

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ * SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

**EKONOMETRİ ANABİLİM DALI
YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI PROGRAMI**

ULAŞTIRMA MODELLERİ VE ÇELİK KAPI SEKTÖRÜNDE BİR UYGULAMA

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Zehra ÖZKAN

ŞUBAT-2012

TRABZON

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ * SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

EKONOMETRİ ANABİLİM DALI
YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI PROGRAMI

ULAŞTIRMA MODELLERİ VE ÇELİK KAPI SEKTÖRÜNDE BİR UYGULAMA

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Zehra ÖZKAN

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Hilmi ZENGİN

ŞUBAT-2012

TRABZON

ONAY

Zehra Özkan tarafından hazırlanan Ulaştırma Modelleri ve Çelik Kapı Sektöründe Bir Uygulama adlı bu çalışma 02.02.2012 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda (*oybirliği /oyçokluğu*) ile başarılı bulunarak jürimiz tarafından Ekonometri Anabilim Dalı Yöneylem Araştırması Bilim Dalında **yüksek lisans tezi** olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Hilmi ZENGİN

Prof.Dr. Birdoğan BAKİ

Yrd. Doç. Dr. Tuba YAKICI AYAN

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduklarını onaylarım. 14 / 02 /2012

Prof. Dr. Yusuf ŞAHİN

Enstitü Müdürü

BİLDİRİM

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını, aksinin ortaya çıkması durumunda her tür yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ediyorum.

Zehra ÖZKAN

02.02.2012

ÖNSÖZ

Yüksek Lisans Tez çalışmamın hazırlığı sırasında, konu seçiminden tezin son halini almasına kadar her aşamasında beni yönlendiren, değerli görüşlerini ve yapıcı eleştirilerini esirgemeyen değerli hocam ve tez danışmanım Prof. Dr. Hilmi Zengin'e çok teşekkür ederim.

Bu yaşa kadar yanımda olan, maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen babam Ali Özkan, annem Süpyan Özkan, ağabeylerim Mustafa ve Serkan Özkan'a sonsuz teşekkürler. Tez çalışmamı hazırlamamda firma bilgilerini paylaşan ve çalışmama destek veren Star Çelik Kapı Genel Müdürü Mustafa Ertuğrul ve müdür yardımcısı Yücel Özkan'a teşekkürü bir borç bilirim. Son olarak tez hazırlamam sırasında eleştirileriyle ufkumu genişleten değerli arkadaşlarım Ilgın Maltepe, Emre Selim, Dilek Yosunlukaya ve Hakan Karaman'a desteklerinden dolayı teşekkür ederim.

Şubat 2012

Zehra Özkan

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ.....	IV
İÇİNDEKİLER.....	V
ÖZET.....	VIII
ABSTRACT	IX
TABLolar LİSTESİ.....	X
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	XI
KISALTMALAR LİSTESİ	XII
GİRİŞ	1-2

BİRİNCİ BÖLÜM

1. YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI VE DOĞRUSAL PROGRAMLAMA	3-17
1.1. Yöneylem Araştırması	3
1.1.1. Yöneylem Araştırması Tanımı ve Tarihçesi	3
1.1.2. Yöneylem Araştırmasının Kademeleri	5
1.2. Doğrusal Programlama	7
1.2.1. Doğrusal Programlama Tanımı ve Tarihçesi	7
1.2.2. Doğrusal Programlamanın Uygulama Alanları.....	10
1.2.3. Doğrusal Programlamanın Modelinin Uygulanma Şartları ve Varsayımları.....	11
1.2.4. Doğrusal Programlama Modelinin Aşamaları ve Matematiksel Gösterimi	14

İKİNCİ BÖLÜM

2. ULAŞTIRMA MODELİ.....	18-47
2.1. Ulaştırma Modeli Tanımı ve Tarihçesi.....	18
2.2. Ulaştırma Modelinin Varsayımları.....	22
2.3. Ulaştırma Modelinin Matematiksel Yapısı.....	24
2.4. Ulaştırma Modelinin Algoritması.....	28
2.5. Ulaştırma Modelinde Başlangıç Çözüm Teknikleri.....	30
2.5.1. Kuzeybatı Köşe Yöntemi.....	31
2.5.2. En Az Maliyetli Hücelere Dağıtım Yöntemi.....	32
2.5.3. En Küçük Sıra veya Sütun Kullanımı.....	32
2.5.4. Vogel'in Yaklaşım Yöntemi (VAM).....	33
2.5.5. Russell'in Yaklaşım Yöntemi (RAM).....	34
2.6. Ulaştırma Problemlerinde Optimal Çözüme Ulaştıran Çözüm Teknikleri.....	34
2.6.1. Atlama Taşı Yöntemi.....	35
2.6.2. MODİ Yöntemi.....	36
2.7. Ulaştırma Modelinde Karşılaşılan Özel Durumlar.....	38
2.7.1. Dengelenmiş ve Dengelenmemiş Modeller.....	38
2.7.2. Dağıtım Yapılması Yasaklanmış Yollar.....	41
2.7.3. Dağıtım Kabul Miktarları Sınırlandırılmış Yollar.....	42
2.7.4. Bozulma (Dejenerasyon) Durumu.....	43
2.8. Ulaştırma Modelinde Duyarlılık Analizi.....	44

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. ULAŞTIRMA MODELİNİN ÇELİK KAPI SEKTÖRÜNE UYGULANMASI.....	48-57
3.1. Star Çelik Kapı Firması Hakkında Genel Bilgi.....	48
3.2. Ulaştırma Modelinin Çelik Kapı Sektörüne Uygulaması.....	48
3.3. Çelik Kapı Sektörüne Uygulanan Ulaştırma Modelinin Matematiksel Yapısı.....	53
3.4. Uygulamanın Çözümü ve Sonucu.....	54

SONUÇ VE ÖNERİLER.....	58
YARARLANILAN KAYNAKLAR.....	60
EKLER.....	64
ÖZGEÇMİŞ	95

ÖZET

Günümüzde işletmelerin üretim ölçeğinin artması ve ticari ilişkilerin giderek karmaşık bir hal alması nedeniyle işletmeler için en önemli süreç, karar verme sürecidir. Karar alma sürecinin en önemli unsurlarından biri model kurmadır. İşletmeler için çok büyük ve karmaşık bir hal alan dağıtım ağlarından en uygun olanı seçmek en önemli konulardan biridir.

Ulaştırma modelleri en uygun dağıtım ağı seçiminde minimum maliyet araştırması yapan işletmelere yol gösteren önemli bir doğrusal programlama tekniğidir.

Ele alınan çalışmada yöneylem araştırması, doğrusal programlama ve ulaştırma modelleri hakkında teorik bilgiye yer verilmiştir. Sonrasında Kayseri’de faaliyet gösteren Star Çelik kapı firması için en düşük maliyetli dağıtım planı araştırması yapılmış ve firma tarafından verilen bilgiler WinQSB Paket Programı ile ulaştırma modeli tekniklerinden Vogel’in Yaklaşım Yöntemi (VAM) ile çözüm yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Doğrusal programlama. Ulaştırma modelleri. WinQSB. Vogel’in yaklaşım yöntemi (VAM).

ABSTRACT

Today, the scale of enterprises to increase production and trade relations become increasingly complex due to take the most important process for businesses, decision-making process. One of the most important elements of decision-making process of model building. Which is complicated for businesses large and select the most suitable distribution networks is one of the most important issues.

Choosing the most appropriate distribution network models, the minimum cost of transport enterprises engaged in research that led to a significant linear programming technique.

Study discussed in operations research, linear programming and theoretical knowledge about the transport models are included. For companies operating in the steel door in Kayseri after Star made to investigate the low-cost distribution plan and the information provided by the company with the transport model techniques Vogel WinQSB Package Program Approach Method (VAM) is made with the solution.

Key Words: Linear programming. Transport models. WinQSB. Vogel approximation method (VAM).

TABLolar LİSTESİ

<u>Tablo Nr.</u>	<u>Tablonun Adı</u>	<u>Sayfa Nr.</u>
1	Ulaştırma Tablosu	27
2	Firmanın Öngörmüş Olduğu B.M.-İl Dağılımı.....	50
3	Bölge Merkezlerinin Yıllık Çelik Kapı Arz Miktarları.....	51
4	İllerin Yıllık Çelik Kapı Talep Miktarları	52
5	Firma Tarafından Gerçekleştirilmesi Gereken Bölge Merkezi-İl Dağılımı	56

ŞEKİLLER LİSTESİ

<u>Sekil Nr.</u>	<u>Sekil Adı</u>	<u>Sayfa Nr.</u>
1	Ulaştırma Modelinin Şebeke Gösterimi	28
2	Ulaştırma Modelinin Algoritması	30

KISALTMALAR LİSTESİ

- B.M. : Bölge merkezi
DP : Doğrusal programlama
MODİ : Modified Distribution
RAM : Russell's Approximation Method
UP : Ulaştırma problemi
VAM : Vogel's Approximation Method
YA : Yöneylem araştırması

GİRİŞ

Günümüzde sonsuz sayıda olan insan ihtiyaçlarını en düşük maliyetlerle karşılamak işletmelerin en büyük amacıdır. Artan rekabet şartları ve sürekli değişim gösteren talepler karşısında varlığını sürdürebilmek ve kar elde edebilmek isteyen işletmeler için en küçük değişimlerin ve maliyetlerin bile göz önünde bulundurulması kaçınılmaz olmuştur. Yöneylem araştırması doğru kararlar almak ve seçenekler içinde en uygun olanı görebilmek için işletmelere yardımcı olan bir bilim dalıdır. Yöneylem araştırmasının en sık başvurulan bir alt dalı olan doğrusal programlama modeli, aralarında doğrusal ilişki bulunan değişkenlerin bir amaç için test edilmesini ifade eder.

Özellikle teknolojideki gelişmelerin ulaşım ve ulaştırmada meydana getirdiği büyük değişim ile ürün dağıtım ağlarının giderek daha da karmaşık hale gelmesi, işletmeler için üretilen ürünlerin mümkün olan en küçük maliyetlerle dağıtımının yapılması açısından karar verme sürecini zorlaştırmaktadır. Bu konuda ulaştırma modelleri sahip olduğu çözüm yöntemleriyle karar vericilere ışık tutan bir doğrusal programlama uzantısıdır.

Bu çalışmanın ilk bölümde yöneylem araştırması ve doğrusal programlama ile ilgili teorik bilgilere yer verilmiş ve ilgili bilim dallarının gelişimi ve dayandığı varsayımlar hakkında genel bilgiler verilmiştir. İkinci bölümde ise ulaştırma modelleri hakkında teorik bilgilere yer verilmiş, gelişimi, kullanım alanları, çözüm yöntemleri ve karşılaşılan özel durumlardan söz edilmiştir.

Son bölümde ise Kayseri'deki tesislerinde üretim yapan Star Çelik Kapı firması için yeni bir ulaştırma planı elde etmek amacıyla uygulama yapılmıştır. Firma kendi tesislerinde üretmiş olduğu çelik kapıların dağıtımını sahip olduğu karayolu ulaştırma araçlarıyla kendisi yapmakta ve bu çelik kapıların 9 bölge merkezinden 69 ile dağıtımını içeren minimum maliyetli bir ulaştırma hattı elde etmek istemektedir. Söz konusu problem için firmada tarafından verilen bilgiler WinQSB Paket Programı ile başlangıç çözümü için

VAM yöntemi kullanılarak çözülmüş sonuç olarak uygulanabilecek en düşük maliyetli dağıtım hattı elde edilmiştir. Söz konusu dağıtım hattını içeren yeni bölge merkezi-il dağılımı ile firma tarafından öngörülen bölge merkezi il dağılımı karşılaştırılmış ve bazı değişikliklerin göze çarptığı görülmüştür. Bazı illerin bir bölge merkezinden diğer bölge merkezine aktarıldığı, bazı illerin ise aynı anda iki bölge merkezinde yer aldığı görülmüştür. Bu değişikliklerin sebeplerine üçüncü bölümde değinilmiştir. Son olarak çelik kapı sektörüne yapılan uygulamanın sonuçlarının değerlendirilmesi yapılmış ve daha karlı bir dağıtım hattı için firmaya önerilerde bulunulmuştur.

BİRİNCİ BÖLÜM

1. YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI VE DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

Çalışmanın bu bölümünde giderek önemini artıran bir bilim dalı olan yöneylem araştırması ve onun bir alt dalı olan doğrusal programlama hakkında genel bilgiler verilecektir.

1.1. Yöneylem Araştırması

Alternatif hareket tarzlarından bir tanesini seçmek, yani karar almak, günlük hayatları içinde sadece insanların değil, faaliyet alanları içinde tüm işletmelerin devamlı olarak karşı karşıya buldukları bir durumdur. İşletmelerin çözüm getirmek zorunda oldukları karar problemleri, esas itibarıyla, kıt kaynakların rakip faaliyetler arasında optimum (en uygun) bir şekilde dağıtılması problemleridir. Bu tür problemlerin ortaya çıktığı durumlar gerçekten çok yaygın olup, üretim kaynaklarının çeşitli ürünler arasında dağıtılmasından, satış elemanlarının satış bölgeleri arasında paylaşılmasına, yatırım alanlarının seçilmesinden, ulaştırma kanallarının belirlenmesine kadar pek çok alanı kapsar (Özgüven, 2003: 3).

Yöneylem araştırması yukarıda sayılan problemlerin çözümünde ve karar alma sürecinde yöneticilere yardımcı olan bir bilim dalıdır.

1.1.1. Yöneylem Araştırması Tanımı ve Tarihçesi

Yöneylem araştırması isim olarak işletmelerdeki araştırmayı içerir. Yöneylem araştırması, bir örgüt (organizasyon) içinde işlemlerin (faaliyetlerin) nasıl yönetilmesi ve eşgüdümlemesine ilişkin problemlere uygulanır. Örgüt yapıları çok türlü özellikte olduğundan, yöneylem araştırması, imalat, inşaat, tarım, ulaştırma, haberleşme, finansal

planlama, sağlık, askeri ve sivil hizmetler gibi pek çok alanda yaygınca kullanılmaktadır. Söyleyebiliriz ki, yöneylem araştırmasının uygulama boyutu alışılmamış kadar geniştir (Öztürk, 1997: 4).

Yöneylem araştırması bir problemle ilgili belirli kısıtların söz konusu olduğu bir durumda, belirli bir amaca yönelik en uygun (optimal) çözümün bulunması için geliştirilmiş bir yöntemdir. Bir organizasyon içinde operasyonların yürütülmesi ile ilgili gerçek ve karmaşık sorunlar için fikir üretmede matematiksel modelleme, istatistik ve algoritma gibi bilimsel yöntemleri kullanan disiplinler arası bir bilim dalıdır. Amaç karşılaşılan bir soruna bilimsel olarak en uygun çözümü sağlamak ve dolayısıyla organizasyonun performansını iyileştirmek ve geliştirmektir.

İngiliz ve Avrupalılar tarafından “Operational Research”, Amerikalılar tarafından “Operations Research” olarak bilinen ve yaygın olarak kullanılan bir diğer ismi “Management Science” olan yöneylem araştırmasının temelleri İkinci Dünya Savaşı yıllarında atılmıştır. Savaş sırasında İngiltere’de, savaş araç ve gereçlerinin, limanlarda gemilere daha kısa sürede yüklenmesi ve boşaltılmasını sağlamak için etkin bir yöntem araştırılmaya başlanmıştır. Bu sebeple İngiliz Savunma Bakanlığı bu ve buna benzer diğer stratejik problemleri çözmek ve askeri hareketlardaki etkinliği artırmak amacıyla çeşitli bilim dallarında uzmanlaşmış bilim adamlarından oluşan bir stratejik planlama takımı kurmuştur. Bu takım tarihteki ilk “yöneylem araştırması” takımıdır. Bu takım Blackett öncülüğünde yedi ayrı bilim dalından gelen on bir bilim adamından kurulmuştu. Bu gurupta üç fizyolog, iki fizik matematikçisi, bir astro fizikçi bir subay, bir mühendis, bir genel fizikçi ve iki matematikçi bulunuyordu. 1941 yılı sonunda çalışmaya başlayan bu grup İngiliz savunma sistemleri ile ilgili problemlere çok yararlı çözümler üretti. Bu takımın yapmış olduğu işlemsel, eylemsel ve uygulamaya yönelik araştırma anlamına gelen bu yöntem Türkiye’de “yöneylem araştırması” olarak tanınmıştır.

İkinci Dünya Savaşı sırasında Amerika, operasyon analizleri yapmak üzere matematikçiler, istatistikçiler, olasılık teorisyenleri ve bilgisayar uzmanlarından oluşan bilim adamlarını topladı. Bu zaman zarfında, John VonNeumann kaynak dağıtım modelleri ve oyun teorisine önemli katkılar sağladı (Cook ve Russell, 1981: 6).

Savaştan sonra, askeri kurumlar araştırma programlarını artırdı ve yöneylem araştırması için personeller aldı fakat sanayi kuruluşları bu disiplinin çalışmalarını göz ardı etti. Yöneylem araştırmasının birçok çalışması doğal olarak askeriye uyarlandı ve askeriye dışındaki yöneticiler bu gelişmelerin kendi problemleriyle ilgili olmadığı ya da kendi problemlerini çözmeye yardımcı olamayacağını düşündükleri için ilgi göstermediler. İki olay yöneylem araştırmasının endüstriye uygulanmasına neden oldu. Birincisi, 1947 yılında George Dantzig doğrusal programlama adında kıt kaynakların optimal dağıtımını belirlemek için kullanılan bir teknik geliştirdi. Sonuç olarak, bu metot birçok endüstriyel probleme etkin bir biçimde uygulanabildi. Bununla birlikte yöneylem araştırması endüstri ile alakalandırılmaya başlandı (Cook ve Russell, 1981: 6). İkinci olay ise, bilgisayar teknolojisinin gelişmesi ile birlikte YA çalışmaları büyük ivme kazanmış, geliştirilen bilgisayar destekli programlar ile özellikle çözülmesi zor ve çok zaman gerektiren, büyük çaplı problemlerin bilgisayar yardımı ile kolayca çözülebilmesi mümkün olmuştur. Bilgisayar destekli çözüm ile hem sonucun doğruluğundan emin olma payı artmış, hem de insandan binlerce kez daha hızlı olan bilgisayarlar ile zamandan büyük ölçüde tasarruf sağlanmıştır.

1940 yılında Kantorovich ve 1947 yılında George Dantzig birbirlerinden bağımsız, günümüzde yöneylem araştırmasının en yaygın olarak kullanılan alanı olan doğrusal programlama problemleri için genel çözümler üretmişlerdir.

Doğrusal programlama, dinamik programlama, envanter modelleri, kuyruk teorisi gibi YA araçlarının bir çoğu 1950'lerin sonuna gelinmeden geliştirilmiştir (Moskowitz ve Wright, 1979: 9).

1.1.2. Yöneylem Araştırmasının Kademeleri

Bütün organizasyonlar kaynaklarının dağıtımını nasıl yapacakları konusunda kararlar almak zorundadır ve sürekli sınırsız kaynaklarla yönetilen hiçbir organizasyon yoktur. Bu yüzden yönetim, organizasyonun amaçlarını sağlamak için sürekli olarak sınırlı kaynakların dağıtımını yapmak zorundadır (Kirkpatrick ve Levinand, 1978: 260).

Özellikle iş dünyasında karşılaşılan problemler bazen çok büyük çaplı olup, sağlıklı kararlar alınabilmesi için belli işlemlerin yapılması, karar seçeneklerinin faydası test edilmelidir. Bu problemlerin çoğu optimallik arayışı içerisindedir. Optimallik kısıt kaynakların en doğru şekilde yönetilerek, üretilebilecek en fazla ürünü en az (minimum) maliyet ile üretmek ya da bir üretimde kullanılacak en az girdi ile en yüksek (maksimum) faydayı alabilmek anlamına gelir. Optimallik sadece üretim konusunda değil, günlük yaşamımızdaki basit problemlerden, iş dünyasında karşılaşılan en karmaşık problemlere kadar bir birçok problemin temelini oluşturur.

Yöneylem araştırması bir organizasyondaki faaliyetlerin nasıl yönetileceği ve kaynakların en uygun şekilde nasıl dağıtılacağı ile ilgilenen bilim dalıdır. Yöneylem araştırmasının amacı karar alma sürecinde, karar birimlerine, çeşitli YA parametreleri yardımı ile sorunun matematiksel bir modele dönüştürülüp bilimsel bir yöntem kullanılarak karar seçenekleri arasında en optimal çözümü vermektir.

Bir yöneylem araştırması yaklaşımı şunları içerir (Moskowitz ve Wright, 1979: 9-10):

1. Esasında bilinmeyen ve karmaşık olan günlük hayattaki gerçek problemlerin, esas elemanlarından oluşan yapısal sembolik (daima matematiksel) bir modelini içerir ki böylece çözüm karar biriminin amaçlarının optimize edilebilmesi ile ilgili olsun.
2. Karar sonuçlarını belirlemek için çözüm sonrasında analiz yapmak ve karar biriminin amaçları için alternatif hareket tarzlarını kıyaslamak.
3. Gerekirse karar biriminin amacı için optimal bir çözüm sağlayan, matematiksel teori içeren bir çözüm tekniği geliştirmek.

Sonuç olarak bir YA modeli, karar çeşitlerini temsil eden ve sistemin davranışını tanımlamak için kullanılan bir dizi matematiksel semboller ve fonksiyonları çalıştıran sembolik veya matematiksel modellerdir. Problemin çözümü daha sonra modelde bilinen matematiksel tekniklerin (doğrusal programlama gibi) uygulanması ile elde edilir. Yöneylem araştırmasında bir model hem matematiksel hem de yaklaşık olarak gerçek olayın bir temsilidir. Model için matematiksel bir dilin kullanımı daha kısa çözümleme için

bir avantajdır ve hem yüksek hızdaki bilgisayarlardan faydalanmak hem de matematiksel çözümlene tekniklerini kullanmada avantaj sağlar (Moskowitz ve Wright, 1979: 12).

1.2. Doğrusal Programlama

Yöneylem araştırmasının bir alt dalı olan doğrusal programlama modelleri, problemdeki değişkenlerin ve kısıtlayıcıların doğrusal olduğu durumlar için geliştirilmiş bir çözüm tekniğidir. Çalışmanın bu kısmında doğrusal programlama modelleri hakkında bilgiler verilecektir.

1.2.1. Doğrusal Programlama Tanımı ve Tarihçesi

İş dünyasındaki bir yönetici, karşılaşmış olduğu birçok önemli kararlarda, zaman, iş gücü, enerji, ham madde ya da para gibi sınırlı kaynaklara sahip olan firmanın amaçlarına ulaşmak için en iyi yolu aramaya odaklanır. Firmaların en önemli amaçlarından bir tanesi olabildiğince yüksek faydayı elde edebilmek; bir diğer deyişle maksimum faydayı sağlayabilmektir. Bir firmada yer alan departmanlardaki (üretim ya da paketleme departmanı gibi) kısmi ya da organizasyonel amaç sık sık minimum maliyettir. Bir yönetici kısıtlayıcılara bağlı olan genel tipteki bir problemle karşılaştığında, amaca yönelik çözüm yolu ararken, doğrusal programlama olarak adlandırılan yönetim bilimi tekniği sıkça kullanılır (Taylor, 2002: 27).

Birçok bilimsel uygulama model kullanır. ‘Model’ kelimesi bazı konularda amaç ve kendine has özelliklerini tespit etmek amacıyla kurulan bir yapı için kullanılır (Williams, 1999: 3). Diğer bir deyişle bir model, gerçek bir sistemin idealize edilmiş temsili ya da çıkarımıdır. Modelin amacı bir sistemin performansını geliştirmek amacıyla sistemin davranışlarını analiz etmeyi içerir (Moskowitz ve Wright, 1979: 11).

Kısaca karar verme bilimi olarak tanımlanan YA alanında karar verme aleti niteliğinde bir takım matematiksel modeller geliştirilmiştir. Bu modellerden yaygın olarak kullanılan bir tanesi doğrusal programlama (DP) modelidir. Doğrusal terimi modelde yer alan bütün fonksiyonların doğrusal olması anlamındadır. Programlama terimi ise, bir hareket tarzının veya planının seçilmesi anlamına geliyor. Bu iki kelime bize DP modelinin

kıt kaynakların rakip faaliyetler arasındaki dağıtımını en uygun bir şekilde gerçekleştiren dağıtım planını bulmak için kullanılan doğrusal bir model olduğunu göstermektedir (Özguven, 2003: 3). Amaç fonksiyonunun ve kısıtlayıcıların doğrusal dönüşümlerle belirlendiği karar modelleri üzerine yapılan çalışmaların tümü doğrusal programlama başlığı altında toplanır (Kara, 1979: 96).

En geniş kullanılan yöneylem konularından birisi, doğrusal programlama modelleridir. Doğrusal programlama modeli; bir grup doğrusal sınırlılıklara bağlı olarak doğrusal amaç fonksiyonunu optimumlaştırmak yani belirli bir amaca en küçük masrafla ulaşmak (minimizasyon) ya da belirli kaynaklarla en büyük ürünü sağlamak (maksimizasyon) anlamına gelmektedir.

Eşit üretim kapasitesi ve makineye sahip, aynı kalitede ve eşit miktarda hammadde kullanan ve yapılan üretim hakkında eşit miktarda tecrübe ve bilgiye sahip olan işgücüne sahip iki işletmeden birinin diğerine göre daha verimli ve karlı bir üretim sağladığı görülebilir. Kullanılan üretim faktörleri ve diğer verilerde hiçbir değişiklik bulunmamasına rağmen alınan sonuçlarda meydana gelen bu değişimin nedeni, işletmeler arasında optimum sonuca ulaşma yönteminde bir farklılığın bulunmasıdır.

Doğrusal programlama yöneticilere kararlarında yardım etmek amacıyla geliştirilen matematiksel bir tekniktir (Anderson ve diğerleri, 1986: 233). Sayısal teknikler arasında büyük bir etki alanı olan doğrusal programlama, endüstriyel ve ekonomik analizlerde yaygınca kullanılmaktadır. Firmaların ulaşım, finansman, dağıtım ve reklamcılık gibi sayısız alanlarda karşılaştıkları problemlerin giderilmesinde, üretim teknikleri arasından seçim yapmasında, kıt kaynakların etkin kullanımında ve gölge fiyatların belirlenmesinde en iyi çözüme ulaştıracak politikaların saptanmasında doğrusal programlama modelleri kullanılır (Öztürk, 1997: 23).

Doğrusal programlama ile ilgili ilk çalışmalar 1928 yılında J. V. Neumann tarafından yapılması ile başlamıştır. Neumann oyunlar teorisinin temellerinin atılmasından sonra oyunlar teorisini doğrusal programlama ile ilişkilendirmiştir. VonNeumann ve Morgenstern 'Oyunlar kuramı ve Ekonomik Davranış' adlı çalışmalarında ekonomi ile oyunlar teorisi arasındaki ilişkiyi açıklamışlardır. Daha sonra W. W. Leontief 1936 yılında

yayınlanmış olduğu ‘A.B.D.’nin Ekonomik Siteminde Girdi-Çıktı Analizi’ çalışması ile doğrusal programlamanın önemli bir konusu haline gelen girdi-çıktı analizini ortaya koymuştur.

1930’lu yılların sonu ve 1940’lı yıllarda problemin doğrusal programlama ile formülasyonu ve çözümünü veren genel bir yöntem elde edilmesi konusunda pek çok çalışma yapılmıştır. 1939 yılında Sovyet matematikçisi ve ekonomisti L. V. Kantorovich, gerçek bir üretim planlaması ve organizasyonu problemini bir doğrusal programlama problemi olarak ele almıştır. 1934 yılında Hitchcock ve 1947 yılında Koopmans, klasik ulaştırma problemini doğrusal programlama problemlerinin özel bir biçimi olarak incelemiştir. 1945 yılında bir ekonomist olan G. Stigler, en küçük maliyetli diyet problemini formüle etmiştir (Çakanel, 2008: 4).

I. Birinci Dünya Savaşı sırasında İngiliz ve Amerikalı araştırmacılar askeri sorunların çözümü için doğrusal programlamayı kullanmışlardır ve ABD hava kuvvetlerinde görevli bir ekip, uygulanan matematiksel yöntemlerin planlama ve bütçeleme konusundaki etkinliklerini denetlemiştir. Bu ekipte yer alan G. Dantzig, büyük organizasyonların aktivitelerinin bir doğrusal programlama problemi olarak ele alınabileceği ve doğrusal bir amaç fonksiyonunun en küçüklenmesi ile optimal sonuçlar elde edilebileceği sonucuna ulaşmıştır.

Doğrusal programlama, 1947 yılında George B. Dantzig ve arkadaşları tarafından yazına kazandırılmıştır (Dantzig ve Thapa, 1997: 202). Daha sonra George B. Dantzig simpleks algoritmasını geliştirerek doğrusal programlamaya büyük katkı sağlamıştır.

Simpleks çözüm yönteminin geliştirilmesinden sonra doğrusal programlama teorisinde de önemli gelişmeler sağlanmıştır. Robert Dorfman, doğrusal programlama yaklaşımını tam rekabet ve monopol koşulları altında çalışan iktisadi ögelere uygulamış ve geleneksel marjinal analiz (cebirsal) ile doğrusal programlama modellerinin uygulanabilirliğini karşılaştırmıştır (Aygüneş ve diğerleri, 2001: 9).

Robert M. Solow, David Gale, Paul A. Samuelson ve daha birçok iktisatçı ve matematikçi doğrusal programlamayı tanıtmak ve yeni teknikler geliştirmek için çalışmalar yapmışlardır.

DP konusundaki ilk sempozyum 1949 yılında yapılmış ve sunulan bildiriler daha sonra T.C. Koopmans tarafından 'Üretim ve Dağıtımın Etkinlik Analizi' adlı kitapta toplanmıştır.

Doğrusal programlama birçok iktisatçı, matematikçi ve diğer alanlardaki bilim adamlarının katkıları ve bilgisayar teknolojisinde sağlanan büyük gelişme ile hızla gelişmiş ve gerçek dünyadaki birçok probleme uygulanabilir hale getirilmiştir. DP ile ilgilenen bilim adamları hızla gelişen bu bilim dalına karşı kayıtsız kalamamış, diğer alanlardan hızla bu alana kaymış ve çalışmaya başlamışlardır.

