

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

HARİTA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**GNSS/NİVELMAN ÖLÇÜLERİ İLE YEREL GEOİD MODELLEMEDE ÇEŞİTLİ
ENTERPOLASYON VE YAPAY ZEKA YÖNTEMLERİNİN İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Harita Müh. Merve OCAK

**MAYIS 2021
TRABZON**



KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

HARİTA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**GNSS/NİVELMAN ÖLÇÜLERİ İLE YEREL JEOİD MODELLEMEDE ÇEŞİTLİ
ENTERPOLASYON VE YAPAY ZEKA YÖNTEMLERİNİN İNCELENMESİ**

Harita Müh. Merve OCAK

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce
"HARİTA YÜKSEK MÜHENDİSİ"
Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 03 /05 /2021

Tezin Savunma Tarihi : 27 /05 /2021

Tez Danışmanı : Dr. Öğr. Üyesi Leyla ÇAKIR

Trabzon 2021

ÖNSÖZ

“GNSS/Nivelman Ölçüleri ile Yerel Jeoid Modellemede Çeşitli Enterpolasyon ve Yapay Zeka Yöntemlerinin İncelenmesi” başlıklı bu çalışma Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Harita Mühendisliği Anabilim Dalı’nda yüksek lisans tezi olarak hazırlanmıştır.

Tez danışmanlığımı üstlenerek çalışma süresince görüşlerini ve vaktini benimle paylaşan, akademik bilgisinden yararlandığım Hocam Sayın Dr. Öğr. Üyesi Leyla ÇAKIR’a ve tez jürimde yer alan Sayın Prof. Dr. Ertan GÖKALP ve Sayın Prof. Dr. Levent TAŞÇI’ya yapmış oldukları değerlendirmelerinden ve katkılarından dolayı teşekkür ederim.

Tez süresince manevi destekleriyle yanımda olup beni yalnız bırakmayan Öğr. Gizem GÖÇER GÜNEY, Av. Kübra KALAY, Harita Müh. Elif ÇAĞLAYAN, Arş. Gör. Hasan Oğulcan MARANGOZ ve diğer arkadaşlarıma en içten teşekkürlerimi sunarım. Manevi desteğini her zaman gördüğüm ağabeyim Muhammet GÜMRÜKÇÜOĞLU’na teşekkürü borç bilirim.

Hayatımın her aşamasında maddi ve manevi olarak yanımda olup desteklerini ve sevgilerini esirgemeyen, bu günlere gelmemde büyük pay sahibi olan, haklarımı ödeyemeyeceğim kıymetli annem Ayşe OCAK’a, babam Hasan OCAK’a, ağabeyim Okan OCAK’a ve kız kardeşim Sema OCAK’a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Merve OCAK
Trabzon 2021

TEZ ETİK BEYANNAMESİ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “GNSS/Nivelman Ölçüleri ile Yerel Jeoid Modellemede Çeşitli Enterpolasyon ve Yapay Zeka Yöntemlerinin İncelenmesi” başlıklı bu çalışmayı baştan sona kadar danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Leyla ÇAKIR ‘ın sorumluluğunda tamamladığımı, verileri/örnekleri kendim topladığımı, deneyleri/analizleri ilgili laboratuarlarda yaptığımı/yaptırdığımı, başka kaynaklardan aldığım bilgileri metinde ve kaynakçada eksiksiz olarak gösterdiğimi, çalışma sürecinde bilimsel araştırma ve etik kurallara uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim. 27/05/2021

Merve OCAK

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ.....	III
TEZ ETİK BEYANNAMESİ.....	IV
İÇİNDEKİLER.....	V
ÖZET	VII
SUMMARY	VIII
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	IX
TABLolar DİZİNİ.....	X
KISALTMALAR VE SEMBOLLER DİZİNİ	XI
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1. Giriş	1
1.2. Problemin Tanımı	1
1.3. Çalışmanın Amacı ve Kapsamı	2
1.4. Metodoloji	3
1.5. Literatür Taraması	3
1.6. Yükseklik Sistemleri.....	7
1.6.1. Ortometrik Yükseklik.....	8
1.6.2. Elipsoidal Yükseklik	8
1.7. GNSS/Nivelman ile Jeoid Modellemede Kullanılan Yöntemler.....	9
1.7.1. Polinomlar ile Enterpolasyon	9
1.7.1.1. Uygun Polinom Derecesinin Belirlenmesi	12
1.7.2. Radyal Tabanlı Fonksiyonlar ile Enterpolasyon	13
1.7.2.1. Multiküadratik Enterpolasyon Yöntemi	13
1.7.2.2. İnce Tabakalı Splayn Enterpolasyon Yöntemi (İTS)	16
1.7.3. Kriging Enterpolasyon Yöntemi.....	17
1.7.3.1. Ordinary Kriging (OK).....	20
1.7.3.2. Universal Kriging (UK).....	22
1.7.4. Çok Değişkenli Uyarlanabilir Regresyon Eğrileri (ÇDURE)	22
1.7.5. Yapay Sinir Ağları (YSA).....	24

1.7.5.1.	Yapay Sinir Hücresi ve Yapısı	25
1.7.5.2.	Yapay Sinir Ağının Yapısı	27
1.7.5.3.	Yapay Sinir Ağı Türleri	27
1.7.5.4.	Yapay Sinir Ağ Modelleri	28
1.7.5.4.1.	Çok Katmanlı Algılayıcılar (ÇKA)	28
1.7.5.4.2.	Radyal Tabanlı Fonksiyon Ağları (RTYSA).....	29
1.7.5.4.3.	Genelleştirilmiş Regresyon Yapay Sinir Ağları (GRYSA).....	30
1.7.6.	Destek Vektör Makineleri (DVM)	31
1.7.6.1.	Doğrusal Ayrılabilen Veriler İçin DVM	31
1.7.6.2.	Tam Olarak Doğrusal Ayrılamayan Veriler İçin DVM.....	33
1.7.6.3.	Doğrusal Ayrılamayan Veriler İçin DVM.....	34
1.7.6.4.	En Küçük Kareler Destek Vektör Makineleri (EKK-DVM).....	35
2.	YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	38
2.1.	Polinomlar ile Enterpolasyon Yöntemi Uygulaması	40
2.2.	Radyal Tabanlı Fonksiyonlar ile Enterpolasyon Yöntemi Uygulaması	45
2.3.	Kriging Enterpolasyon Yöntemi Uygulaması	46
2.4.	ÇDURE Yöntemi Uygulaması	48
2.5.	Yapay Sinir Ağları Yöntemi Uygulaması	51
2.6.	EKK-DVM Yöntemi Uygulaması	53
3.	BULGULAR VE İRDELEMELER	54
4.	SONUÇLAR VE ÖNERİLER	58
5.	KAYNAKLAR.....	60
6.	EKLER	66
ÖZGEÇMİŞ		

Yüksek Lisans Tezi

ÖZET

GNSS/NİVELMAN ÖLÇÜLERİ İLE YEREL JEOİD MODELLEMEDE ÇEŞİTLİ ENTERPOLASYON VE YAPAY ZEKA YÖNTEMLERİNİN İNCELENMESİ

Merve OCAK

Karadeniz Teknik Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Harita Mühendisliği Anabilim Dalı
Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Leyla ÇAKIR
2021, 65 Sayfa, 7 Sayfa Ek

Günümüzde gelişen teknolojiyle birlikte haritacılık faaliyetlerinde GNSS ölçüm yöntemleri, yersel ölçüm yöntemlerine göre daha çok tercih edilmektedir. GNSS ölçümleriyle elde edilen konum bilgisinin üçüncü boyutu olan yükseklik, elipsoid yükseklik olarak tanımlanmaktadır. Fakat yeryüzü üzerindeki bir noktayı fiziksel olarak tanımlayabilmemiz için ortometrik yüksekliklere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu durumda elipsoid yüksekliğinden ortometrik yüksekliğe geçiş sağlanabilmesi için jeoid yüksekliğinin bilinmesi gerekir. Jeoid yükseklikleri de Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği'nde (BÖHHBÜY) önerildiği gibi çalışma alanında mevcut yerel jeoid modelinden yararlanılarak hesaplanabilir. Bu tez kapsamında yerel jeoidin belirlenmesi amacıyla Trabzon ilinde dörtyüzellibeş adet C3 dereceli noktaların olduğu bir alan, çalışma alanı olarak belirlenmiştir. Uygulamada çalışma bölgesi için nokta yoğunluğu farklı iki adet model oluşturulmuş ve jeoid yüksekliğinin modellenmesinde çok değişkenli uyarlanabilir regresyon eğrileri, polinomlar, radyal tabanlı fonksiyonlar, kriging enterpolasyon yöntemleri ile yapay zeka yöntemlerinden yapay sinir ağları ve en küçük kareler destek vektör makineleri kullanılmıştır. Kullanılan yöntemler sonucu istatistiksel sonuçlar ve grafikler incelendiğinde jeoid modellemede en iyi duyarlılığa sahip sonuçlar sırasıyla; yapay sinir ağlarından çok katmanlı algılayıcılar, en küçük kareler destek vektör makineleri ve çok değişkenli uyarlanabilir regresyon eğrileri ile elde edildiği sonucuna varılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Yükseklikler, Polinom fonksiyonlar, RTF, Kriging, ÇDURE, YSA, EKK-DVM

Master Thesis

SUMMARY

DETERMINATION OF LOCAL GEOID MODELLING USING GNSS/LEVELLING
DATA BY VARIOUS INTERPOLATION AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE
METHODS

Merve OCAK

Karadeniz Technical University
The Graduate School of Natural and Applied Sciences
Geomatics Engineering Graduate Program
Supervisor: Assist. Prof. Dr. Leyla ÇAKIR
2021, 65 Pages, 7 Appendix Pages

GNSS surveying methods are more preferred than ground surveying methods thanks to recently developing technology in cartography activities. The third dimension of the position information called as height obtained by GNSS surveying, is defined as the ellipsoid height. However, orthometric heights are needed to be able to physically describe a point on the ground. Thus, the geoid height must be known in order to convert from ellipsoid height to orthometric height. Geoid heights can be calculated by using the existing local geoid model in the study area as suggested in the Large Scale Map and Map Information Production Regulation (BÖHNBÜY). In this thesis, a study area with four hundred and fifty-five C3 degree points are identified in Trabzon to obtain local geoid. Two models with different point density are generated for the study region moreover; multivariate adaptive regression curves, polynomials, radial based functions, kriging interpolation methods, artificial neural networks and least-squares support vector machines are used in order to model the geoid height. As a result of this study, the most accurate methods are multi-layer perceptions of artificial neural networks, least squares support vector machines and multivariate adaptive regression curves respectively in modeling geoid heights.

Key Words: Height, Polynomial fnctions, RBF, Kriging, MARS, ANN, LS-SVM

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1. Elipsoid ve ortometrik yükseklik arasındaki ilişki	9
Şekil 2. Semivariogram (deneysel variogram)	18
Şekil 3. Variogram parametreleri	18
Şekil 4. Teorik variogram modelleri: a) üssel, b) küresel, c) gauss, d) lineer	19
Şekil 5. Kesitler ve düğüm noktaları ile ÇDRUE tahmini	23
Şekil 6. Yapay sinir hücresi yapısı.	26
Şekil 7. Yapay sinir ağının genel yapısı	27
Şekil 8. Çok katmanlı algılayıcıların yapısı.....	28
Şekil 9. Radyal tabanlı yapay sinir ağ yapısı.....	29
Şekil 10. Genelleştirilmiş regresyon yapay sinir ağı yapısı.....	30
Şekil 11. Doğrusal ayrılabilen veriler için hiperdüzlem.....	32
Şekil 12. Tam olarak doğrusal ayrılamayan veriler için hiperdüzlem.....	34
Şekil 13. Çekirdek fonksiyonuyla hiperdüzlemin oluşturulması.....	34
Şekil 14. EEK-DVM akış şeması	37
Şekil 15. Model 1 nokta dağılımı	39
Şekil 16. Model 2 nokta dağılımı	39
Şekil 17. Çalışma alanının yerel jeoid modeli	40
Şekil 18. OK için teorik variogram modelleri: a) Model 1, b) Model 2.....	47
Şekil 19. UK için teorik variogram modelleri: a) Model 1, b) Model 2.....	47
Şekil 20. Model 1 için kestirim yöntemlerinden elde edilen sonuçların karşılaştırılması..	55
Şekil 21. Model 2 için kestirim yöntemlerinden elde edilen sonuçların karşılaştırılması..	57

TABLolar DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 1. Önerilen δ parametreleri	15
Tablo 2. Model 1 için ortogonal polinom yüzeyleriyle elde edilen sonuçlar	42
Tablo 3. Model 1 için ortogonal olmayan polinom yüzeyleriyle elde edilen sonuçlar.....	43
Tablo 4. Model 2 için ortogonal polinom yüzeyleriyle elde edilen sonuçlar	44
Tablo 5. Model 2 için ortogonal olmayan polinom yüzeyleriyle elde edilen sonuçlar.....	45
Tablo 6. Multiküadratik fonksiyon ile elde edilen sonuçlar	46
Tablo 7. İnce tabakalı splayn fonksiyonu ile elde edilen sonuçlar	46
Tablo 8. Kriging yöntemiyle test noktalarında elde edilen sonuçlar	48
Tablo 9. Model 1 için temel fonksiyonlar.....	59
Tablo 10. Model 2 için temel fonksiyonlar.....	50
Tablo 11. ÇDURE ile elde edilen sonuçlar.....	50
Tablo 12. ÇKA ile elde edilen sonuçlar.....	51
Tablo 13. RTYSA ile elde edilen sonuçlar	52
Tablo 14. GRYSA ile elde edilen sonuçlar.....	52
Tablo 15. EKK-DVM ile elde edilen sonuçlar	53
Tablo 16. Model 1 test noktaları için elde edilen istatistiksel sonuçlar	55
Tablo 17. Model 2 test noktaları için elde edilen istatistiksel sonuçlar	56

KISALTMALAR VE SEMBOLLER DİZİNİ

BÖHHBÜY	: Büyük Ölçekli Harita Ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği
ÇDURE	: Çok Değişkenli Uyarlanabilir Regresyon Eğrileri
ÇKA	: Çok Katmanlı Algılayıcılar
DVM	: Destek Vektör Makineleri
EKK	: En Küçük Kareler
EKK-DVM	: En Küçük Kareler Destek Vektör Makineleri
GCV	: Generalized Cross Validity (Genelleştirilmiş Çapraz Geçerlilik)
GNSS	: Global Navigation Satellite System (Küresel Konum Belirleme Sistemi)
GRYSA	: Genelleştirilmiş Regresyon Yapay Sinir Ağı
ITRF96	: Uluslararası Yersel Referans Koordinat Sistemi-1996
KOH	: Karesel Ortalama Hata
OK	: Ordinary Kriging
RTF	: Radyal Tabanlı Fonksiyonlar
RTYSA	: Radyal Tabanlı Yapay Sinir Ağı
TG-99	: Türkiye Jeoidi-1999
TG-99A	: Güncellenmiş Türkiye Jeoidi-1999
UK	: Universal Kriging
YSA	: Yapay Sinir Ağları
$B_m(x)$: Temel Fonksiyon
W_0	: Jeoidin Potansiyeli
\bar{R}^2	: Düzeltilmiş Çoklu Belirlilik Katsayısı
ξ_i	: Gevşek Değeri
b	: Bias Değeri
g	: Gerçek Gravite
h	: Elipsoidal Yükseklik
H	: Ortometrik Yükseklik
LÇ	: Lagrange Çarpanı
N	: Jeoid Yükseklik
R^2	: Belirlilik Katsayısı
W	: Ağırlık
λ	: Kernel Boyutu

σ_i	: Gauss Fonksiyonu Dağılım Parametresi
$K(x, x_i)$: Kernel Fonksiyonu
Q	: RTF yüzey
$\gamma(h)$: Semivaryans Fonksiyonu
δ	: Geometrik Parametre
φ	: Aktivasyon Fonksiyonu



1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Bilim insanları yeryüzünün şeklini kara parçalarının altından devam ederek kapalı bir yüzey olan jeoid olarak tanımlamaktadırlar. Jeoid, fiziksel yeryüzünün şekli olarak tanımlanmasına rağmen düzgün bir şekle sahip olmadığı için matematiksel olarak ifade edilmesi oldukça güçtür. Bu nedenle fiziksel yeryüzünde yapılan ölçümlerin değerlendirilebilmesi için matematiksel bir hesap yüzeyine gerek vardır ve hesap yüzeyi olarak da elipsoid yüzey referans alınır.

Teknolojinin gelişmesiyle beraber artık çoğu uygulamalarda, uydularla konum belirleme yani GNSS (Küresel Navigasyon Uydu Sistemleri) ölçmeleri kullanılmaktadır. GNSS ölçmeleri ile yersel ölçme tekniklerine göre zamandan, maliyetten, iş gücünden tasarruf edilerek hava şartlarından etkilenmeden sürekli ölçüm yapılabilen ve noktaların arazide birbirini görme zorunluluğu olmamakla birlikte yüksek doğrulukta anlık konum bilgisine ulaşılmaktadır. GNSS de referans yüzeyi olarak elipsoid kullanıldığından bu ölçümlerden elde edilen düşey konum bilgisi olarak kullanılan yükseklikler elipsoid yüksekliğidir. Mühendislik amaçlı yapılan çalışmalarda ise kullanılan yükseklik, çekül doğrultusu boyunca jeoide olan uzaklık olarak tanımlanan ortometrik yüksekliktir ve yersel ölçüm tekniği olan nivelman ölçümleriyle elde edilmektedir. Böylece elipsoid yüksekliklerin ülke sisteminde kullanılabilir olması için fiziksel bir anlam taşıyan ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesi gerekmektedir. Bu da elipsoid yüksekliklerinden ortometrik yüksekliğe geçiş için gerekli olan jeoid yükseklik değerlerinin bilinmesiyle mümkündür.

1.2. Problemin Tanımı

Düşey konum bilgisini veren yükseklik, elipsoid ve ortometrik yükseklik olmak üzere iki şekilde elde edilmektedir. Ortometrik yükseklikler, nivelman yöntemleriyle (geometrik, trigonometrik vb.) elde edilmektedir ve bu yöntemler zaman alıcı ve fazla iş gücü gerektiren yöntemlerdir. Bu sebepten dolayı zamandan ve iş gücünden tasarruf etmek amacıyla GNSS ölçümlerinden yararlanıldığında ortaya yükseklik dönüşümü problemi

çıkılmaktadır. Çünkü GNSS ölçümleriyle elde edilen yükseklik bilgisi elipsoid yükseklik olarak tanımlanmakta ve pratik haritacılık faaliyetlerinde doğrudan kullanılamamaktadır. Elipsoid yüksekliklerin ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesi için jeoid yükseklik değerinin bilinmesine ihtiyaç vardır. Bunun içinde jeoidin en iyi şekilde modellenmesi gerekmektedir ve yükseklik dönüşümü sonrası elde edilecek ortometrik yüksekliğin hassasiyeti, elipsoid yüksekliğinin ve jeoid modelin hassasiyetine bağlıdır.

1.3. Çalışmanın Amacı ve Kapsamı

GNSS ölçümleri ile elde edilen elipsoid yüksekliklerin ortometrik yüksekliğe dönüştürülmesi için Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliğinde (BÖHHBÜY), Güncellenmiş Türkiye Jeoidinin (TG-99A) ya da GNSS nivelman jeoidinin kullanılması gerektiği belirtilmiştir. Bu tez çalışması kapsamında Trabzon ilinde bulunan elipsoid ve ortometrik yükseklik değerleri bilinen C3 dereceli noktalar kullanılarak çeşitli enterpolasyon yöntemleri ve yapay zeka metodları ile jeoid modellemesi gerçekleştirilmiştir. Kullanılan yöntemlerin performansını değerlendirmek amacıyla nokta yoğunluğu da göz önünde bulundurarak iki farklı model oluşturulmuştur. Böylece nokta yoğunluğunun jeoid modellerini oluşturmaya ne kadar katkı sağladığı da değerlendirilmek istenmiştir.

Genel bilgiler bölümünde, tez çalışması kapsamında kullanılan yöntemler hakkında genel bilgiler ve literatürde yer alan çalışmalardan birkaçına yer verilmiştir. Yapılan çalışmalar bölümünde, yöntemlerin uygulanış şekilleri ve elde edilen istatistiksel sonuçlara yer verilmiştir. Bulgular ve irdelemeler bölümünde, yapılan tüm çalışmaya ait sonuçlar kendi aralarında ve birbiriyle karşılaştırılmıştır. Sonuçlar ve öneriler bölümünde ise uygulamada kullanılan yöntemlerin karşılaştırılması sonucunda hangi yöntemle daha duyarlıklı bir şekilde sonuç elde edildiği ve mühendislik çalışmalarına ne derece katkı sağladıkları değerlendirilmiştir. Son olarak bu bölümü kaynaklar, ekler ve özgeçmiş takip etmektedir.

1.4. Metodoloji

Bu çalışmada, Trabzon ilinde mevcut 455 adet C3 dereceli noktalar dayanak ve test noktası olarak ayrılmış ve dayanak nokta sayısı farklılık gösteren iki model oluşturulmuştur. GNSS/Nivelman ölçüleriyle jeoid modelleme için enterpolasyon yöntemlerinden polinomlar, radyal tabanlı fonksiyonlar, kriging, çok değişkenli uyarlanabilir regresyon eğrileri; yapay zeka yöntemlerinden ise yapay sinir ağları ve en küçük kareler destek vektör makineleri kullanılmıştır. Yöntemlerin uygulanmasında MATLAB programlama dilinden yararlanılmıştır. Oluşturulan iki farklı model için jeoidin modellenmesinden sonra dayanak ve test noktalarına ait jeoid yükseklik değerleri hesaplanmıştır. Hesaplanan jeoid yüksekliği ile noktalara ait gerçek jeoid yükseklik değerleri arasında farklar alınarak istatistiksel sonuçlar elde edilmiş ve bu bulgular neticesinde kullanılan yöntemlerden hangisiyle daha duyarlılıkta sonuçlar elde edildiğindenlenmiştir.

1.5. Literatür Taraması

Yapılan tez çalışmasıyla ilgili literatürde jeoid yüksekliğinin belirlenmesinde birçok çalışma mevcut olup bunlardan bazıları aşağıda özetlenmiştir.

Seager vd. (1999), çalışmalarında yapay sinir ağlarıyla jeoid yüksekliğini modellemeyi amaçlamışlardır. EGM96 modelini kullanarak iki test alanı oluşturulmuş ve geri yayımlı yapay sinir ağı (BPANN) algoritmasını kullanarak test bölgelerindeki noktaların jeoid yükseklik değerlerinin ortalama hatasını birinci test bölgesi için 16.6 cm, ikinci test bölgesi için 6.3cm bulunmuştur.

Tuşat (2000), Selçuk Üniversitesi Kampüsü civarında jeoid profili çıkarmak için GNSS ölçümleri ve geometrik nivelman ölçümleriyle elde edilen verilerden jeoid yükseklik değişimini incelemiş, bölgeye ait ortalama jeoid yüksekliğini 35.709 m bulunmuştur.

Yanalak ve Baykal (2001), yaptıkları çalışmada GNSS ölçümlerinden elde edilen elipsoid yüksekliklerin yerel yüksekliklere dönüştürülmesinde polinomlar, multiküadratik, ağırlıklı aritmetik ortalama ve üçgenler ağında enterpolasyon yöntemlerini kullanmışlardır. Çalışma sonucunda polinomlar ve multiküadratik yöntemle elde edilen hesaplamaların diğer yöntemlerden daha iyi çıktığını belirtilmiştir.

Kuhar vd. (2001), yaptıkları çalışmada iki farklı test bölgesi seçerek jeoid yüzeyini yapay sinir ağlarıyla ve 2.dereceden polinom yüzeyleriyle modellemeleri sonucu istatistiksel verileri karşılaştırarak yapay sinir ağlarının jeoid modellemesi için alternatif bir yöntem olduğunu açıklamışlardır.

Çorumluoğlu vd. (2002), tarafından yapılan çalışmada Konya bölgesinde 1250 km²'lik alanda 53 tane noktadan 39 tanesini dayanak noktası, 14 tanesini test noktası alınarak TG99 (Türkiye Jeoidi 1999), GPS/Nivelman ve multiküadratik enterpolasyon teknikleriyle bölge ait jeoid yükseklik farkları karşılaştırılmıştır. Yapılan çalışma sonucu TG99 ile GPS/Nivelman teknikleriyle elde edilen yükseklik farklarının -0.2cm ile -42.6cm arasında olduğunu, GPS/Nivelman ve multiküadratik teknikleriyle elde edilen yükseklik farklarını ise -9.1cm ile -4.8cm arasında değiştiği belirtilmiştir.

Şanlıoğlu vd. (2002), DELPHİ programlama dilinde GPS ile elde edilen elipsoid yüksekliklerin ortometrik yüksekliğe dönüşümünde GPS/Nivelman ve multiküadratik yöntemleri kullanarak jeoid yükseklik farklarını karşılaştırmışlardır.

İnal vd. (2002), 400 km²'lik bir alanda elipsoid ve ortometrik yüksekliği bilenen 74 noktanın 21 tanesi dayanak noktası, 53 tanesini test noktası olacak şekilde seçip jeoid yükseklik değerlerini dört ayrı enterpolasyon teknikleriyle (ağırlıklı aritmetik, polinom, multiküadratik ve kriging) karşılaştırmışlardır. Yapılan çalışma sonucu 2. derece ortogonal olmayan polinomun en iyi sonucu verdiği belirtilmiştir.

Yiğit (2003), üç farklı çalışma bölgesinde elipsoid yüksekliklerin ortometrik yüksekliğe dönüştürülmesinde ağırlıklı ortalama, polinom yüzeyler, multiküadratik, en küçük karelerle kollokasyon ve kriging yöntemlerini kullanarak karşılaştırmalar yapmıştır. Üç bölge için yöntemleri kendi aralarında değerlendirip en uygun yöntem olarak multiküadratik ve kriging yöntemini seçmiştir.

Erol ve Çelik (2004), kriging ve ters ağırlıklı enterpolasyon teknikleriyle GPS/Nivelman verilerinden 181 tane dayanak noktası ve 120 test noktası olarak lokal bir jeoid modeli oluşturmuşlardır. Yapılan çalışma sonucu jeoid modeli elde etmede kullanılan jeoid yükseklik farkları sonucunu universal kriging yöntemiyle test noktalarına ilişkin karasel ortalama hatayı ± 3.07 cm, ters ağırlık yöntemiyle ise ± 3.42 cm doğrulukta elde etmişlerdir.

