

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**DEĞİŞKEN KESİTLİ HASARLI KİRİŞLERİN SERBEST TİTREŞİMLERİ
İÇİN BİR SONLU ELEMAN MODELİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

SEVGİ DİLARA GÜNEŞ

**HAZİRAN 2019
TRABZON**



KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**DEĞİŞKEN KESİTLİ HASARLI KİRİŞLERİN SERBEST TİTREŞİMLERİ
İÇİN BİR SONLU ELEMAN MODELİ**

Sevgi Dilara GÜNEŞ

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde

İNŞAAT YÜKSEK MÜHENDİSİ

Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 20 / 05 / 2019

Tezin Savunma Tarihi : 26 / 06 / 2019

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Volkan KAHYA

Trabzon 2019

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında
Sevgi Dilara GÜNEŞ tarafından hazırlanan**

**DEĞİŞKEN KESİTLİ HASARLI KİRİŞLERİN SERBEST TİTREŞİMLERİ
İÇİN BİR SONLU ELEMAN MODELİ**

başlıklı bu çalışma, Enstitü Yönetim Kurulunun 28/ 05 /2019 gün ve 1806 sayılı
kararıyla oluşturulan jüri tarafından yapılan sınavda
YÜKSEK LİSANS TEZİ
olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

Başkan : Prof. Dr. Ragıp ERDÖL



Üye : Prof. Dr. Ahmet BİRİNCİ



Üye : Prof. Dr. Volkan KAHYA



Prof. Dr. Asim KADIOĞLU

Enstitü Müdürü

ÖNSÖZ

Bu çalışma, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak hazırlanmıştır.

“Değişken Kesitli Hasarlı Kirişlerin Serbest Titreşimleri İçin Bir Sonlu Eleman Modeli” isimli tez çalışmasını bana öneren, çalışmalarımın her aşamasında bilgi ve tecrübelerinden faydalandığım, öğrencisi olmaktan ve kendisi ile çalışmaktan onur duyduğum danışmanım Sayın Prof. Dr. Volkan KAHYA'ya minnet ve şükranlarımı sunarım.

Öğrenim hayatım boyunca bana emeği geçen tüm hocalarımı saygıyla anar, kendilerine minnettar olduğumu belirtmek isterim.

Çalışmam boyunca beni sabırla destekleyen, daima yanımda olan ve maddi manevi desteğini hiç esirgemeyen aileme teşekkürlerimi sunar, çalışmamın bu alanda çalışan akademisyen ve araştırmacılara faydalı olmasını içtenlikle temenni ederim.

Sevgi Dilara GÜNEŞ

Trabzon 2019

TEZ ETİK BEYANNAMESİ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Değişken Kesitli Hasarlı Kirişlerin Serbest Titreşimleri İçin Bir Sonlu Eleman Modeli” başlıklı bu çalışmayı baştan sona kadar danışmanım Prof. Dr. Volkan KAHYA'nın sorumluluğunda tamamladığımı, verileri/örnekleri kendim topladığımı, deneyleri/analizleri ilgili laboratuvarlarda yaptığımı/yaptırdığımı, başka kaynaklardan aldığım bilgileri metinde ve kaynakçada eksiksiz olarak gösterdiğimi, çalışma sürecinde bilimsel araştırma ve etik kurallara uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim. 20.05.2019

Sevgi Dilara GÜNEŞ

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ.....	III
TEZ ETİK BEYANNAMESİ.....	IV
İÇİNDEKİLER.....	V
ÖZET	VI
SUMMARY	VII
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	VIII
TABLolar DİZİNİ.....	X
SEMBOLLER DİZİNİ.....	XIII
1. GENELBİLGİLER.....	1
1.1. Giriş.....	1
1.2. Tezin Konusu ve Amacı	1
1.3. Literatür Taraması	2
1.4. Tezin Kapsamı.....	7
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	9
2.1. Problemin Tanımı ve Hareket Denklemleri	9
2.2. Sonlu Eleman Formülasyonu	11
2.2.1. EB6 Kiriş Elemanı	11
2.2.2. EB8 Kiriş Elemanı.....	14
2.3. Hasarlı Kirişin Serbest Titreşimleri.....	16
3. BULGULAR VE İRDELEME.....	19
3.1. Sonlu Eleman Ağı Yakınsama Analizi.....	20
3.2. Sonlu Eleman Modelinin Doğrulanması	21
3.3. Parametrik Çalışma	28
3.3.1. EB6 Elemanı Kullanılarak Elde Edilen Bulgular	28
3.3.2. EB8 Elemanı Kullanılarak Elde Edilen Bulgular	35
4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	55
5. KAYNAKLAR.....	57
ÖZGEÇMİŞ.....	61

Yüksek Lisans Tezi

ÖZET

DEĞİŞKEN KESİTLİ HASARLI KİRİŞLERİN SERBEST TİTREŞİMLERİ İÇİN BİR SONLU
ELEMEN MODELİ

Sevgi Dilara GÜNEŞ

Karadeniz Teknik Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı
Danışman: Prof. Dr. Volkan KAHYA
2019, 75 Sayfa

Bu tez çalışmasında, birden fazla hasar içeren değişken kesitli Euler-Bernoulli kirişlerinin serbest titreşimleri sonlu elemanlar yöntemiyle incelenmiştir. İki farklı tipte sonlu eleman modeli için kütle ve rijitlik matrisleri Galerkin yöntemiyle elde edilmiştir. Fortran dilinde yazılan sonlu eleman programı yardımıyla sayısal çözümler gerçekleştirilmiştir. Önerilen yöntemin doğruluğu, mevcut literatür ve ANSYS® üç boyutlu sonlu eleman analizleriyle karşılaştırmalar yapılarak gösterilmiştir. Serbest titreşim karakteristikleri üzerinde koniklik oranı, hasarın sayısı, yeri ve şiddetinin etkisini göstermek üzere parametrik çalışma yapılmıştır.

Bu tez çalışması dört bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde, çalışmanın konusu, önemi ve amacına değinilmiş; değişken kesitli kirişlerin serbest titreşimleriyle ilgili literatür özetlenmiştir. İkinci bölümde, problemin tanımı verilmiş; sonlu eleman formülasyonu ve yazılan programın akış diyagramı sunulmuştur. Üçüncü bölümde, çeşitli sınır şartları, koniklik oranları, çatlak sayısı, yeri ve şiddeti için değişken kesitli kirişin doğal frekansları ve mod şekilleriyle ilgili bulgular tablo ve grafiklerle verilmiş ve bu parametrelerin serbest titreşim karakteristiklerindeki etkileri irdelenmiştir. Dördüncü bölümde çalışmadan çıkarılabilecek sonuçlara yer verilmiş; gelecekte yapılacak olan çalışmalara yol gösterecek çeşitli önerilerde bulunulmuştur. Bu son bölümü yararlanan kaynakların listesi takip etmektedir.

Anahtar Kelimeler: Değişken kesitli kiriş, Sonlu elemanlar yöntemi, Çatlak, Serbest titreşim

Master Thesis

SUMMARY

A FINITE ELEMENT MODEL FOR FREE VIBRATIONS OF DAMAGED ELASTIC BEAMS
WITH VARIABLE CROSS SECTION

Sevgi Dilara GÜNEŞ

Karadeniz Technical University
The Graduate School of Natural and Applied Sciences
Civil Engineering Graduate Program
Supervisor: Prof. Dr. Volkan KAHYA
2019, 75 Pages

In this study, the free vibrations of Euler-Bernoulli beams with variable cross-section including multiple damages are investigated by the finite element method. Mass and stiffness matrices are obtained by Galerkin method for two different types of finite element model. Numerical solutions are obtained with the aid of a finite element program written in Fortran language. The accuracy of the proposed model is shown by comparisons with the current literature and ANSYS® three-dimensional finite element analysis results. A parametric study is then performed to determine the effect of taper ratio, the number, location and severity of damage on the free vibration characteristics.

The thesis consists of four parts. In the first chapter, the subject and purpose of the study are mentioned. The literature on free vibrations of nonuniform beams is summarized. In the second chapter, the definition of problem is given. Finite element formulation and flow diagram of the written program are presented. In the third chapter, the natural frequencies and mode shapes of nonuniform beams for various boundary conditions, taper ratios, the number, location and severity of cracks are given in tables and graphs, and the effects of these parameters on the free vibration characteristics are examined. In the fourth chapter, the conclusions drawn from the study are presented, and some suggestions are given to guide for the future studies. This last section is followed by a list of references and resume.

Key Words: Nonuniform beam, Finite element method, Crack, Free vibration

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1. Değişken kesitli kirişin geometrisi ve koordinat eksenleri	10
Şekil 2. 6-serbestlik dereceli sonlu eleman modeli	12
Şekil 3. 8-serbestlik dereceli sonlu eleman modeli	14
Şekil 4. Sonlu eleman programı akış diyagramı	18
Şekil 5. Hasarlı konik kirişin kesiti ve geometrisi	19
Şekil 6. Konsol konik kirişin boyutsuz ilk üç doğal frekansının koniklik oranıyla değişimi ($\Omega_i = \omega_i L^2 \sqrt{\rho A_1 / EI_1}$, $L / h_1 = 15$, $\alpha_b = 1$, $\alpha_h = \alpha$).....	22
Şekil 7. Konsol konik kirişin boyutsuz ilk üç doğal frekansının koniklik oranıyla değişimi ($\Omega_i = \omega_i L^2 \sqrt{\rho A_1 / EI_1}$, $L / h_1 = 15$, $\alpha_b = \alpha_h = \alpha$).....	23
Şekil 8. SOLID186 üç boyutlu katı eleman	24
Şekil 9. Hasarsız konik kirişin üç boyutlu sonlu eleman modeli	24
Şekil 10. Hasarlı konik kiriş için temsili ANSYS® sonlu eleman modeli ve çatlak bölgesi detayı	25
Şekil 11. Yüksekliği açıklık boyunca doğrusal değişen konsol kirişin ilk beş mod şekli $L = 0,6$ m, $b_1 = b_2 = 0,02$ m, $h_1 = 0,02$ m, $h_2 = 0,005$ m	27
Şekil 12. Yüksekliği açıklık boyunca doğrusal değişen konsol kirişte modal eğrilik değişimi ($L = 0,6$ m, $b_1 = b_2 = 0,02$ m, $h_1 = 0,02$ m, $h_2 = 0,005$ m)	28
Şekil 13. Yüksekliği doğrusal değişen tek hasarlı basit kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi	43
Şekil 14. Yüksekliği doğrusal değişen tek hasarlı iki ucu ankastre kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi	44
Şekil 15. Yüksekliği doğrusal değişen tek hasarlı konsol kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi	45
Şekil 16. Yüksekliği doğrusal değişen tek hasarlı iki ucu serbest kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi	46
Şekil 17. Yüksekliği doğrusal değişen iki hasarlı basit kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi	47
Şekil 18. Yüksekliği doğrusal değişen iki hasarlı iki ucu ankastre kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi	48

Şekil 19. Yüksekliği doğrusal değişen iki hasarlı konsol kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi	49
Şekil 20. Yüksekliği doğrusal değişen iki hasarlı iki ucu serbest kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi	50
Şekil 21. Yüksekliği doğrusal değişen üç hasarlı basit kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi	51
Şekil 22. Yüksekliği doğrusal değişen üç hasarlı iki ucu ankastre kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi	52
Şekil 23. Yüksekliği doğrusal değişen üç hasarlı konsol kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi	53
Şekil 24. Yüksekliği doğrusal değişen üç hasarlı serbest kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi	54

TABLOLAR DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 1 . Hasarsız konsol konik kirişin boyutsuz ilk üç doğal frekansının eleman sayısı ile değişimi (EB8, $L / h_1 = 15$, $\Omega_i = \omega_i L^2 \sqrt{\rho A_1 / EI_1}$)	20
Tablo 2 . İki ucu ankastre hasarlı konik kirişin boyutsuz ilk üç doğal frekansının eleman sayısı ile değişimi (EB8, $L / h_1 = 15$, $\alpha_b = \alpha_h = 0,5$, $\Omega_i = \omega_i L^2 \sqrt{\rho A_1 / EI_1}$)	21
Tablo 3 . Kesik koni şeklindeki hasarsız konsol kirişin çeşitli kesiklik oranları için boyutsuz ilk beş doğal frekansı ($L_1 = 2$ m, $L_0 = \alpha_h L_1$, $\alpha_h = h_2 / h_1$, $\Omega_i = \omega_i L_1 \sqrt{12 \rho / E} / h_2$)	23
Tablo 4 . Hasarsız konsol kirişin boyutsuz ilk beş doğal frekansının çeşitli yöntemler için karşılaştırılması ($L / h_1 = 15$, $\alpha_b = \alpha_h = \alpha$, $\Omega_i = \omega_i L^2 \sqrt{\rho A_1 / EI_1}$)	25
Tablo 5 . Yüksekliği açıklık boyunca doğrusal değişen konsol kirişin ilk beş doğal frekansı (Hz) (EB8, $L = 0,6$ m, $b_1 = b_2 = 0,02$ m, $h_1 = 0,02$ m, $h_2 = 0,005$ m).....	26
Tablo 6 . Genişliği açıklık boyunca doğrusal değişen konsol konik kirişin ilk dört doğal frekansı (Hz) (EB8, $L = 130$ mm, $b_1 = 12$ mm, $b_2 = 22$ mm, $h_1 = h_2 = 1,8$ mm)	26
Tablo 7 . Hasarsız iki ucu mafsallı (B-B) kirişin çeşitli koniklik oranları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = \alpha$)	29
Tablo 8 . Hasarsız iki ucu ankastre (A-A) kirişin çeşitli koniklik oranları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = \alpha$)	30
Tablo 9 . Hasarsız bir ucu ankastre diğeri serbest (A-S) kirişin çeşitli koniklik oranları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = \alpha$)	30
Tablo 10 . Hasarsız iki ucu serbest (S-S) kirişin çeşitli koniklik oranları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = \alpha$)	30
Tablo 11 . Tek hasarlı iki ucu mafsallı (B-B) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $d / h_1 = 0,15$)	31
Tablo 12 . Tek hasarlı iki ucu ankastre (A-A) kirişin çeşitli hasar senaryoları için yerleri için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $d / h_1 = 0,15$)...	31
Tablo 13 . Tek hasarlı bir ucu ankastre diğeri serbest (A-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $d / h_1 = 0,15$)	31

Tablo 14. Tek hasarlı iki ucu serbest (S-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5, d / h_1 = 0,15$).....	32
Tablo 15. İki hasarlı iki ucu mafsallı (B-B) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5, x_{c1}/L = 0,5, d / h_1 = 0,15$)	32
Tablo 16. İki hasarlı iki ucu ankastre (A-A) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5, x_{c1}/L = 0,5, d / h_1 = 0,15$)	32
Tablo 17. İki hasarlı bir ucu ankastre diğeri serbest (A-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5, x_{c1}/L = 0,1, d / h_1 = 0,15$)	33
Tablo 18. İki hasarlı iki ucu serbest (S-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5, x_{c1} / L = 0,5, d / h_1 = 0,15$).....	33
Tablo 19. Üç hasarlı iki ucu mafsallı (B-B) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5, x_{c1} / L = 0,5, x_{c2} / L = 0,4, d / h_1 = 0,15$).....	33
Tablo 20. Üç hasarlı iki ucu ankastre (A-A) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5, x_{c1} / L = 0,5, x_{c2} / L = 0,4, d / h_1 = 0,15$).....	34
Tablo 21. Üç hasarlı bir ucu ankastre diğeri serbest (A-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5, x_{c1}/L = 0,1, x_{c2}/L = 0,2, d / h_1 = 0,15$).....	34
Tablo 22. Üç hasarlı iki ucu serbest (S-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5, x_{c1}/L = 0,5, x_{c2}/L = 0,4, d / h_1 = 0,15$).....	34
Tablo 23. Hasarsız iki ucu mafsallı (B-B) kirişin çeşitli koniklik oranları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = \alpha$).....	36
Tablo 24. Hasarsız iki ucu ankastre (A-A) kirişin çeşitli koniklik oranları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = \alpha$).....	36
Tablo 25. Hasarsız bir ucu ankastre diğeri serbest (A-S) kirişin çeşitli koniklik oranları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = \alpha$).....	36
Tablo 26. Hasarsız iki ucu serbest (S-S) kirişin çeşitli koniklik oranları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = \alpha$).....	37
Tablo 27. Tek hasarlı iki ucu mafsallı (B-B) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5, d / h_1 = 0,15$).....	37
Tablo 28. Tek hasarlı iki ucu ankastre (A-A) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5, d / h_1 = 0,15$).....	37

Tablo 29. Tek hasarlı bir ucu ankastre diğeri serbest (A-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $d / h_1 = 0,15$)	38
Tablo 30. Tek hasarlı iki ucu serbest (S-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $d / h_1 = 0,15$)	38
Tablo 31. İki hasarlı iki ucu mafsallı (B-B) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $x_{c1}/L = 0,5$, $d / h_1 = 0,15$).	38
Tablo 32. İki hasarlı iki ucu ankastre (A-A) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $x_{c1}/L = 0,5$, $d / h_1 = 0,15$)	39
Tablo 33. İki hasarlı bir ucu ankastre diğeri serbest (A-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $x_{c1}/L = 0,1$, $d / h_1 = 0,15$)	39
Tablo 34. İki hasarlı iki ucu serbest (S-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $x_{c1} / L = 0,5$, $d / h_1 = 0,15$)	39
Tablo 35. Üç hasarlı iki ucu mafsallı (B-B) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $x_{c1} / L = 0,5$, $x_{c2} / L = 0,4$, $d / h_1 = 0,15$).....	40
Tablo 36. Üç hasarlı iki ucu ankastre (A-A) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $x_{c1} / L = 0,5$, $x_{c2} / L = 0,4$)	40
Tablo 37. Üç hasarlı bir ucu ankastre diğeri serbest (A-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $x_{c1}/L = 0,1$, $x_{c2}/L = 0,2$, $d / h_1 = 0,15$)	40
Tablo 38. Üç hasarlı iki ucu serbest (S-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $x_{c1}/L = 0,5$, $x_{c2}/L = 0,4$, $d / h_1 = 0,15$).	41
Tablo 39. Yüksekliği doğrusal değişen tek hasarlı kirişin çeşitli sınır şartları için ilk üç doğal frekansı (Hz) ($x_{c1}/L = 0,1$)	42
Tablo 40. Yüksekliği doğrusal değişen iki hasarlı kirişin çeşitli sınır şartları için ilk üç doğal frekansı (Hz) ($x_{ci}/L = 0,1$ ve $0,3$)	42
Tablo 41. Yüksekliği doğrusal değişen üç hasarlı kirişin çeşitli sınır şartları için ilk üç doğal frekansı (Hz) ($x_{ci}/L = 0,1$, $0,3$ ve $0,5$)	42

SEMBOLLER DİZİNİ

$b(x)$	Kirişin genişliği
b_1	Kirişin sağ uç genişliği
b_2	Kirişin sol uç genişliği
d	Çatlak uzunluğu
h_1	Kirişin sağ uç yüksekliği
h_2	Kirişin sol uç yüksekliği
$h(x)$	Kirişin yüksekliği
\mathbf{k}	Eleman rijitlik matrisi
\mathbf{k}^D	Hasarlı eleman rijitlik matrisi
\mathbf{k}^U	Hasarsız eleman rijitlik matrisi
\mathbf{k}^u	Eleman rijitlik alt matrisi
\mathbf{k}^w	Eleman rijitlik alt matrisi
\mathbf{m}	Eleman kütle matrisi
\mathbf{m}^u	Eleman kütle alt matrisi
\mathbf{m}^w	Eleman kütle alt matrisi
$u(x,t)$	x eksenini doğrultusundaki yer değiştirme vektörü
$v(x,t)$	z eksenini doğrultusundaki yer değiştirme vektörü
$w(x,t)$	y eksenini doğrultusundaki yer değiştirme vektörü
x	Yer değiştirme
x_c	Çatlağın yeri
t	Zaman
$A(x)$	Kesit alanı
E	Elastisite modülü
$I(x)$	Atalet momenti
\mathbf{K}	Sistem rijitlik matrisi
L	Kiriş boyu
\mathbf{M}	Sistem kütle matrisi
N	Eleman sayısı

\mathbf{U}	Bilinmeyen yer değiştirme vektörü
\mathbf{U}_0	Mod şekilleri vektörü
α_b, α_t	Koniklik oranı
β	Hasar derecesi
$\varphi(x), \psi(x)$	şekil fonksiyonları
ν	Poisson oranı
ρ	Yoğunluk
ω	Doğal frekans
Ω	Boyutsuz doğal frekans

Burada gösterilmeyen semboller metin içerisinde ilgili yerlerde tanımlanmışlardır.

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Değişken kesitli kirişler, yüksek katlı binalar, köprüler, makine elemanları, gemiler ve uçaklar gibi farklı mühendislik yapılarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Günümüz yapılarında güvenlik ve estetik açıdan en üst seviyeye en az maliyetle ulaşılacak istenildiğinden yapıdaki fazla malzemenin en aza indirilmesi ihtiyacı, birçok yapı elemanının değişken kesitli olarak yapılmasını gerektirmektedir.

Bilindiği üzere, eşit mukavemetli çubuklarda çubuğun dayanımı her noktada aynıdır. Bu prensipten hareketle, çeşitli formlarda değişken kesitli kiriş yapıları oluşturulabilir. Bu sayede, malzemedan tasarruf edilirken kirişin her noktasında rijitlik dağılımının homojen olması sağlanmaktadır. Değişken kesitli kirişlerde kesit, açıklık boyunca kademeli veya sürekli olarak değişebilir. Mühendislik pratiğindeki uygulamalarının yaygın olması sebebiyle değişken kesitli kirişlerin statik ve dinamik yükler altındaki davranışı, araştırmacıların üzerinde durduğu önemli bir konudur.

Kirişler çatlak tipi hasarların sıklıkla görüldüğü taşıyıcı elemanlardır. Yapıda hasar, rijitlik kaybına sebep olmakta ve dolayısıyla sistemin genel davranışını önemli ölçüde etkilemektedir. Bu sebeple, yapısal hasarların tespiti ve bunlara karşı gerekli önlemlerin alınması can ve mal kayıplarının önüne geçilebilmesi için önemlidir. Yapısal hasarların tespitinde çeşitli yöntemler kullanılmakla birlikte, uygulama kolaylığı ve diğerlerine göre daha ekonomik olmaları sebebiyle titreşim verilerine (doğal frekanslar, mod şekilleri ve sönüm) dayalı hasar tespiti son yıllarda oldukça cazip hale gelmiştir. Ancak, bu yöntemlerin verimli bir şekilde kullanılabilmesi için hasar etkisiyle kirişin dinamik davranışının nasıl değiştiğinin detaylı bir şekilde incelenmesi gerekmektedir.