İlk örneklerini askeri alanda veren doğrusal programlama, son yıllarda özellikle bilgisayar teknolojisinde meydana gelen gelişmeler sayesinde geniş çaplı problemlere uygulanabilirliği sağlanmıştır. Günümüzde petrol, gıda, tekstil, kâğıt, kimya gibi daha birçok sektörde çeşitli problemleri çözmek amacıyla kullanılmaktadır

1.2.2. Doğrusal Programlamanın Uygulama Alanları

Bir doğrusal programlama modeli, mümkün olabilecek bir çok sayıdaki karardan en optimal kararı (ya da optimal bir strateji ya da plan) belirlemek için etkin bir yol sağlar. Optimal karar, çeşitli sınırlılıklar ve mecburiyetlere bağlı olarak, yönetimin özel bir amacının en iyi şekilde karşılanmasıdır (Moskowitz ve Wright, 1979: 263).

Doğrusal programlamanın başarıyla uygulanabildiği birkaç problem şunlardır (Render ve Stair, 1978: 123):

1. Bir firmanın ürünü için gelecek talepleri karşılamak için bir üretim programı geliştirmek ve aynı zamanda toplam üretim maliyetlerini minimum kılmak.
2. Bir işletmenin yatırımlarında maksimum kazancı sağlayabileceği çeşitli hisse senedi ve bonolardan oluşan bir yatırım planı oluşturmak.

3. Sınırlı reklam bütçesinin radyo, TV ve gazete reklamlarında, reklamcılıkta maksimum verimi sağlayabilmek için etkin bir şekilde dağıtımını sağlamak.

4. Birçok depo ve çeşitli yerlerde bulunan marketlere yapılan ulaştırma maliyetlerini minimum kılacak etkin bir dağıtım sistemi belirlemek.

5. Firmanın faydasını maksimum kılarken, makine ve iş gücü kullanımını en iyi şekilde sağlayabilecek ürün karmasını seçmek.

Yukarıda görüldüğü gibi doğrusal programlamanın ilgilendiği problemlerin birçoğu maksimum fayda ya da minimum maliyet içeren problemlerdir. Bunların haricinde uygulanabileceği birkaç problem türü de personel programlaması, atama problemleri, tarımsal planlama, hava kirliliğinin kontrolü, kısa dönemli finansal planlama, sermaye bütçeleme problemi, envanter kontrolü, beslenme (diyet) problemleri, karışım problemleri gibi çok geniş alanı kapsamaktadır.

1.2.3. Doğrusal Programlamanın Uygulanma Şartları ve Varsayımları

Doğrusal programlama tekniğinin bir probleme uygulanabilmesi için gerekli bazı şartlar vardır. Bu şartları genel hatlarıyla şöyle sıralayabiliriz (Serper ve Gürsakar, 1982: 7):

- a. Amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcı şartlar doğru tanımlanmalıdır. Amacın kar maksimizasyonu mu yoksa maliyet minimizasyonu mu olduğu açıkça belirtilmelidir.
- b. Değişkenler kantitatif olmalıdır. Doğrusal programlama kalitatif (rakamla ifade edilmeyen) değişkenler için kullanılmaz.
- c. Değişkenler kendi aralarında ilişkili olmalıdır.
- d. Kullanılacak kaynaklar sınırlı olmalıdır.
- e. Değişkenler arasında kurulan bağıntılar doğrusal olmalıdır.
- f. Değişkenler arasında alternatif seçim olanağı olmalıdır.
- g. Doğrusal programlamanın uygulanacağı işletme problemi kısa dönemli olmalıdır.
- h. Bağımlı değişkenlerin sıfır veya pozitif olması gerekir.

Doğrusal programlamanın uygulanabilmesi için gerekli şartların tamamı sağlanmalıdır ve problemin amacı ve değişkenleri doğru bir şekilde belirtilmelidir. Aksi takdirde doğru bir şekilde problemi saptamak ve sağlıklı bir sonuca ulaşmak olanaksız olacaktır.

Gerçek dünya ile ilgili karar problemlerine çözüm getirmek için kurulan doğrusal programlama modeli bu problemlerin içinde yer aldıkları ortam ve şartlar hakkında yapılan bir takım varsayımlara dayanır. Modelin getireceği çözümün doğruluğu, gerçek dünya şartlarının bu varsayımlara uygunluk derecesine bağlıdır. Doğrusal Programlama modelinin karar problemlerine uygulanma alanını belirli bir ölçüde daraltan bu varsayımlar; doğrusallık, toplanabilirlik, sınırlılık, negatif olmama, bölünebilirlik varsayımlarıdır (Özgüven, 2003:6).

Doğrusallık Varsayımı: Bir doğrusal programlama probleminde, optimal çözümü araştırılan amacın ve kararı etkileyen kısıtların her bir değişkene göre doğrusal olarak ifade edilebiliyor olması gerekir. Her bir değişkenin amaç fonksiyonu ve kısıta katkısının doğrudan değişkenin seviyesi ile orantılı olmasını ifade eden bu özellik doğrusallık varsayımı olarak adlandırılır.

Kuadratik, kübik, logaritmik veya başka bir fonksiyonel bağlantıyı ifade etmeyen doğrusal programlamada, eşitlik veya eşitsizlikler doğrusal bir karakter ifade eder (Doğan, 1995: 6).

Doğrusallık varsayımı, ürün bileşimi çerçevesinde düşünersek, üretimde ölçüğe göre sabit getiri şartlarının, piyasalarda da tam rekabet şartlarının geçerli olması anlamına gelir (Özgüven, 2003: 7). Eğer aktivitenin seviyesini iki katına çıkarmak istersek, aktivite seviyesi ile ilgili olan bütün bağlı birimleri iki katına çıkararak bunu kolayca sağlayabiliriz (Dantzig, 1963: 32).

Doğrusallık özelliğinin birçok problemde geçerli olmasına karşın, iş ve endüstri dünyasında bazı ilişkiler doğrusallık özelliği taşımazlar. Doğrusallık özelliğinin sağlanmadığı bu tür ilişkilerde doğrusal programlama bir ölçüde kullanılabilir. Doğrusal olmayan ilişkiler de bazen doğrusal programlama fonksiyonları ile ifade edilebilir.

Doğrusallık özelliğinin sağlanmadığı ve doğrusal programlama ile çözüme ulaştırılamayan problemlerde farklı matematiksel uygulamalara başvurulmalıdır. Bunlardan bir tanesi doğrusal olmayan programlamadır. Bu yöntemde parametrelerde doğrusallık özelliği aranmaksızın çözüme ulaşılabilir.

Toplanabilirlik: Toplanabilirlik varsayımı doğrusallık varsayımının doğal sonucudur. Kıt kaynakların kullanılması çerçevesinde düşünürsek, toplanabilirlik varsayımı ile rakip faaliyetler tarafından birlikte kullanılan toplam kaynak miktarının bu rakip faaliyetlerin teker teker kullandıkları miktarların toplamına eşit olması kastedilir. Durumu amaç fonksiyonu açısından ele alırsak, bu varsayıma göre bu fonksiyonun bağımlı değişkeninin değeri tek tek faaliyetlerden kaynaklanan kar katkılarının toplamına eşit olmalıdır (Özgüven, 2003: 8).

Model kurma aşamasında toplanabilirlik varsayımına ters düşen ilişkiler gözden kaçırılırsa, gerçek dünya ile ilgili karar problemini doğru olarak yansıtmayan bir DP modeli elde edilir. (Özgüven, 2003: 8).

Bölünebilirlik: Bölünebilirlik varsayımı, her bir karar değişkeninin kesirli değerler almasına izin verilmesini ister. Böylece bu değişkenler, sadece tam sayılı değerler alması için sınırlandırılmaz. Her karar değişkeni bazı faaliyetlerin düzeyini gösterdiğinden, faaliyetlerin kesirli düzeylerde çalışabileceği varsayılır (Öztürk, 2004: 37-38).

Kesin durumlarda veya girdi çıktıların bölünmezlik sorunu, bazı veya tüm karar değişkenlerinin tam sayı olmasını gerektirir. Bu gibi koşullarda bu varsayım işlemez ve bu tür kısıtlayıcı matematik modele, tamsayılı programlama modeli adı verilir (Öztürk, 2004: 38).

Sınırlılık: Bir problemin doğrusal programlama ile çözülebilmesi için, üretim faaliyetleri ve üretim faktörlerinin sayısal olarak ölçülebilmesi ve hiçbir modelin sınırsız sayıda üretim faktöründen oluşamayacağı gerekçesiyle sınırlı sayıda olması gerekir. Aksi takdirde optimal sonuç için test edilmesi gereken bir problemin varlığından söz edilemez.

Negatif Olmama: Bir aktivitenin çok büyük sayıda miktarları içermesi muhtemelken, aktivitenin negatif sayıda miktarlar içermesi mümkün değildir. Doğrusal programlamanın karakteristik özelliklerinden biri olan bu varsayım negatif olmama (nonnegativity) özelliği olarak adlandırılır (Dantzig, 1963: 32-33).

$$x_i \geq 0$$

$i = 1, 2, 3, \dots, n$ şartının gerçekleşebilmesi için gerçek ve yapay nitelikteki her bir değişkenin pozitif değer alması gerekir; çünkü negatif değerlerin doğrusal programlama için bir anlamı yoktur.

Kesinlik: Kesinlik varsayımı, doğrusal programlama modelindeki her bir parametrenin [amaç fonksiyonu katsayıları (c_j), sağ taraf kısıtlayıcı değeri (b_i) ve teknolojik katsayıların (a_{ij})] kesin olarak bilindiğidir. Yani onların bilinen bir sabit olacağı varsayılır ki, bu da modelin deterministik model olduğunu gösterir (Öztürk, 2004: 38).

Doğrusal programlama modellerinin, faaliyetlerin gelecekteki durumunu belirlemeye yönelik kurulduğunu düşünürsek, gerçek iş ve endüstri dünyasında bu konuda bazı belirsizlikler olması kaçınılmazdır. Dolayısıyla kesinlik varsayımı çoğu kez karşılaşılan gerçek problemlerde tam anlamıyla nadiren karşılanır.

1.2.4. Doğrusal Programlama Modelinin Aşamaları ve Matematiksel Gösterimi

Doğrusal programlama modelleri belli karakteristik özellikler sergilerler (Taylor, 2002: 52);

1. Bir takım kısıtlar dizisi.
2. Sorunun çözümünde kullanılan karar değişkenleri.
3. Bütün kısıtlar ve amaç fonksiyonu arasında doğrusal bir ilişki.

Doğrusal programlama tekniğini uygulayabilmenin üç temel adımı vardır. İlk olarak, problem doğrusal programlama ile çözülebilecek şekilde tespit edilmelidir. İkincisi, problem matematiksel olarak formüle edilmelidir. Üçüncüsü, model kurulan matematiksel model kullanılarak çözülmelidir (Taylor, 2002: 27).

Özetleyecek olursak, bir DP modeli belirlenen amaç fonksiyonunu en büyükleyecek (\max_z) veya en küçükleyecek (\min_z) kontrol edilebilen (karar) değişkenleri bulmak için kurulur. Bir problemin doğrusal programlama modelini oluştururken aşağıdaki işlemler takip edilir.

a. Karar Değişkeninin ve Parametrelerin Belirlenmesi: Doğrusal programlama modelinin çözümünde ilk adım, karar değişkenlerinin (kontrol edilebilen değişkenler) ve parametrelerin (kontrol edilemeyen değişkenler) belirlenmesi ve bunların neleri temsil ettiğinin belirtilmesidir. Karar değişkenleri alınacak kararları tamamen belirtmelidir ve bu değişkenler genellikle alınacak kararlara ilişkin faaliyetlerin düzeyini gösterir. İfade olarak gösterimi çoğu kez x_j ($j=1, 2, \dots, n$) şeklindedir.

b. Amaç Fonksiyonunun Belirlenmesi: Bir doğrusal programlama problemindeki amaç fonksiyonu basit bir ifade ile problemdeki karar çeşitlerinin faaliyetleri ve karar vericinin amacının optimize edilmesi arasındaki ilişkiyi açıklayan matematiksel ifadedir. Amaç fonksiyonu ifadesi genellikle amacın maksimize ya da minimize edilmiş olup olmadığını açıklayan, maksimize ya da minimize kelimesinden gelmektedir (McLaughlin ve Pickhardt, 1979: 142-143).

Çoğu doğrusal programlama kaynakların faaliyetlere dağıtımını içerir. Her elverişli kaynağın miktarı sınırlı olduğundan kaynakların faaliyetlere dağıtımını çok dikkatli yapılmalıdır. Bu yüzden amaç fonksiyonuna ulaşılırken seçenekli üretim yollarının olması gerektiği kabul edilmeli ve onun değerinin en yüksek veya en az olabilmesi için de karar değişkenlerinin bir değeri olmalıdır. Yoksa amaç fonksiyonu artı sonsuzda ($+\infty$) en büyüklenir veya küçüklenir ki bununda firma için bir anlamı yoktur (Öztürk, 2004: 39).

c. Kısıtlayıcıların Belirlenmesi: Ekonomi dünyasında üretim kaynakları da üretim faktörleri de sınırlıdır. Bu durumda bir işletmenin sahip olduğu makine kapasitesi,

teknoloji, enerji, işgücü, sermaye, hammadde, yarı mamul madde ve malzeme gibi üretim faktörleri ile üretmiş olduğu ürünlere olan talepte sınırlıdır. Dolayısıyla karar değişkenleri ve amaç fonksiyonu da sınırlı olmak zorundadır. Üretim birimlerinin amacı bu sınırlı şartlar altında amaç fonksiyonunu veya işletme başarımını en yüksek kılan düzeyde ürünleri üretmek olmalıdır.

d. İşaret Kısıtlaması: Doğrusal programlama probleminin formülasyonunu tamamlamak için her bir karar değişkeninin sadece pozitif yani negatif olmayan veya karar değişkenlerin hem pozitif hem de negatif değerli olabileceği varsayılmalıdır (Öztürk, 2004: 40).

Yukarıda verilen doğrusal programlama modelinin kademelerini tanıdıktan sonra modelin matematiksel gösterimini anlamak daha kolay olacaktır.

Bir doğrusal programlama modeli belli doğrusal eşitsizliklerin sınırlayıcı şartları altında doğrusal bir amaç fonksiyonunu optimumlaştırmak için kurulur. Ve problemin genel ifadesinde amaç, kısıtlayıcılar ve diğer etken parametreler doğru bir şekilde belirtilmelidir.

Genel bir doğrusal programlama şu şekilde ifade edilebilir:

Amaç fonksiyonunu maksimum ya da minimum kılacak x_1, x_2, \dots, x_n değerleriyle ifade edilen,

$$\text{maksimum ya da minimum } z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (1)$$

$$\text{kısıtlayıcılar} \quad a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq (\geq) (=) b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq (\geq) (=) b_2 \quad (2)$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq (\geq) (=) b_m$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \quad (\text{Kolman ve Beck, 1980: 65}).$$

Genel denklemde bulunan (1) fonksiyonuna denklemin amaç fonksiyonu denir. (2) de bulunan fonksiyonlara kısıtlar (sınırlayıcılar) denir. Bir doğrusal programlama probleminde, (2) numaradaki eşitlik veya eşitsizlik sembollerinden yalnızca birisi söz konusu olabilir.

İKİNCİ BÖLÜM

2. ULAŞTIRMA MODELİ

Doğrusal programlamanın özel bir durumu olan ulaştırma modeli, organizasyonların faaliyetleri sonucunda meydana getirdikleri ürünlerin dağıtım konusunda sık sık başvurmuş oldukları bir tekniktir. Bu bölümde ulaştırma modelleri hakkında teorik bilgilere yer verilecektir.

2.1. Ulaştırma Modeli Tanımı ve Tarihçesi

Planlamanın çok önemli bir işlev yerine getirdiği modern toplumda, insanların ve eşyaların gereken hareketliliğinin sağlanması bakımından ulaştırma çok önemli bir role sahiptir.

Günümüzde gerek askeri gerekse sivil alanda birçok karmaşık problemlerle karşılaşmakta ve bu problemler için çözüm yolları araştırılmaktadır. Bu problemlerin hemen hepsinde amaç optimum bir üretim ve dağıtım yapılması yoluyla en etkin sonuca ulaşmak ve bireylerin talebini en az maliyetle, en etkin şekilde karşılayabilmektir. Ulaştırma problemleri her ne kadar ilk örneklerini II. Dünya Savaşı sırasında askeri problemlerin çözülmesi ve ihtiyaçların en etkin biçimde karşılanması konusunda vermiş olsa da, daha sonraları iş ve endüstri dünyasında birçok uygulama alanı bulmuştur.

Ulaştırma problemi, yöneylem araştırmasında iyi bilinen bir optimizasyon problemidir (Yang ve Liu, 2007: 879).

UP üretim yeri ve dağıtım depoları veya bölgesel dağıtım depoları ve bölgesel pazarlar arasındaki dağıtım güzergahının belirlenmesi ile ilgilidir. Diğer taraftan dağıtım problemi, işçilerin görev dağılımı, satış personellerinin bölgelerinin dağıtım ve emir

verenlerle bağlantılarının sağlanması veya fabrikadaki görevlerin işçilere dağıtım konularını içerir. Bazı amaçların optimize edileceği dağıtım ve ulaştırma metotlarının uygulanması ile toplam ulaştırma maliyetlerinin minimizasyonu ve maksimum fayda ya da toplam harcanan zamanının minimizasyonu mümkündür (Kirkpatrick ve Levin, 1978: 350).

Daima bütün kaynaklarda sağlanmış belli bir kapasitede mala ve bütün hedeflerde bu mallara olan belli bir gereksinime sahibizdir. Bir ulaştırma modelinin amacı toplam ulaştırma maliyetini minimize edecek, kaynaklardan hedeflere dağıtım planını bulmaktır (Render ve Stair, 1978: 209).

Başka bir ifadeyle; ulaştırma problemi genellikle çok sayıda arz merkezinden çok sayıda talep merkezine malların dağıtım planlamasının yapılması gerekliliğinden kaynaklanır. Daima bütün arz merkezlerinde sınırlı mal miktarı söz konusudur ve bütün hedeflerde bu mallara olan belirlenmiş sınırlı bir talep vardır. Çeşitli dağıtım rotaları ve bu rotalar için farklı maliyetler ile amaç bütün üretim merkezlerinden bütün tüketim merkezlerine ne kadar birim mal taşınması gerektiğini belirlemek ki böylece bütün hedeflerdeki talepler karşılansın ve toplam ulaştırma maliyetleri minimum olsun (Anderson ve diğerleri, 1986: 424). Model aynı zamanda, dağıtım yollarının seçimini içermeyen fakat benzer matematik yapıya sahip diğer problemlerin çözümünde de kullanılır (Taha, 2000: 163).

En küçük maliyetli taşıma güzergâhının belirlendiği, arz edilen ürün ile talep merkezlerinden talep edilen miktarların doğru şekilde hesaplandığı planlı bir ulaştırma programı ile maliyet ve taşıma süresinin azaltılması, zamanında teslimat, taşıma süresi değişkenliğinin azaltılması, en az gecikme, hasar, kayıp, depolama ve teslimat gibi bileşenlerin iyileştirilmesi mümkün olabilecektir. Bu konu karlılık ilkesini benimsemiş olan büyüklü küçük bir çok işletmenin sorunudur. Özellikle büyük çaplı endüstri kuruluşları için düşünürsek doğru planlanmayan bir ulaştırma problemi ile çok ciddi maliyet artışları söz konusu olabilmektedir. Bu yönüyle bakacak olursak ulaştırma modeli işletmeler için organizasyonun karlılığı ve gelecekteki mevcudiyetini koruyabilmesi için önemli bir yol göstericidir.

Klasik ulaştırma problemi şu durumlarda optimal dağıtım planını hesaplamak istediğimizde kullanılır (Dantzig, 1963: 299):

- a. Mevcut ürün stoklarıyla dolu arz depolarının kuruluş yerini belirlemekte,
- b. değişik miktarda gereksinime sahip hedeflere (talep depolarına) direk olarak mal gönderimlerinde,
- c. stokları tüketmek ve talebi karşılamak ve böylece toplam talep ile toplam arzın eşitlenmesinde,
- d. ve sonuç olarak, maliyetlerde doğrusal amaç fonksiyonunun karşılanması, kısmi olarak taşınan miktarın her bir taşımadaki maliyeti ve kısmi maliyetlerden oluşan toplam maliyetlerin minimum olmasında.

Ulaştırma modeli bir pazarlama işlevi olarak fiziksel dağıtım, taşıma, stok bulundurma, depolama ve değişimlere ilişkin karar değişkenlerinden oluşur. Amaç maliyetleri minimum kılmaktır. Sadece ulaştırma konusunda değil işletmede alınan birçok kararın ulaştırma modeli yardımı ile alınabilmesi modelin daha yaygın bir kullanıma sahip olmasına neden olmuştur. Sayılan bu özellikleri nedeniyle dağıtım kararlarında matematik modelin kullanımı oldukça yaygındır.

Ulaştırma problemleri önemlidir çünkü çok sayıda firma ulaştırma metoduyla amaçlarının ve çözüm yollarının analiz edilebileceği dağıtım problemine sahiptir. Fakat çok daha önemlisi ulaştırma modellerini kullanarak diğer değişik özellikteki çok fazla sayıda problemi çözebiliriz. Yüzlerce kısıt ve binden fazla çeşitte değişken içeren çok sayıda gerçek problem vardır. Bu problemleri analiz etmek için, ulaştırma metodu gibi doğru bir algoritma kullanabilirsek, maliyetten büyük miktarda tasarruf sağlanır (Render ve Stair, 1978: 268).

Ulaştırma modelleri, aşağıdaki alanlarda sıkça kullanılabilir (Öztürk, 2004: 335-336):

- a. Üretim ve tüketim merkezleri arasında optimal mal dağıtımının belirlenmesinde,
- b. işlerin makinelere dağıtımında,
- c. üretim planlamasında,

- d. çeşitli şebeke ağı (network) problemlerinde,
- e. işletmelerin (fabrikaların) kuruluş yeri seçiminde gibi.

Bunların dışında, Doğrusal programlamanın özel bir hali olan ulaştırma modeli, tarımsal arazilerin düzenlenmesi projelerinde kullanılabilir (Banger ve Şişman, 2000: 82). L.R. Ford ve D.R. Fulkerson tarafından nakliye problemine ve daha genel olarak maliyet akışını minimize etmek için ulaştırma modeli uygulanmıştır (Ford ve Fulkerson, 1962: 194).

Doğrusal programlama yönteminin ilk uygulamaları arasında ulaştırma faaliyetlerinin planlanmasını görüyoruz. İkinci Dünya Savaşı sırasında müttefik kuvvetler nakil araçlarının çalışacağı noktaları belirleyip, bu suretle sınırlı ulaştırma imkanlarından azami yararlanma yolunu araştırmışlardır. Şüphesiz, hedef optimizasyondur. Hemen ekleyelim ki, doğrusal ulaştırma programlamanın ilk uygulama sahası petrol sanayi olmuştur. Problem, çıktıyı birkaç rafineriden daha çok sayıdaki dağıtım merkezlerine en düşük toplam nakil maliyetinde dağıtmaktır. İlk uygulamalarından birini petrol sanayisinde rafineri ürünlerinin dağıtımını konusunda bulan yöntem, zamanla çeşitli benzer endüstriyel problemleri çözmüş, hatta gerçekte nakil ile ilgili olmamakla beraber bazı endüstrilerde ve bazı problemlerde geniş uygulama alanına sahip olmuştur. Mesela stokların sağlanmasında, yatırım projelerinin sıralanmasında, karlılığın tespitinde vs. (Serper ve Gürsakal, 1982: 7).

Tarihte ulaştırma modelleriyle ilgili ilk çalışma 1939 yılında L.V. Kantorovich tarafından yapılmıştır. İşlerin makinelere tahsis edilmesini konu alan bu çalışmada maliyetler, işlere ve makinelere yapılan dağılımlara göre değişmektedir. Kantorovich bu türdeki problemler için aslında faydalı olsa da tam olmayan bir algoritma sunmuştur. Belki de bu nedenle bu çalışması o dönemde pek dikkat çekmemiştir (Dantzig, 1974: 299). Kantorovich 1942 yılında ulaştırma modellerinin sürekli halleri ile ilgili matematiksel bir çalışma ve 1948 yılında Gavurin ile birlikte ulaştırma modelinin uygulamalı bir çalışmasını yayınladı (Dantzig, 1963: 299).

Problemin günümüzdeki standart formu ilk kez yapısal bir çözüm ile Hitchcock tarafından formüle edilmiştir. “Üretimin Belirli Sayıdaki Üretim Kaynağından Çok

Sayıdaki Merkezlere Dağıtımını” adlı çalışmasında, simpleks metodunun belirtisi olan kabataslak bir teori ileri sürdü fakat yöntem ulaştırma probleminde başlangıç çözümün bulunması dışında, ulaştırma probleminin özel nitelikte bir çalıştırıcısı olmadı. Bu çalışma çok fazla ilgi uyandırma konusunda başarısız oldu (Dantzig, 1963: 299-300).

1947 yılında, Koopmans ekonomideki problemlerin çözümü için doğrusal programlamanın kullanılıp araştırılması için öncülük etmeye başlamıştır. Koopmans ‘Ulaştırma Sisteminin Optimum Kullanımı’ adlı tarihi çalışmasında savaş zamanındaki anılarından bahsetti. Çalışması F.L. Hitchcook’tan daha önce yapıldığı için, klasik ulaştırma modeli sık sık “Hitchcook – Koopmans Ulaştırma Problemi” olarak tarif edilir (Dantzig, 1963: 300).

Yapılan katkılarla ulaştırma modeli hızlı bir gelişim göstermiş olsa da modelin asıl gelişimi 1949 yılından sonra olmuştur. Bu tarihte G. B. Dantzig 1947’de geliştirdiği ve doğrusal programlamanın en önemli çözüm tekniği haline gelen simpleks metodunu ulaştırma modeline uyguladı. Böylelikle ulaştırma modeli ile doğrusal programlama arasındaki bağ kurulmuş oldu.

1953 yılında A. Charnes ve W.W. Cooper “Kuzeybatı Köşe Yöntemi ve Atlama Taşı Metodu”nu (stepping stone) geliştirmişlerdir. 1954 yılında A. Henderson ve R. Schlaifer yönteme bazı düzeltmeler getirmiş ve 1955 yılında R.O. Ferguson tarafından “Basitleştirilmiş Dağıtım Yöntemi MODİ (modified distribution)” geliştirilmiştir. Aynı yıl, W.R. Vogel tarafından “Vogel Yaklaşım Yöntemi – VAM (Vogel’s Approximation Method)” geliştirilmiş ve 1963 yılında G.B. Dantzing, modelin dejenerasyon durumları ve dejenerasyon durumunun ortadan kaldırılmasına ilişkin çözümleri ortaya koymuştur (Render ve Stair, 1992: 212). Son olarak Russell tarafından RAM Yöntemi (Russell’s Approximation Method) geliştirilmiştir.

Yapılan literatür taramasında, dağıtım problemleriyle ilgili olarak; Chen ve Wang (1997), Balakrishan, Natarajan ve Pangburn (2000), Ergülen (2005), Ulucan ve Tarım (1997) taşımada maliyet minimizasyonu çalışmaları yapmıştır. Kalender (2003), AGV’s tasarım problemi için bütünleşik model çalışmalarında karışık tamsayı programlama uygulamasını yapmışlardır. Ayrıca Tunçbilek (2003), verimli taşımacılık yolu demir yolu

çalışmasını yapmıştır (Ergülen vd, 2005: 164). Ergülen, Kazan ve Kaplan (2005), taşıma maliyetlerinin minimizasyonu için firma maliyetlerini optimize etmişlerdir. Farklı olarak dağıtım problemleri Özel (2000) tarafından matris denklemlerinin iki indisli düzlemsel dağıtım problemine uygulaması olarak ele alınmış, problemin matris denklemleri cinsinden formülasyonu yapılmıştır. Şafak (2000), m çıkış ve n varışlı bir dağıtım probleminin optimallik koşullarını Lagrange fonksiyonu ve Hessian matrisinin özelliklerini kullanarak incelemiştir (Ergülen, 2003: 208).

Bu çalışmalara ek olarak Pehlivanoğlu (1997) ulaştırma modeli için görsel destekli yazılım geliştirme çalışması yapmıştır. Kulu (2006), tedarik zinciri yöntemi ile ulaştırma modeli optimizasyonu yapmıştır. Çakanel (2008), Ertuğrul ve Tuş Işık (2008), Görkey (2009) ulaştırmada maliyet optimizasyonu çalışmaları yapmışlardır.

2.2. Ulaştırma Modelinin Varsayımları

Ulaştırma modelinin varsayımları genel ve özel olmak üzere iki başlık altında toplanmıştır.

a. Genel Varsayımlar: Doğrusal programlamanın özel bir türü olan ulaştırma modellerinde DP varsayımlarının tamamı geçerlidir.

b. Özel Varsayımlar: Ulaştırma modelleri DP varsayımlarına ilaveten şu varsayımları da içerir (Dantzing ve Thapa, 1997: 205):

1. Modelde kullanılan tüm mal ve hizmetler aynı birim homojenlikte tanımlanmış olmalıdır ki bu homojenlik koşuludur.

2. Herhangi bir üretim merkezi ile herhangi bir tüketim merkezi arasında birim malın ne kadar fiyatla taşınacağı bilinmelidir.

3. Üretim ve tüketim merkezlerindeki istem ve sunum miktarları bilinmelidir.

4. Üretim merkezlerinden dağıtılan miktar ile tüketim merkezlerince istenen miktar eşit olmalıdır. Eğer eşitlik yoksa teorik olarak sağlanmalıdır. Bu koşula tutarlılık koşulu denir ve bu koşulu sağlayan ulaştırma modelleri dengelidir.

