KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İSTATİSTİK VE BİLGİSAYAR BİLİMLERİ ANABİLİM DALI

BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA İLE PORTFÖY SEÇİMİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tuğba GÜL

OCAK 2015
TRABZON

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İSTATİSTİK VE BİLGİSAYAR BİLİMLERİ ANABİLİM DALI

BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA İLE PORTFÖY SEÇİMİ

Tuğba GÜL

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce
"YÜKSEK LİSANS (İSTATİSTİK)"
Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 23.12.2014
Tezin Savunma Tarihi : 19.01.2015

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Türkan ERBAY DALKILIÇ

Trabzon 2015

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

İstatistik ve Bilgisayar Bilimleri Anabilim Dalında

Tuğba GÜL tarafından hazırlanan

BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA İLE PORTFÖY SEÇİMİ

başlıklı bu çalışma, Enstitü Yönetim Kurulunun 23 / 12 / 2014 gün ve 1582 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından yapılan sınavda

YÜKSEK LİSANS TEZİ

olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri:

Başkan	**: Doç. Dr. Tülay KESEMEN**	....
Üye	**: Doç. Dr. Türkan ERBAY DALKILIÇ**	....
Üye	**: Doç. Dr. Zafer KÜÇÜK**	....

Prof. Dr. Sadettin KORKMAZ

Enstitü Müdürü

ÖNSÖZ

Bu tez çalışmasında yatırımcının getirisini en yüksek yapacak optimal portföyü elde etmek için ortalama mutlak sapma modeline dayalı, doğrusal programlama olarak modellenmiş portföy seçim problemi ele alınmıştır. Doğrusal programlama olarak modellenen portföy seçim probleminde beklenen getirilerin oluşturduğu sağ yan değerlerinin kesin olmaması durumu dikkate alınarak, problem bulanık mantık yaklaşımı ile çözümlenebilecek biçimde yeniden modellenmiştir. Uygulama aşamasında, İMKB (İstanbul Menkul Kıymetler Borsası)'de işlem gören on adet hisse senedinin yetmiş iki aylık getiri hareketleri üzerinde işletilerek sonuçlar elde edilmiştir.

Bu çalışmanın her aşamasında bana değerli zamanından ayırarak yol gösteren, tezimin en doğru şekilde tamamlanması için hiçbir desteğini esirgemeden ve her şekilde ulaşabildiğim, bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım danışman hocam Sayın Doç. Dr. Türkan Erbay Dalkılıç' a,

Yüksek lisans eğitimi yapma fırsatı bulduğum İstatistik ve Bilgisayar Bilimleri Bölümündeki tüm hocalarıma,

Eğitim hayatımla birlikte yaşamımın her alanında gerek maddi gerek manevi desteğini esirgemeyen ve daima arkamda olduğunu bildiğim sevgili aileme,

Çalışmalarım sırasında yardımlarını esirgemeyen, görüş ve değerlendirmeleriyle bana destek olan arkadaşlarıma,

Yıllık izin planlarımı, lisansüstü eğitimime göre yapmamda anlayış gösteren değerli iş yeri yöneticilerime,

bu süreçte bana gösterdikleri sabır, hoşgörü ve anlayış için sonsuz teşekkürler.

Tuğba GÜL
Trabzon 2015

TEZ BEYANNAMESİ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum "Bulanık Doğrusal Programlama ile Portföy Seçimi" başlıklı bu çalışmayı baştan sona kadar danışmanım Doç. Dr. Türkan ERBAY DALKILIÇ'ın sorumluluğunda tamamladığımı, verileri kendim topladığımı, analizleri ilgili laboratuarlarda yaptığımı, başka kaynaklardan aldığım bilgileri metinde ve kaynakçada eksiksiz olarak gösterdiğimi, çalışma sürecinde bilimsel araştırma ve etik kurallara uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim. 19/01/2015

Tuğba GÜL

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

Yüksek Lisans Tezi

ÖZET

BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA İLE PORTFÖY SEÇİMİ

Tuğba GÜL

Karadeniz Teknik Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İstatistik ve Bilgisayar Bilimleri Anabilim Dalı
Danışman: Doç. Dr. Türkan ERBAY DALKILIÇ
2015, 65 Sayfa

Portföy yönetimi, yatırımcıların elindeki fonların mevcut kıymetler arasında minimum risk ve maksimum karlılığı sağlayacak şekilde dağıtılmasıdır. Portföy yönetiminin amacı, yatırımcının ihtiyaçlarına göre, portföye çeşitli menkul kıymetleri almak ve yatırım amaçlarına uygun olarak portföyü yönetmektir. Portföy optimizasyonuyla ilgili finans sektöründe, birçok yaklaşım, teori ve modeller geliştirilmiştir. Bu çalışmada, yatırımcının getirisini en yüksek yapacak optimal portföyü elde etmek için ortalama mutlak sapma modeline dayalı, doğrusal programlama olarak modellenmiş portföy seçim problemi ele alındı. 1989'da karesel programlama olarak modellenen Markowitz yaklaşımına doğrusal bir boyut kazandıran Konno-Yamazaki'nin yaklaşımı olan ortalama mutlak sapma modeli ile doğrusal programlama olarak modellenen portföy seçim probleminde beklenen getirilerin oluşturduğu sağ yan değerlerinin kesin olmaması durumu göz önünde bulundurularak, problem bulanık mantık yaklaşımı ile çözümlenebilecek biçimde yeniden modellendi. Uygulama aşamasında, süreç İMKB (İstanbul Menkul Kıymetler Borsası)'de işlem gören 10 adet hisse senedinin 72 aylık getiri hareketleri üzerinde işletilerek sonuçlar elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Bulanık mantık, matematiksel programlama, portföy seçimi.

Master Thesis

SUMMARY

PORTFOLIO SELECTION WITH FUZZY LINEER PROGRAMMING

Tuğba GÜL

Karadeniz Technical University
The Graduate School of Natural and Applied Sciences
Statistic and Computer Science Graduate Program
Supervisor: Assoc. Prof. Türkan ERBAY DALKILIÇ
2015, 65 Pages

Portfolio management is the distribution of the investors' funds on financial investment to provide minimum risk and maximum return. The purpose of portfolio management, incorporate various instruments to portfolio and to manage portfolio according to investors' needs. In the finance literature different approaches, theories and models have been developed related to portfolio optimization. One of these approaches is Markowitz' portfolio optimization model and this is basic and important approach for modern portfolio selection. In this work, portfolio selection problem is handled to based on mean absolute deviation model and modeled as linear programming problem to obtain optimal portfolio for maximized to investor's return. Markowitz's aproach modeled as quadratik programming problem in 1989 and Konno- Yamazaki rendered to linear dimension this Markowitz's aproach. In this work, the optimization problem is handled which is proposed by Konno- Yamazaki and this problem is based on minimization of risk. We tried to solve this problem in the case that the right side values of the constraints are fuzzy. In the process of solution fuzzy mathematical programming techniques have been utilized. At the application stage, optimal portfolio was obtained using 72 monthly returns of ten stocks traded on IMKB.

Key Words: Fuzzy logic, mathematical programming, portfolio selection

ŞEKİLLER DİZİNİ

TABLOLAR DİZİNİ

<u>Sayfa No</u>

KISALTMALAR VE SEMBOLLER DİZİNİ

$\mu_{\tilde{A}}(x)$	: $\tilde{A}$ Bulanık kümesindeki x verisinin üyelik derecesi.
$\tilde{A}$	: A Bulanık Kümesi
A_{α}	: A bulanık kümesinin α-kesme kümesi
$<$	: Küçük
$=$	: Eşit
$>$	:Büyük
~	: Bulanıklaştırıcı Simge
$\in$	: Eleman
$\sum$	: Toplam
$\cap$	: Kesişim
$\cup$	: Birleşim
E	: Beklenen Değer
$E[\,]$	: Beklenen Değer
$Var\,(\,)$	: Varyans
$cov(ij)$	: Kovaryans
σ_p	: Standart Sapma
İMKB	: İstanbul Menkul Kıymetler Borsası
MAD	: Mean Absolute Deviation
L_1	: Mutlak Sapma Fonksiyonu
L_2	: Standart Sapma Fonksiyonu

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Ekonomik dünyada meydana gelen gelişmelerle birlikte modern finansın en önemli alanlarından biri olan portföy seçimi, yatırımcının beklentileri göz önünde bulundurularak belirli kısıtlar altında en uygun menkul kıymet kümesinin oluşturulması sürecidir. Bu süreçte geleneksel ve modern portföy yaklaşımları kullanılarak çözüme gidilmeye çalışılır. Modern portföy yönetiminin kurucusu sayılan Markowitz'in yöntemi, portföy seçimine risk, getiri gibi sayısal anlamlar kazandırarak matematiksel bir boyut getirmiştir. Bu çalışmada, bir karesel programlama problemi olarak ele alınan Markowitz modelinin temelini oluşturduğu Konno-Yamazaki' nin yaklaşımı olan ortalama mutlak sapma modeli kullanılarak çözüme gidilmiştir. Konno-Yamazaki 1989'da karesel programlama olarak modellenen Markowitz yaklaşımına doğrusal bir boyut kazandırmışlardır.

Portföy yönetimi, yatırımcıların elindeki tasarruflarının mevcut kıymetler arasında en düşük risk seviyesinde en yüksek kazancı sağlayacak şekilde dağıtılmasıdır. Portföy yönetimi, belirli yöntem ve tekniklerle, yatırımcının sahip olduğu toplam menkul kıymetlerin seçimini ve her birinden ne miktarda portföye dahil edileceğini belirler. Yani portföy yönetiminin amacı, yatırımcının ihtiyaçlarına göre, portföye çeşitli menkul kıymetleri alarak veya çıkararak yatırımcının amaçlarına uygun bir şekilde portföyü yönetmektir.

Portföy yönetimi, çok boyutlu ve süreklilik gösteren bir süreçtir. Portföy yönetimi çok boyutludur çünkü, bir taraftan ülkenin içinde bulunduğu genel ekonomik durumun ve bu ekonomik durum içinde yatırım araçlarının dikkatli bir şekilde takip edilmesini gerekli kılarken, diğer taraftan da kurumsal ve bireysel yatırımcıların imkânlarının ve amaçlarının izlenmesi ve bu iki önemli faktör arasında bir denge kurularak, köprü görevinin gerçekleştirilmesi söz konusudur.

Bunun yanı sıra portföy yönetimi süreklilik de arz eder. Portföy yönetiminde var olan işlemler ve bilgi girdisi birbirine bağımlıdır. Yatırım hizmetleri, piyasaların iyi bir şekilde takip edilmesi, yatırımın başarısının değerlendirilmesi gibi konularda portföy yönetimine ihtiyaç duyulmaktadır.

Optimal portföy oluşturmanın ve oluşturulan bu portföyün yönetilmesinin temelinde, portföyün belirsizliğini azaltan bir etkinin oluşturulması yatmaktadır. Bu durum belirsizliklerin tümünün, bütünü oluşturan parçaların (Portföyü oluşturan menkul kıymetlerin) belirsizliklerinin toplamından daha az olması anlamına gelmektedir (Bekçi, 2001).

Portföy teorisi, bireysel veya kurumsal yatırımcılara ilişkin dört temel varsayım etrafında şekillenir. Bu varsayımlar;

1. Yatırımcılar riskten kaçarlar. Tipik bir yatırımcı riski sevmez. Bireysel ya da kurumsal yatırımcılar bir yatırım kararı alırken, en düşük risk düzeyinde en yüksek getiriyi elde edebilecekleri yatırım alternatifini seçerler.

2. Yatırımcılar sermayelerini korumak, getirilerini arttırmak veya risk düzeyini azaltmak suretiyle, yaşamları boyunca getirilerini ve refah düzeylerini maksimum yapmaya çalışırlar.

3. Yatırımcılar yüksek getirilerinin, yüksek risk düzeyi ile birlikte olabileceğini varsayarlar. Getiri ne kadar yüksek olursa, risk de o kadar yüksek olacaktır. Yatırımcı daha yüksek bir getiriyi kabul ediyorsa, aynı zamanda daha yüksek bir risk düzeyini de kabul ediyor demektir (Bekçi, 2001).

4. Yatırımcılar her zaman yüksek getiri ve refah düzeyini hedeflerler.

Bu varsayımlar, yatırımcıları tek bir menkul kıymete yatırım yapmaktansa, çeşitlendirmeye giderek birden fazla menkul kıymete yatırım yaparak riski dağıtmaya yönlendirmektedir.

Günümüzde finansal piyasalar ülke sınırlarını aşarak, global bir yapıya bürünmüş ve yatırım yaparak elindeki kaynağı en iyi şekilde değerlendirmek isteyen milyonlarca kişinin beslediği canlı bir organizma haline gelmiştir. Bu piyasalar insanlara çok cazip gelmektedir; çünkü rasyonel kararlar doğrultusunda yatırım yaparak çok büyük getiriler elde eden yatırımcılar örnek teşkil etmektedir. Piyasada yer alan yatırımcı sayısı kadar, piyasada yatırım yapılabilecek yatırım enstrümanının sayısı da çok fazladır. Her günün sonunda o günkü pazar koşullarına göre yatırım enstrümanlarının fiyatları da değişmektedir. Böylelikle milyonlarca kişinin, binlerce yatırım enstrümanı arasından, her gün yeniden oluşan fiyatlar doğrultusunda en iyi yatırımı yapma çabası içinde olduğu sonucu çıkmaktadır. Sözü edilen “en iyi yatırımı yapma çabası” daha genel bir ifadeyle, eldeki kaynakların ulaşılmak istenen amaçlar doğrultusunda yönlendirilmesi için gerçekleştirilen finansal planlamalar bütünüdür.

En iyi yatırım portföyüne sahip olmak için, portföyde yer alabilecek yatırım araçlarının getiri ve risklerine bakılarak portföy seçimi yapma çalışmaları 1950'li yıllarda Markowitz ile başlamıştır. Günümüzde de artan bir ivmeyle, yeni teoriler ve bilgisayar teknolojisini de kullanarak devam etmektedir (Eroğlu, 2006).

Bu çalışmada yatırımcının getirisini en yüksek yapacak optimal portföyü elde etmek için ortalama mutlak sapma modeline dayalı, doğrusal programlama olarak modellenmiş portföy seçim problemi ele alınmıştır. Doğrusal programlama olarak modellenen portföy seçim probleminde beklenen getirilerin oluşturduğu sağ yan değerlerinin kesin olmaması durumu dikkate alınarak, problem bulanık mantık yaklaşımı ile çözümlenebilecek biçimde yeniden modellenmiştir. Bulanık doğrusal programlama olarak modellenen portföy seçimi problemi literatürde yer alan yöntemlerden biri olan ve Zimmerman tarafından önerilen yaklaşım ile çözüme ulaştırılmaya çalışılmıştır. Uygulama aşamasında, süreç İMKB (İstanbul Menkul Kıymetler Borsası)'nda işlem gören on adet hisse senedinin yetmiş iki aylık getiri hareketleri üzerinde işletilerek sonuçlar elde edilmiştir.

Bu çalışmanın birinci bölümünde, portföy kavramı tanımlanarak, portföy çeşitleri, portföy yönetimi yaklaşımları ve portföy yönetim süreci üzerinde durulmuş, yine aynı bölümde, portföy seçimi probleminin çözümünde bulanık doğrusal programlama modeli kullanacağı için, doğrusal programlama, bulanık mantık, bulanık doğrusal programlama yaklaşımlarına yer verilmiştir. Çalışmanın devam eden aşamalarında, portföy seçimi probleminde Konno-Yamazaki modelinin bulanık doğrusal programlama olarak modellenmesi üzerinde durulmuş, ikinci bölümde ise, süreç İMKB (İstanbul Menkul Kıymetler Borsası)'de işlem gören on adet hisse senedinin 2007 Ocak ve 2012 Aralık aylarına ait 72 aylık getiri hareketleri üzerinde bulanık doğrusal programlama ile modellenmiş problem işletilerek sonuçlar elde edilmiş ve klasik yöntemden elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

1.2.Önceki Çalışmalar

Modern Portföy Teorisi, Markowitz (1952,1959) ve Sharpe (1963) tarafından yapılan öncü çalışmalara dayanmaktadır. Markowitz portföy optimizasyon modeli, teorik ününün aksine yaygın olarak geniş ölçekli portföyleri oluşturmak için çözüm aşamasındaki varyans-kovaryans matrisinin hesaplama zorlukları nedeni ile kullanılamamıştır. Bu nedenle Sharpe, Markowitz'in bu yaklaşımını basitleştiren tek endeks modelini geliştirmiştir. Bu yaklaşım, Markowitz' in portföy seçimine ilişkin görüşlerinin gerçek dünyada daha uygulanabilir hala gelmesinde büyük bir adım olmuştur (Sharpe, 1963).

Markowitz'in portföy seçim modeli, pratikte uygulanabilir olması için gerçek hayat koşullarını da içerecek şekilde geliştirilmiştir. Bu alanda (Pogue 1970)'in işlem maliyetleri, kısa satışlar, borçlanma politikaları ve vergileri de kapsayan çalışması, modelin gerçekçi yapıya sokulmasını sağladığı için önemlidir. Yine, Francis 1978 yılında yayımladığı, bankaların aktif-pasif yönetiminde portföy analizini incelediği makalesi de, Markowitz portföy analizinin banka sistemi içinde uygulanabilirliği üzerinde anlamlı bir çalışmadır. Modelin çözümü için gereken algoritmalar ise, parametrik olarak etkin sınırı bulan Markowitz (1956) ve Wolfe (1959)'un "bütünleştirici pivot" algoritmalarıyla başlamıştır. Modeli basitleştirip çözen algoritmalardan birisi, yinelemeli bir metod olan Von Hohenbalken'ın 1975 yılında geliştirdiği algoritmasıdır. Ancak bu algoritma ve Rudd ve Rosenberg tarafından 1979 yılında üretilen algoritmaların oldukça yaklaşık sonuç vermesine karşın optimum çözüme ulaşmada çok yavaş kalmaktadırlar. Markowitz'in 1981 yılında ve Perold'un 1984 yılında geliştirdikleri algoritmaları ise kovaryans matrisinde faktör ve senaryo modelleri kullanır, işlem maliyetlerini ve sınırlarını içerir, ayrıca parametrik çözüme imkan tanır bir yapıdadır. Ancak bu çözüm tekniklerinin tümü simpleks kökenli algoritmalardır (Eroğlu, 2006).

Konno ve Yamazaki 1991 yılında karesel programlama modeli olan Markowitz modelini doğrusal bir programlama modeline dönüştürebilmişlerdir. Markowitz modelindeki L_2 ölçüsüne dayalı risk fonksiyonu yerine, L_1 ölçüsüne dayalı risk fonksiyonunu kullanmışlardır ve mutlak ortalamadan sapmaya dayanan portföy optimizasyon modelini formüle etmişlerdir.

Basit ve yalıtılmış doğal çevrelerde çok iyi sonuçlar veren klasik yöntemler, karmaşık özellikler taşıyan çağdaş problemlerin çözümünde her zaman iyi sonuçlar vermeyebilir. Nitekim bilim ve teknolojideki gelişmeler günümüzün modern toplumunu öyle karmaşık bir hale getirmiştir ki, karar süreçleri belirsiz ve incelenmesi zor bir özellik kazanmıştır. Gerçek dünya olayları genellikle deterministik değildir. Bu nedenle kesin matematiksel modeller, güncel problemlerin tümünü çözmek için yeterli olmaz. Belirsizliği incelemek için genellikle olasılık kuramının kavram ve yöntemleri kullanılır. Fakat 1960'lı yıllarda güncel problemleri modellemede kullanılan olasılık kuramının kavram ve yöntemleri tekrar gözden geçirilmiş ve eleştirilmiştir.

Finans sektörü gibi belirsizliğin hakim olduğu alanlarda etkili bir kavram olan bulanık küme kavramının temelleri 1965 yılında, Prof. Dr. Lotfi A. Zadeh, tarafından atılmıştır. Zadeh çalışmasında klasik kümelerdeki ikili üyelik fonksiyonu kavramı yerine, dereceli üyelik fonksiyonlarını önermiştir.

Karar verme problemlerinde bulanık küme kuramının kullanımına ilişkin ilk çalışmanın Bellman ve Zadeh'in 1970 yılında yayınlanan "bulanık ortamda karar verme" adlı makaleleri olduğu söylenebilir.

1976 yılında Negoita ve Sularia tarafından bulanık amaç fonksiyonunun maksimize edildiği bir karar probleminin klasik bir matematiksel programlama problemine indirgenebileceği kanıtlanmıştır.

Parçalı üyelik fonksiyonlu bulanık doğrusal programlama problemleri, 1981 yılında Hannan ve 1984 yılında Nakamura tarafından incelenmiştir.

Finans sektörü gibi belirsizliğin hakim olduğu alanlarda etkili bir kavram olan Bulanık mantık kavramını ilk kez Zadeh 1965'de bulanık kümeler başlıklı çalışması ile ortaya koymuştur. Çalışmada bulanık küme teorisi ve bulanık mantıkla olan bağıntısı açıklanmıştır. Zadeh, klasik kümelerdeki ikili üyelik fonksiyonu kavramı yerine, dereceli üyelik fonksiyonlarını önermiştir (Eroğlu, 2006).

Bellman ve Zadeh 1970, Tanaka vd. 1974 ve Zimmerman 1976 yıllarında, bulanık amaçlar ve bulanık kısıtlar altında bir karar verme problemi olan, bulanık matematiksel programlamayı geliştirmişlerdir.

Portföy analizinde, bulanık teorinin kullanıldığı birçok çalışma yapılmıştır. Östermark (1996), bulanık karar prensibini kullanarak, amaç değerlerinin ve kısıtların bulanık olması durumunda bir dinamik portföy yönetim modeli geliştirmiştir.

Ramaswamy (1998) bir bono portföy seçim modeli önermiştir.

Watada (2001) doğrudan ortalama-varyans modeli ile ilişkili bir portföy seçim modeli geliştirmiştir. Burada beklenen getiri ve portföy riski için amaç oranları (tatmin dereceleri) üyelik fonksiyonları ile ifade edilir.

Aynı zamanlarda Lai vd. (2001) ve Fang vd. (2001) belirsiz kazançları birer aralık alarak, portföy seçimi için bir doğrusal aralık programlama modeli geliştirmiştir (Eroğlu, 2006).

