Yansımaya katsayıları serisi. (b) Yansımaya katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Ters evrişim operatörü uygulanması sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



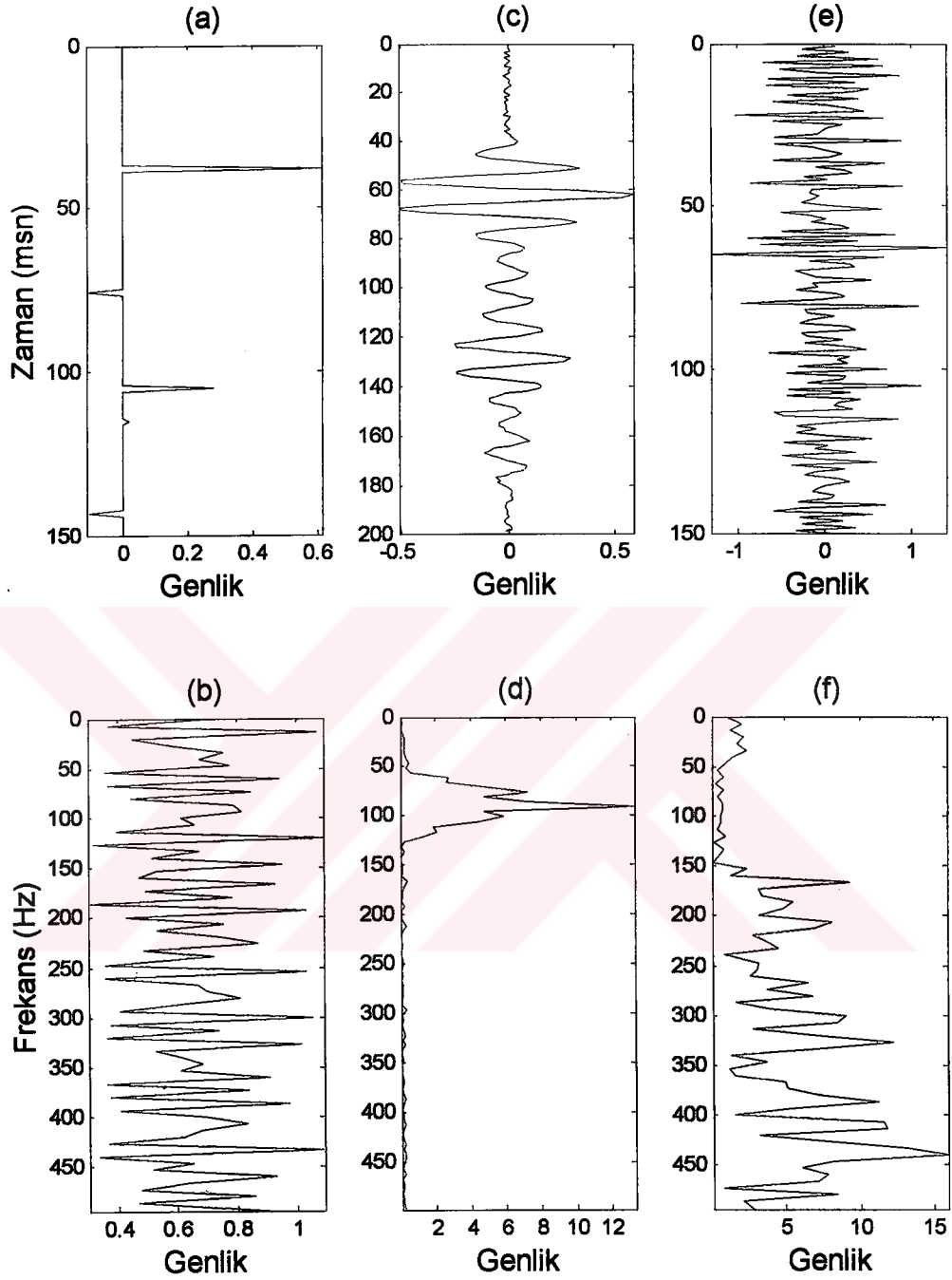
Şekil 13. Sıfır offset gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin deterministik Wiener ters evrişim süzgecinin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Deterministik Wiener ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



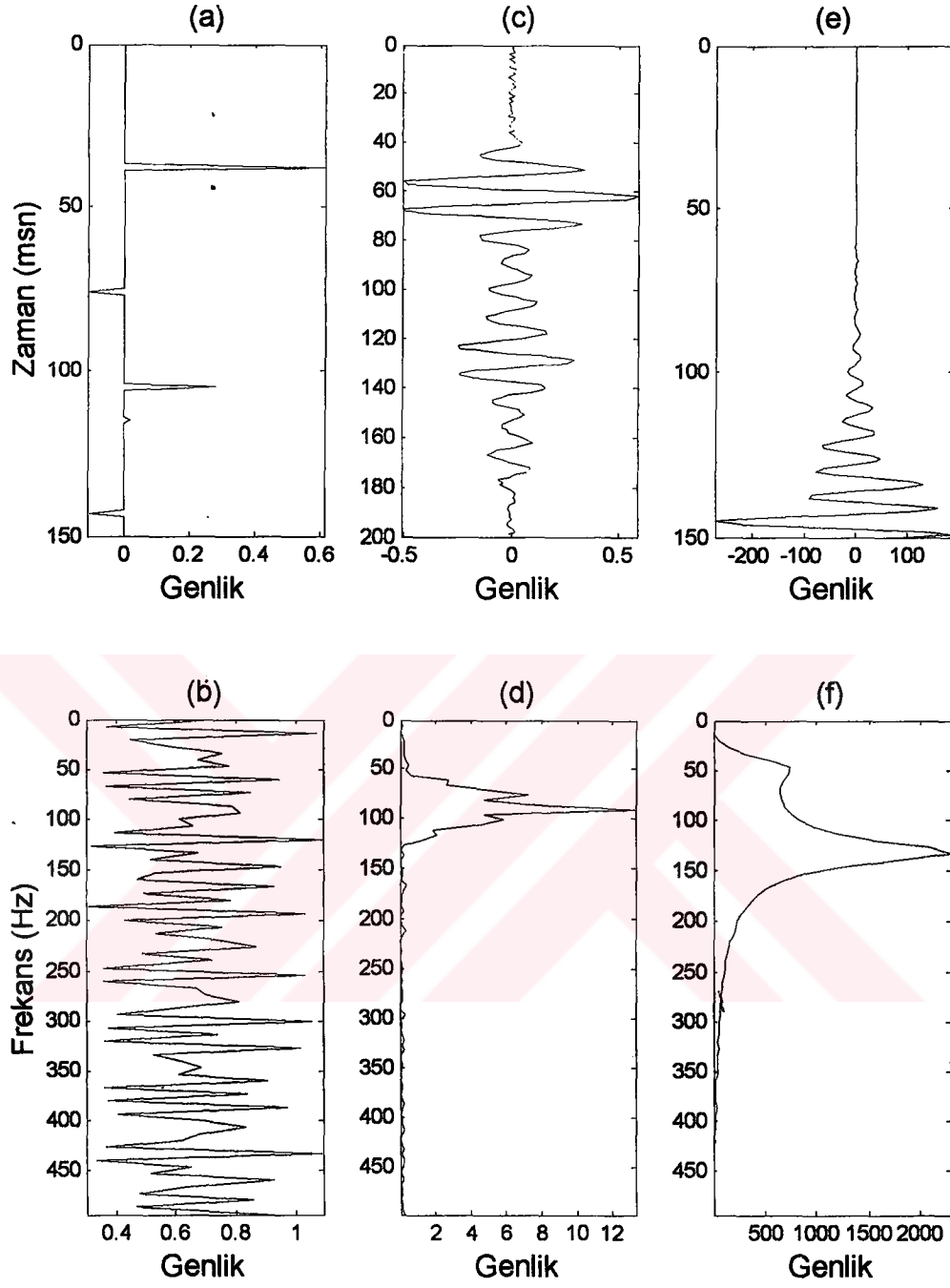
Şekil 14. Sıfır offset gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin Fourier dönüşümü yapılarak frekans ortamında bölme işleminin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Fourier ortamında ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



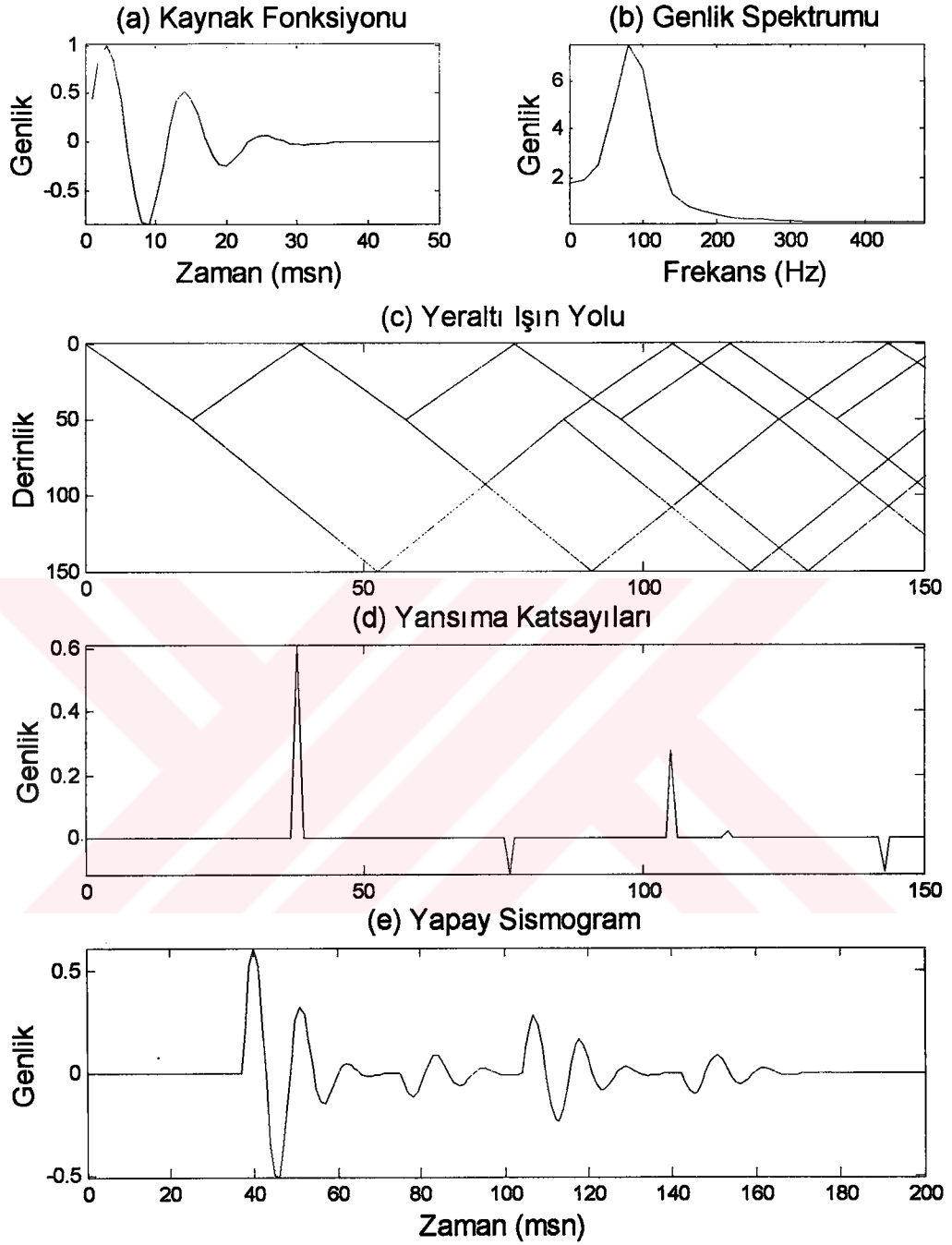
Şekil 15. Sıfır offset gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin tam ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Tam ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



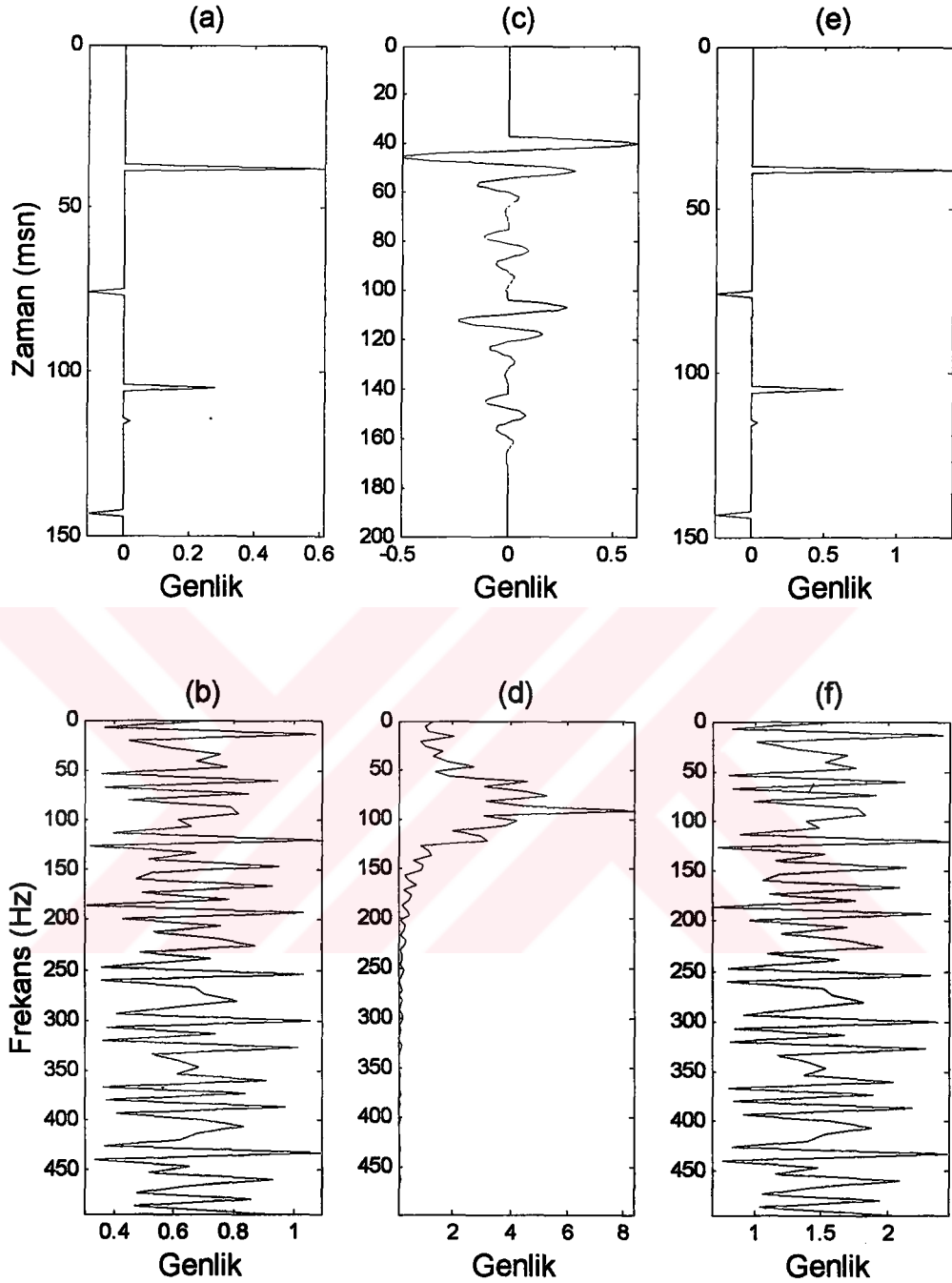
Şekil 16. Sıfır offset gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin en küçük kareler yöntemiyle yapılan ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) En küçük kareler ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



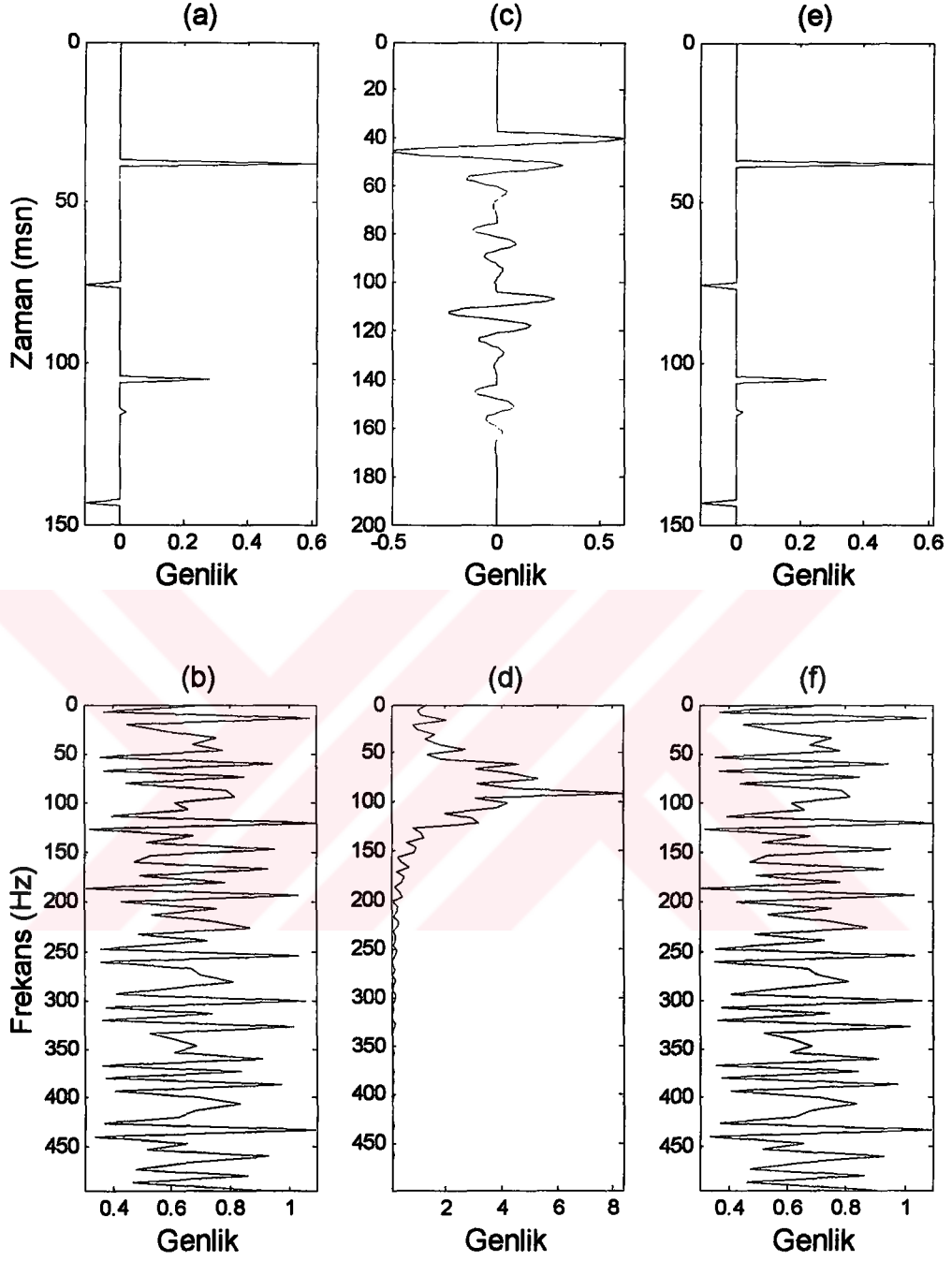
Şekil 17. Sıfır offset gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ters evrişim operatörü sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Ters evrişim operatörünün uygulanması sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