1.2. Tezin Konusu ve Amacı

Değişken kesitli kirişlerle mühendislik pratiğinde sıklıkla karşılaşılması, bu tür yapı elemanlarının hasar sebebiyle dinamik davranışlarındaki değişimlerin anlaşılmasını zorunlu kılmaktadır. Aşağıda verilecek literatür taramasından da görüleceği üzere, değişken kesitli

kirişlerde hasar sebebiyle dinamik davranışta meydana gelen değişimlerin ele alındığı çok fazla sayıda çalışma bulunmamaktadır. Bu sebeple, tez çalışması kapsamında değişken kesitli ve birden fazla hasar içeren elastik kirişlerin serbest titreşimleri ele alınmış; hasar sebebiyle serbest titreşim karakteristiklerinde meydana gelen değişimler sayısal yöntemlerle araştırılmıştır.

Değişken kesitli kirişlerde, kesit özelliklerinin çubuk eksenine bağlı olarak açıklık (uzunluk) boyunca değişmesi analitik çözümleri zorlaştırmaktadır. Bu sebeple, sayısal yöntemler bu tür kirişlerin analizlerinde önem kazanmaktadır. Sonlu elemanlar yöntemiyle karmaşık geometriler kolayca modellenebildiğinden bu çalışmada değişken kesitli hasarlı elastik kirişlerin serbest titreşim analizleri için bir sonlu eleman programı geliştirilmiştir. Program içerisinde iki farklı sonlu kiriş elemanı kullanılmış; bunların doğruluğu, mevcut literatür ve ANSYS® üç boyutlu sonlu eleman analizleriyle karşılaştırmalar yapılarak gösterilmiştir. Serbest titreşim karakteristikleri üzerinde hasarın yeri ve şiddetinin etkisini göstermek üzere parametrik çalışma yapılmıştır.

1.3. Literatür Taraması

Değişken kesitli kirişlerin serbest titreşimleri pek çok araştırmacı tarafından çeşitli analitik ve sayısal yöntemlere ele alınmıştır. Bazı araştırmacılar kapalı formda çözümler üzerinde dururken, diğerleri ise çözüm için çeşitli analitik ve sayısal yöntemler (Rayleigh-Ritz, Galerkin, sonlu elemanlar, sonlu farklar vb.) önermişlerdir.

Auciello ve Ercolano (1997), genel sınır şartlarına sahip konik kirişlerin serbest titreşim frekanslarını elde etmek için kapalı formda bir çözüm yöntemi önermişlerdir. Yazarlar, hareket denklemlerini Bessel fonksiyonları yardımıyla çözmüşler; çeşitli sınır şartlarını göz önüne alarak değişken kesitli elastik kirişlerde uygulamışlardır. Benzer yöntem, Wu ve Chen (2003), tarafından kesiti açıklık boyunca doğrusal değişen ve üzerinde noktasal kütleler taşıyan elastik kirişlerin serbest titreşimleri için kullanılmıştır. Yazarlar, altı farklı sınır şartı için açıklık boyunca genişliği sabit, yüksekliği doğrusal değişen kirişin doğal frekanslarını ve mod şekillerini elde etmişler; sonuçlarını sonlu elemanlar yönteminden elde edilenlerle karşılaştırmışlardır.

Firouz-Abadi ve diğ. (2007), değişken kesitli elastik kirişlerin serbest titreşimlerini Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB) yaklaşımıyla ele almışlardır. Yazarlar, değişken kesitli

Euler-Bernoulli kirişleri için asimptotik çözüm elde etmişler ve iki örnek üzerinde yöntemin doğruluğunu göstermişlerdir.

Tan ve diğ. (2016), değişken kesitli kirişlerin serbest titreşimleri için kapalı formda bir çözüm yöntemi önermişlerdir. Yazarlar, uygun dönüşümler kullanarak problemin hareket denklemini, sabit katsayılı dördüncü mertebeden bir diferansiyel denkleme indirgemişler ve bunun çözümüyle değişken kesitli kiriş için bir mod şekli fonksiyonu elde etmişlerdir. Bu mod şekli fonksiyonu kullanılarak açıklık boyunca farklı kesit değişimlerine sahip kirişlerin doğal frekanslarını ve mod şekillerini transfer matrisi yöntemiyle elde etmişlerdir.

Ece ve diğ. (2007), değişken kesitli izotropik kirişin serbest titreşimlerini ele almışlardır. Kiriş kesitinin üstel bir fonksiyon şeklinde değiştiğini düşünerek hareket denklemini bir adi diferansiyel denkleme indirgemişler ve analitik çözümler elde etmişlerdir. Kesit değişiminin doğal frekans ve mod şekilleri üzerinde etkili olduğunu, titreşim genliğinin uca doğru genişleyen kirişlerde artarken, daralan kirişlerde azaldığını ifade etmişlerdir.

Hsu ve diğ. (2008), Adomian değiştirilmiş ayrıştırma yöntemini kullanarak klasik olmayan sınır şartlarına sahip değişken kesitli Euler-Bernoulli kirişlerinin serbest titreşimlerini analitik olarak incelemişlerdir.

Abrate (1995), üniform olmayan bazı kiriş ve çubuklar için hareket denkleminin üniform olanlarına dönüştürülebileceğini göstermiştir. Yazar, her iki uç ankastre bağlandığında değişken kesitli çubuk ve kirişlerin doğal frekanslarının sabit kesitlilerle aynı olduğunu bulmuştur. Diğer sınır şartları için ise kapalı formda çözümler elde edilmiştir. Çalışmada ayrıca, alanı ve atalet momenti m . dereceden bir polinoma göre değişen elastik kirişlerin serbest titreşimlerini Rayleigh-Ritz yöntemiyle incelenmiş; farklı sınır şartları kombinasyonları için sayısal sonuçlar sunulmuştur.

Zhou ve Cheung (2000; 2001), değişken kesitli kirişlerin serbest titreşimlerini ele almışlardır. Kiriş kesitinin, çubuk eksen koordinatının kuvvet fonksiyonu formunda değiştiği kabulüyle Rayleigh-Ritz yöntemini kullanarak çözüme gitmişlerdir. Çözümde kullanılan interpolasyon fonksiyonları, kirişin Taylor serisine açılmış bir statik yükleme altında çözümüyle elde edilmiştir.

To (1979), titreşim analizi için iki yüksek dereceli konik kiriş elemanının kütle ve rijitlik matrislerini elde etmiştir. Bu elemanlardan biri, her bir düğün noktasında üç serbestlik derecesine diğeri ise dört serbestlik derecesine sahiptir. İkinci elemanda dört serbestlik derecesi olarak yer değiştirme, eğim, eğrilik ve eğrilik gradyanı göz önüne alındığından

herhangi bir yer değiştirme, dönme, eğilme momenti ve kesme kuvveti kombinasyonunda yer alan tüm fiziksel durumlar yeterince temsil edilebilmektedir. Açık formda türetilen eleman kütle ve rijitlik matrisleri sayesinde bilgisayarda zaman kaybı ve bu ifadelerin sayısal değerlendirilmesinde gerekli olan kapsamlı matris işlemleriyle ilişkili yuvarlama hataları ortadan kaldırılmıştır. Çalışmada, genel olarak yüksek mertebeden elemanların kullanılmasıyla elde edilen öz değerlerin daha hızlı bir şekilde tam çözüme yakınsadığı ifade edilmiştir. Aynı araştırmacı bir başka çalışmasında (To, 1981), kayma deformasyonları ve dönel atalet etkilerini dikkate alarak serbest titreşim analizi için bir konik kiriş elemanı geliştirmiştir. Elemanın doğruluğunu göstermek üzere farklı koniklik oranları için literatürle karşılaştırmalar yapılmış, ardından, ince cidarlı konik kirişlerde narinlik oranının titreşim davranışı üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Hou ve diğ. (1996), iki parametrelili elastik zemine oturan değişken kesitli Timoshenko kirişlerinin serbest titreşim analizleri için bir sonlu eleman modeli geliştirmişlerdir. Çalışmada, yer değiştirme ve eğim için kübik interpolasyon fonksiyonları seçilmiş; enerji prensipleri yardımıyla kütle ve rijitlik matrisleri elde edilmiştir. Yazarlar, önerdikleri modelin dolu gövdeli veya ince cidarlı kirişlerde kullanılabileceğini belirtmişler; literatürle son derece uyumlu sonuçları daha hızlı bir şekilde elde etmişlerdir.

He ve diğ. (2013), eksenel doğrultuda değişken özelliklere sahip (kesit veya yükleme olarak) elastik kirişlerin serbest titreşimleri için yeni bir sonlu eleman modeli geliştirmişlerdir. Değişken eksenel parametreler, kuvvet serisi şeklinde ifade edilmiş; buna bağlı olarak kütle ve rijitlik matrisleri türetilmiştir. Uygulama olarak, çeşitli koniklik oranlarına sahip kirişler ile uzunluk boyunca doğrusal sıcaklık değişimine maruz sabit kesitli kirişin doğal frekans ve mod şekilleri elde edilmiştir.

Trinh ve Gan (2015) ve Tadjono ve diğ. (2017), kesiti doğrusal olarak değişen Timoshenko kirişleri için şekil fonksiyonları türetmişlerdir. Bunun için, Euler-Lagrange denklemlerinden integrasyonla yer değiştirme ve dönme ifadelerini elde etmişler; ardından integralleri eleman uç koşullarını da dikkate alarak çözmüş ve şekil fonksiyonlarına ulaşmışlardır. Trinh ve Gan (2015), integrasyon sırasında ortaya çıkan logaritmik terimleri Taylor serisine açarken, Tadjono ve diğ. (2017) doğrudan kapalı formda integralleri kullanmışlardır.

Yapıların titreşim karakteristikleri hasar etkisiyle önemli ölçüde değişmektedir. Bu değişimler izlenerek yapılarda olası hasarlar kolayca tespit edilebilir. Kirişler, taşıyıcı elemanlar olarak yapı sisteminin en önemli elemanlarındandır. Bu yapı elemanlarında çatlak

tipi hasarlar sıklıkla görülmektedir. Dolayısıyla, hasarlı kirişlerin titreşim karakteristiklerinin belirlenmesi, araştırmacıların üzerinde yoğun olarak durduğu bir konudur. Literatürde hasarlı sabit kesitli kirişlerin titreşimleriyle ilgili çok sayıda çalışma vardır. Bu çalışmalarda, çeşitli analitik (Chondros ve diğ., 1998; Shifrin ve Ruotolo, 1999; Lin ve diğ., 2002; Lin, 2004; Ruotolo ve Surace, 2004; Behzad ve diğ., 2005; Binici, 2005; McAdams ve diğ., 2007; Viola ve diğ., 2007; Caddemi ve Caliò, 2009; Shafiei ve Khaji, 2011; Bakhtiari-Nejad ve diğ. 2014) ve sayısal yöntemler (Saavedra ve Cuitino, 2001; Zheng ve Kessissoglou, 2003; Nandakumar ve Shankar, 2013; 2014; 2015; Eroğlu ve Tüfekçi, 2016; Altunışık ve diğ., 2017a-c; Kahya ve Karaca, 2018; Altunışık ve diğ., 2019) kullanılmıştır.

Literatürde değişken kesitli kirişlerin hasar etkisiyle titreşim karakteristiklerinin değişimini ele alan çalışma sayısı oldukça sınırlıdır. Aşağıdaki paragraflarda bu konuda yapılmış az sayıdaki çalışma özetlenmiştir.

Takahashi (1999), eksenel yüke maruz değişken kesitli ve çatlaklı Timoshenko kirişinin titreşim ve stabilite analizini sunmuştur. Kirişin hareket denklemleri, birinci mertebe diferansiyel denklem takımı şeklinde yazılmış ve bunların sayısal integrasyonu ile transfer matrisi belirlenmiştir. Transfer matrisi yardımıyla doğal frekanslar ve burkulma yükleri elde edilmiştir.

Chaudhari ve Maiti (1999; 2000), Frobenius yöntemini kullanarak çok parçalı ve tek parçalı değişken kesitli çatlaklı kirişlerin serbest titreşimlerini incelemişlerdir. Çatlak, hasarlı kesitte tanımlanan kütesiz dönel yay ile modellenmiştir. Yöntemin, gerek çatlaklı kirişin doğal frekanslarının belirlenmesinde gerekse ölçümlere elde edilen doğal frekanslar kullanılarak hasarın tespitinde başarılı sonuçlar verdiği görülmüştür.

Zheng ve Fan (2001), keyfi sayıda enine çatlak içeren değişken kesitli kirişlerin doğal frekanslarının hesabı için değiştirilmiş Fourier serilerini kullanan bir yöntem geliştirmişlerdir. Yazarlar, değiştirilmiş Fourier serilerinin geleneksel olanların aksine geometrik süreksizliklerin bir fonksiyonu olarak ifade edilebildiğini, dolayısıyla bu seriler kullanılarak çatlaklı kiriş probleminin kolayca ele alınabildiğini belirtmişlerdir.

Li (2001; 2002), değişken kesitli çatlaklı kirişlerin serbest titreşim analizi için analitik bir yöntem sunmuştur. Kirişte çatlağın tanımlanmasında kütesiz dönel yay yaklaşımı kullanılmış; üzerinde keyfi sayıda çatlak ve topaklanmış kütle bulunan değişken kesitli kirişin serbest titreşim problemi, geliştirilen yineleme (*recurrence*) formülleri ile çözülmüştür.

Kısa ve Gürel (2007), çatlak içeren sabit kesitli ve kademeli kirişlerin serbest titreşimleri için sayısal bir yöntem sunmuşlardır. Çalışmada kiriş, çatlaklı kesitten ikiye ayrılarak her iki parçanın esneklik (*flexibility*) matrisleri kırılma teorileri yardımıyla birleştirilmiştir. Yöntemin doğruluğunu göstermek üzere enine çatlaklar içeren dairesel kesitli kirişlerin serbest titreşim analizleri gerçekleştirilmiştir. Haskul ve Kısa (2015), kesiti doğrusal olarak değişen çatlaklı kirişin serbest titreşim analizleri için sonlu eleman tabanlı bir yöntem önermişlerdir. Çatlaklı bölge, yerel esnekliğe bağlı kütsüz dönel yay şeklinde modellenmiştir. Yay rijitliğinin türetilmesinde, kırılma teorileri kullanılarak hesaplanan gerilme şiddeti faktörü ve şekil değiştirme enerjisi salıverilme oranlarına ait esneklik matrisinin tersi alınmıştır. Araştırmacılar, çatlak yeri ve şiddetinin doğal frekanslar ve mod şekilleri üzerindeki etkilerini göstermek üzere çeşitli sayısal örnekler sunmuşlardır.

Mazanoğlu ve diğ. (2009), çok sayıda çatlak içeren değişken kesitli Euler-Bernoulli kirişlerinin titreşim özelliklerini belirlemek üzere enerji esaslı bir yöntem önermişlerdir. Çalışmada, açığa çıkan enerji dağılımı, çatlaklı kiriş yüzeyindeki şekil değiştirme değişimi ve aynı zamanda eğilmeden dolayı kirişteki açılmalık yer değiştirmeden kaynaklanan gerilme alanının etkisi dikkate alınarak belirlenmiştir. Analizlerde, Rayleigh-Ritz yöntemi kullanılmış; çeşitli kesiklik oranlarına sahip konik konsol kirişler üzerinde sayısal uygulama yapılmıştır. Diğer bir çalışmada, Mazanoğlu ve Sabuncu (2010) aynı yöntemi, çatlağın kiriş genişliği boyunca bulunması durumuna uygulamışlar; konsol ve iki ucu ankastre konik kirişlerin çeşitli hasar durumları için doğal frekans değişimlerini incelemişlerdir.

Attar (2012), keyfi sayıda çatlak içeren ve genel sınır şartlarına sahip kademeli kirişin doğal frekansları ve mod şekilleri için analitik bir yaklaşım önermiştir. Kiriş, çatlaklı kesitlerden dönel yaylarla birbirlerine bağlanmış parçalar şeklinde modellenmiştir. Transfer matrisi yöntemi yardımıyla kiriş için frekans denklemi doğal frekanslara, çatlak yerine ve şiddetine bağlı olarak elde edilmiştir. Önerilen yöntem, çeşitli sayısal örneklerle doğrulanmıştır. Çalışma sonuçlarının sonlu elemanlar yöntemi ve deneysel yöntemlerle elde edilen sonuçlarla iyi bir uyum içerisinde olduğu görülmüştür.

Torabi ve diğ. (2014), genel sınır şartlarına sahip çok sayıda çatlak içeren değişken kesitli Timoshenko kirişlerinin serbest titreşimlerini diferansiyel kareleme (*quadrature*) yöntemiyle incelemişlerdir. Yazarlar, çatlak sayısı, derinliği ve yerinin frekans değerleri üzerindeki etkilerini ortaya koymuşlardır. Özellikle, çatlaklı kesitte eğimde meydana gelen süreksizliğin frekanslar üzerindeki etkisi vurgulanmıştır.

Kahya ve diğ. (2018), çok sayıda çatlak içeren değişken kesitli elastik kirişlerin serbest titreşimlerini sonlu elemanlar yöntemiyle incelemişlerdir. Yazarlar, iki düğüm noktalı ve her düğümde dörder serbestliği olan bir sonlu eleman önermişlerdir. Hasar, ilgili bölgedeki elemanların rijitliği azaltılarak tanımlanmıştır. Çeşitli hasar senaryoları için konsol kirişte doğal frekanslar ve mod şekilleri için sayısal sonuçlar sunulmuştur.

Tan ve diğ. (2018), kesiti çok terimli (*polynomial*) fonksiyonlar şeklinde değişen çatlaklı kirişlerin serbest titreşimleri için bir yaklaşım önermişlerdir. Yazarlar, değişken kesitli Euler-Bernoulli kirişinin mod şekli fonksiyonu için genelleştirilmiş kuvvet serileri yardımıyla bir ifade elde etmişlerdir. Ardından, farklı değişken kesitlere sahip parçalar ve çatlaklarla ayrılan parçalardan oluşan tüm kirişin frekans denklemini transfer matrisi yöntemini kullanarak elde etmişlerdir. Çatlaklı kesitlerde ağırlıksız dönel yaylar tanımlanmıştır. Yazarlar, kirişin titreşim karakteristikleri üzerinde çatlak parametrelerinin etkilerini çeşitli sayısal örneklerle incelemişlerdir.

Niazi (1997), darbe ve hareketli yük etkilerine maruz değişken kesitli kirişlerin dinamik davranışını incelemek için bir sonlu eleman programı geliştirmiştir. Araştırmacı, değişken kesitli Euler ve Timoshenko kiriş teorilerini esas alan çerçeve elemanları için rijitlik ve kütle matrislerini türetmiştir. Eleman matrisleri için Gauss sayısal integrasyonundan yararlanılmıştır. Sonlu eleman formülasyonunda kayma deformasyonu ve değişken rijitliği hesaba katan beşinci dereceden Hermit polinomları kullanılarak yeni şekil fonksiyonları elde edilmiştir. Çeşitli sayısal örnekler için önerilen yöntemin doğruluğu değerlendirilmiştir.

1.4. Tezin Kapsamı

Yukarıda verilen literatür taramasından da görüleceği üzere, değişken kesitli kirişlerde hasar sebebiyle dinamik davranışta meydana gelen değişimlerin ele alındığı çalışma sayısı kısıtlıdır. Bu sebeple, tez çalışması kapsamında birden fazla hasar içeren değişken kesitli Euler-Bernoulli kirişlerinin serbest titreşimleri sonlu elemanlar yöntemiyle incelenmiştir. İki farklı tipte sonlu eleman modeli için kütle ve rijitlik matrisleri Galerkin yöntemiyle elde edilmiştir. Fortran dilinde yazılan sonlu eleman programı yardımıyla sayısal çözümler gerçekleştirilmiştir. Önerilen yöntemin doğruluğu, mevcut literatür ve ANSYS® üç boyutlu sonlu eleman analizleriyle karşılaştırmalar yapılarak gösterilmiştir. Serbest titreşim

karakteristikleri üzerinde hasarın yeri ve şiddetinin etkisini göstermek üzere parametrik çalışma yapılmıştır.

Bu tez çalışması dört bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde, çalışmanın konusu, önemi ve amacına değinilmiş; değişken kesitli kirişlerin serbest titreşimleriyle ilgili literatür özetlenmiştir. İkinci bölümde, problemin tanımı verilerek sonlu eleman formülasyonu ve yazılan programın akış diyagramı sunulmuştur. Üçüncü bölümde, çeşitli sınır şartları, koniklik oranları, çatlak sayısı, yeri ve şiddeti için değişken kesitli kirişin doğal frekansları ve mod şekilleriyle ilgili bulgular tablo ve grafiklerle verilmiş ve bu parametrelerin serbest titreşim karakteristikleri üzerindeki etkileri irdelenmiştir. Dördüncü bölümde, çalışmadan çıkarılabilecek sonuçlara yer verilmiş; gelecekte yapılacak olan çalışmalara yol gösterecek çeşitli önerilerde bulunulmuştur. Bu son bölümü yararlanılan kaynakların listesi takip etmektedir.

2.YAPILAN ÇALIŞMALAR

2.1. Problemin Tanımı ve Hareket Denklemleri

Bu çalışmada kesiti uzunluk boyunca doğrusal olarak değişen ve enine çatlaklar içeren Bernoulli-Euler kirişlerinin serbest titreşim analizi için iki farklı sonlu eleman modeli önerilmiştir. Birinci model, iki düğüm noktası ve her düğüm noktasında üç serbestlik derecesi içermektedir. İkinci modelde ise iki düğüm noktası ve her düğüm noktasında dört serbestlik derecesi bulunmaktadır. Kirişte hasar, ilgili elemanların rijitlikleri azaltılmak suretiyle tanımlanmıştır. Önerilen modelin doğrulanması için literatürdeki mevcut çalışmalarla ve üç boyutlu ANSYS sonlu eleman analizleriyle karşılaştırmalar yapılmıştır.

