

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İSTATİSTİK VE BİLGİSAYAR BİLİMLERİ ANABİLİM DALI**

**TEHLİKE MODELLERİNE GÖRE SİSTEMLERİN VE BİLEŞENLERİNİN BULANIK  
GÜVENİLİRLİĞİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Melek ERİŞ BÜYÜKKAYA**

**NİSAN 2019  
TRABZON**



**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İSTATİSTİK VE BİLGİSAYAR BİLİMLERİ ANABİLİM DALI**

**TEHLİKE MODELLERİNE GÖRE SİSTEMLERİN VE BİLEŞENLERİNİN BULANIK  
GÜVENİLİRLİĞİ**

**Melek ERİŞ BÜYÜKKAYA**

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde**

**"YÜKSEK LİSANS( İSTATİSTİK)"**

**Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 22 / 03 / 2019**

**Tezin Savunma Tarihi : 19 / 04 / 2019**

**Tez Danışmanı : Dr. Öğr. Üyesi Halil İbrahim ŞAHİN**

**Trabzon 2019**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İstatistik ve Bilgisayar Bilimleri Anabilim Dalında  
Melek ERİŞ BÜYÜKKAYA Tarafından Hazırlanan**

**TEHLİKE MODELLERİNE GÖRE SİSTEMLERİN VE BİLEŞENLERİNİN BULANIK  
GÜVENİLİRLİĞİ**

başlıklı bu çalışma, Enstitü Yönetim Kurulunun 19 / 04 / 2019 gün ve 1798 sayılı  
kararıyla oluşturulan jüri tarafından yapılan sınavda  
**YÜKSEK LİSANS TEZİ**  
olarak kabul edilmiştir.

**Jüri Üyeleri**

**Başkan : Prof. Dr. İhsan ÜNVER** .....

**Üye : Doç. Dr. Orhan KESEMEN** .....

**Üye : Dr. Öğr. Üyesi Halil İbrahim ŞAHİN** .....

**Prof. Dr. Asim KADIOĞLU**  
**Enstitü Müdürü**

## ÖNSÖZ

“Tehlike Modellerine Göre Sistemlerin ve Bileşenlerinin Bulanık Güvenilirliği” isimli bu tez Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstatistik ve Bilgisayar Bilimleri Anabilim Dalı, Yüksek Lisans Programı’nda hazırlanmıştır.

Tez çalışma süresinde değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren ve benden desteğini esirgemeyen değerli danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Halil İbrahim ŞAHİN’e, eğitimimde emeği geçen tüm hocalarıma teşekkürü bir borç bilirim.

Son olarak, lisansüstü eğitimim boyunca, her zaman desteğini esirgemeyen sevgili eşim Abdurrahman BÜYÜKKAYA ve tüm hayatım boyunca her anımda beni destekleyen, her adımında arkamda duran, bugünlerimin mimarı aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Bu tezin, bundan sonraki çalışmalara katkı sağlamasını temenni ederim.

Melek ERİŞ BÜYÜKKAYA  
Trabzon 2019

## TEZ ETİK BEYANNAMESİ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Tehlike Modellerine Göre Sistemlerin ve Bileşenlerinin Bulanık Güvenilirliği” başlıklı bu çalışmayı baştan sona kadar danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Halil İbrahim ŞAHİN’in sorumluluğunda tamamladığımı, verileri/örnekleri kendim topladığımı, deneyleri/analizleri ilgili laboratuvarlarda yaptığımı/yaptırdığımı, başka kaynaklardan aldığım bilgileri metinde ve kaynakçada eksiksiz olarak gösterdiğimi, çalışma sürecinde bilimsel araştırma ve etik kurallara uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim.  
19/04/2019

Melek ERİŞ BÜYÜKKAYA

## İÇİNDEKİLER

|   | <u>Sayfa No</u> |
|---|-----------------|
| ÖNSÖZ .....                                       | III             |
| TEZ ETİK BEYANNAMESİ.....                         | IV              |
| İÇİNDEKİLER.....                                  | V               |
| ÖZET .....  | VII             |
| SUMMARY .....                                     | VIII            |
| ŞEKİLLER DİZİNİ .....                             | IX              |
| SEMBOLLER DİZİNİ .....                            | X               |
| 1. GENEL BİLGİLER.....                            | 1               |
| 1.1. Giriş .....                                  | 1               |
| 1.2. Güvenilirlik.....                            | 2               |
| 1.3. Tehlike Fonksiyonu .....                     | 3               |
| 1.3.1. Sabit Tehlike Modeli .....                 | 4               |
| 1.3.2. Lineer Artan Tehlike Modeli .....          | 5               |
| 1.3.3. Lineer Azalan Tehlike Modeli.....          | 6               |
| 1.3.4. Weibull Model.....                         | 6               |
| 1.3.5. Lognormal Model .....                      | 7               |
| 1.3.6. Gamma Model .....                          | 8               |
| 1.4. MTTF ve MTBF .....                           | 8               |
| 1.5. Erişilebilirlik.....                         | 10              |
| 1.6. Sistem Güvenirliği.....                      | 10              |
| 1.6.1. Seri Sistem Güvenilirliği .....            | 11              |
| 1.6.2. Paralel Sistem Güvenilirliği.....          | 12              |
| 1.6.3. Paralel-Seri Sistem Güvenilirliği .....    | 14              |
| 1.6.4. Seri-Paralel Sistem Güvenilirliği.....     | 14              |
| 1.6.5. k-out-of-n Sistem Güvenilirliği .....      | 15              |
| 1.6.6. Fazlalık Sistem Güvenilirliği.....         | 18              |
| 1.6.7. Karmaşık Sistem Güvenilirliği .....        | 20              |
| 1.7. Bulanık Sayı.....                            | 24              |
| 1.7.1. Bulanık Kümeler İçin Temel Kavramlar ..... | 24              |

|        |   |    |
|--------|---|----|
| 1.7.2. | Bulanık Kümelerde Mantıksal İşlemler.....   | 25 |
| 1.7.3. | Bulanık Kümeler.....  | 25 |
| 1.7.4. | Bulanık Sayılarda Aritmetik İşlemler.....   | 28 |
| 1.8.   | Durulaştırma (Defuzzy).....   | 30 |
| 1.8.1. | En Büyük Üyelik İlkesi.....   | 30 |
| 1.8.2. | Sentroid Yöntemi.....   | 30 |
| 1.8.3. | Ağırlıklı Ortalama Yöntemi.....   | 31 |
| 1.9.   | Bulanık Güvenilirlik.....   | 31 |
| 1.10.  | Üyelik Fonksiyonunun Seçilmesi.....   | 33 |
| 2.     | YAPILAN ÇALIŞMALAR.....   | 34 |
| 2.1.   | Derinlik Öncelikli Arama Yöntemi ile Bulanık Karmaşık Sistem Güvenilirliği Hesaplama..... | 37 |
| 2.2.   | Gauss Bulanık Sistem Güvenilirliği Hesaplama.....   | 38 |
| 2.3.   | Weibull Bulanık Sistem Güvenilirliği Hesaplama.....                                       | 40 |
| 2.4.   | Bulanık Sistem Güvenilirliği.....   | 42 |
| 3.     | BULGULAR VE SONUÇLAR.....   | 46 |
| 4.     | ÖNERİLER.....   | 47 |
| 5.     | KAYNAKLAR.....  | 48 |
| 6.     | EKLER.....  | 49 |

ÖZGEÇMİŞ

Yüksek Lisans

ÖZET

TEHLİKE MODELLERİNE GÖRE SİSTEMLERİN VE BİLEŞENLERİNİN BULANIK  
GÜVENİLİRLİĞİ

Melek ERİŞ BÜYÜKKAYA  
Karadeniz Teknik Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü

İstatistik ve Bilgisayar Bilimleri Anabilim Dalı  
Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Halil İbrahim ŞAHİN  
2019, 48 Sayfa, 7 Ek Sayfa

Bu tezde, bileşenlerin ve/veya sistemlerin bulanık güvenilirlikleri çeşitli tehlike modellerine ve bulanık üyelik türlerine göre incelenmiştir. Sabit, lineer artan, lineer azalan gibi lineer tehlike modelleri yanında, Weibull, Rayleigh, Gauss gibi lineer olmayan tehlike modelleri de mevcuttur. Literatürde bulanık güvenilirliği hesaplamada sabit tehlike sıkça kullanılmakta iken, diğer modellere ise hesaplamadaki zorluğundan dolayı daha az rastlanmaktadır. Ayrıca literatürde bulanık üyelik olarak üçgen veya yamuk üyelik seçilirken, bu tezde diğer bazı üyelikler için de sonuçlar elde edilmiştir. Genellikle bir bileşenin bulanık güvenilirliği hesaplanmakta, bileşenden sistem güvenilirliğine geçiş yapılamamaktadır. Bu çalışmada, karmaşık sistem güvenilirliğinin hesaplanması için veri yapılarındaki algoritmalar ile giriş ve çıkış arasındaki tüm yolları bulan bir yöntem seçilmesi ve bilgisayar programıyla sonuçların elde edilmesi amaçlanmaktadır.

İlk bölümde, güvenilirlik ile ilgili geniş bir bilgi verilmiş, bulanıklık ile ilgili temel konu ve kavramlar ele alınmış ve literatür taraması yapılmıştır. İkinci bölümde, bileşen ve sistem güvenilirliği, bulanık güvenilirlikle birlikte incelenmiştir. Diğer bölümler sırasıyla, bulgular ve sonuçlar, öneriler, kaynaklar ve ek kısımlarından oluşmaktadır.

**Anahtar Kelimeler:** Bulanık, Bulanık Güvenilirlik, Güvenilirlik, Tehlike Fonksiyonu



Master Thesis

SUMMARY

FUZZY RELIABILITY OF SYSTEMS AND SYSTEM COMPONENTS ACCORDING  
TO THE HAZARD MODELS

Melek ERİŞ BÜYÜKKAYA

Karadeniz Technical University  
The Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Statistical and Computer Sciences Graduate Program  
Supervisor: Dr. Öğr. Üyesi Halil İbrahim ŞAHİN  
2019, 48 Pages, 7 Appendix Pages

In this thesis, the fuzzy reliability of components and/ or systems has been examined according to various hazard models and fuzzy membership types. In addition to the linear hazard models such as constant, linear increasing and linear decreasing, non-linear hazard models such as Weibull, Rayleigh and Gaussian are also available. In the literature, while constant hazard model is frequently used in calculating fuzzy reliability, other models are less common due to the difficulty in calculation. Also, while triangular or trapezoidal membership will be selected as fuzzy membership in the literature, results will be obtained for other memberships. Usually, the fuzzy reliability of a component is calculated, but there is no transition from component to system reliability. In this study, it is aimed to choose a method which finds all the ways between input and output by data structure algorithms and to obtain results with computer program in order to calculate complex system reliability.

In the first chapter, reliability has been introduced and short literature information has been given about its. Also, some fundamental topics and concepts about fuzzy have been discussed. In the second chapter, component and system reliability are calculated with fuzzy reliability. The other chapters consist of findings and results, suggestions, references and appendices, respectively.

**Key Words:** Fuzzy, Fuzzy Reliability, Reliability, Hazard Function.

## ŞEKİLLER DİZİNİ

|   | <u>Sayfa No</u> |
|---|-----------------|
| Şekil 1. Banyo-küvet eğrisi .....   | 4               |
| Şekil 2. Seri olarak bağlı bir sistem.....  | 12              |
| Şekil 3. Paralel bağlı bir sistem .....   | 13              |
| Şekil 4. Paralel- seri bir sistem .....   | 14              |
| Şekil 5. Seri- paralel bir sistem.....  | 15              |
| Şekil 6. k-out-of-n sistem .....  | 17              |
| Şekil 7. (a) Dinamik Sıcak Fazlalık Sistemi (b) Dinamik Soğuk Fazlalık Sistemi.....     | 19              |
| Şekil 8. Klasik fazlalık sistemi .....  | 19              |
| Şekil 9. Karmaşık bir sistem.....   | 20              |
| Şekil 10. Karmaşık sistem .....   | 21              |
| Şekil 11. Üçgen üyelik fonksiyonu .....   | 26              |
| Şekil 12. Yamuk üyelik fonksiyonu .....   | 27              |
| Şekil 13. (a) 0-9 arası numaralandırılmış örnek ağ (b) Ağdaki 0-9 arası tüm yollar..... | 34              |
| Şekil 14. Hangi yolun hangi mintermleri içerdiğini .....                                | 35              |
| Şekil 15. Tüm mintermlerin toplamda kaç defa kullanıldığı gösteren ekran çıktısı.....   | 36              |
| Şekil 16. Güvenilirlik polinomu elde etmenin bir aşaması .....                          | 37              |
| Şekil 17. Gauss üyelik fonksiyonu ile üçgen üyelik fonksiyonu arasındaki ilişki .....   | 39              |
| Şekil 18. t anındaki güvenilirlik değişimi.....   | 40              |
| Şekil 19. t=1 anında Weibull tehlikeye sahip bulanık bileşenin üyelik fonksiyonu .....  | 42              |
| Şekil 20. Bulanık seri bir sistem.....  | 42              |
| Şekil 21. Bulanık karmaşık bir sistem (Köprü sistemi).....                              | 43              |

## SEMBOLLER DİZİNİ

|              |                           |
|--------------|---------------------------|
| $\tilde{()}$ | : Bulanık sayı operatörü  |
| “x”          | : Çarpma operatörü        |
| “-”          | : Çıkarma operatörü       |
| $\otimes$    | : Direkt çarpım operatörü |
| $\prod$      | : Dizi çarpım operatörü   |
| $\Sigma$     | : Dizi toplam operatörü   |
| $R(.)$       | : Güvenilirlik operatörü  |
| $F(.)$       | : Güvenilmezlik operatörü |
| $()$         | : İşlem öncelik ayraçları |
| $\int$       | : İntegral operatörü      |
| $P(.)$       | : Olasılık operatörü      |
| $h(.)$       | : Tehlike operatörü       |
| “+”          | : Toplama operatörü       |
| $\mu(.)$     | : Üyelik operatörü        |

# 1. GENEL BİLGİLER

## 1.1. Giriş

Güvenilirlik kavramı, sanayi ve teknolojinin günlük yaşama dahil olması ile önemli parametrelerden biri haline gelmiştir. İlk başlarda, sadece sistemlerin geliştirilmesi ve çalıştırılması ile ciddi şekilde ilgilenilirken, bozulmanın nedenleri önemsenmemiştir. Fakat endüstri çağının başlangıcıyla, güvenilirlik problemleri ciddi şekilde düşünölmeye başlanmıştır. İlk olarak, mekanik ekipmanlar için güvenilirlik incelenmiştir. Daha sonra ise elektrik gücünün de devreye girmesiyle, bu kavramın önemi artmıştır. Ayrıca bu güvenilirlik kavramı, elektronik çağla birlikte ses hızıyla giden jet uçaklarının, uzay araçlarının, füzelerin, nükleer santrallerin sistemlerinin çözölməsi için aranan bir parametre olmuştur. Dolayısıyla, artık günümüzde bütün elektrik-elektronik, mekanik ve mühendislik sistemlerinin tasarımında en önemli hesaplama konularından biri haline gelmiştir (Aggarwal, 1993)

İlk güvenilirlik problemlerinde, yüksek güvenilirlikli faktörlerin cihazın ağırlığı ve maliyetine etkisi, aşırı kullanımının maliyet ve ağırlığa etkisi ve yeni cihaz tasarlanırken önceki tasarımdaki bozulmaların kullanılması konularıyla ilgilenilmiştir. Daha sonra, istatistiksel olarak tanımlanmış, hesaplanmış ve tasarlanmış yeni yaklaşımlara ihtiyaç duyulmuştur. Bu kavramla birlikte bir sistemin ortalama ömrü, çalışma olasılığı, bakım maliyeti, garanti politikaları gibi değerleri bulunur. Güvenilirliği hesaplamak için bazı parametrelerin (üstel dağılımın  $\lambda$  parametresi, belirli bir andaki bir elemanın güvenilirliği gibi) değerlerinin tam kesin bir değeri yoktur. Bunun sebepleri ölçüm değerlerinin tam doğru olmaması, kullanılan istatistiki verinin yetersiz olması, eksik olmasıdır. Bu yüzden güvenilirlik bileşenleri bulanık kabul edilebilir ve bu durumda sistem güvenilirliği de bulanık olur. Bu çalışmada, karmaşık sistemlerin bileşenlerinin bulanık bileşenli kabul edilmeleri durumunda bileşen ve sistemin bulanık güvenilirliği incelenmiştir.

Literatürde bulanık güvenilirlik ile ilgili pek çok çalışma yapılmıştır. Bunlardan birkaçı, Uprety ve Patrai (2016), Li vd. (2016), Shaw ve Roy (2011), Aliev ve Kara (2004) dır. Uprety ve Patrai (2016), çalışmalarında dört elemanlı tamir edilebilir bir sistemin her bir elemanının bozulma zamanı için  $\lambda$  bulanık parametrelili üstel dağılıma sahip olduğu kabul etmiş ve bu bulanık sistemin güvenilirliği bulanık uzayda çözmüştür. Li vd. (2016),

baskı ve kuvvet bulanık olduğu zaman elektronik mekanik bir sistemin güvenilirliğini ele almıştır. Shaw ve Roy (2011), sistem bileşenlerinin geliştirilmiş yamuk bulanık sayı kabul edilmesi durumunda sistemin güvenilirliğini kesin formül ve yaklaşık formülle hesaplamış ve elde edilen sonuçları karşılaştırmıştır. Aliev ve Kara (2004) ise tehlike fonksiyonunun bulanık olması durumunda güvenilirlik elde etmiş ve tehlike fonksiyonu sabit veya üstel olması durumunda bulanık güvenilirlik hesaplamıştır.

