KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

MİNİMUM PİŞMANLIK KRİTERİNE BAĞLI EN KISA YOL PROBLEMLERİ İÇİN MATEMATİKSEL MODEL ÖNERİLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Endüstri Mühendisi Aslıhan YILDIZ

HAZİRAN 2019
TRABZON

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

MİNİMUM PİŞMANLIK KRİTERİNE BAĞLI EN KISA YOL PROBLEMLERİ İÇİN MATEMATİKSEL MODEL ÖNERİLERİ

Endüstri Mühendisi Aslıhan YILDIZ

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce
"ENDÜSTRİ YÜKSEK MÜHENDİSİ"
Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 06 / 05 /2019
Tezin Savunma Tarihi : 10 / 06 /2019

Tez Danışmanı : Dr. Öğr. Üyesi Gökhan ÖZÇELİK

Trabzon 2019

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalında
Aslıhan YILDIZ Tarafından Hazırlanan

MİNİMUM PİŞMANLIK KRİTERİNE BAĞLI EN KISA YOL PROBLEMLERİ İÇİN MATEMATİKSEL MODEL ÖNERİLERİ

başlıklı bu çalışma, Enstitü Yönetim Kurulunun 14/ 05/ 2019 gün ve 1084 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından yapılan sınavda
YÜKSEK LİSANS TEZİ
olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

Başkan : **Dr. Öğr. Üyesi Gökhan ÖZÇELİK** ……..……………………....………

Üye : **Prof. Dr. Birol ELEVLİ** ……..…………....…………………

Üye : **Prof. Dr. Emrullah DEMİRCİ** ………...……………...……………

Prof. Dr. Asim KADIOĞLU
Enstitü Müdürü

ÖNSÖZ

Bu çalışmanın amacı, düğümler arasındaki bağlantı uzunluklarının belirsiz olduğu şebekelerde en kısa yolu kullanmak isteyen karar verici için minimum pişmanlığı elde edeceği rotanın belirlenmesine yönelik matematiksel modeller geliştirmektir. Bu amaç doğrultusunda kapsamlı bir yayın taraması yapılmış, farklı yapılarda şebekeler oluşturulmuş ve bu şebekeler için matematiksel modeller geliştirilerek örnek uygulamalardaki bahsedilen rotalar tespit edilmiştir.

Bu çalışmanın her aşamasında bilgisini ve zamanını benimle paylaşan, çalışma boyunca yardım ve desteğini esirgemeyen, danışman hocam Sayın Dr. Öğr. Üyesi Gökhan Özçelik'e; hayatım boyunca maddi manevi destekleriyle beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan aileme, tez çalışmam boyunca yardımını hiç esirgemeyen bölüm hocalarım ve arkadaşlarıma sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Aslıhan YILDIZ
Trabzon 2019

TEZ ETİK BEYANNAMESİ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum "Minimum Pişmanlık Kriterine Bağlı En Kısa Yol Problemleri için Matematiksel Model Önerileri" başlıklı bu çalışmayı baştan sona kadar danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Gökhan Özçelik'in sorumluluğunda tamamladığımı, verileri kendim topladığımı, başka kaynaklardan aldığım bilgileri metinde ve kaynakçada eksiksiz olarak gösterdiğimi, çalışma sürecinde bilimsel araştırma ve etik kurallara uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim. 10/06/2019

Aslıhan YILDIZ

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

Yüksek Lisans Tezi

ÖZET

MİNİMUM PİŞMANLIK KRİTERİNE BAĞLI EN KISA YOL PROBLEMLERİ İÇİN MATEMATİKSEL MODEL ÖNERİLERİ

Aslıhan YILDIZ

Karadeniz Teknik Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı
Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Gökhan Özçelik
2019, 69 Sayfa, 4 Ek Sayfa

En kısa yol problemlerine hayatın her alanında rastlamak mümkündür. Taşıma, rotalama, telekomünikasyon gibi gerçek hayat problemleri en kısa yoldan gitmeyi baz alan problemlere örnek olarak verilebilir. Ancak gerçek hayat problemlerinde hava koşulları, trafik, talep ve kaynakların maliyeti vb. parametreler belirsiz olabilir. Belirsizlikler nedeniyle kullanılacak yolun maliyetini belirlemek, deterministik yaklaşıma dayanan en kısa yol problemi için zor olacaktır. Bu belirsizlikleri dikkate alan birçok yöntem vardır. Robust optimizasyon, belirsizliklerin dikkate alındığı en kısa yol problemlerinde karar vericilerin en uygun çözümü elde etmek amacıyla başvurdukları yöntemlerden biridir. Bu tez kapsamında, robust optimizasyonda belirsizliği ifade etmek için, düğümler arası bağlantı uzunluklarının sınır değerleri arasında sürekli olduğu varsayılmıştır. Aralıklı bağlantı uzunluklarının neden olduğu belirsizlikle başa çıkabilmek için minimum pişmanlık kriterinden yararlanılmıştır. Çalışmada, geleneksel (tek başlangıç-tek hedef), tek başlangıç-çok hedef, çok başlangıç-tek hedef ve çok başlangıç-çok hedef düğümü içeren minimum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol problemleri ele alınarak, matematiksel modeller geliştirilmiştir. Modeller farklı yapılardaki şebekelerde uygulanmış ve karar vericinin minimum pişmanlıkla hedef düğümüne/düğümlerine ulaşabileceği rotalar belirlenmiştir. Sonuç olarak, mininum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol probleminin farklı yapılardaki şebekelerde uygulanabilir olduğu gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Minimum pişmanlık kriteri, En kısa yol, Karışık tam sayılı programlama, Robust optimizasyon

Master Thesis

SUMMARY

MATHEMATICAL MODEL RECOMMENDATIONS FOR THE MINIMUM REGRET SHORTEST PATH PROBLEMS

Aslıhan YILDIZ

Karadeniz Technical University
The Graduate School of Natural and Applied Sciences
Industrial Engineering Graduate Program
Supervisor: Ph.D., Assistant Professor Gökhan Özçelik
2019, 69 Pages, 4 Pages Appendix

It is possible to encounter the shortest path problems in every field of life. Real life problems such as transportation, routing and telecommunication can be given as examples of the shortest path problems. However, in real life problems, weather conditions, traffic, demand and cost of resources, etc. parameters may be uncertain. Due to these uncertainties, determining the cost of the path will be difficult for the shortest path problem based on deterministic approach. There are many ways to handle these uncertainties. Robust optimization is one of the methods used by decision makers in order to obtain the most appropriate solution in the shortest path problems where uncertainties are taken into consideration. Within the scope of this thesis, it is assumed that the arc lengths between nodes are continuous among limit values to express uncertainty in robust optimization. Minimum regret criteria are used to deal with the uncertainty of interval arc lengths. In the study, mathematical models have been developed for the minimum regret shortest path problems such as traditional (single source-single sink), single source-multi sink, multi source-single sink and multi source multi-sink node. The mathematical models are applied in different network structures and the paths were determined for the decision maker to reach the sink node(s) with minimum regret. As a result, it has been shown that the shortest path problem based on mininum regret criteria is applicable in different networks structures.

Keywords: Minimum regret criterion, Shortest path, Mixed integer programming, Robust optimization

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa No

TABLOLAR DİZİNİ

<u>Sayfa No</u>

SEMBOLLER DİZİNİ

Semboller	**Açıklamalar**
A	: Bağlantılar kümesi
c_{s_i}	: Başlangıç düğümleri kümesindeki düğüm i’nin kapasitesi
D	: Ara düğümler kümesi
d_{f_i}	: Hedef düğümleri kümesindeki düğüm i’nin talebi
F	: Hedef düğümleri kümesi
G	: Graf
k_{ij}	: Düğüm i ile j arasındaki yolun kullanılma durumu
l_{ij}	: Düğüm i ile düğüm j arasındaki uzaklığın alt sınır değeri
N	: Düğümler kümesi
S	: Başlangıç düğümleri kümesi
u_{ij}	: Düğüm i ile düğüm j arasındaki uzaklığın üst sınır değeri
w_{ij}	: Düğüm i ile j arasındaki yolun kullanılma durumuna göre uzunluğu
x_i	: Düğüm i’ye gidilebilecek en kısa yol uzunluğu
y_{ij}	: Düğüm i ile düğüm j arasındaki yolun kullanılma sayısı
Z	: Amaç fonksiyonu

Kısaltmalar	**Açıklamalar**
CPU	: Central Processing Unit (Merkezi işlem birimi)
GB	: Gigabyte
GHz	: Gigahertz
max	: En büyük
min	: En küçük
RAM	: Random-access memory
TT-MPK-EKY	: Tek başlangıç tek hedef en kısa yol problemi
TT-MPK-EKY	: Çok başlangıç tek hedef en kısa yol problemi
TT-MPK-EKY	: Tek başlangıç çok hedef en kısa yol problemi
TT-MPK-EKY	: Çok başlangıç çok hedef en kısa yol problemi

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Birbirleriyle iletişimi sağlayacak bağlantılara sahip olan iki veya daha fazla düğümün oluşturduğu yapılara şebeke denir. Şebeke üzerindeki bu düğümlerin arasındaki iletişim somut veya soyut olabilir. Örnek verilecek olursa, bilişim sektöründe bilgisayarlar arasında kurulan şebekeler için bilgi akışı soyut olarak gerçekleştirilirken; bir tedarik zinciri sürecinde hammaddelerin depolardan fabrikalara gönderimi somut iletişime örnek olarak verilebilir. Günlük yaşamın gerektirdiği ihtiyaçlara dönüp bakıldığında, her alanda şebekelere rastlamak mümkündür. Üretim, lojistik, tedarik, altyapı, ulaşım, bilişim, sanayi, güvenlik gibi insan yaşamını kolaylaştıran pek çok şebeke mevcuttur. Gelişen teknolojiyle beraber ürün veya hizmete daha hızlı ulaşma isteği de giderek artmaktadır. Talep edilen ürüne veya hizmete daha hızlı ve daha az maliyetle ulaşabilme amacı dikkate alındığında, şebekeler kritik rol oynamaktadır.

Şebeke yapılarının insan hayatındaki öneminin her geçen gün artmasıyla beraber, şebekeler üzerinde çözülmesi gereken çok sayıda problem ortaya çıkmaktadır. Genel olarak şebeke optimizasyonu olarak nitelendirilen bu problemler, araştırmacıların da çokça çalıştığı konulardandır. Yer seçimi, dağıtım, rotalama, maksimum akış, minimum maliyet, kritik yol, şebeke engelleme gibi problem tiplerinin de ele alındığı şebeke optimizasyonu konusunda çok farklı sektörlerde ve yapılarda uygulamaları olan en kısa yol problemleri de sıkça çalışılan konulardandır.

En kısa yol problemlerinin çözümünde optimizasyon tekniklerinden yararlanılır. Optimizasyon genel olarak, uygun koşullar (kısıtlar) altında, karar vericinin amacına yönelik değişebilecek olan “en iyiyi aramak’’ şeklinde ifade edilebilir. Buradan en kısa yol problemi için, “en düşük maliyeti verecek olan en kısa yolu bulmak’’ ifadesi kullanılabilir. Geleneksel en kısa yol probleminde değişken olarak tanımlanan yol uzunlukları/süreleri kesin olarak bilinir. Ancak gerçek hayat problemlerine bakıldığında, ürün veya hizmeti en kısa yolu kullanarak talep noktasına ulaştırma amacında olan karar verici için belirsizlikler, dinamikler söz konusudur. Belirsizlik içeren bu problemler rassallık barındıran sistemlerdir. Bu rassallık sistem parametrelerinde, dinamiğinde veya girişlerinde olabilir. Dolayısıyla sistemin çıkışı da benzer şekilde bir rassalığa sahip olacaktır (Birge ve Louveaux, 1997). Bu tip sistemlerde aynı şartlar altında aynı deney tekrarlansa dahi aynı sonuçlar elde edilmeyebilir. Ancak sonuçların hangi aralıkta veya hangi dağılımda olacağı, hangi sonucun ortaya çıkma ihtimalinin ne olduğu kimi zaman hesaplanabilir. En kısa yol problemlerinde de hava şartları, trafik, gecikmeler, arızalar, yol için oluşabilecek herhangi bir tehdit, taleplerin değişken olması, kaynak maliyeti gibi pek çok durumun yol açacağı belirsizliğin gözetilmesi, problemin çözümünde daha sağlıklı kararlar verebilmeyi sağlayacaktır. Bu gibi durumlarda belirsizliğin gözetildiği optimizasyon tekniklerine başvurulabilir. Bunlardan biri de belirsizlik altında modellemedir.

Belirsizlik altında modelleme, karmaşık karar problemlerinde en uygun karar stratejisini bulmayı amaçlayan bir yaklaşımdır. Verilen kısıtlara ve amaç fonksiyonuna dayanarak en uygun karar stratejisi belirlenmeye çalışılırken; problem, belirsizlikler ve dinamikler hesaba katılarak optimizasyon problemi olarak formüle edilmektedir. Karar vericinin görüşünü yansıtan belirsiz faktörler, tesadüfi değişkenler olarak modele katılmaktadır. Belirsizlik altında programlama modelleri, doğrusal ve doğrusal olmayan programlamanın katsayıları belirsizlik altında olan karar modellerinin bir uzantısı olarak ele alınabilir. Doğrusal programlama kullanılarak yapılan optimizasyonlar çok sayıdaki gerçek hayat probleminin çözümüne önemli katkılar sağlamaktadır. Ancak daha çok deterministik programlar için kullanılan doğrusal programlama modelleri, belirsizliğe sahip problemler için uygun çözümler verememektedir. Belirsizlik altında programlama modelleri, gelecekteki belirsizliklerden doğan zararları önlemeye çalışarak bu zararlara karşı en uygun karar vermeyi sağlamakta ve tesadüfi parametrelerin modellenmesi ile dinamik programlamanın uygulamalarını birleştirmektedir.

Belirsizlik altında modellemenin temelinde işlenen konu, problemle ilgili olan değişkenlerin kullanılmasıyla belirsizliğin ifade edilmesidir. Burada belirsizlik, her bir alternatifin gelecekte ortaya çıkabilecek olası her duruma karşılık gelen sonucudur. Karar verici, gelecekteki durumları tam olarak bilemediğinden meydana gelebilecek her bir durum ve bu durumun sonuçlarını gösteren farklı türde senaryolar türeterek her duruma karşı hazırlıklı olmalıdır. Gelecekte meydana gelebilecek olan durumları öngörebilmenin bir yolu, uygulamada ele alınan problemin yapısına göre değişen belirsizlikler için modelleme yapmaktır.

Belirsizlik altında modelleme sürecinde, belirsizliğin tanımlanması ve ölçülmesinde kullanılabilecek çeşitli belirsizlik modelleri mevcuttur. Uygun belirsizlik modelinin seçimi, problem tanımında ve kısıtlarda ele alınan bu belirsizliğin karakteristiğinin nasıl tanımlandığına bağlı olarak değişmektedir (Möller vd., 2005). Literatürde de başlıca belirsizlik modelleri olarak, bulanık, stokastik ve robust belirsizlik modelleri yer edinmiştir.

Karar vermenin karmaşıklığı ve belirsizliği nedeniyle, karar vericiler fikirlerini pek çok problemde tam olarak ifade edemez. Bu gibi durumlarda bulanık model yaklaşımı karar vericilere yardımcı olmaktadır. Bulanık model, karar verme problemlerinin değerlendirme sürecindeki öznel yargılama ve nitel değerlendirme için uygundur (Zadeh, 1965). Herhangi bir dağılım içermeyen modelde, üyelik fonksiyonları yardımı ile "kümelere ait olma veya olmama durumu" şeklinde belirsizlik ele alınmaktadır.

Belirsizliğin dağılımının bilindiği, bulanık modele göre daha az karmaşık yapıda olan stokastik modelde, oluşabilecek her bir senaryonun gerçekleşme olasılığı bilinmektedir. Tekrar eden durumları değerlendirmeyi amaçlayan karar vericiler için uygun bir yaklaşımdır (Lodwick vd., 2000).

Robust modelde ise, belirsizliğin hangi dağılıma ait olduğu ve her bir senaryonun gerçekleşme olasılığı bilinememektedir. Hassas sistemlerde ortaya çıkabilecek bilinmeyen durumlara karşı sistemi korumayı amaçlayan muhafazakar bir yaklaşımdır (Conde, 2017).

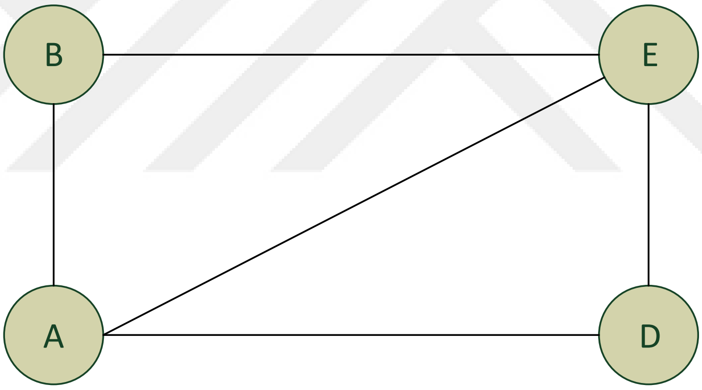
Stokastik modellemenin aksine, robust modellemede senaryoların ortaya çıkma olasılıkları, belirsizliğe neden olan bilinmeyen parametrelerin olasılık dağılımları modele katılmaz. Burada bilinmeyen parametreler sınırlandırılır. Bu bağlamda robust modellemeyi stokastik modellemenin bir alternatifi olarak kabul etmek yanlış olmayacaktır (Assunçao vd., 2017).

Çalışmada ilk olarak geleneksel en kısa yol probleminden ve çalışmanın ana konusu olan minimum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol (MPK-EKY) probleminden bahsedilmiştir. İkinci bölümde, minimum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol problemi ile ilgili hazırlanan yayın taramasına ve minmax amaç fonksiyonuna sahip ve farklı alanlardaki matematiksel modeller içeren çalışmalara yer verilmiştir. Devamında tez kapsamında ele alınan problemler tanımlanmış, problemlerin çözümü için hazırlanan matematiksel modeller, uygulamalarıyla birlikte açıklanmıştır. Son bölümde ise, sonuçlara ve gelecekteki çalışmalara yönelik bilgiler verilmiştir.

1.2. En Kısa Yol Problemi

Akış problemlerinin en temel örneklerinden biri olan en kısa yol problemlerinde, şebeke üzerinde başlangıç düğümünden hedef düğüme ulaşılırken, en düşük maliyetin ya da en kısa sürenin elde edilmesi amaçlanır. Hedef düğüme ulaşımda düğümler arasında kullanılan her bir bağlantının maliyeti dikkate alınır.

En kısa yol probleminin temeli; graf teorisine (çizge teorisine) dayanır. Graf teorisi; düğümler ve bu düğümleri birbirlerine bağlayan bağlantılardan oluşan şebeke yapısını inceleyen bir matematik dalıdır. Bir G grafı N düğümler kümesi, A bağlantılar kümesi olmak üzere iki kümeyle ifade edilir ve $\mathrm{G} = (\mathrm{N}, \mathrm{A})$ şeklinde gösterilir. Burada bağlantılar yönlü ya da yönsüz olabilir. Ayrıca her bir bağlantının bir değeri vardır. Özetlemek gerekirse bir graf, düğüm olarak adlandırılan noktalar ve bu noktaları birleştiren bağlantı olarak adlandırılan çizgiler topluluğudur.



Şekil 1. Örnek yönsüz graf

Yukarıda gösterilen yönsüz graf için küme gösterimleri aşağıda verilmiştir.

$\mathrm{N} = \{\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{E}, \mathrm{D}\}$

$\mathrm{A} = \{(\mathrm{A}, \mathrm{B}), (\mathrm{A}, \mathrm{E}), (\mathrm{B}, \mathrm{E}), (\mathrm{B}, \mathrm{D}), (\mathrm{E}, \mathrm{D})\}$

Şekil 1'de gösterilen örnek graf, yol yapısı olarak düşünülebilir. Burada N kümesi şehirleri, A kümesi ise aradaki yolları göstermektedir. N kümesindeki şehirler üzerinde yalnızca A kümesi üzerindeki yollar kullanılarak seyahat edilebilir.

Graf teorisi içerisindeki en önemli problemlerden biri en kısa yol problemidir. En kısa yol problemi yönlü, yönsüz veya karışık grafların tümü için geçerli bir problemdir. Bir graf içerisinde yer alan belirli düğümler arasındaki en kısa yolu bulmayı amaçlayan problemin temel olarak üç çeşidi mevcuttur.

Tek başlangıç düğümlü en kısa yol problemi: Belirtilen bir düğümden diğer tüm düğümlere olan en kısa yolun bulunması

Tek yol bulunan en kısa yol problemi: Belirtilen iki nokta arasındaki en kısa yolun bulunması

Tüm ikililer en kısa yol problemi: Graf içerisinde yer alan tüm düğümlerin birbirleri arasındaki en kısa yolların bulunması

Literatüre bakıldığında, farklı amaçlar dâhilinde iki nokta arasında en hızlı ve en kolay yolun nasıl belirlemesi gerektiği yönünde çokça çalışma mevcuttur. Bu bağlamda navigasyon cihazlarından, postacılık işlemlerine, oyun programlamadan internet trafiğinin düzenlenmesine kadar, düşük maliyet ve hızlı ulaşımı dikkate alan, her türlü taşıma gerektiren alanda en kısa yol probleminin uygulamaları görülmektedir.

1.2.1. En Kısa Yol Problemi Temelli Algoritmalar

Yol uzunluklarının kesin olarak bilindiği, herhangi bir belirsizliğin dikkate alınmadığı geleneksel en kısa yol probleminin çözümü için bugüne kadar pek çok algoritma geliştirilmiştir. Bunlardan bazıları aşağıda verilmiştir.

A* Yıldız Arama Algoritması: Tek yol bulmada kullanılmak üzere, Dijkstra algoritmasının bir versiyonu olarak Hart vd. (1968) tarafından geliştirilmiştir. Geliştirilen algoritma hızlı ve yüksek doğrulukla çözüm vermesi sebebiyle bilgisayar biliminde sıkça kullanılmaktadır.

Bellman-Ford Algoritması: Negatif bağlantıların da bulunabildiği tek başlangıç düğümlü en kısa yol problemlerinde kullanılan algoritma ilk olarak Shimbel (1954) tarafından ortaya atılsa da daha sonraki yıllarda çalışma yapan Bellman (1958) ve Ford Jr (1956) un isimleriyle anılmaktadır.

Dijkstra Algoritması: Dijkstra (1959) tarafından geliştirilen algoritma tek başlangıç düğümlü en kısa yol problemlerinin çözülmesinde kullanılır.

Floyd-Warshall Algoritması: Graf içerisinde yer alan tüm düğümlerin birbirine olan en kısa uzaklıklarını bulmada kullanılan algoritmada uzaklıklar negatif ya da pozitif olabilir. Dinamik programlama örneği olan algoritma ilk olarak Floyd (1962) tarafından ortaya çıkarılmıştır.

Johnson Algoritması: Graf içerisinde yer alan tüm düğümlerin birbirine olan en kısa uzaklıklarını bulmada kullanılan algoritma Floyd-Warshall algoritmasından daha hızlı sonuç vermektedir. Ayrıca aralıklı şebekelerde de kullanılabilen algoritma Johnson (1977) tarafından geliştirilmiştir.

Topolojik Sıralama: Yönlü çevrimsiz graf yapılarında uygulanabilen bir sıralama işlemi olarak özetlenebilecek yöntemde ağaç yapısına odaklanarak rotaları oluşturulur.

Viterbi Algoritması: Graf içerisinde yer alan tüm düğümlerin birbirine olan en kısa uzaklıklarını rassal ağırlıklar altında bulmak için kullanılır. Viterbi (1967) tarafından geliştirilen algoritma Markov modellerinden yararlanmıştır.

1.3. Pişmanlık Kriteri

Çalışma kapsamında ele alınan minimum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol problemini incelemeden önce, problemin ana teması olan pişmanlık kavramını açıklamakta yarar vardır.

Düğümler arasındaki bağlantı uzunluklarının aralıklı olduğu bir ağda pişmanlık; olası tüm senaryolar altında gerçekleşen maliyetle, uygun çözümle elde edilen maliyet arasındaki sapma (fark) olarak tanımlanabilir.

1.4. Minimum Pişmanlık Kriterine Bağlı En Kısa Yol (MPK-EKY) Problemi

En kısa yol problemlerine hayatın her alanında rastlamak mümkündür. Taşıma, rotalama, tedarik zinciri, telekomünikasyon gibi gerçek hayat problemleri en kısa yoldan gitmeyi baz alan problemlere örnek olarak verilebilir. Ancak gerçek hayat problemlerinde gecikme, hava koşulları, trafik, olası tehditler, talep ve kaynakların maliyeti, talebin değişken olması vb. parametrelerin oluşturacağı belirsizlikler göz önüne alındığında kullanılacak yolun maliyetini belirlemek, deterministik yaklaşıma dayanan en kısa yol problemi için zor olacaktır. Belirsizliklerin dikkate alındığı, en kısa yol problemlerinde karar vericilerin en uygun çözümü elde etmek amacıyla başvurdukları yöntemlerden biri de robust optimizasyondur.

