

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İSTATİSTİK VE BİLGİSAYAR BİLİMLERİ ANABİLİM DALI**

**ZAMAN SERİLERİNDE KOİNTEGRASYON VE YAPISAL KIRILMA  
ANALİZLERİ ÜZERİNE BAZI UYGULAMALAR**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Fatma Gül AKGÜL**

**HAZİRAN 2011  
TRABZON**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İSTATİSTİK VE BİLGİSAYAR BİLİMLERİ ANABİLİM DALI**

**ZAMAN SERİLERİNDE KOİNTEGRASYON VE YAPISAL KIRILMA**  
**ANALİZLERİ ÜZERİNE BAZI UYGULAMALAR**

**Fatma Gül AKGÜL**

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde**  
**“YÜKSEK LİSANS (İSTATİSTİK)”**  
**Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 27/05/2011**  
**Tezin Savunma Tarihi : 20/06/2011**

**Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Zafer KÜÇÜK**

**Trabzon 2011**

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**  
**İstatistik ve Bilgisayar Bilimleri Anabilim Dalında**  
**Fatma Gül AKGÜL tarafından hazırlanan**

**ZAMAN SERİLERİNDE KOİNTEGRASYON VE YAPISAL KIRILMA**  
**ANALİZLERİ ÜZERİNE BAZI UYGULAMALAR**

**başlıklı bu çalışma, Enstitü Yönetim Kurulunun 31/05/2011 gün ve 1407/1 sayılı**  
**kararıyla oluşturulan jüri tarafından 20/06/2011 tarihinde yapılan sınavda**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**  
**olarak kabul edilmiştir.**

**Jüri Üyeleri**

**Başkan :Prof. Dr. Hilmi ZENGİN** .....

**Üye :Doç. Dr. Türkan ERBAY DALKILIÇ** .....

**Üye :Yrd. Doç. Dr. Zafer KÜÇÜK** .....

**Prof. Dr. Sadettin KORKMAZ**  
**Enstitü Müdürü**

## ÖNSÖZ

Bu tez çalışmasında zaman serisi ile ilgili temel kavramlar, kointegrasyon ve yapısal kırılma analizleri incelenmiş ve bu analizler üzerine uygulamalar yapılmıştır.

Öncelikle çalışmalarında bilgi ve yardımını esirgemeyen Karadeniz Teknik Üniversitesi, İstatistik ve Bilgisayar Bilimleri bölümü öğretim üyesi danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Zafer KÜÇÜK'e teşekkür ederim.

Öğrenim hayatım süresince her zaman yanımda olan ve desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Fatma Gül AKGÜL

Trabzon 2011

## **TEZ BEYANNAMESİ**

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Zaman Serilerinde Kointegrasyon ve Yapısal Kırılma Analizleri Üzerine Bazı Uygulamalar” başlıklı bu çalışmayı baştan sona kadar danışmanım Yrd. Doç. Dr. Zafer KÜÇÜK’ ün sorumluluğunda tamamladığımı, verileri kendim topladığımı, analizleri ilgili laboratuvarlarda yaptığımı, başka kaynaklardan aldığım bilgileri metinde ve kaynakçada eksiksiz olarak gösterdiğimi, çalışma sürecinde bilimsel araştırma ve etik kurallara uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim. 27/05/2011

Fatma Gül AKGÜL

## İÇİNDEKİLER

### Sayfa No

ÖNSÖZ.....	III
TEZ BEYANNAMESİ.....	IV
İÇİNDEKİLER.....	V
ÖZET.....	VII
SUMMARY .....	VIII
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	IX
TABLolar DİZİNİ.....	X
SEMBOLLER DİZİNİ .....	XI
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Zaman Serilerine İlişkin Temel Kavramlar.....	3
1.1.1. Zaman Serileri .....	3
1.1.2. Durağanlık .....	3
1.1.3. Otokovaryans, Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu .....	5
1.1.4. Vektör Zaman Serileri .....	7
1.2. Durağan Zaman Serisi Modelleri .....	9
1.2.1. Hareketli Ortalama (MA) Zaman Serileri .....	9
1.2.2. Otoregresif (AR) Zaman Serileri.....	12
1.2.3. Otoregresif Hareketli Ortalama (ARMA) Zaman Serileri .....	15
1.2.4. Mevsimsel Zaman Serileri.....	17
1.3. Durağan Olmayan Zaman Serileri.....	18
1.4. Birim Köklü Seriler ve Trend.....	20
1.5. Birim Kök Testleri.....	21
1.5.1. Dickey-Fuller (DF) Birim Kök Test Yöntemi.....	22
1.5.2. Arttırılmış Dickey-Fuller (ADF) Birim Kök Test Yöntemi.....	25
1.5.3. Phillips-Perron (PP) Birim Kök Test Yöntemi.....	27
1.6. Model Belirleme Kriterleri .....	28
1.6.1. Akaike Bilgi Kriteri (AIC) .....	29
1.6.2. Schwartz Bayesian Bilgi Kriteri (SBC).....	30
1.6.3. Sonlu Hata Kestirim Kriteri (FPE).....	30

1.6.4.	Parzen'in CAT Kriteri .....	31
1.6.5.	Standart Belirtme Katsayısı- $R^2$ .....	31
2.	YAPISAL KIRILMA VE KOİTEGRASYON ANALİZİ .....	33
2.1.	Yapısal Kırılma Analizi.....	33
2.1.1.	Perron (1989) Yaklaşımı .....	33
2.1.2.	Zivot-Andrews (1992) Yaklaşımı .....	43
2.1.3.	Perron (1997) Yaklaşımı .....	45
2.2.	Çok Değişkenli Zaman Serileri ve Kointegrasyon Analizi .....	48
2.2.1.	Vektör Otoregresif Seriler (VAR Modelleri) .....	49
2.3.	Kointegrasyon (Eşbütünleşme) Kavramı ve Yöntemleri .....	50
2.3.1.	Engle ve Granger Yöntemi.....	50
2.3.2.	Johansen Yöntemi .....	54
3.	YAPILAN ÇALIŞMALAR VE BULGULAR .....	56
3.1.	2008 Küresel Ekonomik Krizi.....	56
3.2.	Dolar Kuru Serisi İçin Yapısal Kırılma Analizi.....	58
3.3.	Dolar, Euro ve Sterlin Serileri İçin Kointegrasyon Analizi .....	65
4.	SONUÇLAR .....	75
5.	KAYNAKLAR.....	76
6.	EKLER .....	79
ÖZGEÇMİŞ		

Yüksek Lisans Tezi

ÖZET

ZAMAN SERİLERİNDE KOİNTEGRASYON ve YAPISAL KIRILMA ANALİZLERİ  
ÜZERİNE BAZI UYGULAMALAR

Fatma Gül AKGÜL

Karadeniz Teknik Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Zafer KÜÇÜK  
2011, 78 Sayfa, Ek 8 Sayfa

Zaman serisi, ilgilenilen bir büyüklüğün zaman içerisinde sıralanmış ölçütlerinin bir kümesidir. Bu tez çalışmasında da zaman serileri hakkında bilgiler verilmiş bazı uygulamalar yapılmıştır. İlk bölümde zaman serilerine yönelik temel kavramlar, durağanlık, birim kök testleri ve model belirleme kriterlerinden bahsedilmiştir. İkinci bölümde yapısal kırılma ve kointegrasyon testlerine değinilmiştir. Üçüncü bölümde ise 2005:01-2010:12 dönemleri arasında Dolar kuru verilerinin durağanlık analizi yapılarak, durağan olmamasının yapısal kırılmadan kaynaklanıp kaynaklanmadığı araştırılmıştır. Yapısal kırılma analizi için Perron (1989), Zivot Andrews (1992) ve Perron (1997) yaklaşımları kullanılmıştır. Ayrıca 2004:01-2009:12 dönemleri arasında Dolar, Euro ve Sterlin kuru verileri arasındaki ilişkinin istikrarlılığı aylık veriler kullanılarak incelenmiştir. Veriler arasında ilişki olup olmadığı Engle-Granger ve Johansen yöntemleri kullanılarak araştırılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Birim Kökler, Kointegrasyon ve Yapısal Kırılma.



Master Thesis

SUMMARY

SOME APPLICATIONS ABOUT COINTEGRATION and STRUCTURAL BREAK  
ANALYSIS IN TIME SERIES

Fatma Gül AKGÜL

Karadeniz Technical University  
The Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Statistic Graduate Program

Supervisor: Ass. Prof. Dr. Zafer KÜÇÜK  
2011, 78 Pages, 8 Pages Appendix

Time series is a set of measurements which taken at regular intervals over period of time. Overall, this thesis tried to give information about time series and also make applications related to it. In the first chapter, basic concept of time series, stationary, unit tests and model selection criteria are explained. In the second part, the structural break tests and cointegration were studied. In the third part, between 2005:01-2010:12 periods, the dollar rate data's stationarity were analyzed and with its results, its nonstationarity were investigated whether caused structural break or not. For analysing structural break, Perron (1989), Zivot Andrews (1992) and Perron (1997) approaches were used. In addition, during the periods 2004:01-2009:12, the stability of relations between Dollar, Euro and Sterling rate data were analyzed by using monthly data. Whether the data have relationship among each other or not were seek by cointegration analysis and to this end, Engle-Granger and Johansen methods were used.

**Key Words:** Unit Root, Cointegration, Structural Break

## ŞEKİLLER DİZİNİ

### Sayfa No

Şekil 1.1. $X_t = e_t + 0.8e_{t-1} + 0.5e_{t-2}$ serisinin ACF ve PACF grafikleri .....	12
Şekil 1.2. $X_t = 1.1X_{t-1} - 0.24X_{t-2} + e_t$ serisinin ACF ve PACF grafikleri .....	15
Şekil 1.3. $X_t = 1.2X_{t-1} - 0.36X_{t-2} + e_t + 0.6e_{t-1}$ serisinin ACF ve PACF grafikleri ..	17
Şekil 1.4. Bir rastgele yürüyüş süreci yapısı $X_t = X_{t-1} + e_t$ .....	19
Şekil 2.1. Düzey değişimi (kırılmayı) gösteren zaman serisi örneği .....	35
Şekil 2.2. Eğim (büyüme) değişimi gösteren zaman serisi örneği. ....	37
Şekil 2.3. Düzey ve eğim (büyüme) değişimi gösteren zaman serisi örneği .....	38
Şekil 3.1. 2005:01-2010:12 yıllarına ait Dolar kuru serisinin grafiği .....	58
Şekil 3.2. Zivot-Andrews (1992) test istatistikleri grafiği .....	62
Şekil 3.3. Perron (1997) test istatistikleri grafiği .....	64
Şekil 3.4. Dolar serisinin orijinal ve birinci dereceden fark serisinin grafikleri .....	66
Şekil 3.5. Euro serisinin orijinal ve birinci dereceden fark serisinin grafikleri .....	66
Şekil 3.6. Sterlin serisinin orijinal ve birinci dereceden fark serisinin grafikleri .....	67
Şekil 3.7. Dolar ve euro serilerinin regresyonunda elde edilen artıkların grafikleri .....	68
Şekil 3.8. Dolar ve sterlin serilerinin regresyonunda elde edilen artıkların grafikleri .....	69
Şekil 3.9. Euro ve sterlin serilerinin regresyonunda elde edilen artıkların grafikleri .....	70

## TABLULAR DİZİNİ

### Sayfa No

Tablo 2.1. Model A, Model B ve Model C’de $\hat{t}_{\delta}$ istatistikleri için asimptotik dağılımın kritik tablo değerleri .....	40
Tablo 2.2. Zivot-Andrews (1992) minimum $t_{\delta}[\hat{\lambda}_{inf}^i]$ istatistikleri için asimptotik dağılımın kritik tablo değerleri .....	44
Tablo 2.3. Perron (1997) $t_{\delta}$ istatistikleri için asimptotik dağılımın kritik tablo değerleri	47
Tablo 2.4. Perron (1997) $t_{\hat{\nu}_2}$ ve $t_{\hat{\nu}_3}$ istatistikleri için asimptotik dağılımın kritik tablo değerleri .....	48
Tablo 2.5. Engle-Granger kointegrasyon testinin kritik değerleri .....	52
Tablo 3.1. Dolar serisi için ADF birim kök testi sonuçları.....	58
Tablo 3.2. Eylül 2008 döneminde Dolar serisi için Zivot-Andrews (1992) test denklemi tahmin sonuçları.....	62
Tablo 3.3. Ağustos 2008 döneminde Dolar serisi için Perron (1997) test denklemi tahmin sonuçları.....	64
Tablo 3.4. Orijinal seriler için ADF test sonuçları.....	67
Tablo 3.5. Birinci dereceden fark serileri için ADF test sonuçları .....	68
Tablo 3.6. VAR modeli için uygun gecikme seçimi .....	71
Tablo 3.7. VAR(5) modeli tahmin sonuçları .....	72
Tablo 3.8. $\lambda_{iz}$ istatistiği sonuçları .....	73
Tablo 3.9. $\lambda_{max}$ istatistiği sonuçları.....	74
Ek Tablo 1. Dolar serisi için alternatif model tahminleri .....	80
Ek Tablo 2. Euro serisi için alternatif model tahminleri .....	81
Ek Tablo 3. Sterlin serisi için alternatif model tahminleri .....	82
Ek Tablo 4. Dolar serisinin birinci dereceden farkı için alternatif modeller .....	83
Ek Tablo 5. Euro serisinin birinci dereceden farkı için alternatif modeller .....	84
Ek Tablo 6. Sterlin serisinin birinci dereceden farkı için alternatif modeller .....	85
Ek Tablo 7. Dickey-Fuller Dağılım Tablosu .....	86

## SEMBOLLER DİZİNİ

- ADF : Arttırılmış Dickey Fuller Birim Kök Testi (Augmented Dickey Fuller)
- AIC : Akaike Bilgi Kriteri (Akaike's Information Criterion)
- AO : Toplamsal Sapmalı Model (Additive Outlier)
- ARMA : Otoresif Hareketli Ortalama Serisi (Autoregressive Moving Average)
- DF : Dickey Fuller Birim Kök Testi
- IO : Kademeli Sapmalı Model (Innovation Outlier)
- L : Gecikme (Lag) Operatörü
- LR : Olabilirlik Oranı (Likelihood Ratio)
- MA : Hareketli Ortalama Serisi (Moving Average)
- OLS : En Küçük Kareler Yöntemi (EKK) (Ordinary Least Squares)
- PP : Phillips Perron Birim Kök Testi
- SBC : Shwartz Bayesian Kriteri (Shwartz Bayesian Criterion)
- TCMB : Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankası
- VAR : Vektör Otoresif Seri (Vector Autoregressive)
- ZA : Zivot Andrews Testi
- WN : White Noise (Beyaz Gürültü)
- $\nabla$  : Fark Operatörü

## 1. GİRİŞ

Zaman serileri, bilimin her dalında uygulamaları bulunabilen, istatistiğin bazen de ekonometri biliminin bir uygulama alanıdır. Bir zaman serisi, zaman içinde gözlenen ölçümlerin bir dizisidir. Bir fabrikadan ihraç edilen haftalık ürün miktarı, bir karayolunda meydana gelen, haftalık kaza sayısı, bir göldeki saatlik su seviyesi yüksekliği, bir ülkedeki aylık enflasyon oranı, bir ülkenin yıllık ithalat ve ihracat miktarları, yıllık işsizlik oranı, bir şehirdeki aylık yağış miktarı gibi veriler, zaman serilerine örnek olarak verilebilir. Örnekler, ekonomi, işletme, mühendislik ve temel bilimlerden verilecek farklı uygulama problemleri ile genişletilebilir. Jeofizik, meteoroloji ve ekonomik verilerin incelenmesinde, zaman serileri teknikleri, yoğun olarak kullanılmaktadır (Akdi, 2003).

Zaman serileri, bir dönemden diğerine değişkenlerin değerlerinin ardışık bir şekilde gözlemlendiği sayısal büyüklüklere dir. Gözlenen verilerin zaman içinde ardışık bir biçimde gerçekleşmesi bir koşul değil; fakat düzenli aralıklarla dizinin gelişimini görme açısından gereklidir. İşletme, ekonomi, mühendislik, çevre bilimleri, tıp ve diğer birçok bilimsel araştırmalarda kullanılan veriler zaman serisi formunda biriktirilir. Böyle bir seriye ait gözlemlerin dizisi örneğin saat başı sıcaklıkların ölçülmesi, günlük hisse senedi fiyatları, haftalık stokların takibi, aylık motorin tüketimi veya yıllık büyüme oranları zamanın düzenli aralıklarında derlenir veya toplanır. Geleneksel istatistiksel analizlerin kullanıldığı tekniklerde zaman serisi gözlemlerinin bir sırasının önemi yoktur. İstatistiksel analizlerde bir anakütlenin özellikleri hakkında bilgiler sunulurken tahmincilerin matematiksel yapıları açısından bu verilerin sıralı olup olmaması çok fazla önem arz etmez. Örneğin, bir serinin basit aritmetik ortalaması veya varyansının hesaplanmasında, gözlemlerin sırası karıştırılsa bile tahminci yine aynı sonucu üretecektir. Oysa zaman serileri analizinde verilerin sırasının önemi büyüktür (Granger ve Newbold, 1977).

İstatistiksel teorilerin birçoğu bağımsız rastgele örneklem gözlemleri ile alakalıdır. Zaman serisi analizlerinin özel bir yönü ardışık gözlemlerin zaman dizisini hesaba katması gerçeğidir. Ardışık gözlemler bağımlı olduklarında, gelecekte alacakları değerleri geçmiş dönemlerdeki gözlemlerinden öngörmek mümkündür. Eğer bir zaman serisi tam olarak öngörülebiliyorsa, deterministik (kesin) zaman serisi olarak ifade edilir. Fakat zaman serilerinin birçoğu stokastik (olasılıklı) yapıdadır; yani, gelecekte serinin alabileceği veriler kısmen geçmiş değerleri tarafından tanımlanabilmektedir. Stokastik serilerin tam

öngörülerini yapmak mümkün değildir ve ancak gelecekteki değerler, geçmiş değerlerin bir bilgisiyle koşullandırılan bir olasılık dağılımına sahiptirler (Patterson, 2000).

Ekonometrik araştırmaların en önemli aşamalarından birisi, ekonomik modeli meydana getiren değişkenlerin rakamlarla ifade edilebilir hale getirilmesidir. Bu nedenle kurulan bir modelin herhangi bir gerçek iktisadi ilişkiye uygulanabilmesi için modelde yer alan değişkenler ile ilgili verilerin derlenmesi veya toplanması modelin kuruluşu aşamasında düşünülmektedir. Çünkü veri sağlanmayan konularda ampirik çalışmaların yapılması oldukça zor olacağından, özellikle verilerin sınırları belirlenmeli ve model ile birlikte ampirik ekonometrik çalışmaların fizibilitesi yapılmalıdır (Sevüktekin, 1988). Hakkındaki bilginin kesin olduğu, gözlemler sonucu elde edilen veriler zaman serisinin konusu olabilir.

Zaman serisi verileri, değişkenlerin bir dönemden diğerine ardışık şekilde gözlemlendiği sayısal değerler hakkında bilgiler verir. Gözlenen verilerin zaman içerisinde ardışık bir biçimde olması gerekli bir koşul değildir. Fakat düzenli zaman aralıklarında dizinin gelişimini takip etmesi doğru analiz açısından önemlidir (Seddighi, Lawyer ve Katos, 2000).

Zaman serileri, basit şekli ile bir regresyon modeline benzemesine rağmen temel varsayımlarda birbirlerinden ayrılmaktadır. Bir regresyon modelinde bağımsız değişken konumundaki değişkenler zaman serilerinde bağımlı değişken olarak karşımıza çıkabilmektedir. Fakat yine de, istatistikî sonuçlar elde edilirken, regresyon teknikleri kullanılmaktadır (Akdi, 2003).

Bu tez çalışmasında zaman serilerinin önemli kavramlarından olan yapısal kırılma analizi ve kointegrasyon analizi üzerinde durulacaktır. İlk bölümde zaman serilerinin önemli kavramları durağanlık, durağan olan ve durağan olmayan zaman serileri, birim kök testleri ve model belirleme kriterleri anlatılmıştır. Literatürde yer alan Dickey-Fuller (1979), Arttırılmış Dickey-Fuller (1981), Phillips-Perron (1988), KPSS (Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin) (1992), Ng-Perron (1991) birim kök testleri arasından Dickey-Fuller, Arttırılmış Dickey-Fuller, Phillips-Perron birim kök testleri incelenmiştir.

İkinci bölümde ise durağan olmayan zaman serilerinin bu durumunun yapısal kırılmadan kaynaklanıp kaynaklanmadığını bulmak için geliştirilen yöntemler incelenmiştir. Bu amaçla ilgilenilen zaman serisinde meydana gelen kırılmanın tarihinin dışsal olarak bilinmesi varsayımı altında Perron (1989) yaklaşımı ve kırılma tarihinin içsel olarak belirlenmesi varsayımı altında Zivot-Andrews (1992) ve Perron (1997) yaklaşımları

incelenmiştir. Ayrıca durağan olmayan zaman serilerinin herhangi bir lineer bileşiminin durağan olup olmadığını araştırmak için kullanılan kointegrasyon testleri incelenmiştir. Bu bağlamda Engle-Granger (1987) ve Johansen (1988) kointegrasyon testleri üzerinde durulmuştur.

Üçüncü bölümde ise 2008 yılında yaşanan küresel ekonomik krizin Dolar serisi üzerinde bir yapısal kırılmaya neden olup olmadığı araştırılmıştır. Daha sonra durağan olmayan Dolar, Euro ve Sterlin serilerinin bir lineer bileşiminin durağan olup olmadığı kointegrasyon analizi ile incelenmiştir.

## 1.1. Zaman Serilerine İlişkin Temel Kavramlar

### 1.1.1. Zaman Serileri

$(\Omega, F, P)$  bir olasılık uzayı,  $T$  de bir indis kümesi olmak üzere, bir zaman serisi  $\Omega \times T$  çarpım uzayında reel sayılara giden bir fonksiyondur. Yani, zaman serisi

$$(\omega, t) \in \Omega \times T;$$

$$\omega \in \Omega, t \in T$$

şeklinde tanımlanan bir fonksiyondur. Burada  $X(\omega, t)$  yerine bazen  $X_t(\omega)$  ve genellikle  $X_t$  gösterimleri kullanılır.

Bu tanıma göre, bir zaman serisi, her sabit  $t$  için bir rastgele değişkendir,  $\omega$  sabit tutulduğunda ise  $t$ 'nin reel değerli bir fonksiyonudur. Bu reel değerli fonksiyona zaman serisinin yörüngesi (realizasyonu, grafiği) adı verilir. Bu yörünge gazetelerde, dergilerde veya kitaplarda gördüğümüz zaman serisi grafikleridir (Fuller 1976).

Zaman serileri için verilen en önemli kavramlardan biri durağanlıktır. Seriler hakkında sağlıklı yorumlar yapabilmek için durağanlık önemli bir ölçüdür.

### 1.1.2. Durağanlık

Durağan bir süreçte stokastik sürecin özellikleri zamanla değişmemektedir. Böyle bir süreçte iki dönem arasında hesaplanan kovaryans, bu kovaryansın hesaplandığı döneme değil yalnızca iki dönem arasındaki uzaklığa bağlıdır.

Zaman serilerinin önemli bir kısmı durağan zaman serileri ile ilgilidir. Dolayısıyla durağan olmayan zaman serilerini durağan hale dönüştüren analizlere yoğun bir gereksinim duyulmaktadır. Zaman serisi modellerini geliştirebilmek için, belirli bir stokastik sürecin zamana bağlı olarak değişip değişmediğinin bilinmesi gereklidir. Eğer stokastik sürecin özellikleri zaman boyunca değişiyorsa, yani süreç durağan değil ise, zaman serisinin geçmiş ve gelecek boyunca zaman aralıklarını basit bir cebirsel modelde göstermek genelde zordur. Diğer taraftan eğer stokastik süreç zaman içinde sabitse, yani süreç durağan ise; geçmiş değerlerden tahmini yapılabilecek sabit katsayılı bir denklem ile süreç modeli elde edilebilir. Zaman serilerinde iki tür durağanlık vardır. Bunlar güçlü durağanlık ve zayıf durağanlıktır. Güçlü durağanlık tanımı aşağıdaki gibi verilebilir.

$\{X_t: t \in T\}$  bir zaman serisi olsun (burada  $T$  indis kümesi doğal sayılar kümesidir). Eğer,  $\forall n, t_1, t_2, \dots, t_n \in T$  ve  $t_1 + h, t_2 + h, \dots, t_n + h \in T$  olmak üzere,  $\forall x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}$  için

$$F_{X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}}(x_1, x_2, \dots, x_n) = F_{X_{t_1+h}, X_{t_2+h}, \dots, X_{t_n+h}}(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

koşulu sağlanıyorsa  $\{X_t: t \in T\}$  zaman serisine güçlü durağan zaman serisi denir. Güçlü durağan zaman serisi  $(X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}) \stackrel{D}{=} (X_{t_1+h}, X_{t_2+h}, \dots, X_{t_n+h})$  şeklinde gösterilir. Her ne kadar teorikte güçlü durağan serilerden bahsedilse de pratikte böyle serilere rastlamak güçtür. Bu yüzden zayıf durağanlık tanımı verilmiştir ve durağanlık denildiğinde zayıf durağanlık anlaşılacaktır.

$\{X_t: t \in T\}$  zaman serisi,

- i.  $E(X_t) = \mu$  (yani beklenen değer zamana göre değişmiyor)
- ii.  $Cov(X_t, X_s)$  kovaryansı sadece  $|t - s|$  nin bir fonksiyonudur

Koşullarını sağlanıyorsa zayıf durağandır veya kısaca sadece durağandır denir. Serilerin durağanlığı “durağanlık koşulları” olarak adlandırılan varsayımları gerekli kılmaktadır. Bu varsayımlar aşağıdaki gibidir:

- Durağan sürecin zaman içinde değişmeyen sonlu ortalamaya ve sonlu varyansa sahip olması gerekir.
- Bu sürece ait kovaryansın geçmişten bağımsız olması gerekir.

Bu varsayımlardan ilki serinin ortalama ve varyansının zamandan bağımsız olduğu, başka bir deyişle zamanın bir fonksiyonu olmadığını ifade eder. İkincisi ise yani



kovaryansın zamana bağlı olmayıp  $t \neq s$  olacak şekilde zamanlar arası farkların ( $t - s$ )'nin bir fonksiyonu olması gerektiğini ifade eder.

Zayıf durağanlık ve güçlü durağanlık kavramları birbirini gerektirmez. Fakat bazı durumlarda bu gerektirmeler sağlanmaktadır. Bu durumlar şunlardır:

- i.  $\{X_t: t \in T\}$  zaman serisi zayıf durağan ve aynı zamanda normallik varsayımını sağlıyorsa bu seri güçlü durağan zaman serisidir.
- ii.  $\{X_t: t \in T\}$  zaman serisi güçlü durağan ve  $E(X_t^2) < \infty$  ise bu seri zayıf durağan zaman serisidir.

Zaman serisi ile ilgili analizlerde kullanılan tekniklerin birçoğunun serinin durağan olduğu varsayımına dayanmaları söz konusu iken gözlenen birçok serinin durağan olmadığı görülmektedir. Bu nedenle ilk olarak serinin durağan olması veya olmamasının ne anlama geldiği açıklanmıştır. Zaman serilerinin özelliklerinin ortaya çıkarılması için izlenecek yollardan biri de otokovaryans, otokorelasyon ve kısmi korelasyon fonksiyonlarının araştırılmasıdır. Aşağıda bu fonksiyonlar ve özellikleri incelenecektir.

### 1.1.3. Otokovaryans, Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

Zaman serilerini oluşturan sürecin kesin bir tanımlamasını yapmak için sürecin olasılık dağılımının tanımlanması gerekmekte ancak bu genellikle mümkün olmamaktadır. Bu durumda sürecin özelliklerini saptayabilmek için otokovaryans fonksiyonu, otokorelasyon fonksiyonu ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu kullanılmakta ve bu araçlar süreci tanımlamakta yardımcı olmaktadır.

$\{X_t: t \in T\}$  zaman serisi için otokovaryans fonksiyonu  $\gamma(h) = Cov(X_t, X_{t+h})$  şeklinde tanımlanır. Bu fonksiyon yardımıyla serinin otokorelasyon fonksiyonu,

$$\rho(h) = \frac{\gamma(h)}{\gamma(0)} = \frac{Cov(X_t, X_{t+h})}{\sqrt{Var(X_t)Var(X_{t+h})}}$$

olarak tanımlanır. Burada açıkça görüleceği gibi serinin varyansı  $\gamma(0) = Var(X_t)$ 'dir.

$\{X_t: t \in T\}$  zaman serisi durağan bir zaman serisi olduğunda serinin otokovaryans fonksiyonu  $\gamma(h)$  aşağıdaki özellikleri sağlar.

- i.  $\gamma(h)$  fonksiyonu simetriktir.
- ii.  $\forall h$  için  $|\gamma(h)| \leq \gamma(0)$  dir.

iii.  $\gamma(h)$  fonksiyonu negatif olmayan tanımlıdır.

Yani  $\forall n, \forall a_j \in \mathbb{R}, \forall h_j, j = 1, 2, \dots, n$  için,  $\sum_{k=1}^n \sum_{s=1}^n \gamma(h_j - h_k) a_j a_k \geq 0$  dir.

$\{X_t: t \in T\}$  zaman serisi durağan bir zaman serisi olduğunda serinin otokorelasyon fonksiyonu  $\rho(h)$ , aşağıdaki özellikleri sağlar.

i.  $\rho(h)$  fonksiyonu simetriktir.

ii.  $\forall h$  için  $|\rho(h)| \leq \rho(0)$  dir.

iii.  $\rho(h)$  fonksiyonu negatif olmayan tanımlıdır.

Yani  $\forall n, \forall a_j \in \mathbb{R}, \forall h_j, j = 1, 2, \dots, n$  için,  $\sum_{k=1}^n \sum_{s=1}^n \rho(h_j - h_k) a_j a_k \geq 0$  dir.

Herhangi bir  $\{X_t: t = 1, 2, 3, \dots, n\}$  zaman serisi verildiğinde,  $X_t$ 'nin  $X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-h}$  üzerine regresyonu yapıldığında,  $X_{t-h}$ 'nin katsayısı  $h$ . kısmi otokorelasyon olarak tanımlanır ve  $\phi(h)$  ile gösterilir.