## 1.2. Güvenilirlik

**Tanım 1.2.1.** Güvenilirlik ( $R$ ), belirli şartlar altında belirli zaman sürecinde bir ürünün istenilen özellikleri sağlamaya devam etmesi olasılığına denir. Yani bir ürün veya hizmetin doğru düzgün çalışma olasılığıdır. Eğer zaman ilerledikçe bu özellikleri sağlayamazsa bu durum başarısızlık olarak adlandırılır (Elsayed, 1996).

Gerçek anlamda, güvenilirlik asla tam olarak bilinemez fakat bu değere yakın sayısal tahminler, istatistiksel yöntem ve olasılık hesabının kullanılmasıyla elde edilebilir. Bu ise testin miktarına, tüm başarı ve başarısızlıkları kaydeden alan hizmetinin bütünlüğüne ve diğer gerekli verilere bağlıdır.

Güvenilirlik fonksiyonu  $R(t) = P(t > t)$  ile ifade edilir. Burada  $t$  bozulma zamanını gösteren bir rasgele değişkendir. Güvenilirlik fonksiyonu  $R(t)$  zamanla değişir. Eğer bozulma zamanı dağılımı  $\lambda$  parametrelili üstel dağılım ise, o zaman

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (1)$$

olup, güvenilirlik fonksiyonu

$$R(t) = 1 - \int_0^t \lambda e^{-\lambda \psi} d\psi = e^{-\lambda t} \quad (2)$$

dır. Bozulma zamanı dağılımı üstel dağılım dışında, normal dağılım, weibull dağılımı, gama dağılımı vs. olabilir (Elsayed, 1996).

**Tanım 1.2.2.** Güvenilmezlik ( $F$ ), ürünün belirtilen yada istenilen özellikleri sağlayamama olasılığı olarak adlandırılır.

Hem güvenilirlik hem de güvenilmezlik zamanla değişir. Güvenilirlik zamanla azalırken, güvenilmezlik zamanla artar. Yeni test edilen bir ögenin güvenilmezliği ilk başta 0, güvenilirliği ise 1 olarak kabul edilir. Yani herhangi bir zamanla bir ürün çalışsın veya çalışmasın güvenilirlik ve güvenilmezlik toplamı 1 olmak zorundadır. Bu olaylar birbirini tümleyendir. Dolayısıyla,  $R(t) + F(t) = 1$  dir (Elsayed, 1996).

### 1.3. Tehlike Fonksiyonu

**Tanım 1.3.1.** Tehlike fonksiyonu,  $\Delta t \rightarrow 0$  olduğunda başarısızlık oranının limiti olarak tanımlanır ve

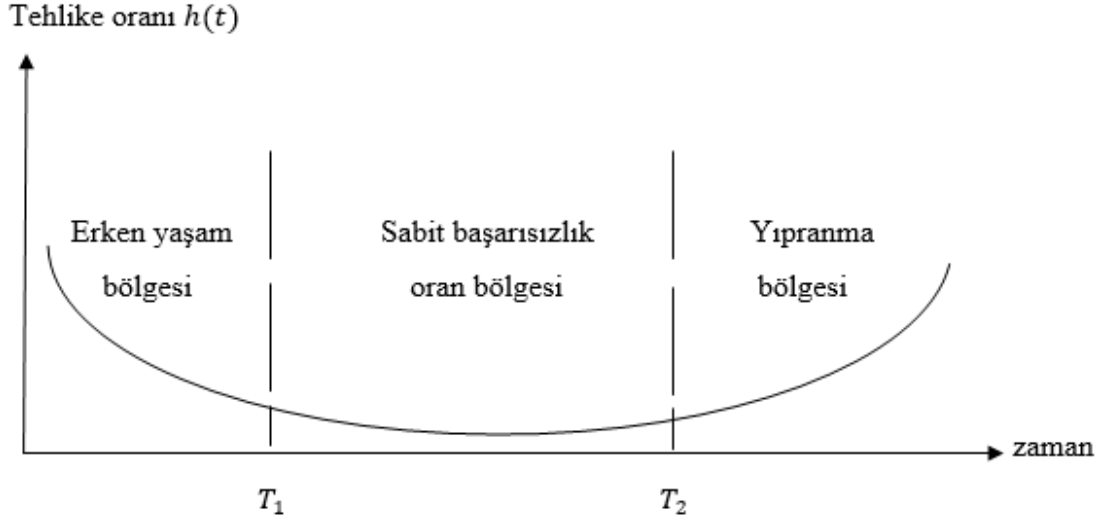
$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{\Delta t R(t)} = \frac{1}{R(t)} \left[ -\frac{d}{dt} R(t) \right] \quad (3)$$

veya

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (4)$$

olarak formülize edilir. Burada  $f(t)$ , bozulma zamanının olasılık yoğunluk fonksiyonudur. Tehlike fonksiyonu değişirse, güvenilirlikte değişir. Ayrıca  $R(t)$  ve  $h(t)$  tehlike fonksiyonu arasında aşağıdaki gibi ilişki mevcuttur (Elsayed, 1996):

$$R(t) = e^{[-\int_0^t h(\xi) d\xi]} \quad (5)$$



Şekil 1. Banyo-küvet eğrisi

Genel başarısızlık eğrisi yukarıdaki gibidir. Bu eğriye banyo-küvet eğrisi de denir. Tehlike oranı fonksiyonunun zamanla değişimi için kullanılır. 3 bölgeden oluşur (Elsayed, 1996; Bentley, 1999).

Sabit, lineer artan, lineer azalan gibi lineer tehlike modelleri yanında, Weibull, Rayleigh, Gauss gibi lineer olmayan tehlike modelleri de mevcuttur. Şimdi sırasıyla birkaçını inceleyelim:

### 1.3.1. Sabit Tehlike Modeli

Sabit tehlike fonksiyonu,  $h(t)$ ,

$$h(t) = \lambda, \quad (6)$$

olarak ifade edilir. Burada  $\lambda$  sabittir. Bozulma zamanının, olasılık yoğunluk fonksiyonu,  $f(t)$ ,

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad (7)$$

ve güvenilirlik fonksiyonu,  $F(t)$ ,

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}, \quad (8)$$

dir. Yani sabit tehlike model için başarısızlık, üstel olarak dağılımlıdır. Ayrıca güvenilirlik fonksiyonu  $R(t)$ ,

$$R(t) = 1 - F(t) = e^{-\lambda t}, \quad (9)$$

olarak yazılabilir (Elsayed, 1996).

### 1.3.2. Lineer Artan Tehlike Modeli

Lineer artan tehlike fonksiyonu,

$$h(t) = \lambda t, \quad (10)$$

olarak yazılabilir. Burada  $\lambda$  sabittir. Bozulma zamanının, olasılık yoğunluk fonksiyonu,  $f(t)$ ,

$$f(t) = \lambda t e^{-\frac{\lambda t^2}{2}}, \quad (11)$$

ve

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{\lambda t^2}{2}}, \quad (12)$$

olarak ifade edilir. Yani lineer artan tehlike model için başarısızlık, Rayleigh dağılımlıdır ve güvenilirlik,

$$R(t) = 1 - F(t) = e^{-\frac{\lambda t^2}{2}}, \quad (13)$$

dir (Elsayed, 1996).



### 1.3.3. Lineer Azalan Tehlike Modeli

Lineer azalan tehlike fonksiyonu,  $h(t)$ ,

$$h(t) = a - bt, \quad (14)$$

ve

$$a \geq bt, \quad (15)$$

olarak ifade edilir. Burada  $a$  ve  $b$  sabittir (Elsayed, 1996).

### 1.3.4. Weibull Model

Weibull modeli için tehlike fonksiyonu,  $h(t)$ ,

$$h(t) = \frac{\gamma}{\theta} t^{\gamma-1} \quad (16)$$

ve olasılık yoğunluk fonksiyonu  $f(t)$

$$f(t) = \frac{\gamma}{\theta} t^{\gamma-1} e^{-\frac{t^\gamma}{\theta}} \quad (17)$$

dir. Burada  $\theta$  ve  $\gamma$  pozitifdir ve sırasıyla dağılımın karakteristik ve şekil parametresidir. Olasılık yoğunluk fonksiyonu  $f(t)$ ,  $\gamma = 1$  için üstel dağılım,  $\gamma = 2$  için Rayleigh dağılımıdır. Eğer şekil parametresi  $\gamma$  için uygun bir değer seçilirse, Weibull dağılımı hemen hemen normal dağılımdır. Weibull dağılımın özel durumu üstel, Rayleigh ve normal dağılım olduğu için, güvenilirlik modelinde Weibull dağılımı geniş ölçüde kullanılmaktadır (Elsayed, 1996).

Weibull dağılımı için dağılım fonksiyonu  $F(t)$  ve güvenilirlik fonksiyonu  $R(t)$  aşağıdaki gibidir:

$$F(t) = \int_0^t \frac{\gamma}{\theta} \xi^{\gamma-1} e^{-\frac{\xi^\gamma}{\theta}} d\xi = 1 - e^{-\frac{t^\gamma}{\theta}}, t > 0, \quad (18)$$

ve

$$R(t) = e^{-\frac{t^\gamma}{\theta}}, t > 0. \quad (19)$$

Ayrıca  $h(t)$  tehlike fonksiyonu  $\gamma > 1$  için monoton olarak artan bir fonksiyon,  $\gamma = 1$  için sabit tehlike fonksiyonu,  $\gamma < 1$  için ise azalan bir fonksiyondur ve sırasıyla banyo-küvet eğrisinin yıpranma bölgesine, sabit başarısızlık oran bölgesine ve erken yaşam bölgesine denk düşer (Elsayed, 1996).

### 1.3.5. Lognormal Model

Lognormal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f(t) = \frac{1}{\sigma t \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\ln t - \mu}{\sigma} \right)^2 \right]; -\infty < \mu < \infty; \sigma, t > 0 \quad (20)$$

dır. Kümülatif dağılım fonksiyonu

$$F(t) = \int_0^t \frac{1}{\tau \sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\ln \tau - \mu}{\sigma} \right)^2 \right] d\tau \quad (21)$$

veya

$$F(t) = P(T \leq t) = P \left[ z \leq \frac{\ln t - \mu}{\sigma} \right] \quad (22)$$

olarak yazılabilir. Güvenilirlik fonksiyonu,  $R(t)$ ,

$$R(t) = P(T > t) = P \left[ z > \frac{\ln t - \mu}{\sigma} \right] \quad (23)$$

dır (Elsayed, 1996).

### 1.3.6. Gamma Model

Gamma dağılımı, şekil parametresi  $\gamma$  ve skaler parametresi  $\theta$  tarafından karakterize edilmektedir. Gamma fonksiyonunun olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f(t) = \frac{t^{\gamma-1}}{\theta^\gamma \Gamma(\gamma)} e^{-\frac{t}{\theta}} \quad (24)$$

dır.  $\gamma > 1$  olduğu zaman,  $t = \theta(\gamma - 1)$  anında yoğunluk fonksiyonunun tek tepe noktası vardır. Kümülatif dağılım fonksiyonu

$$F(t) = \int_0^t \frac{\tau^{\gamma-1}}{\theta^\gamma \Gamma(\gamma)} e^{-\frac{\tau}{\theta}} d\tau \quad (25)$$

olarak ifade edilir. Güvenilirlik fonksiyonu,  $R(t)$  ise aşağıdaki gibidir (Elsayed, 1996):

$$R(t) = \int_t^\infty \frac{1}{\theta \Gamma(\gamma)} \left(\frac{\tau}{\theta}\right)^{\gamma-1} e^{-\frac{\tau}{\theta}} d\tau. \quad (26)$$

### 1.4. MTTF ve MTBF

Sistem güvenilirliğinin ölçümlerinden biri de ortalama bozulma zamanı (MTTF)dır. Bu terim, bozulmalar arasındaki ortalama süre (MTBF) ile karıştırılmamalıdır. Sistem tamir edilemediği zaman, MTTF' de ard arda iki başarısızlık arasında beklenen süreyi ifade eder. Sistem tamir edildiğinde ise MTBF söz konusudur (Elsayed, 1996).

N adet tamir edilemeyen bağımsız eleman, hizmete sunulmuş olsun.  $T$  test zamanı süresince bozulmalar kaydedilsin. Tüm elemanların, bu  $T$  süresince bozulduğu kabul edilsin ve  $i$ . bozulma  $T_i$  anında ortaya çıkmış olsun. Burada  $T_i$ ,  $i$ . bozulma için yaşam süresi (up time) olarak adlandırılır. N adet bozulmalar için toplam yaşam süresi ise  $\sum_i^N T_i$  dir. Buna göre ortalama bozulma zamanı, toplam yaşam süresinin başarısızlık sayısına bölünmesiyle bulunur. Yani

$$MTTF = \frac{1}{N} \sum_i^N T_i \quad (27)$$

olarak hesaplanır. Bu formül kesikli durum için kullanılır. Eğer ortalama bozulma zamanı sürekli durum için yazılacak olursa,

$$MTTF = \int_0^{\infty} tf(t)dt \quad (28)$$

formülü ile ifade edilir. Ayrıca tehlike modelleri için MTTF' den bahsedilebilir. Sabit tehlike modeli için

$$MTTF = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}, \quad (29)$$

lineer artan tehlike modeli için

$$MTTF = \int_0^{\infty} e^{-\frac{\lambda t^2}{2}} dt = \sqrt{\frac{\pi}{2\lambda}}, \quad (30)$$

Weibull model için ise

$$MTTF = \int_0^{\infty} e^{-\frac{t^\gamma}{\theta}} dt \quad (31)$$

dır (Bentley, 1999).

$N_F$  adet onarılabılır ürün,  $T$  süresince teste tabi tutulsun.  $T_{D_j}$  ile  $j$ . ögenin bakım süresi gösterilsin. Toplam bakım süresi  $\sum_j^{N_F} T_{D_j}$  olmak üzere, ortalama bakım süresi (MDT), toplam bakım süresinin başarısızlık sayısına bölünmesiyle bulunur. Yani

$$MDT = \frac{1}{N_F} \sum_j^{N_F} T_{D_j} \quad (32)$$

ile hesaplanır. Buna göre bozulmalar arasındaki ortalama süre (MTBF),

$$MTBF = \frac{NT - N_F MDT}{N_F} \quad (33)$$

dır (Elsayed, 1996; Bentley, 1999).

### 1.5. Erişilebilirlik

Bir eleman, yaşadığında kullanım için erişilebilir olur. Eleman bakıma alındığında ise erişilemez duruma geçer. Bir ürünün erişilebilir yada erişilemez olduğu çok önemlidir. Erişilebilirlik(A) toplam yaşam süresinin test aralığına bölünmesiyle bulunurken, erişilemezlik(U) ise toplam bozulma süresinin test aralığına bölünmesiyle hesaplanır. Yani sırasıyla

$$A = \frac{MTBF}{MTBF + MDT} \quad (34)$$

ve

$$U = \frac{MDT}{MTBF + MDT} \quad (35)$$

ile formülize edilir. Erişilebilirlik ve erişilemezlik toplam 1' e eşittir. Yani  $A + U = 1$  ' dir (Bentley, 1999).

### 1.6. Sistem Güvenirliği

Tehlike modelleri, ortalama bozulma zamanları, bozulmalar arası ortalama süre gibi güvenilirlik terimleri daha çok bileşenler için hesaplanmaktadır. Ancak mühendislikte bir sistem, birden çok bileşenden oluşmaktadır. Bu bileşenlerde pek çok yapıda bir araya gelerek sistemi oluşturur. Sistem güvenliliğindeki kasıt, bu yapıdaki elemanların bir araya gelerek bir sistem oluşturduğunda, güvenilirlik parametrelerine bağlı olarak sistemin güvenilirliğinin hesaplanması gerekir. Bu yapılar, en basit olarak seri, paralel olabileceği

gibi seri-paralel, paralel-seri, k-out-of n, fazlalık ve karmaşık modele sahip olabilir. Aşağıda bunlara kısaca değinilmiştir.

### 1.6.1. Seri Sistem Güvenilirliği

Seri sistem, n tane alt sistem veya bileşenin seri olarak bağlandığı ve en çok karşılaşılan ve çözümlenmesi basit olan sistem türüdür. Bir seri sistemin güvenilirliği en güvenilir bileşenin güvenilirliğinden de düşüktür. Bir elemanın bozulması tüm sistemin bozulmasına neden olur. Ayrıca, seri sistemde sistem çalışıyor ise tüm sistemdeki elemanlarda başarılı olmak zorundadır.

Bir seri sistemin güvenilirliğini belirlemek için sistemdeki her bir birimin başarı olasılığının bilindiğini varsayalım. Ayrıca, aşağıda verilen notasyonlar mevcut olsun.