Robust optimizasyonda ayrık ve aralıklı senaryolar olmak üzere iki farklı yaklaşım dikkate alınır. Ayrık senaryoda parametrenin alacağı değerler kesikli olarak belirlenir ve bu şekilde bir dizi senaryolar ele alınır (Kouvelis ve Yu, 1997). Aralıklı senaryoda ise parametrelerin alabileceği değerler iki sınır değeri arasında süreklidir ve bu şekilde olası senaryolar aralıklı olarak ele alınır. Özetlenecek olursa, ayrık senaryoda her bir senaryoyu gerçekleştirecek olan parametrelerin değerleri açık olarak verilmekteyken; aralıklı senaryoda ise her bir senaryoyu gerçekleştirecek olan parametrelerin değerleri aralıklandırılır (Assunçao vd., 2017).

Tez kapsamında belirsizliğin daha iyi ifade edilebileceği düşünülerek, düğümler arası bağlantı uzunluklarının iki sınır değeri arasında sürekli olduğu varsayılmıştır. Bu nedenle aralıklı senaryonun dikkate alındığı bu çalışma kapsamında, bağlantı uzunlukları için alt ve üst sınır değerleri belirlenmiş ve uzunluklar aralıklandırılmıştır. Aralıklı bağlantı uzunluklarının neden olduğu belirsizlikle başa çıkabilmek için literatürdeki robust optimizasyon çalışmalarında sıklıkla kullanılan minmax pişmanlık kriterinden yararlanılmıştır. Minmax pişmanlık kriteri (robust sapma) şebeke üzerinde oluşturulan herhangi bir senaryo altında, o senaryoya özgü optimal çözüm ve diğer çözümler arasındaki maksimum sapmayı minimize etmeyi amaçlar (Yaman vd., 2001). Buradan hareketle ele alınan problem artık; başlangıç düğümünden hedef düğümüne en kısa yolu kullanarak erişmek değil de; başlangıç düğümünden hedef düğümüne minimum pişmanlığı sağlayacak olan yolu kullanarak erişmek olacaktır.

1.5. Çalışmanın Amacı

Önceki bölümde değinilen belirsizlik durumları gerçek hayatta sıklıkla ortaya çıkan problemlerdir. Bu bağlamda, karar vericiler daha sağlıklı karar verebilmek için bu belirsizlikleri dikkate alıp, gerekli hesaplamaları yapmaktadırlar. Tez kapsamında en kısa yol problemlerinde belirsizliklerin meydana getirebileceği risklerden kaçınmak isteyen karar vericiler için, senaryolar arasında kıyaslama yapılarak pişmanlık kriterini dikkate alan bir çalışma yapılmıştır.

Bağlantı uzunluklarının aralıklı olduğu şebekeler üzerinde pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol problemini dikkate alan bu çalışmanın amacı; farklı yapılardaki şebekeler için, başlangıç düğümünden (düğümlerinden) hedef düğümüne (düğümlerine) gidilen (toplam) en kısa yolu, minimum pişmanlığı (sapmayı) sağlayacak şekilde, belirleyen matematiksel modeller oluşturmaktır.

1.6. Literatür Taraması

Bu bölümde, çalışmanın ana konusu olan Minimum Pişmanlık Kriterine Bağlı En Kısa Yol Problemi (MPK-EKY) ile ilgili hazırlanan yayın taramasına yer verilmiştir. Tez kapsamında ele alınan problemlerde, yapılarının belirsizlik içerdiği ve içerdeki fonksiyonun en büyük değerinin en küçüklenmesinin (minmax) amaçlanmasından dolayı, yayın taraması yapılırken bu yapılardaki çalışmalara odaklanılmıştır. Problemlerin yapılarına göre yayın taraması yapılmıştır.

Bir sonraki başlıkta minmax amaç fonksiyonuna sahip ve farklı alanlardaki matematiksel modeller içeren çalışmalara yer verilirken, bunlar içerisinden dikkat çeken çalışmalar özetlenmiştir. Devamında ise pişmanlık kriterini ele alan minmax modeller incelenmiş dikkat çeken çalışmalar detaylandırılmıştır.

1.6.1. Minmax Amaç Fonksiyonuna Sahip Çalışmalar

Literatürde optimizasyon problemlerinde ilk olarak, Mangasarian ve Ponstein (1965) minmax yapıdaki amaç fonksiyonunu kullanmışlardır. Problemin matematiksel yapısının incelendiği çalışma, daha sonraki çalışmalar için yol gösterici olmuştur. Dualite teoremi kullanarak yaptıkları ispatlarla problemin geçerliliğini ortaya koymuşlardır. Waren vd. (1967) mühendislik tasarım problemlerinde zaman zaman en büyük değerin en küçüklenmesinin gerektiğini ilk kez ortaya koyarak, doğrusal olmayan bir model geliştirmişlerdir. İki farklı örnek üzerinde kurdukları modeli test ederek, geliştirdikleri en küçükleme tekniklerini uygulamışlardır.

Martin ve Schwartz (1971) sensör yerleştirme problemini ele almışlardır. Robust yapıdaki çalışma belirsizliği dikkate alan ve minmax yapıdaki ilk çalışma olmuştur. Yerleştirilecek sensörlerin yakalayamayacağı en fazla sinyalin en az olmasını amaçlayan çalışmada matematiksel eşitsizlikler kullanılarak çözüm elde edilmiştir. Doğadaki belirsizliklerin parametreleri etkilediğini öne süren Nichida vd. (1974) olabilecek en kötü senaryonun, olabildiğince iyi olmasını amaçlayarak bir model geliştirmişlerdir. Sistem güvenliğini analiz ettikleri çalışmada, güvenilirlik testleri yaparak en iyi modeli kurmayı amaçlamışlardır. Mehra (1976) deneysel tasarım çalışmalarının parametrelerinin belirlenmesine odaklandığı çalışmasında sistem dinamiklerinin değişeceğini öne sürerek bir model geliştirmiştir. Geliştirdiği modeli ise algoritmalar vasıtasıyla çözmüştür.

Dechter ve Pearl (1985) daha önceki bölümlerde bahsedilen A yıldız arama algoritmasını incelemişlerdir. Minmax amaç fonksiyonu kullanarak en düşük maliyetle algoritmayı tamamlamayı amaçlayan yazarlar, geliştirdikleri sezgisel algoritmalarla öncü bir çalışmaya imza atmışlardır.

Sonraki yıllarda, konunun ve yapının literatüre yerleşmesiyle beraber çalışmalar sıklaşmıştır. Literatür incelendiği takdirde, bu yapıdaki problemlere genellikle atama, çizelgeleme, tesis yerleştirme ve darboğaz problemleri başlıklarında yer verilmiştir. Ayrıca maksimum pişmanlığın en küçüklenmesi ve robust minimum kapsayan ağaç konularında da çokça çalışma mevcuttur. İlgili başlıklarda yer alan çalışmalar Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1. Minmax yapıdaki çalışmalar

Yazar	Yıl	Konu	Yazar	Yıl	Konu
Bertsekas vd.	1992	En Kısa Yol	Jozefczyk ve Siepak	2013	Çizelgeleme
Ahuja vd.	1993	En Kısa Yol	Siepak	2014	Çizelgeleme
Kozina ve Perepelista	1994	En Kısa Yol	Kasperski ve Zielinski	2013	Darboğaz
Magnanti ve Wolsey	1995	En Kısa Yol	Perez-Galerce vd.	2014	En Kısa Yol
Mulvey ve Vanderbei	1995	En Kısa Yol	Siepak ve Jozefczyk	2014	Çizelgeleme
Kouvelis ve Yu	1997	En Kısa Yol	Higashikawa vd.	2015	Tesis Yerleştirme
Ben-Tal ve Nemirovski	1999	En Kısa Yol	Bhattacharya ve Kameda	2015	Tesis Yerleştirme
Kouvelis vd.	2000	Çizelgeleme	Bhattacharya vd.	2015	Tesis Yerleştirme
Demir vd.	2005	En Kısa Yol	Gonçalves vd.	2017	En Kısa Yol
Yaman vd.	2001	En Kısa Yol	Pereira	2018	Tesis Yerleştirme
Aron ve Van Hentenryck	2002	En Kısa Yol	Wu vd.	2018	Tesis Yerleştirme
Averbakh ve Lebedev	2004	En Kısa Yol	Chassein ve Goerigk	2018	En Kısa Yol
Montemanni ve Gambardella	2005	En Kısa Yol	Ng vd.	2018	Çizelgeleme
Aissi vd.	2005a	En Kısa Yol	Kacem ve Kellerer	2018	Çizelgeleme
Kalai vd.	2005	Tesis Yerleştirme	Liao ve Yu	2018	Çizelgeleme
Aissi vd.	2005b	Atama Problemleri	Conde	2019	En Kısa Yol
Montemanni	2006	En Kısa Yol	Davoodi	2019	Tesis Yerleştirme
Kasperski ve Zielinski	2006	En Kısa Yol	Paul ve Zhang	2019	Tesis Yerleştirme
Conde	2007a	En Kısa Yol	Zhao ve You	2019	Tesis Yerleştirme
Lebedev ve Averbakh	2006	Çizelgeleme	Saedinia vd.	2019	Tesis Yerleştirme
Conde	2008	En Kısa Yol	Jabbarzadeh vd.	2017	Tesis Yerleştirme
Kasperski	2008	En Kısa Yol	Ghahremani-Nahr vd.	2019	Tesis Yerleştirme
Janiak ve Kasperski	2008	En Kısa Yol	Paul ve Wang	2019	Tesis Yerleştirme
Conde	2007b	Tesis Yerleştirme	Yavari ve Mousavi-Saleh	2019	Tesis Yerleştirme
Aissi vd.	2009	En Kısa Yol	Yang ve Frangopol	2019	Atama Problemleri
Averbakh	2010	Darboğaz	Buergin vd.	2018	Atama Problemleri
Candia-Vejar vd.	2011	En Kısa Yol	Dokeroglu vd.	2019	Atama Problemleri
Pereira ve Averbakh	2011	Tesis Yerleştirme	Fardi vd.	2019	Atama Problemleri
Kasperski vd.	2012	En Kısa Yol	Abdelghany vd.	2018	Atama Problemleri
Kasperski vd.	2012	Çizelgeleme	Liu vd.	2019	Atama Problemleri
Conde	2013	Tesis Yerleştirme	Bandi vd.	2019	Atama Problemleri
Wu vd.	2014	Atama Problemleri			

Kozina ve Perepelitsa (1994) minimum kapsayan ağaç algoritmasında mesafelerin aralıklı olduğu yapıyı incelemişlerdir. Problemin karmaşıklığını belirleyerek, polinom sürede çözülebilir olduğunu göstermişlerdir. Çok amaçlı olarak modelledikleri optimizasyon probleminde en kötü senaryoya hazırlıklı bir çözüm geliştirmişlerdir.

Mulvey vd. (1995) robust bir modele odaklanarak, yenilikçi bir çalışmaya imza atmışlardır. Nokta tahmincisi yerine senaryo odaklı gerçekleştirdikleri çalışmalarında gerçekleşebilecek her senaryoda optimale yakın bir çözüm veren robust bir model geliştirmişlerdir. Geleneksel diyet probleminde uyguladıkları modeli, duyarlılık analizi yardımıyla geleneksel ve rassal modellerle kıyaslamışlardır.

Kouvelis ve Yu (1997) özellikle üretim ve yönetim uygulamalarında karar vericililerin, verilerde belirsizlik olduğu durumlar ile ilgili çalışmışlardır. Önerdikleri yöntemin temelinde, karar vericilerin belirsizlikler hakkında net bilgi sahibi olmadığı ve bu nedenle ortaya çıkabilecek en kötü durumlara karşı koruma sağlayan bir karar geliştirme metodolojisi yer almaktadır.

Kouvelis vd. (2000) literatürde çizelgeleme problemlerinde ilk defa robust yaklaşım kullanılan çalışmalarında, iş sürelerinin belirsiz olduğu iki makineli bir sistem için çizelgeleme problemini ele almışlardır. Çizelgedeki en büyük pişmanlığın en küçüklenmesini amaçladıkları çalışmalarında, kurdukları modelin NP-zor olduğunu gösterip dal-sınır algoritmasını kullanarak çözmüşlerdir.

Yaman vd. (2001) telekomünikasyon uygulamalarında bağlantı maliyetlerinin belirsiz olduğu minimum kapsayan ağaç problemini ele almışlardır. Maliyetlerin problem çözümünde etkin olduğunu düşünerek en kötü senaryoya hazırlıklı bir model geliştirdikleri çalışmalarında karışık tam sayılı programlama kullanmışlardır. Beş farklı uygulama yapmış ve yaptıkları uygulamaların polinom sürede çözüm verdiğini göstermişlerdir.

Averbakh ve Lebedev (2004) belirsiz bağlantı uzunlukları olan en kısa yol problemi ve minimum kapsayan ağaç problemlerini ele almışlar ve bu belirsizlik için minmax pişmanlık çözümünü sunmuşlardır. Tüm belirsizlik aralığı 0-1 aralığında olsa bile bu problemlerin NP-zor olduklarını belirlemişlerdir.

Kalai vd. (2005) "lexicographic α-robustness" olarak isimlendirdikleri yeni bir yaklaşım geliştirerek 1-medyan problemini çözmüşlerdir. Düğüm ağırlıkları ve uzunluklarını ayrı ayrı ve birlikte belirsiz olarak ele aldıkları çalışmalarında, sezgisel bir algoritma geliştirerek çözüme ulaşmışlardır.

Aissi vd. (2005a) sırt çantası probleminin geleneksel ve robust versiyonlarını incelemişlerdir. Dinamik programlama yöntemlerinden de yararlandıkları çalışmalarında, çok amaçlı problemlere de odaklanmışlar ve sırt çantası probleminin polinom sürede çözülemeyeceğini göstermişlerdir.

Averbakh (2010) belirsiz yapıda darboğaz problemine odaklanılan literatürdeki ilk çalışmayı gerçekleştirmiştir. Farklı problemlere uygulanabilecek şekilde geliştirdiği modelde, belirsizliğin darboğaz problemlerine de uygulanabilir olduğunu ispatlamıştır.

Candia-Vejar vd. (2011) yaptıkları çalışmada bazı kombinatoryel problemlerinin minmax pişmanlık yaklaşımı kullanarak hesaplanmasının karmaşıklığına dikkat çekmişlerdir. Değinilen problem türüne göre bu alanda çalışılan birkaç algoritma incelenmiştir.

Conde (2013) yeni tesis için yer seçimi problemini talep ve mesafeleri dikkate alan yapıda incelemiştir. Belirsizliği, açılacak olan tesisin konumu özelinde ele aldığı problemde taleplerin karşılanması gerektiği düşünülerek minimum pişmanlığı dikkate alan bir model geliştirmiştir ve problemin karmaşıklığını belirlemiştir.

Siepak ve Jozefczyk (2014) akış zamanını en küçüklemeyi amaçlayan iş atama problemi üzerinde çalışmışlardır. Görev sürelerinin değerlerinin tam olarak bilinmediği fakat hangi aralıkta olduğunun bilindiği çalışmada, 2-approximation algoritması kullanılarak minimum pişmanlığın elde edildiği çözüm bulunmuştur.

Higashikawa vd. (2015) çoklu başlangıçlı yer seçimi problemine yeni bir yaklaşım getirerek belirsizlik katmışlardır. Dinamik yapıda, yönsüz ve pozitif bağlantılardan oluşan şebekede, bağlantıların kapasitelerinin belirsiz olduğu varsayılmıştır. Hem minmax hem minsum kriterlerini dikkate alan çalışmada, dinamik yapıdaki problemlerin çözülebildiği gösterilmiştir.

Chassein ve Goerigk (2018) belirsizliğin de tam olarak tanımlanmadığı bir belirsizlik setinin olduğu problemler üzerinde inceleme yapmışlardır. Yani belirsiz parametrelerin de hangi parametreler olduğu tam olarak tanımlanmamıştır. Çalışmalarında bu gibi durumlarda farklı belirsizlik setleri için tek bir robust çözüm olabileceği üzerinde durup, atama problemi için böyle bir uygulama yapmışlardır.

Conde (2019) belirsiz parametrelerin kısmen kontrol edilebilir olduğu yeni bir minmax pişmanlık optimizasyon modeli incelemiştir. Belirsiz parametreler arasındaki bağımlılık ilişkilerinin varlığını varsayarak, parametreler hakkındaki mevcut belirsizliği kontrol etmek için bir takım karar değişkenlerini göz önünde bulundurmuştur. Benders ayrıştırma algoritması ile bir çizelgeleme problemine uyarlayıp analiz etmiştir.

Davoodi (2019) tesis yerleşim problemleri tiplerinden biri olan dengeli tesis yerleştirme problemi üzerinde çalışmıştır. Müşteriye en yakın tesisin en büyük mesafesini en küçüklenmesi ve tesisler arası dengenin en iyi olması şeklinde iki amacı olan çok amaçlı bir model geliştirip, modelin çözülmesi ve karmaşıklığı için analizler gerçekleştirmiştir.

Dokeroglu vd. (2019) Kuadratik atama problemi için hibrit yapay arı kolonisi algoritması önermişlerdir ve böylece NP-zor olan problemi polinom sürede çözüme kavuşturmuşlardır.

1.6.2. Minmax Pişmanlık Modelleri

Literatürde tezin ana konusu olan minmax pişmanlık problemi ile ilgili çalışmalara son yıllarda sıkça rastlanmaktadır. Bu çalışmaların odaklandığı ana konulardan biri de şebeke üzerindeki uygulamalardır. Literatürde yer alan bazı önemli çalışmalar ve bu çalışmalarda kullanılan çözüm yaklaşımları Tablo 2'de gösterilmiştir. Ele alınan çalışmaların bir kısmı da devamında özetlenmiştir.

Tablo 2. Minimum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol problemi ile ilgili çalışmalar

Çözüm Yaklaşımı	Yıl	Yazar
Bender Ayrıştırması	2005	Montemanni ve Gambardella
	2011	Candia-Vejar vd.
	2018	Carvalho vd.
	2018	Conde vd.
	2018	P´erez-Galarce vd.
Çoklu Algoritma	2014	Pascoal ve Resende
	2017	Assunção vd.
	2018	Chassein ve Goerigk
	2019	Chassein vd.
Dal Sınır Algoritması	2015	Chassein ve Goerigk
	2005a	Montemanni ve Gambardella
	2019	Chassein vd.
Dal Ücret Algoritması	2019	Lu ve Gzara
Dinamik Programlama	2016	Pascoal ve Resende
	2019	Bertsekas
Genel İnceleme	1997	Kouvelis ve Yu
	2004	Averbakh ve Lebedev
	2007	Aissi vd.
	2007	Gabrel ve Murat
	2008	Aissi vd.
	2008	Assavapooke vd.
	2009	Aissi vd.
	2009	Kasperski ve Zielinski
Matematiksel Modelleme	1995	Inuiguchi ve Sakawa
	1998	Mausser ve Laguna
	2001	Karaşan vd.
	2013	Gabrel vd.
	2019	Pay vd.
	2009	Conde
Metasezgisel Algoritma	2003	Bertsimas ve Sim
	2003	Donati vd.
	2005	Averbakh
	2011	Catanzaro vd.
	2018	Bhattacharya vd.
	2005b	Montemanni ve Gambardella
	2009	Conde
Sezgisel Algoritma	1998	Yu ve Yang
	1999	Mausser ve Laguna
	2000	Averbakh
	2006	Kasperski ve Zielinski
	2011	Gao
	2012	Dolgui ve Kovalev
	2013	Kang
	2013	Hasuike
	2014	Coco vd.
	2017	Conde

Iniugchi ve Sakawa (1995) amaç fonksiyon katsayılarının aralıklı olduğu doğrusal programlama modellerini ele almışlardır. Minmax pişmanlık modelinin kullanıldığı çalışmada, kurulan matematiksel model çözülerek optimum çözüm elde edilmiştir.

Karar vericilerin kesin olmayan bilgilerle karar vermek durumunda kaldığı problemler için, Mausser ve Laguna (1998) karar vericilerin duyabileceği pişmanlığın en küçük olmasını amaçladıklarını varsaymışlardır. Karışık tam sayılı modelleme kullanarak hazırladıkları modelde amaç fonksiyon katsayılarını belirsiz olarak ele almışlardır. Model çözülürken sezgisel algoritmalardan yararlanmışlardır.

Bertsimas ve Sim (2003) şebeke akışı problemine belirsizliği entegre ederek, problemin polinom sürede çözülebilir olduğunu göstermişlerdir. Ele aldıkları problemde amaç fonksiyon katsayılarında ve parametrelerde belirsizlikler vardır. Karışık tam sayılı modelleme kullanarak hazırladıkları model için, belirsizlik sadece amaç fonksiyonunda olduğu takdirde polinom sürede çözülebilirken, belirsizlik aynı zamanda parametrelerde de olunca, metasezgisel yöntemler kullanarak çözülebilmektedir.

Aissi vd. (2007) en kısa yol, sırt çantası ve minimum kapsayan ağaç problemleri için hazırlanan minmax pişmanlık modellere odaklanmışlardır. Çok amaçlı modelleri de değerlendirdikleri çalışmalarında, en kısa yol problemi için senaryo sayısı belli iken, modelleri polinom sürede çözebilen bir şema hazırlamışlardır. Minimum kapsayan ağaç ve sırt çantası problemleri için hazırladıkları şema bazı yapılarda çözüm verirken, bazı yapılarda çözümün Np-zor olduğunu göstermiştir.

Conde (2009b) sürelerin aralıklı olduğu kritik yol problemini ilk kez ele almıştır. Önceliklerin belli olduğu çalışmada maksimum pişmanlığı en küçükleyen bir karışık tam sayılı model kuran yazar, kurduğu modeli metasezgisel algoritma kullanarak çözmüştür.

Gao (2011) en kısa yol probleminde belirsizliği bir dağılıma oturtarak tüm şebekedeki en kısa yolları bulmuştur. Çözüm için hazırladığı algoritma, ilk olarak problemi deterministik yapıya çevirirken, devamında Dijkstra algoritmasını kullanarak optimum çözümleri elde etmektedir.

Dolgui ve Kovalev (2012) birden fazla pozitif tam sayı kümesinin olduğu ve seçilen kümenin toplamının minimum olması problemini incelemişlerdir. Belirsizlik ayrık ve aralıklı durumlar için ayrı ayrı modellenmiş ve karar vermek için minmax ile göreceli minmax yaklaşımları kullanmışlardır. Aralıklı durumlar için hazırlanan modeller polinom sürede çözülürken, ayrık durumlar için modelleri NP-Zor olarak belirtmişlerdir ve çözümünde sezgisel algoritma kullanmışlardır.

Hasuike (2013) bağlantı uzunluklarının aralıklı olduğu en kısa yol problemini, amaçların bulanık olduğu bir yaklaşımla ele almıştır. Karar vericinin objektifliğine ve tercihlerine göre karar vereceğini de modele ekleyen çalışmada, bulanık çift-kriterli problem, kısıtlı en kısa yol problemine dönüştürülmüştür. Çözümü için Dijkstra algoritmasını temel alan bir kesin algoritma ve Lagrange gevşetmesini temel alan bir sezgisel algoritma geliştirmiştir.

Pascoal ve Resende (2014) sonlu sayıda senaryo içeren modelinde minmax pişmanlık en kısa yol problemini ele almışlardır. Bu problem, tüm senaryolar içerisinde en kısa yol ile arasındaki maksimum sapmayı minimize edecek optimal bir yol bulmaktan ibarettir. Çoklu algoritmalar kullanarak çözdükleri problemi farklı boyuttaki şebekeler için test etmişlerdir.

Conde (2017) olurlu çözümlerin maliyetlerinin bir dizi parametreye (senaryoya) bağlı olduğu bir optimizasyon modelini ele aldığı çalışmasında, herhangi bir çözümün maliyetini değerlendirmek için, bilinen en iyi çözümle kıyaslanması gerektiğini ortaya koymuştur. Önerdiği optimizasyon modeli, beklentinin alındığı ve beklenen çözüme bağlı belirsizliği de gözeten ve pişmanlığı en aza indiren bir uzlaşma çözümü amaçlamaktadır. Problemde belirsizliklerin dağılımlarını belirleyerek, stokastik modelleme yöntemiyle çözümü elde etmiştir.

Carvalho vd. (2018) belirsizlik içeren en kısa yol problemini, internet erişimindeki şebeke yapısına uyarlamışlardır. Np-zor olan karışık tam sayılı modelleme problemini değişken komşu arama algoritmasını temel alan bir sezgisel yardımıyla çözmüşlerdir ve yüzde birden küçük bir farkla optimal çözüme yaklaşmışlardır.