Kısmi otokorelasyonlar, otokorelasyonlar yardımıyla daha kolay bir şekilde hesaplanabilir.  $\rho(h)$  ler serinin otokorelasyonları olmak üzere  $P_h$  matrisini,

$$P_h = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{h-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{h-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \rho_{h-2} & \rho_{h-3} & \rho_{h-4} & \dots & \rho_1 \\ \rho_{h-1} & \rho_{h-2} & \rho_{h-3} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

şeklinde yazalım ve  $P_h$  matrisinin son sütun,  $\underline{c}' = (\rho_{h-1}, \rho_{h-2}, \dots, \rho_1, 1)$  vektörünün,  $\underline{a}' = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{n-1}, \rho_n)$  vektörü ile değiştirilmesinden elde edilen matris,  $P_h^*$  olsun. Yani,  $P_h^*$  matrisini

$$P_h^* = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \rho_{h-2} & \rho_{h-3} & \rho_{h-4} & \dots & \rho_{h-1} \\ \rho_{h-1} & \rho_{h-2} & \rho_{h-3} & \dots & \rho_h \end{bmatrix}$$

olarak yazalım. Buradan  $\phi(h)$ ,  $h$ . kısmi otokorelasyon,

$$\phi(h) = \frac{\det(P_h^*)}{\det(P_h)} \quad (1.1)$$

ile verilir.

İleride verilecek olan otoregresif zaman serilerinde kısmi otokorelasyonların hesaplanması kolaydır. Fakat yine ileride verilecek olan hareketli ortalama ve otoregresif hareketli ortalama serileri için kısmi otokorelasyonların hesaplanması oldukça zaman almaktadır. Ayrıca (1.1) eşitliğindeki determinantlar yardımı ile kısmi otokorelasyonlar hesaplanabilir. Fakat her defasında yeni matrisler ve bunların determinantlarına ihtiyaç duyulmaktadır. Onun için kısmi otokorelasyonlar için biraz daha kolay gözüken aşağıdaki formül verilmiştir. Herhangi bir zaman serisinin otokorelasyonlarını  $\rho_j$  ile gösterilsin ve  $\phi(j)$ 'ler de serinin kısmi otokorelasyonlarını göstere. Bu durumda (1.1) eşitliğinden,  $\phi(1) = \rho_1$  ve  $\phi(2) = (\rho_2 - \rho_1^2)/(1 - \rho_1^2)$  elde edilir ve diğer kısmi otokorelasyonlar  $\phi_{s,j} = \phi_{(s-1),j} - \phi_{s,s}\phi_{(s-1),(j-1)}$  olmak üzere,

$$\phi(h) = \frac{\rho_h - \sum_{j=1}^{h-1} \phi_{(h-1),j} \rho_{h-j}}{1 - \sum_{j=1}^{h-1} \phi_{(h-1),j} \rho_j} \quad (1.2)$$

formülü ile hesaplanır (Enders, 1995).

#### 1.1.4. Vektör Zaman Serileri

Vektör zaman serilerindeki pek çok özellik tek değişkenli zaman serilerine benzer.  $k$ -boyutlu bir rastgele vektör,  $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_k)'$  olmak üzere, bu rastgele vektörün beklenen değer vektörü ile varyans kovaryans matrisi,

$$E(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} E(X_1) \\ E(X_2) \\ \vdots \\ \vdots \\ E(X_k) \end{bmatrix},$$

$$\text{Var}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \text{Var}(X_1) & \text{Cov}(X_1, X_2) & \cdots & \text{Cov}(X_1, X_k) \\ \text{Cov}(X_2, X_1) & \text{Var}(X_2) & \cdots & \text{Cov}(X_2, X_k) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \text{Cov}(X_k, X_1) & \text{Cov}(X_k, X_2) & \cdots & \text{Var}(X_k) \end{bmatrix}$$

şeklindedir.  $k$ -boyutlu vektör zaman serisi,  $\mathbf{X}_t = (X_{1,t}, X_{2,t}, \dots, X_{k,t})'$  rastgele vektörü göstermek üzere  $\{\mathbf{X}_t: t \in T\}$  şeklinde verilir. Bu vektör zaman serisinin beklenen değer vektörü,

$$E(\mathbf{X}_t) = \boldsymbol{\mu} = (E(X_{1,t}), E(X_{2,t}), \dots, E(X_{k,t}))'$$

varyans kovaryans matrisi de

$$\text{Var}(\mathbf{X}_t) = \begin{bmatrix} \text{Var}(X_{1,t}) & \text{Cov}(X_{1,t}, X_{2,t}) & \cdots & \text{Cov}(X_{1,t}, X_{k,t}) \\ \text{Cov}(X_{2,t}, X_{1,t}) & \text{Var}(X_{2,t}) & \cdots & \text{Cov}(X_{2,t}, X_{k,t}) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \text{Cov}(X_{k,t}, X_{1,t}) & \text{Cov}(X_{k,t}, X_{2,t}) & \cdots & \text{Var}(X_{k,t}) \end{bmatrix}$$

şeklindedir. Çok değişkenli zaman serisinin kovaryans matrisi de  $\Gamma(h) = \text{Cov}(X_t, X_{t+h})$  şeklindedir. Burada,

$$\Gamma(h) = \begin{bmatrix} \text{Cov}(X_{1,t}, X_{2,t+h}) & \text{Cov}(X_{1,t}, X_{2,t+h}) & \cdots & \text{Cov}(X_{1,t}, X_{k,t+h}) \\ \text{Cov}(X_{2,t}, X_{1,t+h}) & \text{Cov}(X_{2,t}, X_{2,t+h}) & \cdots & \text{Cov}(X_{2,t}, X_{k,t+h}) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \text{Cov}(X_{k,t}, X_{1,t+h}) & \text{Cov}(X_{k,t}, X_{2,t+h}) & \cdots & \text{Cov}(X_{k,t}, X_{k,t+h}) \end{bmatrix}$$

dir. Çok değişkenli zaman serileri için durağanlık tanımı şöyledir:  $k$ -boyutlu bir vektör zaman serisi  $\{X_t, t \in T\}$

- 1)  $E(\mathbf{X}_t) = \boldsymbol{\mu}$ , zamandan bağımsız,
- 2)  $\text{Cov}(\mathbf{X}_t, \mathbf{X}_{t+h})$  matrisinin elemanları sadece  $h$  nin bir fonksiyonudur

koşulları sağlanıyorsa  $\{X_t: t \in T\}$  çok değişkenli zaman serisi durağandır denir.

## 1.2. Durağan Zaman Serisi Modelleri

### 1.2.1. Hareketli Ortalama (MA) Zaman Serileri

Hareketli Ortalama serilerinin en temel örneği beyaz gürültü serileridir. Bu seri şöyle tanımlanır: ortalaması sıfır olan herhangi bir  $\{e_t: t \in T\}$  zaman serisinin otokovaryans fonksiyonu,  $\gamma_e(h) = \begin{cases} \sigma^2, & h = 0 \\ 0, & d.d. \end{cases}$  şeklinde ise  $\{e_t: t \in T\}$  serisine Beyaz Gürültü (White Noise,  $WN$  olarak gösterilir) serisi denir. Herhangi bir  $\{e_t: t \in T\}$  beyaz gürültü serisi,  $e_t \in WN(0, \sigma^2)$  şeklinde gösterilir.

$X_t$  aynı dönemdeki hata terimleri ve daha önceki hata terimleri cinsinden ifade ediliyorsa, tanımlanan model MA serisidir. Buna göre MA serisi, içerdiği geçmiş dönem hata terimi sayısına göre ifade edilir. Başka bir deyişle, bir zaman serisinin herhangi bir dönemindeki gözlem değerinin, aynı dönemin hata terimi ve belirli sayıda geçmiş dönemin hata terimlerinin doğrusal bir bileşimi olarak ifade edildiği seriler hareketli ortalama (MA) serileridir (Naylor, 1972).

$e_t \sim WN(0, \sigma^2)$  olmak üzere  $X_t$  zaman serisi  $X_t = e_t + \beta e_{t-1}$  birinci dereceden hareketli ortalama zaman serisi olarak adlandırılır ve  $X_t \sim MA(1)$  şeklinde gösterilir. Benzer şekilde,  $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$  olmak üzere ikinci derecen hareketli ortalama serisi,  $X_t = e_t + \beta_1 e_{t-1} + \beta_2 e_{t-2}$  olarak verilir ve  $X_t \sim MA(2)$  şeklinde gösterilir.  $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$  ve  $q$  sonlu bir doğal sayı ve  $\beta_q \neq 0$  olmak üzere  $q$  uncu dereceden hareketli ortalama serisi,

$$X_t - \mu = e_t + \sum_{j=1}^q \beta_j e_{t-j}$$

şeklindedir ve  $X_t \sim MA(q)$  ile gösterilir.  $MA(q)$  serisinin beklenen değeri  $E(X_t) = \mu$  dür. Serinin varyansı da,

$$Var(X_t) = Var\left(e_t + \sum_{j=1}^q \beta_j e_{t-j}\right) = \sigma^2 \sum_{j=0}^q \beta_j^2$$

dir. Otokovaryans fonksiyonu ise  $\beta_0 = 1$  olmak üzere

$$\begin{aligned}\gamma_X(h) &= Cov(X_t, X_{t+h}) = Cov\left(\sum_{j=0}^q \beta_j e_{t-j}, \sum_{i=0}^q \beta_i e_{t+h-i}\right) \\ &= \sum_{j=0}^q \sum_{i=0}^q \beta_j \beta_i Cov(e_{t-j}, e_{t+h-i})\end{aligned}$$

şeklindedir. Fakat,

$$Cov(e_{t-j}, e_{t+h-i}) = \begin{cases} \sigma^2, & j = i + h \\ 0, & d.d. \end{cases}$$

olduğundan

$$\gamma_X(h) = \begin{cases} \sigma^2 \sum_{j=0}^{q-h} \beta_j \beta_{j+h}, & 0 \leq h \leq q \\ 0, & d.d. \end{cases}$$

şeklinde yazılır. Buradan da otokorelasyon fonksiyonu,

$$\rho_X(h) = \begin{cases} \left(\sum_{j=0}^{q-h} \beta_j \beta_{j+h}\right) \left(\sum_{j=0}^q \beta_j^2\right)^{-1}, & 0 \leq h \leq q \\ 0, & d.d. \end{cases}$$

biçiminde elde edilir. Görüldüğü gibi  $MA(q)$  serisinin beklenen değeri  $E(X_t) = \mu$  ve otokovaryans ve otokorelasyon fonksiyonları  $t$ 'den bağımsızdır. Yani  $q$  sonlu bir doğal sayı olduğu sürece her zaman durağandır.

Şimdi  $q = \infty$  iken  $X_t$  serisinin durağanlığını araştırmak için yine serinin beklenen değeri ve otokovaryans fonksiyonunu inceleyelim. Bunun için  $MA(\infty)$  serisi,

$$X_t = \mu + e_t + \sum_{i=1}^{\infty} \beta_i e_{t-i}$$

şeklinde verilmiş olsun.  $\beta_0 = 1$  ve beklenen değer ile sonsuz toplamın yer değiştirebilir olduğu varsayıldığında serinin beklenen değeri,  $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$  olduğundan

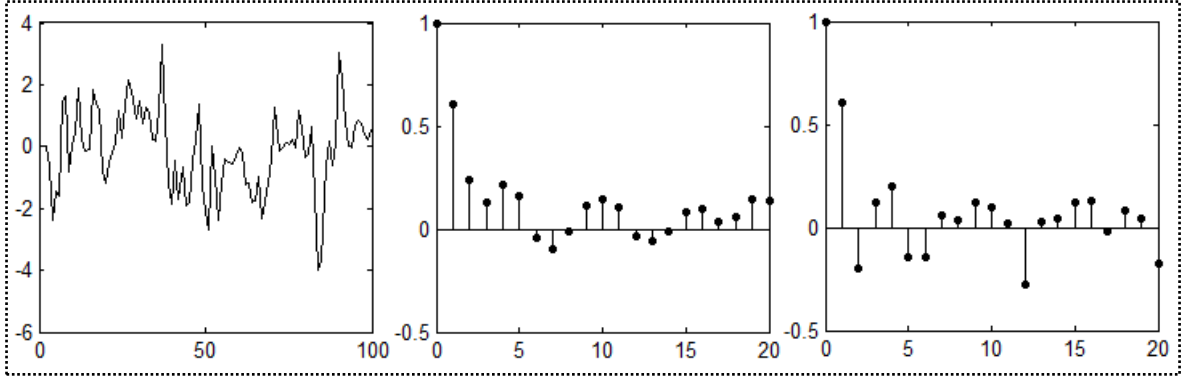
$$E(X_t) = E\left(\mu + \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i e_{t-i}\right) = \mu + E\left(\sum_{i=0}^{\infty} \beta_i e_{t-i}\right) = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i E(e_{t-i}) = \mu$$

ve otokovaryans fonksiyonu

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= Cov(X_t, X_{t+h}) = Cov\left(\sum_{i=0}^{\infty} \beta_i e_{t-i}, \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j e_{t+h-j}\right) \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \beta_i \beta_j Cov(e_{t-i}, e_{t+h-j}) \\ \gamma(h) &= \sigma^2 \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i \beta_{i+h} \end{aligned}$$

olur. Dolayısı ile seri durağandır. Burada, beklenen değer ile sonsuz toplamın yer değiştirebilmesi için  $\sum_{i=0}^{\infty} \beta_i^2 < \infty$  olması yeterlidir. Bunun için de  $|\beta_i| < 1$  olması gerekir.

$MA(q)$  serisi için otokovaryans ve otokorelasyon fonksiyonlarından,  $h$  değerinin model derecesi olan  $q$ 'dan daha büyük olması durumunda otokovaryans ve otokorelasyonların sıfır olduğu anlaşılmaktadır. Bu sebeple hareketli ortalama serileri için model derecesinin belirlenmesinde otokorelasyon fonksiyonu bir araç olarak kullanılmaktadır. Örnek olarak bir  $MA(2)$  serisinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonunun grafiği Şekil 1.1'de verilmiştir.



Şekil 1.1.  $X_t = e_t + 0.8e_{t-1} + 0.5e_{t-2}$  serisinin ACF ve PACF grafikleri

Şekil 1.1'den görüldüğü gibi hareketli ortalama serilerinin otokorelasyonları belli bir yerden sonra sıfır olmakta ve kısmi otokorelasyonlar mutlak değerce üstel olarak azalmaktadır.

### 1.2.2. Otoregresif (AR) Zaman Serileri

Otoregresif zaman serileri bir zaman serisinin herhangi bir dönemindeki gözlem değerini aynı serinin ondan önceki belirli sayıdaki dönemlerinin gözlem değerlerinin ve hata teriminin doğrusal bir bileşimi olarak ifade eden serilerdir. Genel olarak,  $p$  inci dereceden bir otoregresif zaman serisi  $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$  bir beyaz gürültü serisi ve  $\mu$  de serinin beklenen değeri olmak üzere,

$$(X_t - \mu) = \sum_{i=1}^p \alpha_i (X_{t-i} - \mu) + e_t \quad (1.3)$$

şeklinde verilir ve  $AR(p)$  ile gösterilir. Burada  $p$  otoregresif zaman serisi modelinin derecesini göstermektedir.

Otoregresif zaman serilerinin durağan olup olmadığını araştırmak için beklenen değer ve kovaryansın zamana bağlı olup olmadığının araştırılması gerekir. Fakat bu tür serilerde beklenen değer ve kovaryansların hesaplanması kolay olmayabilir. Onun için otoregresif zaman serilerinde durağanlık aşağıda (1.4)'de verilen serinin karakteristik denkleminin köklerine bağlıdır. Karakteristik denklemin kökleri mutlak değerce 1 den



küçük ise beklenen değer ve otokovaryanslar zamandan bağımsızdır. (1.3)'de verilen  $AR(p)$  serisinin karakteristik denklemi,

$$f(m) = m^p - \sum_{i=1}^p \alpha_i m^{p-i} = 0 \quad (1.4)$$

şekindedir. Yani serinin karakteristik denkleminin köklerinden en az bir tanesi mutlak değerce 1 veya 1 den büyük ise seri durağan değildir. Denklemin köklerinden en az bir tanesinin mutlak değerce 1 olması için gerek ve yeter koşul  $\sum_{i=1}^p \alpha_i = 1$  olmasıdır. Burada köklerden en az bir tanesinin 1 olması durumunda koşulun doğruluğu aşağıdaki gibi ispatlanır.

$$f(1) = 0 \Leftrightarrow 1^p - \sum_{i=1}^p \alpha_i 1^{p-i} \Leftrightarrow 1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^p \alpha_i = 1$$

$\{X_t: t \in T\}$  bir zaman serisi olmak üzere  $B^k X_t = X_{t-k}$  şeklinde tanımlanan  $B$  operatörüne Gerileme (Backshift) Operatörü denir. Bu tanıma göre  $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$  olmak üzere  $X_t = \alpha X_{t-1} + e_t$  şeklinde verilen birinci dereceden otoregresif zaman serisini  $(1 - \alpha B)X_t = e_t$  şeklinde yazabiliriz. Dolayısıyla  $|\alpha| < 1$  olduğundan  $X_t = \frac{1}{1 - \alpha B} e_t$  olarak yazılabilir. Buradan da  $X_t$  serisi,

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} (\alpha B)^j e_t = \sum_{j=0}^{\infty} \alpha^j B^j e_t = \sum_{j=0}^{\infty} \alpha^j e_{t-j}$$

olarak yazılabilir bu ise serinin bir  $MA(\infty)$  serisi olduğunu gösterir. Bunu daha yüksek dereceden  $AR$  serileri için de yazabiliriz. İkinci dereceden  $AR$  serisi  $\sum_{j=0}^{\infty} w_j e_{t-j}$  şeklinde yazılabilir.

$e_t \sim WN(0, \sigma^2)$  olmak üzere,  $AR(p)$  zaman serisi modeli

$$X_t = \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-i} + e_t$$

şeklinde verilmiş olsun. Bu serinin varyansı,

$$\begin{aligned}\gamma_X(0) &= \text{Var}(X_t) = \text{Cov}(X_t, X_t) = \text{Cov}\left(X_t, \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-i} + e_t\right) \\ &= \sum_{i=1}^p \alpha_i \text{Cov}(X_t, X_{t-i}) + \text{Cov}(X_t, e_t) \\ \gamma_X(0) &= \sum_{i=1}^p \alpha_i \gamma_X(i) + \sigma^2\end{aligned}$$

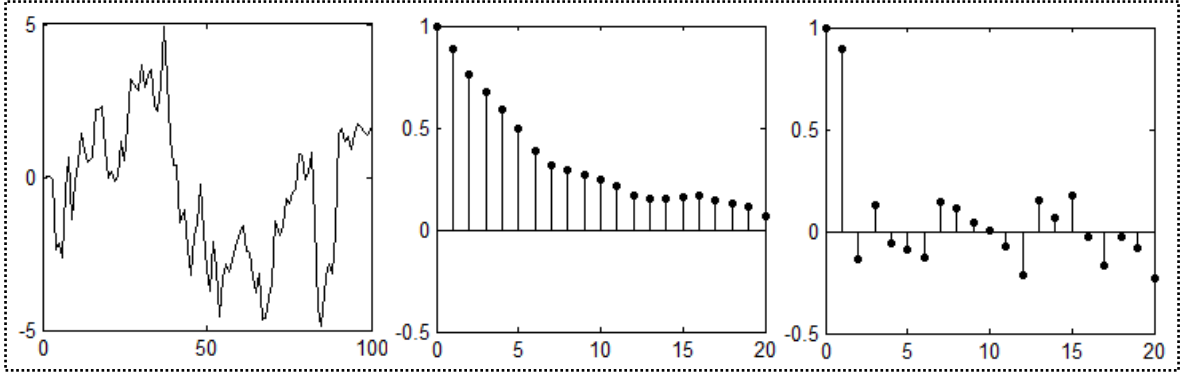
şeklinde bulunur. Ayrıca  $h > 0$  için otokovaryanslar,

$$\begin{aligned}\gamma_X(h) &= \text{Cov}(X_t, X_{t+h}) = \text{Cov}\left(X_t, \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t+h-i} + e_{t+h}\right) \\ &= \sum_{i=1}^p \alpha_i \text{Cov}(X_t, X_{t+h-i}) = \sum_{i=1}^p \alpha_i \gamma_X(h-i)\end{aligned}$$

dır. Serinin kovaryanslarını hesaplamaya yardımcı bu denklemler Yule-Walker denklemleridir. Genel olarak aşağıdaki şekilde tanımlanırlar.

$$\begin{aligned}\gamma_X(0) &= \alpha_1 \gamma_X(1) + \alpha_2 \gamma_X(2) + \dots + \alpha_p \gamma_X(p) + \sigma^2 \\ \gamma_X(h) &= \alpha_1 \gamma_X(h-1) + \alpha_2 \gamma_X(h-2) + \dots + \alpha_p \gamma_X(h-p)\end{aligned}$$

AR serilerinde kısmi otokorelasyon fonksiyonları model derecesini belirlemede kullanılabilir. Örnek olarak Şekil 1.2'de  $AR(2)$  serisinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları verilmiştir.



Şekil 1.2.  $X_t = 1.1X_{t-1} - 0.24X_{t-2} + e_t$  serisinin ACF ve PACF grafikleri

Şekil 1.2’de görüldüğü gibi serinin otokorelasyon fonksiyonu üstel olarak azalırken kısmi otokorelasyon fonksiyonu 2. gecikmeden sonra sıfır olmaktadır. Yani AR serilerinde otokorelasyonlar üstel olarak azalmakta ve kısmi otokorelasyonlar belli bir yerden sonra sıfır olmaktadır.

### 1.2.3. Otoregresif Hareketli Ortalama (ARMA) Zaman Serileri

Durağan zaman serilerinde AR ve MA terimlerinin seride bir arada yer almaları söz konusu olmaktadır. Bu gibi durumlarda oluşturulacak olan ve seriler için daha iyi uyum sağlayacak olan modeller otoregresif hareketli ortalama serileri olarak adlandırılır.

Model dereceleri  $p$  ve  $q$  olan bir  $ARMA(p, q)$  serisi  $C(B)X_t = \theta(B)e_t$  şeklindedir. Burada  $p$  serinin AR kısmının model derecesini,  $q$  serinin MA kısmının model derecesini,  $C(B)$  ve  $\theta(B)$  gecikme polinomunu göstermektedir. Burada

$$C(B) = (1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2 - \dots - \alpha_p B^p)$$

ve

$$\theta(B) = (1 + \beta_1 B + \beta_2 B^2 + \dots + \beta_q B^q)$$

şeklindedir. Ortalaması  $\mu$  olan bir  $ARMA(p, q)$  serisi  $\alpha_p \neq 0$  ve  $\beta_q \neq 0$  olmak üzere,

$$(X_t - \mu) = \sum_{j=1}^p \alpha_j (X_{t-j} - \mu) + e_t + \sum_{i=1}^q \beta_i e_{t-i}$$

şeklinde yazılır. Eğer serinin ortalaması sıfır ise  $ARMA(p, q)$  serisi,

$$X_t = \sum_{j=1}^p \alpha_j X_{t-j} + e_t + \sum_{i=1}^q \beta_i e_{t-i}$$

olarak yazılır. Eğer  $X_t \sim ARMA(p, q)$  serisi durağan ise bu seri,  $\sum_{j=0}^{\infty} |w_j| < \infty$  olmak üzere,  $X_t = \sum_{j=0}^{\infty} w_j e_{t-j}$  şeklinde yazılabilir.  $ARMA(p, q)$  modeli için  $C(B)X_t = \theta(B)e_t$  gösterimi kullanıldığında,

$$C(B)X_t = \theta(B)e_t \Rightarrow X_t = \frac{\theta(B)}{C(B)}e_t = \sum_{j=0}^{\infty} w_j e_{t-j}$$

olacaktır. Bu şekildeki  $w_j$  katsayıları  $|z| < 1$  olmak üzere,

$$w(z) = \frac{\theta(z)}{C(z)} = \sum_{j=0}^{\infty} w_j z^j$$

özdeşliğinden yararlanarak elde edilir. Burada  $\beta_0 = 1$  ve  $j > q$  için  $\beta_j = 0$  ve ayrıca  $j > q$  için  $\alpha_j = 0$  olduğundan çözümler,

$$w_j - \sum_{0 < k \leq j} \alpha_k w_{j-k} = \beta_j, \quad 0 \leq j < \max(p, q + 1)$$

$$w_j - \sum_{0 < k \leq j} \alpha_k w_{j-k} = 0, \quad j \geq \max(p, q + 1)$$

şeklindedir (Brockwell ve Davis, 1987). Bu eşitlikler çözüldüğünde,

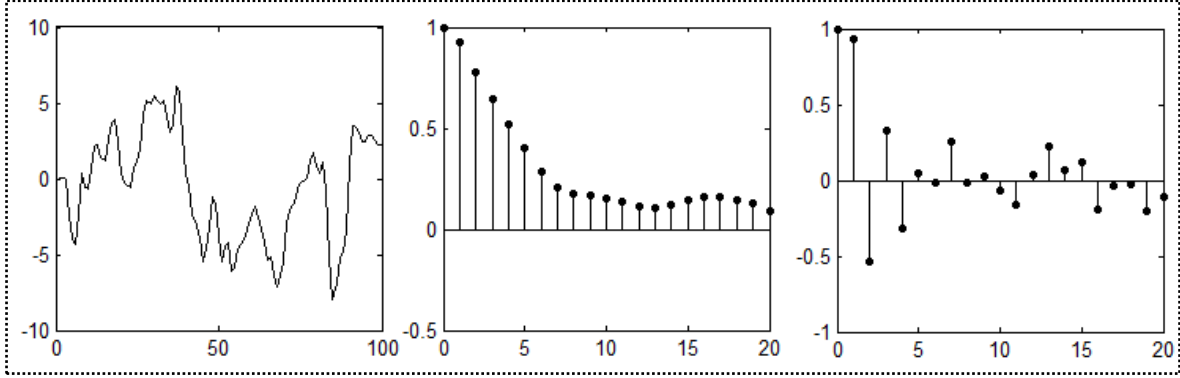
$$w_0 = \beta_0 = 1$$

$$w_1 = \beta_1 + w_0 \alpha_1 = \beta_1 + \alpha_1$$

$$w_2 = \beta_2 + w_0 \alpha_2 + w_1 \alpha_1 = \beta_2 + \alpha_2 + \beta_1 \alpha_1 + \alpha_1^2$$

$w_j$  katsayıları ardışık olarak bulunur.

AR ve MA serilerinin aksine ARMA serilerinde ne otokorelasyonlar ne de kısmi otokorelasyonlar belli bir yerden sonra sıfır olur. Örnek olarak Şekil 1.3 verilmiştir.



Şekil 1.3.  $X_t = 1.2X_{t-1} - 0.36X_{t-2} + e_t + 0.6e_{t-1}$  serisinin ACF ve PACF grafikleri

Şekil 1.3.'de verilen grafiğe göre serinin otokorelasyon fonksiyonu ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu belirli bir yerden sonra sıfır olmuyor. Böylece serininin bir ARMA modeli olduğu söylenebilir.

#### 1.2.4. Mevsimsel Zaman Serileri

Birçok zaman serisi belirli dönemlerde mevsimsel faktörlerin etkisi altında bulunabilir. Genelde mevsimsel etkiler aylık dönemler itibarıyla ortaya çıkar. Yıllık verilerde daha çok günlük, haftalık, aylık veya üç aylık verilerin toplamını yansıttığından ya da bu verilerin bir ortalamasını gösterdiğinden mevsimsellik etkisi pek açık bir şekilde görülmez (Sevüktekin ve Nargeleçkenler, 2010).

Mevsimin etkisinde olan değişkenler yılın bazı dönemlerinde diğerlerine oranla daha yüksek veya daha düşük değerlere ulaşırlar. Örneğin, bir yılın belirli dönemlerinde soğuk içeceklerin tüketiminin artması veya azalması, bazı dönemlerde doğalgaz kullanımının artması veya azalması, sıcaklık, düşen yağmur miktarı vs. gibi zaman serilerinde dönemsel olma özelliğine sahip olsalar bile ardışık dönemlerde tam olarak tekrarı söz konusu olmayabilir (Chatfield 1980).

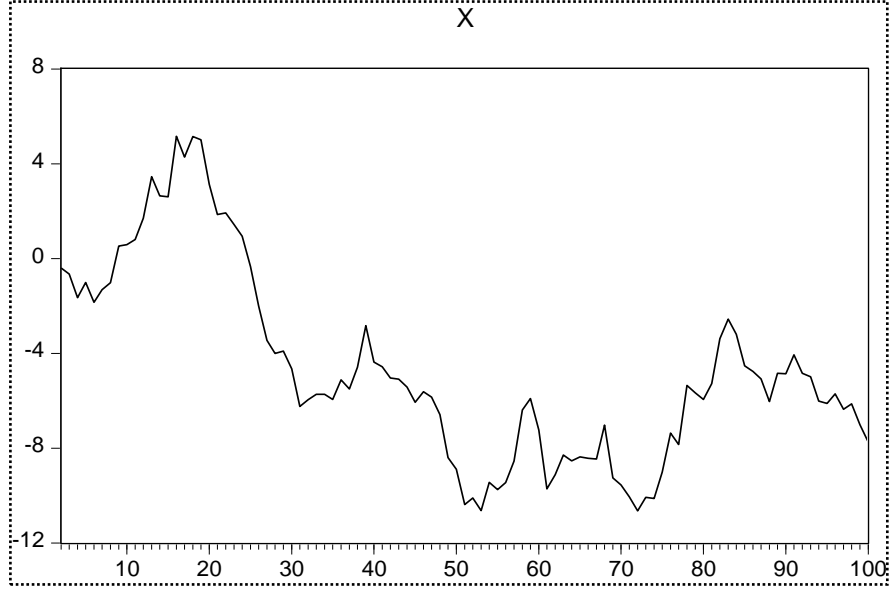
Zaman serilerinde mevsimselliğin ortaya çıkışında iklimler, insan alışkanlıkları, resmi veya dinî bayramlar, özel günler, bazı sosyal olaylar, bazı dönemlerde uygulanan indirimli satışlar gibi birçok faktörler etkili olur. Mevsimsellik çok farklı şekillerde ortaya çıkabilir. Örneğin, mevsimsellik bir yılın belirli mevsimlerinde (çeyrek yıllık dönemler), belirli aylarında, belirli haftalarında veya bir çeyrek yılın belirli bir ayında ortaya çıkabilir. Farklı zaman boyutlarında mevsimselliklerle karşılaşmak mümkündür. Belirli mevsimlerde soğuk içecek talebinin artması veya azalması, yılın belirli aylarında veya haftalarında okulların açıldığı dönem öncesi bazı ürünlere olan talep artışları, yılın en sıcak aylarında klima gibi soğutucu cihazların satışlarındaki artışlar, en soğuk günlerde ise ısıtıcı cihazların satışlarındaki artışlar, Müslüman bir ülke için dinî günler, bayramlar, ramazan ayı alışverişlerindeki artışlar, her yıl aynı günde kutlanan anneler günü, babalar günü, öğretmenler günü, günün belirli saatlerinde telefon görüşmelerindeki artışlar gibi çok sayıda mevsimsellik özelliğine sahip örnekler verilebilir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010).