1.3. Portföy Analizi

Kelime anlamı cüzdan olan portföy, çeşitli menkul kıymetlerden, daha çok hisse senedi, tahvil, bono gibi türev ürünlerden oluşan gerçek ve tüzel kişilerin sahip olduğu finansal varlıklar olarak tanımlanabilir. Yatırımcının portföy oluşturmaktaki amacı, getirisini arttırmaktır. Bu nedenle portföy, birbiriyle ilişkili, çeşitli menkul değerlerden oluşan ölçülebilir bir varlıktır. Tüm bu açıklamalar dikkate alınırsa, portföy; "belirli amaçları gerçekleştirmek isteyen yatırımcıların sahip olduğu birbiriyle ilişkili, kendine has ölçülebilir nitelikleri olan yeni bir varlıktır (Ceylan ve Korkmaz, 1995).

Portföy teorisine göre yatırımcılar, genelde tek bir menkul kıymete yatırım yapmazlar. Yatırımcılar, tasarruflarını çeşitli menkul kıymetler arasında dağıtırlar. Burada amaçlanan, yatırımcıların tasarruflarını çeşitli menkul kıymetler arasında en uygun bir biçiminde paylaştırmaktır. Sermaye piyasasında süratle yaygınlaşan ortak yatırım fonlarının temelinde bu yaklaşım yatmaktadır. Böylece, yatırıma dönüştürülecek fonlar ne kadar küçük olursa olsun, ortak bir hesapta toplanarak riskin dağıtılması esasına göre farklı menkul kıymetlere dağıtılır. Dolayısıyla aralarında herhangi bir sınırlama olmadan, çeşitli menkul kıymetlerden oluşan bu genel yatırıma portföy denilmektedir. Her bir menkul kıymet, yatırım portföyünün bir parçasıdır (Bekçi, 2001).

Bir portföy yönetilirken yatırımcıların elindeki fonların mevcut menkul kıymetler arasında, minimum risk ve maksimum getiri sağlayacak şekilde dağıtılması ve değerlendirilmesi amaçlanır. Bu varlıkların getirisini artırmanın yolu portföyün etkin bir şekilde yönetilmesiyle mümkündür. Portföy yönetiminde amaç, karar vericinin risk ve getiriye karşı gösterdiği tutum çerçevesinde portföy içine hangi varlıkların hangi oranlarda gireceğine ve zamanla değişen ekonomik koşullara bağlı olarak hangi varlıkların portföyden çıkarılacağına karar vermektir (Demirtaş ve Güngör, 2004). Bu amaca yönelik yapılan menkul kıymetlerin seçimi portföy analizi ile mümkündür. Ancak portföy analizinden önce portföy yönetiminin tanımlanması daha yararlı olacaktır.

1.3.1. Portföy Yönetimi

Ekonomik koşullar altında gerçek ve tüzel kişilerin amacı, hisse senedi, tahvil ve diğer önemli kağıtlar gibi sahip oldukları varlıkların toplam getirilerini, risk faktörünü de dikkate alarak mümkün olduğunca artırmaktır. Ağırlıklı olarak hisse senedinden, çeşitli menkul kıymetlerden meydana gelen tahviller ve benzer türevler portföyü oluşturur. Bu varlıkların getirisini artırmanın yolu portföyün etkin bir şekilde yönetilmesiyle mümkündür.

Portföy yönetiminde amaç, karar vericinin risk ve getiriye karşı gösterdiği tutum çerçevesinde portföy içine hangi varlıkların hangi oranlarda gireceğine ve zamanla değişen ekonomik koşullara bağlı olarak hangi varlıkların portföyden çıkacağına karar vermektir (Ertuna 2000).

Portföy yönetimi, sadece değişen ekonomik koşullar değil, politik, sosyal koşullar da dikkate alınarak yatırımcının da beklentileri ve eldeki imkanlar çerçevesinde portföy oluşturmak, portföyden hangi menkul kıymetin hangi zamanlarda çıkarılıp yerine hangisinin dahil edilebileceğine karar verme ve bunları uygun bir şekilde yönetme süreci olarak tanımlanabilir.

Cohen Zinbarg ve Zeikel (1982) ise etkin portföy yönetimini "bir fon havuzunun sadece ilk değerini koruyacak şekilde değil aynı zamanda riskine uygun enflasyonun üzerinde uygun getiriyi sağlayacak şekilde idare edilmesi sanatı" olarak tanımlamıştır (Eroğlu, 2006).

Sharpe'a göre portföy yönetimi, "paranın yükseltilme sürecidir". Ayrıca Sharpe, portföy yönetimi ile ilgili üç fonksiyon belirlemiştir:

1. Portföy Analizi: Portföyün riskinin, beklenen getirisinin ve müşteri tercihlerinin belirlenmesidir.

2. Portföy Revizyonu: Satın alınacak ve satılacak menkul kıymetlerin belirlenmesidir.

3. Performans Değerlendirmesi: Portföyün fiili performansının ve bu performansın nedenlerinin belirlenmesidir.

Portföy yönetimi açısından yapılması gereken çalışmalar iki şekilde incelenebilir. Bunlardan birincisi, portföy sahibinin veya yatırımcıların görevleridir. Portföy sahibinin veya yatırımcıların söz konusu görevleri, portföy yöneticisine belli zaman aralıklarında yatırımdan hedeflenen kazançları ve kabul edilebilecek risk seviyesini bildirmektir. İkincisi ise, portföy yöneticisinin görevleridir. Portföy yöneticisi, portföy sahibinin veya yatırımcının menkul kıymetlerini, gerekli çeşitlendirme ile istenen getiriyi, kabul edilebilir bir risk seviyesinde sağlamaktır.

Bütün bu tanımlara yenilerini eklemek mümkündür. Genel olarak portföy yönetimini tanımlarsak, "Belli tutardaki bir fonun, fon sahibinin tercihlerini de dikkate alarak, üstlenilen riske göre en yüksek getiriyi elde edecek belirli varlık gruplarına yatırıldığı, zaman içindeki gelişmelere göre varlıkların portföy içindeki ağırlıklarının değiştirildiği ve performanslarının sürekli olarak değerlendirildiği dinamik bir süreçtir" (Özçam 1997).

1.3.2. Portföy Çeşitleri

Portföy, çok sayıda yatırım aracından oluşturulabilir. Ancak, portföylerin genellikle hisse senedi ve tahvil gibi geleneksel menkul kıymetlerden oluştuğu düşünülürse, dört farklı portföy çeşidinden söz edilebilir. Bu portföy çeşitleri tamamı hisse senetlerinden oluşan portföyler, tamamı tahvillerden oluşan portföyler, diğer yatırım araçlarından oluşan portföyler ve karma portföylerdir. Portföy oluşturulurken, yatırımcıların riski sevmesi ve riskten kaçması özelliklerine göre en ideal birleşimi yapmak amaçlanır.

Tanım 1.1. Tamamı Tahvillerden Oluşan Portföy: Farklı işletmelerin çıkardığı, riski sevmeyen yatırımcılar tarafından tercih edilen portföylerdir. Ekonomik durgunluk dönemlerinde tercih edilirler. Riski düşük olduğundan getirisi de düşük olacaktır. Devlet tahvilleri ve hazine bonoları örnek gösterilebilir.

Tanım 1.2. Tamamı Hisse Senedinden Oluşan Portföy: Bu tür portföylerde her türlü risk seviyesine göre yatırım yapılabilir. Diğer portföy türlerinden ayıran tarafı, sadece hisse senetlerini kapsamasıdır. Tamamı hisse senedinden portföy oluşturulurken piyasanın çok iyi bir şekilde izlenmesi gerekir. Portföye alınan hisse senedinin istenildiğinde alım – satım özelliğine sahip olması gerekir. Ekonominin istikrarlı olduğu dönemlerde bu tür portföyler başarıyla oluşturulabilir. Portföye alınacak hisse senetleri, kısa vadede prim yapacak veya uzun vadede prim yapacak hisse senetleri olarak iki grupta değerlendirilebilir (Bekçi, 2001).

Tanım 1.3. Hisse Senedi ve Tahvillerden Oluşan Portföy: Bu portföy türü en çok kullanılan portföy türüdür. Ekonomik gelişmelere göre hisse senedi, tahvil ve türev ürünlerden oluşan bir portföy oluşturulabilir. Böylece ana paranın hem emniyeti sağlanmış olur, hem de kârlılık unsuru dikkate alınarak dengeli bir portföy oluşturulmuş olur. Ekonomik gelişmelere paralel olarak bu tür portföylerde bulunan hisse senedi ve tahvil oranında değişmeler de olabilir. Ekonominin durgun olduğu dönemlerde tahvil piyasasındaki canlanma, ekonominin canlandığı dönemlerde ise hisse senedi piyasasındaki canlanma, yatırımcıların portföylerindeki hisse senedi / tahvil oranında değişiklik yaratabilir (Bekçi, 2001).

Tanım 1.4. Diğer Yatırım Araçlarının Oluşturduğu Portföyler: Hisse senedi ve tahvil dışında kalan yatırım araçları ile oluşturulan portföylerdir. Bu yatırım araçlarından bazıları; varlığa dayalı menkul kıymetler, finansman bonoları, hazine bonosu, gelir ortaklığı senetleri, banka bonoları ve banka garantili bonolar, mevduat ve mevduat sertifikaları, repo, döviz ve döviz tevdiat hesapları, kâr / zarar ortaklığı senetleri, menkul kıymet yatırım fonları, yatırım ortaklıkları ve gayrimenkul yatırım ortaklıklarıdır.

1.3.3. Portföyün Beklenen Getirisi ve Riski

Portföy kuramının en önemli noktası, yatırımcının elindeki varlıklarını bir süre için değerlendirerek dönem sonunda kazanç sağlamasıdır. Markowitz, yatırımcı dönem sonunda elde edeceği kazancı tam olarak bilemeyeceğini ancak varlıklarının geçmiş performanslarına bakılarak bazı tahminlerde bulunabileceğini savunmuştur. Bu tahminler yapılırken menkul değerlerin beklenen getirisinden ve riskinden yararlanılır.

Getiri, bir varlığa belirli bir dönem için yapılan yatırımdan o dönemin sonunda elde edilen gelir olarak tanımlanır. Bir yatırımın beklenen getirisi ise, muhtemel getirilerinin olasılık dağılımlarının beklenen değeridir yani, çeşitli durumlardaki beklenen getirilerin ağırlıklı ortalamasıdır.

n tane menkul kıymetten oluşan bir portföyün getirisi;

$$r_p = \sum_{i=1}^{n} R_i X_i \qquad (1)$$

$$r_p = R_1 X_1 + R_2 X_2 + \ldots . + R_n X_n \qquad (2)$$

$$E[r_p] = E\left(\sum_{i=1}^{n} R_i X_i\right) \qquad (3)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} E(R_i) X_i$$

$$= \sum_{i=1}^{n} r_i X_i$$

biçiminde elde edilir. Burada,

R_i : i. menkul kıymetin getirisi,

x_i : i. menkul kıymetin portföydeki ağırlığıdır.

Bir yatırımın riski beklenen değerinden sapma olarak tanımlanmakta ve genellikle varyans ve standart sapma ile açıklanmaktadır. Portföy riski, porföyü oluşturan menkul değerlerin standart sapmalarının ağırlıklı ortalamasından daha küçük bir değerdir. En geniş anlamıyla beklenilen sonucu elde etmede var olan belirsizlik şeklinde tanımlanabilir.

Markowitz yaklaşımına göre portföy varyansı,

$$\begin{aligned} Var\left(r_p\right) &= Var\left(X'R\right) \\ &= X'\textstyle\sum X \end{aligned} \tag{4}$$

biçiminde elde edilir. Böylelikle r_p rastgele değişkeninin varyansı;

$$Var\left(r_p\right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} X_i X_j \, cov(ij) \tag{5}$$

olarak elde edilmektedir.

Portföyün riski ise,

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} X_i X_j \, cov(ij)} \tag{6}$$

olarak tanımlanır.

1.4. Portföy Yönetim Yaklaşımları

Portföy teorisi, yatırımcıların tamamen beklenen getiri ve risk ölçülerine dayanarak portföyler arasında bir seçim yapıldığını varsayar. Bu iki kavram arasında belirli bir olasılık dağılımının olduğu kabul edilir (Bekçi, 2001).

Başarılı portföy oluşturulmasına olanak sağlayan iki temel portföy yönetimi yaklaşımı vardır. Birinci yaklaşım, menkul kıymetlerin çeşitlendirilmesi esasına dayanan geleneksel portföy yaklaşımıdır. İkinci yaklaşım ise, daha çok matematiksel bir temele dayanan modern portföy yaklaşımıdır (Sharpe, 1988).

1.4.1. Geleneksel Portföy Yaklaşımı

Geleneksel portföy yaklaşımı, 1950'li yıllara kadar hem teoride hem de pratikte yaygın olarak kullanılmıştır. Yöntemin bilimsel bir dayanağı olmamasına rağmen, uygulama kolaylığı olmasından dolayı birçok yatırımcı tarafından hala kullanılmaktadır.

Geleneksel portföy yaklaşımının amacı, yatırımcılara maksimum faydayı sağlamaktır. Tüketicilerin maksimum faydayı elde edeceği mal ve hizmeti nasıl seçtiği düşünülürse, yatırımcılarında benzer şekilde risk ve getiriye ilişkin fayda tercihlerini maksimum yapan bir portföyü seçebilecekleri kabul edilmektedir. Başka bir ifadeyle, ortaya çıkan risk düzeyine göre yatırımcılar, bekledikleri faydayı maksimum yapmaya çalışırlar (Bekçi, 1984).

Geleneksel portföy yaklaşımına göre riskin dağıtılması esas amaçtır. Portföyü meydana getiren menkul kıymetlerin getirileri aynı yönde hareket etmeyeceğinden, portföyün riski de tek bir menkul kıymetin riskinden küçük olacaktır. Bu ilkeden hareketle geleneksel portföy yaklaşımı, portföydeki menkul kıymetlerin çeşitlendirilmesine dayanır. Bu yaklaşım “bütün yumurtaları aynı sepete koymamak” şeklinde tanımlanabilir. Bu yaklaşıma göre, aynı endüstri kolunda olmayan işletmelerin menkul kıymetlerinden oluşan bir çeşitlendirmeye gidilmesinin olumlu bir etki yapacağı varsayılmaktadır (Francis, 1976; Berk, 1995).

Geleneksel portföy teorisine göre, yatırımcılar portföylerinde çeşitlendirme yapıp menkul kıymetler arasında riski dağıtarak azaltmayı amaçlarlar. Yani portföy oluşturmaktaki esas amaç riski dağıtmaktır. Portföydeki menkul kıymetlerin getirileri aynı olmayacağı gibi, portföyün toplam riski de tek bir menkul kıymetin riskinden küçük olacaktır. Bu varsayımdan hareketle geleneksel portföy yaklaşımı, portföy içinde yer alan menkul kıymetlerin sayısını arttırmaya çalışmaktadır. Yatırımcılar genellikle, herhangi bir beklenen getiri altında en az riskli menkul kıymeti seçmek isterler.

Çeşitlendirme, riskten kaçan, daha fazla getiriyi daha azına, daha az riski daha çoğuna tercih eden ve aynı zamanda gelir ve refahlarını arttırmaya çalışan yatırımcılar için riski düşürme avantajından dolayı başvurulan bir yöntemdir. Geleneksel anlamda çeşitlendirme ise, farklı endüstri kollarına ait farklı menkul kıymetlerin, oluşturulan portföye dahil edilmesini anlatır (Francis, 1988).

Çeşitlendirme yapılırken;

- Farklı endüstrilerdeki işletmelerin hisse senetlerinin,
- Farklı işletmelerin hisse senetlerinin,
- Farklı bölgelerdeki veya ülkelerdeki işletmelerin hisse senetlerinin,
- Yatırım ortaklığı ve yatırım fonu ile diğer yatırım işletmelerinin hisse senetlerinin veya yatırım fonu katılma belgelerinin,
- Farklı ürünler üreten işletmelerin hisse senetlerinin,

- Geçmişteki fiyatları ile birlikte ve aynı yönde hareket etmeyen işletmelerin hisse senetlerinin alınması gerekmektedir (Bekçi, 2001).

1.4.2. Modern Portföy Yaklaşımı

1950'li yıllara kadar geniş ölçüde uygulama alanı bulan geleneksel portföy yaklaşımı, 1952'de Harry Markowitz tarafından geliştirilerek modern portföy yaklaşımı ortaya çıkarılmıştır. Markowitz, portföy çeşitlendirmesi yapılarak riskin azaltılamayacağını ve portföyde yer alan menkul kıymetlerin aynı ya da aksi yönde hareket ettiklerini ileri sürmüştür. Yine Markowitz, portföyde yer alan menkul kıymetlerin belirli risk seviyelerinde maksimum getiriyi nasıl sağlayabileceğini araştırmıştır.

Menkul kıymetlerden nasıl optimal portföy oluşturulacağını matematiksel bir süreçle çözülebileceğini ileri süren modern portföy yaklaşımı, menkul kıymetlerin risklerini ve beklenen getirilerini çeşitli uygulamalarla sınırlı tutmaktadır. Sınırlanan böyle bir portföy, matematiksel süreçle mümkündür. Bu matematiksel süreç, portföy yöneticisinin verdiği karardan sonra yapılmakta ve verilen kararın mümkün olduğunca doğruyu yansıtmasını amaçlamaktadır. Böyle bir optimizasyon modern portföy yaklaşımının en yaygın uygulamalarından biridir.

Yatırımcılar tasarruflarını çeşitli menkul kıymetler arasında en uygun şekilde dağıtarak, belirli bir karlılık düzeyinde riski en aza indirmek veya belirli bir risk düzeyinde karlılığı en yükseğe çıkaracak portföyü oluşturmayı amaçlarlar.

Markowitz, geleneksel portföy yaklaşımına üç önemli katkı sağlamıştır;

- Birincisi, parçaların toplamının bütüne eşit olmadığıdır. Yani Markowitz, portföy riskinin portföyü oluşturan menkul kıymetlerin riskinden daha az olabileceğini ve bazı durumlarda portföyün sistematik olmayan riskinin sıfırlanabileceğini ileri sürmektedir.
- İkincisi üstünlük ilkesidir. Yatırımcıların aynı getiriyi sağlayan bazı portföyleri riskli oldukları için, aynı risk düzeyindeki bazı portföyleri de az getiri sağladıkları için tercih edilmeyebileceğini ileri sürmüştür.
- Üçüncü katkısı ise, etkin sınır kavramıdır. Bir çok menkul kıymetin var olduğu bir ortamda, oluşturulacak portföy bileşeni için yatırım fırsatları kümesi oluşturulur. Oluşturulan bu kümenin üst sınırına etkin sınır denir. Bu etkin sınırın elde edilmesi için de portföyün varyansı ve beklenen getirisinin bilinmesi gerekir (Bekçi, 2001).

Markowitz’ in modern portföy alanındaki çalışmaları çeşitli araştırmacılar tarafından geliştirilerek farklı yöntemler öne sürülmeye devam etmiştir. Örneğin, Sharpe (1963), Lintner (1965) ve Mossin (1966) bu araştırmacılardan bazılarıdır. Yapılan araştırmalar sonucunda sermaye varlıklarını fiyatlama modeli geliştirilmiş, model uzun süre kullanıldıktan sonra Richard Roll (1977), sermaye varlıklarını fiyatlama modeline alternatif olarak arbitraj fiyatlama modelini geliştirmiştir. Yine Markowitz’ in modeli üzerinde çalışmalar yaparak doğrusal programlamaya uygun bir çözüme getiren Konno ve Yamazaki de bu araştırmacılardandır (Bekçi, 2001).

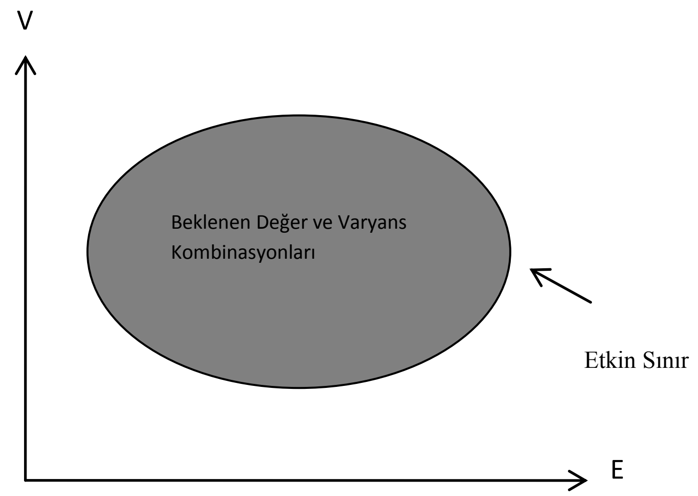
1.4.2.1. Markowitz’in Ortalama-Varyans Modeli

Markowitz’e göre (1952), portföy seçimi iki temel seçime dayanır. Birincisi, gözlem ve tecrübeler yardımıyla piyasadaki mevcut menkul kıymetlerin gelecekteki performanslarının tahmin edilmesidir. İkincisi ise, bu menkul kıymetlerin gelecekteki performanslarına göre bir portföy belirlemektir. Markowitz “ Portföy Seçimi” başlıklık makalesinde ikinci seçim kriterini değerlendirmiştir (Markowitz ,1952).

Yatırımcıların portföy oluşturmaktaki amaçları, kabul edilebilir bir risk seviyesinde en yüksek getiriyi elde etmektir. Hick’ e göre, beklenen getirinin risk için ödenek içermesine izin verilebilir ya da riskle değişmiş belli kaynakların getirisinden yararlanma oranına da izin verilebilir.

Markowitz’e göre gelecek kesin olarak bilinemediğinden, tahmin edilen veriler kullanılmadır. Bunun için Markowitz yaklaşımında, beklenen getiri ve bu beklenen getirinin varyansı ele alınarak optimal porföy seçilebileceğine dikkat çekmiştir. Aynı zamanda yatırımcılar çeşitlendirmeye giderek de aynı risk-getiri bileşimini oluşturabilirler. Ortalama varyans modeli, değişkenleri nicel hale getirerek, portföy birleşim sürecini optimal hale getirmeye çalışır.