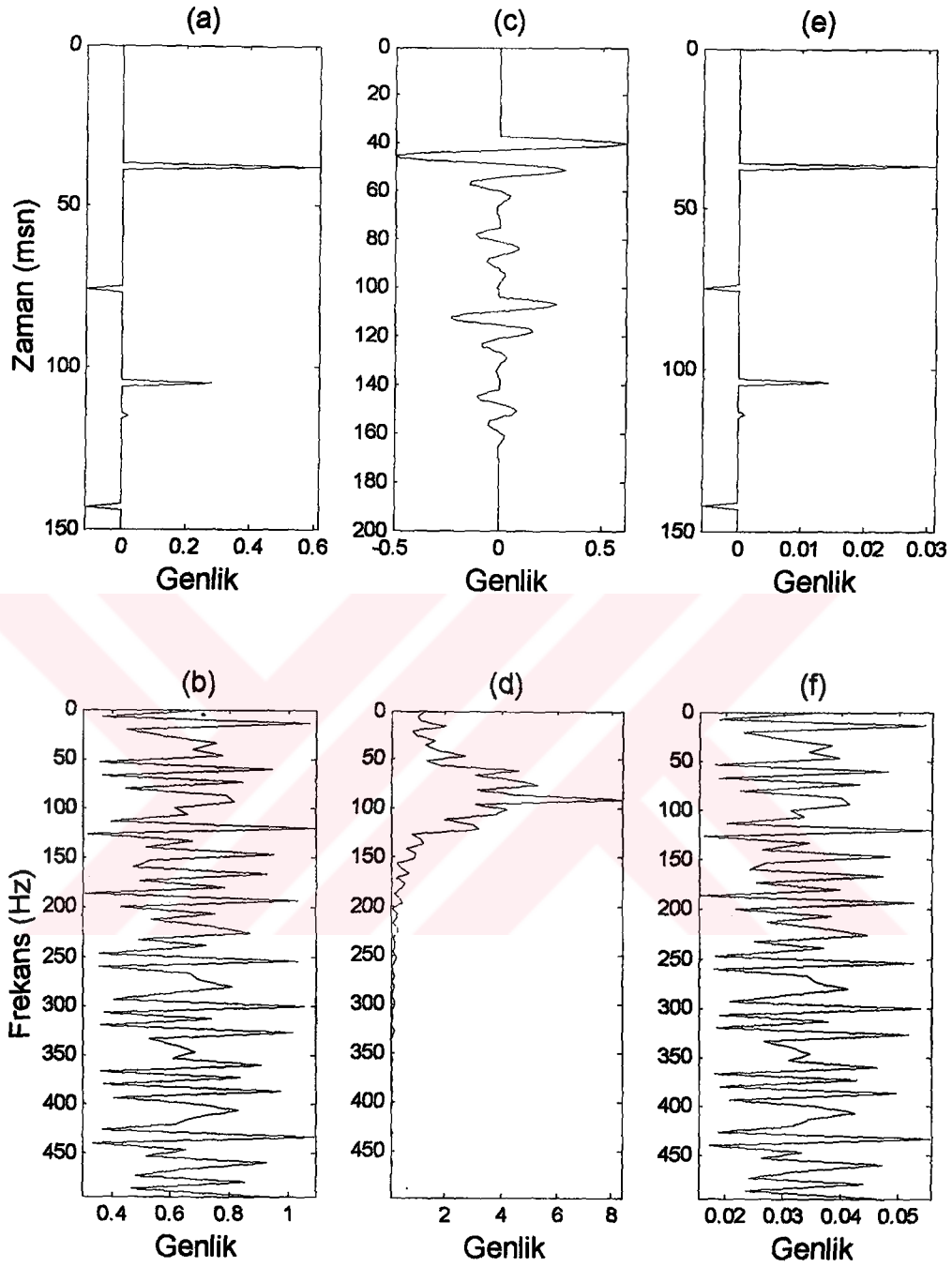
Şekil 18. Sıfır offset yapay bir sismik izin üretilmesi ve verilen minimum fazlı kaynak dalgacığı ile evrişimi. (a) Sıfır fazlı kaynak dalgacığı. (b) Kaynak dalgacığının genlik spektrumu. (c) Yer altında sismik dalganın zamana göre gittiği ışın yolları. (d) Yansıma katsayıları serisi. (e) Kaynak dalgacığı ve yerin yansıma katsayıları serisinin evrişiminden elde edilen yapay sismogram.



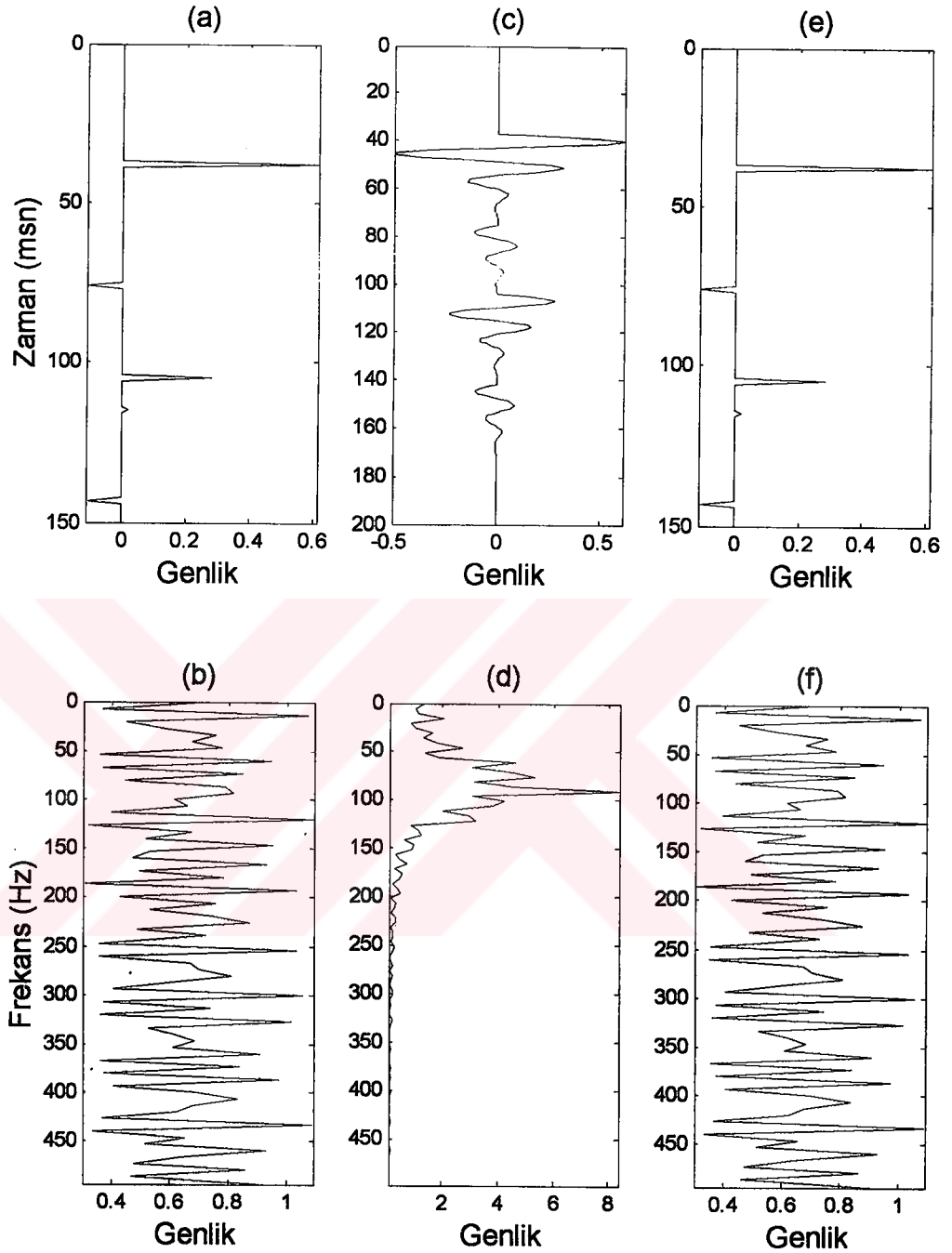
Şekil 19. Sıfır offset yapay bir sismik izin deterministik Wiener ters evrişim süzgecinin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Deterministik Wiener ters evrişimi sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



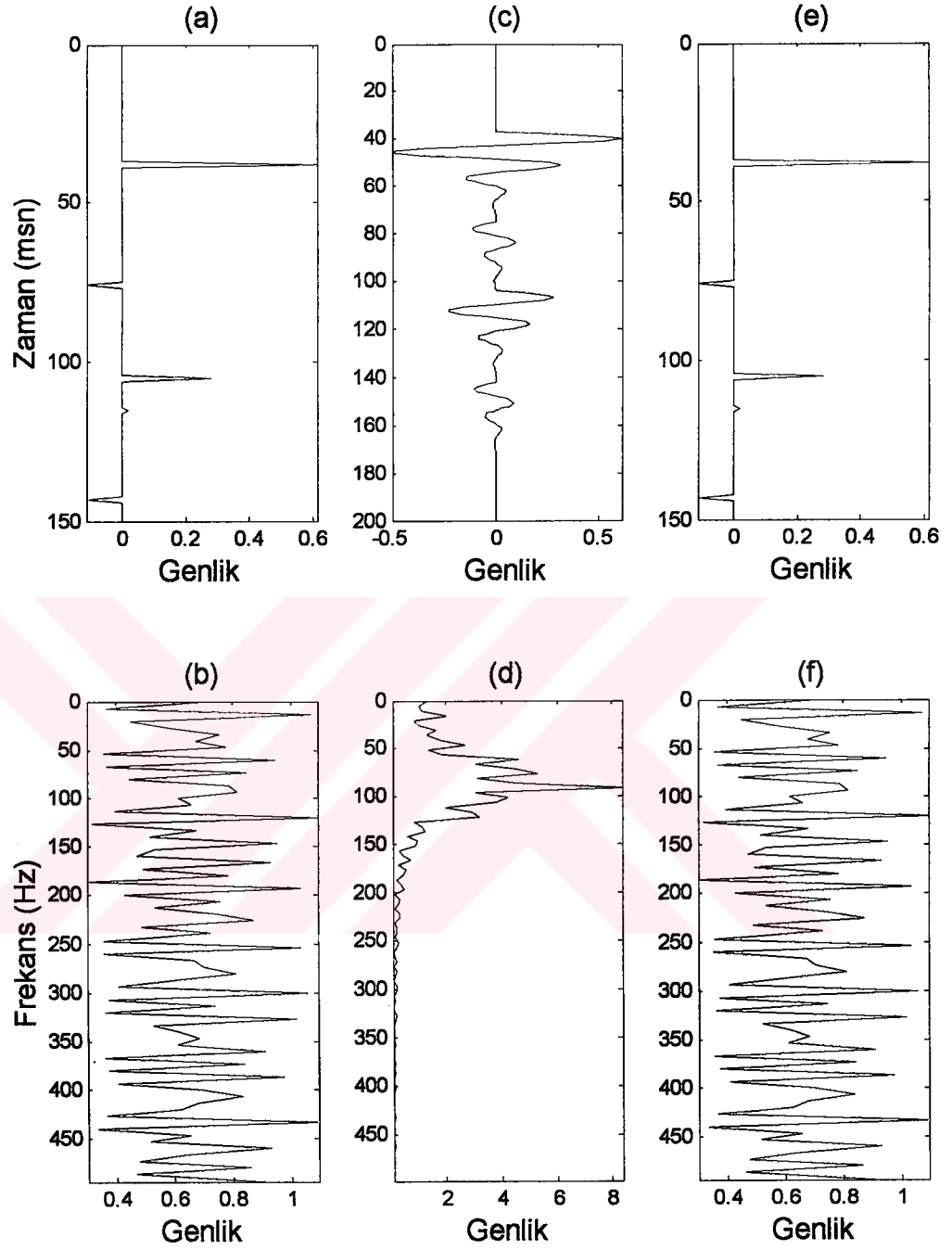
Şekil 20. Sıfır offset yapay bir sismik izin Fourier dönüşümü yapılarak frekans ortamında bölme işleminin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Fourier ortamında ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



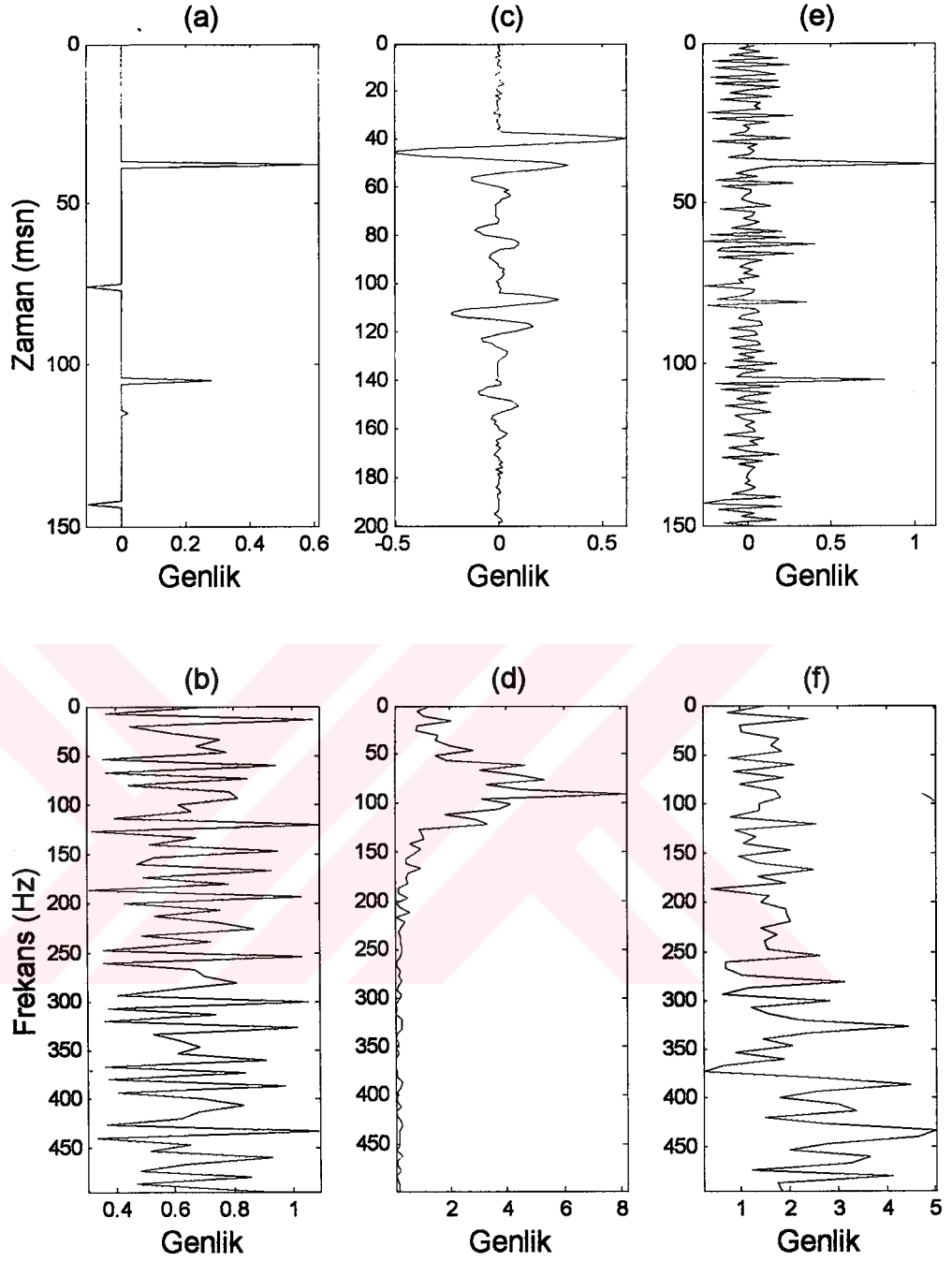
Şekil 21. Sıfır offset yapay bir sismik izin tam ters evrişim sonucu. (a) Yansımaya katsayıları serisi. (b) Yansımaya katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Tam ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



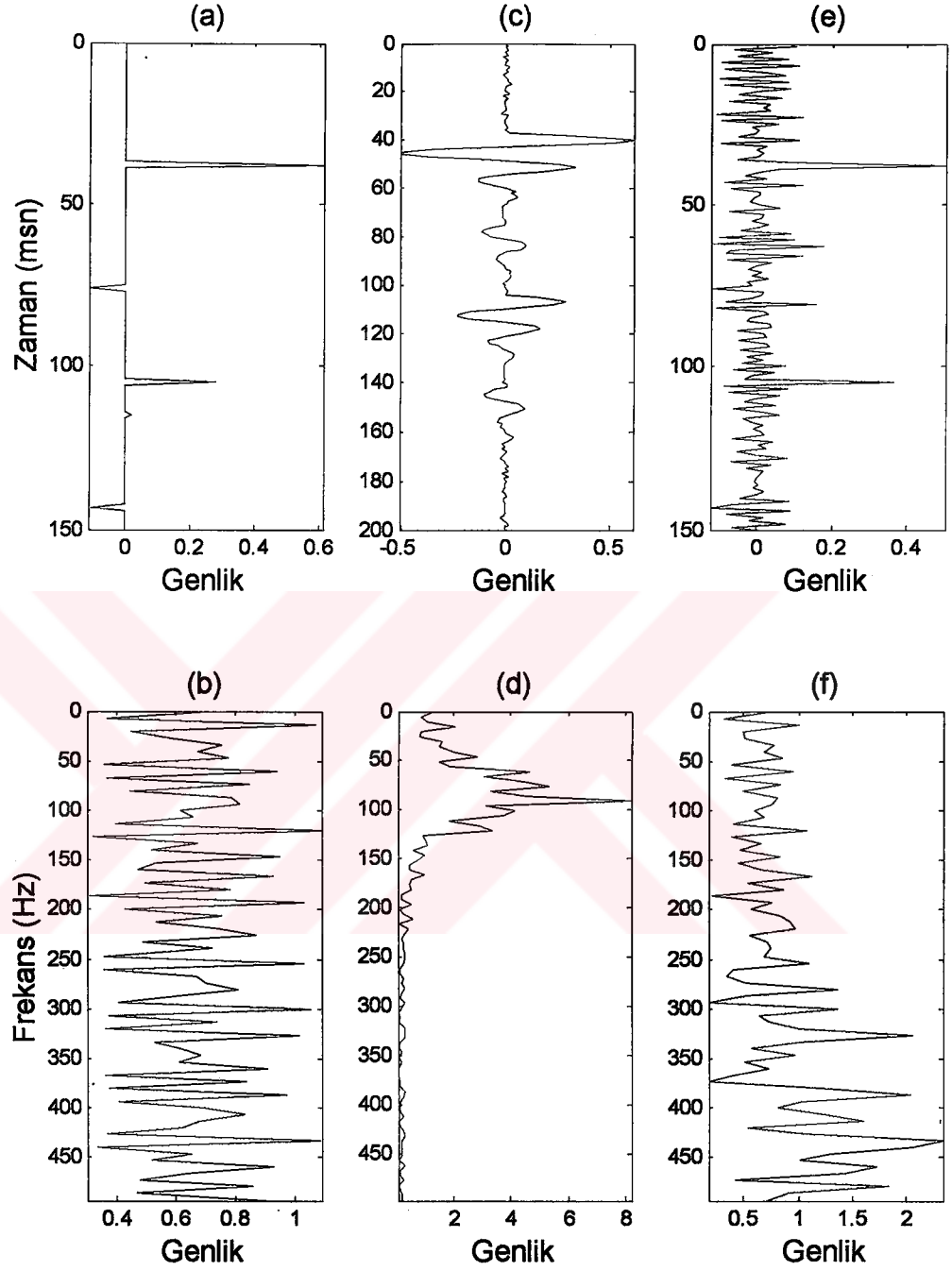
Şekil 22. Sıfır offset yapay bir sismik izin en küçük kareler yöntemiyle yapılan ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) En küçük kareler yöntemiyle ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