Kavzoğlu ve Saka (2005), İstanbul ilinde 1998-99 yılında yapılan 190 adet noktaya ait GPS ve hassas nivelman ölçülerini kullanarak polinomlar, en küçük kareler kollokasyon

ve yapay sinir ağı yöntemlerini kullanarak jeoidi modellediklerinde jeoid yüksekliklerine ait en iyi sonucu en küçük kareler kollokasyon yöntemiyle elde ettiklerini belirtmişlerdir.

Yurt (2006), Trabzon ilinde yaklaşık 30 km²'lik bir alanda uygun dağılımda 39 nokta tesis ederek TUTGA noktalarından bu noktalara koordinat vermiş ve geometrik nivelmanla yükseklik taşımıştır. Geometrik ve gravimetrik metodlar kullanılarak noktaların jeoid yükseklik değerleri belirlendikten sonra jeoid yüzey modelleri oluşturulmuştur.

Kutoğlu (2006), lokal jeoid model oluşturmada polinomlar ve yapay sinir ağları yöntemlerini kullanarak elde edilen sonuçlar doğrultusunda yapay sinir ağlarının yüzey modelleme problemlerinde alternatif bir yöntem olduğunu belirtmiştir.

Lin (2007), GPS/Nivelman verilerini kullanarak geri yayımlı yapay sinir ağı (BPANN) algoritması ve farklı algoritmalar ile Tayvan'da nokta yoğunluğuna göre üç farklı bölge ele alarak bölgesel jeoid model oluşturmuştur. Farklı algoritmalarla elde ettiği jeoid yükseklik değerlerinin, nokta yoğunluğu fazla olan bölgede daha iyi sonuçlar elde ettiğini ve BPANN ile jeoid yükseklik değerlerinin 2-4cm aralığında elde edildiğini belirtmiştir.

Kurt vd. (2007), şehir, bölge ve ülke bazında (Kocaeli, Marmara, Türkiye) bölgeyi iyi şekilde temsil edecek jeoid yüzeyi için "En İyi Uyumlu Polinom Yüzeyi Araştırması" adını verdikleri çalışmada oluşturulan polinom yüzeyinin bölgesel olarak standart bir model olup olamayacağını, polinom yüzeyinin iyileştirilip iyileştirilemeyeceğini ve daha iyi bir yüzey modelinin olup olmadığı soruları üstünde durmuşlardır. Çalışmada oluşturulan polinom yüzeyini kollokasyon modeli ile genişletilebileceğini, olasılık ya da bulanık mantık algoritmalarıyla daha iyi bir yüzey modeli elde edileceğini belirtirler.

Akiz ve Yerci (2009), 900 km²'lik alanda 65 tane dayanak noktası ve 18 tane test noktasıyla TG-03 (Türkiye Jeoidi 2003) modeli kullanarak elipsoid yüksekliklerden ortometrik yüksekliklerin elde edilmesinde çeşitli uygulamalar yapmışlardır.

Çakır (2012), ortometrik yüksekliklerin dolaylı yoldan elde edilmesi üzerine nokta yoğunlukları farklı Rize, Kayseri ve Karaman illerinde polinomlar, multiküadratik ve yapay zeka yöntemleriyle GPS/Nivelman jeoid modeli oluşturmuştur. Yöntemlerle hesaplanan jeoid yükseklik değerlerinden gerçek jeoid yükseklik değerleri farkını alarak bölgeleri kendi içinde değerlendirip hangi yöntemin daha iyi sonuç verdiği araştırılmıştır.

Aşık (2013), lokal jeoid belirlemek amacıyla Afyonkarahisar ve çevre iller baz alınarak 86 adet TUTGA noktası kullanarak farklı sayıda dayanak ve test noktalarına sahip

üç farklı jeodezik ağ tasarlayarak kriging ve yapay sinir ağları yöntemlerini uygulamış ve sonuçlarını karşılaştırmıştır.

Şentürk ve İnce (2015), Kocaeli'ye bağlı İzmit ilçesinde 3500km²'lik alana yayılmış elipsoid ve ortometrik yükseklikleri bilinen 1018 adet nirengi noktası kullanarak bu noktalardan "Jeoid Dayanak Noktaları Ağı" oluşturmuş ve çalışma bölgesini kapsayacak şekilde oluşturulan jeoid model ağırlıklı ortalama, polinomlar, üçgenlerle doğrusal, multiküadratik ve kriging yöntemleriyle elde edilmiştir. Bu beş yöntemden en iyi yüzey modelini kriging ve multiküadratik yöntemle elde edildiği belirtilmiştir.

Karaaslan (2015), Trabzon ilindeki çalışma bölgesinde jeoid yüksekliklerinin belirlenmesinde ağırlıklı ortalama, polinom yüzeyleri ve multiküadratik enterpolasyon yöntemlerini kullanmış ve bu yöntemler arasından üçüncü dereceden polinom yüzeyi ile enterpolasyon ile en uygun sonuçları elde etmiştir.

Das vd. (2018), yaptıkları çalışmada Papua Yeni Gine'deki Madang şehrinde 33 nokta kullanarak lokal jeoid modeli ikinci, üçüncü ve dördüncü derece polinom yüzeyleriyle modelleyerek elde ettikleri doğruluk değerlerini karşılaştırmıştır. Çalışma sonucunda en iyi sonucu veren jeoid model, üçüncü derece polinom yüzeyiyle 20cm doğrulukta elde edilmiştir.

Kuru (2018), makro ve mikro ölçekte iki test ağı oluşturarak noktalar arasındaki mesafenin enterpole edilecek noktaların jeoid yükseklik değerleri üzerindeki etkisini araştırmıştır. Bunu için ters mesafe ile ağırlık, kriging, en küçük eğrilik, radyal bazlı fonksiyonlar ve geliştirilmiş shepard enterpolasyon yöntemlerini kullanarak elde edilen sonuçları karesel ortalama hata değerlerine göre karşılaştırmıştır.

Tetik (2018), Trakya bölgesinde ortometrik ve elipsoid yükseklik değerleri bilinen toplam 175 noktadan 143 tanesini dayanak noktası, 32 tanesini test noktası olarak seçip farklı enterpolasyon yöntemleri kullanarak jeoid profili oluşturmuştur. Enterpolasyon yöntemlerinden yüksek dereceli polinomlar, radyal bazlı fonksiyonlar ve kriging yöntemiyle oluşturduğu jeoid profilini yaklaşık 10cm doğrulukta elde etmiştir.

Solmaz (2019), Diyarbakır-Batman illerini kapsayan 35 km'lik alanda 31 adet nokta tesis ederek çalışma bölgesine ait jeoid profili oluşturmuştur. Noktaların GPS ve geometrik nivelmanla elde edilen yükseklik değerlerinden yararlanarak bölgeyi tanımlayacak jeoid profili Surfer 13 yazılımı kullanılarak farklı enterpolasyon yöntemleri ile oluşturulmuş ve ortalama jeoid yükseklik değeri 23.02m olarak hesaplanmıştır.

Akar ve Konakoğlu (2020), çalışmalarında Kars ilinde bulunan 641 adet GNSS/Nivelman noktası kullanarak yerel jeoid profili oluşturmuşlardır. Jeoid profilinin belirlenmesinde yerel polinom, genelleştirilmiş regresyon yapay sinir ağı, ağırlıklı ortalama, multiküadratik ve ters multiküadratik fonksiyonları yöntemlerini kullanarak, yöntemlerden en iyi sonucu genelleştirilmiş yapay sinir ağıyla elde ettiklerini belirtmişlerdir.

Kaloop vd. (2020), yaptıkları çalışmada lokal jeoid ondülasyon modelini optimize etmek için GNSS/Nivelman verilerini kullanarak regresyon modelleri oluşturmuştur. Modellerden elde ettikleri sonuçların doğruluğu küresel jeopotansiyel modeller ile karşılaştırılmıştır.

Erol ve Erol (2021), çalışmalarında İzmir körfezini kapsayan alanda 301 tane GNSS/Nivelman noktası kullanarak jeoidi modellemek için çok değişkeli polinom regresyonu, en küçük kareler dengeleme analizi ve kollakosyonu, sonlu elemanlar tabanlı iki değişkenli enterpolasyon ve dalgacık sinir ağı yöntemlerini kullanmışlardır. Uygulamada kullanılan yöntemlerden en iyi sonuç bu çalışma için ilk defa kullanılan sonlu elemanlar tabanlı iki değişkenli enterpolasyon yöntemiyle elde edilmiştir.

1.6. Yükseklik Sistemleri

Yeryüzündeki bir noktayı üç boyutlu koordinat sistemiyle tanımlarız ve tanımladığımız bu koordinat sisteminin üçüncü boyutu yüksekliktir. Yükseklik, hem geometrik hem de fiziksel anlam taşıdığından dolayı jeodezinin önemli kavramlarından biridir.

Bir noktanın yüksekliği denilince o noktadan referans olarak seçilen yüzeye olan düşey yöndeki dik uzaklık anlaşılmaktadır. Referans yüzeyi olarak değişik yüzeyler alınabilmekte beraber bunlardan en önemlisi kara parçalarının altından da devam ettiği düşünülen gravite alanının bir eşpotansiyelli yüzeyi olan deniz yüzeyi yani jeoiddir. Bir noktadan geçen çekül doğrultusu denge halindeki deniz yüzeyine dik olduğundan en genel haliyle yüksekliği, bir noktadan çekül doğrultusu boyunca jeoide olan uzaklık olarak ifade edebiliriz. Sıfır yükseltili yüzey olarak da adlandırılan jeoidin noktalara göre konumu tam olarak bilinmediğinden çeşitli yükseklik sistemleri tanımlanmıştır. Bunlar, jeopotansiyel yükseklik, dinamik yükseklik, ortometrik yükseklik, normal yükseklik ve elipsoid

yükseklidir (Erkaya, 2006). Burada konuyla birebir bağlantısı olması açısından ortometrik ve elipsoidal yükseklikler hakkında bilgilendirme yapılacaktır.

1.6.1. Ortometrik Yükseklik

Bir noktanın çekül doğrusu boyunca jeoide olan yüksekliğine ortometrik yükseklik denir ve bu yükseklik gravite değeriyle ilişkili olduğundan fiziksel bir anlam taşımaktadır. Yerin kitle yoğunluğu süreklilik gösterdiğinden dolayı jeoidin yeryüzündeki noktaya göre tam olarak konumu belli olmadığından çekül eğrisi boyunca noktanın ortometrik yüksekliği doğrudan ölçülemez

Ortometrik yüksekliği hesaplamak için jeopotansiyel sayıdan yararlanılır. W_0 , jeoidin potansiyelini; W_p ise noktanın potansiyelini ifade etmekte olup jeopotansiyel sayısı:

$$C = W_0 - W_p = \int_0^p g \, dn \quad (1)$$

şeklinde gösterilir ve en genel haliyle ifade edecek olursak Eşitlik (2)'deki gibi olmaktadır.

$$C = \bar{g}H \quad (2)$$

Burada \bar{g} , jeoid ile nokta arasındaki ortalama gravite değeridir ve böylece ortometrik yükseklik,

$$H = C/\bar{g} \quad (3)$$

eşitliği ile hesaplanır (Heiskanen ve Moritz, 1967).

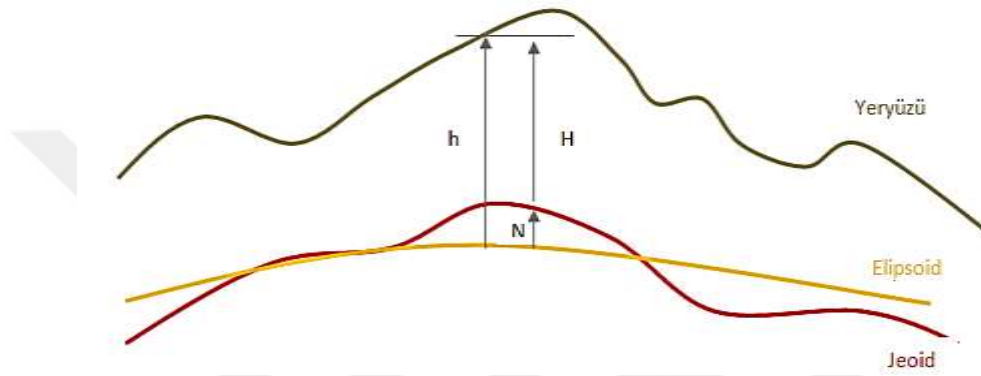
1.6.2. Elipsoidal Yükseklik

Bir noktadan elipsoid normali boyunca seçilen referans elipsoidine olan uzaklık elipsoidal yükseklik olarak tanımlanmaktadır. GNSS ölçümlerinde referans elipsoidine göre elde edilen elipsoid yüksekliği geometrik bir anlam taşıdığından haritacılık faaliyetlerinde doğrudan kullanılmayıp ortometrik yüksekliğe dönüştürülürler. Elipsoid

yüksekliği ve ortometrik yükseklik arasında jeoid yüksekliği kadar bir fark vardır ve Eşitlik (4)'deki gibi ifade edilir.

$$h = H + N \quad (4)$$

Burada h elipsoid yüksekliğini, H ortometrik yüksekliği ve N jeoid yüksekliğini ifade etmektedir (Şekil 1).



Şekil 1. Elipsoid ve ortometrik yükseklik arasındaki ilişki

Eşitlik (4)'ün sağlanabilmesi h , H ve N yükseklik değerlerindeki rastgele hatalar; datum uyumsuzluğu ve üç yükseklik veri setindeki sistematik bozulmalar (jeoid ve referans yüzeyi arasındaki sapmalar, vb.); jeodinamik etkiler (deformasyon, ortalama deniz seviyesinde yükselme, vb.); H ve N yüksekliklerinin hesaplanmasındaki teorik yaklaşımlar gibi nedenlerden dolayı mümkün olmamaktadır (Kotsakis ve Sideris, 1999). Fakat oluşan hatalar, GNSS ile elde edilen elipsoid yükseklik değerlerinin doğruluklarının yanında ihmal edilebilir olduklarından yükseklik dönüşümü için pratik olarak Eşitlik (4) yeterli olmaktadır.

1.7. GNSS/Nivelman ile Jeoid Modellemede Kullanılan Yöntemler

1.7.1. Polinomlar ile Enterpolasyon

Bu yöntem bir bölgeyi tek bir fonksiyon ile ifade edebildiğinden yüzey modelleme problemlerinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Bölgeyi temsil eden konumu belli (x,y,N)

dayanak noktalarını kullanarak aynı bölge içerisindeki başka bir noktanın jeoid yükseklik değerini elde etmek için fonksiyonu oluşturan bilinmeyen katsayıların elde edilmesidir (Yiğit, 2003).

Polinom yüzeyleri, tercih edilecek olan polinom derecesine göre değişkenlik göstermektedir ve ortogonal ya da ortogonal olmayan polinomlar ile ifade edilirler. Ortogonal polinom yüzeylerinin matematiksel gösterimi,

$$N(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} a_{ij} x^i y^j \quad (5)$$

şeklindedir. Burada n polinomun derecesini, a_{ij} polinomun katsayılarını x ve y ise bilinen noktaların düzlem koordinatlarını ifade etmektedir. $n, 1$ olduğunda ortogonal lineer yüzey,

$$N(x, y) = a_0 + a_1 y + a_2 x \quad (6)$$

üç bilinmeyenli polinom şeklinde; $n, 2$ olduğunda ortogonal kuadratik yüzey,

$$N(x, y) = a_0 + a_1 y + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 xy + a_5 y^2 \quad (7)$$

altı bilinmeyenli polinom şeklinde; $n, 3$ olduğunda ortogonal kübik yüzey,

$$N(x, y) = a_0 + a_1 y + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 xy + a_5 y^2 + a_6 x^3 + a_7 x^2 y + a_8 xy^2 + a_9 y^3 \quad (8)$$

on bilinmeyenli polinom şeklinde ifade edilir.

Ortogonal olmayan polinom yüzeylerinin matematiksel gösterimi ise,

$$N(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} x^i y^j \quad (9)$$

şeklindedir. $n, 1$ olduğunda ortogonal olmayan bi-lineer yüzey,

$$N(x, y) = a_0 + a_1 y + a_2 x + a_3 xy \quad (10)$$

dört bilinmeyenli polinom şeklinde; $n, 2$ olduğunda ortogonal olmayan bi-kuadratik yüzey,

$$N(x, y) = a_0 + a_1y + a_2x + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 + a_6x^2y + a_7y^2x + a_8x^2y^2 \quad (11)$$

dokuz bilinmeyenli polinom şeklinde; $n, 3$ olduğunda ortogonal olmayan bi-kübik yüzey,

$$N(x, y) = a_0 + a_1y + a_2x + a_3xy + a_4y^2 + a_5x^2y + a_6x^2 + a_7xy^2 + a_8x^2y^2 + a_9y^3 + a_{10}xy^3 + a_{11}x^2y^3 + a_{12}x^3 + a_{13}x^3y + a_{14}x^3y^2 + x^3y^3 \quad (12)$$

on altı bilinmeyenli polinom şeklinde ifade edilir. Bilinmeyen parametre sayısı u , polinomun derecesine göre ortogonal polinomlar için

$$u = 0.5(2 + n)(1 + n) \quad (13)$$

ortogonal olmayan polinomlar için ise,

$$u = (n + 1)^2 \quad (14)$$

şeklinde hesaplanabilir (İnal ve Yiğit, 2004).

Seçilen polinom yüzeyinin derecesi arttığında dayanak nokta sayısı da artacağından elde edilecek doğruluk artacak gibi görünse de derecenin artmasıyla yüzeyde gereksiz salınımlar oluşmaktadır. Bu da yüzeyde ani inip çıkmalara yani gerçeğe uygun olmayan yükseklik değişimlerine sebep olmaktadır (Yanalak, 1997).

Dayanak nokta sayısı, yüzeyi oluşturan bilinmeyen katsayılarından fazla ise a_{ij} polinom katsayıları en küçük kareler (EKK) ilkesine göre:

$$\sum_{i=1}^m v_i^2 = \sum_{i=1}^m (N(x, y)_{ölçülen} - N(x, y)_{hesap})^2 \quad (15)$$

dengelemeli olarak hesaplanır. Burada m , dayanak nokta sayısını göstermektedir. Bu durumda,

$$N(x, y) = AX \quad (16)$$

$$\underline{N} = A^T A, \quad \underline{n} = A^T L, \quad X = \underline{N}^{-1} \underline{n} \quad (17)$$

normal denklem matrisi ve bilinmeyenler matrisi çözülür. Buradaki matris yapıları,

$$X = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_u \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_m & y_m \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_m \end{bmatrix} \quad (18)$$

biçimindedir.

X : ($ux1$) boyutlu polinomun bilinmeyen katsayılar vektörü,

A : ($l \times m$) boyutlu bilinmeyenlere ait katsayılar matrisi,

L : ($m \times 1$) boyutlu ölçü vektörüdür.

Bilinmeyen katsayılar matrisi çözüldükten sonra Eşitlik (16)'da yerine koyulursa konumu belli herhangi bir enterpolasyon noktasına ait jeoid yükseklik bilgisi elde edilir.

1.7.1.1. Uygun Polinom Derecesinin Belirlenmesi

Uygun polinom derecesinin belirlenmesinde hesaplanan bilinmeyen katsayılar matrisindeki parametrelerin anlamlı olup olmadığını anlamak için parametre anlamlılık testi uygulanır. Kestirilen parametre $\hat{\alpha}_i$, standart sapması $\sigma_{\hat{\alpha}_i}$ olsun. Test için sıfır ve seçenek hipotezleri kurulur.

$$H_0: E(\hat{\alpha}_i) = 0 \text{ sıfır hipotezi} \quad H_S: E(\hat{\alpha}_i) \neq 0 \text{ seçenek hipotezi} \quad (19)$$

Test büyüklüğü $T = \frac{|\hat{\alpha}_i|}{\sigma_{\hat{\alpha}_i}}$ eşitliği ile hesaplanır. f serbestlik derecesi, α yanılma olasılığı ve $t_{f, 1-\frac{\alpha}{2}}$ sınır değerdir. $T < t_{f, 1-\frac{\alpha}{2}}$ ise sıfır hipotezi geçerlidir ve anlamsız olan parametre polinomdan çıkartılır. Eğer $T > t_{f, 1-\frac{\alpha}{2}}$ ise seçenek hipotezi geçerlidir ve kestirilen parametrenin anlamlı olduğuna karar verilir (Teke ve Yalçınkaya, 2005; Kırıcı ve Şişman, 2014).

1.7.2. Radyal Tabanlı Fonksiyonlar ile Enterpolasyon

1968’de Hardy tarafından Multiküadratik metodun geliştirilmiş hali olan radyal tabanlı fonksiyonlar (RTF), kartografya alanında harita oluşturmak için geliştirilmiştir (Çakır, 2012). Yöntemi genel bir eşitlikle ifade edecek olursak Eşitlik (20)’deki gibi olmaktadır.

$$N = \sum_{i=1}^m C_i [Q(x_i, y_i, x, y)] + P(x, y) \quad (20)$$

RTF ile enterpolasyon yönteminde birçok RTF türü mevcut olmakla birlikte bu tez kapsamında iki tanesi kullanılmıştır. Bunlar multiküadratik fonksiyon ve ince tabakalı splayn fonksiyonudur.

1.7.2.1. Multiküadratik Enterpolasyon Yöntemi

Bu yöntem analitik bir çözümlene tekniği olmakla birlikte yöntemin amacı, uygulama bölgesindeki tüm dayanak noktalarını kullanılıp tek bir fonksiyonla ifade etmek yani dayanak noktalarının tümünü kullanarak bir trend yüzeyi oluşturmaktır. Oluşturulan bu trend yüzeyleri polinom, harmonik seri ve trigonometrik fonksiyonlardan oluşabilir. Leberl’e (1973) göre; trend yüzeyinin birinci ve ikinci derece polinomlardan oluşması uygundur (Yanalak, 1997; Şanlıoğlu vd., 2002; Yiğit, 2003).

Yöntemin ilk aşaması olan trend yüzeyi oluşturulurken kullanılan n . derecedeki polinomun bilinmeyen katsayıları en küçük kareler ilkesine göre çözümlendikten sonra dayak noktalarındaki artık yükseklik ΔN_i değerleri

$$\Delta N_i = N_i - P(x_i, y_i) = N_i - N_{trend} \quad i= 1,2, \dots, m \quad (21)$$

eşitliği ile hesaplanır ve Eşitlik (20) ile tekrar düzenlendiğinde multiküadratik yüzeyin genel hali,

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m C_i [Q(x_i, y_i, x, y)] \quad (22)$$

şeklinde olmaktadır. Eşitlikteki ΔN , x ve y değişkenlerinden oluşan kuadratik yüzeylerin (Q) toplamından oluşan bir fonksiyondur ve burada ki C_i katsayısı, Q yüzeylerinin eğimini ve işaretini belirtmektedir (Hardy, 1971). Kuadratik yüzeylerin hesaplanması için dayanak noktaları ile enterpolasyon noktaları arasındaki mesafenin hesaplanması gerekmektedir. d mesafesi;

$$d_i = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2} \quad (23)$$

bağıntısıyla hesaplanır. Hardy'e (1971) göre, multikuadratik yüzeyler kendi içinde çeşitli şekilde ayrılmaktadır. Eğer iki yapraklı dairesel hiperboloid serilerin toplamından oluşuyor ise,

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m C_i [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + \delta^2]^{1/2} \quad (24)$$

dairesel parabolik serilerin toplamından oluşuyor ise,

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m C_i [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + \delta^2] \quad (25)$$

şeklinde ifade edilir.

Eşitliklerde yer alan yüzeyin düzgünlüğü ve keskinliğini gösteren δ terimi isteğe bağlı olarak kullanılır ve $\delta = 0$ alındığı takdirde Eşitlik (24)'de yerine koyulursa oluşan yüzey,

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m C_i [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2]^{1/2} \quad (26)$$

dairesel dik konilerin toplamından oluşmaktadır. Kullanılacak olan multikuadratik yüzey belirlendikten sonra,

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m C_i q_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, m \quad (27)$$

eşitlik (27)'deki C katsayılarının belirlenmesi için dayanak nokta sayısı kadar lineer denklem sistemi oluşturulur.

$$\begin{aligned}
\Delta N_1 &= C_1 q_{11} + C_2 q_{12} + \dots + C_m q_{1m} \\
\Delta N_2 &= C_1 q_{21} + C_2 q_{22} + \dots + C_m q_{2m} \\
&\vdots \\
\Delta N_m &= C_1 q_{m1} + C_2 q_{m2} + \dots + C_m q_{mm}
\end{aligned} \tag{28}$$

Yukarıdaki denklem sistemini matris formunda gösterecek olursak Eşitlik (29)'daki gibi olmaktadır.

$$\Delta N = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_m \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_m \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \dots & q_{1m} \\ q_{21} & q_{22} & \dots & q_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{m1} & q_{m2} & \dots & q_{mm} \end{bmatrix} \tag{29}$$

A : (mxm) boyutlu kasayılar matrisi,

C : (mx1) boyutlu bilinmeyenler vektörü,

ΔN : (mx1) boyutlu artık jeoid yükseklik vektörüdür.

Eşitlik (28)'deki lineer denklem sisteminden C bilinmeyenler katsayıları;

$$\underline{C} = \underline{A}^{-1} \underline{\Delta N} \tag{30}$$

şeklinde hesaplandıktan sonra herhangi bir enterpolasyon noktasına ait jeoid yükseklik N_e değeri aşağıdaki eşitlikten elden edilir.

$$N_e = \sum_{i=1}^m C_i [Q(x_i, y_i, x_e, y_e)] + P(x_e, y_e) \tag{31}$$

Multikvadratik yüzeyin oluşturulması sırasında Q yüzey fonksiyonunda yer alan δ parametresi için çeşitli önerilerde bulunulmuştur. Bu öneriler Tablo 1'de yer almaktadır.

Tablo 1. Önerilen δ parametreleri

Öneriler	Formül
Hardy	$\delta = 0.815 S$
Franke	$\delta = 1.25 R/\sqrt{m}$
Fasshaurer	$\delta = 2/\sqrt{m}$
Schul'min ve Mitel'man	$\delta = \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m ((x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2) \right) / m(m-1)$

Tablo 1’de S tüm dayanak noktaları ile en yakın komşuluğundaki nokta ile arasındaki mesafeyi, R tüm dayanak noktalarını içine alan en küçük çemberin çapını, m ise dayanak nokta sayısını göstermektedir (Çakır,2012).