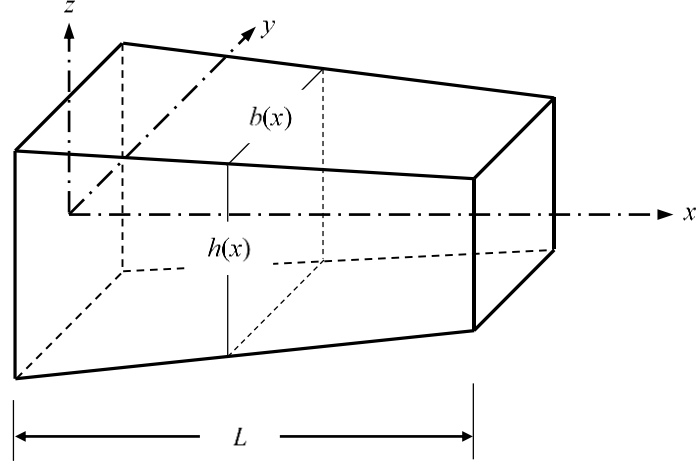
Çalışmada göz önüne alınan kirişin geometrisi Şekil 1’de gösterilmiştir. Kiriş kesitinin uzunluk boyunca doğrusal değiştiği kabul edilmiştir. Kiriş, homojen, izotrop elastik malzemeden yapılmıştır. Kiriş genişliği ve yüksekliği x koordinatının fonksiyonları olarak aşağıdaki gibi tanımlıdır:

$$\begin{aligned} b(x) &= b_1 + (b_2 - b_1) \frac{x}{L} \\ h(x) &= h_1 + (h_2 - h_1) \frac{x}{L} \end{aligned} \quad (1)$$

Burada 1 ve 2 indisleri, ilgili değerlerin sırasıyla kirişin sol ve sağ ucuna ait olduğunu göstermektedir. Bernoulli-Euler kiriş teorisine göre, göz önüne alınan kirişin boyuna ve enine titreşimleri için hareket denklemleri sırasıyla

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(EA(x) \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right) - \rho A(x) \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right) + \rho A(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$



Şekil 1. Değişken kesitli kirişin geometrisi ve koordinat eksenleri

olarak verilmektedir. Burada, E elastisite modülü, ρ kütle yoğunluğu, $A(x)$ ve $I(x)$ sırasıyla kirişin kesit alanı ve atalet momentidir. $u(x, t)$ ve $w(x, t)$, sırasıyla x ve y doğrultularındaki yer değiştirme bileşenlerini ve t zamanı göstermektedir.

(2) denklemi $\varphi(x)$ ile, (3) denklemi $\psi(x)$ ile çarpılıp elde edilen ifadelerin kiriş uzunluğu boyunca integrali alınırsa

$$\int_0^L \varphi(x) \frac{\partial}{\partial x} \left(EA(x) \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right) dx - \int_0^L \varphi(x) \rho A(x) \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} dx = 0 \quad (4)$$

$$\int_0^L \psi(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right) dx + \int_0^L \psi(x) \rho A(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} dx = 0 \quad (5)$$

ifadeleri elde edilir. Burada $\varphi(x)$ ve $\psi(x)$ şekil fonksiyonları olup ileride tanımlanacaklardır. (4) eşitliğinin ilk terimine bir kez, (5) eşitliğinin ilk terimine iki kez kısmi integrasyon uygulanırsa

$$\begin{aligned} & \int_0^L EA(x) \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x} \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} dx + \int_0^L \rho A(x) \varphi(x) \ddot{u}(x, t) dx \\ & = \varphi(x) EA(x) \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \Big|_0^L \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
& \int_0^L EI(x) \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} dx + \int_0^L \rho A(x) \psi(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} dx \\
& = -\psi(x) EI(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \Big|_0^L + \frac{\partial \psi(x)}{\partial x} EI(x) \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial x^3} \Big|_0^L
\end{aligned} \tag{7}$$

ifadeleri elde edilir. Bu ifadeler, (2) ve (3) ile verilen diferansiyel denklemlerin zayıf formda temsilidir. Eşitliklerin sağ tarafında bulunan terimler, geometrik ve mekanik sınır şartlarına ait ifadelerdir.

2.2. Sonlu Eleman Formülasyonu

Çalışmada iki farklı kiriş elemanı düşünülmüştür. EB6 olarak adlandırılan ilk eleman, iki düğüm noktası ve her düğüm noktasında üç serbestlik derecesine sahiptir ve Şekil 2’de temsili olarak gösterilmiştir. Şekil 3’te görülen ve EB8 olarak adlandırılan ikinci eleman ise iki düğüm noktasına ve her düğüm noktasında dört serbestlik derecesine sahiptir. Göz önüne alınan kiriş elemanları için kütle ve rijitlik matrislerinin elde edilmesi ile ilgili detaylar aşağıdaki bölümlerde sırasıyla verilmiştir.

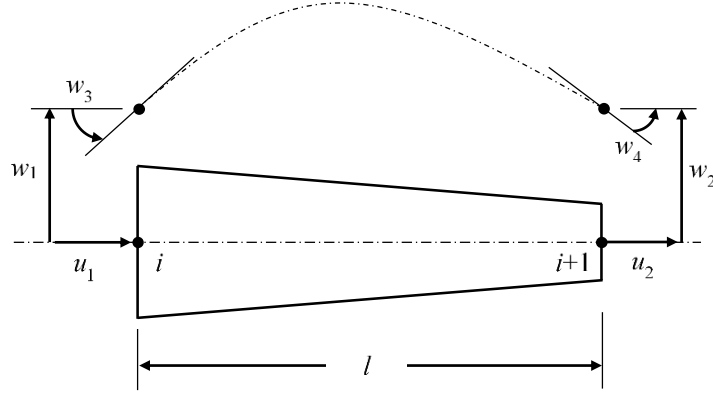
2.2.1 EB6 Kiriş Elemanı

EB6 kiriş elemanı için düğüm noktası serbestlikleri Şekil 2’de görülmektedir. Bu eleman için düğüm noktası yer değiştirme vektörü

$$\mathbf{u} = \{u_1 \quad u_2 \quad w_1 \quad w_2 \quad w_3 \quad w_4\} \tag{8}$$

olarak yazılır. Bu elemanda her bir düğüm noktasında bilinmeyenler uzama, çökme ve dönme şeklindedir. (6) ve (7) ile verilen zayıf formdaki diferansiyel denklemlerin çözümü için $u(x,t)$ ve $w(x,t)$ yer değiştirmelerinin aşağıdaki gibi olduğu kabul edilsin:

$$u(x,t) = \sum_{i=1}^2 \varphi_i(x) u_i(t) \tag{9}$$



Şekil 2. 6-serbestlik dereceli sonlu eleman modeli

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^4 \psi_i(x) w_i(t) \quad (10)$$

Burada $\varphi(x)$ ve $\psi(x)$ şekil (veya interpolasyon) fonksiyonlarını göstermektedir. Yer değiştirme alanı, uzama titreşimleri için doğrusal, eğilme titreşimleri için kübik formda aşağıdaki gibi seçilsin:

$$\begin{aligned} u(x,t) &= a_0 + a_1 x \\ w(x,t) &= b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + b_3 x^3 \end{aligned} \quad (11)$$

Burada a_i ($i = 0,1$) ve b_j ($j = 0,1,2,3$) katsayıları eleman düğüm noktalarındaki sınır şartları yardımıyla elde edilecektir. Eleman düğüm noktalarında sınır şartları aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{aligned} u(0,t) &= u_1, & u(l,t) &= u_2 \\ w(0,t) &= w_1, & w(l,t) &= w_2 \\ w'(0,t) &= w_3, & w'(l,t) &= w_4 \end{aligned} \quad (12)$$

(12) ile verilen şartlar (11)'de yazılarak bilinmeyen katsayılar çözülür. Bunların (11)'de yerlerine yazılmasıyla

$$\begin{aligned} u(x,t) &= \varphi_1(x)u_1(t) + \varphi_2(x)u_2(t), \\ w(x,t) &= \psi_1(x)w_1(t) + \psi_2(x)w_2(t) + \psi_3(x)w_3(t) \end{aligned} \quad (13)$$

şeklinde yer değiştirme fonksiyonları elde edilir. Bu ifadelerde şekil fonksiyonları

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= 1 - \xi \\ \varphi_2 &= \xi \\ \psi_1 &= 1 - 3\xi^2 + \xi^3 \\ \psi_2 &= 3\xi^2 + \xi^3 \\ \psi_3 &= l(\xi - 2\xi^2 + \xi^3) \\ \psi_4 &= l(-\xi^2 + \xi^3) \end{aligned} \quad (14)$$

şeklinde olup $\xi = x/l$ ve l eleman uzunluğudur.

(9) ve (10) ile verilen çözümler, (6) ve (7) ifadelerinde yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa aşığıdaki matris denklem elde edilir:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (15)$$

Burada \mathbf{m} ve \mathbf{k} sırasıyla EB6 elemanı için kütle ve rijitlik matrisleri olup

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{2 \times 2}^u & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{m}_{4 \times 4}^w \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{2 \times 2}^u & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_{4 \times 4}^w \end{bmatrix} \quad (16)$$

şeklinindedir. \mathbf{m}^u , \mathbf{m}^w , \mathbf{k}^u ve \mathbf{k}^w alt matrislerinin elemanları

$$\begin{aligned} m_{ij}^u &= \rho \int_0^l A(x) \varphi_i(x) \varphi_j(x) dx \quad (i, j = 1, 2) \\ m_{ij}^w &= \rho \int_0^l A(x) \psi_i(x) \psi_j(x) dx \quad (i, j = 1, 4) \\ k_{ij}^u &= E \int_0^l A(x) \frac{\partial \varphi_i(x)}{\partial x} \frac{\partial \varphi_j(x)}{\partial x} dx \quad (i, j = 1, 2) \\ k_{ij}^w &= E \int_0^l I(x) \frac{\partial^2 \psi_i(x)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi_j(x)}{\partial x^2} dx \quad (i, j = 1, 4) \end{aligned} \quad (17)$$

şeklinde tanımlıdır. Bu integraller, Gauss integrasyon kuralı yardımıyla sayısal olarak elde edilebilir.

2.2.2 EB8 Kiriş Elemanı

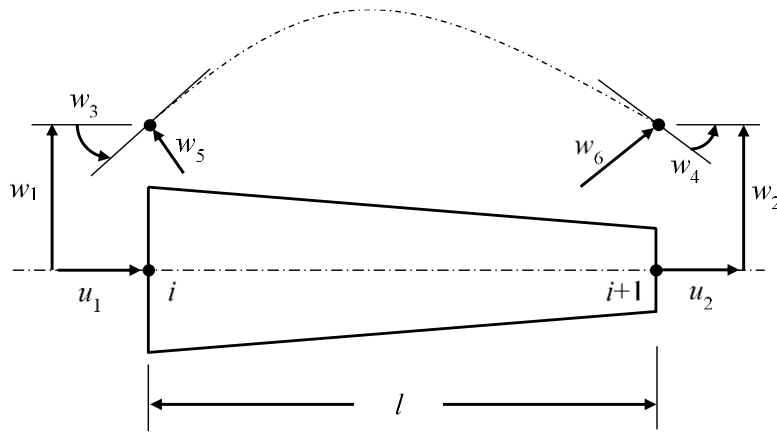
EB8 kiriş elemanı için düğüm noktası serbestlikleri Şekil 3’de görülmektedir. Eleman düğüm noktası yer değiştirme vektörü

$$\mathbf{u} = \{u_1 \quad u_2 \quad w_1 \quad w_2 \quad w_3 \quad w_4 \quad w_5 \quad w_6\}^T \quad (18)$$

şeklindedir. Bu elemanda, her bir düğüm noktasında bilinmeyenler olarak uzama, çökme dönme ve eğrilik göz önüne alınmıştır. (6) ve (7) ile verilen zayıf formdaki diferansiyel denklemlerin çözümü için $u(x,t)$ ve $w(x,t)$ yer değiştirmelerinin aşağıdaki gibi olduğunu kabul edelim:

$$u(x,t) = \sum_{i=1}^2 \varphi_i(x)u_i(t) \quad (19)$$

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^6 \psi_i(x)w_i(t) \quad (20)$$



Şekil 3. 8-serbestlik dereceli sonlu eleman modeli

Burada $\varphi(x)$ ve $\psi(x)$ şekil (veya interpolasyon) fonksiyonlarını göstermektedir. Yer değiştirmeler, uzama titreşimleri için doğrusal, eğilme titreşimleri için ise beşinci dereceden polinomlar olarak aşağıdaki gibi seçilsin:

$$\begin{aligned} u(x,t) &= a_0 + a_1x, \\ w(x,t) &= b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + b_4x^4 + b_5x^5 \end{aligned} \quad (21)$$

Burada a_i ($i = 0,1$) ve b_j ($j = 0,1,2,\dots,5$) katsayıları eleman düğüm noktalarındaki sınır şartları yardımıyla elde edilecektir. Eleman düğüm noktalarında sınır şartları aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{aligned} u(0,t) &= u_1, & u(l,t) &= u_2 \\ w(0,t) &= w_1, & w(l,t) &= w_2 \\ w'(0,t) &= w_3, & w'(l,t) &= w_4 \\ w''(0,t) &= w_5, & w''(l,t) &= w_6 \end{aligned} \quad (22)$$

(22) ile verilen şartlar (21)'de yazılarak bilinmeyen katsayılar çözülür. Bunların (21)'de yerlerine konulmasıyla

$$\begin{aligned} u(x,t) &= \varphi_1(x)u_1(t) + \varphi_2(x)u_2(t), \\ w(x,t) &= \psi_1(x)w_1(t) + \psi_2(x)w_2(t) + \psi_3(x)w_3(t) + \psi_4(x)w_4(t) + \psi_5(x)w_5(t) \end{aligned} \quad (23)$$

şeklinde yer değiştirme fonksiyonları elde edilir. Bu ifadelerde şekil fonksiyonları

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= 1 - \xi \\ \varphi_2 &= \xi \\ \psi_1 &= 1 - 10\xi^3 + 15\xi^4 - 6\xi^5 \\ \psi_2 &= 10\xi^3 - 15\xi^4 + 6\xi^5 \\ \psi_3 &= l(\xi - 6\xi^3 + 8\xi^4 - 3\xi^5) \\ \psi_4 &= l(-4\xi^3 + 7\xi^4 - 3\xi^5), \\ \psi_5 &= (l^2 / 2)(\xi^2 - 3\xi^3 + 3\xi^4 - \xi^5) \\ \psi_6 &= (l^2 / 2)(\xi^3 - 2\xi^4 + \xi^5) \end{aligned} \quad (24)$$

şeklindedir. Bu ifadelerde, $\xi = x / l$ olup l eleman uzunluğunu göstermektedir.

(19) ve (20) ile verilen çözümler, (6) ve (7) ifadelerinde yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa aşağıdaki matris denklem elde edilir:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (25)$$

Burada \mathbf{m} ve \mathbf{k} sırasıyla EB8 elemanı için kütle ve rijitlik matrisleri olup

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{2 \times 2}^u & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{m}_{6 \times 6}^w \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{2 \times 2}^u & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_{6 \times 6}^w \end{bmatrix} \quad (26)$$

şeklindedir tanımlıdır. \mathbf{m}^u , \mathbf{m}^w , \mathbf{k}^u ve \mathbf{k}^w alt matrislerinin elemanları ise

$$\begin{aligned} m_{ij}^u &= \rho \int_0^l A(x) \varphi_i(x) \varphi_j(x) dx \quad (i, j = 1, 2), \\ m_{ij}^w &= \rho \int_0^l A(x) \psi_i(x) \psi_j(x) dx \quad (i, j = 1, 6), \\ k_{ij}^u &= E \int_0^l A(x) \varphi_i'(x) \varphi_j'(x) dx \quad (i, j = 1, 2), \\ k_{ij}^w &= E \int_0^l I(x) \psi_i''(x) \psi_j''(x) dx \quad (i, j = 1, 6) \end{aligned} \quad (27)$$

şeklinde tanımlıdır. Bu integraller, Gauss integrasyon kuralı yardımıyla sayısal olarak elde edilebilir.

2.3. Hasarlı Kirişin Serbest Titreşimleri

Kirişlerde hasarın modellenmesi için çeşitli kabuller vardır. Yaygın olarak, hasarlı kesitten kirişi ikiye ayırıp sağlam iki parçayı bir yay elemanı ile birleştirmek veya hasarlı bölgedeki elemanların rijitliğini azaltmak şeklinde iki yol tercih edilmektedir. İkinci yolda ya doğrudan malzemenin elastisite modülü azaltılmak suretiyle ya da rijitlik matrisi bir azaltma katsayısıyla çarpılmak suretiyle hasar temsil edilmektedir. Bu tez çalışmasında

hasarın temsili için hasarlı bölgedeki elemanların rijitliğini azaltma yolu tercih edilmiştir. Buna göre hasarlı kiriş elemanı için rijitlik matrisi

$$\mathbf{k}^D = \beta \mathbf{k}^U, \quad 0 \leq \beta \leq 1 \quad (28)$$

şeklinde tanımlanır. Burada D ve U indisleri sırasıyla hasarlı ve hasarsız durumları ifade etmektedir. İfadede görülen β , hasar derecesi parametresi olup, $\beta = 1$ hasarsız duruma, $\beta = 0$ ise tam kırılma (göçme) durumuna karşılık gelmektedir. Hasar sebebiyle kirişin kütle matrisinde herhangi değişim meydana gelmediği kabul edilmektedir.

Kirişin tamamı için hareket denklemi

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (29)$$

şeklinde dir. Burada, $\mathbf{M} = \Sigma \mathbf{m}$ ve $\mathbf{K} = \Sigma \mathbf{k}$ sırasıyla sistem kütle ve rijitlik matrisleri, \mathbf{U} bilinmeyen yer değiştirme vektörünü göstermektedir.

(29) denkleminin çözümü $\mathbf{U} = \mathbf{U}_0 e^{i\omega t}$ şeklinde kabul edilirse, gerekli düzenlemelerden sonra aşağıdaki standart öz değer problemi elde edilir:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{U}_0 = 0 \quad (30)$$

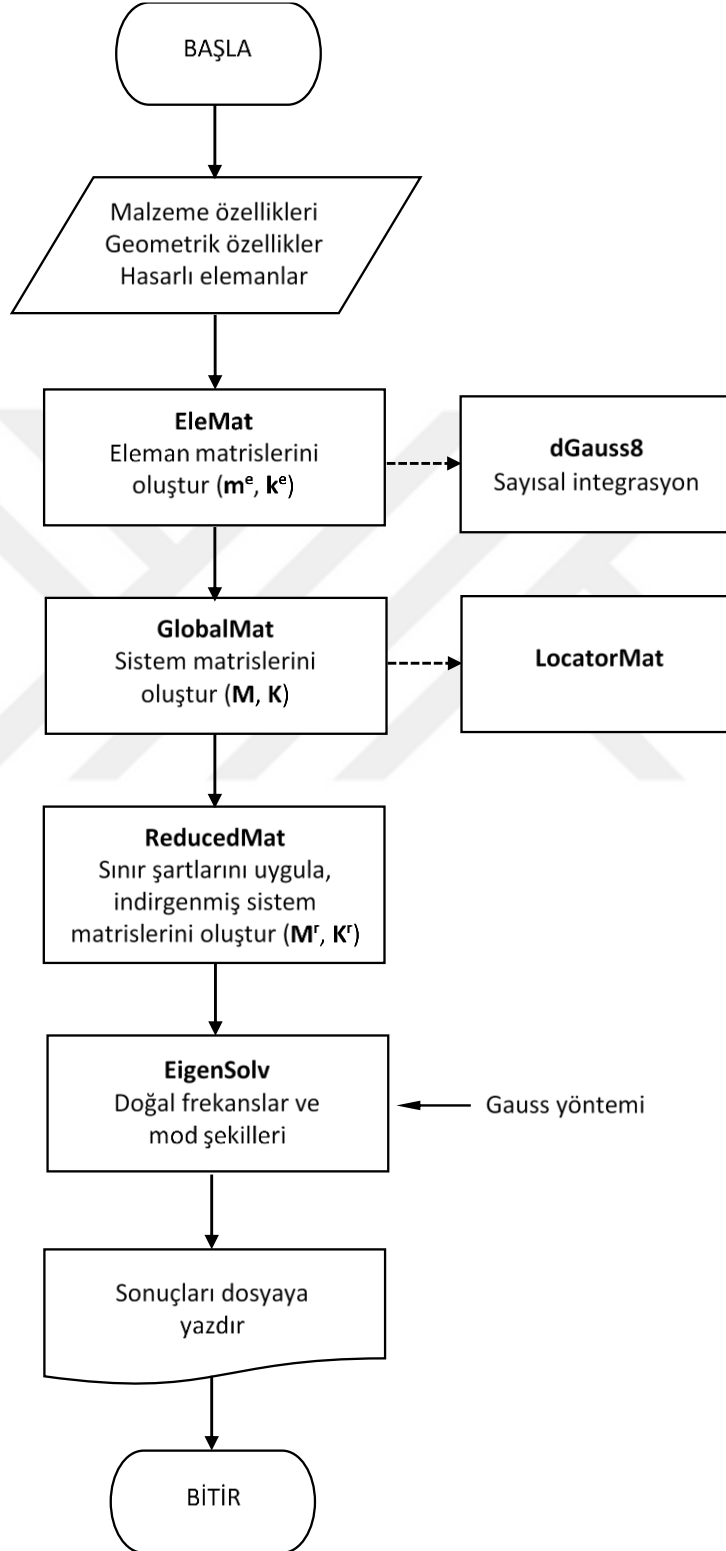
Burada, ω kirişin doğal frekanslarını ve \mathbf{U}_0 ise mod şekillerini göstermektedir. (30) eşitliğinin sıfırdan farklı çözümlerinin olabilmesi için

$$\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) = 0 \quad (31)$$

sağlanmalıdır. (31) ifadesinin çözümüyle kirişin doğal frekansları elde edilir. Ardından, her bir doğal frekansa karşılık gelen mod şekilleri vektörü (30) ifadesi yardımıyla elde edilir.

Üzerinde birden fazla çatlak bulunan değişken kesitli kirişlerin serbest titreşimleri için yukarıda formülasyonu verilen sonlu eleman modelleri ile sayısal sonuçların elde edilmesi için Fortran dilinde bir sonlu eleman programı yazılmıştır. Programda, eleman matrisleri için gerekli integraller 8 noktalı Gauss integrasyonu ile sayısal olarak çözülmüş; öz değer (doğal

frekanslar) ve öz vektörleri (mod şekilleri) ise Gauss yöntemi ile elde edilmiştir. Aşağıdaki şekilde yazılan programa ait akış diyagramı verilmiştir.