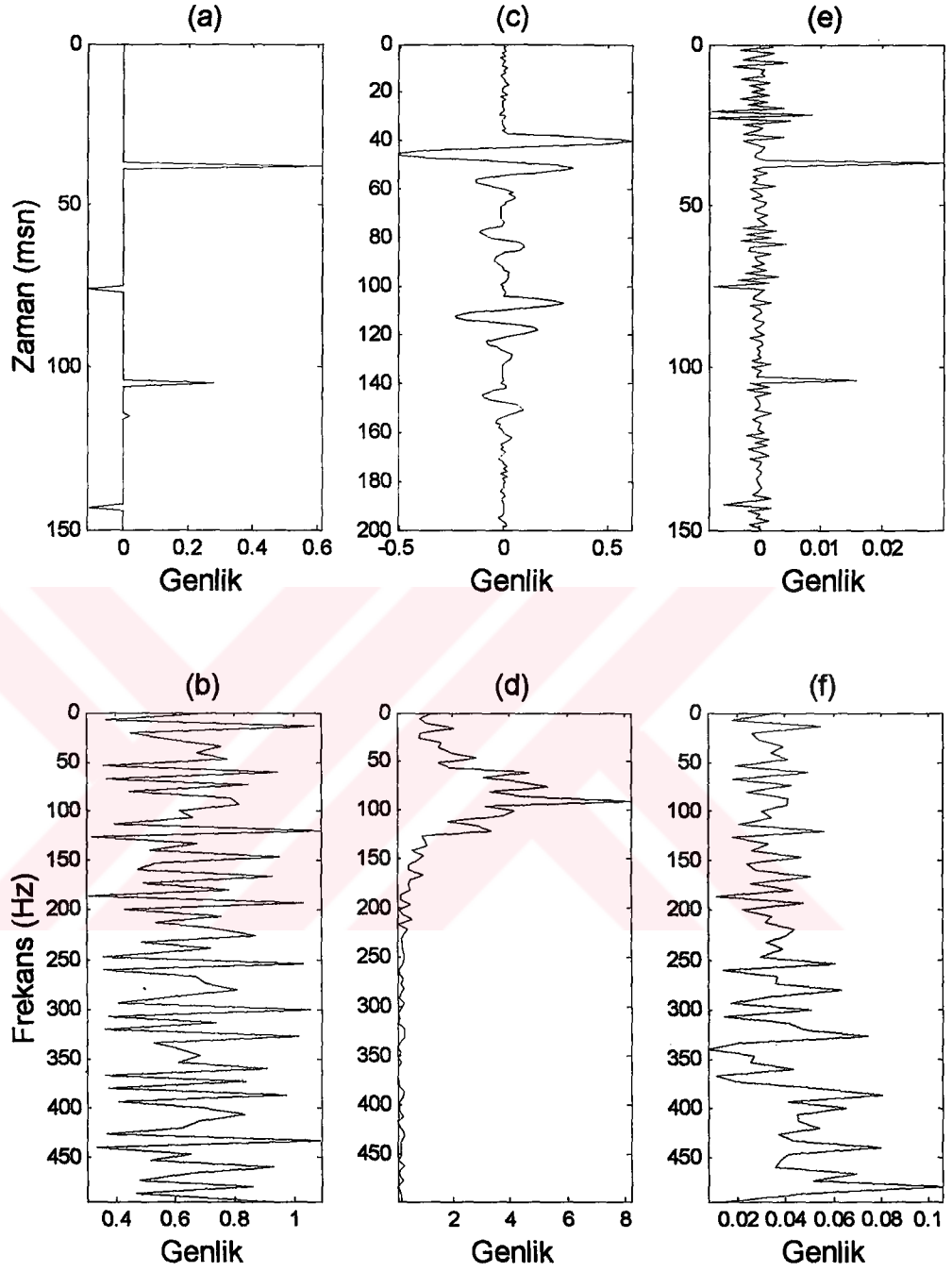
Şekil 23 Sıfır offset yapay bir sismik izin ters evrişim operatörü sonucu. (a) Yansımalar katsayıları serisi. (b) Yansımalar katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Ters evrişim operatörü uygulanması sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



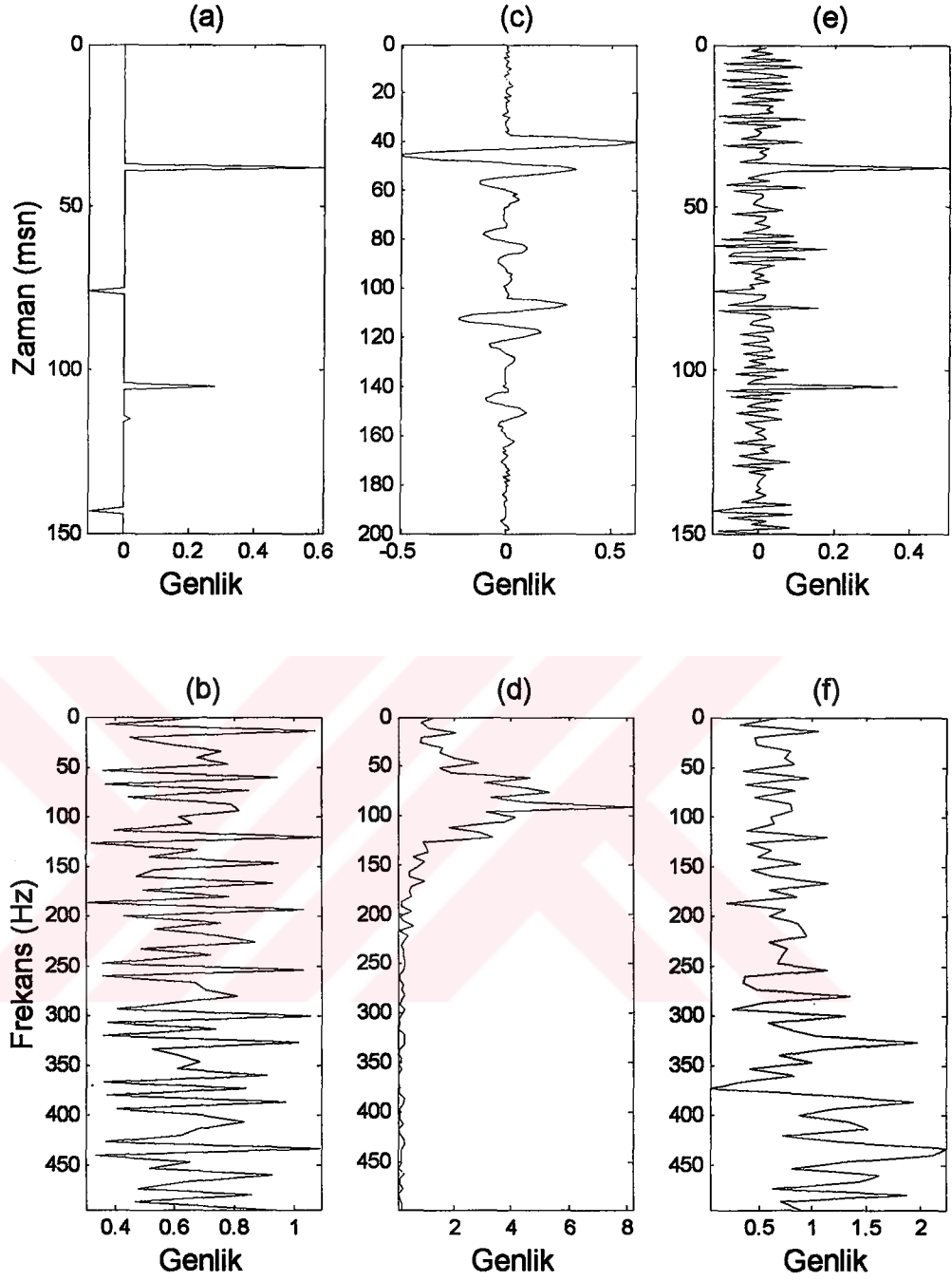
Şekil 24. Sıfır offset gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin deterministik Wiener ters evrişim süzgecinin sonucu. (a) Yansımalar katsayıları serisi. (b) Yansımalar katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Deterministik Wiener ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



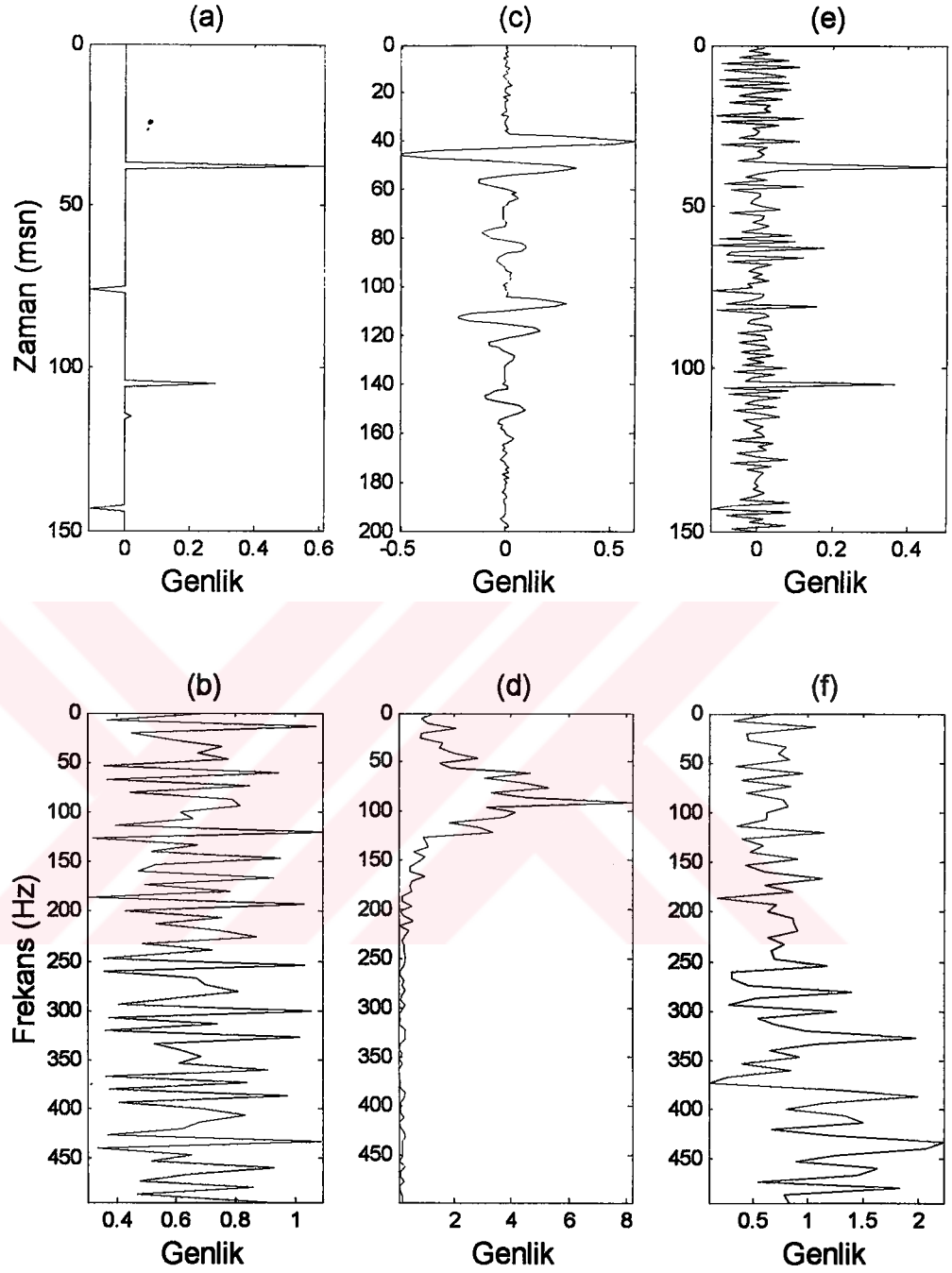
Şekil 25. Sıfır offset gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin Fourier dönüşümü yapılarak frekans ortamında bölme işleminin sonucu. (a) Yansımaya katsayıları serisi. (b) Yansımaya katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Fourier ortamında ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



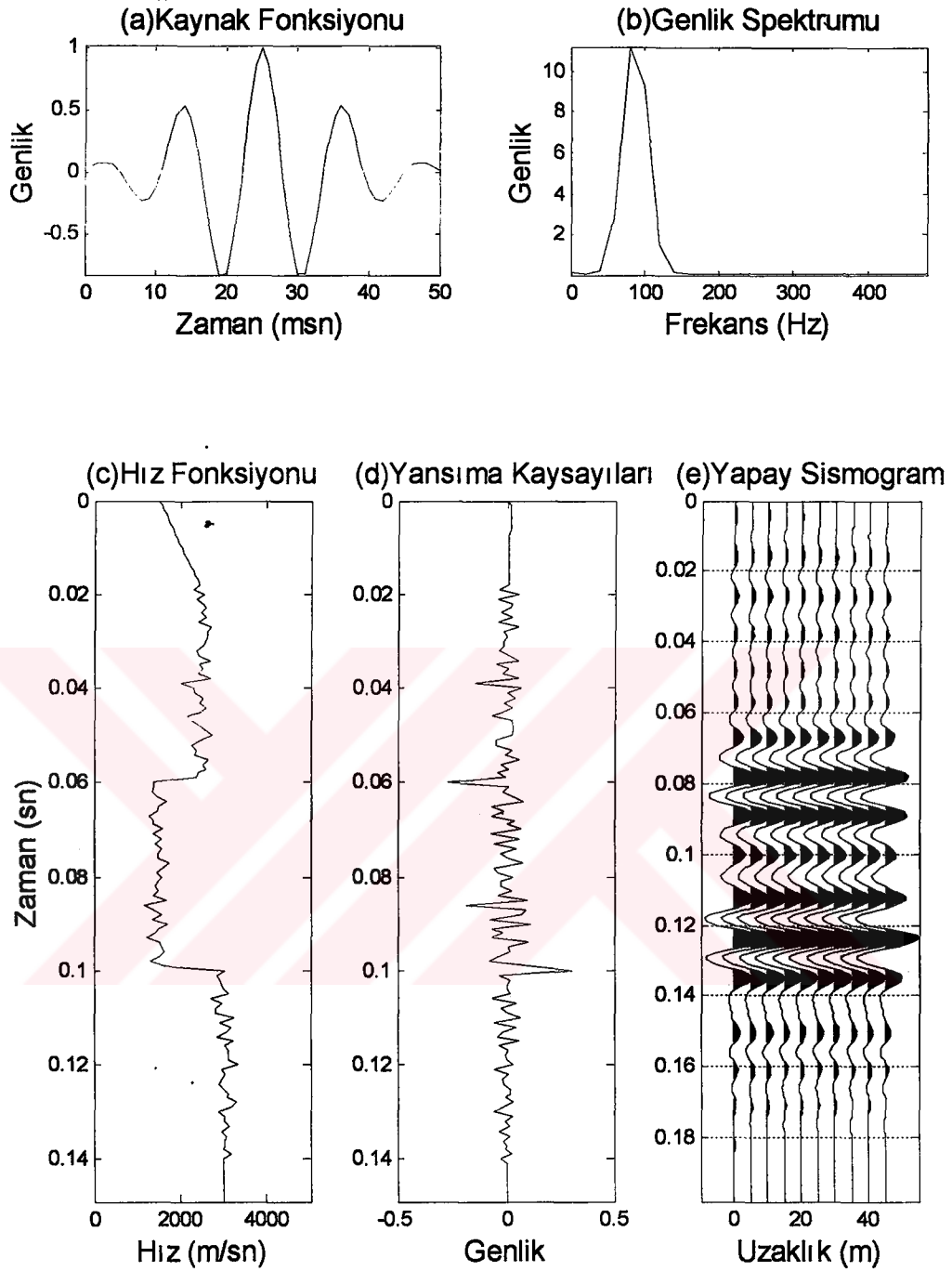
Şekil 26. Sıfır offset gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin tam ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Tam ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



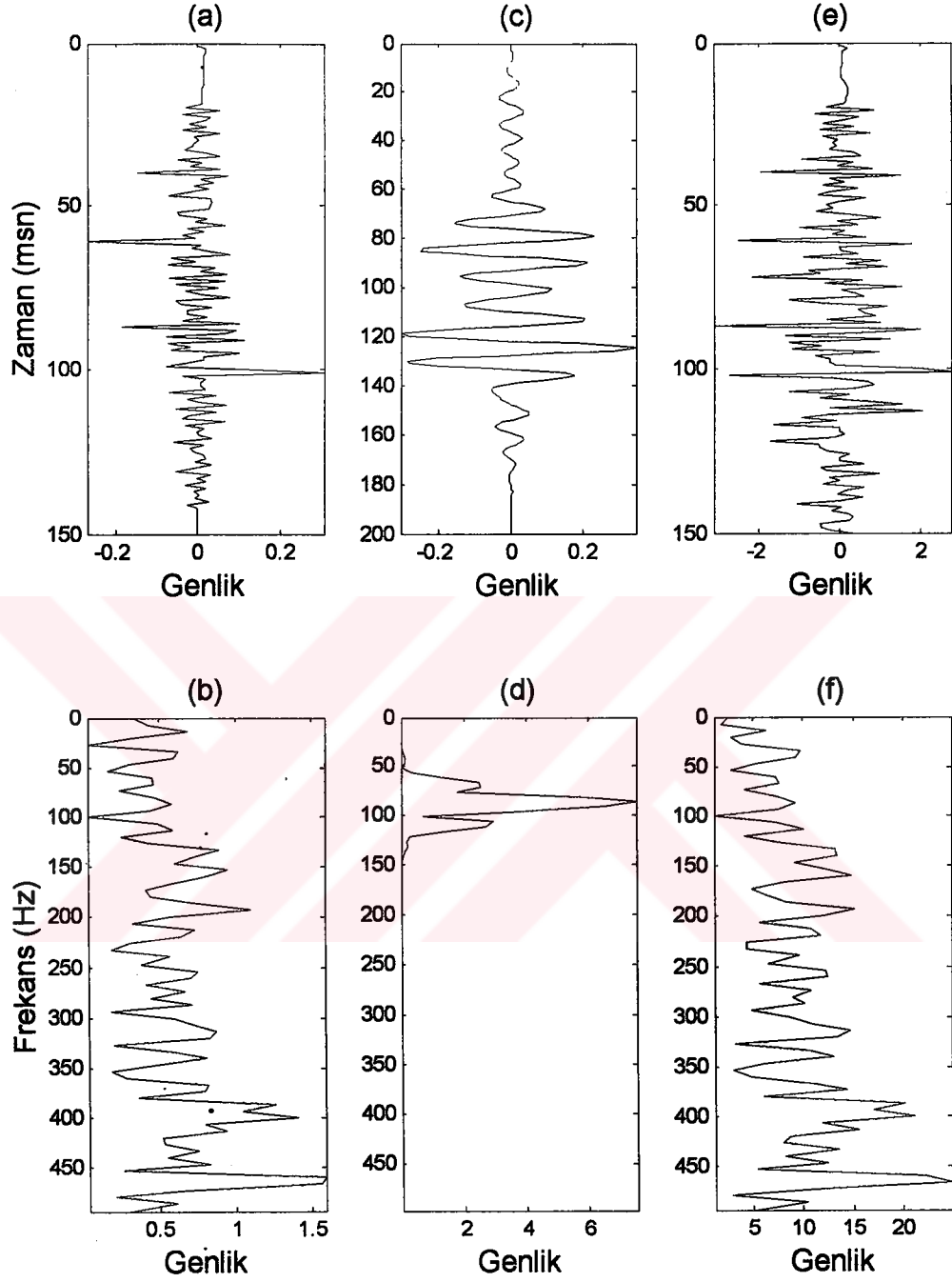
Şekil 27. Sıfır offset gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin en küçük kareler yöntemiyle yapılan ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) En küçük kareler ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