1.7.2.2. İnce Tabakalı Splayn Enterpolasyon Yöntemi (İTS)

Radyal tabanlı fonksiyonların bir türü olan ince tabakalı splayn fonksiyonu (İTS), bir boyutlu kübik splaynların iki boyuta genellemesi şeklinde düşünülebilir. Yüzey oluşturma problemlerinde ise İTS fonksiyonunu, metal ince bir plakayı yüzeyi en iyi temsil edecek şekilde bükme olarak düşünebiliriz. Yüzey oluşturmada İTS’nin önemli bir özelliği dayanak noktalarından geçecek şekilde tasarlanması ve eğri yüzey oluşumunda Eşitlik (32)’deki bükme enerjisini minimize etmesidir.

$$I(f) = \int \int \left[\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right)^2 \right] \quad (32)$$

Q yüzey fonksiyonu olarak;

$$Q(d) = d^2 \log d \quad (33)$$

kullanılır. Bu eşitlik, Eşitlik (20)’de yerine koyulursa ve polinom yüzeyi olarak da lineer polinom tercih edildiğinde İTS fonksiyonu,

$$N = \sum_{i=1}^m C_i [d^2 \log d] + b_0 + b_1 x + b_2 y \quad (34)$$

şeklini alır ve matris biçimde gösterecek olursak,

$$\underline{N} = \underline{C} \underline{A} + \underline{B} \underline{b} \quad (35)$$

biçimindedir. B , polinom bilinmeyenlerine ait katsayılar matrisi, b ise polinomun bilinmeyen katsayılar vektörüdür. Eşitlik (35)’e aşağıdaki koşullar ilave edilerek,

$$\underline{B} \underline{C} = 0, \quad \sum_{i=1}^m C_i = \sum_{i=1}^m C_i x_i = \sum_{i=1}^m C_i y_i = 0 \quad (36)$$

buradan C_i ve b_i değerleri,

$$\underline{C} = \underline{A}^{-1}(\underline{N} - \underline{B} \underline{b}) \quad (37)$$

$$\underline{b} = (\underline{B}^T \underline{A}^{-1} \underline{B}) \underline{B}^T \underline{A}^{-1} \underline{N} \quad (38)$$

şeklinde hesaplanabilir (Eberly, 2008; Mariani ve Basu, 2015; Çakır, 2012).

1.7.3. Kriging Enterpolasyon Yöntemi

Maden yataklarının daha iyi değerlendirilebilmesi için geliştirilen ve daha sonra birçok disiplinler tarafından yaygın olarak kullanılan jeostatistik yöntemler Krige ve Matheron tarafından geliştirilmiştir (Mert vd., 2016). Delhomme'a (1978) göre jeostatistik yöntemlerin temelini, gözlem verileriyle elde edilen deneysel yarıvariogramın ve bu yarıvariograma uygun bir teorik modelin uydurulması oluşturmaktadır (Çetin ve Tülücü, 1998).

Semivaryans kelimesi birçok kişi tarafından semivariogram şeklinde de tanımlanabildiği gibi genel olarak mesafenin artan bir fonksiyonudur (Sirayanone, 1988). Semivaryans tek boyutta ise,

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{h_{ij}}^{N(h)} (z(x) - z(x+h))^2 \quad (39)$$

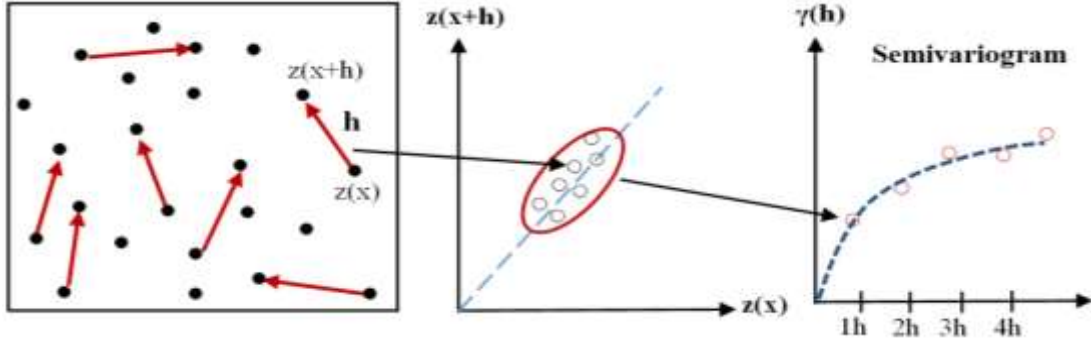
İki boyutta ise,

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{h_{ij}}^{N(h)} (z(x_i, y_i) - z(x_j, y_j))^2 \quad (40)$$

eşitliği ile hesaplanır. Bu eşitliklerde ki h aşağıdaki bağıntıyla bulunur.

$$h_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (41)$$

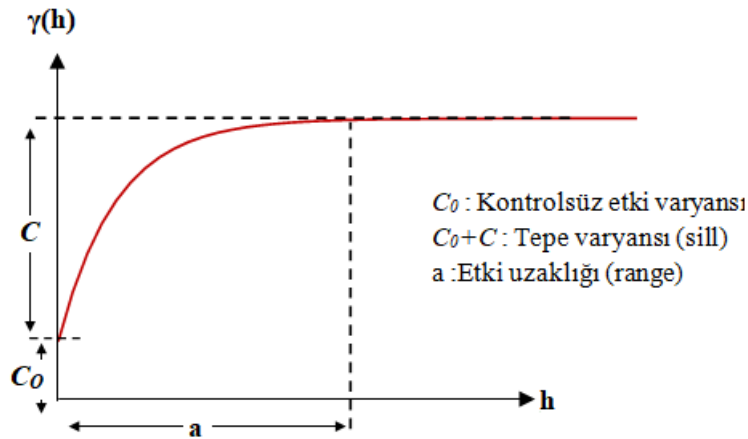
$N(h)$, h uzunluğuna sahip nokta çiftlerinin sayısını; h_{ij} noktalar arasındaki mesafeyi; $\gamma(h)$ ise h uzunluğuna sahip noktaların semivaryans değerini ifade etmektedir ve hesaplanan değerler ile deneysel variogram oluşturulmaktadır (Şekil 2) (Webster ve Oliver, 2007).



Şekil 2. Semivariogram (deneysel variogram) (Yiğit, 2003)

Uzaklığın ve yönün fonksiyonu olan variogram, birbirlerine h mesafesi kadar uzaklığa sahip ölçü çiftleri yön dikkate alınmaksızın hesaplanırsa yön bağımsız olarak, belli bir yöndeki h mesafesine sahip ölçü çiftleri dikkate alınarak hesaplanırsa yönsel variogram olarak adlandırılırlar (Yiğit, 2003).

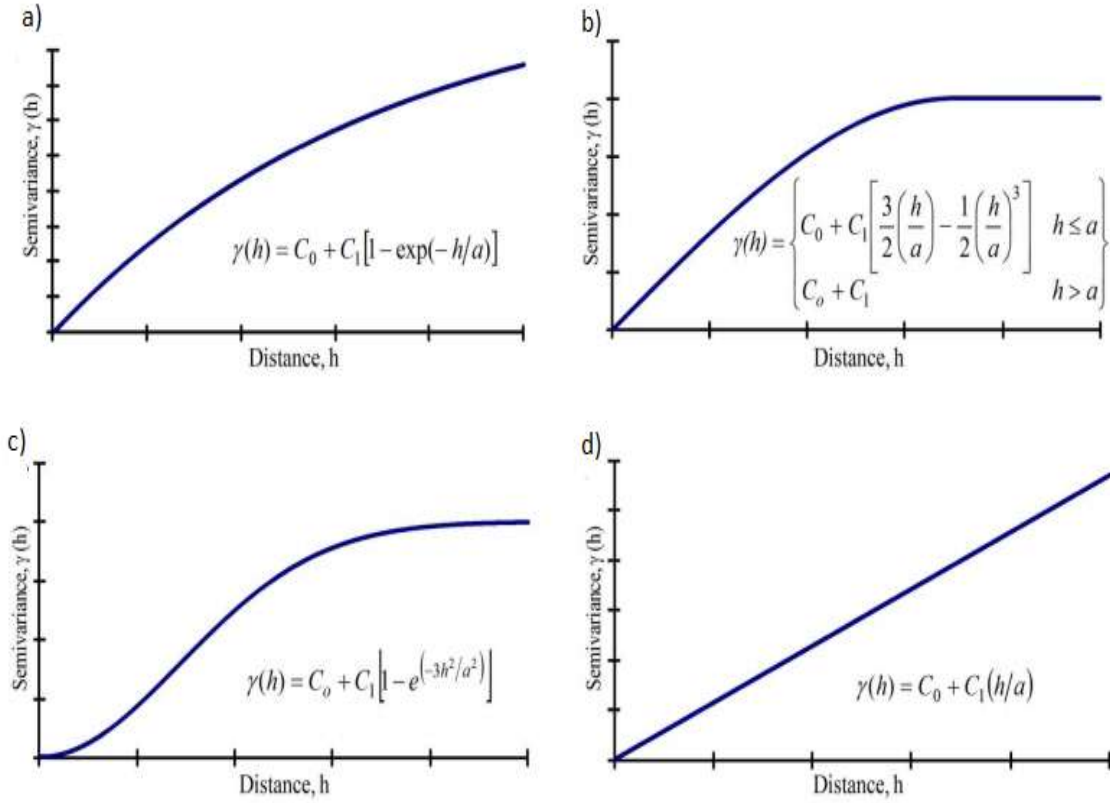
Bir variogram temelde üç tane parametreden oluşmaktadır. Bunlar; etki uzaklığı, sill (tepe varyansı) ve külçe etkisidir. Etki uzaklığı, a olarak adlandırılır ve bu uzaklıktan sonra örneklem noktaları arasında korelasyon yoktur. Sill, $C_0 + C$ olarak tanımlanır ve belli bir değerden sonra variogramın sabit kaldığı noktadır. Külçe etkisi, nugget varyansı olarak da adlandırılır (Şekil 3).



Şekil 3. Variogram parametreleri

Isaaks ve Srivastava (1989), deneysel variogramlarda belli uzaklıklardaki variogram değerlerinin hesaplandığını ve bu uzaklıklar dışındaki variogram değerlerinin bilinmediğini

fakat bölgesel değişken özelliklerinin belirlenmesinde ve örneklenmemiş noktaların değerlerinin kestiriminde variogram değerinin bütün uzunluklarda bilinmesi gerektiğini ifade eder (Alkanalka, 2005). Bundan dolayı deneysel variogram modelini en iyi biçimde temsil edecek bir teorik variogram modeli uydurulur. Şekil 4’de yaygın olarak kullanılan teorik variogram modelleri gösterilmektedir.



Şekil 4. Teorik variogram modelleri: a) üssel, b) küresel, c) gauss, d) lineer (Mert ve Dağ, 2017)

Bardosy’e (2002) göre, deneysel variograma birkaç yaklaşımla teorik variogram modeli uydurulur. Bunlar; göz ile (deneme yoluyla), maksimum olasılık ve en küçük kareler yaklaşımıdır. Bu yaklaşımlardan ilki istatistiksel olarak anlamlı değildir. Çünkü bir variograma farklı kişiler farklı teorik variogram modeli uydurabilirler.

Kriging yöntemi en genel haliyle aşağıdaki eşitlik ile ifade edilir.

$$z_p = \sum_{i=1}^m W_i z_i \quad (42)$$

Bu eşitlikteki z_p , kestirim yapılacak noktaya ait aranılan değeri; W_i , ağırlık değerlerini; z_i ise kullanılan ölçüm noktalarını ifade etmektedir. Bu eşitlikteki en önemli şey ağırlıkların belirlenmesidir. Çünkü variogram modelinin bir fonksiyonu olduğu için doğrudan kestirim değerini etkilemektedir. Kriging yönteminin yaygın olarak kullanılan çeşitleri: Simple Kriging, Ordinary Kriging, Universal Kriging, Block Kriging, İndicator Kriging, Disjunctive Kriging, Cokriging (İnal ve Yiğit, 2004).

1.7.3.1. Ordinary Kriging (OK)

Ordinary kriging ile enterpolasyon yaparken noktalar arasındaki konumsal bağımlılığı anlamak için variogram modelleri oluşturulur. İlk olarak deneysel variogram modeli noktaların semivaryans değerlerinden oluşturulduktan sonra uygun teorik variogram modeli seçilir. Eşitlik (42)'deki ağırlık değerlerinin elde edilebilmesi için variogram fonksiyonları kullanılır.

$$Var[\widehat{z}_p - z_p] = \min \quad (43)$$

koşuluna göre;

$$\begin{aligned} W_1\gamma(h_{11}) + W_2\gamma(h_{12}) + \dots + W_m\gamma(h_{1m}) &= \gamma(h_{1p}) \\ W_1\gamma(h_{21}) + W_2\gamma(h_{22}) + \dots + W_m\gamma(h_{2m}) &= \gamma(h_{2p}) \\ \vdots + \vdots + \dots + \vdots &= \vdots \\ W_1\gamma(h_{m1}) + W_2\gamma(h_{m2}) + \dots + W_m\gamma(h_{mm}) &= \gamma(h_{mp}) \end{aligned} \quad (44)$$

yukarıdaki lineer denklem sistemi çözülür. Bu denklem sistemini matris biçiminde gösterecek olursak Eşitlik (45)'deki gibi olmaktadır.

$$\gamma W = \gamma_0 \quad (45)$$

Burada γ , (mxm) boyutlu tüm dayanak nokta çiftleri arasındaki variogram değerleri matrisini; W , (mx1) boyutlu bilinmeyen ağırlık vektörünü; γ_0 , (mx1) boyutlu enterpole edilecek nokta ile dayanak noktası arasındaki variogram değerleri vektörünü ifade etmektedir. Yansız bir enterpolasyon olabilmesi için

$$\sum_{i=1}^m W_i = 1 \quad (46)$$

şartı arandığından Eşitlik (44);

$$\begin{aligned}
W_1\gamma(h_{11}) + W_2\gamma(h_{12}) + \dots + W_m\gamma(h_{1m}) &= \gamma(h_{1p}) \\
W_1\gamma(h_{21}) + W_2\gamma(h_{22}) + \dots + W_m\gamma(h_{2m}) &= \gamma(h_{2p}) \\
\vdots + \vdots + \dots + \vdots &= \vdots \\
W_1\gamma(h_{m1}) + W_2\gamma(h_{m2}) + \dots + W_m\gamma(h_{m1}) &= \gamma(h_{mp}) \\
W_1 + W_2 + \dots + W_m &= 1
\end{aligned} \tag{47}$$

şeklinde olmaktadır. Bu denklem sisteminde m tane bilinmeyen ve (m+1) tane de denklem vardır. Denklem sisteminin çözümünün yansız olabilmesi için Lagrange çarpanı (LÇ) eklenir ve son olarak Eşitlik (47), Eşitlik (48)'deki gibi olmaktadır.

$$\begin{aligned}
W_1\gamma(h_{11}) + W_2\gamma(h_{12}) + \dots + W_m\gamma(h_{1m}) + L\zeta &= \gamma(h_{1p}) \\
W_1\gamma(h_{21}) + W_2\gamma(h_{22}) + \dots + W_m\gamma(h_{2m}) + L\zeta &= \gamma(h_{2p}) \\
\vdots + \vdots + \dots + \vdots + \vdots &= \vdots \\
W_1\gamma(h_{m1}) + W_2\gamma(h_{m2}) + \dots + W_m\gamma(h_{m1}) + L\zeta &= \gamma(h_{mp}) \\
W_1 + W_2 + \dots + W_m &= 1
\end{aligned} \tag{48}$$

Yukarıdaki denklem sistemi matris biçiminde ifade edilirse aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\gamma = \begin{bmatrix} \gamma(h_{11}) & \gamma(h_{12}) & \dots & \gamma(h_{1m}) & 1 \\ \gamma(h_{21}) & \gamma(h_{22}) & \dots & \gamma(h_{2m}) & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(h_{m1}) & \gamma(h_{m2}) & \dots & \gamma(h_{m1}) & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} W = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_m \\ L\zeta \end{bmatrix} \gamma_0 = \begin{bmatrix} \gamma(h_{1p}) \\ \gamma(h_{2p}) \\ \vdots \\ \gamma(h_{mp}) \\ 1 \end{bmatrix} \tag{49}$$

Ağırlık bilinmeyenler vektörü,

$$W = \gamma^{-1}\gamma_0 \tag{50}$$

denklemleri elde edilir. Bilinmeyenler vektörünün çözümlenmesiyle birlikte enterpole edilecek noktaya ait istenilen değer Eşitlik (42)'deki kriging denklemiyle elde edilir (Webster ve Oliver, 2007; Yiğit, 2003).

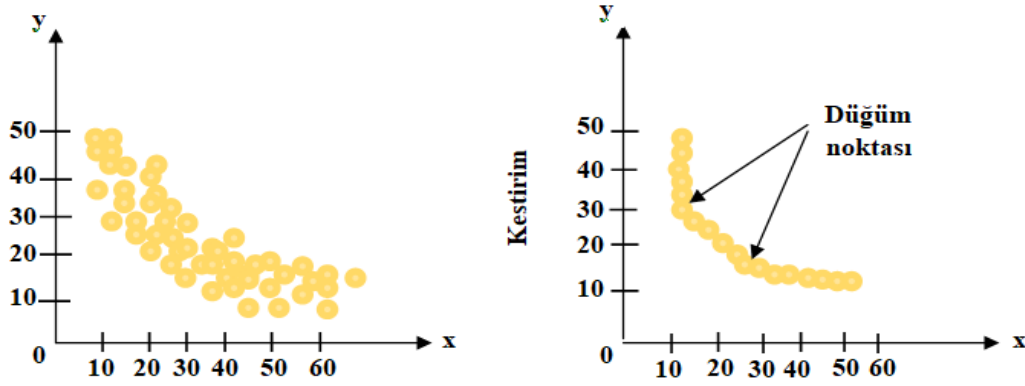
1.7.3.2. Universal Kriging (UK)

Bölgesel değişkenlerin çoğu zaman ortalamalarının sabit olmadığı ve bir trend etkisi gösterdiği durumunda kullanılan kriging yöntemine universal kriging denir. Genellikle bu trend uygun bir polinom yüzeyi ile temsil edilir. Yöntemin çözümü için iki farklı yol izlenir. Bu yöntemlerden birincisi, bölgeye uygun bir trend yüzeyi oluşturmaktır. Bu trend yüzeyinden ölçü değerleri çıkartılarak artık değerler elde edilir. Artık değerler üzerinden ordinary kriging yönteminde olduğu gibi tüm hesaplamalar yapılır ve elde edilen değerler üzerine trend değerleri geri eklenir. İkinci olarak ise trend bilinmeyen parametreleri Eşitlik (48)'deki ordinary kriging denklemlerine sınırlandırıcı olarak eklenerek kriging ağırlıkları ile birlikte çözümlenir (Webster ve Oliver, 2007).

1.7.4. Çok Değişkenli Uyarlanabilir Regresyon Eğrileri (ÇDURE)

Temel bilimler, mühendislik, ekonomi gibi birçok alanda bağımlı ve bağımsız değişkenlerden oluşan verilerin birbirleriyle olan ilişkisini anlamak için regresyon modelleri oluşturulur. Bu değişkenler arasında kimi zaman doğrusal kimi zamansa doğrusal olmayan bir ilişki vardır. Karmaşık problemlerde değişkenler arasında çoğunlukla doğrusal olmayan bir ilişki vardır ve bu yüzden veri madenciliği ve tahmin problemlerinde parametrik olmayan regresyon modelleri kullanılır (Kuter vd., 2015). Bu modellerden biri de çok değişkenli uyarlanabilir regresyon eğrileridir. Bu yöntem 1990'ların başında fizikçi ve istatistikçi olan Joreme Friedman tarafından geliştirilen parçalı regresyon şeklinde çok boyutlu verilerin esnek regresyon modelleriyle genişletilmiş halidir (Friedman, 1991).

ÇDRUE diğer regresyon modellerinden farklı olarak veriyi tek bir fonksiyonla ifade etmek yerine kesitlere ayırıp ayırdığı kesit kadar fonksiyon üretir. Kesitler, karmaşık problemlerin çözümünde fonksiyonel bir yaklaşım olarak düşünülebilir. Yani anlaşılması ve çözmesi kolay problemleri matematiksel formüle dökmek kolaydır fakat karmaşık problemler için bu zordur ve vakit alır. Bu yöntem, kesitler yardımıyla oluşan her bir parçayı matematiksel formüle dönüştürerek çözüme ulaşır (Abraham ve Steinberg, 2001). Böylece bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki doğrusal olmayan ilişkiyi kendi oluşturduğu model ile doğrusal hale getirmektedir. Kesitler, bağımsız değişken üzerinde ilişkinin değiştiği düğüm noktası olarak adlandırılan değere göre oluşturulmakta ve kesitlerin oluşturduğu bölgeler bir regresyon eşitliğiyle ifade edilmektedir (Şekil 5).



Şekil 5. Kesitler ve düğüm noktaları ile ÇDRUE tahmini

ÇDRUE ile ileriye ve geriye doğru ilerleme algoritmalarıyla model iki adımda kurulur. Birinci adım, çok fazla sayıda temel fonksiyon oluşturmak. Oluşturulan modelin karmaşıklık seviyesi artana kadar her bir değişkenin birbiriyle ilişkisinden kurulan maksimum seviyede temel fonksiyon oluşturulur ve bu fonksiyondaki sabitler en küçük kareler yöntemiyle bulunur. Bir ÇDRUE modeli aşağıdaki gibi gösterilmektedir.

$$Y = \beta_0 + \sum_{k=1}^M a_k \beta_k(x_t) + \varepsilon_i \quad (51)$$

Bu eşitlikte k düğüm sayısını, M temel fonksiyon sayısını, x bağımsız değişkeni, a_k k.temel fonksiyonun katsayısını, β_0 modeldeki sabit terim, $\beta_k(x_t)$ t.bağımsız değişken için k.temel fonksiyonu ifade etmektedir. Temel fonksiyon ise;

$$B_m(x) = \prod_{t=1}^{L_m} [S_{1,m}(x_{v(1,m)}) - k_{1,m}] \quad (52)$$

eşitliği ile ifade edilir. L_m etkileşim derecesini, $S_{1,m} \in [\pm 1]$, $k_{1,m}$ düğüm değeri, $x_{v(1,m)}$ bağımsız değişken değerini göstermektedir.

İkinci adım ise maksimum seviyede oluşturulan temel fonksiyonları geriye doğru budama işlemidir. Yani sonuç modele dahil edilecek temel fonksiyonların belirlenip geri kalan temel fonksiyonların modelden çıkarılmasıdır. Böylece hata kareler toplamı minimum olan model oluşturulur. Budama işlemi yapılırken genelleştirilmiş çapraz geçerlilik (GCV) tekniği kullanılır.

$$GCV = \frac{1}{N} \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - f_a(x_i))^2}{(1 - \frac{M(a)}{N})^2} \quad (53)$$

$$M(a) = u + dK \quad (54)$$

Eşitlik (53)'deki GCV formülünde pay kısmı hata kareler toplamını, payda kısmı ise modelin karmaşıklığını ifade etmektedir. Eşitliklerde yer alan N örneklem genişliği, u bağımsız temel fonksiyonların sayısı, K seçilen düğüm sayısı, d temel fonksiyonların maliyet-karmaşıklık (costcomplexity) ölçüsüdür (Özfallı, 2008; Nacar ve Kalkan, 2018).

1.7.5. Yapay Sinir Ağları (YSA)

Eskiden beri insan beyninin yapısı ve işlevi merak konusu olduğundan bilim insanları bunun üzerine giderek çalışmalar yapıp bilgisayarları, insan beyninin özelliklerini (öğrenebilme, yorumlayabilme, karar verebilme gibi) taklit edebilecek şekilde bir model geliştirerek yapay zeka biliminin ortaya çıkmasını sağlamışlar ve gelişen teknolojiyle birlikte yapay zekanın alt dalları olan Uzman Sistemler (US), Bulanık Mantık (BM), Destek Vektör Makineleri (DVM) ve Yapay Sinir Ağları (YSA) çeşitli araştırma ve uygulama alanlarında kullanılmaktadır. Bu tez kapsamında ise DVM ve YSA ele alınmıştır.

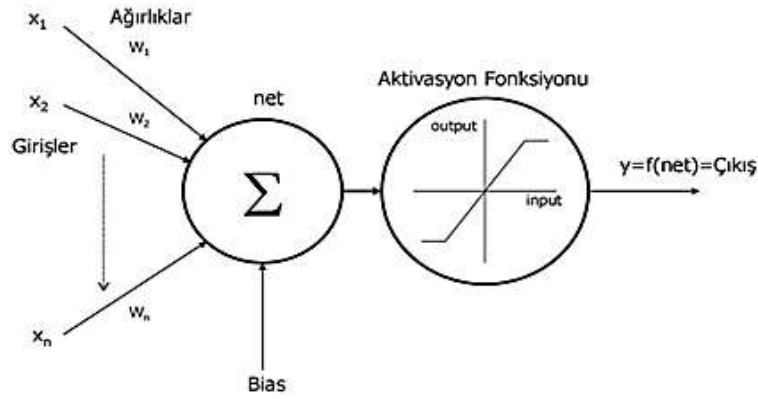
Birçok farklı alanda yaygın olarak kullanılan yapay sinir ağlarının kullanım çeşitliliğinin fazla olmasından dolayı kesin bir tanımı yapılmamıştır. Ancak birkaç genel tanımlamayla açıklayacak olursak; Lipmann'a (1987) göre yapay sinir ağları, paralel olarak çalışan doğrusal olmayan hesaplama elemanlarından oluşan biyolojik sinir hücrelerine benzetilmektedir ve bu ağlar nöromorfik sistemler, paralel dağıtılmış işlem modelleri ve bağlantılı modeller olarak da adlandırılır. Fausett (1999), matematiksel modeller ile biyolojik sinir hücrelerine benzer özelliklere sahip geliştirilen bilgi işleme sistemleri olarak tanımlamıştır. Haykin (1999), basit işlem elemanlarından oluşan, bilgiyi depolama ve kullanma özelliğine sahip bir işlemci olarak tanımlamaktadır ve bilginin ağ tarafından öğrenilmesi ve depolamak için nöronlar arasındaki bağlantıları kullanması yönünden beyin ile benzerlik gösterdiğini ifade etmektedir. Özetmel (2003) ise yapay sinir ağlarını verilen bir bilgiyi öğrenebilen, bu bilgiyi kullanarak herhangi bir yardım almaksızın sonuç üreten geliştirilmiş bilgisayar sistemleri olarak tanımlamaktadır. İnsan

beyninin öğrenme fonksiyonunu taklit edecek şekilde oluşturan bu sistemler, bir bilgiyi öğrenme, sınıflandırma, genelleme, optimizasyon vb. gibi konularda başarılı bir şekilde sonuç vermektedir. Bunu yaparken de sisteme girdi olarak verilen veriden hata toleransı az bir çıktı veri setini oluştururlar.

