

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FİZİK ANABİLİM DALI**

**$e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  SÜRECİNİN TESİR KESİTİ VE  $\nu_\tau$ ' IN MAGNETİK MOMENTİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Nesrin KILIÇ**

**TEMMUZ 2006**

**TRABZON**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FİZİK ANABİLİM DALI**

$e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  SÜRECİNİN TESİR KESİTİ VE  $\nu_\tau$  ' IN MAGNETİK  
MOMENTİ

**Nesrin KILIÇ**

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde**  
**“Yüksek Lisans Fizik”**  
**Ünvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 23/06/2006**

**Tezin Savunma Tarihi :14/07/2006**

**Tez Danışmanı : Yrd. Dr. Coşkun Aydın**

**Jüri Üyesi : Doç.Dr.A.Hakan Yılmaz**

**Jüri Üyesi : Prof.Dr.Sevil Yılmaz**

**Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Emin Zeki BAŞKENT**

**Trabzon 2006**

## ÖNSÖZ

Standart modelde temel parçacıklar leptonlar ve kuarklardır. Leptonların da yüklü (elektron, müon, tau) ve yüksüz (nötrinolar) olduğu biliniyor. Çekirdeklerin beta bozunmalarını açıklamak için Pauli tarafından öngörülen nötrinolar standart model (SM) de kütsüz Weyl nötrinosudur. Nötrinoların kütleli olup olmadığı ve kütleli olmaları halinde hangi tür ( Dirac ya da Majorana nötrinosu olup olmayacağı) olduğu sorusu yüksek enerji fiziğinin en güncel problemlerden biridir.

Standart modelin sağ-elli nötrinoları içeren genişletilmiş pek çok modelinde nötrinolar kütleli olurlar.

Bu çalışmanın, giriş kısmında standart model, temel parçacıklar ve özellikleri ile bu parçacıklar arasındaki etkileşmeler, temel parçacıklardan biri olan nötrinonun özellikleri özetlenerek, genişletilmiş elektrozayıf kuram, sol-sağ simetrik model ve  $E_6$  modelinde  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  sürecini betimleyen lagranjiyenler verildi. Yapılan çalışmalar bölümünde ise Breit-Wigner rezonans bağıntısı kullanılarak  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  sürecinin tesir kesiti üç model için hesaplanarak nötrinonun manyetik momenti için bir sınır değeri hesaplanarak daha önce yapılan sonuçlarla karşılaştırıldı.

Tezimin hazırlanışının her aşamasında büyük emeği geçen sayın hocam Yrd. Doç. Dr. Coşkun Aydın' a teşekkür ederim. Ayrıca hesaplamalarda ve çalışmalarımındaki katkılarından dolayı Arş. Gör. Melahat Bayar' a, yetişmemde emeği geçen bölümdeki bütün hocalarıma ve tezin yazımı sırasında katkısı olan Arş. Gör. Aslı Kurnaz' a teşekkür ederim.

Nesrin KILIÇ

Trabzon 2006

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ.....	II
İÇİNDEKİLER.....	III
ÖZET .....	IV
SUMMARY .....	V
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	VI
TABLolar DİZİNİ.....	VII
SEMBOLLER DİZİNİ.....	VIII
1. GENEL BİLGİLER .....	1
1.1. Giriş.....	1
1.2. Elektrozayıf Etkileşmeler İçin Ayar Kuramı .....	19
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR .....	35
2.1. Sol-Sağ Simetrik Modelde $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$ Sürecinin Tesir Kesiti.....	35
2.2. Genişletilmiş Standart Modelde $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$ Sürecinin Tesir Kesiti.....	43
2.3. $E_6$ Modelinde $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$ Sürecinin Tesir Kesiti.....	44
3. SONUÇLAR VE TARTIŞMA .....	47
4. ÖNERİLER.....	49
5. KAYNAKLAR .....	50
6. EKLER.....	52
ÖZGEÇMİŞ .....	63

## ÖZET

Bu çalışmada, Genişletilmiş Standart Model (GSM), Sol-Sağ Simetrik Model (LRSM) ve  $E_6$  Modelinde,  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  sürecinin tesir kesiti, Breit-Wigner rezonans bağıntısı kullanılarak hesaplandı. Elde edilen sonuçlardan yararlanarak  $\nu_\tau$ -tau nötrinosunun manyetik momenti için bir sınır değeri bulundu ve bu sınır değeri daha önce yapılan çalışmalardaki sonuçlarla karşılaştırıldı.

**Anahtar Kelimeler:** Standart Model(S.M.), Genişletilmiş S. M., Sol-Sağ Simetrik Model (LRSM),  $E_6$  Model, Bozunma Olasılığı, Nötrino Magnetik Momenti.

## SUMMARY

### **The Cross-Section of the Reaction $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$ and the Magnetic Moment of $\nu_\tau$ -the Tau Neutrino**

In this study, the cross-section of the reaction  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  was calculated through the Breit-Wigner resonant form in the framework left-right symmetric model (LRSM), extended standard model (GSM) and  $E_6$  model. Bounds on the magnetic moment of  $\nu_\tau$ -the tau neutrino were determined from our calculations. These values were compared with the previous results in the literature.

**Key Words:** Standard Model(SM), Extended SM, Left-Right Symmetric Model,  $E_6$  Model, Decay Rate, Neutrino Magnetic Moment

## ŞEKİLLER DİZİNİ

	<b><u>Sayfa No</u></b>
Şekil 1. Nötrino Ve Karşıt Nötrinin Spin Ve Momentum Yönelimleri.....	6
Şekil 2. Nötrino Ve Foton İçin Olası Spin Yönelimleri .....	6
Şekil 3. $\nu^D$ Dirac Nötrinosunun Dört Farklı Durumu .....	10
Şekil 4. $\nu^M$ Majorana Nötrinosunun İki Farklı Durumu .....	10
Şekil 5. Katkı Verecek Feynman Çizimleri.....	35

## TABLolar DİZİN

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 1. Temel parçacık nesilleri .....	1
Tablo 2. Yüklü leptonlar ve nötrinoların lepton sayıları .....	8
Tablo 3. LRSM de $s = M_{Z_1}^2$ rezonans durumunda farklı $\phi$ karışım açıları için $\mu_{\nu_\tau}$ magnetik moment sınır değerleri .....	47
Tablo 4. $E_6$ modelinde N=14 alındığında farklı $\phi$ karışım açısı ve $M_{Z_0}$ değerleri için $\mu_{\nu_\tau}$ magnetik moment sınır değerleri .....	48
Tablo 5. $E_6$ modelinde N=2 alındığında farklı $\phi$ karışım açısı ve $M_{Z_0}$ değerleri için $\mu_{\nu_\tau}$ magnetik moment sınır değerleri .....	48



## SEMBOLLER DİZİNİ

- $A_\mu$  : Kovariant dörtlü vektör  
 $A^\mu$  : Kontravariant dörtlü vektör  
 $E_\gamma$  : Fotonun enerjisi  
 $E_Z$  : Z-bozonunun enerjisi  
GSM : Genişletilmiş Standart Model  
 $g_{\mu\nu}$  : Metrik tensör  
L : Işıklık(lüminisite)  
LRSM : Sol-Sağ Simetrik Model  
M : Matris elemanı  
 $M_Z$  : Z-bozonunun kütlesi  
 $m_e$  : Elektronun kütlesi  
 $m_\nu$  : Nötrininonun kütlesi  
N : Olay sayısı  
 $\alpha$  : İnce yapı sabiti  
 $\mu_B$  : Bohr magnetonu  
 $\kappa$  : Nötrino magnetik momenti  
 $d\Gamma$  : Diferansiyel bozunma genişliği  
 $\Gamma$  : Bozunma genişliği  
 $\theta_w$  : Weinberg açısı  
 $\varepsilon_\gamma$  : Fotonun kutuplanma vektörü  
 $\varepsilon_Z$  : Z-bozonunun kutuplanma vektörü  
 $u(p, s)$  : Nötrino spinoru  
 $v(p, s)$  : Karşıtnötrino spinoru  
 $\sigma$  : Tesir kesiti

## 1. GENEL BİLGİLER

### 1.1. Giriş

Parçacık fiziği maddenin temel yapı taşları ve bunlar arasındaki, evrenin şekillenmesini sağlayan temel etkileşme kuvvetlerini konu alır. Temel bir parçacık olarak kabul edilen nötrinolar da ilk ileri sürüldüklerinden beri parçacık fiziğini anlamamıza büyük katkı sağlamışlardır.

Temel parçacıkları başarılı bir şekilde açıklayan Standart Model'e göre evrende temel parçacık olarak sadece kuarklar ve leptonlar ile foton, gluonlar ve vektör bozonlar adı verilen kuvvet taşıyıcıları vardır. Kuarklarla, leptonlar kuvvet taşıyıcı parçacıklar aracılığıyla etkileşmeye girerek evrendeki görünür maddeyi oluştururlar. Kuarklar ve leptonlar kütleleri açısından kendi aralarında üç sınıfa ayrılırlar ve kuarklar  $+2/3$  ve  $-1/3$  elektrik yükü taşıırken, leptonlar  $\pm 1$  ve  $0$  yükü taşır. Bu durumda üç farklı ağırlık sınıfındaki parçacıklardan olası dört farklı yüke sahip birer tanesini bir araya koyarak bir gruplandırma yapılabilir ve böylelikle dörder elemanlı kütle dışında aynı özelliklere sahip üç grup elde edilebilir.

Tablo 1. Temel parçacık nesilleri

Kuarklar	u	c	t
	d	s	b
Leptonlar	$\nu_e$	$\nu_\mu$	$\nu_\tau$
	e	$\mu$	$\tau$
	I	II	III

Bu üç gruba parçacık nesilleri deniyor ve evrendeki görünür maddenin tümü, bu nesillerin en hafifi olan 1. neslin üyeleri tarafından oluşturuluyor.

Bilinen en eski kuvvet olan kütle çekimi evrenseldir yani tüm parçacıklara etki edebilir. Sonsuz erişimli olan bu kuvvetin taşıyıcısı niteliğindeki ara parçacığı, spini 2 ve kütlesi sıfır olan gravitondur. Ayrıca kütle çekim kuvveti yalnız çekici özelliğe sahiptir. Elektromanyetik kuvvet elektriksel yüklü parçacıklara etki eder. Ara parçacığı yüksüz, spini 1 olan fotonun kütesiz olmasından dolayı bu kuvvet de sonsuz erişimlidir. Zayıf kuvvet ise çekirdek içi evrende etkindir. Zayıf kuvvetler kuark ve leptonların bozunmasından sorumludur. Bu kuvvet “vektör bozonlar” denilen yüklü  $W^+$ ,  $W^-$  ile yüksüz  $Z^0$  parçacıkları aracılığıyla taşınır. Nükleer kuvvetler, spini 1 olan yüksüz gluonlar aracılığıyla hadronlara etki eder. Bu etkileşmeler aslında gluon alışverişinden dolayı kuarkların etkileşmesinin yansımasıdır.

Dört temel etkileşmenin  $10^{19}$  GeV enerji düzeyinin üzerinde birleştikleri fakat bu enerji düzeyinin altında aynı ve tek olan bir etkileşmenin farklı belirme biçimleri halinde ayrıştıkları biliniyor. Bu durumda, evrenin erken (enerji yoğun) aşamalarına, bu tek ve birleşik etkileşim alanının hakim olmuş olması gerekiyor. Parçacık fiziğinin bugünkü amaçlarından biri de bu dört temel kuvvetin, evrendeki düzeni daha basit bir şekilde açıklayabilecek, tek bir ‘Büyük Birleşik Alanlar Kuramında’ birleştirilmesidir.

Farklı görünen olayları birleştirmenin örnekleri geçmişte yaşanmıştır. Örneğin; 1861-1884 yılları arasında James Maxwell, daha önce farklı oldukları düşünülen elektrik ve manyetik olayları, kendi adıyla anılan, tek bir denklem sisteminde birleştirdi. Yukarıdaki genel özellikleri vurgulanan dört kuvvetin birleştirilmesi girişimlerinden en başarılısı elektromanyetik ve zayıf etkileşmenin birleştirilmesidir [1].

Yalnızca zayıf etkileşmeye giren nötrinoların keşfi ve özelliklerinin araştırılması süreci, zayıf etkileşme kuramının yapılandırılması sürecine eşlik eder. Nötrinoların tarihi, 1933 Solvey Konferansına dayanır. Bu konferans çekirdek konusuna çözüm bekleyen sorulara ayrılmıştı. Bu sorulardan birisi de enerjinin korunmadığı beta bozunması ( $n \rightarrow p + e^- + ?$ ) idi. Beta bozunmasındaki elektronların ilk ve son enerji düzeyleri tanımlı olsa da sürekli bir enerji tayfi gösteriyorlardı. Pauli, 1930 yılında, beta bozunmasına hafif yüksüz parçacıkların eşlik ettiğini, gözden kaçan bu parçacıkların hesaba katılmasıyla enerji ve diğer korunum yasalarının sağlanmış olacağı görüşündeydi.

Pauli’nin önerdiği hafif, yüksüz parçacık Fermi tarafından “nötrino” olarak adlandırıldı. Nötrino, Fermi’nin beta bozunmasının gerçek kuramını nötrino’ya dayalı olarak geliştirmesi nedeniyle kabul görmüştür.

Böylece başlangıçtaki enerji üç parçacık(  $p, e^-$  ve  $\bar{\nu}_e$  ) arasında paylaşılacak ve elektron enerjisinin sabit olmayıp, bir dağılım göstermesi, bozunma olayında enerji ve momentumun korunması ile mümkün oldu.

$\beta$  bozunması için ilk kuram, 1934'de Fermi tarafından kurulmuştur. Bu kuramı QED de elektromagnetik süreçler için kurulmuş olan etkileşme kuramını  $\beta$  bozunmasına uyarlayarak yüklü akımların etkileşmesini kullanmıştır. Bu akımlardan birincisi;

$$j_{\mu}^N(x) = \bar{\Psi}_p(x) \gamma_{\mu} \Psi_n \quad (1)$$

nötronun protona dönüştüğü hadronik nükleon akımı ve ikincisi de

$$j_{\mu}^l(x) = \bar{\Psi}_e \gamma_{\mu} \Psi_{\nu}(x) \quad (2)$$

elektron ve karşıt nötrinonun oluşturduğu leptonik akımdır[2].

Fermi kuramında dört parçacık aynı uzay-zaman noktasında etkileşir.  $\beta$  bozunmasına katılan 1/2 spinli parçacıklar için uygun dalga fonksiyonu, Dirac denklemini sağlayan dört bileşenli spinörlerdir. Fermi'nin lagranjiyeni bu etkileşme akımlarının çarpımı şeklindedir.

$$\mathcal{L}(x) = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\Psi}_p(x) \gamma_{\mu} \Psi_n \bar{\Psi}_e \gamma_{\mu} \Psi_{\nu}(x) \quad (3)$$

Elektron ve nötrino 1/2 spinli olduklarından için çekirdek spini için olası değişimler  $\Delta J = 0$  ve 1 dir.  $\Delta J = 0$  olan geçişler Fermi,  $\Delta J = 1$  olan geçişler ise Gamov-Teller geçişleridir.

Görelî değişmezlik matris elemanında belli sınırlamalara neden olur. Beş kovaryant yapı bu sınırlamaları karşılar ve lagranjiyen

$$\mathcal{L}(x) = -\frac{G}{\sqrt{2}} \sum_i C_i (\bar{\Psi}_p \Gamma_i \Psi_n) (\bar{\Psi}_e \Gamma_i \Psi_{\nu}) + \text{h.c.} \quad (4)$$

şeklinde olur.

Burada  $\Gamma^i=1$  skaler (S),  $\gamma_\mu$  vektör (V),  $\sigma^{\mu\nu}$  tensör (T),  $\gamma^5 \gamma^\mu$  aksial vektör (A),  $\gamma^5$  psödöskalar (P) etkileşmedir.

S ve V etkileşmeleri Fermi geçişlerini, A ve T ise spin değişiminin olduğu Gamov-Teller geçişlerini karşılar. Yalnızca Fermi ya da yalnızca Gamov-Teller geçişlerinin var olduğu durumlar  $\beta$  ışınım spektrumuyla uyuşmaz. Hem Fermi, hem de Gamov-Teller geçişlerinin varolabileceği izinli tiplerden, paritenin korunmamasından dolayı V-A etkileşmesinin geçerli olduğu görülmüştür. Yani zayıf etkileşmeler V-A şeklinde formüle edildi.

Kütlesiz nötrinolar yalnızca zayıf etkileşme yaparlar ve etkileşmenin tesir kesiti, nötrinoların doğrudan gözlenemeyeceği kadar küçüktür ve ancak dolaylı yoldan gözlenirler [3].