Ortalama varyans modeli, “yatırımcılar riskten kaçan bireylerdir ve yatırımların olasılık dağılımı yaklaşık olarak normaldir” varsayımlarına dayanır. Buradan hareketle yatırımcılar aynı düzeydeki bir beklenen getiriye sahip iki yatırım seçeneğinden riski daha az olanı seçecektir. Yani, riskleri aynı olan seçenekler arasından beklenen getirisi en fazla olanı seçeceklerdir. Ortalama varyans ölçütüne göre bir seçim yapıldığı zaman, söz konusu varsayımlar doğruysa, yatırımcı için beklenen getiri maksimum olur (Bekçi, 2001). Bu amaçla Markowitz, ortalama- varyans etkin sınırını geliştirmiştir.



Şekil 1. Ulaşılabilir Tüm Ortalama-Varyans Kombinasyonları ve Etkin Sınır

Şekil 1'den de görüldüğü gibi, tüm ortalama-varyans kombinasyonlarından sadece bir kısmı etkin sınır üzerindedir. Yatırımcı bu portföyden etkin (E,V) kombinasyonlarını seçmek isteyecektir. Örneğin, minimum V'yi veren E veya maksimum E'yi veren V değerleri arasından bir seçim yapacaktır. Riskten kaçan bir yatırımcının, bu set üzerinde nerede dengeye geleceği ise, yatırımcının risk ve getiri tercihlerini belirleyen fayda fonksiyonuna bağlıdır. Markowitz' in çalışmasına kadar, portföy oluşturma sürecinde karar değişkeni olarak, gelecekteki beklenen getirilerin bugüne indirgenmiş değeri kullanılıyordu. Markowitz ise, yatırımcının sadece beklenen getirisi en yüksek portföyü seçmesinin doğru olmayacağını, portföy çeşitlendirmesi ile çeşitlendirilmemiş portföylere göre çok daha az risk üstlenildiğini göstermiştir (Markowitz, 1952).

Markowitz' in literatüre en büyük katkısı, yatırımcı için önemli olan noktanın, menkul kıymetin bireysel riskinden çok, tüm portföy varyansına katkısı olduğunu göstermesidir. Bu durumda, menkul kıymetler arası kovaryanslar da dikkate alınmaktadır. Menkul kıymetler arası ilişki dikkate alındığında, portföyün sistematik olmayan riski azaltılabilmekte veya sıfırlanabilmektedir (Markowitz, 1952). Varyansları birbirine eşit iki porföyün birleşiminden oluşturulan yeni portföyün varyansı daha düşük olmaktadır. Bu nedenle riskten kaçınan yatırımcı, elenebilecek bu riski üstlenmemelidir. Markowitz ayrıca çalışmasında, portföy seçiminde çeşitlendirme yapılırken; önemli olanın çok miktarda menkul kıymetin portföye dahil edilmesinden çok, getirileri birbirine zıt yönlü olarak değişen menkul kıymetlerden yararlanılması olduğunu belirtmektedir (Markowitz, 1952).

Markowitz' in portföy optimizasyon modeli, büyük ölçekli portföylerde orijinal formunda yaygın olarak kullanılmayan bir yapıdadır. Bunun en önemli nedenlerinden biri, büyük ölçekli karesel programlama problemlerinin çözümündeki büyük kovaryans matrisinin hesaplamadaki zorluklarıdır. Bazı araştırmacılar, bu zorlukları gidermek için çeşitli yaklaşımlarda bulunmuşlardır. Bu yönde index modelleri geliştirilmiştir (Perold 1984, Sharpe 1963). Index modelleriyle sermaye fiyatını etkileyen faktörler tanımlanarak hesaplama miktarı azaltılabilmektedir. Hesaplamada daha az talep edilen arbitraj fiyatlama teorisi (Arbitrage Pricing Theory-APT) ve sermaye varlıkları fiyatlandırma modelleri (Capital Assets Pricing Model-CAPM) gibi denge modellerinin popülaritesinden dolayı bu hesaplamalar yaygın olarak kullanılmaktadır (Konno ve Yamazaki, 1991).

Markowitz'in ortalama-varyans modelinde bazı matematiksel tanımlar aşağıdaki gibi verilebilir;

Tanım 1.5. Yatırımın Beklenen Getirisi:

$$\mathrm{r}\,(\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2, \dots, \mathrm{x}_\mathrm{n}) = \mathrm{E}\left[\sum_{j=1}^{n} R_j x_j\right] = \sum_{j=1}^{n} E[R_j] x_j \tag{7}$$

biçiminde elde edilir. Burada,

$E[.]$: Sepetteki rastgele değişkenin beklenen değerini,

R_j : $j.$ varlığın getirisini temsel eden rastgele değişkeni,

x_j : $j.$ varlığına yatırılacak olan oranını

ifade etmektedir (Markowitz, 1952).

Tanım 1.6. Getirinin Standart Sapması:

$$\sigma\,(\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2, \dots, \mathrm{x}_\mathrm{n}) = \sqrt{E[\{\sum_{j=1}^{n} R_j x_j - E\left[\sum_{j=1}^{n} R_j x_j\right]\}^2]} \tag{8}$$

ile ifade edilir. Bu sapmanın minimum yapılmasına dayalı problemin matematiksel modeli;

$$\begin{aligned} &Minimum && \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} x_i x_j \\ &Kısıtlar; && \sum_{j=1}^{n} r_j x_j \geq \rho M_0 \\ & && \sum_{j=1}^{n} x_j = M_0, \end{aligned} \tag{9}$$

$$0 \leq x_j \leq u_j \;, \quad j = 1, \ldots, n,$$

biçiminde verilir. Burada;

σ_{ij} : i. ve j. hisse senetleri arasındaki kovaryans,

r_j : j. hisse senedinin ortalama getiri oranı,

x_j : j. hisse senedine yapılan yatırımın payı,

ρ : Yatırımcının istediği minimal getiri oranı,

M_0 : Toplam yatırımın miktarı,

u_j : j. hisse senedine yapılabilecek yatırımın üst sınırını

ifade eder (Konno ve Yamazaki, 1991).

1.4.2.2. Ortalama Mutlak Sapma (MAD) Modeli

Portföy yönetiminin temelini oluşturan, Markowitz' in Ortalama-Varyans modeli, minimum riskli belirli bir ortalama getiri oranını sağlayan portföyü elde etmek için kullanılan karesel yapıda bir modeldir. Birçok araştırmacı, Markowitz' in bu çalışmasını temel alarak, birçok alternatif model önermiştir. Teorik uygunluğuna rağmen Markowitz portföy optimizasyon modeli uygulamada çok geniş bir yer bulamamıştır. Markowitz' in bu yaklaşımına eleştiri getirenlerden biri de indeks modelleri geliştiren William Sharpe' tır. Sharpe bu modelde, tek bir menkul kıymet getirisi ile bir indeks arasında doğrusal bir ilişki olduğu varsayılmakta ve bu indeksinde gayri safi milli hasıla veya herhangi bir indeks olabileceği vurgulanmaktadır (Bekçi, 2001).

Daha önceleri portföy yönetiminde esas ağırlık bireysel varlık seçimi üzerindeyken, Markowitz ile beraber risk-getiri değişimi çerçevesinde varlıkların birbirleriyle ilişkisi ortaya konulmuş, dolayısıyla çeşitlendirme ve portföyün tümünün değerlendirilmesi gündeme gelmiştir.

Markowitz'in portföy optimizasyon modeli, teorik anlamdaki ününe rağmen büyük boyutlu portföyleri oluşturmada yaygın olarak kullanılmamaktadır. Bunun en önemli nedeni büyük boyutlu bir karesel problemin çözümünde karşılaşılan hesaplama zorluklarıdır. Ayrıca büyük boyutlu portföyler için, optimal çözümün yorumlanması konusunda da zorluklarla karşılaşılmaktadır. 1960'lı yıllardan itibaren Sharpe (1967) ve Stone (1973), Markowitz'in kuadratik Ortalama-Varyans Modelinin bu zorluklarını gidermek amacıyla çeşitli doğrusal modeller geliştirmişlerdir. Ayrıca hisse senedi fiyatlarını etkileyen faktörlerin dikkate alındığı indeks modellerin kullanımı, araştırmacılara işlem sayısını azaltma imkanı vermiştir. Sermaye varlıklarını fiyatlama ve arbitraj fiyatlama gibi varlık fiyatlarını açıklamaya yönelik denge modelleri ise oldukça popüler hale gelmiştir. Sermaye varlıklarını fiyatlama modeli, Markowitz'in kuramına dayanmaktadır ancak iki model arasında önemli farklar bulunmaktadır. Özellikle, denge modelleri pazar portföyü ile varlıkların getiri oranları arasındaki basit ilişkiyi elde etmek için gerçekçi olmayan varsayımlar gerektirmektedir (Konno ve Yamazaki, 1991).

Konno ve Yamazaki (1991) Markowitz'in Ortalama-Varyans portföy seçim modeline alternatif olarak, bir portföy optimizasyon modeli olan ortalama mutlak sapma (MAD) modelini önermişlerdir. MAD modeli, Ortalama-Varyans modelindeki amaç fonksiyonunda minimize edilmek üzere ele alınan varyans yerine ortalama mutlak sapmayı kullanmıştır. Böylece, Markowitz' in portföy seçim problemi bir karesel programlama probleminden doğrusal programlama problemine dönüşmüştür.

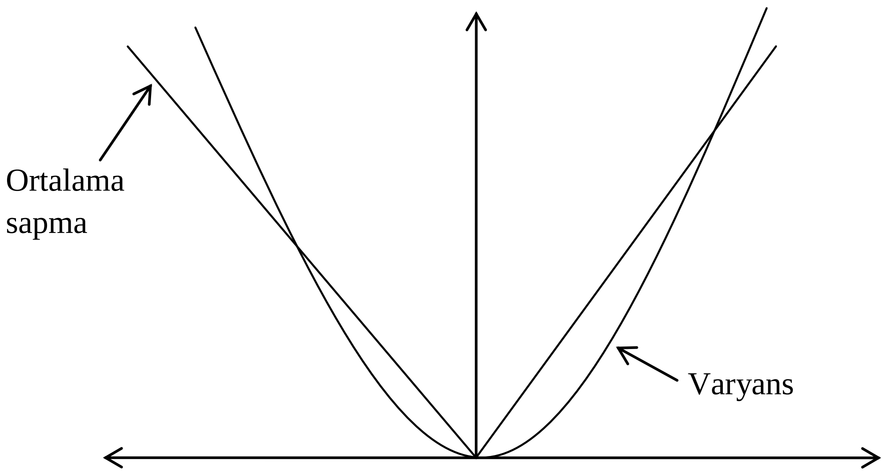
MAD modeli, Markowitz'in klasik yapısının, mutlak sapmayı bir risk ölçüsü olarak kullanarak basitleştiren alternatif bir metottur. İki ölçü matematiksel anlamda hemen hemen denkse de, hesaplama anlamında bakıldığında aralarında önemli fark vardır. Riski varyansla ölçme yaklaşımı problemi karesel programlama problemine dönüştürürken, mutlak sapma yaklaşımı, problemi doğrusal programlama problemine indirger (Konno ve Koshizuka, 2005).

Varlık getirilerinin ortak olasılık dağılımı çok değişkenli Normal dağılım ise, portföy getirileri tek değişkenli Normal dağılıma sahip olacaktır. Konno ve Yamazaki Normal dağılımın ortalama mutlak sapmasının, standart sapması ile orantılı olduğunu göstermişlerdir. Sonuç olarak, varlık getirilerinin çok değişkenli Normalliği altında, MAD Modeli ile Markowitz Modeli aynı etkin seti vermektedir. Bu $R_1, R_2, \ldots, R_n$ getirileri, çok değişkenli Normal dağılıma sahip iseler iki ölçü aynıdır. Yani $R_1, R_2, \ldots, R_n$ getirileri çok değişkenli Normal dağıldıklarında, $w(x)$ fonksiyonunu en küçük yapmanın, $\sigma(x)$ fonksiyonunu en küçük yapmak olduğu anlamına gelmektedir (Simaan, 1997). Ayrıca Rudolf, Wolter ve Zimmermann, ortalama sapmayı en küçük yapmanın, riskten kaçma durumunda beklenen faydayı en büyük yapmakla denk olduğunu (Konno ve Koshizuka, 2005).

Tanım 1.7. Ortalama Mutlak Sapma: L_1 risk fonksiyonu olarak adlandırılan Ortalama Mutlak Sapma Modeli Konno (1988) tarafından matematiksel olarak;

$$w\ (x)\ = E\ [\ \left|\sum_{j=1}^{n} R_j x_j - \ E\left[\sum_{j=1}^{n} R_j x_j\right]\right|\ ] \tag{10}$$

biçiminde tanımlamıştır. Bu fonksiyon, aynı zamanda en küçük yapılacak olan amaç fonksiyonudur. Varyans fonksiyonunun parabolik olduğu, ortalama mutlak sapma fonksiyonunun ise doğrusal bir yapıda olduğunu Şekil 2 yardımıyla görülmektedir. Ortalama mutlak sapma modelinin doğrusal bir yapıda olması, Markowitz' in Ortalama-Varyans modelinin karesel yapısından kaynaklanan zorluklar nedeniyle daha çok tercih edilmektedir (Konno ve Koshizuka, 2005).



Şekil 2. Varyans Ve Ortalama Mutlak Sapmanın Geometrik Gösterimi

Böylece alternatif L_1 risk minimizasyon probleminin matematiksel modeli;

$$\begin{aligned} &Minimum \quad && w(x) = E\left[\left|\sum_{j=1}^{n} R_j x_j - \ E\ \left[\sum_{j=1}^{n} R_j x_j\right]\right|\right] \\ &Kısıtlar; && \sum_{j=1}^{n} E\ \left[R_j\right] x_j \geq \ \rho\ M_0\ , \\ & && \sum_{j=1}^{n} x_j = \ M_0, \\ & && 0 \leq \ x_j \ \leq \ u_j\ , \qquad j = 1, \dots, n \end{aligned} \tag{11}$$

biçiminde kurulur. Burada,

R_j : j. varlığın getirisi,

r_j : j. hisse senedinin ortalama getirisi,

x_j : j. hisse senedine yapılan yatırımın payı,

ρ : Yatırımcının istediği minimal getiri oranı,

M_0 : Toplam yatırımın miktarı,

u_j : j. hisse senedine yapılabilecek yatırımın üst sınırını

İfade eder. Gelecekteki planlamalardan ya da tarihi verilerden elde edilen t $(t = 1, \dots, T)$ süreci boyunca R_j rastgele değişkeninin gerçekleşmesi r_{jt} olsun. Bu durumda beklenen getiri;

$$r_j = \mathrm{E}[R_j] = \sum_{t=1}^{T} r_{jt} / T \quad (12)$$

biçiminde elde edilir. Bu, rastgele değişkenin beklenen değerine mevcut verilerden türetilen ortalamayla yaklaşılabildiği anlamına gelir (Konno – Yamazaki, 1991).

Risk fonksiyonu olarak tanımlanan $w(x)$;

$$w(x) = E\left[\left|\sum_{j=1}^{n} R_j x_j - E\left[\sum_{j=1}^{n} R_j x_j\right]\right|\right] = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \left|\sum_{j=1}^{n} (r_{jt} - r_j) x_j\right|$$

biçiminde yakınsatıldığında, (11) eşitliği ile verilen minimizasyon problemi;

$$\begin{aligned} &Minumum \quad \sum_{t=1}^{T} \left|\sum_{j=1}^{n} a_{jt} x_j\right| / T \\ &Kısıtlar \quad \sum_{j=1}^{n} r_j x_j \geq \rho M_0 \\ &\qquad \sum_{j=1}^{n} x_j = M_0 \ , \\ &\qquad 0 \leq x_j \leq u_j \ , \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (13)$$

biçimine dönüşür. Burada;

$$a_{jt} = r_{jt} - r_j \ , \quad \mathrm{j} = 1, \dots, \mathrm{n} \ ; \quad \mathrm{t} = 1, \dots, \mathrm{T} \ ,$$

ile verilir. Problemin çözümünü daha da basit bir hale indirgemek için;

$$\left|\sum_{j=1}^{n} a_{jt} x_j\right| = y_t$$

olarak tanımlanırsa (13) eşitliği ile verilen problemin doğrusal programa problemi olarak eş değeri;

$$\begin{array}{lll} Minimum & \sum_{t=1}^{T} {y_t}/{T} & \\ Kısıtlar & y_t + \sum_{j=1}^{n} a_{jt}x_j \geq 0 \, ; & \mathrm{t} = 1, \dots, \mathrm{T}, \\ & y_t - \sum_{j=1}^{n} a_{jt}x_j \geq 0 \, ; & \mathrm{t} = 1, \dots, \mathrm{T}, \\ & \sum_{j=1}^{n} r_j x_j \geq \rho \, M_0 & \\ & \sum_{j=1}^{n} x_j = M_0 & \\ & 0 \leq x_j \leq u_j \, ; & j = 1, \dots, n \end{array} \tag{14}$$

biçiminde olacaktır. Burada;

T : İncelenen dönem sayısı,

t : T dönemi içindeki herhangi bir t. dönemi,

ρ : Yatırımcının istediği minimal getiri oranı,

r_j : j. hisse senedinin ortalama getiri oranı,

r_{jt} : t dönemi boyunca j. hisse senedinin gerçekleşen getiri oranı,

σ_{ij} : i. ve j. hisse senedinin getirileri arasındaki kovaryans,

x_j : j. hisse senedine yapılan yatırımın payı,

M_0 : Toplam yatırımın miktarı,

u_j : j. hisse senedine yapılabilecek yatırımın üst sınırı,

y_t : Yardımcı değişkendir (Konno – Yamazaki, 1991).

1.5. Bulanık Mantık

Bulanık mantık yaklaşımı ilk defa 1956 yılında Amerika Birleşik Devletleri'nde düzenlenen bir konferansta duyurulmuştur. Ancak bu konudaki ilk ciddi adım 1965 yılında Lotfi A. Zadeh tarafından yayınlanan bir makale ile bulanık küme kuramı başlığı altında ortaya konulmuştur. Lotfi A. Zadeh, daha önceki yöntemlere alternatif olarak geliştirilen bulanık küme kuramının temellerini atmış ve bulanık küme kuramı, başta yöneylem araştırması, işletme, yapay zeka, kontrol kuramı ve istatistik olmak üzere pek çok alanda kullanılmaya başlanmıştır. Zadeh bu çalışmasında insan düşüncesinin büyük çoğunluğunun bulanık olduğunu, kesin olmadığını belirtmiştir. Bu yüzden 0 ve 1 ile temsil edilen boolean mantık bu düşünce işlemini yeterli bir şekilde ifade edememektedir. İnsan mantığı; açık, kapalı, sıcak, soğuk, 0 ve 1 gibi değişkenlerden oluşan kesin ifadelerin yanı sıra; az açık, az kapalı, serin, ılık gibi ara değerleri de göz önüne almaktadır. Bulanık mantık, klasik mantığın aksine iki seviyeli değil, çok seviyeli işlemleri kullanmaktadır (Elmas, 2003).

Klasik denetim uygulamalarında karşılaşılan zorluklar nedeniyle, bulanık mantık denetimi alternatif yöntem olarak çok hızlı gelişmiş ve modern denetim alanında geniş uygulama alanı bulmuştur. Bulanık mantığın genel özellikleri Zadeh tarafından;

1- Bulanık mantıkta, kesin değerlere dayanan düşünme yerine, yaklaşık düşünme kullanılır.
2- Bulanık mantıkta her şey [0,1] aralığında belirli bir derece ile gösterilir.
3- Bulanık mantıkta bilgi büyük, küçük, çok az gibi dilsel ifadeler şeklindedir.
4- Bulanık çıkarım işlemi dilsel ifadeler arasında tanımlanan kurallar ile yapılır.
5- Her mantıksal sistem bulanık olarak ifade edilebilir.
6- Bulanı mantık matematiksel modeli çok zor elde edilen sistemler için çok uygundur.
7- Bulanık mantık, tam olarak bilinmeyen veya eksik girilen bilgilere göre işlem yapma yeteneğine sahiptir

biçiminde ifade edilmiştir (Elmas, 2003; Erbay Dalkılıç, 2005).

1.5.1. Bulanık Küme Kavramı

Bulanık küme kavramı, 1960'ların ortasında Zadeh'in, klasik sistem kuramının matematiksel yöntemlerinin gerçek dünyadaki özellikle insanları içeren kısmen karmaşık sistemlerle uğraşırken yetersiz kalmasından doğmuştur. Zadeh, niteliklerin ikili üyelik fonksiyonuyla ifade edildiği klasik kümeler yerine, dereceli üyelik fonksiyonuyla ifade edildiği bulanık kümeler tanımlamasını önermiştir. Getirdiği yaklaşım, klasik küme kuramlarında kullanılan üyelik kavramını bir kenara bırakıp yerine tamamen yenisini koymak değil, iki-değerli üyeliği çok-değerliliğe taşıyarak genelleştirmektir.

Bulanık küme, değişik üyelik derecesinde öğeleri olan bir topluluktur. Klasik küme teorisindeki siyah-beyaz ikili üyelik kavramını kısmi üyelik kavramına genelleştirir. Burada 0 değeri üye olmamayı, 1 değeri tam üye olmayı belirtirken (0,1) aralığın da ki değerler de kısmi üyelik kavramına karşılık gelir.

Bulanık kümelerde öğeler bulanık kümeye kısmi derecede aittir. Klasik kümelerdeki karakteristik fonksiyon,

$\mu_A : E \rightarrow \{0,1\}$,

bulanık kümelerde yerini

$$\mu_A : E \rightarrow [0,1],$$

biçiminde ifade edilen üyelik fonksiyonuna bırakır.

Genel olarak küme üyelerinin değerleri ile değişiklik gösteren eğriye üyelik fonksiyonu (önem eğrisi) adı verilir. Üyelik fonksiyonu grafiğinde x ekseni, üyeleri gösterirken y ekseni de üyelik derecelerini gösterir.

A bulanık kümesi, $\mu_A : E \rightarrow [0,1]$ A'nın üyelik fonksiyonu ve $\mu_A(x) \in [0,1]$ $x \in E$'nin A bulanık kümesindeki üyelik derecesi olmak üzere;

$$A = \{(\mu_A(x), x)\}$$

olarak ifade edilebilir. Bu durumda E'de bir bulanık küme olan A;

$$A = \{(\mu_A(x), x)\} = \{\mu_A(x)/x\}$$
$$A = \{\mu_A(x_1)/x_1 + \mu_A(x_2)/x_2 + \cdots + \mu_A(x_n)/x_n\}$$

biçimindedir ve genel olarak;

$$A = \{\textstyle\sum \mu_A(x_i)/x_i\}$$

biçiminde ifade edilebilir.