Yapay sinir ağlarındaki tarihsel süreç incelendiğinde ilk olarak 1943’de Walter Pitts ve McCulloch basit bir sinir ağı tasarlamasıyla başlamıştır. Sonrasında 1949’da Hebb, Hebb Kuralıyla öğrenebilen bir sinir ağının temellerini atmıştır. 1957’de Frank Rosentblatt en basit sinir ağı olan tek katmana ve tek bir çıkışa sahip Perceptronu geliştirmiştir. 1959’da Bernard Widrow ve Marcian Hoff tarafından geliştirilen ve kullanılmakta olan ADALINE ve MADALINE ağ modelleri oluşturuldu. 1969’da Minsky ve Papert, Perceptronun yetersizliğini ispatlamaları sonucunda 1981 yılına kadar yapay sinir ağı çalışmaları durgunluk göstermiştir. 1982’de Hopfield sinir ağlarıyla zor problemlerin çözülebileceğini ve ağların genelleştirilebileceğini, 1984’de Kohonen danışmansız öğrenen ağları, 1986’da ise Rumelhart ve McClelland geriye yayımlı öğrenme algoritmasını geliştirmesi ile yapay sinir ağlarındaki çalışmalar hız kazanmıştır (Elmas, 2011).

1.7.5.1. Yapay Sinir Hücresi ve Yapısı

Yapay sinir ağları, biyolojik sinir ağları model alınarak oluşturulmuş sistemlerdir ve bu sistemleri anlayabilmek için biyolojik sinir ağlarının çalışma prensibini ve bu ağları oluşturan temel yapı taşı olan sinir hücrelerinin yapısını bilmek gerekir. Biyolojik bir sinir hücresi çekirdek, dentrit, hücre gövdesi, akson ve sinapslardan oluşmaktadır. Gelen bilgi sinapslar aracılığıyla sinir hücrelerinde çok sayıda bulunan dentritler aracılığıyla alınır, hücre gövdesinde toplanır ve işlenir. Sonrasında aksonlar aracılığıyla diğer hücrelere dağıtılır. Yapay sinir hücresinde ise hücreye giren veri ağırlıklarla çarpılır, toplama fonksiyonu ile birleştirilir ve net girdi oluşur. Oluşan net girdi, aktivasyon fonksiyonu tarafından işlendikten sonra çıktı verisi elde edilir.



Şekil 6. Yapay sinir hücresi yapısı (URL-1)

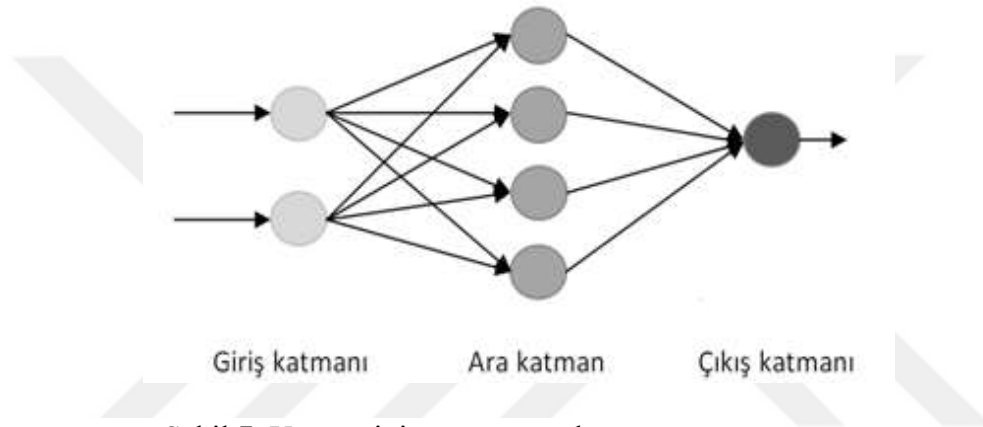
Yukarıda Şekil 6’da görüldüğü üzere bir yapay sinir hücresi beş temel öğeden oluşur. Bunlar girişler, ağırlıklar, toplama fonksiyonu, hücrenin aktivasyon fonksiyonu ve hücre çıktısıdır. Girişler, dışarıdan ya da diğer bir sinir hücresinden gelen bilgiyi sinire getirir. Ağırlıklar, gelen bilginin önemini ve hücredeki etkinlik derecesini belirleyen değişken ya da sabit değerler alabilen katsayılardır. Eğer bu ağırlık değeri büyük bir değer ise gelen bilginin ağıdaki önemini fazla olduğunu, eğer küçük bir değer ise ağıdaki önemini küçük ya da önemsiz olduğunu ifade eder. Ağın öğrenmesi, ağırlıkların değiştirilmesiyle gerçekleşir. Toplama fonksiyonu, sinir hücresindeki girişler tarafından alınan bilgiyi her bir giriş değerine karşılık gelen ağırlıklarla çarpımının toplamına bias değerinin de eklenmesiyle hücrenin net girdisini Eşitlik (55)’deki gibi elde eder.

$$net\ girdi = \sum_{i=1}^m x_i w_{ij} + b_j \quad (55)$$

Burada x_i girişleri , w_{ij} her bir giriş karşılık gelen ağırlık değerlerini, b_j ise bias değerine karşılık gelmektedir. Aktivasyon fonksiyonu, toplama fonksiyonu sonucu oluşan net girdi verisini işleyip veriye karşılık gelen çıktı verisini belirler. Hücre çıktısı ise oluşan net çıkış verisini başka bir sinir hücresine ya da dış ortama aktarır (Öztemel, 2003).

1.7.5.2. Yapay Sinir Ağının Yapısı

Yapay sinir ağları en az üç katmandan oluşur. Bunlar giriş katmanı, ara katman ve çıkış katmanıdır. Giriş katmanı, dış ortamdan alınan bilginin ara katmana iletilmesini sağlar. Ara katman, alınan bilginin işlenerek çıktı katmanına iletilmesini sağlar. Karmaşık problemlerin çözülmesi işlemlerinde ara katman sayısı birden fazla seçilebilir. Çıkış katmanı ise işlenerek gelen bilgiye uygun sonuç üreterek bu bilgiyi dış ortama aktaran katmandır (Şekil 7).



Şekil 7. Yapay sinir ağının genel yapısı

1.7.5.3. Yapay Sinir Ağı Türleri

Yapay sinir ağları mühendislik, tıp, ekonomi vb. birçok alanda uygulanan bir yöntem olduğu için karşılaşılan problemin çözümüne göre de farklı yapılarda çeşitliliğe sahiptirler. Bunlar ağın yapısına, öğrenme yöntemine ve katman sayısına göre değişiklik göstermektedir.

Ağın yapısına göre incelendiğinde ileri beslemeli ve geri beslemeli olarak ikiye ayrılırlar. İleri beslemeli ağlar, dışarıdan verilen bilginin giriş katmanından çıkış katmanına doğru sadece ileri yönde işlenmesidir. Geri beslemeli ağlarda ise hem ileri yönde hem de geri yönde bir bilgi işleme söz konusudur.

Öğrenme yöntemlerine göre incelendiğinde öğretmenli, öğretmensiz ve destekleyici öğrenme olmak üzere üçe ayrılırlar. Öğretmenli öğrenmede ağa girdi ve çıktı verileri birlikte verilir. Çıkış katmanını sonucu üretilen veri ile gerçek veri karşılaştırılıp hata değeri

kabul edilebilir değerde ise işlem sonlandırılır ama değil ise ağırlıklar yeniden düzenlenerek işlem tekrar edilir. Öğretmensiz öğrenme, ağa sadece girdi verilerinin verilip kendi kendine öğrenmesi istenilir. Destekleyici öğrenme ise ağın öğrenmesine yardımcı olmak için gösterilen girdi verisine karşılık çıktı verisi oluşturmasını bekler ve oluşturulan çıktı verisinin doğru ya da yanlış olduğunu gösteren sinyal üreterek ağırlıkların tekrar düzenlenmesini sağlar.

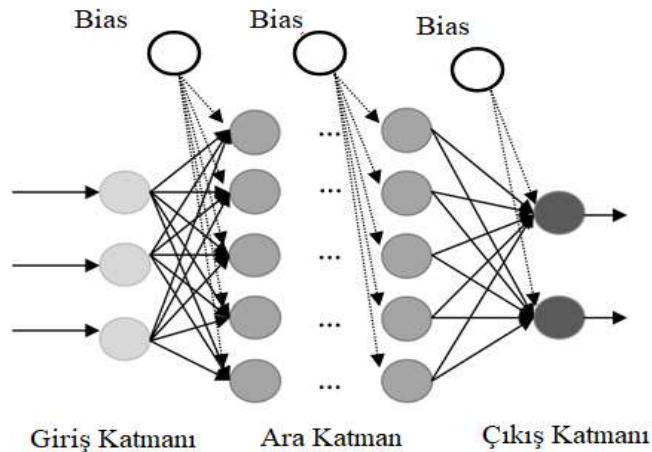
Katman sayılarına göre ise tek katmanlı ya da çok katmanlı YSA'lar olmak üzere ikiye ayrılırlar (Öztemel, 2003).

1.7.5.4. Yapay Sinir Ağ Modelleri

Bu tez çalışmasında ağ modellerinden tahmin amaçlı kullanılan ileri beslemeli ağlardan çok katmanlı algılayıcılar, radyal tabanlı fonksiyon ağları ve genelleştirilmiş regresyon ağları ele alınmıştır.

1.7.5.4.1. Çok Katmanlı Algılayıcılar (ÇKA)

Bir giriş ve çıkış katmanı, bir veya daha fazla ara katmandan oluşan, tek katmanlı algılayıcıların doğrusal olmayan problemlere çözüm sağlayamamasından dolayı geliştirilen bir modeldir. Bu modele aynı zamanda hata yayma modeli de denilmektedir (Haykin, 1999). Çok katmanlı algılayıcıların genel yapısı Şekil 8'de görüldüğü gibidir.

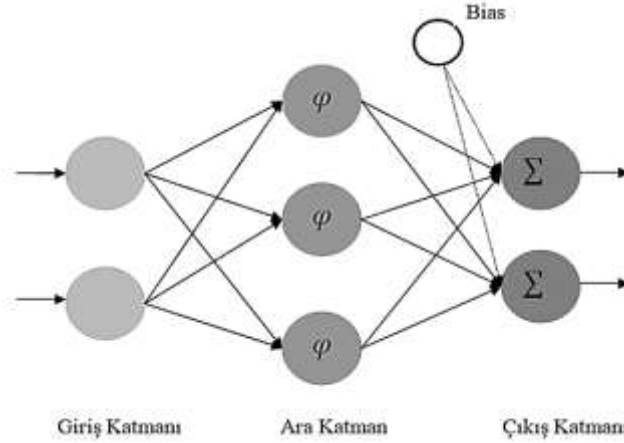


Şekil 8. Çok katmanlı algılayıcıların yapısı

Öğrenme yöntemlerinden öğretmenli öğrenmeyi, öğrenme kurallarından ise delta öğrenme kuralını kullanır ve amaçlanan gerçek çıktı verisiyle üretilen çıktı verisi arasındaki hatayı en aza indirmektir. Dış ortamdan giriş katmanına gelen veri burada hiçbir işlem göremeden ara katmana iletilir. Ara katmanda, gelen veri işlenerek çıkış katmanına iletilir ve uygun bir çıktı verisi elde edilir. Gerçek veriyle çıktı verisi karşılaştırılarak hata değeri düşürülmeye çalışılır ve geriye doğru hesaplama yapılarak bu hata ağırlık değerlerine dağıtılır (Öztemel, 2006).

1.7.5.4.2. Radyal Tabanlı Fonksiyon Ağları (RTYSA)

Radyal tabanlı yapay sinir ağları diğer ağ türlerinde olduğu gibi üç katmandan oluşmakta fakat diğerlerinden farklı olarak birden fazla ara katman sayısına sahip değildir (Şekil 9). Ara katman girdi katmanından gelen bilgiye doğrusal olmayan bir dönüşüm uygulayarak çıkış katmanına iletir. Çıkış katmanında ise gelen bilgiye doğrusal bir dönüşüm uygulanır (Haykin, 1999).



Şekil 9. Radyal tabanlı yapay sinir ağ yapısı

RTYSA da aktivasyon fonksiyonu için genellikle Gauss fonksiyonu kullanılmaktadır.

$$\varphi_i(s_i) = \exp\left(-\frac{\|s_i - c_i\|^2}{\sigma_i}\right) \quad (56)$$

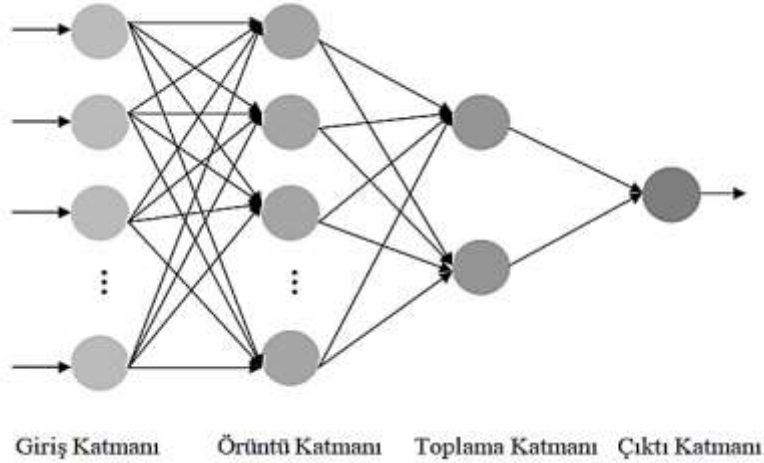
Bu eşitlikte; φ_i aktivasyon fonksiyonunu, s girdi vektörünü, c ara katmanın merkezini ve σ dağılım parametresini göstermektedir. En genel haliyle bir RTYSA,

$$F_m = \sum_{i=1}^L \varphi_i(s_i)w_{i,m} + w_{0,m} \quad (57)$$

eşitliği ile ifade edilmektedir ve burada m indeks numarasını, L örneklem sayısını, $w_{i,m}$ ara katman ile çıktı katmanı arasındaki ağırlığı, $w_{0,m}$ bias değerini göstermektedir (Xie vd., 2011).

1.7.5.4.3. Genelleştirilmiş Regresyon Yapay Sinir Ağları (GRYSA)

İleri beslemeli yapay sinir ağının bir türü olan genelleştirilmiş regresyon sinir ağları dört katmandan oluşmaktadır. İlk katman dışarıdan gelen bilgiyi diğer katmanlara ileten girdi katmanıdır. Diğer YSA modellerinden farklı olarak bu sinir ağı örüntü ve toplama katmanından oluşmaktadır (Şekil 10).



Şekil 10. Genelleştirilmiş regresyon yapay sinir ağı yapısı

Örüntü katmanı doğrusal olmayan bir aktivasyon fonksiyon kullanarak (genellikle üstel fonksiyon tercih edilir) mesafe ve dağılım parametresini ile ağırlık değerlerini hesaplar ve toplama katmanına iletir. Örüntü katmanından gelen ağırlık vektörü ve vektörlerin oluşturduğu sinyaller arasında bir iç çarpım yapar ve pay-payda nöron değerleri

hesaplanarak çıkış katmanına gönderilir. Çıkış katmanında pay nöronundaki değer payda nöronundaki değere bölünerek hesaplanan çıktı değeri elde edilir. Bir girdi vektörü için GRYSA çıktısı aşağıdaki gibi hesaplanır (Specht, 1991; Oral vd., 2017; Konakoğlu ve Çakır, 2018).

$$\hat{y}(x) = \frac{\sum_{i=1}^n w^i \exp(-\frac{D_i^2}{2\sigma^2})}{\sum_{i=1}^n \exp(-\frac{D_i^2}{2\sigma^2})} \quad (58)$$

$$D_i^2 = (x - x_i)^T (x - x_i) \quad (59)$$

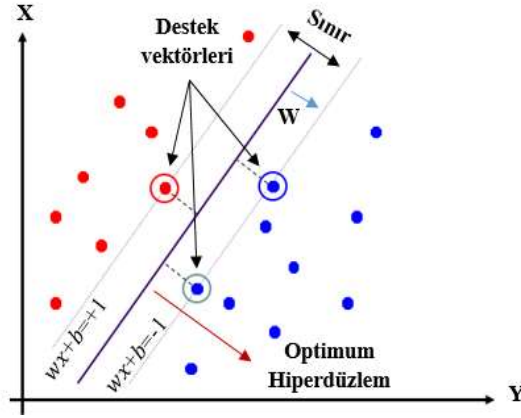
Eşitlik (58)'de n örneklem sayısını, w ağırlık değerlerini, D_i^2 mesafe fonksiyonunu, σ dağılım parametresini ifade etmektedir.

1.7.6. Destek Vektör Makineleri (DVM)

Destek vektör makineleri Vapnik tarafından geliştirilen sınıflandırma ve regresyon analizlerinde kullanılan istatistiksel bir yöntemidir. Yöntemin çalışma prensibi, iki farklı veriyi birbirinden en iyi şekilde ayıracak karar fonksiyonunu elde etmek yani verileri birbirinden ayıracak bir hiperdüzlem oluşturmaktır. Destek vektör makinelerinde kullanılan veriler üç farklı şekilde incelenmektedir. Bunlar doğrusal ayrılabilen veriler, tam olarak doğrusal ayrılamayan veriler ve doğrusal ayrılamayan verilerdir (Vapnik, 2000; Kavzoğlu ve Çölkesen, 2010; Erdal, 2011).

1.7.6.1. Doğrusal Ayrılabilen Veriler İçin DVM

Destek vektör makineleri ile sınıflandırma çoğunlukla $\{-1, +1\}$ sınıf etiketleriyle yapılmaktadır. Şekil 11'de görülen iki farklı veriyi birbirinden ayırabilecek çok sayıda hiperdüzlem oluşturulabilir fakat DVM amaç, bu iki veriyi temsil eden iki nokta arasındaki uzaklığın maksimum olduğu bir hiperdüzlem oluşturmaktır. Maksimum uzaklık olarak adlandırılan sınır genişliğini oluşturan bu noktalara da destek vektörleri denilmektedir.



Şekil 11. Doğrusal ayrılabilen veriler için hiperdüzlem

Bir hiperdüzlem denklemini $wx + b = 0$ şeklinde gösterebiliriz. Bu denklemde x girdi vektörünü, w ağırlık vektörünü ve b bias değerini göstermektedir. Veriler arasındaki en uygun maksimum uzaklığa sahip hiperdüzlemin bulunabilmesi için destek vektörlerinin oluşturduğu hiperdüzlem eşitliklerinin bilinmesi gerekmektedir. Bu eşitlikler aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$wx + b = \pm 1 \quad \forall y = \pm 1 \quad (60)$$

Destek vektörlerinin hiperdüzleme olan uzaklığı olan d (marjin) mesafesinin maksimum olabilmesi için,

$$d = \frac{|wx+b|}{\|w\|} = \frac{1}{\|w\|} \quad (61)$$

$$\min[0.5\|w\|^2] \quad (62)$$

olması gerekmektedir ve buna bağlı olarak kısıtlamalar ise,

$$y_i(wx_i + b) \geq 1 \quad (63)$$

şeklinde olmakta ve bu eşitsizlik, Eşitlik (64)'deki Lagrange denklemiyle çözümlenmektedir.

$$L(w, b, a) = \frac{1}{2} \|w\|^2 - \sum_{i=1}^m a_i [y_i (wx_i + b) - 1] \quad (64)$$

Yukarıdaki denklemde yer alan a , Lagrange katsayıları bulunduktan sonra verilerin birbirinden doğrusal olarak ayrılması için aşağıdaki karar fonksiyonu oluşturulur (Cortes ve Vapnik, 1995; Osuna vd., 1997; Kavzoğlu ve Çölkesen, 2010).

$$f(x) = \text{sign}(\sum_{i=1}^m a_i y_i (x \cdot x_i) + b) \quad (65)$$

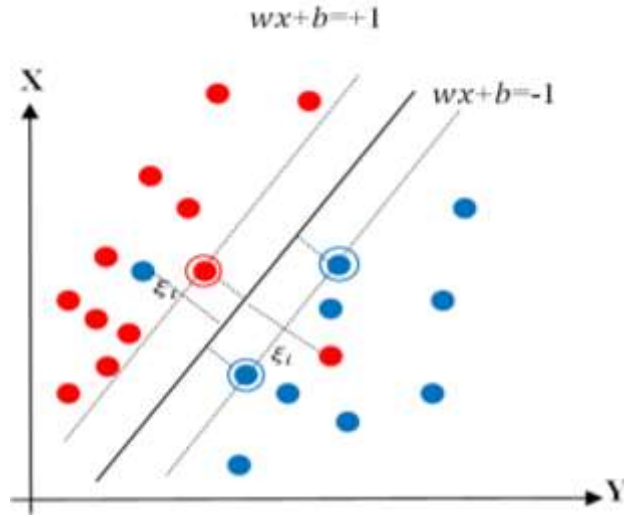
1.7.6.2. Tam Olarak Doğrusal Ayrılamayan Veriler İçin DVM

Veriler birbirinden bazen doğrusal bir şekilde tam olarak ayrılamamaktadır (Şekil 12). Bu durumda yapılması gereken verileri minimum hata ile ayırmaya gitmektir. Doğrusal ayrılabilen veriler için geçerli olan Eşitlik (63)'deki kısıt değerine bir x_i noktasının sınırdan olan sapma uzaklığına ξ gevşek değeri eklenir ve sınır genişliğinin maksimum olabilmesi için Eşitlik (66)'daki şartın sağlanması gerekmektedir.

$$\min[0.5\|w\|^2 + C \sum_{i=1}^m \xi_i] \quad (66)$$

$$y_i (wx_i + b) \geq 1 - \xi_i \quad (67)$$

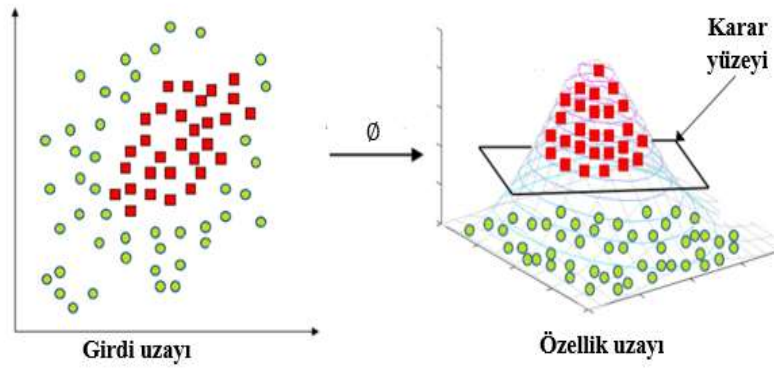
Buradaki ξ değeri 0 ise veri doğru sınıflandırılmıştır; $0 < \xi < 1$ arasında ise ayrılamamazlık durumunu ifade eder; $\xi \geq 1$ ise yanlış sınıflandırılmıştır. C, düzenleme parametresi olarak adlandırılır yani sınıflandırma hatalarının en az olmasını ve maksimum sınırın elde edilmesinde rol oynamaktadır (Osuna vd., 1997; Yıldız, 2011; Ateş, 2014).



Şekil 12. Tam olarak doğrusal ayrılamayan veriler için hiperdüzlem

1.7.6.3. Doğrusal Ayrılamayan Veriler İçin DVM

DVM kullanılan veriler çoğunlukla doğrusal olarak ayrılamayan verilerden oluşmaktadır. Bu tip problemlerin çözümü için çekirdek (kernel) fonksiyonları kullanılmaktadır. Böylece veriler düşük boyutlu uzaydan yüksek boyutlu Hilbert uzayına taşınır (Şekil 13).



Şekil 13. Çekirdek fonksiyonuyla hiperdüzlemin oluşturulması (URL-2)

Böylece girdi uzayındaki x vektörü bir yüksek boyutlu $\phi(x)$ dönüşür ve hiperdüzlem fonksiyonu ve ağırlık vektörü yeniden düzenlenirse Eşitlik (68) ve Eşitlik (69)'daki gibi olmaktadır.

$$w = \sum_{i=1}^m y_i a_i \phi(x_i) \quad (68)$$

$$f(x) = \sum_{i=1}^m y_i a_i (\phi(x)\phi(x_i)) + b \quad (69)$$

Eşitlik (69)'da yer alan $(\phi(x)\phi(x_i))$ iç çarpımı çekirdek (kernel) fonksiyonlarını ifade etmektedir. Yaygın olarak kullanılan çekirdek fonksiyonlarından polinom çekirdek fonksiyonu Eşitlik (71)'de, radyal tabanlı çekirdek fonksiyonu Eşitlik (72)'de gösterilmektedir.

$$K(x, x_i) = \phi(x)\phi(x_i) \quad (70)$$

$$K(x, x_i) = e^{-\lambda \|x-x_i\|^2} \quad (71)$$

$$K(x, x_i) = ((x - x_i) + 1)^p \quad (72)$$

Eşitliklerde yer alan λ değeri kernel boyutunu, p ise polinomun derecesini ifade etmektedir.