Nötrinolar ilk defa 1956'da Reines ve Cowan tarafından Kuzey Kaliforniya' da Savannah River' da nükleer reaktörlerden yayılan karşıt nötrinoları kullanarak gözlendi. Yaptıkları deney düzeneği, sıvı tank detektörleri ve bu detektörlerin arasına yerleştirilen CdCl çözeltisi içeren hedef tanklardan oluşmaktaydı. Bütün düzenek dışarıdan gelebilecek tüm parçacıkları engellemek için bir duvarla örülmüştü. Deneyden beklenen süreç aşağıdaki gibiydi:

Hedef tanklarda oluşan ters beta bozunması



sonucunda oluşan pozitron hızlı bir şekilde bir elektronla yok olup fotonlar oluşacak ve bu fotonlar hedef tankların yakınındaki detektörler tarafından kaydedilecekti:



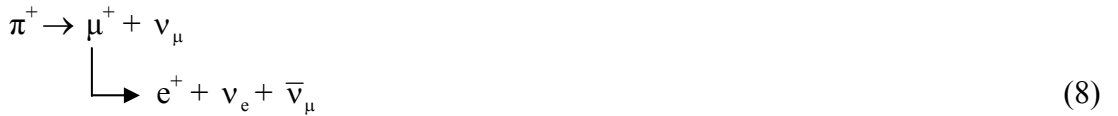
Yayılan diğer parçacık olan nötron ise kadmiyum çekirdeği tarafından yakalanınca aşağıdaki süreçte yazıldığı gibi  $^{114}\text{Cd}$  kadmiyum izotopu ve foton oluşacak:



Oluşan bu foton da detektörler tarafından kaydedilecekti. Deney sonucunda beklenen tüm süreçler gerçekleşti ve ilk kez nötrino gözlenmiş oldu.

Zayıf etkileşmelerde parite bozunumunu ilk akla getiren olay ise yeni bir parçacık olan Kaonun bozunması sırasında ortaya çıkan  $\theta$ - $\tau$  bilmecesidir. Kaonun bozunmasının iki farklı şekli olarak ortaya çıkan  $\theta$ - $\tau$  durumlarından  $\theta$  durumunda ( $\theta \rightarrow \pi + \pi$ ) kaon iki piona,  $\tau$  durumunda ise ( $\tau \rightarrow \pi + \pi + \pi$ ) üç piona bozunur. Bu iki parçacığın aynı olup olmadığı sorusuna cevap bulmak için 1956' da Lee ve Yang iki olasılık ortaya koydular: Bunlardan birincisi bunların çift pariteli olduğu ikincisi ise parite bozunumuydu. Bu sırada zayıf etkileşmelerde paritenin korunduğuna dair deneysel bir bulgu bulunmuyordu. Sonunda Lee ve Yang  $\theta$ - $\tau$  bilmecesini, bunların aynı parçacık oldukları fakat bozunma sırasında paritenin korunmayışından dolayı farklı ürünler ortaya çıktığı şeklinde çözüme kavuşturdular [3].

Parite bozunumunu kanıtlayan ilk deneysel veri ise Wu ve arkadaşları tarafından bulundu. Deneyde kaynak olarak  $^{60}\text{Co}$ , kutuplanma sağlamak için dış bir manyetik alana yerleştirildi. Yeterli kutuplanma sağlandığında manyetik alan kaldırıldı. Bozunma sonucunda yayılan elektronlar detektörler tarafından sayıldı. Sayım oranı, aşağı ve yukarı spinli çekirdekler için zamanın fonksiyonu olarak ölçüldü. Sonuçlarda spin yönelimi ile yayılma yönü arasında izotropiklik gözlemlendi. Bu gözlem açıkça zayıf etkileşmelerde parite bozunumunu ortaya koyar[4]. Garwin, Lederman, Weinrich, Friedman ve Feledgi bir piyondan üretilmiş kutuplanmış  $\mu^+$  nın bozunmasında ortaya çıkan pozitrondaki geniş izotropikliği gözleyerek parite bozunumunu doğrulamışlardır.



Nötrinonun helisitesi ise ilk kez 1958'de M. Goldhaber, Grodzins ve Sunyar tarafından yaptıkları bir deneyle kesin olarak belirlendi.

Bir parçacığın helisitesi, parçacığın momentumu boyunca spin izdüşümü olarak ( $h = \vec{p} \cdot \vec{\sigma} / |\vec{p}|$ ) tanımlanır. 1/2 spinli bir parçacık için hareket yönü boyunca spin bileşeni +1/2 ya da -1/2 olabilir. Spin yönü, momentum yönü boyunca bakıldığında sağ-elli ya da sol-elli oluşumlardaki dönme hareketine karşılık geldiğinden pozitif ve negatif helisiteli durumlar sırasıyla sağ-elli ya da sol-elli olarak da tanımlanabilirler (Şekil 1).

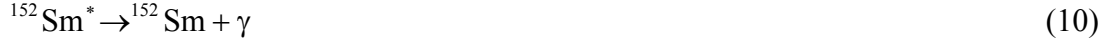


Şekil 1. Nötrino ve anti nötrinin spin ve momentum yönelimleri

Goldhaber ve arkadaşları  $^{152}\text{Eu}$  'nin elektron yakalamasını gözlemlediler:



ortaya çıkan uyarılmış  $^{152}\text{Sm}^{*}$  foton yayarak

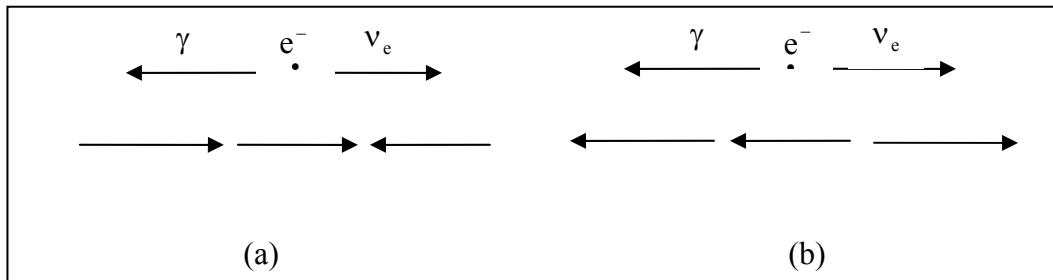


taban durumuna ulaşır.

Başlangıçtaki reaksiyonda elektronlar taban durumunda yakalandıkları için momentum sıfırdır. Bu yüzden ortaya çıkan nötrino ve  $^{152}\text{Sm}^{*}$  çekirdeği birbirine zıt yönde yayınlanırlar. Deneyde  $^{152}\text{Sm}^{*}$  çekirdeğinin bozunma yönünde yaydığı fotonlar seçildi. Böylece foton ve nötrino zıt yönlerde ortaya çıkmış oldular. Tüm gözlenen süreç:



dır. Bu sayede tüm reaksiyon için açısal momentum korunumu uygulayarak, nötrinin helisitesi fotonun helisitesinden çıkarılabilir.



Şekil 2. Nötrino ve foton için olası spin yönelimleri

Nötrino ve fotonun spin bileşenleri sırasıyla  $\pm 1/2$  ve  $\pm 1$  değerleri başlangıçtaki elektronun  $\pm 1/2$  spin değerini vermek üzere toplanmalıdır. Bu da bize Şekil 2' deki olası spin yönelimlerini verir. Ancak gözlemlerden de doğada yalnızca sol-elli nötrino olduğu görülmüştür [5].

Daha güçlü ve daha yüksek enerjili hızlandırıcıların yapılmasıyla Brookhaven'da Pontecorvo ve Schwork piyonlardan ortaya çıkan yüksek enerjili nötrinolarla deneyler önermişlerdir. İlk deney Danedy tarafından 1962' de yapılmış ve sonuçta piyondan oluşan nötrinolardan daima müon üretildiği gözlenmiştir.

$$\pi^{\pm} \rightarrow \mu^{\pm} + \nu_{\mu} / \bar{\nu}_{\mu} \quad (12)$$

$$\nu_{\mu} + p \rightarrow \mu^{+} + n \quad (13)$$

Bunun sonucunda elektrona eşlik eden elektron nötrinosuna benzer biçimde müona eşlik eden müon nötrinosunun varlığı bulunmuş oldu.

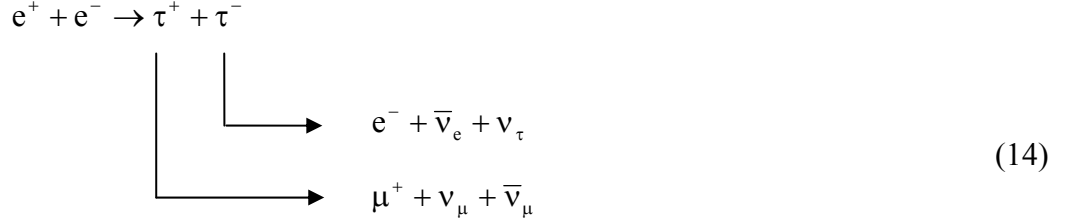
Fermi kuramı düşük enerjilerde deneyle uyumlu sonuçlar vermesine karşın yüksek enerjilerde iraksayan sonuçlar veriyordu. Bir diğer deyişle, Fermi kuramı renormalize bir kuram değildi. Zayıf etkileşmeler için renormalize bir kuram oluşturulması gerekiyordu.

1967 yılında Weinberg ve Salam birbirinden bağımsız olarak, elektromanyetik ve zayıf etkileşmeleri birleştiren elektrozayıf kuram önerdiler. Bu kuram, o zamana kadar gözlenmemiş olan yüksüz bir bozonun ( $Z^0$ ) varlığını da öngörüyordu. Daha sonra Glashow'un da katkılarıyla temel parçacıkları ve kuvvetleri açıklayan Standart Model (S.M) oluşturuldu. S.M.' in renormalize bir kuram olduğu 1971'de ' Hooft tarafından gösterilmiştir [6].

M. Perl ve çalışma grubu SPEAR çarpıştırıcısında 1973 sonlarında genelde yeni parçacıklar arama, özellikle ağır lepton arama amacına yönelik bir detektörler sistemi ile çalışmaya başladılar. Bir süre sonra kaydedilen çok sayıda etkileşme olayı arasında 24 tanesi, bilinen bir yoldan, yani bilinen parçacıkların oluşması ve bozunması olarak açıklanamıyordu. Bu 24 etkileşme olayının her birinde yüksek enerjili bir müon ve yüksek enerjili elektron gözlenmişti. Bunlar farklı işaretli elektrik yükü taşıyor ve enerji, momentum korunum yasalarına göre bunlarla birlikte iz bırakmayan elektrik yükü sıfır olan parçacıkların da ortaya çıkmış olması gerekiyordu. Bu olaylarda, tau ( $\tau$ ) adını



verdikleri yeni bir lepton, varlığının gerekliliğini öngördüler. Bu etkileşme olayları şu şekilde geliyordu:



Elektron ve pozitron çarpışmasında tau-lepton ve karşıt-tau lepton oluşuyor; daha sonra bunların biri müon ve iki nötrino, diğeri ise elektron ve iki nötrinoya bozunuyordu. Nötrinoların doğrudan gözlenmesi mümkün olmadığından sadece yüksek enerjili elektron ve müon gözleniyordu. Deneyin devamında bu tür olayların sayısı arttı ve bunlara başka bir yorum getirilemedi. Böylece tau-lepton parçacığı ilk kez gözlenmiş oluyordu [2].

Nötrinolar kütesiz (Weyl), kütleli olmaları halinde Dirac ya da Majorana ve kuantum sayılarının (lepton sayıları) korunup korunmadığına göre üç farklı davranış gösterirler. Yüklü leptonlar ve nötrinoların lepton sayıları Tablo 2' de verilmektedir [6].

Tablo 2. Yüklü leptonlar ve nötrinoların lepton sayıları

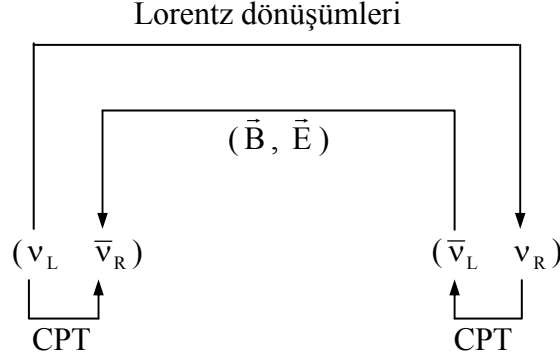
	$\nu_e, e^-$	$\nu_\mu, \mu^-$	$\nu_\tau, \tau^-$
$L_e$	1	0	0
$L_\mu$	0	1	0
$L_\tau$	0	0	1

Dirac denklemi parçacık-karşıt parçacık kavramını geliştirmiştir. Elektronlar, karşıt yüklü elektronlardan elektromanyetik özellikleri açısından ayrılıyorken, yüksüz parçacıkları karşıt parçacıklardan ayırmanın yolu açık değildir. Örneğin; yüksüz pion karşıt parçacığıyla aynı iken, yüksüz kaon karşıt parçacığından farklıdır. Bunun yanı sıra piyon ve kaon, her iki parçacık da gerçekte temel parçacıklar olmayıp, kuark ve karşıt kuarklardan oluşurlar. Nötrinoların da elektrik yükü olmadığı için onların tamamen yüksüz ve doğada hiçbir yük taşımadığına dair bir olasılık vardır ve bu olasılık E. Majorana

tarafından ileri sürülmüştür. Eğer nötrino ve karşıt-nötrinolar, leptonik yük gibi bazı içsel yükler taşırlarsa bu yükler zıt ve nötrinolar da farklı olacaktır. Bu durumda nötrinolar Dirac nötrinoları olarak adlandırılırlar. Nötrinoların Dirac nötrinoları olmaları durumunda lepton sayıları  $L_e, L_\mu$  ve  $L_\tau$  ayrı ayrı korunmaz. Fakat toplam lepton sayısı  $L = L_e + L_\mu + L_\tau$  korunur. Bu nötrinolar  $L=1$  lepton sayısına ve karşıt-nötrinoları  $L=-1$  lepton sayısına sahip olur. Nötrinoların Majorana parçacığı olması durumunda ise lepton sayıları  $L_e, L_\mu, L_\tau$  korunur.

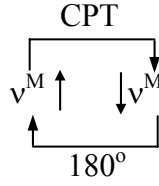
Bir Majorana ve Dirac parçacığı arasındaki fark söz konusu olduğunda yük eşleniği altında dönüşüm özelliklerini kullanmak zorundayız. Fakat bilindiği gibi SM' de nötrinolar yalnızca zayıf etkileşmeye girerler ve zayıf etkileşmeler yük eşleniğine göre değişmez değildir. Sonuç olarak etkileşebilen bir Majorana nötrinosu tek başına yalnızca C yük eşleniğinin bir öz durumu olamaz. Bu yüzden C yük eşleniğinin yanı sıra P parite ve T zaman terslenmesi gibi diğer farklı simetrilere göre (ya da onların CP ve CPT bileşimleri ) dönüşüm özelliklerinin düşünülmesi gerekir.

Majorana ve Dirac nötrinoları arasındaki farkı algılamak için kütleli sol-elli bir  $\nu_L$  nötrinosunun varlığını düşünelim. Geçerliliğini varsaydığımız CPT değişmezlikten dolayı  $\nu_L$  nin varlığı (CPT ayna görüntüsünün varlığını) bir sağ-elli karşıt nötrinoyu  $\bar{\nu}_R$  gerektirir. Kütleli bir  $\nu_L$  nötrinosu ışıktan daha yavaş hareket ettiğinden, kendinden daha hızlı giden bir gözlem çerçevesi bulunabilir. Bu gözlem çerçevesine göre nötrino ters yönde gider, fakat spini değişmez. Bu yüzden Lorentz dönüşümü  $\nu_L$  'yi  $\nu_R$  ye dönüştürür.  $\nu_L$  nin CPT ayna görüntüsü olan  $\bar{\nu}_R$  ile bu  $\nu_R$  aynı parçacık olabilir ya da olamaz. Aynı değilse  $\nu_R$  kendi CPT ayna görüntüsü  $\bar{\nu}_L$  ye sahip olur. Bu durumda aynı kütleyle sahip dört durum vardır ( Şekil 4 ). Bu dörtlü durum  $\nu^D$  nötrinosu olarak adlandırılır. Bu nötrino farklı parçacık ve karşıt-parçacık durumlarına karşılık ve bir magnetik dipol momente sahip olabilir. Eğer CP korunmazsa elektrik dipol momenti de vardır. Bu yüzden bir Dirac nötrinosu  $\nu_L$  zıt helisiteli duruma hem Lorentz hem de dış  $\vec{E}$  ve  $\vec{B}$  alanlarıyla geçebilir.



Şekil 3.  $\nu^D$  Dirac nötrinosunun dört farklı durumu

Diğer yandan, eğer Lorentz dönüşümüyle elde edilen sağ-elli ( $\nu_R$ ) parçacık,  $\nu_L$ 'nin CPT ayna görüntüsü ile aynı parçacık ise aynı kütleye sahip iki durum vardır. Bu durum çifti Majorana nötrinosunu temsil eder (Şekil 4).



Şekil 4.  $\nu^M$  Majorana nötrinosunun iki farklı durumu

$\nu^M$  nin magnetik dipol ve elektrik dipol momentinin sıfır olduğunu görmek kolaydır. Bir dış durgun alanda nötrino

$$-\mu \langle \vec{s} \cdot \vec{B} \rangle - d \langle \vec{s} \cdot \vec{E} \rangle \quad (15)$$

etkileşme enerjisine sahiptir.