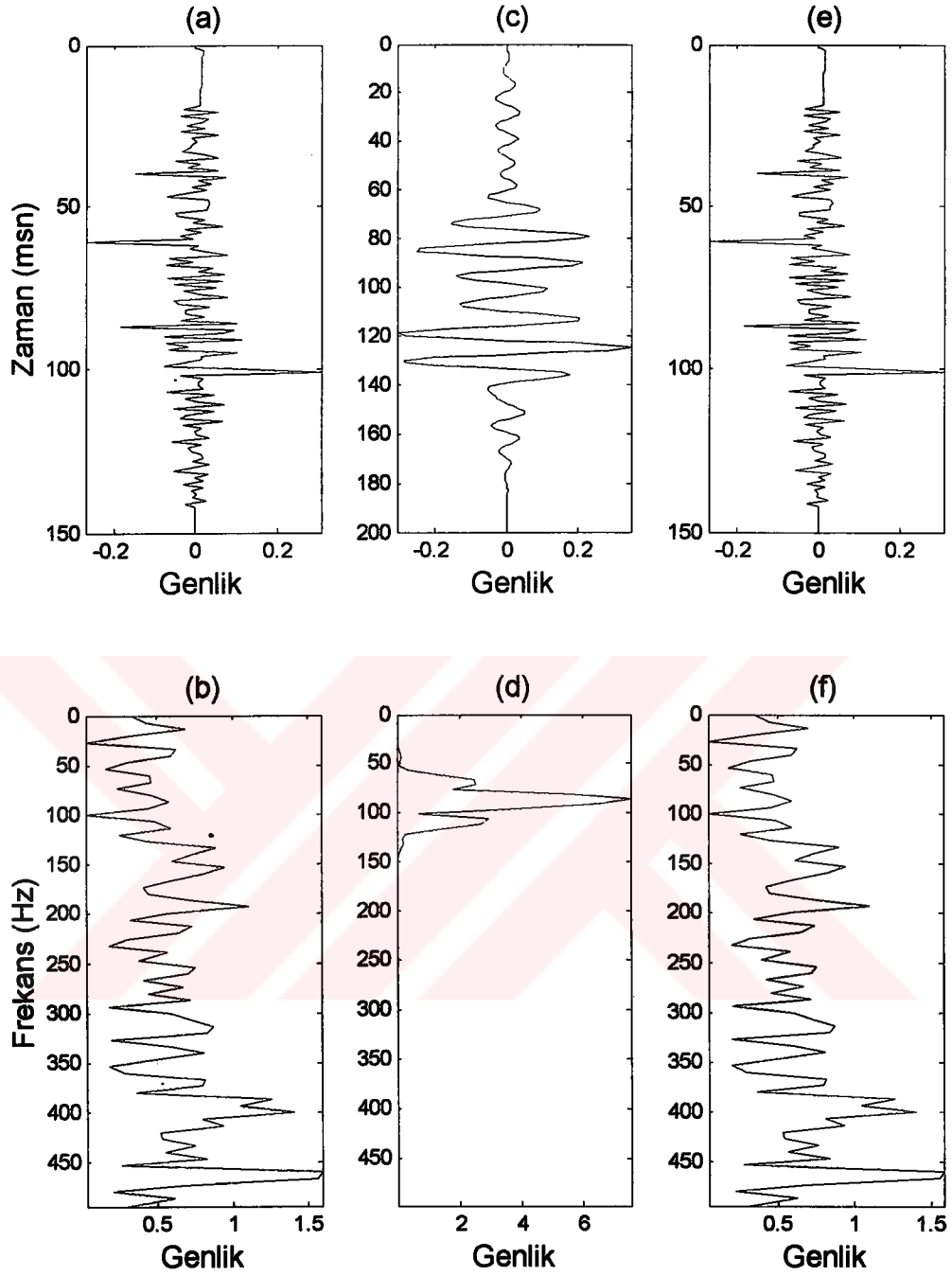
Şekil 28. Sıfır offset gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ters evrişim operatörü sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Ters evrişim operatörünün uygulanması sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



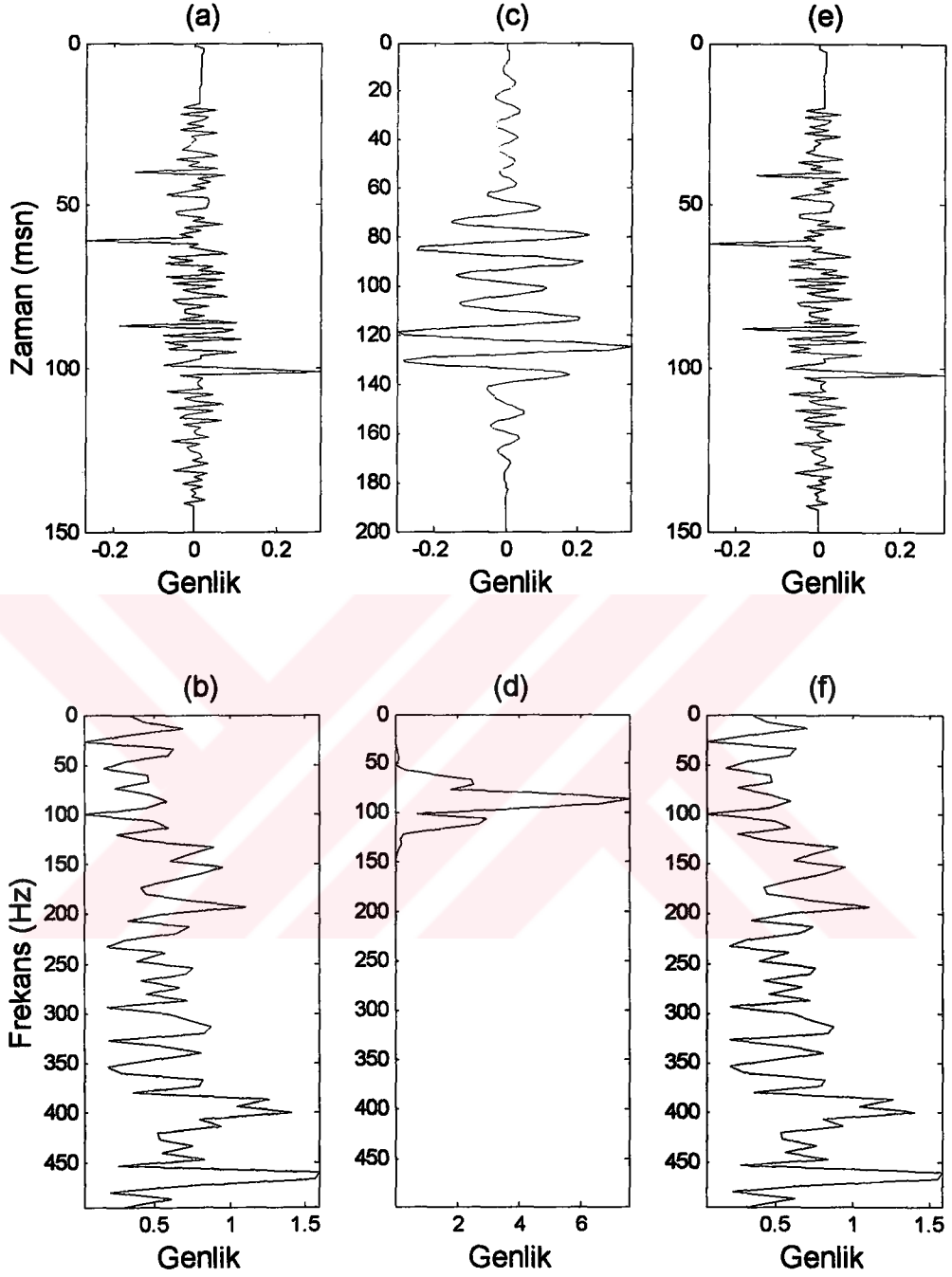
Şekil 29.Yapay sonik logdan hız logu modellenerek yapılan yapay bir sismik izin üretilmesi ve verilen sıfır fazlı kaynak dalgacı ile evrişimi. (a) Sıfır fazlı kaynak dalgacı. (b) Kaynak dalgacığının genlik spektrumu. (c) Yapay olarak üretilmiş hız logu. (d) Hız logundan elde edilen yansıma katsayıları serisi. (e) Kaynak dalgacı ve yerin yansıma katsayıları serisinin evrişiminden elde edilen yapay sismogram.



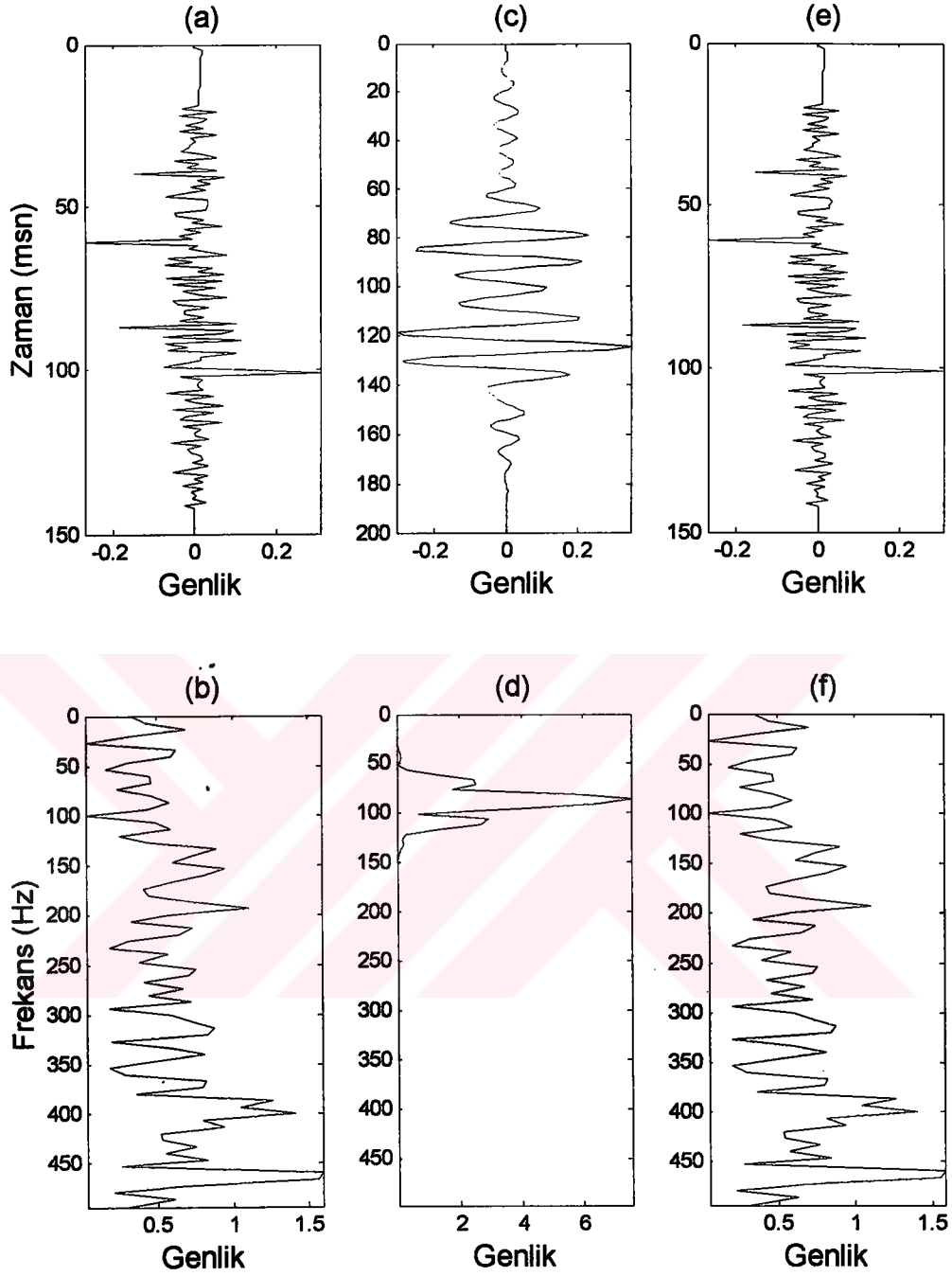
Şekil 30. Yapay bir sismik izin deterministik Wiener ters evrişim süzgecinin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Deterministik Wiener ters evrişimi sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



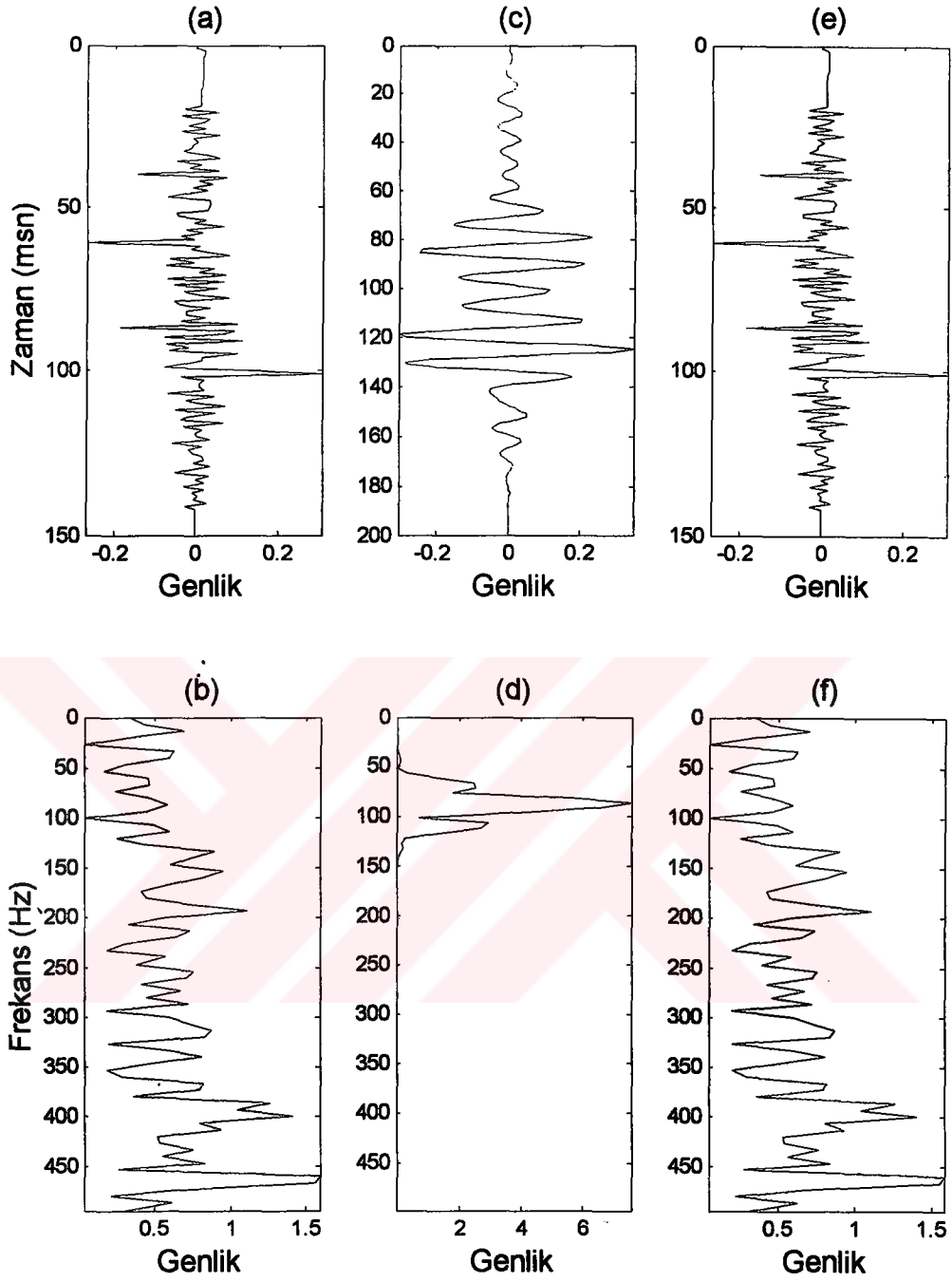
Şekil 31. Yapay bir sismik izin Fourier dönüşümü yapılarak frekans ortamında bölme işleminin sonucu. (a) Yansımaya katsayıları serisi. (b) Yansımaya katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Fourier ortamında ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



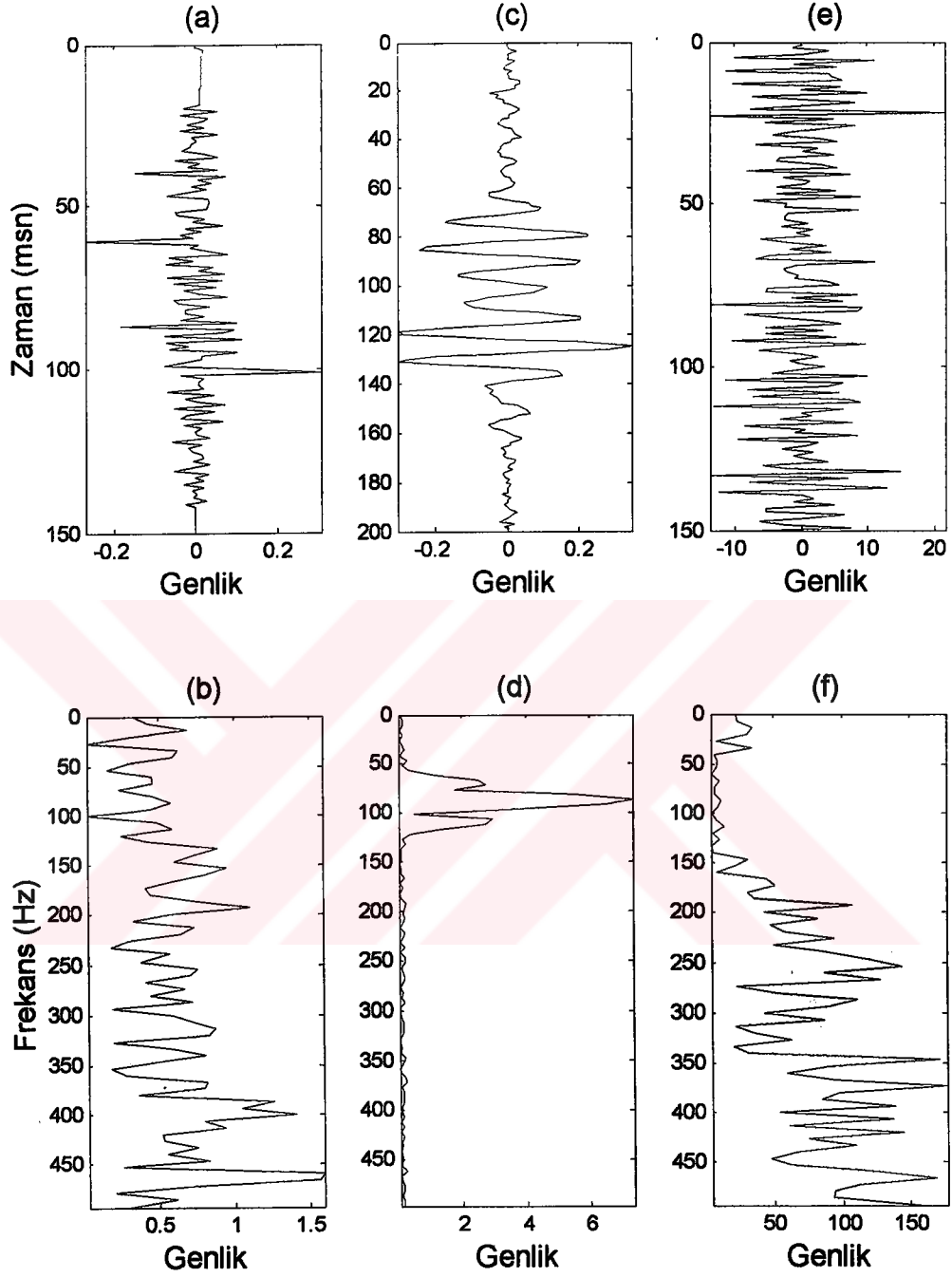
Şekil 32. Yapay bir sismik izin tam ters evrişim sonucu. (a) Yansımaya katsayıları serisi. (b) Yansımaya katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Tam ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