Karar fonksiyonunun oluşması için a Lagrange katsayılarının bulunması gerekmektedir. Eşitlik (74)'ün türevi alınıp sıfıra eşitlendikten sonra bulunan katsayılar Eşitlik (69)'da yerine yazılarak hiperdüzlem elde edilir (Vapnik, 2000; Erdal, 2011).

$$\sum_{i=1}^m y_i a_i = 0 \text{ ve } 0 \leq a_i \leq C \quad i = 1, \dots, m \quad (73)$$

$$L(a) = \sum_{i=1}^m a_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m a_i a_j y_i y_j K(x_i, x_j) \quad (74)$$

1.7.6.4. En Küçük Kareler Destek Vektör Makineleri (EKK-DVM)

En küçük kareler destek vektör makineleri Suyken ve Vandewalle tarafından önerilen standart DVM'nin farklı bir çeşididir. Standart DVM'de doğrusal olmayan veriler çekirdek fonksiyonları kullanılarak bir üst uzaya taşınır ve verilerin birbirlerinden ayrılmasını sağlayan düzleme karesel programlama probleminin çözümüyle ulaşılır. EKK-DVM'de ise doğrusal denklem seti kullanılmaktadır. EKK-DVM'de aranan minimum şart ve kısıtlama,

$$\min \left[0.5 \|w\|^2 + \frac{c}{2} \sum_{i=1}^m \xi_i^2 \right] \quad (75)$$

$$y_i [w\phi(x_i) + b] = 1 - \xi_i \quad (76)$$

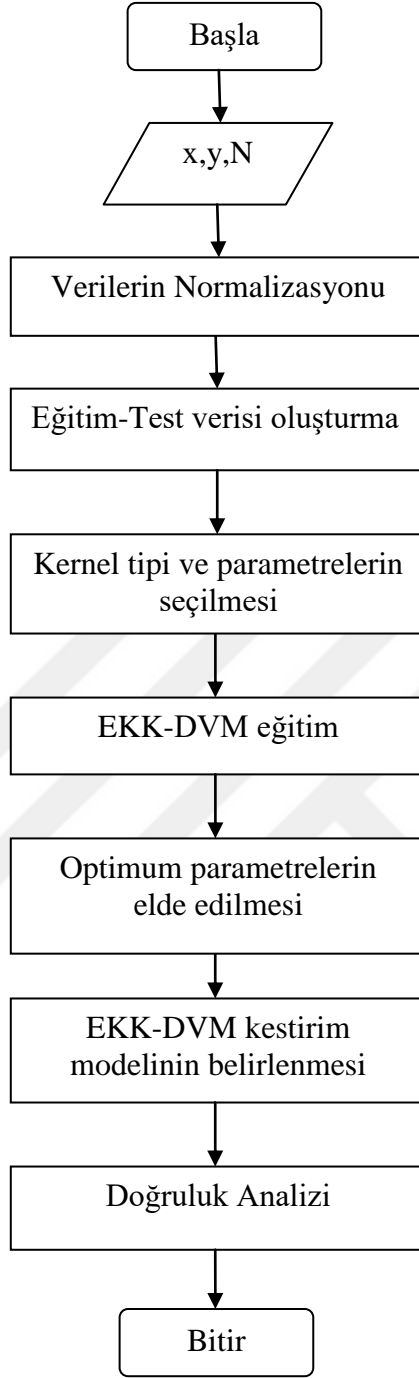
şeklindedir ve Lagrange denklemi aşağıdaki gibi çözümlenmektedir.

$$L(w, b, a) = \frac{1}{2} \|w\|^2 + \frac{c}{2} \sum_{i=1}^m \xi_i^2 - \sum_{i=1}^m a_i [y_i (wx_i + b) - 1 + \xi_i] \quad (77)$$

Eşitlik (77)'deki a_i lagrange çarpanları standart DVM'de sadece pozitif değer alırken EKK-DVM'de hem pozitif hem de negatif değerler almaktadır. Problemin çözümlenmesinden sonra karar fonksiyonu aşağıdaki eşitlikteki gibi olmaktadır (Suyken ve Vandewalle, 1999; Yıldız, 2011).

$$f(x) = \text{sign}(\sum_{i=1}^m a_i y_i K(x, x_i) + b) \quad (78)$$

EKK-DVM'ye ait akış şeması Şekil 14'de gösterilmektedir.



Şekil 14. EKK-DVM akış şeması

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

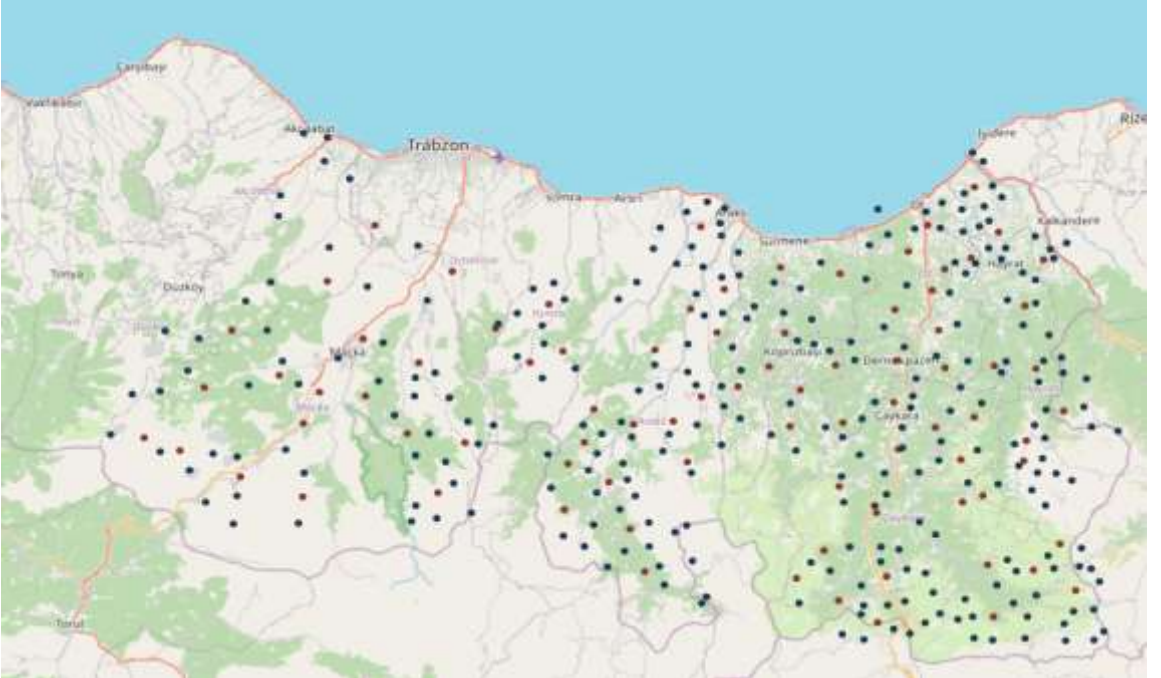
Bu çalışmada kullanılan Trabzon iline ait veriler, Tapu ve Kadastro IX. Bölge Müdürlüğü tarafından yapılan çalışmalar kapsamında oluşturulan C3 dereceli noktalar. Yaklaşık olarak 4700 km²'lik alana dağılmış 455 adet noktanın ortometrik yükseklik değerleri, GNSS ölçümleri sonrasında elde edilen ITRF96 koordinat sisteminde sağa ve yukarı değerleri ile elipsoid yükseklik değerleri mevcuttur. Uygulama alanındaki tüm noktalara Tau yöntemi ile uyumsuz ölçü testi uygulanarak uyumsuz nokta olmadığı görülmüştür. Bu veriler Excel ortamında düzenlenerek her bir noktaya ait jeoid yükseklik değerleri Eşitlik (4) ile elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yüksekliklerin farkı alınarak hesaplanmıştır. Çalışma sahası oldukça eğilimli bir topografyaya sahip olduğundan jeoid yükseklik değerleri 24.597-30.692m arasında değişmektedir. (Şekil 17).

Çalışma bölgesinde bulunan noktalar, tezde kullanılan yöntemlerin doğruluklarını değerlendirmek amacı ile dayanak ve test noktaları olarak ayrılmıştır. Ayrıca dayanak nokta sayısının jeoidi modellemeye etkisini görmek için de 455 adet noktadan 85 adedi test noktası, geriye kalan noktalardan 370 ve 270 adedi de dayanak noktası olacak biçimde iki farklı model belirlenmiştir. Dayanak noktalarının belirlenmesinde noktaların homojen dağılımında olmasına ve araziyi iyi temsil edecek yerlerde olmasına dikkat edilmiştir. Nokta dağılımlarına göre oluşturulan Model 1 ve Model 2, Şekil 15 ve Şekil 16'da gösterilmektedir.

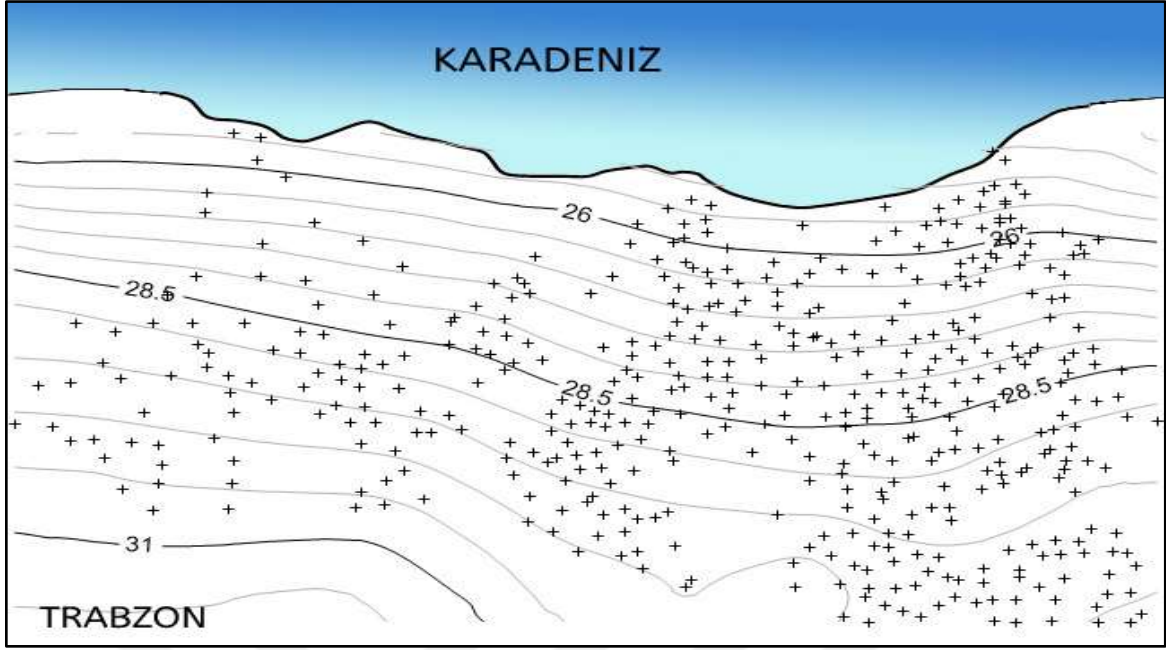
Yapılan çalışmada jeoidi modellemede kullanılan polinomlar, RTF, kriging, YSA, EKK-DVM ve ÇDURE yöntemleri için MATLAB (R2018b) programında kodlar yazılmış, dayanak ve test noktalarına ait jeoid yükseklik değerlerinden elde edilen istatistiksel değerlere göre kullanılan yöntemlerden hangisinin daha iyi duyarlılıkta sonuç verdiği tespit edilmeye çalışılmıştır.



Şekil 15. Model 1 nokta dağılımı



Şekil 16. Model 2 nokta dağılımı



Şekil 17. Çalışma alanının yerel jeoid modeli

2.1. Polinomlar ile Enterpolasyon Yöntemi Uygulaması

Bu yöntemde çalışma bölgesi dayanak nokta sayısına bağlı olarak iki farklı durumda incelenmiştir. Yöntemin uygulamasında ortogonal ve ortogonal olmayan polinomlar kullanılmıştır. Polinom dereceleri birden başlanarak arttırılmış ve elde edilen sonuçlar karesel ortalama hata (KOH), belirlilik katsayısı (R^2) ve düzeltilmiş belirlilik katsayısı (\bar{R}^2) gibi istatistiksel parametrelerle değerlendirilmiştir:

$$KOH = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (N_{gerçek} - N_{hesaplanan})^2} \quad (79)$$

$$R^2 = \left(\frac{\sum_{i=1}^n (N_{gerçek} - \bar{N}_{gerçek})(N_{hesaplanan} - \bar{N}_{hesaplanan})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (N_{gerçek} - \bar{N}_{gerçek})^2 \sum_{i=1}^n (N_{hesaplanan} - \bar{N}_{hesaplanan})^2}} \right)^2 \quad (80)$$

$$\bar{R}^2 = 1 - \left[\frac{(n-1)}{(n-u)} (1 - R^2) \right] \quad (81)$$

Eşitlik (79-81)'de yer alan n örneklem sayısını, u polinomdaki bilinmeyen parametre sayısını, $\bar{N}_{gerçek}$ ve $\bar{N}_{hesaplanan}$ jeoid yükseklik değerlerinin ortalamasını göstermektedir.

Eşitlik (5) ve Eşitlik (9) kullanarak oluşturulan polinom yüzeyindeki bilinmeyen katsayılar EKK ilkesine göre çözümlenmiş ve elde edilen katsayıların anlamlı olup olmadığına karar vermek için %95 güven aralığında istatistiksel t testi uygulanmıştır. Test sonunda anlamsız çıkan parametreler polinomdan silinerek dayanak noktalarıyla oluşturulan polinom yüzeyinden test noktalarına ait jeoid yükseklik değerleri hesaplanmıştır.

Çalışma bölgesi için oluşturulan Model 1, ortogonal ve ortogonal olmayan polinomlar ile incelenmiştir. Ortogonal polinom yüzeyleriyle enterpolasyon için Tablo 2'deki sonuçlara göre dayanak noktalarına ait KOH değerleri 13.71cm ile 23.97cm arasında, test noktalarına ait KOH değerleri 14.72cm ile 25.09cm arasında değişmektedir. Test noktalarına ait belirlilik ve düzeltilmiş belirlilik katsayıları da incelendiğinde hesaplanan en iyi jeoid yükseklik değerleri yedinci dereceden ortogonal polinomlar ile elde edilmektedir. Eşitlik (5)'e göre bu yüzey, toplamda otuz altı polinom katsayısından oluşmaktadır fakat yapılan parametre anlamlılık testi neticesinde sekiz polinom katsayısı anlamsız kabul edilip polinomdan çıkarılmıştır. Elde edilen polinom yüzeyi denklemi Eşitlik (82)'de gösterildiği gibidir.

$$\begin{aligned}
 N(x, y) = & a_0 + a_1y + a_2y^2 + a_3y^3 + a_6y^6 + a_7y^7 + a_{10}x + a_{11}xy + a_{12}xy^2 \\
 & + a_{13}xy^3 + a_{15}xy^5 + a_{16}xy^6 + a_{20}x^2 + + a_{21}x^2y \\
 & + a_{23}x^2y^3 + a_{25}x^2y^5 + a_{30}x^3 + a_{31}x^3y + a_{32}x^3y^2 + a_{33}x^3y^3 \\
 & + a_{34}x^3y^4 + a_{40}x^4 + a_{41}x^4y + a_{42}x^4y^2 + a_{43}x^4y^3 + a_{51}x^5y \\
 & + a_{60}x^6 + a_{70}x^7
 \end{aligned} \tag{82}$$

Tablo 2. Model 1 için ortogonal polinom yüzeyleriyle elde edilen sonuçlar

Pol. Der.	Veri	Min (cm)	Max (cm)	KOH (cm)	R^2	\bar{R}^2
2.derece	Dayanak	-86.79	100.4	23.97	0.9726	0.9723
	Test	-66.98	61.93	25.09	0.9661	0.9643
3.derece	Dayanak	-67.78	78.76	16.78	0.9865	0.9862
	Test	-52.23	67.47	18.09	0.9826	0.9808
4.derece	Dayanak	-70.41	79.49	15.62	0.9883	0.9880
	Test	-40.97	67.78	16.57	0.9835	0.9831
5.derece	Dayanak	-70.41	79.49	15.62	0.9883	0.9880
	Test	-40.97	67.78	16.57	0.9835	0.9831
6.derece	Dayanak	-73.07	76.45	14.18	0.9904	0.9899
	Test	-42.42	61.69	15.42	0.9874	0.9842
7.derece	Dayanak	-67.56	73.28	13.71	0.9910	0.9903
	Test	-36.66	59.66	14.72	0.9885	0.9830

Ortogonal olmayan polinom yüzeyleriyle enterpolasyon için ise Tablo 3'deki sonuçlara göre dayanak noktalarına ait KOH değerleri 13.44cm ile 22.94cm arasında, test noktalarına ait KOH değerleri 13.81cm ile 23.10cm arasında değişmektedir. Test noktalarına ait belirlilik ve düzeltilmiş belirlilik katsayıları da incelendiğinde hesaplanan en iyi jeoid yükseklik değerleri altıncı dereceden ortogonal olmayan polinomlarla elde edilmektedir. Eşitlik (9)'a göre bu yüzey, toplamda kırk dokuz polinom katsayısından oluşmaktadır fakat yapılan parametre anlamlılık testi neticesinde yirmi bir polinom katsayısı anlamsız kabul edilip polinomdan çıkarılmıştır. Elde edilen polinom yüzeyi denklemi Eşitlik (83)'de gösterildiği gibidir.

$$\begin{aligned}
N(x, y) = & a_0 + a_1y + a_2y^2 + a_3y^3 + a_4y^4 + a_5y^5 + a_{10}x + a_{11}xy \\
& + a_{13}xy^3 + a_{15}xy^5 + a_{16}xy^6 + a_{20}x^2 + a_{21}x^2y + a_{30}x^3 \\
& + a_{32}x^3y^2 + a_{40}x^4 + a_{42}x^4y^2 + a_{43}x^4y^3 + a_{44}x^4y^4 + a_{45}x^4y^5 \\
& + a_{46}x^4y^6 + a_{50}x^5 + a_{51}x^5y + a_{54}x^5y^4 + a_{60}x^6 + a_{61}x^6y \\
& + a_{62}x^6y^2 + a_{63}x^6y^3 + a_{64}x^4y^4
\end{aligned} \tag{83}$$

Tablo 3. Model 1 için ortogonal olmayan polinom yüzeyleriyle elde edilen sonuçlar

Pol. Der.	Veri	Min (cm)	Max (cm)	KOH (cm)	R^2	\bar{R}^2
2.derece	Dayanak	-80.5	102.04	22.94	0.9749	0.9745
	Test	-54.09	54.95	23.10	0.9714	0.9695
3.derece	Dayanak	-72.39	77.97	15.88	0.9879	0.9876
	Test	-47.29	63.14	16.69	0.9850	0.9830
4.derece	Dayanak	-71.97	81.72	15.27	0.9888	0.9884
	Test	-38.14	65.01	16.17	0.9861	0.9833
5.derece	Dayanak	-72.39	75.40	13.87	0.9908	0.9902
	Test	-40.66	58.43	14.98	0.9878	0.9837
6.derece	Dayanak	-69.70	70.57	13.44	0.9913	0.9907
	Test	-38.28	54.21	13.81	0.9899	0.9851

Model 2 için ortogonal polinom yüzeyleriyle enterpolasyon yönteminde Tablo 4'deki sonuçlara göre dayanak noktalarına ait KOH değerleri 12.48cm ile 24.03cm arasında, test noktalarına ait KOH değerleri 14.84cm ile 25.45cm arasında değişmektedir. Test noktalarına ait belirlilik ve düzeltilmiş belirlilik katsayıları da incelendiğinde hesaplanan en iyi jeoid yükseklik değerleri yedinci dereceden ortogonal polinomlar ile elde edilmektedir. Eşitlik (5)'e göre bu yüzey, toplamda otuz altı polinom katsayısından oluşmaktadır fakat yapılan parametre anlamlılık testi neticesinde on üç polinom katsayısı anlamsız kabul edilip polinomdan çıkarılmıştır. Elde edilen polinom yüzeyi denklemi Eşitlik (84)'de gösterildiği gibidir.

$$\begin{aligned}
N(x, y) = & a_0 + a_1y + a_2y^2 + a_3y^3 + a_5y^5 + a_6y^6 + a_7y^7 + a_{10}x \\
& + a_{11}xy + a_{12}xy^2 + a_{13}xy^3 + a_{15}xy^5 + a_{16}xy^6 + a_{20}x^2 \\
& + a_{21}x^2y + a_{22}x^2y^2 + a_{25}x^2y^5 + a_{32}x^3y^2 + a_{34}x^3y^4 \\
& + a_{41}x^4y + a_{51}x^5y + a_{60}x^6 + a_{70}x^7
\end{aligned} \tag{84}$$

Tablo 4. Model 2 için ortogonal polinom yüzeleriyle elde edilen sonuçlar

Pol. Der.	Veri	Min (cm)	Max (cm)	KOH (cm)	R^2	\bar{R}^2
2.derece	Dayanak	-78.10	99.06	24.03	0.9754	0.9751
	Test	-59.46	58.80	25.45	0.9663	0.9646
3.derece	Dayanak	-62.38	75.98	16.44	0.9885	0.9881
	Test	-50.03	62.60	18.30	0.9824	0.9805
4.derece	Dayanak	-45.46	76.03	15.06	0.9903	0.9900
	Test	-43.68	60.29	17.02	0.9847	0.9827
5.derece	Dayanak	-37.49	74.37	14.22	0.9914	0.9910
	Test	-45.64	65.35	16.46	0.9858	0.9835
6.derece	Dayanak	-39.82	74.51	12.83	0.9930	0.9924
	Test	-46.41	52.33	15.40	0.9877	0.9841
7.derece	Dayanak	-37.31	72.66	12.48	0.9933	0.9927
	Test	-43.67	52.90	14.84	0.9885	0.9845

Ortogonal olmayan polinom yüzeleriyle enterpolasyon için ise Tablo 5'deki sonuçlara göre dayanak noktalarına ait KOH değerleri 11.21cm ile 22.56cm arasında, test noktalarına ait KOH değerleri 14.44cm ile 23.65cm arasında değişmektedir. Test noktalarına ait belirlilik ve düzeltilmiş belirlilik katsayıları da incelendiğinde hesaplanan en iyi jeoid yükseklik değerleri yedinci dereceden ortogonal olmayan polinomlarla elde edilmektedir. Eşitlik (9)'a göre bu yüzey, toplamda altmış dört polinom katsayısından oluşmaktadır fakat yapılan parametre anlamlılık testi neticesinde yirmi yedi polinom katsayısı anlamsız kabul edilip polinomdan çıkarılmıştır. Elde edilen polinom yüzeyi denklemi Eşitlik (85)'de gösterildiği gibidir.

$$\begin{aligned}
N(x, y) = & a_0 + a_1y + a_2y^2 + a_3y^3 + a_4y^4 + a_5y^5 + a_{10}x + a_{14}xy^4 \\
& + a_{16}xy^6 + a_{17}xy^7 + a_{20}x^2 + a_{21}x^2y + a_{24}x^2y^4 + a_{25}x^2y^5 \\
& + a_{26}x^2y^6 + a_{30}x^3 + a_{31}x^3y + a_{32}x^3y^2 + a_{33}x^3y^3 + a_{34}x^3y^4 \\
& + a_{35}x^3y^5 + a_{37}x^3y^7 + a_{41}x^4y + a_{42}x^4y^2 + a_{44}x^4y^4 + a_{46}x^4y^6 \\
& + a_{47}x^4y^7 + a_{51}x^5y + a_{52}x^5y^2 + a_{53}x^5y^3 + a_{55}x^5y^5 + a_{57}x^5y^7 \\
& + a_{65}x^6y^5 + a_{66}x^6y^6 + a_{67}x^6y^7 + a_{70}x^7 + a_{73}x^7y^3
\end{aligned} \quad (85)$$

Tablo 5. Model 2 için ortogonal olmayan polinom yüzeyleriyle elde edilen sonuçlar

Pol. Der.	Veri	Min (cm)	Max (cm)	KOH (cm)	R^2	\bar{R}^2
2.derece	Dayanak Test	-64.67	102.20	22.56	0.9783	0.9778
		-57.49	51.58	23.65	0.9709	0.9686
3.derece	Dayanak Test	-54.07	77.30	15.24	0.9901	0.9897
		-45.62	58.57	16.54	0.9855	0.9833
4.derece	Dayanak Test	-39.43	77.57	14.14	0.9915	0.9908
		-44.12	55.77	16.01	0.9866	0.9827
5.derece	Dayanak Test	-38.60	73.89	12.49	0.9933	0.9927
		-45.08	51.74	15.11	0.9881	0.9839
6.derece	Dayanak Test	-40.54	71.22	11.94	0.9939	0.9932
		-45.70	46.33	14.44	0.9892	0.9835
7.derece	Dayanak Test	-41.27	68.84	11.21	0.9946	0.9938
		-42.82	44.22	14.29	0.9894	0.9814

2.2. Radyal Tabanlı Fonksiyonlar ile Enterpolasyon Yöntemi Uygulaması

Radyal tabanlı fonksiyonlar ile enterpolasyon yönteminde multiküadratik ve ince tabakalı splayn fonksiyonları kullanılarak test noktalarına ait jeoid yükseklik değerlerinin doğrulukları karşılaştırılmıştır. Uygulama bölgesi için tüm dayanak noktalarını kullanarak oluşturulan trend yüzeyi olarak üç farklı yüzey seçildi. Multiküadratik ve ince tabakalı splayn fonksiyonlarıyla çalışma bölgesi için oluşturulan iki modelin test noktalarının enterpolasyon sonucu elde edilen doğruluk değerleri Tablo 6 ve Tablo 7’de gösterilmektedir.

Tablo 6’ya baktığımızda nokta dağılıma göre hesaplanan test noktalarının jeoid yüksekliklerinin doğruluğu üçüncü dereceden trend yüzeyi ile daha iyi sonuç vermektedir. Multiküadratik yüzeyi oluştururken kullanılan Q yüzey fonksiyonunda yer alan δ parametresi için Hardy’nin önerdiği formül kullanılmıştır. Tablo 7’de ise trend yüzeyinin derecesinin artırılmasının test noktalarının jeoid yükseklik doğruluğunu çok etkilemediği görülmektedir.