Burada  $\vec{s}$  spin işlemcisi,  $\vec{\mu}$  manyetik dipol moment ve  $\vec{d}$  elektrik dipol momenttir. CPT altında  $\vec{E}$  ve  $\vec{B}$  alanları değişmezken, Majorana nötrinosunun spin vektörü yön değiştirir. Sonuç olarak, CPT değişmezliğin sağlanması için  $\mu$  ve  $d$  sıfır olmalıdır.

Dirac ve Majorana nötrinolarının arasındaki farkı tartışmak için nötrino kütlelerinin tartışılması gereklidir. Kütleli bir nötrino ışık hızıyla hareket eder ve artık onun

helisitesini değiştirecek bir gözlem çerçevesi bulunmaz. Dahası, zayıf etkileşmeler yalnızca sol-elli akımlar içerir (sağ-elli durumlar içeren etkileşmeler şu ana kadar gözlenememiştir). Sol-elli etkileşen nötrinolar için dipol moment kütleyle doğru orantılıdır ve kütsüz bir parçacık için sıfır olur. Bu yüzden kütsüz nötrinoların helisitesi dış  $\vec{E}$  ve  $\vec{B}$  alanlarıyla da değiştirilemez.

Gerçekte kütsüz durumda  $|\nu_L^D\rangle$  ve  $|\bar{\nu}_R^D\rangle$  durumları ile kalan  $|\nu_R^D\rangle$  ve  $|\bar{\nu}_L^D\rangle$  tamamen ayrılırlar hatta ikinci durumlar yoktur. Geçerli iki durum olduğu için Dirac ve Majorana nötrinoları arasındaki farkın yok olması aniden olmaz. Kütle küçüldükçe, gözlenen nötrino durumlarının Majorana nötrinosunun iki spin durumu ya da dört Dirac nötrino durumunun yarısı olup olmadığına karar vermek güçleşir. Nötrinolar kütsüz olmaları durumunda Weyl nötrinoları olarak adlandırılırlar [7].

Fermi etkileşmesinde, nötrino elektron etkileşmesi

$$\bar{e} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu \quad (16)$$

V-A (vektör-aksiyal vektör) şeklinededir.

Modern alan teorisinde, sol ve sağ-elli alanlar temel alanlar olarak alınır. Bu elliliğe şiralite denir ve

$$\Psi_{L,R} = \frac{1 \mp \gamma_5}{2} \Psi \quad (17)$$

ile verilir.

Burada  $\Psi$ , Dirac alanı ve  $\Psi_L, \Psi_R$  ise Weyl fermiyonları olarak adlandırılan iki bileşen alanlarıdır.  $\Psi_L$  ve  $\Psi_R$  sırasıyla -1 ve +1 özdeğerli  $\Psi \rightarrow \gamma_5 \Psi$  şiral dönüşümünün özdurumlarıdır. (16)'daki zayıf akım

$$\bar{\Psi}_L \gamma_\mu \Psi_L \quad (18)$$

şeklinde yazılabilir. Bu zayıf akım etkileşmelerinin bir şiral dönüşüm altında değişmez olduğunu gösterir. Diğer taraftan kütle terimi, sol-elli alan ile sağ-elli alan arasında ilişki

kurar yani bu terim bir parçacığın şiralitesini değiştirir. İki olası kütle terimi vardır. Dirac kütle terimi

$$m(\bar{\Psi}_R \Psi_L + h.c.) \quad (19)$$

ve Majorana kütle terimi

$$M(\bar{\Psi}_L^c \Psi_L + h.c.) \quad (20)$$

şeklindedir.

Burada  $\Psi^c = C\gamma^0\Psi^*$ ;  $\Psi$  alanının yük eşleniği ve

$$\Psi_L^c \equiv (\Psi_L^c) \equiv \frac{1+\gamma_5}{2}\Psi^c \quad (21)$$

sağ-elli şiraliteye sahip. (19) eşitliğindeki terim  $m\bar{\Psi}\Psi$  kuark ve yüklü leptonlara kütle kazandırır. (20) eşitliği ise açıkça lepton korunumunu bozar ve parçacık ile karşıt parçacığını ayırt edilemez eder.

Standart elektrozayıf kurama kütleli nötrinoları dahil etmenin iki yolu vardır. Eğer  $\nu_L$  ye ek olarak  $\nu_R$  varsa Dirac kütle terimi yapılandırılabilir ve bu durumda nötrino kütlesi diğer yüklü parçacıkların kütle terimleriyle paralel davranır. Eğer yalnızca  $\nu_L$  varsa nötrinoya kütle kazandırmak için uygun yapı Majorana kütle terimidir. Fakat Weinberg-Salam kuramında Majorana kütle terimi renormalize değildir ve yüksek enerji ölçeğinde daha temel etkileşmelerden ortaya çıkan etkin bir etkileşme olarak alınır. Nötrino kütlesinin diğer yüklü parçacıklarla karşılaştırıldığında çok küçük olmasının nedeni bu şekilde açıklanabilir [3].

Nötrinoların kütleli olmalarını gerektiren pek çok neden vardır. Parçacık fiziğinde, fotonun sonlu bir kütleyle sahip olmasını yasaklayan ayar simetrisi gibi nötrinoların kütleli olmalarını yasaklayan bir simetri yoktur.

Tarihsel olarak nötrinoların kütleli olmaları gerektiğini destekleyen fikirler çoğunlukla astrofizik ve kozmolojiden gelmiştir.

Nötrinoların astrofiziksel önemi 1939'da Bethe tarafından ortaya konulmuştur. Bethe, yıldız korlarında oluşan hidrojenin helyuma yanmasından sorumlu ve elektron nötrinolarının oluştuğu süreçleri belirledi. Nötrinolar yalnızca zayıf etkileşmeye girdiklerinden maddeyle etkileşimleri için tesir kesiti çok küçüktür. Bu yüzden üretildikten sonra, herhangi bir engelle karşılaşmadan yıldızlardan geçebilir.

Ayrıntılı hesaplar, güneşten beklenen  $\nu_e$  akısını bulmak için yapıldı. Fakat deney hesaplanan değer yalnızca 1/3'ünü belirledi. Bu karmaşanın giderilmesi için zayıf süreçlerde üretilen  $\nu_e$ 'nin bir kütle öz durumu değil, çeşitli kütle öz durumlarının toplamı olması gerektiği düşünüldü. Güneşten dünyaya geçişte  $\nu_e$  kısmen başka nötrino çeşitlerine dönüşebilir. Nötrino salınımı olarak adlandırılan bu olay 1957'de Pontecorvo tarafından ilk olarak yüksüz kaonun salınımı probleminden hareketle geliştirilmiştir. Gözlenen değere ulaşılması için boşlukta dahi salınımın olmasını gerektirir.

Güneş nötrinusu karmaşasını çözenin bir diğer yolu da nötrinonun manyetik momenti kavramıdır. Eğer manyetik moment yeterince büyükse, nükleer reaksiyonlarda üretilen sol-elli nötrinoların helisitesi güneşin manyetik alanında sağ-elli helisiteye dönüşebilir. Sağ-elli nötrinoların maddeyle etkileşimi daha küçük olduğundan belirlenmeleri daha zor olur. Bu da belirlenen nötrinolardaki azlığı açıklayabilir. Fakat kütleli bir nötrino manyetik momente sahip olamaz. Bu yüzden bu varsayımın yola çıkarsak yine nötrinoların kütleli olması gerektiğini görürüz.

Eğer nötrinolar kütleli ise o zaman kozmoloji için de büyük önem kazanır. Standart Büyük Patlama kozmolojisi tüm evren üzerinde geçmişte nötrinoların olduğunu söyler. Böyle geçmişten gelen nötrinoların sayıca yoğunluğu evrendeki ortalama baryon yoğunluğundan sekiz merteye daha büyüktür. Bu yüzden nötrinolar yaklaşık 10 eV kütleyle sahip olsalar dahi evrene çok büyük enerji yoğunluğu sağlarlar. Bu açılarından bakıldığında nötrinoların kütleli olma olasılığı ciddiye alınması gereken bir konudur.

Nötrino kütlesi için doğrudan laboratuvar ölçüm sınır değerleri aşağıdaki gibidir [9]:

$$m_{\nu_e} < 2.5 \text{ eV} \quad (95 \% \text{C.L.})$$

$$m_{\nu_\mu} < 170 \text{ eV} \quad (90 \% \text{C.L.})$$

$$m_{\nu_\tau} < 18 \text{ MeV} \quad (95 \% \text{C.L.})$$

Leptonların yapı çarpanlarının kökeni, Fermi ve Marshall'ın 1947' de yüklü,  $\frac{1}{2}$  spinli bir parçacığın bir dış elektromanyetik alanda üç durgun çiftlenim (yük, magnetik moment ve yük yarıçapı) ile betimlenebileceği olgusuna dayanır.

Evrensel Fermi etkileşmesinde, ara vektör bozon kuramında ve daha sonrada ayar alan kuramları çerçevesinde leptonların yapı çarpanları hesaplanmış ve nötrinoların elektromanyetik özellikleri incelenmiştir.

Zeldovich paritenin korunmadığı fakat CP nin korunduğu bir kuramda parçacığın anapol momentini olarak adlandırdığı bir durgun çiftlenim daha bulunduğunu gösterdi. Lee ve Yang paritenin bozunması ile ilgili yayınlarında bir elektrik dipol momentinin varlığına işaret etmişlerdir. 1957 yılında Landau ise parite bozulmasının yanında CP korunumlu bir kuram olması halinde elektrik dipol momentinin olmayacağını göstermiştir [2].

Nötrinolar yüksüz olmalarına karşın kuantum ilmekleri aracılığıyla fotonla etkileşebilirler. Bir parçacığın iki durumu arasındaki matris elemanı:

$$\langle p', s' | \mathcal{L}_{\text{eff}} | p, s \rangle = \bar{U}_{s'}(p') \Gamma_{\lambda}(p, p') U_s(p) A^{\lambda}(q) \quad (22)$$

ile verilir.

$\mathcal{L}_{\text{eff}}$ ' in hermityenlik koşulu gereğince

$$\Gamma_{\lambda}(p, p') = \gamma_0 \Gamma_{\lambda}^+(p, p') \gamma_0 \quad (23)$$

olmalıdır. Elektromanyetik akım korunumu

$$\langle p', s' | \partial^{\lambda} j_{\lambda}(x) | p, s \rangle = i(p' - p)^{\lambda} \bar{U}(p') \Gamma_{\lambda}(p, p') U(p) = 0 \quad (24)$$

eşitliğini gerektirir.

Bu koşullar uygulayarak, Lorentz kovaryanslıkla uyumlu en genel  $\Gamma_{\lambda}$  ifadesinin

$$\Gamma_{\lambda}(p, p') = (q^2 \gamma_{\lambda} - q_{\lambda} q) [R(q^2) + a(q^2) \gamma_5] + \sigma_{\lambda\rho} q^{\rho} [D_M(q^2) + i D_E(q^2) \gamma_5] \quad (25)$$

olarak yazılabileceği görülür.

Bu eşitlikte ilk olarak  $\Gamma'$  nin  $p+p'$  ye değil de  $q=p-p'$  ye bağlı olduğuna dikkat edilmelidir. İkinci olarak hermityenlik koşulu  $R$ ,  $a$ ,  $D_M$  ve  $D_E$  yapı çarpanlarının gerçel olduğunu gösterir. Aynı zamanda yapı çarpanları Lorentz değişmezdir.  $m$  fermiyonun kütlesi olmak üzere  $p^2 = p'^2 = m^2$  olduğu için tek bağımsız dinamik değer  $q^2$ ' dir. Bu yüzden tüm yapı çarpanları yalnızca  $q^2$ ' ye bağlıdır.

Yapı çarpanlarının fiziksel önemi görelî olmayan sınırdaki daha iyi anlaşılabilir. Bu sınırdaki  $D_M$  terimi,  $\vec{B}$  magnetik alan olmak üzere  $D_M(0)\vec{\sigma} \cdot \vec{B}$  ye indirgenir. Bu yüzden  $D_M(0)$  parçacığın magnetik momentidir ve kısaca  $\mu$  ile gösterilir. Genelde  $D_M(q^2)$  magnetik moment yapı çarpanı olarak adlandırılır. Benzer şekilde  $d \equiv D_E(0)$  elektrik dipol momenti olduğu için  $D_E(q^2)$  elektrik dipol yapı çarpanı,  $R(q^2)$  yük yarıçapı ve  $a(q^2)$  ise anapol moment yük yarıçapı olarak adlandırılır [8, 9].

Nötrinolar için  $\Gamma_\lambda$ , çevrim çizimlerinden doğar. Bu çevrimler gerekli olarak zayıf etkileşme içerir ve C ve P gibi simetrisini bozarlar. CP' nin korunduğu durumda  $D_E(q^2)=0$  olur. Ancak herhangi bir varsayımın yapılmadığı bir durumda Dirac nötrinoları dört tane yapı çarpanına sahiptir:  $R(q^2)$ ,  $D_M(q^2)$ ,  $D_E(q^2)$ ,  $a(q^2)$ .

Nötrinoların Majorana parçacığı olması durumunda ise;

$$R = D_M = D_E = 0 \quad (26)$$

olur. Bu sonucu görmek için  $\mathcal{L}_{eff}$ ' i koordinat gösteriminde yazmalıyız. Yapı çarpanlarının momentum bağımlılığı, koordinat dilinde türevler getireceği için bu kolay olmaz. Bu zorluk da  $A^\lambda$  foton alanına kısmi integrasyon uygulanarak aşılabilir. Bu durumda R terimi fermiyon bilineer  $\bar{\Psi}\gamma_\lambda\Psi$  terimi, a terimi bilineer  $\bar{\Psi}\gamma_\lambda\gamma_5\Psi$ ,  $D_M$  terimi  $\bar{\Psi}\sigma_{\lambda\rho}\Psi$ ,  $D_E$  terimi ise  $\bar{\Psi}\sigma_{\lambda\rho}\gamma_5\Psi$  etkileşmelerini içerir.

Majorana alanı için  $\Psi = \Psi^C$  olduğundan herhangi bir  $4 \times 4$ ' lük F matrisi için aşağıdaki bağıntı yazılabilir:

$$\begin{aligned} \bar{\Psi} F \Psi &= \bar{\hat{\Psi}} F \hat{\Psi} \\ &= \Psi^T C F C \gamma_0 \Psi^* = -\Psi \gamma_0^T C^T F^T C^T \Psi \\ &= \bar{\Psi} C F^T C^{-1} \Psi \end{aligned} \quad (27)$$



$$\gamma_\lambda \gamma_5 = C(\gamma_\lambda \gamma_5)^T C^{-1}$$

olduğu için  $F = \gamma_\lambda \gamma_5$  durumunda (27) eşitliği sağlanır. Fakat  $F = \gamma_\lambda$ ,  $\sigma_{\lambda\rho}$  ya da  $\sigma_{\lambda\rho} \gamma_5$  için

$$F = -CF^T C^{-1} \quad (28)$$

olur. Bu durumda Majorana nötrinoları için vektör, tensör ve aksiyal tensör terimleri bunlara eşlik eden yapı çarpanları sıfır olur. Majorana nötrinosun tek yapı çarpanı anapol moment yapı çarpanıdır.

Weyl nötrinolarının yapı çarpanlarını incelemek için koordinat gösterimine geri dönelim. Dipol moment terimlerinin fermiyon bileşenlerini  $\bar{\Psi} \sigma_{\lambda\rho} \Psi$  ve  $\bar{\Psi} \sigma_{\lambda\rho} \gamma_5 \Psi$  içerecekleri vurgulanmıştı. Sol-sağ şiral izdüşüm işlemcileri kullanılırsa;

$$\bar{\Psi} \sigma_{\lambda\rho} \Psi = \bar{\Psi}_R \sigma_{\lambda\rho} \Psi_L + \bar{\Psi}_L \sigma_{\lambda\rho} \Psi_R \quad (29)$$

ve benzer şekilde

$$\bar{\Psi} \sigma_{\lambda\rho} \gamma_5 \Psi = \bar{\Psi}_R \sigma_{\lambda\rho} \gamma_5 \Psi_L + \bar{\Psi}_L \sigma_{\lambda\rho} \gamma_5 \Psi_R \quad (30)$$

olduğunu görürüz.

Fakat Weyl nötrinoları için  $\Psi_R$  (sağ-elli nötrino olmadığından) yoktur. Bu yüzden şiralite değiştiren operatörler işlev görmezler. Bu nedenle  $D_M$  ve  $D_E$  bir Weyl nötrinosu için sıfır olmalıdır.

Yük ve anapol moment yük yapı çarpanları incelendiğinde;

$$\begin{aligned} \bar{\Psi} \gamma_\lambda [R + a\gamma_5] \Psi &= \bar{\Psi} \gamma_\lambda [(R - a)P_L + (R + a)P_R] \Psi \\ &= \bar{\Psi}_L \gamma_\lambda (R - a) \Psi_L + \bar{\Psi}_R \gamma_\lambda (R + a) \Psi_R \end{aligned} \quad (31)$$

yazılabilir. Son terim bir Weyl nötrinosu için anlamsızdır. R-a tek yapı çarpanı olarak kalır.

Bir Weyl nötrinosu ile Majorana nötrinosu aynı sayıda yapı çarpanlarına sahip olmasına karşın bu yapı çarpanlarının bileşimleri farklıdır. Bir nötrinonun dipol momentleri kütleli olma sınırında sifira gider [9].