Conde vd. (2018) konum temelli maliyetleri olan ve maksimum pişmanlığı en küçükleyen en kısa yol problemine odaklanmışlardır. Maliyetlerle ilgili belirsizliğin olduğu problem, karışık tam sayılı modellenmiştir. Belirsizliğe sahip parametreleri Bender ayrıştırması algoritması kullanarak çözmüşler ve belirli bir şema hazırlamışlardır.

Chassein vd. (2019) gerçek dünyadaki sokak uzunluklarını dikkate alan bir robust en kısa yol problemini ele almışlardır. Eldeki verileri temel alan robust optimizasyon için farklı belirsizlik kümelerini kıyaslamışlar ve aralarındaki ödünleşmeyi belirlemişlerdir. Belirsizlik ile baş etmek için ise dal sınır algoritmasını kullanmışlardır.

Lu ve Gzara (2019) belirsizliği talep bazında ele alarak araç rotalama problemini incelemişlerdir. Her bir yolun olurlu olup olmamasını belirleyerek çözümü bulmayı amaçlamışlardır. Simülasyon tekniklerine çözüm için başvurmuşlardır.

1.7. Literatüre Katkı

Literatürde bugüne kadar yapılan en kısa yol problemi çalışmaları incelendiğinde, genellikle en kısa yol minimum pişmanlık probleminin geleneksel şebeke yapısı üzerinde çalışılmıştır.

- ✓ Bu tez kapsamında ise farklı başlangıç düğümü ve/veya hedef düğümü sayıları bulunan şebeke yapıları ele alınarak minimum pişmanlık problemleri için matematiksel modeller oluşturulmuştur.
- ✓ Düğümlere kapasite ve talep ekleyen ilk çalışma olmuştur.
- ✓ Yeni şebeke yapıları kurulmuş ve pişmanlık kriterine bağlı problem için hazırlanan modeller, bu şebekeler üzerinde uygulanmıştır.
- ✓ Belirsizlik altında, optimal çözüm veren matematiksel modeller geliştirilmiştir.
- ✓ Belirsizliğin dağılımının bilinmediği varsayılarak, problemin çözümüne yönelik robust yaklaşım ele alınmıştır.
- ✓ Belirsizlik altında karar verebilmek için ele alınan robust yaklaşımda, karar vericiler için minimum pişmanlık kriteri önerilerek matematiksel modeller hazırlanmıştır.
- ✓ Problem için hazırlanan modeller, farklı şebeke yapıları için uygulanabilir olması açısından esnek yapıdadır.
- ✓ Hazırlanan matematiksel modeller çok kısa sürede çözüm verdiği için büyük ölçekli şebekelerde de uygulanabilir.
- ✓ Probleme yönelik daha önceki çalışmalarda, genellikle şebeke yapısını küçültmek için yapılan eleme işlemlerine gerek kalmadan, çalışmada hazırlanan model kullanılarak, ele alınan problem için çözüm elde edilmiştir.

Literatürde yer alan çalışmalara benzer şekilde, ele alınan problem için farklı şebeke yapıları oluşturularak senaryolara göre ortaya çıkan pişmanlıklar analiz edilmiştir. Kurulan modeller Cplex Opl Optimization Studio 12.8 paket programında çalıştırılmıştır ve oldukça kısa süreler içerisinde çözüm verdiği görülmüştür.

2. MPK-EKY PROBLEM TİPLERİ

Çalışma kapsamında dört farklı yapıdaki MPK-EKY problemi ele alınmıştır. Ele alınan problemler aşağıdaki gibidir.

- ✓ Tek başlangıç tek hedef MPK-EKY problemi (TT-MPK-EKY)
- ✓ Çok başlangıç tek hedef MPK-EKY problemi (ÇT-MPK-EKY)
- ✓ Tek başlangıç çok hedef MPK-EKY problemi (TÇ-MPK-EKY)
- ✓ Çok başlangıç çok hedef MPK-EKY problemi (ÇÇ-MPK-EKY)

2.1. TT-MPK-EKY Problemi

Literatürdeki çalışmalarda minimum pişmanlığı sağlayacak en kısa yolu bulma problemine yönelik konu edinilen geleneksel problemdir. Şebeke üzerinde tek bir başlangıç düğümü ve tek bir hedef düğümü mevcuttur. Karar verici, düğümler arasındaki bağlantı uzunluklarının aralıklarla belirlendiği şebekede, bu aralıklı yapının meydana getireceği maksimum pişmanlığı minimize eden en kısa yolu kullanarak başlangıç düğümünden hedef düğümüne ulaşmayı amaçlar.

Örnek verilecek olursa, herhangi bir noktada gerçekleşen kaza durumunda, kaza yerine sevk edilecek ambulansın tek bir noktadan en kısa sürede kaza yerine ulaşması beklenir. Ancak kullanılacak yol üzerinde hava durumu, trafik, yol çalışması vb. ulaşım zamanını artıracak pek çok olası belirsizlikler olabilir. Bu belirsizlikleri problemde ifade edebilmek adına, yol uzunluklarının/sürelerinin en kötü ve en iyi senaryo olarak gösterildiği aralıklı yapı modele entegre edilmiştir. Bu durumda kaza yerine en kısa sürede ulaşmayı amaçlayan ambulans için seçilecek yol, toplam minimum pişmanlığı sağlayacak yol olacaktır.

2.2. ÇT-MPK-EKY Problemi

Geleneksel MPK-EKY probleminden farklı olarak, şebeke üzerinde başlangıç noktası olabilecek yalnızca bir düğüm değil birden fazla düğüm bulunmaktadır. Karar verici, başlangıç düğümleri kümesi ve tek bir hedef düğümü içeren, düğümler arasındaki bağlantı uzunluklarının aralıklarla belirlendiği şebekede, başlangıç düğümleri kümesinin elemanlarından bu aralıklı yapının meydana getireceği maksimum pişmanlığı minimize eden en kısa yolu kullanarak hedef düğümüne ulaşmayı amaçlar. Geleneksel minmax pişmanlık probleminden farklı olarak bu problemde, düğümlere kapasite ve talep eklenmiştir. Yani, şebeke üzerinde hedef düğümünün talebi (sefer ihtiyacı) ve bu talebi karşılayacak başlangıç düğümleri kümesinin elemanlarının kapasiteleri olduğu varsayılmıştır.

Örnek verilecek olursa, herhangi bir kaza durumunda kaza yerine birden fazla ambulansın sevk edilmesi gerekebilir. Sevk edilebilecek ambulansların bulunduğu birçok nokta mevcuttur. Bu noktalar içerisinden kapasiteleri (noktalarda bulunan ambulans sayısı) gözetilerek, yalnızca bir noktadan yola çıkacak ambulansların, minimum pişmanlığı sağlayacak rotayı kullanarak kaza yerine ulaşması amaçlanır.

2.3. TÇ-MPK-EKY Problemi

Geleneksel MPK-EKY probleminden farklı olarak, şebeke üzerinde başlangıç noktası olarak yalnızca bir düğüm ve birden fazla hedef düğümü bulunmaktadır. Karar verici, tek bir başlangıç düğümü ve hedef düğümleri kümesi içeren, düğümler arasındaki bağlantı uzunluklarının aralıklarla belirlendiği şebekede, başlangıç düğümünden bu aralıklı yapının meydana getireceği maksimum pişmanlığı minimize eden en kısa yolu kullanarak hedef düğümleri kümesinin tüm elemanlarına ulaşmayı amaçlar. Geleneksel minmax pişmanlık probleminden farklı olarak bu problemde, düğümlere kapasite ve talep eklenmiştir. Yani, şebeke üzerinde yer alan her bir hedef düğümünün talebi (sefer ihtiyacı) ve bu talebi karşılayacak başlangıç düğümünün kapasitesi olduğu varsayılmıştır.

Örnek verilecek olursa, teröristlerin birden fazla noktada aynı anda olay çıkardıktan sonra polis araçlarının tek karakoldan bu olay yerlerine gitmesi gerekebilir. Sevk edilebilecek polis araçlarının bulunduğu tek bir nokta mevcuttur. Bu noktanın kapasitesi (noktada bulunan polis aracı sayısı) ve olay yerlerinin talebi (gereken polis aracı sayısı) gözetilerek, yola çıkacak polis araçlarının, minimum pişmanlığı sağlayacak rotaları kullanarak olay yerlerine ulaşması amaçlanır.

2.4. ÇÇ-MPK-EKY Problemi

Geleneksel MPK-EKY probleminden farklı olarak, şebeke üzerinde birden fazla başlangıç düğümü ve birden fazla hedef düğüm bulunmaktadır. Karar verici, başlangıç düğümleri kümesi ve hedef düğümleri kümesi içeren, düğümler arasındaki bağlantı uzunluklarının aralıklarla belirlendiği şebekede, başlangıç düğümleri kümesi elemanlarından bu aralıklı yapının meydana getireceği maksimum pişmanlığı minimize eden en kısa yolu kullanarak hedef düğümleri kümesinin tüm elemanlarına ulaşmayı amaçlar. Geleneksel minmax pişmanlık probleminden farklı olarak bu problemde, düğümlere kapasite ve talep eklenmiştir. Yani, şebeke üzerinde yer alan her bir hedef düğümünün talebi (sefer ihtiyacı) ve bu talebi karşılayacak her bir başlangıç düğümünün kapasitesi olduğu varsayılmıştır.

Örnek verilecek olursa, teröristlerin birden fazla noktada yangına mahal veren eylemler gerçekleştirdikten sonra bu noktalara farklı istasyonlardan itfaiye araçlarının sevk edilmesi gerekir. Sevk edilebilecek itfaiye araçlarının bulunduğu birden fazla nokta mevcuttur. Bu noktaların kapasitesi (noktalarda bulunan itfaiye aracı sayısı) ve yangın yerlerinin talebi (gereken itfaiye aracı sayısı) gözetilerek, yola çıkacak itfaiye araçlarının, minimum pişmanlığı sağlayacak rotaları kullanarak yangın yerlerine ulaşması amaçlanır.

Bir sonraki bölümde ele alınan problemler sırasıyla anlatılarak, problemlerin çözümünde kullanılan matematiksel modeller verilmiş, devamında ise her bir model, örnek şebekeler üzerinde uygulanmıştır.

3. HAZIRLANAN MATEMATİKSEL MODELLER

Bu çalışmada ele alınan problemler için geliştirilen matematiksel modeller bu bölümde detaylıca açıklanmıştır.

3.1. TT-MPK-EKY Problemi Matematiksel Modeli

Minimum pişmanlığı sağlayacak olan yolu bulma amacı taşıyan bu modelde geleneksel en kısa yol problemi, N'nin düğümler kümesini; A'nın ise düğümler arasında yer alan bağlantılar kümesini temsil ettiği $G = (N, A)$ şeklinde ifade edilen bir graf üzerinde tanımlanmıştır. Bu problemde aralıklı bağlantı uzunlukları $d\ [l_{ij}, u_{ij}]$, $(i, j\ \in N)$ pozitiftir. Problemde başlangıç düğümünden hedef düğüme giden birden çok rota bulunur. Her bir rota o şebeke için birer senaryodur. Tek bir başlangıç düğümünden tek hedef düğüme erişmeyi amaçlayan her senaryo arasından, en kısa yola kıyasla en düşük pişmanlığı (sapma) verecek olan senaryo bulunur. Bu senaryo artık minimum pişmanlıkla hedef düğüme varan optimum çözüm olacaktır. Aşağıda TT-MPK-EKY probleminin çözümünde kullanılmak üzere hazırlanan matematiksel model verilmiştir.

İndisler

$N = 1,2, \dots, n$

Parametreler

$u_{ij} = \text{düğüm i ve düğüm j arasındaki uzaklığın üst sınırı}$

$l_{ij} = \text{düğüm i ve düğüm j arasındaki uzaklığın alt sınırı}$

Karar Değişkenleri

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, \text{eğer düğüm i'den düğüm j'ye giden yol kullanılırsa} \\ 0, \text{diğer durumlar} \end{cases}$$

$x_i = \text{başlangıç düğümünden düğüm i'ye gidilebilecek en kısa yol uzunluğu}$

$w_{ij} = \text{düğüm i, j arasındaki yolun kullanılma durumuna göre, yol uzunluğu}$

Amaç Fonksiyonu

$$Z = \min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_{ij} y_{ij} - x_n \quad (1)$$

Kısıtlar

$$w_{ij} = l_{ij} + (u_{ij} - l_{ij})y_{ij} \qquad \forall i,j \in N \qquad (2)$$

$$x_j \leq x_i + w_{ij} \qquad \forall i,j \in N \qquad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} y_{ij} - \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} y_{jk} = 0 \qquad \forall j \in N/\{1,n\} \qquad (4)$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{1j} - \sum_{i=1}^{n} y_{i1} = 1 \qquad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_{in} - \sum_{j=1}^{n} y_{nj} = 1 \qquad (6)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ii} = 0 \qquad \forall i \in N \qquad (7)$$

$$x_1 = 0 \qquad (8)$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall i,j \in N \qquad (9)$$

$$w_{ij} \geq 0 \qquad \forall i,j \in N \qquad (10)$$

$$x_i \geq 0 \qquad \forall i \in N \qquad (11)$$

Eşitlik 1’de Z'de, her bir i ve j değeri için kullanılacak olan yol uzunluğunun, gerçekleştirilen senaryo bazında başlangıç düğümünden hedef düğümüne oluşturulabilecek en kısa yola kıyasla pişmanlığının (sapma) minimize edilmesi amaçlanmıştır. Eşitlik 2’de düğüm i ile düğüm j arasındaki aralıklı bağlantı uzunluğunu dikkate alarak, yolun kullanılma durumunda yol uzunluğunun üst sınır değerini; kullanılmama durumunda ise yol uzunluğunun alt sınır değerini alan bir karar değişeni modele eklenmiştir. Eşitsizlik 3’te şebeke üzerindeki düğümler için; bir düğümün alabileceği en kısa yol mesafesi, düğümün kendisiyle bağlantılı düğümlerin mesafeleriyle, o düğümün aralıklı bağlantı uzunluklarının izlenilen rota üzerinde olup olmamasına göre değeri değişecek olan fark değişkeninin toplamı olarak ifade edilmiştir. Eşitlik 4’te ise bir akış kısıtı oluşturulmuş olup; her bir ara düğüme giren seferden o düğümden çıkan sefer çıkarılarak 0’a eşitlenmiştir ve bu şekilde oluşturulan rotanın ara düğümlerde sonlanmaması sağlanmıştır. Eşitlik 5’te her bir senaryo için başlangıç düğümünden sadece bir seferin çıkışına izin veren kısıt belirlenmiştir. Eşitlik 6’da da yine her bir senaryo için hedef düğümüne sadece bir seferin gitmesine izin veren kısıt belirlenmiştir. Eşitlik 7’de şebekede herhangi bir düğümde başlayıp, yine o düğümde sonlanan seferlerin toplamı 0 yapılarak döngülerin önüne geçilmiştir. Eşitlik 8’de ilk düğümün yol uzunluğunun 0 olması gerektiği belirlenmiştir. Eşitlik 9’da belirtilen y_{ij} değişkeni, eğer (i,j) düğümleri hedef düğümüne giden yol üzerinde ise 1 değerini alırken; (i,j) düğümleri kullanılan yol üzerinde değilse 0 değerini alır. Son olarak Eşitsizlik 10 ve 11’de ise diğer karar değişkenlerinin negatif olamayacağı ifade edilmiştir.

3.2. ÇT-MPK-EKY Problemi Matematiksel Modeli

N'nin düğümler kümesini, A'nın ise düğümler arasında yer alan bağlantılar kümesini temsil ettiği $G = (N, A)$ şeklinde ifade edilen bir graf üzerinde tanımlanan problemin, tek başlangıç tek hedef düğümü içeren minimum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol probleminden farkı; bu problemde başlangıç düğümü daha önceden belirtilmemiştir. Hedef düğümü olan düğüm n'ye gidilirken başlangıç düğümünün belirli bir düğüm olmadığı bir problem mevcuttur. Problemde S ile gösterilen ve m tane elemanı bulunan başlangıç düğümleri kümesi belirlenmiştir. Başlangıç düğümleri kümesinin elemanı olan herhangi bir düğümden başlayıp, minimum pişmanlığı veren yolu kullanarak hedef düğüme gitmek üzerine kurulu bir problem oluşturulmuştur. S başlangıç düğümleri kümesi, N düğümler kümesinin alt kümesidir ve m değeri n değerinden küçüktür. Ayrıca N kümesinde bulunup S kümesinde bulunmayan düğümlerin oluşturduğu bir D kümesi tanımlanmıştır ve bu D kümesi N düğümler kümesinin alt kümesidir. Düğüm n, D kümesinin bir elemanı değildir. Problemde her bir başlangıç düğümünün kapasitesi c_{s_i} iken; hedef düğümü talebi ise d olarak belirtilmiştir. Başlangıç düğümlerinden hedef düğümüne minimum pişmanlığı sağlayacak biçimde oluşturulması gereken toplam rota sayısı hedef düğümünün talebi kadardır. Aşağıda ÇT-MPK-EKY probleminin çözümünde kullanılmak üzere hazırlanan matematiksel model verilmiştir.

İndisler

$N = 1,2, \dots, n$

$S = 1,2, \dots, m$

Parametreler

$u_{ij} = \text{düğüm i ve düğüm j arasındaki uzaklığın üst sınırı}$

$l_{ij} = \text{düğüm i ve düğüm j arasındaki uzaklığın alt sınırı}$

$c_{s_i} = \text{başlangıç düğümü } s_i\text{'nin kapasitesi}$

$d = \text{hedef düğümünün talebi}$

Karar Değişkenleri

$$k_{ij} = \begin{cases} 1\text{, eğer düğüm i'den düğüm j'ye giden yol kullanılırsa} \\ 0\text{, diğer durumlar} \end{cases}$$

$x_i = \text{başlangıç düğümünden düğüm i'ye gidilebilecek en kısa yol uzunluğu}$

$w_{ij} = \text{düğüm i, j arasındaki yolun kullanılma durumuna göre yol uzunluğu}$

y_{ij} = düğüm i ve düğüm j arasındaki yolun kullanılma sayısı

Amaç Fonksiyonu

$$Z = \min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_{ij} * y_{ij} - x_n * d \qquad (12)$$

Kısıtlar

$$w_{ij} = l_{ij} + (u_{ij} - l_{ij}) * k_{ij} \qquad \forall i, j \in N \qquad (13)$$

$$x_j \leq x_i + w_{ij} \qquad \forall i, j \in N \qquad (14)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} y_{ij} - \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} y_{jk} = 0 \qquad \forall j \in D \qquad (15)$$

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} y_{s_i j} - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} y_{i s_j} = d \qquad (16)$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_{in} - \sum_{j=1}^{n} y_{nj} = d \qquad (17)$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{s_i j} - \sum_{k=1}^{n} y_{k s_i} \leq c_{s_i} \qquad \forall s_i \in S \qquad (18)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ii} = 0 \qquad \forall i \in N \qquad (19)$$

$$x_{s_i} = 0 \qquad \forall s_i \in S \qquad (20)$$

$$k_{ij} \leq y_{ij} \qquad \forall i, j \in N \qquad (21)$$

$$Mk_{ij} \geq y_{ij} \qquad \forall i, j \in N \qquad (22)$$

$$k_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall i, j \in N \qquad (23)$$

$$y_{ij} \geq 0 \qquad \forall i, j \in N \qquad (24)$$

$$w_{ij} \geq 0 \qquad \forall i, j \in N \qquad (25)$$

$$x_i \geq 0 \qquad \forall i \in N \qquad (26)$$

Eşitlik 12'de Z'de, her bir i ve j değeri için kullanılacak olan yol uzunluğunun, gerçekleştirilen senaryo bazında başlangıç düğümlerinden hedef düğümüne oluşturulabilecek en kısa yola kıyasla pişmanlığının (sapma) minimize edilmesi amaçlanmıştır. Eşitlik 13'te düğüm i ile düğüm j arasındaki aralıklı bağlantı uzunluğunu gözeterek, yolun kullanılma durumunda yol uzunluğunun üst sınır değerini; kullanılmama durumunda ise yol uzunluğunun alt sınır değerini alan bir fark kısıtı modele eklenmiştir. Eşitsizlik 14'te şebeke üzerindeki düğümler için; bir düğümün alabileceği en kısa yol mesafesi, düğümün kendisiyle bağlantılı düğümlerin mesafeleriyle, o düğümün aralıklı bağlantı uzunluklarının izlenilen rota üzerinde olup olmamasına göre değeri değişecek olan fark değişkeninin toplamı olarak ifade edilmiştir. Eşitlik 15'te ise bir akış kısıtı oluşturulmuş olup; her bir ara düğüme giden seferden o düğümden çıkan sefer çıkarılarak 0'a eşitlenmiştir ve bu şekilde oluşturulan rotanın ara düğümlerde sonlanmaması sağlanmıştır. Eşitlik 16'da her bir senaryo için başlangıç düğümleri kümesinden hedef düğümüne, hedef düğümünün talebi kadar seferin çıkışına izin veren kısıt belirlenmiştir. Eşitlik 17'de hedef düğümüne gelen sefer sayısının, hedef düğümünün talebi kadar olmasını sağlayacak kısıt belirtilmiştir. Eşitsizlik 18'de başlangıç düğümleri kümesindeki her bir başlangıç düğümünden çıkan sefer sayısı, o başlangıç düğümünün kapasitesi kadardır. Eşitlik 19'da şebekede herhangi bir düğümde başlayıp, yine o düğümde sonlanan seferlerin toplamı 0 yapılarak döngülerin önüne geçilmiştir. Eşitlik 20'de başlangıç düğümleri kümesi elemanlarının yol uzunluklarının 0 olması gerektiği belirtilmiştir. Eşitsizlik 21 ve 22'de yolun kullanılma sayısını belirten y_{ij} değişkenine göre, amaç fonksiyonunu minimize etme amacıyla, eğer bahsi geçen yol bir veya birden fazla kullanılmışsa k_{ij} değişkeni 1 değerini alırken; yol hiç kullanılmamışsa k_{ij} değeri 0 değerini alır. Son olarak Eşitsizlik 24, 25 ve 26'da ise diğer karar değişkenlerinin negatif olamayacağı ifade edilmiştir.

3.3. TÇ-MPK-EKY Problemi Matematiksel Modeli

Geleneksel en kısa yol probleminden farklı olarak bu problemde belirlenen tek bir başlangıç noktasından birden fazla hedef noktasına minimum pişmanlığı sağlayacak yolu kullanarak hareket etme amaçlanmaktadır. Problemde F ile gösterilen bir hedef düğümleri kümesi vardır ve bu F kümesi düğümler kümesi N'nin alt kümesidir. Burada F kümesinin eleman sayısı p'dir ve $p \leq n$'dir. Bir önceki başlıkta incelenen ÇT-MPK-EKY probleminden farklı olarak burada; tek bir başlangıç düğümünden F kümesi ile tanımlanan hedef düğümleri kümesi içerisinde yer alan tüm düğümlere (p adet düğüme) minimum pişmanlıkla gidilmesi amaçlanır. Problemde ayrıca N kümesinin elemanı olup, hedef düğümler kümesi F ve başlangıç düğümünün dışında kalan düğümlerin oluşturduğu bir D ara düğümler kümesi tanımlanmıştır. Belirtilen problemde hedef düğümler kümesi talepleri toplamının, başlangıç düğümünün kapasitesini aşmayacağı varsayılarak; başlangıç düğümünden hedef düğümler kümesi F nin tüm elemanlarına ara düğümler kümesi D nin elemanları kullanılarak gidilmesi istenmektedir. Aşağıda TÇ-MPK-EKY Problemini çözmek üzere bir matematiksel model verilmiştir.