Özetle mevsimsellik altı ay, üç ay, bir ay, bir hafta, bir gün ve hatta bir saat gibi dönemleri kapsayabilir. Daha uzun süreli mevsimselliklere örnek olarak belirli yıllarda tekrarlanan olimpiyat oyunları ve diğer sportif etkinlikler verilebilir (DeLugio, 1998).

### 1.3. Durağan Olmayan Zaman Serileri

Buraya kadar zaman serilerinin durağan sürece sahip olduğu varsayımından hareketle AR, MA, ve ARMA zaman serisi süreçleri üzerinde duruldu. Oysa gerçek hayatta zaman serilerinin birçoğu zaman boyunca değişen belirli bir stokastik sürecin özelliklerini taşıdığından durağan değildir. Birçok ekonomik ve finansal seriler (hisse senedi vs.) rastgele yürüyüş süreci özelliklerini yansıtırlar. Rastgele yürüyüş süreci ise durağan olmayan bir süreçtir. Rastgele yürüyüş sürecinin varyansının sonlu olduğu ve durağanlık koşullarının bozulduğu söylenebilir (Harvey, 1993). Dolayısıyla rastgele yürüyüş modeli birçok ekonomik değişkenin gerçekleşmesini tutarlı bir biçimde yansıtmasına rağmen, durağan olmayan bir zaman serisi sürecidir.

Birinci dereceden otoregresif zaman serisinde  $\alpha = 1$  olarak alındığında süreç  $X_t = X_{t-1} + e_t$  olur. Bu süreç rastgele yürüyüş süreci olarak bilinir ve  $e_t$  bu sürecin korelasyonsuz rastgele hatalarını gösterir. Örneğin Şekil 1.4'te böyle bir zaman serisi gösterilmektedir.



Şekil 1.4. Bir rastgele yürüyüş süreci yapısı  $X_t = X_{t-1} + e_t$

Her ne kadar birçok zaman serisi durağan olmasa da zaman serilerini durağanlaştırmak için serinin bir veya daha fazla farkını alarak bir dönüştürme işlemi uygulanabilir. Böyle bir zaman serisi bütünleşik (entegrated) seri olarak adlandırılır. Bütünleşik sürecin derecesini tanımlayan  $d$  zaman serisinin durağanlaştırılması için alınması gereken fark sayısını belirtmektedir.  $\nabla$  fark alma operatörünü göstermek üzere, durağan olamayan  $X_t$  serisinin bir kere farkı alındığında  $\nabla X_t = X_t - X_{t-1} = X'_t$  olur. Burada  $X'_t$  serisi durağan hale gelmiş ise, bütünleşik sürecin derecesi  $d = 1$  olarak tanımlanır ve  $X_t \sim I(1)$  olarak gösterilir.  $X_t$  serisinin farkı alındıktan sonra  $X'_t$  serisi hala durağan olmuyorsa  $X'_t$ 'nin bir veya  $X_t$ 'nin ardı ardına iki kere farkı

$$\begin{aligned}\nabla^2 X_t &= \nabla(X'_t) = X'_t - X'_{t-1} \\ &= (X_t - X_{t-1}) - (X_{t-1} - X_{t-2}) \\ &= X_t - 2X_{t-1} + X_{t-2}\end{aligned}$$

veya  $\nabla^2 X_t = X''_t$  olur. Burada  $X''_t$  durağan ise bütünleşik sürecin derecesi  $d = 2$  olarak tanımlanır ve  $X_t \sim I(2)$  olarak gösterilir. Buna göre  $X_t = X_{t-1} + e_t$  denklemi  $X'_t = X_t - X_{t-1} = e_t$  biçimde ifade edildiğinde birinci dereceden bütünleşik süreç olduğu söylenir ve bu haliyle zaman serisi durağandır.

Durağan olmayan  $Y_t$  serisinin  $d$ 'inci dereceden farkı alınarak durağanlaştırıldığında yeni seri  $X_t$  oluyorsa dönüşüm

$$X_t = \nabla^d Y_t = (1 - B)^d Y_t$$

şeklinde gösterilmektedir.  $X_t$  durağanlaştırılmış seriyi simgelemekte ve seri  $ARMA(p, q)$  serisi ise  $Y_t$  serisi bütünleşik otoregresif hareketli ortalama serisidir.  $Y_t$  serisi  $ARIMA(p, d, q)$  ile gösterilir.

#### 1.4. Birim Köklü Seriler ve Trend

Durağan olmayan seriler trend içeren serilerdir. Bu trend deterministik (genellikle ortalamadan kaynaklanan) veya stokastik olabilir (kovaryansın zamana bağlı olmasından kaynaklanan). Birim köklü zaman serileri stokastik trend içeren zaman serileridir. Bu durumda aşağıdaki üç model ele alınsın:

$$\text{Model 1: } X_t = \mu + X_{t-1}$$

$$\text{Model 2: } X_t = X_{t-1} + e_t$$

$$\text{Model 3: } X_t = \mu + X_{t-1} + e_t$$

Burada  $\mu$  sabit (rastgele olmayan) bir değer olup genellikle serinin ortalamasıdır.  $e_t$ 'ler de beyaz gürültü serisidir, yani  $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$  dir. Bu modeller  $S_t = e_1 + e_2 + \dots + e_t$  olmak üzere,

$$\text{Model 1: } X_t = X_0 + t\mu$$

$$\text{Model 2: } X_t = X_0 + S_t$$

$$\text{Model 3: } X_t = X_0 + S_t + t\mu$$

olarak yazılabilir. Model 1'deki  $\{\mu t, t = 1, 2, \dots\}$  terimi hiçbir stokastik terim içermediğinden bu deterministik bir trend içerir. Model 2'deki  $\{S_t, t = 1, 2, 3, \dots\}$  rastgele değişkenlerin toplamı olup stokastik bir trend içerir. Bazı modeller Model 3'de olduğu gibi hem deterministik hem de stokastik trend içerebilir.

$e_t \sim WN(0, \sigma^2)$  olmak üzere,  $AR(p)$  modeli  $t = 1, 2, 3, \dots, n$  için

$$(X_t - \mu) = \alpha_1(X_{t-1} - \mu) + \alpha_2(X_{t-2} - \mu) + \dots + \alpha_p(X_{t-p} - \mu) + e_t$$



şeklinde verilmiş olsun. Burada,  $\mu$  serinin beklenen değeridir. Bu modele karşılık gelen karakteristik denklem ise,

$$m^p - \sum_{i=1}^p \alpha_i m^{p-i} = 0$$

dır. Daha önce de değinildiği gibi bu karakteristik denklemin bütün kökleri ( $p$  tane) mutlak değerce 1'den küçük ise seri durağan, köklerden en az bir tanesi mutlak değerce 1 ise seri durağan değildir. Modelin durağanlığı karakteristik denklemin kökleri ile ilişkilidir. Bu sebeple durağan olmayan seriler birim köklü olarak adlandırılır. Karakteristik denklemin köklerinin mutlak değerce 1 den büyük olması, uygulamada karşılaşılan bir durum değildir.

Verilen herhangi bir zaman serisinin sezgisel olarak durağan olup olmadığını görebilmek için otokorelasyonların azalma oranlarına bakılır. Verilen bir zaman serisi için önerilecek modelin durağanlığına model parametrelerine bakılarak da karar verilebilir. Böyle bir durumda parametre tahminleri en küçük kareler yöntemi ile tahmin edildikten sonra parametrelerin tahmin değerlerinin toplamı 1 civarında ise serinin durağanlığından şüphelenilir. Ancak parametrelerin toplamının 1 den küçük olması modelin durağanlığını gerektirmez (Akdi 2010). Durağanlığın sınanmasında her zaman bu yöntemler kullanılmaz. Seri hakkında daha kesin bir bilgiye ulaşmak için birim kök testlerine başvurulur.

### 1.5. Birim Kök Testleri

Bu kısımda verilen herhangi bir zaman serisinin durağan olup olmadığını sınamak için uygulanan birim kök testleri üzerinde durulacaktır. Bu tez çalışmasında incelenecek olan birim kök testleri uygulamada en sık kullanılan, Dickey-Fuller, Arttırılmış Dickey-Fuller ve Phillips-Perron birim kök testleridir.

### 1.5.1. Dickey-Fuller (DF) Birim Kök Test Yöntemi

Birim köklü seriler AR bileşeni içeren serilerdir. Herhangi bir zaman serisinin durağanlığını sınamak için birim kök testlerinden faydalanılır. Bunlar arasında çok kullanılanlardan biri, parametrelerin en küçük kareler tahmin edicisinin, modelin birim köklü olduğu varsayımı altındaki dağılımına bağlı olarak geliştirilen Dickey-Fuller birim kök test yöntemidir.  $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$  olmak üzere,  $X_t = \alpha X_{t-1} + e_t$ ,  $t = 1, 2, 3, \dots, n$  şeklinde verilen  $AR(1)$  modelini göz önüne alalım.  $|\alpha| < 1$  iken  $\alpha$ 'nın en küçük kareler tahmin edicisi

$$\hat{\alpha}_n = \left[ \sum_{t=2}^n X_{t-1}^2 \right]^{-1} \left[ \sum_{t=2}^n X_t X_{t-1} \right]$$

şeklindedir. Buradan, tahmin edicinin payında bulunan  $X_t$  yerine  $\alpha X_{t-1} + e_t$  yazıldığında

$$\hat{\alpha}_n - \alpha = \left[ \sum_{t=2}^n X_{t-1}^2 \right]^{-1} \left[ \sum_{t=2}^n e_t X_{t-1} \right] = \frac{\sum_{t=2}^n e_t X_{t-1}}{\sum_{t=2}^n X_{t-1}^2} = \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{\sum_{t=2}^n e_t X_{t-1}}{\frac{1}{n} \sum_{t=2}^n X_{t-1}^2}$$

elde edilir.  $|\alpha| < 1$  ve  $n \rightarrow \infty$  iken

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{t=2}^n e_t X_{t-1} = O_p(1) \text{ ve } \frac{1}{n} \sum_{t=2}^n X_{t-1}^2 = O_p(1)$$

olduğundan  $\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{t=2}^n e_t X_{t-1}$  ve  $\frac{1}{n} \sum_{t=2}^n X_{t-1}^2$  olasılıklı sınırlıdır  $n \rightarrow \infty$  iken

$$\hat{\alpha}_n \xrightarrow{P} \alpha \text{ ve } \sqrt{n} (\hat{\alpha}_n - \alpha) \xrightarrow{D} N(0, 1 - \alpha^2)$$

yakınsamaları elde edilir yani  $\sqrt{n} (\hat{\alpha}_n - \alpha)$  asimptotik normaldir.

$X_t = \alpha X_{t-1} + e_t$  serisinde  $\alpha = 1$  olması halinde  $\alpha$ 'nın en küçük kareler tahmin edicisi

$$\hat{\alpha}_n - 1 = \frac{\sum_{t=2}^n e_t X_{t-1}}{\sum_{t=2}^n X_{t-1}^2} = \frac{\frac{1}{n^2} \sum_{t=2}^n e_t X_{t-1}}{\frac{1}{n^2} \sum_{t=2}^n X_{t-1}^2} = \frac{1}{n} \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=2}^n e_t X_{t-1}}{\frac{1}{n^2} \sum_{t=2}^n X_{t-1}^2}$$

olarak yazılır  $n(\hat{\alpha}_n - 1) = O_p(1)$  yani  $n(\hat{\alpha}_n - 1)$  olasılıkla sınırlıdır; fakat  $n(\hat{\alpha}_n - 1)$  nin dağılımı normal dağılım değildir. Bu istatistiğin dağılımı  $W(t)$  standart Wiener sürecini göstermek üzere,  $n \rightarrow \infty$  iken

$$n(\hat{\alpha}_n - 1) = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=2}^n e_t X_{t-1}}{\frac{1}{n^2} \sum_{t=2}^n X_{t-1}^2} \xrightarrow{D} \frac{\chi_1^2 - 1}{2 \int_0^1 W^2(t) dt}$$

olarak ifade edilir. Bu test istatistiğinin hesaplanan değeri ile kritik değerler karşılaştırılır.  $AR(1)$  modeline uygun olduğu varsayılan bir zaman serisinin birim köklü olup olmadığı test edilir.

$X_t = \alpha X_{t-1} + e_t$  modeli regresyon modeline benzediğinden regresyonda,  $H_0: \alpha = 1$  yokluk hipotezini test etmek için genellikle  $t$ -testi kullanılır.  $H_0: \alpha = 1$  yokluk hipotezi altında  $t$ -istatistiğinin dağılımı da bilinen  $t$ -dağılımı değildir.  $\alpha$ 'nın en küçük kareler tahmin edicisi  $\hat{\alpha}_n$  ve

$$S_n^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{t=2}^n (X_t - \hat{\alpha}_n X_{t-1})^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{t=2}^n \hat{e}_t^2$$

olmak üzere,  $H_0: \alpha = 1$  yokluk hipotezini test etmek için  $t$ -istatistiği

$$\hat{t}_n = \left[ S_n^2 \left( \sum_{t=2}^n X_{t-1}^2 \right)^{-1} \right]^{-\frac{1}{2}} (\hat{\alpha}_n - 1)$$

şeklinde yazılır. Bu istatistiğin dağılımı bilinen  $t$ -dağılımı değildir. Literatürde bu dağılım da Dickey-Fuller dağılımı olarak bilinir.  $\hat{t}_n$  istatistiği kesim noktası içermeyen model için kullanılan test istatistiğidir.

Buraya kadar beklenen değeri sıfır olan  $AR(1)$  modeli ele alındı. Şimdi model,  $(X_t - \mu) = \alpha(X_{t-1} - \mu) + e_t$ ,  $t = 1, 2, 3, \dots, n$  şeklinde verilmiş olsun. burada,  $\alpha_0 = \mu(1 - \alpha)$  denildiğinde model,  $X_t = \alpha_0 + \alpha X_{t-1} + e_t$ ,  $t = 1, 2, 3, \dots, n$  şeklinde yazılabilir. Bu model de kesim noktası (intercept) bulunan basit doğrusal regresyon modeline benzemektedir.  $\alpha = 1$  için model durağan değildir.  $H_0: \alpha = 1$  yokluk hipotezi altında beklenen değer  $\mu$  dolayısıyla  $\alpha_0$  modelden düşer. Bu modele göre  $\alpha$ 'nın en küçük kareler tahmin edicisi,  $i = 0, 1$  için

$$\bar{X}_{(i)} = \frac{1}{n-i} \sum_{t=2}^n X_{t-i}$$

olmak üzere,

$$\hat{\alpha}_{n,\mu} = \left[ \sum_{t=2}^n [X_{t-1} - \bar{X}_{(1)}]^2 \right]^{-1} \sum_{t=2}^n (X_t - \bar{X}_{(0)})(X_{t-1} - \bar{X}_{(1)})$$

dir.  $H_0: \alpha = 1$  yokluk hipotezini test etmek için  $t$ -türü,  $\hat{t}_{n,\mu}$  istatistiğinin değeri kullanılır.

Burada,

$$\hat{t}_{n,\mu} = \frac{\hat{\alpha}_{n,\mu} - 1}{S_{\hat{\alpha}_{n,\mu}}} = \frac{\hat{\alpha}_{n,\mu} - 1}{[S_n^2 (\sum_{t=1}^n (X_t - \hat{\alpha}_0 - \hat{\alpha} X_{t-1})^2)^{-1}]^{1/2}}$$

olarak hesaplanır. Bu istatistiğin dağılımı da bilinen  $t$ -istatistiği değildir. Bu dağılımda literatürde Dickey-Fuller dağılımı olarak bilinir.  $n(\hat{\alpha}_{n,\mu} - 1)$  ve  $\hat{t}_{n,\mu}$  istatistiklerinin yakınsama hızları  $n(\hat{\alpha}_{n,\mu} - 1) = O_P(1)$  ve  $\hat{t}_{n,\mu} = O_P(1)$  şeklindedir (Fuller, 1996). Bu test istatistiklerinin dağılımlarının yüzdelikleri ile bir önceki test istatistiklerinin yüzdelikleri farklıdır.  $\hat{t}_{n,\mu}$  istatistiği kesim noktası içeren model için kullanılan test istatistiğidir.

Model kesim noktası ile beraber zamana bağlı deterministik trend de içerebilir. Örneğin model,  $(X_t - a - bt) = \alpha(X_{t-1} - a - bt) + e_t$   $t = 1, 2, 3, \dots, n$  şeklinde verildiğinde,  $X_t = a(1 - \alpha) + bt(1 - \alpha) + \alpha X_{t-1} + e_t$   $t = 1, 2, 3, \dots, n$  şeklinde bir regresyon modeli gibi yazılabilir. Bu durumda,  $\alpha$  parametresinin en küçük kareler tahmin

ediciyi farklıdır.  $\alpha = 1$  için model yine durağan değildir ve  $X_t = X_{t-1} + e_t$   $t = 1, 2, 3, \dots, n$  şekline dönüşür. Yani modelden beklenen değer ( $\mu t = a + bt$ ) kaybolmaktadır.  $\alpha$ 'nın en küçük kareler tahmin edicisi  $\hat{\alpha}_{n,\tau}$  olmak üzere  $n(\hat{\alpha}_{n,\tau} - 1) = O_p(1)$  dir (Fuller, 1996).  $n(\hat{\alpha}_{n,\tau} - 1)$  ve  $\hat{\tau}_{n,\tau}$  istatistiklerinin de yüzdeleri (kritik değerleri) yukarıdaki diğer dağılımların yüzdelerinden farklıdır. Eğer veride zamana bağlı bir trend olduğundan şüpheleniliyorsa,  $H_0: \alpha = 1$  yokluk hipotezini test etmek için bu dağılımın kritik değerleri kullanılmalıdır (Akdi, 2010).  $\hat{\tau}_{n,\tau}$  kesim noktası ve trend içeren model için kullanılan test istatistiğidir.

Kısaca özetlenecek olursa Dickey-Fuller birim kök testinin teorik ve pratik sonuçları aşağıda sunulan regresyonları dikkate alır:

$$\nabla X_t = \delta X_{t-1} + e_t \quad \tau_n\text{-istatistiği} \quad (1.5)$$

$$\nabla X_t = \mu + \delta X_{t-1} + e_t \quad \tau_{n,\mu}\text{-istatistiği} \quad (1.6)$$

$$\nabla X_t = \mu + bt + \delta X_{t-1} + e_t \quad \tau_{n,\tau}\text{-istatistiği} \quad (1.7)$$

Her durumda  $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$  olduğu varsayılmakta ve sıfır hipotezi  $\delta = \alpha - 1$  için  $\alpha = 1$  veya  $\delta = 0$ , yani birim kök olduğunu göstermektedir. Alternatif hipotez ise  $\alpha < 1$  veya  $\delta < 0$  olduğunu yani serinin durağan olduğunu ortaya koyar. Denklem (1.5) ile diğer iki regresyon arasında da sabit terimin ve trendin ilave edilmesi açısından bir fark vardır (Sevüktekin, Nargeleçekenler, 2010).

### 1.5.2. Arttırılmış Dickey-Fuller (ADF) Birim Kök Test Yöntemi

Dickey-Fuller tarafından geliştirilen birim kök testleri yalnızca birinci dereceden otoregresif süreçlere uygulanmaz. Daha yüksek dereceden otoregresif süreçlere de Dickey-Fuller testlerini uygulamak mümkündür. Bilindiği gibi  $p$  inci dereceden otoregresif  $AR(p)$  süreci

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \alpha_3 X_{t-3} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + e_t \quad (1.8)$$

biçiminde yazılabilir. Burada zaman serisi modeli denklem (1.8) ile kurulması gerekirken, varsayımsal denklem  $AR(1)$  modeline benzer kurulmuş yani

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + e_t \quad (1.9)$$

birinci dereceden bir otoregresif süreç modeli ise hata terimi  $e_t$  beyaz gürültü süreci olmayacak, aksine serisel korelasyonlu olacaktır. Böyle bir durumda denklem (1.9)'deki hataların korelasyonlu olması yukarıda anlatılan Dickey-Fuller test sürecini geçersiz kılacaktır. Çünkü denklem (1.9)'daki hata terimi  $e_t = \alpha_2 X_{t-2} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + v_t$  olarak algılanacaktır. Dolayısıyla artıklardaki serisel korelasyonun ortadan kaldırılması gerekir. Bu amaçla modele değişkenin gecikmeli değerlerinin ya da  $e_t = \alpha_2 X_{t-2} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + v_t$  olarak aldığı değerler katılarak hatalardaki korelasyon ortadan kaldırılmaya çalışılır. Sonuçta  $e_t = \alpha_2 X_{t-2} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + v_t$  denklem (1.9)'da yerine yazıldığında elde edilecek yeni model denklem (1.8)'e eşit olacaktır. Bu aşamadan sonra DF testi için uygulanan test süreci burada da geçerli olacaktır. Böyle bir durumda uygulanan testlere Arttırılmış Dickey-Fuller (Augmented Dickey-Fuller, ADF) Birim Kök Testleri adı verilir.

Dickey-Fuller sürecinde olduğu gibi önce denklem (1.8)'in birinci farkı alınır:

$$\nabla X_t = \delta X_{t-1} + \delta_1 \nabla X_{t-1} + \delta_2 \nabla X_{t-2} + \dots + \delta_p \nabla X_{t-p} + e_t \quad (1.10)$$

Burada  $\delta_i$ 'ler  $\alpha$ 'ların genel fonksiyonlarıdır ( $\delta = \alpha - 1$ ). Dickey-Fuller sürecindeki ikinci adım denklem (1.5), (1.6) ve (1.7)'e karşı gelen denklemleri üretmektir. Buna göre Arttırılmış Dickey-Fuller (ADF) denklemleri sırasıyla aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\nabla X_t = \delta X_{t-1} + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla X_{t-j} + e_t \quad \tau_n\text{-istatistiği} \quad (1.11)$$

$$\nabla X_t = \mu + \delta X_{t-1} + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla X_{t-j} + e_t \quad \tau_{n,\mu}\text{-istatistiği} \quad (1.12)$$

$$\nabla X_t = \mu + bt + \delta X_{t-1} + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla X_{t-j} + e_t \quad \tau_{n,t}\text{-istatistiği} \quad (1.13)$$

Görüldüğü gibi denklem (1.11), (1.12) ve (1.13) sırasıyla denklem (1.5), (1.6) ve (1.7) ile tanımlanan Dickey-Fuller denklemlerinin bağımlı değişkenin gecikmeli değerlerinin modele dahil edilmesi ile arttırılmış (genişletilmiş) halidir. Dolayısıyla bu denklemlere de DF testi kullanmak mümkündür. Bu durumda bu testler Arttırılmış Dickey-Fuller (ADF) birim kök testi olarak adlandırılır. Dickey-Fuller  $\tau$ -istatistikleri için kullanılan kritik değerler ADF testleri için de kullanılır. Dolayısıyla iki test için aynı hipotez de kullanılabilir.

Yukarıda açıklandığı gibi bağımlı değişkenin gecikmeli değerlerinin başlangıçtaki Dickey-Fuller denklemlerine ekstra terim olarak eklenmeleri bu denklemleri artırmaktadır. Bu yaklaşım sonucunda hatalardaki otokorelasyon ortadan kaldırılmış olacaktır. Birim kök testi uygulamak için kullanılacak bir denklemde gecikme sayısı olan  $p$ 'nin ne olacağını belirlemek için genelde Akaike Bilgi kriteri (AIC) ile Schwartz Bayesian kriteri (SBC) kullanılır. Bundan başka hataların otokorelasyonlu olup olmadığını ortaya koymak için Breusch-Godfrey veya Lagrange çarpanları (LM) testleri uygulanabilir (Enders, 1995).

### 1.5.3. Phillips-Perron (PP) Birim Kök Test Yöntemi

Dickey-Fuller testinde rastgele hataların yani beyaz gürültü serisinin dağılımının istatistiksel olarak bağımsız ve sabit varyanslı olduğu varsayılmaktadır. Yani rastgele hatalar arasında otokorelasyon olmadığı,  $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$  olduğunu varsaymaktadır. Phillips-Perron (PP) birim kök için parametrik olmayan yeni bir test geliştirmişlerdir. Phillips ve Perron (1988) hata terimlerinin kendi içinde otokorelasyonlu olması durumunda Dickey-Fuller test yönteminin hatalı sonuçlar verebileceğini iddia etmektedir. Hata terimlerinin otokorelasyonlu olması halinde, DF test istatistiklerine bir düzeltme faktörü ekleyerek yeni bir yöntem önermektedir. Ayrıca önerilen test istatistiklerinin kritik değerleri DF test istatistiklerini kritik değerleri ile aynıdır. Onun için birim kök testleri yapılırken test istatistiklerinin değerleri farklı olmasına rağmen aynı kritik değerler kullanılır.  $(X_t - \mu) = \alpha(X_{t-1} - \mu) + u_t$ ,  $t = 1, 2, 3, \dots, n$  AR(1) modelini göz önüne alalım. Bu model  $X_t = \alpha_0 + \alpha X_{t-1} + u_t$ ,  $t = 1, 2, 3, \dots, n$  olarak yazılabilir.  $\psi(B) = 1 + \beta_1 B + \beta_2 B^2 + \dots + \beta_q B^q$  olmak üzere hata terimleri  $u_t = \psi(B)e_t$  yani  $u_t = e_t + \beta_1 e_{t-1} + \beta_2 e_{t-2} + \dots + \beta_q e_{t-q}$  şeklinde verilmiş olsun. Burada  $H_0: \alpha = 1$  yokluk hipotezini test etmek için Dickey-Fuller test istatistiklerine bir düzeltme faktörü eklenir.  $X_t$ 'nin  $X_{t-1}$  üzerine regresyonundan elde edilen artıklar  $\hat{u}_t$  olsun. Bu artıklar serisinin kovaryansları  $\hat{\gamma}(h)$  ile gösterilsin. Ayrıca,

$$\hat{\lambda}^2 = \hat{\gamma}(0) + 2 \sum_{j=1}^q [1 - j/(q+1)] \hat{\gamma}(j)$$

olsun.  $X_t$ 'nin  $X_{t-1}$  üzerine regresyonundan elde edilen hata kareler ortalaması,

$$S_n^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{t=1}^n \hat{u}_t^2$$

dir. Buna göre Phillips-Peron birim kök test istatistiği,

$$Z_\mu = \left[ \sqrt{\frac{\hat{\gamma}(0)}{\hat{\lambda}^2}} \right] \hat{t}_\mu - \left\{ \frac{\frac{1}{2} (\hat{\lambda}^2 - \hat{\gamma}(0)) \left( \frac{n s_{\hat{\alpha}}}{S_n} \right)}{\hat{\lambda}} \right\}$$

olarak verilmektedir. Burada  $s_{\hat{\alpha}}$  değeri,  $\hat{\alpha}$ 'nın standart hatasını göstermektedir. Diğer taraftan Dickey-Fuller test yönteminde olduğu gibi ortalamasının sıfır olması veya modelin lineer bir trend içermesi durumuna göre paralel istatistikler yazılır. Uygulamada genellikle sabit içeren (kesim noktası) regresyon modeli kullanılmaktadır (Akdi, 2010).

### 1.6. Model Belirleme Kriterleri

Zaman serisi gözlemlerinden oluşan bir veriye uygun bir model önermek genellikle kolaydır. Önce verilerin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının grafikleri çizilerek sezgisel bir fikir sahibi olunur. Önerilen modelin durağanlığı varsayımı altında model hakkında istatistikî sonuç çıkarımlar da yapılabilir. Fakat bu çıkarımlar yanıltıcı olabilir. Bunun nedeni model türü ve derecesini belirlemek için sadece fonksiyonların grafiklerinin ele alınmasıdır.

Zaman serileri analizleri yapılırken önce verilere uygun bir model belirlenmeye çalışılır. Bu modeli belirlemek bazen kolay olmasına rağmen bazen oldukça güçtür. Literatürde değişik veri türleri için birçok model belirleme kriteri vardır. Zaman serilerinde en çok kullanılan otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarıdır. Bu fonksiyonlar serinin model türünün ve derecelerinin belirlenmesinde kullanılır. Fakat durağan olmayan modellerde bu fonksiyonlar yanıltıcı sonuçlar verebilir.

$e_t \sim WN(0, \sigma^2)$  olmak üzere,  $ARMA(p, q)$  modeli

$$(X_t - \mu) = \sum_{i=1}^p \alpha_i (X_{t-i} - \mu) + e_t + \sum_{j=1}^q \beta_j e_{t-j}$$



şeklinde verilsin. Böyle bir model varsayımı altında bazı model belirleme kriterleri aşağıdaki bölümde incelenecektir.

### 1.6.1. Akaike Bilgi Kriteri (AIC)

Akaike Bilgi Kriteri (AIC) modeldeki terimlerin sayısını dikkate alarak modelin uyumunun iyiliğini ölçen bir kriterdir. AIC genelde çok değişkenli alternatif modeller arasında iyi uyum sağlayan modelin seçim kriteri amacıyla kullanılabilen gibi ARIMA modelleri için de uygun model derecesini tanımlamak amacıyla kullanılabilir. AIC istatistiğinin en genel hali

$$AIC(p, q) = -2 \log(L) + 2k$$

şeklindedir. Burada,  $k = p + q$  olup  $p$  ve  $q$  model derecelerini,  $L$ 'de en çok olabilirlik tahmin edicisini göstermektedir. Bu istatistiğin tahmin değerini en küçük yapan  $p$  ve  $q$  değerleri uygun model dereceleri olarak alınır. Akaike tarafından önerilen bu ifadenin birkaç alternatif tanımları da söz konusudur. Örneğin

$$AIC(p, q) = n \ln(\hat{\sigma}_n^2) + 2k$$

burada  $\hat{\sigma}_n^2 = SSR/n$  ve  $SSR$  hata kareler toplamıdır. Minimum değeri veren  $k$ 'ın değeri model derecesi olarak seçilir. AIC için benzer bir tanımlama

$$AIC(p, q) = n \ln(SSR) + 2k$$

olarak da ifade edilebilir. Shibata (1976) AIC istatistiğinin yanlış sonuçlar vereceğini (overestimate) göstermiştir. Akaike (1978 ve 1979) bu problemi giderebilmek için Bayes Bilgi Kriterini (Bayesian Information Criterion BIC) önermiştir. Bu metod AIC nin Bayescil genişletilmesi olup,

$$BIC(p, q) = n \ln(\hat{\sigma}_n^2) - (n - k) \ln\left(1 - \frac{k}{n}\right) + k \ln(n) + k \ln\left[\frac{\left(\frac{\hat{\sigma}_x^2}{\hat{\sigma}_n^2} - 1\right)}{k}\right]$$

olarak ifade edilir.  $\hat{\sigma}_n^2$ ,  $e_t$  serisinin varyansının ( $\sigma^2$ ) en çok olabilirlik tahmin edicisidir.  $\hat{\sigma}_x^2$  ise  $X_t$  zaman serisinin örneklem varyansıdır. Burada da  $BIC(p, q)$  istatistiğinin değerini en küçük yapan  $p$  ve  $q$  değerleri uygun model dereceleri olarak seçilir. Her ne kadar  $BIC(p, q)$  istatistiğinin daha iyi sonuç verdiği iddia edilse de uygulamada  $AIC(p, q)$  istatistiğinin değerleri daha yaygın olarak kullanılmaktadır (Akdi, 2010).