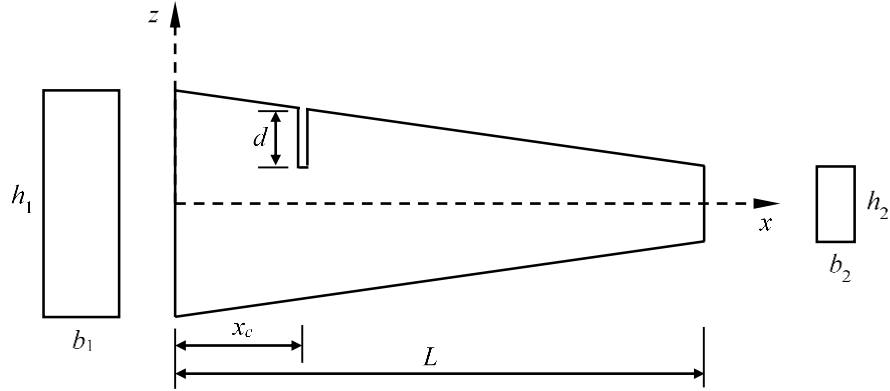


Şekil 4. Sonlu eleman programı akış diyagramı

3. BULGULAR VE İRDELEME

Bu bölümde, değişken kesitli hasarlı kirişlerin serbest titreşimlerine ait bulgular sunulmuştur. Göz önüne alınan iki kiriş modelinin (EB6 ve EB8) doğruluğu ve etkinliği araştırılmış; kesit değişiminin, hasar yeri ve şiddetinin doğal frekanslar ve mod şekilleri üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Şekil 5'te değişken kesitli, hasarlı kirişin geometrik özellikleri temsili olarak gösterilmiştir. Kiriş kesiti, uzunluk boyunca doğrusal olarak değişmektedir. Kirişte hasar, yükseklik boyunca enine çatlak olarak göz önüne alınmıştır. Kiriş malzemesi için elastisite modülü $E = 210$ GPa, Poisson oranı $\nu = 0,3$ ve yoğunluk $\rho = 7850$ kg/m³ olarak alınmıştır. Sayısal sonuçlar, akış diyagramı Şekil 4'te verilen ve Fortran dilinde yazılmış sonlu eleman programı ile elde edilerek hem literatürdeki diğer çalışmalarla hem de ANSYS® paket programında oluşturulan üç boyutlu sonlu eleman modellerinden elde edilen sonuçlarla karşılaştırma yapılmıştır. Sayısal analizlerde kirişin uç koşulları, iki ucu mafsallı (B-B), bir ucu ankastre diğer ucu serbest (A-S), iki ucu ankastre (A-A) ve iki ucu serbest (S-S) olarak düşünülmüştür. Koniklik oranı, hasar yeri ve şiddetinin doğal frekanslar ve mod şekilleri üzerindeki etkileri irdelenmiştir.



Şekil 5. Hasarlı konik kirişin kesiti ve geometrisi

3.1. Sonlu Eleman Ağı Yakınsama Analizi

Sonlu eleman analizlerinde yeter doğrulukta sonuçlar elde edebilmek için önce ağ yakınsama analizleri yapılmıştır. Tablo 1’de, hasarsız konsol kirişin EB8 elemanı kullanılarak bulunan ilk üç boyutsuz doğal frekansının eleman sayısı ile değişimi sunulmuştur. Tabloda $\alpha_b = b_2 / b_1$ ile genişlik doğrultusundaki, $\alpha_h = h_2 / h_1$ ile yükseklik doğrultusundaki koniklik oranları ifade edilmektedir. Kirişe ait geometrik özellikler, Hsu ve diğ. (2008)’den alınmıştır. Tablo 1’den görüleceği üzere, eleman sayısı arttıkça boyutsuz doğal frekanslar azalmakta ve sabit bir değere doğru yakınsamaktadır. Tablodan ayrıca, önerilen eleman ile bulunan doğal frekansların Hsu ve diğ (2008) tarafından verilen analitik sonuçlarla çok iyi uyum içerisinde olduğu görülmektedir. Tablo 2’de ise, tek ve iki çatlak içeren iki ucu ankastre kirişin EB8 elemanı kullanılarak bulunan ilk üç boyutsuz doğal frekansının eleman sayısı ile değişimi sunulmuştur. Geometrik özellikler yukarıdaki paragraftaki örnekle aynıdır. Hasar derecesi, göz önüne alınan her iki durumda da $\beta = 0,5$ olarak dikkate alınmıştır. Tek çatlaklı durumda, hasarın kiriş ortasında ($x_c / L = 0,5$), iki çatlaklı durumda, bir hasarın kiriş ortasında ($x_{c1} / L = 0,5$) diğerinin sol mesnete yakın olduğu ($x_{c2} / L = 0,1$) kabul edilmiştir. Görüleceği üzere burada da eleman sayısı arttıkça boyutsuz doğal frekanslar hızla azalmakta ve sabit bir değere yakınsamaktadır. Tablo 1 ve 2’den elde edilen sonuçlar ışığında, tezin tamamında gerçekleştirilecek analizlerde $N_e = 80$ eleman kullanmanın yeterli olacağı sonucuna ulaşılmıştır.

Tablo 1. Hasarsız konsol konik kirişin boyutsuz ilk üç doğal frekansının eleman sayısı ile değişimi (EB8, $L / h_1 = 15$, $\Omega_i = \omega_i L^2 \sqrt{\rho A_1 / EI_1}$)

N_e	$\alpha_b = b_2/b_1 = 1, \alpha_h = h_2/h_1 = 0,5$			$\alpha_b = b_2/b_1 = 0,5, \alpha_h = h_2/h_1 = 0,5$		
	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_1	Ω_2	Ω_3
10	3,85899	18,50959	47,78684	4,66385	19,74503	49,10303
20	3,84145	18,41297	47,52252	4,64465	19,64631	48,83888
40	3,83263	18,36500	47,39283	4,63493	19,59695	48,70834
60	3,82968	18,34906	47,34997	4,63168	19,58050	48,66507
80	3,82821	18,34110	47,32862	4,63005	19,57228	48,64348
100	3,82732	18,33633	47,31582	4,62907	19,56734	48,63054
Analitik ¹	3,82379	18,31726	47,26483	4,62517	19,54763	48,57892

¹ Hsu ve diğ. (2008)

Tablo 2. İki ucu ankastre hasarlı konik kirişin boyutsuz ilk üç doğal frekansının eleman sayısı ile değişimi (EB8, $L/h_1 = 15$, $\alpha_b = \alpha_h = 0,5$, $\Omega_i = \omega_i L^2 \sqrt{\rho A_1 / EI_1}$)

N_e	Tek çatlak ($x_c / L = 0,5$)			İki çatlak ($x_{c1} / L = 0,5$, $x_{c2} / L = 0,1$)		
	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_1	Ω_2	Ω_3
10	16,08715	46,17496	84,94863	15,25170	45,79521	84,00482
20	16,29459	45,48831	86,42339	15,75869	45,19249	86,33047
30	16,36193	45,31289	87,11384	15,96896	45,05124	87,07434
40	16,39383	45,24830	87,45568	16,08521	45,02217	87,42355
50	16,41224	45,21839	87,65404	16,15833	45,02115	87,62375
60	16,42417	45,20245	87,78220	16,20860	45,02829	87,75320
80	16,43866	45,18727	87,93676	16,27316	45,04682	87,91042
100	16,44712	45,18080	88,02607	16,31285	45,06342	88,00233

3.2. Sonlu Eleman Modellerinin Doğrulanması

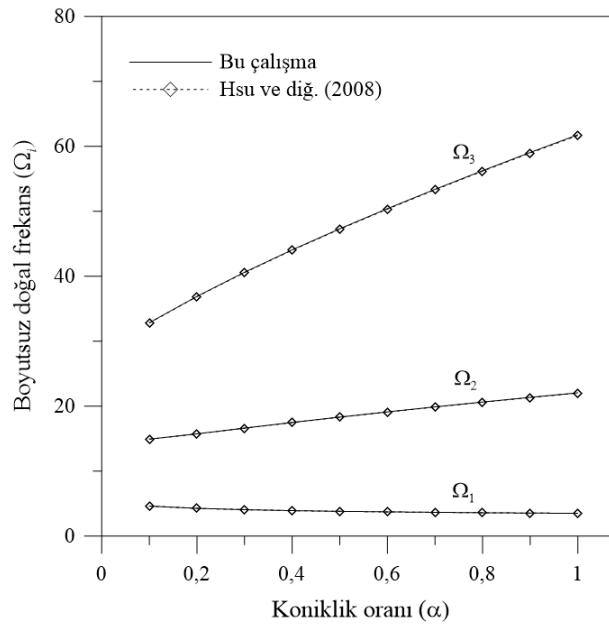
Bu bölümde, önerilen EB6 ve EB8 sonlu eleman modellerinin doğruluğunu ve etkinliğini göstermek amacıyla literatürdeki mevcut çalışmalar ve ANSYS® üç boyutlu sonlu eleman analizleri ile karşılaştırmalar yapılmıştır. Karşılaştırma amacıyla göz önüne alınan tüm örneklerde kirişin sol ucundan ankastre mesnetli olduğu ve kesitinin uzunluk boyunca doğrusal değiştiği (konik kiriş) kabul edilmiştir.

Şekil 6 ve 7’de, göz önüne alınan kirişin hasarsız durum için ilk üç boyutsuz doğal frekansın koniklik oranı ile değişimi verilmiştir. Şekil 6’da kirişin sadece yüksekliği, Şekil 7’de ise hem yüksekliği hem de genişliği açıklık boyunca doğrusal değiştiği düşünülmüştür. Sonuçlar, EB8 elemanı kullanılarak elde edilmiştir. Burada koniklik oranının $\alpha = 1$ olması, üniform kesitli kiriş haline karşılık gelmektedir. Şekillerden görüleceği üzere, koniklik oranı arttıkça birinci doğal frekanslar azalmakta, ikinci ve üçüncü doğal frekanslar ise artmaktadır. Çalışmadan elde edilen sonuçlar, Hsu ve diğ. (2008) tarafından analitik olarak elde edilenlerle mükemmel uyum içerisinde.

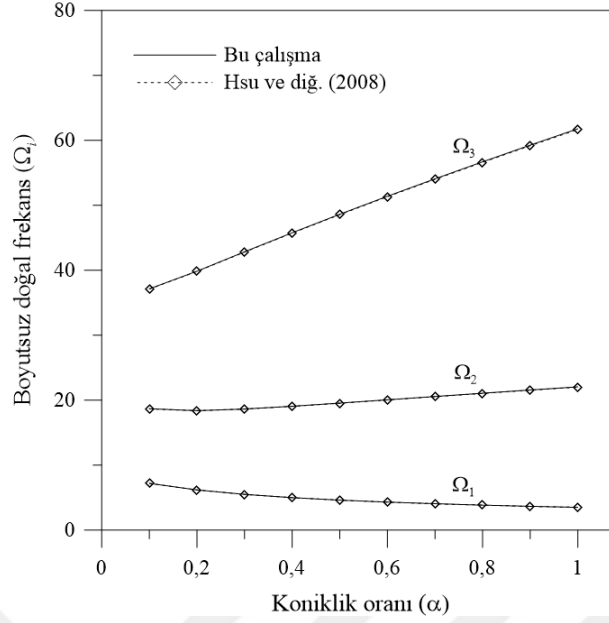
Tablo 3’te, kesik koni şeklindeki hasarsız konsol kirişin çeşitli kesiklik oranları için boyutsuz ilk beş doğal frekansı verilmiştir. Burada göz önüne alınan örnek, Wu ve Chen (2003) tarafından analitik yöntemle çözülmüştür. Karşılaştırma amacıyla, ANSYS® sonlu elemanlar programı ile gerçekleştirilen modal analizlerden elde edilen sonuçlar da tabloda sunulmuştur. Değişken kesitli kirişlerin ANSYS® programında modellenmesinde SOLID186 katı elemanı kullanılmıştır. Bu elemanda her birinde üç serbestlik derecesine (x , y ve z

doğrultusundaki yer değiştirmeler) sahip 20 düğüm noktası bulunmaktadır (şekil 8). Burada göz önüne alınan örnek için ANSYS® ortamında modellenen temsili konik kiriş şekil 9'da görölmektedir. Tablodan, çalışmanın sonuçların analitik çözümlerle son derece uyumlu olduğu görölmektedir. Bununla beraber, mod numaraları arttıkça çalışma sonuçları ile ANSYS® modal analiz sonuçları arasında fark açılmaktadır. Bunun sebebi, bu çalışmada ele alınan kiriş modelinin Bernoulli-Euler teorisine dayalı olması ve kayma deformasyonlarını dikkate almamasıdır. Hâlbuki bu örnekte ele alınan kirişlerde narinlik oranı (L / h_1) küçük olup, sonuçlar üzerinde kayma deformasyonları son derece etkilidir. Bu sebeple, bu örnek için her ne kadar analitik çözümlerle uyum yakalansa da, kayma deformasyonlarının etkili olduğu bu tür yüksek kirişlerde Timohenko teorisine geçilmesi ANSYS® sonuçlarına daha uyumlu sonuçlar elde edilmesini sağlayacaktır.

Tablo 4'te, hasarsız durumda konik konsol kirişin boyutsuz ilk beş doğal frekansı çeşitli koniklik oranları için verilmiştir. Karşılaştırma amacıyla Zhou ve Cheung (2000)'un Rayleigh-Ritz çözümleri ve Lau (1984)'nin kesin çözümleri göz önüne alınmıştır. Tablodaki sonuçlar incelendiğinde, $\alpha = 0,2$ koniklik için göz önüne alınan tüm yöntemlerin birbirleriyle gayet uyum içerisinde oldukları görölmektedir. EB8 elemanı ile bu çalışmadan elde edilen boyutsuz doğal frekansların ANSYS® ile gerçekleştirilen modal analiz sonuçlarına daha yakın olduğu, diğerlerinden ise bir miktar uzak olduğu görölmektedir. Bununla beraber, aradaki farklar kabul edilebilir sınırlar içerisinde.



şekil 6. Konsol konik kirişin boyutsuz ilk üç doğal frekansının koniklik oranıyla değişimi ($\Omega_i = \omega_i L^2 \sqrt{\rho A_1 / EI_1}$, $L/h_1 = 15$, $\alpha_b = 1$, $\alpha_t = \alpha$)



Şekil 7. Konsol konik kirişin boyutsuz ilk üç doğal frekansının koniklik oranıyla değişimi ($\Omega_i = \omega_i L^2 \sqrt{\rho A_1 / EI_1}$, $L/h_1 = 15$, $\alpha_b = \alpha_h = \alpha$)

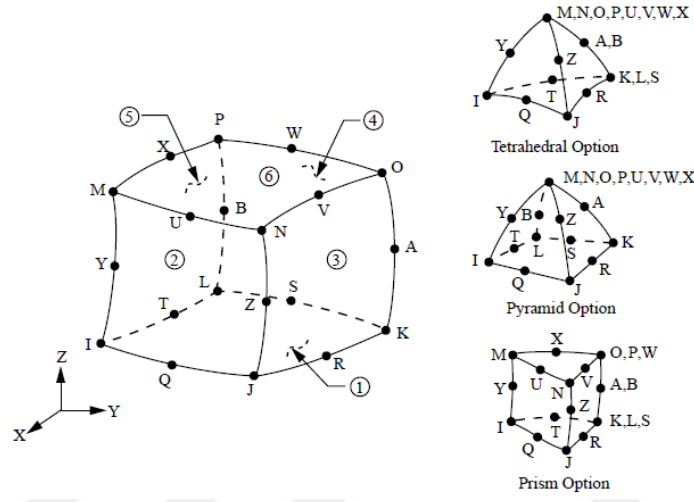
Tablo 3. Kesik koni şeklindeki hasarsız konsol kirişin çeşitli kesiklik oranları için boyutsuz ilk beş doğal frekansı ($L_1 = 2$ m, $L_0 = \alpha_h L_1$, $\alpha_h = h_2 / h_1$, $\Omega_i = \omega_i L_1 \sqrt{12\rho / E / h_2}$)

L_1 / L_0	Yöntem	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_5
2	Bu çalışma	15,312	73,364	189,314	362,296	592,822
	Analitik ¹	15,295	73,269	189,059	361,802	592,007
	ANSYS®	14,209	52,394	107,438	167,573	230,971
3	Bu çalışma	9,071	38,106	94,071	177,297	288,082
	Analitik	9,061	38,062	93,959	177,083	287,731
	ANSYS®	8,724	31,944	67,318	108,980	154,582
4	Bu çalışma	7,431	28,803	69,013	128,606	207,839
	Analitik	7,425	28,772	68,933	128,455	207,591
	ANSYS®	7,215	25,538	53,689	88,145	126,613
10	Bu çalışma	5,721	18,450	40,574	72,811	115,412
	Analitik	5,717	18,433	40,535	72,737	115,294
	ANSYS®	5,609	17,227	35,351	58,606	85,675

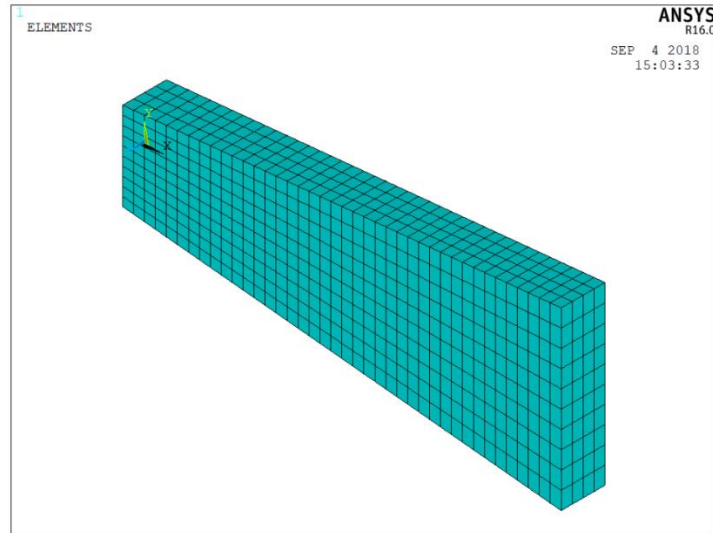
¹ Wu ve Chen (2003)

Yüksekliği açıklık boyunca doğrusal değişen sabit genişlikli konik konsol kirişin çeşitli hasar senaryoları için EB8 elemanı ve ANSYS® programıyla elde edilen ilk beş doğal frekansı (Hz) Tablo 5'te sunulmuştur. Şekil 10'da hasarlı konik kiriş için temsili ANSYS® sonlu eleman modeli ve çatlak bölgesi detayı görülmektedir. Tablo 5'ten görüleceği üzere, bu çalışmadan elde edilen sonuçlar ile ANSYS® sonuçları oldukça uyumludur. Şekil 11'de

üç çatlaklı hal için göz önüne alınan kirişin ilk beş mod şekli verilmiştir. Bu şekilden de görüleceği üzere her iki yöntemle elde edilen mod şekilleri arasındaki uyum son derece iyidir. Mod şekillerinden görüleceği üzere, çatlak bulunan yerlerde eğrilerde ani kırıklıklar meydana gelmektedir. Şekil 12’de ise üç çatlaklı kiriş için EB8 elemanı ile elde edilen mod şekli eğriliği değişimi görülmektedir. Mod şekli eğriliğinin hasar etkili rijitlik değişimlerine karşı son derece hassas olduğu ve çatlakların bulunduğu konumlarda aniden yükselme yaptıkları görülmektedir.



Şekil 8. SOLID186 üç boyutlu katı eleman



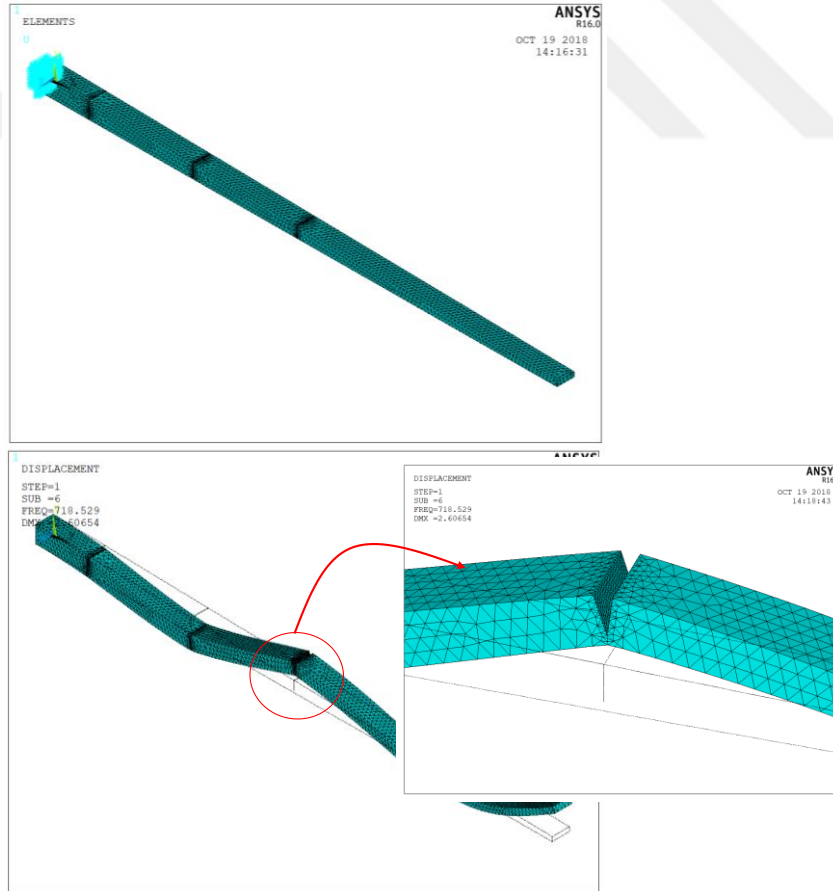
Şekil 9. Hasarsız konik kirişin üç boyutlu sonlu eleman modeli

Tablo 4. Hasarsız konsol kirişin boyutsuz ilk beş doğal frekansının çeşitli yöntemler için karşılaştırılması ($L/h_1 = 15$, $\alpha_b = \alpha_h = \alpha$, $\Omega_i = \omega_i L^2 \sqrt{\rho A_1 / EI_1}$)

α	Yöntem	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_5
0,2	Bu çalışma	6,4923	18,4024	38,9025	68,7758	108,2638
	ANSYS®	6,4822	18,2754	38,2860	66,8715	103,7665
	Rayleigh-Ritz ¹	6,1964	18,385	39,834	71,245	112,89
	Kesin çözüm ²	6,1964	18,385	39,834	71,242	112,83
0,5	Bu çalışma	5,3311	18,7923	43,8468	80,9377	130,2336
	ANSYS®	5,3247	18,6253	42,8835	77,7517	122,4519
	Rayleigh-Ritz	4,6252	19,548	48,579	91,816	149,43
	Kesin çözüm	4,6252	19,548	48,579	91,813	149,39
0,8	Bu çalışma	4,8319	19,2985	47,0711	88,3707	143,3447
	ANSYS®	4,8271	19,0975	45,8379	84,2096	133,1121
	Rayleigh-Ritz	3,8551	21,057	56,630	109,76	180,66
	Kesin çözüm	3,8551	21,057	56,630	109,76	180,61

¹ Zhou ve Cheung (2000)

² Lau (1984)



Şekil 10. Hasarlı konik kiriş için temsili ANSYS® sonlu eleman modeli ve çatlak bölgesi detayı