Minimal Genişletilmiş Standart Modelde manyetik moment ışınal düzeltmelerden gelir ve

$$\mu_{\nu_i} = \frac{3eG_F}{8\sqrt{2}\pi^2} m_{\nu_i} \approx 10^{-19} \left( \frac{m_{\nu_i}}{1eV} \right) \quad (32)$$

dir. Bu sonuç günümüzde gözlenemeyecek kadar küçüktür.

Sonlu bir nötrino manyetik momenti pek çok süreçte ortaya çıkabilir. Örneğin nötrino-elektron saçılması için tesir kesiti, Standart Model ve manyetik moment süreçlerinin tesir kesitlerinin toplamı olarak

$$\frac{d\sigma}{dT}(\nu + e \rightarrow \nu + e) = \left( \frac{d\sigma}{dT} \right)_{SM} + \left( \frac{d\sigma}{dT} \right)_{\mu_\nu} \quad (33)$$

yazılabilir.

Standart Modelin katkısı;

$$\left( \frac{d\sigma}{dT} \right)_{SM} = \frac{G_F^2}{2\pi} \left[ (g_\nu + g_A)^2 + (g_\nu - g_A)^2 \left( 1 - \frac{T}{E_\nu} \right)^2 + (g_A^2 - g_\nu^2) E \frac{m_e T}{E_\nu^2} \right] \quad (34)$$

Burada  $m_e$ , elektronun kütlesi,  $E_\nu$  gelen nötrino enerjisi T çıkan elektronun enerjisi ve çiftlenim sabitleri aşağıdaki gibidir:

$$g_\nu = \begin{cases} 2 \sin^2 \theta_W + \frac{1}{2} & \nu_e \quad \text{için} \\ 2 \sin^2 \theta_W - \frac{1}{2} & \nu_\mu, \nu_\tau \quad \text{için} \end{cases} \quad (35)$$

$$g_A = \begin{cases} \frac{1}{2} & \nu_e \quad \text{için} \\ -\frac{1}{2} & \nu_\mu, \nu_\tau \quad \text{için} \end{cases} \quad (36)$$

$\mu_\nu$  magnetik momenti olarak ortaya çıkan sonlu bir foton-nötrino çiftlenimi,  $\nu - e$  saçılması diferansiyel tesir kesitine ek bir katkıya neden olur.

$$\left( \frac{d\sigma}{dT} \right)_{\mu_\nu} = \frac{\pi\alpha_{em}^2}{m_e^2} \left[ \frac{1-T/E_\nu}{T} \right] \mu_\nu^2 \quad (37)$$

$\nu_i \rightarrow \nu_j + \gamma$  süreci, nötrino ışına bozunması, gerçek bir fotonun salınmasıyla sonuçlanan nötrino elektromanyetik çiftlenimine bir diğer örnektir. Ayar değişmezliği, ilk ve son nötrino durumları arasındaki helisitelerin farklı olması gerekliliğini getirir.

$$\Gamma_{ij} = \frac{1}{8\pi} \frac{(m_i^2 - m_j^2)}{m_i^3} \mu_{ij}^2 \quad (38)$$

eşitliğinden bozunma genişliği (oranının)  $\mu_{ij}$  (magnetik moment) ile orantılı olduğu görülür. Burada  $m_{i,j}$ ,  $\nu_{ij}$  kütle öz durumları için kütlelerdir.

Nötrino magnetik momenti üzerine yapılan doğrudan laboratuvar deneylerinde kaynak olarak güneş, hızlandırıcı ve reaktör nötrinoları kullanılır. Bu deneyler, nötrino enerji spektrumunu anlamaya dayalıdır [10].

Süper Kamikoande deneyinde  ${}^8B$  güneş nötrino-elektron saçılması için yayınlanan elektron enerjisinin dağılım spektrumundan  $\mu_\nu < 3.6 \times 10^{-10} \mu_B$  90 % C.L. sınırı elde edildi. Bir diğer güneş nötrinosu KAMLAND deneyleri birleştirilerek  $\mu_\nu \leq 1.1 \times 10^{-10} \mu_B$  90 % C.L. sonucu bulundu. Hızlandırıcı nötrinoları için  $\mu_\nu(\nu_e) < 1.1 \times 10^{-9} \mu_B$  ve  $\mu_\nu(\nu_\mu) < 6.8 \times 10^{-10} \mu_B$  LSND deneyinden,  $\mu_\nu(\nu_\tau) < 3.9 \times 10^{-7} \mu_B$  değeri ise DONUT deneyinden bulunmuştur.

$\mu_\nu$  üzerine astrofiziksel sınırlardan, Büyük Patlama Nükleon Sentezinden, tipik bir oran  $\mu_\nu(\text{astro}) < 10^{-10} - 10^{-12} \mu_B$  bulunmuştur [10].

Piyon bozunmasından ortaya çıkan müon nötrinosu için  $\mu_{\nu_\mu} < 7.4 \times 10^{-10} \mu_B$  ve CERN BEBC’de yapılan deneyde  $\mu_{\nu_\tau} < 5.7 \times 10^{-7} \mu_B$  bulunmuştur. Ayrıca  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$   $\mu_{\nu_\tau} < 3.3 \times 10^{-6} \mu_B$  sınırını elde edilmiştir [11-12].

## 1.2. Elektrozayıf Etkileşmeler İçin Ayar Kuramı

Ayar alanları temel parçacık etkileşmelerinin birleşik kuramını oluşturma olanağı sağlarlar. Bu bölümde birleşik elektromanyetik ve zayıf etkileşmeler göz önüne alınacaktır.

Elektromanyetik ve zayıf etkileşmelerin birleştirilmesinde ana zorluk bunların temel özelliklerindeki farklılıklardan doğar. Elektromanyetik etkileşmeler uzun erişimli, zayıf etkileşmeler ise kısa erişimlidir. Bu nedenle zayıf etkileşmelerin ileticileri, elektromanyetik etkileşmelerin kütsüz parçacıkları olan fotondan farklı olarak kütleli olmalıdır. Elektromanyetik etkileşmelerde uzaysal parite korunur, zayıf etkileşmelerde ise parite korunmaz.

Bu zorluk her iki etkileşmenin ara parçacığı olarak ayar alanları varsayılması ve kendiliğinden simetri bozulmasının kullanılması ile giderilebilir. Kendiliğinden simetri bozulmasının uygun seçimi, pariteyi koruyan akımla etkileşen ve kütsüz kalan ayar alanları (foton) ve buna karşın ayar alanları (ara bozonlar) pariteyi korumayan etkileşme için kütle kazanarak yapılır.

Elektrozayıf lepton etkileşmeleri için çok sayıda birleşik model vardır. Bunların en başarılısı Glashow, Salam, Weinberg’in ileri sürdüğü Standart Model olarak adlandırılır.

Bu kısımda leptonların elektrozayıf etkileşmeleri için Standart Model’in lagranjyeni elde edilecektir.

Hem zayıf hem de elektromanyetik etkileşmeleri betimleyen elektrozayıf etkileşmenin en temel kuramı olan Weinberg- Salam modelini gözönüne alalım:

Leptonlar arasındaki zayıf etkileşmeleri sağlamak için üç ayar alanı (üç ara vektör bozonu ) getirilir. Üç boyutlu adjoint temsile sahip minimal üniter grup SU(2) grubudur. Leptonlar arasındaki elektromanyetik etkileşmeleri açıklamak için bir ayar alanı (izotekli) yeterlidir. Adjoint temsilin boyutu bir olan grup U(1) dir. Böylece modelin ayar grubu SU(2) ve U(1) gruplarının doğrudan çarpımları şeklinde SU(2)  $\otimes$  U(1) olarak yazılabilir.

Bu kuramda esas parçacıklar olarak  $e^-$ ,  $\mu^-$  lepton,  $\tau^-$  lepton ve bunların nötrinoları seçilecektir.

Seçilen fermiyonların yerleştirilmesi için uygun bir temsil, Weinberg-Salam modeli sağ-elli nötrinolar ve dolayısıyla sağ-elli lepton çifti içermediğinden, sol-elli leptonlar ise SU(2) teklileri olacak biçimde

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L, \text{ ve } \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L ; e_R^-, \mu_R^-, \tau_R^- \quad (39)$$

şeklinde alınır [13].

Weinberg-Salam modelinde zayıf etkileşme simetrisi olan SU(2), elektromanyetik etkileşmelerin simetrisi olan U(1) gibi yerel ayar simetrisi olarak alınır. Bu yüzden SU(2) kuantum sayısı bir parçacığın yükü olarak algılanır. Bu yük zayıf izospin yükü olarak ifade edilir.

Elektrozayıf kuramda  $T_i = \tau_i / 2$  ( $i = 1, 2, 3$ ), SU(2)'nin üç işlemcisi ve Q elektromanyetik yük işlemcisi olmak üzere,

$$\frac{Y}{2} = Q - T_3 \quad (40)$$

şeklinde bir üstün yük işlemcisi tanımlanır.

(40) eşitliğine göre yükler yerleştirildiğinde sol-elli  $\Psi_L$  alanları için  $Y_L = -1$ , sağ-elli  $\Psi_R$  alanları için ise  $Y_R = -2$  bulunur.

Bu kuram T zayıf izospin yükü ile  $\frac{Y}{2}$  üstünyüklerini birleştirir.  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  ayar grubu iki tane ayar alan seti gerektirir:  $W_{1,2}$  ve  $W_3$  ayar alanları SU(2) nin üreticisine, B alanı ise  $U(1)_Y$  nin üreticisine karşılık gelir. Bu ayar alanlarına ait kuvvet alan tensörleri, zayıf izospin simetrisi için

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu - g W_\mu \times W_\nu \quad (41)$$

zayıf üstünyük simetrisi için ise;

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (42)$$

şeklindedir.

(41) ve (42) eşitlikleri kullanılarak ayar alanı için lagranjiyen;

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} \cdot F^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} \cdot B^{\mu\nu} \quad (43)$$

olarak bulunur.

Ayar ilkesi  $\Psi_L$ ,  $\Psi_R$  madde alanlarıyla ayar alanlarının

$$D_\mu = \partial_\mu + igW_\mu \cdot T + ig'B_\mu \cdot \frac{Y}{2} \quad (44)$$

kovaryant türevi aracılığıyla etkileşmesi gerektiğini söyler.

$\Psi_L$  ve  $\Psi_R$  için yüklerin yerleştirilmesiyle;

$$D_\mu = \partial_\mu + igW_\mu \cdot \frac{\tau}{2} - \frac{i}{2} g'B_\mu \quad (45)$$

ve

$$D'_\mu = \partial_\mu - ig'B_\mu \quad (46)$$

olmak üzere madde alanlarıyla ayar bozonlarının çiftlenimini betimleyen lagranjiyen

$$\mathcal{L} = i\bar{\Psi}_L \not{D}\Psi_L + i\bar{\Psi}_R \not{D}\Psi_R \quad (47)$$

ile verilir. Bu aşamada fermiyon alanlarını içeren tüm alanlar, şiral simetriyi kıran herhangi bir etkileşme olmadığı için kütesizdir.

Leptonlar için lagranjiyenin (45) ve (46) denklemlerinin (47) denkleminde yerleştirilmesiyle

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}_L i\gamma^\mu \left( \partial_\mu + igW_\mu \cdot \frac{\tau}{2} - \frac{i}{2} g' B_\mu \right) \Psi_L + \bar{\Psi}_R i\gamma^\mu (\partial_\mu - ig' B_\mu) \Psi_R \quad (48)$$

olduğu görülür.

$SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  ayar simetrisi madde kısmında elektron için kütle terimini yasaklar. Bu kuram dört tane kütlelessiz ayar bozonu içerir ancak doğada yalnızca foton kütlelessizdir. Ayar bozonlarına kütle kazandırmak için Higgs mekanizması ile simetrisinin kendiliğinden kırılması gerekir. Simetriyi kırmak için bir skalar  $\phi$  alanı tanımlarız. En basit seçim olarak deneyde de uyumlu olan bir  $\phi$  ikilisi alınabilir. Bu skalar alanı için  $Y_\phi = +1$  dir ve aşağıdaki temsille gösterilebilir:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^0 \end{pmatrix} \quad (49)$$

(49) ifadesi  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  simetrisini  $U(1)_{em}$  simetrisine kırmak için  $\Phi^0$  a bir boşluk beklenen değeri kazandırır. Şimdi  $\phi$  skalar alanlarının etkileşmesini ve ilerlemesini betimleyen ek bir ayar değişmez terim eklemeliyiz.

Ayar kovaryant türev

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{i}{2} gW_\mu \cdot \tau + \frac{i}{2} g' B_\mu \quad (50)$$

ve potansiyel etkileşme terimi (Higgs potansiyeli) ise

$$V(\Phi) = -\mu^2 \Phi^+ \Phi + \lambda (\Phi^+ \Phi)^2 \quad (51)$$

olmak üzere lagranjiyen

$$\mathcal{L}_{\text{skalar}} = (D^\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger \Phi) \quad (52)$$

şeklinde yazılır.

Aynı zamanda skalar  $\Phi$  ikililerinin getirilmesi, bu skalar alanlarla (Higgs bozonları) fermiyonlar arasında oluşan bir Yukawa etkileşim terimini gerektirir. Bu etkileşmeyi betimleyen lagranjiyen ise

$$\mathcal{L}_Y = -G_e [\bar{\Psi}_R \Phi^\dagger \Psi_L + \bar{\Psi}_L \Phi \Psi_R] \quad (53)$$

dir.

Higgs mekanizması ile simetrinin kendiliğinden kırılması için  $\Phi$  ye sıfırdan farklı bir boşluk beklenen değeri verilmesi gerekir. Bu da potansiyelin  $\partial V / \partial \Phi = 0$  olduğu minimum enerji durumuna karşılık gelir. Boşluk beklenen değeri,  $\vartheta = \sqrt{\mu^2 / 2}$  ve  $\zeta$  üç gerçel fonksiyon olmak üzere

$$\langle \Phi \rangle = e^{i\zeta(x)\tau/2\vartheta} \begin{pmatrix} 0 \\ \vartheta / \sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (54)$$

dir. Sıfırdan farklı bu değer, şiral simetriyi kırar ve elektrona

$$m_e = \frac{G_e \vartheta}{\sqrt{2}} \quad (55)$$

kütlesini kazandırır.

Pertürbasyon kuramı çerçevesinde

$$\Phi = e^{i\zeta(x)\tau/2\vartheta} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\vartheta + \eta}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (56)$$

tanımlayabiliriz.



$$U[\Lambda(x)] = e^{-i\Lambda\tau} \quad (57)$$

üniter ayar dönüşümünü ve

$$\Lambda(x) = \frac{\zeta(x)}{2g} \quad (58)$$

olmak üzere

$$\Phi \rightarrow U[\Lambda(x)]\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{g+\eta}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (59)$$

şeklinde uygularız. Bu ayar dönüşümden sonra

$$\phi^+ = 0, \quad \phi^0 = \frac{g+\eta}{\sqrt{2}} \quad (60)$$

yazabiliriz.

Denk (60) da verilen  $\phi$  değerleri için;

$$\mathcal{L}_{\text{skalar}} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2 + \frac{1}{8}[g^2(W_\mu^1 W^{1\mu} + W_\mu^2 W^{2\mu}) + (-gW_\mu^3 + g'B^\mu)]g^2 - V(\phi^+\phi) \quad (61)$$

dir. Yukawa etkileşim lagranjyeni ise

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y &= -G_e \left[ \bar{\Psi}_R \begin{pmatrix} 0 & \frac{g+\eta}{\sqrt{2}} \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} + \bar{\Psi}_L \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{g+\eta}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \Psi_R \right] \\ &= -G_e \frac{g+\eta}{\sqrt{2}} (\bar{\Psi}_L \Psi_R + \bar{\Psi}_R \Psi_L) \end{aligned} \quad (62)$$

olur.

$$\bar{\Psi}_L \Psi_R + \bar{\Psi}_R \Psi_L = \bar{\Psi} \Psi \quad (63)$$

ifadesini (62) eşitliğinde yerine yazıp hesaplamalar yapıldıktan sonra

$$\mathcal{L}_Y = -\frac{G_e}{\sqrt{2}} \mathcal{G} \bar{\Psi} \Psi - \frac{G_e}{\sqrt{2}} \eta \bar{\Psi} \Psi \quad (64)$$

elde edilir [6].

Bir boşluk beklenen değeri olarak gelişen  $\phi^0$  Higgs skaleri, sıfırdan farklı bir  $U(1)_Y$  yüküne sahipken,  $U(1)_Q$  yükü sıfırdır. Bu yüzden boşluk beklenen değeri  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  simetrisini kırar fakat  $U(1)_Q$  yükü olan  $Q = Y/2 + T_3$  kırılmamış kalır. Bu yüzden

$$Q = \frac{1}{g}(gT_3) + \frac{1}{g'}\left(g' \frac{Y}{2}\right) \quad (65)$$

yükü ile çiftlenen

$$A_\mu \propto \frac{1}{g} W_\mu^3 + \frac{1}{g'} B_\mu \quad (66)$$

alanı kütsesiz kalır.