Tablo 6. Multiküadratik fonksiyon ile elde edilen sonuçlar

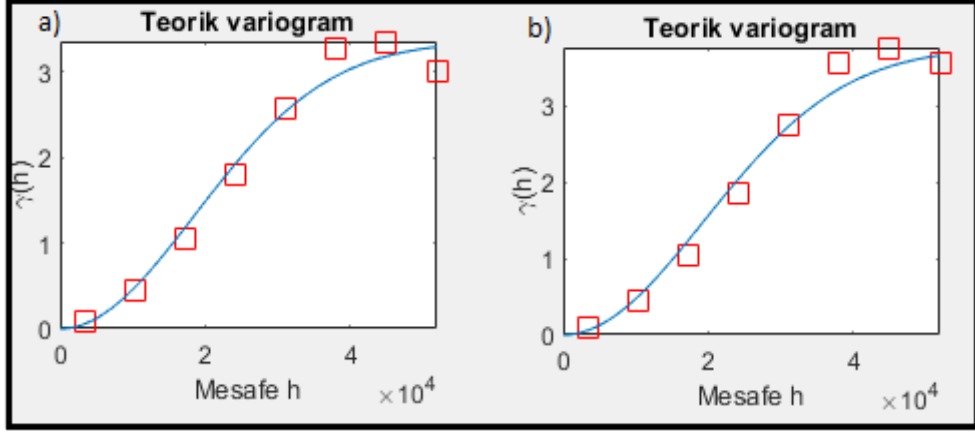
Trend Yüzeyi	1.Derece		2.Derece		3.Derece	
	KOH (cm)	R ²	KOH (cm)	R ²	KOH (cm)	R ²
Model 1	12.31	0.9918	12.34	0.9918	12.29	0.9919
Model 2	13.05	0.9912	13.07	0.9911	12.99	0.9912

Tablo 7. İnce tabakalı splayn fonksiyonu ile elde edilen sonuçlar

Trend Yüzeyi	1.Derece		2.Derece		3.Derece	
	KOH (cm)	R ²	KOH (cm)	Model	KOH (cm)	R ²
Model 1	17.32	0.9836	17.33	0.9836	17.32	0.9836
Model 2	17.18	0.9843	17.18	0.9843	17.18	0.9843

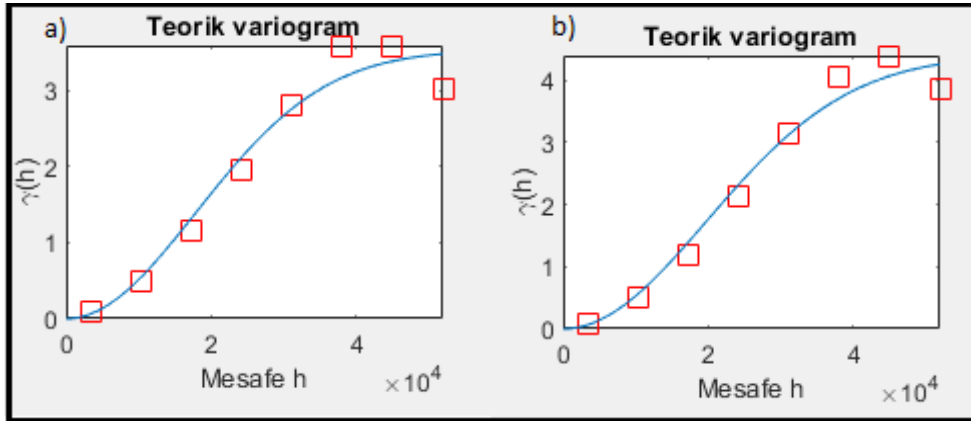
2.3. Kriging Enterpolasyon Yöntemi Uygulaması

Çalışma bölgesinde nokta yoğunluğuna bağlı olarak oluşturulan iki ayrı model için ordinary ve universal kriging yöntemleri uygulanmıştır. Yöntemlerin uygulanmasında MATLAB için Wolfgang Schwanghart tarafından sağlanan açık kaynak kodlarından yararlanılmıştır (Schwanghart, 2010). Ordinary kriging yönteminde gözlemler onaltı gruba ayrılmış, Maksimum mesafenin yarısı dikkate alınarak deneysel ve teorik variogram modelleri; yatay eksen mesafeleri, düşey eksen ise semivaryans değerlerini gösterecek şekilde çizdirilmiştir. Her iki model için gauss teorik variogram modeli kullanılmıştır. Model 1 için tepe varyans değeri 3.355, etki mesafesi 26.155km; Model 2 için ise tepe varyans değeri 3.757, etki mesafesi 27.310km olarak hesaplanmıştır (Şekil 18).



Şekil 18. OK için teorik variogram modelleri: a) Model 1, b) Model 2

Universal kriging yöntemi için ise önce bölgeye uygun trend yüzeyi oluşturulmuştur. Trend yüzeyinden ölçüm değerleri çıkartılarak artık değerler elde edilmiş ve sonrasındaki hesaplama işlemleri ordinary kriging yönteminde olduğu gibi yapılmıştır. Her iki model için gauss teorik variogram modeli kullanılmıştır. Model 1 için birinci dereceden ortogonal olmayan trend yüzeyi geçirilip tepe varyans değeri 3.525, etki mesafesi 25.232km olarak hesaplanmıştır. Model 2 için ise ikinci dereceden ortogonal trend yüzeyi geçirilerek tepe varyans değeri 4.400, etki mesafesi ise 27.913km olarak hesaplanmıştır (Şekil 19).



Şekil 19. UK için teorik variogram modelleri: a) Model 1, b) Model 2

Ordinary ve Universal kriging yöntemiyle çalışma bölgesi için oluşturulan modeller için test noktalarına ait elde edilen KOH ve belirlilik katsayı değerleri aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 8. Kriging yöntemiyle test noktalarında elde edilen sonuçlar

Yöntem	Ordinary Kriging				Universal Kriging			
	Min (cm)	Max (cm)	KOH (cm)	R^2	Min (cm)	Max (cm)	KOH (cm)	R^2
Model 1	-46.62	33.13	13.47	0.9903	-39.14	33.22	13.27	0.9906
Model 2	-51.46	26.33	14.31	0.9891	-52.38	28.37	13.47	0.9905

2.4. ÇDURE Yöntemi Uygulaması

Uygulamanın bu kısmında verileri çok değişkenli uyarlanabilir regresyon eğrileriyle ifade etmek için MATLAB uzantılı bir araç kutusu olan ARESLab (Adaptive Regression Splines toolbox for Matlab/Octave ver. 1.13.0) kullanılmıştır (Jekabsons,2016). ÇDRUE modelinin kurulumu için temel fonksiyon sayısını, bağımsız değişkenlerin birbiriyle etkileşim sayısını ve serbestlik derecesini belirlemek gerekmektedir. Model kurulumu için önce belirtilen sayıda temel fonksiyon oluşturulur sonra budama işlemiyle model karmaşası azaltılarak en küçük GCV değerini veren temel fonksiyonlardan oluşan model elde edilir.

Çalışma bölgesindeki Model 1 için ÇDURE modelinin oluşturulmasında temel fonksiyon sayısı 94, serbestlik derecesi 3, iki tane bağımsız değişken olduğundan etkileşim sayısı 2 olarak seçilmiştir. GCV değeri 0.02022 olan toplamda 23 tane temel fonksiyondan oluşan sonuç model Eşitlik (86)'daki gibi elde edilmiştir. Sonuç modelde yer alan yatay konum bilgisini veren (x,y) bağımsız değişkenlerinden x değişkeninin modele katkısı %100 iken y değişkeninin modele katkısı %75.01 olarak hesaplanmıştır. Bağımsız değişkenlerin önemlilik derecelerine göre oluşturulan temel fonksiyonlar Tablo 9'da gösterilmiştir.

Tablo 9. Model 1 için temel fonksiyonlar

Temel Fonksiyon	Temel Fonksiyon Denklemi
TF1	$\max(0, 0.38759 - x)$
TF2	$\max(0, 0.68159 - y) * \max(0, x - 0.69313)$
TF3	$\max(0, 0.30162 - y)$
TF4	$\max(0, x - 0.38759) * \max(0, 0.92125 - y)$
TF5	$\max(0, y - 0.48251) * \max(0, x - 0.80032)$
TF6	$\max(0, y - 0.48251) * \max(0, 0.80032 - x)$
TF7	$\max(0, y - 0.35468) * \max(0, x - 0.71616)$
TF8	$\max(0, y - 0.35468) * \max(0, 0.71616 - x)$
TF9	$TF1 * \max(0, y - 0.7584)$
TF10	$\max(0, y - 0.68159) * \max(0, 0.28937 - x)$
TF11	$\max(0, 0.68159 - y) * \max(0, x - 0.10985)$
TF12	$\max(0, y - 0.5601) * \max(0, 0.52954 - x)$
TF13	$\max(0, y - 0.66802) * \max(0, 0.28937 - x)$
TF14	$\max(0, 0.82231 - y) * \max(0, x - 0.40123)$
TF15	$\max(0, x - 0.37549) * \max(0, y - 0.82231)$
TF16	$\max(0, x - 0.37549) * \max(0, 0.82231 - y)$
TF17	$\max(0, y - 0.82231) * \max(0, x - 0.31682)$
TF18	$\max(0, y - 0.48251) * \max(0, x - 0.21387)$
TF19	$\max(0, y - 0.48251) * \max(0, 0.25869 - x)$
TF20	$\max(0, y - 0.48251) * \max(0, x - 0.23633)$
TF21	$\max(0, y - 0.68159) * \max(0, 0.17976 - x)$
TF22	$\max(0, x - 0.37549) * \max(0, y - 0.43028)$

$$\begin{aligned}
N = & 29.023 + 8.0397*TF1 - 7.1922*TF2 - 0.67752*TF3 - 69.927*TF4 \\
& - 15.654*TF5 + 15.974*TF6 + 11.541*TF7 - 12.629*TF8 + 48.527*TF9 \\
& - 565.04*TF10 + 7.9207*TF11 - 9.3702*TF12 + 515.52*TF13 \\
& + 27.868*TF14 - 148.34*TF15 + 37.419*TF16 + 88.702*TF17 - 119.93*TF18 \\
& - 43.065*TF19 + 133.61*TF20 + 55.442*TF21 - 16.432*TF22 \quad (86)
\end{aligned}$$

Model 2 için ÇDURE modelinin oluşturulmasında temel fonksiyon sayısı 66, serbestlik derecesi 2, etkileşim sayısı 2 olarak seçilmiştir. GCV değeri 0.01458 olan toplamda 22 tane temel fonksiyondan oluşan sonuç model Eşitlik (87)'deki gibi elde edilmiştir. Sonuç modelde yer alan x değişkeninin modele katkısı %100 iken y değişkeninin modele katkısı %28.44 olarak hesaplanmıştır. Bağımsız değişkenlerin önemlilik derecelerine göre oluşturulan temel fonksiyonlar Tablo 10'da gösterilmiştir.

Tablo 10. Model 2 için temel fonksiyonlar

Temel Fonksiyon	Temel Fonksiyon Denklemi
TF1	$\max(0, x - 0.35502)$
TF2	$\max(0, 0.35502 - x)$
TF3	$\max(0, y - 0.68336) * \max(0, x - 0.52784)$
TF4	$\max(0, y - 0.68336) * \max(0, 0.52784 - x)$
TF5	$\max(0, y - 0.78245)$
TF6	$\max(0, 0.78245 - y) * \max(0, x - 0.13757)$
TF7	$TF1 * \max(0, y - 0.92125)$
TF8	$\max(0, 0.78245 - y) * \max(0, x - 0.052146)$
TF9	$\max(0, 0.78245 - y) * \max(0, 0.052146 - x)$
TF10	$\max(0, y - 0.65859)$
TF11	$\max(0, y - 0.4875)$
TF12	$\max(0, 0.4875 - y) * \max(0, x - 0.70639)$
TF13	$TF1 * \max(0, 0.8329 - y)$
TF14	$TF5 * \max(0, x - 0.84508)$
TF15	$TF5 * \max(0, 0.84508 - x)$
TF16	$\max(0, y - 0.68336) * \max(0, x - 0.84508)$
TF17	$\max(0, 0.68336 - y) * \max(0, x - 0.34941)$
TF18	$TF1 * \max(0, 0.86606 - y)$
TF19	$\max(0, 0.64617 - x) * \max(0, y - 0.42829)$
TF20	$\max(0, y - 0.37995) * \max(0, 0.64617 - x)$
TF21	$\max(0, 0.44 - y)$

$$\begin{aligned}
N = & 27.724 - 10.04*TF1 + 7.373*TF2 + 21.898*TF3 - 39.112*TF4 \\
& - 12.692*TF5 - 47.598*TF6 - 44.928*TF7 + 54.267*TF8 - 212.65*TF9 \\
& + 5.5721*TF10 + 3.8721*TF11 - 15.335*TF12 + 30.661*TF13 - 236.78*TF14 \\
& + 27.167*TF15 + 91.092*TF16 - 12.39*TF17 - 19.109*TF18 + 30.758*TF19 \\
& - 28.059*TF20 - 4.6492*TF21
\end{aligned} \tag{87}$$

Hesaplamalar sonucu elde edilen ÇDURE modelleriyle test noktalarına ilişkin doğruluk ve belirlilik katsayı değerleri aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 11. ÇDURE ile elde edilen sonuçlar

Model	TF	GCV	Noktalar	KOH (cm)	R^2
Model 1	23	0.02022	Dayanak	12.07	0.9931
			Test	12.28	0.9920
Model 2	22	0.01458	Dayanak	10.15	0.9956
			Test	12.25	0.9923

2.5. Yapay Sinir Ağları Yöntemi Uygulaması

Tahmin amaçlı kullanılan ileri beslemeli ağlardan çok katmanlı algılayıcılar (ÇKA), radyal tabanlı yapay sinir ağları (RTYSA) ve genelleştirilmiş regresyon yapay sinir ağları (GRYSA) oluşturulan iki farklı model için ayrı ayrı ele alınmıştır. Kullanılan YSA türlerinden oluşturan yüzey model için girdi katmanında noktalara ait yatay konum bilgileri, çıktı katmanında ise noktaların jeoid yükseklik bilgileri yer almaktadır. Ağların oluşturulmasında kullanılan noktaların yaklaşık %80'i eğitim aşaması için %20'si eğitilmiş ağın performansını test etmek için kullanılmıştır. Oluşturulan ağ yapılarındaki öğrenme algoritması, gizli katman sayısı (bir ya da iki), gizli katmanlardaki hücre sayısı, öğrenme oranı, momentum katsayısı gibi parametrelere çok sayıda deneme-yanılma yoluyla karar verilerek en uygun ağ yapısı bulunmaya çalışılmıştır. Öğrenme algoritması olarak tüm ağlarda Levenberg-Marquardt yöntemi kullanılmış ve sonuçlar tablolar halinde ayrı ayrı gösterilmiştir.

Çalışma bölgesinde oluşturulan iki model için çok katmanlı algılayıcılarla kurulan ağın yapısında kullanılan parametreler deneme-yanılma yoluyla belirlendiği için her bir modelin parametreleri farklılık göstermektedir ve bütün ağların eğitim sırasındaki hata değeri 0,0000001 seçilerek sinir ağları oluşturulmuştur (L_r =Öğrenme Oranı, M_c =Momentum Katsayısı).

Tablo 12. ÇKA ile elde edilen sonuçlar

Model	Ağ Yapısı	Noktalar	Min (cm)	Max (cm)	KOH (cm)	R^2
Model 1	2:28:1 $L_r=0.4; M_c=0.5$	Dayanak	-59.53	63.78	11.31	0.9939
		Test	-38.67	31.43	11.26	0.9931
Model 2	2:8:10:1 $L_r=0.03; M_c=0.8$	Dayanak	-58.62	55.64	11.03	0.9941
		Test	-38.90	37.31	11.06	0.9934
Model 2	2:19:1 $L_r=0.5; M_c=0.9$	Dayanak	-28.23	73.33	9.82	0.9960
		Test	-40.44	19.95	11.46	0.9931
Model 2	2:16:6:1 $L_r=0.07; M_c=0.5$	Dayanak	-30.64	69.14	10.03	0.9958
		Test	-37.85	22.14	11.19	0.9932

Tablo 12'deki sonuçlar incelendiğinde test noktaları için nokta yoğunluğu azaldıkça ağ sonucu elde edilen doğruluk ve belirlilik katsayıları değerlerinde azalma görülmektedir.

Model 1 için en iyi sonuç iki gizli katmandan (2:8:10:1) oluşan ağdan elde edilmektedir. Bu ağa göre test noktalarına ait doğruluk değeri 11.06cm, belirlilik katsayısı 0.9934 olarak hesaplanmıştır. Model 2 için en iyi sonuç ise iki gizli katmandan (2:16:6:1) oluşan ağdan elde edilmektedir ve test noktalarına ait doğruluk değeri 11.19cm, belirlilik katsayısı 0.9932 olarak hesaplanmıştır.

RTYSA oluşturulurken multiküadratik fonksiyonlarda kullanılan yayılma parametresi δ kullanılmakta olup en iyi sonucu veren parametre ve ağ modeli deneme-yayılma yoluyla tekrarlı denemelerle elde edilmiştir.

Tablo 13. RTYSA ile elde edilen sonuçlar

Model	Ağ Yapısı	Noktalar	Min (cm)	Max (cm)	KOH (cm)	R^2
Model 1	2:50:1 $\delta=0.3245$	Dayanak	-68.83	62.94	12.26	0.9928
		Test	-39.09	37.41	12.31	0.9918
Model 2	2:50:1 $\delta=0.6782$	Dayanak	-64.91	34.44	10.22	0.9955
		Test	-26.76	37.76	12.60	0.9919

Tablo 13’de gösterilen değerler incelendiğinde nokta yoğunluğu azaldıkça ağ sonucu elde edilen doğruluk ve belirlilik katsayıları değerleri de azalmaktadır.

Son olarak geliştirilmiş regresyon yapay sinir ağıyla oluşturduğumuz ağ yapısına bakıldığında RTYSA da olduğu gibi yayılma parametresi δ kullanılmakta olup dayanak ve test noktaları için elde edilen sonuçlar aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 14. GRYSA ile elde edilen sonuçlar

Model	Ağ Yapısı	Noktalar	Min (cm)	Max (cm)	KOH (cm)	R^2
Model 1	2: 1 $\delta=0.0000257$	Dayanak	-54.97	54.47	12.01	0.9934
		Test	-31.18	31.77	13.25	0.9912
Model 2	2: 1 $\delta=0.0483$	Dayanak	-34.77	55.68	10.93	0.9951
		Test	-39.04	34.76	14.42	0.9897

Tablo 14 incelediğinde diğer YSA yöntemlerinde olduğu gibi nokta yoğunluğu azaldıkça test noktalarının doğruluk ve belirlilik katsayı değerleri azalmaktadır. Model 1 için dayanak noktalarına ait KOH ve belirlilik katsayı değerleri 12.01cm ve 0.9934, test noktaları için 13.25cm ve 0.9912 olarak hesaplanmıştır. Model 2 için ise dayanak

noktalarına ait KOH ve belirlilik katsayı değerleri 10.93cm ve 0.9951, test noktaları için 14.42cm ve 0.9897 olarak hesaplanmıştır.

2.6. EKK-DVM Yöntemi Uygulaması

EKK-DVM yöntemi için De Brabanter vd. tarafından geliştirilen LS-SVMlab (ver. 1.8) araç kutusu kullanılmıştır (De Brabanter vd., 2011). EKK-DVM için kurulan modellerde yaygın olarak kullanılan çekirdek fonksiyonlarından radyal tabanlı çekirdek fonksiyonu kullanılmıştır. Elde edilen değerler sonucunda model 1 için dayanak noktalarına ait KOH değeri 10.83cm, test noktaları için 11.47cm; model 2 için dayanak noktalarına ait KOH değeri 8.94cm, test noktaları için 12.22cm olarak hesaplanmıştır. Her iki model için elde edilen değerler Tablo 15’de gösterilmiştir

Tablo 15. EKK-DVM ile elde edilen sonuçlar

Model	RTF Parametreleri	Noktalar	Min (cm)	Max (cm)	KOH (cm)	R^2
Model 1	C=455.21 $\lambda=0.2571$	Dayanak	-62.70	55.92	10.83	0.9944
		Test	-39.35	31.25	11.47	0.9930
Model 2	C=182.99 $\lambda=0.2715$	Dayanak	-33.58	55.33	8.94	0.9966
		Test	-42.95	26.01	12.22	0.9922

3. BULGULAR VE İRDELEMELER

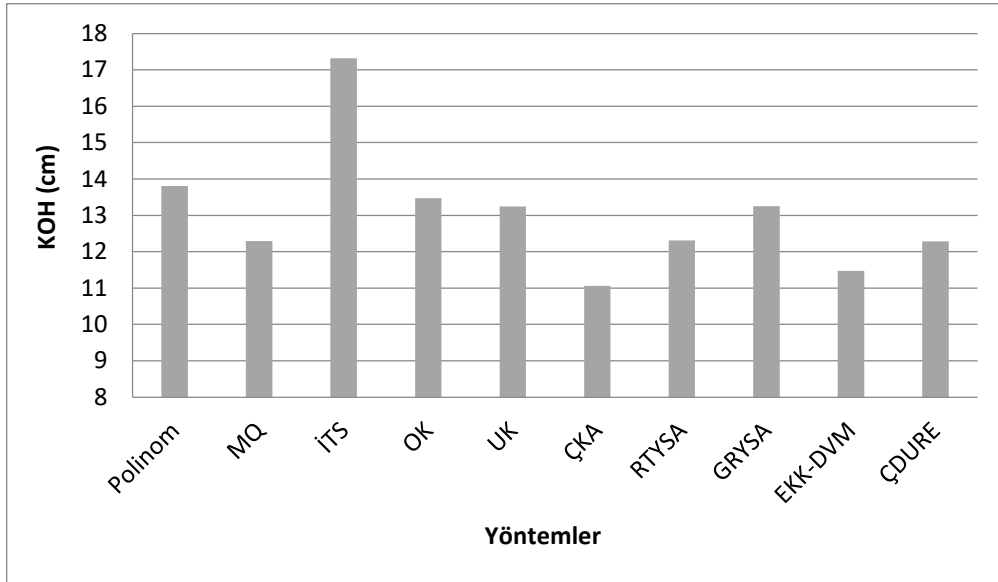
Bu bölümde tez çalışması kapsamında uygulanan altı farklı yöntemden kestirim sonucu elde edilen noktalara ait jeoid yükseklik değerleri ile gerçek jeoid yükseklik değerlerinin karşılaştırılması sonucunda hesaplanan istatistiksel sonuçlar değerlendirilmiştir. Böylece çalışma bölgesinde nokta sıklığına göre oluşturulan iki ayrı model için hangi yöntemin daha iyi duyarlılıkta sonuç verdiği gözlenmiştir.

Uygulama bölgesindeki Model 1 için polinomlarla enterpolasyon yöntemiyle test noktalarına ait elde edilen KOH ve belirlilik katsayıları yedinci dereceden ortogonal polinom için 14.72cm-0.9830 iken altıncı dereceden ortogonal olmayan polinom için 13.81cm-0.9899 olarak hesaplanmıştır. Bu durumda Model 1 için en iyi sonuç altıncı dereceden ortogonal olmayan polinomlar ile elde edilmektedir. RTF ile enterpolasyonda test noktalarına ait KOH ve belirlilik katsayı değerleri multiküadratik fonksiyon ile 12.29cm-0.9919, ince tabakalı splayn fonksiyon ile 17.32cm-0.9836 hesaplanarak en iyi sonuç multiküadratik fonksiyon ile elde edilmiştir. Kriging yöntemlerinden ordinary kriging yöntemiyle test noktalarında KOH 13.47cm, belirlilik katsayısı 0.9903; universal kriging yöntemiyle ise KOH 13.27cm, belirlilik katsayısı 0.9906 olarak hesaplanmıştır. Yapay sinir ağ yöntemlerinden ÇKA, RTYSA ve GRYSA modelleriyle hesaplanan test noktalarına ilişkin KOH ve belirlilik katsayıları sırasıyla 11.06-0.9934, 12.31cm-0.9918, 13.25cm-0.9912 olarak hesaplanmıştır. Bu değerler göz önüne alındığında YSA modellerinden en iyi sonuç ÇKA ile elde edilmektedir. EKK-DVM ile test noktalarında KOH değeri 11.47cm, belirlilik katsayısı 0.9930 olarak hesaplanmıştır. Son olarak kullanılan yöntemlerden ÇDURE ile test noktaları için elde edilen değerler 12.28cm-0.9920 olarak hesaplanmıştır. Model 1 test noktalarına ait hesaplanan tüm bu sonuçlar Tablo 16'da ve Şekil 20'de gösterilmektedir.

Tablo 16. Model 1 test noktaları için elde edilen istatistiksel sonuçlar

Yöntemler	KOH(cm)	R ²
Polinomlar	13.81	0.9899
MQ	12.29	0.9919
ITS	17.32	0.9836
OK	13.47	0.9903
UK	13.27	0.9906
ÇKA	11.06	0.9934
RTYSA	12.31	0.9918
GRYSA	13.25	0.9912
EKK-DVM	11.47	0.9930
ÇDURE	12.28	0.9920

Şekil 20'deki grafik incelendiğinde Model 1 için test noktalarına ait jeoid yükseklik değerlerinin elde edilmesinde en iyi sonuçlar YSA modellerinden ÇKA ve EKK-DVM yöntemlerinden elde edilmiştir. Multiküadratik ve ÇDURE yöntemlerine ait sonuçların aynı olduğu görülmektedir. Model 1 için en büyük KOH değerini veren yöntem ise ince tabakalı splayn fonksiyonu ile enterpolasyon yöntemidir.



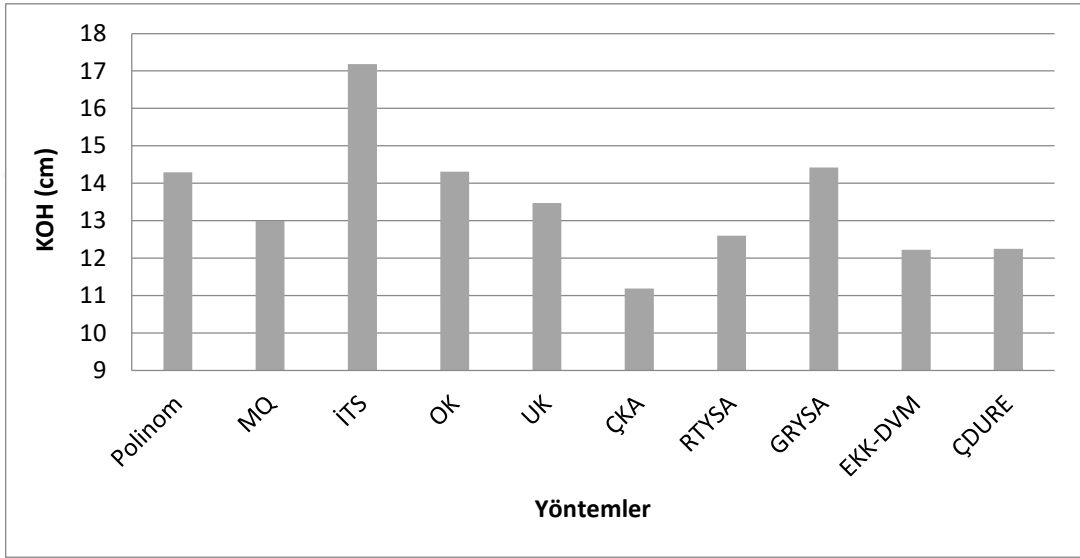
Şekil 20. Model 1 için kestirim yöntemlerinden elde edilen sonuçların karşılaştırılması

Model 2 için polinomlarla enterpolasyon yöntemiyle test noktalarına ait elde edilen KOH ve belirlilik katsayıları yedinci dereceden ortogonal polinomlar için 14.84cm-0.9885 iken yine yedinci dereceden ortogonal olmayan polinomlar için 14.29cm-0.9894 olarak hesaplanmıştır. Bu durumda Model 2 için en iyi sonuç yedinci dereceden ortogonal olmayan polinomlarla elde edilmektedir. RTF' ile enterpolasyonda test noktalarına ait KOH ve belirlilik katsayı değerleri multiküadratik fonksiyon ile 12.99cm-0.9912, ince tabakalı splayn fonksiyon ile 17.18cm-0.9843 hesaplanarak en iyi sonuç multiküadratik fonksiyon ile elde edilmiştir. Kriging yöntemlerinden ordinary kriging yöntemiyle test noktalarında KOH 14.31cm, belirlilik katsayısı 0.9891; universal kriging yöntemiyle ise KOH 13.47cm, belirlilik katsayısı 0.9905 olarak hesaplanmıştır. Yapay sinir ağ yöntemlerinden ÇKA, RTYSA ve GRYSA modelleriyle hesaplanan test noktalarına ilişkin KOH ve belirlilik katsayıları sırasıyla 11.19cm-0.9932, 12.60cm-0.9919, 14.42cm-0.9897 olarak hesaplanmıştır. Bu değerler göz önüne alındığında en iyi sonuç ÇKA ile elde edilmiştir. EKK-DVM ile test noktalarında KOH değeri 12.22cm, belirlilik katsayısı 0.9922 olarak hesaplanmıştır. ÇDURE ile test noktaları için elde edilen değerler 12.25cm-0.9923 olarak hesaplanmıştır. Model 2 test noktalarına ait hesaplanan tüm bu sonuçlar Tablo 17'de ve Şekil 21'de gösterilmektedir.