2.3. Ulaştırma Modelinin Matematiksel Yapısı

Bu modelin parametreleri, birim maliyetler, talep ve arz değerleridir (Chanas ve Kuchta, 1998: 291). Ulaştırma probleminin doğrusal programlama problemi olarak matematiksel modeli ise aşağıdaki gibidir (Hallaç, 1983: 418):

Amaç Fonksiyonu:

$$\text{Minimum } Z = c_{11} X_{11} + c_{12} X_{12} + \dots + c_{1,n-1} X_{1,n-1} + c_{1n} X_{1n} + c_{21} X_{21} + c_{22} X_{22} + \dots + c_{2,n-1} X_{2,n-1} + c_{2n} X_{2n} + \dots + c_{m-1,1} X_{m-1,1} + c_{m-1,2} X_{m-1,2} + \dots + c_{m-1,n-1} X_{m-1,n-1} + c_{m-1,n} X_{m-1,n} + c_{m1} X_{m1} + c_{m2} X_{m2} + \dots + c_{m,n-1} X_{m,n-1} + c_{mn} X_{mn}$$

Kısıtlayıcılar:

$$X_{11} + X_{12} + \dots + X_{1n} \leq a_1$$

$$X_{21} + X_{22} + \dots + X_{2n} \leq a_2$$

...

$$X_{m-1,1} + X_{m-1,2} + \dots + X_{m-1,n} \leq a_{m-1}$$

$$X_{m1} + X_{m2} + \dots + X_{mn} \leq a_m$$

$$X_{11} + X_{21} + \dots + X_{m1} \geq b_1$$

$$X_{12} + X_{22} + \dots + X_{m2} \geq b_2$$

...

$$X_{1,n-1} + X_{2,n-1} + \dots + X_{m,n-1} \geq b_{m-1}$$

$$X_{1n} + X_{2n} + \dots + X_{mn} \geq b_n$$

Pozitiflik koşulu:

$$X_{ij} \geq 0 \quad (i= 1, 2, 3, \dots, m; j= 1, 2, 3, \dots, n)$$

$i= 1, 2, \dots, n$ olmak üzere n fabrikaya (kaynak) ve $j= 1, 2, \dots, m$ olmak üzere m pazara (tüketim bölgesi) sahip olduğumuzu varsayalım. i . kaynaktan j . pazara taşıma

maliyeti ünite başına c_{ij} ve taşınılan ünite miktarını x_{ij} ile gösterilerek toplam maliyet (amaç fonksiyonu)

$$Z_{\min} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_{ij} c_{ij} \quad (1)$$

olur. I . fabrikanın üretim miktarı a_i ve i . pazarın talep miktarı b_j ile gösterilerek toplam üretimin toplam talebe eşitlik varsayımı

$$\sum_{i=1}^n a_i = \sum_{j=1}^m b_j \quad (2)$$

olur. I . fabrikadan i . pazara negatif bir miktarın taşınması söz konusu olamaz ve

$$x_{ij} \geq 0 \quad \dots (i=1, \dots, n; j=1, \dots, m) \quad (3)$$

pozitiflik şartı yazılır. Herhangi bir fabrikadan bütün pazarlara gönderilen mallar toplamı o fabrikada yapılan üretim miktarına eşit olma şartı

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = a_i \quad \dots (i=1, \dots, n) \quad (4)$$

bağıntısı ile ve herhangi bir pazara bütün fabrikalardan gelen mallar toplamının o pazarın talebine eşit olması şartı

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = b_j \quad \dots (j=1, \dots, m) \quad (5)$$

bağıntısı ile matematiksel olarak yazılır. (1), (2), (3), (4), (5) bağıntıları ile belirlenen dağıtım problemlerine ulaştırma modeli adı verilir (Hallaç, 1978: 554-555).

Problemin uygun çözümü varsa; toplam istem toplam sunumdan fazla olamaz. Eğer uygun çözümde karar değişkenleri (x_{ij}) tam sayı değerinde değilse, çözüm kullanışlı olmaz. Problemin en az bir optimum çözümü var diyebilmek için sunum (a_i), istem (b_j) ve karar değişkenleri (x_{ij}) tam sayı değerinde veya 0 olmalıdır. Genel ulaştırma modellerinde, tüm üretim merkezinde üretilen ürünlerin toplam sunumunun, tüketim merkezlerinin toplam istemine eşit olduğu kabul edilir (Kotaman, 1998: 7).

Gerçek hayatta uygulanmak istenen problemlerde her zaman bu eşitlik söz konusu olmayabilir. Yani arz edilen sunum miktarı istem miktarından az veya daha fazla olabilir. Fakat ulaştırma probleminin çözüm tekniğinde bir probleme uygulanabilmesi için problemin dengede olması gereklidir. Bu nedenle toplam talep ve toplam arzın eşit olmadığı durumlarda problemi dengelenmiş duruma getirmek için probleme kukla (dummy) üretim veya tüketim merkezi eklenir.

Doğrusal programlama modellerinin çözümünde genel olarak simpleks yöntemi kullanılmaktadır. Ulaştırma modeli de doğrusal programlamanın özel bir şekli olduğuna göre bu yöntemle çözülebilir. Ancak m sayıda arz, n sayıda talep merkezi bulunan bir ulaştırma problemini simpleks yöntemle çözülmesi istenirse, modele yapay değişkenler katılması gerekeceğinden çok sayıda değişken bulunacak ve simpleks tabloda fazla sayıda satır ve sütunla işlemler yapılması gerekecektir. Bu durum hem çok emek harcanmasına hem de çok zaman kaybedilmesine neden olacaktır (Özkan, 2005: 115). Bir ulaştırma probleminin simpleks ve kendi çözüm tekniği kıyaslandığında ulaştırma modelinin;

- Hesaplama zamanı simplekse göre 100 – 150 kez daha hızlı,
- Bilgisayar destekli çözümlerde simpleks yöntemine göre daha az yer kapladığı ve çok geniş problemlerin çözümüne olanak tanıdığı görülmüştür.
- Tam sayılı sonuçlar üreten bir modeldir (Render ve Stair, 1978: 215).

Doğrusal programlama problemlerinin çözümünde simpleks yöntem, dolayısıyla simpleks tablosu kullanılmaktadır. Ulaştırma modellerinin çözümünde ise ilk olarak ulaştırma tablosu hazırlanmalıdır. Ulaştırma tablosunun kullanım amacı simpleks tablosunun kullanım amacıyla aynıdır; probleme ilişkin tüm bilgilerin ve verilerin bir arada, aynı çerçevede görülmesini sağlamaktır (Kirkpatrick ve Levin, 1975: 312). Tablo kullanımının Amacı probleme ilişkin verileri doğru bir şekilde özetleyerek çözüm aşamalarını kolaylaştırmaktır.

Ulaştırma problemlerinin standart gösterimi ulaştırma tablosu ile olur (Winston, 1994: 185). Ulaştırma tablosu ile modelin kendine has algoritmasının kullanılması mümkün olmaktadır.

Tablo 1: Ulaştırma Tablosu

İstem Merkezi	1	...	j	...	n	Sunum Miktarı
1	X_{11}	C_{11}	C_{1j}	X_{1j}	C_{1n}	a_1
...
i	X_{i1}	C_{i1}	C_{ij}	X_{ij}	C_{in}	a_i
...
m	X_{m1}	C_{m1}	C_{mj}	X_{mj}	C_{mn}	a_m
İstem Miktarı	b_1	...	b_j	...	b_n	$a_T = b_T$

Kaynak: Ozan, 1994: 207.

Tabloda geçen notasyonlar ve anlamları aşağıdaki gibi belirtilebilir (Esin, 2003: 22):

m = Üretim merkezi (kaynak) sayısı

n = Tüketim merkezi (hedef) sayısı

C_{ij} = i kaynağından j hedefine gönderilen malın birim taşıma maliyeti

X_{ij} = i kaynağından j hedefine gönderilen mal miktarı (birim olarak)

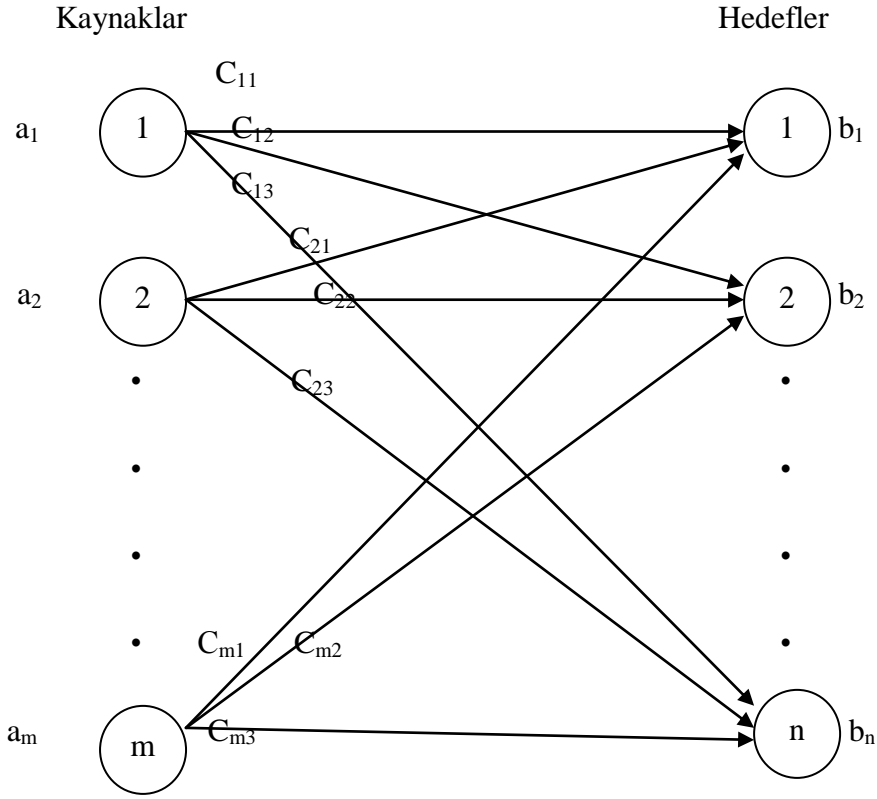
a_i = i kaynağının üretim kapasitesi (arzı)

b_j = j hedefinin istem miktarı (talep).

Ulaştırma tablosunda bulunan her bir kutucuğa hücre ya da göze adı verilir. Genellikle bir ulaştırma problemi $m \times n$ (m = arz merkezi sayısı ve n = hedef sayısı) hücreden oluşur. Yukarıda gösterilen ulaştırma tablosu yedi satır (üretim merkezleri) ve dört sütuna (tüketim merkezleri) sahip dolayısıyla ($7 \times 4 = 28$) hücreden oluşmaktadır.

Ulaştırma probleminin şebeke ile gösterimi de mümkündür ve aşağıdaki gibi gösterilir:

Şekil 1: Ulaştırma Modelinin Şebeke Gösterimi



Kaynak: Dantzig ve Thapa, 1997: 207.

2.4. Ulaştırma Modelinin Algoritması

Ulaştırma problemlerinin çözüm yöntemlerinde ve değerlendirilmelerinde kullanılan bazı temel kavramlar vardır. Ulaştırma modelinde istem ve sunum kısıtlarını sağlayan herhangi bir $X = X_{11}, X_{12}, \dots, X_{mm}$ ($i= 1, 2, 3, \dots, m; j= 1, 2, 3, \dots, n$) vektörüne “çözüm” denir. Çözüm, istem ve sunum kısıtları ile birlikte pozitiflik koşulunu da sağlıyorsa “kabul edilebilir” bir çözümdür. Eğer kabul edilebilir çözümdeki temel değişken (değer alan karar değişkeni) sayısı $(m+n-1)$ 'e eşitse çözüm, “temel kabul edilebilir” çözümdür. En iyi çözüm ise, temel kabul edilebilir çözümler arasında amaç fonksiyonunu en iyileyen çözümdür (Doğan, 2005: 83).

Ulaştırma modeli amaç fonksiyonu tanımlanırken taşıma planının şu üç isteği karşılaması gerekir;

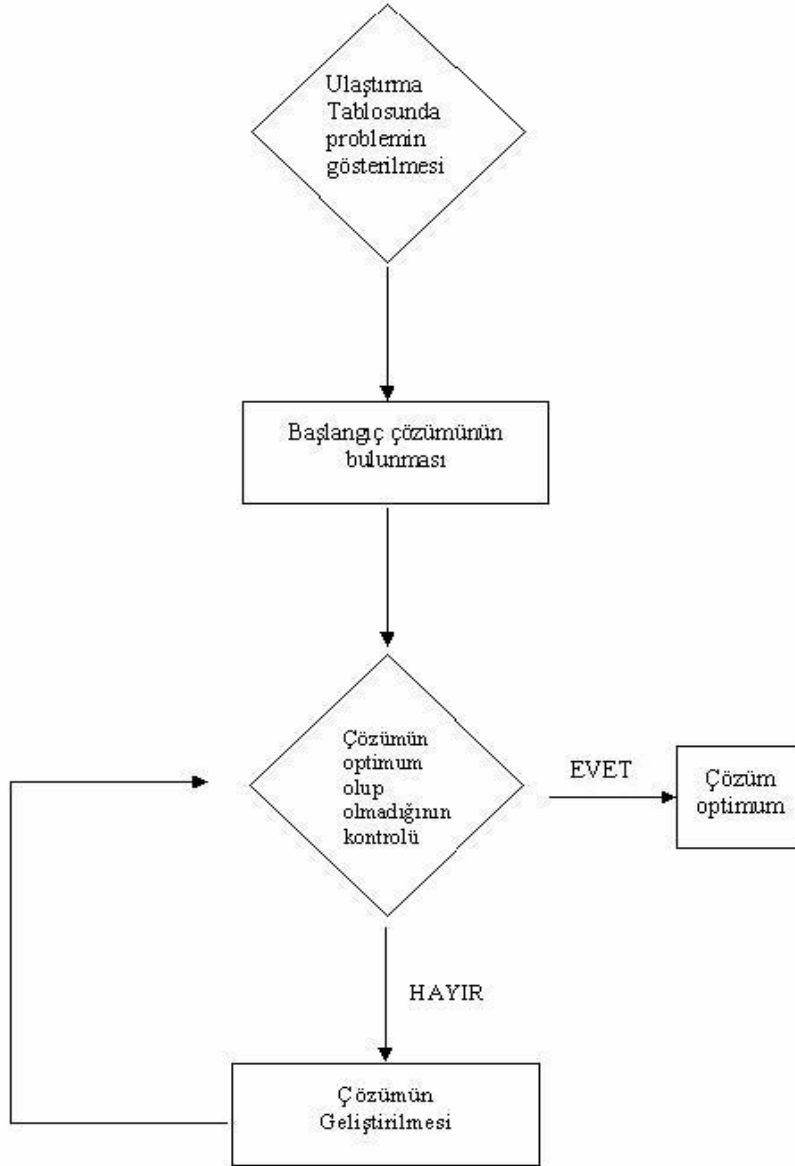
1. Toplam taşıma maliyeti minimum olmalı.
2. Üretim merkezi kapasitesinin tamamı kullanılmalı.
3. Tüketim merkezi talebinin tamamı karşılanmalı.

Ulaştırma problemlerinin çözümünde uygulanan aşamalar şöyledir (Doğan, 1995: 83):

1. Probleme ait verilerin başlangıç tablosunda gösterilmesi.
2. Satır ve sütun gereksinimlerine uyularak temel kabul edilebilir başlangıç çözümü için dağıtım ve atamanın yapılması.
3. İkinci adımda elde edilen çözümün en iyi olup olmadığının kontrol edilmesi ve temel olmayan değişkenler arasından temel değişken olarak girecek değişkenlerin bulunması.
4. Çözüm en iyi değilse en iyi çözüme ulaşıncaya kadar ardışık işlemlere devam edilmesi.

Ulaştırma algoritması akış diyagramı halinde aşağıda verilmiştir:

Şekil 2: Ulaştırma Modelinin Algoritması



Kaynak: Stevenson, 1989: 207.

2.5. Ulaştırma Modelinde Başlangıç Çözüm Teknikleri

Ulaştırma problemlerinin çözümünde doğrusal programlama kullanılabilmesine rağmen, bu problemlere özgü daha etkili algoritmalar geliştirilmiştir. Simpleks algoritmasında olduğu gibi, bu çözüm teknikleri de başlangıç temel çözümün bulunması ve optimal bir sonuca ulaşıncaya kadar başlangıç çözümün adım adım geliştirilmesini içerir. Simpleks metottan farklı olarak, ulaştırma metotları hesaplamalarda büyük kolaylık sağlamaktadır (Render ve Stair, 1978: 209). Kullanılan bu yöntemler aşağıda verilmiştir:

1. Kuzeybatı köşe yöntemi
2. En az maliyetli hücrelere dağıtım yöntemi
3. En düşük maliyetli gözeler yöntemi
4. Vogel'in yaklaşım yöntemi (VAM)
5. Russell'in yaklaşım yöntemi (RAM)

2.5.1. Kuzeybatı Köşe Yöntemi (Northwest Corner Rule)

İlk olarak George B. Dantzig tarafından ortaya atılan yöntem, 1953 yılında W. W. Cooper ve A. Charnes tarafından geliştirilmiştir. Sonrasında A. Henderson ve R. Schlaifer tarafından yönteme getirilen bazı değişiklikler ile bugünkü halini almıştır. Yöntem, çözüm işlemine başlangıç tablosunun kuzey batı köşesinden başlanarak gerekli miktarların dağıtılmaya başlanması nedeniyle bu ismi almıştır.

Ele alacağımız yöntemlerin en basiti olan bu yöntemde, ulaştırma tablosunun sol üst hücreden (x_{11}) başlanarak birinci fabrikada (üretim yeri) elverişli mallar olabildiği kadar dağıtılır. Yani x_{11} gözesine yapılacak dağıtım miktarı sıra şartı a_1 ve sütun şartı b_1 den hangisi küçükse, o miktar yapılır. Eğer $b_1 < a_1$ ise birinci tüketim merkezinin (istem merkezi) istemi doyurulur ve geriye kalan sunum miktarı x_{12} olarak dağıtılır. Eğer $b_1 > a_1$ ise birinci sunum merkezinin tüm malları birinci istem merkezine dağıtılır. Doyurulmayan istem miktarı ise ikinci sunum miktarından karşılanarak x_{21} olarak dağıtım yapılır. Böylece her defasında bir sağ taraftaki gözeye veya bir aşağıdaki gözeye geçilerek her sıra (sunum) ve sütun (istem) şartını sağlayarak tüm dağıtımlar yapılır (Öztürk, 2004: 343).

Yöntemin uygulanması şu şekildedir:

1. Problem bir ulaştırma tablosunda gösterilir.
2. Başlangıç çözümü için kuzeybatı (sol üst) köşeden başlanılarak dağıtım yapılır.
3. Dağıtım yapılmamış gözeler için gösterge sayıları hesaplanır.
4. Seçilen göze için;
 - a. Hesaplanan sunum miktarı, talep miktarını aşmakta ise talep miktarının tamamı bu hücreye atanır. Yapılan ikinci dağıtım planında doyurulmuş olan sütun çıkarılır ve

işleme dahil edilmez. Dağıtım için bu hücrenin sağ yanındaki X_{12} hücresi seçilerek çözüme devam edilir.

b. Hesaplanan istem miktarının sunum miktarından büyük olması durumunda ise sunum miktarı olduğu gibi X_{11} hücresine atanır. Doyurulmuş olan satır ikinci dağıtım planında çıkarılır ve işleme katılmaz. Dağıtım için bir alt satırın sol üst köşesinden (X_{21}) hücresi seçilerek işleme devam edilir.

5. Problemdeki bütün sunum v talep miktarları tamamen doyuruluncaya kadar bu işlemler sürdürülür.

2.5.2. En Az Maliyetli Hücrelere Dağıtım Yöntemi

Küçük boyutlu ulaştırma problemleri için hız avantajına sahip olan bu yöntemin uygulanmasında üç farklı yaklaşım söz konusu olur (Serper ve Gürsakal, 1982: 85-89).

a. Sıra yaklaşımı: başlangıç tablosunun birinci sırasındaki en küçük birim maliyetli hücreden başlanarak tahsisler yapılır. Bu işlemler ilk sıranın gerekleri karşılanıncaya kadar devam eder. İlk sıranın gerekleri karşılandığında aynı işlemler ikinci sıra için yapılır. Son sıranın gerekleri karşılanıncaya kadar işlemlere devam edilir.

b. Sütun yaklaşımı: başlangıç tablosunun birinci sütunundaki en küçük maliyetli hücreye tahsis yapmakla işlemlere başlanır. İlk sütunun gerekleri karşılanıncaya kadar devam eden bu işlemler, devamında ikinci sütunun gerekleri karşılanmak üzere tekrarlanır. Son sütunun gerekleri karşılandığında işlemler son bulur.

c. Genel yaklaşım: bu yaklaşımda sıra veya sütun farkı gözetilmeksizin başlangıç tablosunun bütün birim maliyetleri arasından en küçüğüne sahip hücreden başlanarak tahsisler yapılır. Bu tahsislerin yapımında sıra ve sütun kısıtlayıcılarına uyulacağı açıktır.

2.5.3. En Küçük Sıra veya Sütun Kullanımı Yöntemi

En küçük sıra yönteminin uygulamasında, ulaştırma tablosunun birinci sırası ile başlanır ve bu sıradaki en küçük maliyetli göze en büyük ayırım yapılır. Birinci sıra şartı

doyurulduktan sonra bir sonraki en küçük göze kalan miktarlar dağıtılır. Bu işlem bütün satırlar doyuruluncaya kadar bir alt satıra geçilerek devam edilir.

En düşük maliyetli sütun yönteminde ise çözüme ulaştırma tablosunun birinci sütunu ile başlanır ve sütundaki en küçük maliyetli göze seçilir. Birinci sıra şartı doyurulmadığı takdirde bir sonraki en küçük göze dağıtım yapılarak çözüme devam edilir. Böylelikle her seferinde bir diğer sütuna geçilerek bütün satır ve sütunların doyuma ulaşımına kadar ardışık işlemler devam eder.

Şunu hemen belirtelim ki, minimum maliyetli sıra ve sütun metotlarıyla elde edilen başlangıç çözümleri aynı taşıma maliyetini vermeyebilir (Uman, 1974: 36).

2.5.4. Vogel'in Yaklaşım Yöntemi (VAM)

1958 yılında William R. Vogel tarafından ileri sürülen yöntem, adının baş harflerinin birleştirilmesinden dolayı VAM yöntemi olarak bilinir.

Yöntemin adımları şu şekilde belirlenebilir (Timor, 2001: 128);

1. Her bir satır ve her bir sütundaki en düşük iki maliyet seçilerek farkı alınır. Bu değer ceza (fırsat) maliyeti olarak isimlendirilir ve en iyi rotanın izlenmesi nedeniyle katlanılacak maliyeti ifade etmektedir.

2. En yüksek ceza (fırsat) maliyetine sahip satır ya da sütun belirlenir.

3. En yüksek ceza (fırsat) maliyetine sahip satır ya da sütundaki en düşük maliyetli hücreye, arz ve talep miktarları dikkate alınarak, mümkün olabilecek en yüksek miktarda yükleme yapılır.

4. Arzı kullanılan satır veya talebi karşılanan sütun tablodan elenir.

5. İlgili satır veya sütunun elendiği yeni matrise indirgenmiş matris denmektedir. İndirgenmiş matriste maliyet farkları yeniden hesaplanır.

6. İkinci adıma dönülerek, elenmemiş tek satır ya da tek sütun kalıncaya kadar işlemler tekrarlanır ve başlangıç temel uygun çözüm böylece elde edilir.

VAM yöntemi anlatılan başlangıç çözüm yöntemleri içinde optimum çözüme en yakın sonucu veren metottur. Böylece optimum sonucun elde edilmesinde önemli ölçüde zaman tasarrufu sağlamaktadır. Problemin boyutu artıkça bu tasarruf daha da önemli boyutlarda olmaktadır.

2.5.5. Russell'in Yaklaşım Yöntemi (RAM)

Adını Russel's Approximation Method kelimelerinin ilk harflerinden almıştır. VAM yöntemi gibi en iyi veya en iyiye yakın çözümü verir. Çözüme ulaşmak için izlenecek yol sırasıyla şöyledir (Doğan, 1995: 94):

1. Problem başlangıç tablosunda gösterilir. Sonra her satır veya sütundaki en yüksek maliyet katsayıları seçilerek tabloda satır ve sütun maksimumları olarak gösterilir.
2. Yeni maliyet katsayıları için boş bir tablo hazırlanarak her hücrenin ilk tablodaki birim taşıma maliyeti ilgili satır ve sütun maksimumlarının toplamından çıkarılarak yeni birim taşıma maliyetleri olarak tabloya yerleştirilir. Yeni oluşturulan tablodaki en yüksek birim taşıma maliyetine sahip hücreye dağıtım yapılır.
3. İhtiyacı karşılanmış olan satır ve sütunlar tablodan çıkartılır ve yeni tablo hazırlanır. Düzenlenen tablolarda satır ve sütun sayısı bire ininceye kadar işlemlere devam edilir.

2.6. Ulaştırma Problemlerinde Optimal Çözüme Ulaştıran Çözüm Teknikleri

Çeşitli metotlarla elde edilen başlangıç çözümünün optimum olup olmadığını anlamak için, bulunan çözümde temel olmayan değişkenlerin teker teker çözüme sokularak, başka bir deyimle temel değişken haline getirerek, amaç fonksiyonundaki değişmeye bakmak gerekir. Eğer toplam maliyetler azalıyor ise daha iyi bir çözüme geçilmiş demektir; aksine toplam maliyet artıyorsa söz konusu temel olmayan değişkenin çözüme temel değişken şeklinde sokulmaması gerekir. Amaç fonksiyonunu minimum yapan çözümün bulunabilmesi için yukarıdaki işlemin sistematik yapılması, başka bir ifade ile her iterasyon sonunda optimuma biraz daha yaklaşılmış olması gerekir. Bu konuda geliştirilen temel çözüm metodu basamak (stepping-stone) ya da dağıtım (distribution) metodudur (Uman, 1974: 38-39).

2.6.1. Atlama Taşı Yöntemi (Stepping-Stone)

Yöntem, 1947 yılında George B. Dantzig' in ileri sürmüş olduğu simpleks metodun W. W. Cooper ve A. Charnes tarafından geliştirilmesiyle ortaya konmuştur.

Yöntem değerlendirmeyi hücreleri takip ederek yaptığı için “atlama taşı” veya “taş atlama” adını almıştır. “Temel olmayan değişkenlerin değerlendirilmesi” adı da verilen yöntemin temelinde üç aşama yatmaktadır (Ozan, 1994: 131):

1. Temele girecek değişkenin bulunması (optimallik testi veya prensibi).
2. Temeli terk edecek değişkenin bulunması (kabul edilebilirlik prensibi veya fizibilite).
3. Optimal çözüm bulununcaya kadar ardışık işlemlere devam edilmesi.

Atlama taşı yönteminde başlangıç çözümde yer almayan (kullanılmayan) boş bir gözeye yapılan ayırımın, toplam maliyet üzerinde ne tür ve ne kadar bir değişim sağlanacağı araştırılır.

Bu maliyetlerin hesaplaması için aşağıdaki adımlar izlenir (Karayalçın, 1993: 134):

- a. Gizli maliyeti hesaplanacak boş göze belirlenir.
- b. Gizli maliyeti hesaplanacak gözeden başlayıp, sadece yatay ve dikey doğrultularda ilerleyebilen, dolu gözelerde 90 derecelik dönüşler yapabilen, sonunda tekrar aynı boş gözeye gelen çevrimler yazılır (Çevrimin yönü sadece dolu gözelerde değişebilir).
- c. İşlem yapılırken seçilen boş gözenin maliyeti önüne (+), dönüş yapılan dolu gözelerin maliyetlerinin önüne sırasıyla (-), (+), (-) işaretleri konulur.
- d. Çevrime giren gözelerle ait maliyetler (c_{ij}), işaretleri dikkate alınarak toplanır. Bu işlem boş gözenin gizli maliyetini (d_{ij}) verir. Gizli maliyet üç durumda olabilir:

- (d_{ij}) > 0 ise, boş gözenin doldurulması toplam maliyeti artırır, boş gözenin boş kalmasına karar verilir.

- (d_{ij}) < 0 ise, boş gözenin doldurulması toplam maliyeti azaltacağından boş göze, dolu hale getirilir. Gizli maliyet hesaplanırken dolaşılacak gözelerdeki en az dağıtım miktarı olan optimum miktar çevrimde maliyetlerine (+) işaret konulan gözelerle ilave edilir,

maliyetlerine (-) işaret konulan gözeler eksiltilir. Böylece satır ve sütun toplam miktarı değişmemesi sağlanmış olur.

- $(d_{ij}) = 0$ ise, boş gözeye ürün dağıtım maliyeti değişmeyecektir. Fakat bu durum dağıtım planı için alternatifler olduğunu gösterir.

e. Her boş gözenin gizli maliyeti hesaplanmalıdır. Eğer bütün gizli maliyetler (d_{ij}) sıfıra eşit veya büyükse çözüm, en iyi çözümdür. Kaç tane d_{ij} değeri sıfıra eşitse, o kadar alternatif dağıtım planı vardır. Bu planlarda maliyetler eşittir.

f. Eğer gizli maliyetlerden (d_{ij}) sıfırdan küçük olan varsa; dağıtım yapılacak göze, negatif maliyetlerinden mutlak değerce en büyük maliyete sahip gözedir.

g. Bu gözeye dağıtım yapıldıktan sonra, yeni tabloda oluşan boş gözelerin gizli maliyetleri hesaplanır. İşlemler, boş gözelerin tamamının gizli maliyetleri sıfır veya daha büyük olana kadar devam ettirilir. Eğer alternatif dağıtım planları da bulunacaksa, gizli maliyetleri sıfır olan gözeler de aynı işlemler yapılır. Bu durumda ulaşılan çözüm en iyi çözüm, maliyet de en düşük maliyet olur.

2.6.2. MODİ Yöntemi

Yukarıda açıklanan basamak (ya da dağıtım) metodunun iki önemli sakıncası vardır. Bir defa, temel olmayan değişkenlerden hangisinin çözüme gireceği konusunda koyduğu kriter gerekli, fakat yeterli değildir. Çünkü bir boş karenin gizli maliyetlerinin negatif olması onun çözüme girmesi için yeterlidir. Oysa birden çok boş karenin gizli maliyetleri negatif ve bunların büyüklükleri de birbirinden farklı olabilir. Basamak metodu negatif ve bunların büyüklükleri de birbirinden farklı olabilir. Basamak metodu negatif değerli ilk boş kareyi çözüme soktuğu için, bu karenin en büyük katkıyı getiren kare olduğu konusunda elde bir kriter mevcut değildir. Bu nedenle basamak metodunun koyduğu kriter yetersiz kalmaktadır (Uman, 1974: 44). Atlama taşı yönteminde, yolların saptanması ve izlenmesi yorucu ve hata yıpratıcı olduğundan MODİ yöntemi adı altında, işlem sayısı az olmamakla beraber, çok basit olan bir yol daha geliştirilmiştir (Karayalçın, 1993: 138).