$x_i$  = Çalışır durumdaki i' inci birim,

$\bar{x}_i$  = Bozuk durumdaki i' inci birim,

$P(x_i)$  = Çalışır durumdaki i' inci birimin olasılığı,

$P(\bar{x}_i)$  = Bozuk durumdaki i' inci birimin olasılığıdır.

n bileşenden oluşan bir sistemin tüm elemanları çalışır durumdaysa, o zaman güvenilirliği

$$R = P(x_1 x_2 \dots x_n) \quad (36)$$

veya

$$R = P(x_1)P(x_2|x_1)P(x_3|x_1x_2) \dots P(x_n|x_1x_2x_3 \dots x_{n-1}) \quad (37)$$

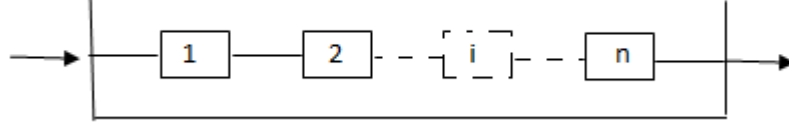
olarak hesaplanır. Eğer sistemdeki her bileşenin çalışması birbirinden bağımsız ise o zaman güvenilirlik,

$$R = P(x_1)P(x_2) \dots P(x_n) \quad (38)$$

veya

$$R = \prod_{i=1}^n P(x_i) \quad (39)$$

olarak yazılır. Bir seri sistem Şekil 2' deki gibidir. (Elsayed, 1996).



Şekil 2. Seri olarak bağlı bir sistem

### 1.6.2. Paralel Sistem Güvenilirliği

Paralel sistem n tane alt sistem veya bileşenin paralel olarak bağlandığı sistemdir. Paralel sistemlerde, sistemin tüm elemanları başarısız olmadıkça sistem başarısız olmaz. Yani sistemin çalışması için tek bir çalışan bileşen bile yeterli olmaktadır. Bir veya birden çok yolun bozulması sistemin bozulmasını gerektirmez. Sistemin güvenilirliği en yüksek güvenilirlikli bileşenden bile daha yüksektir.

Seri sisteme benzer olarak, paralel sistemin güvenilirliği herhangi bir yolun çalışır olma olasılığını tahmin ederek belirlenir. Diğer bir deyişle,

$$R = P(x_1 + x_2 + \dots + x_n) \quad (40)$$

veya

$$\begin{aligned} R = & [P(x_1) + P(x_2) + \dots + P(x_n)] \\ & - [P(x_1x_2) + P(x_1x_3) + \dots + P_{i \neq j}(x_ix_j)] + \dots \\ & + (-1)^{n-1} P(x_1x_2 \dots x_n) \end{aligned} \quad (41)$$

olarak ifade edilir. Alternatif olarak,

$$R = 1 - P(\bar{x}_1 \bar{x}_2 \dots \bar{x}_n) \quad (42)$$

veya

$$R = 1 - P(\bar{x}_1)P(\bar{x}_2 | \bar{x}_1)P(\bar{x}_3 | \bar{x}_1\bar{x}_2) \dots \quad (43)$$

dir. Eğer bileşenler bağımsız ise, güvenilirlik

$$R = 1 - P(\bar{x}_1)P(\bar{x}_2) \dots P(\bar{x}_n) \quad (44)$$

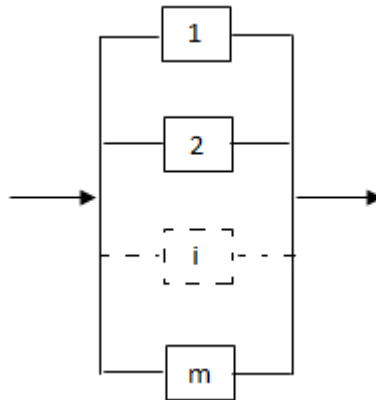
veya

$$R = 1 - \prod_{i=1}^n P(\bar{x}_i) \quad (45)$$

dır. Sistemin güvenilirliği, bileşenler özdeş olduğunda ise

$$R = 1 - (1 - p)^n \quad (46)$$

olarak hesaplanır. Burada  $p$  her bir bileşenin çalışma olasılığıdır. Paralel bir sistem Şekil 3' deki gibidir (Elsayed, 1996).

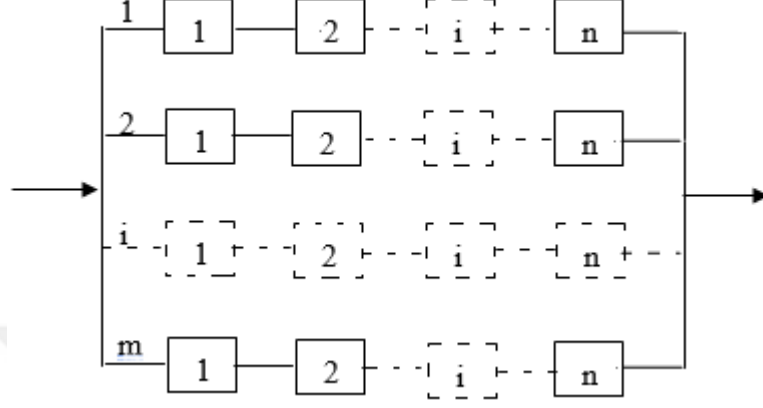


Şekil 3. Paralel bağlı bir sistem



### 1.6.3. Paralel-Seri Sistem Güvenilirliği

Bu sistemde m adet paralel yol vardır. Her bir yolda da n adet seri bağlantı vardır.



Şekil 4. Paralel- seri bir sistem

Paralel- seri bir sistemin güvenilirliği,

$$R = 1 - \prod_{i=1}^m \left[ 1 - \prod_{j=1}^n P(x_{ij}) \right] \quad (47)$$

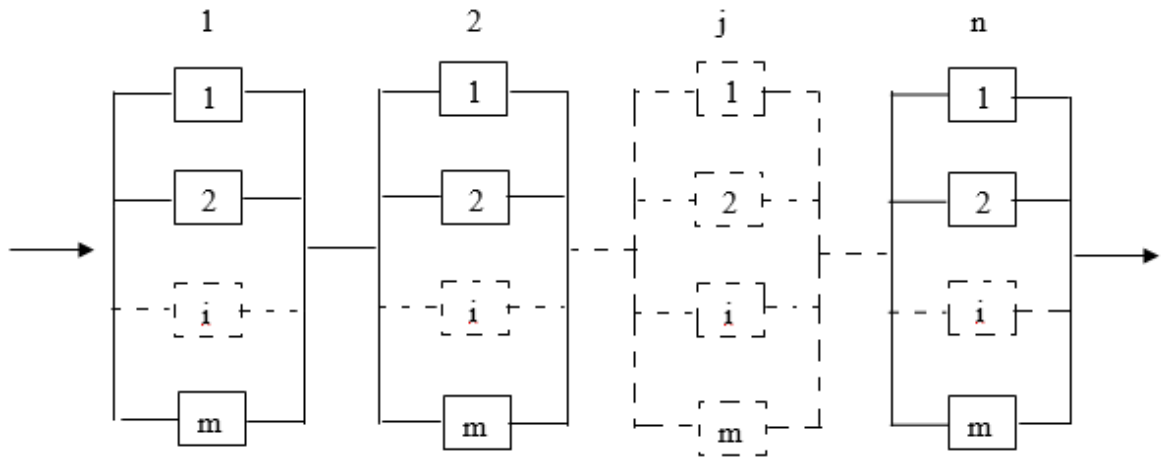
ile hesaplanır. Burada  $P(x_{ij})$ ,  $i$  yolundaki  $j$  bileşenlerinin olasılığıdır.  $x_{ij}$  ise çalışan  $i$  yolundaki  $j$  bileşenleridir. Ayrıca sistemdeki tüm bileşenler özdeş ve  $p$  ise o zaman paralel-seri sistemin güvenilirliği,

$$R = 1 - (1 - p^n)^m \quad (48)$$

formülüyle hesaplanır (Elsayed, 1996).

### 1.6.4. Seri-Paralel Sistem Güvenilirliği

Seri- paralel sistemde n adet seri alt sistem vardır. Her bir alt sistem m adet paralel bağlantıdan oluşur.



Şekil 5. Seri- paralel bir sistem

Seri- paralel bir sistemin güvenilirliği,

$$R = \prod_{i=1}^n \left[ 1 - \prod_{j=1}^m (1 - P(x_{ij})) \right] \quad (49)$$

dir. Burada  $P(x_{ij})$ ,  $i$  alt sistemdeki  $j$  bileşenin çalışma olasılığıdır. Ayrıca sistemdeki tüm bileşenler özdeş ve  $p$  ise o zaman seri- paralel sistemin güvenilirliği,

$$R = [1 - (1 - p)^m]^n \quad (50)$$

olarak hesaplanır. Birimler hem eşit sayıya hem de aynı olasılığa sahip olduğunda, seri- paralel sistemler, paralel-seri sistemden daha yüksek güvenilirliğe sahip olurlar (Elsayed, 1996).

### 1.6.5. k-out-of-n Sistem Güvenilirliği

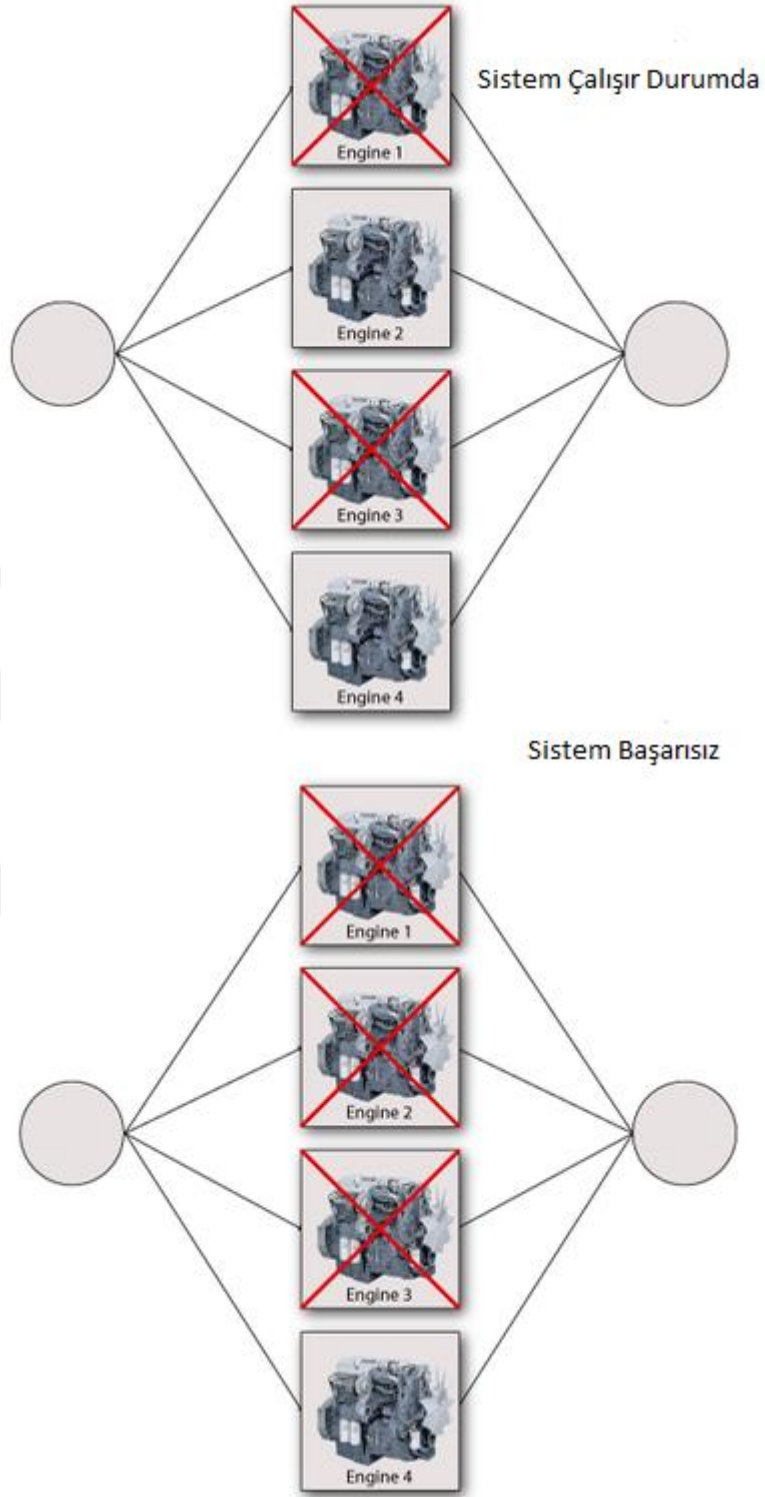
$n > k$  olmak üzere,  $n$  bileşenden en az  $k$  tanesi bozulduğunda sistemin bozulduğu modele  $k$ -out-of- $n$  sistemi denir. Eğer bu bileşenlerin ard arda bozulmaları şart ise bu modele ayrıca ardışık  $k$ -out-of- $n$  sistem denir. Bu sistem,  $k$ -out-of- $n$ : F ve  $k$ -out-of- $n$ : G olmak üzere ikiye ayrılabilir.  $k$ -out-of- $n$ : F sistem,  $n$  adet bileşenden en az  $k$  tanesi bozulduğunda bozulan sistemi,  $k$ -out-of- $n$ : G sistem ise  $n$  adet bileşenden en az  $k$  tanesi

çalışırsa çalışan sistemlere denir. Büyük uçaklarda genellikle üç veya dört motor bulunur. Fakat iki motorla da uçak güvenle uçabilir. Bu durum k-out-of-n sisteme örnek olarak verilebilir. Bu sistemlerde, güvenilirlik aşağıdaki gibi hesaplanır (Elsayed, 1996):

$$R_s(k, n, R) = \sum_{r=k}^n \binom{n}{r} R^r (1 - R)^{n-r} \quad (51)$$

Burada n eleman sayısını, R ise bir bileşenin güvenilirliğini göstermektedir. Ayrıca, k-out-of bir sistem Şekil 6' daki gibi ifade edilebilir.





Şekil 6. k-out-of-n sistem

Ayrıca ard arda ardışıl bozulan veya çalışan bileşenli k-out-of-n sistemleri de mevcuttur. Bunlardan en az k adet bileşen bozulana kadar sistem çalışır. Ayrıca bu bileşenler ardışıl bozulmalıdır. Örnek olarak telekomünikasyon aktarma hatlarında n adet

aktarma olsun. Eğer ard arda iki aktarım istasyonu bozulduğunda sistem bozulursa, güvenilirlik hesabı

$$R(p, 2, n) = \sum_{j=0}^{\frac{n+1}{2}} \binom{n-j+1}{j} (1-p)^j p^{n-j} \quad (52)$$

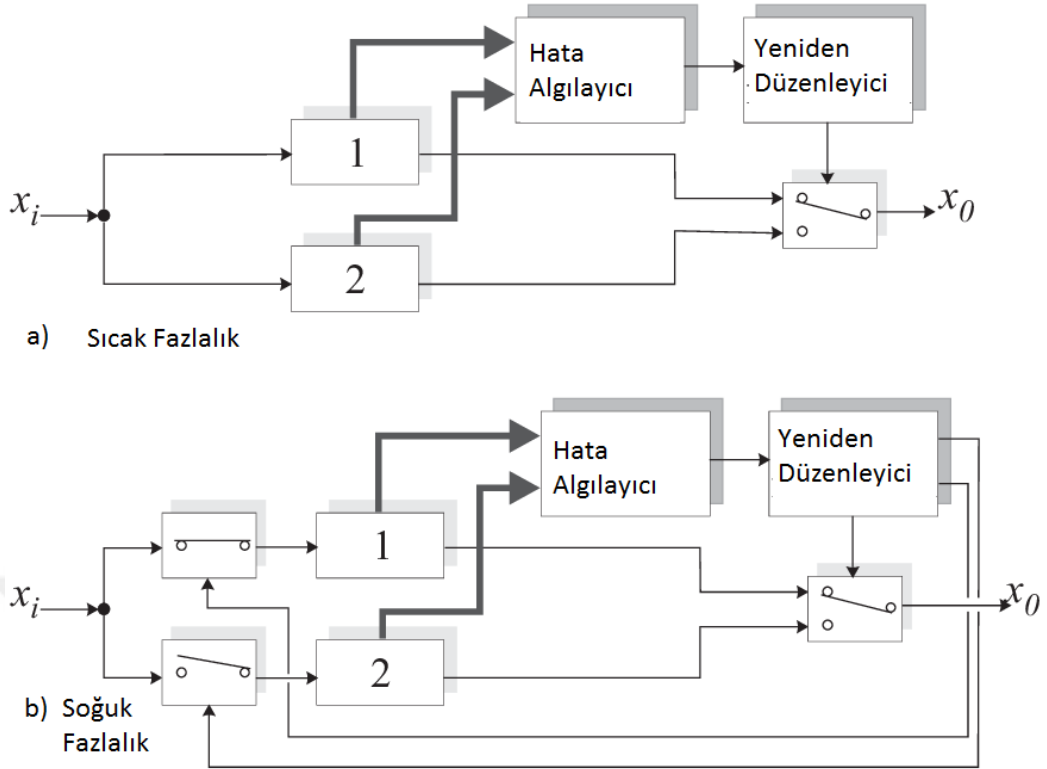
ile hesaplanır. Burada n eleman sayısını, p ise bir bileşenin güvenilirliğini göstermektedir (Elsayed, 1996).