Tablo 17. Model 2 test noktaları için elde edilen istatistiksel sonuçlar

Yöntemler	KOH(cm)	R ²
Polinomlar	14.29	0.9894
MQ	12.99	0.9912
ITS	17.18	0.9843
OK	14.31	0.9891
UK	13.47	0.9905
ÇKA	11.19	0.9932
RTYSA	12.60	0.9919
GRYSA	14.42	0.9897
EKK-DVM	12.22	0.9922
ÇDURE	12.25	0.9923

Şekil 21'deki grafik incelendiğinde Model 2 için test noktalarına ait jeoid yükseklik değerlerinin elde edilmesinde en iyi sonuç YSA modellerinden ÇKA yöntemi ile elde edilmiştir. Sonrasında ise EKK-DVM ve ÇDURE yöntemleri ile elde edilmekte ve hesaplanan değerlere ait sonuçların birbirine çok yakın olduğu görülmektedir. Model 1'de olduğu gibi Model 2'de de en büyük KOH değerini veren yöntem ince tabakalı splayn fonksiyonu yöntemidir.



Şekil 21. Model 2 için kestirim yöntemlerinden elde edilen sonuçların karşılaştırılması

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Gelişen teknolojiyle birlikte haritacılık sektöründe GNSS ölçüm yöntemleri ile konum bilgileri anlık olarak ve cm hassasiyetinde elde edildiğinden dolayı yersel ölçüm tekniklerine göre daha yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Bu durumda GNSS ölçümleri ile elde edilen elipsoid yüksekliğin (h) yeryüzünü fiziksel olarak ifade eden mühendislik uygulamalarında kullanılan ortometrik yüksekliğe (H) dönüştürülmesi için jeoid yüksekliğin (N) bilinmesi gerekmektedir.

Bu çalışmada Trabzon ilinde bulunan Akçaabat- Of ilçeleri arasına homojen olarak dağılmış toplam 455 adet C3 noktası kullanılmıştır. Bu alanda farklı nokta dağılımına sahip iki ayrı test modeli oluşturularak polinomlar, radyal tabanlı fonksiyonlar, kriging, yapay sinir ağları, en küçük kareler destek vektör makineleri ve çok değişkenli uyarlanabilir regresyon eğrileri yöntemleri ile jeoid belirlenmiş ve elde edilen istatistiksel sonuçlara göre yöntemlerin performansları değerlendirilmiştir. Çalışma bölgesi içinde oluşturulan test modellerinde kullanılan yöntemlerden elde edilen sonuçları incelediğimizde;

- Dayanak nokta sayısı, kullanılan yöntemlerden elde edilen sonuçların duyarlılığını önemli ölçüde etkilemektedir. Nokta sayısı azaldıkça test noktalarına ait elde edilen jeoid yükseklik değerlerinin doğruluğu da azalmaktadır.
- Polinomlar yöntemi, RTF'lerden ince tabaklı splayn fonksiyon yöntemi hariç diğer yöntemlerden daha kaba sonuç vermektedir.
- RTF türünden kullanılan multiküadratik ve ince tabakalı splayn fonksiyonlarından en iyi sonuç multiküadratik fonksiyon ile elde edilmektedir.
- Kriging yöntemlerinden OK ve UK yöntemlerinde ise oluşturulan modellerde en iyi sonuç UK yöntemi ile elde edilmektedir.
- Klasik enterpolasyon türlerini birlikte değerlendirecek olursak jeoid yüksekliğin elde edilmesinde en iyi sonucu multiküadratik yöntem vermektedir.
- Yapay sinir ağ türleri kendi içinde kıyaslandığında yükseklik değerlerini en iyi duyarlılıkla elde ettiğimiz yöntem sırasıyla ÇKA, RTYSA ve GRYSA'dır.

- YSA ile en iyi sonucu elde edebilmek diğer yöntemlere göre daha zaman alıcı bir yöntemdir. Çünkü ağ modellemesinde kullanılan parametreler deneme-yanılma yöntemiyle çok kez tekrarlı hesaplamalar ile bulunmaktadır.
- EKK-DVM, ÇKA'lerden sonra diğer yöntemlerle oluşturulan modeller içinde en iyi sonucu veren yöntem olmuştur.
- Yapay zeka yöntemlerinden olan EKK-DVM'de de YSA yöntemlerinde olduğu gibi parametreler deneme yanılma ile belirlendiğinden hesaplama süresi çok zaman almaktadır.
- ÇDURE yöntemiyle hesaplanan test noktalarına ait doğruluklar, klasik enterpolasyon yöntemleri ile RTYSA ve GRYSA yöntemlerine göre daha iyi sonuç vermektedir.

Tüm bu yapılan çalışmalar incelediğinde, bir bölgedeki herhangi bir noktaya ait jeoid yükseklik değerinin doğruluğu kullanılan yöntemlere göre değişmektedir. Kullanılan yöntemlerde test noktalarına ait karesel ortalama hata değerlerinin ± 10 cm'den büyük olduğu görülmektedir. Bunun nedeni; jeoid modellemede kullanılan bazı C3 derece noktalarında ortometrik yükseklik verisinin arazinin çok engebeli olmasından dolayı geometrik nivelman ölçüleri ile değilde Türkiye Jeoid modelinden elde edilmesi öngörülmektedir. Bu çalışmada literatürde yer alan diğer çalışmalardan farklı olarak jeoid belirlemede en küçük kareler destek vektör makineleri ve çok değişkenli uyarlanabilir regresyon eğrileri yöntemleri kullanılmıştır. Tüm bu yöntemlerden elde edilen istatistiksel sonuçlara göre çalışma bölgesinde oluşturulan her iki model için değerlendirme yapıldığında ÇKA, EKK-DVM ve ÇDURE yöntemlerinin jeoidi daha iyi modellediği görülmektedir.

5. KAYNAKLAR

- Abraham, A. ve Steinberg, D., 2001. MARS: Still an Alien Planet in Soft Computing?, Lecture Notes in Computer Science, USA, 235-244.
- Akar, A. ve Konakoğlu, B., 2020. Lokal Geoid Determination Using A Generalized Regression Neural Network and Interpolation Methods: A Case Study in Kars, Turkey, Erzincan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 13, 3, 1424-1438.
- Akiz, E. ve Yerci, M., 2009. Jeoid Kullanarak Elipsoit Yüksekliklerinden Ortometrik Yükseklik Belirleme Yöntemlerinin Doğruluk Araştırması, Harita Dergisi, 141, 13-25.
- Alkanalka, E., 2005. Kestirim Metodlarının Sayısal Yükseklik Modeli Üzerindeki Uygulamaları, Yüksek Lisans Tezi, Y.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Aşık E., 2013. Lokal Jeoit Belirlemede Yapay Sinir Ağları ve Kriging Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyonkarahisar.
- Ateş, N., 2014. Destek Vektör Makineleri Ve Gauss Karışım Modeli İle İstenmeyen E-Postaların Tespiti, Yüksek Lisans Tezi, Süleyman Demirel Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Isparta.
- Bardosy, A., 2002. Introduction to Geostatistics, Institute of Hydraulic Engineering University of Stuttgart, Technical Note, 134.
- Cortes, C. ve Vapnik, V., 1995. Support-Vector Networks, Machine Learning, 20, 273-297.
- Çakır, L., 2012. Ortometrik Yüksekliklerin Dolaylı Olarak GPS Gözlemlerinden Elde Edilmesinde Kullanılan Yöntemlerin İrdelenmesi, Doktora Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Çetin, M. ve Tülücü, K., 1998. Dođu Karadeniz Bölgesinde Aylık Yağışların Yersel Değişimlerinin Jeostatistik Yöntemle İncelenmesi, Tr. J. of Engineering and Environmental Science, 22, 4, 279-288.
- Çorumluoğlu, Ö., İnal, C., Ceylan, A., Şanlıoğlu, İ. ve Kalaycı, İ., 2002. Determination of Geoid Undulations in The Region of Konya, International Symposium on G1s, İstanbul.
- Das, R. K., Samanta, S., Jana, S. K. ve Rosa, R., 2018. Polynomial İnterpolation Methods in Development of Local Geoid Model, The Egyptian Journal of Remote Sensing and Space Sciences, 21, 3, 265-271.

- De Brabanter, K., Karsmakers, P., Ojeda, F., Alzate. C., De Brabanter, J., Pelckmans, K., De Moor, B., Vandewalle, J. ve Suykens, J.A.K., 2011. LS-SVMlab Toolbox User's Guide (Version 1.8), Katholieke Universiteit Leuven, ESAT-SISTA Technical Report, 115.
- Eberly, D., Thin Plate Splines. Geometric Tools. <https://www.geometrictools.com/Documentation/ThinPlateSplines.pdf>, 6 Ocak 2020.
- Elmas, Ç., 2011. Yapay zeka uygulamaları (Yapay Sinir Ağları- Bulanık Mantık- Genetik Algoritma), 2.Baskı, 421, Seçkin Yayıncılık, Ankara.
- Erdal, H. İ., 2011. Destek Vektör Makineleri ile Tahmine Dayalı Modelleme ve Bir Uygulama, Doktora Tezi, İ.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Erkaya, H., 2006. Yükseklik Ölçmeleri Ders Notları, Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul.
- Erol, B. ve Çelik, R. N., 2004. Modelling Local Gps/Levelling Geoid With The Assesment of Inverse Distance Weighting and Geostatistical Kriging Methods, Proceedings of XXth ISPRS Congress, Technical Commission IV, Istanbul, 76.
- Erol S. ve Erol B., 2021. A Comparative Assessment of Different İnterpolation Algorithms for Prediction of GNSS/Levelling Geoid Surface Using Scattered Control Data, Measurement, 173, 1-17.
- Fausett, L., 1999. Fundamentals of Neural Network: Arhitectures, Algorithms and Applications, 461, Prentice Hall Publishing, Upper Saddle River, New Jersey.
- Friedman, J. H., 1991. Multivariate Adaptive Regression Splines, The Annals of Statistics, 19, 1, 1-67.
- Hardy, R. L., 1971. Multiquadric Equation of Topography and Other Irregular Surface, Journal of Geophysical Research, 76, 8, 1905-1915.
- Haykin, S., 1999. Neural Network a Comprehensive Foundation, 842, Prentice Hall Publishing, New Jersey.
- Heiskanen, W., A. ve Moritz, H., 1967. Physical Geodesy, W.H. Freeman ve Company, San Francisco ve London.
- İnal C., Turgut B. ve Yiğit C. Ö., 2002. Lokal Alanlarda Jeoit Ondülasyonlarının Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Selçuk Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Öğretiminde 30. Yıl Sempozyumu, Ekim, Konya, Bildiriler Kitabı: 97-106.
- İnal, C. ve Yiğit, C. Ö., 2004. Elipsoidal Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliğe Dönüşümünde Enterpolasyon Yöntemlerinin Kullanılabilirliği, S. Ü. Müh.-Mim. Fak. Derg., 19, 1, 73-84.

- Jekabsons, G., ARESLab: Adaptive Regression Splines Toolbox for Matlab/Octave, <http://www.cs.rtu.lv/jekabsons/>, 1 Aralık 2020.
- Kaloop, M. R., Zaki, A., Al-Ajami, H. ve Rabah, M., 2020. Optimizing Local Geoid Undulation Model Using GPS/Levelling Measurements and Heuristic Regression Approaches, Survey Review, 52, 375, 544-554.
- Karaaslan, Ö., 2015. Trabzon İli İçin Geoid Ondülasyonları Belirleme Amacıyla Enterpolasyon Yöntemlerinin Uygulanması, Yüksek Lisans Tezi, Gümüşhane Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Gümüşhane.
- Kavzoğlu, T. ve Çölkesen, İ., 2010. Destek Vektör Makineleri İle Uydu Görüntülerinin Sınıflandırılmasında Kernel Fonksiyonlarının Etkilerinin İncelenmesi, Harita Dergisi, 144, 73-82.
- Kavzoğlu, T. ve Saka, M. H., 2005. Modelling Local GPS/Levelling Geoid Undulations Using Artificial Neural Networks, Journal of Geodesy, 78, 520-527.
- Kırıcı, U. ve Şişman, Y., 2014. Jeoid Belirlemede En Uygun Polinomun Belirlenmesi: Samsun Örneği, 7.Ulusal Mühendislik Ölçmeleri Sempozyumu, Ekim, Çorum.
- Konakoğlu, B. ve Çakır L., 2018. Generalized Regression Neural Network for Coordinate Transformation, International Symposium on Advancements in Information Sciences and Technologies (AIST), Montenegro, Bildiriler Kitabı: 66-74.
- Kotsakis, C. ve Sideris, M., G., 1999. On the Adjustment of Combined GPS/levelling/geoid Networks, Journal of Geodesy, 73, 8, 412-421.
- Kuhar, M., Stopar, B., Turk, G., ve Ambrozic, T., 2001. The Use of Artificial Neural Network in Geoid Surface Approximation, Allegemeine Vermessungs-Nachrichten, 1, 22-27.
- Kurt, O., Arslan, O. ve Konak, H., 2007. Polinomsal Yükseklik Dönüşümü, TMMOB HKMO 11. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Nisan, Ankara, Bildiriler Kitabı:1-11.
- Kuru, B., 2018. Lokal Jeoid Belirlemede Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyonkarahisar.
- Kuter, S., Weber, G.W. ve Karasözen, B., 2015. Modern Uygulamalı Matematik ve Modern Sürekli Optimizasyon Bağlamında Parametrik Olmayan Regresyon Eğrilerinin Bilim, Mühendislik ve Finans Alanlarındaki Güncel Uygulamaları, Akademik Bilişim Konferansı, Eskişehir, Bildiriler Kitabı: 818-824.
- Kutoğlu, H. S., 2006. Artificial Neural Network Versus Surface Polynomials for Determination of Local Geoid, 1st International Gravity Symposium, Istanbul, Bildiriler Kitabı: 1-6.

- Lin, L., 2007. Application of a Back-Propagation Artificial Neural Network to Regional Grid-Based Geoid Model Generation Using GPS and Leveling Data, Journal of Surveying Engineering, 133, 2, 81-89.
- Lipmann, R. P., 1987. An Introduction to Computing with Neural Nets, IEEE ASSP Magazine, 4-12.
- Mariani, M. C. ve Bau, K., 2015. Spline İnterpolation Techniques Applied to The Study of Geophysical Data, Physica A: Statistical Mechanics and its Application, 428, 68-79.
- Mert, B. A. ve Dağ, A., 2017. A Computer Program for Practical Semivariogram Modeling and Ordinary Kriging: A Case Study of Porosity Distribution in an Oil Field, Open Geosciences, 9, 1, 663-674.
- Mert, B. A., Dağ, A. ve Özdemir, A. C., 2016. Kriging Tekniği ile Nokta ve Alansal Kestirim: Tenör Dağılımlarının Haritalanması Örneği, Çukurova Üniversitesi Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi Dergisi, 31, 2, 453-465.
- Nacar, S. ve Kalkan, M., 2018. Çok Değişkenli Uyarlanabilir Regresyon Eğrileri (ÇDURE) ile Günlük Akarsu Akımlarının Tahmini-Haldizen Deresi Örneği, Gümüşhane Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 8, 1, 38-47.
- Oral, M., Kartal, S. ve Özyıldırım, B. M., 2017. Genelleştirilmiş Regresyon Yapay Sinir Ağı Örüntü Katman Büyüklüğünü Azaltmak İçin Kümeleme Tabanlı Bir Yaklaşım, Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi, 24, 5, 857-863.
- Osuna, E.E., Freund, R. ve Girosi, F., 1997. Support Vector Machines: Training and Applications, A.I. Memo No. 1602, C.B.C.L. Paper No. 144, Massachusetts Institute of Technology and Artificial Intelligence Laboratory, Massachusetts.
- Özfalıcı, Y., 2008. Çok Değişkenli Uyarlanabilir Regresyon Kesitleri: Mars, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Öztemel, E., 2003. Yapay Sinir Ağları, 232, Papatya Yayınevi, İstanbul.
- Schwanghart, W., Ordinary Kriging. <https://www.mathworks.com/fileexchange/29025-ordinary-kriging> , 1 Eylül 2020.
- Seager, J., Collier, P. ve Kirby, J., 1999. Modelling Geoid Undulations with an Artificial Neural Network, International Joint Conference on Neural Networks, Washington, USA.
- Sirayanone, S., 1988. Comparative Studies of Kriging, Multiquadric-Biharmonic and Other Methos for Solving Mineral Resources Prolems, Doctoral Thesis, IOWA State University, Ames.

- Solmaz, M., 2019. GNSS/Nivelman Verisi İle Yerel Jeoid Profilinin Farklı Enterolasyon Yöntemleriyle Çıkarılması, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyonkarahisar.
- Specht, D. F., 1991. A General Regression Neural Network. IEEE Transactions on Neural Networks, 2, 6, 568-576.
- Şanlıoğlu, İ., Ceylan, A., İnal, C., Çorumluoğlu, Ö. ve Kalaycı, İ., 2002. Konya Bölgesi İçin Gps İle Elde Edilen Elipsoidal Yüksekliklerden Ortometrik Yüksekliklerin Hesaplanması, Selçuk Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Öğretiminde 30. Yıl Sempozyumu, Ekim, Konya, Bildiriler Kitabı: 210-217.
- Şentürk, E. ve İnce, C. D., 2015. Kocaeli İlinde Yerel Jeoidin Enterpolasyon Yaklaşımıyla Belirlenmesi, TMMOB HKMO 15. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Mart, Ankara.
- Tetik, K., 2018. Farklı Enterpolasyon Teknikleri Kullanarak Yerel Jeoit Belirleme, Yüksek Lisans Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Tusat, E., 2000. GPS Gözlemleri ve Yersel Gözlemler Yardımıyla Jeoid Profilinin Çıkarılması, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- URL-1, <https://slideplayer.biz.tr/slide/14718043>, Yapay Sinir Ağları, 20 Nisan 2021.
- URL-2, <https://medium.com/analytics-vidhya/how-to-classify-non-linear-data-to-linear-data-bb2df1a6b781>, 23 Nisan 2021.
- Vapnik, V. N., 2000. The Nature of Statistical Learning Theory, Second Edition, 314, New York.
- Webster, R. ve Oliver, M. A., 2007. Geostatistic for Environmental Scientists, John Wiley & Sons, Ltd, Second Edition, 332, Chichester.
- Xie, T. ve Yu, H., Wilamowski, B., 2011. Comparison Between Tradional Neural Network and Radial Basis Function Networks, IEEE International Symposium on Industrial Electronics, 1194-1199.
- Yalçınkaya, M. ve Teke. K., 2005. Yerel Jeoid Yüzeyinin Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemleri, TUJIK 2005 Bilimsel Toplantısı, Jeoid ve Düşey Datum Çalıştayı, Trabzon, Bildiriler Kitabı: 304-313.
- Yanalak, M., 1997. Sayısal Arazi Modellerinden Hacim Hesaplarında En Uygun Enterpolasyon Yönteminin Araştırılması, İ.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Yanalak, M. ve Baykal, O., 2001. Transformation of Ellipsoid Heights to Local Leveling Heights, Journal Of Surveying Engineering, 127, 3, 90-103

- Yıldız, A., 2011. EEG ve EKG İşaretlerinden Örüntü Tanıma Uygulamaları ve Karşılaştırılması, Doktora Tezi, Fırat Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elazığ.
- Yiğit, C. Ö., 2003. Elipsoidal Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliğe Dönüşümünde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Yurt, K., 2006. Geometrik Ve Gravimetrik Metodlarla Lokal Jeoid Belirleme ve Modelleme: Trabzon İli Örneği, Doktora Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.



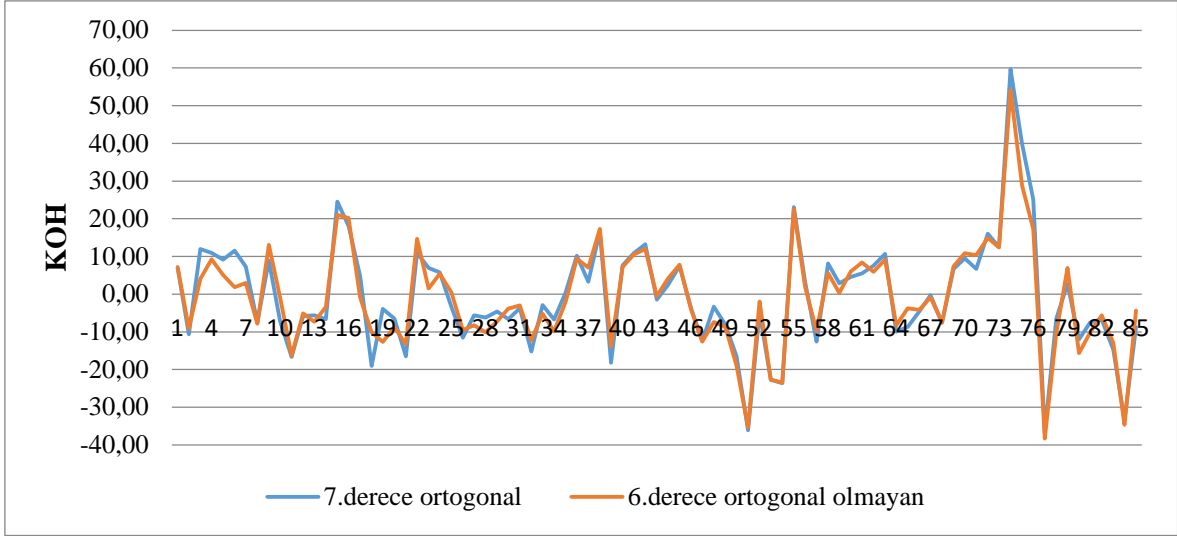
6. EKLER

Ek Tablo 1. Model 1 alanını en iyi temsil eden 6.dereceden ortogonal olmayan polinomun katsayıları ve doğruluk değerleri (m)

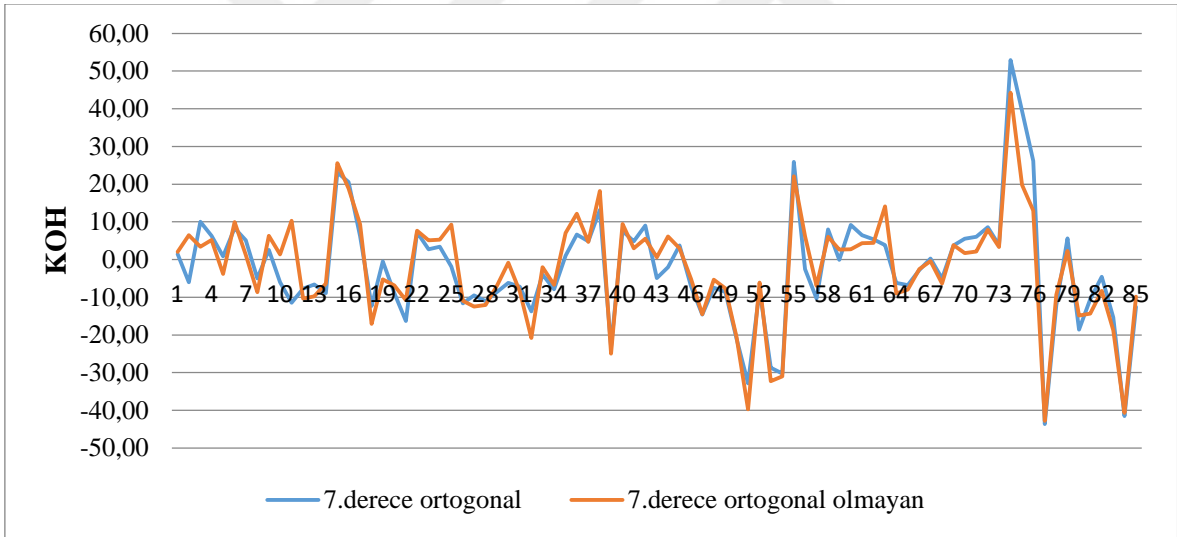
Polinom katsayıları ve doğruluk değerleri			
$a_0 = 28.15 \pm 0.02$	$a_{11} = -0.118 \pm 0.04$	$a_{32} = 0.216 \pm 0.03$	$a_{50} = 0.056 \pm 0.01$
$a_1 = -0.445 \pm 0.03$	$a_{13} = 0.294 \pm 0.06$	$a_{40} = 0.161 \pm 0.04$	$a_{51} = -0.028 \pm 0.01$
$a_2 = 0.837 \pm 0.04$	$a_{15} = -0.12 \pm 0.03$	$a_{42} = -0.266 \pm 0.04$	$a_{54} = -0.031 \pm 0.01$
$a_3 = 0.244 \pm 0.02$	$a_{16} = -0.028 \pm 0.01$	$a_{43} = 0.135 \pm 0.03$	$a_{60} = -0.038 \pm 0.01$
$a_4 = -0.161 \pm 0.02$	$a_{20} = -0.306 \pm 0.05$	$a_{44} = 0.158 \pm 0.03$	$a_{61} = 0.044 \pm 0.01$
$a_5 = -0.057 \pm 0.01$	$a_{21} = -0.228 \pm 0.03$	$a_{45} = -0.045 \pm 0.01$	$a_{62} = 0.011 \pm 0.00$
$a_{10} = -1.33 \pm 0.03$	$a_{30} = -0.189 \pm 0.04$	$a_{46} = -0.037 \pm 0.01$	$a_{63} = -0.030 \pm 0.01$