### 1.6.2. Schwartz Bayesian Bilgi Kriteri (SBC)

$AIC$  kriterine benzer bir kriter de Schwartz (1978) tarafından önerilmiştir.  $SBC$  istatistiği

$$SBC(p, q) = n \ln(\hat{\sigma}_n^2) + k \ln(n) \text{ veya } SBC(p, q) = n \ln(SSR) + k \ln(n)$$

olarak verilir. Genel olarak  $AIC$  istatistiği ile benzer (çoğu zaman aynı model seçimi) sonuçlar gözlenmesine rağmen, durağan olmayan serilerin modellenmesinde  $SBC$  istatistiğinin dikkate alınması önerilmektedir (Akdi, 2010).

### 1.6.3. Sonlu Hata Kestirim Kriteri (FPE)

Sonlu Hata Kestirim Kriteri (Finite Prediction Error Criterion, bazı kaynaklarda Final Prediction Error Criterion) olarak önerilen  $FPE$  istatistiği genellikle  $AR$  serilerinin modellenmesinde kullanılmaktadır. Son kestirim hatası, hata varyansından daha fazla arındırılmış bir ölçüttür. Bir adım ileri kestirim için tahmin edilmiş en küçük ortalama hata karesine sahip  $AR$  modelinin gecikme sayısını belirler.

$$FPE(p) = \hat{\sigma}_n^2 \left(\frac{n+p}{n-p}\right)$$

ile gösterilir. Yine  $AIC$  ve  $SBC$  istatistiklerinde olduğu gibi,  $FPE(p)$  yi en küçük yapan  $p$  değeri  $AR$  modelinin derecesi olarak alınır.

#### 1.6.4. Parzen'in CAT Kriteri

Bu kriter de  $AR$  modelleri için kullanılmaktadır.  $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$  olmak üzere  $AR(p)$  modeli,  $X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + e_t$  şeklinde verilsin. Bunun için  $j = 1, 2, 3, \dots, p$  olmak üzere  $A(j)$  modelleri göz önüne alınır. Her  $j$  için  $AR(j)$  modeline göre  $\sigma^2$  parametresinin yansız bir tahmin edicisi  $\hat{\sigma}_j^2$  olmak üzere  $CAT(p)$  istatistiği

$$CAT(p) = \begin{cases} -\left(\frac{n+1}{n}\right), & p = 0 \\ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^p \frac{1}{\hat{\sigma}_j^2} - \frac{1}{\hat{\sigma}_p^2}, & p = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

şeklinde verilir.  $CAT(p)$  istatistiğinin değerini en küçük yapan  $p$  sayısı  $AR$  modelinin derecesi olarak seçilir (Wei, 2006).

#### 1.6.5. Standart Belirtme Katsayısı- $R^2$

Standart belirtme katsayısı  $R^2$  zaman serisi modellerini değerlendirmek için çok fazla yararlı olmayabilir. Regresyon modelleri arasında bu kritere dayanarak seçim yapma maksimizasyonuna dayanır. Zaman serisi modellerinde de benzer biçimde kullanılabilir. Ancak regresyon modellerinde yapılan bazı ilave değişkenler durumunda  $R^2$ 'nin değeri artar. Regresyonda bu sonucun çözümü serbestlik derecesi dikkate alınarak ayarlanmış  $\bar{R}^2$ 'lerin hesaplanmasıyla halledilmeye çalışılır. ARIMA modelleri için benzer bir çözüm önerilir.

Zaman serisi modelleri için belirtme katsayısının hesabı örneğin teorik olarak en basit  $AR(1)$  modeli  $X_t = aX_{t-1} + e_t$  için

$$R^2 = 1 - \frac{\sigma^2}{\gamma_0} = 1 - \frac{\sigma^2}{\left[\frac{\sigma^2}{1-a^2}\right]} = a^2$$

yazmak mümkündür. Dolayısıyla  $R^2$ 'nin yalnızca  $AR$  parametrelerine bağlı olduğu görülebilir. Bu açıklamadan örneğin  $a = 0.9$  olduğu modelde  $R^2$ ,  $a = 0.3$  olan başka bir modeldeki  $R^2$ 'den daha büyük olacağı görülebilir (Frances, 1998).

## 2. YAPISAL KIRILMA VE KOİNTEGRASYON ANALİZİ

### 2.1. Yapısal Kırılma Analizi

Zaman serilerinde durağanlık tahminin gücü ve başarısı için önemlidir. Eğer bir zaman serisi durağan ise zaman içinde serinin varyansı ve ortalaması sabit, kovaryansı zamandan bağımsız olacaktır. Ancak zaman serileri genellikle bir trende veya mevsimsel bileşenlere sahiptir. Örneğin; savaşlar, yeni vergiler, benzin fiyatlarındaki olağanüstü artışlar, zaman serilerindeki değişkenliğin başlıca sebebidir. Ekonomik sistemlerindeki farklılıklar ve olağanüstü durumlar, değişkenlerde yapısal kırılmalar meydana getirebilir. Tahmin dönemi içinde böyle bir yapısal kırılma mevcut ise bu durumda yapılan tahmin bütün dönemi kapsayan başarılı bir tahmin olamayacaktır. Bu nedenle değişkenlerde yapısal kırılma olup olmadığının incelenmesi gerekir (Bozkurt, 2007).

Kırılmalar ya farklı bir tarihte anakütle regresyon katsayılarında ortaya çıkan kesikli bir değişmeden ya da uzun bir zaman dönemi boyunca katsayıların kademeli bir biçimde değişim göstermesi durumunda ortaya çıkar. Makroekonomik zaman serisi verilerinde kesikli kırılmaların kaynaklarından birisi makroekonomik politikadaki önemli değişimlerdir. Örneğin döviz kurlarında sabit kurdan dalgalı kur politikalarına geçilmesi, para politikalarındaki dönemsel değişimler gibi. Diğer taraftan kırılmalar zaman boyunca anakütle regresyonunun ortaya çıkardığı gibi daha yavaş bir biçimde vuku bulabilir. Örneğin ekonomik politikaların kademeli bir biçimde ortaya çıkan gelişmeler ve ekonominin yapısındaki kademeli değişimler gibi (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010).

Bu tez çalışmasında kırılma zamanının önceden bilindiği (yani dışsal olarak belli olduğu) varsayımı altında uygulanan Perron (1989) yaklaşımı ve kırılma zamanının önceden bilinmediği (yani içsel olarak belirlendiği) varsayımı altında uygulanan Zivot-Andrews (1992) ve Perron (1997) yaklaşımları incelenmiştir.

#### 2.1.1. Perron (1989) Yaklaşımı

$\{X_t, t = 0 \dots T\}$  dizisi, yani  $T + 1$  sayıda gözleme sahip olan bir  $X_t$  serisi tanımlansın. Söz konusu bu seride bir yapısal kırılmanın olduğu varsayımı altında, kırılma  $T_b$  ile gösterilecek olursa serideki kırılma zamanı  $1 < T_b < T$  arasında olacaktır (Perron, 1989).

Burada ele alınan  $\{X_t, t = 0 \dots T\}$  zaman dizisi sıfırdan farklı bir kesme ve birim kökün varlığını yansıtan (stokastik trend) bir gerçekleşme ile kayan rastgele yürüyüş davranışı sergilemektedir. Yani  $X_t = \mu + X_{t-1} + e_t$  şeklindedir.

Perron (1989) yaklaşımına göre zaman serisinde yapısal kırılma tek bir noktada gerçekleşmektedir. Perron yapısal kırılma testini uygularken kırılma zamanının dışsal (egzojen) olarak modele eklenmesi gerektiğini ileri sürer. Bu yaklaşımda kırılmaların üç farklı şekilde gerçekleştiği varsayılır. Bu bağlamda üç farklı model dikkate alınarak her model kalıbı için sıfır ve alternatif hipotezler elde edilir. Bu hipotezlerin ilkinde zaman serisinin düzeyinde bir kırılma, ikincisinde zaman serisinin eğiminde (büyümesinde) bir kırılma ve üçüncüsünde ise zaman serisinin hem düzeyinde hem de eğiminde bir kırılma olduğunu varsayımı vardır (Perron 1989).

Düzye değişimli yapısal kırılma zaman serisinin düzeyinde meydana gelen bir değişim serinin zaman içerisinde göstermiş olduğu seyrin kırılma zamanından ( $T_b$ ) sonra benzer şekilde devam etmesi anlamına gelmektedir.

Perron (1989) yaklaşımı tek bir kırılmanın olduğu ve kırılma zamanının bilindiği varsayımı altında sıfır ve alternatif hipotezler aşağıdaki şekildedir. Perron (1989) düzey değişimini gösteren zaman serilerini açıklarken birinci tip modeli Model A olarak tanımlayıp analiz etmektedir. Böylece sıfır hipotezi altında Model A aşağıdaki şekilde tanımlanır:

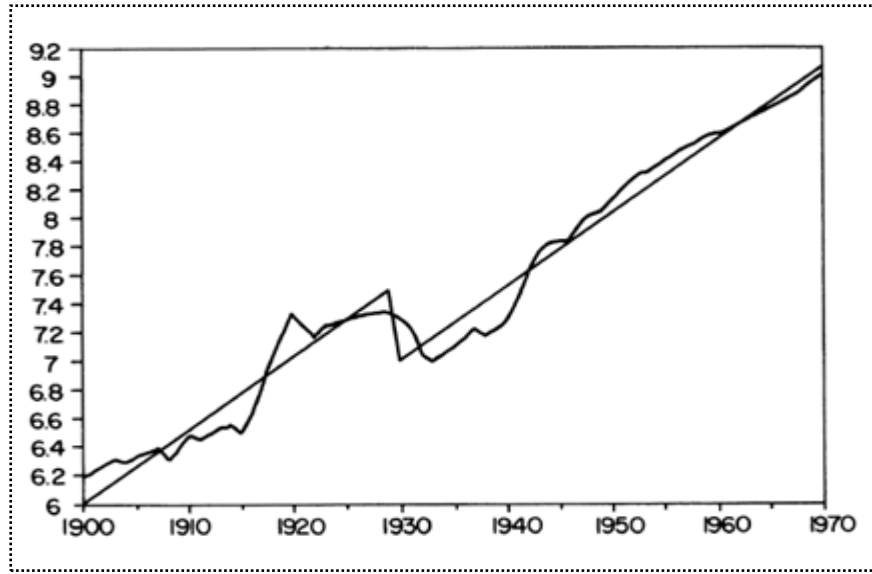
$$X_t = \mu + \gamma_1 DVTB_t + X_{t-1} + e_t \quad (2.1)$$

Burada  $DVTB_t$  düzey değişimini gösteren bir kukla değişkendir. Bu kukla değişkeni  $DVTB_t = \begin{cases} 1, & t = T_b + 1 \\ 0, & t \neq T_b + 1 \end{cases}$  şeklindedir. Yani modelde yalnızca  $T_b + 1$  noktasında bir düzey değişimini göstermektedir. Düzey üzerindeki etkiyi ise kukla değişken katsayısı  $\gamma_1$  parametresi ile gösterilmektedir. Model A'nın alternatif biçimi ise aşağıdaki şekildedir:

$$X_t = \mu + \beta t + \gamma_2 DVU_t + e_t \quad (2.2)$$

Alternatif modelde kukla değişken  $DVU_t = \begin{cases} 1, & t > T_b \\ 0, & t \leq T_b \end{cases}$  şeklindedir. Model A'nın ele alınan bu alternatif biçimi denklem (2.2)'de düzeyde görülen tekli kırılma yapısını yansıtarak aslında trend fonksiyonu etrafında durağan bir yapıya sahip olduğu ileri sürülmektedir.

Model A için 1929 yılında yaşanan ekonomik kriz örnek verilebilir. 1929 Dünya Ekonomik Bunalımı, 1929'da başlamış (etkilerini ancak 1930 yılının sonlarında tam anlamıyla hissettirmiş) ve 1930'lu yıllar boyunca devam etmiştir. Buhran, Kuzey Amerika ve Avrupa'yı merkez almasına rağmen, dünyanın geri kalanında da (özellikle de sanayileşmiş ülkelerde) yıkıcı etkiler yaratmıştır. Aşağıdaki grafikte 1900-1970 yılları arasındaki dönem incelenmiştir. Seride 1929 ile 1930 yılları arasında bir değişim söz konusudur; fakat bu değişimden sonra serinin eğimi değişmemiştir (Perron, 1989).



Şekil 2.1. Düzey değişimi (kırılmayı) gösteren zaman serisi örneği

Eğim değişimli yapısal kırılma zaman serisinin eğiminde meydana gelen bir değişimin serinin zaman içerisinde göstermiş olduğu seyrin kırılma zamanından ( $T_b$ ) sonra eğimindeki değişmeyi de içerecek şekilde devam etmesi anlamına gelir.

Perron eğim değişimini gösteren zaman serilerini açıklarken ikinci tip modeli Model B olarak tanımlayıp analiz etmektedir. Böylece sıfır hipotezi altında Model B aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$X_t = \mu + \gamma_2 DVU_t + X_{t-1} + e_t \quad (2.3)$$

Burada kukla değişken  $DVU_t = \begin{cases} 1, & t > T_b \\ 0, & t \leq T_b \end{cases}$  şeklindedir. Serideki büyümeyi yansıtan büyüme kukla değişkeni  $DVU_t$ , kırılma zamanı  $T_b$ 'den sonra büyüyecektir. Model B'nin

ele alınan alternatif biçimi denklem (2.3)'de eğimde görülen tekli kırılma yapısını yansıtırken aslında trend fonksiyonu etrafında durağan bir yapıya sahip olduğu ileri sürülmektedir.

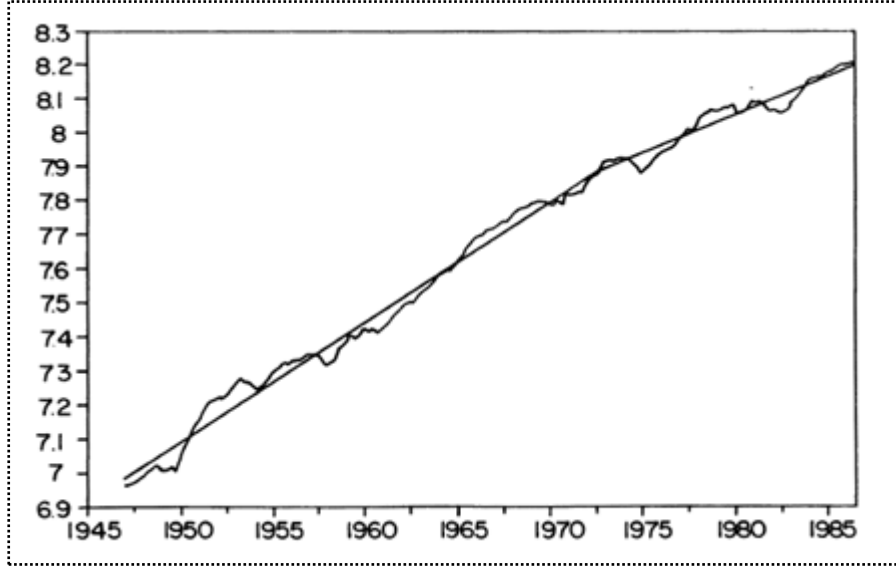
Model B'nin alternatif biçimi ise aşağıdaki şekildedir:

$$X_t = \mu + \beta t + \gamma_3 DVT_t^* + e_t \quad (2.4)$$

Burada kukla değişken  $DVT_t^* = \begin{cases} t - T_b, & t > T_b \\ 0, & t \leq T_b \end{cases}$  şeklindedir. Sıfır hipotezi altında eğimdeki değişim ile bir birim kökün varlığı ileri sürülürken, alternatif hipotez altındaki  $\beta + \gamma_3$  düzeyinde değişim ile trend göstermektedir.

Model B için 1973 yılında yaşanan petrol krizi örnek verilebilir. 1973 Petrol Krizi, 15 Ekim 1973 tarihinde Petrol İhraç Eden Arap Ülkeleri Birliğinin OAPEC (OAPEC, OPEC üyesi Arap ülkeleriyle Mısır ve Suriye'den oluşur) Yom Kippur Savaşında ABD'nin İsrail Ordusuna destek vermesine karşılık olarak ilan ettiği petrol ambargosudur. OAPEC, ABD ve savaşta İsrail'den yana tavır sergileyen ülkelere artık petrol ihraç etmeyeceğini bildirir. Bununla beraber OPEC üyesi ülkeler dünya petrol fiyatlarını yükselterek ülkelere giren kaynakları artırmaya karar verirler. Gelişmiş ülke sanayileri petrole bağımlı durumda olduğu için OPEC ülkelerinin önde gelen müşterileri durumundadır. 1973 yılında petrol fiyatlarındaki şaşkınlık verici artış ve 1973-4 dönemindeki borsanın çöküşü, 1929 Krizinden beri yaşanan en büyük küresel ekonomik kriz olmuştur ve sadece fiyat artışlarıyla açıklanamayacak mekanizmalara ve uzun dönem etkilerine sahiptir. Aşağıdaki grafik savaş sonrası GNP (gayri safi milli hasıla) serisini göstermektedir. Seride keskin bir değişim olmamıştır. Sadece 1973:1 döneminde meydana gelen kırılmayla serinin eğimi bir miktar değişmiştir (Perron, 1989).





Şekil 2.2. Eğim (büyüme) değişimi gösteren zaman serisi örneği.

Bir zaman serisinin düzey ve eğimde kırılma olması zaman serisinin yapısında belirli bir dönemden sonra hem düzeyde hem de eğimde bir değişimin (kırılmanın) meydana gelmesi anlamına gelmektedir. Serinin zaman içerisinde göstermiş olduğu seyrin değişim noktasından ( $T_b$ ) sonra gözlenen bu değişmeyi de içerecek şekilde devam etmesi anlamını taşır.

Perron (1989) düzey ve eğim değişimini gösteren zaman serilerini açıklarken üçüncü tip modeli Model C olarak tanımlayıp analiz etmektedir. Böylece sıfır hipotezi altında Model C aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$X_t = \mu + \gamma_1 DVTB_t + \gamma_2 DVU_t + X_{t-1} + e_t \quad (2.5)$$

Burada kukla değişkenler  $DVTB_t = \begin{cases} 1, & t = T_b + 1 \\ 0, & t \neq T_b + 1 \end{cases}$  ve  $DVU_t = \begin{cases} 1, & t > T_b \\ 0, & t \leq T_b \end{cases}$  şeklindedir.

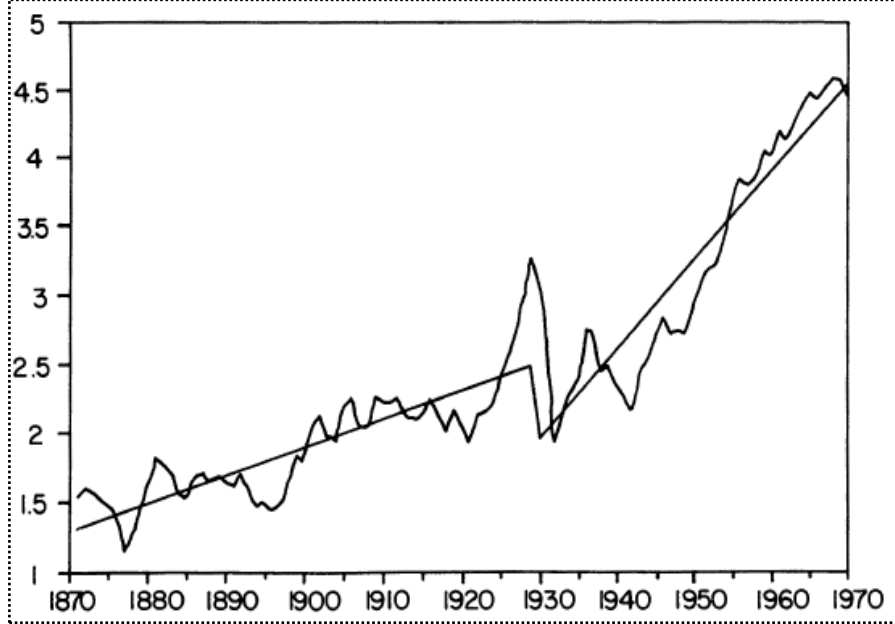
Model C'nin alternatif biçimi ise aşağıdaki şekildedir:

$$X_t = \mu + \beta t + \gamma_2 DVU_t + \gamma_3 DVT_t + e_t \quad (2.6)$$

Burada kukla değişkenler  $DVU_t = \begin{cases} 1, & t > T_b \\ 0, & t \leq T_b \end{cases}$  ve  $DVT_t = \begin{cases} t, & t > T_b \\ 0, & t \leq T_b \end{cases}$  şeklindedir. Sıfır

hipotezi düzey ve eğimdeki kırılma ile birim kökü ileri sürer iken, alternatif hipotez düzey ve eğimdeki değişim ile trend durağanlığı yansıtmaktadır.

Aşağıdaki grafik 1929 ekonomik krizi sırasında hisse senedi fiyatlarını göstermektedir. Kırılma noktası yine 1929 yılıdır fakat bu seride ani bir kırılma ve bu kırılmadan serinin seyrinde yüksek bir büyüme oranı söz konusudur (Perron, 1989).



Şekil 2.3. Düzey ve eğim (büyüme) değişimi gösteren zaman serisi örneği.

Bu kısımda yapısal kırılmaların nasıl modelleneceği açıklanmaya çalışılacaktır. Perron (1989) çalışmasında kırılmaların ya ani ya da kademeli olarak gerçekleştiği varsayımına dayanan iki yöntem ileri sürmüştür. Bu yöntemler toplamsal sapmalı (additive outlier-AO) model ve alternatif olarak kademeli sapmalı (innovation outlier-IO) modeldir.

Toplamsal sapmalı (AO) modelde kırılma zamanında anlık toplamsal bir etki vardır. Yani kırılmanın tamamının bir defada toplamsal olarak gerçekleştiği düşünüldüğünde toplamsal sapmalı modele başvurulur. Toplamsal sapmalı modelde ilk adımda Model A, Model B ve Model C ile tanımlanan modellerdeki  $X_t$  alternatif hipotezlerde tanımlanan deterministik terimler (sabit, deterministik trend ve ilgili modeldeki kukla değişkenler) üzerine regresyon modeli elde edilir. Her üç model için farklı model kalıpları yer aldığından bu modellerden elde edilecek hatalar da farklı olacaktır. Kısaca regresyon modelleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

Model A için:  $X_t = \mu + \beta t + \gamma_2 DVU_t + \tilde{X}_t^A$

Model B için:  $X_t = \mu + \beta t + \gamma_3 DVT_t^* + \tilde{X}_t^B$

Model C için:  $X_t = \mu + \beta t + \gamma_2 DVU_t + \gamma_3 DVT_t + \tilde{X}_t^C$

Daha sonra söz konusu bu üç model için kalıntılar  $\tilde{X}_t^{(i)}$ ,  $i = A, B, C$  hesaplanır. Hesaplanan bu kalıntılar kullanılarak aşağıdaki regreyon modeli tahmin edilir:

$$\tilde{X}_t^{(i)} = \tilde{\alpha} \tilde{X}_{t-1}^{(i)} + \tilde{e}_t, i = A, B, C \text{ için}$$

veya

$$\nabla \tilde{X}_t^{(i)} = \tilde{\delta} \tilde{X}_{t-1}^{(i)} + \tilde{e}_t, i = A, B, C \text{ için}$$

Burada Dickey-Fuller (DF) birim kök testinde olduğu gibi  $\tilde{\delta} = \tilde{\alpha} - 1$  olarak tanımlanmaktadır ve  $\tilde{e}_t \sim WN(0, \sigma^2)$  beyaz gürültü sürecine sahiptir. Eğer  $\tilde{e}_t$  beyaz gürültü sürecini temsil etmiyorsa, yani hatalar (kalıntılar) korelasyonlu ise AODF birim kök testi geçersiz olacaktır. Dolayısıyla bu durumda ADF testinde olduğu gibi hata terimi olan  $\tilde{e}_t$ 'yi beyaz gürültü haline getirmek için modele hataların gecikmeli değerleri eklenir. Yani toplamsal sapmalı modelin arttırılmış (genişletilmiş) biçimi aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\tilde{X}_t^{(i)} = \tilde{\alpha} \tilde{X}_{t-1}^{(i)} + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla \tilde{X}_{t-j}^{(i)} + \tilde{e}_t, i = A, B, C \text{ için} \quad (2.7)$$

veya

$$\nabla \tilde{X}_t^{(i)} = \tilde{\delta} \tilde{X}_{t-1}^{(i)} + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla \tilde{X}_{t-j}^{(i)} + \tilde{e}_t, i = A, B, C \text{ için} \quad (2.8)$$

Bu regresyona Toplamsal Sapmalı Arttırılmış Dickey Fuller (Additive Outlier Augmented Dickey Fuller AOADF) birim kök testi denir. Regresyon denklemindeki gecikme sayısı  $p$  daha önce ADF için açıklandığı gibi belirlenir. Sonraki aşama denklem (2.7) veya (2.8) de verilen modellerin tahmin edilerek yapısal kırılmalı birim kök hipotezlerini test etmektir. Bu testler  $H_0: \tilde{\delta} = 0$  veya  $\tilde{\alpha} = 1$  ve  $H_1: \tilde{\delta} < 0$  veya  $\tilde{\alpha} < 1$  ile tanımlanır. Uygulanacak testin kritik tablo değerleri Model A, Model B ve Model C ve “nispi kırılma yansıması”  $\lambda = (T_b/T)$ 'ye bağlıdır. Burada  $0 < \lambda < 1$  aralığında değerler alır. Bu kritik değerler ise  $\tilde{\tau}_A, \tilde{\tau}_B, \tilde{\tau}_C$  olarak adlandırılır. Kritik değerler Tablo 2.1'de gösterilmektedir.

Tablo 2.1. Model A, Model B ve Model C’de  $\hat{t}_{\bar{y}}$  istatistikleri için asimptotik dağılımın kritik tablo değerleri

$\lambda$ Bilinmiyor ( $\lambda = T_b/T$ )									
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
%1 Anlamlılık Düzeyi									
$\tilde{t}_A$	-4.30	-4.39	-4.39	-4.34	-4.32	-4.45	-4.42	-4.33	-4.27
$\tilde{t}_B$	-4.27	-4.41	-4.51	-4.55	-4.56	-4.57	-4.51	-4.38	-4.26
$\tilde{t}_C$	-4.38	-4.65	-4.78	-4.81	-4.90	-4.88	-4.75	-4.70	-4.41
%5 Anlamlılık Düzeyi									
$\tilde{t}_A$	-3.68	-3.77	-3.76	-3.72	-3.76	-3.76	-3.80	-3.75	-3.69
$\tilde{t}_B$	-3.65	-3.80	-3.87	-3.94	-3.96	-3.95	-3.85	-3.82	-3.68
$\tilde{t}_C$	-3.75	-3.99	-4.17	-4.22	-4.24	-4.24	-4.18	-4.04	-3.80
%10 Anlamlılık Düzeyi									
$\tilde{t}_A$	-3.40	-3.47	-3.46	-3.44	-3.46	-3.47	-3.51	-3.46	-3.38
$\tilde{t}_B$	-3.36	-3.49	-3.58	-3.66	-3.68	-3.66	-3.57	-3.50	-3.35
$\tilde{t}_C$	-3.45	-3.66	-3.87	-3.95	-3.96	-3.95	-3.86	-3.69	-3.46

Hesaplanan  $t_{\bar{y}}$  değeri Tablo 2.1’de verilen kritik değer ile karşılaştırılır. Eğer  $H_0$  sıfır hipotezi red edilirse serinin gerçekte durağan olduğu yani durağan olmamanın yapısal kırılmadan kaynaklandığı sonucuna ulaşılabilecektir. Ancak sıfır hipotezi red edilmez ise seri durağan değildir yani serideki durağan dışılığın yapısal kırılmadan kaynaklanmadığı sonucuna varılır. Bu durumda ya seride yapısal kırılmanın olmadığı ya da yapısal kırılmanın serinin veri üretme sürecini değiştirmedeği söylenebilir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010).

Herhangi bir zaman serisinde ekonomik şokların yarattığı yapısal kırılmalar kademeli sapmalar biçiminde görülebilir. Başka bir ifadeyle seride şokların etkisiyle ortaya çıkan yapısal kırılma toplamsal sapmalı modelde olduğu gibi tek bir dönemde değil farklı dönemlerde aşamalı olarak ortaya çıkabilir. Ekonomik şoklardan kaynaklanan söz konusu bu etkilerin ortaya konulabilmesi için kademeli sapmalı (IO) model yaklaşımında doğrudan doğruya ADF regresyonunun içine dahil edilmektedir. Dolayısıyla kırılmaların etkisini tanımlayan kukla değişkenler hatalarda ortaya çıkan değişmelermiş gibi ele alınmaktadır. Bu model Kademeli Sapmalı Arttırılmış Dickey Fuller (Innovation Outlier Augmented Dickey Fuller-IOADF) birim kök testi olarak adlandırılır.