### 1.6.6. Fazlalık Sistem Güvenilirliği

Nükleer santrallerde, petrol kuyularında kullanılan bir güvenilirlik sistemidir. Fazlalık, pasif ve aktif fazlalık olmak üzere iki çeşittir.

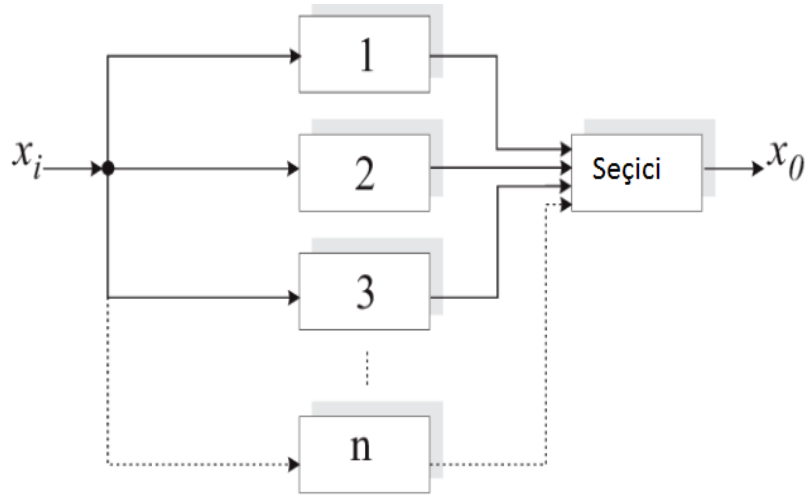
Fazlalıkta birden çok birime ihtiyaç duyulmaktadır. Ancak tüm birimlerin çalışması ekonomik olmayabilir veya zor olabilir. Bu durumda pasif fazlalık dediğimiz fazlalık çeşidi kullanılır. Pasif fazlalıkta, bir birim çalıştırılır, diğer birimler kapatılır ve sadece işleyen birim bozulduğunda yenisi devreye sokulur. Aktif fazlalıkta ise n tane çalışır eleman vardır ve sistemin çalışır olması için n tane çalışır elemandan en az m tanesinin çalışması gerekir. Geri kalan n-m tane eleman ekstra güvenilirlik sağlamaktadır (Bentley, 1999).

Literatürde pek çok çeşit daha güvenilirlik mevcuttur. Bunlardan bir kaçı da soğuk (cold), ılık (warm) ve sıcak (hot) fazlalık sistemleridir. Soğuk fazlalıklı sistemlerde, zaman yüksek önceliğe sahip değildir. Örnek olarak, baskı makinesi bozulduğunda sistem alarm verir ve operatör diğer makineyi devreye sokar. Sıcak fazlalıklı sistemlerde ise zaman önemlidir. Bozulma algılanır algılanmaz neden olan bileşenle yedeği değiştirilmelidir. Sıcak ve soğuk fazlalık sistem Şekil 7' de görüldüğü gibidir.



Şekil 7. (a) Dinamik Sıcak Fazlalık Sistemi (b) Dinamik Soğuk Fazlalık Sistemi

Klasik fazlalık bir sistemi ise aşağıdaki gibidir:



Şekil 8. Klasik fazlalık sistemi

Şekil 8 'deki gibi fazlalık sistemin güvenilirliği bütün elemanlar denk olduğunda;

$$R_{sb}(t) = e^{-\lambda t} \left( 1 + \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} + \dots + \frac{(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!} \right) \quad (53)$$

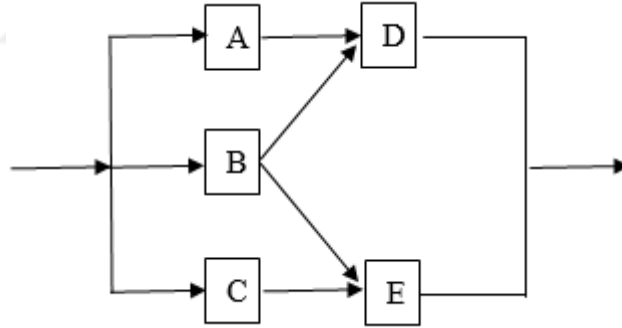
olarak hesaplanır. Bu sistemlerin MTTF ise,

$$MTTF = \int_0^{\infty} R_{sb}(t) dt = \frac{n}{\lambda} \quad (54)$$

ile hesaplanır (Elsayed, 1996).

### 1.6.7. Karmaşık Sistem Güvenilirliği

İletişim sistemleri, bilgisayar ağları, elektrik güç dağıtım sistemleri, su dağıtım sistemleri karmaşık ağların tipik örnekleridir. Bu tür ağlar, yönlü olabileceği gibi yönsüz de olabilir. Bu tür sistemler, bileşenlerin seri, paralel, seri-paralel, paralel-seri, fazlalıklı gibi olmadığı durumlarda kullanılmaktadır. Literatürde, karmaşık sistemlerin güvenilirliğini hesaplamak için pek çok yöntem vardır. Bunlar parçalama, tie-set ve cut-set, olay-uzay, Boolean doğruluk tablosu ve derinlik öncelikli arama yöntemidir.



Şekil 9. Karmaşık bir sistem

Yukarıdaki sistem bir karmaşık güvenilirlik sistemidir (Elsayed, 1996).

#### 1.6.7.1. Parçalama Yöntemi

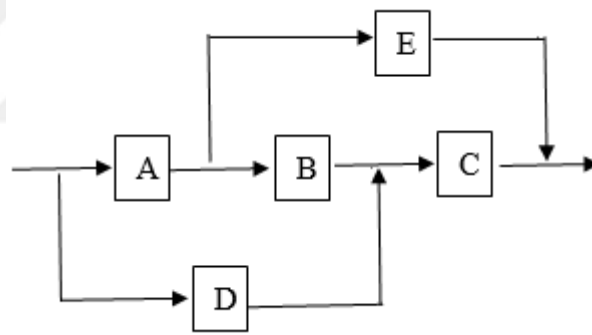
Bu yöntem x anahtar bileşeninin seçimi ile başlar. Güvenilirlik, bu anahtar bileşene göre

$$R = P(\text{sistem iyi}|x)P(x) + P(\text{sistem iyi}|\bar{x})P(\bar{x}) \quad (55)$$

koşullu olasılığı ile ifade edilir. Burada  $P(\text{sistem iyi}|x)$ , x anahtar bileşeni çalışırken sistemin çalışma olasılığıdır.  $P(\text{sistem iyi}|\bar{x})$  ise x anahtar bileşeni çalışmıyorken sistemin çalışma olasılığıdır (Elsayed, 1996).

### 1.6.7.2. Tie-Set ve Cut-Set Yöntemi

Tie-set, sistemin minimum yoludur. Bu yolla, girişten çıkışa olan bir düğüm sadece bir kez ziyaret edilir. Bir tie-setteki herhangi bir bileşen bozulursa, tie-set de bozulur ve tie-set bileşenlerinin seri olarak bağlandığı düşünülür. Sistemin bozulması için tüm tie-setlerin bozulması gerekir. Bu durumda tie-set bileşenlerinin paralel bağlı olduğu kabul edilir (Elsayed, 1996).



Şekil 10. Karmaşık sistem

Şekil 10' daki sistemi düşünelim. Sistemin güvenilirliğini tahmin etmek için tie-set yöntemi kullanalım. Bu sistemin minimum tie-seti  $T1 = AE$ ,  $T2 = DC$ ,  $T3 = ABC$ ' dir. Güvenilirliği ise,

$$R = P(AE \cup DC \cup ABC) = P(AE) \cup P(DC) \cup P(ABC) - P(AEDC) - P(AEBC) - P(DCAB) + P(AEDCB)$$

olarak elde edilir. Bunların bağımsız ve aynı olasılığa sahip olduğunu varsayılırsa,



$$\begin{aligned}
R &= P(A)P(E) + P(D)P(C) + P(A)P(B)P(C) - P(A)P(E)P(D)P(C) \\
&\quad - P(A)P(E)P(B)P(C) - P(D)P(C)P(A)P(B) + P(A)P(E)P(D)P(C)P(B) \\
&= p^2 + p^2 + p^3 - p^4 - p^4 - p^4 + p^5 = 2p^2 + p^3 - 3p^4 + p^5
\end{aligned}$$

olur.

Cut-set, güvenilirlik blok diagramından kaldırıldığında, girişle çıkış arasındaki tüm bağlantıları kesen bileşenler kümesidir. Minimum cut-set ise, başka bir cut-setin içinde olmayandır. Sistemin güvenilmezliği, en az bir minimum cut-setin bozulması olasılığı ile verilir (Elsayed, 1996).

### 1.6.7.3. Olay-Uzay Yöntemi

Sistemin tüm mümkün mantıksal oluşumlarının listesine dayanır. Başka bir deyişle başlangıçta tüm bileşenler çalışır kabul edilir. Daha sonra ise sırasıyla birer birer bozulmalarına, ikişer ikişer bozulmalarına, ..., tüm sistemin bozulmasına izin verilir. Sistemin güvenilirliliği de tüm başarılı oluşumların bileşimi ile hesaplanır (Elsayed, 1996).

### 1.6.7.4. Boolean Doğruluk Tablosu Yöntemi

Bu yöntem ile sistemde n adet düğüm varsa  $2^n$  adet durum elde edilir ve sistemin doğruluk tablosu oluşturulur. Bu tabloda, 1 çalışıyor, 0 ise bozuk olarak kullanılır. (Elsayed, 1996).

Şekil 9' daki karmaşık sistemi ele alalım. Bu sistemde, A, B, C, D, E değişkenleri mantıksal değişken kabul edilir. 5 adet değişkenlerle 32 adet kombinasyon elde edilir ve doğruluk tablo aşağıdaki gibi oluşturulur.

| <u>A</u> | <u>B</u> | <u>C</u> | <u>D</u> | <u>E</u> | <u>SİSTEM</u> |
|----------|----------|----------|----------|----------|---------------|
| 1        | 1        | 1        | 1        | 1        | Çalışıyor     |
| 1        | 1        | 1        | 1        | 0        | Çalışıyor     |
| .        | .        | .        | .        | .        | .             |
| .        | .        | .        | .        | .        | .             |
| .        | .        | .        | .        | .        | .             |
| 1        | 0        | 0        | 1        | 0        | Çalışıyor     |
| .        | .        | .        | .        | .        | .             |
| .        | .        | .        | .        | .        | .             |
| .        | .        | .        | .        | .        | .             |
| 1        | 0        | 0        | 0        | 0        | Bozuk         |

Verilen karmaşık sistemin güvenilirliği, elde edilen doğruluk tablosunun polinoma dönüştürülmesiyle hesaplanır.

#### 1.6.7.5. Derinlik Öncelikli Arama Yöntemi

Derinlik öncelikli arama algoritması, ağaçlardaki pre-order gezinmeye benzer. Komşudan komşuya gitme prensibine dayanır. Kaba olarak özyinelemeli bir fonksiyonla aşağıdaki adımlardan oluşur (Dave, 1989).

**Adım 1:** Başlangıç düğümünü yığına ekle.

**Adım 2:** Yığın boş olana kadar 3'den 8'e kadarki adımları tekrarla

**Adım 3:** Yığından bir kenar çek ve v isimli bir değişkende sakla

**Adım 4:** Bu düğümü ziyaret edilmiş olarak işaretle. Böylece ziyaret edilmiş düğüm tekrar ziyaret edilmemiş olur. ziyaret edilmiş  $[v]=Y$

**Adım 5:** Bunu yola ekle

**Adım 6:** v' nin diğer komşu düğümlerini bul ve 7 ile 8 inci adımları her biri için tekrar et.

**Adım 7:** Eğer komşu düğüm ziyaret edilmemişse işaretli  $[v]=Y$  yap, çıkışa gelmişsek yol olarak diziye at veya ekrana yazdır.

**Adım 8:** Bu düğümü yığına at

**Adım 9:** Çıkış

Bu yöntemlerin dışında azalma yöntemi, yol-iz yöntemi, faktörleme algoritması, sıklık öncelikli arama algoritması gibi veri yapılarına dayanan algoritmalarda karmaşık sistemlerin güvenilirlik hesabını yapmak için kullanılabilir.

## 1.7. Bulanık Sayı

**Tanım 1.7.1.** Kesin limitleri olmayan kümeye bulanık küme denir. Yani, ‘kümeye ait olan’ dan ‘kümeye ait olmayan’ a geçiş aşamalı olur ve bulanık kümelere ‘su sıcak’ veya ‘sıcaklık çok yüksek’ gibi tanımlarda olduğu gibi modellemede çoğunlukla dilsel açıklamalara esneklik kazandıran bu düzgün geçiş üyelik fonksiyonları olarak adlandırılır. A kümesi,

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\} \quad (56)$$

bir bulanık küme,  $\mu_A(x)$  ise bu kümeye ilişkin üyelik fonksiyonudur. Bulanık kümeler kesikli uzayda da, sürekli uzayda da tanımlı olabilirler (Özceylan vd., 2013).

### 1.7.1. Bulanık Kümeler İçin Temel Kavramlar

Bulanık kümeler ile ilgili temel kavram ve terminoloji incelenecektir. Buradaki temel kavramlar klasik kavramların uzantısı şeklindedir ve aşağıdaki gibi sırasıyla tanımlanabilir (Özceylan vd., 2013).

Destek (Support), A bulanık kümesinin desteği evrensel uzayda 0’ dan farklı tüm üyelik değerlerini içerir.  $\text{supp}(A)$  ile gösterilir ve

$$\text{supp}(A) = \{x \in X \mid \mu_A(x) > 0\} \quad (57)$$

ile hesaplanır.

Merkez (Center), maximum değere ulaşan değerlerdir.

Yükseklik, en büyük üye değeridir. Eğer bu değer 1 ise, yüksekliği 1’ dir. Buna normal bulanık küme denir.

Bulanık singletor, öyle bir bulanık kümedir ki  $X$  evrensel kümesinden tek bir noktayı içerir.

Geçiş noktası, üyelik değeri 0,5 değerine sahip noktadır.

$\alpha$ - kesim kümesi,  $\tilde{A}$  kümesinin  $\alpha$  seviye kümesi,  $X$ ' in kesin alt kümesidir ve aşağıdaki gibi gösterilir.

$$A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}. \quad (58)$$

Tüm  $x_1, x_2 \in R^n$  ve  $\lambda \in [0,1]$  için  $\mu_A[\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2] \geq \mu_A(x_1), \mu_A(x_2)$  ise dış bükey(konveks) denir. Aynı zamanda  $\alpha$  için konveks ise bu durumda  $A$  bulanık kümesi de konvektir.

### 1.7.2. Bulanık Kümelerde Mantıksal İşlemler

İki adet küme  $A$  ve  $B$  olsun.  $X$  ise evrensel küme olsun. O zaman aşağıdaki tanımlar vardır (Özceylan vd., 2013; Wang, 1997)

**Tanım 1.7.2.1.** (Eşitlik) Tüm  $x \in X$  için  $\mu_A(x) = \mu_B(x)$  ise  $A$  ve  $B$  bulanık kümeleri eşittir.

**Tanım 1.7.2.2.** (Kapsama)  $B, A'$  yı kapsar olsun. Tüm  $x$ ' ler için  $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$  dir.

**Tanım 1.7.2.3.** (Tümleme)  $A$  kümesinin tersi  $\bar{A}$  ile gösterilir.  $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$  ile hesaplanır.

**Tanım 1.7.2.4.** (Birleşim)  $\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$  ile tanımlanır.

**Tanım 1.7.2.5.** (Kesişim)  $\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$  ile tanımlanır.

$A$  ve  $B$ ' nin birleşimi hem  $A'$  yı hem de  $B'$  yi içeren en küçük bulanık kümedir. Eğer  $C$  hem  $A'$  yı hem de  $B'$  yi içeren bir bulanık küme ise, bu durumda  $A$  ve  $B'$  nin birleşimini de içerir.

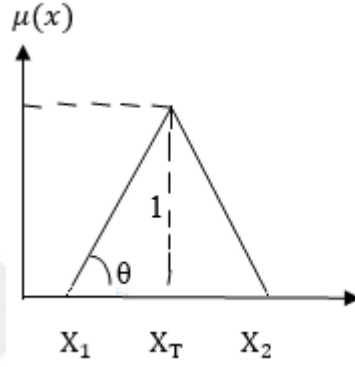
### 1.7.3. Bulanık Kümeler

Literatürde sıkça kullanılan üçgen üyelik ve yamuk üyelik fonksiyonlarına ilave olarak, Gauss biçimli üyelik, çan şeklinde üyelik, Cauchy üyelik, Zadeh üyelik, Sigmoid

üyelik, Singleton üyelik fonksiyonları ve L fonksiyonu, Gamma fonksiyonu, sahte üstel fonksiyonu, S fonksiyonları da mevcuttur.

Bu bölümde üçgen üyelik, yamuk üyelik ve Gauss biçimli üyelik fonksiyonu incelenecektir (Yao vd., 2008).