Bulanık kümenin sürekli olması durumunda gösterim;

$$A = \left\{\int \mu_A(x_i)/x_i\right\}$$

biçiminde olacaktır.

1.5.2. Bulanık Küme Teorisinde Temel Tanımlar

X gözlemlerin klasik bir kümesi olmak üzere, x bu kümeye ait bir eleman ise bir A kümesinin karakteristik fonksiyonu,

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

biçimindedir. Burada karakteristik fonksiyonun değer kümesi $\{0,1\}$ olmaktadır.

Tanım 1.5. Destek kümesi: A bulanık kümesinin destek kümesi,

$$\begin{aligned} \text{des A} &= \{\mathrm{x} | \mu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x}) > 0 \text{ ve } x \in X\} \\ &= \{\text{üyelik dereceleri } 0'\text{dan büyük olan } x'\text{ler}\} \end{aligned}$$

olarak ifade edilmektedir.

Tanım 1.6. α- Kesme kümesi: A bulanık kümesinin α-kesme kümesi,

$$\begin{aligned} A_\alpha &= \{x | \mu_A(x) \geq \alpha \text{ ve } x \in X\} \\ &= \{\text{üyelik derecelerinin en az } \alpha \text{ kadar olan } x'\text{ler}\} \end{aligned}$$

ile belirlenmektedir.

Tanım 1.7. Normallik: A bulanık kümesi,

$$\text{Bulanık A kümesi normaldir} \Leftrightarrow sup_x \mu_A(x) = 1$$

koşulunu sağlıyorsa A bulanık kümesi normaldir. Aksi takdirde A bulanık kümesi alt normaldir. Alt normal bir kümeyi normalize etmek için A bulanık kümesinin bütün elemanları A'nın en büyük üyelik derecesine bölünmelidir.

Tanım 1.8. Yükseklik: A bulanık kümesinin yüksekliği,

$$\begin{aligned} A &= Enb\ \mu_A(x) \\ &= \{A \text{ bulanık kümesinin en büyük üyelik derecesi}\} \end{aligned}$$

biçiminde gösterilir.

1.5.3. Bulanık Mantıkta Üyelik Fonksiyonu ve Çeşitleri

Bulanık küme kuramında belirsizlik, kesin olmama ve subjektiflik içeren durumlar ncelenir. Kesin küme kuramına belirsizlik dahil edildiğinde ortaya çıkan bulanık küme kuramı, orijinal klasik küme kuramından daha esnektir.

Bulanık küme kuramının iki önemli özelliği vardır. Bu özellikler aşağıdaki gibi özetlenebilir:

1- Bulanık kümelerin ve işlemcilerin üyelik fonksiyonları, bulanık küme kuramında çok önemli bir yere sahiptir.

2- Bulanık küme kuramı çok genel, esnek ve kurallı bir kuramdır. Üyelik fonksiyonunun ve işlemcinin tek bir anlamı olmadığından, bu kuram gerçek bir probleme uygulanırken dikkatli olunmalıdır. Yani problemin içeriğine bağlı olarak meydana çıkan anlam farklılıklarından dolayı farklı matematiksel tanımlar ve işleçler gerekir. Bu nedenle üyelik fonksiyonları ve işlemciler bulanık küme kuramının temel taşlarıdır (Zimmermann, 1983).

Tanım 1.9. Üyelik fonksiyonu: E evrensel kümesine ait bir x elemanının A altkümesine ait olma derecesini veren bir fonksiyondur. Kesin ve bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları sembolik olarak sırasıyla

$$\forall x \in E : \mu_A(x) \in \{0,1\}$$

$$\forall x \in E : \mu_A(x) \in [0,1]$$

biçiminde gösterilirler. Görüldüğü gibi kesin kümelerle bulanık kümeler arasındaki en önemli farklılık, üyelik fonksiyonlarının aldığı değerlerden kaynaklanmaktadır. Kesin bir kümenin üyeleri kesin olarak bilinirken, bulanık bir kümenin üyesi olmaya aday öğeler ve bu öğelerin üyelik dereceleri kesin olarak bilinmektedir. Üyelik fonksiyonları problemlerin yapılarına göre farklılıklar göstermektedir. Genel olarak üyelik fonksiyonlarını;

1. Sezgisel tanımlamalara dayanan üyelik fonksiyonları,
2. Özel problemler için güvenilirliğe dayalı üyelik fonksiyonları,
3. Teorik temele dayanan üyelik fonksiyonları,

biçiminde üç ana başlık altında sınıflandırabiliriz.

I) Sezgisel Tanımlamalara Dayanan Üyelik Fonksiyonları

a) Zadeh’in Tek Tip Fonksiyonları:

$$\mu_{genç}(x) = \begin{cases} \frac{1}{\left\{1+\left[\frac{x-25}{5}\right]^2\right\}}, & x > 25 \\ 1 \quad , & x \leq 25 \end{cases}$$

$$\mu_{yaşlı}(x) = \begin{cases} \frac{1}{\left\{1+\left[\frac{x-50}{5}\right]^2\right\}}, & x > 50 \\ 0 \quad , & x \leq 50 \end{cases}$$

b) Dimitru ve Luban’ın kuvvet fonksiyonları:

$$\mu(x) = (x^2/a^2) + 1 \qquad x \in \ [0, a]$$

$$\mu(x) = -[(x^2/a^2) - \ (2x/a) + \ 1 \qquad x \in \ [0, a]$$

II) Özel Problemlerle İlişkili Olan Güvenirliğe Dayanan Üyelik Fonksiyonları

a) Zimmermann’ın Doğrusal Fonksiyonu:

$$\mu(x) = 1 - \left(\frac{x}{a}\right), \quad x \in \ [0, a]$$

b) Tanaka, Uejima veAsai’nin simetrik üçgensel fonksiyonu:

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 - \frac{|b-x|}{a}, & b - a \leq x \leq b + a \\ 0 \quad , & diğer\ yerlerde \end{cases}$$

c) Leberling’in Hiperbolik Fonksiyonu:

$$\mu(x) = 0.5 + 0.5tanh(a.(x - b)) \ , \qquad -\infty \leq x \leq +\infty$$

d) Dimitru ve Luban’ ın fonksiyonu:

$$\mu(x) = 1/[(1 + x/a)]$$

biçiminde tanımlanır.

III) Teorik Temele Dayanan Üyelik Fonksiyonları:

a) Civanlar ve Trussel'in Fonksiyonu:

$$\mu(x) = \begin{cases} ap(x) & , \ ap(x) \leq 1 \ ise \\ 0 & , \ diğer \ yerlerde \end{cases}$$

burada $a \in [0,1]$ bir parametre ve $p(x)$ olasılık yoğunluk fonksiyonudur.

b) Savarovski'nin fonksiyonu:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < a \ ise \\ K(x-a)^2 & , \quad a \leq x \leq b \ ise \\ K_2x^2 + K_1x + K_0 & , \quad b < x \leq c \ ise \end{cases}$$

burada K, K_0, K_1, K_2 parametrelerdir.

1.6. Bulanık Doğrusal Programlama

Klasik doğrusal programlama problemleri Rus matematikçisi L.B Kantorovich ve Amerikalı matematikçi George F. Dantzig tarafından ilk olarak ekonomistlerin, kaynakların tahsisiyle ilgilenmeleri ile ortaya çıkmıştır. Bir karar verme aracı olarak kullanılan bu teknik, İkinci Dünya Savaşı sırasında askeri problemleri çözmek için kullanılmıştır. Günümüzde "en iyi kaynak dağılım" problemlerinin çözümünde yaygın olarak kullanılmaktadır.

Doğrusal programlama, değişkenlere ve kısıtlayıcılara bağlı kalarak amaç fonksiyonunu en uygun (en büyük ya da en küçük) kılmaya çalışır. Buna göre doğrusal programlama, değişkenlere ve kısıtlayıcılara bağlı kalarak amaca en iyi ulaşma tekniğidir (Öztürk, 1997).

Doğrusal programlama problemleri, en iyi algoritmalar ve en geniş bilgisayarlarla çözülmek üzere hazırlanır. Fakat tanımlanan geniş çaplı doğrusal programlama problemlerinin çözümü oldukça güçtür. Bu tür problemlerin çözümünde en yaygın olarak kullanılan yöntem "Simplex Yöntem" dir (Sucu,1996).

Bir en iyileme problemini doğrusal programlama problemi olarak tanımlayabilmek için aşağıda açıklanan varsayımları sağlanması gerekir.

1- Oransallık: En iyi değeri araştırılan amacın ve kararı etkileyen kaynakların her bir değişkene göre doğrusal olarak ifade edilebiliyor olmasıdır.

2- Toplamsallık: Toplam maliyetin tek tek maliyetlerin toplamı olmasını ve i. kısıta toplam katkının tek tek faaliyetlerin katkılarının toplamına eşit olmasını garantiler.

3- Bölünebilirlik: Karar değişkenleri herhangi kesirli seviyeye bölünebilir. Genellikle bu varsayım negatif olmama olarak da isimlendirilir.

4- Belirlilik: Tüm parametrelerin sayısal değerlerinin biliniyor olmasıdır.

Uygulamalı matematiğin bir alanı olan matematiksel programlama, fonksiyonu verilmiş herhangi bir kümede maksimum ya da minimumun bulunmasında kullanılır. Doğrusal programlamanın matematiksel yapısı;

- Doğrusal amaç fonksiyonu,
- Doğrusal kısıtlayıcılar,
- Negatif olmama kısıtlayıcısı,

unsurlarının bir araya gelmesinden oluşur. Sözü edilen unsurlar matematiksel olarak;

$$Max(Min)f\ (x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \qquad (15)$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ \ \{\leq, =, \geq\}\ bi\ ,\ \ i = 1, \dots, m \qquad (16)$$

$$xj\ \geq 0\ \ , j = 1, \dots, n \qquad (17)$$

biçiminde formüle edilebilir. Burada;

x_j : j. karar değişkenine atanacak değer,

$f(x)$: En iyilenecek amaç fonksiyonunu,

c_j : Bir birim j. karar değişkeninin amaç fonksiyonuna katkısını,

$a_{\,ij}$: Bir birim x_j için gerekli i. kaynak veya girdisini,

$b_{\,i}$: i. kaynak miktarını, ihtiyaçları, sağ yan değerlerini

Göstermektedir (Mucuk, 1993).

Eşitlik (15) ile verilen denklem, Eşitlik (16) ile verilen kısıtlar ve Eşitlik (17) ile verilen negatif olmama koşulu altında en iyilenmesi gereken amaç fonksiyonudur. Doğrusal programlamanın amacı en iyi çözümü bulmaktır (Sucu,1996).

Bir doğrusal programlama problemi matris gösterimiyle,

$$Max(min)\, Z = CX$$
$$AX\, \{\leq, =, \geq\}\, B$$
$$X \geq 0$$

biçiminde formüle edilir. Burada,

C: $(1xn)$ boyutlu amaç fonksiyonu katsayıları vektörünü,

A: (mxn) boyutlu kısıt katsayıları matrisini,

X: $(nx1)$ boyutlu karar değişkenleri vektörünü,

B: $(mx1)$ boyutlu sağ yan değerleri vektörünü göstermektedir,

Kısıtları sağlayan $x_j$değerine "çözüm", negatif olmama kısıtları ile birlikte diğer tüm kısıtları sağlayan çözüme "uygun çözüm" denir. Amaç fonksiyonuna en iyileyen uygun çözüm ise "optimal uygun çözüm" adını alır. Doğrusal programlama da amaç, problemin optimal uygun çözümüne ulaşmaktır (Sucu, 1996).

Lotfi A. Zadeh' in 1960'lı yılların ortalarında kurduğu bulanık mantık teorisi çok geniş uygulama alanı bulmuştur. Bunlardan birisi de Bulanık Doğrusal Programlamadır. Bulanık doğrusal programlama, optimizasyon modelinde yer alan parametrelerin kesin olarak belirlenemediği bir optimizasyon problemleri topluluğudur. Burada, amaç fonksiyonu katsayıları, kısıtlayıcılar ve girdi çıktı katsayıları tam olarak bilinmemekte ve eşitsizliklerin bazıları kesin olmayan sınırlara sahip olabilmektedir. Yaklaşık değerler, kesin değerlerden daha kolay belirtilebilmektedir. Bu bağlamda, bir optimizasyon modelinin kurulmasında mevcut bilgiye bağlı olarak; bulanık amaç fonksiyonları, bulanık kısıtlayıcılar ve bulanık girdi çıktı katsayılarının belirlenmesi gerekmektedir. Bulanık doğrusal programlama ile, gerçek dünya koşullarına daha yakın sonuçlar elde edilmesi hedeflenmektedir (Miran, 2005).

Bulanık hedefler ve bulanık kısıtlar, bulanık kümeler kullanılarak alternatifler uzayında kesin olarak tanımlanabilirler. Bu durumda bulanık bir karar, incelenen problemdeki hedeflerin ve kısıtların kesişimi olarak düşünülebilir. Optimal bir karar ise, en yüksek üyelik derecesine sahip bulanık karardır ve bu karar, doğal olarak alternatifler uzayındaki noktalardan biridir (Bellman ve Zadeh,1970).

Bulanık doğrusal programlamada amaç, en yüksek üyelik derecesine sahip bulanık karar olarak tanımlanan optimal karara ulaşmaktır. Amaç fonksiyonunu en iyilemektense amaç fonksiyonunu belirli bir tatmin derecesi ile ele alan bir yaklaşımı benimsemenin gerçek problemleri incelemek için daha uygun bir yaklaşım olduğu düşünülebilir. Ayrıca doğrusal programlamadaki amaç fonksiyonu problemin formülasyon ve çözüm aşamasında gerekli iken bulanık doğrusal programlamada herhangi bir amaç fonksiyonunun olması gerekli değildir. Problemin formülasyonu aşamasında herhangi bir amaç fonksiyonu mevcut olsa bile, çözüm aşamasında bu fonksiyon bir kısıta dönüştürülür (Tuncel, 1997).

Bulanık doğrusal programlama, kesin doğrusal programlamanın kullanıldığı bütün alanlarda kullanılabilmektedir. Gerçek problemlerin parametre değerlerinin çoğunlukla önceden bilinmemesi nedeniyle bulanık doğrusal programlama, kesin doğrusal programlamanın önüne geçmeye başlamış ve bilgisayar teknolojisindeki hızlı gelişmeler sonucunda büyük ölçekli gerçek yaşam problemlerinde de kullanılmaya başlanmıştır. Bulanık doğrusal programlama problemleri ile ilgili bazı temel kavramlar aşağıdaki gibi verilebilir:

Tanım 1.10. Değişken: Problemde değişim gösteren faktörlerdir. x_j ile gösterilirler.

Tanım 1.11. Karar (kontrol) değişkeni: Karar vericinin denetimi altında olan değişkenlerdir (Coşkunırmak, 2010). Bulanık doğrusal programlama kullanılarak en yüksek üyelik dereceli kararı veren karar değişkeni değerleri saptanır.

Tanım 1.12. Amaç fonksiyonu: Karar değişkenlerinin matematiksel fonksiyonudur ve sistemi tanımlamak için kullanılır (Coşkunırmak, 2010). Karar vericinin isteklerini ifade eder. Alacağı değer önceden belirlenemez. Amaç fonksiyonu bileşenleri yani parametreleri kesin olarak bilinmeyebilir. Bu gibi problemler, amaç fonksiyonu bulanık parametrelerden oluşan doğrusal programlama problemleri olarak adlandırılır.

Tanım 1.13. Kısıt: Karar değişkenlerinin matematiksel fonksiyonlarıdır ve sistemi tanımlamak için kullanılırlar Bir bulanık doğrusal programlama probleminin kısıtları da bulanık olabilir. Kısıtlardaki bulanıklık, kısıt bileşenlerinin yani parametrelerinin ya da sağ yan değerlerinin kesin olarak bilinmemesinden kaynaklanıyor olabilir. Bu gibi problemler, sırasıyla, kısıtları bulanık parametrelerden oluşan doğrusal programlama problemleri ya da sağ yan değerleri bulanık doğrusal programlama problemleri olarak adlandırılır. n tane değişken ve m tane eşitlik ya da eşitsizlik şeklinde kısıt içeren, sağ yan değerleri bulanık olan bir doğrusal programlama problemi;

$$Max\ (Min)\ f(x) \ = \ \sum_{j=1}^{n} C_j x_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} \mathrm{A_{ij}} \mathrm{x_j} \ \{\lesssim, \backsimeq, \gtrsim\} \ \mathrm{Bi},$$

$$x_j \ \geq 0$$

biçiminde formüle edilebilir.

Bulanık doğrusal programlamada amaç, amaç fonksiyonunu en iyilemektense amaç fonksiyonunu belirli bir tatmin derecesi ile belirlemektir (Gülcan, 2012). Eğer amaç fonksiyonunun oluşturduğu kısıtın sağ yan değeri bulanık ise, $\lesssim$ yerine $\leq$, $\backsimeq$ yerine = , $\gtrsim$ yerine $\geq$ kullanılır.

Bulanık doğrusal programlamada, bulanık amaçların ve bulanık kısıtların kesişimi bulanık karar olarak tanımlanırken, tüm amaç ve kısıtların eşit öneme sahip oldukları varsayılmaktadır. Fakat amaç ve kısıtlardan bir kısmının diğerlerinden daha önemli olduğu durumlar söz konusu olabilir. Yani bulanık hedef ve kısıtlayıcıların önem dereceleri diğer bir ifadeyle çözümü etkilemedeki ağırlıkları birbirinden farklı olabilmektedir. Bu şekildeki bulanık hedef ve kısıtlayıcıların birbirine bağlanması dışbükey olarak birbirine bağlanma durumunu ifade eder (Gülcan, 2012).

1.6.1. Bulanık ve Kesin Doğrusal Programlamanın Karşılaştırılması

Bir problemin, kesin doğrusal problemlerinin kesinlik varsayımını sağlaması yani parametre ve sağ yan değerlerin kesin olarak bilinmesi gerekirken, bulanık doğrusal programlama ile çözülebilmesi için öncelikle, sağ yan değerlerinden en az birisinin parametre ve kesin olmama varsayımını sağlanması gerekir. Bulanık doğrusal programlamada hem amaç fonksiyonu hem de kısıtlarda öznel ihtiyaçların olduğu problemlere doğrusal programlamayı uygulamak için büyük bir esneklik getirmiştir (Zhang, 2003).

Bulanık doğrusal programlama modelleri ile doğrusal programlama modelleri arasındaki temel fark, modeldeki bulanık öğeleri göstermek için “∼” simgesinin kullanılması ve bulanıklığın bulunduğu kısımlar için [0,1] aralığında tanımlı bir üyelik fonksiyonunun atanmasıdır. Kısıt ihlallerine izin vermeyen doğrusal programlamanın aksine bulanık doğrusal programlama birçok farklı belirsizliğe ve toleransa önem dereceleri atayarak modelinde yer vermektedir (Gülcan, 2012).

Doğrusal programlamadaki amaç katsayıları, teknik katsayılar ve kaynak sınırlarındaki bulanıklık, amaç ve/veya kısıtlayıcı katsayılarının tam olarak bilinmediği ve modeldeki eşitsizlikler(eşitlikler) için net olmayan sınırların tanımlanabileceği durumlarda ortaya çıkar. Bunlar bilgi eksikliği, bilgiye ulaşamama, durgun olmayan ve karmaşık ekonomik ortamlar veya yapısal durumlar nedeniyle ortaya çıkabilir. Aynı şekilde modeldeki her bir katsayı elemanı için “civarında”, “aralığında”, “kadar” gibi bulanık terimler söz konusu olabilir (Yılmaz, 1998). Bulanık amaçtan kasıt, amaç fonksiyonu (max/min) ya da bu fonksiyondaki parametrelerin bulanıklığıdır. Amaç fonksiyonunun en iyilenmesinden ziyade belirli bir tatmin derecesi yani istek seviyesi sağlanmaya çalışılır (Özkan, 2003).

Kesin doğrusal programlama ile bulanık doğrusal programlama, amaçları yönünden de birbirinden farklı iki yöntemdir. Kesin doğrusal programlamada amaç, problemin optimal uygun çözümüne ulaşmaktır. Bulanık doğrusal programlamada ise amaç, en yüksek üyelik derecesine sahip bulanık karar olarak tanımlanan optimal karara ulaşmaktır. Kesin doğrusal programlama ve bulanık doğrusal programlama yapı olarak da birbirlerinden farklı iki yöntemdir. Kesin doğrusal programlamada amaç fonksiyonu, problemin formülasyon ve çözüm aşamasında gereklidir. Oysa bulanık doğrusal programlamada herhangi bir amaç fonksiyonunun olması gerekli değildir. Problemin formülasyonu aşamasında herhangi bir amaç fonksiyonu mevcut olsa bile, çözüm aşamasında bu fonksiyon kısıta dönüştürülür. Bulanık doğrusal programlamada amaç, en yüksek üyelik derecesine sahip bulanık karara ulaşmaktır. Günümüzde amaç fonksiyonunu en iyilemektense, amaç fonksiyonunu belirli bir tatmin derecesi ile ele alan bir yaklaşımı benimsemenin gerçek problemleri incelemek için daha uygun bir yaklaşım olduğu söylenmektedir. Dolayısıyla bulanık doğrusal programlama, kesin doğrusal programlamaya tercih edilmektedir. Bellman ve Zadeh tarafından 1970 yılında önerilen bulanık doğrusal programlama, bulanık kümeler ile tanımlanan amaç fonksiyonları ve kısıtlarıyla klasik doğrusal programlamanın bir uzantısıdır. Bulanık doğrusal programlama yöntemi, hem amaç fonksiyonu hem de kısıtlarda sübjektif ihtiyaçların mevcut olduğu mühendislik problemlerine doğrusal programlamayı uygulamak için büyük bir esneklik getirmiştir (Zhao vd., 1992).