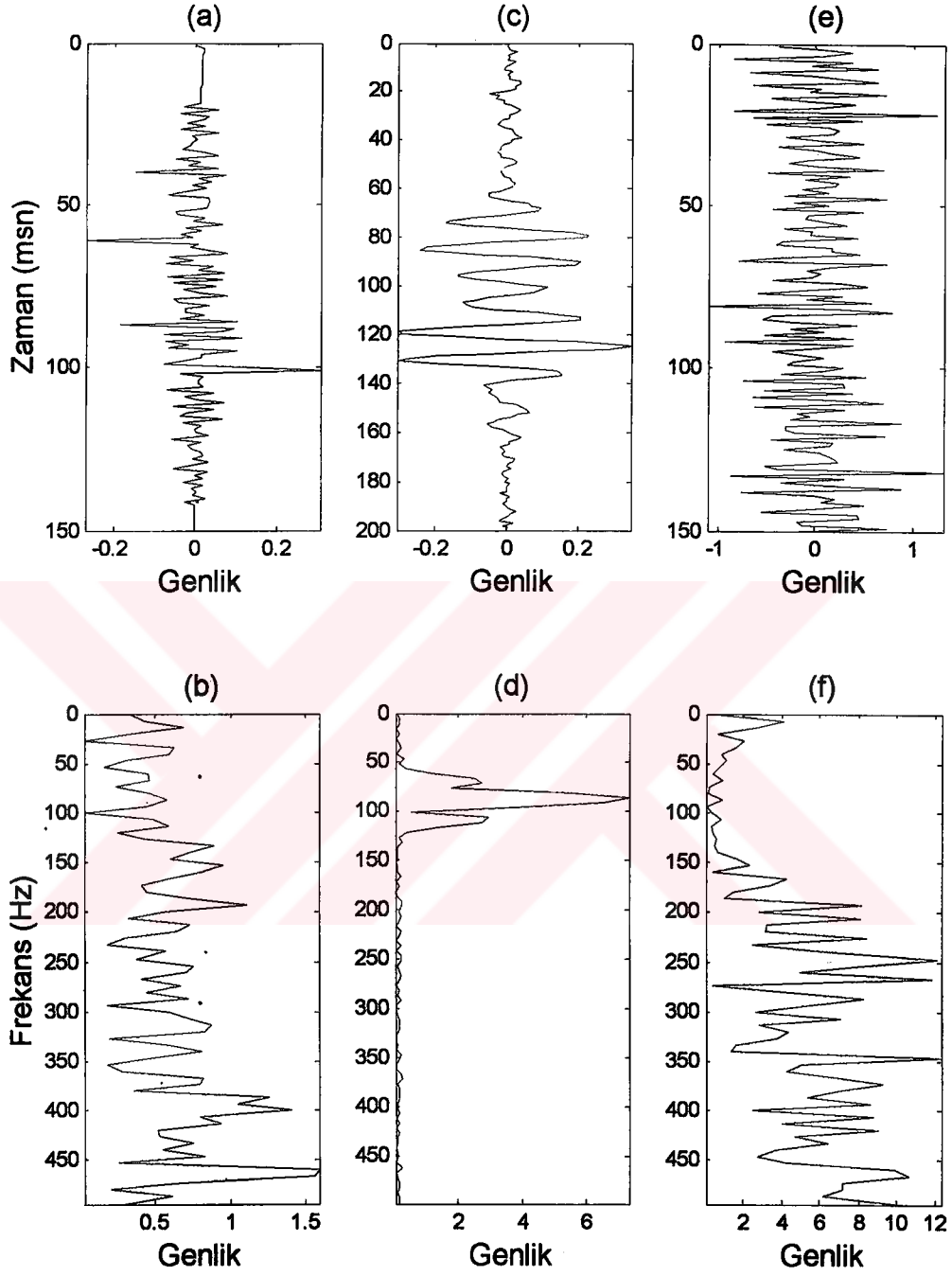
Şekil 33. Yapay bir sismik izin en küçük kareler yöntemiyle yapılan ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) En küçük kareler yöntemiyle ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



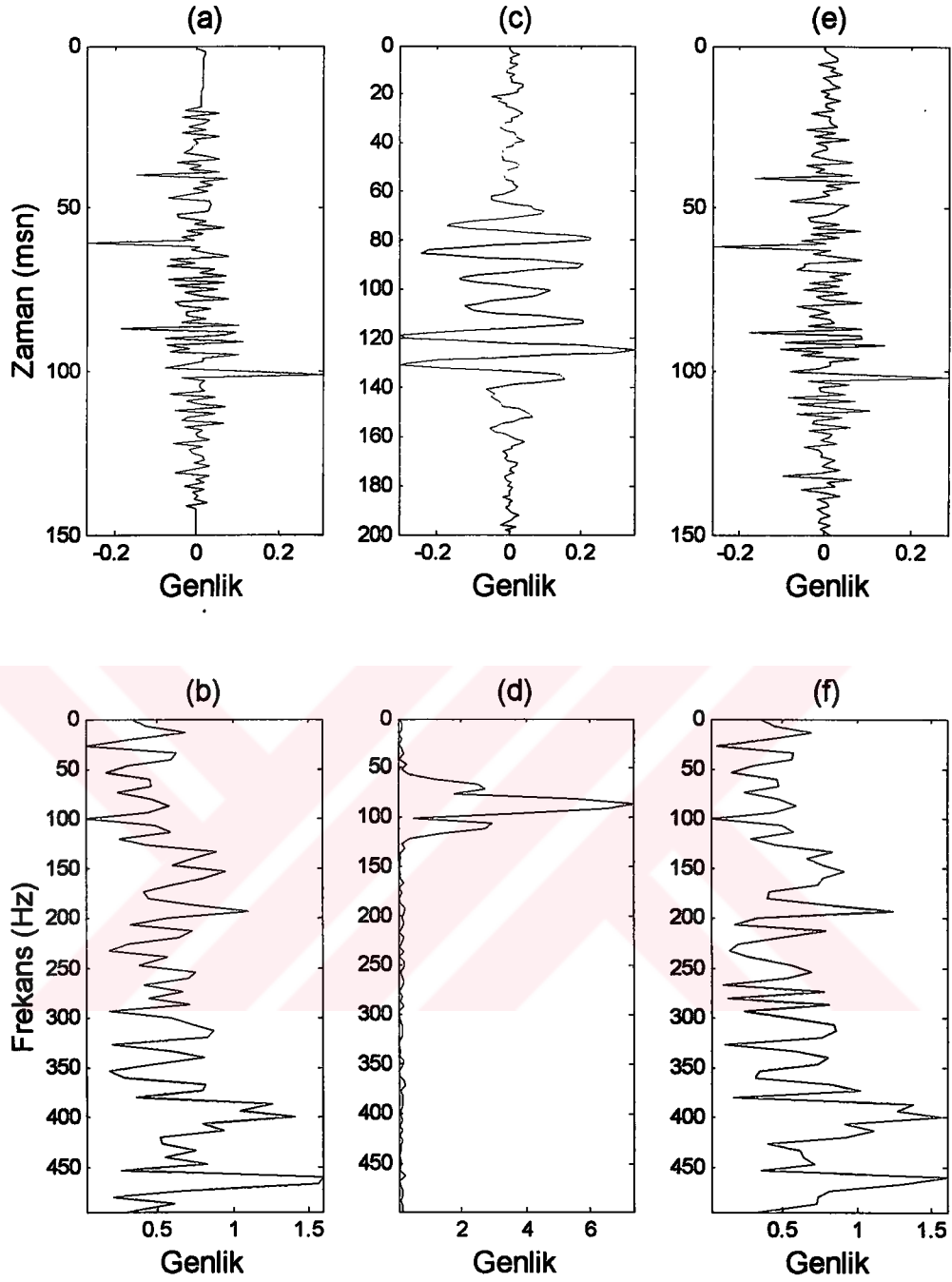
Şekil 34. Yapay bir sismik izin ters evrişim operatörü sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Ters evrişim operatörü uygulanması sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



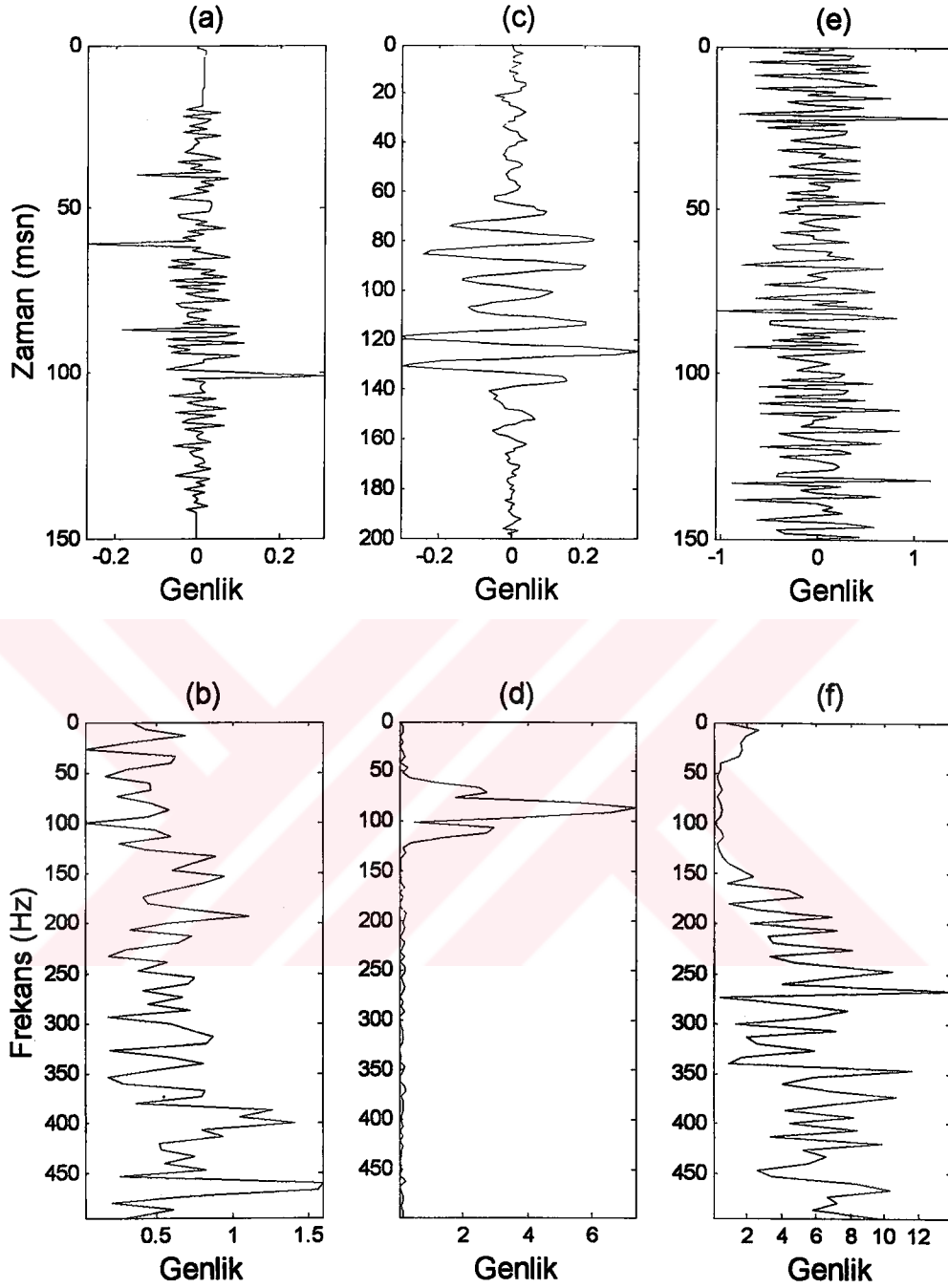
Şekil 35. Gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin deterministik Wiener ters evrişim süzgecinin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Deterministik Wiener ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



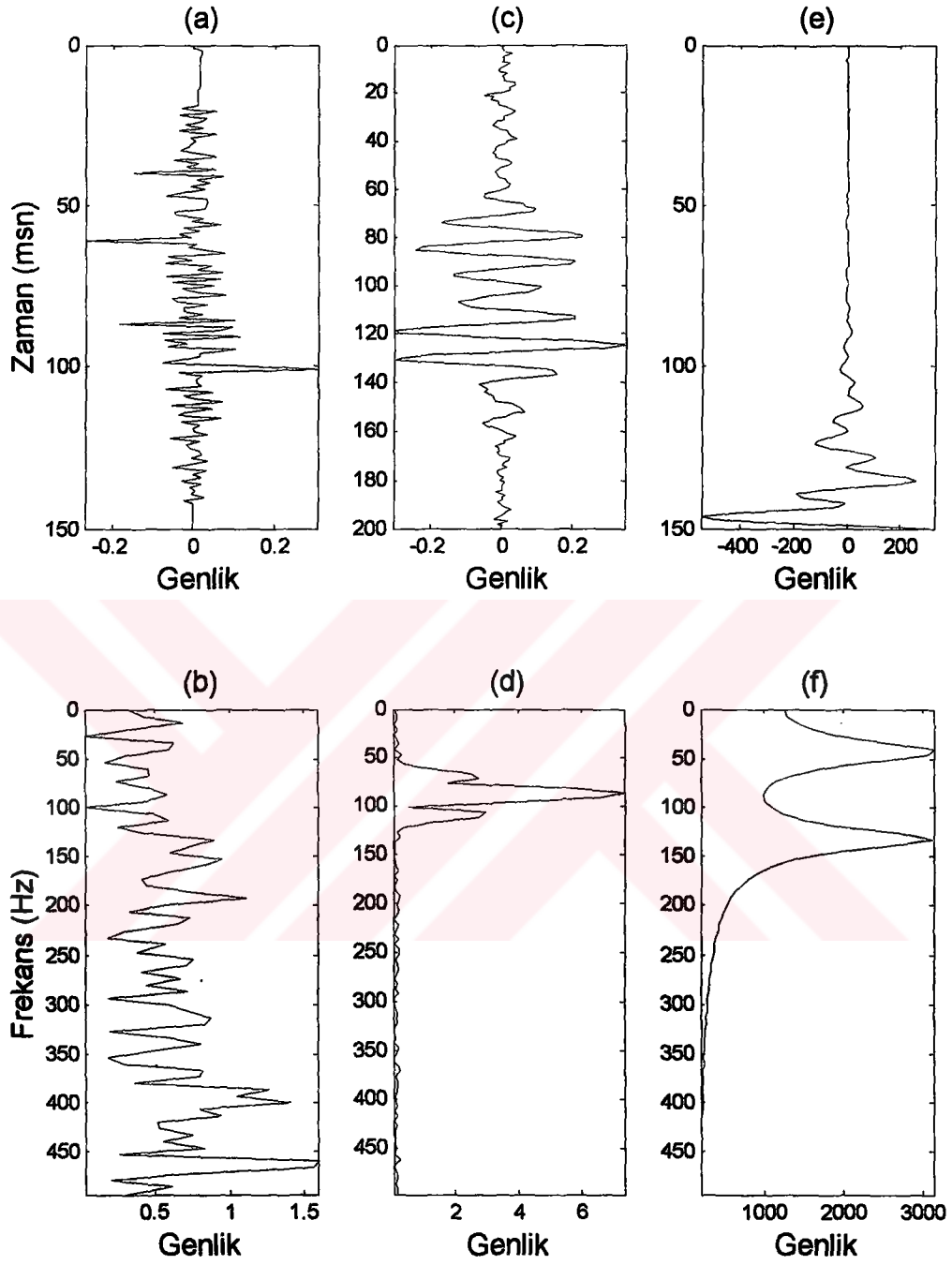
Şekil 36. Gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin Fourier dönüşümü yapılarak frekans ortamında bölme işleminin sonucu. (a) Yansımaya katsayıları serisi. (b) Yansımaya katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Fourier ortamında ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



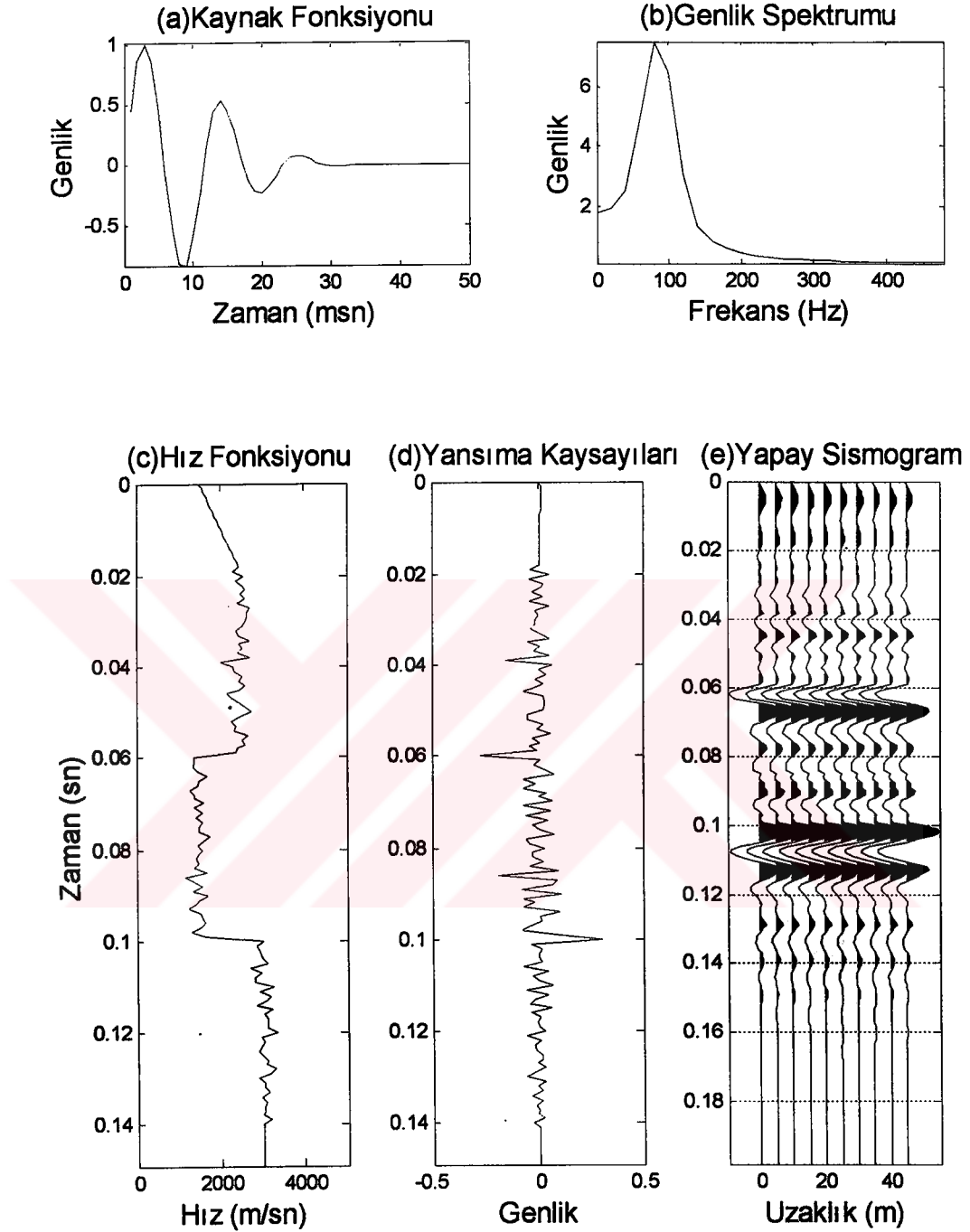
Şekil 37. Gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin tam ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Tam ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