### 1.7.3.1. Üçgen Üyelik Fonksiyonu



Şekil 11. Üçgen üyelik fonksiyonu

Üçgen üyelik fonksiyonu, Şekil 11' deki gibi olup üyeliği ise

$$\mu_A(x) = \max\left(\min\left(\frac{x - x_1}{x_T - x_1}, \frac{x_2 - x}{x_2 - x_T}\right), 0\right) \quad (59)$$

biçiminde hesaplanır. Eğim ise üyelik cinsinden

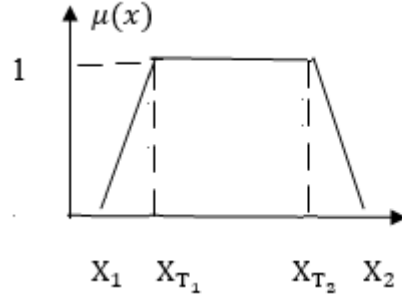
$$\tan\theta = \frac{1}{x_T - x_1} = \frac{\mu_A(x)}{x - x_1} \quad (60)$$

dır. Üçgen üyelik fonksiyonu için,

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x < x_1 \\ \frac{x - x_1}{x_T - x_1}, & x_1 \leq x \leq x_T \\ \frac{x_2 - x}{x_2 - x_T}, & x_T \leq x \leq x_2 \\ 0, & x > x_2 \end{cases} \quad (61)$$

bir diğer formüldür.

### 1.7.3.2. Yamuk Üyelik Fonksiyonu



Şekil 12. Yamuk üyelik fonksiyonu

Yamuk üyelik fonksiyonu, Şekil 12' deki gibi olup üyeliği ise

$$\mu_A(x) = \max\left(\min\left(\frac{X - X_1}{X_{T_1} - X_1}, 1, \frac{X_2 - X}{X_2 - X_{T_2}}\right), 0\right) \quad (62)$$

formülüyle hesaplanır. Yamuk üyelik için diğer formül ise,

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x < x_1 \\ \frac{X - X_1}{X_{T_1} - X_1}, & x_1 \leq x \leq x_{T_1} \\ \frac{X_2 - X}{X_2 - X_{T_2}}, & x_{T_2} \leq x \leq x_2 \\ 0, & x > x_2 \end{cases} \quad (63)$$

dir.

### 1.7.3.3. Gauss Biçimli Üyelik Fonksiyonu

Gauss biçimli üyelik fonksiyonunun üyeliği

$$\mu_A(x) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_T}{w}\right)^2} \quad (64)$$

dır. Burada  $w$  bulanık ayarıdır.

#### 1.7.4. Bulanık Sayılarda Aritmetik İşlemler

Bu bölümde, bulanık sayılarda toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri verilmiştir.  $\alpha$  kesimine göre yöntem ve öğelerine dayalı yöntem olmak üzere iki yöntem kullanılmıştır.

##### 1.7.4.1. Alfa Kesimine Göre Bulanık Sayılarda Aritmetik İşlemler

Bulanık sayılarda  $\alpha$  kesimleri, bulanık sayılarla gerekli cebirsel işlemleri yapmak için gereklidir. Bulanık sayılarda  $\alpha = 1$  olması durumunda sayı gerçek sayıya,  $\alpha = 0$  olmasında ise tam bulanık, yani aralık sayıya dönüşür.  $0 < \alpha < 1$  olması durumunda ise aynı bulanık sayının  $\alpha$  seviyesinde kesilmesi ile ortaya kesik bulanık küme çıkacaktır (Özceylan vd., 2013).

$\alpha$  kesimine göre toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemi vermeden öğelerine dayalı aritmetik işlemlere geçelim.

##### 1.7.4.2. Öğelere Dayalı (Genişletme) Aritmetik İşlemler

İki bulanık sayıya uygulanan aritmetik toplama işlemi aşağıdaki gibidir:

$$\tilde{C} = \tilde{A} + \tilde{B} = \mu_{\tilde{C}}(x) = \max_{z = x + y} (\min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y))). \quad (65)$$

$\tilde{A}$  ve  $\tilde{B}$  bulanık sayılar olmak üzere,  $X$  ve  $Y$ ' nin toplamı genişletme prensibinin kullanılmasıyla elde edilebilir.  $X$  ve  $Y$  bulanık sayıların toplamı  $Z$  olmak üzere,

$$\mu_Z(z) = \max_{z = x + y} (\min(\mu_X(x), \mu_Y(y))) \quad (66)$$

eşitliği biçiminde ifade edilir (Özceylan vd., 2013).

İki bulanık sayıya uygulanan aritmetik çıkarma işlemi aşağıdaki gibidir.

$$\tilde{C} = \tilde{A} - \tilde{B} = \mu_{\tilde{C}}(x) = \max_{z = x - y} (\min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y))). \quad (67)$$

Genişletme prensibinin kullanılmasıyla  $\tilde{X}$  ve  $\tilde{Y}$  bulanık sayıların farkı  $\tilde{Z}$ ,

$$\begin{aligned} (a) \quad \mu_{\tilde{Z}}(z) &= \max_{z = x - y} (\min(\mu_{\tilde{X}}(x), \mu_{\tilde{Y}}(y))), \\ (b) \quad \mu_{\tilde{Z}}(z) &= \max_{z = x + y} (\min(\mu_{\tilde{X}}(x), \mu_{\tilde{Y}}(-y))), \\ (c) \quad \mu_{\tilde{Z}}(z) &= \max_{z = x + y} (\min(\mu_{\tilde{X}}(x), \mu_{\neg\tilde{Y}}(y))), \end{aligned} \quad (68)$$

eşitlikleri ile elde edilir (Özceylan vd., 2013).

İki bulanık sayıya uygulanan aritmetik çarpma işlemi aşağıdaki gibidir.

$$\tilde{C} = \tilde{A} \times \tilde{B} = \mu_{\tilde{C}}(x) = \max_{z = x \times y} (\min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y))). \quad (69)$$

Bulanık sayılarda çarpma işleminde güçlü bir etki için, öncelikle  $x < 0$  için  $\mu_{\tilde{X}}(x) = 0$  ve  $y < 0$  için  $\mu_{\tilde{Y}}(y) = 0$  olduğu varsayılır ve genişletme prensibi kullanıldığında, çarpma işlemi çok daha karmaşık olur. Yöntem şu şekildedir:

Öncelikle  $\mu_{\tilde{Z}}(z')$  olan  $z'$ , ( $\tilde{Z}$  bulanık sayısının zirvesi) bulunur. Daha sonra sağ ve sol ayak hesaplanır.

$\mu_{\tilde{Z}}(z')$ ' nün sol ayağı,

$$\mu_{\tilde{Z}}(z) = \max_{xy < z} (\min(\mu_{\tilde{X}}(x), \mu_{\tilde{Y}}(y))) \quad (70)$$

eşitliği ile elde edilir.

$\mu_{\tilde{Z}}(z')$  sağ ayağı,

$$\mu_{\tilde{Z}}(z) = \max_{xy \geq z} (\min(\mu_{\tilde{X}}(x), \mu_{\tilde{Y}}(y))) \quad (71)$$

eşitliğinden elde edilir (Özceylan vd., 2013).



## 1.8. Durulaştırma (Defuzzy)

Bulanık sayı ile yapılan işlemlerden sonra elde edilen bulanık çıktı kümesinin, kesin bir değere dönüştürülmesi gerekir. Bulanıklaştırma işleminin tersi olarak adlandırılabilir bu işlemin adı durulaştırma. Durulaştırma işlemleri bulanık işlemler sonucu elde edilen bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları aracılığı ile gerçekleştirilir (Özceylan vd., 2013). Durulaştırma işleminden sonra kesin bir değere ulaşılır.

Bununla ilgili olarak literatürde otuzdan fazla yöntem vardır. Bunlardan en çok kullanılanı, en büyük üyelik ilkesi yöntemi, toplamların merkezi yöntemi, en büyük alanın merkezi yöntemi, en büyük ilk ve son üyelik derecesi yöntemi ve sentroid yöntemidir.

### 1.8.1. En Büyük Üyelik İlkesi

Bu yöntem bulanık çıkarım kümesindeki en yüksek üyelik derecesine sahip öğe değerini verir. Bu durulaştırma yönteminin kullanılabilmesi için tepeleri olan bir bulanık çıkarım kümesine ihtiyaç vardır. Tek bir tepe üyelik fonksiyon değeri bulunan bulanık çıkarım kümeleri için en hızlı durulaştırma yöntemlerinden biridir. En büyük üyelik ilkesi yöntemi matematiksel olarak,

$$\mu(z^*) \geq \max(\min(\mu(z), z \in Z)) \quad (72)$$

biçiminde ifade edilir (Özceylan vd., 2013).

### 1.8.2. Sentroid Yöntemi

Başka ismi de ağırlık merkezi yöntemi olan sentroid yöntemi, geliştirildiği zamandan günümüze kadar en yaygın olarak kullanılan durulaştırma yöntemidir. Bu yöntem,

$$z^* = \frac{\int \mu(z)zdz}{\int \mu(z)dz} \quad (73)$$

biçiminde ifade edilir (Özceylan vd., 2013).

### 1.8.3. Ağırlıklı Ortalama Yöntemi

Bu yöntemin kullanılabilmesi için simetrik üyelik fonksiyonunun bulunması gerekir. Matematiksel olarak ifadesi,

$$z^* = \frac{\sum_i \mu_i z_i}{\sum_i \mu_i} \quad (74)$$

şeklindedir. Burada  $\mu_i$ ,  $i$ . bulanık kümenin en büyük üyelik fonksiyonu değerini,  $z_i$  değeri ise  $i$ . bulanık kümenin yatay ekseninde oluşturduğu aralığın orta değerini gösterir (Özceylan vd., 2013).

## 1.9. Bulanık Güvenilirlik

**Tanım 1.9.1.** Klasik güvenilirlik analizinde kesin başarısızlık verisi ve modeli altında olasılık kullanılarak sistem veya bileşimin güvenilirliği bulunur. Bu veriler ve model kesin değilse bulanık kavramıyla sistemin güvenilirliği hesaplanmaya çalışılır. Bu durum yaklaşık, arasında veya yakın gibi sözlerle ifade edilir. Bulanık küme teorisi, bu ifadeleri matematiksel fonksiyonlara dönüştürmede kullanışlıdır. Sistemin güvenilirliğini hesaplamak için çeşitli bulanık sayı kabulleri yapılır. Bunlardan bazıları, üçgen bulanık sayılar, yamuk bulanık sayılardır (Özceylan vd., 2013).

Bunlarla ilgili literatürde pek çok çalışma mevcuttur. Bunun haricinde Gauss bulanık sayılarda kullanılabilir. İlk önce üçgen bulanık sayılarla ilgili analizden bahsedelim. Bunun için aşağıdaki tanımlara ihtiyaç duyulacaktır (Özceylan vd., 2013).

Bir bulanık küme  $\alpha$ ,  $0 \leq \alpha \leq 1$  aralığında olmak üzere  $[p, q; \alpha]$  üyeliği ile aşağıdaki gibi gösterilir.

$$(a) \quad \mu_{[p,q;\alpha]}(x) = \begin{cases} \alpha, & p \leq x \leq q \\ 0, & \text{diğer durumlar} \end{cases} \quad (75)$$

$$(b) \quad \mu_{\bar{a}}(x) = \begin{cases} 1, & x = a \\ 0, & \text{diğer durumlar} \end{cases}$$

Üçgen bulanık sayı  $\mu_{\bar{R}} = (a, b, c)$ ,

$$\mu_{\tilde{R}}(u) = \begin{cases} 0, & u < a \\ \frac{u-a}{b-a}, & a \leq u \leq b \\ \frac{c-u}{c-b}, & b \leq u \leq c \\ 0, & x < c \end{cases} \quad (76)$$

dir.

$\tilde{D}$ ' nin sol ve sağ yan kümeleri  $D_l(\alpha)$  ve  $D_r(\alpha)$  ile gösterilir.

0 noktasından işaretli uzaklık  $d^*(a, 0) = a$  ile temsil edilir ve  $[D_l(\alpha), D_r(\alpha); \alpha]$ ' nin 0 noktasına uzaklığı

$$d([D_l(\alpha), D_r(\alpha); \alpha], \tilde{0}) = \frac{1}{2}(D_l(\alpha) + D_r(\alpha))z^* = \frac{\sum_i \mu_i z_i}{\sum_i \mu_i} \quad (77)$$

formülüyle hesaplanır.

$\tilde{D}$ ' nin 0 noktasından ölçülen işaretli uzaklığı,

$$d(\tilde{D}, \tilde{0}) = \frac{1}{2} \int_0^1 (D_l(\alpha) + D_r(\alpha)) d\alpha \quad (78)$$

integrali ile hesaplanır.

$\tilde{A} = (a, b, c)$ ,  $\tilde{B} = (p, q, r)$  olmak üzere  $0 < a < b < c$  ve  $0 < p < q < r$ , iki üçgensel bulanık sayı olsun.

$$\begin{aligned} \tilde{A} \otimes \tilde{B} = & \bigcup_{0 \leq \alpha \leq 1} [(a + (b-a)\alpha)(p + (q-p)\alpha), (c - (c-b)\alpha) \\ & \times (r - (r-q)\alpha); \alpha] \end{aligned} \quad (79)$$

ile gösterilir (Özceylan vd., 2013).

**Teorem 1.9.1.** Üçgen bulanık sayılar kullanılarak seri bir sistemin bulanık güvenilirliği;

$$\widetilde{R}_1 \otimes \widetilde{R}_2 \otimes \dots \otimes \widetilde{R}_n = \bigcup_{0 \leq \alpha \leq 1} \left[ \prod_{j=1}^n \widetilde{R}_{jl}(\alpha), \prod_{j=1}^n \widetilde{R}_{ju}(\alpha) \right] \quad (80)$$

ile hesaplanır (Yao vd., 2008).

### 1.10. Üyelik Fonksiyonunun Seçilmesi

Bunun için iki yaklaşım vardır: Uzman insanların bilgisine dayanılır ve uzman sistem yani bilgisayara hesaplanabilir. Literatürde bununla ilgili pek çok yöntem kullanıldığı gibi, istatistiksel özelliklere göre de kabuller yapılmıştır. Üyelik fonksiyonunu ve tehlike fonksiyonunu bir arada inceleyen çalışma ise Aliyev ve Kara (2004) tarafından ortaya koyulmuştur. Ancak bu çalışmada bir bileşenin tehlike fonksiyonu ve bulanık üyeliği birlikte incelenmiştir. Sistem olması durumu ortaya koyulmamıştır. Bulanıklık ile ilgili aritmetik işlemler, karmaşık sistemin polinomunun elde edilmesi ile bu yapılan çalışma hem çeşitli tehlike modelleri hem de karmaşık sistemlere uyarlanmıştır.

Aliyev ve Kara (2004) çalışmalarında bulanık üyelik fonksiyon ile bileşen güvenilirliği arasında ilişki elde etmiştir. Bu ilişki,  $m(t) = m$ ,  $\beta(t) = \beta$  ve  $\alpha(t) = \alpha$  sabit olmak üzere

$$\mu_{\widetilde{R}(t)}(u) = \begin{cases} \frac{\ln(u) + \int_0^t (m + \beta) d\tau}{\int_0^t \beta d\tau}, & e^{-\int_0^t (m+\beta) d\tau} \leq u \leq e^{-\int_0^t m d\tau} \\ -\frac{\ln(u) + \int_0^t (m - \alpha) d\tau}{\int_0^t \alpha d\tau}, & e^{-\int_0^t m d\tau} \leq u \leq e^{-\int_0^t (m-\alpha) d\tau} \end{cases} \quad (81)$$

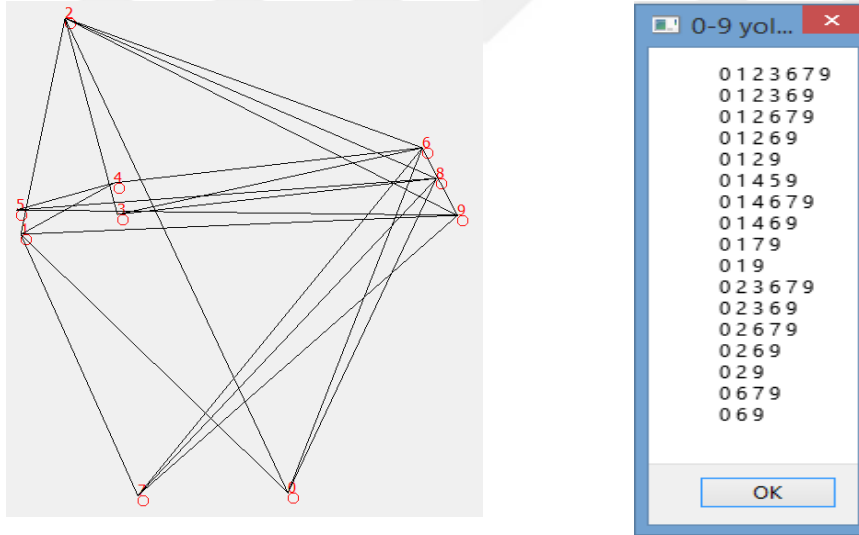
formülü ile verilmiştir. Buradaki  $m(t)$  tehlike fonksiyonu,  $\alpha(t)$  ve  $\beta(t)$  sınır koşullarını temsil etmektedir.  $\alpha(t)$  ve  $\beta(t)$  basitlik olması açısından sırasıyla  $\alpha$  ve  $\beta$  sabiti olarak seçilmiştir.