Model A, Model B ve Model C için sıfır ve alternatif hipotezlerin birleşmesinden oluşan Kademeli Sapmalı Dickey Fuller (IODF) regresyon modelleri aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$\text{Model A: } X_t = \mu + \beta t + \alpha X_{t-1} + \gamma_1 DVTB_t + \gamma_2 DVU_t + e_t$$

$$\text{Model B: } X_t = \mu + \beta t + \alpha X_{t-1} + \gamma_2 DVU_t + \gamma_3 DVT_t^* + e_t$$

$$\text{Model C: } X_t = \mu + \beta t + \alpha X_{t-1} + \gamma_1 DVTB_t + \gamma_2 DVU_t + \gamma_3 DVT_t + e_t$$

veya  $\delta = \alpha - 1$  olarak tanımlanırsa modeller alternatif biçimde aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\text{Model A: } \nabla X_t = \mu + \beta t + \delta X_{t-1} + \gamma_1 DVTB_t + \gamma_2 DVU_t + e_t$$

$$\text{Model B: } \nabla X_t = \mu + \beta t + \delta X_{t-1} + \gamma_2 DVU_t + \gamma_3 DVT_t^* + e_t$$

$$\text{Model C: } \nabla X_t = \mu + \beta t + \delta X_{t-1} + \gamma_2 DVU_t + DVT_t + e_t$$

Eğer  $e_t$  beyaz gürültü sürecini temsil etmiyorsa, yani hatalar korelasyonlu ise IODF birim kök testi kullanılamaz. Bunun yerine Kademeli Sapmalı Arttırılmış Dickey Fuller (IOADF) birim kök testi kullanılır ve modeller aşağıdaki gibidir:

$$\text{A: } X_t = \mu + \beta t + \alpha X_{t-1} + \gamma_1 DVTB_t + \gamma_2 DVU_t + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla X_{t-j} + e_t$$

$$\text{B: } X_t = \mu + \beta t + \alpha X_{t-1} + \gamma_2 DVU_t + \gamma_3 DVT_t^* + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla X_{t-j} + e_t$$

$$\text{C: } X_t = \mu + \beta t + \alpha X_{t-1} + \gamma_1 DVTB_t + \gamma_2 DVU_t + \gamma_3 DVT_t + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla X_{t-j} + e_t$$

veya  $\delta = \alpha - 1$  olarak tanımlanırsa modeller alternatif biçimde aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\text{A: } \nabla X_t = \mu + \beta t + \delta X_{t-1} + \gamma_1 DVTB_t + \gamma_2 DVU_t + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla X_{t-j} + e_t$$

$$\text{B: } \nabla X_t = \mu + \beta t + \delta X_{t-1} + \gamma_2 DVU_t + \gamma_3 DVT_t^* + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla X_{t-j} + e_t$$

$$\text{C: } \nabla X_t = \mu + \beta t + \delta X_{t-1} + \gamma_1 DVTB_t + \gamma_2 DVU_t + \gamma_3 DVT_t + \sum_{j=1}^p \nabla \delta_j X_{t-j} + e_t$$

Modellerde kullanılan kukla değişkenlerin özellikleri aşağıdaki gibidir.

$$DVTB_t = \begin{cases} 1, & t = T_b + 1 \\ 0, & t \neq T_b + 1 \end{cases}, DVU_t = \begin{cases} 1, & t > T_b \\ 0, & t \leq T_b \end{cases}, DVT_t = \begin{cases} t, & t > T_b \\ 0, & t \leq T_b \end{cases} \text{ ve} \\ DVT_t^* = \begin{cases} t - T_b, & t > T_b \\ 0, & t \leq T_b \end{cases}$$

Buradaki Model A, Model B ve Model C regresyon denklemlerindeki gecikme sayısı  $p$  birinci bölümde verilen ADF birim kök testi için açıklandığı şekilde belirlenebilir.

Perron (1989) çalışmasında daha sonra Toplamsal Sapmalı Arttırılmış Dickey Fuller (AOADF) ile Kademeli Sapmalı Arttırılmış Dickey Fuller (IOADF) yaklaşımları karşılaştırılmıştır. Bulduğu sonuçlara göre; Model A ve Model C için her iki yaklaşım kullanıldığında asimptotik dağılımları aynı olduğundan testlerin gücü eşittir. Dolayısıyla Tablo 2.1 ile verilen  $\tilde{\tau}_A$  ve  $\tilde{\tau}_C$  kritik değerleri kullanılabilir. Ancak Model B için durum böyle değildir. Model B geçerliiyken AOADF ile IOADF yaklaşımları karşılaştırıldığında asimptotik dağılımların birbirinden farklı olduğu ve bu nedenle AOADF yerine IOADF kullanılması halinde güç kaybına neden olacağı ortaya konulmuştur. Dolayısıyla Tablo 2.1 ile verilen  $\tilde{\tau}_B$  kritik değerleri bu durumda kullanılmaz. Bu yüzden Perron (1989) Model B için önerdiği Model B\* aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\text{Model B}^*: X_t = \mu + \beta t + \alpha X_{t-1} + \gamma_3 DVT_t^* + e_t$$

veya

$$\nabla X_t = \mu + \beta t + \delta X_{t-1} + \gamma_3 DVT_t^* + e_t$$

Kademeli Sapmalı Arttırılmış Dickey Fuller (IOADF) birim kök testi için kullanılan model biçimi aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\text{Model B}^*: X_t = \mu + \beta t + \alpha X_{t-1} + \gamma_3 DVT_t^* + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla X_{t-j} + e_t$$

veya

$$\nabla X_t = \mu + \beta t + \delta X_{t-1} + \gamma_3 DVT_t^* + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla X_{t-j} + e_t$$

Bu modelde IOADF ve AOADF yaklaşımlarının asimptotik dağılımları aynı olduğundan testlerin gücü eşittir. Dolayısıyla Tablo 2.1 ile verilen  $\tilde{\tau}_B$  kritik değerleri kullanılabilir.

Model A, Model B ve Model C'nin IOADF veya IOADF modelleri tahmin edildikten sonra şu hipotezler test edilmektedir:  $H_0: \delta = 0$  veya  $\alpha = 1$ ,  $H_1: \delta < 0$  veya  $\alpha < 1$ .

Hesaplanan  $t_{\hat{\delta}}$  veya  $t_{\hat{\alpha}}$  değeri Tablo 2.1’de verilen kritik değerler ile karşılaştırılır. Eğer  $H_0$  sıfır hipotezi red edilirse serinin gerçekte durağan olduğu yani, durağan olmamanın yapısal kırılmadan kaynaklandığı sonucuna ulaşılır. Eğer sıfır hipotezi red edilemez ise seri durağan değildir yani, serideki durağan olamamanın yapısal kırılmadan kaynaklanmadığı sonucuna ulaşılır (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2010).

### 2.1.2. Zivot-Andrews (1992) Yaklaşımı

Perron (1989)’da kırılma zamanı  $T_b$  dışsal (egzojen) olarak modele eklenirken, Zivot-Andrews (1992) yaklaşımında kırılma zamanı model tarafından içsel (endojen) olarak tahmin edilmektedir. Çünkü Zivot-Andrews’a göre Perron (1989)’daki gibi kırılma zamanı dışsal olarak alınırsa hipotez testlerinin sonuçları birim kökün reddi lehine değişecektir.

Zivot-Andrews (1992) yaklaşımında her üç model için sıfır hipotezi, Perron (1989) yaklaşımında olduğu gibi, rastgele yürüyüş sürecindeki gibi herhangi bir yapısal kırılmayı içermeyen ve birinci dereceden bütünleşik  $I(1)$  olan kayan rastgele yürüyüş modelidir ( $X_t = \mu + X_{t-1} + e_t$ ). Sıfır hipotezinde  $\{X_t\}$  serisinin yapısal kırılma olmaksızın bütünleşik olduğu düşünüldüğü için, alternatif hipotez  $\{X_t\}$ ’nin bilinmeyen kırılma zamanıyla bir trend durağan süreç tarafından temsil edildiği varsayılmaktadır.

Alternatif hipotezler ise iki noktada Perron (1989)’dan ayrılmaktadır. Birincisi, kayan rastgele yürüyüş süreci ile verilen sıfır hipotezi altında yapısal kırılma olmadığından  $DVTB_t$  kukla değişkeninin Model A ve Model C’de yer almasına gerek yoktur. İkincisi ise Model B’den ziyade Model B\*’ın kullanımı tercih edilmektedir. Bu nedenle Perron (1989)’un Kademeli Sapmalı Arttırılmış Dickey Fuller (IOADF) yaklaşımı izlenecek olursa birim kök testi için kullanılacak regresyon denklemleri aşağıdaki gibi verilebilir:

$$\text{Model A: } X_t = \mu + \beta t + \alpha X_{t-1} + \gamma_2 DVU_t(\hat{\lambda}) + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla X_{t-j} + e_t$$

$$\text{Model B: } X_t = \mu + \beta t + \alpha X_{t-1} + \gamma_3 DVT_t^*(\hat{\lambda}) + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla X_{t-j} + e_t$$

$$\text{Model C: } X_t = \mu + \beta t + \alpha X_{t-1} + \gamma_2 DVU_t(\hat{\lambda}) + \gamma_3 DVT_t^*(\hat{\lambda}) + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla X_{t-j} + e_t$$

veya  $\delta = \alpha - 1$  olarak tanımlanırsa modeller alternatif biçimde aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\text{Model A: } \nabla X_t = \mu + \beta t + \delta X_{t-1} + \gamma_2 DVU_t(\hat{\lambda}) + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla X_{t-j} + e_t$$

$$\text{Model B: } \nabla X_t = \mu + \beta t + \delta X_{t-1} + \gamma_3 DVT_t^*(\hat{\lambda}) + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla X_{t-j} + e_t$$

$$\text{Model C: } \nabla X_t = \mu + \beta t + \delta X_{t-1} + \gamma_2 DVU_t(\hat{\lambda}) + \gamma_3 DVT_t^*(\hat{\lambda}) + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla X_{t-j} + e_t$$

Burada kukla değişken  $t > T\lambda$  olduğunda  $DVU_t(\hat{\lambda}) = 1$  değeri alırken,  $t \leq T\lambda$  için  $DVU_t(\hat{\lambda}) = 0$ 'dır. Ayrıca diğer kukla değişken de  $t > T\lambda$  için  $DVT_t^*(\hat{\lambda}) = t - T\lambda$  değeri alırken  $t \leq T\lambda$  için  $DVT_t^*(\hat{\lambda}) = 0$  değeri almaktadır.

Zivot-Andrews (1992) yaklaşımında kırılma zamanı denklem tahminlerinden hareketle  $\hat{\alpha}^i = 1$  veya  $\hat{\delta}^i = 0$   $i = A, B, C$  için yapılacak testlerde minimum  $t$ -istatistiğini veren dönem uygun kırılma dönemini ifade etmektedir. Bu durumda  $i = A, B, C$  modelleri için minimum  $t$ -değerini veren kırılma yansıması  $t_{\hat{\delta}}[\hat{\lambda}_{inf}^i]$  olarak tanımlanabilir. Hesaplanan  $t$ -değeri Tablo 2.2'de verilen kritik değerler ile karşılaştırılır. Eğer hesaplanan  $t$ -değeri Tablo 2.2'de verilen kritik değerlerden küçük ise serinin durağan olduğu sonucuna varılır. Aksi durumda serinin durağan olmadığına karar verilir.

Tablo 2.2. Zivot-Andrews (1992) minimum  $t_{\hat{\delta}}[\hat{\lambda}_{inf}^i]$  istatistikleri için asimptotik dağılımın kritik tablo değerleri

	$t_{\hat{\delta}}[\hat{\lambda}_{inf}^i]$		
	%1 Anlamlılık Düzeyi	%5 Anlamlılık Düzeyi	%10 Anlamlılık Düzeyi
$\tilde{t}_A$	-5.34	-4.80	-4.58
$\tilde{t}_B$	-4.93	-4.42	-4.11
$\tilde{t}_C$	-5.57	-5.08	-4.82

$\lambda$ 'nın karşılaştırılacağı kritik değerler ise Tablo 2.2'den görülebileceği gibi Tablo 2.1 ile verilen Perron (1989) kritik değerlerinden daha küçük (mutlak değerce daha büyük) olacaktır.



### 2.1.3. Perron (1997) Yaklaşımı

Peron (1997) yaklaşımının test sürecinde, başlangıç kırılma zamanı olarak birim kök sıfır hipotezi test edilirken, tüm olası kırılma zamanları arasında en küçük  $t$ -istatistiğine sahip olan kırılma zamanı seçilir. Aynı zamanda trend fonksiyonunda kullanılan kukla değişkenlerin parametreleri için alternatif kırılma zamanlarında hesaplanan tüm olası  $t$ -istatistikleri içerisinde minimum  $t$ -istatistiğini üreten dönem kırılma zamanı olarak belirlenir.

Model A'da sadece sıfır ve alternatif hipotez altında düzey değişimi dikkate alınır. Bu değişim Kademeli Sapmalı Arttırılmış Dickey-Fuller (IOADF) modeli kullanılarak birim kök  $\alpha = 1$  için hesaplanan  $t$ -istatistiğine göre değerlendirilir. Model A denklemi daha öncede gösterildiği gibi aşağıdaki biçimdedir:

$$X_t = \mu + \beta t + \alpha X_{t-1} + \gamma_1 DVTB_t + \gamma_2 DVU_t + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla X_{t-j} + e_t$$

veya  $\delta = \alpha - 1$  olarak tanımlanırsa model alternatif bir biçimde aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\nabla X_t = \mu + \beta t + \delta X_{t-1} + \gamma_1 DVTB_t + \gamma_2 DVU_t + \sum_{j=1}^p \delta_j X_{t-j} + e_t$$

Burada kukla değişkenler  $DVTB_t = \begin{cases} 1, & t = T_b + 1 \\ 0, & t \neq T_b + 1 \end{cases}$  ve  $DVU_t = \begin{cases} 1, & t > T_b \\ 0, & t \leq T_b \end{cases}$  değerlerini almaktadır.

Model B'de değişme sadece eğimdedir. Burada kırılma hızlı bir şekilde olacağından Toplamsal Sapmalı Arttırılmış Dickey Fuller (AOADF) modeli kullanılmaktadır. Dolayısıyla öncelikle aşağıdaki regresyon tahmin edilerek trendden arındırılmış kalıntılar elde edilir:

$$X_t = \mu + \beta t + \gamma_3 DVT_t^* + \tilde{X}_t$$

Burada,  $t > T_b$  olduğunda  $DVT_t^* = t - T_b$  değeri alırken,  $t \leq T_b$  olduğunda ise  $DVT_t^* = 0$  değeri alacaktır. Daha sonra bulunan kalıntılar  $\tilde{X}_t$  olarak tanımlanır. Son aşamada ise elde edilen kalıntılar kullanılarak aşağıdaki regresyon modeli tahmin edilir:

$$\tilde{X}_t = \tilde{\alpha}X_{t-1} + \tilde{e}_t$$

veya  $\delta = \alpha - 1$  olarak tanımlanırsa model alternatif bir biçimde aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\nabla\tilde{X}_t = \tilde{\delta}X_{t-1} + \tilde{e}_t$$

Birim kök  $\alpha = 1$  için hesaplanan  $t$ -istatistiğine göre değerlendirilir.

Model C'de ise düzey ve eğimdeki değişimi inceler. Dolayısıyla değişim Kademeli Sapmalı Arttırılmış Dickey-Fuller (IOADF) modeli kullanılarak birim kök  $\alpha = 1$  için hesaplanan  $t$ -istatistiğine göre değerlendirilir. Model C denklemleri daha öncede gösterildiği gibi şekilde sunulmaktadır:

$$X_t = \mu + \beta t + \alpha X_{t-1} + \gamma_1 DVTB_t + \gamma_2 DVU_t + \gamma_3 DVT_t + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla X_{t-j} + e_t$$

veya  $\delta = \alpha - 1$  olarak tanımlanırsa model alternatif bir biçimde aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\nabla X_t = \mu + \beta t + \delta X_{t-1} + \gamma_1 DVTB_t + \gamma_2 DVU_t + \gamma_3 DVT_t + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla X_{t-j} + e_t$$

Burada kukla  $DVTB_t = \begin{cases} 1, & t = T_b + 1 \\ 0, & t \neq T_b + 1 \end{cases}$ ,  $DVU_t = \begin{cases} 1, & t > T_b \\ 0, & t \leq T_b \end{cases}$  ve  $DVT_t = \begin{cases} t, & t > T_b \\ 0, & t \leq T_b \end{cases}$  değerini alacaktır.

Sonuçta her üç model için regresyon denklemleri tahmin edildikten sonra birim kök  $\alpha = 1$  veya  $\delta = 0$  için hesaplanan  $t$ -istatistiği  $t_{\hat{\delta}}(i, T_b, p)$  değerine göre değerlendirilir. Bu regresyonlarda  $T_b$  ve  $p$ 'nin ne oldukları bilinmemektedir. Bu nedenle Perron (1997)'de  $T_b$  ve  $p$ 'nin içsel olarak seçimi için kırılma zamanının ve gecikme sayısının belirlenmesine ilişkin iki kriter ileri sürülmektedir.

Kırılma zamanının  $T_b$  içsel olarak belirlenmesinde iki yaklaşım kullanılmaktadır. İlkinde  $T_b$ ,  $\alpha = 1$  veya  $\delta = 0$  testi için  $t$ -istatistiği minimum olan seçilir. Yani  $i = 1, 2, 3$  için  $t_{\hat{\delta}}^*(i) = \text{Min}_{T_b \in (p+1, T)} t_{\hat{\delta}}(i, T_b, p)$  olacak şekilde belirlenir. Model A ve Model B için  $t$ -istatistiklerinin asimptotik dağılımlarını gösteren kritik tablo değerleri Zivot ve Andrews (1992)'de verildiği gibidir. Sonraki aşama Zivot ve Andrews yaklaşımlarının aynısıdır.

İkinci aşama  $T_b$ 'nin seçimi ya Model A'daki düzey değişimi yansıtan parametrenin  $t$ -istatistiğini ( $t_{\hat{\gamma}_2}$ ) yada Model B ve Model C için eğim değişimlerini yansıtan parametrenin  $t$ -istatistiği ( $t_{\hat{\gamma}_3}$ ) minimum yapan değer seçilir. O halde  $t_{\hat{\gamma}_2}$  ve  $t_{\hat{\gamma}_3}$  değerlerini minimum (mutlak değerce maksimum) yapan değeri veren tarih kırılma zamanı olarak belirlenir (Perron, 1997).

Gecikme uzunluğunun doğru seçilmesi, testin büyüklüğünü ve gücünü etkilemesi nedeniyle önem kazanmaktadır.  $p$  ile gösterilen gecikme uzunluğunu içsel olarak seçmek için önerilen yöntemler şöyle sıralanabilir.

- $t - sig$  ile gösterilen yöntemde istatistiksel olarak anlamlı katsayıya sahip son gecikme seçilerek %10 anlamlılık seviyesinde çift taraflı normal dağılım değeri dikkate alınır.
- $F - sig$  ile gösterilen yöntemde kısıtlı-kısıtsız regresyon yaklaşımı kullanılarak seçim yapılabilir. Son eklenenler istatistiksel önemsiz olana kadar  $F$  testi yapılabilir. %10 anlamlılık seviyesinde  $\chi^2$  dağılımı değeri dikkate alınır.

Perron (1997), gecikme uzunluğunun seçiminde genelden özele yönteminin kullanılmasını önermektedir. Akaike Kriteri(AIC) gibi bilgi kriterlerinin ARMA süreçlerinde testin büyüklüğünü ve gücünü bozduğu için kullanılmasının uygun olmadığını; ayrıca, AIC'in küçük gecikmelerin seçilmesine ve sonuçta da artıkların serisel korelasyon sergilemesine neden olduğunu da vurgulanmaktadır (Dilişen, 2007).

Kırılma zamanının belirlenmesinde ilk olarak  $\alpha = 1$  için minimum  $t$ -istatistiğinin belirlenmesi gerektiği daha önce belirtilmişti. Minimum  $t$ -istatistiği belirlendikten sonra Perron (1997) yılında yayınlanan makalesinde vermiş olduğu tablo değerleri ile karşılaştırılır.  $T = 100$  için üç model içinde Tablo 2.3'de bu değerler verilmiştir.

Tablo 2.3. Perron (1997)  $t_{\hat{\delta}}$  istatistikleri için asimptotik dağılımın kritik tablo değerleri

$\lambda$ Bilinmiyor ( $\lambda = T_b/T$ )			
	%1 Anlamlılık Düzeyi	%5 Anlamlılık Düzeyi	%10 Anlamlılık Düzeyi
$\tilde{t}_A$	-5.70	-5.10	-4.82
$\tilde{t}_B$	-6.21	-5.55	-5.25
$\tilde{t}_C$	-5.45	-4.83	-4.48

Kırılma zamanının belirlenmesinde ikinci yöntem olarak kullanılan Model A için düzey değişimi yansıtan parametrenin  $t$ -istatistiğini ( $t_{\hat{\gamma}_2}$ ) yada Model B ve Model C için eğim değişimlerini yansıtan parametrenin  $t$ -istatistiği ( $t_{\hat{\gamma}_3}$ ) minimum yapan değerler Tablo 2.4 ile verilen kritik değerlerle karşılaştırılır.

Tablo 2.4. Perron (1997)  $t_{\hat{\gamma}_2}$  ve  $t_{\hat{\gamma}_3}$  istatistikleri için asimptotik dağılımın kritik tablo değerleri

$\lambda$ Bilinmiyor ( $\lambda = T_b/T$ )			
	%1 Anlamlılık Düzeyi	%5 Anlamlılık Düzeyi	%10 Anlamlılık Düzeyi
$\tilde{\tau}_A$	-5.15	-4.64	-4.37
$\tilde{\tau}_B$	-5.28	-4.62	-4.28
$\tilde{\tau}_C$	-4.67	-4.08	-3.77

Hesaplanan  $t_{\hat{\alpha}}$  değeri Tablo 2.3,  $t_{\hat{\gamma}_2}$  ve  $t_{\hat{\gamma}_3}$  değerleri de Tablo 2.4’de verilen kritik değerler ile karşılaştırılır. Eğer bu değerler kritik değerlerden büyük ise serinin gerçekte durağan olduğu yani, durağan olmamanın yapısal kırılmadan kaynaklandığı sonucuna ulaşılır.

## 2.2. Çok Değişkenli Zaman Serileri ve Kointegrasyon Analizi

Durağan olmama değişkenin zaman içindeki seyrinin beklenen değeri etrafında toplanmamasına yol açar. Bu nedenle değişkene ilişkin sağlıklı tahminler yapabilmek için serinin durağanlaştırılması gerekir. Eğer stokastik bir süreç mevcut ise değişken için fark alma işleminin uygulanması gerekir. Fark alma, değişkene ilişkin uzun dönem bilgisinin kaybolmasına yol açar. Çünkü fark alma uzun dönemde çözüme izin vermez. İki değişkenin yer aldığı bir modelde değişkenlerin doğrusal bileşimleri durağansa farklarını almak spesifikasyon hatasına yol açar (Bozkurt, 2007).

Bu noktadan hareketle makro ekonomik çalışmalarda zaman serilerinin birçoğunun durağan olmadığı gerçeği dikkatleri kointegrasyon analizine yöneltmiştir. Gerçekte tek başına durağan olmayan zaman serilerinin belirli bir bütünleşme seviyesinde doğrusal

bileşimlerinin durağan bir süreç oluşturduğu kointegrasyon analizi ile değişkenler arasındaki uzun dönem ilişkiler ortaya koyabilmektedir (Bozkurt, 2007).

Böyle bir lineer bileşimin nasıl elde edileceği, bu lineer bileşimin anlamlı olup olmadığı hakkında istatistikî sonuç çıkarımların nasıl yapılacağı bu bölümde incelenecektir.

### 2.2.1. Vektör Otoregresif Seriler (VAR Modelleri)

VAR modeli, sistemde yer alan çok sayıda değişkenin geçmiş değerleri ile ifade edildiği ve her bir denklemin en küçük kareler ile çözümlendiği bir çözüm tekniğidir. Geçmiş bilginin kullanılması ile sağlanan bu basit yapı, zaman serilerine dinamizm katarak, ilişkileri yorumlama konusunda bir açılım yaratmıştır (Bozkurt, 2007).

Birinci dereceden vektör otoregresif ( $VAR(1)$ ) zaman serisi modeli,  $e_t \sim WN(\mathbf{0}, \Sigma)$  ve  $A$  da uygun boyutta bir matris olmak üzere,

$$\mathbf{X}_t = A\mathbf{X}_{t-1} + e_t$$

olarak verilir. Burada  $\Sigma$  beyaz gürültü serisinin varyans kovaryans matrisini,  $A$ 'da katsayılar matrisini,  $\mathbf{X}_t$  değişkenler vektörünü,  $e_t$  terimi ise rastgele hatalar vektörünü göstermektedir.  $VAR(1)$  otoregresif zaman serisini durağan olabilmesi için  $A$  matrisinin bütün özdeğerlerinin mutlak değerce 1'den küçük olması gerekmektedir. Eğer özdeğerlerden en az bir tanesi 1 veya 1'den büyük ise seri durağan değildir.

$M$  matrisi  $A$ 'nın özdeğerlerinden oluşan matris,  $Q$ 'da  $A$ 'nın özvektörlerinden oluşan matris olmak üzere  $A = QMQ^{-1}$  şeklinde yazılabilir.  $Z_t = Q^{-1}X_t$  dönüşümü ile,

$$\begin{aligned} Z_t &= Q^{-1}X_t = Q^{-1}(AX_{t-1} + e_t) = Q^{-1}AX_{t-1} + Q^{-1}e_t \\ &= Q^{-1}MQQ^{-1}X_{t-1} + \eta_t = MZ_{t-1} + \eta_t \end{aligned}$$

modeline ulaşılır. Buradan, serinin kanonik formu,  $Z_t = MZ_{t-1} + \eta_t$  olarak elde edilir. Serinin durağanlığı  $M$  matrisine bağlıdır. Eğer  $A$  matrisinin özdeğerleri mutlak değerce 1'den küçük ise seri durağandır, aksi halde durağan değildir.  $VAR(1)$  modeline karşılık gelen karakteristik denklem, tek değişkenli zaman serilerinde olduğu gibi  $\det(A - \lambda I) = 0$

şeklindedir. Benzer şekilde  $VAR(p)$  modeli,  $\mathbf{e}_t \sim WN(\mathbf{0}, \Sigma)$  olmak üzere,

$$\mathbf{X}_t = \mathbf{A}_1\mathbf{X}_{t-1} + \mathbf{A}_2\mathbf{X}_{t-2} + \dots + \mathbf{A}_p\mathbf{X}_{t-p}$$

olup karakteristik denklemi,  $\det(\lambda^p \mathbf{I} - \lambda^{p-1}\mathbf{A}_1 - \lambda^{p-2}\mathbf{A}_2 - \dots - \mathbf{A}_p) = 0$  olarak verilir (Akdi, 2010).

### 2.3. Kointegrasyon (Eşbütünleşme) Kavramı ve Yöntemleri

Durağan olmayan herhangi bir  $\mathbf{X}_t$  çok değişkenli zaman serisi için  $\beta'\mathbf{X}_t$  durağan olacak şekilde bir  $\beta$  vektörü varsa,  $\mathbf{X}_t$  serisine kointegrasyonludur (eşbütünleşiktir) denir.  $\beta$  vektörüne de kointegrasyon vektörü denir. Durağan olmayan zaman serilerinde, serinin bileşenleri arasında durağan bir lineer birleşim bulunabiliyorsa, böyle seriler kointegrasyonlu (eşbütünleşik) serilerdir.

Kointegrasyon vektörünün tahmini ve verilen herhangi bir çok değişkenli zaman serinin kointegrasyonlu olup olmadığının sınanmasına ilişkin birçok yöntem vardır. Bunlardan, Engle ve Granger (1987) tarafından önerilen en küçük kareler yöntemi ile Johansen (1988) tarafından önerilen koşullu en çok olabilirlik yöntemi öne çıkmaktadır.

#### 2.3.1. Engle ve Granger Yöntemi

Engle ve Granger yöntemini kullanmak için ilk olarak serilerin bütünleşme derecelerine bakılır. İki değişkenin de bütünleşme dereceleri aynı ise, kointegrasyon analizi kullanılabilir. İki değişkenin bütünleşme dereceleri farklı ise kointegrasyon analizinden söz edilemez. İki değişkende durağan yani  $I(0)$  ise kointegrasyon analizi yapmaya gerek yoktur.  $d$  tane birim köke sahip  $X_t$  zaman serisi  $X_t \sim I(d)$  ile gösterilir. Aynı dereceden bütünleşik  $X_t \sim I(d)$  ve  $Y_t \sim I(d)$  serileri göz önüne alınsın. Genel olarak durağan olmayan bu serilerin herhangi bir lineer bileşiminin de  $I(d)$  olması beklenir. Ancak  $Y_t$ 'nin  $X_t$  üzerine regresyonundan elde edilen artıklar serisi daha düşük dereceden bütünleşik oluyorsa ( $b > 0$  için  $I(d - b)$ ), Engle ve Granger (1987) bu serileri  $(d, b)$  dereceli kointegre (eşbütünleşik) seriler olarak tanımlamaktadır.

Her bir bileşeni  $I(1)$  olan çok değişkenli bir zaman serisinin kointegrasyonlu olup olmadığını sınamak için Engle ve Granger (1987) dört aşamalı bir test yöntemi önermişlerdir. Bunu açıklamak için, bileşenleri  $X_t$  ve  $Y_t$  olan birinci dereceden bütünleşik iki seri ele alınsın. Bu iki serinin  $CI(1,1)$  yani,  $(X_t, Y_t)' \sim CI(1,1)$  olup olmadığı sınanacaktır. Bunun için aşağıdaki işlemler sırası ile uygulanmalıdır.

Adım 1. Önce her iki serinin de aynı dereceden bütünleşik olup olmadığı sınanmalıdır. Seriler farklı dereceden bütünleşik ise verilen çok değişkenli zaman serisinin kointegrasyonlu olmadığı hemen söylenir.

Adım 2. Serilerin aynı dereceden bütünleşik olduğu sonucu elde edildikten sonra, seriler arasındaki uzun dönem denge ilişkisini gösteren kointegre regresyon modeli en küçük kareler yöntemi ile tahmin edilir. Burada Engle-Granger yaklaşımında değişkenlerin birinci dereceden bütünleşik olduğu unutulmamalıdır:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + e_t, t = 1, 2, 3, \dots, n$$

regresyon modeli göz önüne alınır. Regresyon parametreleri tahmin edilir ve artıklar serisi oluşturulur. Bu artıklar serisini  $\hat{e}_t$  ile gösterilsin. Buradan, artıklar üzerinden

$$\nabla \hat{e}_t = \alpha_1 \hat{e}_{t-1} + \varepsilon_t, t = 1, 2, 3, \dots, n$$

regresyon denklemi göz önüne alınır. Bu son seri regresyondan elde edilen artıklar serisi olduğu için kesim noktasının (intercept) modele eklenmesi gerekli değildir. Artıklar  $AR(p)$  olarak modellenmiş ise

$$\nabla \hat{e}_t = \alpha_1 \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_{i+1} \nabla \hat{e}_{t-i} + \varepsilon_t, t = 1, 2, 3, \dots, n$$

regresyon denklemi göz önüne alınarak  $H_0: \alpha_1 = 0$  yokluk hipotezi test edilir. Bunun için, regresyondan hesaplanan  $t$  - istatistiğinin ( $t = \hat{\alpha}_1 / S_{\hat{\alpha}_1}$ ) değeri kritik değer ile karşılaştırılır.  $t < t_{tablo}$  ise  $H_0$  red edilir. Kritik değerler Tablo 2.5'te verilmiştir (MacKinnon, 1991).