Ek Tablo 2. Model 2 alanını en iyi temsil eden 7.dereceden ortogonal olmayan polinomun katsayıları ve doğruluk değerleri (m)

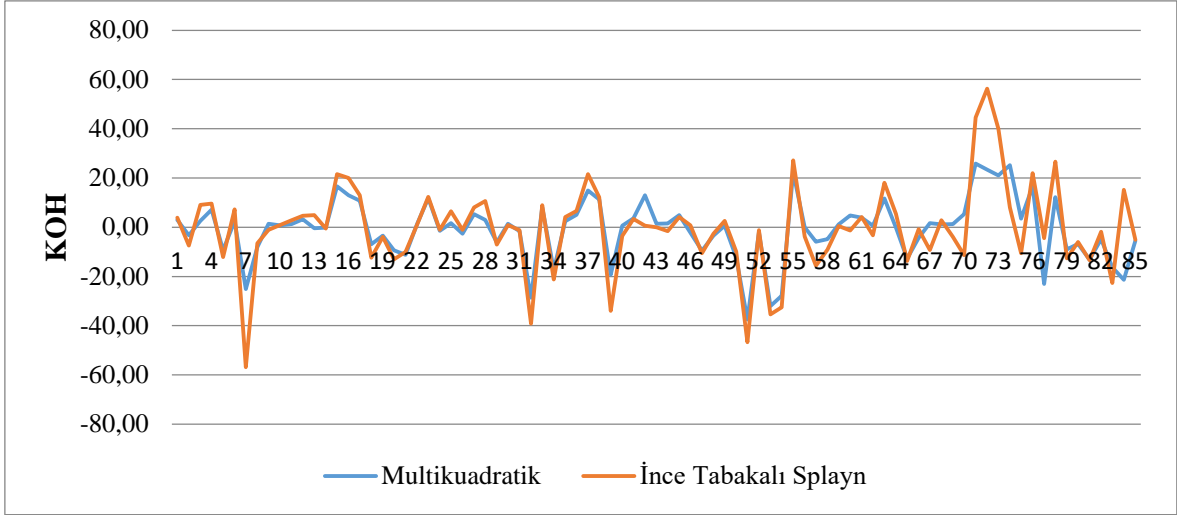
Polinom katsayıları ve doğruluk değerleri			
$a_0 = 28.192 \pm 0.02$	$a_{20} = -0.147 \pm 0.02$	$a_{35} = -0.806 \pm 0.13$	$a_{55} = 0.363 \pm 0.08$
$a_1 = -0.377 \pm 0.04$	$a_{21} = -0.449 \pm 0.02$	$a_{37} = 0.114 \pm 0.02$	$a_{57} = -0.069 \pm 0.01$
$a_2 = 0.880 \pm 0.06$	$a_{24} = -0.195 \pm 0.06$	$a_{41} = 0.228 \pm 0.04$	$a_{65} = -0.076 \pm 0.02$
$a_3 = 0.181 \pm 0.04$	$a_{25} = 0.156 \pm 0.04$	$a_{42} = -0.39 \pm 0.07$	$a_{66} = 0.036 \pm 0.01$
$a_4 = -0.174 \pm 0.03$	$a_{26} = 0.114 \pm 0.02$	$a_{44} = 0.557 \pm 0.10$	$a_{67} = 0.033 \pm 0.01$
$a_5 = -0.048 \pm 0.01$	$a_{30} = -0.07 \pm 0.03$	$a_{46} = -0.257 \pm 0.04$	$a_{70} = 0.011 \pm 0.00$
$a_{10} = -1.53 \pm 0.03$	$a_{30} = -0.498 \pm 0.10$	$a_{47} = -0.069 \pm 0.01$	$a_{73} = 0.023 \pm 0.01$
$a_{14} = -0.194 \pm 0.07$	$a_{32} = 0.910 \pm 0.13$	$a_{51} = 0.141 \pm 0.04$	
$a_{16} = -1.121 \pm 0.04$	$a_{33} = 1.205 \pm 0.21$	$a_{52} = -0.222 \pm 0.05$	
$a_{17} = 0.033 \pm 0.01$	$a_{34} = -0.361 \pm 0.05$	$a_{53} = -0.457 \pm 0.11$	



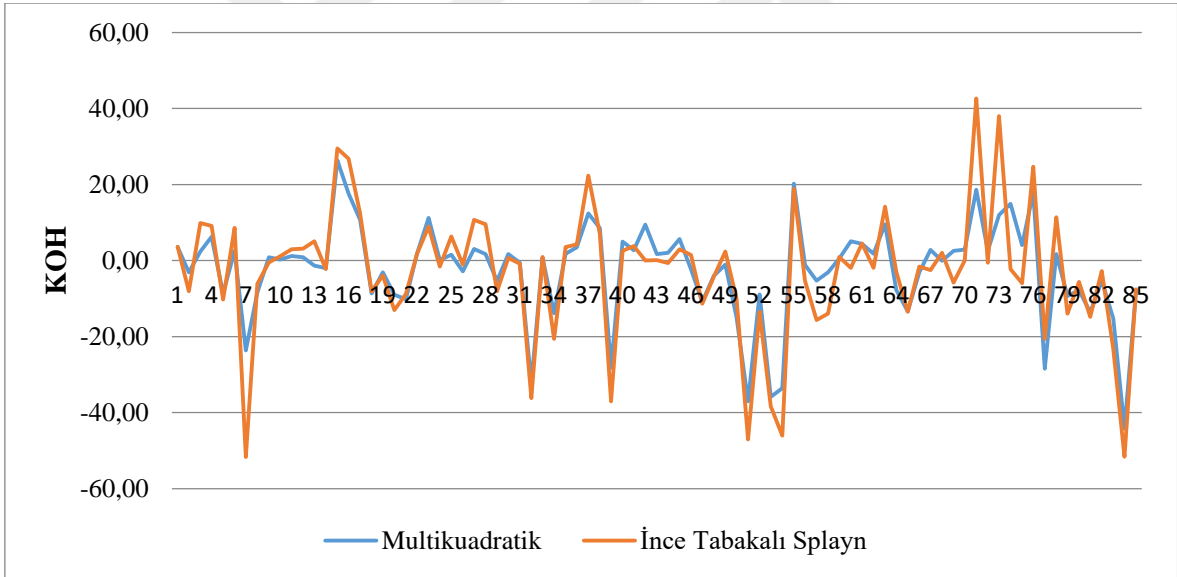
Ek Şekil 1. Model 1 test noktaları için gerçek jeoid yükseklik ve polinomlar ile elde edilen jeoid yükseklik değerlerinin farkı (cm)



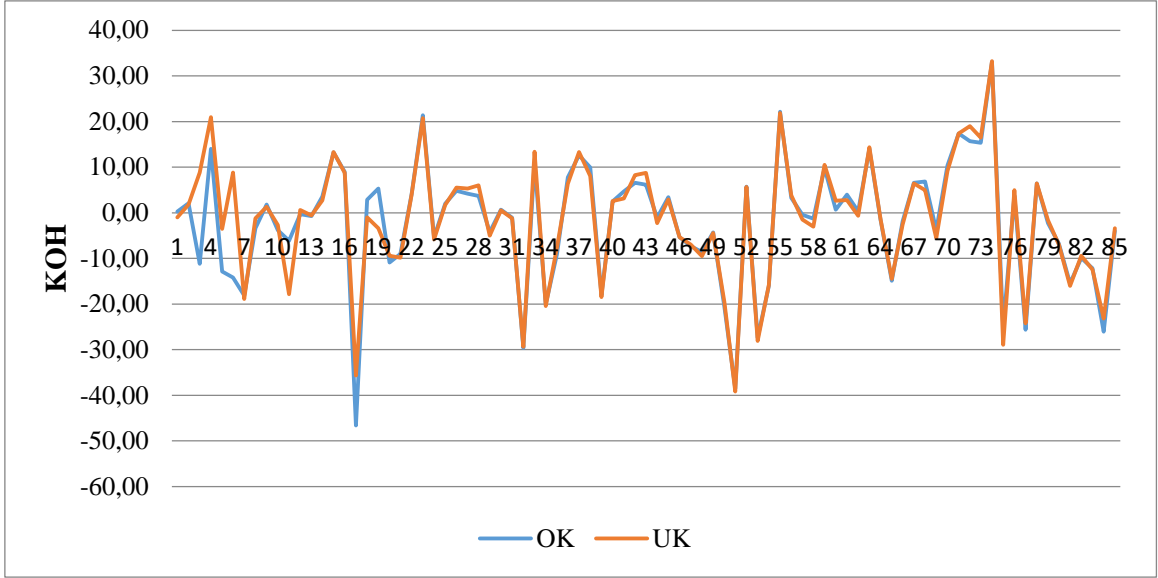
Ek Şekil 2. Model 2 test noktaları için gerçek jeoid yükseklik ve polinomlar ile elde edilen jeoid yükseklik değerlerinin farkı (cm)



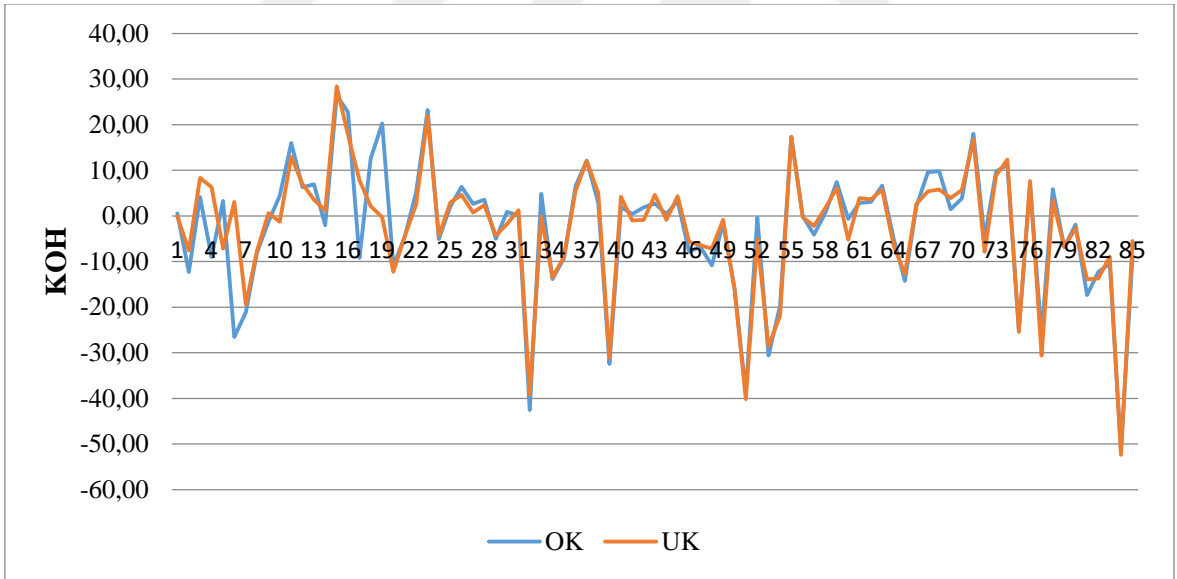
Ek Şekil 3. Model 1 test noktaları için gerçek jeoid yükseklik ve RTF'ler ile elde edilen jeoid yükseklik değerlerinin farkı (cm)



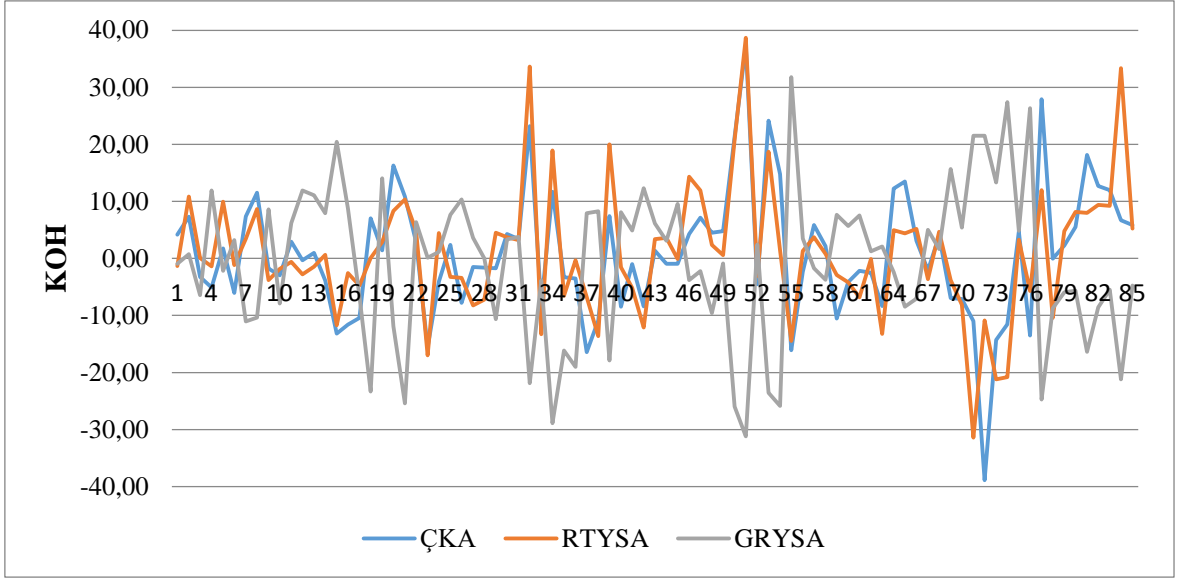
Ek Şekil 4. Model 2 test noktaları için gerçek jeoid yükseklik ve RTF'ler ile elde edilen jeoid yükseklik değerlerinin farkı (cm)



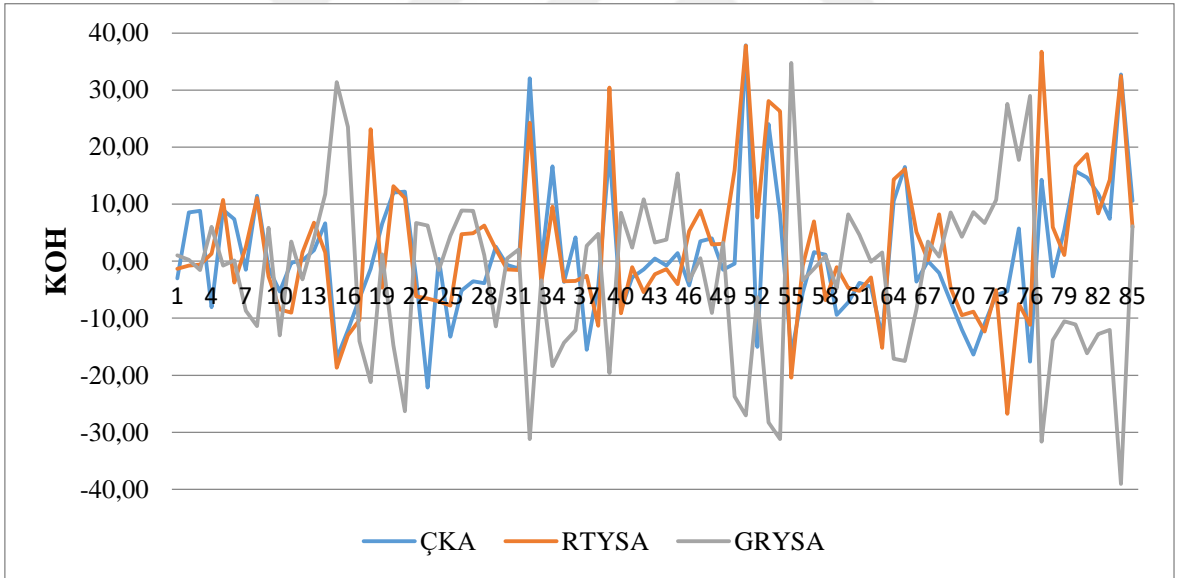
Ek Şekil 5. Model 1 test noktaları için gerçek jeoid yükseklik ve Kriging yöntemi ile elde edilen jeoid yükseklik değerlerinin farkı (cm)



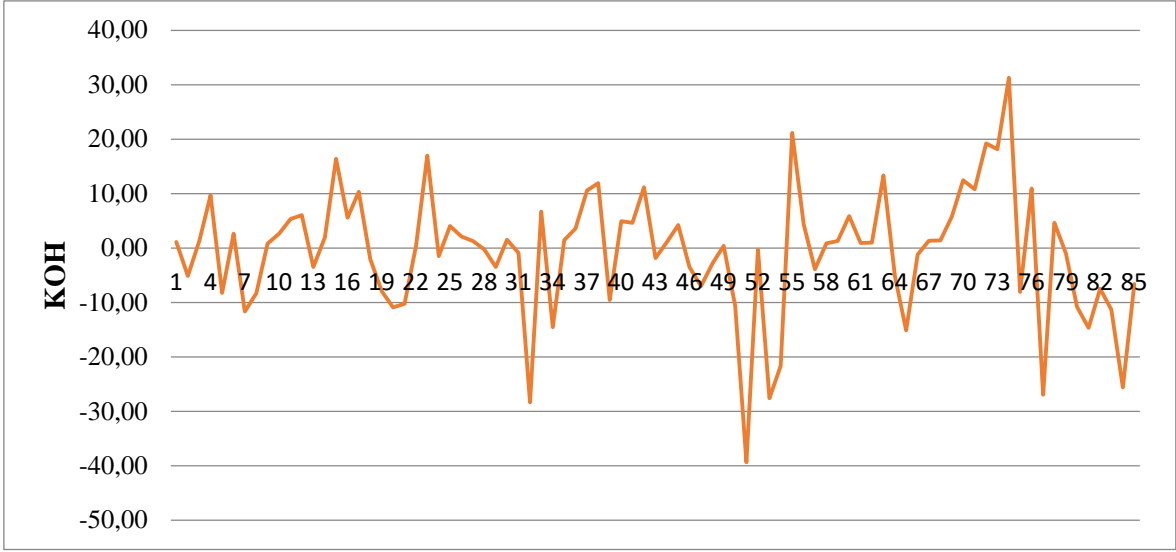
Ek Şekil 6. Model 2 test noktaları için gerçek jeoid yükseklik ve Kriging yöntemi ile elde edilen jeoid yükseklik değerlerinin farkı (cm)



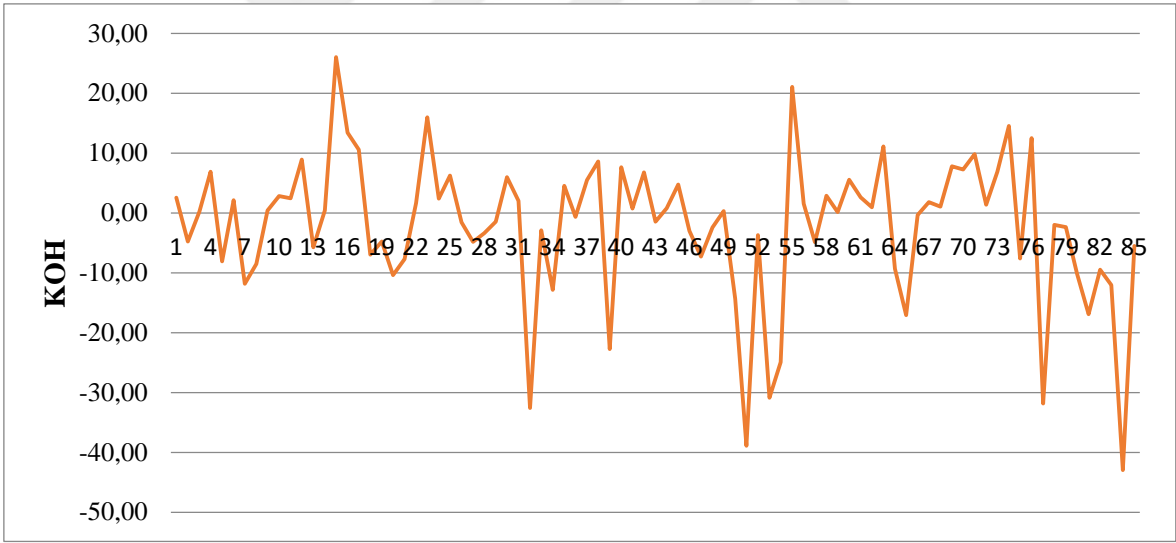
Ek Şekil 7. Model 1 test noktaları için gerçek jeoid yükseklik ve YSA yöntemi ile elde edilen jeoid yükseklik değerlerinin farkı (cm)



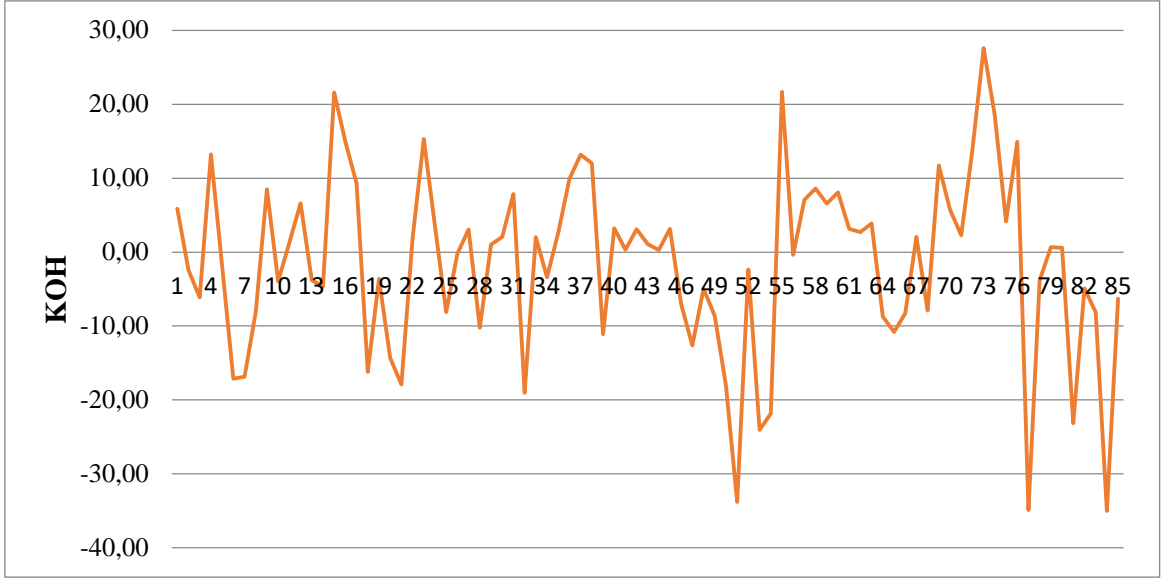
Ek Şekil 8. Model 2 test noktaları için gerçek jeoid yükseklik ve YSA yöntemi ile elde edilen jeoid yükseklik değerlerinin farkı (cm)



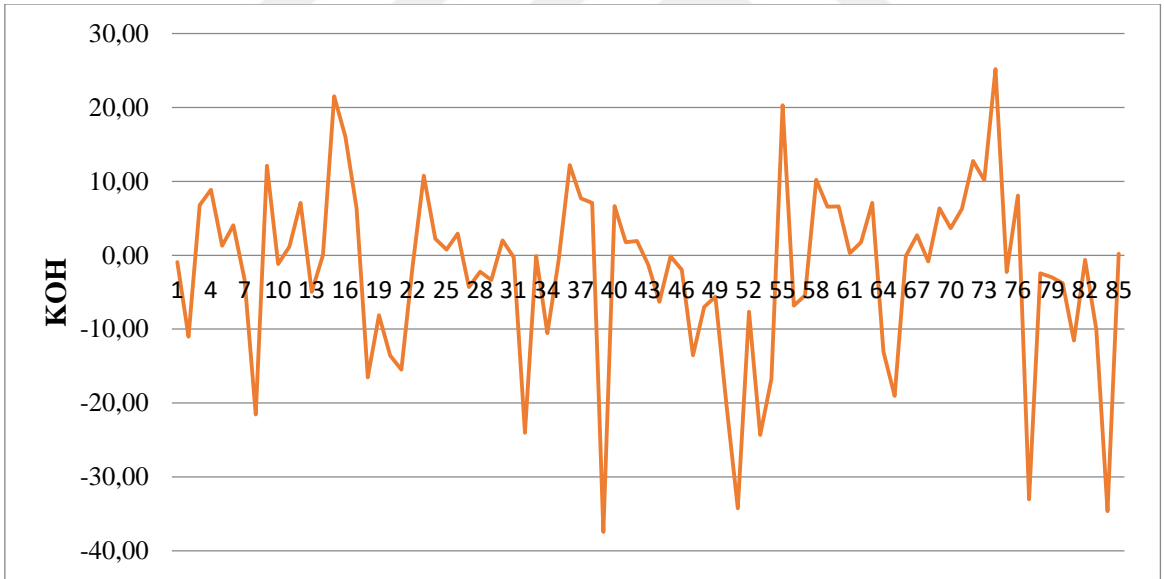
Ek Şekil 9. Model 1 test noktaları için gerçek jeoid yükseklik ve EKK-DVM yöntemi ile elde edilen jeoid yükseklik değerlerinin farkı (cm)



Ek Şekil 10. Model 2 test noktaları için gerçek jeoid yükseklik ve EKK-DVM yöntemi ile elde edilen jeoid yükseklik değerlerinin farkı (cm)



Ek Şekil 11. Model 1 test noktaları için gerçek jeoid yükseklik ve ÇDURE yöntemi ile elde edilen jeoid yükseklik değerlerinin farkı (cm)



Ek Şekil 12. Model 2 test noktaları için gerçek jeoid yükseklik ve ÇDURE yöntemi ile elde edilen jeoid yükseklik değerlerinin farkı (cm)

ÖZGEÇMİŞ

Merve OCAK, Gebze Sarkuysan Lisesi'nden mezun olduktan sonra 2011 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Harita Mühendisliği Bölümüne başladı. 2014 yılında çift anadal programıyla İnşaat Mühendisliği Bölümünü okumaya hak kazandı. 2016 yılında Harita Mühendisliği Bölümü'nden, 2017 yılında İnşaat Mühendisliği Bölümü'nden mezun oldu. Yüksek lisans eğitimine 2018 yılında Gebze Teknik Üniversitesi'nde başladıktan sonra 2018 yılının Ekim ayında Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Harita Mühendisliği Anabilim Dalı'na Araştırma Görevlisi olarak atandı. Karadeniz Teknik Üniversitesi'ndeki görevi ve yüksek lisans eğitimi halen devam etmektedir. Bildiği yabancı dil İngilizcedir.