Tablo 5. Yüksekliği açıklık boyunca doğrusal değişen konsol kirişin ilk beş doğal frekansı (Hz) (EB8, $L = 0,6$ m, $b_1 = b_2 = 0,02$ m, $h_1 = 0,02$ m, $h_2 = 0,005$ m)

d_i / h_1	Yöntem	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
Hasarsız	Bu çalışma	55,3663	214,5786	514,1293	958,0858	1548,351
	ANSYS®	55,3371	214,1357	511,7005	950,0612	1528,468
Tek çatlak, $x_c / L = 0,1$						
0,15	Bu çalışma	54,8769	213,3584	512,8516	957,5848	1548,312
	ANSYS®	55,0031	213,2607	510,7032	949,5886	1528,449
0,30	Bu çalışma	53,9080	211,0396	510,4797	956,6573	1548,240
	ANSYS®	53,7684	210,1802	507,3006	947,9342	1528,402
0,50	Bu çalışma	50,2012	203,2271	502,9858	953,7341	1547,963
	ANSYS®	49,8543	201,7011	498,5692	943,6033	1528,047
İki çatlak, $x_{c1} / L = 0,1$, $x_{c2} / L = 0,3$						
0,15	Bu çalışma	54,4172	213,3577	510,2291	950,1183	1544,657
	ANSYS®	54,0897	211,0134	503,6495	934,1835	1508,401
0,30	Bu çalışma	52,4313	211,0292	501,3734	932,6731	1536,842
	ANSYS®	51,6389	207,7436	493,2627	913,9643	1498,408
0,50	Bu çalışma	44,0536	202,5796	455,7454	863,7425	1508,885
	ANSYS®	43,9644	198,2299	453,7426	852,7938	1469,038
Üç çatlak, $x_{c1} / L = 0,1$, $x_{c2} / L = 0,3$, $x_{c3} / L = 0,5$						
0,15	Bu çalışma	54,0626	211,3418	507,6169	944,8394	1527,701
	ANSYS®	53,7419	209,5299	501,2385	930,2806	1495,596
0,30	Bu çalışma	51,0552	202,5744	492,5681	908,5262	1474,857
	ANSYS®	50,2487	200,4695	484,1233	893,3722	1441,773
0,50	Bu çalışma	33,0813	141,2448	438,6071	768,3908	1312,761
	ANSYS®	37,8306	157,0905	434,6491	718,5286	1289,336

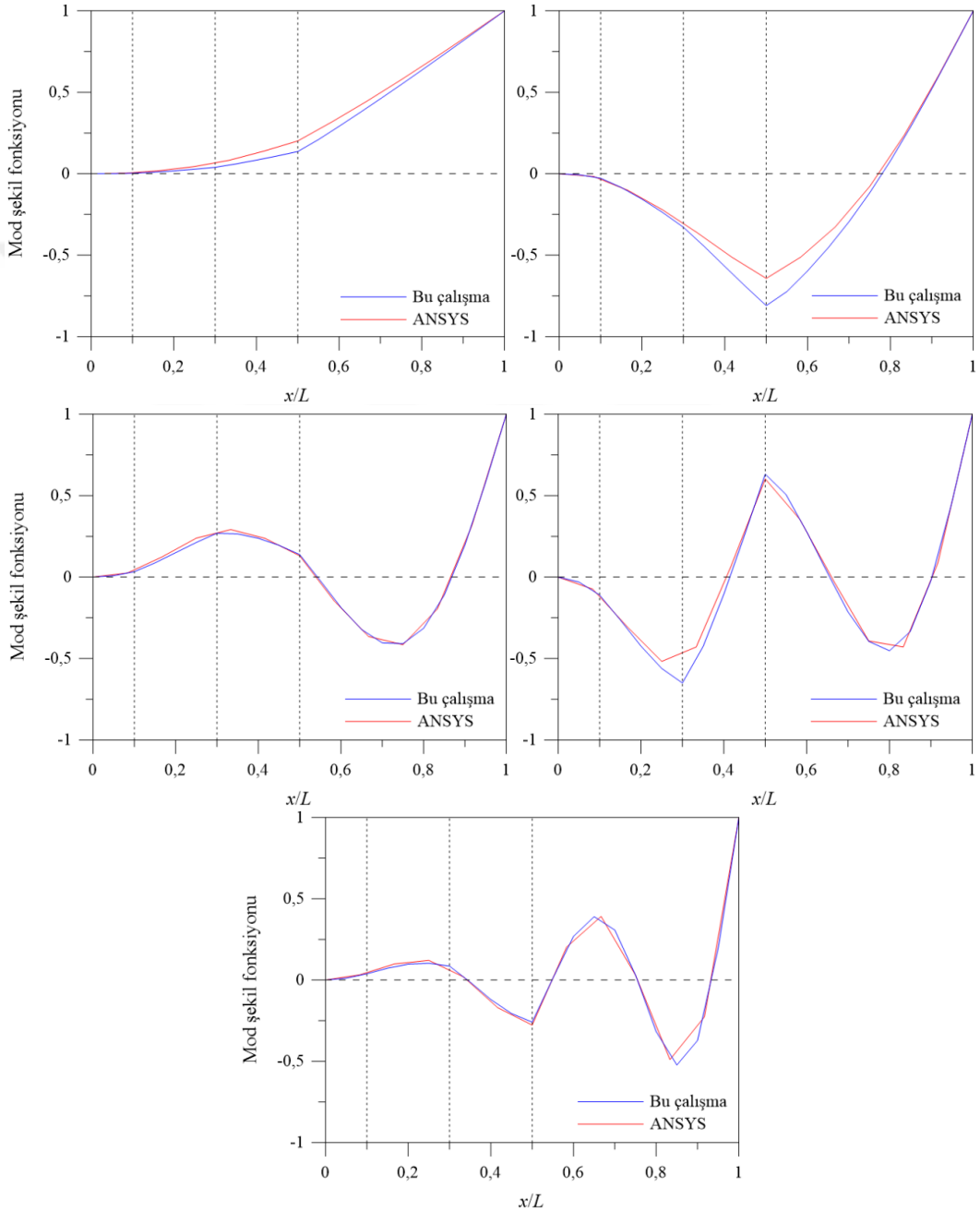
Tablo 6. Genişliği açıklık boyunca doğrusal değişen konsol konik kirişin ilk dört doğal frekansı (Hz) (EB8, $L = 130$ mm, $b_1 = 12$ mm, $b_2 = 22$ mm, $h_1 = h_2 = 1,8$ mm)

Durum	Yöntem	f_1	f_2	f_3	f_4
Hasarsız	Bu çalışma	47,2012	336,7236	979,4030	1937,340
	Deneysel ¹	46,625	336,030	992,345	1866,505
Tek çatlaklı	Bu çalışma	47,1627	336,5600	978,2749	1937,011
	Deneysel	46,600	336,015	992,040	1865,475
İki çatlaklı	Bu çalışma	47,0346	334,6442	977,8495	1927,371
	Deneysel	46,505	335,000	990,850	1862,900

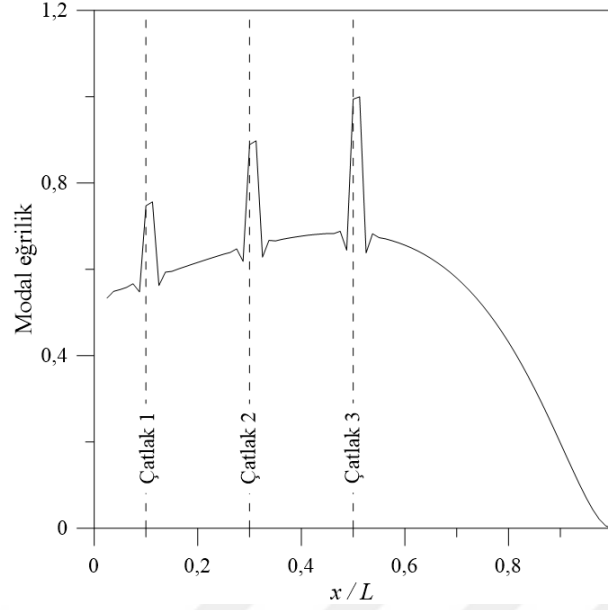
¹ Zhang ve Yan (2017)

Tablo 6’da, genişliği açıklık boyunca doğrusal değişen sabit yükseklikli konsol kirişin hasarsız durum ve çeşitli hasar durumları için ilk dört doğal frekansı verilmiştir. Bu örnekte,

Zhang ve Yan (2017) tarafından gerçekleştirilen deneysel ölçüm sonuçlarıyla karşılaştırma yapılmıştır. Kirişte çatlakın genişlik boyunca olduğu kabul edilmiştir. Tek çatlak için $x_{c1}/L = 0,32$ ve $d/b = 0,10$, iki çatlak için ise $x_{ci}/L = 0,03$ ve $0,5$ ve $d_i/b = 0,10$ ve $0,25$ ($i = 1,2$) olarak alınmıştır. Görüldüğü üzere, EB8 elemanı kullanılarak elde edilen doğal frekanslar deneysel olarak elde edilenlerle oldukça iyi bir uyum içerisindedir.



Şekil 11. Yüksekliği açıklık boyunca doğrusal değişen konsol kirişin ilk beş mod şekli (EB8, $L = 0,6$ m, $b_1 = b_2 = 0,02$ m, $h_1 = 0,02$ m, $h_2 = 0,005$ m)



Şekil 12. Yüksekliği açıklık boyunca doğrusal değişen konsol kirişte modal eğrilik değişimi ($L = 0,6$ m, $b_1 = b_2 = 0,02$ m, $h_1 = 0,02$ m, $h_2 = 0,005$ m)

3.3. Parametrik Çalışma

Bu bölümde, değişken kesitli kirişlerin çeşitli sınır şartları, koniklik oranları ve hasar durumları için EB6 ve EB8 kiriş elemanlarıyla elde edilen modal özellikleri (doğal frekans, mod şekli ve modal eğrilik) tablo ve grafiklerle sunulmuş ve irdelenmiştir. Sayısal analizlerde $L/h_1=15$ olarak alınmıştır. Doğal frekanslar, $\Omega_i = \omega_i L^2 \sqrt{\rho A_1 / EI_1}$ ($i = 1,2,3$) şeklinde boyutsuz olarak verilmiştir.

3.3.1. EB6 Sonlu Eleman Modeli Modal Analiz Sonuçları

Tablo 7-10'da sırasıyla basit (B-B), ankastre (A-A), konsol (A-S) ve serbest (S-S) kirişte ilk üç boyutsuz doğal frekansın koniklik oranı ile değişimi verilmiştir. Burada α değerinin artması konikliğin azalması ve üniform kesitli kiriş durumuna yaklaşılması anlamına gelmektedir. Koniklik azaldıkça B-B, A-A ve S-S kirişler için boyutsuz doğal frekanslar artmaktadır. A-S kirişte ise boyutsuz birinci doğal frekanslar için bir istisna söz konusudur. Tablo 9'dan da görüleceği üzere, konsol kirişte (A-S) koniklik azaldıkça serbest uca doğru kirişin rijitliği de artacağından doğal frekanslarda azalma görülmektedir. İki ucu

ankastre ve serbest kirişlerde diğer iki duruma göre daha büyük doğal frekans değerleri elde edilmiştir. Ayrıca yine bu tablolardan, üniform kiriş haline yaklaşıldıkça A-A ve S-S kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının birbirlerine çok yakın değerler aldığı görülmektedir.

Tablo 11-14'te sırasıyla basit (B-B), ankastre (A-A), konsol (A-S) ve serbest (S-S) kirişte tek hasar olması durumunda ilk üç boyutsuz doğal frekansın hasar şiddeti (derecesi) ve hasar yeri ile değişimi verilmiştir. Çatlak uzunluğunun (d/h_1) sabit kaldığı kabul edilmiştir. Hasar şiddeti β , kesitin hasarlı haldeki atalet momentinin hasarsız haldekine oranı şeklinde tanımlanmıştır ($\beta = I_D / I_U$). Kesitin doğrusal değişiminden dolayı çatlak uzunluğu sabit olmakla birlikte hasar şiddetleri (β), çatlak, kiriş üzerinde soldan sağa hareket ederken azalmaktadır. Tablolar incelendiğinde, çatlak kiriş üzerinde değişik konumlarda olmasına rağmen boyutsuz doğal frekanslarda büyük değişimler olmadığı görülmektedir. Bunun sebebi, hasar şiddetinin çatlak konumu ile eş zamanlı olarak değişmesidir. Özetle, çatlak uzunluğunun sabit olması durumunda çatlak konumunun değişmesi, doğal frekanslar üzerinde çok fazla bir etkiye sahip değildir.

Tablo 15-18'de sırasıyla basit (B-B), ankastre (A-A), konsol (A-S) ve serbest (S-S) kirişte iki enine çatlak olması durumunda, Tablo 19-22'de ise üç enine çatlak olması durumunda ilk üç boyutsuz doğal frekansın hasar şiddeti (derecesi) ve hasar yeri ile değişimi verilmiştir. Burada, çatlak uzunlukları yukarıda olduğu gibi $d / h_1 = 0,15$ sabit alınmıştır. Tablolar incelendiğinde, tek hasarlı durum için yapılan değerlendirmeler söz konusu olmaktadır. Yani, birbirlerine eşit uzunlukta çok sayıda çatlak içeren değişken kesitli kirişte, d / h_1 oranının sabit tutularak çatlak yerinin değiştirilmesi boyutsuz doğal frekanslar üzerinde önemli bir etki meydana getirmemektedir.

Tablo 7. Hasarsız iki ucu mafsallı (B-B) kirişin çeşitli koniklik oranları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = \alpha$)

α	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	3,051261	19,09387	41,49397
0,2	4,352675	21,93787	48,40302
0,3	5,358879	24,48015	54,43816
0,4	6,208616	26,85179	59,99138
0,5	6,956592	29,11035	65,22776
0,6	7,631382	31,28711	70,23556
0,7	8,250243	33,40129	75,06857
0,8	8,824577	35,46564	79,76245
0,9	9,362401	37,48915	84,34227
1,0	9,869604	39,47842	88,82645

Tablo 8. Hasarsız iki ucu ankastre (A-A) kirişin çeşitli koniklik oranları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = \alpha$)

α	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	10,76375	28,23588	54,10219
0,2	12,38197	33,21801	64,34032
0,3	13,83452	37,53267	73,06829
0,4	15,18978	41,47656	80,97756
0,5	16,47905	45,17585	88,35283
0,6	17,71987	48,69837	95,34455
0,7	18,92325	52,08556	102,0437
0,8	20,09663	55,36496	108,5105
0,9	21,24532	58,55596	114,7867
1,0	22,37329	61,67283	120,9034

Tablo 9. Hasarsız bir ucu ankastre diğeri serbest (A-S) kirişin çeşitli koniklik oranları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = \alpha$)

α	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	7,204872	18,68016	37,12384
0,2	6,196391	18,38547	39,83363
0,3	5,509261	18,64116	42,81041
0,4	5,009033	19,06486	45,73837
0,5	4,625150	19,54761	48,57890
0,6	4,318779	20,04998	51,33464
0,7	4,066933	20,55551	54,01519
0,8	3,855117	21,05675	56,63035
0,9	3,673701	21,55025	59,18864
1,0	3,516015	22,03449	61,69722

Tablo 10. Hasarsız iki ucu serbest (S-S) kirişin çeşitli koniklik oranları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = \alpha$)

α	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	15,20581	33,62107	59,95844
0,2	14,94847	36,32903	67,72307
0,3	15,41146	39,50196	75,21597
0,4	16,17260	42,73834	82,35628
0,5	17,07933	45,96299	89,21390
0,6	18,06632	49,15951	95,84936
0,7	19,10219	52,32612	102,3072
0,8	20,17065	55,46507	108,6201
0,9	21,26273	58,57957	114,8126
1,0	22,37329	61,67283	120,9034

Tablo 11. Tek hasarlı iki ucu mafsallı (B-B) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $d / h_1 = 0,15$)

x_c/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	6,954101	29,05476	64,96416
0,2	0,5787	6,945554	28,92238	64,68826
0,3	0,5585	6,929697	28,83080	64,99803
0,4	0,5364	6,907610	28,89304	65,19827
0,5	0,5120	6,883429	29,05739	64,62015
0,6	0,4850	6,864498	29,09213	64,55526
0,7	0,4552	6,860534	28,86119	65,21424
0,8	0,4219	6,880561	28,62457	64,53922
0,9	0,3846	6,924558	28,79633	64,10507
1,0	-	-	-	-

Tablo 12. Tek hasarlı iki ucu ankastre (A-A) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $d / h_1 = 0,15$)

x_c/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	16,36222	45,07530	88,33663
0,2	0,5787	16,44062	45,15069	87,91863
0,3	0,5585	16,47846	44,88877	87,76836
0,4	0,5364	16,45479	44,77136	88,34789
0,5	0,5120	16,38420	45,03562	87,64146
0,6	0,4850	16,32451	45,14842	87,45659
0,7	0,4552	16,34577	44,73141	88,34591
0,8	0,4219	16,45019	44,64833	87,14858
0,9	0,3846	16,41659	45,17379	88,11545
1,0	-	-	-	-

Tablo 13. Tek hasarlı bir ucu ankastre diğeri serbest (A-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $d / h_1 = 0,15$)

x_c/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	4,580243	19,43825	48,48785
0,2	0,5787	4,583813	19,52562	48,53986
0,3	0,5585	4,589117	19,54369	48,25593
0,4	0,5364	4,595994	19,47466	48,19841
0,5	0,5120	4,603890	19,35910	48,50461
0,6	0,4850	4,611868	19,28288	48,46700
0,7	0,4552	4,618695	19,31526	47,86702
0,8	0,4219	4,623190	19,43725	47,75847
0,9	0,3846	4,624972	19,53365	48,40367
1,0	-	-	-	-

Tablo 14. Tek hasarlı iki ucu serbest (S-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $d / h_1 = 0,15$)

x_c/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	17,07760	45,93571	89,05900
0,2	0,5787	17,05931	45,74174	88,45024
0,3	0,5585	17,00497	45,50094	88,66786
0,4	0,5364	16,91824	45,59201	89,20435
0,5	0,5120	16,83709	45,92001	88,36252
0,6	0,4850	16,81439	45,81128	88,55211
0,7	0,4552	16,87800	45,24143	89,09467
0,8	0,4219	16,99222	45,20019	87,46661
0,9	0,3846	17,06896	45,80733	88,39043
1,0	-	-	-	-

Tablo 15. İki hasarlı iki ucu mafsallı (B-B) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $x_{c1}/L = 0,5$, $d / h_1 = 0,15$)

x_{c2}/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	6,881014	29,00289	64,35609
0,2	0,5787	6,872725	28,87303	64,07403
0,3	0,5585	6,857342	28,78324	64,37828
0,4	0,5364	6,835909	28,84473	64,59720
0,5	0,5120	6,883429	29,05739	64,62015
0,6	0,4850	6,794164	29,03798	63,99583
0,7	0,4552	6,790414	28,80354	64,61053
0,8	0,4219	6,809875	28,56545	63,94342
0,9	0,3846	6,852462	28,74005	63,53881
1,0	-	-	-	-

Tablo 16. İki hasarlı iki ucu ankastre (A-A) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $x_{c1}/L = 0,5$, $d / h_1 = 0,15$)

x_{c2}/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	16,26653	44,93667	87,62399
0,2	0,5787	16,34480	45,01184	87,20378
0,3	0,5585	16,38342	44,75840	87,03461
0,4	0,5364	16,36149	44,64413	87,63292
0,5	0,5120	16,38420	45,03562	87,64146
0,6	0,4850	16,23537	45,00528	86,81298
0,7	0,4552	16,25629	44,58002	87,63207
0,8	0,4219	16,35714	44,50014	86,47677
0,9	0,3846	16,32180	45,03351	87,41889
1,0	-	-	-	-

Tablo 17. İki hasarlı bir ucu ankastre diğeri serbest (A-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $x_{c1}/L = 0,1$, $d / h_1 = 0,15$)

x_{c2}/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	6,954101	29,05476	64,96416
0,2	0,5787	6,943069	28,86747	64,43515
0,3	0,5585	6,927226	28,77715	64,74553
0,4	0,5364	6,905163	28,83979	64,93145
0,5	0,5120	6,881014	29,00289	64,35609
0,6	0,4850	6,862112	29,03621	64,30331
0,7	0,4552	6,858159	28,80601	64,95206
0,8	0,4219	6,878166	28,57129	64,27784
0,9	0,3846	6,922109	28,74262	63,85388
1,0	-	-	-	-

Tablo 18. İki hasarlı iki ucu serbest (S-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $x_{c1}/L = 0,5$, $d / h_1 = 0,15$)

x_{c2}/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	16,83543	45,89320	88,20835
0,2	0,5787	16,81792	45,70246	87,59431
0,3	0,5585	16,76577	45,46567	87,79473
0,4	0,5364	16,68235	45,55615	88,35723
0,5	0,5120	16,83709	45,92001	88,36252
0,6	0,4850	16,58315	45,76388	87,76425
0,7	0,4552	16,64485	45,18810	88,23146
0,8	0,4219	16,75422	45,14898	86,66639
0,9	0,3846	16,82725	45,76291	87,57741
1,0	-	-	-	-

Tablo 19. Üç hasarlı iki ucu mafsallı (B-B) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $x_{c1}/L = 0,5$, $x_{c2}/L = 0,4$, $d / h_1 = 0,15$)

x_{c3}/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	6,833536	28,79246	64,33034
0,2	0,5787	6,825393	28,66778	64,04445
0,3	0,5585	6,810290	28,58163	64,35115
0,4	0,5364	6,835909	28,84473	64,59720
0,5	0,5120	6,835909	28,84473	64,59720
0,6	0,4850	6,748494	28,82309	63,97830
0,7	0,4552	6,744910	28,58663	64,58779
0,8	0,4219	6,764006	28,35183	63,92455
0,9	0,3846	6,805654	28,52843	63,52289
1,0	-	-	-	-

Tablo 20. Üç hasarlı iki ucu ankastre (A-A) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $x_{c1}/L = 0,5$, $x_{c2}/L = 0,4$, $d / h_1 = 0,15$)

x_{c3}/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	16,24270	44,54494	87,61550
0,2	0,5787	16,32142	44,62312	87,19804
0,3	0,5585	16,36061	44,38269	87,03010
0,4	0,5364	16,36149	44,64413	87,63292
0,5	0,5120	16,36149	44,64413	87,63292
0,6	0,4850	16,21479	44,60946	86,80078
0,7	0,4552	16,23550	44,18489	87,62347
0,8	0,4219	16,33501	44,11536	86,46335
0,9	0,3846	16,29933	44,64195	87,40960
1,0	-	-	-	-

Tablo 21. Üç hasarlı bir ucu ankastre diğeri serbest (A-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($x_{c1}/L = 0,1$, $x_{c2}/L = 0,2$, $\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $d / h_1 = 0,15$)

x_{c3}/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	4,540067	19,41852	48,44604
0,2	0,5787	4,540067	19,41852	48,44604
0,3	0,5585	4,505986	19,41352	48,12279
0,4	0,5364	4,512536	19,34264	48,06980
0,5	0,5120	4,520028	19,22793	48,37436
0,6	0,4850	4,527570	19,15396	48,33218
0,7	0,4552	4,534003	19,18781	47,73530
0,8	0,4219	4,538228	19,30939	47,63082
0,9	0,3846	4,539899	19,40475	48,27237
1,0	-	-	-	-

Tablo 22. Üç hasarlı iki ucu serbest (S-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $x_{c1}/L = 0,5$, $x_{c2}/L = 0,4$, $d / h_1 = 0,15$)

x_{c3}/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	16,68072	45,53068	88,20234
0,2	0,5787	16,66354	45,34928	87,58448
0,3	0,5585	16,61244	45,12406	87,78522
0,4	0,5364	16,68235	45,55615	88,35723
0,5	0,5120	16,68235	45,55615	88,35723
0,6	0,4850	16,43594	45,38991	87,76086
0,7	0,4552	16,49651	44,81676	88,22640
0,8	0,4219	16,60250	44,78860	86,66443
0,9	0,3846	16,67289	45,40083	87,57408
1,0	-	-	-	-

3.3.2. EB8 Sonlu Eleman Modeli Modal Analiz Sonuçları

Bu kısımda değişken kesitli kirişin hasarsız ve farklı hasar durumları göz önüne alınarak EB8 kiriş elemanı ile elde edilen boyutsuz doğal frekanslar ve mod şekilleri sunulmuştur. Sayısal analizlerde $L/h_1=15$ olarak alınmıştır. Doğal frekanslar, $\Omega_i = \omega_i L^2 \sqrt{\rho A_1 / EI_1}$ ($i = 1,2,3$) şeklinde boyutsuz olarak verilmiştir.