MODİ yöntemi doğrusal programlardaki dual problemin çözümünden hareket eder (Çakanel, 2008: 44):

Problemin Primal Modeli:

1) Amaç Fonksiyonu (Öztürk, 2004: 357-358):

$$\text{Minimum } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

Kısıtlayıcılar

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad j = 1, 2, \dots, n$$

ve

$$x_{ij} \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

Dual Problem:

$$\text{Maksimum } Y = \sum_{i=1}^m a_i u_i + \sum_{j=1}^n b_j v_j$$

Kısıtlayıcılar

$$u_i + v_j \leq c_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

ve

u_i, v_j pozitif veya negatif istenilen değeri alabilir.

Ulaştırma probleminde m adet kaynak (sıra) ve n adet hedef (sütun) bulunur. Bu da şu anlama gelir ki, problemde $m+n$ tane denklem ve $m+n$ tane de u_i ve v_j bulunur. Ulaştırma probleminde bir sonuca ulaşabilmemiz için bu denklemlerden $(m+n-1)$ kadarını bilmemiz yeterli olacaktır. Bu nedenle u_i veya v_j lardan birinin değerini sıfır olarak kabul etmemiz gerekir. Genellikle u_1 değerine sıfır verilir. Daha sonra dolu gözeler, diğer bir

deyişle temel değişkenler için $u_i + v_j = c_{ij}$ veya $-c_{ij} + u_{ij} + v_j = 0$ işlemleri kullanılarak tüm u_i ve v_j değerleri hesaplanır. Boş olan gözelerin yani temel olmayan değişkenlerin test miktarları $u_i + v_j - c_{ij}$ kabul edilerek hesaplama yapılır. Bu bağıntının diğer bir ifade şekli de $d_{ij} = u_i + v_j - c_{ij}$ dir. Bu ifadede yer alan d_{ij} yapılan test miktarını temsil eder ve net değişim maliyeti olarak da düşünölebilir.

Eğer tüm temel olmayan değişkenlerin test miktar değerleri sıfıra eşit ve sıfırdan küçük ise (yani $d_{ij} \leq 0$) şimdiki temel çözüm optimaldir. Eğer temel olmayan değişkenlerden birisinin test miktarı pozitif ise buna karşılık olan gözeye ayırım yapılarak toplam maliyet azaltılabilir. Öte yandan birden fazla temel olmayan değişkenin test miktarı pozitif ise ayırım en yüksek pozitif değerli temel değişkene yapılmalıdır (Öztürk, 2004: 358).

2.7. Ulaştırma Modelinde Karşılaşılan Özel Durumlar

Yukarıda bahsedilen ulaştırma modelleri dengelenmiş ve bütün varsayımların sağlandığı problemler için geçerlidir. Bu modellerde arz ve talebin eşitliği varsayımı ile minimum maliyetli dağıtım planı araştırması yapılır. Fakat gerçek dünyada karşılaşılan birçok durumda ulaştırma problemlerinde gerekli varsayımların biri ya da bir kaçı sağlanamayabilir. Bu tür durumlarda ulaştırma problemi için özel durumlar söz konusu olmaktadır. Bu özel durumlarda optimum çözüme ulaşmak olanaksız olmakta ve problemin çözümünü sağlamak için bu özel durumların giderilmesi gerekmektedir.

2.7.1. Dengelenmiş ve Dengelenmemiş Modeller

Bir ulaştırma probleminin çözülebilmesi için toplam arz toplam talep eşitliği söz konusu olmalıdır. Toplam arzın toplam talebe eşit olduğu ulaştırma problemine dengelenmiş model, sağlanamadığı problemlere ise dengelenmemiş model adı verilir. Dengelenmemiş ulaştırma probleminde optimum çözüme ulaşabilmek için öncelikle yapılması gereken problemi dengelenmiş duruma getirmektir. Bu bölümde öncelikle dengelenmiş sonrasında dengelenmemiş modeller ele alınacaktır.

1) Dengelenmiş Modeller : Herhangi bir ulaştırma modelinin dengelenmiş model olabilmesi için kaynakların toplam arzının (a_i), hedeflerin toplam talebine (b_j) eşit olması şartı bulunmaktadır. Bu nedenle,

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = \sum_{j=1}^n X_{ij}$$

veya

$$\sum_{j=1}^n b_j = \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^m X_{ij} \right) = \sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^n X_{ij} \right) = \sum_{i=1}^m a_i$$

olması gerekmektedir. Fakat gerçek problemlerde bu eşitlik her zaman sağlanamamaktadır (Esin, 2003: 203).

2) Dengelenmemiş Modeller: Gerçek uygulamalı problemlerde dengelenmiş duruma rastlamanın çoğu zaman güç olduğu belirtilmiştir. Fakat ulaştırma modelinin çözüm tekniğinin herhangi bir probleme uygulanabilmesi için problemin basit bir teknikle dengelenmiş model haline dönüşmesi gerekmektedir. Toplam arz ve toplam talep eşitliğinin sağlanması için probleme sıfır taşıma maliyetli kukla (dummy) üretim ya da tüketim merkezleri eklenmelidir (Öztürk, 2005: 475).

Dengelenmemiş ulaştırma probleminin varlığından iki durumda söz edilebilir:

a) Toplam Arz Miktarının Toplam Talep Miktarını Aşması Durumu (Overproduction):

Toplam arzın toplam talebi aşması durumunda problem dengelenmiş değildir ve dengelenmesi gerekir. Toplam talebin toplam arzı aşması durumunda arz merkezinde üretilmiş olan fazlalığın tamamının sevk edilmesi gerekliliği yoktur.

$$\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j \quad (1)$$

ile kısaca arzın talepten büyük olduğu durum ifade edilebilir. Ulaştırma probleminin arz merkezi bakımından bir eşitsizlik söz konusudur.

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \leq a_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

Fakat bu eşitsizliğe rağmen hedefteki talep miktarının tamamı karşılanacaktır.

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = b_j \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

(1) de ifade edilen arz fazlasını gidermek için, ulaştırma tablosuna bir sütun eklemek suretiyle kukla (dummy) olarak adlandırılan hayali bir depo oluşturulur ve arzdaki fazlalık bu depoya sevk edilir.

Başka bir deyimle, (2) ifadesine ($X_{i,n+1}$) gevşek değişkenleri ilave edilebilir. Bu takdirde yukarıdaki ifadeler

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} + X_{i,n+1} = a_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = b_j \quad j = 1, 2, \dots, n$$

yazılabilecek ve b_{n+1} deposunun talebi fazla arza (overproduction)

$$\sum_{i=1}^m X_{i,n+1} = \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j = b_{n+1}$$

eşit olacaktır (Uman, 1974: 54-55).

b) Toplam Talep Miktarının Toplam Arz Miktarını Aşması Durumu (Underproduction):

Bu durumda toplam talebin toplam arzdan büyük olması ve arz merkezlerindeki bütün malların sevk edilmesine rağmen talebi doyuramaması söz konusu olacaktır.

$$\sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = a_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} \leq b_j \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

Arz fazlasında olduğu gibi burada da $(x_{m+1,j})$ gevşek değişkenleri, ulaştırma tablosuna bir sıra eklenerek yaratılan hayali ya da yedek (fictious or dummy) yükleme yeri ile (2) ve (3) ifadeleri eşitlik haline getirilecektir. Buna göre (Uman, 1974: 56)

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = a_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} + X_{m+1,j} = b_j \quad j = 1, 2, \dots, n$$

eşitlikleri yazılabilecek ve hayali yükleme yerinin toplam arzı

$$\sum_{j=1}^n X_{m+1,j} = \sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i = a_{m+1}$$

ye eşit olacaktır.

2.7.2. Dağıtım Yapılması Yasaklanmış Yollar

Ulaştırma modeli çözüm yolları anlatılırken her bir kaynaktan her bir hedefe ulaşımın mümkün olduğu varsayımı ile hareket edilmiştir. Fakat bu varsayım gerçek problemlerin birçoğunda geçerli olmayabilir.

Bazen ulaştırma modelindeki bir ya da daha fazla yol yasaklanmış olabilir. Bu yüzden bir kısım kaynaktan, bazı hedeflere nakil yapılamayabilir. Bu durum ortaya çıktığında, bu rotanın değişken bir temsilinin seçilmesinin optimal çözümde hiçbir etkisinin olmadığından emin olmalıyız. Bu şekilde amaç fonksiyonundaki yasaklanmış bölgenin bir temsili ile hem bu durum giderilebilir hem de buna bağlı maliyetten tasarruf edilebilir (Taylor, 2002: 217).

2.7.3. Dağıtım Kabul Miktarları Sınırlanmış Yollar

Karşılaşılan bazı ulaştırma problemlerinde, dağıtım yollarına üst ya da alt sınır kısıtlamaları söz konusu olabilir. Bu durumda probleme müdahale etmeksizin, problemi başlangıç çözüm tekniklerinden birisi ile çözmek mümkün olmayacaktır.

a) Üst Limit Dağıtım Kabul Miktarı Belirlenmiş Yollar: Bazı nedenlerle değişkenlerden birinin ya da bir kısmının belli bir pozitif değerin üzerinde değer alması mümkün olmayabilir. Bu durum üst sınırlama şartı olarak adlandırılır ve şöyle gösterilir:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = a_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = b_j \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m X_{ij} C_{ij} = Z_{\min}$$

$$X_{ij} \geq 0 \text{ bütün } i \text{ ve } j \text{ ler için}$$

$$X_{ij} \leq U_{ij} \text{ bazı ya da bütün } i \text{ ve } j \text{ ler için}$$

Bazı sebeplerden dolayı bir veya birden fazla gözenin dağıtım kabul miktarına üst sınır konulmuş olabilir. Bu sınır, o gözenin kabul edebileceği maksimum ürün seviyesini gösterir. Bu durumda çözüme geçmeden önce yapılacak işlemler şöyledir (Kotaman, 1998: 25):

1. Problem ulaştırma tablosunda gösterilir.
2. Üst limit dağıtım kabul miktarı belirtilmiş olan hücrenin bulunduğu sütunun aynısı, paralel olarak yanına yaratılır. Yaratılan bu sütundaki hücrelerin birim taşıma maliyetleri, esas sütundakilerin aynısı olur. Sadece yaratılan sütundaki üst limit dağıtım-kabul miktarı belirtilmiş olan hücrenin birim taşıma maliyeti olarak 'M' atanır ve bu hücreye yapılacak dağıtım yasaklanmış olur.

Yaratılan sütunun istem miktarı, esas sütunun istem miktarından, belirtilen üst limit miktarı çıkarılarak belirlenir. Esas sütun istem miktarı da belirtilen üst limit miktarı olarak belirlenir.

b) Alt Limit Dağıtım Kabul Miktarı Belirtilmiş Yollar: Bazı sebeplerden dolayı, bir veya birden fazla hücre için kabul edilebilir alt sınırlar belirtilmiş olabilir. Bu, ilgili gözenin modelin çözümünde sahip olmak istediği minimum miktar anlamına gelir. Gözenin alt sınırı, “s” olsun. Çözümünden önce sırasıyla aşağıdaki işlemler yapılır (Kabak, 2000: 36):

1. Problem ulaştırma tablosunda gösterilir.
2. Alt sınır konulan hücrenin bulunduğu satır ikiye bölünür. Yani bir satır ilave edilir. İlk satır F_i , F_{ii} olarak adlandırılır.
3. F_{ii} satırının sunum miktarı gözenin alt sınır (s) değeri olur. F_{ii} satırında, alt satır olan gözenin maliyeti aynı, aynı satırdaki diğer gözenin maliyetleri M olur.
4. F_i satırının taşıma maliyetleri aynı kalır. F_i satırının orijinal satır sunum miktarından, göze alt sınırının çıkarılmasıyla bulunur.
5. Çözüm yöntemlerindeki diğer adımlar uygulanır.

2.7.4. Bozulma (Dejenerasyon) Durumu

Herhangi bir ulaştırma modelinde; m =satır sayısı, n =sütun sayısı olmak üzere, $m+n-1$ sayıda görev almış -dolmuş- hücre bulunuyorsa her boş hücre için kapalı çevrim hattı çizilebilir, modi yöntemi için u_i ve v_j değişkenleri hesaplanabilmektedir. Başka bir şekilde ifade etmek gerekirse, ancak $m+n-1$ sayıda görevli hücreye sahip bir ulaştırma problemine optimallik testi uygulanabilir ve eğer gerekliyse optimal çözüme ulaşılmaya kadar iterasyonlar sürdürülebilir. Fakat görevli hücre sayısının $m+n-1$ 'e eşit olmadığı herhangi bir problemde “bozulma”, başka bir deyişle “yozlaşma” ya da “dejenerasyon” durumu görülür ve düzeltilmesi gerekir (Tulunay, 1987: 370).

Bir başka deyişle dağıtım probleminin çözümünde, bir işlemten sonra çözüm tablolarının periyodik olarak tekrarlanmasına veya en iyi çözüme ulaşmadan önce aynı

sonuçların defalarca bulunmasına bozulma denir. Bozulmanın iki sebebi olabilir (Kabak, 2000: 43).

1. İşlemlerde yapılan matematiksel hata.
2. Problem tipinden oluşan hata.

Problemde bulunan değişkenlerin $m+n-1$ 'e eşit olmaması nedeniyle görülen bozulma durumu iki şekilde olabilir:

1) Temel Değişken Sayısının $m+n-1$ 'den Büyük Olması Durumu: Bu durum sadece başlangıç planında yaşanır. Problemin hatalı modellenmesi veya başlangıç dağıtım planının yanlış yapılmasından kaynaklanır. Çözüm için modelin doğru şekilde kurulması gerekir (Çakanel, 2008: 54).

2) Temel Değişken Sayısının $m+n-1$ 'den Küçük Olması Durumu: Durumuna başlangıç dağıtım planında veya çözümün ileriki aşamalarında rastlanabilir. Bu durumda dejenerasyonu gidermek için hücrelerin $m+n-1$ sayıda olması sağlanmalıdır. Bunun için aradaki fark kadar $[(m+n-1) - \text{dejenere çözümdeki dolu hücre sayısı}]$ boş olan hücrelerin sıfıra çok yakın bir değer olan ϵ (epsilon) sayısı ile doldurulması gerekir. Eşitlik sağlandıktan sonra daha önce anlatılan metotlar ile çözüm yapılmaya devam edilebilir.

2.8. Ulaştırma Modelinde Duyarlılık Analizi

Her doğrusal programlamada ikililik (dualite) durumu söz konusudur. Bu nedenle doğrusal programlamanın özel bir durumu olan ulaştırma probleminde de ikililik durumu mevcuttur.

İlk kez L. R. Ford ve D. R. Fulkerson tarafından dualite çözümü ulaştırma modeline uygulanmıştır. Problemde mevcut olan verilerde meydana gelen değişiklik ile optimum çözümde de değişim söz konusu olur. Problemin optimize edilmesini amaçlayan karar merkezi için bu değişimin bilinmesi ve takibi önemlidir.

Bir doğrusal programlama problemi için verilmiş optimum çözümde sağ taraf sabitlerinde, katsayılar matrisinde veya maliyet ve kar sabitlerinde meydana gelecek değişimleri incelemek ihtiyacı duyulabilir. Bu ihtiyaç şu sebeplerden doğabilir (Zengin, 1987: 91):

a. Yöneticiler, sadece optimum çözümde değil, sınırlayıcı şartlarda, fiyat veya maliyet seviyelerinde yahut, kaynakların her mamulünün ünitesi başına harcanan miktarında meydana gelecek değişimler sonucunda ne olacağını bilmek isterler.

b. Yöneticiler, sabitler için yapılmış değişik kabullere göre optimum çözümlerin ne olacağını bilmek isterler.

c. sabitler için yapılmış olan kabullerin en iyi olduğu düşünülse bile, yöneticiler öbür kabullerinde muhtemelen yapabilecekleri hataların etkilerini değerlendirmek isterler.

UP’de söz konusu olan duyarlılıklar şunlardır:

a) Maliyetlerdeki Duyarlılık: Ulaştırma probleminde temel olmayan ve temel olan değişkenlerin maliyetlerinde bazı sebeplerden dolayı değişiklik söz konusu olabilir. Maliyetlerde meydana gelen bir birimlik değişimin toplam maliyette ne miktarda değişime neden olacağı ve değişimin ne yönde sağlanacağı duyarlılık analizleri ile belirlenebilir. Değişkenlerin türüne göre temel olmayan ve temel olan değişkenler olarak iki başlık altında incelemek daha uygun olacaktır.

1) Temel Olmayan Değişkenin Birim Taşıma Maliyetindeki Değişiklik: Dual değişken olan u_i ve v_j nin değerlerinin hesaplanmasında yalnızca temel değişkenler, bir başka deyişle dolu olan hücreler dikkate alınmaktadır. Bu nedenle temel olmayan değişkenlerin yani boş hücrelerin birim maliyetlerinde meydana gelen değişim u_i ve v_j dual değişkenlerinin değerini etkilemez. Dolayısıyla temel olmayan değişkenlerde meydana gelen değişim $u_i + v_j - c_{ij}$ eşitliğini bozmamakta ve bulunan çözüm optimum olmaktadır.

2) Temel Bir Değişkenin Birim Taşıma Maliyetindeki Değişiklik: Temelde yer alan bir x_{ij} değişkenine ait birim taşıma maliyeti azalır, toplam taşıma maliyeti de azalacağından, ilgili değişken çözümde kalmaya devam ederken; bu değişkene ait birim

taşıma maliyetinde artış meydana gelirse söz konusu temel değişken daha yüksek maliyete sebep olacağından temel çözümden çıkmak zorunda kalabilir. Özetle, taşıma maliyeti azalursa temel çözüm değişmeden kalırken, taşıma maliyetinin artması durumunda temel çözümde değişim meydana gelebilir. Dolayısıyla burada temel sorun, temelde yer alan herhangi bir değişkene ait birim taşıma maliyeti ne kadar değişim gösterirse temel çözümün değişmeyeceğinin belirlenmesidir (Esin, 2003: 292).

Temel bir değişkenin maliyetindeki duyarlılığı belirlemek için aşağıdaki adımları atmak gerekir (Öztürk, 2004: 380):

1. Duyarlılığını belirleyeceğimiz temel değişkenin maliyetini y terimi ile adlandırmak,
2. Dual değişkenleri yani u_i ve v_j 'nin değerlerini y terimini ekleyerek hesaplamak,
3. Temel olmayan değişkenlerin test miktarlarını y terimi ile belirlemek,
4. y terimini içeren tüm temel olmayan değişkenlerin sıfıra eşit ve sıfırdan küçük olma koşuluna göre düzenlenmesi ve bu eşitsizliği y için çözmek.

b) Sunum Miktarındaki Duyarlılık: Arz merkezinin arz miktarını artırması ile amaç fonksiyonunda yer alan u_i dual değişkenlerinin katsayılarında değişiklik meydana gelmektedir. Üretim miktarı artışını ΔS_i şeklinde ifade edersek, bu artış ile toplam maliyetin ne olacağı şöyle hesaplanır:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} + \Delta S_i (u_i) \quad (\text{Öztürk, 2004: 381})$$

Aynı anda iki arz merkezinin sunum miktarlarını artırması da söz konusu olabilir. S ve D sunum merkezlerinin her ikisinin de sunum miktarlarını artırması durumunda toplam maliyet şu şekilde hesaplanır.

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} + \Delta S_i (u_i) + \Delta D_j (v_j) \quad (\text{Öztürk, 2004: 382})$$

c) Talep Miktarındaki Duyarlılık: Probleme yer alan talep merkezlerinin talep miktarlarının artması veya azalması durumunda toplam maliyette değişim görülmektedir.

Bu değişim ile amaç fonksiyonlarındaki v_j dual değişkenlerinin değerlerinde değişiklik görölmekte ve toplam maliyet üzerindeki etkisi şöyle hesaplanmaktadır:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} + \Delta D_j (v_j)$$

veya (Öztürk, 2004: 382)

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} - \Delta D_j (v_j)$$

d) Arz ve Talep Miktarının Aynı Anda Değişmesi: Sunum ve istem miktarlarının aynı anda değişmesi de söz konusu olabilir. Arz ve talep edilen miktarların birlikte değişmesi sonucunda temel değişken değerleri değişmektedir. Dolayısıyla temel değişkenlerin yeni değerlerinin hesaplanması gerekmektedir. Bu amaçla i arz merkezinin arzı ile j talep merkezinin talebinin aynı miktarda, Δ kadar arttığını varsayalım. Böyle bir durumda değişkenlerin yeni değerleri şu şekilde hesaplanır:

a) Herhangi bir x_{ij} temel değişken ise, bu değişkenin temel çözümdeki yeni değeri eski değerinin Δ kadar artırılmasına eşittir.

b) Herhangi bir x_{ij} temel olmayan bir değişken ise, bu değişkenin yeni değerinin belirlenebilmesi amacıyla, önce x_{ij} değişkeninin ait olduğu boş hücre için kapalı bir çevrim hattı oluşturularak -daha önce anlatıldığı gibi- çevrim üzerindeki hücelere sırasıyla (+) , (-), (+), işaretleri yerleştirilir. Daha sonra çevrimin i inci satırdaki çizgisi üzerinde (-) işaretli göze belirlenir. Sonra sırasıyla (i,j) hücresi hariç, (+) işaretli hücrelerden Δ kadar eksiltip, (-) işaretli gözeler Δ kadar ekleme yapılarak değişkenlerin yeni değerleri hesaplanır (Cinemre, 2004: 129-131).

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. ULAŞTIRMA MODELİNİN ÇELİK KAPI SEKTÖRÜNE UYGULANMASI

Çalışmanın bu bölümünde, ulaştırma modelinin çelik kapı sektöründe faaliyet gösteren bir firmaya uygulanması, çözümü ve elde edilen bulguların tartışılmasına yer verilecektir.

3.1. Star Çelik Kapı Hakkında Genel Bilgiler

Kayseri Organize Sanayi Bölgesi'nde faaliyet gösteren Star Çelik Kapı A.Ş. 2002 yılında kurulmuştur. Ulusal ve uluslararası kalite standartları çerçevesinde, 5000 m²'si kapalı olmak üzere toplam 10000 m²'lik bir alanda faaliyet göstermektedir. Yıllık 100 bin adet çelik kapı üretim kapasitesine sahiptir. Genç bir firma olmasına rağmen, AR-GE çalışmalarına büyük önem vermesi ve yenilikçi kimliği ile Türkiye'nin birçok iline çelik kapı arz etmenin yanı sıra, başta Almanya, Fransa, Avusturya ve Romanya olmak üzere 18 ayrı ülkeye yapmış olduğu çelik kapı ihracatı ile sektörde güçlü bir pazar payına sahip olmuştur.

3.2. Ulaştırma Modelinin Çelik Kapı Sektörüne Uygulanması

Uygulamanın konusu, Star Çelik Kapı A.Ş. firmasının Kayseri'de kendi üretim tesislerinde üretmiş olduğu ve kendi taşıtları ile diğer illere sevk ettiği çelik kapıların yurt içi dağıtımını için dağıtım ve maliyet araştırmasıdır. Araştırmada firma tarafından gerçekleştirilen 2010 yılına ait bir yıllık sayısal verilerden faydalanılmıştır.

Uygulamada yalnızca bölge merkezlerinden illere yapılan dağıtımların yıllık maliyetleri dikkate alınmış, üretim tesisinden bölge merkezlerine yapılan dağıtımların

maliyetleri kapsam dışında tutulmuştur. Bunun sebebi ulaştırma modellerinin varsayımlarından biri olan herhangi bir merkezin aynı anda hem arz hem de talep merkezi olmasının mümkün olmamasıdır.

Firma, üretilen çelik kapıların ulaştırma maliyetini düşürmek amacıyla yeni bir ulaştırma planı yapmak istemektedir. Yapılmak istenen bu dağıtım planına göre ülke 9 ana bölgeye ayrılmış ve dağıtım yapılan 69 il söz konusu 9 bölgeye dağıtılmıştır. Yapılan yeni düzenleme ile her bir bölgenin sadece kendi bölgelerinde yer alan illere dağıtım yapması esas alınmıştır. Yapılan planlamada bölge merkezlerinden illere yapılacak ulaştırma maliyetinin nasıl bir dağıtım planıyla optimize edilebileceği ve bu maliyetin tutarı hesaplanmak istenmektedir.

Hedeflenen yeni dağıtım planında her bölgede bir bölge merkezi belirlenmiştir. Bu çalışmada bölge merkezleri kısaca B.M. olarak adlandırılacaktır. Firmanın dağıtım yapmış olduğu 69 il bu 9 B.M.'ne dağıtılmıştır. Bir ilin talebi yalnızca bağlı olduğu B.M. tarafından karşılanacaktır. Söz konusu B.M. ve İllerin listesi aşağıda verilmiştir.

Bölge Merkezleri: Ankara B.M., Marmara B.M., Trakya B.M., Ege B.M., Antalya B.M., Samsun B.M., Zonguldak B.M., Şanlıurfa B.M., Erzurum B.M.

İller: Adana, Afyon, Ağrı, Aksaray, Amasya, Ankara, Antalya, Ardahan, Artvin, Aydın, Balıkesir, Bartın, Batman, Bayburt, Bingöl, Burdur, Bursa, Çanakkale, Çankırı, Çorum, Denizli, Düzce, Edirne, Elazığ, Erzincan, Erzurum, Eskişehir, Giresun, Gümüşhane, Hakkari, Hatay, Iğdır, Isparta, İçel, İstanbul, İzmir, K.Maraş, Karaman, Kars, Karabük, Kastamonu, Kayseri, Kırıkkale, Kırklareli, Kırşehir, Kocaeli, Konya, Kütahya, Manisa, Muğla, Muş, Nevşehir, Niğde, Ordu, Osmaniye, Rize, Sakarya, Samsun, Sinop, Sivas, Şanlıurfa, Tekirdağ, Tokat, Trabzon, Uşak, Van, Yalova, Yozgat, Zonguldak.

Firmanın benimsemiş olduğu B.M. ile illerin dağılımı şu şekildedir:

Tablo 2: Firmanın Öngörmüş Olduğu B.M. - İl Dağılımı

Ankara B.M.	Marmara B.M.	Trakya B.M.	Ege B.M.	Antalya B.M.	Samsun B.M.	Zonguldak B.M.	Erzurum B.M.	Şanlıurfa B.M.
Aksaray	Bursa	Çanakkale	Afyon	Adana	Amasya	Bartın	Ağrı	Batman
Ankara	Düzce	Edirne	Aydın	Antalya	Artvin	Karabük	Ardahan	Hakkari
Çankırı	İstanbul	Kırklareli	Balıkesir	Burdur	Bayburt	Kastamonu	Bingöl	Şanlıurfa
Çorum	Kocaeli	Tekirdağ	Denizli	Isparta	Giresun	Sinop	Elazığ	Van
Eskişehir	Sakarya		İzmir	Hatay	Gümüşhane	Zonguldak	Erzincan	
Kayseri	Yalova		Kütahya	İçel	Ordu		Erzurum	
Kırıkkale			Manisa	Karaman	Rize		Iğdır	
Kırşehir			Muğla	K. Maraş	Samsun		Kars	
Konya			Uşak	Osmaniye	Tokat		Muş	
Nevşehir					Trabzon			
Niğde								
Sivas								
Yozgat								

Tabloda verilen bölge merkezleri ile illerin eşleşmesinde bazı illerin hem bölge merkezi (kaynak) hem de talep merkezi (hedef) olarak yer aldığı görülür. Bu iller Ankara, Antalya, Samsun, Zonguldak, Şanlıurfa ve Erzurum'dur. Bu durumun sebebi bahsi geçen illerdeki bölge merkezleri ile il merkezlerinin farklı yerlerde bulunmasıdır. Dolayısıyla bu bölge merkezlerinden il merkezlerine yapılan taşımanın da bir maliyeti söz konusudur. Örneğin Ankara B.M.'den Ankara'ya, Antalya B.M.'den Antalya'ya taşıma yapılması gibi. Ayrıca Marmara bölgesinin merkezi Kocaeli'de, Trakya bölgesinin merkezi Tekirdağ'da, Ege bölgesinin merkezi de İzmir'de bulunmaktadır. Bu bölge merkezleri ve il merkezleri için de aynı durum söz konusudur.

Firmadan yetkili bir kişi ile görüşülerek 2010 yılı için bir çelik kapının kilometre başına düşen maliyeti hesaplanmıştır. Yapılan hesaplama göre söz konusu birim maliyet 0,015 TL'dir. Daha sonra dağıtım yapan her bir bölge merkezinin her bir ile olan uzaklığının iki katı alınmış ve söz konusu maliyet ile çarpılarak bölge merkezleri ve iller arası taşıma maliyetleri hesaplanmıştır. Söz konusu bölge merkezleri ile illerin uzaklığının iki katının alınmasının sebebi aracın hedefe gitmesinin yanı sıra kaynağa dönüşünün de maliyetinin söz konusu olmasıdır. Hesaplanan bölge merkezleri ve iller arası çelik kapı başına birim taşıma maliyetleri (C_{ij}) EK 1'de tablo şeklinde verilmiştir.