Tablo 2.5. Engle-Granger kointegrasyon testinin kritik değerleri

T	%1	%5	%10	%1	%5	%10
	2 Değişkenli			3 Değişkenli		
50	-4.123	-3.461	-3.130	-4.592	-3.915	-3.578
100	-4.008	-3.398	-3.087	-4.441	-3.828	-3.514
200	-3.954	-3.368	-3.067	-4.268	-3.785	-3.483
500	-3.921	-3.350	-3.054	-4.326	-3.760	-3.464
	4 Değişkenli			5 Değişkenli		
50	-5.017	-4.324	-3.979	-5.416	-4.700	-4.348
100	-4.827	-4.210	-3.895	-5.184	-4.557	-4.240
200	-4.737	-4.154	-3.853	-5.070	-4.487	-4.186
500	-4.684	-4.122	-3.828	-5.003	-4.446	-4.154

Tablo 2.5'te verilen  $T$  dizinin eleman sayısını göstermektedir. Kaç değişken arasında kointegre ilişki araştırılıyorsa ona göre tablo değeri bulunur. Eğer  $\alpha_1 = 0$  hipotezi red edilemezse, hatalar serisi birim köklüdür sonucuna varılır. Böylece  $Y_t$  ve  $X_t$  serilerinin arasında kointegrasyon yoktur sonucuna ulaşılır. Eğer bu hipotez red edilirse, artıklar serisinin durağan yani iki değişkenli vektör zaman serisinin kointegrasyonlu olduğu söylenebilir.

Adım 3. İki seri kointegrasyonlu ise, bu seriler arasında bir uzun dönemli ilişki vardır. Ancak kısa dönemde bu değişkenler arasında bir dengesizlik meydana gelecektir. Bu kısa dönemli dengesizlik hata düzeltme modeli yardımıyla düzeltilir. Bileşenleri  $Y_t$  ve  $X_t$  olan iki değişkenli zaman serisi  $CI(1,1)$  şeklinde kointegrasyonlu ise değişkenler,

$$\nabla Y_t = \alpha_1 + \alpha_Y(Y_{t-1} - \beta_1 X_{t-1}) + \sum_{i=1}^p \alpha_{11}(i) \nabla Y_{t-i} + \sum_{i=1}^p \alpha_{12}(i) \nabla X_{t-i} + \varepsilon_{Yt}$$

$$\nabla X_t = \alpha_2 + \alpha_X(Y_{t-1} - \beta_1 X_{t-1}) + \sum_{i=1}^p \alpha_{21}(i) \nabla Y_{t-i} + \sum_{i=1}^p \alpha_{22}(i) \nabla X_{t-i} + \varepsilon_{Xt}$$

şeklinde hata düzeltme formuna sahiptir. Burada,  $\beta_1$  parametresi ikinci adımda sözü edilen regresyondaki parametre ile aynıdır ve kointegrasyon vektörüdür. Demek ki eşitliğin sağ tarafında tüm değişkenlerin gecikmeli değerleri ve değişkenlerin düzey değerlerine ilişkin regresyondan gelen hata düzeltme terimi yer almaktadır. Yukarıdaki eşitlikte hata düzeltme terimi  $\hat{e}_{t-1}$  ile tekrar yazılacak olursa, aşağıdaki gösterime ulaşılır.



$$\begin{aligned}\nabla Y_t &= \alpha_1 + \alpha_Y(\hat{e}_{t-1}) + \sum_{i=1}^p \alpha_{11}(i)\nabla Y_{t-i} + \sum_{i=1}^p \alpha_{12}(i)\nabla X_{t-i} + \varepsilon_{Yt} \\ \nabla X_t &= \alpha_2 + \alpha_X(\hat{e}_{t-1}) + \sum_{i=1}^p \alpha_{21}(i)\nabla Y_{t-i} + \sum_{i=1}^p \alpha_{22}(i)\nabla X_{t-i} + \varepsilon_{Xt}\end{aligned}$$

Bu denklemlerdeki katsayılar en küçük kareler yöntemi ile tahmin edilir.  $\varepsilon_{Yt}$  ve  $\varepsilon_{Xt}$  hata terimleri olup kendi aralarında ilişkili olabilir (Engle ve Granger, 1987). Modelde, kısa ve uzun dönem ilişkileri bir arada görülmektedir. Tüm değişkenler durağan olduğu için geleneksel VAR modeli ile tahmin edilebilir. Gecikme seviyesinin seçiminde  $\chi^2$  testi ve  $\alpha_{ik}(i) = 0$  şeklinde parametreler üzerine kısıtlamalar için  $F$  testi kullanılabilir. Eğer tek bir kointegrasyon vektörü mevcut ise  $\alpha_X$  ve  $\alpha_Y$  kısıtları için  $t$ -testi yapılabilir.

Adım 4. En son elde edilen hata düzeltme modelinin uygunluğunun kontrol edilmesi gerekir. Bunun için ilk olarak, hata düzeltme modelindeki artıkların beyaz gürültü serisi olup olmadığının sınanması gerekir.  $\alpha_2 = 0$  ve bütün  $i$ 'ler için  $\alpha_{21}(i) = 0$  ise,  $\nabla Y_t$ ,  $\nabla X_t$ 'nin nedenseli olamaz.  $X_t$  ve  $Y_t$  serileri eşbütünleşik (kointegrasyonlu) ise  $\alpha_Y$  ve/veya  $\alpha_X$  sıfırdan farklı olmalıdır. Her ikisi birden sıfır ise bu iki seri kointegrasyonlu değildir.

Engle-Granger yöntemi hesaplanması ve uygulanması pratik bir yöntemdir. Ancak birtakım eksiklikler ya da güçlüklerle sahiptir. Sistemde yer alan her bir değişkene ilişkin farklı denklemler tahmin edildiğinde örneğin iki değişkenin yer aldığı bir sistemde, değişkenin birine ilişkin eşitlikte kointegrasyon ilişkisine rastlanılırken, diğer değişkene ilişkin eşitlikte böyle bir ilişki gözlemlenemeyebilir. Bu durum değişkenler arasındaki ilişkide bir belirsizlik yaratabilir. Sistemde ikiden fazla değişken olması durumunda bu sözü edilen güçlekle yine karşılaşılmaktadır. Bu yöntem, çoklu kointegre vektörleri ayrıştırma konusunda bir prosedüre sahip değildir (Bozkurt, 2007).

Ayrıca yöntem bir takım aşamalara sahiptir. Her bir aşamanın ayrı ayrı gözden geçirilmesi bir güçlük yaratabilir. Testin birinci aşamasında, değişkenler arasındaki dinamik yapı göz ardı edildiği için, tahminlerin sistematik hatasız olması konusunda bir şüphe oluşabilir. Birinci aşamada yapılacak herhangi bir hata ikinci aşamaya taşınabilir (Enders, 1995).

Sözü edilen güçlüklerle karşın, Engle-Granger testi, bu alandaki ilk test olması bakımından zaman serileri literatüründe önemli bir yer tutar.

### 2.3.2. Johansen Yöntemi

Engle-Granger yöntemindeki eksikliklerden yola çıkan Johansen (1988), Johansen ve Juselius (1990), en çok olabilirlik tahmin yöntemine dayanan  $k$  sayıda değişken ve  $k$  sayıda denklem sistemi içeren test yöntemini geliştirmişlerdir. Bu yöntemle kointegrasyon vektörü sayısı ve vektörün parametrelerinin tahmini en çok olabilirlik tahmin yöntemi yardımıyla bulunur.

Bileşenleri  $X_{1,t}, X_{2,t}, \dots, X_{k,t}$  olan  $VAR(1)$  modeli  $\mathbf{X}_t = \mathbf{A}\mathbf{X}_{t-1} + \mathbf{e}_t$  olarak verilmiş olsun. Bu modelin her iki tarafından  $\mathbf{X}_{t-1}$  çıkartıldığında, modelin  $\Pi = \mathbf{A} - \mathbf{I}$  olmak üzere,  $\nabla\mathbf{X}_t = \Pi\mathbf{X}_{t-1} + \mathbf{e}_t$  şeklinde yazılabilir.  $rank(\Pi) = r$  olsun.

- i)  $r = 0$  ise serinin hiçbir lineer birleşimi durağan değildir, yani hiçbir kointegrasyon ilişkisi bulunamaz.
- ii)  $r = k$  ise tüm değişkenler durağandır.
- iii)  $0 < r < k$  ise  $\Pi = \boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\beta}'$  olacak şekilde  $\boldsymbol{\alpha}$  ve  $\boldsymbol{\beta}$  vektörleri (veya matrisleri) vardır öyle ki  $\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}_t$  durağandır. Yani,  $\boldsymbol{\beta}$  kointegrasyon vektörüdür.

Çok sayıda  $\boldsymbol{\beta}'$  ve  $\boldsymbol{\alpha}$  bulunabileceğinden  $\boldsymbol{\beta}'$  matrisinin tahmini yerine Johansen test istatistikleri,  $\Pi$  matrisinin rankının tahmini üzerine kurulmuştur.  $\Pi$  matrisinin karakteristik kökleri kointegrasyon vektörü sayısını verdiği için test istatistikleri matrisin karakteristik köklerini bulmaya yöneliktir. Matrisin karakteristik köklerini bulmaya yönelik iki tane test istatistiği geliştirilmiştir.

Bu yöntemlerin ilkinde,  $rank(\Pi) = r$  sıfır hipotezine karşılık,  $rank(\Pi) = r + 1$  alternatif hipotezi test edilir. Bu yöntemde sıfır hipotezi, en çok  $r$  sayıda kointegrasyon vektörü olduğunu, alternatif hipotezde  $r + 1$  sayıda kointegrasyon vektörü olduğunu ileri sürmektedir. Test istatistiğinin hesaplanması, tahmin sürecinde bulunan karakteristik denklemin köklerine bağlıdır. Karakteristik köklerin kaç tanesinin sıfırdan farklı bir şekilde anlamlı olduğunu bulmak için aşağıdaki test istatistiği kullanılır:

$$\lambda_{max}(r, r + 1) = -N \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1})$$

Burada  $N$ : gözlem sayısı,  $\hat{\lambda}_r$ : özdeğerler matrisinin tahminlerini göstermektedir. Daha önceden ifade edildiği gibi test istatistiği maksimum özdeğere bağlıdır. Bu nedenle bu teste

maksimum özdeğer testi denilmektedir. Maksimum özdeğer ( $\lambda_{max}$ ) istatistiği için hipotezler aşağıdaki gibi ardışık bir şekilde oluşturulur.

$$H_0: r = 0, H_1: r = 1$$

$$H_0: r \leq 1, H_1: r = 2$$

... ..

$$H_0: r \leq k - 1, H_1: r = k$$

İkinci yöntemde,  $\Pi$  matrisinin izi kullanılarak elde edilen olabilirlik oran testi temel alınmakta ve bu test iz istatistiği olarak anılmaktadır. İz istatistiği,  $r$ 'inci özdeğere yeni bir özdeğer eklendiğinde matrisin izinin artıp artmadığını ele alarak, sıfır hipotezi kointegrasyon vektör sayısının  $r$ 'den küçük veya eşit olduğu biçimde kurulmaktadır. Eğer  $i = 1, 2, 3, \dots, k$  için tüm  $\hat{\lambda}_i = 0$  ise iz istatistiği de sıfır çıkacaktır. İz istatistiği şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$\lambda_{iz}(r) = -N \sum_{i=r+1}^k \ln(1 - \hat{\lambda}_i)$$

Burada  $\hat{\lambda}_i$ ,  $\Pi$  matrisinin tahmin edilen karakteristik kökleridir. İz ( $\lambda_{iz}$ ) istatistiği için hipotezler aşağıdaki gibi ardışık bir şekilde oluşturulmaktadır (Seddighi, Lawyer ve Katos, 2000):

$$H_0: r = 0, H_1: r \geq 1$$

$$H_0: r \leq 1, H_1: r \geq 2$$

... ..

$$H_0: r \leq k - 1, H_1: r \geq k$$

Testler sonucunda elde edilen ( $\lambda_{iz}$ ), ( $\lambda_{max}$ ) istatistik değerleri Johansen ve Juselius tarafından verilen kritik değerlerle karşılaştırılır (Enders, 1995). Maksimum özdeğer ( $\lambda_{max}$ ) ve iz ( $\lambda_{iz}$ ) test istatistikleri kritik değerlerden daha büyük ise sıfır hipotezi red edilecektir. Bu durumda değişkenlerin kointegrasyonlu olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.

### **3. YAPILAN ÇALIŞMALAR VE BULGULAR**

Bu tez çalışmasında Dolar serisinde 2008 yılında yaşanan küresel ekonomik krizden dolayı bir yapısal kırılma olup olmadığı araştırılmıştır. Ayrıca Dolar, Euro ve Sterlin serilerinin arasında bir uzun dönem ilişkisi olup olmadığı ikinci bölümde anlatılan test yöntemleri ile sınanmıştır. Uygulamalarda kullanılan verilen TCMB Elektronik Veri Dağıtım Sisteminden elde edilmiştir. Analizlere geçmeden önce 2008 küresel ekonomik krizi ve bu krizin Türkiye üzerindeki etkilerine değinilecektir.

#### **3.1. 2008 Küresel Ekonomik Krizi**

2000 yılının sonlarında dünya ekonomilerinde yavaşlama belirtilerinin ortaya çıkması ile birlikte, başta ABD olmak üzere Avrupa ve Japonya merkez bankaları, uyguladıkları para politikalarında önemli bir gevşemeye giderek faiz oranlarını düşürdüler. Bu dönemde izlenen gevşek para politikaları, bir yandan varlık fiyatlarında şişme yaratırken, diğer yandan bankaların kısa vadeli ve düşük faizle borçlanarak, başta konut kredisi olmak üzere uzun vadeli kredi plasmanı yapmalarını teşvik etti (URL-1).

Bu dönemde genişleyen global likidite arzı ile birlikte uzun dönemli faizlerin düşük seviyelerde seyretmesi, yüksek getiri sunan riskli varlıklara olan talebi artırdı. Bu tip varlıklardan biri de yüksek riskli ipoteye dayalı konut kredileriydi. Bu varlıklar, menkul kıymet haline getirilip tekrar pazarlanarak global finans sistemi içinde yaygın olarak işlem görmeye başladı. Türev ürünlerin işlem hacmi hızla artarak astronomik seviyelere ulaştı. Ancak, bu tür menkul kıymetlerin likit bir ikincil piyasaya sahip olmaması ve yeterince denetlenememesi, risklerin doğru olarak fiyatlanmasını engelledi. Finans sektöründe denetim, düzenleme ve bilgilendirme faaliyetleri ile özel sektörün risk yönetiminin, iş dünyasındaki hızlı değişimin gerisinde kalması da, aşırı risk alma, vade uyumsuzlukları ve varlık fiyatları enflasyonu gibi sorunlara zemin hazırladı (URL-1).

2004 yılının ikinci çeyreğinden itibaren Amerikan Merkez Bankası, enflasyonist baskıları kontrol altına almak amacıyla faiz artırımlarına başladı. Konut talebi 2005 yılı ortalarından başlayarak yavaşladı ve konut fiyatlarındaki artış yerini durgunluğa bıraktı. Bu dönemde başta değişken faizli konut kredileri olmak üzere tüm konut kredilerinde ödeme zorlukları ortaya çıktı. Konut fiyatlarındaki yükseliş eğiliminin tersine dönmesi de

müşterilerin konutlarını satarak kredi borçlarını kapatma imkânını sınırladı. 2006 yılından itibaren konut kredilerinde ortaya çıkan ödeme zorlukları, kredi dönüşlerine bağlı olarak ihraç edilen menkul kıymetlerde fiyatlandırma güçlüğüne yol açtı. Yatırımcılar, güven kaybı nedeniyle varlığa dayalı menkul kıymetlere ve ticari kâğıtlara olan taleplerini azalttılar ve daha az riskli olan hazine kâğıtlarına yöneldiler. Finansal kuruluşlar, kısa vadeli likidite ihtiyaçlarını karşılamak için sahip oldukları varlığa dayalı menkul kıymetleri teminat göstermek konusunda problemler yaşamaya başladılar. Piyasalarda önceleri likidite sıkışıklığı olarak ortaya çıkan problemler, bir süre sonra finansal kuruluşların bilançolarında yüksek miktarda zarar yazmaları ile birlikte bu kuruluşları iflas tehlikesi ile karşı karşıya getirdi (URL-1).

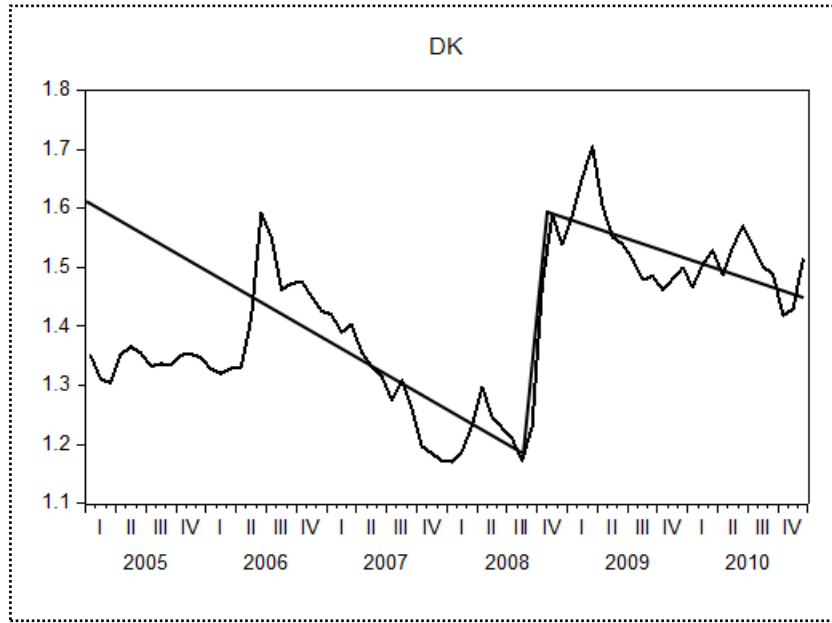
2008 yılına bakıldığında eşik altı konut kredileri piyasasında başlayan sorunun, zamanla konut kredisi piyasasının diğer bölümlerine ve diğer finans piyasalarına da yayıldığı ve finansal istikrarı tehdit eden bir boyuta ulaştığı görüldü. Piyasalarda yaşanan güven kaybının etkisiyle, finans kuruluşlarının pozisyonlarını kapatarak nakde dönmeye çalışmaları kredi koşullarında sert bir sıkılaştırma yaşanmasına neden oldu. Eylül ayı içerisinde ABD'nin önde gelen yatırım bankalarından Lehman Brothers'ın iflas başvurusunda bulunması, büyüklüğü ne olursa olsun her finans kuruluşunun iflasın eşiğine gelebileceğini ve hatta iflas edebileceğini göstermiştir. Bunun neticesinde piyasalardaki gerginlik tırmanmış, risk algılamalarındaki bozulmanın etkisiyle finans kuruluşları birbirlerine borç vermede isteksiz davranma eğilimine girmiş ve daha yüksek risk primi talep etmeye başlamışlardır.

ABD'deki kriz kısa zamanda Avrupa'ya da sıçramıştır. İzlanda'nın 3 büyük bankası iflas etmiş, Birleşik Krallık'taki taşınmaz mal piyasası da ABD'deki gibi büyük bir düşüşe geçmiştir.

Türkiye'de ise bu kriz, Türk bankacılık sisteminde mortgage kredilerinin yaygın olmamasına rağmen hissedilmiştir. Türkiye'deki finansal kurumların finansal mühendislik ürünlerini yaygın olarak kullanmıyor olması, krizin Türkiye açısından etkisinin sınırlı kalmasına neden olmuştur. Tüm bunlara karşı Türkiye küresel ekonomi ve finans sisteminin ayrılmaz bir parçası olması, bu kriz döneminde birçok ülke borsasında olduğu gibi İMKB'de de sert düşüşler gözlenmiştir. Küresel ekonomik kriz ABD'de Ağustos 2007 tarihinde başlamasına rağmen Türkiye'de borsa 2007 yılı Aralık ayı sonuna kadar yükselmiş, 2008 yılı Ocak ayından itibaren krizin etkisi hissedilmeye başladığı için borsa da düşmeye başlamıştır (Güngör, 2009).

### 3.2. Dolar Kuru Serisi İçin Yapısal Kırılma Analizi

2005:01-2010:12 dönemlerini kapsayan  $T=72$  gözlem değerinden oluşan Dolar kuru (DK) serisinin durağanlığı yapısal kırılma analizi çerçevesinde ele alınacaktır. Şekil 3.1'e göre Dolar kuru serisindeki yapısal kırılmanın Ağustos 2008 döneminde gerçekleştiği söylenebilir. Bu durumda  $T_b = 2008:08$  olarak belirlenip Perron (1989) testi uygulanmıştır.



Şekil 3.1. 2005:01-2010:12 yıllarına ait Dolar kuru serisinin grafiği

Seriye yapısal kırılma testleri yapılmadan önce Arttırılmış Dickey Fuller birim kök testi yapılmıştır. Sonuçlar aşağıdaki tablodaki gibidir.

Tablo 3.1. Dolar serisi için ADF birim kök testi sonuçları

Anlamlılık Düzeyi	Kesmeli ve Trendli ( $t_{\hat{\delta}}=-2.576889$ )	Kesmeli ve Trendsiz ( $t_{\hat{\delta}}=-2.190522$ )	Kesmesiz ve Trendsiz ( $t_{\hat{\delta}}= 0.104420$ )
%1	-4.098741	-3.530030	-2.599413
%5	-3.477275	-2.904848	-1.945669
%10	-3.166190	-2.589907	-1.613677
ADF ist.	$t_{\hat{\delta}} > \tau_{n,\tau}$	$t_{\hat{\delta}} > \tau_{\mu,\tau}$	$t_{\hat{\delta}} > \tau_n$
Karar	Birim köklü	Birim Köklü	Birim Köklü

Tablo 3.1’de görüldüğü gibi seriye ADF birim kök testi uygulandığında seride birim kök olduğu sonucuna ulaşıldı. Yani serinin durağan olmadığına karar verildi. Şimdi söz konusu birim kökün gerçekte serinin durağan olmamasından mı yoksa seride bir yapısal kırılmanın varlığından mı kaynaklandığı araştırılacaktır.

Şekil 3.1’de görüldüğü gibi Dolar kuru serisinin düzey ve eğimde 2008 yılının Ağustos ayında bir değişim olmuştur. Dolayısıyla burada kırılma zamanının bilindiği, tekli kırılma olduğu ve kırılmanın etkisinin bir defada gerçekleştiği varsayımı altında toplamsal sapmalı (AO) modeli kullanılabilir. Serinin yapısında bir düzey ve eğim değişimi olduğundan uygun model kalıbı Model C’dir.

İlk aşamada Model C’nin alternatif hipotezini yansıtan

$$DK_t = \mu + \beta t + \gamma_2 DVU_t + \gamma_3 DVT_t + \tilde{X}_t^C$$

modeli tahmin edilir. Bu modelde ki kukla değişkenler aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$DVU_t = \begin{cases} 1, & t > T_b \\ 0, & t \leq T_b \end{cases} \text{ ve } DVT_t = \begin{cases} t, & t > T_b \\ 0, & t \leq T_b \end{cases}$$

Modelin tahmin sonuçları aşağıdaki gibidir:

$$DK_t = 1.412989 - 0.003769t - 0.191543DVU_t - 0.002182DVT_t + \tilde{X}_t^C$$

Daha sonra modelin kalıntıları  $\tilde{X}_t^C$  hesaplanır. İkinci aşamada hesaplanan hatalar kullanılarak ADF birim kök testi için aşağıdaki regresyon modeli tahmin edilir:

$$\nabla \tilde{X}_t^C = \delta \tilde{X}_{t-1}^C + \sum_{j=1}^p \delta_j \nabla \tilde{X}_{t-j}^C + \tilde{e}_t$$

Burada uygun gecikme AIC ve SBC kriterleri ile belirlenir. Bu kriterler sonucunda seride gecikme olmadığına karar verilmiştir.

$$\nabla \tilde{X}_t^C = -0.258276 \tilde{X}_{t-1}^C + \tilde{e}_t$$

$$\text{Sh.} \quad (0.079536)$$

$$\text{t-ist.} \quad (-3.24727)$$

Bu tahminin sonucuna göre  $t_{\hat{\delta}}=-3.247$  olarak bulunur. Bu değeri Tablo 2.1'den elde edilen kritik değerlerle karşılaştırmadan önce nispi kırılma yansıması  $\lambda$ 'nın belirlenmesi gerekmektedir.

Dolar kuru serisi için kırılma zamanı olarak 2008:08 kabul edilirse,  $T=72$  ve  $T_b=44$  olacaktır. Dolayısıyla kırılma yansıması  $\lambda = \frac{T_b}{T} = \frac{44}{72} \approx 0.6$  şeklinde olacaktır. O halde Tablo 2.1'de en yakın değer olan  $\lambda=0.6$  için %1, %5 ve %10 anlamlılık düzeyleri için kritik değerler sırasıyla -4.88, -4.24 ve -3.95'dir. Hesaplanan  $t_{\hat{\delta}}=-3.247$  değeri kritik değer ile karşılaştırılırsa her üç anlamlılık düzeyinde de test istatistiği  $t_{\hat{\delta}} > \tilde{\tau}_c$  dir. Kurulmuş olan hipotez  $H_0: \tilde{\delta} = 0$ ,  $H_1: \tilde{\delta} < 0$  şeklinde olduğuna göre sıfır hipotezi red edilemez. Yani dolar kuru serisi durağan değildir. Bu test sonucuna göre serinin durağan olmaması yapısal kırılmadan kaynaklanmamaktadır.

Dolar serisinin ADF birim kök testi sonucuna göre durağan olmadığı bulunmuştu. Daha sonra serinin yapısında görülen düzey ve eğim değişimi nedeniyle Toplamsal Sapmalı Dickey Fuller (AOADF) modeline göre yeniden birim kök testi uygulandı ve sonuçta serinin durağan olmamasının yapısal kırılmadan kaynaklanmadığı sonucuna varıldı. Şimdi ise Dolar kuru serisinin yapısında görülen düzey ve eğim değişimi kademeli sapmalı modele göre yeniden birim kök testi uygulanacaktır.

Kademeli sapmalı modelde etkiler doğrudan doğruya ADF regresyonunun içine dahil edilmektedir. Tahmin edilecek olan Model C aşağıdaki gibidir:

$$\nabla DK_t = \mu + \beta t + \delta DK_{t-1} + \gamma_1 DVTB_t + \gamma_2 DVU_t + \gamma_3 DVT_t + \sum_{j=1}^p \nabla \delta_j DK_{t-j} + e_t$$

Model tahmin edildikten sonra modele eklenmesi gereken gecikme sayısı AIC ve SBC testleri yardımı ile 3 olarak belirlenmiştir ve sonuçlar aşağıdaki gibi bulunmuştur:

$$\begin{aligned} \nabla DK_t = & 0.460 - 0.001t - 0.315DK_{t-1} - 0.067DVTB_t + 0.132DVU_t \\ & - 0.001DVT_t + 0.412\nabla DK_{t-1} - 0.286\nabla DK_{t-2} + 0.258\nabla DK_{t-3} + e_t \end{aligned}$$

Modelden hesaplanan  $t_{\hat{\delta}} = \hat{\delta}/SH_{\hat{\delta}} = -4.685$  değeri Tablo 2.1'den elde edilen kritik değerle karşılaştırılır. Nispi kırılma yansıması  $\lambda=0.6$  için kritik değerler %1, %5 ve %10 anlamlılık düzeyinde sırasıyla -4.88, -4.24 ve -3.95 şeklindedir. Bu değerler  $t_{\hat{\delta}} = -4.685$  ile karşılaştırıldığında %1'lik anlamlılık düzeyi için  $t_{\hat{\delta}} > \tilde{\tau}_c$  olduğu görülür. Yani dolar



kuru serisinin birim köklü olması yapısal kırılmadan kaynaklanmamaktadır. Fakat %5 ve %10 anlamlılık düzeylerinde  $t_{\hat{\delta}} < \tilde{t}_C$  dir. Yani dolar kuru serisinin durağan olmaması yapısal kırılmadan kaynaklanmaktadır sonucuna ulaşılır.

Dolar serisinin ADF birim kök testi sonucuna göre durağan olmadığı bulunmuştu. Daha sonra Kademeli Sapmalı Dickey Fuller (IOADF) modeline göre yeniden birim kök testi uygulandı ve sonuçta %5 ve %10 anlamlılık düzeylerinde serinin durağan olmamasının yapısal kırılmadan kaynaklandığı sonucuna varıldı.

Zivot-Andrews (1992) testine göre dolar serisinin yapısal kırılma analizi aşağıdaki gibidir. Dolar kuru serisi Model C'ye uygundur ve seri 3 gecikme içermektedir. Dolayısıyla uygun model

$$DK_t = \mu + \beta t + \alpha DK_{t-1} + \gamma_2 DVU_t(\hat{\lambda}) + \gamma_3 DVT_t^*(\hat{\lambda}) \\ + \delta_1 \nabla DK_{t-1} + \delta_2 \nabla DK_{t-2} + \delta_3 \nabla DK_{t-3} + e_t$$

veya  $\delta = \alpha - 1$  için

$$\nabla DK_t = \mu + \beta t + \delta DK_{t-1} + \gamma_2 DVU_t(\hat{\lambda}) + \gamma_3 DVT_t^*(\hat{\lambda}) \\ + \delta_1 \nabla DK_{t-1} + \delta_2 \nabla DK_{t-2} + \delta_3 \nabla DK_{t-3} + e_t$$

şeklinde oluşturulurken kukla değişkenler

$$DVU_t(\hat{\lambda}) = \begin{cases} 1, & t > T\lambda \\ 0, & t \leq T\lambda \end{cases}, DVT_t^*(\hat{\lambda}) = \begin{cases} t - T\lambda, & t > T\lambda \\ 0, & t \leq T\lambda \end{cases}$$

olarak oluşturulmuştur.