İndisler

$N = 1,2,\ldots,n$

$\mathrm{F} = 1,2, \dots, \mathrm{p}$

Parametreler

$u_{ij} = \text{düğüm i ve düğüm j arasındaki uzaklığın üst sınırı}$

$l_{ij} = \text{düğüm i ve düğüm j arasındaki uzaklığın alt sınırı}$

$d_{f_i} = \text{hedef düğümü } f_i{}'\text{nin talebi}$

Karar Değişkenleri

$k_{ij} = \begin{cases} 1, \text{eğer düğüm i}'\text{den düğüm j}'\text{ye giden yol kullanılırsa} \\ 0, \text{diğer durumlar} \end{cases}$

$x_i = \text{başlangıç düğümünden düğüm i}'\text{ye giden en kısa yol uzunluğu}$

$w_{ij} = \text{düğüm i, j arasındaki yolun kullanılma durumuna göre, yol uzunluğu}$

$y_{ij} = \text{düğüm i ve düğüm j arasındaki yolun kullanılma sayısı}$

Amaç Fonksiyonu

$$Z = \min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_{ij} * y_{ij} - \sum_{i=1}^{p} x_{f_i} d_{f_i} \quad (27)$$

Kısıtlar

$$w_{ij} = l_{ij} + (u_{ij} - l_{ij}) * k_{ij} \quad \forall i, j \in N \quad (28)$$

$$x_j \leq x_i + w_{ij} \quad \forall i, j \in N \quad (29)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} y_{ij} - \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} y_{jk} = 0 \quad \forall j \in D \quad (30)$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{1j} - \sum_{i=1}^{n} y_{i1} = \sum_{i=1}^{p} d_{f_i} \quad (31)$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_{if_k} - \sum_{j=1}^{n} y_{f_k j} = d_{f_k} \quad \forall f_k \in F \quad (32)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ii} = 0 \quad \forall i \in N \quad (33)$$

$$x_1 = 0 \quad (34)$$

$$k_{ij} \leq y_{ij} \quad \forall i, j \in N \quad (35)$$

$$Mk_{ij} \geq y_{ij} \quad \forall i, j \in N \quad (36)$$

$$k_{ij} \in \{0,1\} \quad (37)$$

$$y_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \in N \quad (38)$$

$$w_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \in N \quad (39)$$

$$X_i \geq 0 \quad \forall i \in N \quad (40)$$

Eşitlik 27’de Z’ de, her bir i ve j değeri için kullanılacak olan yol uzunluğunun, gerçekleştirilen senaryo bazında başlangıç düğümünden hedef düğümlerine oluşturulabilecek en kısa yola kıyasla pişmanlığının (sapma) minimize edilmesi amaçlanmıştır. Eşitlik 28'de düğüm i ile düğüm j arasındaki aralıklı bağlantı uzunluğunu gözeterek, yolun kullanılma durumunda yol uzunluğunun üst sınır değerini; kullanılmama durumunda ise yol uzunluğunun alt sınır değerini alan bir fark kısıtı modele eklenmiştir. Eşitsizlik 29'da şebekedeki her bir düğüm için; belirlenen bir senaryoda bir düğümün alabileceği en kısa yol mesafesi, kendisiyle bağlantılı düğümlerin mesafeleri ve bu düğümlerle kendisi arasındaki aralıklı bağlantı uzunluklarının izlenilen rota üzerinde olup olmamasına göre değeri değişecek olan fark değişkeninin toplamı olarak ifade edilmiştir. Eşitlik 30'da ise bir akış kısıtı oluşturulmuş olup; her bir ara düğüme giren toplam sefer sayısından o düğümden çıkan toplam sefer sayısı çıkarılarak 0'a eşitlenmiştir ve bu şekilde oluşturulan rotanın ara düğümlerde sonlanmaması sağlanmıştır. Eşitlik 31'de her bir senaryo için tek bir başlangıç düğümünden hedef düğümleri kümesine, her bir hedef düğümünün talebi kadar seferin çıkışına izin veren kısıt belirlenmiştir. Eşitlik 32'de hedef düğümleri kümesindeki elemanlara gelen sefer sayısının, hedef düğümleri kümesindeki her bir elemanın talebi kadar olmasını sağlayacak kısıt belirtilmiştir. Eşitlik 33'te şebekede herhangi bir düğümde başlayıp, yine o düğümde sonlanan seferlerin toplamı 0 yapılarak döngülerin önüne geçilmiştir. Eşitlik 34'te başlangıç düğümünün yol uzunluğunun 0 olması gerektiği belirtilmiştir. Eşitsizlik 35 ve 36'da yolun kullanılma sayısını belirten y_{ij} değişkenine göre, amaç fonksiyonunu minimize etme amacıyla, yol bir veya birden fazla kullanılmışsa k_{ij} değişkeni 1 değerini alırken; yol hiç kullanılmamışsa k_{ij} değeri 0 değerini alır. Son olarak Eşitsizlik 38, 39 ve 40'ta ise diğer karar değişkenlerinin negatif olamayacağı ifade edilmiştir.

3.4. ÇÇ-MPK-EKY Problemi Matematiksel Modeli

Çok başlangıç çok hedef düğümü içeren şebekenin incelendiği bu problemde, S başlangıç düğümleri kümesi ve F hedef düğümleri kümesinin elemanlarının belirli kapasiteleri ve talepleri vardır. Hedef düğümleri kümesinde yer alan her bir düğümde o düğümün talebi kadar sefer sonlanmalıdır. Ayrıca başlangıç düğümleri kümesinin elemanlarının da kapasiteleri vardır ve her bir düğüm için o düğümden başlayacak sefer sayısı, düğümün kapasitesini aşamaz. Problemde her bir hedef düğümünün talebini karşılayabilmek için, hedef düğümlerinin talepleri toplamının, başlangıç düğümlerinin kapasiteleri toplamından küçük ya da eşit olması gerekmektedir. Özetlemek gerekirse problemde, S başlangıç düğümleri kümesindeki her bir düğümün kapasitesini aşmadan başlamak koşuluyla F hedef düğümleri kümesinde yer alan düğümlerin talebi kadar seferin, minimum pişmanlığı sağlayacak olan yol kullanılarak gerçekleştirilmesi istenmektedir. Aşağıda ÇÇ-MPK-EKY problemini çözmek üzere bir matematiksel model verilmiştir.

İndisler

$N = 1,2, \dots, n$

$S = 1,2, \dots, m$

$F = 1,2, \dots, p$

Parametreler

u_{ij} = düğüm i ve düğüm j arasındaki uzaklığın üst sınırı

l_{ij} = düğüm i ve düğüm j arasındaki uzaklığın alt sınırı

d_{f_i} = hedef düğümü f_i'nin talebi

c_{s_i} = başlangıç düğümü s_i'nin kapasitesi

Karar Değişkenleri

$$k_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{eğer düğüm i'den düğüm j'ye giden bağlantı kullanılırsa} \\ 0, & \text{diğer durumlar} \end{cases}$$

x_i = başlangıç düğümünden düğüm i'ye giden en kısa yol uzunluğu

w_{ij} = düğüm i, j arasındaki yolun kullanılma durumuna göre yol uzunluğu

y_{ij} = düğüm i ve düğüm j arasındaki bağlantının kullanılma sayısı

Amaç Fonksiyonu

$$Z = \min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_{ij} * y_{ij} - \sum_{i=1}^{p} x_{f_i} d_{f_i} \quad (41)$$

Kısıtlar

$$w_{ij} = l_{ij} + (u_{ij} - l_{ij}) * k_{ij} \qquad \forall i, j \in N \quad (42)$$

$$x_j \leq x_i + w_{ij} \qquad \forall i, j \in N \quad (43)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} y_{ij} - \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} y_{jk} = 0 \qquad \forall j \in D \quad (44)$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{s_i j} - \sum_{k=1}^{n} y_{k s_i} \leq c_{s_i} \qquad \forall s_i \in S \quad (45)$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_{i f_k} - \sum_{j=1}^{n} y_{f_k j} = d_{f_k} \qquad \forall f_k \in F \quad (46)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ii} = 0 \qquad \forall i \in N \quad (47)$$

$$x_{s_i} = 0 \qquad \forall s_i \in S \quad (48)$$

$$y_{ij} \leq k_{ij} \qquad \forall i, j \in N \quad (49)$$

$$My_{ij} \geq k_{ij} \qquad \forall i, j \in N \quad (50)$$

$k_{ij} \in \{0,1\}$ $\quad\quad$ $\forall i, j \in N$ $\quad\quad$ (51)

$y_{ij} \geq 0$ $\quad\quad$ $\forall i, j \in N$ $\quad\quad$ (52)

$w_{ij} \geq 0$ $\quad\quad$ $\forall i, j \in N$ $\quad\quad$ (53)

$x_i \geq 0$ $\quad\quad$ $\forall i \in N$ $\quad\quad$ (54)

Eşitlik 41'de Z′ de, her bir i ve j değeri için kullanılacak olan yol uzunluğunun, gerçekleştirilen senaryo bazında başlangıç düğümünden hedef düğümlerine oluşturulabilecek en kısa yola kıyasla pişmanlığının (sapma) minimize edilmesi amaçlanmıştır. Eşitsizlik 43'te düğüm i ile düğüm j arasındaki aralıklı bağlantı uzunluğu kurulan modelde dikkate alınarak, yolun kullanılma durumunda yol uzunluğunun üst sınır değerini; kullanılmama durumunda ise yol uzunluğunun alt sınır değerini alan bir karar değişkeni modele eklenmiştir. Eşitlik 44'te şebekedeki her bir düğüm için; belirlenen bir senaryoda bir düğümün alabileceği en kısa yol mesafesi, kendisiyle bağlantılı düğümlerin mesafeleri ve bu düğümlerle kendisi arasındaki aralıklı bağlantı uzunluklarının izlenilen rota üzerinde olup olmamasına göre değeri değişecek olan fark değişkeninin toplamı olarak ifade edilmiştir. Eşitlik 45'te ise bir akış kısıtı oluşturulmuş olup; her bir ara düğüme giren toplam sefer sayısından o düğümden çıkan toplam sefer sayısı çıkarılarak 0'a eşitlenmiştir ve bu şekilde oluşturulan rotanın ara düğümlerde sonlanmaması sağlanmıştır. Eşitlik 46'da başlangıç düğümleri kümesindeki düğümlerden hedef düğümleri kümesindeki düğümlere, en fazla her bir başlangıç düğümünün kapasitesi kadar seferin çıkışına izin veren kısıt belirlenmiştir. Eşitlik 47'de hedef düğümleri kümesindeki elemanlara gelen sefer sayısının, hedef düğümleri kümesindeki her bir düğümün talebi kadar olmasını sağlayacak kısıt belirtilmiştir. Eşitlik 48'de şebekede herhangi bir düğümde başlayıp, yine o düğümde sonlanan seferlerin toplamı 0 yapılarak döngülerin önüne geçilmiştir. Eşitsizlik 49'da başlangıç düğümleri kümesi elemanlarının yol uzunluklarının 0 olması gerektiği belirtilmiştir. Eşitsizlik 50 ve 51'de bağlantının kullanılma sayısını belirten y_{ij} değişkenine göre, amaç fonksiyonunu minimize etme amacıyla, eğer ilgili bağlanytı, bir veya birden fazla kullanılmışsa k_{ij} değişkeni 1 değerini alırken; yol hiç kullanılmamışsa k_{ij} değeri 0 değerini alır. Son olarak Eşitsizlik 53,54 ve 55'te ise diğer karar değişkenlerinin negatif olamayacağı ifade edilmiştir.

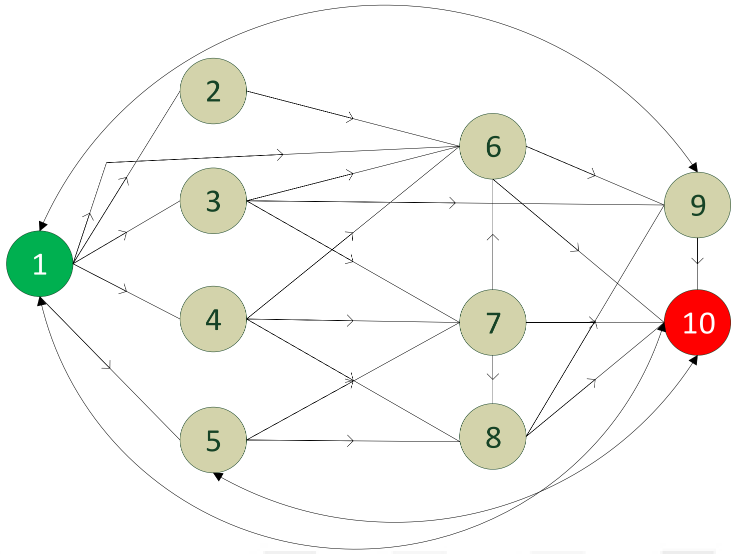
4. MODELLERİN ÖRNEK ŞEBEKELER ÜZERİNDE UYGULANMASI

Tez kapsamında önceki bölümde anlatılan dört farklı matematiksel model geliştirilmiştir. Bu modellerden, tek başlangıç tek hedef minimum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol problemi matematiksel modeli, çok başlangıç tek hedef minimum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol problemi matematiksel modeli ve tek başlangıç çok hedef minimum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol problemi matematiksel modeli için birer şebeke hazırlanıp uygulama yapılmıştır. Tez kapsamında hazırlanan son model olan çok başlangıç çok hedef minimum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol problemi matematiksel modeli için ise beş farklı şebeke hazırlanıp, model şebekeler üzerinde uygulanıp ilgili analizler yapılmıştır.

Kurulan bu modellerin şebeke yapıları, uygulamaları ve bu uygulamaların sonuçları ayrıntılı bir şekilde aşağıda açıklanmıştır. Çalışmadaki tüm modeller Intel(R) Core(TM) i5-5200HQ CPU @ 2.20 Ghz işlemcili, 8.00 GB RAM'e sahip bir bilgisayar üzerinde, IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.8 paket programı kullanılarak çözülmüştür.

4.1. TT-MPK-EKY Problemi Matematiksel Modelinin Uygulanması

Bağlantı uzunluklarının aralıklı olduğu tek başlangıç tek hedef düğümü içeren şebekeler için geliştirilen minimum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol problemi modeli, aşağıda Şekil 2 ile gösterilen Şebeke 1 üzerinde uygulanmıştır. 10 düğüm, 25 bağlantıdan oluşan şebekede, karar vericinin amacı düğüm 1'den düğüm 10'a minimum pişmanlıkla gidilebilecek en kısa yoldan ulaşmaktır.



Şekil 2. 10 düğüm 25 bağlantıdan oluşan örnek şebeke (Şebeke 1)

Karar verici, daha önceki bölümlerde verilen ve çalışma kapsamındaki tek başlangıç tek hedef minimum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol problemi için hazırlanan matematiksel modeli kullanarak, şebeke üzerindeki minimum pişmanlığı verecek olan yol vasıtasıyla düğüm 1'den düğüm 10'a gitmeyi amaçlamaktadır. Şebekede yer alan aralıklı bağlantı uzunluklarının alt ve üst sınırları Tablo 3'te verilmiştir. Yalnızca bağlantılar üzerinde hareket edilebilir, bağlantılar tek yönlüdür, aralarında bağlantı bulunmayan düğümler arası hareket mümkün değildir. Şekilde başlangıç düğümü yeşil renkle, hedef düğümü ise kırmızı renkle gösterilmiştir.

Tablo 3. Aralıklı bağlantı uzunlukları (Şebeke 1)

Bağlantı (Başlangıç-	Uzunluk Alt Sınır (ub)	Uzunluk Üst Sınır (ub)	**Bağlantı (Başlangıç-**	Uzunluk Alt Sınır (ub)	Uzunluk Üst Sınır (ub)
1-2	8	13	**4-8**	3	4
1-3	9	16	**5-7**	6	9
1-4	8	14	**5-8**	5	7
1-5	5	8	**5-10**	21	24
1-6	5	9	**6-9**	12	18
1-9	34	40	**6-10**	28	50
1-10	37	45	**7-6**	1	2
2-6	2	7	**7-8**	3	8
3-6	1	4	**7-10**	13	20
3-7	3	6	**8-9**	7	9
3-9	9	12	**8-10**	11	14
4-6	5	10	**9-10**	10	16
4-7	2	7			

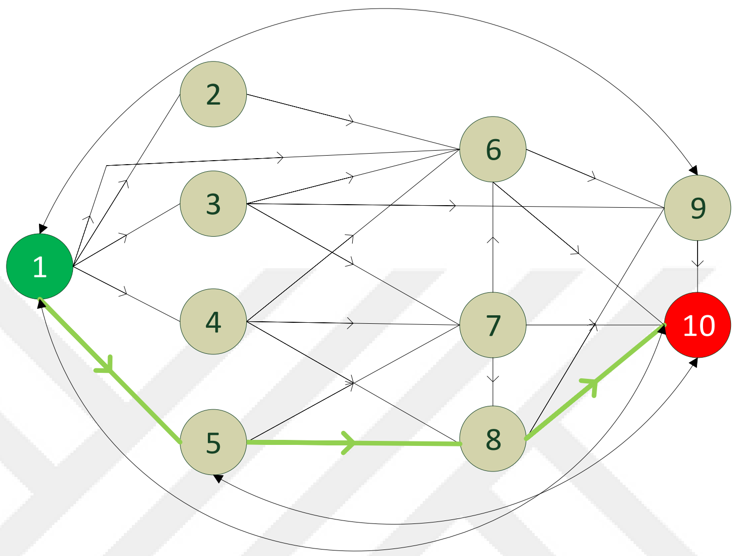
Hazırlanan model, çalıştırıldığında elde edilen x_i karar değişken değerleri Tablo 4'te verilmiştir. Modelin çalışma süresi 1 saniyenin altındadır. İlgili kod Ek 1'de verilmiştir.

Tablo 4. Değişken değerleri (Şebeke 1)

Karar Değişkeni	Değeri	Karar Değişkeni	Değeri
x_1	0	x_6	5
x_2	8	x_7	10
x_3	9	x_8	11
x_4	8	x_9	16
x_5	8	x_{10}	23

Tabloda yer alan her bir x_i değeri, şebeke üzerindeki düğümlerin uzunluklarını temsil etmektedir. Bu uzunluklar belirlenirken ele alınan matematiksel modelde Eşitsizlik 3'te verilen $x_j \leq x_i + w_{ij}$, $\forall i, j \in N$ ifadesi kullanılmıştır. Bu kısıta göre; şebekede herhangi bir senaryo için oluşturulan yol üzerinde i düğümünden j düğümüne bir bağlantı $A(i, j)$ bulunuyorsa, j düğümünün alabileceği en kısa yol mesafesi i düğümünün mesafesiyle, aralıklı bağlantı uzunluğunun üst sınır değerinin toplamıdır. Artık bu toplam j düğümünün ele alınan şebeke bazında alabileceği en kısa yol mesafesini belirtir. Daha iyi ifade edebilmek için uygulamada gösterilen şebeke üzerinde bir örnek verilecek olursa; düğüm 1'den düğüm 10'a gerçekleştirilen 1→5→8→10 yolu için düğüm 5 ele alınsın. Düğüm 5'in alabileceği en kısa yol mesafesi belirlenirken; düğüm 5'in bağlantılı olduğu kendinden önceki düğümler dikkate alınır. Şebekeye bakıldığında düğüm 5 düğüm 1 ile bağlantılıdır. Bu durumda düğüm 5'in kendisiyle bağlantılı düğümlere olan en kısa yol mesafesi, düğüm 1 uzunluğuyla ve bu iki düğüm arasındaki aralıklı bağlantı uzunluğunun üst sınır değerinin toplamı olarak ifade edilir.

TT-MPK-EKY problemi matematiksel modeli, uygulamada kurulan şebeke için hazırlanan kod ile çalıştırıldığında, karar verici oluşabilecek en kısa yola kıyasla minimum pişmanlığı elde edeceği, Şekil 3'te gösterilen 1→5→8→10 yolunu takip etmiştir. İzlenilen bu yolun toplam uzunluğu, yol üstündeki bağlantıların alacağı değerlere göre (alt sınır ve üst sınır değeri) 21 birim ile 29 birim arasında değişmektedir. Yani bu rotayı tercih eden karar verici, oluşabilecek en iyi senaryoda hedefe 21 birim yol giderek ulaşabilecekken, en kötü senaryoda ise 29 birim yol giderek hedefe ulaşabilecektir. Ancak karar verici, bağlantı uzunluklarının aralıklı olmasından doğan belirsizlikle düğüm 10'a ulaşabilmek için, en kötü senaryoda oluşabilecek alternatif en kısa yola (23 birim uzunluğundaki 1→4→7→10 yoluna) kıyasla en fazla 6 birim pişmanlığa katlanmak zorunda kalacaktır. Şekil 3'te karar vericinin minimum pişmanlıkla hedef düğümüne oluşturduğu yol rotası renkli çizgilerle belirtilmiştir.

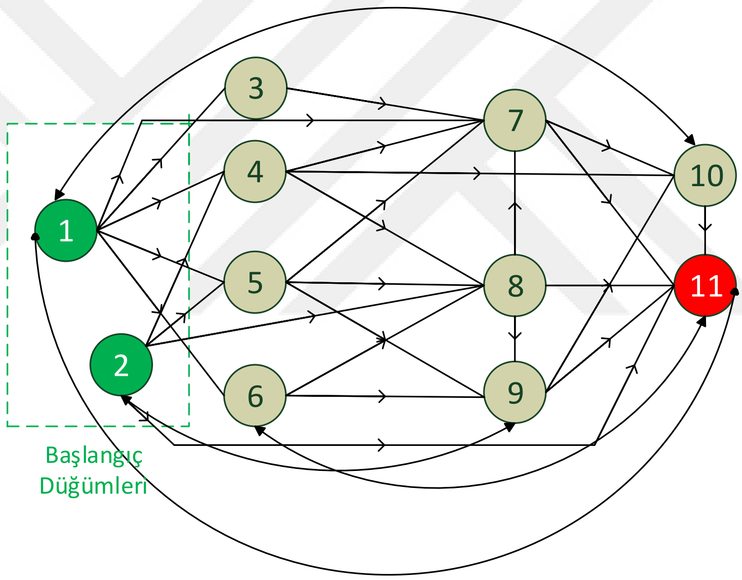


Şekil 3. Minimum pişmanlığı veren rota (Şebeke 1)

Burada karar verici düğüm 1'den başlayıp, birbiriyle bağlantılı olan tüm düğümler için minimum pişmanlığı sağlayabilmek adına, düğümlerin alabilecekleri en kısa mesafeleri karşılaştırarak düğüm 10'a giden rotayı 1→5→8→10 olarak belirlemiştir. Geleneksel en kısa yol problemi olarak düşünüldüğünde bu yolun alabileceği en kısa uzunluk 21 birim olacaktır. Ancak matematiksel modelde de ifade edildiği gibi, eğer düğümler kullanılan yol üzerindeyse, bu düğümler arasındaki aralıklı bağlantıların uzunlukları, üst sınır değerlerine eşit olacaktır. Buradan, kullanılan 1→5→8→10 yolunun uzunluğu 29 birim olacaktır. Bu uzunluk 1→5→8→10 yolu için en kötü senaryodur. Çalışma kapsamında ele alınan probleme göre, başlangıç düğümünden hedef düğümüne giderken bağlantıların aralıklı olmasından kaynaklanan belirsizlikten dolayı bu rotanın alabileceği en kısa yol uzunluğu 21 birim ile 29 birim arasında olacaktır. Bu bağlamda şebekede başlangıç düğümünden hedef düğümüne en küçük pişmanlıkla ulaşımı sağlayan ve bu sebeple tüm kötü senaryolar içinde en iyi senaryoya sahip (en kötüler arasında en iyi) 1→5→8→10 yoluna alternatif olan yolun uzunluğu 23 birim olarak belirlenmiştir. Bu durumda 1→5→8→10 yolunun kullanarak en küçük pişmanlıkla hedef düğümüne ulaşmayı hedefleyen karar vericinin katlanacağı pişmanlık değeri ise 6 birim olacaktır.

4.2. ÇT-MPK-EKY Problemi Matematiksel Modelinin Uygulanması

Bağlantı uzunluklarının aralıklı olduğu çok başlangıç tek hedef düğümü içeren en kısa yol problemleri için geliştirilen minimum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol problemi modeli, aşağıda Şekil 4 ile gösterilen Şebeke 2 üzerinde uygulanmıştır. 11 düğüm, 30 bağlantıdan oluşan şebekede, karar verici düğüm 1 ya da düğüm 2'den başlayarak düğüm 11'e minimum pişmanlıkla en kısa yoldan gitmeyi amaçlamaktadır.



Şekil 4. 11 düğüm 30 bağlantıdan oluşan örnek şebeke (Şebeke 2)

Karar verici, daha önceki bölümlerde verilen ve çalışma kapsamındaki ÇT-MPK-EKY problemi için hazırlanan matematiksel modeli kullanarak, şebeke üzerindeki minimum pişmanlığı verecek olan yol vasıtasıyla başlangıç düğümleri kümesi elemanlarının (düğüm 1 ve düğüm 2) kapasiteleri dikkate alınarak hedef düğümü olan düğüm 11'e gitmeyi amaçlamaktadır. Şebekede yer alan aralıklı bağlantı uzunluklarının alt ve üst sınırları Tablo 5'te verilmiştir. Yalnızca bağlantılar üzerinde hareket edilebilir, bağlantılar tek yönlüdür, aralarında bağlantı bulunmayan düğümler arası hareket mümkün değildir. Şekilde başlangıç düğümleri yeşil renkle, hedef düğümü ise kırmızı renkle gösterilmiştir.