$A_\mu$  alanına dik olan

$$Z_\mu \propto \frac{1}{g'} W_\mu^3 - \frac{1}{g} B_\mu \quad (67)$$

alanı ise kütleli olur.

$$(W^3, B) \rightarrow (A, Z) \quad (68)$$

dönüşümü dik bir dönüşümdür.

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_w & \sin \theta_w \\ -\sin \theta_w & \cos \theta_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix} \quad (69)$$

$\theta_w$  açısı, Weinberg açısı ya da zayıf karışım açısı olarak adlandırılır. (66) ve (67) eşitliklerinden

$$\tan \theta_w = \frac{g'}{g} \quad (70)$$

bulunur.  $A_\mu$ ,  $Z_\mu$  yerine denk (69)'daki karşılıklarını yazıp,

$$W^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W^1 \mp W^2)$$

eşitliğini kullanarak

$$(D_\mu \phi)(D_\mu \phi) = \frac{1}{2} (\partial_\mu \eta)^2 + \left( \frac{g^2}{4} W_\mu^+ W_\mu^- + \frac{g^2 + g'^2}{8} Z_\mu Z^\mu \right) \vartheta^2 + \dots \quad (71)$$

ifadesini elde ederiz.yazılabilir. (71) eşitliği  $W_\mu$  ve  $Z_\mu$  alanlarına sırasıyla

$$m_W^2 = \frac{g^2 \vartheta^2}{4} \text{ ve } m_Z^2 = \frac{g^2 + g'^2}{4} \vartheta^2$$

kütlelerini kazandırırken,  $A_\mu$  alanının (foton) kütesiz kaldığını gösterir. Bu iki kütle ifadesinden

$$\frac{m_W^2}{m_Z^2} = \frac{1}{1 + (g/g')^2} = \cos^2 \theta_w \quad (72)$$

eşitliğini elde edebiliriz.

Leptonlar için lagranjiyen  $Z_\mu$ ,  $A_\mu$  ve  $W_\mu^\pm$  fiziksel alanları cinsinden

$$\mathcal{L}_F = \bar{\Psi}_R i\gamma_\mu \left( \partial_\mu + ig' \frac{Y}{2} B_\mu \right) \Psi_R + \bar{\Psi}_L i\gamma_\mu \left( \partial_\mu + ig W_\mu \cdot \frac{\tau}{2} \right) \Psi_L \quad (73)$$

ve leptonlarla yüklü W- bozonlarının etkileşimi için lagranjiyen

$$\mathcal{L}_W = -\frac{g}{2\sqrt{2}} (J_\mu W_\mu^+ + J_\mu^\dagger W_\mu^-) \quad (74)$$

dir. Buradaki  $J_\mu$  akımı

$$J_\mu = 2 (\bar{\nu}_L \gamma_\mu e_L^-) \quad (75)$$

olmak üzere

$$\mathcal{L}_W = -\frac{g}{2\sqrt{2}} [2 (\bar{\nu}_L \gamma_\mu e_L^-) W_\mu^+ + (\bar{e}_L \gamma_\mu \bar{\nu}_L) W_\mu^-] \quad (76)$$

olur.

Yüksüz ayar bozon çiftlenimleri için lagranjiyen ise

$$\mathcal{L}_{NC} = -g \bar{\Psi}_R \gamma^\mu \frac{Y}{2} B_\mu \Psi_R - g \bar{\Psi}_L \gamma^\mu \frac{Y}{2} \Psi_L + \frac{g}{2} \bar{\Psi}_L \gamma^\mu \tau_3 W_\mu^3 \Psi_L \quad (77)$$

dir. (69) eşitliğindeki deki dik dönüşümden

$$B_\mu = \cos \theta_W A_\mu + \sin \theta_W Z_\mu \quad (78)$$

$$W_\mu^3 = -\sin \theta_W A_\mu + \cos \theta_W Z_\mu \quad (79)$$

elde edilebilir.

$g' = g \tan \theta_w$  eşitliği ve

$$c = \cos \theta_w, \quad s = \sin \theta_w \quad (80)$$

gösterimleri kullanılarak

$$\begin{aligned} \mathfrak{L}_{NC} = & -gs \left[ \bar{\Psi}_R \gamma^\mu \frac{Y}{2} B_\mu \Psi_R + \bar{\Psi}_L \gamma^\mu \left( \frac{Y}{2} + \tau_3 \right) \Psi_L \right] A_\mu \\ & + \frac{g}{c} \left[ \left( \bar{\Psi}_R \gamma^\mu \frac{Y}{2} \Psi_R + \bar{\Psi}_L \gamma^\mu \frac{Y}{2} \Psi_L \right) + c^2 \bar{\Psi}_L \gamma^\mu \tau_3 \Psi_L \right] Z_\mu \end{aligned}$$

elde edilir.

$$\bar{\Psi}_R \gamma^\mu \frac{Y}{2} \Psi_R = \bar{\Psi}_R Q \gamma^\mu \Psi_R \quad (81)$$

$$\bar{\Psi}_L \gamma^\mu \frac{Y}{2} \Psi_L = \bar{\Psi}_L (Q - T_3) \gamma^\mu \Psi_L \quad (82)$$

(81) ve (82) eşitlikleri kullanılarak

$$\begin{aligned} \mathfrak{L}_{NC} = & -gs \left[ \bar{\Psi}_R \gamma^\mu Q \Psi_R + \bar{\Psi}_L \gamma^\mu Q \Psi_L \right] A_\mu \\ & + \frac{g}{c} \left[ \bar{\Psi}_L \gamma^\mu \tau_3 \Psi_L - s^2 \left( \bar{\Psi}_L \gamma^\mu Q \Psi_L + \bar{\Psi}_R \gamma^\mu Q \Psi_R \right) \right] Z_\mu \end{aligned} \quad (83)$$

bulunur.

$$\Psi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \quad \text{ve} \quad \Psi_R = e_R \quad (84)$$

ile

$$J_\mu^{\text{em}} = Q \bar{\Psi} \gamma_\mu \Psi \quad (85)$$

eşitliklerini kullanıldığında toplam leptonik lagranjiyen

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & i\bar{e}\partial e + i\bar{\nu}_L\partial\nu_L - gsA^\mu J_\mu^{em} - \frac{g}{2\sqrt{2}}\left[\bar{\nu}_L\gamma^\mu eW_\mu^+ + \bar{e}_L\gamma^\mu\nu_LW_\mu^-\right] \\ & - \frac{g}{2\sqrt{2}}\left[\frac{1}{2}\bar{\nu}\gamma^\mu(1-\gamma_5)\nu + \frac{1}{2}\bar{e}\gamma^\mu\gamma_5e - \frac{1}{2}(1-4s^2)\bar{e}\gamma^\mu e\right]Z_\mu \end{aligned} \quad (86)$$

Düşük enerji durumlarında Fermi çiftlenim sabiti

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2} \quad (87)$$

eşitliğiyle belirlenir.

$SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  grubu altında değişmez olan toplam lagranjiyen

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SM} = & i\bar{e}\partial e + i\bar{\nu}_L\partial\nu_L - gsA^\mu J_\mu^{em} - \frac{g}{2\sqrt{2}}\left[\bar{\nu}_L\gamma^\mu eW_\mu^+ + \bar{e}_L\gamma^\mu\nu_LW_\mu^-\right] \\ & - \frac{g}{2\sqrt{2}}\left[\frac{1}{2}\bar{\nu}\gamma^\mu(1-\gamma_5)\nu + \frac{1}{2}\bar{e}\gamma^\mu\gamma_5e - \frac{1}{2}(1-4s^2)\bar{e}\gamma^\mu e\right]Z_\mu \\ & - \frac{1}{4}F_{\mu\nu} \cdot F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu} \cdot B^{\mu\nu} \\ & + \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)^2 + \frac{1}{8}(\varrho + \eta)^2(g'B^\mu - gW^{3\mu})^2 + g^2W_\mu^+W^{-\mu} \\ & - \frac{G_e}{\sqrt{2}}\varrho\bar{\Psi}\Psi - \frac{G_\eta}{\sqrt{2}}\eta\bar{\Psi}\Psi \end{aligned} \quad (88)$$

bulunur.

$\mathcal{L}_{SM}$  ile birlikte hem elektromanyetik hem de zayıf etkileşmeleri aynı anda betimleyen elektrozayıf kuramı geliştirmiş olduk. Standart model sağ elli nötrinoları da içerecek şekilde genişletilebilir. Standart modelin genişletilmiş pek çok modelinde nötrinolar kütle, manyetik moment ve elektrik dipol moment kazanır. Genişletilmiş pek çok modelin amacı SM de açıklanamayan bazı temel soruları açıklamaktır. Bu sorulardan

biri, mevcut enerjilerde parite bozunmasının nedeninin ne olduğudur.  $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_Y$  ayar grubuna dayalı olan LRSM, bu problemi yüksek enerjilerde parite simetrisini yeniden düzenleyerek ve düşük enerjilerde ise bozunmaları ayar simetrisinin kırılmasının bir sonucu olduğu şeklinde açıklar.

Bir tane ikili olmayan  $\Phi$  ve iki tane  $\chi_L, \chi_R$  ikililerinden oluşan bir LRSM düşünelim.  $\chi_L$  ve  $\chi_R$  'nin boşluk beklenen değerleri sol ve sağ ağır ayar bozonlarına kütle kazandırmak için ayar simetrisini kırar. Bu durum, hızlandırıcılarda üretilebilen hızlarda parite bozunmasının kaynağıdır. LRSM'in Higgs kısmı için lagranjiyen [14]

$$\mathcal{L}_{LRSM} = (D_\mu \chi_L) (D^\mu \chi_L) + (D_\mu \chi_R) (D^\mu \chi_R) + Tr(D_\mu \Phi) (D^\mu \Phi) \quad (89)$$

dir. Kovaryant türev aşağıdaki gibi yazılır

$$D_\mu \chi_L = \partial_\mu \chi_L - \frac{1}{2} ig \tau \cdot W_L \chi_L - \frac{1}{2} ig' B \chi_L, \quad (90)$$

$$D_\mu \chi_R = \partial_\mu \chi_R - \frac{1}{2} ig \tau \cdot W_R \chi_R - \frac{1}{2} ig' B \chi_R, \quad (91)$$

$$D_\mu \Phi = \partial_\mu \Phi - \frac{1}{2} ig (\tau \cdot W_L \Phi - \Phi \cdot W_R). \quad (92)$$

Bu modelde yedi tane ayar bozonu vardır: Bunlar yüklü  $W_{L,R}^1, W_{L,R}^2$  ve nötral  $W_{L,R}^3$ , B bozonlarıdır.  $SU(2)_L$  ve  $SU(2)_R$  üst gruplarının ayar çiftlenim sabitleri sırasıyla  $g_L$  ve  $g_R$  'dir ve sol sağ simetrisinin kendiliğinden oluştuğu düşünüldüğünden  $g_L = g_R = g$  dir.  $g'$  ise  $U(1)$  grubu için ayar çiftlenimidir.

$SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_Y$  grubu altında Higgs bozonlarının dönüşüm özellikleri  $\chi_L \sim (1/2, 0, 1)$ ,  $\chi_R \sim (0, 1/2, 1)$  ve  $\Phi \sim (1/2, 1/2^*, 0)$  'dır. Simetrisinin kendiliğinden kırılmasından sonra taban durumları aşağıdaki gibidir:

$$\langle \chi_L \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \mathcal{G}_L \end{pmatrix}, \quad \langle \chi_R \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \mathcal{G}_R \end{pmatrix}, \quad \Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k' \end{pmatrix} \quad (93)$$

(93) eşitlikleri simetriyi,  $U(1)_{em}$  grubuna, fotonu kütsesiz bırakıp, ayar bozonlarına ve fermiyonlara kütle kazandırarak kırar.  $\mathcal{G}_L, \mathcal{G}_R, k$  ve  $k'$  boşluk beklenen değerleridir. Yüklü bozonlar için kütle terimi içeren lagranjiyen kısmı

$$\mathfrak{L}_{\text{kütle}}^C = \begin{pmatrix} W_L^+ & W_R^+ \end{pmatrix} M^C \begin{pmatrix} W_L^- \\ W_R^- \end{pmatrix} \quad (94)$$

dır. Burada  $W^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W^1 \mp W^2)$  dir.

$M^C$  kütle matrisi

$$M^C = \frac{g^2}{4} \begin{pmatrix} \mathcal{G}_L^2 + k^2 + k'^2 & -2kk' \\ -2kk' & \mathcal{G}_R^2 + k^2 + k'^2 \end{pmatrix} \quad (95)$$

Bu matris,  $\zeta$  açısı ile parametrize edilen dik bir dönüşümle köşegenleştirilbilir.

Benzer şekilde nötral ayar bozonları için kütle terimi içeren lagranjiyen kısmı:

$$\mathfrak{L}_{\text{kütle}}^N = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} W_L^3 & W_R^3 & B \end{pmatrix} M^N \begin{pmatrix} W_L^3 \\ W_R^3 \\ B \end{pmatrix} \quad (100)$$

dir.  $M^N$  matrisi

$$M^N = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} g^2(\mathcal{G}_L^2 + k^2 + k'^2) & -g^2(k^2 + k'^2) & -gg'\mathcal{G}_L^2 \\ -g^2(k^2 + k'^2) & g^2(\mathcal{G}_R^2 + k^2 + k'^2) & -gg'\mathcal{G}_R^2 \\ -gg'\mathcal{G}_L^2 & -gg'\mathcal{G}_R^2 & g'^2(\mathcal{G}_L^2 + \mathcal{G}_R^2) \end{pmatrix} \quad (101)$$

ile verilir.  $M^N$  matrisi de  $\theta_w$  ve  $\phi$  açıları ile parametrize edilen dik bir dönüşümle köşegenleştirilebilir.



$$U^N = \begin{pmatrix} c_W c_\phi & -s_W t_W c_\phi - r_W s_\phi / c_W & t_W (s_\phi - r_W c_\phi) \\ c_W s_\phi & -s_W t_W s_\phi + r_W c_\phi / c_W & -t_W (c_\phi + r_W s_\phi) \\ s_W & s_W & r_W \end{pmatrix} \quad (102)$$

Burada  $\theta_W$  elektrozayıf karışım açısı olmak üzere

$$c_W = \cos \theta_W, \quad s_W = \sin \theta_W, \quad t_W = \tan \theta_W \quad \text{ve} \quad r_W = \sqrt{\cos 2\theta_W}$$

$$c_\phi = \cos \phi, \quad s_\phi = \sin \phi$$

dir.  $\phi$  açısı,  $W_{L,R}^3$  sol ve sağ nötral ayar bozonlarını karıştıran açı olarak düşünülür. Sol ve sağ nötral ayar bozonları olan  $W_{L,R}^3$  ve B ile fiziksel bozonlar olan  $Z_1$ ,  $Z_2$  ve foton arasında ilişki kuran bağıntı aşağıdaki gibidir:

$$\begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ A \end{pmatrix} = U^N \begin{pmatrix} W_L^3 \\ W_R^3 \\ B \end{pmatrix} \quad (103)$$

(95) ve (101) eşitliklerinin köşegenleşmesi yüklü  $W_{1,2}^\pm$  ve yüksüz  $Z_{1,2}$  fiziksel alanlarının kütlelerini verir. Bunlar

$$B = \frac{1}{8} \left[ (g^2 + g'^2) (\mathcal{G}_L^2 + \mathcal{G}_R^2) + 2g^2 (k^2 + k'^2) \right] \quad (104)$$

ve

$$C = \frac{1}{64} g^2 (g^2 + 2g'^2) (\mathcal{G}_L^2 \mathcal{G}_R^2) + (k^2 + k'^2) (\mathcal{G}_L^2 + \mathcal{G}_R^2) \quad (105)$$

olmak üzere

$$M_{W_{1,2}}^2 = \frac{g^2}{8} \left[ g_L^2 + g_R^2 + 2(k^2 + k'^2) \mp \sqrt{(g_R^2 - g_L^2)^2 + 16(kk')^2} \right] \quad (106)$$

$$M_{Z_{1,2}}^2 = B \mp \sqrt{B^2 - 4C} \quad (107)$$

şeklindedir.

$M_{W_2}^2 \gg M_{W_1}^2$  olarak  $M_{Z_1}$  ve  $M_{Z_2}$  kütle ifadelerinden

$$M_{W_2}^2 = M_{Z_1}^2 \cos^2 \theta_w \quad (108)$$

sonucunu çıkarırız.

LRSM' in lagranjiyeninden  $W_{L,R}^3$  ve B ayar bozonlu, bir fermiyonun nötral etkileşimi için terimleri çıkartabiliriz

$$\mathcal{L}_{\text{etk}}^N = g(J_L^3 W_L^3 + J_R^3 W_R^3) + \frac{g'}{2} J_Y \cdot B \quad (109)$$

özel olarak  $Z_1 \rightarrow f \bar{f}$  için etkileşim lagranjiyeni

$$\mathcal{L}_{\text{etk}}^N = \frac{g}{c_W} Z_1 \left[ \left( c_\phi - \frac{s_W^2}{r_W} s_\phi \right) J_1 - \frac{c_W^2}{r_W} s_\phi J_R \right] \quad (110)$$

Fermiyonlar için sol-sağ akımlar

$$J_{L,R} = J_{L,R}^3 - \sin^2 \theta_w J_{em} \quad (111)$$

ve

$$J_{em} = J_L^3 + J_R^3 + \frac{1}{2} J_Y \quad (112)$$

elektromanyetik akımdır.