Firma istatistiklerine bakıldığında 2010 yılı için bölge merkezlerinin yıllık arz miktarları (a_i) şöyledir:

Tablo 3: Bölge Merkezlerinin Yıllık Çelik Kapı Arz Miktarları

BÖLGE MERKEZLERİ	ARZ MİKTARI (a_i) (Yıllık Adet)
Ankara B.M.	2400
Marmara B.M.	16200
Trakya B.M.	3400
Ege B.M.	7512
Antalya B.M.	5100
Samsun B.M.	2970
Zonguldak B.M.	3427
Erzurum B.M.	1846
Şanlıurfa B.M.	2215
Toplam	45070

Firma istatistiklerine göre bu bölge merkezlerine bağlı 69 ilin 2010 yılında gerçekleşmiş olan yıllık talep miktarları (b_j) şu şekildedir:

Tablo 4: İllerin Yıllık Çelik Kapı Talep Miktarları

İller	Talep Miktarı (b _j) (Yıllık Adet)	İller	Talep Miktarı (b _j) (Yıllık Adet)
Adana	472	İzmir	1776
Afyon	3582	K.Maraş	286
Ağrı	26	Karaman	232
Aksaray	622	Kars	120
Amasya	52	Karabük	885
Ankara	724	Kastamonu	752
Antalya	1754	Kayseri	95
Ardahan	75	Kırıkkale	118
Artvin	101	Kırklareli	408
Aydın	432	Kırşehir	172
Balıkesir	470	Kocaeli	1126
Bartın	165	Konya	38
Batman	649	Kütahya	156
Bayburt	89	Manisa	1275
Bingöl	22	Muğla	745
Burdur	46	Muş	40
Bursa	4576	Nevşehir	26
Çanakkale	526	Niğde	82
Çankırı	3	Ordu	282
Çorum	72	Osmaniye	122
Denizli	436	Rize	83
Düzce	122	Sakarya	306
Edirne	845	Samsun	1941
Elazığ	270	Sinop	176
Erzincan	85	Sivas	306
Erzurum	476	Şanlıurfa	178
Eskişehir	186	Tekirdağ	1621
Giresun	106	Tokat	67
Gümüşhane	47	Trabzon	232
Hakkari	1	Uşak	128
Hatay	870	Van	372
Iğdır	86	Yalova	85
İsparta	22	Yozgat	26
İçel	1196	Zonguldak	1622
İstanbul	9985	Toplam	45070

3.3. Çelik Kapı Sektörüne Uygulanan Ulaştırma Modelinin Matematiksel Yapısı

Çalışmanın ikinci bölümünde ulaştırma modelinin dengeli ve dengesiz hali açıklanmıştır. Bu açıklamaya göre bir problemin ulaştırma modeli ile çözülebilmesi için mutlaka dengede olması gerekir. Eğer problem dengede değilse söz konusu eşitsizliğe göre çözüme başlamadan önce yapay bir talep ya da arz merkezi eklemek suretiyle problem dengeye getirilmelidir.

Uygulamanın konusunu oluşturan firmanın bölge merkezlerinin 2010 yılı toplam arz miktarının, illerden gelen toplam talep miktarına eşit olduğunu görüyoruz. Bu durumda problem kendiliğinden dengededir ve matematiksel olarak şu şekilde ifade edilir:

$$\sum_{i=1}^9 a_i = 45070$$

$$\sum_{j=1}^{69} b_j = 45070$$

Modelde toplam 9 arz merkezi (bölge merkezi) ve 69 talep merkezi (il) bulunmaktadır.

Problemin Primal Modeli:

Amaç fonksiyonu:

$$Z_{\min} = \sum_{i=1}^9 \sum_{j=1}^{69} C_{ij} X_{ij}$$

Kısıtlar:

Arz Kısıtları:

$$\sum_{j=1}^{69} X_{ij} = a_i \quad (i=1,2,\dots,9)$$

Talep kısıtları:

$$\sum_{i=1}^9 X_{ij} = b_j \quad (j=1,2,\dots,69)$$

Pozitiflik koşulu:

$$X_{ij} \geq 0 \text{ ve tamsayı.}$$

3.4. Uygulamanın Çözümü ve Sonucu

Problemin çözümü için WinQSB Paket Programı kullanılmıştır. Yapılan çalışmada başlangıç çözüm yöntemlerinden VAM Yöntemi'nden faydalanılmıştır. WinQSB Paket Programı'nda başlangıç çözüm yöntemi kullanıcı tarafından belirlenmekte, ileri çözüm aşaması ise program tarafından kendiliğinden uygulanarak optimal çözüme ulaşılmaktadır. Problemin WinQSB Paket Programı ile çözüm sonucu EK 3 ve EK 4'te verilmiştir.

Yapılan çözüme göre karar değişkenlerinin değeri ve uygulanabilecek dağıtım planlarının en düşük maliyeti aşağıdaki gibi hesaplanmıştır:

$X_{1,4} = 622$	$X_{1,6} = 724$	$X_{1,20} = 72$
$X_{1,27} = 8$	$X_{1,42} = 95$	$X_{1,43} = 106$
$X_{1,45} = 172$	$X_{1,47} = 38$	$X_{1,52} = 26$
$X_{1,53} = 82$	$X_{1,60} = 239$	$X_{1,68} = 26$
$X_{2,17} = 4576$	$X_{2,22} = 122$	$X_{2,35} = 9985$
$X_{2,46} = 1126$	$X_{2,57} = 306$	$X_{2,67} = 85$
$X_{3,18} = 526$	$X_{3,23} = 845$	$X_{3,44} = 408$
$X_{3,62} = 1621$	$X_{4,1} = 472$	$X_{4,2} = 1510$
$X_{4,7} = 1754$	$X_{4,16} = 46$	$X_{4,33} = 22$
$X_{4,34} = 1196$	$X_{4,55} = 100$	$X_{5,2} = 2072$
$X_{5,10} = 432$	$X_{5,11} = 470$	$X_{5,21} = 436$
$X_{5,36} = 1776$	$X_{5,48} = 156$	$X_{5,49} = 1275$
$X_{5,50} = 745$	$X_{5,55} = 22$	$X_{5,65} = 128$
$X_{6,5} = 52$	$X_{6,28} = 106$	$X_{6,29} = 47$

$X_{6,54} = 282$	$X_{6,58} = 1941$	$X_{6,59} = 176$
$X_{6,60} = 67$	$X_{6,63} = 67$	$X_{6,64} = 232$
$X_{7,12} = 165$	$X_{7,19} = 3$	$X_{7,40} = 885$
$X_{7,41} = 752$	$X_{7,69} = 1622$	$X_{8,3} = 26$
$X_{8,8} = 75$	$X_{8,9} = 101$	$X_{8,14} = 89$
$X_{8,15} = 22$	$X_{8,24} = 270$	$X_{8,25} = 85$
$X_{8,26} = 476$	$X_{8,30} = 1$	$X_{8,32} = 86$
$X_{8,39} = 120$	$X_{8,51} = 40$	$X_{8,56} = 83$
$X_{8,66} = 372$	$X_{9,13} = 649$	$X_{9,31} = 870$
$X_{9,37} = 286$	$X_{9,38} = 232$	$X_{9,61} = 178$

Yukarıda verilmiş olan karar değişkenleri ve karşılığında verilmiş olan değerlerin ne anlama gelmiş olduğunu şu şekilde örneklerle açıklayabiliriz:

$X_{1,4} = 622$ ifadesi verilen arz ve talep kısıtlarına göre, Ankara Bölge Merkezi'nden Aksaray iline 622 adet çelik kapı gönderilmesi gerektiğini gösterir.

$X_{2,17} = 4576$ ifadesi ise Marmara Bölge Merkezi'nden Bursa iline 4576 adet çelik kapı gönderilmesi gerektiğini gösterir.

Uygulamanın mümkün olan en küçük maliyetli sonucu ise aşağıdaki şekilde hesaplanmıştır:

$$\begin{aligned}
Z_{\min} = & (622 \times 6,75) + (724 \times 0,27) + (72 \times 7,32) + (186 \times 6,49) + (95 \times 9,6) + (118 \times 2,31) + \\
& (172 \times 5,58) + (38 \times 7,74) + (26 \times 8,31) + (82 \times 10,38) + (239 \times 13,26) + (26 \times 6,54) + (4576 \times 3,96) + \\
& (122 \times 3,18) + (9985 \times 3,39) + (1126 \times 0,12) + (306 \times 1,11) + (85 \times 1,95) + (526 \times 5,64) + (845 \times 4,2) + \\
& (408 \times 3,63) + (1621 \times 0,15) + (472 \times 6,74) + (1510 \times 8,76) + (1754 \times 0,45) + (46 \times 3,66) + (22 \times 3,9) + \\
& (1196 \times 14,6) + (100 \times 19,32) + (2072 \times 9,84) + (432 \times 3,9) + (470 \times 5,19) + (436 \times 6,72) + \\
& (1776 \times 0,36) + (156 \times 10,02) + (1275 \times 1,08) + (745 \times 6,87) + (22 \times 8,76) + (128 \times 6,33) + \\
& (52 \times 3,93) + (106 \times 6,27) + (47 \times 11,13) + (282 \times 4,95) + (1941 \times 0,21) + (176 \times 4,95) + (67 \times 10,17) + \\
& (67 \times 6,93) + (232 \times 10,38) + (165 \times 2,67) + (3 \times 9,36) + (885 \times 5,19) + (752 \times 8,13) + (1622 \times 0,3) + \\
& (26 \times 5,49) + (75 \times 7,17) + (101 \times 7,08) + (89 \times 3,72) + (22 \times 5,4) + (270 \times 9,54) + (85 \times 5,64) +
\end{aligned}$$

$$(476 \times 0,42) + (1 \times 18,51) + (86 \times 8,79) + (120 \times 6,06) + (40 \times 7,35) + (83 \times 11,31) + (372 \times 12,45) + (649 \times 12,27) + (870 \times 5,88) + (286 \times 2,40) + (232 \times 14,88) + (178 \times 0,24) = 197.265,54$$

Ayrıca problemin matematiksel modelinin açık gösterimi EK 2’de verilmiştir.

Uygulama sonucunda bölge merkezlerinin arz kısıtları ve illerin talep kısıtları göz önüne alındığında gerçekleştirilmesi gereken bölge merkezi-il dağılımı aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 5: Firma Tarafından Gerçekleştirilmesi Gereken Bölge Merkezi-İl Dağılımı

Ankara B.M.	Marmara B.M.	Trakya B.M.	Ege B.M.	Antalya B.M.	Samsun B.M.	Zonguldak B.M.	Erzurum B.M.	Şanlıurfa B.M.
Aksaray Ankara Çorum Eskişehir Kayseri Kırıkkale Kırşehir Konya Nevşehir Niğde Sivas Yozgat	Bursa Düzce İstanbul Kocaeli Sakarya Yalova	Çanakkale Edirne Kırklareli Tekirdağ	Afyon Aydın Balıkesir Denizli İzmir Kütahya Manisa Muğla Uşak Osmaniye	Adana Afyon Antalya Burdur Isparta İçel Osmaniye	Amasya Giresun Gümüşhane Ordu Samsun Sinop Sivas Tokat Trabzon	Bartın Çankırı Karabük Kastamonu Zonguldak	Ağrı Ardahan Artvin Bayburt Bingöl Elazığ Erzincan Erzurum Hakkari İğdır Kars Muş Rize Van	Batman Hatay K. Maraş Karaman Ş. Urfa

Tablodaki bölge merkezi-il eşleştirmesine baktığımızda uygulama ile ilgili şu sonuçlar elde edilmiştir.

- Ankara bölge merkezinden Çankırı ili çıkarılmıştır.
- Marmara ve Trakya bölge merkezlerinin dağıtım planı yapılan analiz sonucunda değişmemiş, herhangi bir ekleme ya da çıkarma yapılmamıştır.
- Ege bölge merkezinden Osmaniye ili çıkarılmıştır.
- Antalya bölge merkezinden Hatay, Karaman ve Kahramanmaraş illeri çıkarılmış, Afyon ili eklenmiştir.
- Samsun bölge merkezinden Artvin, Bayburt ve Rize illeri çıkarılmış, Sivas ve Sinop illeri eklenmiştir.

- Zonguldak bölge merkezinden Sinop ili çıkarılmış, ilgili bölge merkezine Çankırı ili eklenmiştir.
- Erzurum bölge merkezine Artvin, Bayburt, Hakkari, Rize ve Van illeri eklenmiştir.
- Şanlıurfa bölge merkezinden Hakkari ve Van illeri çıkarılmış, aynı bölge merkezine Hatay, Kahramanmaraş ve Karaman illeri eklenmiştir.

Yukarıda bahsedilen değişiklikler dışında, firma tarafından öngörülen bölge merkezi-il dağılımı tablosunda her il yalnızca bir kez yer alırken, uygulama sonucu öngörülen bölge merkezi-il dağılımında bazı illerin iki kere yer aldığını görüyoruz.

- Afyon ve Osmaniye ili aynı anda hem Ege hem de Antalya bölge merkezlerinde bulunmaktadır.
- Sivas ili aynı anda hem Ankara hem de Samsun bölge merkezlerinde yer almaktadır.
- Firma tarafından uygun görülen bölge merkezi-il dağılımının firmaya maliyeti 210.323,79 TL'dir. Uygulama sonucunda elde edilen bölge merkezi il dağılımı ile söz konusu maliyet 197.265,54 TL olarak hesaplanmıştır. Firma yapılan bu çalışmayı uygulayarak 13.058,25 TL kar edebilir.

Bunun sebebini şöyle açıklayabiliriz. Afyon ilinin yıllık çelik kapı talebi 3582 adettir. Söz konusu il için en uygun bölge merkezi Ege B.M.'dir. Fakat Ege B.M. için en yakın illeri ve taleplerini sıralayacak olursak Afyon ilinin talebinin tamamı bu bölge merkezince karşılanamamaktadır. Ege B.M. tarafından Afyon ilinin çelik kapı talebinin 2072 adedi karşılanmakta, kalan 1510 adet çelik kapı talebi sonraki en yakın bölge merkezi olan Antalya B.M. tarafından karşılanmaktadır. Aynı durum Osmaniye ve Sivas illeri için de geçerlidir.

SONUÇ

Günümüzde insanların ihtiyaçlarının giderek çeşitlenmesi ve artması, üretim ve mübadelenin çok büyük boyutlara ulaşması, küreselleşmenin getirmiş olduğu yenilikler ve artan rekabet şartları ulaştırmanın önemini daha da artırmıştır. Özellikle büyük ölçekli üretim ve dağıtım hattına sahip firmalar için üretilen malların talep sahibi kişilere en düşük maliyetle ulaştırılması firmaların hedeflerine ulaşabilmesi için çok büyük önem arz etmektedir. Bu nedenle ulaştırma modelleri çeşitli alternatiflerin aynı anda görülüp analiz edilebilmesi ve en uygun sonucun alınabilmesi için karar alıcılar tarafından sıkça başvurulan bir yöntemdir.

Çalışmanın ilk iki bölümünde yöneylem araştırması, doğrusal programlama ve doğrusal programlamanın bir uzantısı olan ulaştırma modelleri hakkında teorik bilgilere yer verilmiştir. Üçüncü bölümde ise Kayseri Organize Sanayi Bölgesi'ndeki tesislerinde üretim yapan Star Çelik Kapı'nın uygulamış olduğu dağıtım planında gerçekleştirmek istediği revizyon (yenileme) ele alınmış, firma tarafından verilen bilgiler ışığında en uygun dağıtım planı için uygulama yapılmıştır.

Uygulamada WinQSB Paket Programı ile başlangıç çözümü için VAM yöntemi uygulanmıştır. Uygulamada VAM yönteminin tercih edilmesinin sebebi, ulaştırma modelinin yöntemleri içinde optimal çözüme en yakın sonucu veren, hatta bazen direk optimal çözüme ulaşmayı mümkün kılan bir yöntem olmasıdır. Uygulama sonucunda firma için mümkün olan en düşük maliyet hesaplanmış ve söz konusu maliyet için yeni bir dağıtım planı öngörülmüştür.

Yapılan analiz sonucunda firmanın sahip olduğu 9 bölge merkezinden dağıtım yapılan 69 ile yapılacak en düşük maliyetli ulaştırmanın tutarı 197.265,54 TL olarak hesaplanmıştır. Diğer bir deyişle firma tarafından uygulanan revizyon ile birlikte uygulanacak yeni bölge merkezi-il dağılımının firmaya yıllık maliyeti 197.265,54 TL

olacaktır. Bu hesaplamada uygulama bölümünde de belirttiğimiz gibi yalnızca bölge merkezlerinden illere yapılan ulaştırma dikkate alınmış, fabrikadan bölge merkezlerine yapılan ulaştırma hesaba katılmamıştır. Bunun nedeni daha önce de belirtildiği gibi ulaştırma modellerinde bir değişkenin hem talep hem de arz merkezi olarak yer alamaması kuralıdır. Bu çalışma firma tarafından 210.323,79 TL olarak hesaplanan ulaştırma maliyetine göre 13058,25 TL kar sağlamaktadır.

Yapılabilecek en düşük maliyetli ulaştırmanın dağıtım planı da Tablo 5'te belirtilmiştir. Firma tarafından öngörülen dağıtım planının (Tablo 2) yeni dağıtım planı ile karşılaştırması yapılmıştır. Yapılan karşılaştırmaya göre bazı illerin bazı bölge merkezlerinden çıkarıldığı, bazı illerin ise eklendiği görülmüştür. Ayrıca yeni dağıtım planında bazı illerin aynı anda iki bölge merkezinde birden yer aldıkları göze çarpmaktadır. Bu değişikliklerin sebebi uygulama kısmında açıklanmıştır. Bu çalışmaya ek olarak fabrikadan bölge merkezlerine sevkiyatın maliyeti de hesaba katılarak daha gerçekçi bir ulaştırma maliyeti optimizasyonu çalışması yapılabilir.

Sonuç olarak firma tarafından uygulanan dağıtım planı ile uygulama sonucunda elde edilen dağıtım planı göz önünde bulundurulduğunda birkaç değişiklik dışında firmanın doğru bir dağıtım planı benimsemiş olduğu, fakat tavsiye edilen değişiklikleri göz önünde bulundurarak daha doğru bir bölge merkezi-il dağılımı ile ulaştırma maliyetini düşürebileceği görülmektedir. Çünkü günümüz rekabet şartları dikkate alınır ise işletmeler için maliyetlerde meydana gelebilecek en küçük değişiklikler bile son derece büyük önem arz etmektedir.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

- Anderson, David ve diğlerleri (1986), **Quantitative Methods For Business**, Third Edition, Kent Publishing Company.
- Aygüneş, H. ve diğlerleri (2001), **Yöneylem Araştırması Ders Kitabı**. Ankara, Kara Harp Okulu Matbaası.
- Banger, G. ve Şişman, A. (2000). **Kırsal Alan Düzenlemelerinde Yöneylem Araştırması Tekniklerinin Uygulanması**.
- Chanas S. ve Kuchta, D. (1998), **Fuzzy Integer Transportation Problem**, Fuzzy Sets and Systems.
- Cinemre, Nalan (2004), **Yöneylem Araştırması**, 2. Baskı, İstanbul: Beta Basım Yayım Dağıtım.
- Cook, Thomas M. ve Russell, Robert A. (1981), **Introduction to Management Science**, second edition , New Jersey, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs.
- Çakanel, Nasibe (2008), **Ulaştırma Modeli ile Maliyet Optimizasyonu ve Bir Uygulama**, Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi, Pamukkale Üniversitesi.
- Dantzig, George B. (1963), **Linear Programming and Extensions**, New Jersey, Princeton University Press Princeton.
- (1974), **Linear Programming and Extensions**, Sixth Edition, New Jersey: Princeton University Press.
- Dantzig, George B. ve Thapa, Mukund N. (1997), **Linear Programming Introduction**, First Edition, New York: Hamilton Printing Co.
- Doğan, İbrahim (1995), **Yöneylem Araştırması Teknikleri ve İşletme Uygulamaları**, İstanbul: Bilim Teknik Yayınevi.

- Doğan, İbrahim (2005), **Yöneylem Araştırması Teknikleri ve İşletme Uygulamaları**, İstanbul: Bilim Teknik Yayınevi.
- Ergülen, A. (2003), **Gıda Ürünlerinin Kara Yolu ile Taşınmasında Maliyet Minimizasyonu, Bir Tamsayılı Doğrusal Programlama Uygulaması**, Uludağ Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, Cilt: 22, Sayı: 2.
- Esin, Alptekin (2003), **Yöneylem Araştırmalarında Yararlanılan Karar Yöntemleri**, 4. Baskı, Ankara: Gazi Kitapevi.
- Ford L, R. ve Fulkerson, D. R. (1962). **Flows in Networks**, Princeton, Princeton University Press.
- Hallaç, Osman (1978), **Kantitatif Karar Verme Teknikleri (Yöneylem Araştırması)**, İstanbul: Arpaz Matbaacılık.
- (1983), **Kantitatif Karar Verme Teknikleri (Yöneylem Araştırması)**, 4. Baskı, İstanbul: Alfa Basım Yayım Dağıtım.
- Kabak, M. (2000), **Kara Kuvvetleri Akaryakıt İkmal Sistemlerinde Ulaştırma Modelleri Yardımıyla Maliyet Optimizasyonu**, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Kara, İmdat (1979), **Yöneylem Araştırmasının Yöntembilimi**, Eskişehir: İktisadi ve Ticari İlimler Akademisi Yayınları No:215/139.
- Karayalçın, İlhami (1993), **Yöneylem ‘Harekat’ Araştırması Operation Research**, 3. Baskı, İstanbul: Menteş Kitabevi.
- Kirkpatrick, Charles A. ve Levin, Richard I. (1978), **Quantitative Approaches to Management**, Fourth Edition, McGraw-Hill Book Company.
- (1975), **Quantitative Approaches to Management**, Third Edition, McGraw-Hill Book Company.
- Kolman, Bernard ve Beck, Robert E. (1980), **Elementary Linear Programming With Applications**, London, Academic Press, Inc United Kingdom Edition.
- Kotaman, Süleyman (1998), **Silahlı Kuvvetlerde İkmal Sistemlerinin Ulaştırma Modelleri Yardımıyla Maliyet Olarak Minimizasyonu**, Basılmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

- Mclaughlin, Frank S. ve Pickhardt, Robert C. (1979), **Quantitative Techniques For Management Decisions**, Boston, University of North Florida, Houghton MIFFLIN Company.
- Moskowitz, Herbert ve Wright, Gordon P. (1979), **Operation Research Techniques For Management**, New Jersey, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs.
- Ozan, Turgut (1994), **Applied Mathematical Programming for Engineering and Production Management**, New Jersey: A. Reston Book-Prentice Hall
- Özgüven, Cemal (2003), **Doğrusal Programlama ve Uzantıları**, Ankara: Detay Yayıncılık.
- Özkan, Şule (2005), **Yöneylem Araştırması**, 1.Basım: Nobel Yayın Dağıtım.
- Öztürk, Ahmet (1997), **Yöneylem Araştırması**, 5. Basım, Bursa, Ekin Kitapevi Yayınları.
- (2004), **Yöneylem Araştırması**, 9. Basım, Bursa, Ekin Kitap Evi.
- Render, Barry ve Stair, Ralph M. (1978), **Management Science A Self-Correcting Approach**, Boston/ London/ Sydney/ Toronto, JR. University of New Orleans, Allyn and Bacon, Inc.
- (1992), **Introduction to Management Science**, Boston: Ally and Bacon.
- Serper, Özer ve Gürsakal, N. (1982), **Doğrusal Programlama**, Bursa, B.İ.T.İ.A. İşletme Fak. Yayını No:15.
- Stevenson, W. J. (1989), **Introduction to Management Science**, 3. Edition, Boston.
- Taha, Hamdy A. (2000), **Yöneylem Araştırması**, İstanbul: Literatür Yayınları.
- Taylor, Bernard W. (2002), **Introduction to Management Science**, seventh edition.
- Timor, Mehpare (2001), **Yöneylem Araştırması ve İşletmecilik Uygulamaları**, İstanbul: İstanbul Üniversitesi Basımevi Müdürlüğü.
- Tulunay, Yılmaz (1987), **Matematik Programlama ve İşletme Uygulamaları**, İstanbul: Bayrak Matbaacılık.
- Uman, Nuri (1974), **Ulaştırma Modeli ve Petrol Ofisinde Uygulama Denemesi**, Basılmamış Doktora Tezi, A.Ü. Siyasal Bilgiler Fakültesi.

- Williams, Paul (1999), **Model Building in Mathematical Programming**, fourth edition, Department of Operational Research London School of Economics.
- Winston, W. L. (1994), **Operation Research: Applications and Algorithms**, Clifornia: Duxbury Press.
- Yang, L. ve Liu, L. (2007), **Fuzzy Fixed Charge Solid Transportation Problem and Algorithm**, Applied Soft Computing.
- Zengin, Hilmi (1987), **Türkiye’de Paketli Çay Dağıtımının Optimizasyonu**, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

EKLER

EK 1: Bölge Merkezleri ve İller Arası Çelik Kapı Başına Birim Taşıma Maliyeti (C_{ij}) (TL)

Kaynak	Hedef	C _{ij}	Kaynak	Hedef	C _{ij}
Ankara B.M.	Adana	14,7	Ege B.M.	İzmir	0,36
Ankara B.M.	Afyon	7,71	Ege B.M.	K.Maraş	32,61
Ankara B.M.	Ağrı	31,71	Ege B.M.	Karaman	19,92
Ankara B.M.	Aksaray	6,75	Ege B.M.	Kars	49,65
Ankara B.M.	Amasya	10,08	Ege B.M.	Karabük	21,87
Ankara B.M.	Ankara	0,27	Ege B.M.	Kastamonu	24,72
Ankara B.M.	Antalya	16,32	Ege B.M.	Kayseri	25,47
Ankara B.M.	Ardahan	33,3	Ege B.M.	Kırıkkale	19,68
Ankara B.M.	Artvin	29,58	Ege B.M.	Kırklareli	16,53
Ankara B.M.	Aydın	18,09	Ege B.M.	Kırşehir	22,62
Ankara B.M.	Balıkesir	15,9	Ege B.M.	Kocaeli	13,62
Ankara B.M.	Bartın	8,49	Ege B.M.	Konya	16,53
Ankara B.M.	Batman	30,36	Ege B.M.	Kütahya	10,02
Ankara B.M.	Bayburt	23,88	Ege B.M.	Manisa	1,08
Ankara B.M.	Bingöl	27,15	Ege B.M.	Muğla	6,87
Ankara B.M.	Burdur	12,66	Ege B.M.	Muş	46,32
Ankara B.M.	Bursa	11,46	Ege B.M.	Nevşehir	23,04
Ankara B.M.	Çanakkale	19,59	Ege B.M.	Niğde	24
Ankara B.M.	Çankırı	21,3	Ege B.M.	Ordu	34,89
Ankara B.M.	Çorum	7,32	Ege B.M.	Osmaniye	29,61
Ankara B.M.	Denizli	6,72	Ege B.M.	Rize	42,57
Ankara B.M.	Düzce	7,08	Ege B.M.	Sakarya	14,43
Ankara B.M.	Edirne	20,48	Ege B.M.	Samsun	29,94
Ankara B.M.	Elazığ	22,77	Ege B.M.	Sinop	30,39
Ankara B.M.	Erzincan	20,64	Ege B.M.	Sivas	30,63
Ankara B.M.	Erzurum	26,28	Ege B.M.	Şanlıurfa	37,32
Ankara B.M.	Eskişehir	6,99	Ege B.M.	Tekirdağ	15,15
Ankara B.M.	Giresun	18,84	Ege B.M.	Tokat	29,34
Ankara B.M.	Gümüşhane	23,19	Ege B.M.	Trabzon	40,32
Ankara B.M.	Hakkari	40,98	Ege B.M.	Uşak	6,33
Ankara B.M.	Hatay	20,43	Ege B.M.	Van	53,01
Ankara B.M.	İğdır	35,01	Ege B.M.	Yalova	11,73
Ankara B.M.	İsparta	12,63	Ege B.M.	Yozgat	23,91
Ankara B.M.	İçel	14,49	Ege B.M.	Zonguldak	19,92
Ankara B.M.	İstanbul	13,59	Samsun B.M.	Adana	21,87
Ankara B.M.	İzmir	17,37	Samsun B.M.	Afyon	20,28

Ankara B.M.	K.Maraş	17,79	Samsun B.M.	Ağrı	22,62
Ankara B.M.	Karaman	11,7	Samsun B.M.	Aksaray	15,03
Ankara B.M.	Kars	32,28	Samsun B.M.	Amasya	3,93
Ankara B.M.	Karabük	6,45	Samsun B.M.	Ankara	12,57
Ankara B.M.	Kastamonu	7,35	Samsun B.M.	Antalya	28,74
Ankara B.M.	Kayseri	9,6	Samsun B.M.	Ardahan	20,73
Ankara B.M.	Kırıkkale	2,31	Samsun B.M.	Artvin	17,4
Ankara B.M.	Kırklareli	19,89	Samsun B.M.	Aydın	30,66
Ankara B.M.	Kırşehir	5,58	Samsun B.M.	Balıkesir	26,97
Ankara B.M.	Kocaeli	10,26	Samsun B.M.	Bartın	14,76
Ankara B.M.	Konya	7,74	Samsun B.M.	Batman	27,51
Ankara B.M.	Kütahya	9,33	Samsun B.M.	Bayburt	13,47
Ankara B.M.	Manisa	19,83	Samsun B.M.	Bingöl	21,6
Ankara B.M.	Muğla	18,66	Samsun B.M.	Burdur	25,23
Ankara B.M.	Muş	30,45	Samsun B.M.	Bursa	22,44
Ankara B.M.	Nevşehir	8,31	Samsun B.M.	Çanakkale	30,57
Ankara B.M.	Niğde	10,38	Samsun B.M.	Çankırı	9,93
Ankara B.M.	Ordu	17,52	Samsun B.M.	Çorum	5,25
Ankara B.M.	Osmaniye	17,28	Samsun B.M.	Denizli	26,88
Ankara B.M.	Rize	25,2	Samsun B.M.	Düzce	15,6
Ankara B.M.	Sakarya	9,15	Samsun B.M.	Edirne	28,98
Ankara B.M.	Samsun	12,57	Samsun B.M.	Elazığ	19,98
Ankara B.M.	Sinop	13,02	Samsun B.M.	Erzincan	13,35
Ankara B.M.	Sivas	13,26	Samsun B.M.	Erzurum	17,19
Ankara B.M.	Şanlıurfa	24,3	Samsun B.M.	Eskişehir	19,56
Ankara B.M.	Tekirdağ	17,55	Samsun B.M.	Giresun	6,27
Ankara B.M.	Tokat	11,97	Samsun B.M.	Gümüşhane	11,13
Ankara B.M.	Trabzon	22,95	Samsun B.M.	Hakkari	22,15
Ankara B.M.	Uşak	21,4	Samsun B.M.	Hatay	21,13
Ankara B.M.	Van	37,14	Samsun B.M.	İğdır	19,38
Ankara B.M.	Yalova	12,21	Samsun B.M.	Isparta	25,02
Ankara B.M.	Yozgat	6,54	Samsun B.M.	İçel	22,29
Ankara B.M.	Zonguldak	8,06	Samsun B.M.	İstanbul	22,11
Marmara B.M.	Adana	24,84	Samsun B.M.	İzmir	29,94
Marmara B.M.	Afyon	10,05	Samsun B.M.	K.Maraş	19,38
Marmara B.M.	Ağrı	38,82	Samsun B.M.	Karaman	21,36
Marmara B.M.	Aksaray	16,89	Samsun B.M.	Kars	23,19
Marmara B.M.	Amasya	16,8	Samsun B.M.	Karabük	12,66
Marmara B.M.	Ankara	10,26	Samsun B.M.	Kastamonu	9,3
Marmara B.M.	Antalya	18,39	Samsun B.M.	Kayseri	13,56
Marmara B.M.	Ardahan	39,51	Samsun B.M.	Kırıkkale	10,26
Marmara B.M.	Artvin	35,79	Samsun B.M.	Kırklareli	28,41
Marmara B.M.	Aydın	17,22	Samsun B.M.	Kırşehir	11,73
Marmara B.M.	Balıkesir	8,49	Samsun B.M.	Kocaeli	18,78
Marmara B.M.	Bartın	9,27	Samsun B.M.	Konya	19,29
Marmara B.M.	Batman	40,62	Samsun B.M.	Kütahya	21,9
Marmara B.M.	Bayburt	30,6	Samsun B.M.	Manisa	17,58
Marmara B.M.	Bingöl	36	Samsun B.M.	Muğla	31,23