1.6.2. Bulanık Karar ve Optimal Karar

Karar, olası alternatiflerden elde edilen bir tercih ya da tercihler kümesidir. Bulanık karar ise, bulanık hedeflerin ve bulanık kısıtların kesişimi sonucu elde edilen bulanık alternatifler kümesidir. Dolayısıyla bulanık bir karar, hedefler ve bazı kısıtlar bulanıksa elde edilebilir. Bulanık kararlar, bulanık kümelerle tanımlanırlar. Bulanık kararlar (D), üyelik fonksiyonları $\mu_D(x)$ şeklinde ifade edilir. G bulanık hedefi ve C bulanık kısıtı, X

alternatifler uzayında verilmiş olsun. G ve C, bulanık bir küme olan D kararını oluşturmak üzere bir araya gelsinler. Bu durum sembolik olarak;

$$D = G \cap C \tag{18}$$

biçiminde ifade edilir ve bulanık kararın üyelik fonksiyonu

$$\mu_D(x) = \mu_{G \cap C}(x) = \mu_G(x) \wedge \mu_C(x) \tag{19}$$

ile verilir.

Daha genel olarak $G_1, \dots, G_n$ şeklinde n tane bulanık hedef ve $C_1, \dots, C_m$ şeklinde m tane bulanık kısıt olduğu varsayılsın. Sonuç olarak elde edilecek bulanık karar,

$$D = G_1 \cap \dots \cap G_n \cap C_1 \cap \dots \cap C_m \tag{20}$$

ve bu bulanık kararın üyelik fonksiyonu,

$$\mu_D(x) = \mu_{G_1}(x) \wedge \dots \wedge \mu_{G_n}(x) \wedge \mu_{C_1}(x) \wedge \dots \wedge \mu_{C_m}(x) \tag{21}$$

biçiminde tanımlanır. Kısaca, “Bulanık karar = Bulanık hedefler ile Bulanık kısıtların kesişimi” olarak tanımlanabilir.

Bir bulanık doğrusal programlama problemi için optimal karar, (20) ve (21) eşitlikleri ile elde edilen bulanık kararlar arasında en büyük üyelik derecesi değerine sahip olan bulanık karardır.

Eşitlik (21) ile verilen tanımdan kolaylıkla anlaşılabileceği gibi, bulanık doğrusal programlamada optimal kararlar (D^*) da bulanık kümelerle tanımlanır. Optimal kararların üyelik fonksiyonları $\mu_{D^*}(x)$ şeklinde ifade edilir. Optimal kararların $\mu_{D^*}(x)$ üyelik fonksiyonları, matematiksel olarak;

$$\mu_{D*}(x) = \begin{cases} max\, \mu_D(x), & x \in X \\ 0, & d.d. \end{cases}$$

biçiminde tanımlanırlar. Burada X alternatifler kümesi, D^* optimal karar ve D^*'ın desteğindeki herhangi bir x değeri optimal karar olarak adlandırılır. Diğer bir deyişle bir optimal karar, X kümesindeki $\mu_D(x)$ ' i en iyileyen bir alternatiftir.

1.6.3. Bulanık Doğrusal Programlama Problemleri İçin Çözüm Yaklaşımları

Bulanık doğrusal programlama problemlerinde kaynakların bulanık olduğu, kısıtların bulanık olduğu ya da amaç fonksiyonunun bulanık olduğu durumlar olabilir, bu çalışmada sağ yan değerleri yani kaynakların bulanık olduğu durum incelenecektir.

Sağ yan değerleri bulanık olan doğrusal programlama problemlerinde bulanıklığın nasıl ve nerede olduğunu açık bir şekilde ifade edebilmek için örnek problem ele alınsın.

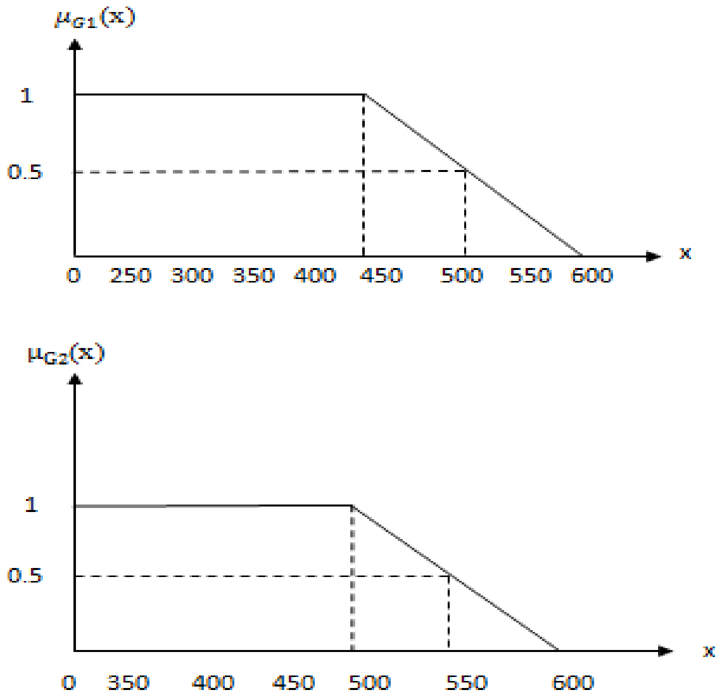
Örnek: Bir oyuncak fabrikası iki tip oyuncak bebek üretmektedir. Bebek A, birim başına 0.40 birim kar getiren çok kaliteli ve bebek B, birim başına 0.30 birim kar getiren daha az kaliteli bir oyuncaktır. Bir birim A bebeği üretmek için, bir birim B bebeği üretmek için gereken zamanın 2 katı gerekmektedir. Mevcut hammadde miktarın günde en fazla 400 bebek ve mevcut işgücü zamanı günde en fazla 500 bebek üretmeye yeterlidir. (A ve B birlikte) fabrikanın ürettiği tüm bebeklerin satılabildiği varsayılmaktadır. Fabrika müdürü, üretim planlamasını toplam karı en büyükleyecek biçimde yapmak istemektedir. Dolayısıyla üretim planlaması problemi,

$$\begin{gathered} Max\ z = 0.4x_1 + 0.3x_2 (kar) \\ k_1(x) = x_1 + x_2 \leq 400 \ \ (hammadde\ kısıtı) \\ k_2(x) = 2x_1 + x_2 \leq 500 \ \ (işgücü\ zamanı\ kısıtı) \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{gathered} \tag{22}$$

biçiminde formüle edilebilir. Burada, x_1 üretilmesi gereken A tipi bebek sayısını ve x_2 üretilmesi gereken B tipi bebek sayısını ifade etmektedir. Problem eşitlik (22) ile ifade edilen kesin doğrusal programlama problemidir. Simplex ya da grafik yöntem kullanılarak kolaylıkla çözülebilir.

Daha sonra, ek hammaddeler satın alınabileceği için kullanılabilir hammadde miktarının ve işçiler fazla mesai yapabileceği için kullanılabilir işgücü zamanının değişebileceğine karar verilir. Bu karar bulanık küme kuramının mevcut üretim planlama problemine dâhil edilmesini gerektirir. Fabrika müdürü, artan kaynaklardan dolayı toplam karın da artması gerektiğini düşünmektedir.

Hammadde miktarı ve işgücü zamanına ilişkin kısıtlar ve üyelik dereceleri Tablo 1'de ve üyelik fonksiyonları Şekil 3' de verilmiştir. Üyelik fonksiyonları fabrika müdürünün k_1 ve k_2 kısıtlarına ilişkin tercihini modellemektedir. Dolayısıyla Tablo 1' de görüldüğü gibi kullanılan hammadde ve işgücü zamanın az olması fabrika müdürün tercih ettiği bir durumdur. Çünkü üyelik fonksiyonları doğrusal azalan fonksiyonlardır.



Şekil 3. Hammadde ve işgücü zamanının üyelik fonksiyonları

Tablo 1. Hammadde ve işgücü zamanına ilişkin kısıtlar ve üyelik

Ham Madde	$g_1(x)$	150	200	250	300	350	400	450	500	
	$\mu_{G1}(x)$	1	1	1	1	1	1	0.5	0	
İş Gücü Zamanı	$g_2(x)$	200	250	300	350	400	450	500	550	600
	$\mu_{G2}(x)$	1	1	1	1	1	1	1	0.5	0

Ele alınan örnekte görüldüğü gibi bulanık doğrusal programlamada kaynakların belirsizliği, belirli bir hoşgörü miktarı dâhilinde üyelik fonksiyonları ile tanımlanmaktadır. Sağ yan değerleri bulanık olan doğrusal programlama problemleri genellikle,

$$\begin{gathered} Max\, z = cx \\ (Ax)_i \leq \tilde{b_i} \qquad i = 1, \dots, m \\ x \geq 0 \end{gathered} \tag{23}$$

biçiminde formüle edilir. Burada, $b_i \in [\, b_i, b_i + p_i\,]$ dir ve p_i hoşgörü miktarı olarak tanımlanır. Her bulanık kısıt için p_i bilinir. Aynı problem,

$$\begin{gathered} Max\, z = cx \\ (Ax)_i \lesssim b_i \quad i = 1, \dots, m \\ x \geq 0 \end{gathered} \tag{24}$$

biçiminde de formüle edilebilir. Dolayısıyla $(Ax)_i \lesssim b_i$ eşitsizliği $(Ax)_i \leq b_i + \theta p_i$ eşitsizliğine eş değer olur. Burada $\theta \in$ [0,1]'dir. Üyelik fonksiyonu biçimleri her iki durumda da aynı ise, Eşitlik (23) ile verilen problem ve Eşitlik (24) ile verilen problem aynı problemlerdir. Bu çalışmada her iki problem eş değer kabul edilecektir. Bulanık doğrusal programlama problemlerinin çözümünde kullanılan çözüm yaklaşımları aşağıdaki gibi verilebilir;

a) Verdegay' ın Yaklaşımı:

Verdegay (1982), (24) eşitliği ile verilen problemin kesin bir parametrik programlama problemine eşdeğer olduğunu ilk olarak kanıtlayan kişidir. Werners (1987) ise, kısıtlar bulanık olduğu için amaç fonksiyonunun da bulanık olması gerektiğini iddia etmiştir (Lai ve Hwang, 1992).

Verdegay (1982), bulanık kısıtların üyelik fonksiyonlarının;

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & , \quad (Ax)_i < b_i \, ise \\ 1 - \frac{[(Ax)_i - b_i\ ]}{p_i} & , \quad b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + p_i \quad ise \\ 0 & , \quad (Ax)_i > b_i + p_i \quad ise \end{cases} \tag{25}$$

ile tanımlanmış sürekli ve monoton fonksiyonlar ve bulanık kısıtlar arasında değiş tokuş ederek elden çıkarmaya izin veriliyorsa,

$$\begin{aligned} &Max\ CX \\ &Kısıtlar;\ x \in X_{\alpha} \end{aligned} \tag{26}$$

biçiminde verilen problemin (25) eşitliği ile verilen probleme eş değer olacağını öne sürmüştür. Burada, her $\alpha \in [0,1]$ için $X_{\alpha} = \{X_i | \mu_i(x) \geq \alpha, A_i,\ x \geq 0\}$ tanımı yapılır. α-kesme seviyesi kavramı Tanaka ve Orlowski' nin önceki çalışmalarına dayanır. (25) eşitliği ile verilen üyelik fonksiyonları (26) eşitliğinde yerine konulursa,

$$\begin{aligned} &Max\ cx \\ &Kısıtlar;\quad (Ax)_i \leq\ b_i + (1-\alpha)p_i \quad, \forall i\ için \\ &x \geq 0\ ve\ \alpha \in [0,1] \end{aligned} \tag{27}$$

ile verilen problem $\alpha = 1 - \theta$ iken, bir parametrik programlama problemine denktir. Böylece bulanık lineer programlama problemi, bulanık kısıtların üyelik fonksiyonları bazı basit formları kabul edildiğinde bir kesin parametrik lineer programlama problemine denktir (Lai ve Hwang, 1992).

b) Werners' in Yaklaşımı:

Werners (1987), sağ yan değerleri bulanık olduğu için amaç fonksiyonunun da bulanık olması gerektiği görüşündedir. Bulanık sağ yan değerleri için üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$B_i(x) = \begin{cases} 1 & , \quad x \leq B_i \quad ise \\ \frac{B_i + p_i - x}{p_i} & , \quad B_i \leq x \leq B_i + p_i \quad ise \\ 0 & , \quad x \geq B_i + p_i \quad ise \end{cases}$$

p_i tolerans miktarını göstermek üzere;

$$\begin{aligned} &Max\ Z = c_j x_j \\ &Kısıtlar;\quad a_{ij} x_j \leq B_i + p_i \end{aligned}$$

$x_j \geq 0$

Bu yaklaşımda amaç fonksiyonu için Z_L ve Z_U ile ifade edilen alt ve üst sınırlar tanımlanmıştır.

Z_L ; $\quad Max\ c_j x_j$

$Kısıtlar;\ A_{ij}x_j \leq B_i$

$x_j \geq 0$

Z_U ; $\quad Max\ c_j x_j$

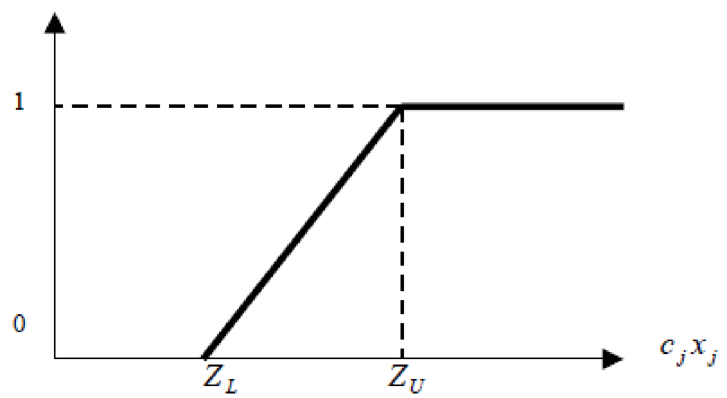
$Kısıtlar;\ A_{ij}x_j \leq B_i + p_i$

$x_j \geq 0$

Amaç fonksiyonunu da bulanık bir küme olarak düşünen Werners, Z_L ve Z_U değerlerini kullanarak amaç için bir üyelik fonksiyonu (μ_G) kurmuştur. Memnuniyet derecesi, Z_L ve Z_U değerleri arasında yer alan optimal çözüme ulaşıncaya dek değişecektir (Lai ve Hwang, 1992). Amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu;

$$\mu_G(x) = \begin{cases} 1 \ , & c_{ij}x_j \geq Z_U \\ \frac{c_j x_j - Z_L}{Z_U - Z_L} \ , & Z_L \leq c_j x_j \leq Z_U \\ 0 \ , & c_j x_j \leq Z_L \end{cases}$$

biçiminde tanımlanır. Amaç fonksiyonuna ait üyelik fonksiyonu ise Şekil 4'te verilmiştir.



Şekil 4. Amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu

c) Zimmermann’ ın Yaklaşımı:

Bu yaklaşımda bulanık amaç fonksiyonunun b_0 hedefi ve p_0 hoşgörü miktarı ile tüm bulanık kaynakların b_i ve p_i değerleri önceden verilir. Bulanık hedefler ve bulanık kısıtların birbirinden farksız oldukları düşünülür. $\forall\, i$ için $[b_i\,, b_i + p_i\,]$ aralıkları ile tanımlanır. Bulanık küme kuramında bulanık amaç fonksiyonu ve bulanık kısıtlar üyelik fonksiyonları ile tanımlanırlar. Amaç fonksiyonunun $\mu_0(x)$ üyelik fonksiyonu sürekli artan doğrusal bir fonksiyondur ve

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1, \quad cx > b_0 \ ise \\ \frac{1-[b_0-cx]}{p_0},\ b_0 - p_0 \le cx \le b_0 \ \ ise \\ 0\ \ , cx < b_0 - p_0\ ise \end{cases}$$

biçiminde tanımlanır ve tüm bulanık kısıtların $\mu_i(x)$ üyelik fonksiyonları sürekli azalan doğrusal fonksiyonlardır ve

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 \qquad , (Ax)_i < b_i \ \ ise \\ \dfrac{1 - [(Ax)_i - b_i\ ]}{p_i}, b_i \le (Ax)_i \le b_i + p_i \qquad ise \\ 0 \qquad , (Ax)_i > b_i + p_i \ \ ise \end{cases}$$

biçiminde tanımlanır. Zimmermann, eşitliğini çözmek için Bellman ve Zadeh’ in max(min) işlemcisi kullanılmıştır.

$$\mu_D(x) = \min\left[\,\mu(cx), \mu(Ax)_i\right]$$

$$\mu_D(x^*) = \max_{x\geq 0}(\min\left[\left(1 - \frac{b_0-cx}{p_0}\right), \left(1 - \frac{(Ax)_i-b_i}{p_i}\right)\right]) \qquad \text{(i=1,2,…,m)}$$

Böylece, hem bulanık amacın hem de bulanık kısıtların ortak doyumunu sağlayacak en yüksek üyelik dereceli elemanının bulunması iin ek bir $\lambda\epsilon[0,1]$ değişkeni tanımlanır ve $\mu_D(x^*)$’ ı belirleme problemi klasik bir doğrusal programlama problemi;

$$\max \ \ \lambda$$

$$\mu(cx) \geq \lambda$$

$$\mu(Ax)_i \geq \lambda$$

$$\lambda \epsilon [0,1]$$

biçiminde ifade edilir (Gülcan, 2012).

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

Bu çalışmada doğrusal programlama problemi olarak modellenerek çözümlenmeye çalışılan portföy seçimi problemleri ele alınmış ve doğrusal programlama problemi olarak modellenen problemlerin sağ yan değerlerinin kesin olarak bilinmediği fakat olası değerlerinin ve bu değerlerin üyelik derecelerinin kesin olarak bilindiği doğrusal modeller üzerinde çalışılmıştır. Bu bölümde doğrusal programlama problemlerinde var olabilecek belirsizliklerin bulanık küme kuramında geliştirilen yöntemler kullanılarak nasıl çözümlenebileceği üzerinde durulacaktır.

Klasik karar verme problemlerinin temel bileşenleri; karar değişkenleri, kısıtlar ve amaç fonksiyonudur. Bulanık doğrusal programlamada bulanık hedefler (G) ve bulanık kısıtlar (C) bulanık kümeleri ile tanımlanırlar. Bu çalışmada bulanık hedeflerin üyelik fonksiyonları $\mu_G(x)$ ve bulanık kısıtların üyelik fonksiyonları $\mu_c(x)$ biçiminde ifade edilecektir.

2.1. Porföy Seçimi Probleminin Bulanık Doğrusal Programlama Olarak Modellenmesi

Konno ve Yamazaki'nin portföy optimizasyonu konusunda yaptıkları çalışma ile geliştirdikleri doğrusal programlama modeli;

$$\begin{aligned} &Minumum \quad \sum_{t=1}^{T}\left|\sum_{j=1}^{n} a_{jt}x_j\right|/T \\ &Kısıtlar \quad \sum_{j=1}^{n} r_j x_j \ \geq \ \rho\, M_0 \ , \\ &\qquad\qquad \sum_{j=1}^{n} x_j = M_0 \ , \\ &\qquad\qquad 0 \leq x_j \leq u_j \ , \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

biçiminde Kesim 1.4.'de verilmişti. Portföy optimizasyonu için modellenen doğrusal programlama problemin çözümünü daha da basit bir hale indirgemek için;

$$\sum_{j=1}^{n}\left|a_{jt}x_j\right| = y_t$$

olarak tanımlanmış ve (13) eşitliği ile verilen problemin doğrusal programa eş değeri;

$$
\begin{aligned}
&Minimum \quad && \sum_{t=1}^{T} y_t / T \\
&Kısıtlar; \quad && y_t + \sum_{j=1}^{n} a_{jt} x_j \ \geq 0 \ ; \qquad t = 1, \ldots, T, \\
& && y_t - \sum_{j=1}^{n} a_{jt} x_j \ \geq 0 \ ; \qquad t = 1, \ldots, T, \\
& && \sum_{j=1}^{n} r_j x_j \geq \ \rho \, M_0 \\
& && \sum_{j=1}^{n} x_j = \ M_0 \\
& && 0 \leq \ x_j \ \leq \ u_j \ , \quad j = 1, \ldots, n
\end{aligned}
$$

biçiminde ifade edilmişti.

$\sum_{j=1}^{n} r_j x_j \geq \ \rho \, M_0$ biçiminde verilen kısıt, portföyün beklenen getirisinin en az ortalama getiri kadar olmasını ifade eder. Portföyün beklenen getirisinin alt sınırının kesin olarak belirlenmesi yerine ortalama getiri civarında olması daha mantıklı olabilir. Yani, beklenen getiri oranının bir kısmından vazgeçilmesi sonucu riskteki azalma yatırımcı için daha önemli olabilir.

Bir önceki aşamada doğrusal programlama modeli ile optimal portföy oluşturulabilmesi için kullanılan amaç fonksiyonu ve kısıtlar dikkate alındığında, kurulan model içinde yer alan ve $\sum_{j=1}^{n} r_j x_j \geq \ \rho \, M_0$ biçiminde ifade edilen kısıtta bulunan ρ ile ifade edilen beklenen getirinin bulanık olduğu varsayımı ile optimal çözümün bulanık mantık çerçevesinde gerçekleştirilebilmesi için daha önce kullanılan Konno-Yamazaki doğrusal programlama modeli aşağıdaki şekilde yeniden kurulabilir.

Adım 1: $\sum_{j=1}^{n} r_j x_j \geq \ \rho \, M_0$ biçiminde ifade edilen kısıtın bulanık kısıt haline getirilmesi için bu kısıta ait üçgensel üyelik fonksiyonu;

$$
\mu(x) = \begin{cases} [(Ax) - (\rho - B)M_0]/BM_0, & (\rho - B)M_0 \leq Ax < \rho M_0 \\ \quad 0 & , \quad Ax < (\rho - B)M_0 \end{cases} \tag{28}
$$

biçiminde verilebilir. Burada,

$$
Ax = \sum_{j=1}^{n} r_j x_j
$$

B: Beklenen getiri oranının vazgeçilebilecek miktarı olarak tanımlanır.