Tablo 23-26'da sırasıyla basit (B-B), ankastre (A-A), konsol (A-S) ve serbest (S-S) kirişte ilk üç boyutsuz doğal frekansın koniklik oranı ile değişimi verilmiştir. Koniklik azaldıkça boyutsuz doğal frekanslar artmaktadır. Burada, daha önce de söylenildiği üzere A-S kirişte boyutsuz birinci doğal frekanslar için bir istisna söz konusudur. A-S kirişte, boyutsuz birinci doğal frekanslar, konikliğin azalmasıyla birlikte azalmaktadır. EB8 elemanı ile elemanı kullanılarak elde edilen sonuçlar çok iyi örtüşmektedir.

Tablo 27-30'da sırasıyla basit (B-B), ankastre (A-A), konsol (A-S) ve serbest (S-S) kirişte tek hasar olması durumunda ilk üç boyutsuz doğal frekansın hasar şiddeti (derecesi) ve hasar yeri ile değişimi verilmiştir. Burada da çatlak uzunluğunun (d/h_1) sabit kaldığı kabul edilmiştir. Ancak, kirişte açıklık boyunca kesit boyutlarının değişmesi sebebiyle, çatlak uzunluğu sabit kalmasına rağmen hasar şiddeti β değişmektedir. Bu tablolarda da EB6 elemanı ile yapılan analizlerde elde edilen sonuçlara benzer olarak çatlak konumundaki değişimin boyutsuz doğal frekanslarda çok az etkiye sahip olduğu görülmektedir.

Tablo 31-34'te sırasıyla basit (B-B), ankastre (A-A), konsol (A-S) ve serbest (S-S) kirişte iki enine çatlak olması durumunda, Tablo 35-38'de ise üç enine çatlak olması durumunda ilk üç boyutsuz doğal frekansın hasar şiddeti (derecesi) ve hasar yeri ile değişimi verilmiştir. Burada, çatlak uzunlukları yukarıda olduğu gibi $d / h_1 = 0,15$ sabit alınmıştır. Tablolar incelendiğinde, tek hasarlı durum için daha önce yapılan benzer değerlendirmeler geçerli olmaktadır. EB8 elemanı ile yapılan modal analizlerden de birbirlerine eşit uzunlukta çok sayıda çatlak içeren değişken kesitli kirişte, çatlak uzunluğu (d / h_1) sabit tutularak çatlak yerinin değiştirilmesinin boyutsuz doğal frekanslar üzerinde önemli bir etki meydana getirmediği bir kez daha görülmektedir.

Yukarıda her iki sonlu eleman modeli için verilen tablolar değerlendirildiğinde, hasar sayısının artması boyutsuz doğal frekansları azaltmaktadır. Ancak bu azalma, hasar derecesinin artmasıyla meydana gelen azalmaya göre daha küçük değerlerde olmaktadır.

Tablo 23. Hasarsız iki ucu mafsallı (B-B) kirişin çeşitli koniklik oranları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = \alpha$)

α	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	3,051251	19,09382	41,49379
0,2	4,352674	21,93786	48,40298
0,3	5,358879	24,48015	54,43814
0,4	6,208616	26,85179	59,99136
0,5	6,956592	29,11034	65,22774
0,6	7,631382	31,28711	70,23554
0,7	8,250243	33,40129	75,06856
0,8	8,824577	35,46564	79,76244
0,9	9,362401	37,48915	84,34226
1,0	9,869604	39,47842	88,82644

Tablo 24. Hasarsız iki ucu ankastre (A-A) kirişin çeşitli koniklik oranları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = \alpha$)

α	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	10,80746	28,35915	54,34716
0,2	12,42706	33,34338	64,58753
0,3	13,88250	37,66556	73,32978
0,4	15,24105	41,61837	81,25642
0,5	16,53377	45,32714	88,65022
0,6	17,77812	48,85937	95,66101
0,7	18,98507	52,25642	102,3796
0,8	20,16204	55,54575	108,8658
0,9	21,31435	58,74674	115,1617
1,0	22,44594	61,87363	121,2981

Tablo 25. Hasarsız bir ucu ankastre diğeri serbest (A-S) kirişin çeşitli koniklik oranları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = \alpha$)

α	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	7,210340	18,69602	37,15827
0,2	6,201313	18,40334	39,87596
0,3	5,514044	18,66130	42,86034
0,4	5,013839	19,08728	45,79568
0,5	4,630053	19,57228	48,64348
0,6	4,323814	20,07688	51,40640
0,7	4,072121	20,58462	54,09411
0,8	3,860467	21,08807	56,71640
0,9	3,679219	21,58378	59,28182
1,0	3,521702	22,07023	61,79753

Tablo 26. Hasarsız iki ucu serbest (S-S) kirişin çeşitli koniklik oranları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = \alpha$)

α	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	15,20581	33,62107	59,95841
0,2	14,94847	36,32902	67,72304
0,3	15,41146	39,50195	75,21594
0,4	16,17260	42,73834	82,35625
0,5	17,07933	45,96298	89,21388
0,6	18,06632	49,15950	95,84933
0,7	19,10219	52,32612	102,3072
0,8	20,17065	55,46507	108,6201
0,9	21,26273	58,57956	114,8126
1,0	22,37329	61,67282	120,9034

Tablo 27. Tek hasarlı iki ucu mafsallı (B-B) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5, d / h_1 = 0,15$)

x_c/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	6,954196	29,05687	64,97411
0,2	0,5787	6,945997	28,92987	64,70936
0,3	0,5585	6,930842	28,84252	65,00753
0,4	0,5364	6,909825	28,90273	65,19961
0,5	0,5120	6,886959	29,05994	64,64891
0,6	0,4850	6,869268	29,09308	64,58950
0,7	0,4552	6,865925	28,87491	65,21506
0,8	0,4219	6,885239	28,65365	64,57919
0,9	0,3846	6,926743	28,81756	64,17924
1,0	-	-	-	-

Tablo 28. Tek hasarlı iki ucu ankastre (A-A) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5, d / h_1 = 0,15$)

x_c/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	16,42018	45,22809	88,63324
0,2	0,5787	16,49646	45,30340	88,23359
0,3	0,5585	16,53320	45,05124	88,08576
0,4	0,5364	16,51046	44,93866	88,64548
0,5	0,5120	16,44287	45,19345	87,96790
0,6	0,4850	16,38640	45,30044	87,79815
0,7	0,4552	16,40775	44,90306	88,64302
0,8	0,4219	16,50718	44,83157	87,50533
0,9	0,3846	16,47319	45,32510	88,43922
1,0	-	-	-	-

Tablo 29. Tek hasarlı bir ucu ankastre diğeri serbest (A-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $d / h_1 = 0,15$)

x_c/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	4,586698	19,46594	48,55351
0,2	0,5787	4,590233	19,55075	48,60699
0,3	0,5585	4,595431	19,56865	48,33459
0,4	0,5364	4,602121	19,50288	48,27812
0,5	0,5120	4,609755	19,39275	48,57158
0,6	0,4850	4,617423	19,32067	48,53822
0,7	0,4552	4,623943	19,35234	47,96996
0,8	0,4219	4,628208	19,46840	47,87079
0,9	0,3846	4,629886	19,55922	48,47972
1,0	-	-	-	-

Tablo 30. Tek hasarlı iki ucu serbest (S-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $d / h_1 = 0,15$)

x_c/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	17,07767	45,93675	89,06490
0,2	0,5787	17,06012	45,75062	88,48038
0,3	0,5585	17,00814	45,52030	88,69023
0,4	0,5364	16,92551	45,60842	89,20482
0,5	0,5120	16,84872	45,92207	88,40258
0,6	0,4850	16,82808	45,81906	88,58567
0,7	0,4552	16,88938	45,28084	89,10128
0,8	0,4219	16,99765	45,24681	87,56810
0,9	0,3846	17,06968	45,81812	88,44750
1,0	-	-	-	-

Tablo 31. İki hasarlı iki ucu mafsallı (B-B) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $x_{c1}/L = 0,5$, $d / h_1 = 0,15$)

x_{c2}/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	6,884632	29,00746	64,39485
0,2	0,5787	6,876669	28,88277	64,12445
0,3	0,5585	6,861946	28,79703	64,41761
0,4	0,5364	6,841522	28,85655	64,62674
0,5	0,5120	6,886959	29,05994	64,64891
0,6	0,4850	6,802192	29,04160	64,05430
0,7	0,4552	6,799029	28,82028	64,63975
0,8	0,4219	6,817821	28,59773	64,01093
0,9	0,3846	6,858057	28,76420	63,63724
1,0	-	-	-	-

Tablo 32. İki hasarlı iki ucu ankastre (A-A) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $x_{c1}/L = 0,5$, $d / h_1 = 0,15$)

x_{c2}/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	16,32851	45,09592	87,94968
0,2	0,5787	16,40468	45,17096	87,54813
0,3	0,5585	16,44212	44,92658	87,38289
0,4	0,5364	16,42099	44,81688	87,95985
0,5	0,5120	16,44287	45,19345	87,96790
0,6	0,4850	16,30071	45,16409	87,17758
0,7	0,4552	16,32171	44,75928	87,95830
0,8	0,4219	16,41787	44,69077	86,85910
0,9	0,3846	16,38238	45,19135	87,76962
1,0	-	-	-	-

Tablo 33. İki hasarlı bir ucu ankastre diğeri serbest (A-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $x_{c1}/L = 0,1$, $d / h_1 = 0,15$)

x_{c2}/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	4,586698	19,46594	48,55351
0,2	0,5787	4,547957	19,44654	48,51444
0,3	0,5585	4,553047	19,46159	48,24117
0,4	0,5364	4,559579	19,39469	48,18843
0,5	0,5120	4,567013	19,28549	48,48281
0,6	0,4850	4,574463	19,21527	48,44669
0,7	0,4552	4,580785	19,24791	47,87817
0,8	0,4219	4,584914	19,36330	47,78121
0,9	0,3846	4,586537	19,45307	48,39009
1,0	-	-	-	-

Tablo 34. İki hasarlı iki ucu serbest (S-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $x_{c1}/L = 0,5$, $d / h_1 = 0,15$)

x_{c2}/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	16,84712	45,89627	88,25428
0,2	0,5787	16,83028	45,71310	87,66490
0,3	0,5585	16,78031	45,48644	87,85908
0,4	0,5364	16,70068	45,57401	88,39744
0,5	0,5120	16,84872	45,92207	88,40258
0,6	0,4850	16,60742	45,77416	87,83197
0,7	0,4552	16,66694	45,23064	88,27932
0,8	0,4219	16,77083	45,19856	86,80278
0,9	0,3846	16,83954	45,77593	87,67028
1,0	-	-	-	-

Tablo 35. Üç hasarlı iki ucu mafsalı (B-B) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $x_{c1}/L = 0,5$, $x_{c2}/L = 0,4$, $d / h_1 = 0,15$)

x_{c3}/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	6,839234	28,80612	64,37009
0,2	0,5787	6,831405	28,68620	64,09618
0,3	0,5585	6,816937	28,60379	64,39159
0,4	0,5364	6,841522	28,85655	64,62674
0,5	0,5120	6,841522	28,85655	64,62674
0,6	0,4850	6,758435	28,83619	64,03712
0,7	0,4552	6,755415	28,61305	64,61776
0,8	0,4219	6,773869	28,39347	63,99248
0,9	0,3846	6,813256	28,56173	63,62145
1,0	-	-	-	-

Tablo 36. Üç hasarlı iki ucu ankastre (A-A) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $x_{c1}/L = 0,5$, $x_{c2}/L = 0,4$, $d / h_1 = 0,15$)

x_{c3}/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	16,30558	44,71915	87,94170
0,2	0,5787	16,38217	44,79692	87,54266
0,3	0,5585	16,42015	44,56459	87,37858
0,4	0,5364	16,42099	44,81688	87,95985
0,5	0,5120	16,42099	44,81688	87,95985
0,6	0,4850	16,28078	44,78354	87,16624
0,7	0,4552	16,30157	44,37942	87,95021
0,8	0,4219	16,39651	44,32027	86,84668
0,9	0,3846	16,36073	44,81466	87,76095
1,0	-	-	-	-

Tablo 37. Üç hasarlı bir ucu ankastre diğeri serbest (A-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($x_{c1}/L = 0,1$, $x_{c2}/L = 0,2$, $\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $d / h_1 = 0,15$)

x_{c3}/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	4,547957	19,44654	48,51444
0,2	0,5787	4,547957	19,44654	48,51444
0,3	0,5585	4,515146	19,44192	48,20520
0,4	0,5364	4,521529	19,37443	48,15296
0,5	0,5120	4,528785	19,26510	48,44497
0,6	0,4850	4,536048	19,19511	48,40738
0,7	0,4552	4,542206	19,22814	47,84191
0,8	0,4219	4,546223	19,34381	47,74646
0,9	0,3846	4,547801	19,43367	48,35208
1,0	-	-	-	-

Tablo 38. Üç hasarlı iki ucu serbest (S-S) kirişin çeşitli hasar senaryoları için boyutsuz ilk üç doğal frekansı ($\alpha_h = \alpha_b = 0,5$, $x_{c1}/L = 0,5$, $x_{c2}/L = 0,4$, $d / h_1 = 0,15$)

x_{c3}/L	β	Ω_1	Ω_2	Ω_3
0,1	0,5972	16,69911	45,54944	88,24846
0,2	0,5787	16,68258	45,37486	87,65555
0,3	0,5585	16,63356	45,15881	87,85003
0,4	0,5364	16,70068	45,57401	88,39744
0,5	0,5120	16,70068	45,57401	88,39744
0,6	0,4850	16,46624	45,41692	87,82861
0,7	0,4552	16,52470	44,87578	88,27439
0,8	0,4219	16,62551	44,85357	86,80080
0,9	0,3846	16,69184	45,42944	87,66694
1,0	-	-	-	-

EB8 elemanının EB6 elemanı üzerindeki üstünlüğü eğriliği bağımsız bir değişken olarak göz önüne almasıdır. Eğrilik, kirişte rijitlik değişimlerine karşı son derece hassastır. Kirişte hasar, doğrudan rijitliğe etkileyen bir unsur olduğundan, eğrilik değişimleri değerlendirilerek hasar konumları kolayca tespit edilebilir. Bundan sonraki tablo ve grafiklerde, fiziksel özellikleri $L = 0,6$ m, $b_1 = b_2 = 0,02$ m, $h_1 = 0,02$ m, $h_2 = 0,005$ m olan çelik kirişin çeşitli sınır şartları ve hasar durumları için doğal frekans, mod şekli ve mod şekli eğriliği (modal eğrilik) sunulmuştur. Hasarlı durumlar için çatlak uzunluğunun $d / h_1 = 0,15$ olduğu kabul edilmiştir. Böyle bir değer seçilmesindeki sebep, sığ çatlaklar durumunda dahi modal eğriliğin hasar konumlarını tespitteki başarısını göstermektir. Bu kiriş için çeşitli sınır şartları ve hasar durumları göz önüne alınarak elde edilen ilk üç doğal frekans (Hz), Tablo 39-41’de verilmiştir. Bu tablolardan da en büyük doğal frekansların iki ucu ankastre (A-A) ve iki ucu serbest (S-S) kirişler için elde edildiği ve bu iki hale ait değerlerin birbirlerine yakın olduğu görülmektedir. En küçük doğal frekanslar ise konsol (A-S) kirişte elde edilmektedir.

Şekil 13-24’te, yukarıdaki paragrafta özellikleri verilen değişken kesitli kirişin göz önüne alınan hasar durumları ve sınır şartları için ilk üç mod şekli ile modal eğrilik değişimleri gösterilmiştir. Hasar durumunda, mod şekli eğrilerinde hasarın bulunduğu noktada süreksizlik (kırıklık) meydana gelir. Bununla beraber, kiriş üzerinde sığ çatlak bulunması (veya diğer bir deyişle hasar derecesinin küçük olması) durumunda, burada verilen şekillerden de görüleceği üzere, çatlak konumları açık olarak görülememektedir. Ancak, modal eğrilik grafiklerine bakıldığında, hasar konumlarında ani sıçramalar olduğu görülmektedir. Daha önce de ifade edildiği üzere mod şekli eğriliği, rijitlik değişimlerine

karşı çok hassas olduğundan literatürde de önemli bir hasar tespit yöntemi (aracı) olarak dikkat çekmektedir. EB8 sonlu eleman modeli yardımıyla mod şekli eğriliğinin doğrudan elde edilebilmesi ve bunun açıklık boyunca değişiminin incelenerek hasar (çatlak) konumlarının kolayca tespit edilebilmesi, bu elemanın önemli bir avantajı olarak ortaya çıkmaktadır.

Tablo 39. Yüksekliği doğrusal değişen tek hasarlı kirişin çeşitli sınır şartları için ilk üç doğal frekansı (Hz) ($x_{c1}/L = 0,1$)

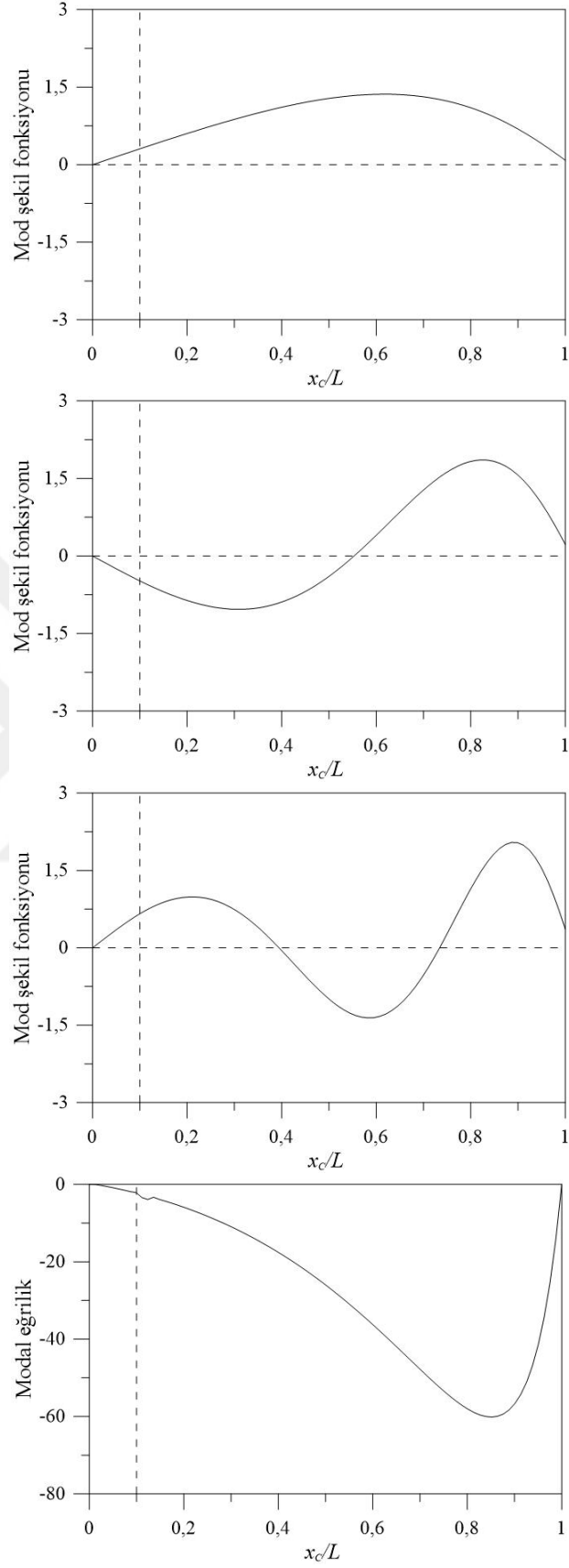
Sınır şartı	f_1	f_2	f_3
B-B	70,8316	301,0110	670,1983
A-A	167,4069	461,7043	905,6243
A-S	54,8769	213,3584	512,8516
S-S	184,2360	482,5023	925,3524

Tablo 40. Yüksekliği doğrusal değişen iki hasarlı kirişin çeşitli sınır şartları için ilk üç doğal frekansı (Hz) ($x_{ci}/L = 0,1$ ve $0,3$)