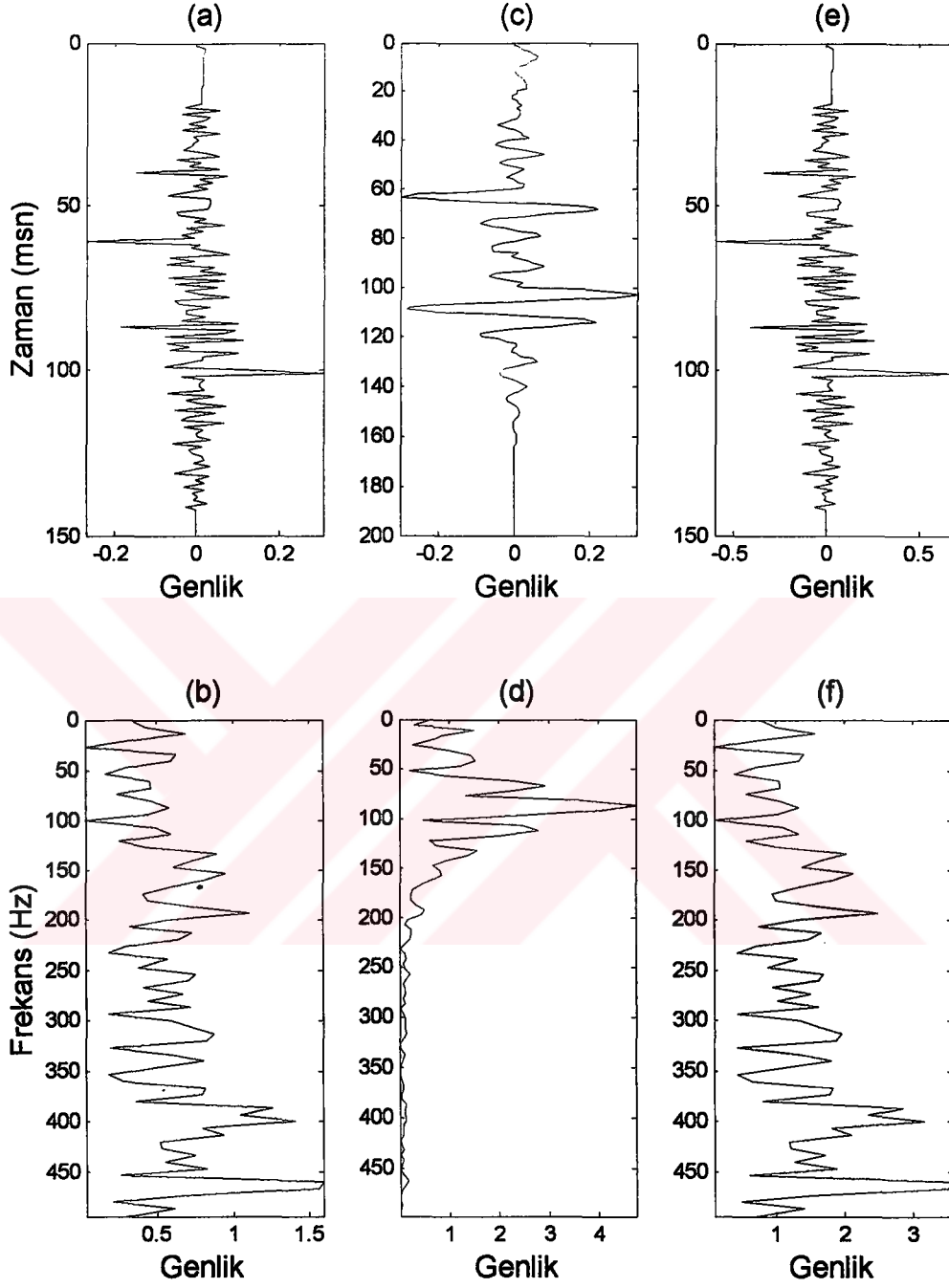
Şekil 38. Gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin en küçük kareler yöntemiyle yapılan ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) En küçük kareler ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



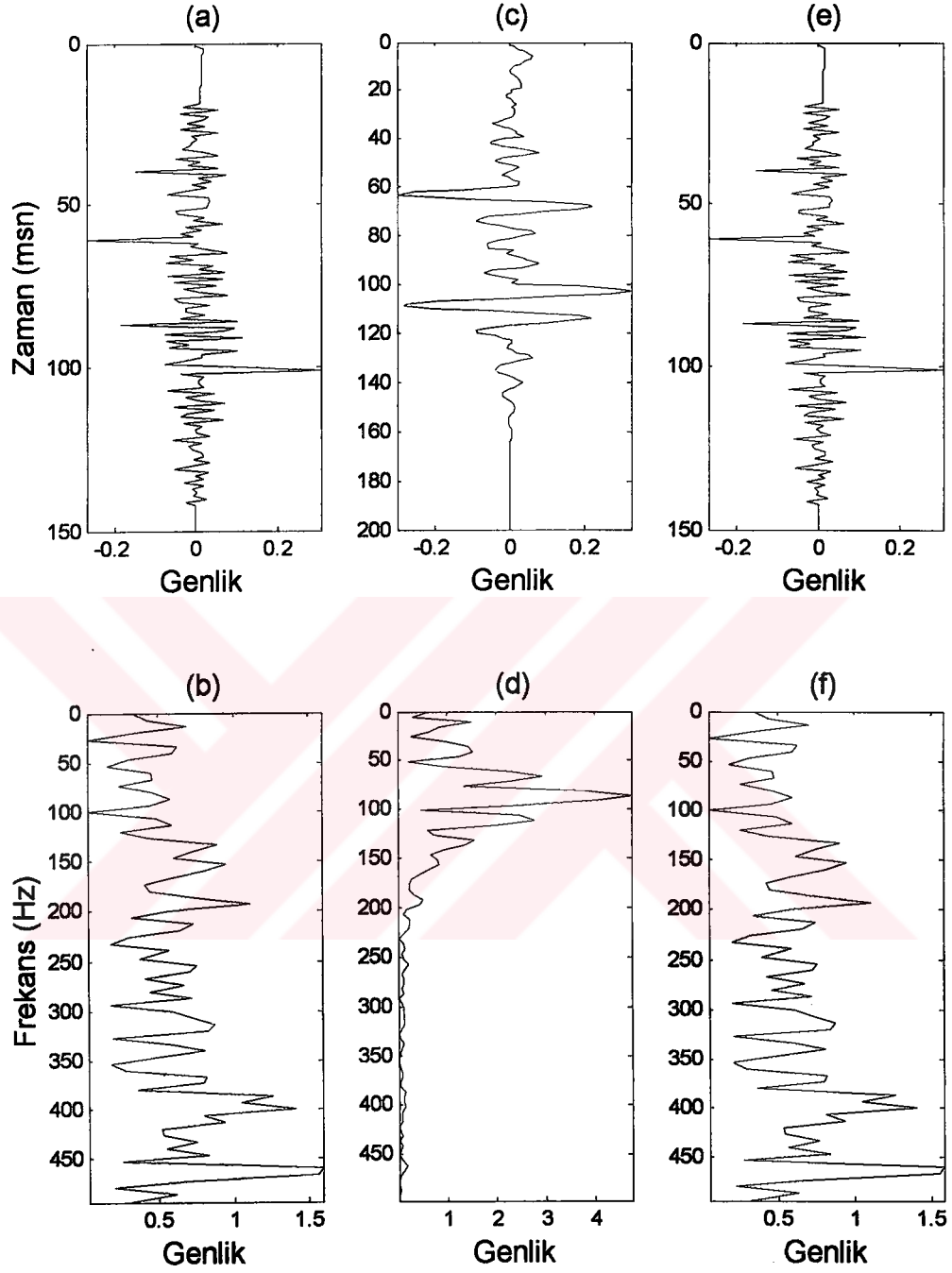
Şekil 39. Gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ters evrişim operatörü sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Ters evrişim operatörünün uygulanması sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



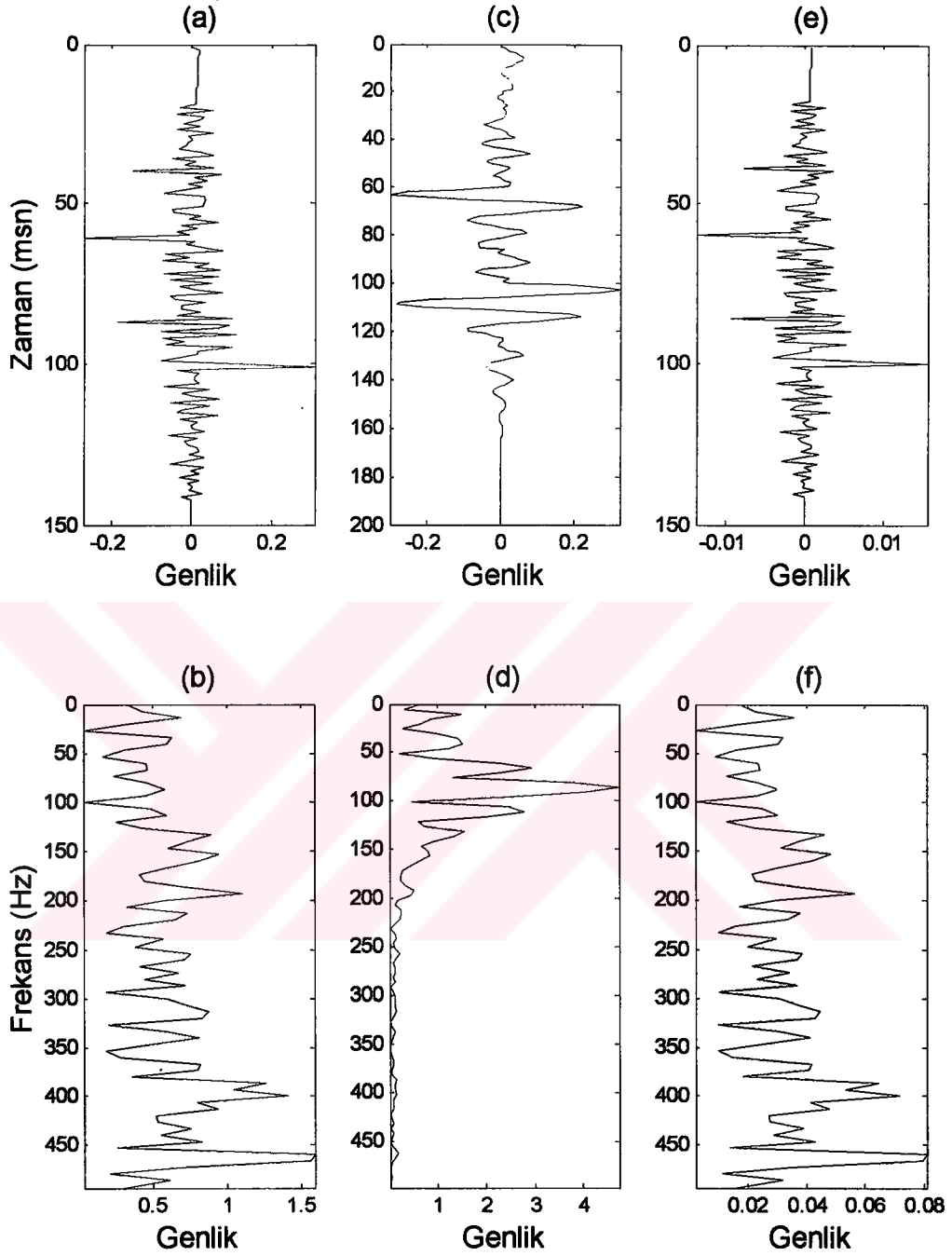
Şekil 40. Yapay sonik logdan hız logu modellenerek yapılan yapay bir sismik izin üretilmesi ve verilen minimum fazlı kaynak dalgacı ile evrişimi. (a) Minimum fazlı kaynak dalgacı. (b) Kaynak dalgacığının genlik spektrumu. (c) Yapay olarak üretilmiş hız logu. (d) Hız logundan elde edilen yansıma katsayıları serisi. (e) Kaynak dalgacı ve yerin yansıma katsayıları serisinin evrişiminden elde edilen yapay sismogram.



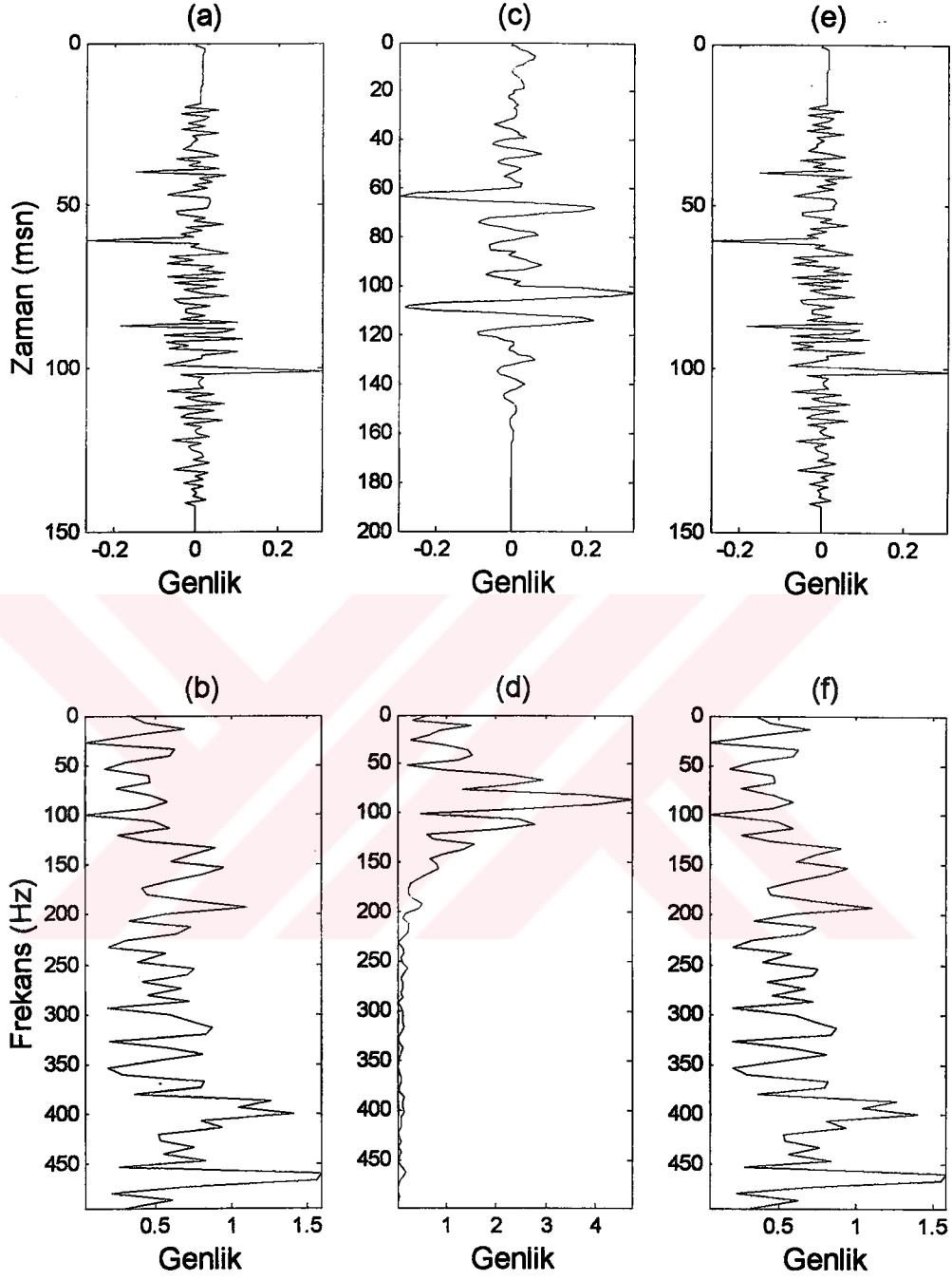
Şekil 41. Yapay bir sismik izin deterministik Wiener ters evrişim süzgecinin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Deterministik Wiener ters evrişimi sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