Genişletilmiş standart modelde ise  $\bar{\nu}\nu\gamma$  etkileşme köşesi (nötrinolar manyetik momentleri aracılığıyla dış elektromanyetik alanla etkileşirler) vardır. Böylece genişletilmiş standart modelde  $\bar{\nu}\nu\gamma$  -etkileşmesi  $\kappa$ -anomal manyetik moment olmak üzere

$$\mathcal{L}_M = \kappa \bar{\psi}_\nu \sigma_{\alpha\beta} \psi_\nu F^{\alpha\beta} \quad (113)$$

ile verilir.

Genişletilmiş standart modelde toplam lagranjiyen

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SM} + \mathcal{L}_M \quad (114)$$

olur [6].

$E_6$  modelinde ise modelin ayrıntılarına girmeden  $Z \rightarrow e^+e^-$  için etkileşme lagranjiyeni

$$\mathcal{L} = -g_\varphi \bar{\Psi} Q(\varphi) \gamma^\mu \Psi Z_\mu(\varphi) \quad (115)$$

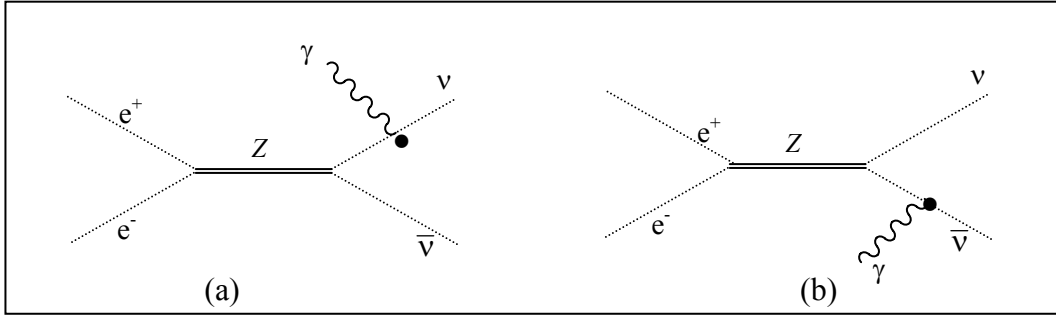
ile verilir. Burada  $Q(\varphi) = U(1)_\nu \cos \varphi + U(1)_\chi \sin \varphi$  üstünyük,  $\varphi$ ,  $U(1)_\nu$  ve  $U(1)_\chi$  alanlarının karışım açısı olmak üzere  $Z(\varphi) = Z_\nu \cos \varphi + Z_\chi \sin \varphi$  'dir [16].

## 2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

$e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  sürecinin Feynman çizimleri şekil 5’de verilmektedir. Breit-Wigner rezonans tesir kesiti

$$\sigma = \frac{4\pi(2J+1)\Gamma_{Z \rightarrow e^+e^-}\Gamma_{Z \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma}}{(s - M_Z^2)^2 + M_Z^2\Gamma_Z^2} \quad (116)$$

dir. Burada  $\Gamma_{Z \rightarrow e^+e^-}$ ,  $Z \rightarrow e^+e^-$  kanalında ve  $\Gamma_{Z \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma}$  de  $Z \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  kanalında  $Z$ ’nin bozunma genişliği (oranı),  $s$  kütle merkezi enerjisi ve  $M_Z$  de  $Z$ ’nin kütlesidir. Bu süreç için Sol-Sağ Simetrik Model (LRSM), Genişletilmiş SM (GSM) ve  $E_6$  modellerinde tesir kesitini hesaplayalım.



Şekil 5. Katkı verecek Feynman Çizimleri

### 2.1. Sol-Sağ Simetrik Modelde $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$ Sürecinin Tesir Kesiti

Bu modelde  $Z \rightarrow e^+e^-$  sürecinin matris elemanı, ilgili Feynman kuralları kullanılarak

$$a = c_\phi - \frac{s_\phi}{r_w}, \quad b = c_\phi + r_w s_\phi, \quad c_\phi = \cos \phi, \quad s_\phi = \sin \phi, \quad r_w = \sqrt{\cos 2\theta_w} \quad (117)$$

olmak üzere

$$M = \frac{\mathbf{g}}{c_w} \left[ \bar{u} \gamma^\mu \frac{1}{2} (a \mathbf{g}_v - b \mathbf{g}_A) \mathcal{G} \right] \in_\mu^\lambda \quad (118)$$

ile verilir [14-15].

Matris elemanı ve eşleniğinin çarpılmasıyla matris elemanın karesi

$$|M|^2 = \frac{1}{4} \frac{\mathbf{g}^2}{c_w^2} \left[ \bar{u} \gamma^\mu (a \mathbf{g}_v - b \mathbf{g}_A) \mathcal{G} \bar{\mathcal{G}} (a \mathbf{g}_v + b \mathbf{g}_A) \gamma^{\mu'} u \right] \in_\mu^\lambda \cdot \in_{\mu'}^\lambda \quad (119)$$

olur. Z'nin kutuplanması üzerinden toplam

$$\sum \in_\mu^\lambda \cdot \in_{\mu'}^\lambda = \left( -g_{\mu\mu'} + \frac{q_\mu \cdot q_{\mu'}}{M_{Z1}^2} \right) \quad (120)$$

dir ve izdüşüm işlemcileri

$$\begin{aligned} \bar{u}(q_1) u(q_1) &= q_1 + m_e^- \\ \mathcal{G}(q_2) \bar{\mathcal{G}}(q_2) &= q_2 + m_e^+ \end{aligned} \quad (121)$$

olarak yazılıp elektronun kütlesi göz ardı edildiğinde

$$\begin{aligned} |M|^2 &= \frac{\mathbf{g}^2}{4c_w^2} \text{Iz} \left[ q_1 \gamma^\mu (a \mathbf{g}_v - b \mathbf{g}_A \gamma_5) q_2 (a \mathbf{g}_v + b \mathbf{g}_A \gamma_5) \gamma^{\mu'} \right] \in_\mu^\lambda \cdot \in_{\mu'}^\lambda \\ &= -\frac{\mathbf{g}^2}{12c_w^2} \text{Iz} \left[ q_1 \gamma^\mu (a \mathbf{g}_v - b \mathbf{g}_A \gamma_5)^2 q_2 \gamma_\mu \right] + \frac{\mathbf{g}^2}{12c_w^2 M_{Z1}^2} \text{Iz} \left[ q_1 q (a \mathbf{g}_v - b \mathbf{g}_A \gamma_5)^2 q_2 q \right] \\ &= -\frac{\mathbf{g}^2}{12c_w^2} \text{Iz} \left[ q_1 \gamma^\mu (a^2 g_v^2 + b^2 g_A^2 - 2ab g_v g_A \gamma_5) q_2 \gamma_\mu \right] \\ &\quad + \frac{\mathbf{g}^2}{12c_w^2 M_{Z1}^2} \text{Iz} \left[ q_1 q (a^2 g_v^2 + b^2 g_A^2 - 2ab g_v g_A \gamma_5) q_2 q \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{g^2}{12c_w^2} \left\{ (a^2 g_v^2 + b^2 g_A^2) \dot{I}z(q_1 \gamma^\mu q_2 \gamma_\mu) - 2ab g_v g_A \dot{I}z(q_1 \gamma^\mu \gamma_5 q_2 \gamma_\mu) \right\} \\
&\quad + \frac{g^2}{12c_w^2 M_{Z1}^2} \left\{ (a^2 g_v^2 + b^2 g_A^2) \dot{I}z(q_1 q q_2 q) - 2ab g_v g_A \dot{I}z(q_1 q q_2 q \gamma_5) \right\}
\end{aligned}$$

olur.

Ek1' deki iz kuralları ve

$$\begin{aligned}
q &= q_1 + q_2 \\
q_1^2 &= q_2^2 = 0 \\
q^2 &= 2q_1 \cdot q_2
\end{aligned} \tag{122}$$

ifadelerini kullandığımızda;

$$|M|^2 = \frac{2g^2}{3c_w^2} (a^2 g_v^2 + b^2 g_A^2) q_1 \cdot q_2 \tag{123}$$

elde ederiz.

Diferansiyel bozunma genişliği

$$d\Gamma = \frac{1}{2P_{Z_1}^0} |M|^2 d\Phi^{(2)} \tag{124}$$

ile verilir.

(124) eşitliğinde (123) yerine yazılırsa

$$d\Gamma = \frac{g^2}{3P_{Z_1}^0 c_w^2} (a^2 g_v^2 + b^2 g_A^2) (2\pi)^4 \delta^4(q - q_1 - q_2) \frac{d^3 q_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3 q_2}{(2\pi)^3 2E_2} q_1 \cdot q_2 \tag{125}$$

olur.

Elektron ve pozitron momentumları üzerinden integral alıp Ek3'teki Lenard bağıntılarını kullandığımızda

$$\int \int_{q_1, q_2} d\Gamma = \frac{g^2}{3P_{Z_1}^0 c_w^2} \frac{(a^2 g_v^2 + b^2 g_A^2)}{4(2\pi)^2} \pi q^2 \quad (126)$$

eşitliğini buluruz

Z nin durgun olduğu gözlem çerçevesinde

$$\begin{aligned} q^2 &= (E^2 - \vec{P}^2) \\ q^2 &= M_{Z_1}^2 \\ P_{Z_1}^0 &= M_{Z_1} \end{aligned} \quad (127)$$

eşitlikleri yazılabilir.

$$\begin{aligned} g^2 &= \frac{e^2}{\sin^2 \theta_w} = \frac{e^2}{\chi_w} \\ e^2 &= 4\pi\alpha \quad , \quad g_v = -\frac{1}{2} + 2\chi_w \\ g_A &= -\frac{1}{2} \end{aligned} \quad (128)$$

ve yukarıdaki eşitlikler kullanıldığında

$$\Gamma = \frac{\alpha M_{Z_1}}{24\chi_w(1-\chi_w)} \left[ \frac{1}{2}(a^2 + b^2) - 4a^2\chi_w + 8a^2\chi_w^2 \right] \quad (129)$$

elde edilir.

Şekil 5.(a) ve (b) de  $q_1$ ,  $q_2$  ve  $k$  sırasıyla nötrino, karşınötrino ve fotonun momentumları olmak üzere  $Z \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  kısmına ait matris elemanları

$$M_a = \left[ \bar{u}_v i \kappa \sigma^{\alpha\mu} k_\mu \frac{i}{(q_1 + k)} \left( -\frac{i\mathbf{g}}{4c_w} \right) \gamma^\beta (a - b\gamma_5) \mathcal{G}_v \right] \epsilon_\alpha^\lambda(\gamma) \epsilon_\beta^\lambda(Z_1) \quad (130)$$

ve

$$M_b = \left[ \bar{u}_v \left( -\frac{i\mathbf{g}}{4c_w} \right) \gamma^\beta (a - b\gamma_5) \frac{i}{(q_2 + k)} i \kappa \sigma^{\alpha\mu} k_\mu \mathcal{G}_v \right] \epsilon_\alpha^\lambda(\gamma) \epsilon_\beta^\lambda(Z_1) \quad (131)$$

eşitlikleri ile verilir.

Toplam matris elemanının karesi

$$|M|^2 = |M_a|^2 + |M_b|^2 + M_a M_b^* + M_b M_a^* \quad (132)$$

dir.

Fotonun ve  $Z_1$  bozonunun kutuplanmaları üzerinden toplamlar aşağıdaki gibidir.

$$\sum \epsilon_\alpha(\gamma) \epsilon_{\alpha'}(\gamma) = -g_{\alpha\alpha'} \quad (133)$$

$$\sum \epsilon_\beta(Z_1) \epsilon_{\beta'}(Z_1) = \left( -g_{\beta\beta'} + \frac{P^\beta \cdot P^{\beta'}}{M_{Z_1}^2} \right) \quad (134)$$

(130) denklemindeki matris elemanı eşleniğiyle ile çarpılıp, (133) ve (134) denklemleri bulunan çarpımda yazılırsa

$$M_a M_a^* = \frac{g^2}{16c_w^2 4(q_1 \cdot k)^2} \left[ \bar{u}_v \Gamma^\alpha (q_1 + k) \gamma^\beta (a - b\gamma_5) \mathcal{G} \bar{\mathcal{G}} (a + b\gamma_5) \gamma^{\beta'} (q_1 + k) \Gamma^{\alpha'} u_v \right] \frac{1}{3} (-g_{\alpha\alpha'}) \left( -g_{\beta\beta'} + \frac{P^\beta \cdot P^{\beta'}}{M_{Z_1}^2} \right)$$

bulunur.

$$\bar{u}_v(q_1) u_v(q_1) = q_1 + m_v$$

$$\bar{\mathcal{G}}_v(q_2) \mathcal{G}_v = q_2 + m_{\bar{v}}$$



olduğundan ve  $m_v = m_{\bar{v}} = 0$  alındığında

$$|M_a|^2 = \frac{g^2}{16c_w^2} i_Z \left\{ \frac{[q_1 \Gamma^\alpha(q_1 + k) \gamma^\beta (a - b\gamma_5) q_2 (a + b\gamma_5) \gamma^\beta (q_1 + k)] \Gamma^\alpha(-g_{\alpha\alpha'})}{4(q_1 \cdot k)^2} \left( -g_{\beta\beta'} + \frac{P^\beta \cdot P^{\beta'}}{M_{Z1}^2} \right) \right\}$$

bulunur. Benzer şekilde diğer terimlerde hesaplandığında

$$|M_b|^2 = \frac{g^2}{48c_w^2} i_Z \left\{ \frac{[q_1 \gamma^\beta (a - b\gamma_5) (q_2 + k) \Gamma^\alpha q_2 \Gamma^\alpha (q_2 + k) (a + b\gamma_5) \gamma^\beta] (-g_{\alpha\alpha'})}{4(q_2 \cdot k)^2} \left( -g_{\beta\beta'} + \frac{P^\beta \cdot P^{\beta'}}{M_{Z1}^2} \right) \right\}$$

$$M_a M_b^* = \frac{g^2}{48c_w^2} i_Z \left\{ \frac{[q_1 \Gamma^\alpha (q_1 + k) \gamma^\beta (a - b\gamma_5) q_2 \Gamma^\alpha (q_2 + k) (a + b\gamma_5) \gamma^\beta] (-g_{\alpha\alpha'})}{4(q_1 \cdot k)(q_2 \cdot k)} \left( -g_{\beta\beta'} + \frac{P^\beta \cdot P^{\beta'}}{M_{Z1}^2} \right) \right\}$$

$$M_b M_a^* = \frac{g^2}{48c_w^2} i_Z \left\{ \frac{[q_1 \gamma^\beta (a - b\gamma_5) (q_2 + k) \Gamma^\alpha q_2 (a + b\gamma_5) \gamma^\beta (q_1 + k) \Gamma^\alpha] (-g_{\alpha\alpha'})}{4(q_1 \cdot k)(q_2 \cdot k)} \left( -g_{\beta\beta'} + \frac{P^\beta \cdot P^{\beta'}}{M_{Z1}^2} \right) \right\}$$

elde edilir.

$$q_1^2 = q_2^2 = k^2 = 0$$

$$P = q_1 + q_2 + k$$

eşitlikleri ile Ek1'deki iz kurallarını kullandığımızda yukarıdaki eşitlikler

$$|M_a|^2 = \frac{g^2 \kappa^2}{3c_w^2} \left[ (a^2 + b^2)(q_1 \cdot q_2) + \frac{1}{M_{Z1}^2} (a^2 + b^2)(k \cdot q_1 k \cdot q_2) \right] \quad (135)$$

$$|M_b|^2 = \frac{g^2 \kappa^2}{3c_w^2} \left[ (a^2 + b^2)(q_1 \cdot q_2) + \frac{1}{M_{Z1}^2} (a^2 + b^2)(k \cdot q_1 k \cdot q_2) \right] \quad (136)$$

$$M_a M_b^* = \frac{g^2 \kappa^2}{3c_w^2} \left[ \frac{1}{M_{Z1}^2} (a^2 - b^2)(k \cdot q_1 k \cdot q_2) \right] \quad (137)$$

$$M_b M_a^* = \frac{g^2 \kappa^2}{3c_w^2} \left[ \frac{1}{M_{Z1}^2} (a^2 - b^2) (k \cdot q_1 k \cdot q_2) \right] \quad (138)$$

olarak bulunur.

(135-138) eşitlikleri (132) eşitliğinde yerine yazıldığında

$$|M|^2 = \frac{g^2 \kappa^2}{3c_w^2} \left[ 2(a^2 + b^2) (q_1 \cdot q_2) + \frac{4a^2}{M_{Z1}^2} (k \cdot q_1) (k \cdot q_2) \right] \quad (139)$$

elde edilir.