Tablo 5. Bağlantı uzunlukları (Şebeke 2)

Bağlantı (Başlangıç-Hedef)	Uzunluk Alt Sınır (ub)	Uzunluk Üst Sınır (ub)	**Bağlantı (Başlangıç-Hedef)**	Uzunluk Alt Sınır (ub)	Uzunluk Üst Sınır (ub)
1-3	8	13	**4-10**	9	12
1-4	9	16	**5-7**	5	10
1-5	8	14	**5-8**	2	7
1-6	2	5	**5-9**	3	4
1-7	5	9	**6-8**	6	9
1-10	34	40	**6-9**	5	7
1-11	37	45	**6-11**	17	20
2-4	6	10	**7-10**	7	18
2-5	7	9	**7-11**	28	50
2-8	14	20	**8-7**	1	2
2-9	16	23	**8-9**	3	8
2-11	40	50	**8-11**	13	20
3-7	2	7	**9-10**	7	9
4-7	1	4	**9-11**	11	14
4-8	3	6	**10-11**	10	16

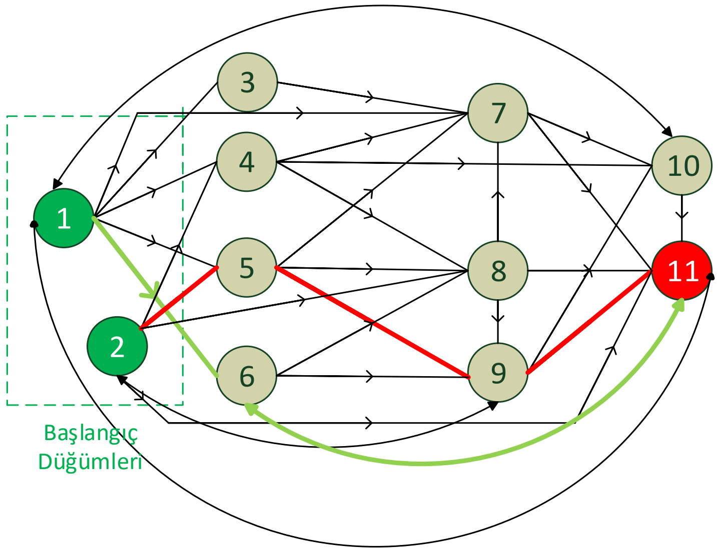
Hazırlanan model, çalıştırıldığında elde edilen x_i karar değişken değerleri Tablo 6'da verilmiştir. Modelin çalışma süresi 1 saniyenin altındadır. İlgili kod Ek 2'de verilmiştir.

Tablo 6. Değişken değerleri (Şebeke 2)

Karar Değişkeni	Değeri	Karar Değişkeni	Değeri
x_1	0	x_7	5
x_2	0	x_8	9
x_3	8	x_9	10
x_4	6	x_{10}	12
x_5	7	x_{11}	22
x_6	5		

Tabloda yer alan her bir x_i değeri, şebeke üzerindeki düğümlerin aralıklı bağlantılara göre alabileceği en kısa yol mesafelerini temsil etmektedir. Bu uzunluklar belirlenirken ele alınan matematiksel modelde Eşitsizlik 3'te verilen $x_j \leq x_i + w_{ij}$, $\forall i, j \in N$ ifadesi kullanılmıştır. Bu kısıta göre; şebekede herhangi bir senaryo için oluşturulan yol üzerinde i düğümünden j düğümüne bir bağlantı, $A(i, j)$, bulunuyorsa, j düğümünün alabileceği en kısa yol mesafesi i düğümünün mesafesiyle, aralıklı bağlantı uzunluğunun üst sınır değerinin toplamıdır. Artık bu toplam, j düğümünün ele alınan şebeke bazında alabileceği en kısa yol mesafesini belirtir. Daha iyi ifade edebilmek için uygulamada gösterilen şebeke üzerinde bir örnek verilecek olursa; başlangıç düğümleri kümesi elemanlarından olan düğüm 1'den düğüm 11'e gerçekleştirilen 1→6→11 yolu için düğüm 6 ele alınsın. Düğüm 6'nın alabileceği en kısa yol mesafesi belirlenirken; düğüm 6'nın bağlantılı olduğu kendinden önceki düğümler dikkate alınır. Şebekeye bakıldığında düğüm 6 düğüm 1 ile bağlantılıdır. Bu durumda düğüm 6'nın kendisiyle bağlantılı düğümlere olan en kısa yol mesafesi, düğüm 1 uzunluğuyla bu iki düğüm arasındaki aralıklı bağlantı uzunluğunun üst sınır değerinin toplamı olarak ifade edilir.

ÇT-MPK-EKY problemi matematiksel modeli, uygulamada kurulan şebeke için hazırlanan kod ile çalıştırıldığında, karar verici oluşabilecek en kısa yollara kıyasla minimum pişmanlığı elde edeceği, Şekil 5'te gösterilen 1→6→11 ve 2→5→9→11 yollarını takip etmiştir. Düğüm 11'in talebini karşılayabilmek için izlenilen yolların birden fazla kullanımına izin veren modele göre, 1→6→11 ve 2→5→9→11 yollarının toplam uzunlukları; iki defa kullanılan 1→6→11 yolu için, yol üstündeki bağlantıların alacağı değerlere göre (alt sınır veya üst sınır değeri) 19x2 birim ile 25x2 birim arasında değişmektedir. Yani bu rotayı tercih eden karar verici, oluşabilecek en iyi senaryoda hedefe 19x2 birim yol giderek ulaşabilecekken, en kötü senaryoda ise 25x2 birim yol giderek hedefe ulaşabilecektir. Hedef düğümünün kalan talebini karşılamak için bir defa kullanılan 2→5→9→11 yolu için, yol üstündeki bağlantıların alacağı değerlere göre (alt sınır veya üst sınır değeri) 21 birim ile 27 birim arasında değişmektedir. Yani bu rotayı tercih eden karar verici, oluşabilecek en iyi senaryoda hedefe 21 birim yol giderek ulaşabilecekken, en kötü senaryoda ise 27 birim yol giderek hedefe ulaşabilecektir. Ancak karar verici, bağlantı uzunluklarının aralıklı olmasından doğan belirsizlikle düğüm 11'e ulaşabilmek için, en kötü senaryolarda oluşabilecek alternatif en kısa yola kıyasla toplamda minimum 55 birim pişmanlığa katlanmak zorunda kalacaktır. Şekil 5'te karar vericinin minimum pişmanlıkla hedef düğümüne oluşturduğu yolların rotası renkli çizgilerle belirtilmiştir.



Şekil 5. Minimum pişmanlığı veren rota (Şebeke 2)

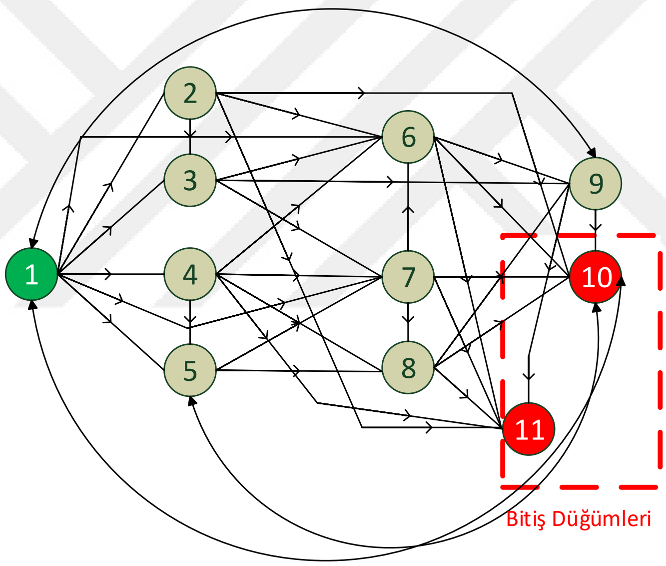
Burada karar verici, başlangıç düğümleri kümesiden (düğüm 1 ve düğüm 2) başlayıp, birbiriyle bağlantılı olan tüm düğümler için minimum pişmanlığı sağlayacak olan en kısa yolları kullanarak düğüm 11'e ulaşmayı hedeflemektedir. Şebekede düğümlerin alabilecekleri en kısa mesafeleri karşılaştırarak düğüm 11'e giden rotayı, düğüm 11'in talebi ve düğüm 1 ve düğüm 2'nin kapasiteleri dikkate alındığında 1→6→11 yolu iki defa; 2→5→9→11 yolu ise bir defa kullanılmak üzere rotalar Şekil 6'da gösterilmiştir. Geleneksel en kısa yol problemi olarak düşünüldüğünde bu yolların alabileceği en kısa uzunluklar sırasıyla; 19 ve 21 birim olacaktır. Ancak matematiksel modelde de ifade edildiği gibi, eğer düğümler kullanılan yollar üzerindeyse, bu düğümler arasındaki aralıklı bağlantıların uzunlukları, üst sınır değerlerine eşit olacaktır. Buradan, hedef düğümünün talebini karşılamak için iki defa kullanılan 1→6→11 yolunun uzunluğu 2x25=50 birim olacaktır. Bu uzunluk 1→6→11 yolu için en kötü senaryodur. Aynı hesaplama düğüm 2 için de yapılırsa; hedef düğümünün kalan talebini karşılamak için bir defa kullanılan 2→5→9→11 yolunun uzunluğu 27 birim olacaktır. Bu uzunluk ise 2→5→9→11 yolu için en kötü senaryodur. Bu durumda karar verici 77 (50+27) birim yol giderek maksimum pişmanlığa katlanacaktır.

1→6→11 senarayosu seçildiğinde oluşan en kısa alternatif rota; 22 birim uzunluğa sahip 1→7→10→11 yolu olurken, 2→5→9→11 yolu için yine 22 birim uzunluğa sahip 2→4→8→11 yolu en kısa alternatif yol olmuştur. Buradan hareketle karar verici tercih ettiği

1→6→11 ve 2→5→9→11 yolları doğrultusunda katlanacağı maksimum pişmanlık değeri ise 77-66 (2x22+22)=11 birim olacaktır.

4.3. TÇ-MPK-EKY Problemi Matematiksel Modelinin Uygulanması

Bağlantı uzunluklarının aralıklı olduğu tek başlangıç çok hedef düğümü içeren en kısa yol problemleri için geliştirilen minimum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol problemi modeli, aşağıda Şekil 6 ile gösterilen Şebeke 3 üzerinde uygulanmıştır. 11 düğüm, 35 bağlantıdan oluşan şebekede, karar verici düğüm 1'den başlayarak düğüm 10 ve düğüm 11'e minimum pişmanlık ile toplam en kısa yoldan ulaşmaya çalışmaktadır.



Şekil 6. 11 düğüm 35 bağlantıdan oluşan örnek şebeke (Şebeke 3)

Karar verici, daha önceki bölümlerde verilen ve çalışma kapsamındaki TÇ-MPK-EKY problemi için hazırlanan matematiksel modeli kullanarak, şebeke üzerindeki minimum pişmanlığı verecek olan yollar vasıtasıyla başlangıç düğümü kapasitesi dikkate alınarak, başlangıç düğümünden hedef düğümleri elemanlarına (düğüm 10 ve düğüm 11) bu düğümlerin talepleri kadar gitmektedir. Bu bağlamda ilgili düğümlerin talepleri sırasıyla 2 ve 1 olarak belirlenmiştir. Şebekede yer alan aralıklı bağlantı uzunluklarının alt ve üst sınırları Tablo 7'de verilmiştir. Yalnızca bağlantılar üzerinde hareket edilebilir, bağlantılar tek yönlüdür, aralarında bağlantı bulunmayan düğümler arası hareket mümkün değildir. Şekilde başlangıç düğümü yeşil renkle, hedef düğümleri ise kırmızı renkle gösterilmiştir.

Tablo 7. Bağlantı uzunlukları (Şebeke 3)

Bağlantı (Başlangıç-Hedef)	Uzunluk Alt Sınır (ub)	Uzunluk Üst Sınır (ub)	**Bağlantı (Başlangıç-Hedef)**	Uzunluk Alt Sınır (ub)	Uzunluk Üst Sınır (ub)
1-2	8	12	**4-8**	3	6
1-3	9	13	**4-11**	16	17
1-4	13	15	**5-7**	6	9
1-5	5	9	**5-8**	5	8
1-6	5	12	**5-10**	17	21
1-7	13	20	**6-9**	7	9
1-9	34	40	**6-10**	28	32
1-10	37	45	**6-11**	12	24
2-3	3	9	**7-6**	1	2
2-6	2	3	**7-8**	3	7
2-10	32	35	**7-10**	5	7
2-11	20	25	**7-11**	12	18
3-6	1	4	**8-9**	7	9
3-7	3	5	**8-10**	11	14
3-9	9	12	**8-11**	15	20
4-5	2	5	**9-10**	10	14
4-6	5	8	**9-11**	8	12
4-7	2	4			

Hazırlanan model, çalıştırıldığında elde edilen x_i karar değişken değerleri Tablo 8'de verilmiştir. Modelin çalışma süresi 1 saniyenin altındadır. İlgili kod Ek 3'te verilmiştir.

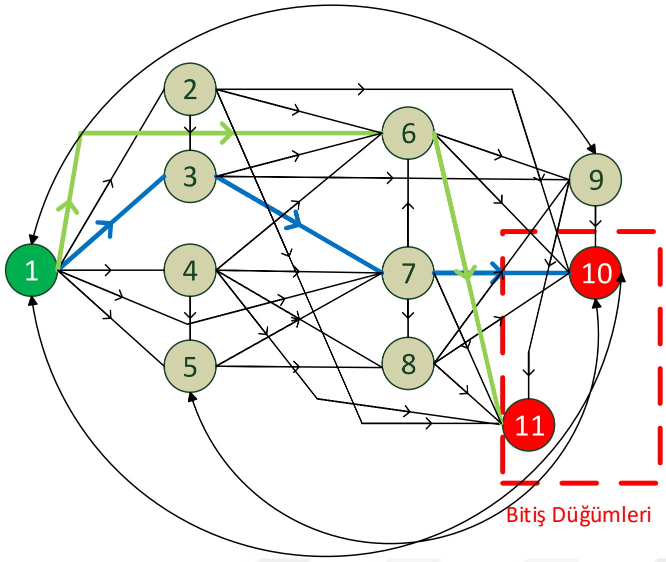
Tablo 8. Değişken değerleri (Şebeke 3)

Karar Değişkeni	Değeri	Karar Değişkeni	Değeri
x_1	0	x_7	18
x_2	15	x_8	12
x_3	13	x_9	11
x_4	13	x_{10}	17
x_5	8	x_{11}	20
x_6	12		

Tabloda yer alan her bir x_i değeri, şebeke üzerindeki düğümlerin aralıklı bağlantılara göre alabileceği en kısa yol mesafelerini temsil etmektedir. Bu uzunluklar belirlenirken ele alınan matematiksel modelde Eşitsizlik 3'te verilen $x_j \le x_i + w_{ij}$, $\forall i, j \in N$ ifadesi kullanılmıştır. Bu kısıta göre; şebekede herhangi bir senaryo için oluşturulan yol üzerinde i düğümünden j düğümüne bir bağlantı $A(i, j)$ bulunuyorsa, j düğümünün alabileceği en kısa yol mesafesi i düğümünün mesafesiyle, aralıklı bağlantı uzunluğunun üst sınır değerinin toplamıdır. Artık bu toplam, j düğümünün ele alınan şebeke bazında alabileceği en kısa yol mesafesini belirtir. Daha iyi ifade edebilmek için uygulamada gösterilen şebeke üzerinde bir örnek verilecek olursa; başlangıç düğümünden hedef düğümleri kümesi elemanlarından olan düğüm 11'e gerçekleştirilen 1→6→11 yolu için düğüm 6 ele alınsın. Düğüm 6'nın alabileceği en kısa yol mesafesi belirlenirken; bağlantılı olduğu kendinden önceki düğümler dikkate alınır. Şebekeye bakıldığında düğüm 6 düğüm 1 ile bağlantılıdır. Bu durumda düğüm 6'nın kendisiyle bağlantılı düğümlere olan en kısa yol mesafesi, düğüm 1 uzunluğuyla bu iki düğüm arasındaki aralıklı bağlantı uzunluğunun üst sınır değerinin toplamı olarak ifade edilir.

TÇ-MPK-EKY problemi matematiksel modeli, uygulamada kurulan şebeke için hazırlanan kod ile çalıştırıldığında, karar verici oluşabilecek en kısa yollara kıyasla minimum pişmanlığı elde edeceği, Şekil 7'de gösterilen 1→6→11 ve 1→3→7→10 yollarını takip etmiştir. Düğüm 10 ve düğüm 11'in taleplerini karşılayabilmek için, izlenilen yolların birden fazla kullanımına izin veren modele göre, 1→6→11 ve 1→3→7→10 yollarının toplam uzunlukları; düğüm 11'in 1 birimlik talebini karşılamak için bir defa kullanılan 1→6→11 yolu için, yol üstündeki bağlantıların alacağı değerlere göre (alt sınır veya üst sınır değeri) 17 birim ile 36 birim arasında değişmektedir. Yani bu rotayı tercih eden karar verici, oluşabilecek en iyi senaryoda hedefe 17 birim yol giderek ulaşabilecekken, en kötü senaryoda ise 36 birim yol giderek hedefe ulaşabilecektir. Düğüm 10'un 2 birimlik talebini karşılamak için iki defa kullanılan 1→3→7→10 yolu için, yol üstündeki bağlantıların alacağı değerlere göre (alt sınır veya üst sınır değeri) 17x2 birim ile 25x2 birim arasında değişmektedir. Yani bu rotayı tercih eden karar verici, oluşabilecek en iyi senaryoda hedefe 17x2 birim yol giderek ulaşabilecekken, en kötü senaryoda ise 25x2 birim yol giderek hedefe ulaşabilecektir. Bu durumda karar verici 86 (50+36) birim yol giderek maksimum pişmanlığa katlanacaktır.

1→6→11 senarayosu seçildiğinde oluşan en kısa alternatif rota; 25 birim uzunluğa sahip 1→2→6→9→11 yolu olurken, 1→3→7→10 yolu için yine 18 birim uzunluğa sahip 1→5→7→10 yolu en kısa alternatif yol olmuştur. Buradan hareketle karar verici tercih ettiği 1→6→11 ve 1→3→7→10 yolları doğrultusunda katlanacağı maksimum pişmanlık değeri ise 86-61 (2x18+25)=25 birim olacaktır. Şekil 7'de karar vericinin minimum pişmanlıkla hedef düğümlerine oluşturduğu yolların rotası renkli çizgilerle belirtilmiştir.



Şekil 7. Minimum pişmanlığı veren rota (Şebeke 3)

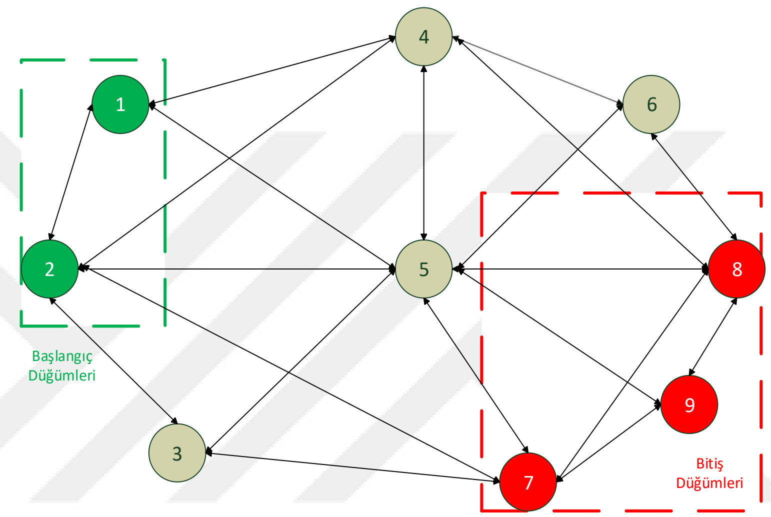
Burada karar verici, başlangıç düğümünden başlayıp, birbiriyle bağlantılı olan tüm düğümler için minimum pişmanlığı sağlayacak olan en kısa yolları kullanarak hedef düğümleri kümesine ulaşmayı hedeflemektedir. Şebekede düğümlerin alabilecekleri en kısa mesafeleri karşılaştırarak düğüm 10'a giden rotayı, düğüm 10'un talebi ve başlangıç düğümünün kapasitesi dikkate alındığında 1→3→7→10 yolu iki defa kullanılırken; düğüm 11'e giden rotayı, düğüm 11'in talebi ve başlangıç düğümünün kapasitesi dikkate alındığında 1→6→11 yolu ise bir defa kullanılmak üzere rotalar Şekil 7'de gösterilmiştir. Geleneksel en kısa yol problemi olarak düşünüldüğünde bu yolların alabileceği en kısa uzunluklar sırasıyla; 17x2 ve 17 birim olacaktır. Ancak matematiksel modelde de ifade edildiği gibi, eğer düğümler kullanılan yollar üzerindeyse, bu düğümler arasındaki aralıklı bağlantıların uzunlukları, üst sınır değerlerine eşit olacaktır. Buradan, hedef düğümleri kümesi elemanlarından düğüm 10'un talebini karşılamak için iki defa kullanılan 1→3→7→10 yolunun uzunluğu 2x25=50 birim olacaktır. Bu uzunluk 1→3→7→10 yolu için en kötü senaryodur. Aynı hesaplama hedef düğümleri kümesi elemanlarından düğüm 11 için de yapılırsa; düğüm 11'in talebini karşılamak için bir defa kullanılan 1→6→11 yolunun uzunluğu 36 birim olacaktır. Bu uzunluk ise 1→6→11 yolu için en kötü senaryodur. Bu bağlamda şebekede başlangıç düğümünden hedef düğümlerine en küçük pişmanlıkla ulaşımı sağlayan ve bu sebeple tüm kötü senaryolar içinde en iyi senaryoya sahip (en kötüler arasında en iyi) 1→3→7→10 ve 1→6→11 rotalarının uzunlukları sırasıyla, 17 ve 20 birim olarak Tablo 8'de gösterilmiştir. Buradan, hedef düğümü talebini karşılamak için başlangıç düğümünden minimum pişmanlıkla hedef düğümlerine ulaşmayı hedefleyen karar vericinin 1→3→7→10 yolunu iki defa olmak üzere, 1→3→7→10 ve 1→6→11 şeklinde tercih ettiği yollar doğrultusunda katlanacağı pişmanlık değeri ise toplam 25 birim olacaktır.

4.4. ÇÇ-MPK-EKY Problemi Matematiksel Modelinin Uygulanması

Bağlantı uzunluklarının aralıklı olduğu çok başlangıç çok hedef düğümleri içeren en kısa yol problemleri için geliştirilen minimum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol probleminde karar verici, şebeke üzerinde başlangıç düğümleri kümesi elemanlarından başlayarak tüm hedef düğümleri kümesi elemanlarına minimum pişmanlık ile toplam en kısa yoldan ulaşmaya çalışmaktadır. Çalışma kapsamında ele alınan önceki problemlerden farklı olarak ÇÇ-MPK-EKY probleminde, şebeke üzerindeki düğümler arasında oluşan bağlantılar yönsüzdür. Örnek verilecek olursa; bir x düğümünden başka bir y düğümüne oluşturulan bağlantı varken; yine aynı bağlantı kullanılıp y düğümünden x düğümüne de bir akış oluşturulabilir. Ayrıca yine önceki problemlerden farklı olarak bu problemde, şebekeler üzerindeki başlangıç düğümleri kümesi elemanları arasında ve hedef düğümleri kümesi elemanları arasında da bağlantılar söz konusudur. Buradan hareketle bağlantı uzunluklarının aralıklı olduğu ÇÇ-MPK-EKY problemi için geliştirilen minimum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol problemi modeli, düğüm ve ark sayılarına göre değişen farklı boyuttaki beş şebeke üzerinde uygulanmıştır. Probleme yönelik modeli ve uygulamayı daha iyi ifade edebilmek amacıyla beş farklı şebeke içerisinden küçük ve orta boyutta iki şebeke detaylı olarak incelenmiş ve nihayetinde tüm şebekelere ait sonuçlar Tablo 13'te gösterilmiştir.

4.4.1. Küçük Boyuttaki Şebeke Üzerinde Uygulanması

Bağlantı uzunluklarının aralıklı olduğu çok başlangıç çok hedef düğümleri içeren, Şekil 8'de verilen Şebeke 4 küçük boyutta, yönsüz bir şebeke olup 9 düğüm ve 20 yönsüz bağlantıdan oluşmaktadır. Çok başlangıç çok hedef düğümleri içeren en kısa yol problemleri için geliştirilen minimum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol problemi modeli, bu küçük boyuttaki şebeke üzerinde uygulanmıştır.