## 2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

Bu bölümde yapılan çalışmalar, tüm bileşenlerin aynı güvenilirliğe sahip olduğu varsayımı altında incelenmiştir

Bulanık bileşen ve sistem güvenilirliğinin hesaplanması için, karmaşık sistemin güvenilirlik polinomunun elde edilmesi, tehlike modelinin belirlenmesi ve üyelik fonksiyonunun belirlenmesi veya seçilmesi gerekir. Bu amaçla, ilk önce karmaşık ağı güvenilirlik polinomu elde edilecektir. Bunun için ise bilgisayar yardımıyla bir program yazıldı. Şekil 13 (a) ve daha sonrasında Şekil 13 (b)'deki gibi ekran çıktısı alındı. Şekil 13 (a)'da 10 elemanlı rasgele bir ağ elde edilmiştir. Şekil 13 (b)'de ise elde edilen ağın düğüm sayısı ve hangi düğümler arası bağlantı olduğu girilmekte veya atanmaktadır. Buna göre bir önceki bölümde anlatılan derinlik öncelikli arama algoritması ile giriş ve çıkış arasındaki tüm yollar bulunmaktadır.

Aşağıda verilen Şekil 13 (a) ve Şekil 13 (b), EK A' da verilen programın çıktısıdır.



Şekil 13. (a) 0-9 arası numaralandırılmış örnek ağ (b) Ağdaki 0-9 arası tüm yollar

Standart çarpımlar toplamı şeklinde ifade edilen terime minterm denir. Ancak indirgenmesi, klasik boole cebri gibi gerçekleştirilmez. Yine de tüm mintermleri bulmak gerekmektedir.

Aşağıda verilen Şekil 14, Şekil 15 ve Şekil 16, EK B' de verilen programın çıktısıdır.

| tie=ABCDGHJ |   |   |   |   |   |   | tie=ABCDGJ |   |   |   |   |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|------------|---|---|---|---|---|
| 0           | 1 | 2 | 3 | 6 | 7 | 9 | 0          | 1 | 2 | 3 | 6 | 9 |
| M[973]=1    |   |   |   |   |   |   | M[969]=1   |   |   |   |   |   |
| M[975]=1    |   |   |   |   |   |   | M[971]=1   |   |   |   |   |   |
| M[989]=1    |   |   |   |   |   |   | M[973]=2   |   |   |   |   |   |
| M[991]=1    |   |   |   |   |   |   | M[975]=2   |   |   |   |   |   |
| M[1005]=1   |   |   |   |   |   |   | M[985]=1   |   |   |   |   |   |
| M[1007]=1   |   |   |   |   |   |   | M[987]=1   |   |   |   |   |   |
| M[1021]=1   |   |   |   |   |   |   | M[989]=2   |   |   |   |   |   |
| M[1023]=1   |   |   |   |   |   |   | M[991]=2   |   |   |   |   |   |
|             |   |   |   |   |   |   | M[1001]=1  |   |   |   |   |   |
|             |   |   |   |   |   |   | M[1003]=1  |   |   |   |   |   |
|             |   |   |   |   |   |   | M[1005]=2  |   |   |   |   |   |
|             |   |   |   |   |   |   | M[1007]=2  |   |   |   |   |   |
|             |   |   |   |   |   |   | M[1017]=1  |   |   |   |   |   |
|             |   |   |   |   |   |   | M[1019]=1  |   |   |   |   |   |
|             |   |   |   |   |   |   | M[1021]=2  |   |   |   |   |   |
|             |   |   |   |   |   |   | M[1023]=2  |   |   |   |   |   |

Şekil 14. Hangi yolun hangi mintermleri içerdiğini gösteren ekran çıktısı

Şekil 14’de hangi mintermin hangi yolu içerdiği saptanmış ve bir kısım görüntüsü alınmıştır. Bu terimler daha sonra güvenilirlik polinomunun her saptanmasında kullanılacaktır. Şekil 15’de ise mintermlerin toplamda kaç kere kullanıldığının bir kısım görüntüsü alınmıştır. Bu terimler daha sonra Şekil 16’da bir matrise gönderilmiştir.

```

525 inci minterm 2 defa kullanildi..
527 inci minterm 2 defa kullanildi..
541 inci minterm 2 defa kullanildi..
543 inci minterm 2 defa kullanildi..
557 inci minterm 2 defa kullanildi..
559 inci minterm 2 defa kullanildi..
573 inci minterm 2 defa kullanildi..
575 inci minterm 2 defa kullanildi..
589 inci minterm 2 defa kullanildi..
591 inci minterm 2 defa kullanildi..
605 inci minterm 2 defa kullanildi..
607 inci minterm 2 defa kullanildi..
621 inci minterm 2 defa kullanildi..
623 inci minterm 2 defa kullanildi..
637 inci minterm 2 defa kullanildi..
639 inci minterm 2 defa kullanildi..
649 inci minterm 3 defa kullanildi..
651 inci minterm 3 defa kullanildi..
653 inci minterm 5 defa kullanildi..
655 inci minterm 5 defa kullanildi..
665 inci minterm 3 defa kullanildi..
667 inci minterm 3 defa kullanildi..
669 inci minterm 5 defa kullanildi..
671 inci minterm 5 defa kullanildi..
681 inci minterm 3 defa kullanildi..
683 inci minterm 3 defa kullanildi..
685 inci minterm 5 defa kullanildi..
687 inci minterm 5 defa kullanildi..
697 inci minterm 3 defa kullanildi..
699 inci minterm 3 defa kullanildi..
701 inci minterm 5 defa kullanildi..
703 inci minterm 5 defa kullanildi..
713 inci minterm 4 defa kullanildi..
715 inci minterm 4 defa kullanildi..
717 inci minterm 7 defa kullanildi..
719 inci minterm 7 defa kullanildi..
729 inci minterm 4 defa kullanildi..
731 inci minterm 4 defa kullanildi..
733 inci minterm 7 defa kullanildi..
735 inci minterm 7 defa kullanildi..
745 inci minterm 4 defa kullanildi..
747 inci minterm 4 defa kullanildi..
749 inci minterm 7 defa kullanildi..
751 inci minterm 7 defa kullanildi..
761 inci minterm 4 defa kullanildi..
763 inci minterm 4 defa kullanildi..
765 inci minterm 7 defa kullanildi..

```

Şekil 15. Tüm mintermlerin toplamda kaç defa kullanıldığı gösteren ekran çıktısı

Şekil 16'da 16 adet 10 çalışan, 81 adet 9 çalışan 1 çalışmayan, 172 adet 8 çalışan 2 çalışmayan, 197 adet 7 çalışan 3 çalışmayan, 129 adet 6 çalışan 4 çalışmayan, 46 adet 5 çalışan 5 çalışmayan, 7 adet 4 çalışan 6 çalışmayan duruma rastlanmıştır.

|    |    |     |     |   |    |   |   |   |   |   |
|----|----|-----|-----|---|----|---|---|---|---|---|
| 0  | 0  | 0   | 0   | 0 | 0  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0  | 0  | 0   | 0   | 0 | 0  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0  | 0  | 0   | 0   | 0 | 0  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0  | 0  | 0   | 0   | 0 | 0  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0  | 0  | 0   | 0   | 0 | 0  | 7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0  | 0  | 0   | 0   | 0 | 46 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0  | 0  | 0   | 129 | 0 | 0  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0  | 0  | 197 | 0   | 0 | 0  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0  | 0  | 172 | 0   | 0 | 0  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0  | 81 | 0   | 0   | 0 | 0  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 16 | 0  | 0   | 0   | 0 | 0  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Şekil 16. Güvenilirlik polinomu elde etmenin bir aşaması

Şekil 16'dan güvenilirlik polinomunun

$$R = 16p^{10} + 81p^9(1-p) + 172p^8(1-p)^2 + 197p^7(1-p)^3 + 129p^6(1-p)^4 + 46p^5(1-p)^5 + 7p^4(1-p)^6$$

elde edildiği gösterilmiştir. Bu ifade sadeleştirilse güvenilirlik polinomu;

$$R = p^7 + 4p^6 + 4p^5 + 7p^4$$

elde edilir.

## 2.1. Derinlik Öncelikli Arama Yöntemi ile Bulanık Karmaşık Sistem Güvenilirliği Hesaplama

Bu bölümde, Şekil 13 (a)'da elde edilen örnek ağın tüm yolları derinlik öncelikli arama yöntemi ile Şekil 13 (b)'deki gibi bulunur. Sonrasında tie-set yöntemi kullanılarak güvenilirlik hesabı yapılır. Şekil 13 (b)'deki tüm yollara bakılırsa, 0-1 ile başlayıp 9 ile biten yollar:

0- 1 -2- 3- 6- 7- 9

0- 1 -2- 3- 6- 9

0- 1 -2- 6- 7- 9

0- 1 -2- 6- 9

0- 1 -2- 9

0- 1 -4- 5- 9

0- 1 -4- 6- 7- 9

0- 1 -4- 6- 9



0- 1- 7- 9

0- 1- 9

olup minimum tie-set  $T_1 = 0 - 1 - 9$  'dur. Bu aynı zamanda ilk tie-settir. 0-2 ile başlayıp 9 ile biten yollar:

0- 2- 3- 6- 7- 9

0- 2- 3- 6- 9

0- 2- 6- 7- 9

0- 2- 6- 9

0- 2- 9

olup minimum tie-set  $T_2 = 0 - 2 - 9$  'dur. 0-6 ile başlayıp 9 ile biten yollar:

0- 6- 7- 9

0- 6- 9

olup minimum tie-set  $T_3 = 0 - 6 - 9$  'dur. Bu aynı zamanda son tie-settir. Buradan hareketle, sistem güvenilirliği

$$R = P(T_1 \cup T_2 \cup T_3) = P(T_1) + P(T_2) + P(T_3) - P(T_1 \cap T_2) - P(T_1 \cap T_3) - P(T_2 \cap T_3) + P(T_1 \cap T_2 \cap T_3)$$

olarak hesaplanır. Tüm bileşen güvenilirliğinin bağımsız olduğu kabul edilirse,

$$\begin{aligned} R &= P(0)P(1)P(9) + P(0)P(2)P(9) + P(0)P(6)P(9) - P(0)P(1)P(2)P(9) \\ &\quad - P(0)P(1)P(6)P(9) - P(0)P(2)P(6)P(9) + P(0)P(1)P(2)P(6)P(9) \\ &= p^5 - 3p^4 + 3p^3 \end{aligned}$$

elde edilir.

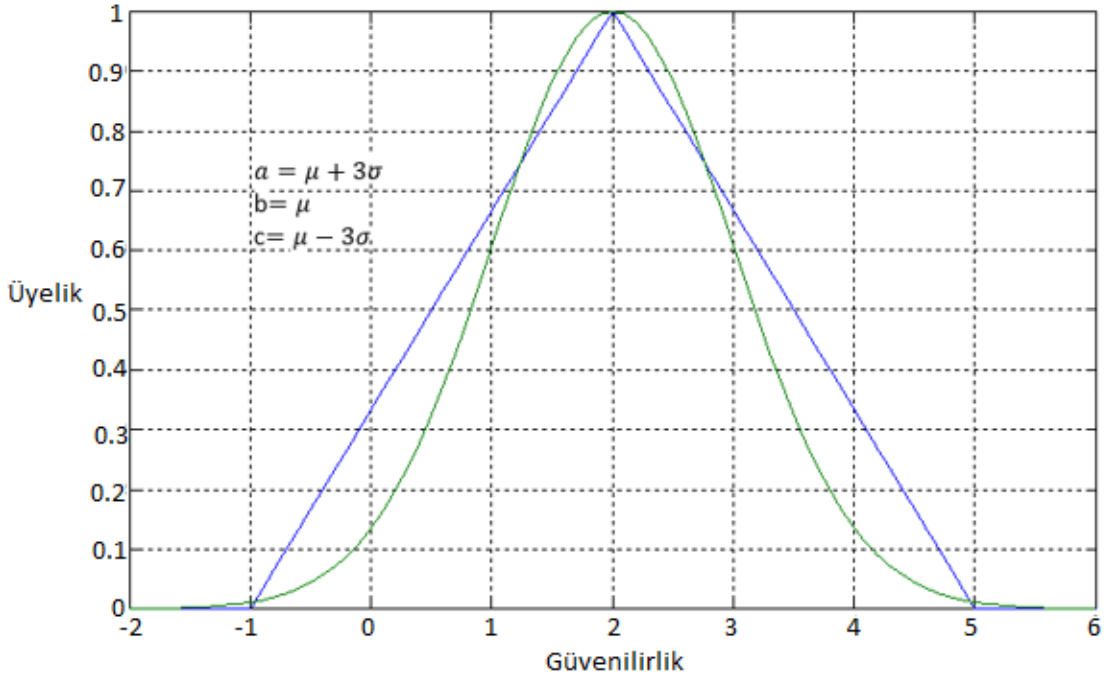
## 2.2. Gauss Bulanık Sistem Güvenilirliği Hesaplama

Gauss üyelik fonksiyonuna sahip elemanların bulanık güvenilirliklerini hesaplamak için integral almak gereklidir. Dolayısıyla, bu fonksiyonun analitik integralini hesaplamak mümkün değildir. Gauss üyeliği, üçgen üyeliğe yaklaştırarak sistemin bulanık güvenilirliği bulunabilir.

$m(t) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_T}{w}\right)^2}$ ,  $\alpha(t) = \alpha$  ve  $\beta(t) = \beta$  olduğunda, (81) denkleminde bileşenlerin bulanık güvenilirliği

$$\mu_{\tilde{R}(t)}(u) = \begin{cases} \frac{\ln(u) + \int_0^t \left( e^{-\frac{(x-x_T)^2}{2w^2}} + \beta \right) dx}{\int_0^t \beta dx}, & u_1 \leq u \leq u_2 \\ \frac{-\ln(u) - \int_0^t \left( e^{-\frac{(x-x_T)^2}{2w^2}} - \alpha \right) dx}{\int_0^t \alpha dx}, & u_2 \leq u \leq u_3 \end{cases} \quad (82)$$

elde edilir. Burada,  $u_1 = \exp\left[-\int_0^t \left( e^{-\frac{(x-x_T)^2}{2w^2}} + \beta \right) dx\right]$ ,  $u_2 = \exp\left[-\int_0^t e^{-\frac{(x-x_T)^2}{2w^2}} dx\right]$  ve  $u_3 = \exp\left[-\int_0^t \left( e^{-\frac{(x-x_T)^2}{2w^2}} - \alpha \right) dx\right]$  kısaltması yapılmıştır. Denklem içinde karşımıza çıkan integralin çözümü oldukça zordur. Bu nedenle, Gauss üyelik fonksiyonunu üçgen üyelik fonksiyonuna  $a = \mu + 3\sigma$ ,  $b = \mu$  ve  $c = \mu - 3\sigma$  için yaklaşabilir. Bu durum Şekil 17'deki gibidir.

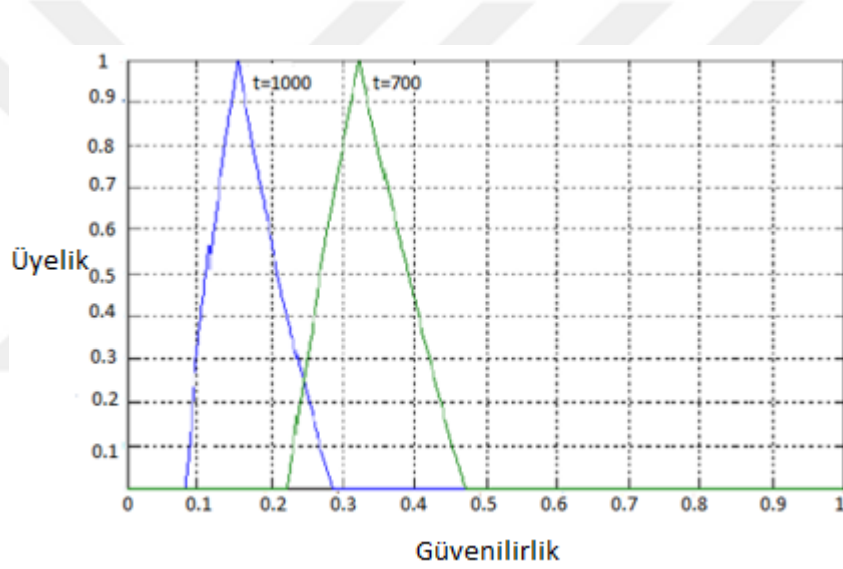


Şekil 17. Gauss üyelik fonksiyonu ile üçgen üyelik fonksiyonu arasındaki ilişki

Ayrıca, Gauss üyelik fonksiyonunu üçgen üyelik fonksiyonu olarak kabul edilirse,  $m(t) = \mu$   $\alpha(t) = 3\sigma$  ve  $\beta(t) = 3\sigma$  için (82) denklemi

$$\mu_{\tilde{R}(t)}(u) = \begin{cases} \frac{\ln(u) + (\mu + 3\sigma)t}{3\sigma t}, & e^{-(\mu+3\sigma)t} \leq u \leq e^{-\mu t}, \\ -\frac{\ln(u) + (\mu - 3\sigma)t}{3\sigma t}, & e^{-\mu t} \leq u \leq e^{-(\mu-3\sigma)t}, \end{cases} \quad (83)$$

olarak yeniden yazılır. Burada  $0 < t < \infty$  dir. Böylece ortalama ve standart sapmaya bağlı bir bileşen güvenilirliği elde edilmiş olur. Burada  $t=1000$  ve  $t=700$  anındaki üyeliğe bakacak olursak, Şekil 18'deki gibi olur.