$Z \rightarrow \nu \bar{\nu} \gamma$  süreci için diferansiyel bozunma genişliği

$$d\Gamma = \frac{1}{2P_{Z1}^0} |M|^2 d\Phi^{(3)} \quad (140)$$

ile verilir. (139) eşitliğindeki  $|M|^2$  ifadesi diferansiyel bozunma olasılığı ifadesinde yerine yazılırsa

$$d\Gamma = \frac{1}{2P_{Z1}^0} (2\pi)^4 \delta^4(P - q_1 - q_2 - k) \frac{d^3 q_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3 q_2}{(2\pi)^3 2E_2} \frac{d^3 q_k}{(2\pi)^3 2E_\gamma} \frac{g^2 \kappa^2}{3c_w^2} \left[ 2(a^2 + b^2) (q_1 \cdot q_2) + \frac{4a^2}{M_{Z1}^2} (k \cdot q_1) (k \cdot q_2) \right] \quad (141)$$

bulunur.

$$q = q_1 + q_2$$

$$P = q + k$$

ifadeleri ve Ek 3' deki Lenard bağıntıları kullanıldığında bozunma genişliği

$$\Gamma = \int \frac{g^2 \kappa^2}{(2\pi)^4 48 M_z c_w^2} \left[ (a^2 + b^2) q^2 + \frac{2a^2}{3M_{z1}^2} (k \cdot q)^2 \right] \frac{d^3 k}{E_\gamma}. \quad (142)$$

olarak elde edilir.

$$d^3 k = E_\gamma^2 dE_\gamma d\Omega, \quad d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi \quad \text{ve burada } \theta, \phi \text{ ile } k \text{ arasındaki açıdır.}$$

$$q = P - k$$

$$k \cdot q = P \cdot k - k^2 = P \cdot k$$

$$q^2 = P^2 + k^2 - 2P \cdot k$$

$$q^2 = s - 2P \cdot k \quad (143)$$

$$\begin{aligned} k \cdot q &= 2P \cdot k = E_z E_\gamma - \vec{P}_z \cdot \vec{P}_\gamma \\ &= E_z E_\gamma - |\vec{P}_z| |\vec{P}_\gamma| \cos \theta \end{aligned}$$

$$(k \cdot q)^2 = (E_z E_\gamma)^2 + E_\gamma^2 (E_z^2 - M_z^2) \cos^2 \theta - 2E_z \sqrt{E_z^2 - M_z^2} E_\gamma \cos \theta \quad (144)$$

eşitliklerini yazdığımızda

$$\begin{aligned} \Gamma &= \iiint_{E_\gamma, \theta, \phi} \frac{g^2 \kappa^2}{(2\pi)^4 48 M_z c_w^2} \left[ (a^2 + b^2) q^2 + \frac{2a^2}{3M_{z1}^2} (k \cdot q)^2 \right] E_\gamma dE_\gamma \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \iint_{E_\gamma, \theta} \frac{g^2 \kappa^2}{(2\pi)^3 48 M_z c_w^2} \left\{ (a^2 + b^2) (s - 2E_z E_\gamma) \right. \\ &\quad \left. + \frac{2a^2}{3M_{z1}^2} \left[ (E_z E_\gamma)^2 + E_\gamma^2 (E_z^2 - M_z^2) \cos^2 \theta \right] \right\} E_\gamma dE_\gamma \sin \theta d\theta \end{aligned}$$

elde edilir.

$$s = P_{z1}^2 = M_{z1}^2 \quad \text{için}$$

$$\Gamma = \int \int_{E_\gamma, \theta} \frac{\alpha \kappa^2}{96 \chi_w (1 - \chi_w) \pi^2 M_Z} \left[ (a^2 + b^2) (s - 2\sqrt{s} E_\gamma) + \frac{2a^2}{3} \right] E_\gamma dE_\gamma \sin \theta d\theta \quad (145)$$

olur.

Denk(129) ile denk(145), (116) Breit-Wigner rezonans bağıntısında yerine yazıldığında  $e^+ e^- \rightarrow \nu \bar{\nu} \gamma$  süreci için toplam tesir kesiti

$$\sigma = \int \int_{E_\gamma, \theta} \frac{\left[ \frac{1}{2} (a^2 + b^2) - 4a^2 \chi_w + 8a^2 \chi_w^2 \right] \left[ (a^2 + b^2) (s - 2\sqrt{s} E_\gamma) + \frac{2a^2}{3} E_\gamma^2 \right]}{\chi_w^2 (1 - \chi_w^2) M_{Z1}^2 \Gamma_{Z1}^2} \quad (146)$$

$$\times E_\gamma dE_\gamma \sin \theta d\theta$$

## 2.2. Genişletilmiş Standart Modelde $e^+ e^- \rightarrow \nu \bar{\nu} \gamma$ Sürecinin Tesir Kesiti

Bu modelde,  $Z \rightarrow e^+ e^-$  süreci için matris elemanı

$$M = -\frac{i g}{c_w} \bar{u} \gamma^\mu (g'_v - \gamma^5) \nu \in_\mu (k, \lambda) \quad (147)$$

dir. LRSM dekine benzer şekilde bozunma genişliği hesaplanırsa

$$\begin{aligned} \Gamma_{z \rightarrow e^+ e^-} &= \frac{g^2 (g_v'^2 + 1)}{192 \pi c_w^2} M_Z \\ &= \frac{g^2 (1 - 4s_\omega^2 + 8s_\omega^4)}{96 \pi c_\omega^2} M_z \end{aligned} \quad (148)$$

elde edilir.  $Z \rightarrow \nu \bar{\nu} \gamma$  için matris elemanları sırasıyla[17]

$$M_a = \frac{i g}{4 c_w} \frac{\kappa k^\nu \in_\gamma^\nu}{q^2} \bar{u}(q_1) \sigma_{\mu\nu} q'^\mu \not{\epsilon} (1 - \gamma_5) \nu(q_2) \quad (149)$$

$$M_b = \frac{ig}{4c_w} \frac{\kappa k^\nu \epsilon_\gamma^\mu}{p'^2} \bar{u}(q_1) \not{\epsilon} (1 - \gamma_5) p' \sigma_{\mu\nu} v(q_2) \quad (150)$$

şeklindedir.  $Z \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  süreci için bozunma genişliği hesaplandığında

$$\Gamma_{z \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma} = \frac{\kappa^2 \alpha}{192\pi^2 c_w^2 s_w^2} \left( M_Z E^2 - \frac{4}{3} E^3 + \frac{1}{6} \frac{E^4}{M_Z} \right) \quad (151)$$

elde edilir.

Bu değerleri Breit-Wigner rezonans bağıntısında yerine yazdığımızda

$$\sigma = \frac{12}{M_Z^2 \Gamma_Z^2} \frac{g^2 (1 - 4s_w^2 + 8s_w^4)}{96\pi c_w^2} M_Z \frac{\kappa^2 \alpha}{192\pi c_w^2 s_w^2} \left( M_Z E^2 - \frac{4}{3} E^3 + \frac{1}{6} \frac{E^4}{M_Z} \right) \quad (152)$$

elde edilir.

### 2.3. $E_6$ Modelinde $e^+ e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$ Sürecinin Tesir Kesiti

Bu modelde,  $\varphi$ ;  $Z_\psi$  ve  $Z_\chi$  arasındaki karışım açısı ve

$$C'_V = \sqrt{\chi} \left[ \frac{1}{\sqrt{6}} \cos \varphi + \frac{1}{\sqrt{10}} \sin \varphi \right] \quad (153)$$

$$C'_A = 2\sqrt{\chi} \frac{\sin \varphi}{\sqrt{10}} \quad (154)$$

$$\chi = \frac{g_\theta^2}{g^2 + g'^2} \left( \frac{M_{z_0}}{M_{Z_\theta}} \right)^2 \quad (155)$$

olmak üzere  $Z \rightarrow e^+ e^-$  için matris elemanı

$$M = -\frac{ig}{c_w} \bar{u} \gamma^\mu \left[ \bar{u} \gamma^\mu \frac{1}{2} (C'_V - C'_A \gamma_5) \nu \right] \epsilon_\mu^\lambda \quad (156)$$

olur. Gerekli işlemler yapıldığında bozunma genişliği

$$\Gamma_{z \rightarrow e^+ e^-} = \frac{\alpha M_{z_0}}{12 \chi_\omega (1 - \chi_\omega)} (C'_V{}^2 + C'_A{}^2) \quad (157)$$

elde edilir.

$Z \rightarrow \nu \bar{\nu} \gamma$  için matris elemanları

$$M_a = \frac{ig}{4c_w} \frac{\kappa k^\nu \epsilon_\nu^\nu}{q'^2} \bar{u}(q_1) \sigma_{\mu\nu} q'_\mu \not{\epsilon} (1 - \gamma_5) \nu(q_2) \quad (158)$$

$$M_b = \frac{ig}{4c_w} \frac{\kappa k^\nu \epsilon_\nu^\mu}{p'^2} \bar{u}(q_1) \not{\epsilon} (1 - \gamma_5) p'_\mu \sigma_{\mu\nu} \nu(q_2) \quad (159)$$

dir. Gerekli işlemler yapıldıktan sonra

$$\Gamma_{z \rightarrow \nu \bar{\nu} \gamma} = \iint \frac{\alpha \kappa^2}{92 \pi^2 M_{z_0} \chi_\omega (1 - \chi_\omega)} \left[ 2(s - 2\sqrt{s} E_\gamma) + \frac{2}{3} E_\gamma^2 \right] E_\gamma dE_\gamma \sin \phi d\phi \quad (160)$$

elde edilir. Burada bütün U(1) çiftlenimlerini aynı yani  $g^2 / (g^2 + g'^2) = (5/3) s_w^2$  aldık.

$$C_V = \chi \left[ \frac{1}{\sqrt{6}} \cos \varphi + \frac{1}{\sqrt{10}} \sin \varphi \right] \left[ \frac{1}{\sqrt{6}} \cos \varphi - \frac{3}{\sqrt{10}} \sin \varphi \right] \quad (161)$$

$$C_A = 2\chi \frac{\sin \varphi}{\sqrt{10}} \left[ -\frac{1}{\sqrt{6}} \cos \varphi + \frac{3}{\sqrt{10}} \sin \varphi \right] \quad (162)$$

olmak üzere  $M_{Z_0}^2 = s$  rezonans durumunda tesir kesiti

$$\sigma = \frac{\alpha^2 \kappa^2}{96\pi^2 x_w^2 (1-x_w)^2 M_{Z_0} \Gamma_{Z_0}^2} (C_V^2 + C_A^2) \times \int \int_{E_\gamma \theta} \left[ 2(s - 2\sqrt{s}E_\gamma) + \frac{2}{3}E_\gamma^2 \right] E_\gamma dE_\gamma \sin \theta d\theta . \quad (163)$$

olarak elde edilir.

### 3. SONUÇ VE TARTIŞMA

Toplam saçılma tesir kesiti, karışım açısının fonksiyonu olarak hesaplanırken ıraksamalardan kaçınmak için foton saçılma açısı ve foton enerjisi üzerine sınırlamalar getirilir. Bu çalışmada tüm modellerde  $\theta$  (fotonun saçılma açısı)' yı  $44.5^\circ$  dan  $135.5^\circ$  ye ,  $E_\gamma$  fotonun enerjisini de  $15\text{GeV}$ ' den  $\sqrt{s}/2$ ' ye kadar ( $\sin^2 \theta_w = 0.2314$ ,  $\Gamma = 2.49$   $\alpha = 1/137$  sayısal değerleri kullanılarak)  $\sigma$  toplam tesir kesiti, manyetik momente bağlı olarak hesaplandı.

N olay sayısı, L(ışınlık) olmak üzere  $N \approx \sigma \cdot L$  'dir. L3 sonuçlarına göre  $L = 137 \text{ pb}^{-1}$  için olay sayısı 14' den az olmalıdır [14]. LRSM ve GSM' de yukarıdaki N ve L değerler için hesap yapılmış ve LRSM' de farklı  $\phi$  değerler için nötrino magnetik moment değerleri Tablo 3' de verilmiştir. GSM' de manyetik moment değer için sınır  $\kappa = 6,59 \cdot 10^{-6} \mu_B$  olarak hesaplanmıştır.

Tablo 3. LRSM'de  $s = M_{Z_1}^2$  rezonans durumunda farklı  $\phi$  karışım açıları için  $\mu_{\nu_e}$  magnetik moment sınır değerleri

$\phi$	$\kappa(10^{-6} \mu_B)$
-0.009	3.71
-0.004	3.72
0	3.71
0.004	3.73

$E_6$  modelinde ise yine Breit-Wigner rezonans bağıntısı kullanılarak farklı  $M_{Z_\theta}$  ve farklı  $\phi$  karışım açısı değerleri için hesaplanan manyetik moment değerleri N=14 için Tablo 4, N=2 için Tablo 5'de verilmiştir.



Tablo 4.  $E_6$  modelinde  $N=14$  alındığında farklı  $\phi$  karışım açısı ve  $M_{Z_0}$  değerleri için  $\mu_{\nu_\tau}$  manyetik moment sınır değerleri

$\phi$	$\kappa(10^{-6} \mu_B)$			
	$M_{Z_0} = 91.18 GeV$	$M_{Z_0} = 161 GeV$	$M_{Z_0} = 183 GeV$	$M_{Z_0} = 364.7 GeV$
0	27.1	48.9	58	55
37.8°	39.3	70	82	78
90°	6.8	12	14.4	13.7
127.8°	9.2	16.4	19.4	18.2

Görüldüğü gibi  $\kappa$  değerleri  $L$  ve  $N$  değerlerine bağlıdır. Fotonun enerjisi  $\sqrt{s}/2$ ' den büyük alındığında olay sayısı iki seçilebilir[ 14,15 ]. Bu durumda Tablo 5'de verilen sonuçlarda  $\phi=90^\circ$  ve  $127.8^\circ$  değerleri için literatürdeki değerlerle uyumludur.

Tablo 5.  $E_6$  modelinde  $N=2$  alındığında farklı  $\phi$  karışım açısı ve  $M_{Z_0}$  değerleri için  $\mu_{\nu_\tau}$  magnetik moment sınır değerleri

$\phi$	$\kappa(10^{-6} \mu_B)$			
	$M_{Z_0} = 91.18 GeV$	$M_{Z_0} = 161 GeV$	$M_{Z_0} = 183 GeV$	$M_{Z_0} = 364.7 GeV$
0	10.2	18.4	22.2	20.5
37.8°	14.8	26.3	30.8	8
90°	2.6	4.6	5.4	5.2
127.8°	3.5	6.2	7.3	6.9

#### 4. ÖNERİLER

Doğayı betimleyecek yeni modeller elde edildiğinde o modellere bağlı olarak nötrino magnetik momenti de hesaplanacaktır. Diğer taraftan sayısal sonuçları hesaplarken L3'ün deneysel sonuçları kullanıldı.  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  için, yeni deneysel veriler elde edildiğinde bu çalışmada hesaplanan tesir kesiti kullanılarak magnetik moment için daha sağlıklı sonuçlar bulunacağı açıktır.

## 5. KAYNAKLAR

1. Altın, V.23 Mart 2005 Bilim ve Teknik Dergisi, Tübitak <http://www.biltek.tubitak.gov.tr/bilgipaket/madde/standart.html> .
2. Küçükarslan, A., Nötrinolar ve Özellikleri, Yüksek Lisans Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, 1996.
3. Fugugita, M. ve Yanagida T., Physics of Neutrinos and Applications to Astrophysics, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2003
4. Hughes, I. S. Elementary Particles, Cambridge University Pres, 3rd edition, 1991
5. Martin, B. R. ve Show G. Particle Physics, Second Edition, Wiley-Sons Ltd. England 1997
6. Bayar, M., Genişletilmiş Elektrozayıf Kuramda  $Z \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  Sürecinin Bozunma Olasılığı, Yüksek Lisans Tezi, K. T. Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon ,1999.
7. Boehm, F. ve Vogel, P., Physics of Massive Neutrinos, First Edition, Cambridge University Press, Cambridge, 1987.
8. Aydın, C., The Anapole Moment of Dirac Neutrinos In Left-Right Symmetric Model and In Minimal Supersymmetric Model, Modern Physics Letters A, 16, 28 (2001) 1823-1828.
9. Mohapatra, R. N. ve Pal, P. B., Massive Neutrinos In Physics And Astrophysics, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 1991.
10. Wong, H. T. ve Li, H., Neutrino Magnetic Moments, Modern Physics Letters A 20, 15 (2005).
11. Aydemir, A. ve Sever, R., Modern Physics Let. A, 16N7565 (2001).
12. P. Mättig, Single Photon and Radiative Events at LEP, CERN-PPE/ 95-081, May 1995.
13. Keskin, F.,  $e^+e^- \rightarrow w\bar{w}\gamma$  Sürecinin Diferansiyel Tesir Kesiti, Yüksek Lisans Tezi, K. T. Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon 1999
14. Gutierrez-Rodriguez, A. ve Hernandez-Ruiz, A., Bounds on the magnetic moment and electric dipole moment of the  $\tau$ - neutrino via the process  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$ , arXiv: hep-ph/0401208v2 (2004).