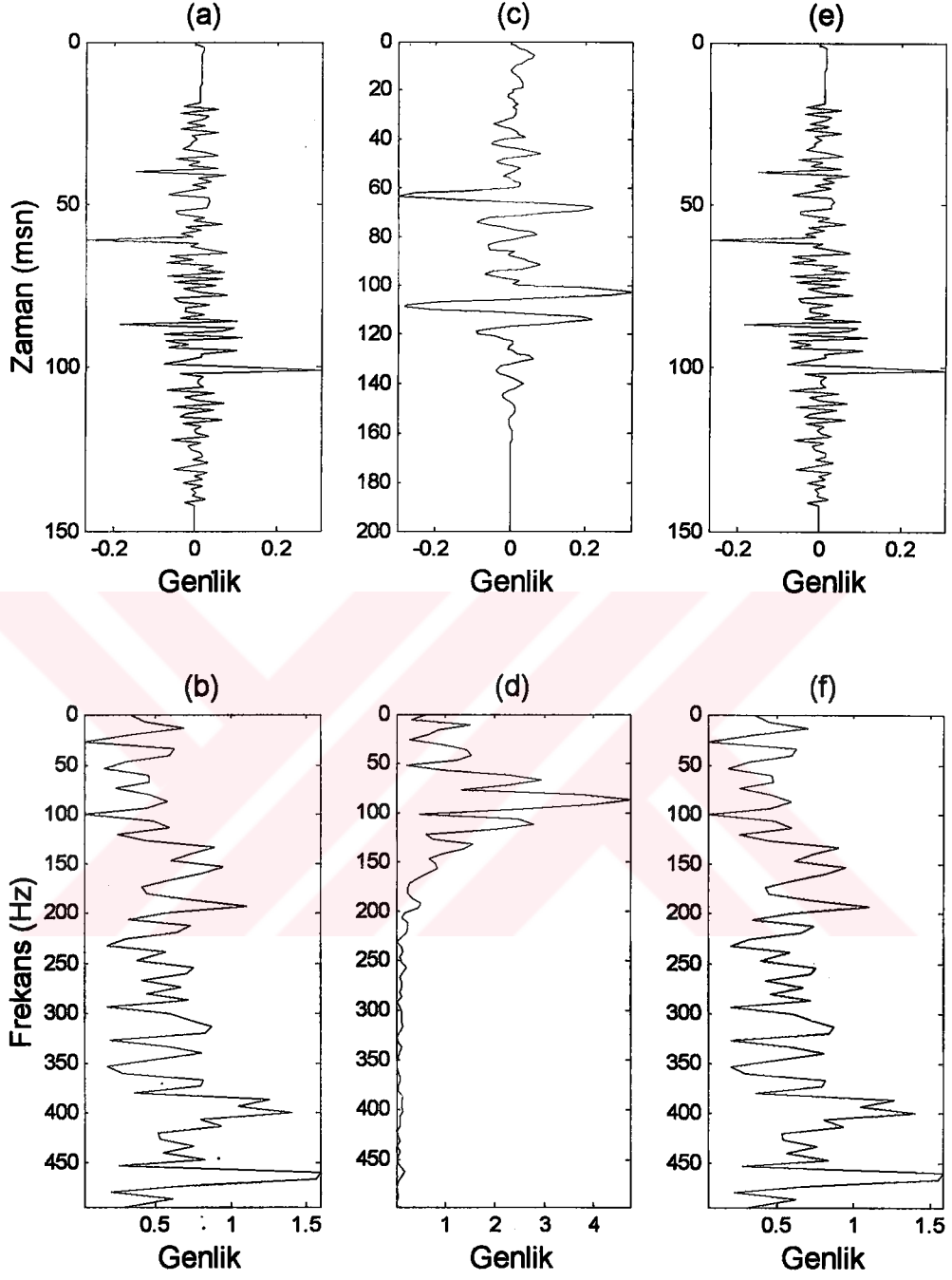
Şekil 42. Yapay bir sismik izin Fourier dönüşümü yapılarak frekans ortamında bölme işleminin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Fourier ortamında ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



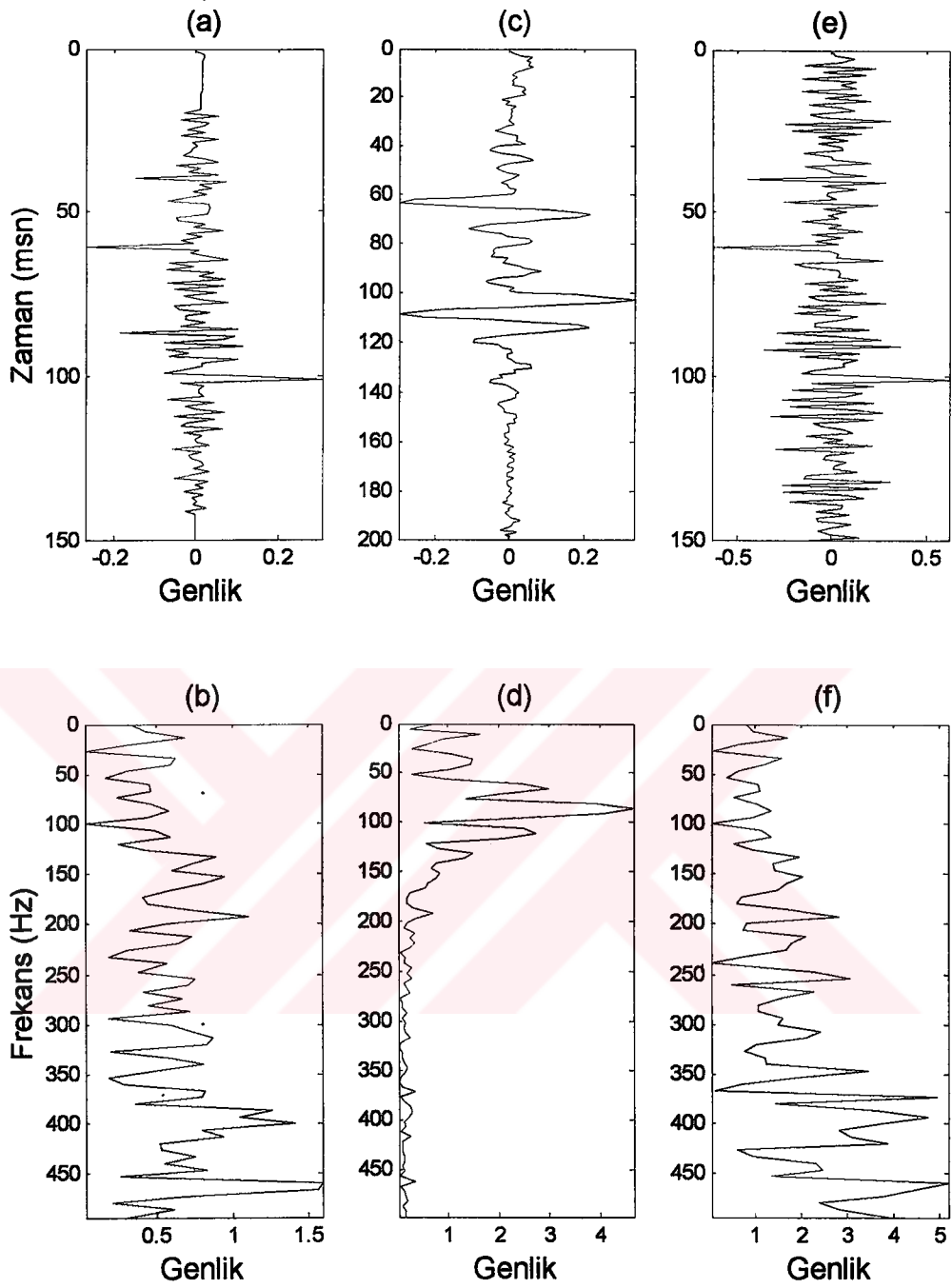
Şekil 43. Yapay bir sismik izin tam ters evrişim sonucu. (a) Yansımalar katsayıları serisi. (b) Yansımalar katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Tam ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



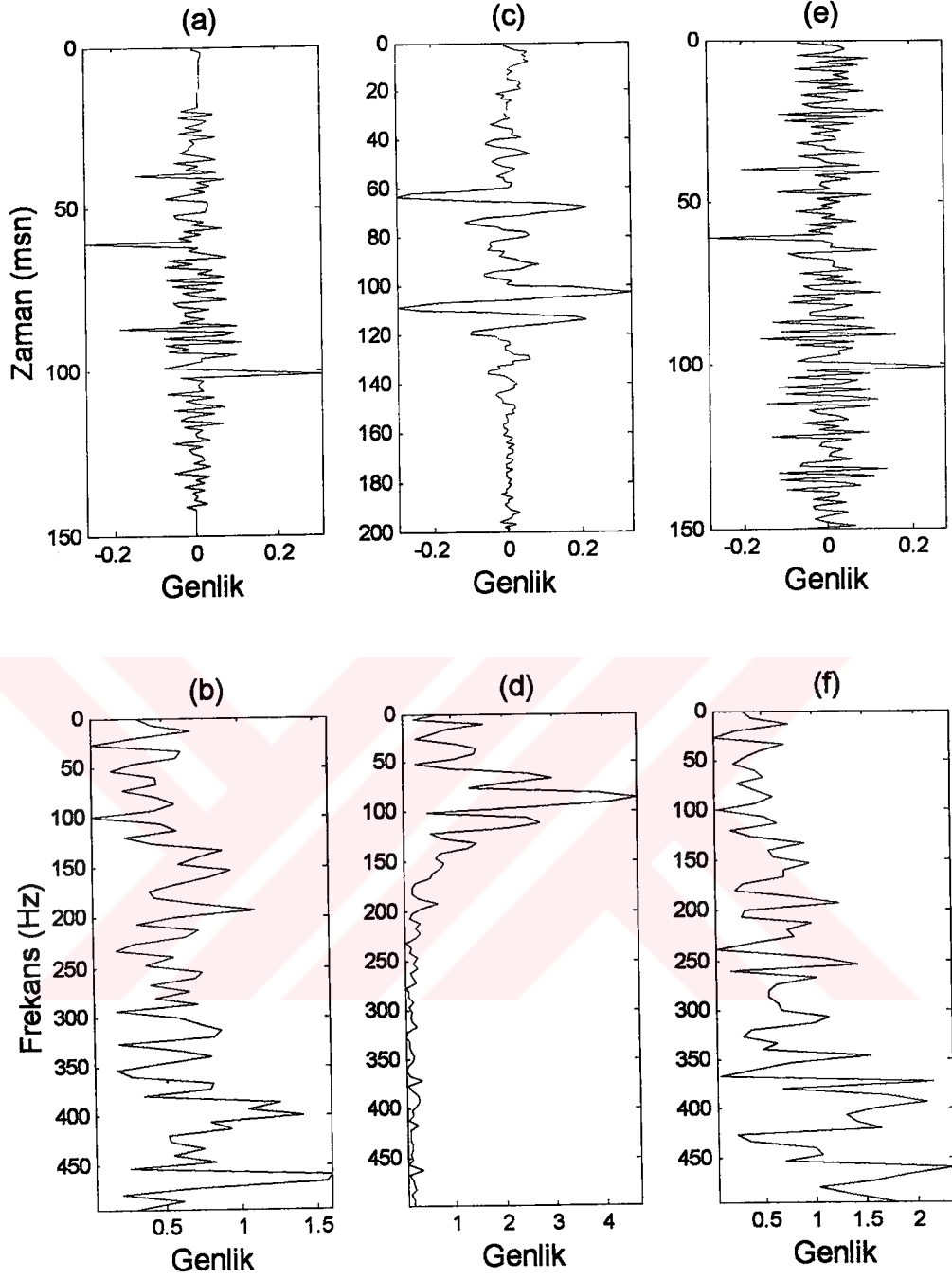
Şekil 44. Yapay bir sismik izin en küçük kareler yöntemiyle yapılan ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) En küçük kareler yöntemiyle ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



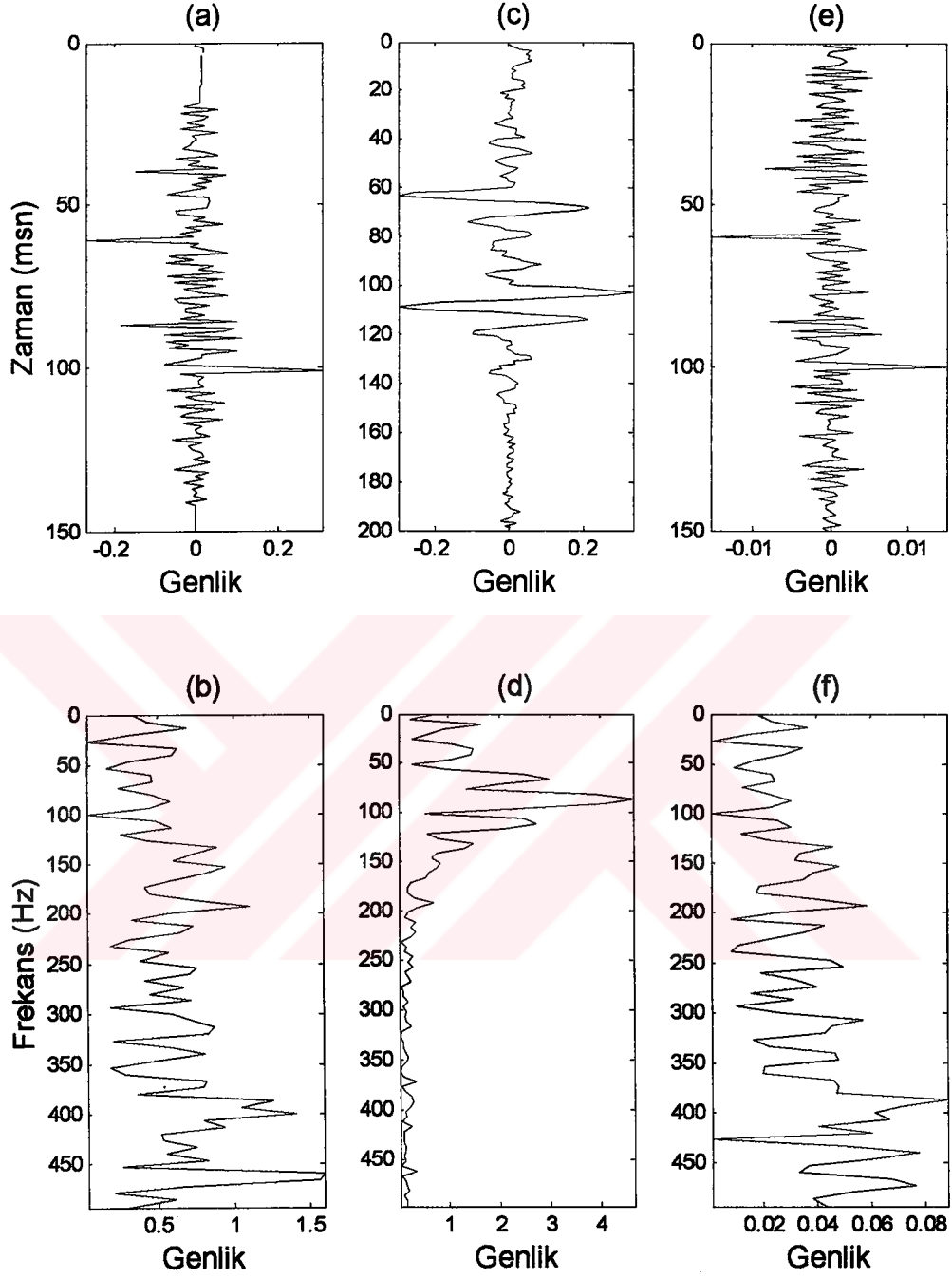
Şekil 45 Yapay bir sismik izin ters evrişim operatörü sonucu. (a) Yansımaya katsayıları serisi. (b) Yansımaya katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Ters evrişim operatörü uygulanması sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



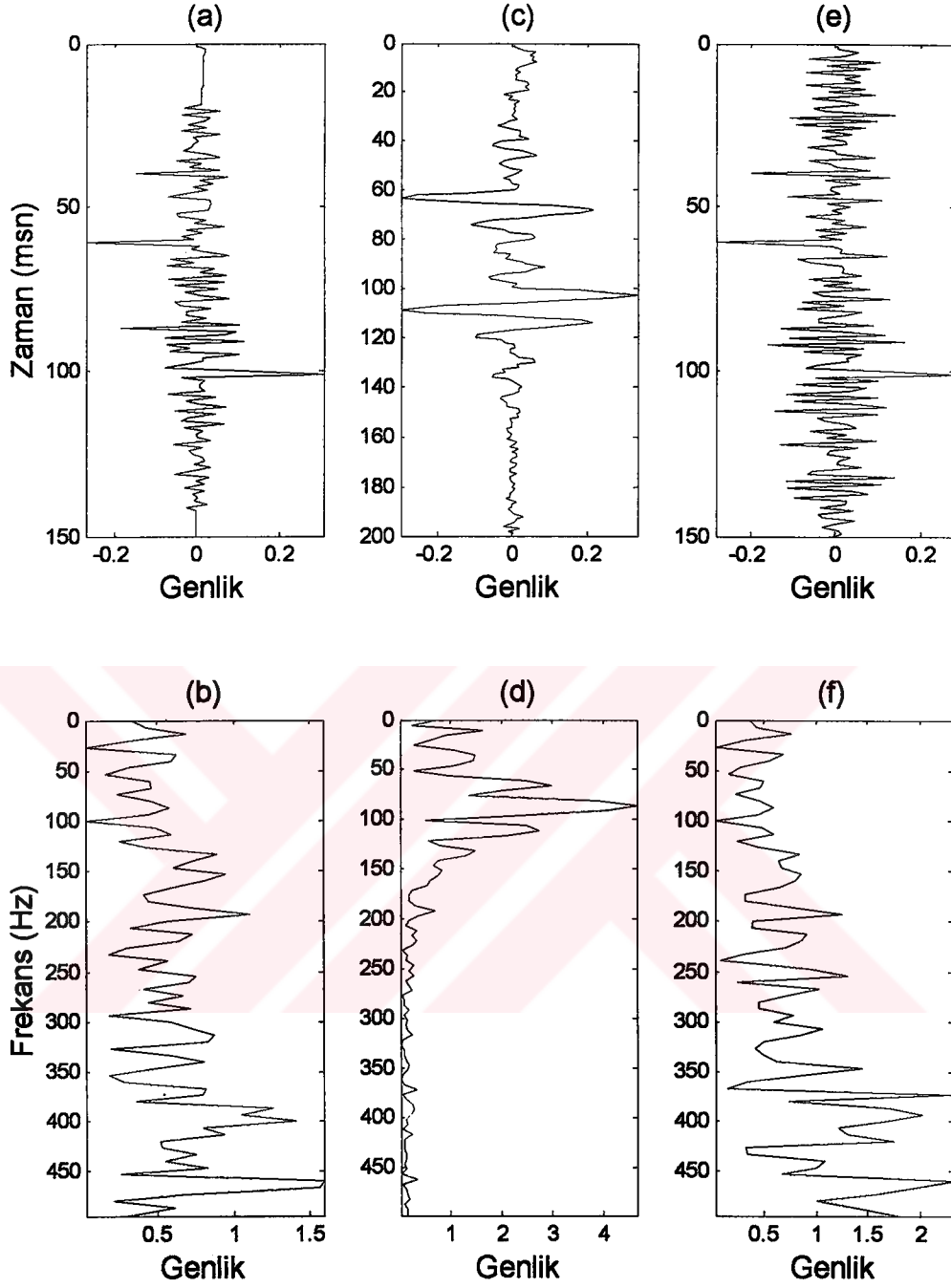
Şekil 46. Gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin deterministik Wiener ters evrişim süzgecinin sonucu. (a) Yansımaya katsayıları serisi. (b) Yansımaya katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Deterministik Wiener ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



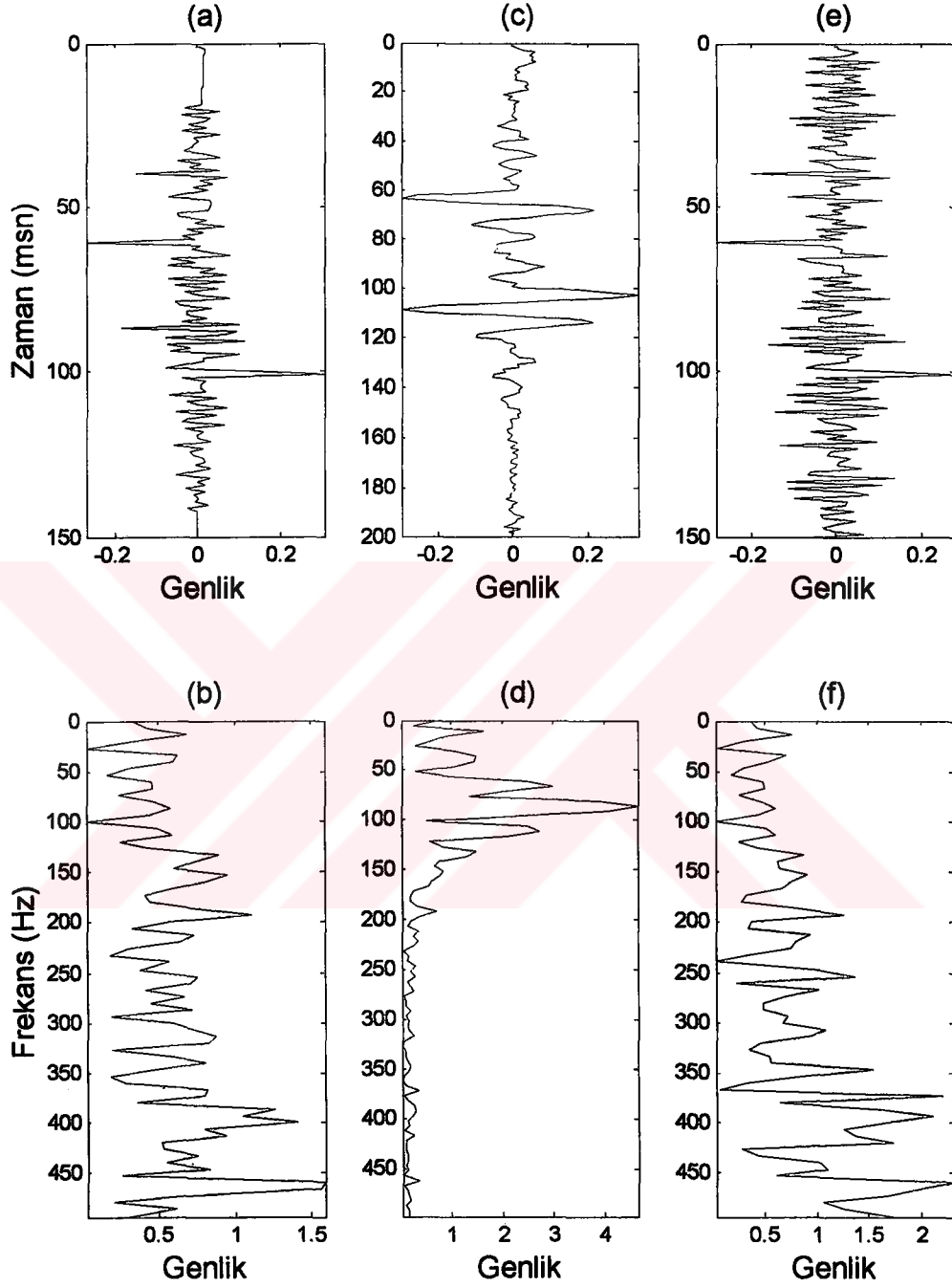
Şekil 47. Gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin Fourier dönüşümü yapılarak frekans ortamında bölme işleminin sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Fourier ortamında ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



Şekil 48. Gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin tam ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Tam ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



Şekil 49. Gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin en küçük kareler yöntemiyle yapılan ters evrişim sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) En küçük kareler ters evrişim sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.