Marmara B.M.	Burdur	14,73	Samsun B.M.	Muş	24,48
Marmara B.M.	Bursa	3,96	Samsun B.M.	Nevşehir	14,01
Marmara B.M.	Çanakkale	12,09	Samsun B.M.	Niğde	16,35
Marmara B.M.	Çankırı	11,58	Samsun B.M.	Ordu	4,95
Marmara B.M.	Çorum	15,09	Samsun B.M.	Osmaniye	22,38
Marmara B.M.	Denizli	16,14	Samsun B.M.	Rize	12,63
Marmara B.M.	Düzce	3,18	Samsun B.M.	Sakarya	17,67
Marmara B.M.	Edirne	10,2	Samsun B.M.	Samsun	0,21
Marmara B.M.	Elazığ	33,03	Samsun B.M.	Sinop	4,95
Marmara B.M.	Erzincan	27,75	Samsun B.M.	Sivas	10,17
Marmara B.M.	Erzurum	33,39	Samsun B.M.	Şanlıurfa	25,08
Marmara B.M.	Eskişehir	6,57	Samsun B.M.	Tekirdağ	26,07
Marmara B.M.	Giresun	25,05	Samsun B.M.	Tokat	6,93
Marmara B.M.	Gümüşhane	29,91	Samsun B.M.	Trabzon	10,38
Marmara B.M.	Hakkari	51,03	Samsun B.M.	Uşak	23,61
Marmara B.M.	Hatay	30,57	Samsun B.M.	Van	29,58
Marmara B.M.	İğdir	42,12	Samsun B.M.	Yalova	20,73
Marmara B.M.	Isparta	14,7	Samsun B.M.	Yozgat	8,37
Marmara B.M.	İçel	24,63	Samsun B.M.	Zonguldak	16,58
Marmara B.M.	İstanbul	3,39	Zonguldak B.M.	Adana	22,62
Marmara B.M.	İzmir	13,62	Zonguldak B.M.	Afyon	14,88
Marmara B.M.	K.Maraş	28,05	Zonguldak B.M.	Ağrı	36,6
Marmara B.M.	Karaman	20,1	Zonguldak B.M.	Aksaray	14,67
Marmara B.M.	Kars	39,29	Zonguldak B.M.	Amasya	14,58
Marmara B.M.	Karabük	8,55	Zonguldak B.M.	Ankara	8,04
Marmara B.M.	Kastamonu	11,91	Zonguldak B.M.	Antalya	22,77
Marmara B.M.	Kayseri	19,86	Zonguldak B.M.	Ardahan	37,29
Marmara B.M.	Kırıkkale	12,57	Zonguldak B.M.	Artvin	33,96
Marmara B.M.	Kırklareli	9,63	Zonguldak B.M.	Aydın	23,52
Marmara B.M.	Kırşehir	1,84	Zonguldak B.M.	Balıkesir	14,79
Marmara B.M.	Kocaeli	0,12	Zonguldak B.M.	Bartın	2,67
Marmara B.M.	Konya	16,71	Zonguldak B.M.	Batman	38,4
Marmara B.M.	Kütahya	7,47	Zonguldak B.M.	Bayburt	28,38
Marmara B.M.	Manisa	30,09	Zonguldak B.M.	Bingöl	33,78
Marmara B.M.	Muğla	20,19	Zonguldak B.M.	Burdur	19,11
Marmara B.M.	Muş	39,18	Zonguldak B.M.	Bursa	10,26
Marmara B.M.	Nevşehir	18,57	Zonguldak B.M.	Çanakkale	18,39
Marmara B.M.	Niğde	20,52	Zonguldak B.M.	Çankırı	9,36
Marmara B.M.	Ordu	23,73	Zonguldak B.M.	Çorum	12,87
Marmara B.M.	Osmaniye	27,42	Zonguldak B.M.	Denizli	20,52
Marmara B.M.	Rize	31,41	Zonguldak B.M.	Düzce	3,42
Marmara B.M.	Sakarya	1,11	Zonguldak B.M.	Edirne	16,8
Marmara B.M.	Samsun	18,78	Zonguldak B.M.	Elazığ	30,81
Marmara B.M.	Sinop	17,58	Zonguldak B.M.	Erzincan	25,53
Marmara B.M.	Sivas	23,46	Zonguldak B.M.	Erzurum	31,17
Marmara B.M.	Şanlıurfa	34,56	Zonguldak B.M.	Eskişehir	10,95
Marmara B.M.	Tekirdağ	7,29	Zonguldak B.M.	Giresun	22,83
Marmara B.M.	Tokat	20,22	Zonguldak B.M.	Gümüşhane	27,69

Marmara B.M.	Trabzon	29,16	Zonguldak B.M.	Hakkari	48,93
Marmara B.M.	Uşak	11,7	Zonguldak B.M.	Hatay	28,35
Marmara B.M.	Van	45,78	Zonguldak B.M.	Iğdır	39,9
Marmara B.M.	Yalova	1,95	Zonguldak B.M.	Isparta	19,8
Marmara B.M.	Yozgat	16,8	Zonguldak B.M.	İçel	22,41
Marmara B.M.	Zonguldak	13,82	Zonguldak B.M.	İstanbul	9,93
Trakya B.M.	Adana	32,13	Zonguldak B.M.	İzmir	19,92
Trakya B.M.	Afyon	17,79	Zonguldak B.M.	K.Maraş	25,83
Trakya B.M.	Ağrı	46,11	Zonguldak B.M.	Karaman	18,99
Trakya B.M.	Aksaray	24,18	Zonguldak B.M.	Kars	37,17
Trakya B.M.	Amasya	24,09	Zonguldak B.M.	Karabük	5,19
Trakya B.M.	Ankara	17,55	Zonguldak B.M.	Kastamonu	8,13
Trakya B.M.	Antalya	25,68	Zonguldak B.M.	Kayseri	17,64
Trakya B.M.	Ardahan	46,8	Zonguldak B.M.	Kırıkkale	10,35
Trakya B.M.	Artvin	43,47	Zonguldak B.M.	Kırklareli	16,23
Trakya B.M.	Aydın	19,5	Zonguldak B.M.	Kırşehir	13,62
Trakya B.M.	Balikesir	11,46	Zonguldak B.M.	Kocaeli	6,6
Trakya B.M.	Bartın	16,56	Zonguldak B.M.	Konya	15,66
Trakya B.M.	Batman	47,91	Zonguldak B.M.	Kütahya	11,85
Trakya B.M.	Bayburt	37,89	Zonguldak B.M.	Manisa	18,84
Trakya B.M.	Bingöl	43,29	Zonguldak B.M.	Muğla	24,87
Trakya B.M.	Burdur	22,02	Zonguldak B.M.	Muş	37,08
Trakya B.M.	Bursa	11,25	Zonguldak B.M.	Nevşehir	16,35
Trakya B.M.	Çanakkale	5,64	Zonguldak B.M.	Niğde	18,3
Trakya B.M.	Çankırı	18,57	Zonguldak B.M.	Ordu	21,51
Trakya B.M.	Çorum	22,38	Zonguldak B.M.	Osmaniye	25,2
Trakya B.M.	Denizli	20,04	Zonguldak B.M.	Rize	29,19
Trakya B.M.	Düzce	10,47	Zonguldak B.M.	Sakarya	5,49
Trakya B.M.	Edirne	4,2	Zonguldak B.M.	Samsun	16,56
Trakya B.M.	Elazığ	40,32	Zonguldak B.M.	Sinop	13,8
Trakya B.M.	Erzincan	35,04	Zonguldak B.M.	Sivas	21,24
Trakya B.M.	Erzurum	40,68	Zonguldak B.M.	Şanlıurfa	32,34
Trakya B.M.	Eskişehir	13,86	Zonguldak B.M.	Tekirdağ	13,89
Trakya B.M.	Giresun	32,34	Zonguldak B.M.	Tokat	18
Trakya B.M.	Gümüşhane	37,2	Zonguldak B.M.	Trabzon	16,94
Trakya B.M.	Hakkari	58,44	Zonguldak B.M.	Uşak	16,08
Trakya B.M.	Hatay	37,86	Zonguldak B.M.	Van	43,56
Trakya B.M.	Iğdır	49,41	Zonguldak B.M.	Yalova	8,55
Trakya B.M.	Isparta	21,99	Zonguldak B.M.	Yozgat	14,58
Trakya B.M.	İçel	32,92	Zonguldak B.M.	Zonguldak	0,3
Trakya B.M.	İstanbul	3,96	Erzurum B.M.	Adana	24,15
Trakya B.M.	İzmir	15,5	Erzurum B.M.	Afyon	33,96
Trakya B.M.	K.Maraş	35,34	Erzurum B.M.	Ağrı	5,49
Trakya B.M.	Karaman	27,39	Erzurum B.M.	Aksaray	23,58
Trakya B.M.	Kars	46,68	Erzurum B.M.	Amasya	16,59
Trakya B.M.	Karabük	15,84	Erzurum B.M.	Ankara	26,28
Trakya B.M.	Kastamonu	19,2	Erzurum B.M.	Antalya	37,47
Trakya B.M.	Kayseri	27,15	Erzurum B.M.	Ardahan	7,17

Trakya B.M.	Kırıkkale	19,86	Erzurum B.M.	Artvin	7,08
Trakya B.M.	Kırklareli	3,63	Erzurum B.M.	Aydın	44,13
Trakya B.M.	Kırşehir	23,13	Erzurum B.M.	Balıkesir	41,58
Trakya B.M.	Kocaeli	7,29	Erzurum B.M.	Bartın	29,64
Trakya B.M.	Konya	24	Erzurum B.M.	Batman	11,31
Trakya B.M.	Kütahya	14,76	Erzurum B.M.	Bayburt	3,72
Trakya B.M.	Manisa	37,38	Erzurum B.M.	Bingöl	5,4
Trakya B.M.	Muğla	22,02	Erzurum B.M.	Burdur	37,47
Trakya B.M.	Muş	46,59	Erzurum B.M.	Bursa	37,05
Trakya B.M.	Nevşehir	25,86	Erzurum B.M.	Çanakkale	45,18
Trakya B.M.	Niğde	27,81	Erzurum B.M.	Çankırı	24,03
Trakya B.M.	Ordu	31,02	Erzurum B.M.	Çorum	19,35
Trakya B.M.	Osmaniye	34,71	Erzurum B.M.	Denizli	40,35
Trakya B.M.	Rize	38,7	Erzurum B.M.	Düzce	30,21
Trakya B.M.	Sakarya	8,4	Erzurum B.M.	Edirne	43,62
Trakya B.M.	Samsun	26,07	Erzurum B.M.	Elazığ	9,54
Trakya B.M.	Sinop	24,87	Erzurum B.M.	Erzincan	5,64
Trakya B.M.	Sivas	30,75	Erzurum B.M.	Erzurum	0,42
Trakya B.M.	Şanlıurfa	41,85	Erzurum B.M.	Eskişehir	33,27
Trakya B.M.	Tekirdağ	0,15	Erzurum B.M.	Giresun	10,92
Trakya B.M.	Tokat	27,51	Erzurum B.M.	Gümüşhane	6,06
Trakya B.M.	Trabzon	36,45	Erzurum B.M.	Hakkari	18,51
Trakya B.M.	Uşak	18,12	Erzurum B.M.	Hatay	23,85
Trakya B.M.	Van	53,07	Erzurum B.M.	İğdır	8,79
Trakya B.M.	Yalova	9,24	Erzurum B.M.	Isparta	35,94
Trakya B.M.	Yozgat	24,09	Erzurum B.M.	İçel	26,22
Trakya B.M.	Zonguldak	13,89	Erzurum B.M.	İstanbul	36,72
Antalya B.M.	Adana	16,74	Erzurum B.M.	İzmir	43,65
Antalya B.M.	Afyon	8,76	Erzurum B.M.	K.Maraş	19,17
Antalya B.M.	Ağrı	42,9	Erzurum B.M.	Karaman	28,41
Antalya B.M.	Aksaray	13,89	Erzurum B.M.	Kars	6,06
Antalya B.M.	Amasya	26,25	Erzurum B.M.	Karabük	27,54
Antalya B.M.	Ankara	16,32	Erzurum B.M.	Kastamonu	24,18
Antalya B.M.	Antalya	0,45	Erzurum B.M.	Kayseri	18,09
Antalya B.M.	Ardahan	44,49	Erzurum B.M.	Kırıkkale	23,97
Antalya B.M.	Artvin	44,01	Erzurum B.M.	Kırklareli	43,05
Antalya B.M.	Aydın	10,32	Erzurum B.M.	Kırşehir	22,92
Antalya B.M.	Balıkesir	15,3	Erzurum B.M.	Kocaeli	33,39
Antalya B.M.	Bartın	24,09	Erzurum B.M.	Konya	28,02
Antalya B.M.	Batman	35,19	Erzurum B.M.	Kütahya	35,61
Antalya B.M.	Bayburt	35,85	Erzurum B.M.	Manisa	43,11
Antalya B.M.	Bingöl	35,61	Erzurum B.M.	Muğla	44,7
Antalya B.M.	Burdur	3,66	Erzurum B.M.	Muş	7,35
Antalya B.M.	Bursa	16,11	Erzurum B.M.	Nevşehir	21,33
Antalya B.M.	Çanakkale	21,51	Erzurum B.M.	Niğde	22,74
Antalya B.M.	Çankırı	20,25	Erzurum B.M.	Ordu	12,24
Antalya B.M.	Çorum	23,49	Erzurum B.M.	Osmaniye	21,57
Antalya B.M.	Denizli	6,66	Erzurum B.M.	Rize	11,31

Antalya B.M.	Düzce	19,35	Erzurum B.M.	Sakarya	32,28
Antalya B.M.	Edirne	27,57	Erzurum B.M.	Samsun	16,8
Antalya B.M.	Elazığ	31,35	Erzurum B.M.	Sinop	21,75
Antalya B.M.	Erzincan	31,83	Erzurum B.M.	Sivas	13,02
Antalya B.M.	Erzurum	37,47	Erzurum B.M.	Şanlıurfa	15
Antalya B.M.	Eskişehir	12,72	Erzurum B.M.	Tekirdağ	40,68
Antalya B.M.	Giresun	33,39	Erzurum B.M.	Tokat	14,76
Antalya B.M.	Gümüşhane	35,16	Erzurum B.M.	Trabzon	9,06
Antalya B.M.	Hakkari	43,71	Erzurum B.M.	Uşak	37,32
Antalya B.M.	Hatay	22,47	Erzurum B.M.	Van	12,45
Antalya B.M.	Iğdır	46,2	Erzurum B.M.	Yalova	35,34
Antalya B.M.	Isparta	3,9	Erzurum B.M.	Yozgat	19,74
Antalya B.M.	İçel	14,6	Erzurum B.M.	Zonguldak	31,17
Antalya B.M.	İstanbul	21,72	Şanlıurfa B.M.	Adana	6,18
Antalya B.M.	İzmir	13,38	Şanlıurfa B.M.	Afyon	23,37
Antalya B.M.	K.Maraş	22,32	Şanlıurfa B.M.	Ağrı	22,68
Antalya B.M.	Karaman	11,28	Şanlıurfa B.M.	Aksaray	14,13
Antalya B.M.	Kars	43,47	Şanlıurfa B.M.	Amasya	18,27
Antalya B.M.	Karabük	22,05	Şanlıurfa B.M.	Ankara	20,19
Antalya B.M.	Kastamonu	23,67	Şanlıurfa B.M.	Antalya	22,92
Antalya B.M.	Kayseri	18,57	Şanlıurfa B.M.	Ardahan	26,28
Antalya B.M.	Kırıkkale	18,48	Şanlıurfa B.M.	Artvin	26,19
Antalya B.M.	Kırklareli	28,05	Şanlıurfa B.M.	Aydın	32,92
Antalya B.M.	Kırşehir	17,19	Şanlıurfa B.M.	Balıkesir	33
Antalya B.M.	Kocaeli	18,39	Şanlıurfa B.M.	Bartın	28,68
Antalya B.M.	Konya	9,69	Şanlıurfa B.M.	Batman	12,27
Antalya B.M.	Kütahya	10,92	Şanlıurfa B.M.	Bayburt	22,2
Antalya B.M.	Manisa	12,84	Şanlıurfa B.M.	Bingöl	13,71
Antalya B.M.	Muğla	9,39	Şanlıurfa B.M.	Burdur	26,31
Antalya B.M.	Muş	38,91	Şanlıurfa B.M.	Bursa	31,29
Antalya B.M.	Nevşehir	16,14	Şanlıurfa B.M.	Çanakkale	39,21
Antalya B.M.	Niğde	16,74	Şanlıurfa B.M.	Çankırı	21,03
Antalya B.M.	Ordu	32,88	Şanlıurfa B.M.	Çorum	18,9
Antalya B.M.	Osmaniye	19,32	Şanlıurfa B.M.	Denizli	29,19
Antalya B.M.	Rize	39,39	Şanlıurfa B.M.	Düzce	27,27
Antalya B.M.	Sakarya	17,28	Şanlıurfa B.M.	Edirne	40,68
Antalya B.M.	Samsun	28,74	Şanlıurfa B.M.	Elazığ	10,35
Antalya B.M.	Sinop	29,31	Şanlıurfa B.M.	Erzincan	18,3
Antalya B.M.	Sivas	24,45	Şanlıurfa B.M.	Erzurum	19,11
Antalya B.M.	Şanlıurfa	27,03	Şanlıurfa B.M.	Eskişehir	26,82
Antalya B.M.	Tekirdağ	25,68	Şanlıurfa B.M.	Giresun	21,69
Antalya B.M.	Tokat	26,31	Şanlıurfa B.M.	Gümüşhane	22,23
Antalya B.M.	Trabzon	37,14	Şanlıurfa B.M.	Hakkari	20,79
Antalya B.M.	Uşak	8,82	Şanlıurfa B.M.	Hatay	5,88
Antalya B.M.	Van	43,62	Şanlıurfa B.M.	Iğdır	25,77
Antalya B.M.	Yalova	18	Şanlıurfa B.M.	Isparta	24,78
Antalya B.M.	Yozgat	20,55	Şanlıurfa B.M.	İçel	8,25
Antalya B.M.	Zonguldak	22,77	Şanlıurfa B.M.	İstanbul	33,78

Ege B.M.	Adana	27,03	Şanlıurfa B.M.	İzmir	33,18
Ege B.M.	Afyon	9,84	Şanlıurfa B.M.	K.Maraş	2,4
Ege B.M.	Ağrı	49,08	Şanlıurfa B.M.	Karaman	14,88
Ege B.M.	Aksaray	20,79	Şanlıurfa B.M.	Kars	25,17
Ege B.M.	Amasya	27,45	Şanlıurfa B.M.	Karabük	26,64
Ege B.M.	Ankara	17,37	Şanlıurfa B.M.	Kastamonu	24,45
Ege B.M.	Antalya	13,38	Şanlıurfa B.M.	Kayseri	10,59
Ege B.M.	Ardahan	50,67	Şanlıurfa B.M.	Kırıkkale	18
Ege B.M.	Artvin	47,34	Şanlıurfa B.M.	Kırklareli	40,11
Ege B.M.	Aydın	3,9	Şanlıurfa B.M.	Kırşehir	14,61
Ege B.M.	Balıkesir	5,19	Şanlıurfa B.M.	Kocaeli	30,45
Ege B.M.	Bartın	22,59	Şanlıurfa B.M.	Konya	16,86
Ege B.M.	Batman	45,6	Şanlıurfa B.M.	Kütahya	26,37
Ege B.M.	Bayburt	41,25	Şanlıurfa B.M.	Manisa	9,75
Ege B.M.	Bingöl	43,02	Şanlıurfa B.M.	Muğla	32,31
Ege B.M.	Burdur	11,02	Şanlıurfa B.M.	Muş	17,13
Ege B.M.	Bursa	9,66	Şanlıurfa B.M.	Nevşehir	13,02
Ege B.M.	Çanakkale	9,75	Şanlıurfa B.M.	Niğde	12,33
Ege B.M.	Çankırı	21,3	Şanlıurfa B.M.	Ordu	21,42
Ege B.M.	Çorum	24,69	Şanlıurfa B.M.	Osmaniye	3,6
Ege B.M.	Denizli	6,72	Şanlıurfa B.M.	Rize	27,48
Ege B.M.	Düzce	16,5	Şanlıurfa B.M.	Sakarya	29,34
Ege B.M.	Edirne	16,02	Şanlıurfa B.M.	Samsun	21,78
Ege B.M.	Elazığ	38,64	Şanlıurfa B.M.	Sinop	26,13
Ege B.M.	Erzincan	38,01	Şanlıurfa B.M.	Sivas	12,75
Ege B.M.	Erzurum	43,65	Şanlıurfa B.M.	Şanlıurfa	0,24
Ege B.M.	Eskişehir	12,36	Şanlıurfa B.M.	Tekirdağ	37,74
Ege B.M.	Giresun	36,21	Şanlıurfa B.M.	Tokat	14,85
Ege B.M.	Gümüşhane	40,56	Şanlıurfa B.M.	Trabzon	25,23
Ege B.M.	Hakkari	54	Şanlıurfa B.M.	Uşak	26,85
Ege B.M.	Hatay	37,76	Şanlıurfa B.M.	Van	20,7
Ege B.M.	Iğdır	52,38	Şanlıurfa B.M.	Yalova	32,4
Ege B.M.	Isparta	11,46	Şanlıurfa B.M.	Yozgat	15,84
Ege B.M.	İçel	26,79	Şanlıurfa B.M.	Zonguldak	28,23
Ege B.M.	İstanbul	16,95			

EK 2: Matematiksel Modelin Açık Gösterimi

Amaç fonksiyonu:

$$\begin{aligned} Z_{\min} = & 14,7 X_{1,1} + 7,71 X_{1,2} + 31,71 X_{1,3} + 6,75 X_{1,4} + 10,08 X_{1,5} + 0,27 X_{1,6} + 16,32 X_{1,7} + \\ & 33,3 X_{1,8} + 29,58 X_{1,9} + 18,09 X_{1,10} + 15,9 X_{1,11} + 8,49 X_{1,12} + 30,36 X_{1,13} + 23,88 X_{1,14} + \\ & 27,15 X_{1,15} + 12,66 X_{1,16} + 11,46 X_{1,17} + 19,59 X_{1,18} + 21,3 X_{1,19} + 7,32 X_{1,20} + 6,72 X_{1,21} + \\ & 7,08 X_{1,22} + 20,48 X_{1,23} + 22,77 X_{1,24} + 20,64 X_{1,25} + 26,28 X_{1,26} + 6,99 X_{1,27} + 18,84 X_{1,28} \\ & + 23,19 X_{1,29} + 40,98 X_{1,30} + 20,43 X_{1,31} + 35,01 X_{1,32} + 12,63 X_{1,33} + 14,49 X_{1,34} + 13,59 \\ & X_{1,35} + 17,37 X_{1,36} + 17,79 X_{1,37} + 11,7 X_{1,38} + 32,28 X_{1,39} + 6,45 X_{1,40} + 7,35 X_{1,41} + 9,6 \\ & X_{1,42} + 2,31 X_{1,43} + 19,89 X_{1,44} + 5,58 X_{1,45} + 10,26 X_{1,46} + 7,74 X_{1,47} + 9,33 X_{1,48} + 19,83 \\ & X_{1,49} + 18,66 X_{1,50} + 30,45 X_{1,51} + 8,31 X_{1,52} + 10,38 X_{1,53} + 17,52 X_{1,54} + 17,28 X_{1,55} + \\ & 25,2 X_{1,56} + 9,15 X_{1,57} + 12,57 X_{1,58} + 13,02 X_{1,59} + 13,26 X_{1,60} + 24,3 X_{1,61} + 17,55 X_{1,62} + \\ & 11,97 X_{1,63} + 22,95 X_{1,64} + 21,4 X_{1,65} + 37,14 X_{1,66} + 12,21 X_{1,67} + 6,54 X_{1,68} + 8,06 X_{1,69} + \\ & 24,84 X_{2,1} + 10,05 X_{2,2} + 38,82 X_{2,3} + 16,89 X_{2,4} + 16,8 X_{2,5} + 10,26 X_{2,6} + 18,39 X_{2,7} + \\ & 39,51 X_{2,8} + 35,79 X_{2,9} + 17,22 X_{2,10} + 8,49 X_{2,11} + 9,27 X_{2,12} + 40,62 X_{2,13} + 30,6 X_{2,14} + \\ & 36 X_{2,15} + 14,73 X_{2,16} + 3,96 X_{2,17} + 12,09 X_{2,18} + 11,58 X_{2,19} + 15,09 X_{2,20} + 16,14 X_{2,21} + \\ & 3,18 X_{2,22} + 10,2 X_{2,23} + 33,03 X_{2,24} + 27,75 X_{2,25} + 33,39 X_{2,26} + 6,57 X_{2,27} + 25,05 X_{2,28} + \\ & 29,91 X_{2,29} + 51,03 X_{2,30} + 30,57 X_{2,31} + 42,12 X_{2,32} + 14,7 X_{2,33} + 24,63 X_{2,34} + 3,39 X_{2,35} \\ & + 13,62 X_{2,36} + 28,05 X_{2,37} + 20,1 X_{2,38} + 39,29 X_{2,39} + 8,55 X_{2,40} + 11,91 X_{2,41} + 19,86 \\ & X_{2,42} + 12,57 X_{2,43} + 9,63 X_{2,44} + 1,84 X_{2,45} + 0,12 X_{2,46} + 16,71 X_{2,47} + 7,47 X_{2,48} + 30,09 \\ & X_{2,49} + 20,19 X_{2,50} + 39,18 X_{2,51} + 18,57 X_{2,52} + 20,52 X_{2,53} + 23,73 X_{2,54} + 27,42 X_{2,55} + \\ & 31,41 X_{2,56} + 1,11 X_{2,57} + 18,78 X_{2,58} + 17,58 X_{2,59} + 23,46 X_{2,60} + 34,56 X_{2,61} + 7,29 X_{2,62} \\ & + 20,22 X_{2,63} + 29,16 X_{2,64} + 11,7 X_{2,65} + 45,78 X_{2,66} + 1,95 X_{2,67} + 16,8 X_{2,68} + 32,13 \\ & X_{2,69} + 32,13 X_{3,1} + 17,79 X_{3,2} + 46,11 X_{3,3} + 24,18 X_{3,4} + 24,09 X_{3,5} + 17,55 X_{3,6} + 25,68 \\ & X_{3,7} + 46,8 X_{3,8} + 43,47 X_{3,9} + 19,5 X_{3,10} + 11,46 X_{3,11} + 16,56 X_{3,12} + 47,91 X_{3,13} + 37,89 \\ & X_{3,14} + 43,29 X_{3,15} + 22,02 X_{3,16} + 11,25 X_{3,17} + 5,64 X_{3,18} + 18,57 X_{3,19} + 22,38 X_{3,20} + \\ & 20,04 X_{3,21} + 10,47 X_{3,22} + 4,2 X_{3,23} + 40,32 X_{3,24} + 35,04 X_{3,25} + 40,68 X_{3,26} + 13,86 X_{3,27} \\ & + 32,34 X_{3,28} + 37,2 X_{3,29} + 58,44 X_{3,30} + 37,86 X_{3,31} + 49,41 X_{3,32} + 21,99 X_{3,33} + 32,92 \\ & X_{3,34} + 3,96 X_{3,35} + 15,5 X_{3,36} + 35,34 X_{3,37} + 27,39 X_{3,38} + 46,68 X_{3,39} + 15,84 X_{3,40} + 19,2 \\ & X_{3,41} + 27,15 X_{3,42} + 19,86 X_{3,43} + 3,63 X_{3,44} + 23,13 X_{3,45} + 7,29 X_{3,46} + 24 X_{3,47} + 14,76 \\ & X_{3,48} + 37,38 X_{3,49} + 22,02 X_{3,50} + 46,59 X_{3,51} + 25,86 X_{3,52} + 27,81 X_{3,53} + 31,02 X_{3,54} + \\ & 34,71 X_{3,55} + 38,7 X_{3,56} + 8,4 X_{3,57} + 26,07 X_{3,58} + 24,87 X_{3,59} + 30,75 X_{3,60} + 41,85 X_{3,61} + \end{aligned}$$