15. Gutierrez-Rodriguez, A., Hernandez-Ruiz, A., Jayme-Valdes, B. and Perez, M. A., Bounding the magnetic and electric dipole moments of  $\nu_\tau$  from the process  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  in  $E_6$  superstring Models, arXiv: hep-ph/0605277v1 2006
16. Salam, A. ve Anand, J. D., Biswas, S. N., Goyal, A., Phys. Rev. D 40 2712 (1989).
17. Aydın, C., Bayar, M., Mod. Phys. Lett. A, 17N13(2002) 7855.
18. Bjorken, J. D., Drell, S. D., Relativistic Quantum Mechanics, First Edition, McGraw-Hill Book Company, United States of America, 1964.

## 6. EKLER

### 6.1. EK 1

#### 6.1.1. Gösterim

Bu çalışmada Bjorken ve Drell'in gösterimi kullanılmıştır [18].  $\hbar = c = 1$  olan doğal birim sistemi seçildi. Uzay-zaman koordinatları

$$x^\mu \equiv (t, x, y, z) \equiv (x^0, x^1, x^2, x^3) \quad (\text{E.1})$$

kontravaryant dördlü vektör ile gösterilir.

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{E.2})$$

metrik tensörü kullanılarak kovaryant dördlü vektör

$$x_\mu \equiv (t, -x, -y, -z) \equiv (x_0, x_1, x_2, x_3) = g_{\mu\nu} x^\nu \quad (\text{E.3})$$

elde edilir. Dördlü vektörlerde skaler (iç) çarpım

$$\begin{aligned} A^\mu B_\mu &= A \cdot B = A^0 B^0 - \vec{A} \cdot \vec{B} = g_{\mu\nu} A^\mu B^\nu \\ &= A^0 B^0 - A^1 B^1 - A^2 B^2 - A^3 B^3 \\ &= A^0 B^0 + A_1 B^1 + A_2 B^2 + A_3 B^3 \end{aligned} \quad (\text{E.4})$$

dür.

(EK-1'in devamı)

Momentum vektörü

$$p^\mu = (E, p_x, p_y, p_z) \quad (\text{E.5})$$

ve iç çarpım

$$p_1 \cdot p_2 = p_1^\mu p_{2\mu} = E_1 E_2 - \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2 \quad (\text{E.6})$$

dir.

Konum uzayında momentum işlemcisi

$$p^\mu = i\partial^\mu = \left( i\frac{\partial}{\partial t}, -i\vec{\nabla} \right) = i\vec{\nabla}^\mu \quad (\text{E.7})$$

ve

$$p^2 = p^\mu p_\mu = m^2 \quad (\text{E.8})$$

dir.

Elektromagnetik alanın dörtlü vektör potansiyeli

$$\begin{aligned} A^\mu &= (\Phi, \mathbf{A}) \\ &= g^{\mu\nu} A_\nu \end{aligned} \quad (\text{E.9})$$

ve alan tensörü

$$F^{\mu\nu} = \frac{\partial}{\partial x_\nu} A^\mu - \frac{\partial}{\partial x_\mu} A^\nu \quad (\text{E.10})$$

dür.

(EK-1'in devamı)

### 6.1.2. Dirac Matrisleri ve Spinorlar

$p$  momentumlu,  $s$  spinli bir parçacık için Dirac spinoru  $u_\alpha(p, s)$  karşıparçacık için ise  $v_\alpha(p, s)$  ile gösterilir.

Dirac denklemindeki  $\gamma$  matrisleri aşağıdaki sıra değişmezlik bağıntılarını sağlarlar.

$$[\gamma^\mu, \gamma^\nu] = \gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \quad (\text{E.11})$$

$$\gamma^\mu \gamma_\nu = 4I \quad (\text{E.12})$$

$$[\gamma^\mu \gamma^\nu, \gamma^\rho] = 2(\gamma^\mu g^{\nu\rho} - \gamma^\nu g^{\mu\rho}) \quad (\text{E.13})$$

$$\gamma^\mu \gamma_\nu \gamma_\mu = -2\gamma_\nu \quad (\text{E.14})$$

$$\gamma^\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\mu = 4g_{\nu\rho}$$

$$\gamma_0 = \gamma^0 \equiv \beta \quad (\text{E.15})$$

Burada

$$\beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{E.16})$$

ve

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{E.17})$$

dir.

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{E.18})$$

2×2 Pauli matrisleri ve

(EK-1'in devamı)

$$1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{E.19})$$

2×2 birim matris olmak üzere

$$\{\gamma^i\} = \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{E.20})$$

dir.

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu] \quad (\text{E.21})$$

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \gamma_5 \quad (\text{E.22})$$

$$(\gamma^i)^2 = -1 \quad (\gamma^0)^2 = 1 \quad (\gamma^5)^2 = 1 \quad (\text{E.23})$$

$$(\gamma_0)^+ = \gamma_0 \quad (\gamma^i)^+ = -\gamma^i \quad (\gamma^5)^+ = \gamma^5 \quad (\text{E.24})$$

$$[\gamma_5, \gamma^\mu] = 0 \quad (\text{E.25})$$

dir.

Dörtlü vektörün  $\gamma$ -matrisi ile çarpımı

$$\gamma_\mu A^\mu \equiv \not{A} = \gamma^0 A^0 - \vec{\gamma} \cdot \vec{A} \quad (\text{E.26})$$

ile gösterilir.

Matris elemanının Hermityen eşleniği

$$[\bar{u}(p', s') \not{\Lambda} u(p, s)]^+ = \bar{u}(p, s) \bar{\Lambda} u(p', s') \quad (\text{E.27})$$

ve

$$\bar{\Lambda} \equiv \gamma^0 \Lambda^+ \gamma^0 \quad (\text{E.28})$$



**(EK-1'in devamı)**

dir. Örneğin,

$$\bar{\gamma}^{\mu} = \gamma^0 \gamma^{\mu+} \gamma^0 = \gamma^{\mu} \quad (\text{E.29})$$

$$\bar{\sigma}^{\mu\nu} = \gamma^0 \sigma^{\mu\nu+} \gamma^0 = \sigma^{\mu\nu} \quad (\text{E.30})$$

$$\bar{i\gamma}^5 = \gamma^0 (i\gamma^5)^+ \gamma^0 = i\gamma^5 \quad (\text{E.31})$$

$$\bar{\gamma}_5 = -\gamma_5 \quad (\text{E.32})$$

$$\overline{\gamma^{\mu} \gamma_5} = \gamma^{\mu} \gamma_5 \quad (\text{E.33})$$

dir.

**6.1.3. İz Kuralları ve  $\gamma$  Özdeşlikleri**

$$\not{a} \not{b} = a \cdot b - i \sigma_{\mu\nu} a^{\mu} b^{\nu} \quad (\text{E.34})$$

$$\not{a} \not{b} = 2a \cdot b - \not{b} \not{a} \quad (\text{E.35})$$

$$\text{İz} \gamma^{\mu} \gamma^{\nu} = 4g^{\mu\nu} \quad (\text{E.36})$$

$$\text{İz} \gamma^{\mu} \dots \gamma^{\tau} = 0 \text{ (Tek sayıda } \gamma\text{-matrisleri için)} \quad (\text{E.37})$$

$$\text{İz} \gamma^5 = 0 \quad (\text{E.38})$$

$$\text{İz} 1 = 4 \quad (\text{E.39})$$

$$\text{İz} \not{a} \not{b} = 4a \cdot b \quad (\text{E.40})$$

$$\text{İz} (\not{a} \not{b} \not{c} \not{d}) = 4[a \cdot b c \cdot d + a \cdot d b \cdot c - a \cdot c b \cdot d] \quad (\text{E.41})$$

(EK-1'in devamı)

$$\begin{aligned}
\dot{I}z(\mathfrak{a}\mathfrak{b}\mathfrak{c}\mathfrak{d}\mathfrak{e}\mathfrak{f}) = & 4[(\mathfrak{a}\mathfrak{b})(\mathfrak{c}\mathfrak{d})(\mathfrak{e}\mathfrak{f}) + (\mathfrak{a}\mathfrak{f})(\mathfrak{b}\mathfrak{c})(\mathfrak{d}\mathfrak{e}) + (\mathfrak{a}\mathfrak{b})(\mathfrak{c}\mathfrak{f})(\mathfrak{d}\mathfrak{e}) \\
& + (\mathfrak{a}\mathfrak{d})(\mathfrak{b}\mathfrak{c})(\mathfrak{e}\mathfrak{f}) + (\mathfrak{a}\mathfrak{f})(\mathfrak{b}\mathfrak{e})(\mathfrak{c}\mathfrak{d}) + (\mathfrak{a}\mathfrak{c})(\mathfrak{b}\mathfrak{e})(\mathfrak{d}\mathfrak{f}) \\
& + (\mathfrak{a}\mathfrak{d})(\mathfrak{b}\mathfrak{f})(\mathfrak{c}\mathfrak{e}) + (\mathfrak{a}\mathfrak{e})(\mathfrak{b}\mathfrak{d})(\mathfrak{c}\mathfrak{f}) - (\mathfrak{a}\mathfrak{f})(\mathfrak{b}\mathfrak{d})(\mathfrak{c}\mathfrak{e}) \\
& - (\mathfrak{a}\mathfrak{d})(\mathfrak{b}\mathfrak{e})(\mathfrak{c}\mathfrak{f}) - (\mathfrak{a}\mathfrak{b})(\mathfrak{c}\mathfrak{e})(\mathfrak{d}\mathfrak{f}) - (\mathfrak{a}\mathfrak{c})(\mathfrak{b}\mathfrak{d})(\mathfrak{e}\mathfrak{f}) \\
& - (\mathfrak{a}\mathfrak{c})(\mathfrak{b}\mathfrak{f})(\mathfrak{d}\mathfrak{e}) - (\mathfrak{a}\mathfrak{e})(\mathfrak{b}\mathfrak{c})(\mathfrak{d}\mathfrak{f}) - (\mathfrak{a}\mathfrak{e})(\mathfrak{b}\mathfrak{f})(\mathfrak{c}\mathfrak{d})]
\end{aligned} \tag{E.42}$$

$$\dot{I}z\gamma_5 \mathfrak{a}\mathfrak{b} = 0 \tag{E.43}$$

$$\gamma_\mu \mathfrak{a}\gamma^\mu = -2\mathfrak{a} \tag{E.44}$$

$$\gamma_\mu \mathfrak{a}\mathfrak{b}\gamma^\mu = 4\mathfrak{a} \cdot \mathfrak{b} \tag{E.45}$$

$$\gamma_\mu \mathfrak{a}\mathfrak{b}\mathfrak{c}\gamma^\mu = -2\mathfrak{c}\mathfrak{b}\mathfrak{a} \tag{E.46}$$

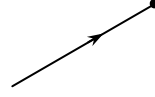
$$\gamma_\mu \mathfrak{a}\mathfrak{b}\mathfrak{c}\mathfrak{d}\gamma^\mu = 2[\mathfrak{d}\mathfrak{a}\mathfrak{b}\mathfrak{c} + \mathfrak{c}\mathfrak{b}\mathfrak{a}\mathfrak{d}] \tag{E.47}$$

## 6.2. EK 2

### 6.2.1. Feynman Kuralları

#### 6.2.1.1. Dış parçacıklar

a) Gelen fermiyon:  $u(p, s)$



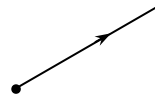
b) Gelen karşıtfermion:  $\bar{u}(p, s)$



c) Gelen foton:  $\varepsilon_\mu(k, \lambda)$



d) Giden fermiyon:  $\bar{u}(p, s)$



e) Giden karşıtfermion:  $v(p, s)$



f) Giden foton:  $\varepsilon_\mu^*(k, \lambda)$



g) Gelen  $W^\pm$  veya  $Z^0$ :  $\varepsilon_{r\alpha}(k)$



h) Giden  $W^\pm$  veya  $Z^0$ :  $\varepsilon_{r\alpha}(k)$



(EK-2'nin devamı)

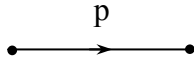
## 6.2.1.2. İleticiler ve Köşeler

a)



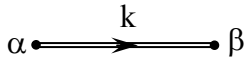
$$i \frac{-g_{\alpha\beta}}{k^2 + i\epsilon}$$

b) p momentumlu lepton



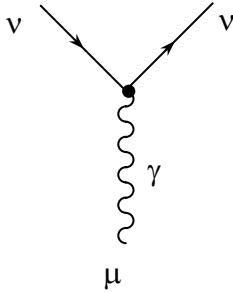
$$i \frac{1}{\not{p} - m + i\epsilon}$$

c) k momentumlu kütleli vektör bozon



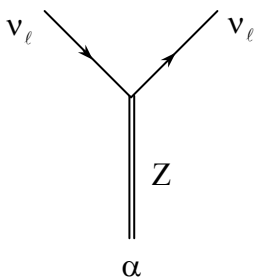
$$i \frac{-g_{\alpha\beta} + (1 - \xi)k_\alpha k_\beta / m^2}{k^2 - m^2 + i\epsilon}$$

d)



$$-i \kappa \sigma_{\mu\nu} (1 - \gamma_5) q^\nu$$

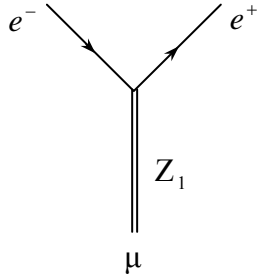
e)



$$-\frac{ig}{4 \cos \theta_w} \gamma^\alpha (1 - \gamma_5)$$

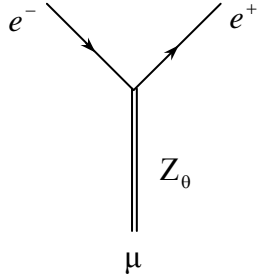
(EK-2'nin devamı)

f)



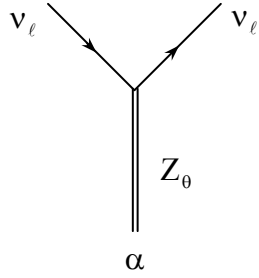
$$-\frac{ig}{2c_w} \gamma_\mu (ag_v - bg_A \gamma_5)$$

g)



$$\frac{g}{c_w} \gamma^\mu (C'_v - C'_A \gamma_5)$$

h)



$$\frac{g}{4c_w} C'' \gamma^\alpha (1 - \gamma_5)$$

$$C'' = \sqrt{X} \left( -\frac{1}{\sqrt{6}} \cos \varphi + \frac{3}{\sqrt{10}} \sin \varphi \right)$$

Burada  $Z_1$ , LRSM' deki bozonu,  $Z_0$  ise  $E_6$  modelindeki bozonu gösterir.  $Z_1$   $e^+e^-$  etkileşme köşesinde  $a=b=1$  durumunda GSM' deki etkileşme köşesini elde ederiz.

### 6.3. EK 3

#### 6.3.1. Bozunma oranı (genişliği)

$$A \rightarrow B+C+D+\dots\dots$$

bozunması sonucu ortaya çıkan parçacık sayısı ( $i=1, 2, 3, \dots, n$ )  $n$  olmak üzere, A parçacığının momentumu  $P_A^0$ , B,C,...parçacıklarının momentumları  $P_i$ ,  $|M|^2$  sürecin matris elemanının karesi

$$d\Phi^{(n)} = (2\pi)^4 \delta^{44} \left[ \left( \sum_i P_i \right) - P_A \right] \prod_i \frac{d^3 \vec{P}_i}{2E_i (2\pi)^{3n}} \quad (\text{E.48})$$

olmak üzere bozunma oranı

$$d\Gamma = \frac{1}{2P_A^0} |M|^2 d\Phi^{(n)} \quad (\text{E.49})$$

ile verilir.

#### 6.3.2. Lenard İntegralleri

$$\iint \frac{d^3 q_1}{E_\nu} \frac{d^3 q_2}{E_{\bar{\nu}}} q_1^\nu q_2^\mu \delta^{(4)}(q - q_1 - q_2) = \frac{\pi}{6} [q^2 g^{\mu\nu} + 2q^\mu q^\nu] \quad (\text{E.50})$$

$$\iint \frac{d^3 q_1}{E_\nu} \frac{d^3 q_2}{E_{\bar{\nu}}} \delta^{(4)}(q - q_1 - q_2) = 2\pi \quad (\text{E.51})$$

$$\iint \frac{d^3 q_1}{E_\nu} \frac{d^3 q_2}{E_{\bar{\nu}}} q_1 \cdot q_2 \delta^{(4)}(q - q_1 - q_2) = \pi q^2 \quad (\text{E.52})$$

$$\iint \frac{d^3 q_1}{E_v} \frac{d^3 q_2}{E_{\bar{v}}} (A \cdot \ell)(B \cdot \ell) \delta^{(4)}(q - q_1 - q_2) = \frac{2\pi}{3} [(A \cdot q)(B \cdot q) - (A \cdot B)q^2] \quad (\text{E.53})$$

Burada  $\ell = q_1 - q_2$  dir.

## **ÖZGEÇMİŞ**

Nesrin KILIÇ 27.04.1981 tarihinde Karabük' de doğdu. Lise öğrenimini Karabük Demir-Çelik Lisesi' de tamamladıktan sonra 1998-1999 eğitim-öğretim yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü' nü kazandı. 2002-2003 eğitim-öğretim yılında bu bölümden mezun oldu. Aynı yıl Karadeniz Teknik Üniversitesi Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Programı'na başladı. Yüksek Enerji Fiziği Alanında çalışmakta olan öğrenci İngilizce bilmektedir.