Şekil 50. Gürültü eklenmiş yapay bir sismik izin ters evrişim operatörü sonucu. (a) Yansıma katsayıları serisi. (b) Yansıma katsayıları serisinin genlik spektrumu. (c) Gürültülü yapay sismik iz. (d) Yapay sismik izin genlik spektrumu. (e) Ters evrişim operatörünün uygulanması sonucunda elde edilen iz. (f) Ters evrişim sonucunun genlik spektrumu.

3. SONUÇLAR VE BULGULAR

Sismik veri işleminde araziden elde edilen sayısal sismik verilerin üzerinde, yorum aşamasına gelene kadar bir çok işlem yapılmaktadır. Sismik verilere uygulanan ilk işlemlerden birisi ters evrişim işlemi olarak bilinmektedir. Bu durumda, ters evrişimde yapılacak en ufak bir hata tüm sismik verilerin bozulmasına, para ve zaman kaybına neden olacaktır. Diğer yandan eğer ters evrişim yapılmazsa, derin yerlerde kaynak dalgacığının yüksek frekansı eleneceği için, kaynak dalgacığı düşük frekanslı bir dalgacık halini alır. Bu durumda düşük frekanslı, diğer bir deyişle uzun dalga boylu bir dalgacık, jeolojik ve ekonomik boyutu önemli olabilecek ince tabakaların gözden kaçırılmasına neden olabilir. Ayrıca, çözünürlüğünün düşük olması hız fonksiyonunun tespitinde önemli bir rol oynadığından gerek NMO (Normal Kayma Zamanı) dolayısıyla yığma ve gerekse göç (migration) işlemlerinde hatalı sonuçların çıkmasına neden olabilir.

Yapılan bu çalışmada, beş ayrı yöntem ele alınmış ve bunların değişik durumlarda göstermiş oldukları performans ölçülmüş ve yüzdesel olarak tablo 3’de verilmiştir.

Tablo 3. Tezde kullanılan ters evrişim yöntemlerinin tablo halinde karşılaştırılması ve değişik durumlarda gösterdiği üstünlükler, gözlemsel ve yüzdesel olarak listelenmesi.

Sismogram çeşidi		Yapay Sismogram				Sonik log			
		Sıfır fazlı		Minimum fazlı		Sıfır fazlı		Minimum fazlı	
Gürültü durumu		x	✓	x	✓	x	✓	x	✓
YÖNTEMLER	Deterministik Wiener	%50	%5	%80	%50	%80	%5	%90	%60
	Fourier Dönüşümü	%100	%10	%100	%60	%100	%10	%100	%60
	Tam Ters Evrişim	%100	%90	%95	%85	%100	%90	%95	%90
	En Küçük Kareler	%100	%10	%100	%60	%100	%10	%100	%60
	Ters Evrişim Operatörü	%100	%0	%100	%60	%100	%0	%100	%60

Bu sonuçlara göre, deterministik Wiener süzgeci, kaynak dalgacığının minimum fazlı olduğunda oldukça yeterli bir sonuç vermekte, fakat dalgacık sıfır fazlı olduğunda kararsız duruma gelen süzgecin çözümü zorlaşmakta hatta gürültü eklendiğinde imkansız hale gelmektedir.

Fourier yönteminde kararsızlık problemine karşılık dikkatli olunması gerekmekte, buna karşılık yapılan çalışmalarda, genlik spektrumunda sıfırlar olmadığından kararsızlık sorunuyla karşılaşılmağı olduğu görülmektedir. Diğer taraftan elde edilen sonuçlara Fourier yöntemi dalgacık biçiminden çok gürültü eklenmesi durumlarında düşük performans göstermektedir.

Tam ters evrişim yöntemi ise sismige ilk kez bu çalışmayla uyarlanmaktadır. Evrişim çekirdeğindeki sıfırların birim çember üzerinde olduğunda genlik sorunu çıkmaktadır. Buna rağmen çok iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. Özellikle gürültü eklendiğinde diğer yöntemlere göre açık bir üstünlük göstermektedir.

En küçük kareler yöntemi, ele alınan yöntemler arasında iyi sonucu verdiği görülmektedir. Özellikle minimum fazlı dalgacık kullanıldığına ve gürültü eklendiğinde bile tatminkar bir sonuç vermektedir. Ayrıca Wiener süzgeçleriyle aynı kaynaktan çıktıkları için istatistiksel ters evrişim yöntemi olarak da kullanılabilir.

Ters evrişim operatörü, normalde literatürde bilinmesine rağmen ilk kez bir operatör adı altında sunulması ve (//) operatörüyle anılmasını sağlamak, yerinde bir karar olur. evrişim işleminin tam karşılığı olabilecek bir ters evrişim yöntemi olarak ortaya konulabilir. Sıfır fazlı kaynak dalgacığı kullanıldığında ve gürültü eklenmiş haliyle kararsız olduğu göz önüne alınırsa Z dönüşümüyle paralellik gösterdiği söylenebilir. Hatta Z ortamında polinomları bölmek için bir yöntem olarak da önerilebilir.

4. ÖNERİLER VE İRDELEME

Ters evrişim işlemi, sismik veri işlemde değişik aşamalarda rahatlıkla kullanılabilir. Kaynak dalgacığının tam olarak belirlenemediği ve kayıt edilen sinyallerde gürültü oranının yüksek olduğu durumlarda, minimum kaynak dalgacı kullanılması her zaman sağlıklı bir ters evrişim yapılmasına olanak sağlayacaktır.

Wiener ters evrişim yöntemlerinin, geniş bir yaygınlıkta kullanıldığı görülmekle birlikte bu çalışmada en az başarı göstermesi nedeniyle, başka yöntemlerinde kullanılması veya en azından bu konularda daha detaylı çalışmalar yapılması gerekmektedir. Özellikle tam ters evrişimin çok boyutlu durumlarda göstermiş olduğu performans araştırılmalı ve hatta istatistiksel ters evrişim işlemi için nasıl uyarlanacağı araştırılabilir. Ayrıca ters evrişim işleminin tekrarlı yansımaları bastırıldığı bilinmektedir. Bu konuda da tam ters evrişim işleminin nasıl kullanılacağı araştırılmalıdır.

En küçük kareler yöntemi, bu çalışmada iyi performansı veren yöntem olarak önerilebilir. Ayrıca en küçük kareler yönteminin başka çeşitleri ele alınıp, kovaryans matrisiyle ilişkisi araştırılabilir. Gürültülü durumları iyileştirilebilir ve mantıksal olarak bakılacak olunursa istatistiksel ters evrişim işlemlerinde rahatlıkla kullanılabilir.

Ters evrişim operatörü, gerek zamansal ortamda olduğundan dolayı ve gerekse işlem hızı bakımından diğer yöntemlere göre üstün yanları vardır. Fakat gürültü eklendiğinde kararsızlık gösterdiği durumlar araştırılmalı ve bunu yok etmek veya iyileştirmek için neler yapılması gerektiği incelenmelidir.

Ters evrişim işlemleri, günümüze kadar sismik veri işlemde genelde tek boyutta yapıla-gelmiş bir yöntemdir. Fakat şimdiye kadar uygulanan yöntem, kaynak dalgacığının yeraltında ilerlerken izlediği yol yarı sonsuz bir küre şeklinde olduğundan ve dalgacığın şekli değişik formasyonlarda iletilirken, doğal olarak yüksek frekansları eleneceğinden ve ayrıca değişik açılara ilerleyen dalgacığın dalga boylarından farklılık yüzünden dalganın genliği ve fazı değişeceğinden değişik bir dalgayla yüz yüze kalmış olunacaktır. Bu değişim zamanla devam edeceğinden, tek bir dalgacıkla tüm sismik kesiti değerlendirmek kanımca büyük bir hatadır. Dolayısıyla tek boyutta değil de 2 ve 3 boyutlu ters evrişim işlemi üzerinde çalışılması ve bunun sismik kesitlere uygulanması daha mantıklı ve gerçekçi bir tutum olur. Hatta doğrusal olmayan ters evrişim sistemleri incelenebilir.

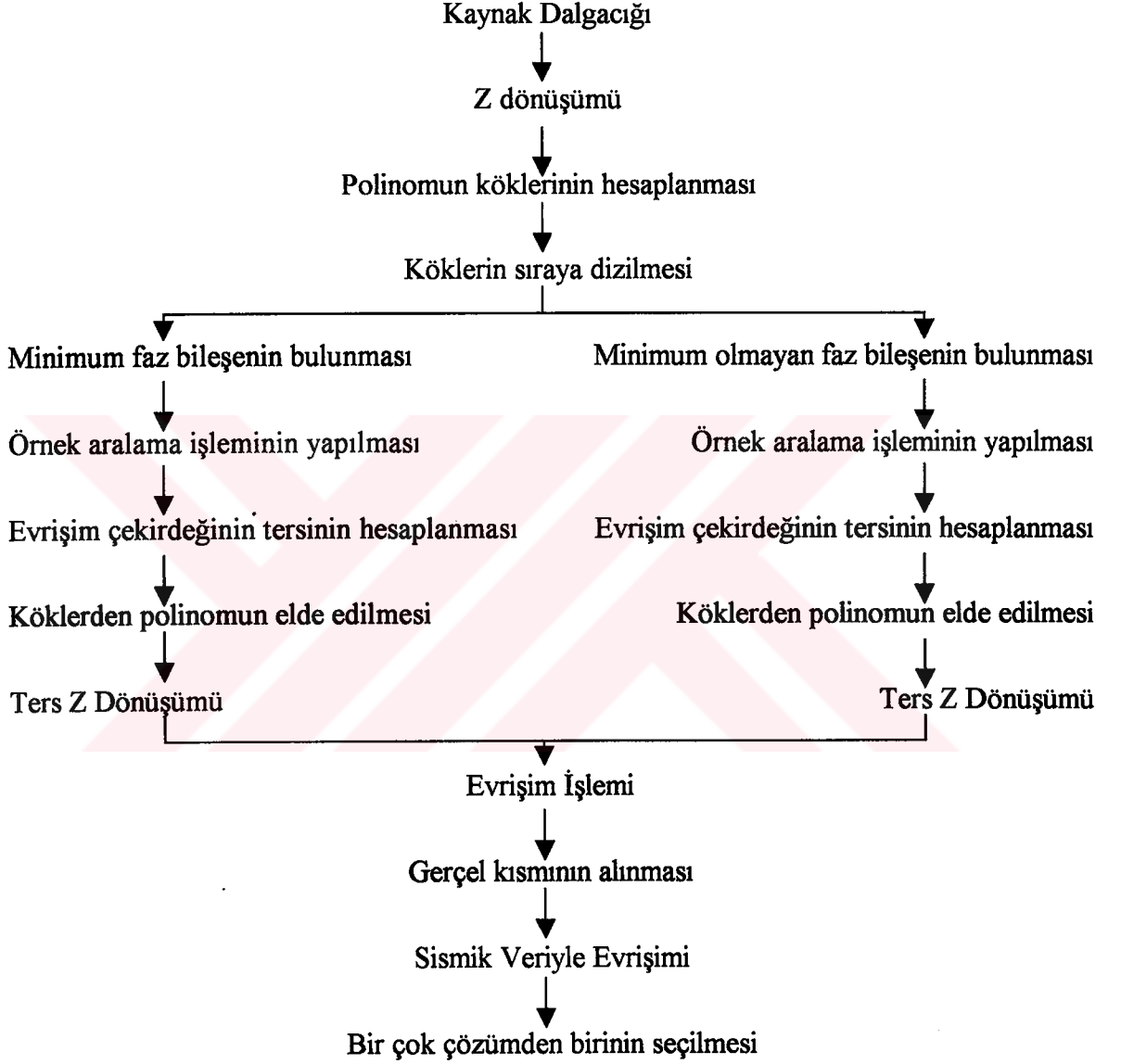
5. KAYNAKLAR

1. Ahlen, A. and Sternad, M., 1991, "Wiener filter design using polynomial equation," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 42, pp. 2387-2399.
2. Andrews, H. C., and Hunt, B. R., 1977, Digital Image Restoration. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
3. Arya, V. K. and Hoden, H.D., 1978, Deconvolution of seismic data-An overview," IEEE Trans. Geosci, Electron., vol. GE-16, pp. 95-98.
4. Banham, M. R., and Katsaggelos, A. K., 1997, "Digital image restoration," IEEE Signal Processing Mag., pp. 24-41.
5. Baysal, E., 1984, Sismik Veri İşlem, TPAO, Ankara.
6. Berenstein, C. A., and Patrick, E. V., 1990, "Exact deconvolution for multiple convolution operators-An overview, plus performance characterization for imaging sensors," Proc. IEEE, vol. 78, pp. 723-734.
7. Casey S. D., and Walnut, D. F., 1994, "System of convolution equations, deconvolution, Shannon sampling, and wavelet and Gabor transforms," SIAM Rev., vol. 36, pp. 537-577.
8. Ghiglia, D. C., Romero, L. A., and Mastin, G., 1993, "Systematic approach to two-dimensional blind deconvolution by zero-sheet separation," J. Opt. Soc. Amer., Vol. 10, pp. 1024-1036.
9. Grimble, M. J. and El Sayed, A., 1990, "Solution of the H_{∞} optimal linear filtering problem for discrete-time systems," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. 38, pp. 1092-1104.
10. Harikumar, G., and Bresler, Y., 1998, "FIR perfect signal reconstruction from multiple convolutions: Minimum deconvolver orders," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 46, pp. 215-218.
11. Konstantopoulos, C., Mittag, L., Sandri, G., and Beland, R., 1990, "Deconvolution of Gaussian filters and antidiffusion," J. Appl. Phys., vol. 68, pp. 1415-1420.
12. Lane, R. G., and Bates, R. H. T., 1987, "Automatic multidimensional deconvolution," J. Opt. Soc. Amer., vol. 4, pp. 180-188.
13. Lim, J., 1979, "Spectral root homomorphic deconvolution system," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing. vol. ASSP-27, pp. 223-233.
14. Lim, J. and Oppenheim, A. V., 1998, Advanced Topic in Signal Processing. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

15. Moody, E. B., 1994, "Stability conditions for discrete orthogonal polynomial deconvolution," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 42.
16. Oppenheim, A. V., Schaefer, R. W. and Stockham, T. G., 1968, "Nonlinear filtering of multiplied and convolved signals," *Proc. IEEE*, vol. 56, pp. 1264-1291.
17. Robinson, E.A., and Treitel, S., 1980, "Geophysical Signal Analysis": Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
18. Sanchez-Avila, C., 1994, "An adaptive regularized method for deconvolution of signals with edges by convex projection," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 42, pp. 1849-1851.
19. Sarkar, T.K., Tseng, F. I., Rao, S. M., Dianat, S. A., and Hollmann, B. Z., 1985, "Deconvolution of impulse response from time-limited input and output: Theory and experiment," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. IM-34, pp. 541-546.
20. Spanias, A. S., 1994, "Speech coding: A tutorial review," *Proc. IEEE*, vol. 82.
21. Tuncer, T.E., 1999, A New Method for D-Dimensional Exact Deconvolution, *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 47, pp. 1324-1334.
22. Yeung, W.K., and Kong, F.N., 1986, "Time domain deconvolution when the kernel has no spectral inverse," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-34, pp. 912-918.
23. Yilmaz, O., 1987, *Seismic data processing: Soc. Expl. Geophys.*
24. Zazula, D. and Gyergyek, L., 1994, "Direct frequency-domain deconvolution when the signals have no spectral inverse," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 41, pp. 1849-1851.

6. EKLER

Ek 1. Tam Ters Evrişim İşleminin Akış Şeması



Ek-Şekil 1. Tam Ters Evrişim İşleminin Akış Şeması

ÖZGEÇMİŞ

Orhan KESEMEN, 26.04.1971 tarihinde Iğdır'da doğdu. İlk, Orta ve Lise öğrenimini Iğdır'da tamamladı. 1990-1994 yılları arasında Hacettepe Üniversitesi, Turizm ve Otelcilik bölümünde okudu. 1994-1998 yılları arasında da Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Jeofizik Mühendisliği Bölümünde okudu. 1998 yılında aynı bölümden, bölüm birincisi olarak mezun oldu. Aynı yıl Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Jeofizik Mühendisliği Anabilim dalında Yüksek Lisans öğrenimine başladı. Aralık 1999 tarihinde Karadeniz Teknik Üniversitesi, Jeofizik Mühendisliği Bölümü Uygulamalı Jeofizik Anabilim dalında Araştırma Görevlisi olarak göreve başladı. Mart 2001 tarihinde Karadeniz Teknik Üniversitesi, Enformatik Bölümüne Öğretim Görevlisi olarak atandı. Halen aynı bölümde görevine devam etmektedir. Bir yıllık evli olup İngilizce bilmektedir.

**TC. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**