0,15 X_{3,62} + 27,51 X_{3,63} + 36,45 X_{3,64} + 18,12 X_{3,65} + 53,07 X_{3,66} + 9,24 X_{3,67} + 24,09 X_{3,68}
 + 13,89 X_{3,69} + 16,74 X_{4,1} + 8,76 X_{4,2} + 42,9 X_{4,3} + 13,89 X_{4,4} + 26,25 X_{4,5} + 16,32 X_{4,6} +
 0,45 X_{4,7} + 44,49 X_{4,8} + 44,01 X_{4,9} + 10,32 X_{4,10} + 15,3 X_{4,11} + 24,09 X_{4,12} + 35,19 X_{4,13} +
 35,85 X_{4,14} + 35,61 X_{4,15} + 3,66 X_{4,16} + 16,11 X_{4,17} + 21,51 X_{4,18} + 20,25 X_{4,19} + 23,49 X_{4,20}
 + 6,66 X_{4,21} + 19,35 X_{4,22} + 27,57 X_{4,23} + 31,35 X_{4,24} + 31,83 X_{4,25} + 37,47 X_{4,26} + 12,72
 X_{4,27} + 33,39 X_{4,28} + 35,16 X_{4,29} + 43,71 X_{4,30} + 22,47 X_{4,31} + 46,2 X_{4,32} + 3,9 X_{4,33} + 14,6
 X_{4,34} + 21,72 X_{4,35} + 13,38 X_{4,36} + 22,32 X_{4,37} + 11,28 X_{4,38} + 43,47 X_{4,39} + 22,05 X_{4,40} +
 23,67 X_{4,41} + 18,57 X_{4,42} + 18,48 X_{4,43} + 28,05 X_{4,44} + 17,19 X_{4,45} + 18,39 X_{4,46} + 9,69 X_{4,47}
 + 10,92 X_{4,48} + 12,84 X_{4,49} + 9,39 X_{4,50} + 38,91 X_{4,51} + 16,14 X_{4,52} + 16,74 X_{4,53} + 32,88
 X_{4,54} + 19,32 X_{4,55} + 39,39 X_{4,56} + 17,28 X_{4,57} + 28,74 X_{4,58} + 29,31 X_{4,59} + 24,45 X_{4,60} +
 27,03 X_{4,61} + 25,68 X_{4,62} + 26,31 X_{4,63} + 37,14 X_{4,64} + 8,82 X_{4,65} + 43,62 X_{4,66} + 18 X_{4,67} +
 20,55 X_{4,68} + 22,77 X_{4,69} + 27,03 X_{5,1} + 9,84 X_{5,2} + 49,08 X_{5,3} + 20,79 X_{5,4} + 27,45 X_{5,5} +
 17,37 X_{5,6} + 13,38 X_{5,7} + 50,67 X_{5,8} + 47,34 X_{5,9} + 3,9 X_{5,10} + 5,19 X_{5,11} + 22,59 X_{5,12} +
 45,6 X_{5,13} + 41,25 X_{5,14} + 43,02 X_{5,15} + 11,02 X_{5,16} + 9,66 X_{5,17} + 9,75 X_{5,18} + 21,3 X_{5,19} +
 24,69 X_{5,20} + 6,72 X_{5,21} + 16,5 X_{5,22} + 16,02 X_{5,23} + 38,64 X_{5,24} + 38,01 X_{5,25} + 43,65 X_{5,26}
 + 12,36 X_{5,27} + 36,21 X_{5,28} + 40,56 X_{5,29} + 54 X_{5,30} + 37,76 X_{5,31} + 52,38 X_{5,32} + 11,46
 X_{5,33} + 26,79 X_{5,34} + 16,95 X_{5,35} + 0,36 X_{5,36} + 32,61 X_{5,37} + 19,92 X_{5,38} + 49,65 X_{5,39} +
 31,87 X_{5,40} + 24,72 X_{5,41} + 25,47 X_{5,42} + 19,68 X_{5,43} + 16,53 X_{5,44} + 22,62 X_{5,45} + 13,62
 X_{5,46} + 16,53 X_{5,47} + 10,02 X_{5,48} + 1,08 X_{5,49} + 6,87 X_{5,50} + 46,32 X_{5,51} + 23,04 X_{5,52} + 24
 X_{5,53} + 34,89 X_{5,54} + 29,61 X_{5,55} + 42,57 X_{5,56} + 14,43 X_{5,57} + 29,94 X_{5,58} + 30,39 X_{5,59} +
 30,63 X_{5,60} + 37,32 X_{5,61} + 15,15 X_{5,62} + 29,34 X_{5,63} + 40,32 X_{5,64} + 6,33 X_{5,65} + 53,01 X_{5,66}
 + 11,73 X_{5,67} + 23,91 X_{5,68} + 19,92 X_{5,69} + 21,87 X_{6,1} + 20,28 X_{6,2} + 22,62 X_{6,3} + 15,03 X_{6,4}
 + 3,93 X_{6,5} + 12,57 X_{6,6} + 28,74 X_{6,7} + 20,73 X_{6,8} + 17,4 X_{6,9} + 30,66 X_{6,10} + 26,97 X_{6,11} +
 14,76 X_{6,12} + 27,51 X_{6,13} + 13,47 X_{6,14} + 21,6 X_{6,15} + 25,23 X_{6,16} + 22,44 X_{6,17} + 30,57 X_{6,18}
 + 9,93 X_{6,19} + 5,25 X_{6,20} + 26,88 X_{6,21} + 15,6 X_{6,22} + 28,98 X_{6,23} + 19,98 X_{6,24} + 13,35 X_{6,25}
 + 17,19 X_{6,26} + 19,56 X_{6,27} + 6,27 X_{6,28} + 11,13 X_{6,29} + 35,64 X_{6,30} + 24,66 X_{6,31} + 25,2
 X_{6,32} + 25,02 X_{6,33} + 22,29 X_{6,34} + 22,11 X_{6,35} + 29,94 X_{6,36} + 19,38 X_{6,37} + 21,36 X_{6,38} +
 23,19 X_{6,39} + 12,66 X_{6,40} + 9,3 X_{6,41} + 13,56 X_{6,42} + 10,26 X_{6,43} + 28,41 X_{6,44} + 11,73 X_{6,45}
 + 18,78 X_{6,46} + 19,29 X_{6,47} + 21,9 X_{6,48} + 17,58 X_{6,49} + 31,23 X_{6,50} + 24,48 X_{6,51} + 14,01
 X_{6,52} + 16,35 X_{6,53} + 4,95 X_{6,54} + 22,38 X_{6,55} + 12,63 X_{6,56} + 17,67 X_{6,57} + 0,21 X_{6,58} + 4,95
 X_{6,59} + 10,17 X_{6,60} + 25,08 X_{6,61} + 26,07 X_{6,62} + 6,93 X_{6,63} + 10,38 X_{6,64} + 23,61 X_{6,65} +
 29,58 X_{6,66} + 20,73 X_{6,67} + 8,37 X_{6,68} + 16,58 X_{6,69} + 22,62 X_{7,1} + 14,88 X_{7,2} + 36,6 X_{7,3} +
 14,67 X_{7,4} + 14,58 X_{7,5} + 8,04 X_{7,6} + 22,77 X_{7,7} + 37,29 X_{7,8} + 33,96 X_{7,9} + 23,52 X_{7,10} +

14,79 X_{7,11} + 2,67 X_{7,12} + 38,4 X_{7,13} + 28,38 X_{7,14} + 33,78 X_{7,15} + 19,11 X_{7,16} + 10,26 X_{7,17}
 + 18,39 X_{7,18} + 9,36 X_{7,19} + 12,87 X_{7,20} + 20,52 X_{7,21} + 3,42 X_{7,22} + 16,8 X_{7,23} + 30,81 X_{7,24}
 + 25,53 X_{7,25} + 31,17 X_{7,26} + 10,95 X_{7,27} + 22,83 X_{7,28} + 27,69 X_{7,29} + 48,93 X_{7,30} + 28,35
 X_{7,31} + 39,9 X_{7,32} + 19,8 X_{7,33} + 22,41 X_{7,34} + 9,93 X_{7,35} + 19,92 X_{7,36} + 25,83 X_{7,37} + 18,99
 X_{7,38} + 37,17 X_{7,39} + 5,19 X_{7,40} + 8,13 X_{7,41} + 17,64 X_{7,42} + 10,35 X_{7,43} + 16,23 X_{7,44} +
 13,62 X_{7,45} + 6,6 X_{7,46} + 15,66 X_{7,47} + 11,85 X_{7,48} + 18,84 X_{7,49} + 24,87 X_{7,50} + 37,8 X_{7,51} +
 16,35 X_{7,52} + 18,3 X_{7,53} + 21,51 X_{7,54} + 25,2 X_{7,55} + 29,19 X_{7,56} + 5,49 X_{7,57} + 16,56 X_{7,58} +
 13,8 X_{7,59} + 21,24 X_{7,60} + 32,34 X_{7,61} + 13,89 X_{7,62} + 18 X_{7,63} + 16,94 X_{7,64} + 16,08 X_{7,65} +
 43,56 X_{7,66} + 8,55 X_{7,67} + 14,58 X_{7,68} + 6,3 X_{7,69} + 24,15 X_{8,1} + 33,96 X_{8,2} + 5,49 X_{8,3} +
 23,58 X_{8,4} + 16,59 X_{8,5} + 26,28 X_{8,6} + 37,47 X_{8,7} + 7,17 X_{8,8} + 7,08 X_{8,9} + 44,13 X_{8,10} +
 41,58 X_{8,11} + 29,64 X_{8,12} + 11,31 X_{8,13} + 3,72 X_{8,14} + 5,4 X_{8,15} + 37,47 X_{8,16} + 37,05 X_{8,17} +
 45,18 X_{8,18} + 24,03 X_{8,19} + 19,35 X_{8,20} + 40,35 X_{8,21} + 30,21 X_{8,22} + 43,62 X_{8,23} + 9,54 X_{8,24}
 + 5,64 X_{8,25} + 0,42 X_{8,26} + 33,27 X_{8,27} + 10,92 X_{8,28} + 6,06 X_{8,29} + 18,51 X_{8,30} + 23,85 X_{8,31}
 + 8,79 X_{8,32} + 35,94 X_{8,33} + 26,22 X_{8,34} + 36,72 X_{8,35} + 43,65 X_{8,36} + 19,17 X_{8,37} + 28,41
 X_{8,38} + 6,06 X_{8,39} + 27,54 X_{8,40} + 24,18 X_{8,41} + 18,09 X_{8,42} + 23,97 X_{8,43} + 43,05 X_{8,44} +
 22,92 X_{8,45} + 33,39 X_{8,46} + 28,02 X_{8,47} + 35,61 X_{8,48} + 43,11 X_{8,49} + 44,7 X_{8,50} + 7,35 X_{8,51}
 + 21,33 X_{8,52} + 22,74 X_{8,53} + 12,24 X_{8,54} + 21,57 X_{8,55} + 11,31 X_{8,56} + 32,28 X_{8,57} + 16,8
 X_{8,58} + 21,75 X_{8,59} + 13,02 X_{8,60} + 15 X_{8,61} + 40,68 X_{8,62} + 14,76 X_{8,63} + 9,06 X_{8,64} + 37,32
 X_{8,65} + 12,45 X_{8,66} + 35,34 X_{8,67} + 19,74 X_{8,68} + 31,17 X_{8,69} + 6,18 X_{9,1} + 23,37 X_{9,2} +
 22,68 X_{9,3} + 14,13 X_{9,4} + 18,27 X_{9,5} + 20,19 X_{9,6} + 22,92 X_{9,7} + 26,28 X_{9,8} + 26,19 X_{9,9} +
 32,92 X_{9,10} + 33 X_{9,11} + 28,68 X_{9,12} + 12,27 X_{9,13} + 22,2 X_{9,14} + 13,71 X_{9,15} + 26,31 X_{9,16} +
 31,29 X_{9,17} + 39,21 X_{9,18} + 21,03 X_{9,19} + 18,9 X_{9,20} + 29,19 X_{9,21} + 27,27 X_{9,22} + 40,68 X_{9,23}
 + 10,35 X_{9,24} + 18,3 X_{9,25} + 19,11 X_{9,26} + 26,82 X_{9,27} + 21,69 X_{9,28} + 22,23 X_{9,29} + 20,79
 X_{9,30} + 5,88 X_{9,31} + 25,77 X_{9,32} + 24,78 X_{9,33} + 8,25 X_{9,34} + 33,78 X_{9,35} + 33,18 X_{9,36} + 2,4
 X_{9,37} + 14,88 X_{9,38} + 25,17 X_{9,39} + 26,64 X_{9,40} + 24,45 X_{9,41} + 10,59 X_{9,42} + 18 X_{9,43} +
 40,11 X_{9,44} + 14,61 X_{9,45} + 30,45 X_{9,46} + 16,86 X_{9,47} + 26,37 X_{9,48} + 9,75 X_{9,49} + 32,31 X_{9,50}
 + 17,13 X_{9,51} + 13,02 X_{9,52} + 12,33 X_{9,53} + 21,42 X_{9,54} + 3,6 X_{9,55} + 27,48 X_{9,56} + 29,34
 X_{9,57} + 21,78 X_{9,58} + 26,13 X_{9,59} + 12,75 X_{9,60} + 0,24 X_{9,61} + 37,74 X_{9,62} + 14,85 X_{9,63} +
 25,23 X_{9,64} + 26,85 X_{9,65} + 20,7 X_{9,66} + 32,4 X_{9,67} + 15,84 X_{9,68} + 28,23 X_{9,69}

Kısıtlar:

Arz Kısıtları:

$$\begin{aligned} & X_{1,1} + X_{1,2} + X_{1,3} + X_{1,4} + X_{1,5} + X_{1,6} + X_{1,7} + X_{1,8} + X_{1,9} + X_{1,10} + X_{1,11} + \\ & X_{1,12} + X_{1,13} + X_{1,14} + X_{1,15} + X_{1,16} + X_{1,17} + X_{1,18} + X_{1,19} + X_{1,20} + X_{1,21} + \\ & X_{1,22} + X_{1,23} + X_{1,24} + X_{1,25} + X_{1,26} + X_{1,27} + X_{1,28} + X_{1,29} + X_{1,30} + X_{1,31} + \\ & X_{1,32} + X_{1,33} + X_{1,34} + X_{1,35} + X_{1,36} + X_{1,37} + X_{1,38} + X_{1,39} + X_{1,40} + X_{1,41} + \\ & X_{1,42} + X_{1,43} + X_{1,44} + X_{1,45} + X_{1,46} + X_{1,47} + X_{1,48} + X_{1,49} + X_{1,50} + X_{1,51} + \\ & X_{1,52} + X_{1,53} + X_{1,54} + X_{1,55} + X_{1,56} + X_{1,57} + X_{1,58} + X_{1,59} + X_{1,60} + X_{1,61} + \\ & X_{1,62} + X_{1,63} + X_{1,64} + X_{1,65} + X_{1,66} + X_{1,67} + X_{1,68} + X_{1,69} = 2400 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & X_{2,1} + X_{2,2} + X_{2,3} + X_{2,4} + X_{1,5} + X_{2,6} + X_{2,7} + X_{2,8} + X_{2,9} + X_{2,10} + X_{2,11} + \\ & X_{2,12} + X_{2,13} + X_{2,14} + X_{2,15} + X_{2,16} + X_{2,17} + X_{2,18} + X_{2,19} + X_{2,20} + X_{2,21} + \\ & X_{2,22} + X_{2,23} + X_{2,24} + X_{2,25} + X_{2,26} + X_{2,27} + X_{2,28} + X_{2,29} + X_{2,30} + X_{2,31} + \\ & X_{2,32} + X_{2,33} + X_{2,34} + X_{2,35} + X_{2,36} + X_{2,37} + X_{2,38} + X_{2,39} + X_{2,40} + X_{2,41} + \\ & X_{2,42} + X_{2,43} + X_{2,44} + X_{2,45} + X_{2,46} + X_{2,47} + X_{2,48} + X_{2,49} + X_{2,50} + X_{2,51} + \\ & X_{2,52} + X_{2,53} + X_{2,54} + X_{2,55} + X_{2,56} + X_{2,57} + X_{2,58} + X_{2,59} + X_{2,60} + X_{2,61} + \\ & X_{2,62} + X_{2,63} + X_{2,64} + X_{2,65} + X_{2,66} + X_{2,67} + X_{2,68} + X_{2,69} = 16200 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & X_{3,1} + X_{3,2} + X_{3,3} + X_{1,4} + X_{3,5} + X_{3,6} + X_{3,7} + X_{3,8} + X_{3,9} + X_{3,10} + X_{3,11} + \\ & X_{3,12} + X_{3,13} + X_{3,14} + X_{3,15} + X_{3,16} + X_{3,17} + X_{3,18} + X_{3,19} + X_{3,20} + X_{3,21} + \\ & X_{3,22} + X_{3,23} + X_{3,24} + X_{3,25} + X_{3,26} + X_{3,27} + X_{3,28} + X_{3,29} + X_{3,30} + X_{3,31} + \\ & X_{3,32} + X_{3,33} + X_{3,34} + X_{3,35} + X_{3,36} + X_{3,37} + X_{3,38} + X_{3,39} + X_{3,40} + X_{3,41} + \\ & X_{3,42} + X_{3,43} + X_{3,44} + X_{3,45} + X_{3,46} + X_{3,47} + X_{3,48} + X_{3,49} + X_{3,50} + X_{3,51} + \\ & X_{3,52} + X_{3,53} + X_{3,54} + X_{3,55} + X_{3,56} + X_{3,57} + X_{3,58} + X_{3,59} + X_{3,60} + X_{3,61} + \\ & X_{3,62} + X_{3,63} + X_{3,64} + X_{3,65} + X_{3,66} + X_{3,67} + X_{3,68} + X_{3,69} = 3400 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & X_{4,1} + X_{4,2} + X_{4,3} + X_{1,4} + X_{4,5} + X_{4,6} + X_{4,7} + X_{4,8} + X_{4,9} + X_{4,10} + X_{4,11} + \\ & X_{4,12} + X_{4,13} + X_{4,14} + X_{4,15} + X_{4,16} + X_{4,17} + X_{4,18} + X_{4,19} + X_{4,20} + X_{4,21} + \\ & X_{4,22} + X_{4,23} + X_{4,24} + X_{4,25} + X_{4,26} + X_{4,27} + X_{4,28} + X_{4,29} + X_{4,30} + X_{4,31} + \\ & X_{4,32} + X_{4,33} + X_{4,34} + X_{4,35} + X_{4,36} + X_{4,37} + X_{4,38} + X_{4,39} + X_{4,40} + X_{4,41} + \\ & X_{4,42} + X_{4,43} + X_{4,44} + X_{4,45} + X_{4,46} + X_{4,47} + X_{4,48} + X_{4,49} + X_{4,50} + X_{4,51} + \end{aligned}$$

$$X_{4,52} + X_{4,53} + X_{4,54} + X_{4,55} + X_{4,56} + X_{4,57} + X_{4,58} + X_{4,59} + X_{4,60} + X_{4,61} + X_{4,62} + X_{4,63} + X_{4,64} + X_{4,65} + X_{4,66} + X_{4,67} + X_{4,68} + X_{4,69} = 5100$$

$$X_{5,1} + X_{5,2} + X_{5,3} + X_{5,4} + X_{5,5} + X_{5,6} + X_{5,7} + X_{5,8} + X_{5,9} + X_{5,10} + X_{5,11} + X_{5,12} + X_{5,13} + X_{5,14} + X_{5,15} + X_{5,16} + X_{5,17} + X_{5,18} + X_{5,19} + X_{5,20} + X_{5,21} + X_{5,22} + X_{5,23} + X_{5,24} + X_{5,25} + X_{5,26} + X_{5,27} + X_{5,28} + X_{5,29} + X_{5,30} + X_{5,31} + X_{5,32} + X_{5,33} + X_{5,34} + X_{5,35} + X_{5,36} + X_{5,37} + X_{5,38} + X_{5,39} + X_{5,40} + X_{5,41} + X_{5,42} + X_{5,43} + X_{5,44} + X_{5,45} + X_{5,46} + X_{5,47} + X_{5,48} + X_{5,49} + X_{5,50} + X_{5,51} + X_{5,52} + X_{5,53} + X_{5,54} + X_{5,55} + X_{5,56} + X_{5,57} + X_{5,58} + X_{5,59} + X_{5,60} + X_{5,61} + X_{5,62} + X_{5,63} + X_{5,64} + X_{5,65} + X_{5,66} + X_{5,67} + X_{5,68} + X_{5,69} = 7512$$

$$X_{6,1} + X_{6,2} + X_{6,3} + X_{6,4} + X_{6,5} + X_{6,6} + X_{6,7} + X_{6,8} + X_{6,9} + X_{6,10} + X_{6,11} + X_{6,12} + X_{6,13} + X_{6,14} + X_{6,15} + X_{6,16} + X_{6,17} + X_{6,18} + X_{6,19} + X_{6,20} + X_{6,21} + X_{6,22} + X_{6,23} + X_{6,24} + X_{6,25} + X_{6,26} + X_{6,27} + X_{6,28} + X_{6,29} + X_{6,30} + X_{6,31} + X_{6,32} + X_{6,33} + X_{6,34} + X_{6,35} + X_{6,36} + X_{6,37} + X_{6,38} + X_{6,39} + X_{6,40} + X_{6,41} + X_{6,42} + X_{6,43} + X_{6,44} + X_{6,45} + X_{6,46} + X_{6,47} + X_{6,48} + X_{6,49} + X_{6,50} + X_{6,51} + X_{6,52} + X_{6,53} + X_{6,54} + X_{6,55} + X_{6,56} + X_{6,57} + X_{6,58} + X_{6,59} + X_{6,60} + X_{6,61} + X_{6,62} + X_{6,63} + X_{6,64} + X_{6,65} + X_{6,66} + X_{6,67} + X_{6,68} + X_{6,69} = 2970$$

$$X_{7,1} + X_{7,2} + X_{7,3} + X_{7,4} + X_{7,5} + X_{7,6} + X_{7,7} + X_{7,8} + X_{7,9} + X_{7,10} + X_{7,11} + X_{7,12} + X_{7,13} + X_{7,14} + X_{7,15} + X_{7,16} + X_{7,17} + X_{7,18} + X_{7,19} + X_{7,20} + X_{7,21} + X_{7,22} + X_{7,23} + X_{7,24} + X_{7,25} + X_{7,26} + X_{7,27} + X_{7,28} + X_{7,29} + X_{7,30} + X_{7,31} + X_{7,32} + X_{7,33} + X_{7,34} + X_{7,35} + X_{7,36} + X_{7,37} + X_{7,38} + X_{7,39} + X_{7,40} + X_{7,41} + X_{7,42} + X_{7,43} + X_{7,44} + X_{7,45} + X_{7,46} + X_{7,47} + X_{7,48} + X_{7,49} + X_{7,50} + X_{7,51} + X_{7,52} + X_{7,53} + X_{7,54} + X_{7,55} + X_{7,56} + X_{7,57} + X_{7,58} + X_{7,59} + X_{7,60} + X_{7,61} + X_{7,62} + X_{7,63} + X_{7,64} + X_{7,65} + X_{7,66} + X_{7,67} + X_{7,68} + X_{7,69} = 3427$$

$$X_{8,1} + X_{8,2} + X_{8,3} + X_{8,4} + X_{8,5} + X_{8,6} + X_{8,7} + X_{8,8} + X_{8,9} + X_{8,10} + X_{8,11} + X_{8,12} + X_{8,13} + X_{8,14} + X_{8,15} + X_{8,16} + X_{8,17} + X_{8,18} + X_{8,19} + X_{8,20} + X_{8,21} + X_{8,22} + X_{8,23} + X_{8,24} + X_{8,25} + X_{8,26} + X_{8,27} + X_{8,28} + X_{8,29} + X_{8,30} + X_{8,31} + X_{8,32} + X_{8,33} + X_{8,34} + X_{8,35} + X_{8,36} + X_{8,37} + X_{8,38} + X_{8,39} + X_{8,40} + X_{8,41} + X_{8,42} + X_{8,43} + X_{8,44} + X_{8,45} + X_{8,46} + X_{8,47} + X_{8,48} + X_{8,49} + X_{8,50} + X_{8,51} + X_{8,52} + X_{8,53} + X_{8,54} + X_{8,55} + X_{8,56} + X_{8,57} + X_{8,58} + X_{8,59} + X_{8,60} + X_{8,61} +$$

$$X_{8,62} + X_{8,63} + X_{8,64} + X_{8,65} + X_{8,66} + X_{8,67} + X_{8,68} + X_{8,69} = 1846$$

$$\begin{aligned} &X_{9,1} + X_{9,2} + X_{9,3} + X_{9,4} + X_{1,5} + X_{9,6} + X_{9,7} + X_{9,8} + X_{9,9} + X_{9,10} + X_{9,11} + \\ &X_{9,12} + X_{9,13} + X_{9,14} + X_{9,15} + X_{9,16} + X_{9,17} + X_{9,18} + X_{9,19} + X_{9,20} + X_{9,21} + \\ &X_{9,22} + X_{9,23} + X_{9,24} + X_{9,25} + X_{9,26} + X_{9,27} + X_{9,28} + X_{9,29} + X_{9,30} + X_{9,31} + \\ &X_{9,32} + X_{9,33} + X_{9,34} + X_{9,35} + X_{9,36} + X_{9,37} + X_{9,38} + X_{9,39} + X_{9,40} + X_{9,41} + \\ &X_{9,42} + X_{9,43} + X_{9,44} + X_{9,45} + X_{9,46} + X_{9,47} + X_{9,48} + X_{9,49} + X_{9,50} + X_{9,51} + \\ &X_{9,52} + X_{9,53} + X_{9,54} + X_{9,55} + X_{9,56} + X_{9,57} + X_{9,58} + X_{9,59} + X_{9,60} + X_{9,61} + \\ &X_{9,62} + X_{9,63} + X_{9,64} + X_{9,65} + X_{9,66} + X_{9,67} + X_{9,68} + X_{9,69} = 2215 \end{aligned}$$

Talep Kısıtları:

$$X_{1,1} + X_{2,1} + X_{3,1} + X_{4,1} + X_{5,1} + X_{6,1} + X_{7,1} + X_{8,1} + X_{9,1} = 472$$

$$X_{1,2} + X_{2,2} + X_{3,2} + X_{4,2} + X_{5,2} + X_{6,2} + X_{7,2} + X_{8,2} + X_{9,2} = 3582$$

$$X_{1,3} + X_{2,3} + X_{3,3} + X_{4,3} + X_{5,3} + X_{6,3} + X_{7,3} + X_{8,3} + X_{9,3} = 26$$

$$X_{1,4} + X_{2,4} + X_{3,4} + X_{4,4} + X_{5,4} + X_{6,4} + X_{7,4} + X_{8,4} + X_{9,4} = 622$$

$$X_{1,5} + X_{2,5} + X_{3,5} + X_{4,5} + X_{5,5} + X_{6,5} + X_{7,5} + X_{8,5} + X_{9,5} = 52$$

$$X_{1,6} + X_{2,6} + X_{3,6} + X_{4,6} + X_{5,6} + X_{6,6} + X_{7,6} + X_{8,6} + X_{9,6} = 724$$

$$X_{1,7} + X_{2,7} + X_{3,7} + X_{4,7} + X_{5,7} + X_{6,7} + X_{7,7} + X_{8,7} + X_{9,7} = 1754$$

$$X_{1,8} + X_{2,8} + X_{3,8} + X_{4,8} + X_{5,8} + X_{6,8} + X_{7,8} + X_{8,8} + X_{9,8} = 75$$

$$X_{1,9} + X_{2,9} + X_{3,9} + X_{4,9} + X_{5,9} + X_{6,9} + X_{7,9} + X_{8,9} + X_{9,9} = 101$$

$$X_{1,10} + X_{2,10} + X_{3,10} + X_{4,10} + X_{5,10} + X_{6,10} + X_{7,10} + X_{8,10} + X_{9,10} = 432$$

$$X_{1,11} + X_{2,11} + X_{3,11} + X_{4,11} + X_{5,11} + X_{6,11} + X_{7,11} + X_{8,11} + X_{9,11} = 470$$

$$X_{1,12} + X_{2,12} + X_{3,12} + X_{4,12} + X_{5,12} + X_{6,12} + X_{7,12} + X_{8,12} + X_{9,12} = 165$$

$$X_{1,13} + X_{2,13} + X_{3,13} + X_{4,13} + X_{5,13} + X_{6,13} + X_{7,13} + X_{8,13} + X_{9,13} = 649$$

$$X_{1,14} + X_{2,14} + X_{3,14} + X_{4,14} + X_{5,14} + X_{6,14} + X_{7,14} + X_{8,14} + X_{9,14} = 89$$

$$X_{1,15} + X_{2,15} + X_{3,15} + X_{4,15} + X_{5,15} + X_{6,15} + X_{7,15} + X_{8,15} + X_{9,15} = 22$$

$$X_{1,16} + X_{2,16} + X_{3,16} + X_{4,16} + X_{5,16} + X_{6,16} + X_{7,16} + X_{8,16} + X_{9,16} = 46$$

$$X_{1,17} + X_{2,17} + X_{3,17} + X_{4,17} + X_{5,17} + X_{6,17} + X_{7,17} + X_{8,17} + X_{9,17} = 4576$$

$$X_{1,18} + X_{2,18} + X_{3,18} + X_{4,18} + X_{5,18} + X_{6,18} + X_{7,18} + X_{8,18} + X_{9,18} = 526$$

$$X_{1,19} + X_{2,19} + X_{3,19} + X_{4,19} + X_{5,19} + X_{6,19} + X_{7,19} + X_{8,19} + X_{9,19} = 3$$

$$X_{1,20} + X_{2,20} + X_{3,20} + X_{4,20} + X_{5,20} + X_{6,20} + X_{7,20} + X_{8,20} + X_{9,20} = 72$$

$$X_{1,21} + X_{2,21} + X_{3,21} + X_{4,21} + X_{5,21} + X_{6,21} + X_{7,21} + X_{8,21} + X_{9,21} = 436$$

$$\begin{aligned}
X_{1,22} + X_{2,22} + X_{3,22} + X_{4,22} + X_{5,22} + X_{6,22} + X_{7,22} + X_{8,22} + X_{9,22} &= 122 \\
X_{1,23} + X_{2,23} + X_{3,23} + X_{4,23} + X_{5,23} + X_{6,23} + X_{7,23} + X_{8,23} + X_{9,23} &= 845 \\
X_{1,24} + X_{2,24} + X_{3,24} + X_{4,24} + X_{5,24} + X_{6,24} + X_{7,24} + X_{8,24} + X_{9,24} &= 270 \\
X_{1,25} + X_{2,25} + X_{3,25} + X_{4,25} + X_{5,25} + X_{6,25} + X_{7,25} + X_{8,25} + X_{9,25} &= 85 \\
X_{1,26} + X_{2,26} + X_{3,26} + X_{4,26} + X_{5,26} + X_{6,26} + X_{7,26} + X_{8,26} + X_{9,26} &= 476 \\
X_{1,27} + X_{2,27} + X_{3,27} + X_{4,27} + X_{5,27} + X_{6,27} + X_{7,27} + X_{8,27} + X_{9,27} &= 186 \\
X_{1,28} + X_{2,28} + X_{3,28} + X_{4,28} + X_{5,28} + X_{6,28} + X_{7,28} + X_{8,28} + X_{9,28} &= 106 \\
X_{1,29} + X_{2,29} + X_{3,29} + X_{4,29} + X_{5,29} + X_{6,29} + X_{7,29} + X_{8,29} + X_{9,29} &= 47 \\
X_{1,30} + X_{2,30} + X_{3,30} + X_{4,30} + X_{5,30} + X_{6,30} + X_{7,30} + X_{8,30} + X_{9,30} &= 1 \\
X_{1,31} + X_{2,31} + X_{3,31} + X_{4,31} + X_{5,31} + X_{6,31} + X_{7,31} + X_{8,31} + X_{9,31} &= 870 \\
X_{1,32} + X_{2,32} + X_{3,32} + X_{4,32} + X_{5,32} + X_{6,32} + X_{7,32} + X_{8,32} + X_{9,32} &= 86 \\
X_{1,33} + X_{2,33} + X_{3,33} + X_{4,33} + X_{5,33} + X_{6,33} + X_{7,33} + X_{8,33} + X_{9,33} &= 22 \\
X_{1,34} + X_{2,34} + X_{3,34} + X_{4,34} + X_{5,34} + X_{6,34} + X_{7,34} + X_{8,34} + X_{9,34} &= 1196 \\
X_{1,35} + X_{2,35} + X_{3,35} + X_{4,35} + X_{5,35} + X_{6,35} + X_{7,35} + X_{8,35} + X_{9,35} &= 9985 \\
X_{1,36} + X_{2,36} + X_{3,36} + X_{4,36} + X_{5,36} + X_{6,36} + X_{7,36} + X_{8,36} + X_{9,36} &= 1776 \\
X_{1,37} + X_{2,37} + X_{3,37} + X_{4,37} + X_{5,37} + X_{6,37} + X_{7,37} + X_{8,37} + X_{9,37} &= 286 \\
X_{1,38} + X_{2,38} + X_{3,38} + X_{4,38} + X_{5,38} + X_{6,38} + X_{7,38} + X_{8,38} + X_{9,38} &= 232 \\
X_{1,39} + X_{2,39} + X_{3,39} + X_{4,39} + X_{5,39} + X_{6,39} + X_{7,39} + X_{8,39} + X_{9,39} &= 120 \\
X_{1,40} + X_{2,40} + X_{3,40} + X_{4,40} + X_{5,40} + X_{6,40} + X_{7,40} + X_{8,40} + X_{9,40} &= 885 \\
X_{1,41} + X_{2,41} + X_{3,41} + X_{4,41} + X_{5,41} + X_{6,41} + X_{7,41} + X_{8,41} + X_{9,41} &= 752 \\
X_{1,42} + X_{2,42} + X_{3,42} + X_{4,42} + X_{5,42} + X_{6,42} + X_{7,42} + X_{8,42} + X_{9,42} &= 95 \\
X_{1,43} + X_{2,43} + X_{3,43} + X_{4,43} + X_{5,43} + X_{6,43} + X_{7,43} + X_{8,43} + X_{9,43} &= 118 \\
X_{1,44} + X_{2,44} + X_{3,44} + X_{4,44} + X_{5,44} + X_{6,44} + X_{7,44} + X_{8,44} + X_{9,44} &= 408 \\
X_{1,45} + X_{2,45} + X_{3,45} + X_{4,45} + X_{5,45} + X_{6,45} + X_{7,45} + X_{8,45} + X_{9,45} &= 172 \\
X_{1,46} + X_{2,46} + X_{3,46} + X_{4,46} + X_{5,46} + X_{6,46} + X_{7,46} + X_{8,46} + X_{9,46} &= 1126 \\
X_{1,47} + X_{2,47} + X_{3,47} + X_{4,47} + X_{5,47} + X_{6,47} + X_{7,47} + X_{8,47} + X_{9,47} &= 38 \\
X_{1,48} + X_{2,48} + X_{3,48} + X_{4,48} + X_{5,48} + X_{6,48} + X_{7,48} + X_{8,48} + X_{9,48} &= 156 \\
X_{1,49} + X_{2,49} + X_{3,49} + X_{4,49} + X_{5,49} + X_{6,49} + X_{7,49} + X_{8,49} + X_{9,49} &= 1275 \\
X_{1,50} + X_{2,50} + X_{3,50} + X_{4,50} + X_{5,50} + X_{6,50} + X_{7,50} + X_{8,50} + X_{9,50} &= 745 \\
X_{1,51} + X_{2,51} + X_{3,51} + X_{4,51} + X_{5,51} + X_{6,51} + X_{7,51} + X_{8,51} + X_{9,51} &= 40 \\
X_{1,52} + X_{2,52} + X_{3,52} + X_{4,52} + X_{5,52} + X_{6,52} + X_{7,52} + X_{8,52} + X_{9,52} &= 26 \\
X_{1,53} + X_{2,53} + X_{3,53} + X_{4,53} + X_{5,53} + X_{6,53} + X_{7,53} + X_{8,53} + X_{9,53} &= 82 \\
X_{1,54} + X_{2,54} + X_{3,54} + X_{4,54} + X_{5,54} + X_{6,54} + X_{7,54} + X_{8,54} + X_{9,54} &= 282
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X_{1,55} + X_{2,55} + X_{3,55} + X_{4,55} + X_{5,55} + X_{6,55} + X_{7,55} + X_{8,55} + X_{9,55} &= 122 \\
X_{1,56} + X_{2,56} + X_{3,56} + X_{4,56} + X_{5,56} + X_{6,56} + X_{7,56} + X_{8,56} + X_{9,56} &= 83 \\
X_{1,57} + X_{2,57} + X_{3,57} + X_{4,57} + X_{5,57} + X_{6,57} + X_{7,57} + X_{8,57} + X_{9,57} &= 306 \\
X_{1,58} + X_{2,58} + X_{3,58} + X_{4,58} + X_{5,58} + X_{6,58} + X_{7,58} + X_{8,58} + X_{9,58} &= 1941 \\
X_{1,59} + X_{2,59} + X_{3,59} + X_{4,59} + X_{5,59} + X_{6,59} + X_{7,59} + X_{8,59} + X_{9,59} &= 176 \\
X_{1,60} + X_{2,60} + X_{3,60} + X_{4,60} + X_{5,60} + X_{6,60} + X_{7,60} + X_{8,60} + X_{9,60} &= 306 \\
X_{1,61} + X_{2,61} + X_{3,61} + X_{4,61} + X_{5,61} + X_{6,61} + X_{7,61} + X_{8,61} + X_{9,61} &= 178 \\
X_{1,62} + X_{2,62} + X_{3,62} + X_{4,62} + X_{5,62} + X_{6,62} + X_{7,62} + X_{8,62} + X_{9,62} &= 1621 \\
X_{1,63} + X_{2,63} + X_{3,63} + X_{4,63} + X_{5,63} + X_{6,63} + X_{7,63} + X_{8,63} + X_{9,63} &= 67 \\
X_{1,64} + X_{2,64} + X_{3,64} + X_{4,64} + X_{5,64} + X_{6,64} + X_{7,64} + X_{8,64} + X_{9,64} &= 232 \\
X_{1,65} + X_{2,65} + X_{3,65} + X_{4,65} + X_{5,65} + X_{6,65} + X_{7,65} + X_{8,65} + X_{9,65} &= 128 \\
X_{1,66} + X_{2,66} + X_{3,66} + X_{4,66} + X_{5,66} + X_{6,66} + X_{7,66} + X_{8,66} + X_{9,66} &= 372 \\
X_{1,67} + X_{2,67} + X_{3,67} + X_{4,67} + X_{5,67} + X_{6,67} + X_{7,67} + X_{8,67} + X_{9,67} &= 85 \\
X_{1,68} + X_{2,68} + X_{3,68} + X_{4,68} + X_{5,68} + X_{6,68} + X_{7,68} + X_{8,68} + X_{9,68} &= 26 \\
X_{1,69} + X_{2,69} + X_{3,69} + X_{4,69} + X_{5,69} + X_{6,69} + X_{7,69} + X_{8,69} + X_{9,69} &= 1622
\end{aligned}$$

Pozitiflik koşulu:

$$X_{ij} \geq 0 \text{ ve Tamsayı}$$

EK 3: WinQSB Paket Programı ile Çözüm Sonucu

	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 4	622	6,75	4.198,50	0
2	Source 1	Destination 6	724	0,27	195,48	0
3	Source 1	Destination 20	72	7,32	527,04	0
4	Source 1	Destination 27	186	6,79	1.262,94	0
5	Source 1	Destination 42	95	9,6	912	0
6	Source 1	Destination 43	118	2,31	272,58	0
7	Source 1	Destination 45	172	5,58	959,76	0
8	Source 1	Destination 47	38	7,74	294,12	0
9	Source 1	Destination 52	26	8,31	216,06	0
10	Source 1	Destination 53	82	10,38	851,16	0
11	Source 1	Destination 60	239	13,26	3.169,14	0
12	Source 1	Destination 68	26	6,54	170,04	0
13	Source 2	Destination 17	4576	3,96	18.120,96	0
14	Source 2	Destination 22	122	3,18	387,96	0
15	Source 2	Destination 35	9985	3,39	33.849,15	0
16	Source 2	Destination 46	1126	0,12	135,12	0
17	Source 2	Destination 57	306	1,11	339,66	0
18	Source 2	Destination 67	85	1,95	165,75	0
19	Source 3	Destination 18	526	5,64	2.966,64	0
20	Source 3	Destination 23	845	4,2	3549	0
21	Source 3	Destination 44	408	3,63	1.481,04	0
22	Source 3	Destination 62	1621	0,15	243,15	0
23	Source 4	Destination 1	472	6,74	3.181,28	0
24	Source 4	Destination 2	1510	8,76	13.227,6	0
25	Source 4	Destination 7	1754	0,45	789,3	0
26	Source 4	Destination 16	46	3,66	168,36	0
27	Source 4	Destination 33	22	3,9	85,8	0
28	Source 4	Destination 34	1196	14,6	17.461,6	0
29	Source 4	Destination 55	100	19,32	1932	0
30	Source 5	Destination 2	2072	9,84	20.388,48	0
31	Source 5	Destination 10	432	3,9	1.684,8	0
32	Source 5	Destination 11	470	5,19	2.439,3	0
33	Source 5	Destination 21	436	6,72	2.929,92	1,788139E-07
34	Source 5	Destination 36	1776	0,36	639,36	0
35	Source 5	Destination 48	156	10,02	1.563,12	0
36	Source 5	Destination 49	1275	1,08	1.377	0
37	Source 5	Destination 50	745	6,87	5.118,15	0
38	Source 5	Destination 55	22	8,76	192,72	0
39	Source 5	Destination 65	128	6,33	810,24	0
40	Source 6	Destination 5	52	3,93	204,36	0
41	Source 6	Destination 28	106	6,27	664,62	0
42	Source 6	Destination 29	47	11,13	523,11	0
43	Source 6	Destination 54	282	4,95	1395,9	0
44	Source 6	Destination 58	1941	0,21	407,61	0
45	Source 6	Destination 59	176	4,95	871,2	0,00

46	Source 6	Destination 60	67	10,17	681,39	0
47	Source 6	Destination 63	67	6,93	464,31	0
48	Source 6	Destination 64	232	10,38	2.408,16	0
49	Source 7	Destination 12	165	2,67	440,55	1,192093E-07
50	Source 7	Destination 19	3	9,36	28,08	0
51	Source 7	Destination 40	885	5,19	4.593,15	0
52	Source 7	Destination 41	752	8,13	6.113,76	0,00
53	Source 7	Destination 69	1622	0,3	486,60	5,960464E-08
54	Source 8	Destination 3	26	5,49	142,74	0
55	Source 8	Destination 8	75	7,17	537,75	0
56	Source 8	Destination 9	101	7,08	715,08	0,00
57	Source 8	Destination 14	89	3,72	331,08	9,536743E-07
58	Source 8	Destination 15	22	5,4	118,8	0
59	Source 8	Destination 24	270	9,54	2575,8	0
60	Source 8	Destination 25	85	5,64	479,4	9,536743E-07
61	Source 8	Destination 26	476	0,42	199,92	0,00
62	Source 8	Destination 30	1	18,51	18,51	0
63	Source 8	Destination 32	86	8,79	755,94	9,536743E-07
64	Source 8	Destination 39	120	6,06	727,2	0
65	Source 8	Destination 51	40	7,35	294	0,00
66	Source 8	Destination 56	83	11,31	938,73	0
67	Source 8	Destination 66	372	12,45	4.631,40	9,536743E-07
68	Source 9	Destination 13	649	12,27	7963,23	0
69	Source 9	Destination 31	870	5,88	5115,6	0
70	Source 9	Destination 37	286	2,40	686,40	4,768372E-07
71	Source 9	Destination 38	232	14,88	3452,16	2,235174E-07
72	Source 9	Destination 61	178	0,24	42,72	00,0
	Total	Objective	Function	Value =	197.265,54	

EK 4: WinQSB Paket Programı ile Çözüm Sonucu (Türkçe)

	Kaynak	Hedef	Dağıtım Miktarı	Birim Maliyet	Toplam Maliyet	İndirgenmiş Maliyet
1	Kaynak 1	Hedef 4	622	6,75	4.198,50	0
2	Kaynak 1	Hedef 6	724	0,27	195,48	0
3	Kaynak 1	Hedef 20	72	7,32	527,04	0
4	Kaynak 1	Hedef 27	186	6,79	1.262,94	0
5	Kaynak 1	Hedef 42	95	9,6	912	0
6	Kaynak 1	Hedef 43	118	2,31	272,58	0
7	Kaynak 1	Hedef 45	172	5,58	959,76	0
8	Kaynak 1	Hedef 47	38	7,74	294,12	0
9	Kaynak 1	Hedef 52	26	8,31	216,06	0
10	Kaynak 1	Hedef 53	82	10,38	851,16	0
11	Kaynak 1	Hedef 60	239	13,26	3.169,14	0
12	Kaynak 1	Hedef 68	26	6,54	170,04	0
13	Kaynak 2	Hedef 17	4576	3,96	18.120,96	0
14	Kaynak 2	Hedef 22	122	3,18	387,96	0
15	Kaynak 2	Hedef 35	9985	3,39	33.849,15	0
16	Kaynak 2	Hedef 46	1126	0,12	135,12	0
17	Kaynak 2	Hedef 57	306	1,11	339,66	0
18	Kaynak 2	Hedef 67	85	1,95	165,75	0
19	Kaynak 3	Hedef 18	526	5,64	2.966,64	0
20	Kaynak 3	Hedef 23	845	4,2	3549	0
21	Kaynak 3	Hedef 44	408	3,63	1.481,04	0
22	Kaynak 3	Hedef 62	1621	0,15	243,15	0
23	Kaynak 4	Hedef 1	472	6,74	3.181,28	0
24	Kaynak 4	Hedef 2	1510	8,76	13.227,6	0
25	Kaynak 4	Hedef 7	1754	0,45	789,3	0
26	Kaynak 4	Hedef 16	46	3,66	168,36	0
27	Kaynak 4	Hedef 33	22	3,9	85,8	0
28	Kaynak 4	Hedef 34	1196	14,6	17.461,6	0
29	Kaynak 4	Hedef 55	100	19,32	1932	0
30	Kaynak 5	Hedef 2	2072	9,84	20.388,48	0
31	Kaynak 5	Hedef 10	432	3,9	1.684,8	0
32	Kaynak 5	Hedef 11	470	5,19	2.439,3	0
33	Kaynak 5	Hedef 21	436	6,72	2.929,92	1,788139E-07
34	Kaynak 5	Hedef 36	1776	0,36	639,36	0
35	Kaynak 5	Hedef 48	156	10,02	1.563,12	0
36	Kaynak 5	Hedef 49	1275	1,08	1.377	0
37	Kaynak 5	Hedef 50	745	6,87	5.118,15	0
38	Kaynak 5	Hedef 55	22	8,76	192,72	0
39	Kaynak 5	Hedef 65	128	6,33	810,24	0
40	Kaynak 6	Hedef 5	52	3,93	204,36	0
41	Kaynak 6	Hedef 28	106	6,27	664,62	0
42	Kaynak 6	Hedef 29	47	11,13	523,11	0
43	Kaynak 6	Hedef 54	282	4,95	1395,9	0
44	Kaynak 6	Hedef 58	1941	0,21	407,61	0
45	Kaynak 6	Hedef 59	176	4,95	871,2	0,00

46	Kaynak 6	Hedef 60	67	10,17	681,39	0
47	Kaynak 6	Hedef 63	67	6,93	464,31	0
48	Kaynak 6	Hedef 64	232	10,38	2.408,16	0
49	Kaynak 7	Hedef 12	165	2,67	440,55	1,192093E-07
50	Kaynak 7	Hedef 19	3	9,36	28,08	0
51	Kaynak 7	Hedef 40	885	5,19	4.593,15	0
52	Kaynak 7	Hedef 41	752	8,13	6.113,76	0,00
53	Kaynak 7	Hedef 69	1622	0,3	486,60	5,960464E-08
54	Kaynak 8	Hedef 3	26	5,49	142,74	0
55	Kaynak 8	Hedef 8	75	7,17	537,75	0
56	Kaynak 8	Hedef 9	101	7,08	715,08	0,00
57	Kaynak 8	Hedef 14	89	3,72	331,08	9,536743E-07
58	Kaynak 8	Hedef 15	22	5,4	118,8	0
59	Kaynak 8	Hedef 24	270	9,54	2575,8	0
60	Kaynak 8	Hedef 25	85	5,64	479,4	9,536743E-07
61	Kaynak 8	Hedef 26	476	0,42	199,92	0,00
62	Kaynak 8	Hedef 30	1	18,51	18,51	0
63	Kaynak 8	Hedef 32	86	8,79	755,94	9,536743E-07
64	Kaynak 8	Hedef 39	120	6,06	727,2	0
65	Kaynak 8	Hedef 51	40	7,35	294	0,00
66	Kaynak 8	Hedef 56	83	11,31	938,73	0
67	Kaynak 8	Hedef 66	372	12,45	4.631,40	9,536743E-07
68	Kaynak 9	Hedef 13	649	12,27	7963,23	0
69	Kaynak 9	Hedef 31	870	5,88	5115,6	0
70	Kaynak 9	Hedef 37	286	2,40	686,40	4,768372E-07
71	Kaynak 9	Hedef 38	232	14,88	3452,16	2,235174E-07
72	Kaynak 9	Hedef 61	178	0,24	42,72	00,0
	Toplam	Amaç	Fonksiyonu	Değeri =	197.265,54	

EK 5: Problemin Optimal Ulaştırma Tablosu

İstem Merkezi	ADANA	AFYON	AĞRI	AKSARAY	AMASYA	ANKARA
ANKARA B.M.	14,7	7,71	31,71	6,75	10,08	0,27
				622		724
MARMARA B.M.	24,84	10,05	38,82	16,89	16,8	10,26
TRAKYA B.M.	32,13	17,79	46,11	24,18	24,09	17,55
ANTALYA B.M.	6,74	8,76	42,9	13,89	26,25	16,32
	472	1510				
EGE B.M.	27,03	9,84	49,8	20,79	27,45	17,37
		2072				
SAMSUN B.M.	21,87	20,28	22,62	15,03	3,93	12,57
					52	
ZONGULDAK B.M.	22,62	14,88	36,6	14,67	14,58	8,04
ERZURUM B.M.	24,15	33,96	5,49	23,58	16,59	26,28
			26			
ŞANLIURFA B.M.	7,18	23,37	22,68	14,13	18,27	20,19

İstem Merkezi	ANTALYA	ARDAHAN	ARTVİN	AYDIN	BALIKESİR	BARTIN
İÇ ANADOLU B.M.	16,32	33,3	29,58	18,09	15,9	8,49
MARMARA B.M.	18,39	39,51	35,79	17,22	8,49	9,27
TRAKYA B.M.	25,68	46,8	43,47	19,5	11,46	16,56
ANTALYA B.M.	0,45 1754	44,19	44,01	10,32	15,3	24,09
EGE B.M.	13,38	50,67	47,34	3,9 432	5,19 470	22,59
SAMSUN B.M.	28,74	20,73	17,4	30,66	26,97	14,76
ZONGULDAK B.M.	22,77	37,29	33,96	23,52	14,79	2,67 165
ERZURUM B.M.	37,47	7,17 75	7,08 101	44,13	41,58	29,64
ŞANLIURFA B.M.	22,92	26,28	26,19	32,92	33	28,68

İstem Merkezi	BATMAN	BAYBURT	BİNGÖL	BURDUR	BURSA	Ç.KALE
İÇ ANADOLU B.M.	30,36	23,88	27,15	12,66	11,46	19,59
MARMARA B.M.	40,62	30,6	36	14,73	3,96	12,09
TRAKYA B.M.	47,91	37,89	43,29	22,02	11,25	5,64
ANTALYA B.M.	35,19	35,85	35,61	3,66	16,11	21,51
EGE B.M.	45,6	41,25	43,02	11,02	9,66	9,75
SAMSUN B.M.	27,51	13,47	21,6	25,23	22,44	30,57
ZONGULDAK B.M.	38,4	28,38	33,78	19,11	10,26	18,39
ERZURUM B.M.	11,31	3,72	5,4	37,47	37,05	45,18
ŞANLIURFA B.M.	11,27	22,2	13,71	26,31	31,29	39,21
	649	89	22	46	4576	526

İstem Merkezi	ÇANKIRI	ÇORUM	DENİZLİ	DÜZCE	EDİRNE	ELAZIĞ
İÇ ANADOLU B.M.	21,3	7,32	6,72	7,08	20,48	22,77
		72				
MARMARA B.M.	11,58	15,09	16,14	3,18	10,2	33,03
				122		
TRAKYA B.M.	18,57	22,38	20,04	10,47	4,2	40,32
					845	
ANTALYA B.M.	20,25	23,49	6,66	19,35	27,57	31,35
EGE B.M.	21,3	24,69	6,52	16,5	16,02	38,64
			436			
SAMSUN B.M.	9,93	5,25	26,88	15,6	28,98	19,98
ZONGULDAK B.M.	9,36	12,87	20,52	3,42	16,8	30,81
	3					
ERZURUM B.M.	24,03	19,35	40,35	30,21	43,62	9,54
						270
ŞANLIURFA B.M.	21,03	18,9	29,19	27,27	40,68	10,35

İstem Merkezi	ERZİNCAN	ERZURUM	ESKİŞEHİR	GİRESUN	GÜMÜŞHANE	HAKKARİ
İÇ ANADOLU B.M.	20,64	26,28	6,99	18,84	23,19	40,98
			186			
MARMARA B.M.	27,75	33,39	6,57	25,05	29,91	51,03
TRAKYA B.M.	35,04	40,68	13,86	32,34	37,2	58,44
ANTALYA B.M.	31,83	37,47	12,72	33,39	35,16	43,71
EGE B.M.	38,01	43,65	12,36	36,21	40,56	54
SAMSUN B.M.	13,35	17,19	19,56	6,27	11,13	22,15
				106	47	
ZONGULDAK B.M.	25,53	31,17	10,95	22,83	27,69	48,93
ERZURUM B.M.	5,64	0,42	33,27	10,92	6,06	18,51
	85	476				1
ŞANLIURFA B.M.	18,3	19,11	26,82	21,69	22,23	20,79

İstem Merkezi	HATAY	IĞDIR	ISPARTA	İÇEL	İSTANBUL	İZMİR
İÇ ANADOLU B.M.	20,43	35,01	12,63	14,49	13,59	17,37
MARMARA B.M.	30,57	42,12	14,7	24,63	3,39	13,62
TRAKYA B.M.	37,86	49,49	21,99	32,92	3,96	15,5
ANTALYA B.M.	22,47	46,2	3,9	14,6	21,72	13,38
EGE B.M.	37,76	52,38	11,46	26,79	16,95	0,36
SAMSUN B.M.	1,13	19,38	25,02	22,29	22,11	29,94
ZONGULDAK B.M.	28,35	39,9	19,8	22,41	9,93	29,92
ERZURUM B.M.	23,85	8,79	35,94	26,22	36,72	43,65
ŞANLIURFA B.M.	5,88	25,77	24,78	8,25	33,78	33,18
	870	86	22	1196	9985	1776

İstem Merkezi	K.MARAŞ	KARAMAN	KARS	KARABÜK	KASTAMONU	KAYSERİ
ANKARA B.M.	17,79	11,7	32,28	6,45	7,35	9,6
						95
MARMARA B.M.	28,05	20,1	39,29	8,55	11,91	19,86
TRAKYA B.M.	35,34	27,39	46,68	15,84	19,2	27,15
ANTALYA B.M.	22,32	11,28	43,47	22,05	23,67	18,57
EGE B.M.	32,61	19,92	49,65	21,87	24,72	25,47
SAMSUN B.M.	19,38	21,36	23,19	12,66	9,3	13,56
ZONGULDAK B.M.	25,83	18,99	37,17	5,19	8,13	17,64
				885	752	
ERZURUM B.M.	19,17	28,41	6,06	27,54	24,18	18,09
			120			
ŞANLIURFA B.M.	2,4	14,88	25,17	26,64	24,45	10,59
	286	232				

İstem Merkezi	KIRIKKALE	KIRKLARELİ	KIRŞEHİR	KOCAELİ	KONYA	KÜTAHYA
İÇ ANADOLU B.M.	2,31 118	19,89	5,58 172	10,26	7,74 38	9,33
MARMARA B.M.	12,57	9,63	1,84	0,12 1126	16,71	7,47
TRAKYA B.M.	19,86	3,63 408	23,13	7,29	24	14,76
ANTALYA B.M.	18,48	28,05	17,19	18,39	9,69	10,92
EGE B.M.	19,68	16,53	22,62	13,62	16,53	10,02 156
SAMSUN B.M.	10,26	28,41	11,73	18,78	19,29	21,9
ZONGULDAK B.M.	10,35	16,23	13,62	6,6	15,66	11,85
ERZURUM B.M.	23,97	43,05	22,92	33,39	28,02	35,61
ŞANLIURFA B.M.	18	40,11	14,61	30,45	16,86	26,37

İstem Merkezi	MANİSA	MUĞLA	MUŞ	NEVŞEHİR	NİĞDE	ORDU
İÇ ANADOLU B.M.	19,83	18,66	30,45	8,31	10,38	17,52
				26	82	
MARMARA B.M.	30,09	20,19	39,18	18,57	20,52	23,73
TRAKYA B.M.	37,38	22,02	46,59	25,86	27,81	31,02
ANTALYA B.M.	12,84	9,39	38,91	16,14	16,74	32,88
EGE B.M.	1,08	6,87	46,32	23,04	24	34,89
	1275	745				
SAMSUN B.M.	17,58	31,23	24,48	14,01	16,35	4,95
						282
ZONGULDAK B.M.	18,84	24,87	37,08	16,35	18,3	21,51
ERZURUM B.M.	43,11	44,7	7,35	21,33	22,74	12,24
			40			
ŞANLIURFA B.M.	9,75	32,31	17,13	13,02	12,33	21,42

İstem Merkezi	OSMANİYE	RİZE	SAKARYA	SAMSUN	SİNOP	SİVAS
ANKARA B.M.	17,28	25,2	9,15	12,57	13,02	13,26
						239
MARMARA B.M.	27,42	31,41	1,11	18,78	17,58	23,46
			306			
TRAKYA B.M.	34,71	38,7	8,4	26,07	24,87	30,75
ANTALYA B.M.	19,32	39,39	17,28	28,74	29,31	24,45
	100					
EGE B.M.	29,61	42,57	14,43	29,94	30,39	30,63
	22					
SAMSUN B.M.	22,38	12,63	17,67	0,21	4,95	10,17
				1941	176	64
ZONGULDAK B.M.	25,2	29,19	5,49	16,56	13,8	21,24
ERZURUM B.M.	21,57	11,31	32,28	16,8	21,75	13,02
		83				
ŞANLIURFA B.M.	3,6	27,48	29,34	21,78	26,13	12,75

İstem Merkezi	ŞANLIURFA	TEKİRDAĞ	TOKAT	TRABZON	UŞAK	VAN
ANKARA B.M.	24,3	17,55	11,97	22,95	21,4	37,14
MARMARA B.M.	34,56	7,29	20,22	29,16	11,7	45,78
TRAKYA B.M.	41,85	0,15	27,51	36,45	18,12	53,07
ANTALYA B.M.	27,03	25,68	26,31	37,14	8,82	43,62
EGE B.M.	37,32	15,15	29,34	40,32	6,33	53,01
SAMSUN B.M.	25,08	26,07	6,93	0,38	23,61	29,58
ZONGULDAK B.M.	32,34	13,89	18	16,94	16,08	43,56
ERZURUM B.M.	15	40,68	14,76	9,06	37,32	12,45
ŞANLIURFA B.M.	0,24	37,74	14,85	25,23	26,85	20,7
	178					
		1621	67	232	128	372

İstem Merkezi	YALOVA	YOZGAT	ZONGULDAK
İÇ ANADOLU B.M.	12,21	6,54	8,06
		26	
MARMARA B.M.	1,95	16,8	13,82
	85		
TRAKYA B.M.	9,24	24,09	13,89
ANTALYA B.M.	18	20,55	22,77
EGE B.M.	11,73	23,91	19,92
SAMSUN B.M.	20,73	8,37	16,58
ZONGULDAK B.M.	8,55	14,58	0,3
			1622
ERZURUM B.M.	35,34	19,74	31,17
ŞANLIURFA B.M.	32,4	15,84	28,23

ÖZGEÇMİŞ

Zehra Özkan 1987 yılında Nevşehir'in Kozaklı ilçesinde doğdu. İlkokul öğrenimini 8. sınıfa kadar İstanbul'da Halkalı Güneş İlköğretim Okulu'nda sürdürmüş olup, 8. Sınıfı ise Kayseri'de Erbosan İlköğretim Okulu'nda tamamlamıştır. Daha sonra Melikgazi Mustafa Eminoğlu Lisesi sayısal bölümde öğrenim görmüş olup 2004 yılında mezun olmuştur. Lisans eğitimine 2004 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi İktisat bölümünde başlamış ve 2008 yılında mezun olmuştur.

Lisans eğitimi sonrasında Karadeniz Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri Tezli Yüksek Lisans programına kabul edilmiş ve bir yıl Karadeniz Teknik Üniversitesi Yabancı Diller bölümünde İngilizce dil eğitimi almıştır.