Zivot-Andrews (1992) yaklaşımında kırılma dönemi içsel olarak belirlendiği için kukla değişkenler tüm dönemler için tek tek oluşturulmuş, Model C'ye göre her dönem için ayrı ayrı tahmin edilmiştir. En küçük kareler yöntemi ile tahmin edilen modellerde  $\delta^C = 0$  hipotezinin sınanması için hesaplanan her döneme ait  $t$ -istatistikleri Şekil 3.2'de gösterilmiştir.



Şekil 3.2. Zivot-Andrews (1992) test istatistikleri grafiği

Şekil 3.2'ye göre minimum  $t$ -istatistiğini veren dönem Eylül 2008 dönemidir. Tablo 3.2'de bu dönem için tahmin edilen model sonuçları verilmiştir.

Tablo 3.2. Eylül 2008 döneminde Dolar serisi için Zivot-Andrews (1992) test denklemleri tahmin sonuçları

Değişken	Katsayı	Standart Hata	$t$ -istatistiği
$\mu$	0.468919	0.098276	4.771454
$\beta$	-0.001614	0.000643	-2.509406
$\delta$	-0.324017	0.067493	-4.800769
$\gamma_2$	0.125666	0.029359	4.280281
$\gamma_3$	-0.000304	0.001318	-0.230867
$\delta_1$	0.404689	0.113322	3.571132
$\delta_2$	-0.281660	0.112208	-2.510169
$\delta_3$	0.255016	0.112472	2.267386

Eylül 2008 dönemi için oluşturulan denklemde  $\delta^C = 0$  hipotezinin sınaması için test istatistiği  $t_{\delta} = -4.8007$  olarak hesaplanmıştır. Hesaplanan değer Tablo 2.2'de verilen kritik değerlerle karşılaştırılır. Kritik değerler %1, %5 ve %10 anlamlık düzeyinde sırasıyla -5.57, -5.08 ve -4.82 şeklindedir. Bu değerler  $t_{\delta} = -4.8007$  ile karşılaştırıldığında her üç

anlamlılık düzeyleri için  $t_{\hat{\delta}} > \tilde{\tau}_c$  olduğu görülür. Yani serinin durağan olmaması yapısal kırılmadan kaynaklanmamaktadır.

Perron (1997) yaklaşımına göre serinin yapısal kırılma analizi aşağıda verilmiştir. AIC ve SBC kriterlerine seri 3 gecikme içermektedir. Buna göre model şöyle olmalıdır:

$$DK_t = \mu + \beta t + \alpha DK_{t-1} + \gamma_1 DVTB_t + \gamma_2 DVU_t + \gamma_3 DVT_t \\ + \delta_1 \nabla DK_{t-1} + \delta_2 \nabla DK_{t-2} + \delta_3 \nabla DK_{t-3} + e_t$$

veya  $\delta = \alpha - 1$  için

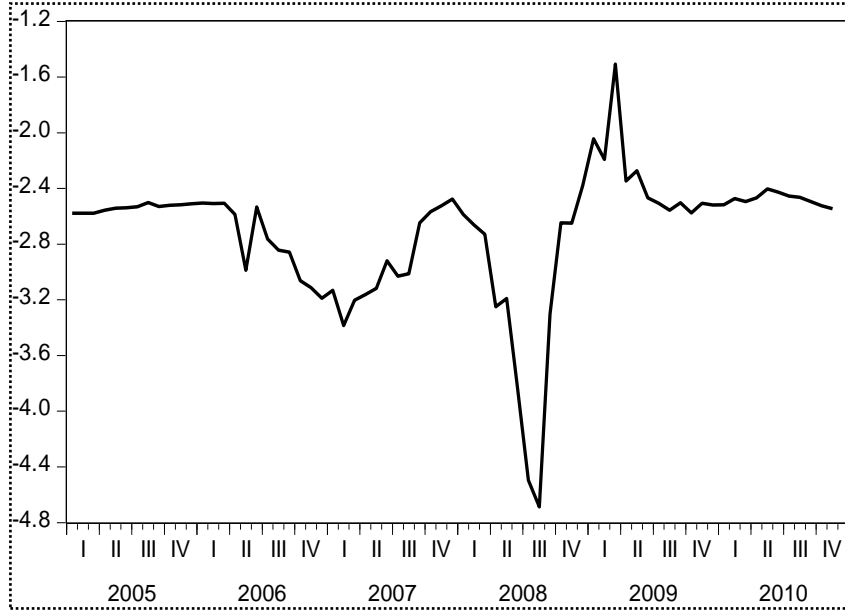
$$\nabla DK_t = \mu + \beta t + \delta DK_{t-1} + \gamma_1 DVTB_t + \gamma_2 DVU_t + \gamma_3 DVT_t \\ + \delta_1 \nabla DK_{t-1} + \delta_2 \nabla DK_{t-2} + \delta_3 \nabla DK_{t-3} + e_t$$

kukla değişkenler ise

$$DVTB_t = \begin{cases} 1, & t = T_b + 1 \\ 0, & t \neq T_b + 1 \end{cases}, DVU_t = \begin{cases} 1, & t > T_b \\ 0, & t \leq T_b \end{cases} \text{ ve } DVT_t = \begin{cases} t, & t > T_b \\ 0, & t \leq T_b \end{cases}$$

şeklindedir.

Perron (1997) yaklaşımında, birinci yöntem olan ve Zivot-Andrews (1992) yaklaşımında olduğu gibi kırılma zamanı  $\delta^c = 0$  için minimum  $t$ -istatistiğini veren dönem seçilir. Kırılmanın içsel olarak gerçekleştiği varsayımına göre, her dönem için kukla değişkenler tek tek hesaplanır ve her dönem için oluşturulan regresyon denklemleri en küçük kareler yöntemi ile tahmin edilir. Dönemlere ait  $t$ -istatistikler Şekil 3.3'de verilmiştir.



Şekil 3.3. Perron (1997) test istatistikleri grafiği

Şekil 3.3'e göre minimum  $t$ -istatistiğini veren dönem Ağustos 2008 dönemidir. Modele eklenecek değişme sayısı AIC ve SBC kriterleri ile değil, anlamlı en büyük gecikme değeri seçilerek oluşturulur. Kesim noktası ve gecikme uzunluğu bu yöntemlerle belirlendiğinde Zivot-Andrews yaklaşımında olduğu gibi  $T_b=2008:08$  ve  $p=3$  olarak belirlenmiştir. Tablo 3.3'te bu dönem için tahmin edilen model yer almaktadır.

Tablo 3.3. Ağustos 2008 döneminde Dolar serisi için Perron (1997) test denklemini tahmin sonuçları

Değişken	Katsayı	Std. Hata	$t$ -istatistiği	Prob.
$\mu$	0.460195	0.097845	4.703293	0.0000
$\beta$	-0.001781	0.000651	-2.735307	0.0082
$\delta$	-0.315562	0.067344	-4.685831	0.0000
$\gamma_1$	-0.067977	0.051974	-1.307907	0.1960
$\gamma_2$	0.132970	0.070104	1.896747	0.0628
$\gamma_3$	-0.000104	0.001318	-0.079192	0.9371
$\delta_1$	0.412566	0.112729	3.659798	0.0005
$\delta_2$	-0.286930	0.111538	-2.572493	0.0126
$\delta_3$	0.258579	0.111762	2.313650	0.0242

Bu sonuca göre  $\delta$ 'nın  $t$ -istatistiği  $t_{\delta} = -4.685831$  olarak bulunur. Bu değer Perron (1997) için verilen tablo değerleri ile karşılaştırılır. Kritik değerler %1, %5 ve %10 anlamlık düzeyinde sırasıyla -5.45, -4.83 ve -4.48 şeklindedir. Bu değerler  $t_{\delta} = -4.685831$  ile karşılaştırıldığında %1 ve %5 anlamlılık düzeyi için  $t_{\delta} > \bar{t}_c$  olduğu görülür. Yani serinin durağan olmaması yapısal kırılmadan kaynaklanmamaktadır. Fakat %10 anlamlılık düzeyi için  $t_{\delta} < \bar{t}_c$  olduğu görülür. Yani serideki durağan dışılık yapısal kırılmadan kaynaklanmaktadır.

### 3.3. Dolar, Euro ve Sterlin Serileri İçin Kointegrasyon Analizi

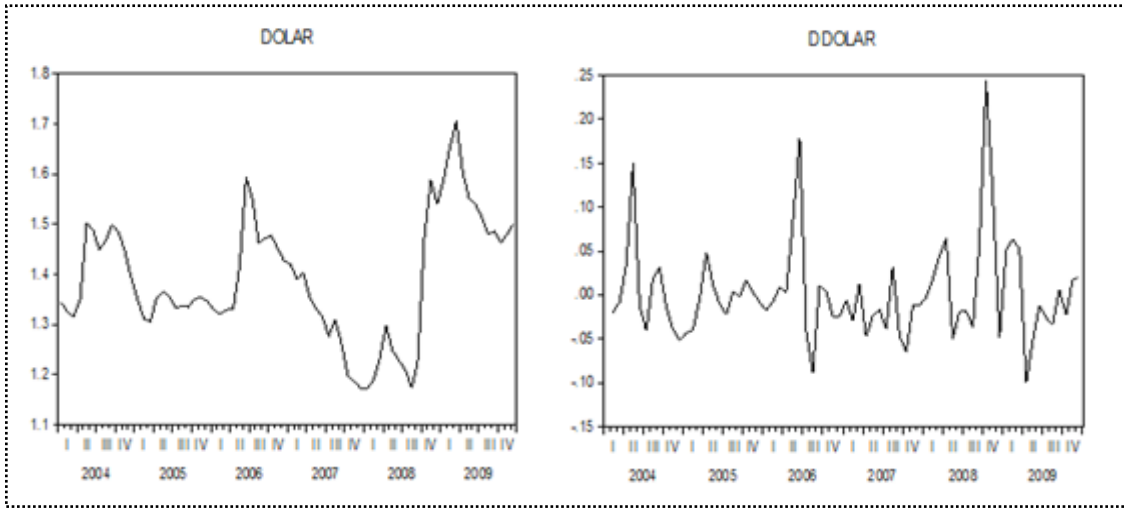
Döviz, dar anlamda “çek, poliçe gibi yabancı parayı temsil eden belgeler” anlamına gelmektedir. Herhangi bir ülkenin parasının, başka bir ülkenin parasına dönüştürülmesiyle ilgili işlemlere de döviz işlemi veya kambiyo işlemi denilmektedir (Pazarlıoğlu ve Kırıcı, 2007).

Döviz kuru sistemi, döviz kurlarının belirlenme ve değişiminin nasıl ve hangi esaslara göre gerçekleşeceği ile ilgili kurallar bütünü olarak tanımlanır. Döviz kuru sistemleri temelde iki grupta incelenmektedir: esnek ve sabit döviz kuru sistemleri. Esnek döviz kuru sistemi, döviz kurunun piyasa mekanizması tarafından belirlendiği sistemdir; sabit döviz kuru sistemi ise döviz kurunun resmi organlarca belirlendiği sistemdir (Pazarlıoğlu ve Kırıcı, 2007).

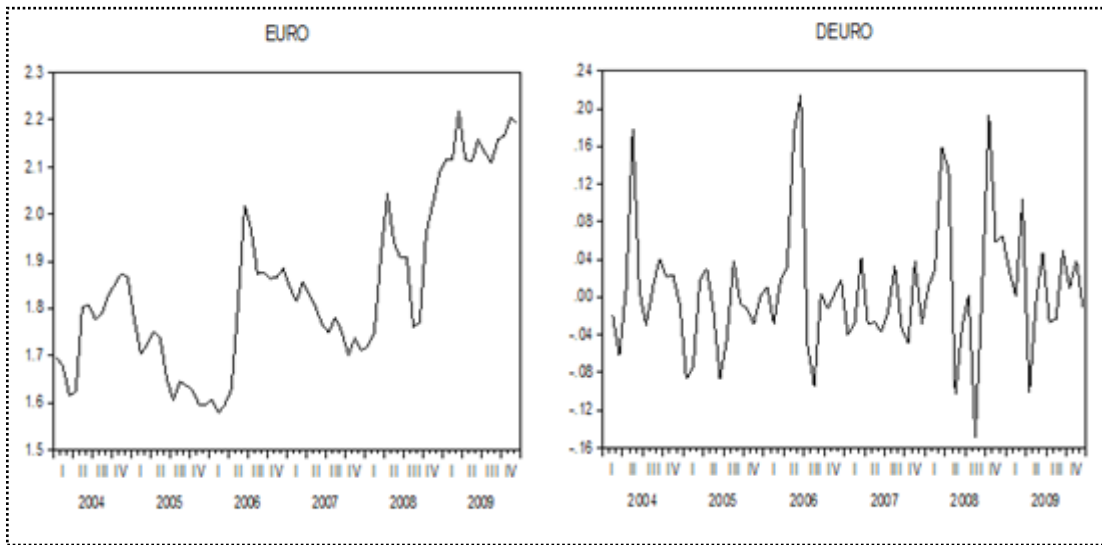
Türkiye’de uygulanan döviz kuru sistemi dönemler itibari ile farklılıklar arz etmektedir. 1980 öncesi dönemde sabit kur sistemi uygulanmıştır. 1980 sonrası dönemde sabit kur sisteminden esnek kur sistemine geçiş süreci yaşanmıştır (Barışık ve Demircioğlu, 2006). Bu geçişle döviz kurunun piyasa mekanizması tarafından belirlenmesi amaçlanmıştır. Sabit kurdan esnek kura geçiş süreci: 1980-1989 döneminde sık sık devalüasyonların yapıldığı sabit kur sistemi, 1989-1999 döneminde ise kontrollü serbest kur sistemi, Aralık 1999’da IMF ile yapılan 18’inci Stand-by Anlaşması ve enflasyonun düşürülmesi için döviz kurunun çıpa olarak kullanılması, 2000-2001 döneminde günlük artışların belirlendiği sabit kur sistemi uygulamaları ile devam etmiştir. Şubat 2001’de yaşanan ekonomik kriz Merkez Bankası müdahalelerinin sınırlandırıldığı esnek döviz kuru politikasına geçişle sonuçlanmıştır. Başlangıçta ciddi dalgalanmalar yaşanmakla beraber,

ekonomik birimlerin sisteme uyum sağlamasıyla kurlar istikrarlı bir trend kazanmıştır (Pazarlıoğlu ve Kırıcı, 2007).

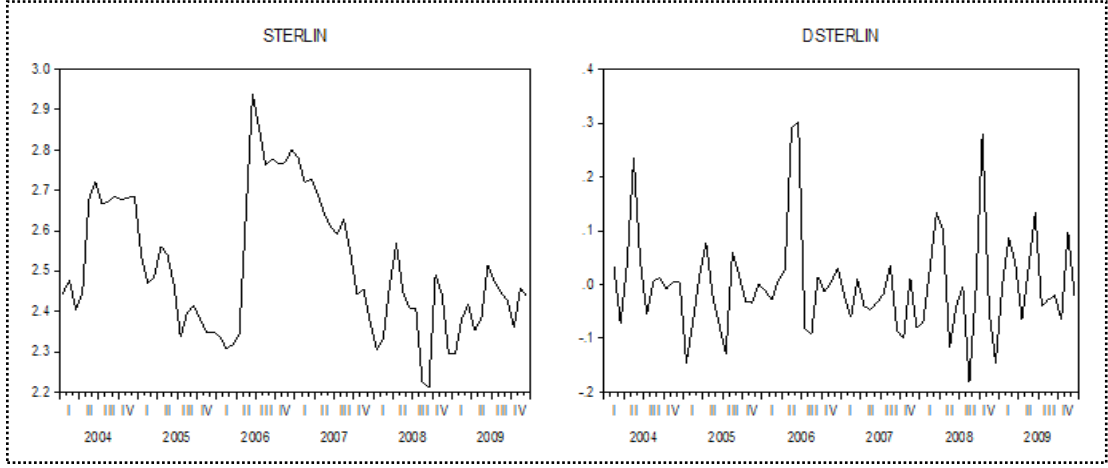
Yaşanan ekonomik kriz ve politika değişimi kurlar üzerinde etkili olmuştur. Bu etkiyi net bir şekilde ortaya koymak amacıyla bu çalışmada Dolar, Euro ve Sterlin kurlarının zaman serisi özellikleri incelenecektir. Bu amaçla 2004:01-2009:12 dönemleri arasında Dolar, Euro ve Sterlin serilerinin kointegre bir ilişki gösterip göstermediği sınanacaktır. Bu serilerin düzey ve birinci dereceden fark serileri grafikleri şöyledir:



Şekil 3.4. Dolar serisinin orijinal ve birinci dereceden fark serisinin grafikleri



Şekil 3.5. Euro serisinin orijinal ve birinci dereceden fark serisinin grafikleri



Şekil 3.6. Sterlin serisinin orijinal ve birinci dereceden fark serisinin grafikleri

Grafikler incelendiğinde orijinal serilerin belirli bir ortalama etrafında saçılım göstermediği yani durağan olmadığı görülür. Birinci dereceden farkı alınmış serilerin durağan olduğu söylenebilir. Fakat kesin bilgiye ulaşmak için birim kök testlerine başvurulması gerekmektedir. Serilerin Arttırılmış Dickey Fuller birim kök test sonuçları aşağıdaki gibidir.

Tablo 3.4. Orijinal seriler için ADF test sonuçları

Seri	$\tau_{n,\mu}$ istatistikleri	Tablo Değerleri			Hipotez	Sonuç
		% 1	% 5	% 10		
Dolar	-2.414047	-3.530030	-2.904848	-2.589907	Dolar serisi durağandır.	Red
Euro	-0.590512	-3.531592	-2.905519	-2.590262	Euro serisi durağandır.	Red
Sterlin	-2.355818	-3.530030	-2.904848	-2.589907	Sterlin serisi durağandır.	Red

Tablo'dan görüldüğü gibi Dolar, Euro ve Sterlin serileri durağan değildir. Birinci dereceden farkı alınmış seriler için ADF birim kök testi sonuçları aşağıdaki gibidir:

Tablo 3.5. Birinci dereceden fark serileri için ADF test sonuçları

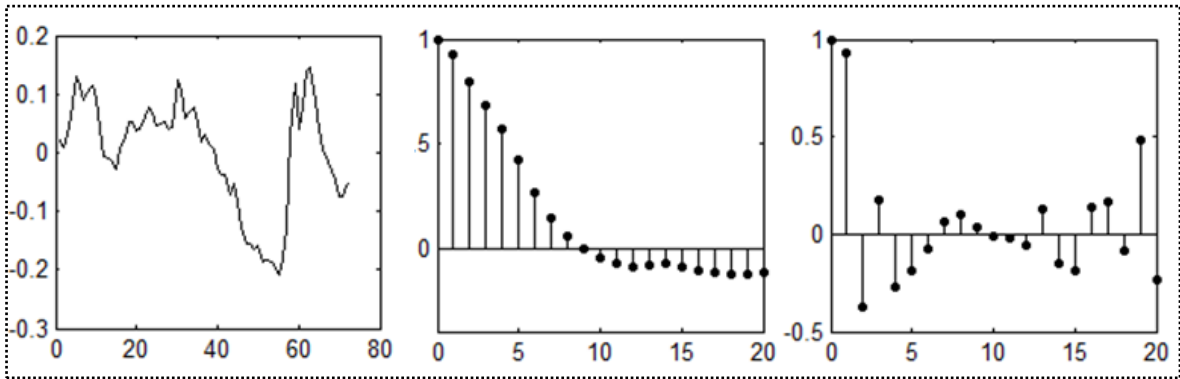
Seri	$\tau_{n,\mu}$ istatistikleri	Tablo Değerleri			Hipotez	Sonuç
		% 1	% 5	% 10		
Dolar	-4.197354	-3.530030	-2.904848	-2.589907	Dolar serisi durağandır.	Kabul
Euro	-5.282076	-3.531592	-2.905519	-2.590262	Euro serisi durağandır.	Kabul
Sterlin	-5.025887	-3.531592	-2.905519	-2.590262	Sterlin serisi durağandır.	Kabul

Orijinal seriler durağan olmadığı ve üç seri içinde birinci dereceden fark serileri durağan olduğu için kointegrasyon analizine geçilebilir. İlk olarak Engle Granger Yöntemi ile serilerin ikişer ikişer kointegre olup olmadığı incelenmiştir. Daha sonra Johansen Yöntemi ile üç serinin kointegre olup olmadığı araştırılmıştır.

Dolar ve Euro serilerinin Engle-Granger yöntemi ile kointegre seriler olup olmadığını araştırılması için ilk olarak serilerin aynı dereceden bütünleşik olması gerekmektedir. Bu serilere uygulanan ADF birim kök testine göre iki seri de birinci dereceden bütünleşiktir. Daha sonra iki seri için bir regresyon denklemi oluşturulur. Bu denklem aşağıdaki şekildedir:

$$\hat{Y}_t = 0.552048 + 0.454389X_t$$

Bu denklemden artıklar serisi oluşturulur. Artıklar serisine ait grafikler aşağıdadır:



Şekil 3.7. Dolar ve euro serilerinin regresyonunda elde edilen artıkların grafikleri



Artıklar serisi AIC model belirleme kriterine göre incelendiğinde serinin  $AR(3)$  olduğu görülür. Artıklar serisi için bir regresyon denklemi oluşturulur ve bu denklem göz önüne alındığında  $H_0: \alpha_1 = 0$  yokluk hipotezi red edilirse artıklar serisinin durağan olduğu, dolayısıyla dolar ve euro verilerinin kointegrasyonlu olduğu söylenebilir. Regresyon sonuçları

$$\nabla \hat{e}_t = \alpha_1 \hat{e}_{t-1} + \alpha_2 \nabla \hat{e}_{t-1} + \alpha_3 \nabla \hat{e}_{t-2} + \alpha_4 \nabla \hat{e}_{t-3} + \varepsilon_t$$

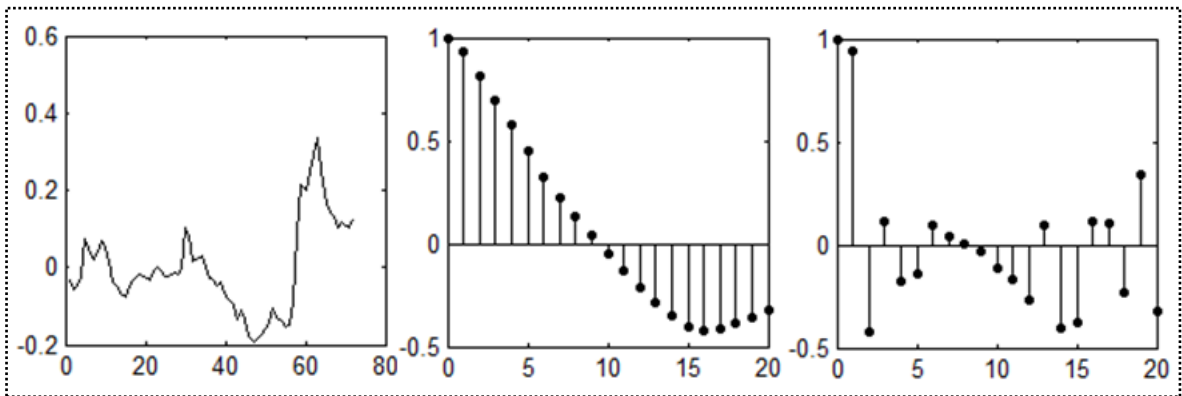
	(-0.1100)	(0.4855)	(-0.2608)	(0.2735)
s.e.	(0.0456)	(0.1185)	(0.1246)	(0.1201)
$t$ -ist	-2.41195	4.09599	-2.09171	2.27618

şeklinde elde edilmiştir. Hesaplanan  $t$ -değeri %5 lik kritik değer olan -3.398'den büyük olduğu için (-2.411 > -3.398) için  $H_0: \alpha_1 = 0$  yokluk hipotezi red edilemez. Buna göre, bu iki seri %5 anlam düzeyinde kointegrasyonlu değildir.

İkinci olarak dolar ve sterlin serilerinin kointegrasyonlu olup olmadığı test edilir. İlk önce Dolar ve Sterlin serilerinin regresyon modeli oluşturulur. Bu model şöyledir:

$$\hat{Y}_t = 0.806856 + 0.232069X_t$$

Bu modelin belirlenmesinden sonra artıklar serisi oluşturulur. Artıklar serisinin grafikleri aşağıdaki gibidir.



Şekil 3.8. Dolar ve sterlin serilerinin regresyonunda elde edilen artıkların grafikleri

Artıklar serisi AIC model belirleme kriterine göre incelendiğinde serinin  $AR(1)$  olduğu görülür. Artıklar serisi için oluşturulan regresyon denklemi

$$\nabla \hat{\epsilon}_t = \alpha_1 \hat{\epsilon}_{t-1} + \epsilon_t$$

(-0.0552)

s.e. (0.04197)

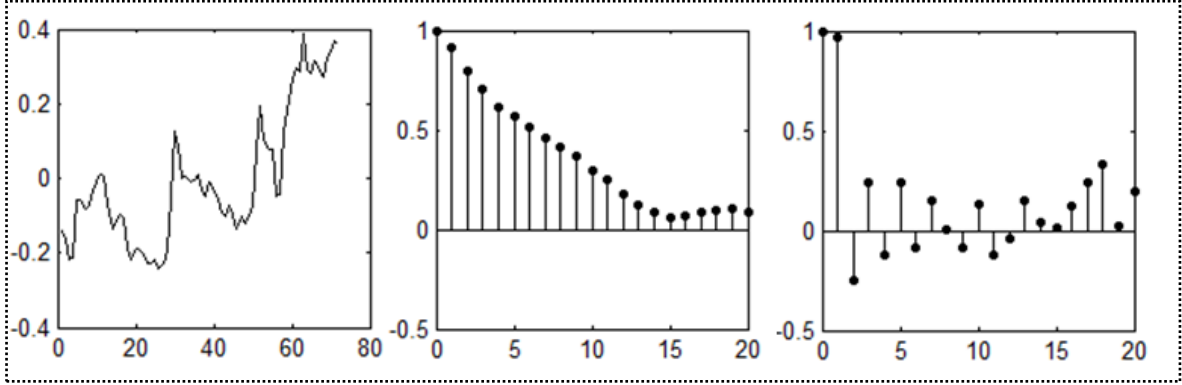
$t$ -ist -1.31637

şeklinde elde edilmiştir. Hesaplanan  $t$ -değeri %5 lik kritik değer olan -3.398'den büyük olduğu için (-1.3163 > -3.398) için  $H_0: \alpha_1 = 0$  yokluk hipotezi red edilemez. Buna göre bu iki seri %5 anlam düzeyinde kointegrasyonlu değildir.

Son olarak Euro ve Sterlin serilerinin kointegrasyonlu olup olmadığı test edilir. Euro ve sterlin serilerinin regresyon modeli elde edilir. Bu model aşağıdaki şekildedir:

$$\hat{Y}_t = 1.568983 + 0.109269X_t$$

Modelden elde edilen artıklar serisinin grafikleri aşağıdaki gibidir.



Şekil 3.9. Euro ve sterlin serilerinin regresyonunda elde edilen artıkların grafikleri

Artıklar serisi AIC model belirleme kriterine göre incelendiğinde serinin  $AR(4)$  olduğu görülür. Artıklar serisi için oluşturulan regresyon denklemi

$$\nabla \hat{e}_t = \alpha_1 \hat{e}_{t-1} + \alpha_2 \nabla \hat{e}_{t-1} + \alpha_3 \nabla \hat{e}_{t-2} + \alpha_4 \nabla \hat{e}_{t-3} + \alpha_5 \nabla \hat{e}_{t-4} + \varepsilon_t$$

	(-0.0179)	(0.3303)	(-0.3159)	(0.1907)	(-0.2288)
s.e.	(0.0438)	(0.1204)	(0.1265)	(0.1232)	(0.1210)
<i>t</i> -ist	-0.4098	2.7423	-2.4964	1.5485	-1.8905

şeklinde elde edilmiştir. Hesaplanan *t*-değeri %5 lik kritik değer olan -3.398'den büyük olduğu için (-0.4098 > -3.398) için  $H_0: \alpha_1 = 0$  yokluk hipotezi red edilemez. Buna göre bu iki seri %5 anlam düzeyinde kointegrasyonlu değildir.

Engle-Granger yöntemi aynı anda üç serinin kointegrasyonlu olup olmadığını sınamak için kullanılamaz. Çünkü değişken sayısının ikiden fazla olduğu durumlarda birden fazla eşbütünleşme ilişkisi olabilir. Engle-Granger yöntemi ile bu durumu tespit etmek mümkün değildir. Bu yüzden Dolar, Euro ve Sterlin serilerinin herhangi bir lineer bileşiminin durağan olup olmadığını sınamak için Johansen yöntemi kullanılır. Bu yöntemde öncelikle ele alınan değişkenler arasında uygun gecikme seviyesinin belirlenmesi amacıyla VAR modeli tahmin edilir. Böylece uygun gecikme tespit edilmiş olacaktır.

Tablo 3.6. VAR modeli için uygun gecikme seçimi

<i>p</i>	LogL	LR	FPE	AIC	SBC	HQ
0	105.8408	NA	8.07e-06	-3.213776	-3.112578	-3.173909
1	319.3134	400.2611	1.36e-08	-9.603544	-9.198754	-9.444077
2	341.7970	40.04888	8.91e-09	-10.02491	-9.316523*	-9.745838*
3	353.6578	20.01503	8.19e-09	-10.11430	-9.102328	-9.715636
4	359.6263	9.512388	9.09e-09	-10.01957	-8.704003	-9.501303
5	373.0520	20.13850*	8.04e-09*	-10.15787*	-8.538712	-9.520004
6	380.6378	10.66757	8.60e-09	-10.11368	-8.190926	-9.356211
7	389.4587	11.57742	8.93e-09	-10.10808	-7.881736	-9.231013
8	394.2342	5.820199	1.06e-08	-9.976070	-7.446129	-8.979398

Not: \* İlgili kritere göre uygun gecikme sayısını göstermektedir. AIC: Akaike Bilgi Kriteri, SBC: Shwartz Bayesian Kriteri, HQ: Hannan-Quinn Kriteri, FPE: Sonlu Hata Kestirim Kriteri, LR: Olabilirlik Oranı.

Çizelge incelendiğinde LR, FPE ve AIC değerlerinin 5 gecikme için minimum değer verdiği, SBC ve HQ değerlerinin 2 gecikme için minimum değer verdiği görülür. Üç kriterin aynı gecikmede minimum değer vermesi üzerine, analiz için optimal gecikme seviyesinin 5 olduğuna karar verilmiştir. Buna göre  $VAR(5)$  modeli tahmin sonuçları aşağıda verilmektedir.