Şekil 18. t anındaki güvenilirlik değişimi

Şekilden de görüldüğü üzere,  $t=1000$  ve  $t=700$  anındaki güvenilirlik üçgen üyeliğe sahiptir ve zaman artıkcça güvenilirlik azalmaktadır.

### 2.3. Weibull Bulanık Sistem Güvenilirliği Hesaplama

Banyo- kuvet eğrisindeki tüm bölgeleri kapsayacak bir modeldir. Bu sebeple, bu tehlikeye sahip bulanık üyelik fonksiyonunun elde edilmesi önem arz eder. Weibull tehlike fonksiyonu (16) denkleminde verilmiştir.  $m(t) = \frac{\gamma}{\theta} x^{\gamma-1}$ ,  $\alpha(t) = \alpha$  ve  $\beta(t) = \beta$  olduğunda, (81) denklemine göre bileşenlerin bulanık güvenilirliği

$$\begin{aligned}
& \mu_{\bar{R}(t)}(u) \\
&= \begin{cases} \frac{\ln(u) + \int_0^t \left(\frac{\gamma}{\theta} x^{\gamma-1} + \beta\right) dx}{\int_0^t \beta dx} & e^{-\int_0^t \left(\frac{\gamma}{\theta} x^{\gamma-1} + \beta\right) dx} \leq u \leq e^{-\int_0^t \left(\frac{\gamma}{\theta} x^{\gamma-1}\right) dx} \\ \frac{\ln(u) + \int_0^t \left(\frac{\gamma}{\theta} x^{\gamma-1} - \alpha\right) dx}{-\int_0^t \alpha dx} & e^{-\int_0^t \left(\frac{\gamma}{\theta} x^{\gamma-1}\right) dx} \leq u \leq e^{-\int_0^t \left(\frac{\gamma}{\theta} x^{\gamma-1} - \alpha\right) dx} \end{cases} \quad (84) \\
&= \begin{cases} \frac{\ln(u) + \frac{t^\gamma}{\theta} + \beta t}{\beta t}, & e^{-\frac{t^\gamma}{\theta} - \beta t} \leq u \leq e^{-\frac{t^\gamma}{\theta}} \\ -\frac{\ln(u) + \frac{t^\gamma}{\theta} - \alpha t}{\alpha t}, & e^{-\frac{t^\gamma}{\theta}} \leq u \leq e^{-\frac{t^\gamma}{\theta} + \alpha t} \end{cases}
\end{aligned}$$

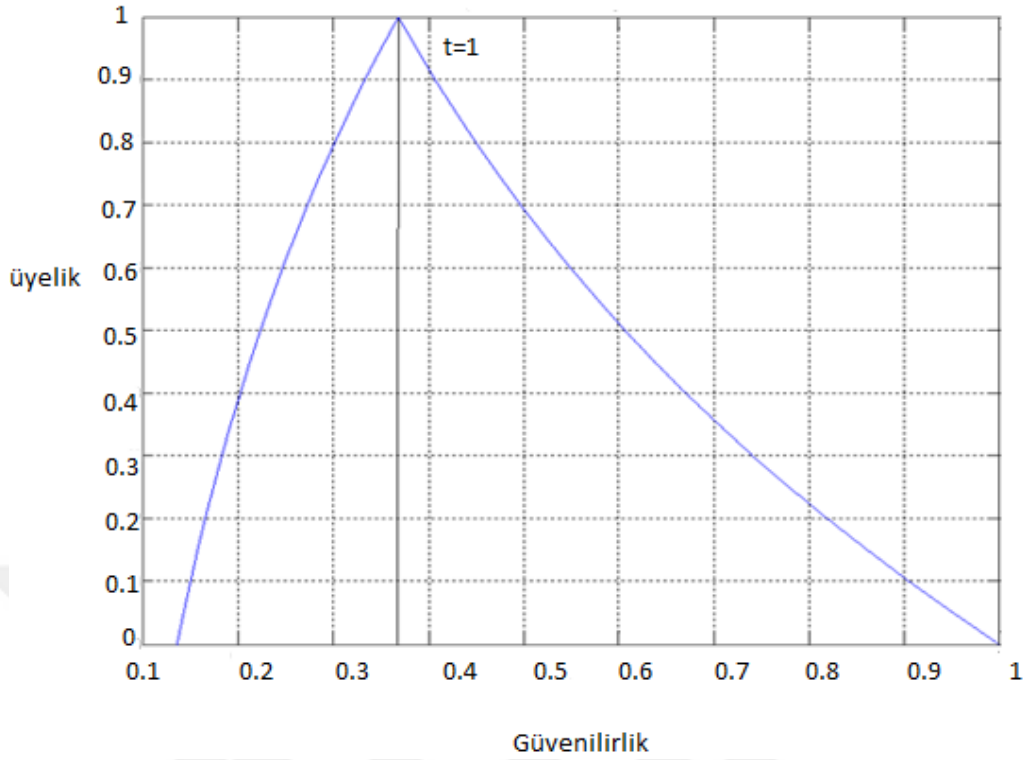
olarak hesaplanır. Özel olarak,  $\gamma = \theta = \alpha = \beta = 1$  alınırsa,

$$\mu_{\bar{R}(t)}(u) = \begin{cases} \frac{\ln(u) + 2t}{t}, & e^{-2t} \leq u \leq e^{-t} \\ -\frac{\ln(u)}{t}, & e^{-t} \leq u \leq e^0 \end{cases} \quad (85)$$

olur.  $t = 1$  için ise

$$\mu_{\bar{R}(t)}(u) = \begin{cases} \ln(u) + 2, & e^{-2} \leq u \leq e^{-1} \\ -\ln(u), & e^{-1} \leq u \leq e^0 \end{cases} \quad (86)$$

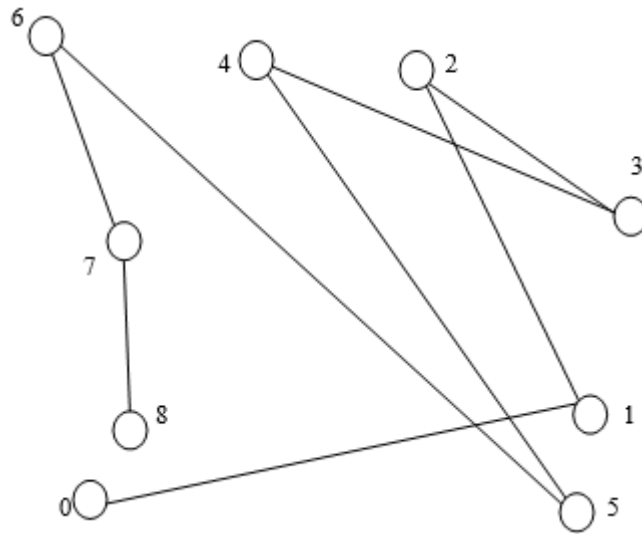
elde edilir.  $t=1$  anı için Weibull üyelik fonksiyonu, Şekil 19'daki gibi üçgen üyelik fonksiyonuna yaklaşmaktadır.



Şekil 19. t=1 anında Weibull tehlikeye sahip bulanık bileşenin üyelik fonksiyonu

Şekil 19'da elde edilen Weibull tehlike modeline ait bulanık üyelik fonksiyonunda üçgen üyeliğe benzer bir üyelik fonksiyonu elde edilmiştir. Bu fonksiyonun üçgen üyeliği klasik şekilde ikiz kenar olmakla birlikte, burada sağa çarpık olduğu görülmektedir.

#### 2.4. Bulanık Sistem Güvenilirliği



Şekil 20. Bulanık seri bir sistem

Şekil 20'deki sistemi ele alalım. Tüm bileşenlerin aynı üçgen bulanık üyelik fonksiyonuna sahip olduğunu varsayalım.  $\mu_{\tilde{R}} = (a, b, c) = (0.85, 0.90, 0.95)$  diyelim. Sistemin bulanık kompleks güvenilirliği bulmak için, aynı üçgen bulanık üyeliğe sahip olduğu için  $n=9$  için  $\tilde{R}(t) = \tilde{p}^9$  diyebiliriz. (78)' den

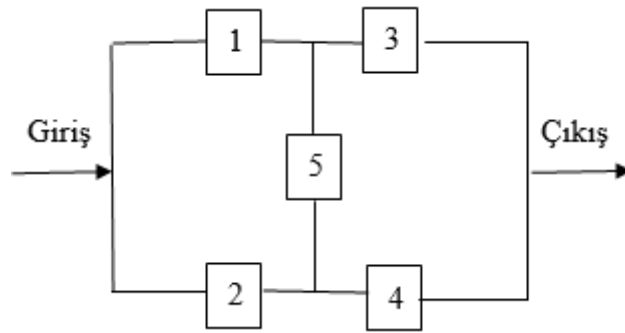
$$\begin{aligned} d(\tilde{R}(t)) &= -\frac{1}{2} \int_0^1 (a + (b-a)\alpha)^n d\alpha + \frac{1}{2} \int_0^1 (c - (c-b)\alpha)^n d\alpha \\ &= -\frac{1}{2} \left[ \frac{(-0.85\alpha + 0.85 + 0.90\alpha)^{n+1}}{(n+1)(0.85-0.90)} \right]_0^1 \\ &\quad + \frac{1}{2} \left[ \frac{(-0.95\alpha + 0.95 + 0.90\alpha)^{n+1}}{(n+1)(0.90-0.95)} \right]_0^1 \end{aligned}$$

elde edilir.  $n=9$  için sistemin güvenilirlik değeri,

$$\begin{aligned} d(\tilde{R}(t)) &= -\frac{1}{2} \left[ \frac{(0.90)^{10}}{(10)(-0.05)} + \frac{(0.85)^{10}}{(10)(0.05)} \right] + \frac{1}{2} \left[ \frac{(0.90)^{10}}{(10)(-0.05)} + \frac{(0.95)^{10}}{(10)(0.05)} \right] \\ &= 0.8099 \end{aligned}$$

olarak hesaplanır. Eğer bulanık bileşen yoksa yani sistem bulanık değilse ve 0.90 tepe değeri kesin değer ise, o zaman sistemin güvenilirlik değeri  $\tilde{R}(t) = \tilde{p}^9 = 0.90^9 = 0.8071$ ' dir. Sonuç olarak, hesaplanan değerlerin birbirine yakın olduğu gözlenmiş olur.

Şimdi ise bulanık köprü sisteminin güvenilirliğinin hesabına bakalım (Mahapayua ve Roy, 2012):



Şekil 21. Bulanık karmaşık bir sistem (Köprü sistemi)

$\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \tilde{p}_3, \tilde{p}_4, \tilde{p}_5$  bulanık sayı olsunlar. Bu durumda sistemin güvenilirliği,

$$\begin{aligned}\widetilde{R}_S(\widetilde{p}_1, \widetilde{p}_2, \widetilde{p}_3, \widetilde{p}_4, \widetilde{p}_5) &= 2\widetilde{p}_1\widetilde{p}_2\widetilde{p}_3\widetilde{p}_4\widetilde{p}_5 - \widetilde{p}_1\widetilde{p}_3\widetilde{p}_4\widetilde{p}_5 - \widetilde{p}_2\widetilde{p}_3\widetilde{p}_4\widetilde{p}_5 \\ &\quad - \widetilde{p}_1\widetilde{p}_2\widetilde{p}_3\widetilde{p}_5 - \widetilde{p}_1\widetilde{p}_2\widetilde{p}_4\widetilde{p}_5 - \widetilde{p}_1\widetilde{p}_2\widetilde{p}_3\widetilde{p}_4 + \widetilde{p}_1\widetilde{p}_4\widetilde{p}_5 + \widetilde{p}_2\widetilde{p}_3\widetilde{p}_5 \\ &\quad + \widetilde{p}_1\widetilde{p}_3 + \widetilde{p}_2\widetilde{p}_4\end{aligned}$$

olarak hesaplanır.  $0 \leq \widetilde{p}_i \leq 1, i = 1,2,3,4,5$  olmak üzere,  $\widetilde{p}_1 = (0.60,0.80,0.95)$ ,  $\widetilde{p}_2 = (0.65,0.85,0.95)$ ,  $\widetilde{p}_3 = (0.85,0.90,0.95)$ ,  $\widetilde{p}_4 = (0.75,0.80,0.90)$ ,  $\widetilde{p}_5 = (0.70,0.85,0.95)$  diyelim. Buna göre üçgen bulanık sayıların  $\alpha$ -kesimleri

$$\begin{aligned}\widetilde{p}_1(\alpha) &= [0.60 + 0.20\alpha, 0.95 - 0.15\alpha] \\ \widetilde{p}_2(\alpha) &= [0.65 + 0.20\alpha, 0.95 - 0.10\alpha] \\ \widetilde{p}_3(\alpha) &= [0.85 + 0.05\alpha, 0.95 - 0.05\alpha] \\ \widetilde{p}_4(\alpha) &= [0.75 + 0.05\alpha, 0.90 - 0.10\alpha] \\ \widetilde{p}_5(\alpha) &= [0.70 + 0.15\alpha, 0.95 - 0.10\alpha]\end{aligned}$$

dir.  $\widetilde{R}_S^L(\alpha)$  ve  $\widetilde{R}_S^U(\alpha)$  sırasıyla, alt düzey ve üst düzey  $\alpha$ - seviye bulanık kümeleri olmak üzere,

$$\begin{aligned}\widetilde{R}_S^L(\alpha) &= 0.00003\alpha^5 + 0.0004375\alpha^4 - 0.00464625\alpha^3 - 0.0356\alpha^2 \\ &\quad + 0.19538625\alpha + 0.7812125\end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned}\widetilde{R}_S^U(\alpha) &= 0.9894725 - 0.0339375\alpha - 0.01877625\alpha^2 - 0.000145\alpha^3 \\ &\quad + 0.00021375\alpha^4 - 0.0000075\alpha^5\end{aligned}$$

olarak hesaplanır. Burada  $a_1 = 0.00003$ ,  $a_2 = 0.0004375$ ,  $a_3 = 0.00464625$ ,  $a_4 = 0.0356$ ,  $a_5 = 0.19538625$ ,  $a_6 = 0.7812125$  ve  $b_1 = 0.9894725$ ,  $b_2 = 0.0339375$ ,  $b_3 = 0.01877625$ ,  $b_4 = 0.000145$ ,  $b_5 = 0.00021375$ ,  $b_6 = 0.0000075$  dir. Böylece köprü sisteminin sistem güvenilirliğinin üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{\widetilde{R}}(x) = \begin{cases} \frac{(x - 0.7812125)}{0.556075}, & 0.7812125 \leq x \leq 0.93682 \\ \frac{(0.9894725 - x)}{0.0526525}, & 0.93682 \leq x \leq 0.9894725 \end{cases}$$

olarak bulunur. Sisteminin durulaştırılması (defuzzy)

$$\begin{aligned} d(\widetilde{R}_S) &= \frac{1}{2} \int_0^1 \widetilde{R}_S^L(\alpha) d\alpha + \frac{1}{2} \int_0^1 \widetilde{R}_S^U(\alpha) d\alpha \\ &= \frac{1}{2} \int_0^1 (a_1\alpha^5 + a_2\alpha^4 + a_3\alpha^3 + a_4\alpha^2 + a_5\alpha + a_6) d\alpha \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_0^1 (b_1 + b_2\alpha + b_3\alpha^2 + b_4\alpha^3 + b_5\alpha^4 + b_6\alpha^5) d\alpha \end{aligned}$$

olup, değeri

$$\begin{aligned} d(\widetilde{R}_S) &= \frac{a_1}{12} + \frac{a_2}{10} + \frac{a_3}{8} + \frac{a_4}{6} + \frac{a_5}{4} + \frac{a_6}{2} + \frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{4} + \frac{b_3}{6} + \frac{b_4}{8} + \frac{b_5}{10} + \frac{b_6}{12} \\ &= 0.91611 \end{aligned}$$

dir. Eğer sistemin elemanları bulanık olmayıp kesin değer bulanık tepe değerleri alınsaydı,  $\widetilde{p}_1 = 0.80$ ,  $\widetilde{p}_2 = 0.85$ ,  $\widetilde{p}_3 = 0.80$ ,  $\widetilde{p}_4 = 0.85$ ,  $\widetilde{p}_5 = 0.90$  olur ve sistemin güvenilirliği,  $\widetilde{R}_S = 0.93682$  çıkardı.