Şekil 8. 9 düğüm 20 yönsüz bağlantıdan oluşan örnek şebeke (Şebeke 4)

Şekilde başlangıç düğümleri yeşil renkle, hedef düğümleri ise kırmızı renkle gösterilmiştir. Karar verici, daha önceki bölümlerde verilen ve çalışma ÇÇ-MPK-EKY problemi için hazırlanan matematiksel modeli kullanarak, şebeke üzerindeki minimum pişmanlığı verecek olan yollar vasıtasıyla başlangıç düğümleri kümesi elemanlarının kapasiteleri dikkate alınarak, başlangıç düğümlerinden hedef düğümleri elemanları olan düğüm 7, düğüm 8 ve düğüm 9'a bu düğümlerin talepleri kadar gitmektedir. Bu bağlamda başlangıç düğümleri olan düğüm 1 ve düğüm 2'nin her birinin kapasitesi 2 olarak belirlenmiştir. Hedef düğümlerinin talepleri ise sırasıyla 1, 2 ve 1 olarak belirlenmiştir. Şebeke 4'te yer alan aralıklı bağlantı uzunluklarının alt ve üst sınırları Tablo 9'da verilmiştir. Yalnızca bağlantılar üzerinde hareket edilebilir, aralarında bağlantı bulunmayan düğümler arası hareket mümkün değildir. Daha önce de belirtildiği gibi bu çalışmada şebeke üzerindeki düğümler arası bağlantılar yönsüzdür. Örneğin, Tablo 9'dan da görüleceği üzere başlangıç düğümlerinden biri olan düğüm 1'den düğüm 5'e bir bağlantı mevcuttur. Aynı şekilde düğüm 5'ten düğüm 1'e de bir bağlantı vardır. Bu da düğümler arasındaki bağlantının yönsüz olduğunu gösterir. Bir başka örnek olarak, başlangıç düğümleri ya da hedef düğümleri arasındaki bağlantılar ele alınabilir. Örneğin, hedef düğümleri kümesi elemanlarından düğüm 8 ile düğüm 9 arasında çift yönlü bir bağlantı mevcuttur. Bu şekilde çalışmaya esneklik kazandırılmıştır.

Tablo 9. Bağlantı uzunlukları (Şebeke 4)

Bağlantı (Başlangıç-Hedef)	Uzunluk Alt Sınır (ub)	Uzunluk Üst Sınır (ub)	**Bağlantı (Başlangıç-Hedef)**	Uzunluk Alt Sınır (ub)	Uzunluk Üst Sınır (ub)
1-2	2	4	**5-6**	3	4
1-4	3	5	**5-7**	2	3
1-5	5	8	**5-8**	2	5
2-1	3	5	**5-9**	11	12
2-3	3	5	**6-4**	5	7
2-4	4	6	**6-5**	2	3
2-5	3	7	**6-8**	4	9
2-7	6	9	**7-2**	7	9
3-2	4	6	**7-3**	5	7
3-5	4	5	**7-5**	3	4
3-7	4	6	**7-8**	4	6
4-1	4	6	**7-9**	6	7
4-2	4	7	**8-4**	6	7
4-5	1	4	**8-5**	5	7
4-6	3	8	**8-6**	7	10
4-8	5	6	**8-7**	3	5
5-1	6	9	**8-9**	3	4
5-2	5	9	**9-5**	8	11
5-3	7	8	**9-7**	5	8
5-4	2	3	**9-8**	3	6

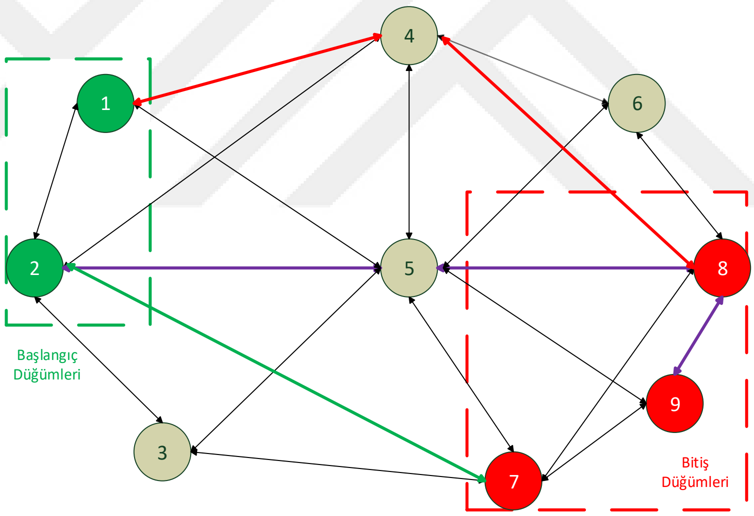
Hazırlanan model, çalıştırıldığında elde edilen x_i karar değişken değerleri Tablo 10'da verilmiştir. Modelin çalışma süresi 1,59 saniyedir. İlgili kod Ek 4'te verilmiştir.

Tablo 10. Değişken değerleri (Şebeke 4)

Karar Değişkeni	Değeri	Karar Değişkeni	Değeri
x_1	0	x_6	6
x_2	0	x_7	7
x_3	3	x_8	10
x_4	4	x_9	13
x_5	5		

Tabloda yer alan her bir x_i değeri, şebeke üzerindeki düğümlerin aralıklı bağlantılara göre alabileceği en kısa yol mesafelerini temsil etmektedir. Bu uzunluklar belirlenirken ele alınan matematiksel modelde Eşitsizlik 3'te verilen $x_j \leq x_i + w_{ij}$, $\forall i, j \in N$ ifadesi kullanılmıştır. Bu kısıta göre; şebekede herhangi bir senaryo için oluşturulan yol üzerinde i düğümünden j düğümüne bir bağlantı $A(i, j)$ bulunuyorsa, j düğümünün alabileceği en kısa yol mesafesi i düğümünün mesafesiyle, aralıklı bağlantı uzunluğunun üst sınır değerinin toplamıdır. Artık bu toplam, j düğümünün ele alınan şebeke bazında alabileceği en kısa yol mesafesini belirtir. Daha iyi ifade edebilmek için uygulamada gösterilen şebeke üzerinde bir örnek verilecek olursa; başlangıç düğümünden hedef düğümleri kümesi elemanlarından olan düğüm 8'e gerçekleştirilen 1→4→8 yolu için düğüm 4 ele alınsın. Düğüm 4'ün alabileceği en kısa yol mesafesi belirlenirken; bağlantılı olduğu kendinden önceki düğümler dikkate alınır. Şebekeye bakıldığında düğüm 4, düğüm 1 ve düğüm 2 ile ile bağlantılıdır. Bu durumda düğüm 4'ün kendisiyle bağlantılı düğümlere olan en kısa yol uzunluğu belirlenirken sırasıyla düğüm 1 ve düğüm 2 ile arasındaki aralıklı bağlantı uzunluklarına bakılır. Buna göre ilk olarak düğüm 1 ile düğüm 4 arasındaki bağlantı uzunluğu hesaplanırken; ele alınan düğümler kullanılan yol üzerinde olduğu için, düğüm 4'ün alabileceği en kısa yol uzunluğu aralıklı bağlantı uzunluğunun üst sınır değeri olan 5 birime eşit olur. İkinci olarak ise, düğüm 2 ile düğüm 4 arasındaki aralıklı bağlantı uzunluğu hesaplanır. Burada ele alınan düğümler kullanılan yol üzerine olmadığı için düğüm 4'ün alabileceği en kısa yol uzunluğu aralıklı bağlantı uzunluğunun alt sınır değeri olan 4 birime eşit olur. Bu iki durum kıyaslandığında düğüm 4'ün alabileceği en kısa yol mesafesi tablodan da görüleceği üzere 4 birim olacaktır.

ÇÇ-MPK-EKY problemi matematiksel modeli, uygulamada kurulan şebeke için hazırlanan kod ile çalıştırıldığında, karar verici oluşabilecek en kısa yollara kıyasla minimum pişmanlığı elde edeceği, Şekil 9'da gösterilen 1→4→8 ve 2→5→8→9 ve 2→7 yollarını takip etmiştir. Her bir hedef düğümünün talebini karşılayabilmek için, izlenilen yolların birden fazla kullanımına izin veren modele göre; düğüm 8'in 2 birimlik talebini karşılamak için iki defa kullanılan 1→4→8 yolunun toplam uzunluğu, yol üstündeki bağlantıların alacağı değerlere göre (alt sınır veya üst sınır değeri) 8x2 birim ile 11x2 birim arasında değişmektedir. Yani bu rotayı tercih eden karar verici, oluşabilecek en iyi senaryoda hedefe 8x2 birim yol giderek ulaşabilecekken, en kötü senaryoda ise 11x2 birim yol giderek ulaşabilecektir. Düğüm 9'un 1 birimlik talebini karşılamak için kullanılan 2→5→8→9 yolunun toplam uzunluğu, yol üstündeki bağlantıların alacağı değerlere göre (alt sınır veya üst sınır değeri) 8 birim ile 16 birim arasında değişmektedir. Bu rotayı tercih eden karar verici, oluşabilecek en iyi senaryoda hedefe 8 birim yol giderek ulaşabilecekken, en kötü senaryoda ise 16 birim yol giderek hedefe ulaşabilecektir. Son olarak düğüm 7'nin 1 birimlik talebini karşılamak için kullanılan 2→7 yolunun toplam uzunluğu, yol üstündeki bağlantıların alacağı değerlere göre (alt sınır veya üst sınır değeri) 6 birim ile 9 birim arasında değişmektedir. Bu rotayı tercih eden karar verici, oluşabilecek en iyi senaryoda hedefe 6 birim yol giderek ulaşabilecekken, en kötü senaryoda ise 9 birim yol giderek hedefe ulaşabilecektir. Ancak karar verici, bağlantı uzunluklarının aralıklı olmasından doğan belirsizlikle düğüm 7, düğüm 8 ve düğüm 9'a ulaşabilmek için, en kötü senaryolarda oluşabilecek alternatif en kısa yollara kıyasla toplamda minimum 37 birim pişmanlığa katlanacaktır. Şekil 9'da karar vericinin minimum pişmanlıkla hedef düğümlerine oluşturduğu yolların rotası kalın çizgilerle belirtilmiştir.

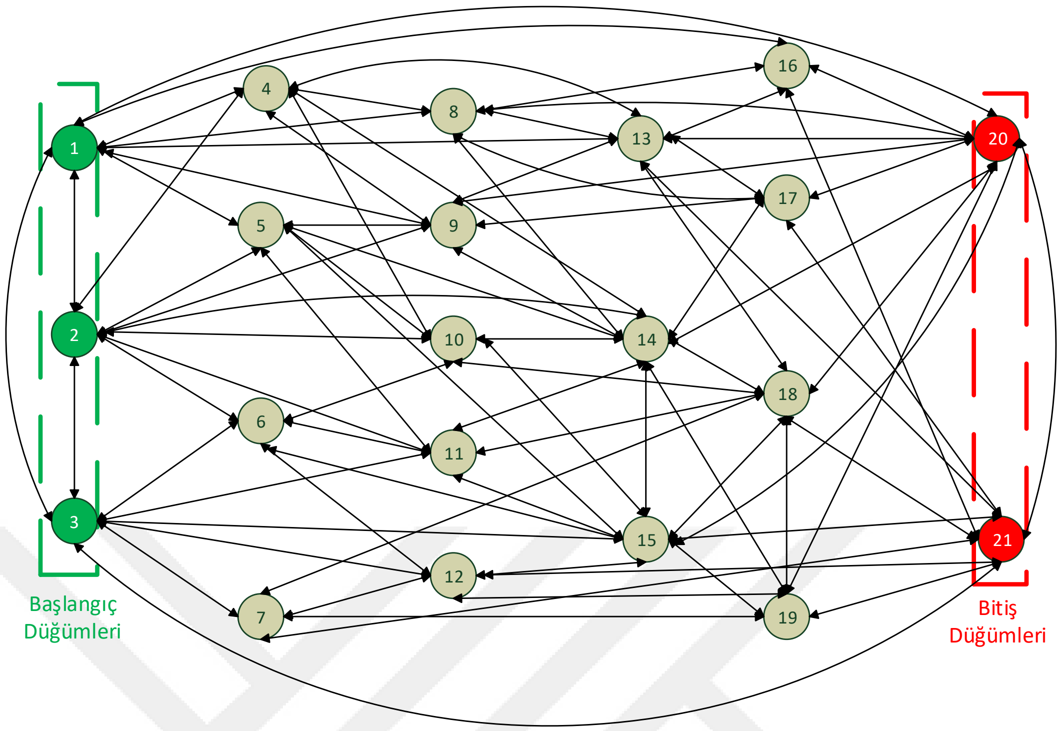


Şekil 9. Minimum pişmanlığı veren rota (Şebeke 3)

Burada karar verici, başlangıç düğümlerinden başlayıp minimum pişmanlığı sağlayacak olan en kısa yolları kullanarak hedef düğümleri kümesine ulaşmayı hedeflemektedir. Şebekede düğümlerin alabilecekleri en kısa mesafeleri karşılaştırarak düğüm 8'e giden yol için, düğüm 8'nin talebi ve başlangıç düğümlerinin kapasitesi dikkate alındığında 1→4→8 yolu iki defa, düğüm 9'a giden yol için, düğüm 9'un talebi ve başlangıç düğümünün kapasitesi dikkate alındığında 2→5→8→9 yolu bir defa ve son olarak düğüm 7'ye giden yol için, düğüm 7'nin talebi ve başlangıç düğümlerinin kapasitesi dikkate alındığında 2→7 yolu bir defa kullanılmak üzere oluşturulan rotalar Şekil 9'da gösterilmiştir. Geleneksel en kısa yol problemi olarak düşünüldüğünde bu yolların alabileceği en kısa uzunluklar sırasıyla; 8x2, 8 ve 6 birim olacaktır. Ancak matematiksel modelde de ifade edildiği gibi, eğer düğümler kullanılan yollar üzerindeyse, bu düğümler arasındaki aralıklı bağlantıların uzunlukları, üst sınır değerlerine eşit olacaktır. Buradan, hedef düğümleri kümesi elemanlarından düğüm 8'in talebini karşılamak için iki defa kullanılan 1→4→8 yolunun uzunluğu 2x11=22 birim olacaktır. Bu uzunluk 1→4→8 yolu için en kötü senaryodur. Aynı hesaplama hedef düğümleri kümesi elemanlarından düğüm 9 için de yapılırsa; düğüm 9'un talebini karşılamak için bir defa kullanılan 2→5→8→9 yolunun uzunluğu 16 birim olacaktır. Bu uzunluk ise 2→5→8→9 yolu için en kötü senaryodur. Son olarak düğüm 7 için aynı hesaplamalar yapılırsa, düğüm 7'nin talebini karşılamak için bir defa kullanılan 2→7 yolunun uzunluğu 9 birim olacaktır. Bu uzunluk ise 2→7 yolu için en kötü senaryodur. Çalışma kapsamında ele alınan probleme göre, başlangıç düğümlerinden hedef düğümlerine giderken bağlantıların aralıklı olmasından kaynaklanan belirsizlikten dolayı bu rotaların alabileceği en kısa yol uzunlukları ise; 1→4→8 yolu için 8x2 birim ile 11x2 birim arasında olacaktır. Aynı şekilde 2→5→8→9 yolu için, bu yolun alabileceği en kısa yol uzunluğu 8 birim ile 16 birim arasında olacaktır. Son olarak 2→7 yolu için, bu yolun alabileceği en kısa yol uzunluğu 6 birim ile 9 birim arasında olacaktır. Bu bağlamda şebekede başlangıç düğümlerinden hedef düğümlerine en küçük pişmanlıkla ulaşımı sağlayan ve bu sebeple tüm kötü senaryolar içinde en iyi senaryoya sahip (en kötüler arasında en iyi) 1→4→8, 2→5→8→9 ve 2→7 rotalarının uzunlukları sırasıyla 22, 16 ve 9 birim olarak Şekil 10'da gösterilmiştir. Buradan, hedef düğümleri kümesindeki her bir düğümün talebini karşılamak için başlangıç düğümleri kümesinden minimum pişmanlıkla hedef düğümlerine ulaşmayı hedefleyen karar vericinin 1→4→8 yolunu iki defa diğer yolları bir defa kullanmak üzere, 1→4→8, 2→5→8→9 ve 2→7 şeklinde tercih ettiği yollar doğrultusunda katlanacağı pişmanlık değeri ise toplam 7 birim olacaktır.

4.4.2. Orta Boyuttaki Şebeke Üzerinde Uygulanması

Bağlantı uzunluklarının aralıklı olduğu çok başlangıç çok hedef düğümleri içeren Şekil 10'daki Şebeke 5, orta boyutta bir şebeke olup 21 düğüm ve 79 yönsüz bağlantıdan oluşmaktadır. ÇÇ-MPK-EKY problemleri için geliştirilen minimum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol problemi modeli, bu orta boyuttaki şebeke üzerinde uygulanmıştır.



Şekil 10. 21 düğüm 79 yönsüz bağlantıdan oluşan şebeke (Şebeke 5)

Şekilde başlangıç düğümleri yeşil renkle, hedef düğümleri ise kırmızı renkle gösterilmiştir. Karar verici, daha önceki bölümlerde verilen ve çalışma kapsamındaki ÇÇ-MPK-EKY problemi için hazırlanan matematiksel modeli kullanarak, şebeke üzerindeki minimum pişmanlığı verecek olan yollar vasıtasıyla başlangıç düğümleri kümesi elemanları olan düğüm 1, düğüm 2 ve düğüm 3' ün her birinin kapasiteleri dikkate alınarak hedef düğümleri elemanları olan düğüm 20 ve düğüm 21'e bu düğümlerin talepleri kadar gitmektedir. Bu bağlamda ilgili başlangıç düğümlerinin kapasiteleri sırasıyla 2, 3 ve 2 olarak belirlenirken; hedef düğümlerinin talepleri ise sırasıyla 5 ve 2 olarak belirlenmiştir. Şebeke 5'de yer alan aralıklı bağlantı uzunluklarının alt ve üst sınırları Tablo 11'de verilmiştir. Yalnızca bağlantılar üzerinde hareket edilebilir, aralarında bağlantı bulunmayan düğümler arası hareket mümkün değildir.

Tablo 11. Bağlantı uzunlukları (Şebeke 5)

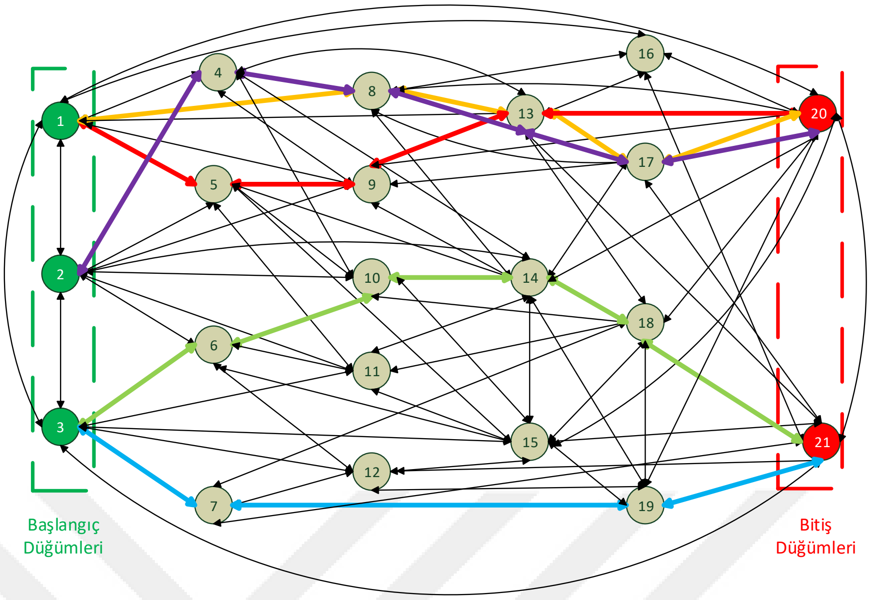
Bağlantı	**Alt Sınır**	**Üst Sınır**	**Bağlantı**	**Alt Sınır**	**Üst Sınır**	**Bağlantı**	**Alt Sınır**	**Üst Sınır**	**Bağlantı**	**Alt Sınır**	**Üst Sınır**
1-2	3	4	**12-15**	3	10	**6-10**	4	5	**17-14**	6	15
1-3	5	7	**12-19**	8	20	**6-11**	2	6	**17-20**	8	9
1-4	2	9	**12-21**	17	30	**6-12**	7	9	**17-21**	14	25
1-5	2	6	**13-1**	17	24	**6-15**	8	10	**18-7**	16	20
1-8	7	8	**13-4**	11	13	**7-3**	1	3	**18-10**	8	10
1-9	8	12	**13-8**	2	4	**7-12**	2	5	**18-11**	9	14
1-13	17	24	**13-9**	5	9	**7-18**	16	20	**18-13**	11	17
1-16	20	30	**13-16**	3	5	**7-19**	9	13	**18-14**	1	5
1-21	39	50	**13-17**	1	2	**7-21**	30	50	**18-15**	6	10
2-1	3	4	**13-18**	11	17	**8-1**	7	8	**18-19**	7	10
2-3	3	5	**13-20**	10	14	**8-4**	3	5	**18-20**	13	18
2-4	3	6	**13-21**	16	23	**8-13**	2	4	**18-21**	7	11
2-6	2	3	**14-2**	14	20	**8-14**	8	13	**19-7**	9	13
2-9	9	13	**14-4**	10	15	**8-20**	16	20	**19-12**	8	20
2-10	8	14	**14-5**	8	14	**9-1**	8	12	**19-15**	3	6
2-11	11	15	**14-8**	8	13	**9-2**	9	13	**19-18**	7	10
2-14	14	20	**14-9**	6	8	**9-4**	4	10	**19-20**	16	25
3-1	5	7	**14-10**	4	5	**9-5**	1	5	**19-21**	6	10
3-2	3	5	**14-11**	6	8	**9-13**	5	9	**20-8**	16	20
3-6	3	4	**14-15**	5	8	**9-14**	6	8	**20-9**	18	25
3-7	1	3	**14-17**	6	15	**9-17**	11	13	**20-13**	10	14
3-11	7	10	**14-18**	1	5	**9-20**	18	25	**20-14**	12	20
3-12	8	9	**14-20**	12	20	**10-2**	8	14	**20-15**	15	20
3-15	15	18	**15-3**	15	18	**10-4**	7	9	**20-16**	9	13
3-21	38	41	**15-5**	13	18	**10-5**	3	5	**20-17**	8	9
4-1	2	9	**15-6**	8	9	**10-6**	4	5	**20-18**	13	18
4-2	3	6	**15-10**	7	10	**10-14**	4	5	**20-19**	16	25
4-8	3	5	**15-11**	6	9	**10-15**	7	10	**20-21**	8	9
4-9	4	10	**15-12**	3	10	**10-18**	8	10	**21-1**	39	50
4-10	7	9	**15-14**	5	8	**11-2**	11	15	**21-3**	38	41
4-13	11	13	**15-18**	6	10	**11-3**	7	10	**21-7**	30	50
4-14	10	15	**15-19**	3	6	**11-5**	6	8	**21-12**	17	30
5-1	2	6	**15-20**	15	20	**11-6**	2	6	**21-13**	16	23
5-9	1	5	**15-21**	12	15	**11-14**	6	8	**21-15**	12	15
5-10	3	5	**16-1**	20	30	**11-15**	6	9	**21-16**	15	22
5-11	6	8	**16-13**	3	5	**11-18**	9	14	**21-17**	14	25
5-14	8	14	**16-20**	9	13	**12-3**	8	9	**21-18**	7	11
5-15	13	18	**16-21**	15	22	**12-6**	7	10	**21-19**	6	10
6-2	2	3	**17-9**	11	13	**12-7**	2	5	**21-20**	8	9
6-3	3	4	**17-13**	1	2						

Hazırlanan model, çalıştırıldığında elde edilen x_i karar değişken değerleri Tablo 12'de verilmiştir. Modelin çalışma süresi 1,66 saniyedir. İlgili kod Ek 5'te verilmiştir.

Tablo 12. Değişken değerleri (Şebeke 5)

Karar Değişkeni	Değeri	Karar Değişkeni	Değeri
x_1	0	x_{12}	5
x_2	0	x_{13}	11
x_3	0	x_{14}	10
x_4	2	x_{15}	8
x_5	5	x_{16}	13
x_6	2	x_{17}	13
x_7	3	x_{18}	9
x_8	7	x_{19}	11
x_9	6	x_{20}	22
x_{10}	5	x_{21}	20
x_{11}	4		

Tabloda yer alan her bir x_i değeri, şebeke üzerindeki düğümlerin aralıklı bağlantılara göre alabileceği en kısa yol mesafelerini temsil etmektedir. Bu uzunluklar belirlenirken ele alınan matematiksel modelde Eşitsizlik 3'te verilen $x_j \leq x_i + w_{ij}$, $\forall i, j \in N$ ifadesi kullanılmıştır. Bu kısıta göre; şebekede herhangi bir senaryo için oluşturulan yol üzerinde i düğümünden j düğümüne bir bağlantı $A(i, j)$ bulunuyorsa, j düğümünün alabileceği en kısa yol mesafesi i düğümünün mesafesiyle, aralıklı bağlantı uzunluğunun üst sınır değerinin toplamıdır. Artık bu toplam, j düğümünün ele alınan şebeke bazında alabileceği en kısa yol mesafesini belirtir. Belirlenen her bir x_i değerine göre başlangıç düğümlerinden hedef düğümlerine minimum pişmanlığı sağlayarak ulaşabilen rotalar 1→5→9→13→20; 1→8→13→17→20; 2→4→8→13→17→20; 3→6→10→14→18→21; 3→7→19→21 olarak elde edilmiştir. Burada çalışmanın amacı olan minimum pişmanlığı sağlamak için başlangıç düğümlerinin kapasiteleri dikkate alınarak düğüm 20 ve düğüm 21'in talepleri karşılanmıştır. Minimum pişmanlıkla Düğüm 20'nin 5 birimlik talebini karşılamak için, düğüm 1'den farklı yollarla (1→5→9→13→20; 1→8→13→17→20) düğüm 20'ye ulaşılmıştır. Düğüm 2'den ise aynı yol (2→4→8→13→17→20) üç defa kullanılarak düğüm 20'nin kalan talebi karşılanmıştır. Diğer hedef düğümü olan düğüm 21'in 2 birimlik talebini karşılamak için, düğüm 3'ten farklı yollarla (3→6→10→14→18→21; 3→7→19→21) düğüm 21'e ulaşılmıştır. Bu rotaları tercih eden karar verici, bağlantı uzunluklarının aralıklı olmasından doğan belirsizlikle düğüm 20 ve düğüm 21'e ulaşabilmek için, en kötü senaryolarda oluşabilecek alternatif yollara kıyasla toplamda minimum 29 birim pişmanlığa katlanacaktır. Şekil 11'de karar vericinin minimum pişmanlıkla başlangıç düğümlerinden hedef düğümlerine oluşturduğu yolların rotaları renkli çizgilerle belirtilmiştir.