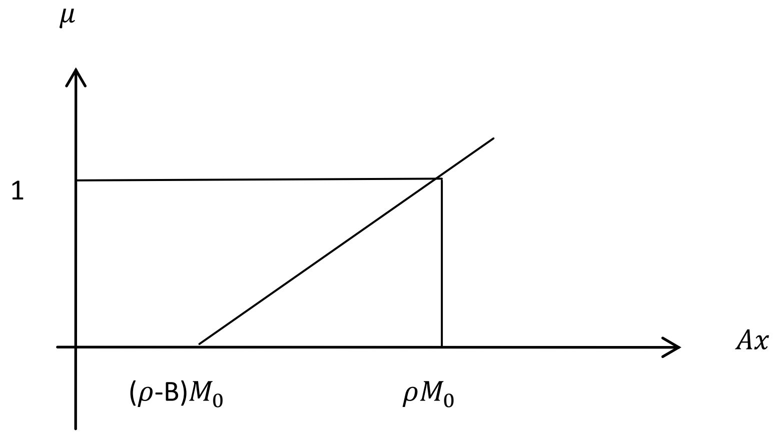
$\sum_{j=1}^{n} r_j x_j \geq \rho M_0$ biçimindeki kısıtın bulanık ifadesi ise;

$$\sum_{j=1}^{n} r_j x_j \geq (\rho M_0) - B * \delta^{-} \quad (29)$$

biçimindedir ve burada;

δ^{-}: Beklenen getiri oranının vazgeçilebilecek miktarının kullanılma oranını göstermektedir .

Kısıta ilişkin üyelik fonksiyonu Şekil 5 ile verilmiştir.



Şekil 5**.** Bulanık kısıtın üçgensel üyelik fonksiyonu grafiği

Adım 2: Beklenen getiri oranının bir kısmından vazgeçilmesi sonucu riskteki azalmanın yatırımcı için daha önemli olabileceği belirtilmişti. Bu açıdan, beklenen getirinin bulanık olması varsayımı altında riskin minimum yapılması istenen amaç fonksiyonunun da etkilenen kısmının minimum yapılması gerekecektir. Bunun için bulanıklık varsayımı altında amaç fonksiyonu;

$$Minimum \quad -(A * \alpha) + \sum_{t=1}^{t} \left|\sum_{j=1}^{n} a_{jt} x_j\right| / T \quad (30)$$

biçiminde ifade edilebilir. Burada,

α: Beklenen getiri oranının vazgeçilebilecek miktarının kullanılmama oranını,

A: α'nın amaç fonksiyonu katsayısıdır ve modelde – olarak yer almaktadır. A, amaç fonksiyonunda yer alan diğer değişkenlerin katsayılarından $(y_1 + y_2 + \cdots + y_n)$ gerektiği kadar küçük olmalıdır.

Adım 3: Amaç fonksiyonun da yer alan ve mutlak değerce ifade edilen $\sum_{t=1}^{t} \left|\sum_{j=1}^{n} a_{jt}x_j\right| / T$ kısmının hesaplama zorluklarını gidermek için;

$$\sum_{t=1}^{t} \left|\sum_{j=1}^{n} a_{jt}x_j\right| / T = \sum_{t=1}^{T} {}^{y_t}/_{T}$$

biçiminde ifade edilirse, buna bağlı olarak;

$$\begin{array}{lll} Kısıtlar & y_t + \sum_{j=1}^{n} a_{jt}x_j \geq 0\,; & \mathrm{t} = 1, \dots, \mathrm{T}, \\ & y_t - \sum_{j=1}^{n} a_{jt}x_j \geq 0\,; & \mathrm{t} = 1, \dots, \mathrm{T}, \end{array}$$

kısıtları elde edilir.

Adım 4: Portföye dahil ettiğimiz her bir hisse senedine ayırdığımız payların ayrı ayrı toplamlarının toplam yatırım miktarına eşit olduğunu gösteren kısıt ise;

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = M_0$$

biçiminde verilir.

Adım 5: Modele dahil edilen diğer katsayılara ait kısıtlar;

$$\alpha + \delta^- = 1$$
$$0 \leq \alpha \leq 1$$
$$0 \leq x_j \leq u_j$$

biçimindedir.

$0 \leq x_j \leq u_j$ kısıtı, isteğe bağlı olup herhangi bir hisse senedine yapılacak olan maksimum ve minimum yatırımın sınırlarını belirler.

Bütün bu adımlar gerçekleştirildiğinde portföy seçimi problemi bulanık doğrusal programlama problemi olarak;

$$
\begin{aligned}
&Minimum \quad -(A*\ \alpha)+\textstyle\sum_{t=1}^{t} y_t/T \\
&Kısıtlar \quad y_t+\textstyle\sum_{j=1}^{n} a_{jt}x_j \ \geq 0\ ; \qquad \mathrm{t}=1,\ldots.,\mathrm{T}, \\
&\qquad\qquad y_t-\textstyle\sum_{j=1}^{n} a_{jt}x_j \ \geq 0\ ; \qquad \mathrm{t}=1,\ldots.,\mathrm{T}, \\
&\qquad\qquad \textstyle\sum_{j=1}^{n} r_j x_j \geq (\rho * M_0)-B*\delta^- \\
&\qquad\qquad \textstyle\sum_{j=1}^{n} x_j = M_0 \\
&\qquad\qquad \alpha+\delta^- = 1 \\
&\qquad\qquad 0\leq \alpha \leq 1
\end{aligned}
\tag{31}
$$

biçiminde modellenebilir. Burada;

α: Beklenen getiri oranının vazgeçilebilecek miktarının kullanılmama oranını,

A: α'nın amaç fonksiyonu katsayısı ve modelde – olarak yer almaktadır ve A, amaç fonksiyonunda yer alan diğer değişkenlerin katsayılarından $(y_1+y_2+\cdots+y_n)$ gerektiği kadar küçük olmalıdır ve

B : Beklenen getiri oranının vazgeçilebilecek miktarını,

δ^-: Beklenen getiri oranının vazgeçilebilecek miktarının kullanılma oranını,

σ_{ij} : i. ve j. hisse senetleri arasındaki kovaryansı,

r_j : j. hisse senedinin ortalama getiri oranı,

x_j : j. hisse senedine yatırımın payını,

ρ : Beklenen getiri oranını,

M_0 : Toplam yatırımın miktarını,

u_j : j. hisse senedine yapılabilecek yatırımın üst sınırını,

ifade eder.

Eşitlik (31) ile verilen problemin çözümü sonucu her hisse senedine yapılan yatırım miktarları x_j ler elde edilecektir. Beş adımdan oluşan bu algoritmik çözüm sürecinin işleyişi uygulama kısmında yer verilecek problem ile irdelenecektir. Ele alınacak problem İMKB'de işlem gören on adet hisse senedinin 72 aylık verilerinden oluşmaktadır. Problem, Konno-Yamazaki'nin geliştirdiği ortalama mutlak sapma modeline dayalı doğrusal programlama modeline sağ yan değerlerinin kesin olmama durumu da eklenerek bulanık doğrusal programlamaya dayalı optimal portföy seçimi gerçekleştirilecektir.

Modellenen doğrusal programlama probleminin çözümü aşamasında WINQSP paket programı kullanılacaktır.

2.2. Uygulama

Uygulamanın Konusu: Bu çalışmada İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında işlem gören 10 adet hisse senedinden meydana gelen portföyler arasından optimal portföyü belirleyebilmek için bulanık doğrusal programlama modeli kullanılacaktır.

Uygulamanın Amacı: Çalışmada maksimum getiri veya minimum risk gibi birden çok amacın bulunduğu, ve bu amaçların bir kısmının bulanık olduğu portföy oluşturma probleminin optimal çözümünün bulunabilmesi için gerekli olan doğrusal programlama modelinin nasıl kurulabileceği araştırılmaktadır. Problemin çözümüyle elde edilecek sonuçlardan yararlanarak, portföy içerisinde yer almayan hisse senetlerinin portföye dahil edilmesiyle portföy getirisinde veya portföy riskinde meydana gelebilecek değişmelerin incelenmesi de uygulama çalışmasının amaçlarındandır.

Uygulamada Kullanılan Veriler: Bu çalışmada, İMKB-100 endeksinde yer alan hisse senetlerinden 10 tanesine ilişkin 1 Ocak 2007 – 31 Aralık 2012 tarihleri arasındaki toplam 72 aylık getiri miktarlarına ilişkin veriler kullanılmıştır. Bu verilere ilişkin bulanık doğrusal programlama modeli kurularak, doksan altı tane karar değişkeni ve yüz yetmiş bir tane kısıtı bulunan problem WİNQSP programında çözülmüştür.

Çalışmada ele alınan hisse senetleri; Adana Çimento, Adel, Akçansa, Dardanel, Efes, Enka, İş-c, Konya Çimento, Mutlu Akü, THY' dir. Tablo 1'de bu hisse senetlerine ait aylık getiri oranları verilmiştir.

Tablo 2: 1 Ocak 2007 – 31 Aralık 2012 Tarihlerine Ait İMKB Veri Seti

YIL	AYLAR	ADANA	ADEL	AKÇANSA	DARDENEL	EFES	ENKA	İŞ-C	K.ÇİMENTO	MUTLUAKÜ	THY
2012	**12/12**	6,18	2,24	19,52	-1,22	-1,15	11,34	7,29	-3,02	5,34	19,01
	12/11	0,85	-2,20	-1,81	-7,87	-3,35	0,00	-5,57	6,77	5,64	26,75
	12/10	3,22	13,57	12,21	-7,29	0,75	6,32	8,16	2,31	2,70	10,37
	12/09	-2,29	-1,90	-1,01	-4,00	5,12	-10,71	1,81	-4,72	-7,83	4,44
	12/08	2,34	7,60	3,12	0,00	4,10	-3,08	5,32	7,07	0,36	4,96
	12/07	2,09	0,00	6,65	-6,54	5,40	7,22	9,58	-7,19	-1,75	7,86
	12/06	-0,59	7,55	1,69	-17,69	7,67	20,65	27,66	13,88	2,89	26,19
	12/05	-7,51	-16,12	-8,97	-3,70	-11,59	-16,79	-6,47	-11,38	-7,36	-6,32
	12/04	-0,74	20,99	-3,83	-20,12	-0,60	-3,17	-6,09	25,86	5,28	3,46
	12/03	8,63	4,18	7,85	-18,75	-6,04	13,83	5,53	-7,07	17,11	-2,26
	12/02	1,92	-3,72	5,90	-0,48	6,64	2,46	12,13	-6,60	10,23	13,19
	12/01	8,01	-0,92	8,75	7,18	8,99	18,78	12,08	-1,94	12,82	10,85
2011	**11/12**	-6,39	7,95	-6,28	33,56	2,70	-9,49	-12,43	-10,17	-6,70	-11,67
	11/11	-10,45	12,27	8,93	-6,41	3,26	-1,09	-8,47	-1,15	-12,73	-6,25
	11/10	-1,23	2,28	-2,61	0,65	0,00	1,78	-14,14	23,84	-3,62	-5,88
	11/09	4,63	-1,87	6,81	-1,90	12,86	15,68	9,07	25,17	34,69	13,81
	11/08	-13,17	-2,55	-9,52	-10,23	-14,57	-15,98	-9,07	-12,65	-26,49	-24,13
	11/07	-3,24	17,02	-0,83	22,22	1,59	-6,46	-2,61	-6,20	-3,46	-11,06
	11/06	-0,43	3,52	0,28	-4,00	-0,90	-2,68	-0,20	-1,08	-2,99	0,00
	11/05	-13,08	-9,03	-8,65	-14,29	-3,60	-12,29	-7,25	-12,62	-7,90	-5,35
	11/04	4,78	24,11	9,75	2,94	7,09	11,74	11,55	15,52	8,18	4,42
	11/03	2,64	3,71	7,02	9,68	1,16	12,88	-0,80	-11,78	26,17	-4,02
	11/02	-7,02	-3,35	-7,82	-13,89	8,82	-12,87	-1,19	2,28	-6,29	-13,51
	11/01	1,42	3,72	-1,59	19,21	-15,17	5,21	-8,36	20,87	26,30	-4,07
2010	**10/12**	3,31	11,63	5,90	6,34	12,77	5,88	-5,50	80,78	18,89	-1,10
	10/11	-0,18	-11,95	-7,53	-2,74	-9,39	-16,95	-9,77	-8,17	0,99	-8,24
	10/10	5,83	9,63	0,65	-5,19	1,33	3,97	4,88	-1,92	24,08	0,85
	10/09	3,41	2,75	1,32	15,79	10,24	13,51	9,82	13,04	6,06	22,92
	10/08	0,40	27,27	2,72	-12,50	7,89	0,00	-0,88	-2,13	-9,77	10,09
	10/07	4,64	10,85	13,95	24,59	2,15	1,83	14,14	17,50	4,92	11,22
	10/06	2,16	-1,53	-2,27	6,09	3,91	4,81	3,13	13,21	0,83	1,82
	10/05	-10,50	7,99	-17,50	-14,81	-2,30	-10,78	-7,69	-12,45	-13,57	-10,93
	10/04	1,83	6,67	19,29	40,63	16,25	2,13	8,34	2,52	25,56	-5,00
	10/03	2,83	13,21	2,21	14,29	2,56	16,53	15,42	-9,16	17,37	6,12
	10/02	-0,93	1,92	-8,72	2,44	0,00	-14,18	-5,96	36,46	-11,63	-10,91
	10/01	4,90	14,29	12,03	28,13	-7,14	2,17	5,56	31,51	-5,70	-3,51
2009	**09/12**	12,58	13,04	16,67	14,29	5,00	18,97	21,15	11,45	52,00	17,28
	09/11	-4,07	-7,47	-5,00	-6,67	-6,98	-4,92	-9,57	19,09	-7,98	15,17
	09/10	1,65	10,83	0,00	-6,25	6,17	-3,17	-0,86	-2,65	-9,94	9,33
	09/09	17,48	7,53	13,21	-3,03	-1,22	4,13	-2,52	10,78	5,23	34,03
	09/08	23,80	33,94	35,90	6,45	3,80	21,00	16,67	5,15	20,28	24,14
	09/07	5,58	6,86	12,07	3,33	13,67	3,73	12,33	5,43	0,00	0,00
	09/06	-5,29	-3,77	-1,69	3,45	11,20	-2,95	-4,30	-3,16	8,33	31,07
	09/05	15,78	14,94	10,02	7,41	11,57	9,88	14,72	4,83	8,20	18,88
	09/04	17,34	16,13	38,89	-6,90	10,68	16,10	24,89	11,38	35,56	19,85
	09/03	10,90	14,21	23,53	132,00	-4,63	-4,84	14,02	3,73	11,11	16,96
	09/02	17,29	19,50	-6,42	-10,71	-2,70	14,81	-10,87	3,21	-1,22	-8,20
	09/01	-16,88	-0,63	-8,40	12,00	7,77	2,86	-10,24	6,12	-10,87	7,02
2008	**08/12**	5,96	4,58	14,42	0,00	-16,26	20,97	1,99	13,08	5,75	7,55
	08/11	12,69	8,51	-18,11	-7,41	-5,38	-24,52	-6,07	-5,11	-29,27	11,34
	08/10	-30,93	-33,80	-36,50	-30,77	-0,76	-34,29	-20,00	0,00	-34,57	-27,88
	08/09	-12,02	-24,60	-14,16	-13,33	2,34	-17,45	-6,14	-16,97	-20,34	1,54
	08/08	0,44	-5,04	-1,27	2,27	-2,29	-22,06	5,56	-1,20	-6,35	9,24
	08/07	13,00	9,17	23,56	7,32	23,58	-3,55	35,00	7,05	32,63	19,00
	08/06	-14,16	6,86	-23,60	-35,94	-7,02	-3,42	-20,63	-14,29	-14,03	-24,24
	08/05	-10,38	5,24	-7,41	-20,00	0,13	10,89	-14,58	2,42	9,95	-7,69
	08/04	-4,11	13,15	11,31	25,00	-2,52	7,32	23,11	16,98	6,91	14,40
	08/03	0,80	-5,31	-6,14	-9,86	-13,14	-11,83	-12,57	-13,59	-9,62	-14,38
	08/02	9,65	-1,61	-5,00	0,00	18,10	12,73	-2,59	10,84	-3,26	3,55
	08/01	-19,15	-11,07	-15,49	-29,00	-16,55	-19,51	-21,09	-19,42	-11,89	-18,02
2007	**07/12**	-7,24	-8,94	-7,79	-4,76	10,32	7,33	-3,92	-6,36	-2,40	8,86
	07/11	-14,12	-6,11	-9,41	-5,41	-11,27	4,95	-3,77	-16,03	-1,57	-4,82
	07/10	-6,35	-2,96	-8,11	-4,31	12,70	18,95	8,90	13,91	-9,93	-11,70
	07/09	4,42	-6,90	-7,04	4,50	6,31	6,99	14,96	-0,86	-0,70	3,87
	07/08	-5,73	5,84	2,58	-14,62	-9,13	-11,73	-10,56	-6,45	14,52	-6,70
	07/07	12,94	7,87	20,50	7,44	-0,95	8,00	15,45	2,48	2,48	0,52
	07/06	-0,58	3,25	-8,00	26,04	-3,67	0,00	0,00	-2,42	11,01	14,88
	07/05	8,23	17,11	3,55	10,34	18,14	10,61	-6,11	1,26	25,29	0,00
	07/04	-1,13	4,67	3,68	-11,22	2,19	7,94	-0,40	-9,86	1,75	20,00
	07/03	-5,95	1,90	-4,92	2,08	4,57	12,50	0,00	-7,19	12,50	-6,67
	07/02	12,80	-12,50	-2,66	-5,88	-4,89	12,75	0,00	5,52	-3,80	2,74
	07/01	5,13	-6,98	10,59	-0,97	5,14	-1,32	3,08	-1,36	-3,66	19,67

Modelin Kurulması; Amaç fonksiyonunun ve kısıtların belirlenmesi aşamalarını içermektedir.

1) Amaç Fonksiyonunun Belirlenmesi; Probleme ilişkin amaç fonksiyonu;

$$Minimum \quad -(A * \alpha) + \sum_{t=1}^{T} y_t/T$$

biçiminde ifade edilir. Problemde 72 aylık veriler ele alındığından T= 72 olarak belirlenmiştir. Ayrıca, A ; amaç fonksiyonunda yer alan diğer değişkenlerin katsayılarından $(y_1 + y_2 + \cdots + y_{10})$ gerektiği kadar küçük olmalıdır. Yani , $A < {}^{1}/_{72}$ olmalıdır. Bu durumda $A \cong 0.001$ olarak alınabilir. Bu durumda amaç fonksiyonu;

$$Minimum \quad -(0.001 * \alpha) + \sum_{t=1}^{72} y_t/72$$

$$Minimum \quad -(0.001 * \alpha) + (y_1 + y_2 + \cdots + y_{72})/72$$

biçiminde elde edilir.

2) Kısıtların Belirlenmesi;

r_j : j' inci hisse senedinin ortalama getirisi,

r_{jt} : t dönemi boyunca j. hisse senedinin gerçekleşen getiri oranı olmak üzere;

$$a_{ij} = r_{jt} - r_j \,, \qquad \mathrm{j} = 1, \ldots, \mathrm{n}\,; \quad \mathrm{t} = 1, \ldots, \mathrm{T}$$

ile ifade edildiğinde;

$$y_t + \sum_{j=1}^{n} a_{jt} x_j \ \geq 0\,; \qquad \mathrm{t} = 1, \ldots., \mathrm{T},$$

kısıtı uygulama problemine ilişkin veriler için;

$$y_1 + 5{,}50x_1 - 1{,}50x_2 + 17{,}98x_3 - 2{,}57x_4 - 2{,}84x_5 + 9{,}81x_6 + \cdots + 15{,}33x_{10} \geq 0$$

$$y_2 + 0{,}17x_1 - 5{,}94x_2 - 3{,}35x_3 - 9{,}22x_4 - 5{,}04x_5 - 1{,}53x_6 + \cdots + 23{,}07x_{10} \ \geq 0$$

.

.

.

$y_{71} + 12,12x_1 - 16,24x_2 - 4,20x_3 - 7,23x_4 - 6,58x_5 + 11,22x_6 + \cdots - 0,94x_{10} \geq 0$

$y_{72} + 4,45x_1 - 10,72x_2 + 9,05x_3 - 2,32x_4 + 3,45x_5 - 2,85x_6 + \cdots + 15,99x_{10} \geq 0$

biçiminde ve

$$y_t - \sum_{j=1}^{n} a_{jt}x_j \geq 0\,; \qquad \text{t} = 1, \ldots., \text{T},$$

kısıtı uygulama problemine ilişkin veriler için;

$y_1 - 5,50x_1 + 1,50x_2 - 17,98x_3 + 2,57x_4 + 2,84x_5 - 9,81x_6 - \cdots - 15,33x_{10} \geq 0$

$y_2 - 0,17x_1 + 5,94x_2 + 3,35x_3 + 9,22x_4 + 5,04x_5 + 1,53x_6 - \cdots - 23,07x_{10} \geq 0$

.

.

.

$y_{71} - 12,12x_1 + 16,24x_2 + 4,20x_3 + 7,23x_4 + 6,58x_5 + 11,22x_6 + \cdots + 0,94x_{10} \geq 0$

$y_{72} - 4,45x_1 + 10,72x_2 - 9,05x_3 + 2,32x_4 - 3,45x_5 + 2,85x_6 + \cdots - 15,99x_{10} \geq 0$

biçiminde oluşturulur.

Bu aşamanın sonunda, 10 adet hisse senedinden kaynaklanan 10 adet x_i karar değişkeni, 72 aydan elde edilen 72 adet y_i karar değişkeniyle birlikte toplam 82 karar değişkeni ve 72 pozitif katsayılı, 72 adet de negatif katsayılı kısıttan oluşan toplam 144 adet kısıt tanımlanmış olur.

$$\sum_{j=1}^{n} r_j x_j \geq (\rho * M_0) - B * \delta^-$$

biçimindeki bulanık kısıt ise;

B: Beklenen getiri oranının vazgeçilebilecek miktarını,

δ^-: Beklenen getiri oranının vazgeçilebilecek miktarının kullanılma oranını,

ρ : Beklenen getiri oranını; yani yatırımcının kullandığı hisse senetlerinin tümünün genel ortalaması olarak tanımlandığında;

$\rho = 2{,}18$ olarak hesaplanması, $B = 0{,}4$ olarak sezgisel biçimde belirlenmesi ve $\delta^- = x_{83}$ olarak temsil edilmesi ile;

$$0{,}68x_1 + 3{,}74x_2 + 1{,}54x_3 + 1{,}35x_4 + \cdots + 2{,}93x_9 + 3{,}68x_{10} \geq 2{,}18 - 0{,}4 * x_{83}$$

biçiminde modele eklenir.