Tablo 3.7.  $VAR(5)$  modeli tahmin sonuçları

$VAR(5)$	$Dolar_t$	$Euro_t$	$Sterlin_t$
Kesme	0.290403	0.325463	0.457272
Standart Hata	(0.11740)	(0.16231)	(0.22748)
t-istatistiği	[ 2.47352]	[ 2.00523]	[ 2.01013]
$Dolar_{t-1}$	1.199829	-0.106150	-0.365441
Standart Hata	(0.18962)	(0.26214)	(0.36741)
t-istatistiği	[ 6.32756]	[-0.40493]	[-0.99465]
$Dolar_{t-2}$	-0.011161	0.861180	0.883358
Standart Hata	(0.32023)	(0.44270)	(0.62047)
t-istatistiği	[-0.03485]	[ 1.94528]	[ 1.42368]
$Dolar_{t-3}$	-0.554194	-1.311495	-0.863643
Standart Hata	(0.32739)	(0.45261)	(0.63435)
t-istatistiği	[-1.69276]	[-2.89766]	[-1.36145]
$Dolar_{t-4}$	0.678446	0.698140	0.521571
Standart Hata	(0.32544)	(0.44990)	(0.63056)
t-istatistiği	[ 2.08473]	[ 1.55176]	[ 0.82715]
$Dolar_{t-5}$	-0.440547	-0.109664	-0.003507
Standart Hata	(0.20489)	(0.28325)	(0.39699)
t-istatistiği	[-2.15020]	[-0.38717]	[-0.00883]
$Euro_{t-1}$	-0.122257	1.107017	0.103074
Standart Hata	(0.17233)	(0.23824)	(0.33390)
t-istatistiği	[-0.70945]	[ 4.64674]	[ 0.30870]
$Euro_{t-2}$	0.020195	-0.287662	-0.233922
Standart Hata	(0.25351)	(0.35047)	(0.49120)
t-istatistiği	[ 0.07966]	[-0.82079]	[-0.47622]
$Euro_{t-3}$	0.246557	0.663073	0.587952
Standart Hata	(0.24244)	(0.33516)	(0.46974)
t-istatistiği	[ 1.01700]	[ 1.97839]	[ 1.25165]
$Euro_{t-4}$	-0.687824	-1.201892	-1.206082
Standart Hata	(0.24382)	(0.33707)	(0.47243)
t-istatistiği	[-2.82101]	[-3.56566]	[-2.55293]

Tablo 3.7.'nin devamı

<i>Euro</i> <sub><i>t</i>-5</sub>	0.580116	0.676867	0.617966
Standart Hata	(0.17128)	(0.23679)	(0.33188)
t-istatistiği	[ 3.38689]	[ 2.85849]	[ 1.86203]
<i>Sterlin</i> <sub><i>t</i>-1</sub>	0.250354	0.222135	1.392506
Standart Hata	(0.12944)	(0.17895)	(0.25081)
t-istatistiği	[ 1.93408]	[ 1.24132]	[ 5.55204]
<i>Sterlin</i> <sub><i>t</i>-2</sub>	-0.694228	-0.837146	-1.159273
Standart Hata	(0.19637)	(0.27147)	(0.38049)
t-istatistiği	[-3.53529]	[-3.08370]	[-3.04680]
<i>Sterlin</i> <sub><i>t</i>-3</sub>	0.606620	0.535881	0.659073
Standart Hata	(0.21865)	(0.30228)	(0.42366)
t-istatistiği	[ 2.77437]	[ 1.77282]	[ 1.55567]
<i>Sterlin</i> <sub><i>t</i>-4</sub>	-0.099061	0.321215	0.257494
Standart Hata	(0.21495)	(0.29716)	(0.41649)
t-istatistiği	[-0.46085]	[ 1.08095]	[ 0.61825]
<i>Sterlin</i> <sub><i>t</i>-5</sub>	-0.134133	-0.355540	-0.332424
Standart Hata	(0.12717)	(0.17580)	(0.24640)
t-istatistiği	[-1.05479]	[-2.02239]	[-1.34914]
$R^2$	0.924758	0.928172	0.842932
$\bar{R}^2$	0.902628	0.907046	0.796736
AIC	-3.418313	-2.770585	-2.095411
SBC	-2.891819	-2.244092	-1.568918
SSR	0.079730	0.152379	0.299330
LR	130.5135	108.8146	86.19628
F-ist	41.78769	43.93502	18.24672

Johansen yönteminde  $\lambda_{iz}$  ve  $\lambda_{max}$  istatistikleri, değişkenler arasında kointegrasyon olup olmadığını gösterir. Dolar, euro ve sterlin serilerinin VAR(5) modeline sahip olduğu bulunduktan sonra bu istatistikler hesaplanır.

Tablo 3.8.  $\lambda_{iz}$  istatistiği sonuçları

Yokluk Hipotezleri	Alternatif Hipotezler	Özdeğerler	$\lambda_{iz}$ istatistiği	%5 için Kritik değerler
$H_0: r = 0$	$H_1: r = 1$	0.329235	40.13637	35.19275
$H_0: r \leq 1$	$H_1: r = 2$	0.134679	13.78021	20.26184
$H_0: r \leq 2$	$H_1: r = 3$	0.062123	4.232991	9.164546

Tablo 3.9.  $\lambda_{max}$  istatistiği sonuçları

Yokluk Hipotezleri	Alternatif Hipotezler	Özdeğerler	$\lambda_{max}$ istatistiği	%5 için Kritik değerler
$H_0: r = 0$	$H_1: r \geq 1$	0.329235	26.35616	22.29962
$H_0: r \leq 1$	$H_1: r \geq 2$	0.134679	9.547218	15.89210
$H_0: r \leq 2$	$H_1: r \geq 3$	0.062123	4.232991	9.164546

$\lambda_{iz}$  istatistiği için  $H_0: r = 0$  şeklinde kurulan yokluk hipotezi iz istatistiğinin değeri 40.13637 kritik değer olan 35.19275'ten büyük olduğu için red edilir. Fakat  $H_0: r \leq 1$  ve  $H_0: r \leq 2$  şeklinde kurulan yokluk hipotezleri için iz istatistiklerinin değerleri 13.78021 ve 4.232991 kritik değerlerden küçük olduğu için hipotezler red edilemez. Böylece modelde yalnızca bir tane kointegrasyon vektörü olduğu söylenebilir. Seriler arasındaki ilişkinin denklemini aşağıdaki gibidir:

$$\widehat{Dolar}_t = 0.437932 + 0.485133Euro_t + 0.039606Sterlin_t$$

Bu denkleme göre Sterlin kuru serisi sabitken Euro kuru serisinde meydana gelen %1'lik bir artış dolar serisinde %0.485'lik artışa, Euro kuru serisi sabitken Sterlin kuru serisinde meydana gelen %1'lik artış dolar serisinde %0.039'luk bir artışa neden olmaktadır.

#### 4. SONUÇLAR

Bu çalışmada 2005:01-2010:12 dönemleri arasında Dolar kuru serisinde yapısal kırılma meydana gelip gelmediği araştırılmıştır. Bunu yapmaktaki amaç tüm dünyayı etkisi altına alan ve Türkiye’de Ağustos 2008 döneminde etkisini tam olarak göstermeye başlayan küresel ekonomik krizin Dolar kuru serisi üzerindeki etkisini incelemektir. Perron (1989) yaklaşımına göre kırılma zamanı dışsal olarak Ağustos 2008 dönemi olarak belirlendiğinde %5 ve %10 anlamlılık düzeylerinde serideki durağan dışılığın yapısal kırılmadan kaynaklandığı sonucuna ulaşılır. Zivot-Andrews (1992) yaklaşımına göre içsel olarak belirlenen kırılma dönemi Eylül 2008 dönemidir; fakat bu dönemde de durağan dışılık yapısal kırılmadan kaynaklanmamaktadır. Perron (1997) yaklaşımına göre içsel olarak belirlenen kırılma zamanı Ağustos 2008 dönemidir. Bu dönemde ve %10 anlamlılık düzeylerinde serideki durağan dışılık yapısal kırılmadan kaynaklanmaktadır.

Ayrıca bu çalışmada 2004:01-2009:12 dönemleri arasında Dolar, Euro ve Sterlin serileri arasında bir kointegre ilişki olup olmadığı araştırılmıştır. Seriler Dolar ve Euro, Euro ve Sterlin, Dolar ve Sterlin şeklinde ikişerli gruplarda incelendiğinde bir kointegrasyon ilişkisi bulunamamıştır. Fakat üç seri aynı anda incelendiğinde bir kointegre ilişkiden söz edilebilmektedir.

## 5. KAYNAKLAR

- Akdi, Y., 2003. Zaman Serileri Analizi: Birim Kökler ve Kointegrasyon, Bıçaklar Kitabevi, Ankara.
- Akdi, Y., 2010. Zaman Serileri Analizi (Birim Kökler ve Kointegrasyon), Gazi Kitabevi, Ankara.
- Akgül, I., 2003. Zaman Serilerinin Analizi ve ARIMA Modelleri, Der Yayınları, İstanbul.
- Andrews, D.W.K., 1993. "Tests for Prarameter Instability and Structural Change with Unknown Change Point", Econometrica, 61,4 821-856.
- Bai, J. ve Perron, P., 1998. "Estimating and Testing Linear Models with Multiple Structural Change", Econometrica, 66, 1, 47-78.
- Barışık, S. ve Demircioğlu, E., 2006. Türkiye'de Döviz Kuru Rejimi Konvertibilite İhracat-İthalat İlişkisi (1980-2001), Zonguldak Karaelmas Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 2, 3, 71-84.
- Bozkurt, H., 2007. Zaman Serileri Analizi, Ekin Kitabevi, Bursa.
- Box, G. ve Jenkins M. G., 1976. Time Series Analysis Forecasting and Control, San Francisco.
- Brockwell, P.J. ve Davis, R.A., 1987. Time Series: Theory and Methods, Springer-Verlag.
- Canbulat, S., 2009. Türkiye'de Yatırım Araçlarının Getirilerinin Modellenmesi Üzerine Uygulama Çalışması, Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Chatfield, C., 1998. The Analysis of Time Series: An Introduction, Second Edit, New York.
- DeLurgio, S.A., 1998. Forecasting Principles and Applications, McGraw-Hill Comp.
- Dickey, D.A. ve Fuller, W.A., 1979. "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root", Journal of the American Statistical Association, 74, 366, 427-431.
- Dilişen, B., 2007. Yapısal Kırılma Durumunda Geliştirilen Birim Kök Testleri ve Uygulaması, Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, Sosyal Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Duck, N. W., 1992, "UK Evidence on Breaking Trend Functions", Oxford Economic Papers, 44, 3, 426-439.



- Enders, W., 1995. *Applied Econometric Time Series*, New York: John Wiley and Sons.
- Engle, R.F. ve Granger, C.W.J., 1987. "Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing", *Econometrica*, 55, 2.
- Frances, P.H., 1998. *Time Series Models for Business and Economics Forecasting*, Cambridge University Press.
- Fuller, W., 1976. *Introduction to Statistical Time Series*, John Willey, New York.
- Fuller, W., 1996. *Introduction to Statistical Time Series*, John Willey, Second Edition, New York.
- Granger, C. W. ve Newbold P., 1977. *Forecasting Economic Time Series*, Academic Press, London.
- Güngör, H., 2009. *Opsiyon Fiyatlandırmasında Kullanılan Stokastik Süreçler*, Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Hamilton, J.D., 1994. *Time Series Analysis*, Princeton University Press.
- Harvey, A.C., 1993. *Time Series Models*, Second Edit., Harvester Wheatsheaf, New York.
- Johansen, S., 1988. "Statistical Analysis of Cointegration Vectors", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, 2, 231-254.
- Johansen, S. ve Juselius, K., 1990. "Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration with Applications to the Demand for Money", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52, 169-210.
- Lumsdaine R.L. ve Papell D. H., 1997. "Multiple Trend Breaks and the Unit-Root Hypothesis", *The Review of Economics and Statistics*, 79, 2, 212-218.
- MacKinnon, J. G. 1991, "Critical Values for Cointegration Tests," in *Long-Run Economic Relationships: Readings in Cointegration*, eds. R. F. Engle and C. W. J. Granger, New York: Oxford University Press, 266-276.
- Maddala G. S. ve Kim I. M., 1998. *Unit Root Cointegration and Structural Change*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Makridakis S., Wheelwright S. C. ve Hyndman R. J., 1998. *Forecasting Methods and Applications*, Third Edit., New York: John Wiley and Sons.
- Nargeleçekenler M., 2005. *Hisse Senedi Endekslerinin Getiri Analizleri ve Önraporlama*, Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.
- Nelson C. R. ve Plosser C. I., 1982. "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series", *Journal of Monetary Economics*, 10, 2, 139-162.

- Ng, S. ve Perron, P., 1995. "Unit Root Tests in ARMA Models with Data Dependent Methods for the Selection of the Truncation Lag", Journal of the American Statistical Association, 90, 429, 268-281.
- Patterson K., 2000. An Introduction to Applied Econometrics: A Time Series Approach.
- Pazarlıoğlu, M.V. ve Kırıcı, N., 2007. Euro ve Dolar Kurları Arasındaki İlişki: Parçalı Durağanlık ve Eşbütünlüşme Analizi, Trakya Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 9, 1, 1-16.
- Perron P., 1989. "The Great Crash, The Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis", Econometrica, 57, 6, 1361-1401.
- Perron P., 1997. "Further Evidence on Breaking Trend Functions in Macroeconomic Variables", Journal of Econometrics, 80, 2, 355-385.
- Said, E.S. ve Dickey, D.A., 1984. "Testing for Unit Roots in Autoregressive-Moving Average Models of Unknown Order", Biometrika.
- Seddighi H.R., Lawyer K.A. ve Katos A.V., 2000. Econometrics: A Practical Approach, London: Routledge Taylor and Francis Group.
- Sevüktekin M., 1988. "Ekonometrik Araştırmalarda Verilerin Kullanılması-I", Uludağ Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, IV, 1-2.
- Sevüktekin M. ve Nargeleçekenler M., 2010. Ekonometrik Zaman Serileri Analizi, Nobel Yayın Dağılım, Ankara.
- TCMB Elektronik Veri Dağıtım Sistemi, <http://evds.tcmb.gov.tr>, 01.02.2011.
- Tsay, R.S., 2005. Analysis of Financial Time Series, Second Edition, Jonh Wiley & Sons.
- URL-1, [www.tcmb.gov.tr/yeniduyuru/2008/TEK\\_27Aralik2008.pdf](http://www.tcmb.gov.tr/yeniduyuru/2008/TEK_27Aralik2008.pdf), Küresel Mali Kriz ve Türkiye Ekonomisine Etkileri: Nasıl Başladı, Hangi Aşamadayız?, 27 Aralık 2008.
- Zivot E. ve Andrews D. W. K., 1992. "Further Evidence on the Great Crash, te Oil-Price Shock and the Unit Root Hypothesis", Journal of Business Economic Statistics, 10, 20, 25-44.
- Wei, W.W.S., 2006. Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods, Pearson-Addison Wesley, Second Ed.

## **6. EKLER**

Ek 1. Dolar serisi için alternatif model tahminleri

Ek 2. Euro serisi için alternatif model tahminleri

Ek 3. Sterlin serisi için alternatif model

Ek 4. Dolar serisinin birinci dereceden farkı için alternatif modeller

Ek 5. Euro serisinin birinci dereceden farkı için alternatif modeller

Ek 6. Sterlin serisinin birinci dereceden farkı için alternatif modeller

Ek 7. Dickey-Fuller Dağılım Tablosu

Ek Tablo 1. Dolar serisi için alternatif model tahminleri

D	AR(1)	AR(2)	MA(1)	MA(2)	Arma(1,1)	Arma(1,2)	Arma(2,1)	Arma(2,2)
$c$ <i>Prob.</i>	1.41101 (0.0000)	1.40187 (0.0000)	1.40378 (0.0000)	1.39217 (0.0000)	1.40011 (0.0000)	1.40109 (0.0000)	1.40333 (0.0000)	1.40230 (0.0000)
$\alpha_1$ <i>Prob.</i>	0.90379 (0.0000)	1.23763 (0.0000)			0.81162 (0.0000)	0.83029 (0.0000)	0.70390 (0.0006)	0.04327 (0.8709)
$\beta_1$ <i>Prob.</i>			1.15241 (0.0000)	1.34095 (0.0000)	0.60007 (0.0000)	0.56144 (0.0005)	0.68661 (0.0000)	1.39357 (0.0000)
$\alpha_2$ <i>Prob.</i>		-0.3738 (0.0016)					0.10805 (0.5705)	0.62859 (0.0030)
$\beta_2$ <i>Prob.</i>				0.70136 (0.0000)		-0.0522 (0.7309)		0.45537 (0.0479)
$R^2$	0.80926	0.83562	0.74347	0.79515	0.85101	0.85123	0.85177	0.85629
$F$ <i>Prob.</i>	292.754 (0.0000)	170.298 (0.0000)	202.880 (0.0000)	133.916 (0.0000)	194.213 (0.0000)	127.795 (0.0000)	126.423 (0.0000)	96.8261 (0.0000)
AIC	-2.9450	-3.0544	-2.6615	-2.8587	-3.1639	-3.1373	-3.1292	-3.1316
SBC	-2.8813	-2.9580	-2.5982	-2.7638	-3.0683	-3.0098	-3.0007	-2.9710
SSE	0.20667	0.17737	0.27850	0.22240	0.16142	0.16118	0.15994	0.15506
LR	106.550	109.904	97.8153	105.913	115.321	115.374	113.524	114.607

Ek Tablo 2. Euro serisi için alternatif model tahminleri

E	AR(1)	AR(2)	MA(1)	MA(2)	Arma(1,1)	Arma(1,2)	Arma(2,1)	Arma(2,2)
$c$	1.97741	1.91028	1.84522	1.84999	1.88595	1.95676	1.91674	1.97099
<i>Prob.</i>	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)
$\alpha_1$	0.94948	1.17855			0.85483	0.94299	0.55357	1.00331
<i>Prob.</i>	(0.0000)	(0.0000)			(0.0000)	(0.0000)	(0.0019)	(0.0206)
$\beta_1$			0.94530	1.47477	0.65027	0.41273	0.83297	0.35501
<i>Prob.</i>			(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0041)	(0.0656)	(0.3855)
$\alpha_2$		-0.2576					0.32418	-0.0558
<i>Prob.</i>		(0.0375)					(0.0000)	(0.8829)
$\beta_2$				0.65259		-0.2969		-0.3428
<i>Prob.</i>				(0.0000)		(0.0356)		(0.2095)
$R^2$	0.86051	0.86809	0.68644	0.81217	0.88190	0.88871	0.88699	0.88832
$F$	425.692	220.469	153.242	149.180	253.914	178.347	172.682	129.260
<i>Prob.</i>	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)
AIC	-2.5226	-2.5477	-1.7177	-2.2024	-2.6609	-2.6921	-2.6738	-2.6570
SBC	-2.4589	-2.4513	-1.6544	-2.1075	-2.5653	-2.5646	-2.5453	-2.4964
SSE	0.3153	0.29439	0.71570	0.42871	0.26694	0.25156	0.25220	0.24924
LR	91.5557	92.1712	63.8377	82.2868	97.4654	99.5718	97.5843	97.9983

Ek Tablo 3. Sterlin serisi için alternatif model tahminleri

S	AR(1)	AR(2)	MA(1)	MA(2)	Arma(1,1)	Arma(1,2)	Arma(2,1)	Arma(2,2)
$c$ <i>Prob.</i>	2.51254 (0.0000)	2.51100 (0.0000)	2.51193 (0.0000)	2.51044 (0.0000)	2.50953 (0.0000)	2.50974 (0.0000)	2.50922 (0.0000)	2.50710 (0.0000)
$\alpha_1$ <i>Prob.</i>	0.84823 (0.0000)	1.08452 (0.0000)			0.68364 (0.0000)	0.82080 (0.0000)	0.58069 (0.0018)	1.02606 (0.1425)
$\beta_1$ <i>Prob.</i>			0.91192 (0.0000)	1.41524 (0.0000)	0.72170 (0.0000)	0.48039 (0.0000)	0.77156 (0.4727)	0.29248 (0.6628)
$\alpha_2$ <i>Prob.</i>		-0.2776 (0.0209)					0.12534 (0.0000)	-0.1547 (0.7641)
$\beta_2$ <i>Prob.</i>				0.61155 (0.0000)		-0.2405 (0.1515)		-0.3646 (0.4257)
$R^2$	0.71906	0.74078	0.64441	0.75574	0.78492	0.78935	0.78700	0.79012
$F$ <i>Prob.</i>	176.604 (0.0000)	95.7336 (0.0000)	126.859 (0.0000)	106.742 (0.0000)	124.080 (0.0000)	83.6893 (0.0000)	81.2893 (0.0000)	61.1771 (0.0000)
AIC	-1.9697	-2.0073	-1.7464	-2.0942	-2.2086	-2.2013	-2.1751	-2.1613
SBC	-1.9059	-1.9109	-1.6832	-1.9993	-2.1130	-2.0738	-2.0466	-2.0007
SSE	0.54812	0.50539	0.69541	0.47769	0.41962	0.40978	0.41527	0.40919
LR	71.9252	73.2558	64.8733	78.3923	81.4082	82.1476	80.1304	80.6467

Ek Tablo 4. Dolar serisinin birinci dereceden farkı için alternatif modeller

D(D)	AR(1)	AR(2)	MA(1)	MA(2)	Arma(1,1)	Arma(1,2)	Arma(2,1)	Arma2,2)
$c$ <i>Prob.</i>	0.00275 (0.7662)	0.00251 (0.7128)	0.00214 (0.8177)	0.00205 (0.7907)	0.00220 (0.7901)	0.00246 (0.7519)	0.00254 (0.7518)	0.00211 (0.7669)
$\alpha_1$ <i>Prob.</i>	0.30367 (0.0106)	0.39909 (0.0011)			-0.3014 (0.1054)	0.08341 (0.8907)	-0.2183 (0.2911)	-0.2803 (0.2190)
$\beta_1$ <i>Prob.</i>			0.54818 (0.0000)	0.44930 (0.0003)	0.77203 (0.0000)	0.37347 (0.5305)	0.69194 (0.0001)	0.62288 (0.0110)
$\alpha_2$ <i>Prob.</i>		-0.3161 (0.0086)					-0.0789 (0.6039)	-0.6723 (0.0000)
$\beta_2$ <i>Prob.</i>				-0.1641 (0.1763)		-0.2127 (0.5330)		0.62924 (0.0010)
$R^2$	0.09229	0.18271	0.18171	0.19883	0.20045	0.20289	0.21175	0.21859
$F$ <i>Prob.</i>	6.91395 (0.0106)	7.37745 (0.0013)	15.3230 (0.0002)	8.43826 (0.0005)	8.39860 (0.0005)	5.59986 (0.0017)	5.82064 (0.0014)	4.47581 (0.0029)
AIC	-2.9822	-3.0434	-3.0986	-3.0916	-3.0805	-3.0550	-3.0506	-3.0303
SBC	-2.9179	-2.9463	-3.0349	-2.9960	-2.9841	-2.9265	-2.9211	-2.8684
SSE	0.19617	0.17654	0.17724	0.17353	0.17280	0.17227	0.17027	0.16879
LR	106.377	107.999	112.003	112.753	110.817	110.925	109.247	109.547

Ek Tablo 5. Euro serisinin birinci dereceden farkı için alternatif modeller

D(E)	AR(1)	AR(2)	MA(1)	MA(2)	Arma(1,1)	Arma(1,2)	Arma(2,1)	Arma(2,2)
$c$ <i>Prob.</i>	0.00741 (0.4648)	0.00810 (0.2766)	0.00663 (0.5807)	0.00679 (0.3546)	0.00677 (0.3237)	0.01176 (0.0017)	0.00803 (0.3564)	0.00681 (0.0047)
$\alpha_1$ <i>Prob.</i>	0.20376 (0.0905)	0.26246 (0.0273)			-0.7029 (0.0000)	0.49137 (0.0001)	-0.4178 (0.0111)	0.46893 (0.0073)
$\beta_1$ <i>Prob.</i>			0.57451 (0.0000)	0.35085 (0.0031)	1.16508 (0.0000)	-0.4351 (0.0003)	0.81711 (0.0000)	-0.1451 (0.1665)
$\alpha_2$ <i>Prob.</i>		-0.3105 (0.0095)					-0.1416 (0.2988)	0.2623 (0.1167)
$\beta_2$ <i>Prob.</i>				-0.3553 (0.0031)		-0.8229 (0.0000)		-0.8344 (0.0000)
$R^2$	0.04156	0.13353	0.11361	0.20213	0.34309	0.38430	0.21344	0.26639
$F$ <i>Prob.</i>	2.94908 (0.0904)	5.08577 (0.0088)	8.84404 (0.0040)	8.61355 (0.0004)	17.4966 (0.0001)	13.7318 (0.0000)	5.87965 (0.0013)	5.81015 (0.0005)
AIC	-2.5349	-2.6069	-2.6259	-2.7030	-2.8841	-2.9203	-2.6747	-2.7154
SBC	-2.4707	-2.5098	-2.5622	-2.6074	-2.7877	-2.7918	-2.5452	-2.5535
SSE	0.3068	0.27316	0.28435	0.25596	0.21029	0.19710	0.24796	0.23127
LR	90.7238	92.9404	95.2223	98.9573	103.945	106.213	96.2786	98.6830



Ek Tablo 6. Sterlin serisinin birinci dereceden farkı için alternatif modeller

D(S)	AR(1)	AR(2)	MA(1)	MA(2)	Arma(1,1)	Arma(1,2)	Arma(2,1)	Arma(2,2)
$c$ <i>Prob.</i>	-0.0007 (0.9554)	-3.85E-0 (0.9996)	-0.0011 (0.9466)	-0.0006 (0.9457)	-0.0011 (0.9392)	-0.0039 (0.0463)	-0.0005 (0.9575)	-0.0005 (0.9565)
$\alpha_1$ <i>Prob.</i>	0.18137 (0.1327)	0.26691 (0.0183)			-0.3038 (0.0949)	0.66220 (0.0000)	-0.1759 (0.3255)	-0.2203 (0.5603)
$\beta_1$ <i>Prob.</i>			0.66842 (0.0000)	0.33891 (0.0037)	0.79981 (0.0000)	-0.2692 (0.0083)	0.59744 (0.0007)	0.64655 (0.1119)
$\alpha_2$ <i>Prob.</i>		-0.4386 (0.0002)					-0.3637 (0.0091)	-0.3803 (0.0709)
$\beta_2$ <i>Prob.</i>				-0.3735 (0.0014)		-0.7306 (0.0000)		0.04251 (0.9046)
$R^2$	0.03293	0.21925	0.16551	0.25461	0.20917	0.31146	0.27953	0.27958
$F$ <i>Prob.</i>	2.31546 (0.132)	9.26721 (0.0002)	13.6857 (0.0004)	11.6140 (0.0001)	8.86076 (0.0004)	9.95188 (0.0001)	8.40631 (0.0001)	6.20931 (0.0003)
AIC	-1.9112	-2.0898	-2.0719	-2.1566	-2.0839	-2.1938	-2.1412	-2.1123
SBC	-1.8470	-1.9927	-2.0082	-2.0610	-1.9875	-2.0653	-2.0117	-1.9504
SSE	0.57246	0.45812	0.49487	0.44203	0.46813	0.40758	0.42275	0.42272
LR	68.8948	75.1009	75.5529	79.5614	75.9366	80.7845	77.8729	77.8753

Ek Tablo 7. Dickey-Fuller Dağılım Tablosu

n	Anlamlılık Düzeyi	$\tau$	$\tau_{\mu}$	$\tau_{\tau}$
40	%1	-2.6256	-3.6105	-4.2119
	%5	-1.9496	-2.9389	-3.5298
	%10	-1.6116	-2.6079	-3.1964
60	%1	-2.6047	-3.5461	-4.2119
	%5	-1.9464	-2.9117	-3.4878
	%10	-1.6132	-2.5935	-3.1723
80	%1	-2.5946	-3.5155	-4.0784
	%5	-1.9449	-2.8986	-3.4677
	%10	-1.6140	-2.5866	-3.1606
100	%1	-2.5885	-3.4977	-4.0534
	%5	-1.9441	-2.8909	-3.4558
	%10	-1.6146	-2.5825	-3.1537
120	%1	-2.5845	-3.4861	-4.0369
	%5	-1.9435	-2.8858	-3.4480
	%10	-1.6149	-2.5798	-3.1491
140	%1	-2.5817	-3.4778	-4.0254
	%5	-1.9431	-2.8823	-3.4425
	%10	-1.6152	-2.5779	-3.1459
160	%1	-2.5796	-3.4717	-4.0168
	%5	-1.9428	-2.8796	-3.4383
	%10	-1.6154	-2.5765	-3.1435
180	%1	-2.5779	-3.4670	-4.0101
	%5	-1.9426	-2.8775	-3.4351
	%10	-1.6155	-2.5754	-3.1415
200	%1	-2.5766	-3.4632	-4.0048
	%5	-1.9424	-2.8759	-3.4326
	%10	-1.6156	-2.5745	-3.1401
240	%1	-2.5747	-3.4576	-3.9969
	%5	-1.9422	-2.8744	-3.4287
	%10	-1.6159	-2.5732	-3.1378
500	%1	-2.5696	-3.4432	-3.9766
	%5	-1.9415	-2.8671	-3.4189
	%10	-1.6163	-2.5698	-3.1320

## ÖZGEÇMİŞ

Fatma Gül AKGÜL, 30 Ağustos 1987 tarihinde Trabzon'da doğdu. 2005 yılında Trabzon Lisesi'nden (YDA) mezun oldu. Aynı yıl girdiği üniversite sınavında Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, İstatistik ve Bilgisayar Bilimleri Bölümü'nü kazandı. 2009 yılında bu bölümden bölüm ikincisi olarak mezun oldu. Aynı yıl Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstatistik Anabilim dalında tezli yüksek lisans programına başladı.

Ağustos 2010 tarihinde Artvin Çoruh Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü, İstatistik Teorisi Anabilim Dalında ÖYP kapsamında araştırma görevlisi olarak çalışmaya başladı. 2547 Sayılı Yüksek Öğretim Kanununun 35. maddesi kapsamında Şubat 2011 tarihinde Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstatistik Anabilim Dalına araştırma görevlisi olarak görevlendirilmiştir. Halen bu görevine devam eden Fatma Gül AKGÜL iyi derecede İngilizce bilmektedir.