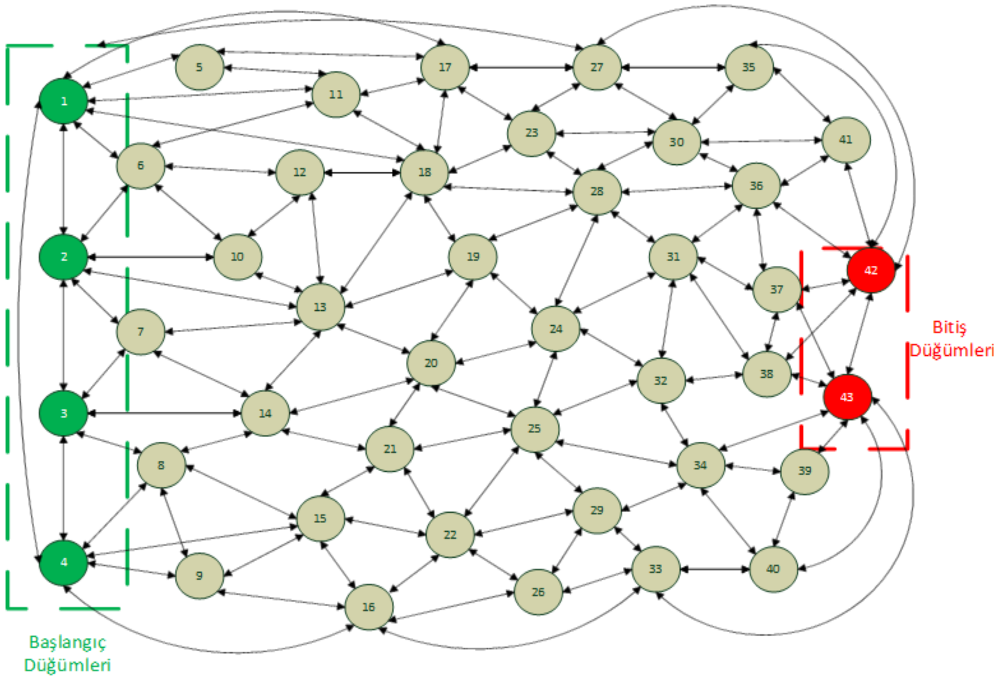
Şekil 11. Minimum pişmanlığı veren rota (Şebeke 5)

Şebekede başlangıç düğümlerinden düğüm 20'ye en küçük pişmanlıkla ulaşımı sağlayan ve bu sebeple tüm kötü senaryolar içinde en iyi senaryoya sahip 1→5→9→13→20, 1→8→13→17→20 ve 2→4→8→13→17→20 rotalarının toplam minimum uzunluğu 22 birim iken; başlangıç düğümlerinden düğüm 21'e en küçük pişmanlıkla ulaşımı sağlayan ve bu sebeple tüm kötü senaryolar içinde en iyi senaryoya sahip (en kötüler arasında en iyi) 3→6→10→14→18→21 ve 3→7→19→21 rotalarının uzunluğu ise 20 birim olarak Tablo 12'de gösterilmiştir. Buradan, hedef düğümleri kümesindeki her bir düğümün talebini karşılamak için başlangıç düğümleri kümesinden minimum pişmanlıkla hedef düğümlerine ulaşmayı hedefleyen karar vericinin tercih ettiği yollar doğrultusunda katlanacağı pişmanlık değeri ise toplam 29 birim olacaktır. 21 düğüm, 79 bağlantıdan oluşan orta boyuttaki bu şebekenin çözüm süresi ise 1,66 saniyedir.

4.4.3. Büyük Boyuttaki Şebekeler Üzerinde Uygulanması

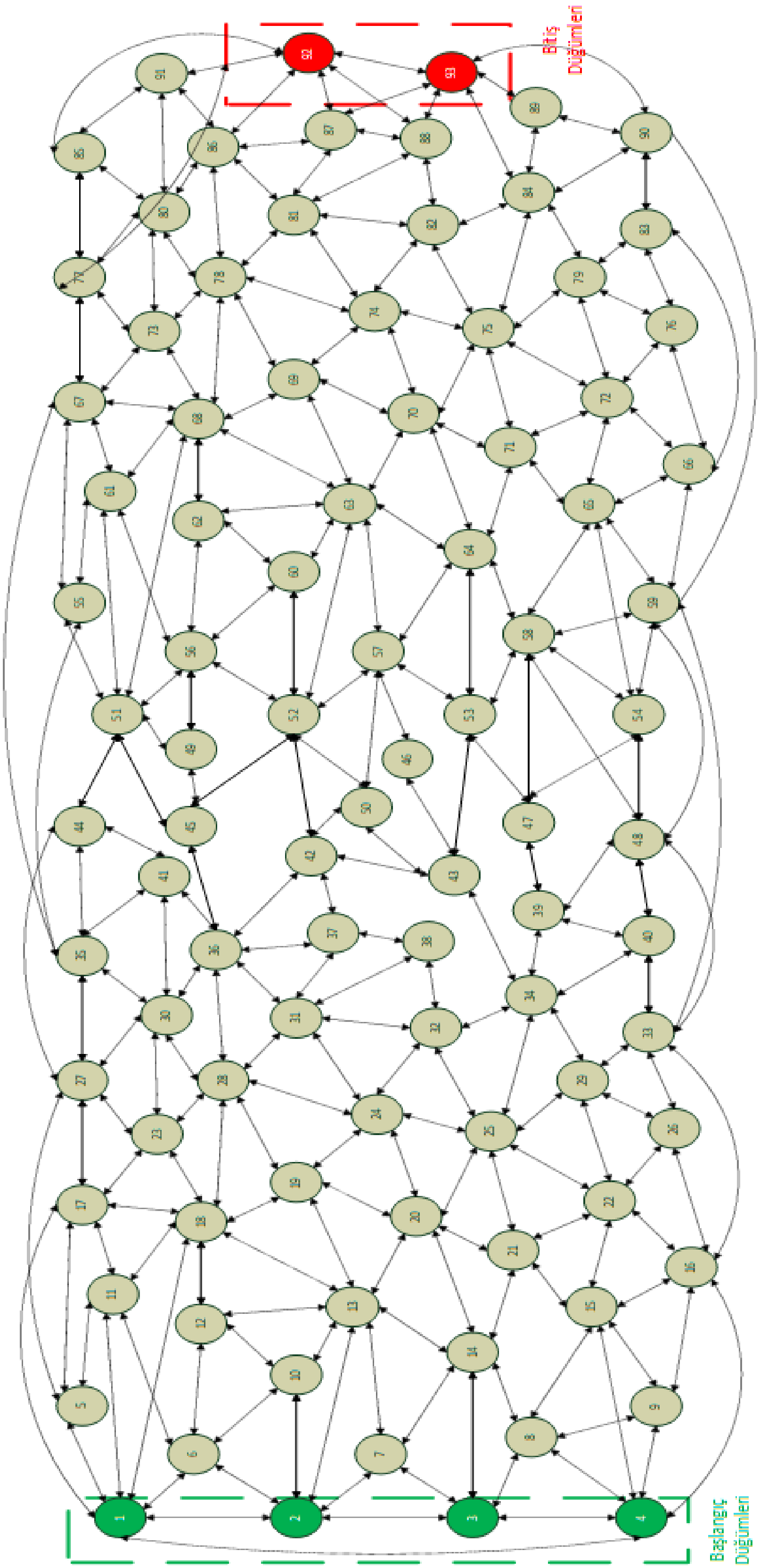
Daha önceki iki bölümde, bağlantı uzunluklarının aralıklı olduğu çok başlangıç çok hedef düğümleri içeren en kısa yol problemleri için geliştirilen minimum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol problemi için geliştirilen matematiksel model iki farklı örnek şebekede uygulanmış ve ayrıntılarıyla açıklanmıştır.

Bu bölümde ise geliştirilen modelin performansı, önceki şebekelerden daha büyük üç farklı şebekede uygulanmıştır. Bu şebekeler sırasıyla Şebeke 6 (G (43, 117)), Şebeke 7 (G (93, 227)) ve Şebeke 8 (G (190, 771)) dir.



Şekil 12. 43 düğüm 117 yönsüz bağlantıdan oluşan örnek şebeke (Şebeke 6)

Bu bölümde ele alınan ilk şebeke 43 düğüm, 117 yönsüz bağlantıdan oluşmaktadır. Şebekede dört adet başlangıç düğümü bulunmaktayken, bu dört düğümden gidilmesi gereken iki farklı hedef düğümü vardır. Şebeke Şekil 12'de verilmiştir. İkinci şebeke ise 93 düğüm, 227 bağlantıdan oluşmaktadır. Şekil 13'te verilen şebekede dört adet başlangıç, üç adet hedef düğümü mevcuttur. Ele alınan en büyük şebeke ise 190 düğüm ve 771 bağlantıdan oluşmaktadır. İki farklı başlangıç düğümü bulunan şebekede, birbirinden farklı yerlerde konumlanan beş farklı hedef düğümü (düğüm 28, düğüm 34, düğüm 61, düğüm 100 ve düğüm 190) mevcuttur. Modelin esnekliğini gösterebilmek için böyle bir tasarım hazırlanmıştır.



Şekil 13. 93 düğüm 227 yönsüz bağlantıdan oluşan örnek şebeke (Şebeke 7)

Modeller 2.5 GHz, i5 7200U işlemci ve 4GB RAM iş istasyonunda CPLEX 12.8 çözücü kullanılarak test edilmiştir. Tüm modeller uygun çözümler elde edilene kadar çalıştırılmıştır.

Çok başlangıç ve çok hedef düğümü içeren şebekeler için beş farklı uygulama yapılmıştır. Uygulamalar sonucunda elde edilen sonuçlar Tablo 13'te özetlenmiştir.

Tablo 13. Farklı şebekeler için özet tablo

G	N	A	C	D	R	Z	Oluşan Rotalar
4	9	20	4	4	1,59	10	1→4→8 (2) 2→5→8→9 2→7
5	21	79	9	7	1,66	29	1→8→13→20 (4) 1→5→10→14→18→21 2→4→8→13→17→20 3→7→19→21
6	43	117	5	4	2,04	36	1→11→18→23→30→36→37→42 2→10→13→20→24→32→38→43 2→1→11→18→23→30→36→42 4→15→21→25→32→38→43
7	93	227	11	9	16,71	155	1→18→23→27→35→55→77→80→86→92 (3) 1→18→23→27→35→55→77→80→86→87→92 1→18→23→27→35→55→77→85→91 1→11→18→23→27→35→55→61→68→78 →80→86→91 2→1→5→17→27→44→51→68→73→78→81 →87→92 2→6→12→18→23→27→35→55→67→73→80 →86→91 4→9→16→33→48→56→60→63→70→74→82 →88→87→92→93
8	190	771	7	7	46,87	194	2→3→4→11→19→20→28 1→2→3→4→11→19→27→28 1→2→16→24→34 2→8→15→30→40→51→61 1→8→15→23→40→51→61 2→9→17→25→35→45→56→66→77→86→95 →105→124→132→141→158→176→190

G: Şebeke, N:Düğüm Sayısı, A:Bağlantı Sayısı, C:Kapasite, D:Talep, R:Çalışma Süresi (saniye), Z:Amaç Fonksiyon Değeri

Tablo 13’e bakıldığında, ilk olarak Şebeke 4 için 9 düğüm, 20 yönsüz bağlantıdan oluşan küçük bir şebekede minimum pişmanlıkla hedef düğümlerinin toplam 4 birimlik talebini karşılamak için başlangıç düğümlerinden hedef düğümlerine oluşturulan rotalar gösterilmiştir. Bu rotaların kaç defa kullanıldığı ise yine tabloda rotaların yanında ifade edilmiştir. Örnek verilirse; hazırlanan küçük şebekede (Şebeke 5’te) düğüm 1’den düğüm 8’in 2 birimlik talebini karşılamak için oluşturulan 1→4→8 rotası iki defa kullanılmıştır. Şebeke yapısına göre değişen gerekli çözüm süresi ise, küçük boyuttaki bu şebeke için 1,59 saniye olarak ölçülmüştür. Aynı şekilde diğer şebekeler için de, düğümler, bağlantılar, rotalar, talep ve kapasiteler, çalışma süreleri ve tüm bunlar dikkate alınarak hesaplanan amaç fonksiyonu değerleri tabloda gösterilmiştir. Düğüm ve bağlantı sayısı arttıkça çalışma süresinin arttığı gözlemlenmiştir.

5. BULGULAR VE TARTIŞMA

Tez kapsamında, ilk olarak geleneksel en kısa yol problemine ek olarak başlangıç ve hedef düğüm sayılarının farklılaştığı özgün yapıdaki en kısa yol problemleri ele alınmıştır. Gerçek hayatta karşılaşılabilecek zorlukları da göz önünde bulundurabilmek amacıyla problemler modellenirken deterministik yapı yerine belirsizliğin de dahil edildiği robust yapı tercih edilmiştir ve literatürdeki robust optimizasyon çalışmalarında sıklıkla kullanılan minmax pişmanlık kriterinden yararlanılmıştır. Belirsizliklerin meydana getirebileceği risklerden kaçınmak isteyen karar vericiler için, senaryolar arasında kıyaslama yapılarak minimum pişmanlığı amaçlayan matematiksel modeller geliştirilmiştir. Çalışma kapsamında ele alınan dört farklı probleme karışık tam sayılı matematiksel modeller kullanılarak çözümler getirilmiştir. Aşağıda yer alan maddelerden dolayı bu tez çalışması, literatürde yer alan çalışmalardan farklılık göstermektedir.

5.1. Talep ve Kapasite

Geleneksel minmax pişmanlık probleminden farklı olarak bu çalışmada, ele alınan problemlerde düğümlere kapasite ve talep eklenmiştir. Yani, şebeke üzerinde yer alan her bir hedef düğümünün talebi ve bu talebi karşılayacak her bir başlangıç düğümünün kapasitesi olduğu varsayılmıştır ve bu problem MPK-EKY problemi olarak modellenmiş ve çözülmüştür.

5.2. Esneklik

Kurulan matematiksel modellerin tamamı esnek yapıya sahiptir. Yani karar verici, şebeke üzerinde başlangıç düğümü/düğümleri olarak hangi düğümü/düğümleri belirlerse belirlesin hedef düğümü/düğümlerine minimum pişmanlığı elde edecek şekilde ulaşabilmektedir. Yine aynı şekilde hedef düğümü/düğümleri de şebeke üzerinde yer alan herhangi bir düğüm/düğümler olabilmektedir. Şebeke 8 üzerinde yapılan uygulamada belirlenen hedef düğümleri şebeke üzerinde rassal konumlarda yer almakta ve çalıştırılan model bu hedef düğümlerine minimum pişmanlıkla ulaşılabilecek rotaları oluşturabilmektedir. Bu da kurulan modellerin esnekliğini göstermesi açısından önemlidir.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez kapsamında, geleneksel (tek başlangıç tek hedef), tek başlangıç çok hedef, çok başlangıç tek hedef ve çok başlangıç çok hedef düğümü içeren minimum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol problemleri ele alınmıştır. Bu problemler için matematiksel modeller geliştirilmiştir. Geliştirilen bu modeller farklı yapı ve boyutlardaki örnek şebekelerde uygulanmış ve karar vericinin minimum pişmanlıkla hedef düğümü/düğümlerine ulaşabileceği rotalar belirlenmiştir.

Literatürde bugüne kadar yapılan çalışmalar incelendiğinde, geleneksel minimum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol problemi üzerinde çalışıldığı görülmektedir.

- ✓ Yapılan bu tez çalışmasında ise farklı sayıda başlangıç ve/veya hedef düğümü bulunan modeller ele alınarak minimum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol problemleri için matematiksel modeller oluşturulmuştur.
- ✓ Düğümlere kapasite ve talep ekleyen ilk çalışma olmuştur.
- ✓ Yeni bir şebeke yapısı kurulmuş ve pişmanlık kriterine bağlı problem için hazırlanan model bu şebeke üzerinde uygulanmıştır.
- ✓ Belirsizlik altında optimal çözüm veren matematiksel model geliştirilmiştir.
- ✓ Belirsizliğin dağılımı bilinmediği için probleme yönelik robust yaklaşım ele alınmıştır.
- ✓ Belirsizlik altında karar verebilmek için ele alınan robust yaklaşımda, karar vericiler için minimum pişmanlık kriteri önerilerek matematiksel modeller hazırlanmıştır.
- ✓ Problemler için hazırlanan modeller, farklı şebeke yapılarında uygulanmış ve esnek yapıda oldukları gösterilmiştir.
- ✓ Hazırlanan matematiksel modeller ele alınan şebekelerde çok kısa sürede çözüm vermiştir.
- ✓ Probleme yönelik yapılan daha önceki çalışmalarda çözüm elde etmek için genellikle yapılan ön işleme işlemlerine gerek kalmadan, çalışmada hazırlanan modeller kullanılarak, ele alınan problemler için çözüm elde edilmiştir.

Literatürdeki çalışmalara benzer şekilde her problem için farklı şebekeler oluşturularak tam sayılı minimum pişmanlık planları analiz edilmiştir. Analiz sonuçlarına göre, her plan için ele alınan şebekelerde mimimum pişmanlık değerleri, minimum pişmanlığı sağlayan rotalar, çözüm süreleri elde edilmiştir. Kurulan matematiksel modeller

Cplex Opl Optimization Studio 12.8 paket programında çalıştırılmıştır ve modellerin oldukça kısa süreler içerisinde çözüm verdiği görülmüştür.

Sonuç olarak, literatürde yer alan mininum pişmanlık kriterine bağlı en kısa yol probleminin farklı yapılardaki en kısa yol problemleri için uygulanabilir olduğu gösterilmiştir. Çalışmada, karar vericinin amacı doğrultusunda farklı problem yapıları için, stratejiler üretebilmesini sağlayacak matematiksel modeller oluşturulmuş ve analiz edilmiştir. Ayrıca, ele alınan bu yapıların gerçek hayat problemleri ile örtüştüğü ve farklı alanlara uygulanabilme esnekliği taşıdığı söylenebilir.

Gelecek çalışmalar için;

- ✓ Tez kapsamında hazırlanan matematiksel modeller ele alınan en büyük şebekede (190 düğüm, 771 yönsüz bağlantı) bile oldukça kısa sürede çözüm vermiştir. Dolayısıyla daha büyük şebekeler üzerinde de modeller uygulanabilir.
- ✓ Daha büyük şebeke boyutlarında çözümlerin elde edilme süresi arttığı durumlarda, algoritmalar kullanılarak çözüm elde edilebilir.
- ✓ Kurulan modellerde karar verici yalnızca en kısa yol için pişmanlık duymaktadır. Farklı olarak probleme süre, bütçe gibi faktörler dahil edilerek, problem çok amaçlı bir şekilde ele alınabilir.
- ✓ Amaç fonksiyonu, minmax yerine maxmax, minmin ya da maxmin şeklinde ele alınarak farklı yaklaşımlar probleme dahil edilebilir.
- ✓ Ele alınan problemde uzunluklar belirsizdir ve herhangi bir dağılıma ait değildir. Belirsizlik, dağılımları belirlenerek stokastik; üye olup olmama şeklinde tanımlanarak bulanık gibi farklı çeşitlerde ele alınabilir.
- ✓ Çalışmada belirsizlikler sadece bağlantılar üzerindedir, düğüm, talep, kapasite gibi parametreler de belirsizlik altında ele alınabilir.
- ✓ Tek aşamalı olarak ele alınan belirsizlik problemine, zaman penceresi dahil edilerek çok aşamalı hale getirilebilir.

7. KAYNAKLAR

Abdelghany, K., Hashemi, H., ve Khodayar, M. E., 2018. A Decision Support System for Proactive-Robust Traffic Network Management. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 99, 1-16.

Ahujia, R. K., Magnanti, T. L., ve Orlin, J. B., 1993. Network flows: Theory, algorithms and applications. New Jersey: Rentice-Hall.

Aissi, H., Bazgan, C., ve Vanderpooten, D., 2005a. Complexity of the min–max and min–max regret assignment problems. Operations research letters, 33, 6, 634-640.

Aissi, H., Bazgan, C., ve Vanderpooten, D., 2005b. Approximation complexity of min-max (regret) versions of shortest path, spanning tree, and knapsack. In European Symposium on Algorithms, 862-873, Springer, Berlin, Heidelberg.

Aissi, H., Bazgan, C., ve Vanderpooten, D., 2007. Approximation of min–max and min–max regret versions of some combinatorial optimization problems. European Journal of Operational Research, 179, 2, 281-290.

Aissi, H., Bazgan, C., ve Vanderpooten, D., 2008. Complexity of the min–max (regret) versions of min cut problems. Discrete Optimization, 5, 1, 66-73.

Aissi, H., Bazgan, C., ve Vanderpooten, D., 2009. Min–max and min–max regret versions of combinatorial optimization problems: A survey. European journal of operational research, 197, 2, 427-438.

Aissi, H., Bazgan, C., ve Vanderpooten, D., 2010. General approximation schemes for min–max (regret) versions of some (pseudo) polynomial problems. Discrete Optimization, 7, 3, 136-148.

Aron, I., ve Van Hentenryck, P., 2002. A constraint satisfaction approach to the robust spanning tree problem with interval data. In Proceedings of the Eighteenth conference on Uncertainty in artificial intelligence, 18-25.

Assavapokee, T., Realff, M. J., Ammons, J. C., ve Hong, I. H., 2008. Scenario relaxation algorithm for finite scenario-based min–max regret and min–max relative regret robust optimization. Computers ve operations research, 35, 6, 2093-2102.

Assunção, L., Noronha, T. F., Santos, A. C., ve Andrade, R., 2017. A linear programming based heuristic framework for min-max regret combinatorial optimization problems with interval costs. Computers ve Operations Research, 81, 51-66.

Averbakh, I., ve Lebedev, V., 2004. Interval data minmax regret network optimization problems. Discrete Applied Mathematics, 138, 3, 289-301.

Averbakh, I., 2000. Minmax regret solutions for minimax optimization problems with uncertainty. Operations Research Letters, 27, 2, 57-65.

Averbakh, I., 2005. Computing and minimizing the relative regret in combinatorial optimization with interval data. Discrete Optimization, 2, 4, 273-287.

Averbakh, I., 2010. Minmax regret bottleneck problems with solution-induced interval uncertainty structure. Discrete Optimization, 7, 3, 181-190.

Bandi, C., Trichakis, N., ve Vayanos, P., 2018. Robust multiclass queuing theory for wait time estimation in resource allocation systems. Management Science, 65,1,152-187.

Bellman, R., 1958. On a routing problem. Quarterly of applied mathematics, 16, 1, 87–90.

Ben-Tal, A., ve Nemirovski, A., 1999. Robust solutions of uncertain linear programs. Operations research letters, 25, 1, 1-13.

Bertsekas, D. P., 2019. Robust shortest path planning and semicontractive dynamic programming. Naval Research Logistics (NRL), 66, 1, 15-37.

Bertsekas, D. P., Gallager, R. G., ve Humblet, P., 1992. Data networks. New Jersey: Prentice-Hall International.

Bertsimas, D., ve Sim, M., 2003. Robust discrete optimization and network flows. Mathematical programming, 98, 1-3, 49-71.

Bhattacharya, B., ve Kameda, T., 2015. Improved algorithms for computing minmax regret sinks on dynamic path and tree networks. Theoretical Computer Science, 607, 411-425.

Bhattacharya, B., Higashikawa, Y., Kameda, T., ve Katoh, N., 2018. Minmax Regret 1-Sink for Aggregate Evacuation Time on Path Networks. arXiv preprint arXiv:1806.00814.