Toplam yatırım miktarını yani $M_0 = 1$ olarak aldığımızda tüm hisse senetlerine yapılan yatırım paylarını temsil eden x_i karar değişkenleri toplamının 1'e eşit olduğunu ifade eden $\sum_{j=1}^{n} x_j = M_0$ kısıtını da

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} = 1$$

biçiminde ifade edilir.

$\alpha + \delta^- = 1$ ile verilen kısıtı ise $\delta^- = x_{83}$ ve $\alpha = x_{84}$ olarak temsil edildiğinde;

$$x_{83} + x_{84} = 1$$

olarak modele dahil edilir.

Sonuç olarak 84 karar değişkeni ve 147 kısıttan oluşan bulanık doğrusal programlama problemi;

$$Minimum \quad -(0.001 * x_{84}) + (y_1 + y_2 + \cdots + y_{72})/72$$

$$y_1 + 5{,}50x_1 - 1{,}50x_2 + 17{,}98x_3 - 2{,}57x_4 - 2{,}84x_5 + 9{,}81x_6 + \cdots + 15{,}33x_{10} \geq 0$$

$$y_2 + 0{,}17x_1 - 5{,}94x_2 - 3{,}35x_3 - 9{,}22x_4 - 5{,}04x_5 - 1{,}53x_6 + \cdots + 23{,}07x_{10} \geq 0$$

$$y_3 + 2{,}54x_1 + 9{,}83x_2 + 10{,}67x_3 - 8{,}64x_4 - 0{,}94x_5 + 4{,}79x_6 + \cdots + 6{,}69x_{10} \geq 0$$

$$y_4 - 2{,}97x_1 - 5{,}64x_2 - 2{,}55x_3 - 5{,}35x_4 + 3{,}43x_5 - 12{,}24x_6 + \cdots + 0{,}76x_{10} \geq 0$$

.

.

.

$$y_{69} - 1{,}81x_1 + 0{,}93x_2 + 2{,}14x_3 - 12{,}57x_4 + 0{,}50x_5 + 6{,}41x_6 + \cdots + 16{,}32x_{10} \geq 0$$

$$y_{70} - 6{,}63x_1 - 1{,}84x_2 - 6{,}46x_3 + 0{,}73x_4 + 2{,}88x_5 + 10{,}97x_6 + \cdots - 10{,}35x_{10} \geq 0$$

$$y_{71} + 12{,}12x_1 - 16{,}24x_2 - 4{,}20x_3 - 7{,}23x_4 - 6{,}58x_5 + 11{,}22x_6 + \cdots - 0{,}94x_{10} \geq 0$$
$$y_{72} + 4{,}45x_1 - 10{,}72x_2 + 9{,}05x_3 - 2{,}32x_4 + 3{,}45x_5 - 2{,}85x_6 + \cdots + 15{,}99x_{10} \geq 0$$
$$y_1 - 5{,}50x_1 + 1{,}50x_2 - 17{,}98x_3 + 2{,}57x_4 + 2{,}84x_5 - 9{,}81x_6 - \cdots - 15{,}33x_{10} \geq 0$$
$$y_2 - 0{,}17x_1 + 5{,}94x_2 + 3{,}35x_3 + 9{,}22x_4 + 5{,}04x_5 + 1{,}53x_6 - \cdots - 23{,}07x_{10} \geq 0$$
$$y_3 - 2{,}54x_1 - 9{,}83x_2 - 10{,}67x_3 + 8{,}64x_4 + 0{,}94x_5 - 4{,}79x_6 + \cdots - 6{,}69x_{10} \geq 0$$
$$y_4 + 2{,}97x_1 + 5{,}64x_2 + 2{,}55x_3 + 5{,}35x_4 - 3{,}43x_5 + 12{,}24x_6 + \cdots - 0{,}76x_{10} \geq 0$$

.

.

.

$$y_{69} + 1{,}81x_1 - 0{,}93x_2 - 2{,}14x_3 + 12{,}57x_4 - 0{,}50x_5 - 6{,}41x_6 + \cdots - 16{,}32x_{10} \geq 0$$
$$y_{70} + 6{,}63x_1 + 1{,}84x_2 + 6{,}46x_3 - 0{,}73x_4 - 2{,}88x_5 - 10{,}97x_6 + \cdots + 10{,}35x_{10} \geq 0$$
$$y_{71} - 12{,}12x_1 + 16{,}24x_2 + 4{,}20x_3 + 7{,}23x_4 + 6{,}58x_5 + 11{,}22x_6 + \cdots + 0{,}94x_{10} \geq 0$$
$$y_{72} - 4{,}45x_1 + 10{,}72x_2 - 9{,}05x_3 + 2{,}32x_4 - 3{,}45x_5 + 2{,}85x_6 + \cdots - 15{,}99x_{10} \geq 0$$

$$0{,}68x_1 + 3{,}74x_2 + 1{,}54x_3 + 1{,}35x_4 + \cdots + 2{,}93x_9 + 3{,}68x_{10} \geq 2{,}18 - 0{,}4 * x_{83}$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} = 1$$
$$x_{83} + x_{84} = 1$$
$$x_i \geq 0 \ ; j = 1, \ldots, 84$$

biçiminde modellenmiş olur. Bulanık doğrusal programlama problemi olarak modellenmiş problem WINQSP paket programı yardımıyla çözülmüş ve Tablo 3'de verilen sonuçlar elde edilmiştir.

Tablo 3. WINQSP Paket Programıyla Elde Edilen Sonuç Tablosu

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	0,1655	0	0	0	basic	-6.124,5140	1.467,7470
2	X2	0,1788	0	0	0	basic	-15.427,2200	3.321,0860
3	X3	0	0	0	82.647,2700	at bound	-82.647,2700	M
4	X4	0	0	0	40.398,0400	at bound	-40.398,0400	M
5	X5	0,5121	0	0	0	basic	-1.074,3050	4.107,9880
6	X6	0	0	0	30.181,0700	at bound	-30.181,0700	M
7	X7	0	0	0	188.082,8000	at bound	-188.082,8000	M
8	X8	0,0838	0	0	0	basic	-2.420,4310	27.418,6500
9	X9	0	0	0	36.628,0400	at bound	-36.628,0400	M
10	X10	0,0598	0	0	0	basic	-40.204,0900	2.765,7850

Tablo 3 ile verilen sonuçlara göre, yatırımcı 10 hisse senedi içinden sırasıyla x_1, x_2, x_5, x_8 ve x_{10} ile ifade edilen, Adana, Adel, Efes, Konya Çimento ve THY'ye yatırım yapmaktadır. Yatırım yapılan hisse senetleri ve yatırımdaki payları Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4. Portföye Dahil Edilmesi Gereken Hisse Senetleri Ve Yatırımdaki Payları

Karar Değişkenleri	**Karar Değişkenlerinin Temsil Ettiği Hisse Senetleri**	**Yatırımdaki Payları**
x_1	ADANA	0,1655
x_2	ADEL	0,1788
x_5	EFES	0,5121
x_8	KONYA ÇİMENTO	0,0838
x_{10}	THY	0,0598

Bu sonuçlara göre yatırımcı, toplam yatırımının % 0,1655' ini ADANA hisse senedine, ADEL hisse senedine toplam yatırımının % 0,1788' i kadar, EFES hisse senedine % 0,5121' ü kadar, KONYA ÇİMENTO hisse senedine yatırımının %0,0838' i kadar, THY hisse senedine ise toplam yatırımının %0,0598' si oranında yatırım yapmalıdır. Yatırımcının toplam yatırım miktarını temsil eden $M_0 = 1$ olarak alındığı için, bu 5 hisse senedine yapılan yatırımın oranları toplamının 1'e eşit olduğu da görülmektedir.

Tablo 5. δ^{-}ve α İle Gösterilen Karar Değişkenlerinin Değerleri

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit C(j)	Total Contribution
83	X83	1,0000	0	0
84	X84	0	-1,0000	0
	Objective	Function	(Min.) =	541.512,9000

α: Beklenen getiri oranının vazgeçilebilecek miktarının kullanılmama oranını,

δ^{-}:Beklenen getiri oranının vazgeçilebilecek miktarının kullanılma oranını göstermektedir.

Tablo 5'de verilen WINQSP sonuçlarına göre, beklenen getiri oranının vazgeçilebilecek miktarının kullanılmama oranını gösteren $\alpha = x_{84} = 0$ ve beklenen getiri oranının vazgeçilebilecek miktarının kullanılma oranını gösteren $\delta^{-} = x_{83} = 1$ olarak hesaplanmıştır.

$B = 0,4$; $\rho = 2,18$ olduğu hatırlanırsa;

-Amaç fonksiyonun değeri; 541.512,9 olarak ve

-Beklenen minimum aylık getiri oranı;

$$(\rho * M_0) - B * \delta^{-} = 2,18 * 1 - 0,4 * 1 = 1,78$$

olarak elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre yatırımcının, 10 tane hisse senedi içinden sadece 5 tanesine Tablo 4'de belirtilen oranlarda yatırım yapması önerilir. Geriye kalan hisse senetlerinin portföye dahil edilmesi getiri miktarına olumlu yönde bir katkı sağlamayacaktır. Tablo 3' de görüldüğü üzere, dahil edilmemesi gereken 5 hisse senedine ilişkin karar değişkeni değerleri 0 olarak hesaplanmıştır.

Beklenen getiriden vazgeçilebilecek miktarı gösteren B; 0,4 olarak belirlendiğinde $\delta^{-} = 1$ olarak hesaplanan vazgeçilebilecek miktarın kullanılma oranını temsil eden değerler altında 5 adet hisse senedi portföye dahil edilip, diğer 5 tanesi ise portföyün dışında tutulacaktır. $\delta^{-} = 1$ olarak hesaplanması da, beklenen getiriden vazgeçebileceğimiz miktar olarak belirlenen 0,4' ün tamamının kullanıldığını ifade etmektedir. Beklenen getiriden vazgeçilebilecek miktarın kullanılmama oranını gösteren $\alpha = 0$ olması da kullanılmayan kısmının olmadığını göstermektedir.

Elde edilen sonuçların klasik yöntemden elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılması amacı ile problemin klasik doğrusal programlama ile çözümüne ilişkin model;

$$Minimum \quad (y_1 + y_2 + \cdots + y_{72})/72$$

$$y_1 + 5,50x_1 - 1,50x_2 + 17,98x_3 - 2,57x_4 - 2,84x_5 + 9,81x_6 + \cdots + 15,33x_{10} \geq 0$$

$$y_2 + 0,17x_1 - 5,94x_2 - 3,35x_3 - 9,22x_4 - 5,04x_5 - 1,53x_6 + \cdots + 23,07x_{10} \geq 0$$

$$y_3 + 2,54x_1 + 9,83x_2 + 10,67x_3 - 8,64x_4 - 0,94x_5 + 4,79x_6 + \cdots + 6,69x_{10} \geq 0$$

$$y_4 - 2,97x_1 - 5,64x_2 - 2,55x_3 - 5,35x_4 + 3,43x_5 - 12,24x_6 + \cdots + 0,76x_{10} \geq 0$$

.

.

.

$$y_{69} - 1,81x_1 + 0,93x_2 + 2,14x_3 - 12,57x_4 + 0,50x_5 + 6,41x_6 + \cdots + 16,32x_{10} \geq 0$$

$$y_{70} - 6{,}63x_1 - 1{,}84x_2 - 6{,}46x_3 + 0{,}73x_4 + 2{,}88x_5 + 10{,}97x_6 + \cdots - 10{,}35x_{10} \quad \geq 0$$
$$y_{71} + 12{,}12x_1 - 16{,}24x_2 - 4{,}20x_3 - 7{,}23x_4 - 6{,}58x_5 + 11{,}22x_6 + \cdots - 0{,}94x_{10} \quad \geq 0$$
$$y_{72} + 4{,}45x_1 - 10{,}72x_2 + 9{,}05x_3 - 2{,}32x_4 + 3{,}45x_5 - 2{,}85x_6 + \cdots + 15{,}99x_{10} \quad \geq 0$$

$$y_1 - 5{,}50x_1 + 1{,}50x_2 - 17{,}98x_3 + 2{,}57x_4 + 2{,}84x_5 - 9{,}81x_6 - \cdots - 15{,}33x_{10} \geq 0$$
$$y_2 - 0{,}17x_1 + 5{,}94x_2 + 3{,}35x_3 + 9{,}22x_4 + 5{,}04x_5 + 1{,}53x_6 - \cdots - 23{,}07x_{10} \quad \geq 0$$
$$y_3 - 2{,}54x_1 - 9{,}83x_2 - 10{,}67x_3 + 8{,}64x_4 + 0{,}94x_5 - 4{,}79x_6 + \cdots - 6{,}69x_{10} \quad \geq 0$$
$$y_4 + 2{,}97x_1 + 5{,}64x_2 + 2{,}55x_3 + 5{,}35x_4 - 3{,}43x_5 + 12{,}24x_6 + \cdots - 0{,}76x_{10} \quad \geq 0$$

.

.

.

$$y_{69} + 1{,}81x_1 - 0{,}93x_2 - 2{,}14x_3 + 12{,}57x_4 - 0{,}50x_5 - 6{,}41x_6 + \cdots - 16{,}32x_{10} \quad \geq 0$$
$$y_{70} + 6{,}63x_1 + 1{,}84x_2 + 6{,}46x_3 - 0{,}73x_4 - 2{,}88x_5 - 10{,}97x_6 + \cdots + 10{,}35x_{10} \quad \geq 0$$
$$y_{71} - 12{,}12x_1 + 16{,}24x_2 + 4{,}20x_3 + 7{,}23x_4 + 6{,}58x_5 + 11{,}22x_6 + \cdots + 0{,}94x_{10} \quad \geq 0$$
$$y_{72} - 4{,}45x_1 + 10{,}72x_2 - 9{,}05x_3 + 2{,}32x_4 - 3{,}45x_5 + 2{,}85x_6 + \cdots - 15{,}99x_{10} \geq 0$$

$$0{,}68x_1 + 3{,}74x_2 + 1{,}54x_3 + 1{,}35x_4 + \cdots + 2{,}93x_9 + 3{,}68x_{10} \geq 2{,}18$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} = 1$$
$$x_i \geq 0 \ \ ; j = 1, \ldots, 82$$

biçiminde kurulur. Model WINQSP paket programında çözüldüğünde karar değişkenlerinin alacakları değerlere ilişkin sonuçlar Tablo 6 da, amaç fonksiyonunun aldığı değer ise Tablo 7 de yer almaktadır.

Tablo 6. WINQSP Paket Programıyla Elde Edilen KDPP Sonuç Tablosu

11-10-2014 21:19:38	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit C(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	0,3743	0	0	0	basic
2	X2	0	0	0	-336.926,5000	at bound
3	X3	0	0	0	4.389,9630	at bound
4	X4	0	0	0	-154.801,8000	at bound
5	X5	0	0	0	-436.507,9000	at bound
6	X6	0,1335	0	0	0	basic
7	X7	0	0	0	-31.108,1400	at bound
8	X8	0	0	0	-447.155,0000	at bound
9	X9	0,1202	0	0	0	basic
10	X10	0,3721	0	0	0	basic

Tablo 7. KDPP ile Elde Edilen Amaç Fonksiyonu Değeri

80	X80	371,8712	14,0000	5.206,1960
81	X81	487,5760	14,0000	6.826,0640
82	X82	644,2955	14,0000	9.020,1370
	Objective	Function	(Min.) =	745.980,3000

Amaç Fonksiyonu Değeri = 745.980,30 olarak hesaplanmıştır. Sonuç olarak, ADANA ÇİMENTO; % 37.43 oranında, ENKA; %13.35 oranında, MUTLU AKÜ; %12.02 ve THY ise %37.21 oranında payla portföye dahil edilmesi gereken hisse senetleri olarak elde edilmişlerdir sonuçlar ve Tablo 8 de yer almaktadır.

Tablo 8. Klasik Doğrusal Programlamaya Göre Portföye Dahil Edilecek Hisse senetleri

Karar Değişkenleri	**Karar Değişkenlerinin Temsil Ettiği Hisse Senetleri**	**Yatırımdaki Payları**
x_1	ADANA	0,3743
x_6	ENKA	0,1335
x_9	MUTLU AKÜ	0,1202
x_{10}	THY	0,3721

Bulanık doğrusal programlama ile elde edilen sonuçların kullanılabilirliğini irdeleyebilmek için daha kısa zaman dilimlerine (69 ve 66 aylık verilere) ilişkin çözümler klasik yaklaşım ve $A \cong 0.001$ ve $B = 0,4$ alındığı bulanık doğrusal programlama yaklaşımı ile çözümler edilmiştir.

İlk olarak 2012 yılının 10. ayına kadar olan döneme ilişkin 69 aylık veri kümesinin bulanık doğrusal programlama ile çözümünün elde edilmesi için model;

$$Minimum \quad -(0.001 * x_{81}) + (y_1 + y_2 + \cdots + y_{69})/69$$
$$y_1 - 2,85x_1 - 5,60x_2 - 2,18x_3 - 5,64x_4 + 3,30x_5 - 12,05x_6 + \cdots + 1,42x_{10} \geq 0$$
$$y_2 + 1,78x_1 + 3,90x_2 + 1,95x_3 - 1,64x_4 - 5,04x_5 + 2,28x_6 + \cdots + 1,94x_{10} \geq 0$$

.

.

.

$$y_{71} + 12{,}24x_1 - 16{,}20x_2 - 3{,}83x_3 - 7{,}52x_4 - 6{,}71x_5 + 11{,}41x_6 + \cdots - 0{,}28x_{10} \geq 0$$
$$y_{72} + 4{,}57x_1 - 10{,}68x_2 + 9{,}42x_3 - 2{,}61x_4 + 3{,}32x_5 - 2{,}66x_6 + \cdots + 16{,}65x_{10} \geq 0$$

$$y_1 + 2{,}85x_1 + 5{,}60x_2 + 2{,}18x_3 + 5{,}64x_4 - 3{,}30x_5 + 12{,}05x_6 + \cdots - 1{,}42x_{10} \geq 0$$
$$y_2 - 1{,}78x_1 - 3{,}90x_2 - 1{,}95x_3 + 1{,}64x_4 + 5{,}04x_5 - 2{,}28x_6 + \cdots - 1{,}94x_{10} \geq 0$$

.

.

.

$$y_{68} - 12{,}24x_1 + 16{,}20x_2 + 3{,}83x_3 + 7{,}52x_4 + 6{,}71x_5 - 11{,}41x_6 + \cdots + 0{,}28x_{10} \geq 0$$
$$y_{69} - 4{,}57x_1 + 10{,}68x_2 - 9{,}42x_3 + 2{,}61x_4 - 3{,}32x_5 + 2{,}66x_6 + \cdots - 16{,}65x_{10} \geq 0$$
$$0{,}56x_1 + 3{,}70x_2 + 1{,}17x_3 + 1{,}64x_4 + \cdots + 3{,}02x_{10} \geq 2{,}08 - 0{,}4 * x_{80}$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} = 1$$
$$x_{80} + x_{81} = 1$$
$$x_i \geq 0 \;\; ; j = 1, \ldots, 81$$

biçiminde kurulmuş ve çözüm ile elde edilen sonuçlar Tablo 9 ve Tablo 10’da verilmiştir.

Tablo 9. 69 Aylık Veri için BDPP İle Elde Edilen Sonuç Tablosu

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	0	0	0	-5.106,7960	at bound	M	M
2	X2	0	0	0	-112,9643	at bound	M	M
3	X3	0,6540	0	0	0	basic	-83,9061	-M
4	X4	0,1232	0	0	0	basic	M	-M
5	X5	0	0	0	-5.150,7580	at bound	M	M
6	X6	0	0	0	-2.667,3850	at bound	M	M
7	X7	0	0	0	-1.382,1820	at bound	-M	M
8	X8	0,1333	0	0	0	basic	M	-M
9	X9	0	0	0	2.417,5450	at bound	M	M
10	X10	0,0895	0	0	0	basic	M	-M

Tablo 10. δ^{-}ve α İle Gösterilen Karar Değişkenlerinin Değerleri

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit C(j)	Total Contribution
80	X80	1,0000	0	0
81	X81	0	-1,0000	0
	Objective	Function	(Min.) =	7.915,1510

Tablo 9 ile verilen sonuçlara göre, yatırımcı 10 hisse senedi içinden x_3, x_4, x_8 ve x_{10} ile ifade edilen, AKÇASA, DARDANEL, KONYA ÇİMENTO ve THY'ye sırasıyla %65.4, %12.32, %13.33 ve %0.89 oranlarında yatırım yapmalıdır. Yatırımların belirlenen oranlarda yapılması sonucu amaç fonksiyonunun değeri 7915.1510 olarak elde edilmiştir.

69 aylık döneme ilişkin veri için, bulanıklık göz önünde bulundurulmadan klasik doğrusal programlama ile çözümünde ele alınacak model ise

$$Minimum \quad (y_1 + y_2 + \cdots + y_{69})/69$$

$$y_1 - 2,85x_1 - 5,60x_2 - 2,18x_3 - 5,64x_4 + 3,30x_5 - 12,05x_6 + \cdots + 1,42x_{10} \geq 0$$

$$y_2 + 1,78x_1 + 3,90x_2 + 1,95x_3 - 1,64x_4 - 5,04x_5 + 2,28x_6 + \cdots + 1,94x_{10} \geq 0$$

.

.

.

$$y_{71} + 12,24x_1 - 16,20x_2 - 3,83x_3 - 7,52x_4 - 6,71x_5 + 11,41x_6 + \cdots - 0,28x_{10} \geq 0$$

$$y_{72} + 4,57x_1 - 10,68x_2 + 9,42x_3 - 2,61x_4 + 3,32x_5 - 2,66x_6 + \cdots + 16,65x_{10} \geq 0$$

$$y_1 + 2,85x_1 + 5,60x_2 + 2,18x_3 + 5,64x_4 - 3,30x_5 + 12,05x_6 + \cdots - 1,42x_{10} \geq 0$$

$$y_2 - 1,78x_1 - 3,90x_2 - 1,95x_3 + 1,64x_4 + 5,04x_5 - 2,28x_6 + \cdots - 1,94x_{10} \geq 0$$

.

.