### 3. BULGULAR VE SONUÇLAR

Literatürdeki çalışmalarda, çoğunlukla ya bir bileşenin yada seri veya paralel sistemlerin bulanık güvenilirlikleri hesaplanmıştır. Bu tezde, bileşenlerden oluşan karmaşık sistem için bulanık güvenilirlik elde edilmiştir. Bu değer durulaştırılmış ve kesin güvenilirlik değerleri ile de karşılaştırılmıştır. Ayrıca Weibull tehlike modeli için bulanık güvenilirlik elde edilmiştir. Bu model banyo-küvet eğrisinin bütün evrelerini kapsayabildiği için önemlidir. Elde edilen bulanık güvenilirlik üyelik fonksiyonunun da sağ tarafa doğru hafif çarpık olduğu gözlenmiştir. Uygun parametrelerle doğum, yaşam ve aşırı kullanım evrelerindeki bulanık güvenilirlik değerleri elde edilir. Dahası, Gauss üyeliğe ilgili formüller elde edilmiş ancak bunların analitik çözümleri olmadığından, sonuçlar bu aşamada bırakılmıştır. Gauss üyeliği, ortalama ve standart sapmaya bağlı bir üçgen üyeliğe benzetilerek bulanık bir küme elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar, karmaşık sistemde kullanılabilir hale dönüştürülmüştür.

Üyelik fonksiyonu genellikle üçgen veya yamuk seçilmiştir. Bu çalışmada üçgen üyelik fonksiyonu ile karmaşık sistemlerin güvenilirliği hesaplanmıştır. Karmaşık sistemi hesaplamak için literatürdeki parçalanma, tie-set, cut-set gibi yöntemler mevcutken, programlamaya uygun olan veri yapısı konularından derinlik öncelikli arama ile bu problem çözülmüştür.

#### 4. ÖNERİLER

Seri, paralel, seri- paralel, paralel- seri ve karmaşık sistemlerin yanında k-out-of-n sistemleri ve fazlalık sistemleri de mevcuttur. Bu tezde, k-out-of-n sistemlerin ve fazlalık sistemlerin bulanık güvenilirliğine değinilmemiştir. Bunların güvenilirlik hesaplamaları da farklı olduğundan, bulanık güvenilirlikleri de farklı yöntemlerle incelenmelidir.

Yapılan çalışmalarda bütün elemanların aynı bulanık güvenilirlik özelliklerine sahip olduğu kabul edilmiştir. Bunun sebebi, yapılan hesaplamalarda kolaylık sağlamaktır. Gerçekte böyle bir durumla karşılaşılması zordur. Bu durumda geliştirilen tüm denklemlerin yeniden düzenlenmesi gerekmekte ve önerilmektedir.

Gauss bulanık güvenilirlik hesabında integralli denklemler elde edilmiştir. Ancak bu integrallerin sayısal yöntemler kullanılarak çözülmesi gerçekleştirilmemiştir. Bu denklemler hata fonksiyonları veya sayısal olarak çözülebilir.

Durulaştırma işleminde kullanılan tekniğin yanında, literatürde pek çok yöntem daha vardır. Kullanılan yöntem, hesaplamadaki kolaylığından dolayı seçilmiştir. Diğer durulaştırma teknikleri ile de sonuçlar elde edilebilir ve birbiri ile kıyaslanabilir.

## 5. KAYNAKLAR

- Aggarwal, K. K., 1993. Reliability Engineering, Springer Science & Business Media.
- Aliyev, I. M. ve Kara, Z., 2004. Fuzzy System Reliability Analysis Using Time Dependent Fuzzy Set, Control and Cybernetics, 33, 4, 653-662.
- Bentley, J. P., 1999. Introduction to Reliability & Quality Engineering, Addison-Wesley, Harlow.
- Dave, R. N., 1989. Use of Adaptive Fuzzy Clustering Algorithm to Detect Lines in Digital Images, in Intelligent Robots and Computer Vision VIII, 1192, 600-611.
- Elsayed, E. A., 1996. Reliability Engineer, Addison Wesley Longman, Inc., USA.
- Jamkhaneh, E. B., Nozari A. ve Ghara A. N., 2011. Analyzing Fuzzy System Reliability Using Confidence Interval, Word Applied Sciences Journal, 13, 10, 2191-2197.
- Li, L., Lv., C., Bimenyimana, S. ve Zhou, Y., 2016. A Fuzzy Reliability Measure Method for Electromechanical Products, Fuzzy Theory and Its Applications (iFuzzy), Taiwan.
- Mahapatra, G. S. ve Roy, T. K., 2012. Reliability Evaluation of Bridge System With Fuzzy Reliability of Components Using Interval Nonlinear Programming, Electronic Journal of Applied Statistical Analysis (EJASA), 5 ,2, 151-163.
- Özceylan, E., Yapıcı Pehlivan, N. ve Paksoy, T., 2013. Bulanık Küme Teorisi, Nobel Akademik Yayıncılık, Ankara.
- Shaw, A. K. ve Roy, T. K., 2011. Generalized Trapezoidal Fuzzy Number with its Arithmetic Operations and its Application in Fuzzy System Reliability Analysis, Int. J. Pure Appl. Sci. Technol., 5, 2, 60-76.
- Uprety, I. ve Patrai, K., 2016. Fuzzy Reliability Estimation Using Chi-Squared Distribution, 3rd International Conference on Soft Computing & Machine Intelligence, 169-173.
- Wang, L., 1997. A Course in Fuzzy Systems and Control, Prentice-Hall, Inc. Upper Saddle River, NJ, USA.
- Yao, J., Su, J., ve Shih, T., 2008. Fuzzy System Reliability Analysis Using Triangular Fuzzy Numbers Based on Statistical Data, Journal of Information Science and Engineering, 24, 5, 1521-1535.

## 6. EKLER

### EK A

Aşağıda program, C tabanlı program olup QT ve Visual Studio Express 2013 ortamında yazılmıştır. Bu program, Şekil 13(a)'daki ağın rasgele çizilmesi ve sonuç olarak Şekil 14' de giriş ile çıkış arasındaki tüm yollar matrisinin bulunmasını sağlar.

```
#include "dialog.h"
#include "ui_dialog.h"
#include <QString>
#include <QPoint>
#include <QList>
#include <QMessageBox>
#include <fstream>
int P[10][10]={0};
class graf
{
    int M;
    QList<int> *komsu;
public:
    graf(int M);
    void kenarekle(char m, char n);
    void tumyollariyaz(char k, char h);
    void tumyollariyazyardimci(char m,char h, bool ziyaretedilmis[],int yol[], int&
yol_index);
};
graf::graf(int M)
//graftaki düğümlerin sayısını tutar bide liste oluşturulur.
{
    this->M=M;
    komsu=new QList<int>[M];
}
void graf::kenarekle(char m, char n);
// n düğümünü m düğünün listesine ekler.
{
    komsu[m].push_back(n);
}
void graf:: tumyollariyaz(char k,char h) // k den h a olan tüm yolları yazar.
{
    // Ziyaret edilmemiş tüm düğümleri işaretler
    bool *ziyaretedilmis = new bool[M];
    // Yolu tutmak için bir dizi oluşturur
    int *yol = new int[M];
    int yol_index = 0; // Yolu baş olarak ilklendirir
    // Tüm düğümler işaretlenmemiş diye ilklendirilir
```

EK A'nın devamı...

```

    for (int j = 0; j < M; j++)
        ziyaretedilmis[j] = false;
    // Yardımcı fonksiyonla tüm yollar yazdırılıyor
    tumyollariyazyardimci(k, h, ziyaretedilmis, yol, yol_index);
}
QString B;
// m ve h arasındaki yollar özyinelemeli fonksiyonla yazdırılıyor
// ziyaretedilmis[], geçerli yoldaki düğümlerin izini tutar.
// yol[], aktüel düğümleri tutar, yol_index, geçerli yol indeksini tutar
void graf::tumyollariyazyardimci(char m,char h, bool ziyaretedilmis[],int yol[], int
&yol_index)
{
    //ziyaret edilen düğümleri string e atar hedefe varıldığında string i ekrana yazar.
    // Geçerli düğümü işaretle ve yol[] dizisinde sakla.
    ziyaretedilmis[m] = true;
    yol[yol_index] = m;
    yol_index++;
    QString s=" ";
    QString gec;
    QMessageBox A;
    A.addButton(QMessageBox::Yes);
    A.addButton(QMessageBox::No);
    //yol[], eğer geçerli düğümler hedefle aynı ise geçerli yolu yazar
    if (m == h) //hedefe varıldığında bir yol oluşturulur.
    {
        for (int j = 0; j<yol_index; j++)
            { gec.setNum(yol[j]);
              s=s+" "+gec;
            }
        B=B+s+"\n";
    }
    else // Geçerli düğüm hedef değilse
    {
        // geçerli düğümün tüm kenarları için yinelemelidir
        QList<int>::iterator j;
        for (j= komsu[m].begin(); j != komsu[m].end(); ++j)
            if (!ziyaretedilmis[*j])
                tumyollariyazyardimci(*j, h, ziyaretedilmis, yol, yol_index);
    }
    // Geçerli düğümü yol[]' dan kaldırır ve ziyaret edilmemiş olarak işaretler
    yol_index--;
    ziyaretedilmis[m] = false;
}
Dialog::Dialog(QWidget *parent) :
    QDialog(parent),
    ui(new Ui::Dialog)
{

```

EK A'nın devamı...

```

    ui->setupUi(this);
}
Dialog::~Dialog()
{
    delete ui;
}
int a;
void Dialog::paintEvent(QPaintEvent *e)// ağı çizdirme fonksiyonu
{
    //kare çizdirme
    QPainter painter(this);
    QPen framepen(Qt::red);
    //kare içine elips çizdirir
    QTime time = QTime::currentTime();
    qsrand((uint)time.msec());
    QFont font=painter.font();
    font.setPointSize(10);
    painter.setFont(font);
    QString str;
    int x[10],y[10];
    for (int i=0;i<a;i++)
    {
        x[i]= qrand() % 600;
        y[i]=qrand() % 600;
        str=QString::number(i);
        painter.drawEllipse(x[i],y[i],10,10);
        painter.drawText(QPoint(x[i],y[i]),str);
    }
    painter.setPen(QPen(Qt::black,1));
    for (int i=0;i<a;i++)
        for (int j=i+1;j<a;j++)
            if (P[i][j]==1)
                painter.drawLine(x[i],y[i],x[j],y[j]);
    QRect rect=QRect(600,200,700,400);
}
void Dialog::on_pushButton_clicked()
{
    a=ui->lineEdit->text().toInt();
    QMessageBox::StandardButton reply;
    QString s1,s2;
    //int [][] P1=new int[a][a];
    for (int i=0;i<a;i++)
        for (int j=i+1;j<a;j++)
            {
                s1=QString::number(i);
                s2=QString::number(j);
                reply = QMessageBox::question(this,s1+" "+s2+" arasında baglanti", "Var mi?",

```

EK A'nın devamı...

```

        QMessageBox::Yes|QMessageBox::No);
    if (reply == QMessageBox::Yes) {
        P[i][j]=1;
    } else {
        P[i][j]=0;
    }
}
for (int i=0;i<a;i++)
    for (int j=0;j<i;j++)
        P[i][j]=P[j][i];
QTime time = QTime::currentTime();
qsrand((uint)time.msec());
graf g(a);
int secim;
for (int i=0;i<a;i++)
    for (int j=i+1;j<a;j++)
    {
        //secim= qrand() %2;
        if (P[i][j]==1) g.kenarekle(i,j);
    }
update();
}
void Dialog::on_pushButton_2_clicked()
{
    QMessageBox Q;
    Q.setText(B);
    Q.exec();
}

```

## EK B

Aşağıdaki program, C tabanlı program olup QT ve Visual Studio Express 2013 ortamında, bize Şekil 13 (b)'deki ağın tüm yollarının mintermlerini ve güvenilirlik polinomunu bulmamızı sağlar. Burada A giriş düğümü, J çıkış düğümüdür. Yollar matrisi ile giriş çıkış arasındaki tüm yollar temsil edilmiştir. Bu yollar derinlik öncelikli algoritma ile bulunmuştur.

```
#include "stdafx.h"
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#include <math.h>
#define N 10
using namespace System;
int main(array<System::String ^> ^args)
{
    char yollar[17][10] = { //Ağ oluşturuldu
        { 'A', 'B', 'C', 'D', 'G', 'H', 'J', '\0' },
        { 'A', 'B', 'C', 'D', 'G', 'J', '\0' },
        { 'A', 'B', 'C', 'G', 'H', 'J', '\0' },
        { 'A', 'B', 'C', 'G', 'J', '\0' },
        { 'A', 'B', 'C', 'J', '\0' },
        { 'A', 'B', 'E', 'F', 'J', '\0' },
        { 'A', 'B', 'E', 'G', 'H', 'J', '\0' },
        { 'A', 'B', 'E', 'G', 'J', '\0' },
        { 'A', 'B', 'J', '\0' },
        { 'A', 'B', 'H', 'J', '\0' },
        { 'A', 'C', 'D', 'G', 'H', 'J', '\0' },
        { 'A', 'C', 'D', 'G', 'J', '\0' },
        { 'A', 'C', 'G', 'H', 'J', '\0' },
        { 'A', 'C', 'G', 'J', '\0' },
        { 'A', 'C', 'J', '\0' },
        { 'A', 'G', 'H', 'J', '\0' },
        { 'A', 'G', 'J', '\0' }
    };
    int uzunluk;
    char c, kar;
    int i, j, k, var[N];
    int* M;
    M = new int[_Pow_int(2, N) - 1];
    char cevap = 'e';
    for (int i = 0; i <= _Pow_int(2, N) - 1; i++)
        M[i] = 0;
    int deger = 0;
    while (deger <= 16)
    {
```



EK B'nin devamı...

```

char* tie = new char[N];
for (j = 0; yollar[deger][j] != '\0'; j++)
{
    tie[j] = yollar[deger][j];
}
tie[j] = '\0';
printf("tie=%s\n", tie);
uzunluk = strlen(tie);
deger++;
for (i = 0; i < N; i++)
    var[i] = 0;
for (i = 0; i < uzunluk; i++)
{
    c = tie[i];
    j = 0;
    for (kar = 'A'; kar <= 'J'; kar++)
    {
        if (kar == tie[i]) var[j] = 1;
        j++;
    }
}
getchar();
//mintermler oluşturuldu
for (i = 0; i < N; i++)
    if (var[i] == 1) printf("%3d", i);
int minterm = 0;
if (var[0] == 1) minterm = _Pow_int(2, N - 1) + minterm;
if (var[1] == 1) minterm = _Pow_int(2, N - 2) + minterm;
if (var[2] == 1) minterm = _Pow_int(2, N - 3) + minterm;
if (var[3] == 1) minterm = _Pow_int(2, N - 4) + minterm;
if (var[4] == 1) minterm = _Pow_int(2, N - 5) + minterm;
if (var[5] == 1) minterm = _Pow_int(2, N - 6) + minterm;
if (var[6] == 1) minterm = _Pow_int(2, N - 7) + minterm;
if (var[7] == 1) minterm = _Pow_int(2, N - 8) + minterm;
if (var[8] == 1) minterm = _Pow_int(2, N - 9) + minterm;
if (var[9] == 1) minterm = _Pow_int(2, N - 10) + minterm;
printf("\nminterm=%d\n", minterm);printf("\n");
for (i = 0; i <= _Pow_int(2, N) - 1; i++)
{
    int yok = 0;
    int dizi[N];
    for (int c = N - 1; c >= 0; c--)
    {
        k = i >> c;
        if (k & 1)
            dizi[N - 1 - c] = 1;
        else dizi[N - 1 - c] = 0;
    }
}

```

EK B' nin devamı...

```

    }
    for (int c = 0; c <= N - 1; c++)
        if (var[c] == 1 && dizi[c] == 0) yok = 1;
    if (yok == 0) {
        M[i] = M[i] + 1;
        printf(" M[%d]=%d\n", i, M[i]);
    }
}
}

for (i = 0; i <= _Pow_int(2, N) - 1; i++)
    if (M[i] >= 2) printf("%d inci minterm %d defa kullanildi..\n", i, M[i]);
float toplam = 0.0;
float carpim = 0.0;
int p;
int q;
int pq[N + 1][N + 1] = { 0 };
for (i = 0; i <= _Pow_int(2, N) - 1; i++)
{
    p = 0; q = 0;
    carpim = 1.0;
    if (M[i] >= 2) {
        for (int c = N - 1; c >= 0; c--)
        {
            k = i >> c;
            if (k & 1) {
                p++;
            }
            else{
                q++;
            }
        }
        pq[p][q] = pq[p][q] + (M[i] - 1);
    }
}
for (int p = 0; p <= N; p++)
{
    for (q = 0; q <= N; q++)
        printf("%5d", pq[p][q]);
    printf("\n");
}
system("pause");
return 0;
}

```

## ÖZGEÇMİŞ

Melek ERİŞ BÜYÜKKAYA, 25 Mayıs 1992 tarihinde Karabük' de doğdu. İlk öğrenimini İstanbul Necdet Semker İlköğretim Okulu'nda, orta öğretimini ise İstanbul Fatih Vatan Lisesi'nde tamamladı. 2009 yılında Sakarya Üniversitesi, Fen Fakültesi, Matematik Bölümüne yerleşti ve 2013 yılında bu bölümden birincilikle mezun oldu. Aynı yıl Sakarya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Uygulamalı Matematik Anabilim dalında tezli yüksek lisans programına başladı ve 2015 yılında mezun oldu. Aynı yıl Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstatistik Anabilim dalında tezli yüksek lisans programına başladı. Burada eğitimine bir dönem devam ettikten sonra, 2016 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstatistik Anabilim dalında yüksek lisans eğitimine başladı. Halen aynı üniversitede eğitimine devam etmekte ve Araştırma Görevlisi olarak görevini yapmaktadır.