Bhattacharya, B., Kameda, T., ve Song, Z., 2015. Minmax regret 1-center algorithms for path/tree/unicycle/cactus networks. Discrete Applied Mathematics, 195, 18-30.

Birge, J.R. and Louveaux, F., 1997. Introduction to Stochastic Programming. Springer-Verlag, New York.

Buergin, J., Blaettchen, P., Kronenbitter, J., Molzahn, K., Schweizer, Y., Strunz, C., Almagro, M. Bitte, F., Ruehr, S., Urgo, S., ve Lanza, G., 2018. Robust assignment of customer orders with uncertain configurations in a production network for aircraft manufacturing. International Journal of Production Research, 1, 1-15.

Candia-Véjar, A., Álvarez-Miranda, E., ve Maculan, N., 2011. Minmax regret combinatorial optimization problems: an algorithmic perspective. RAIRO-Operations Research, 45, 2, 101-129.

Carvalho, I. A., Noronha, T. F., Duhamel, C., ve Vieira, L. F. 2018. A MILP-based VND for the min-max regret Shortest Path Tree Problem with interval costs. Electronic Notes in Discrete Mathematics, 66, 39-46.

Catanzaro, D., Labbé, M., ve Salazar-Neumann, M., 2011. Reduction approaches for robust shortest path problems. Computers ve operations research, 38, 11, 1610-1619.

Chassein, A. B., ve Goerigk, M., 2015. A new bound for the midpoint solution in minmax regret optimization with an application to the robust shortest path problem. European Journal of Operational Research, 244, 3, 739-747.

Chassein, A., Dokka, T., ve Goerigk, M., 2019. Algorithms and uncertainty sets for data-driven robust shortest path problems. European Journal of Operational Research, 274, 2, 671-686.

Chassein, A., ve Goerigk, M., 2018. Compromise solutions for robust combinatorial optimization with variable-sized uncertainty. European Journal of Operational Research, 269, 2, 544-555.

Coco, A. A., Júnior, J. C. A., Noronha, T. F., ve Santos, A. C., 2014. An integer linear programming formulation and heuristics for the minmax relative regret robust shortest path problem. Journal of Global Optimization, 60, 2, 265-287.

Conde, E. 2007a. Minmax regret location–allocation problem on a network under uncertainty. European Journal of Operational Research, 179, 3, 1025-1039.

Conde, E., 2007b. A branch and bound algorithm for the minimax regret spanning arborescence. Journal of Global Optimization, 37, 3, 467-480.

Conde, E., 2008. A note on the minmax regret centdian location on trees. Operations Research Letters, 36, 2, 271-275.

Conde, E., 2009. A minmax regret approach to the critical path method with task interval times. European Journal of Operational Research, 197, 1, 235-242.

Conde, E., 2013. A minmax regret median problem on a tree under uncertain locations of the demand points. Operations Research Letters, 41, 6, 602-606.

Conde, E., 2017. A minimum expected regret model for the shortest path problem with solution-dependent probability distributions. Computers ve Operations Research, 77, 11-19.

Conde, E., 2019. Robust minmax regret combinatorial optimization problems with a resource–dependent uncertainty polyhedron of scenarios. Computers ve Operations Research, 103, 97-108.

Conde, E., Leal, M., ve Puerto, J., 2018. A minmax regret version of the time-dependent shortest path problem. European Journal of Operational Research, 270, 3, 968-981.

Davoodi, M., 2019. k-Balanced Center Location problem: A new multi-objective facility location problem. Computers ve Operations Research, 105, 68-84.

Dechter, R., ve Pearl, J., 1985. Generalized best-first search strategies and the optimality of A. Journal of the ACM (JACM), 32, 3, 505-536.

Demir, M. H., Tansel, B. C., ve Scheuenstuhl, G. F., 2005. Tree Network 1-median location with interval data: a parameter space-based approach. IIE Transactions, 37, 5, 429-439.

Dijkstra, E.W., 1959. A note on two problems in connexion with graphs. Numerische mathematik, 1, 1, 269–271.

Dokeroglu, T., Sevinc, E., ve Cosar, A., 2019. Artificial bee colony optimization for the quadratic assignment problem. Applied Soft Computing, 76, 595-606.

Dolgui, A., ve Kovalev, S., 2012. Min–max and min–max (relative) regret approaches to representatives selection problem. 4OR, 10, 2, 181-192.

Donati, A. V., Montemanni, R., Gambardella, L. M., ve Rizzoli, A. E., 2003. Integration of a robust shortest path algorithm with a time dependent vehicle routing model and applications. In The 3rd International Workshop on Scientific Use of Submarine Cables and Related Technologies, 26-31, IEEE.

Fardi, K., Jafarzadeh_Ghoushchi, S., ve Hafezalkotob, A., 2019. An extended robust approach for a cooperative inventory routing problem. Expert Systems with Applications, 116, 310-327.

Ford, L.R. ve Fulkerson, D.R., 1962. Flows in networks. Journal of the Franklin Institute, 275, 152.

Floyd, R.W., 1962. Algorithm 97: shortest path. Communications of the ACM, 5, 6, 345.

Gabrel, V., ve Murat, C., 2007. Robust shortest path problems, hal-00179975

Gabrel, V., Murat, C., ve Wu, L., 2013. New models for the robust shortest path problem: complexity, resolution and generalization. Annals of Operations Research, 207, 1, 97-120.

Gao, Y., 2011. Shortest path problem with uncertain arc lengths. Computers ve Mathematics with Applications, 62, 6, 2591-2600.

Ghahremani-Nahr, J., Kian, R., ve Sabet, E., 2019. A robust fuzzy mathematical programming model for the closed-loop supply chain network design and a whale optimization solution algorithm. Expert Systems with Applications, 116, 454-471.

Gonçalves, J. R., Carvalho, I. A., ve Noronha, T. F., 2017. An Experimental Evaluation of the Algorithm Mean Upper Heuristic for Interval Data Min-Max Regret Combinatorial Optimization Problem. In 2017 Brazilian Conference on Intelligent Systems (BRACIS), 1, 378-383, IEEE.

Hart, P.E., Nilsson, N.J. ve Raphael, B., 1968. A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths. IEEE transactions on Systems Science and Cybernetics, 4, 2, 100–107.

Hasuike, T., 2013. Robust shortest path problem based on a confidence interval in fuzzy bicriteria decision making. Information Sciences, 221, 520-533.

Higashikawa, Y., Golin, M. J., ve Katoh, N., 2015. Multiple sink location problems in dynamic path networks. Theoretical Computer Science, 607, 2-15.

Inuiguchi, M., ve Sakawa, M., 1995. Minimax regret solution to linear programming problems with an interval objective function. European Journal of Operational Research, 86, 3, 526-536.

Jabbarzadeh, A., Fahimnia, B., ve Rastegar, S., 2017. Green and resilient design of electricity supply chain networks: a multiobjective robust optimization approach. IEEE Transactions on Engineering Management, 99, 1-21.

Janiak, A., ve Kasperski, A., 2008. The minimum spanning tree problem with fuzzy costs. Fuzzy Optimization and Decision Making, 7, 2, 105-118.

Johnson, D.B., 1977. Efficient algorithms for shortest paths in sparse networks. Journal of the ACM (JACM), 24, 1, 1–13.

Józefczyk, J., ve Siepak, M., 2013. Scatter Search based algorithms for min-max regret task scheduling problems with interval uncertainty. Control and Cybernetics, 42, 3, 667-698.

Kacem, I., ve Kellerer, H., 2018. Complexity results for common due date scheduling problems with interval data and minmax regret criterion. Discrete Applied Mathematics.

Kalai, R., Aloulou, M. A., Vallin, P., ve Vanderpooten, D., 2005. Robust 1-median location problem on a tree. In Proceedings of the ORP3 meeting. Spain:Valencia.

Kang, J., 2013. The minmax regret shortest path problem with interval arc lengths. International Journal of Control and Automation, 6, 5, 171-180.

Kasperski A., 2008. Minmax Regret Minimum Spanning Tree. In: Discrete Optimization with Interval Data. Studies in Fuzziness and Soft Computing, vol 228. Springer, Berlin, Heidelberg

Kasperski, A., ve Zieliński, P., 2006. An approximation algorithm for interval data minmax regret combinatorial optimization problems. Information Processing Letters, 97, 5, 177-180.

Kasperski, A., ve Zieliński, P., 2009. On the approximability of minmax (regret) network optimization problems. Information Processing Letters, 109, 5, 262-266.

Kasperski, A., ve Zieliński, P., 2013. Bottleneck combinatorial optimization problems with uncertain costs and the OWA criterion. Operations Research Letters, 41, 6, 639-643.

Kasperski, A., Kurpisz, A., ve Zieliński, P., 2012. Approximating a two-machine flow shop scheduling under discrete scenario uncertainty. European Journal of Operational Research, 217, 1, 36-43.

Kasperski, A., Makuchowski, M., ve Zieliński, P., 2012. A tabu search algorithm for the minmax regret minimum spanning tree problem with interval data. Journal of Heuristics, 18, 4, 593-625.

Kouvelis, P., ve Yu, G., 1997. Robust discrete optimization and its applications. Springer Science ve Business Media.

Kouvelis, P., ve Yu, G., 2013. Robust discrete optimization and its applications (Vol. 14), Springer Science ve Business Media.

Kouvelis, P., Daniels, R. L., ve Vairaktarakis, G., 2000. Robust scheduling of a two-machine flow shop with uncertain processing times. Iie Transactions, 32, 5, 421-432.

Kozina, G. L., ve Perepelista, V. A., 1994. Interval spanning trees problem: solvability and computational complexity. Interval Computations, 1, 1, 42.

Lebedev, V., ve Averbakh, I., 2006. Complexity of minimizing the total flow time with interval data and minmax regret criterion. Discrete Applied Mathematics, 154, 15, 2167-2177.

Liao, W., ve Fu, Y., 2018. A New Robust Scheduling Model for Permutation Flow Shop Problem. In Recent Advances in Intelligent Manufacturing, 308-317, Springer, Singapore.

Liu, K., Li, Q., ve Zhang, Z. H., 2019. Distributionally robust optimization of an emergency medical service station location and sizing problem with joint chance constraints. Transportation Research Part B: Methodological, 119, 79-101.

Lodwick, W., Jamison, D., ve Russell, S., 2000. A comparison of fuzzy, stochastic and deterministic methods in linear programming. In PeachFuzz 2000. 19th International Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society-NAFIPS, 321-325.

Lu, D., ve Gzara, F., 2019. The robust vehicle routing problem with time windows: Solution by branch and price and cut. European Journal of Operational Research, 275, 3, 925-938.

Magnanti, T. L., ve Wolsey, L. A., 1995. Optimal trees. Handbooks in operations research and management science, 7, 503-615.

Mangasarian, O. L., ve Ponstein, J., 1965. Minmax and duality in nonlinear programming. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 11, 504-518.

Martin, R., ve Schwartz, S., 1971. Robust detection of a known signal in nearly Gaussian noise. IEEE Transactions on Information Theory, 17, 1, 50-56.

Mausser, H. E., ve Laguna, M., 1998. A new mixed integer formulation for the maximum regret problem. International Transactions in Operational Research, 5, 5, 389-403.

Mausser, H. E., ve Laguna, M., 1999. A heuristic to minimax absolute regret for linear programs with interval objective function coefficients. European Journal of Operational Research, 117, 1, 157-174.

Mehra, R., 1976. Optimization of measurement schedules and sensor designs for linear dynamic systems. IEEE Transactions on Automatic Control, 21, 1, 55-64.

Montemanni, R., ve Gambardella, L. M., 2004. An exact algorithm for the robust shortest path problem with interval data. Computers ve Operations Research, 31, 10, 1667-1680.

Montemanni, R., ve Gambardella, L. M., 2005a. A branch and bound algorithm for the robust spanning tree problem with interval data. European Journal of Operational Research, 161, 3, 771-779.

Montemanni, R., ve Gambardella, L. M., 2005b. The robust shortest path problem with interval data via Benders decomposition. 4or, 3, 4, 315-328.

Montemanni, R., 2006. A Benders decomposition approach for the robust spanning tree problem with interval data. European Journal of Operational Research, 174, 3, 1479-1490.

Montemanni, R., Gambardella, L. M., ve Donati, A. V., 2004. A branch and bound algorithm for the robust shortest path problem with interval data. Operations Research Letters, 32, 3, 225-232.

Möller, B., Beer, M., ve Liebscher, M., 2005. Fuzzy Analysis as Alternative to Stochastic Methods: Theoretical Aspects. In Proc. Fourth German LS-DYNA Forum (Vol. 5).

Mulvey, J. M., Vanderbei, R. J., ve Zenios, S. A., 1995. Robust optimization of large-scale systems. Operations research, 43, 2, 264-281.

Ng, K. K. H., Lee, C. K. M., ve Chan, F. T. S., 2017. A robust optimisation approach to the aircraft sequencing and scheduling problem with runway configuration planning. In 2017 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM) 40-44, IEEE.

Nishida, N., Ichikawa, A., ve Tazaki, E., 1974. Synthesis of optimal process systems with uncertainty. Industrial ve Engineering Chemistry Process Design and Development, 13, 3, 209-214.

Pascoal, M. M., ve Resende, M., 2014. The minmax regret robust shortest path problem in a finite multi-scenario model. Applied Mathematics and Computation, 241, 88-111.

Pascoal, M. M., ve Resende, M., 2016. Dynamic preprocessing for the minmax regret robust shortest path problem with finite multi-scenarios. Discrete Optimization, 22, 122-140.

Paul, J. A., ve Wang, X. J., 2019. Robust location-allocation network design for earthquake preparedness. Transportation Research Part B: Methodological, 119, 139-155.

Paul, J. A., ve Zhang, M., 2019. Supply location and transportation planning for hurricanes: A two-stage stochastic programming framework. European Journal of Operational Research, 274, 1, 108-125.

Pay, B. S., Merrick, J. R., ve Song, Y., 2019. Stochastic network interdiction with incomplete preference. Networks, 73, 1, 3-22.

Pereira, J., ve Averbakh, I., 2011. Exact and heuristic algorithms for the interval data robust assignment problem. Computers ve Operations Research, 38, 8, 1153-1163.

Pereira, J., 2018. The robust (minmax regret) assembly line worker assignment and balancing problem. Computers ve Operations Research, 93, 27-40.

Pérez-Galarce, F., Álvarez-Miranda, E., Candia-Véjar, A., ve Toth, P., 2014. On exact solutions for the minmax regret spanning tree problem. Computers ve Operations Research, 47, 114-122.

Pérez-Galarce, F., Candia-Véjar, A., Astudillo, C., ve Bardeen, M., 2018. Algorithms for the Minmax Regret Path problem with interval data. Information Sciences, 462, 218-241.

Saedinia, R., Vahdani, B., Etebari, F., ve Nadjafi, B. A., 2019. Robust gasoline closed loop supply chain design with redistricting, service sharing and intra-district service transfer. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 123, 121-141.

Siepak, M., ve Józefczyk, J., 2014. Solution algorithms for unrelated machines minmax regret scheduling problem with interval processing times and the total flow time criterion. Annals of Operations Research, 222, 1, 517-533.

Shimbel, A., 1954. Structure in communication nets. In Proceedings of the symposium on information networks.

Viterbi, A., 1967. Error bounds for convolutional codes and an asymptotically optimum decoding algorithm. IEEE transactions on Information Theory, 13, 2, 260–269.

Waren, A. D., Lasdon, L. S., ve Suchman, D. F., 1967. Optimization in engineering design. Proceedings of the IEEE, 55, 11, 1885-1897.

Wu, W., Iori, M., Martello, S., ve Yagiura, M., 2014. Algorithms for the min-max regret generalized assignment problem with interval data. IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management 734-738.

Wu, W., Iori, M., Martello, S., ve Yagiura, M., 2018. Exact and heuristic algorithms for the interval min-max regret generalized assignment problem. Computers ve Industrial Engineering, 125, 98-110.

Yaman, H., Karaşan, O. E., ve Pınar, M. Ç., 2001. The robust spanning tree problem with interval data. Operations research letters, 29, 1, 31-40.

Yang, D. Y., ve Frangopol, D. M., 2019. Societal risk assessment of transportation networks under uncertainties due to climate change and population growth. Structural Safety, 78, 33-47.

Yavari, M., ve Mousavi-Saleh, M., 2019. Restructuring hierarchical capacitated facility location problem with extended coverage radius under uncertainty. Operational Research,1, 1-48.

Yu, G., ve Yang, J., 1998. On the robust shortest path problem. Computers ve Operations Research, 25, 6, 457-468.

Zadeh, Lotfi A., 1965. Fuzzy sets, Information and control 8, 3, 338-353.

Zhao, S., ve You, F., 2019. Resilient supply chain design and operations with decision-dependent uncertainty using a data-driven robust optimization approach. AIChE Journal, 65, 3, 1006-1021.

8. EKLER

Ek 1. Kod 1

```
int son=10;

range dugum=1..son;
range ara=2..9;

//karar değişkenleri
dvar int+ x[dugum];
dvar boolean k[dugum][dugum];
dvar int+ w[dugum][dugum];

//parametreler
int upper[dugum][dugum]=...;
int lower[dugum][dugum]=...;

//amaç fonksiyonu
minimize sum(i in dugum, j in dugum)((lower[i][j]+(upper[i][j]-
lower[i][j])*k[j][i])*k[j][i])-x[10];

//kısıtlar
subject to {

 forall(i in dugum, j in dugum)
   w[i][j]==lower[i][j]+(upper[i][j]-lower[i][j]);

 forall(i in dugum, j in dugum)
   x[j] <= x[i]+lower[i][j]+(upper[i][j]-lower[i][j])*k[i][j];

 sum(j in dugum) (k[1][j]) ==1;

 forall (j in ara)
  sum (i in dugum)(k[j][i])-sum (m in dugum)(k [m][j])==0;

   sum( i in dugum) (k[i][n]) ==1;

x[1]==0;

}
```

Ek 2. Kod 2

```
int son=8;
int bassayi=2;
range basdugumler=1..bassayi;
range dugum=1..son;
range ara=3..7;

//karar değişkenleri
dvar int+ x[dugum];
dvar int+ y[dugum][dugum];
dvar boolean k[dugum][dugum];
dvar int+ w[dugum][dugum];

//parametreler
int upper[dugum][dugum]=...;
int lower[dugum][dugum]=...;
int kapasite[basdugumler]=...;

minimize sum(i in dugum, j in dugum)((lower[i][j]+(upper[i][j]-
lower[i][j])*k[i][j])*y[j][i])-x[n];

//kısıtlar
subject to {

 forall(i in dugum, j in dugum)
   w[i][j]==lower[i][j]+(upper[i][j]-lower[i][j])*k[i][j];

 forall(i in dugum, j in dugum)
   x[j] <= x[i]+lower[i][j]+(upper[i][j]-lower[i][j])*k[i][j];

 forall(i in dugum, j in dugum)
   k[i][j] <= y[i][j];

 forall(i in dugum, j in dugum)
   10000*k[i][j] >= y[i][j];

 forall (j in ara)
  sum (k in dugum)(y[j][k])-sum (i in dugum)(y [i][j])==0;

 forall (i in basdugumler)
  sum(  j in dugum ) (y[i][j])-sum(k in dugum) (y[i][k]) <= kapasite[i];
   sum( i in dugum) (y[i][8]) ==5;

x[1]==0;
x[2]==0;
}
```

Ek 3. Kod 3

```
int son=11;

{int} sondugumler={10,11};
range dugum=1..son;
range ara=2..9;

//karar değişkenleri
dvar int+ x[dugum];
dvar int+ y[dugum][dugum];
dvar boolean k[dugum][dugum];
dvar int+ w[dugum][dugum];

//parametreler
int upper[dugum][dugum]=...;
int lower[dugum][dugum]=...;
int talep[sondugumler]=...;


//amaç fonksiyonu
minimize sum(i in dugum, j in dugum)((lower[i][j]+(upper[i][j]-
lower[i][j])*k[i][j])*y[j][i])-sum(k in sondugumler)(x[k]*talep[k]);

//kısıtlar
subject to {

 forall(i in dugum, j in dugum)
   w[i][j]==lower[i][j]+(upper[i][j]-lower[i][j])*k[i][j];

 forall(i in dugum, j in dugum)
   x[j] <= x[i]+lower[i][j]+(upper[i][j]-lower[i][j])*k[i][j];

 forall(i in dugum, j in dugum)
   k[i][j] <= y[i][j];

 forall(i in dugum, j in dugum)
   10000*k[i][j] >= y[i][j];

 sum(j in dugum) (y[1][j]) ==sum (k in sondugumler) (talep [k]);

 forall (j in ara)
  sum (k in dugum)(y[j][k])-sum (i in dugum)(y [i][j])==0;

 forall(j in sondugumler)
   sum( i in dugum) (y[i][j]) ==talep[j];

x[1]==0;

}
```

Ek 4. Kod 4

```
int son=9;
int bassayi=2;

range basdugumler=1..bassayi;
range dugum=1..son;
range ara=3..6;
range sondugumler=7..9;

//karar değişkenleri
dvar int x[dugum];
dvar int+ y[dugum][dugum];
dvar boolean k[dugum][dugum];
dvar int+ w[dugum][dugum];

//parametreler
int upper[dugum][dugum]=...;
int lower[dugum][dugum]=...;
int kapasite[basdugumler]=...;
int talep[sondugumler]=...;


minimize sum(i in dugum, j in dugum)((lower[i][j]+(upper[i][j]-
lower[i][j])*k[i][j])*y[i][j])-sum(k in sondugumler)(x[k]*talep[k]);

//kısıtlar
subject to {


 forall(i in dugum, j in dugum)
   w[i][j]==lower[i][j]+(upper[i][j]-lower[i][j])*k[i][j];

 forall(i in dugum, j in dugum)
   x[j] <= x[i]+lower[i][j]+(upper[i][j]-lower[i][j])*k[i][j];

forall(i in dugum, j in dugum)
   k[i][j] <= y[i][j];

 forall(i in dugum, j in dugum)
   10000*k[i][j] >= y[i][j];

 forall (j in ara)
  sum (k in dugum)(y[j][k])-sum (i in dugum)(y [i][j])==0;

 forall (i in basdugumler)
  sum(  j in dugum ) (y[i][j])-sum(k in dugum) (y[i][k]) <= kapasite[i];

forall(j in sondugumler)
   sum( i in dugum) (y[i][j])-sum(k in dugum) (y[k][j]) ==talep[j];

 forall (i in basdugumler)
 x[i]==0;

}
```

Ek 5. Kod 5

```
int son=21;
int bassayi=3;

range basdugumler=1..bassayi;
range dugum=1..son;
range ara=4..19;
range sondugumler=20..21;


//karar değişkenleri
dvar int x[dugum];
dvar int+ y[dugum][dugum];
dvar boolean k[dugum][dugum];
dvar int+ w[dugum][dugum];

//parametreler
int upper[dugum][dugum]=...;
int lower[dugum][dugum]=...;
int kapasite[basdugumler]=...;
int talep[sondugumler]=...;

minimize sum(i in dugum, j in dugum)((lower[i][j]+(upper[i][j]-
lower[i][j])*k[i][j])*y[i][j])-sum(k in sondugumler)(x[k]*talep[k]);

//kısıtlar
subject to {

 forall(i in dugum, j in dugum)
   w[i][j]==lower[i][j]+(upper[i][j]-lower[i][j])*k[i][j];

 forall(i in dugum, j in dugum)
   x[j] <= x[i]+lower[i][j]+(upper[i][j]-lower[i][j])*k[i][j];

forall(i in dugum, j in dugum)
   k[i][j] <= y[i][j];

 forall(i in dugum, j in dugum)
   10000*k[i][j] >= y[i][j];

 forall (j in ara)
  sum (k in dugum)(y[j][k])-sum (i in dugum)(y [i][j])==0;

 forall (i in basdugumler)
  sum(  j in dugum ) (y[i][j])-sum(k in dugum) (y[i][k]) <= kapasite[i];

forall(j in sondugumler)
   sum( i in dugum) (y[i][j])-sum(k in dugum) (y[k][j]) ==talep[j];

 forall (i in basdugumler)
 x[i]==0;

}
```

ÖZGEÇMİŞ

Aslıhan YILDIZ 1994 yılında Tirebolu/Giresun'da doğdu. 2012 yılında Beşikdüzü İMKB Anadolu Öğretmen Lisesi'nden mezun olduktan sonra aynı yıl İstanbul Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Endüstri Mühendisliği Bölümü'nde lisans öğrenimine başladı ve 2016 yılında mezun oldu. 2017 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı'nda yüksek lisans eğitimine başlamıştır. 2019 yılı Nisan ayı itibarıyla Yıldız Teknik Üniversitesi Endüstri Mühendisliği Bölümü'nde araştırma görevlisi olarak görevine devam eden Aslıhan YILDIZ iyi derecede İngilizce bilmektedir.