.

$$y_{68} - 12,24x_1 + 16,20x_2 + 3,83x_3 + 7,52x_4 + 6,71x_5 - 11,41x_6 + \cdots + 0,28x_{10} \geq 0$$

$$y_{69} - 4,57x_1 + 10,68x_2 - 9,42x_3 + 2,61x_4 - 3,32x_5 + 2,66x_6 + \cdots - 16,65x_{10} \geq 0$$

$$0,56x_1 + 3,70x_2 + 1,17x_3 + 1,64x_4 + \cdots + 3,02x_{10} \geq 2,08$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} = 1$$

$$x_i \geq 0 \ ; j = 1, \ldots, 79$$

biçiminde kurulmuş ve bu model, WINQSP yardımıyla çözülerek elde edilen sonuçlar Tablo 11 ve Tablo 12'de verilmiştir.

Tablo 11. 69 Aylık Veri için Klasik DPP İle Elde Edilen Sonuç Tablosu

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	0	0	0	-12.809,8200	at bound
2	X2	0	0	0	-1.266,4340	at bound
3	X3	0	0	0	-9.110,2450	at bound
4	X4	0,7381	0	0	0	basic
5	X5	0	0	0	-9.253,9590	at bound
6	X6	0	0	0	-8.937,0590	at bound
7	X7	0	0	0	-9.104,5720	at bound
8	X8	0,2619	0	0	0	basic
9	X9	0	0	0	-1.649,8930	at bound
10	X10	0	0	0	-5.412,8390	at bound

Tablo 12. 69 Aylık Veri için Klasik DPP İle Elde Edilen Amaç Fonksiyonu Değeri

77	X77	2,4279	14,0000	33,9900
78	X78	4,9743	14,0000	69,6400
79	X79	3,1521	14,0000	44,1300
	Objective	Function	(Min.) =	10.728,4100

Amaç Fonksiyonun Değeri = 10.728,41 olarak hesaplanmıştır. Klasik doğrusal programlama ile elde edilen çözüme göre, 69 aylık veri kümesi ele alındığında yatırımcının portföye dahil etmesi gereken 2 adet hisse senedi mevcuttur. Yatırımcı, %73.81 oranla DARDAEL hisse senedine, %26.19 oranla da KONYA ÇİMENTO hisselerine portföyünde yer vermelidir.

İkinci olarak 2012 yılının 7. ayına kadar olan döneme ilişkin 66 aylık veri kümesinin bulanık doğrusal programlama ile çözümünün elde edilmesi için model;

$$Minimum \quad -(0.001 * x_{78}) + (y_1 + y_2 + \cdots + y_{66})/66$$

$$y_1 - 1{,}14x_1 + 3{,}76x_2 + 0{,}60x_3 - 19{,}57x_4 + 5{,}99x_5 + 19{,}15x_6 + \cdots + 23{,}29x_{10} \geq 0$$

$$y_2 - 8{,}06x_1 - 19{,}91x_2 - 10{,}06x_3 - 5{,}58x_4 - 13{,}27x_5 - 18{,}29x_6 + \cdots - 9{,}22x_{10} \geq 0$$

.

.

.

$$y_{65} + 12{,}25x_1 - 16{,}29x_2 - 3{,}75x_3 - 7{,}76x_4 - 6{,}57x_5 + 11{,}25x_6 + \cdots - 0{,}16x_{10} \geq 0$$

$$y_{66} + 4{,}57x_1 - 10{,}68x_2 + 9{,}42x_3 - 2{,}61x_4 + 3{,}32x_5 - 2{,}66x_6 + \cdots + 16{,}65x_{10} \geq 0$$

$$y_1 + 1{,}14x_1 - 3{,}76x_2 - 0{,}60x_3 + 19{,}57x_4 - 5{,}99x_5 - 19{,}15x_6 + \cdots - 23{,}29x_{10} \geq 0$$

$$y_2 + 8{,}06x_1 + 19{,}91x_2 + 10{,}06x_3 + 5{,}58x_4 + 13{,}27x_5 + 18{,}29x_6 + \cdots + 9{,}22x_{10} \geq 0$$

.

.

.

$$y_{65} - 12{,}25x_1 + 16{,}29x_2 + 3{,}75x_3 + 7{,}76x_4 + 6{,}57x_5 - 11{,}25x_6 + \cdots + 0{,}16x_{10} \geq 0$$
$$y_{66} - 4{,}57x_1 + 10{,}68x_2 - 9{,}42x_3 + 2{,}61x_4 - 3{,}32x_5 + 2{,}66x_6 + \cdots - 16{,}65x_{10} \geq 0$$
$$0{,}55x_1 + 3{,}79x_2 + 1{,}09x_3 + 1{,}88x_4 + \cdots + 2{,}90x_{10} \geq 2{,}12 - 0{,}4 * x_{77}$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} = 1$$
$$x_{77} + x_{78} = 1$$
$$x_i \geq 0 \;\; ; j = 1, \ldots, 78$$

biçiminde kurulmuş ve çözüm ile elde edilen sonuçlar Tablo 13 ve Tablo 14'de verilmiştir.

Tablo 13. 66 Aylık Veri için BDPP İle Çözümünden Elde Edilen Sonuç Tablosu

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost
1	X1	0,1987	0	0	0
2	X2	0,2405	0	0	0
3	X3	0	0	0	187,4266
4	X4	0	0	0	110,6681
5	X5	0,4931	0	0	0
6	X6	0	0	0	13,6212
7	X7	0	0	0	208,9381
8	X8	0,0537	0	0	0
9	X9	0	0	0	31,6084
10	X10	0,0141	0	0	0

Tablo 14. δ^{-}ve α İle Gösterilen Karar Değişkenlerinin Değerleri

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit C(j)	Total Contribution
77	X77	1,0000	0	0
78	X78	0	-1,0000	0
	Objective	Function	(Min.) =	542,5826

Tablo 13 ile verilen sonuçlara göre, yatırımcı 10 hisse senedi içinden x_1, x_2, x_5, x_8 ve x_{10} ile ifade edilen, ADANA, ADEL, EFES, KONYA ÇİMENTO ve THY'ye sırasıyla %19.87, %24.05, %49.31, %0.537 ve %0.141 oranlarında yatırım yapmalıdır. Yatırımların belirlenen oranlarda yapılması sonucu amaç fonksiyonunun değeri 542.5826 olarak elde edilmiştir.

66 aylık döneme ilişkin veriler için, bulanıklık göz önünde bulundurulmadan klasik doğrusal programlama ile çözümünde ele alınacak model ise;

$$Minimum \quad (y_1 + y_2 + \cdots + y_{66})/66$$

$$y_1 - 1{,}14x_1 + 3{,}76x_2 + 0{,}60x_3 - 19{,}57x_4 + 5{,}99x_5 + 19{,}15x_6 + \cdots + 23{,}29x_{10} \geq 0$$

$$y_2 - 8{,}06x_1 - 19{,}91x_2 - 10{,}06x_3 - 5{,}58x_4 - 13{,}27x_5 - 18{,}29x_6 + \cdots - 9{,}22x_{10} \quad \geq 0$$

.

.

.

$$y_{65} + 12{,}25x_1 - 16{,}29x_2 - 3{,}75x_3 - 7{,}76x_4 - 6{,}57x_5 + 11{,}25x_6 + \cdots - 0{,}16x_{10} \geq 0$$

$$y_{66} + 4{,}57x_1 - 10{,}68x_2 + 9{,}42x_3 - 2{,}61x_4 + 3{,}32x_5 - 2{,}66x_6 + \cdots + 16{,}65x_{10} \geq 0$$

$$y_1 + 1{,}14x_1 - 3{,}76x_2 - 0{,}60x_3 + 19{,}57x_4 - 5{,}99x_5 - 19{,}15x_6 + \cdots - 23{,}29x_{10} \geq 0$$

$$y_2 + 8{,}06x_1 + 19{,}91x_2 + 10{,}06x_3 + 5{,}58x_4 + 13{,}27x_5 + 18{,}29x_6 + \cdots + 9{,}22x_{10} \quad \geq 0$$

.

.

.

$$y_{65} - 12{,}25x_1 + 16{,}29x_2 + 3{,}75x_3 + 7{,}76x_4 + 6{,}57x_5 - 11{,}25x_6 + \cdots + 0{,}16x_{10} \geq 0$$

$$y_{66} - 4{,}57x_1 + 10{,}68x_2 - 9{,}42x_3 + 2{,}61x_4 - 3{,}32x_5 + 2{,}66x_6 + \cdots - 16{,}65x_{10} \geq 0$$

$$0{,}55x_1 + 3{,}79x_2 + 1{,}09x_3 + 1{,}88x_4 + \cdots + 2{,}90x_{10} \geq 2{,}12$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} = 1$$

$$x_i \geq 0 \ \ ; j = 1, \ldots, 76$$

biçiminde kurulmuş ve çözüm ile elde edilen sonuçlar Tablo 15 ve Tablo 16'de verilmiştir.

Tablo 15. 66 Aylık Veri için Klasik DPP İle Çözümünden Elde Edilen Sonuç Tablosu

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	0,1822	0	0	0	basic
2	X2	0,2443	0	0	0	basic
3	X3	0	0	0	187,4266	at bound
4	X4	0	0	0	110,6682	at bound
5	X5	0,4961	0	0	0	basic
6	X6	0	0	0	13,6213	at bound
7	X7	0	0	0	208,9383	at bound
8	X8	0,0563	0	0	0	basic
9	X9	0	0	0	31,6084	at bound
10	X10	0,0212	0	0	0	basic

Tablo 16. 66 Aylık Veri için Klasik DPP İle Çözümden Elde Edilen Amaç Fonksiyonu

74	X74	0,1019	15,0000	1,5284
75	X75	0,4898	15,0000	7,3470
76	X76	0	15,0000	0
	Objective	Function	(Min.) =	543,6848

Amaç Fonksiyonu Değeri = 543,6848 olarak hesaplanmıştır. Tablo 15 ‘ e göre, yatırımcı 5 adet hisse senedine yatırım yapmalıdır. Bunlardan, ADANA ÇİMENTO’ ya % 0,1822 oranında, ADEL’ e % 0,2443 oranında, EFES’ e % 0,4961 oranında, KONYA ÇİMENTO’ ya % 0,0563 oranında ve THY hisselerine % 0,0212 oranında yatırım yapılması gerektiğini göstermektedir.

72, 69 ve 66 aylık dönemleri içeren verilere ilişkin Bulanık ve Klasik doğrusal programlama yaklaşımlarından elde edilen sonuçlar özet olarak Tablo 17’de verilmiştir. Tablodan da izlenebileceği gibi her yaklaşım farklı portföylere ulaşılmasını sağlamıştır. Amaç fonksiyonunun, değişimi minimum olan hisse senetlerinin portföye alınmasını sağlayacak biçimde oluşturulduğu, bulanık ve klasik yaklaşımlarda amaç fonksiyonu değerleri yine Tablo 17 de elde edildiği gibidir ve bulanık doğrusal programlama ile elde edilen amaç fonksiyonu değerlerinin klasik doğrusal programlama ile elde edilen amaç fonksiyonu değerlerinden daha küçük olduğu izlenmektedir.

Tablo 17. Klasik DPP ile Bulanık DPP’den Elde Edilen Sonuçlar

Ay Bazında Kullanılan Veri Kümesi	**Bulanık DPP ile elde edilen sonuçlar**			**Klasik DPP ile elde edilen sonuçlar**		
	Beklenen Minimum Aylık Getiri Oranı	**Amaç Fonksiyonu Değeri**	**Portföye Dahil Edilecek Hisse Senetleri**	**Beklenen Minimum Aylık Getiri Oranı**	**Amaç Fonksiyonu Değeri**	**Portföye Dahil Edilecek Hisse Senetleri**
72 Aylık Veri	1,78	541.512,9	1,2,5,8,10	2.18	745.980,3	1,6,9,10
69 Aylık Veri	1,68	7.915,151	3,4,8,10	2.08	10.728,41	4,8
66 Aylık Veri	1,72	542,582	1,2,5,8,10	2.12	543,68	1,2,5,8,10

3. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, portföy yönetiminin önemli bir aşaması olan, optimal portföy oluşturma süreci bulanık mantık çerçevesinde incelenmiştir. Portföy oluşturma sürecinde karar vermede kullanılan birçok yöntem geliştirilmiştir. Ancak bu çalışmada, Markowitz'in karesel yapılı olan ve standart sapmanın risk fonksiyonu olarak tanımlandığı yönteminden daha kolay çözülebilen, Konno - Yamazaki ' nin doğrusal yapılı olan mutlak sapma risk fonksiyonu olarak tanımlanan L_1 modeli kullanılmıştır. Çalışma, beklenen getirinin bir kısmının bulanık olduğu düşünülerek ve bu beklenen getirinin en azından kabul edilebilir bir kısmından vazgeçilebileceği varsayımı ile bulanık mantığa uygun halde modellenerek çözüme ulaşılmıştır.

Modelde kullanılan amaç fonksiyonunda riskin minimize edilmesi amaçlanmıştır. Bunun için de, belli bir dönemdeki herhangi bir hisse senedinin aylık getirisi ile ilgili hisse senedinin ortalama getirisinin farkının mutlak değeri alınarak elde edilen değer, 72 ay ve 10 hisse senedi için tekrarlanarak, risk olarak ifade edilen karar değişkenlerinin katsayıları hesaplanmıştır.

Modelimizin kısıtlarından birisi, ortalama getirilerden oluşan sapmaların yer aldığı kısıttır. Bulanıklık çerçevesinde hiçbir değişiklik yapmadan kullanılmıştır.

Diğer bir zorunlu kısıt da, her bir hisse senedinin yatırım payı ile ortalama getirilerinin çarpımlarının, beklenen getiriye eşit veya büyük olmasını gerektiren kısıttır. Bulanık mantıkla çözüm yapılırken, vazgeçilebilecek beklenen getiri oranı δ^- , eşitliğin sağ tarafına ilave edilmiştir.

Sonuç olarak, riski seven yatırımcılar yaptıkları yatırımlarından dolayı yüksek getiri hedefleyerek, bundan kaynaklanacak riske de katlanmak zorundadırlar. Ancak riske karşı biraz duyarlı olan yatırımcılar, yatırımlarından dolayı bekledikleri getirilerini bir birim eksiltmekle katlanacakları risk oranını da azaltmaktadırlar. Bu açıdan risk karşısında duyarlı olan yatırımcıların bulanık mantık çerçevesinde hareket etmeleri kendileri açısından daha uygun olacaktır.

4. KAYNAKLAR

Bekçi, İ., Eroğlu A. ve Usul H., 2001, Portföy Seçimi Problemine Bulanık Mantık Yaklaşımı, Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 6, 89-107.

Bekçi, İ., 2001, Optimal Portföy Oluşturulmasında Bulanık Doğrusal Programlama Modeli ve İMKB' De Bir Uygulama, Doktora Tezi, SDÜ, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Isparta.

Bekçioğlu, S., 1984, Portföy Yaklaşımları ve Markowitz Portföy Yaklaşımının Türk Pay Senedi Piyasasına Uygulanması, Ankara.

Bellman, R.E., Zadeh, L.A., 1970, Decision–Making in a Fuzzy Environment, Management Science, 17, 4, 141-164, U.S.A.

Berk, N., 1995, Finansal Yönetim, Türkmen Kitabevi, 2, İstanbul, 211.

borsaistanbul.com/ , İMKB Pay Piyasası Verileri, 16 Eylül 2014.

Bozdağ, N., 2008, Türe, H., Bulanık Doğrusal Programlama Ve İMKB Üzerinde Bir Uygulama, Gazi Üniversitesi İktisadi Ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi , 10.1, 1-18,

Ceylan Ali - Korkmaz Turhan, 1998, Borsada Uygulamalı Portföy Yönetimi Ekin Kitabevi Yayınları, 3, Bursa.

Ching, Young, 1992, Fuzzy Mathematical Programming, U.S.A., 217-22

Coşkunırmak, Y., 2010, Bulanık Doğrusal Programlama ve Yerel Yönetimlerde Bir Bulanık Hedef Programlama Uygulaması, Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana.

Delgado, M, Verdegay, J.L., Vila, M.A., 1989, A General Model For Fuzzy Linear Programming, Fuzzy Sets And Systems, 29, North – Holland, 21-29.

Demiguel, V., Nogales, F. C., 2009, Portfolio Selection With Robust Estimation, Operation Research, 57,3, 560-577.

Demirtaş, Ö., Güngör, Z., 2004, Portföy Yönetimi Ve Portföy Seçimine Yönelik Uygulama, Havacılık Ve Uzay Teknolojileri Dergisi, 1, 4, 103-109.

Dombi, J., 1990, Membership Functions As An Evalution, Fuzzy Sets And Systems 35, 1-21.

Elmas, Ç., 2003, Bulanık Mantık Denetleyicileri, Seçkin Yayıncılık, Ankara.

Erbay, Dalkılıç., T., 2005, Switching Regresyon'da Bulanık Sinir Ağları Yaklaşımı ile Parametre Tahmini, Doktora Tezi, Ankara Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Eroğlu, G., 2006, Portföy Analizinde Bulanık Programlama,Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Francis Clark J., 1976, Investment Analysis and Management, Mc. Graw – Hill Book Company, New York.

Francis Clark J., 1988, Management of Investment, Second Edition, Mc. Graw – Hill Book Company, New York.

Gülcan, B., 2012, Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Bisküvi İşletmesinde Optimum Ürün Formülü Oluşturma, Yüksek Lisans Tezi, Karamanoğlu Mehmet Bey Üniversitesi, Karaman.

Karan, T., 2014, Çoklu Doğrusal Regresyon Modeli İçin Bulanık Üyelik Fonksiyonuna Dayalı Parametre Tahmini, Yüksek Lisans Tezi, KTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü Trabzon.

Konno, H., 1990, Piecewise Linear Risk Function And Portfolio Optimization, Journal Of The Operations Reasearch Society of Japan,33, 2, 139-155.

Konno, H. ve Wıjayanayake, A., 1999 Mean Absolute Deviation Portfolio Optimization Model Under Transaction Costs , Journal of The Operation Research Society of Japan, December.

Konno, H. , Koshızuka, T., 2007, Mean Absolute Deviation Model, Department of Industrial And Systems Engineering, Chuo University, 1.

Konno, H. ve Yamazaki, H., 1991, Mean Absolute Deviation Portfolio Optimization Model And Its Applıcatıon to Tokyo Stock Market, Management Science .

Klır, Goerge J. ve Yuan Bo, 1995, Fuzzy Sets and Fuzzy Logic Theory And Applications, New Jersey.

Lai, Y., Hwang, C., 1992, Fuzzy Mathematical Programming, Springer – Verlag, 301., Germany.

Liu, H.W., 2011, Linear Programming for Portfolio Selection Based on Fuzzy Decision-Making Theory, The Tenth International Symposium on Operations Research and Its Applications ,ISORA, Dunhuang, China, August 28–31.

Markowitz, H., 1990, " Foundatıon Of Portfolıo Theory, Nobel Lecture, USA.

Markowitz , H., 1952, " Portfolio Selection" , The Journal Of Finance ,Yayın No:1, U.S.A.

Miran, B., 2005, Uygulamalı İşletme Planlaması., 341 , İzmir.

Özçam Mustafa, 1997, Varlık Fiyatlama Modelleri Aracılığıyla Dinamik Portföy Yönetimi,Sermaye Piyasası Yayınları, 104, Ankara.

Özkan, M. M., 2003, Bulanık Hedef Programlama, Ekin Kitabevi, Bursa, 89-93.

Öztürk Ahmet, 1997, Yöneylem Araştırması, V. Baskı, Ekin Kitabevi Yayınları, Bursa, 113-157

Pogue, G., 1970, An Extension of The Markowitz Portfolio Selection Model to İnclude Variable Transactions Costs, Short Sales, Leverage Policies and Taxes, Journal of Finance 25, 5,1005-1027

Sharpe, W.F, 1963, A Simplified Model For Portfolio Analysis, Institute For Operations Research and The Management Science, 2, 277-293.

Sharpe W. F., 1967, " A Linear Programming Algorithm For Mutual Fund Portfolio Selection", Management Science, 13, 7.

Sucu, M., 1996, Doğrusal Programlama, Bizim Büro Basımevi, 207, Ankara.

Tuncel, S. Ö., 1997, Bulanık Doğrusal Programlama, Yüksek Lisans Tezi Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Wang, L., 1962, A Course In Fuzzy Systems and Control.

Yılmaz, Ö.F., 1998, Bulanık Doğrusal Programlama ile Asgari Ücretin Belirlenmesi, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Zhao, R. V.,1992, The Complete Decision Set of the Generalized Symmetrical Fuzzy Linear Programming. Fuzzy Sets and Systems.

Zhou, X.Y., Li, D., 2000, Continuous– Time Mean – Variance Portfolio Selection, Applied Mathematics Optimization, 42, 19.

Zimmermann, H. J., 1976, Description and Optimization of Fuzzy Systems, International Journal Of General Systems, 2, 209 – 216.

Zimmermann, H. J., 1978, Fuzzy Programming and Linear Programming With Several Objective Functions, Fuzzy Sets And Systems, 1, North – Holland, 45 – 55.

Zimmermann, H. J., 1983, Fuzzy Mathematical Programmimg, Computers And Operations Research, 10, 291-298.

Zimmermann, H. J., 1983, Using Fuzzy Sets In Operational Research, European Journal Of Operational Research, 13, 201 – 216.

ÖZGEÇMİŞ

Tuğba GÜL, 18 Haziran 1988 tarihinde Kadıköy'de doğdu. İlköğrenimini Mareşal Fevzi Çakmak İlkokulu'nda, ortaöğrenimini Cumhuriyet İlköğretim Okulu'nda, lise öğrenimini Tevfik Serdar Anadolu Lisesi'nde tamamladı. 2006 öğretim yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, İstatistik ve Bilgisayar Bilimleri Bölümü'ne yerleşti. 2007-2008 öğretim yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi, İktisadi İdari Bilimler Fakültesi, İşletme Bölümü'nde Çift Ana Dal eğitimine başladı. 2010 yılında her iki bölümden de mezun olduktan sonra devam eden öğretim yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi İstatistik ve Bilgisayar Bilimleri bölümde tezli yüksek lisans programına dahil oldu. Yine aynı yıl, Bilişim Teknolojileri Öğretmenliği Pedagojik Formasyon eğitimini tamamladı. 2011 yılında Türkiye İş Bankası A.Ş.' de çalışmaya başladı ve halen bu görevine devam etmektedir.