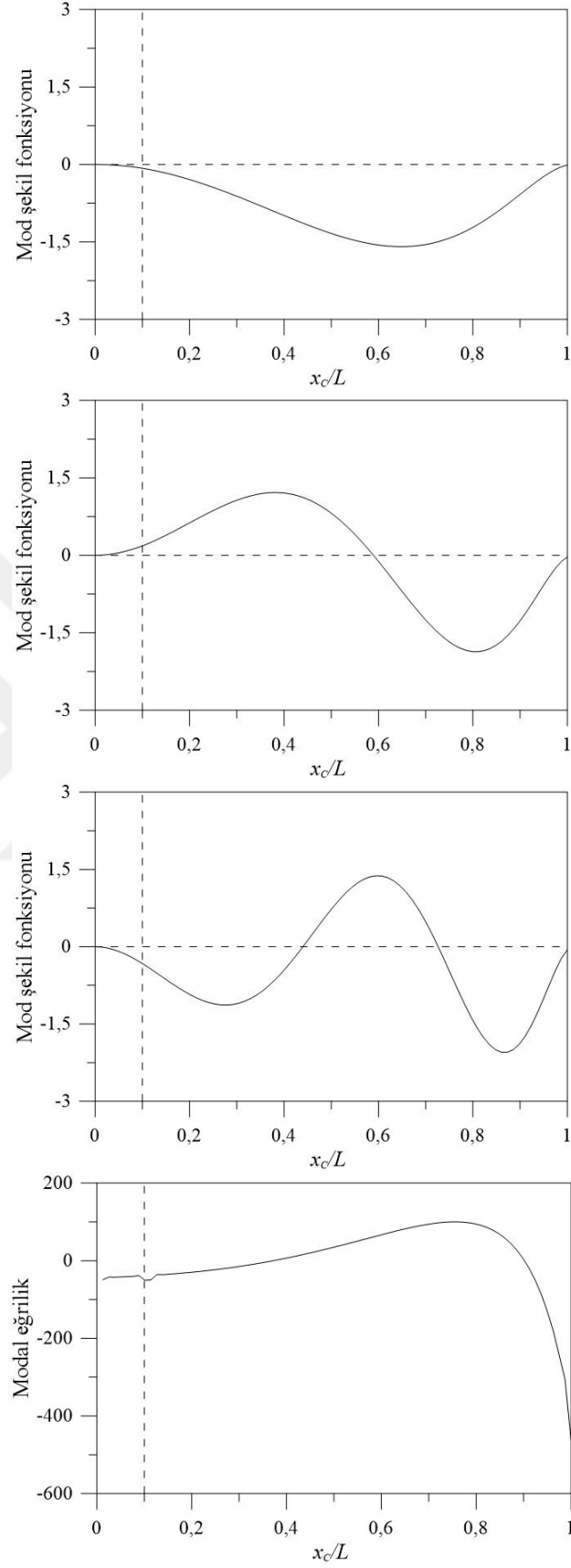
Sınır şartı	f_1	f_2	f_3
B-B	70,6253	298,1257	666,2434
A-A	167,3022	459,6773	898,1722
A-S	54,4172	213,3577	510,2291
S-S	183,6084	477,9976	917,4833

Tablo 41. Yüksekliği doğrusal değişen üç hasarlı kirişin çeşitli sınır şartları için ilk üç doğal frekansı (Hz) ($x_{ci}/L = 0,1, 0,3$ ve $0,5$)

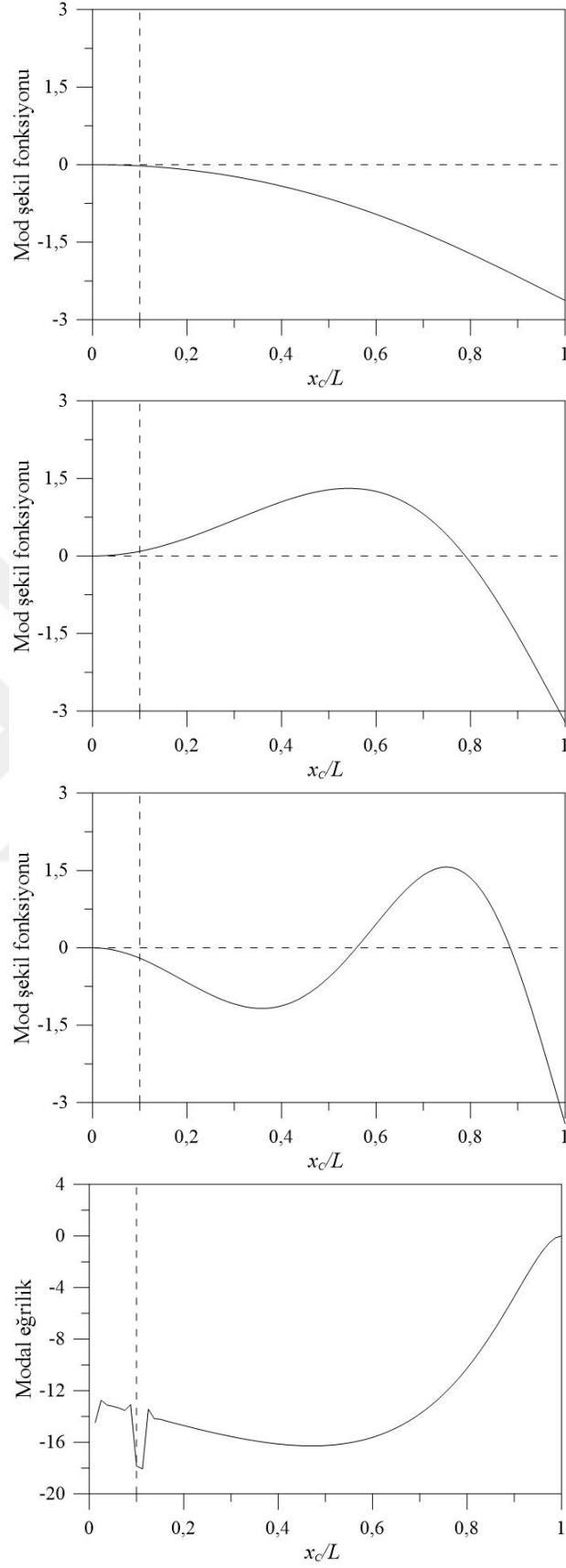
Sınır şartı	f_1	f_2	f_3
B-B	69,8498	296,4998	661,7297
A-A	166,6247	455,8293	894,6553
A-S	54,0626	211,3418	507,6169
S-S	180,6643	476,1658	911,0353



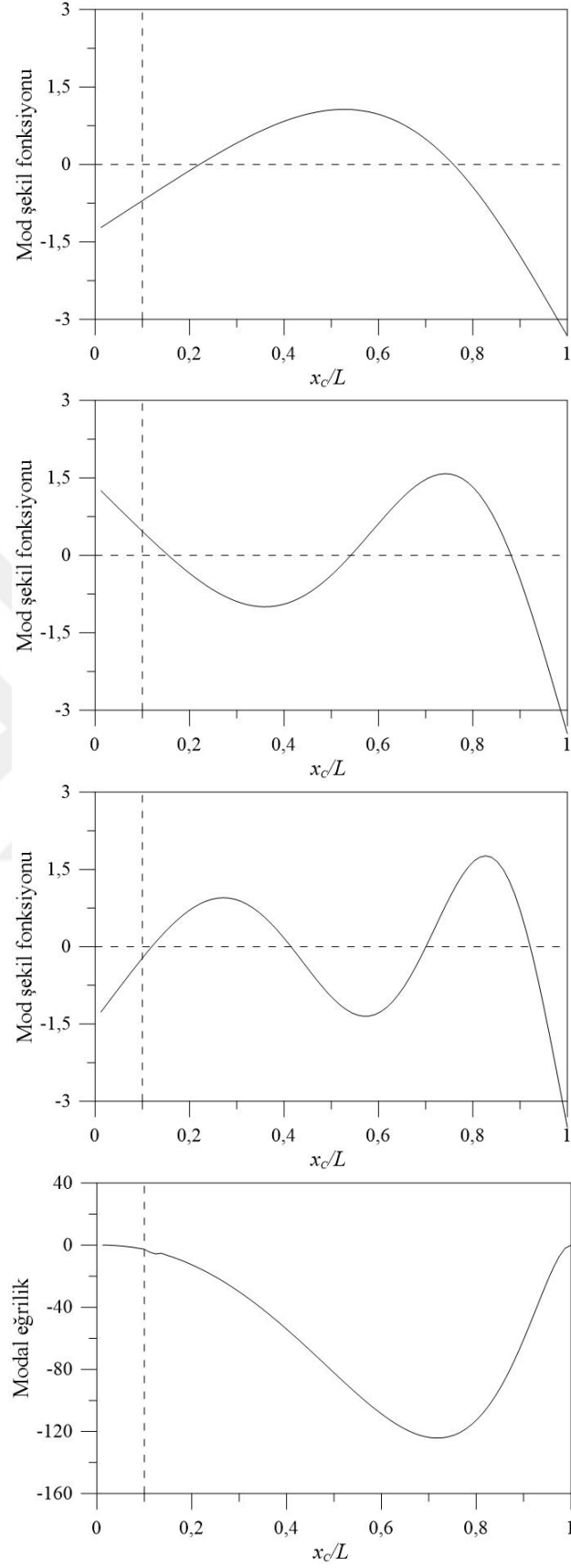
Şekil 13. Yüksekliği doğrusal değişen tek hasarlı basit kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi



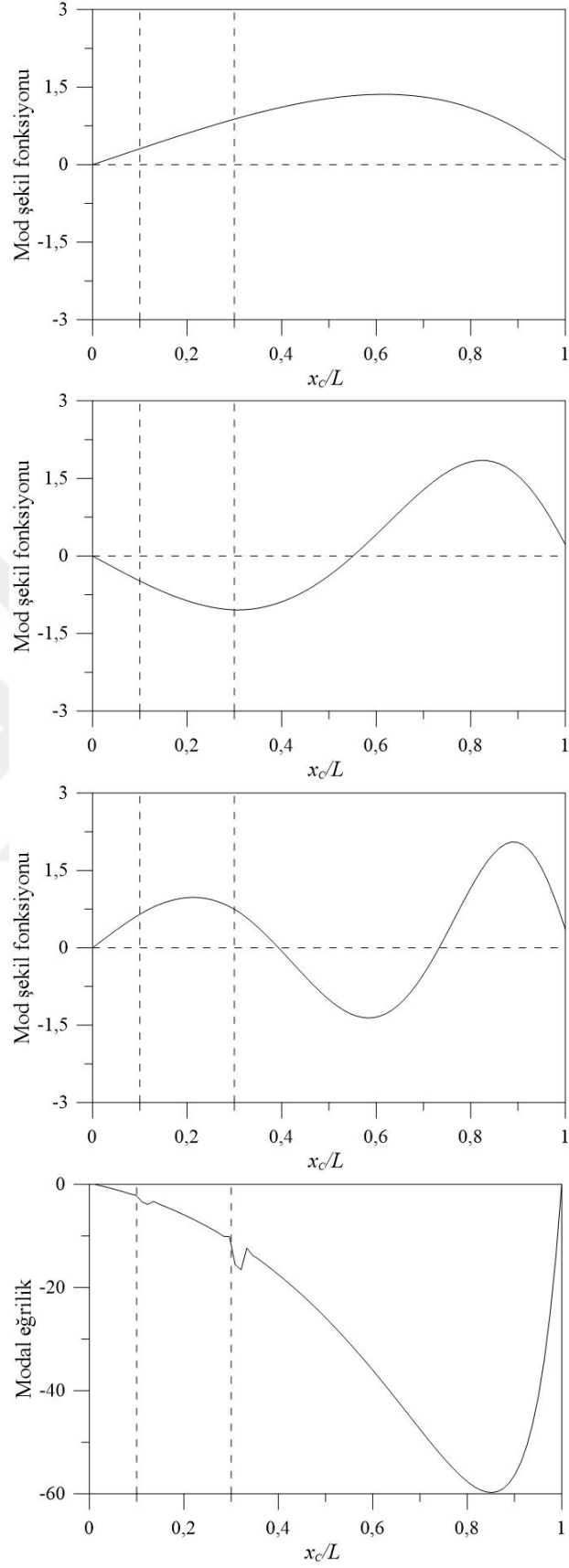
Şekil 14. Yüksekliği doğrusal değişen tek hasarlı iki ucu ankastre kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi



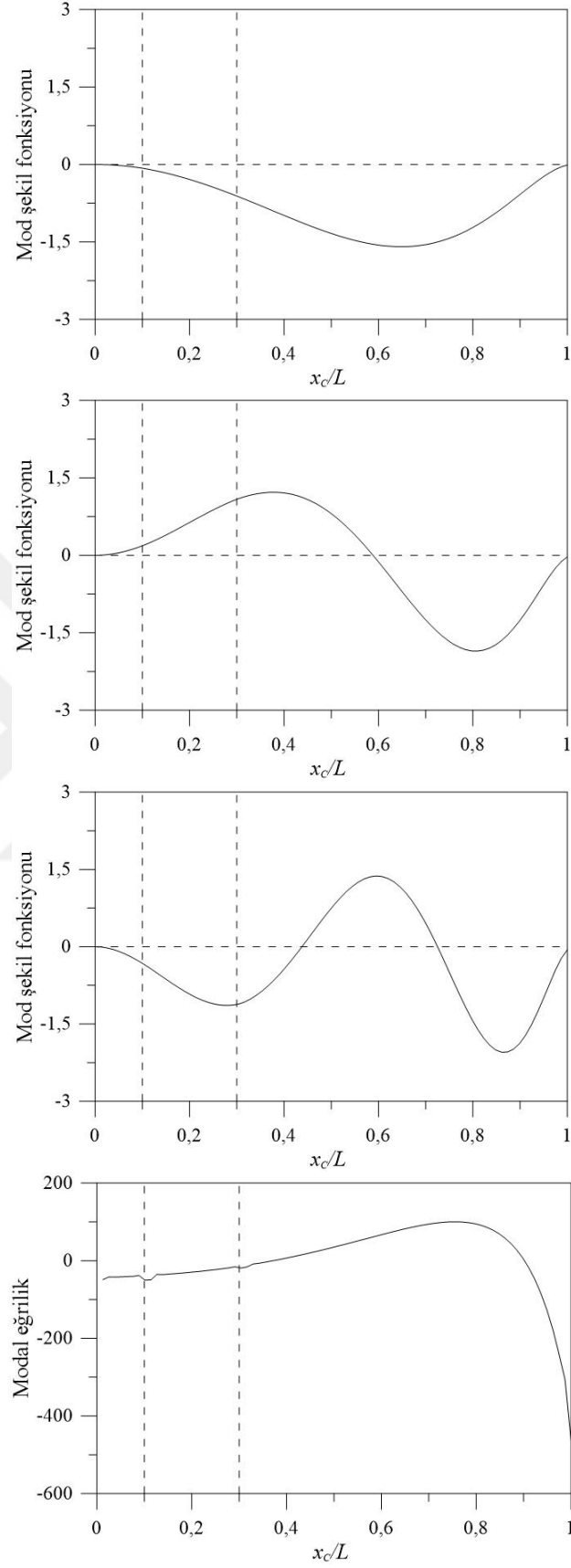
Şekil 15. Yüksekliği doğrusal değişen tek hasarlı konsol kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi



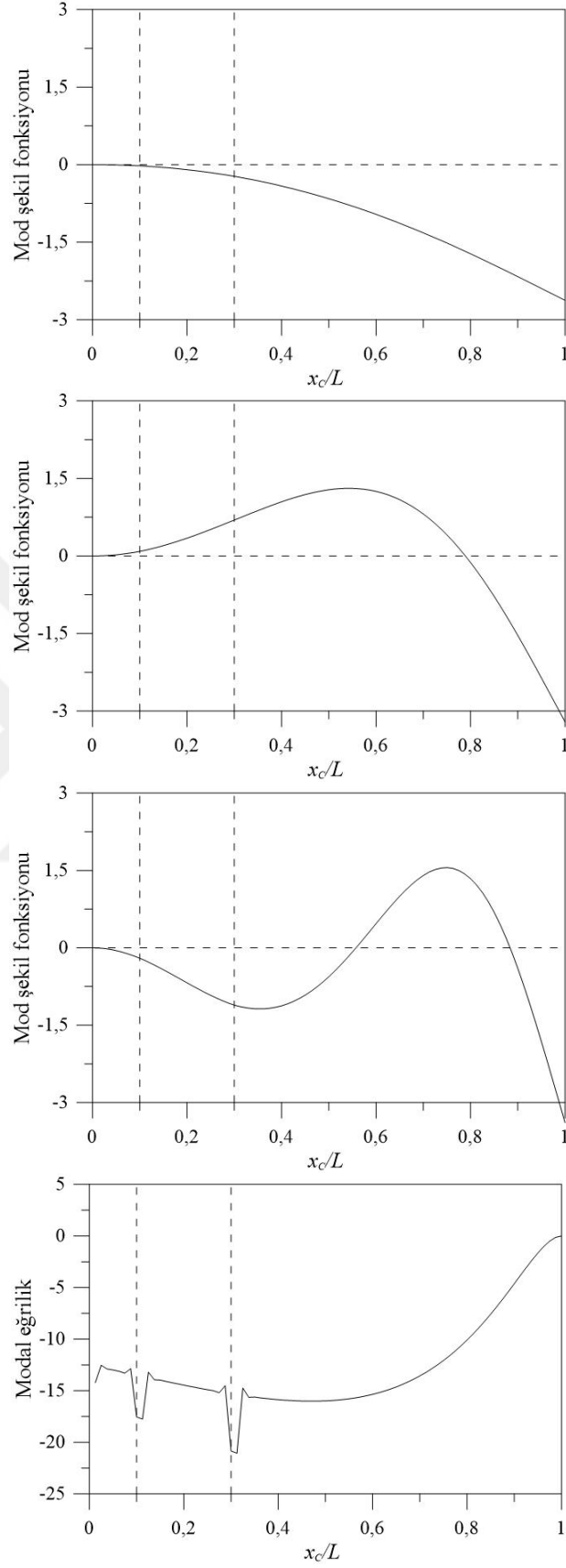
Şekil 16. Yüksekliği doğrusal değişen tek hasarlı iki ucu serbest kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi



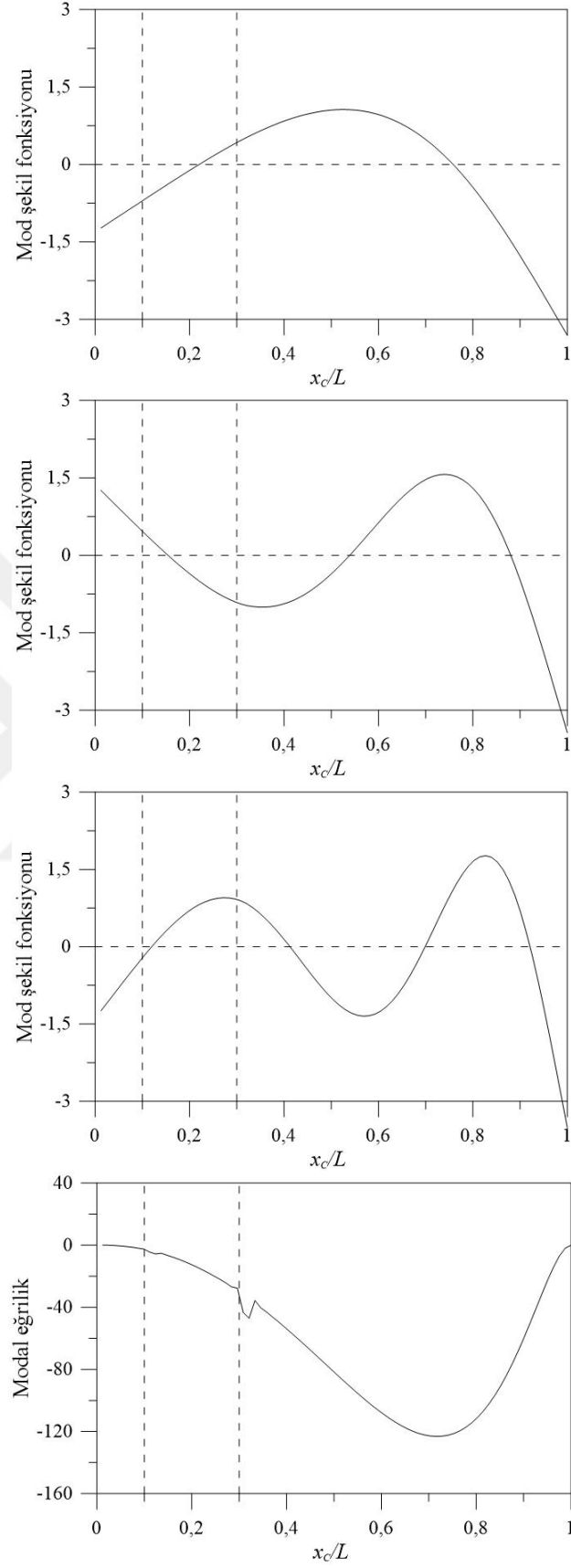
Şekil 17. Yüksekliği doğrusal değişen iki hasarlı basit kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi



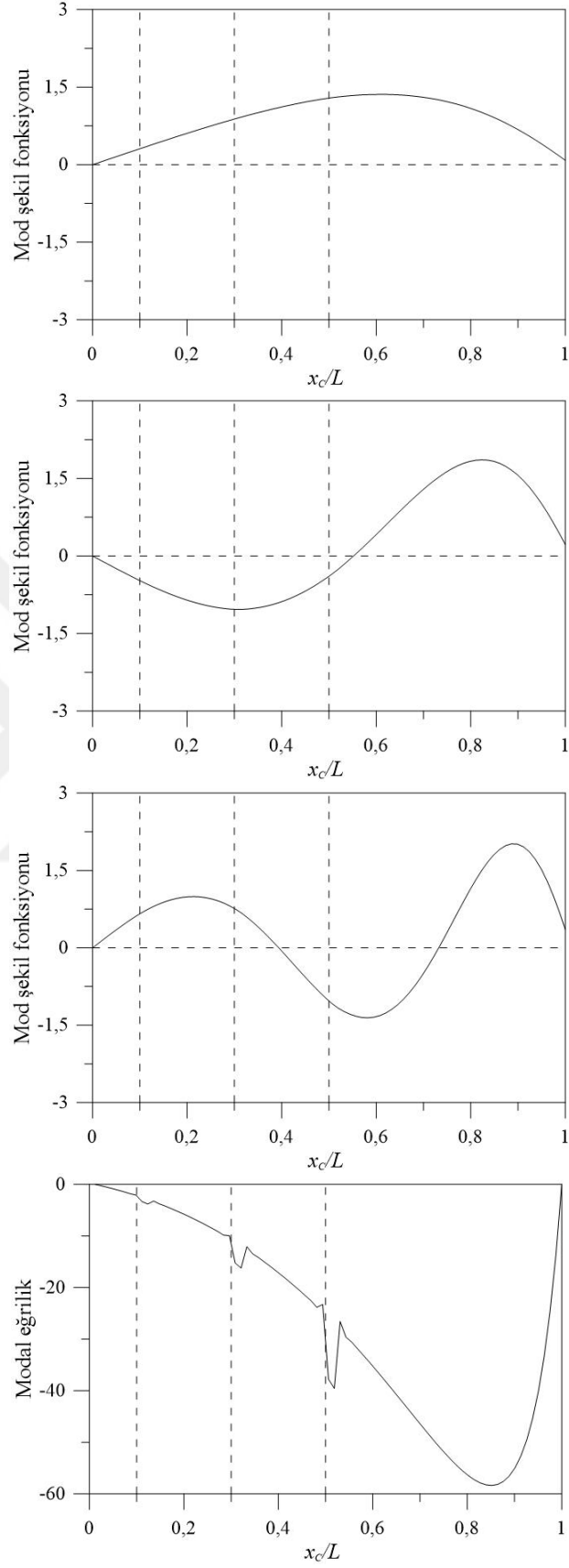
Şekil 18. Yüksekliği doğrusal değişen iki hasarlı iki ucu ankastre kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi



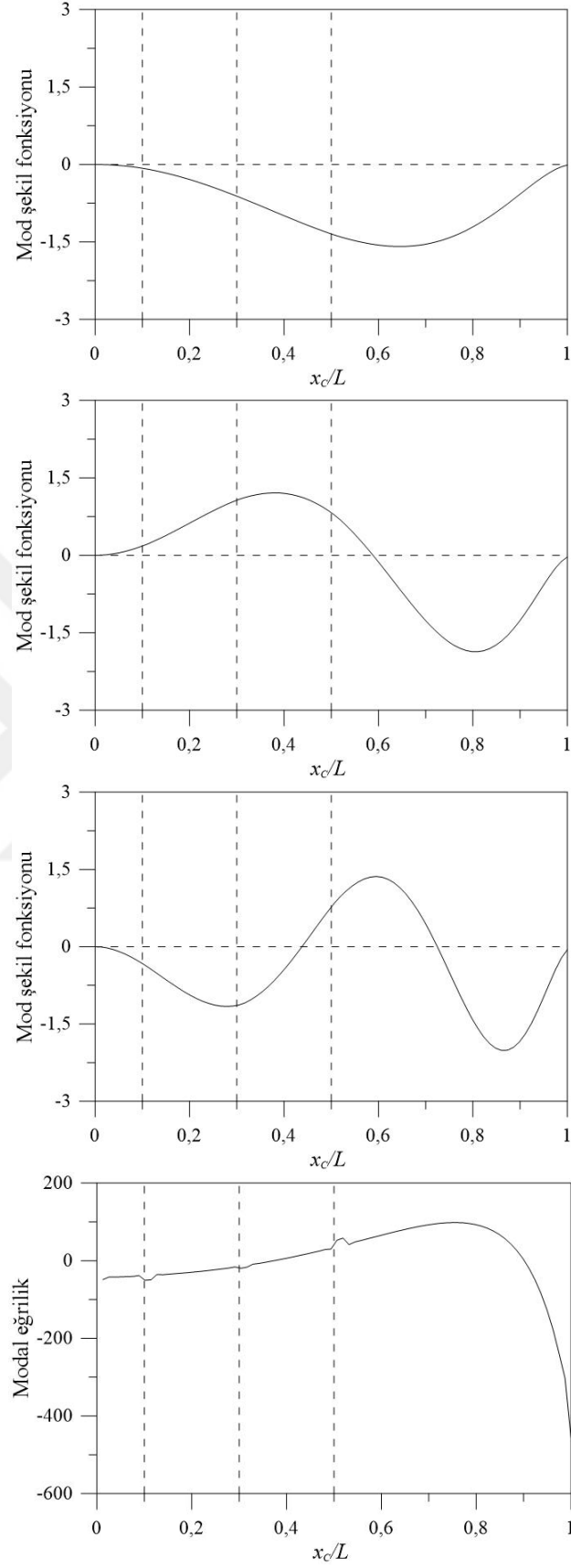
Şekil 19. Yüksekliği doğrusal değişen iki hasarlı konsol kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi



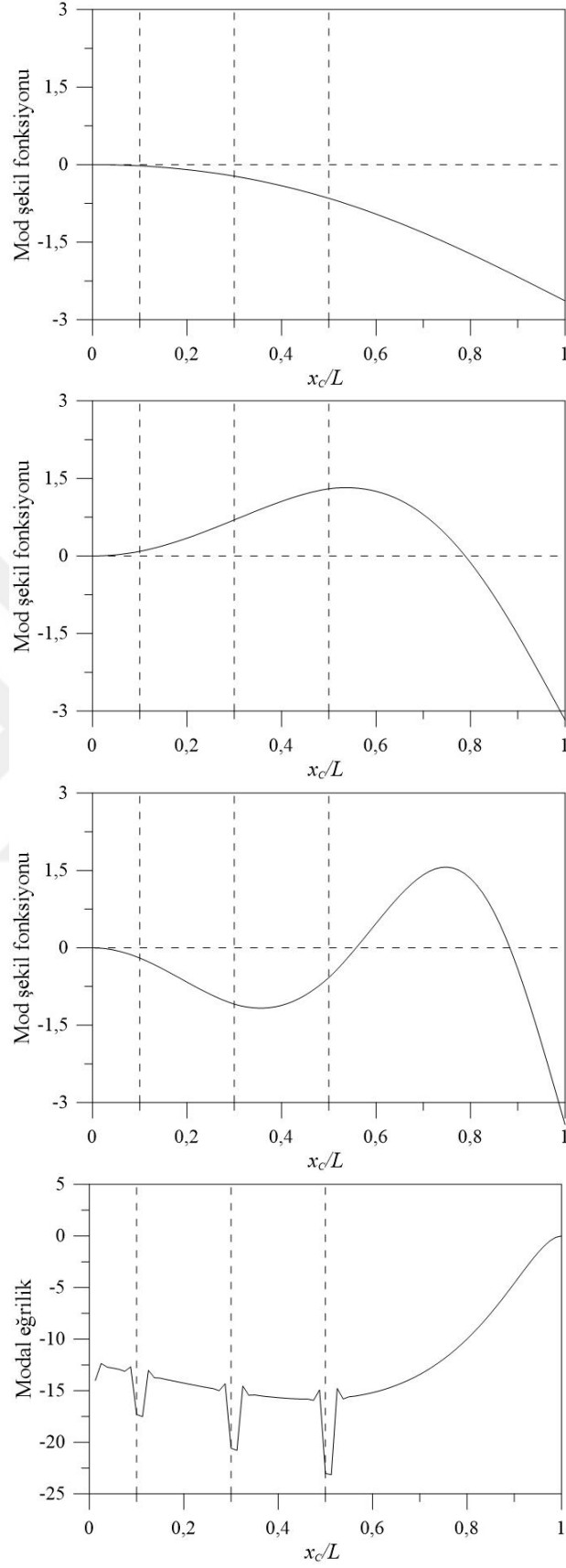
Şekil 20. Yüksekliği doğrusal değişen iki hasarlı iki ucu serbest kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi



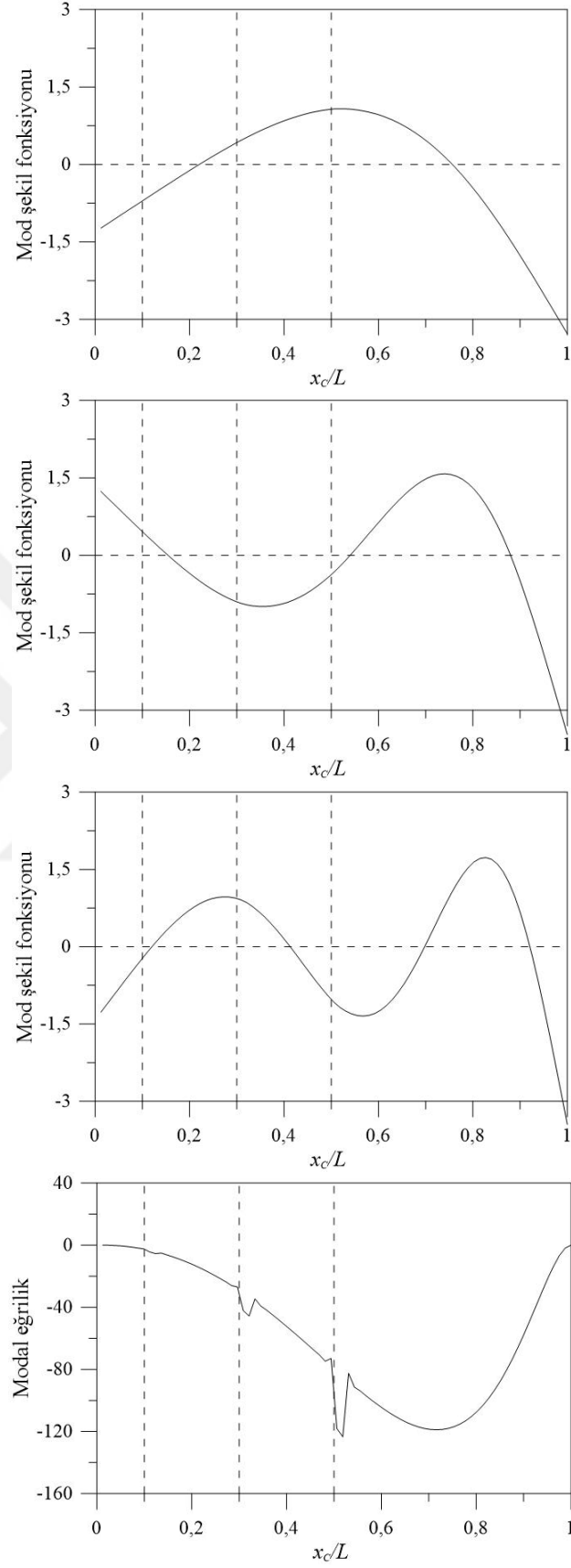
Şekil 21. Yüksekliği doğrusal değişen uç hasarlı basit kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi



Şekil 22. Yüksekliği doğrusal değişen üç hasarlı iki ucu ankastre kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi



Şekil 23. Yüksekliği doğrusal değişen üç hasarlı konsol kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi



Şekil 24. Yüksekliği doğrusal değişen üç hasarlı serbest kirişin ilk üç mod şekli ve modal eğrilik değişimi

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında, birden fazla hasar içeren değişken kesitli Euler-Bernoulli kirişlerinin serbest titreşimleri sonlu elemanlar yöntemiyle incelenmiştir. İki farklı tipte sonlu eleman modeli için kütle ve rijitlik matrisleri Galerkin yöntemiyle elde edilmiştir. Fortran dilinde yazılan sonlu eleman programı yardımıyla sayısal çözümler gerçekleştirilmiştir. Önerilen yöntemin doğruluğu, mevcut literatür ve ANSYS® üç boyutlu sonlu eleman analizleriyle karşılaştırmalar yapılarak gösterilmiştir. Serbest titreşim karakteristikleri üzerinde koniklik oranı, hasarın sayısı, yeri ve şiddetinin etkisini göstermek üzere parametrik çalışma yapılmıştır. Çalışmadan çıkarılan sonuçlar aşağıda maddeler halinde sıralanmıştır:

1. Koniklik azaldıkça, boyutsuz doğal frekanslar artmaktadır. Ancak, konsol kirişte konikliğin artması boyutsuz birinci doğal frekansların azalmasına sebep olmaktadır.
2. En büyük doğal frekanslar iki ucu ankastre (A-A) ve iki ucu serbest (S-S) kirişler için elde edilmektedir. Bu iki sınır şartı için doğal frekansların birbirlerine çok yakın değerler aldığı görülmüştür. Bu sonuç, Abrate (1995) ile örtüşmektedir.
3. Hasar derecesinin (şiddetinin) artması boyutsuz doğal frekansları azaltmaktadır. Çatlak sayısının artması da doğal frekansları azaltmakla birlikte, etkisi hasar şiddeti kadar değildir.
4. Değişken kesitli kirişte çatlak uzunluğu sabit kalıp sadece konumu değiştiğinde, incelenen tüm durumlarda boyutsuz doğal frekansların çok az değişiklikleri görülmüştür.
5. Modal eğrilik yardımıyla çatlak konumları kolayca tespit edilebilmektedir. Sığ çatlakların mevcudiyeti halinde bile sonuçlar tatmin edicidir. EB8 elemanı, bu yönüyle önemli bir avantaj sağlamaktadır.

Tez çalışması kapsamında ele alınan konunun devamı olarak gelecekte yapılabilecek çalışmalar aşağıda sıralanmıştır:

1. Kayma deformasyonu ve dönel atalet etkileri dikkate alınarak çalışma Timoshenko kiriş elemanı için tekrarlanabilir.

2. Çalışmada klasik sınır şartları dikkate alınmıştır. Uç koşulları genelleştirilerek çalışmanın sonuçları genişletilebilir. Ayrıca, elastik zemine oturan değişken kesitli kirişlere çalışma genişletilebilir.
3. Tabakalı kompozit ve fonksiyonel derecelendirilmiş değişken kesitli kirişler için benzer çalışma yapılabilir.
4. Hasarın tanımlanmasında çatlak bölgesindeki elemanlarda rijitliğin azaltılması yoluna başvurulmuştur. Bunun yerine hasarlı kesitte ağırlıksız dönel yay tanımlanarak transfer matrisi yöntemiyle hasarlı kiriş elemanı türetilir.
5. Konik kirişlerde burkulma (stabilite) problemi ele alınabilir.
6. Kesitin sadece doğrusal değiştiği düşünülmüştür. Kesitin üstel veya kuvvet fonksiyonu şeklinde daha genel değiştiği durumlar için çalışmanın sonuçları genişletilebilir.
7. Çalışmada sadece modal parametrelerin (doğal frekans, mod şekli, modal eğrilik) sayısal olarak belirlenmesi ele alınmıştır. Geliştirilen sonlu eleman programı, deneysel ölçüm verilerine dayalı hasar tespiti algoritmalarıyla birleştirilerek hasar tespiti uygulamalarında kullanılabilir.

5. KAYNAKLAR

- Abrate, S., 1995. Vibration of Non-Uniform Rods and Beams, Journal of Sound and Vibration, 185, 703–716.
- Altunışık AC, Okur FY ve Kahya V., 2017. Modal Parameter Identification and Vibration Based Damage Detection of A Multiple Cracked Cantilever Beam, Engineering Failure Analysis, 79, 154–70.
- Altunışık AC, Okur FY ve Kahya V., 2017. Structural Identification of A Cantilever Beam with Multiple Cracks: Modeling and Validation, International Journal of Mechanical Sciences, 130, 74–89.
- Altunışık AC, Okur FY, Karaca S, Kahya V., 2018. Vibration-Based Damage Detection in Beam Structures with Multiple Cracks: Modal Curvature vs. Modal Flexibility Methods, Nondestructive Testing and Evaluation, 34, 33–53.
- Attar M., 2012. A Transfer Matrix Method for Free Vibration Analysis and Crack Identification of Stepped Beams with Multiple Edge Cracks and Different Boundary Conditions, International Journal Mechanical Sciences, 57, 19–33.
- Auciello NM, Ercolano A., 1997. Exact Solution for the Transverse Vibration of A Beam A Part of Which is A Taper Beam and Other Part is A Uniform Beam, International Journal of Solids and Structures, 34, 2115–29.
- Bakhtiari-Nejad F, Khorram A ve Rezaeian M., 2014. Analytical Estimation of Natural Frequencies and Mode Shapes of A Beam Having Two Cracks, International Journal Mechanical Sciences, 78, 193–202.
- Behzad M, Meghdari A, Ebrahimi A., 2005. A New Approach for Vibration Analysis of A Cracked Beam, International Journal of Engineering, 18, 319–30.
- Binici B., 2005. Vibration of Beams with Multiple Open Cracks Subjected to Axial Force, Journal of Sound and Vibration, 287, 277–95.
- Caddemi S, Calì I., 2009. Exact Closed-Form Solution for the Vibration Modes of the Euler-Bernoulli Beam with Multiple Open Cracks, Journal of Sound and Vibration, 327, 473–89.
- Chaudhari TD, Maiti SK., 2000. A Study of Vibration of Geometrically Segmented Beams with and Without Crack, International Journal of Solids and Structures, 37, 761–79.
- Chaudhari TD, Maiti SK., 2002. Modelling of Transverse Vibration of Beam of Linearly Variable Depth with Edge Crack, Engineering Fracture Mechanics, 63, 425–445.
- Chondros TG, Dimarogonas AD ve Yao J., 1998. A Continuous Cracked Beam Vibration Theory, Journal Sound of Vibration, 215, 17–34.

- Ece MC, Aydogdu M ve Taskin V., 2007. Vibration of A Variable Cross-Section Beam. Mechanics Research Communications, 34, 78–84.
- Eroglu U, Tufekci E., 2016. Exact Solution Based Finite Element Formulation of Cracked Beams for Crack Detection, International Journal Solids and Structures, 96, 240–53.
- Firouz-Abadi RD, Haddadpour H ve Novinzadeh AB., 2007. An Asymptotic Solution to Transverse Free Vibrations of Variable-Section Beams. Journal Sound of Vibration, 304, 530–40.
- Haskul, M. ve Kısa, M., 2015. Finite Element Method for the Vibration of Cracked Beams with Varying Cross Section, Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics, 15, 1, 129-130,
- He P, Liu Z ve Li C., 2013. An Improved Beam Element for Beams with Variable Axial Parameters, Shock and Vibration, 20, 601–17.
- Hou YC, Tseng CH ve Ling SF., 1996. A New High-Order Non-Uniform Timoshenko Beam Finite Element on Variable Two-Parameter Foundations for Vibration Analysis, Journal of Sound and Vibration, 191, 91–106.
- Hsu JC, Lai HY ve Chen CK., 2008. Free Vibration of Non-Uniform Euler-Bernoulli Beams by the Adomian Modified Decomposition Method, Journal of Sound and Vibration, 318, 965–81.
- Kahya V, Karaca S., 2018. Hareketli Yük Etkisindeki Çatlaklı Elastik Kirişlerde Gerilme Şiddeti Faktörleri, Gazi Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi, 33, 1.
- Kahya, V., Güneş, S. D., Karaca, S., 2018. Finite Element Model for Free Vibration Analysis of Tapered Elastic Beams with Multiple Cracks, International Congress on Engineering and Architecture, Alanya.
- Kisa M, Arif Gurel M., 2007. Free Vibration Analysis of Uniform and Stepped Cracked Beams with Circular Cross Sections, International Journal of Engineering Science, 45, 364–80.
- Li QS., 2002. Free Vibration Analysis of Non-Uniform Beams with An Arbitrary Number of Cracks and Concentrated Masses, Journal of Sound and Vibration, 25, 3, 509–525.
- Lin HP, Chang SC ve Wu JD., 2002. Beam Vibrations with An Arbitrary Number of Cracks, Journal of Sound and Vibration, 258, 987–99.
- Lin HP., 2004. Direct and Inverse Methods on Free Vibration Analysis of Simply Supported Beams with A Crack, Engineering Structures, 26, 427–36.
- Mazanoglu K, Sabuncu M., 2010. Vibration Analysis of Non-Uniform Beams Having Multiple Edge Cracks Along the Beam's Height, International Journal Mechanical Sciences, 52, 515–22.

- Mazanoglu K, Yesilyurt I ve Sabuncu M., 2009. Vibration Analysis of Multiple-Cracked Non-Uniform Beams, Journal Sound and Vibration, 320, 977–89.
- McAdams DA, Comella D ve Tumer IY., 2007. Exploring Effective Methods for Simulating Damaged Structures with Geometric Variation: Toward Intelligent Failure Detection, Journal of Applied Mechanics, 74, 191.
- Nandakumar P, Shankar K., 2013. Damage Detection on Structures using Transfer Matrix with Lumped Crack Properties. Proc. 1st Int. 16th Natl. Conf. Mach. Mech. (iNaCoMM2013), IIT Roorkee, India, Dec 18-20 2013, 2013, p. 140–7.
- Nandakumar P, Shankar K., 2014. Multiple Crack Damage Detection of Structures Using the Two Crack Transfer Matrix, Structural Health Monitoring, 13, 548–61.
- Nandakumar P, Shankar K., 2015. Structural Crack Damage Detection Using Transfer Matrix and State Vector, Measurement, 68, 310–27.
- Ruotolo R, Surace C., 2004. Natural Frequencies of A Bar with Multiple Cracks, Journal of Sound and Vibration, 272, 301–16.
- Saavedra PN, Cuitio LA., 2001. Crack Detection and Vibration Behavior of Cracked Beams, Computers and Structures, 79, 1451–1459.
- Shafiei M, Khaji N., 2011. Analytical Solutions for Free and Forced Vibrations of A Multiple Cracked Timoshenko Beam Subject to A Concentrated Moving Load, Acta Mechanica, 221, 79–97.
- Shifrin EI, Ruotolo R., 1999. Natural Frequencies of A Beam with An Arbitrary Number of Cracks, Journal of Sound and Vibration, 222, 409–23.
- Takahashi I., 1999. Vibration and Stability of Non-Uniform Cracked Timoshenko Beam Subjected to Follower Force, Computers & Structures, 71, 585–591.
- Tan G, Liu Y, Gong Y, Shen Y ve Liu Z., 2018. Free Vibration of the Cracked Non-uniform Beam with Cross Section Varying as Polynomial Functions, KSCE Journal of Civil Engineering, 22, 4530–456.
- Tan G, Wang W ve Jiao Y., 2016. Flexural Free Vibrations of Multistep Nonuniform Beams, Mathematical Problems in Engineering, 2016.
- To CWS., 1981. A Linearly Tapered Beam Finite Element Incorporating Shear Deformation and Rotary Inertia for Vibration Analysis, Journal of Sound and Vibration, 78, 475–84.
- To CWS., 1979. Higher Order Tapered Beam Finite Elements for Vibration Analysis, Journal of Sound and Vibration, 63, 33–50.

- Torabi K, Afshari H ve Haji Aboutalebi F., 2014. A DQEM for Transverse Vibration Analysis of Multiple Cracked Non-Uniform Timoshenko Beams with General Boundary Conditions, Computers Mathematics with Applications, 67, 527–41.
- Trinh TH, Gan BS., 2015. Development of Consistent Shape Functions for Linearly Solid Tapered Timoshenko Beam, Journal of Structural Construction Engineering, 80, 1103–11.
- Tudjono S, Han A, Nguyen D-K, Kiryu S ve Gan BS., 2017. Exact Shape Functions for Timoshenko Beam Element, IOSR Journal of Computer Engineering, 19, 12–20.
- Viola E, Dilena M, Tornabene F., 2007. Analytical and Numerical Results for Vibration Analysis of Multi-Stepped and Multi-Damaged Circular Arches, Journal of Sound and Vibration, 299, 143–63.
- Wu JS, Chen DW., 2003. Bending Vibrations of Wedge Beams with Any Number of Point Masses, Journal of Sound and Vibration, 262, 1073–90.
- Zheng DY, Fan SC., 2001. Natural Frequencies of A Non-Uniform Beam with Multiple Cracks Via Modified Fourier Series, Journal of Sound and Vibration, 242, 701–717.
- Zheng DY, Kessissoglou NJ., 2004. Free Vibration Analysis of A Cracked Beam by Finite Element Method, Journal of Sound and Vibration, 273, 457–75.
- Zhou D, Cheung YK., 2000. Free Vibration of A Type of Tapered Beams, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 188, 203–16.
- Zhou D, Cheung YK., 2001. Vibrations of Tapered Timoshenko Beams in Terms of Static Timoshenko Beam Functions, Journal of Applied Mechanics, 68, 596–602.

ÖZGEÇMİŞ

Sevgi Dilara GÜNEŞ, 1991 yılında Artvin’de doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Artvin’de tamamladı. 2009 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Bölümünü kazandı. Bu bölümden 2014 yılında mezun oldu. 2015 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans öğrenimine başladı. Halen aynı anabilim dalında Yüksek Lisans Öğrencisi olarak öğrenimine devam etmektedir.

