

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**ELASTİK ZEMİNE OTURAN DÜZGÜN YAYILI YÜK ETKİSİNDEKİ
KALIN PLAKLARIN PARAMETRİK İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnş. Müh. Yusuf ŞAHİNKAYA

**MART 2010
TRABZON**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**ELASTİK ZEMİNE OTURAN DÜZGÜN YAYILI YÜK ETKİSİNDEKİ
KALIN PLAKLARIN PARAMETRİK İNCELENMESİ**

İnş. Müh. Yusuf ŞAHİNKAYA

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde
“İnşaat Yüksek Mühendisi”
Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 22.02.2010
Tezin Savunma Tarihi : 16.03.2010**

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Yusuf AYVAZ
Jüri Üyesi : Prof. Dr. Metin HÜSEM
Jüri Üyesi : Yrd. Doç. Dr. Hamdullah ÇUVALCI**

Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Salih TERZİOĞLU

Trabzon 2010

ÖNSÖZ

Bu çalışma Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak gerçekleştirilmiştir.

Lisans ve Yüksek lisans çalışmalarım esnasında desteklerini ve yardımlarını esirgemeyen, öğrenciliğim boyunca bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım danışman hocam Sayın Prof. Dr. Yusuf AYVAZ'a minnet ve teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Değerli zamanlarını ayırarak tezimi değerlendiren hocalarım Sayın Prof. Dr. Metin HÜSEM'e ve Sayın Yrd. Doç. Dr. Hamdullah ÇUVALCI'ya teşekkür ederim.

Yüksek lisans tez çalışmam süresince bana her türlü konuda yardımlarını esirgemeyen Sayın Öğr. Gör. Serkan BEKİROĞLU'na, Sayın Araş. Gör. Enver AKARYALI'ya, Sayın Araş. Gör. Barış SEVİM'e ve Sayın Sedat ŞEN'e teşekkürlerimi sunarım.

Öğrenim hayatım boyunca bana emeği geçen tüm hocalarıma teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca bugünlere gelebilmemde büyük pay sahibi olan aileme sonsuz saygı, sevgi ve teşekkürlerimi sunarım.

Yusuf ŞAHİNKAYA
Trabzon 2010

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ	II
İÇİNDEKİLER	III
ÖZET	IV
SUMMARY	V
ŞEKİLLER DİZİNİ	VI
TABLolar DİZİNİ	IX
SEMBOLLER DİZİNİ	X
1. GENEL BİLGİLER	1
1.1. Giriş	1
1.2. Elastik Zemine Oturan Plaklar	4
1.2.1. Zemin-Yapı Etkileşim Modelleri	4
1.2.1.1. Bir Parametrelî Modeller	5
1.2.1.2. İki Parametrelî Modeller	8
1.2.1.3. Üç Parametrelî Modeller	12
1.3. Kalın Plakların Statik Analizi Konusunda Yapılan Bazı Çalışmalar	13
1.4. Mindlin Plak Teorisi	16
1.4.1. Yerdeğiştirme Bileşenleri	17
1.4.2. Şekildeğiştirme-Yerdeğiştirme Bağıntıları	17
1.4.3. Gerilme-Şekildeğiştirme Bağıntıları	19
1.4.4. Gerilme-Yerdeğiştirme Bağıntıları	19
1.4.5. Moment ve Kesme Kuvveti Bağıntıları	21
1.4.6. Plak Denklemleri	23
1.5. Sonlu Elemanlar Yöntemi Hakkında Özet Bilgi	23
1.6. Çalışmada Kullanılan Elemanlar ve Özellikleri	25
1.7. Çalışmanın Amaç ve Kapsamı	27
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR	28
3. BULGULAR VE İRDELEMELER	40
4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	57
5. KAYNAKLAR	59
ÖZGEÇMİŞ	

ÖZET

Plaklar çeşitli mühendislik alanlarında yaygın olarak kullanılan yapı elemanlarıdır. Bu elemanlar kalınlık/kısa kenar oranına göre ince ve kalın plaklar olmak üzere iki sınıfa ayrılmaktadır. Teknik literatürde kalınlık/kısa kenar oranı $1/20$ 'den küçük olanlar ince plak, büyük olanlar ise kalın plak olarak adlandırılmaktadır.

Bu çalışmanın amacı farklı zemin derinliklerine, H , kenar oranlarına (b/a) ve kalınlık/kenar (t/a) oranlarına sahip düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakları Mindlin plak teorisini kullanarak incelemek ve bu parametrelerin bu plakların lineer davranışlarına olan etkilerini belirlemektir. Bu çalışmada yapılan modellemeler ve analizler ANSYS paket programı yardımıyla gerçekleştirilmiştir. Bu problemlerin sonlu elemanlar yöntemine göre formülasyonunda 8 düğüm noktalı dörtgen sonlu eleman dikkate alınmıştır.

Bu amaç doğrultusunda gerçekleştirilen çalışma dört bölümden oluşmaktadır. Çalışmanın birinci bölümünde, zemin modelleri incelenerek kalın plaklar konusunda daha önce yapılan çalışmalar verildikten sonra Mindlin plak teorisi üzerinde durulmakta, çalışmanın amaç ve kapsamı sunulmaktadır. İkinci bölümde, çalışmanın amacı doğrultusunda modellenen kalın plaklar hakkında bilgi verilmektedir. Üçüncü bölümde, çalışmada dikkate alınan kalın plaklardan elde edilen bulgular tablolar ve grafikler halinde irdelenmektedir. Dördüncü bölümde, bu çalışmadan çıkarılan sonuçlar sunulmakta ve bunlara bağlı olarak bazı öneriler getirilmektedir. Bu son bölümü kaynaklar listesi izlemektedir.

Sonuç olarak, kalın/kenar oranının mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ve eğilme momenti üzerindeki etkisinin diğer parametrelerin etkisinden daha fazla olduğu belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Elastik Zemin, Kalın Plak, Mindlin Teorisi, Sonlu Elemanlar Yöntemi, Kenar Oranı, Kalınlık/Kenar Oranı, Zemin Derinliği

SUMMARY

Parametric Analysis of Thick Plates Resting on Elastic Foundation Subjected to Uniformly Distributed Loads

Plates are structural elements which are commonly used in the various engineering fields. A plate is considered to be a thin plate if the ratio of the plate thickness to the smaller span length is less than $1/20$, it is considered to be a thick plate if this ratio is larger than $1/20$.

The purpose of this study is to analysis the thick plates using Mindlin's theory and to determine the effects of the different soil depths (H), aspect ratio (b/a) and thickness/span ratio on the linear responses of the thick plates subjected to uniformly distributed loads. Modeling and analysis in this study carried out with the help of ANSYS package program, and according to the finite elements method of this analysis also formulation 8-noded quadrilateral finite element was taken into consideration.

The study consists of four chapters. In the first chapter, after subsoil models are summarized and a brief literature review is presented, Mindlin's theory and finite elements formulation of the problem is presented, and then, the purpose and scope of the study are given. In the second chapter, the plates modeled for this study are presented. In the third chapter, the results obtained from the study are presented in tables and graphical forms and then evaluated. In the fourth chapter, the conclusions drawn from the results are presented and recommendations are made. This chapter is followed by a list of references.

It is concluded that, the thickness/span ratio is more effective on the maximum displacements and bending moments than the other parameters considered in this study.

Key Words: Elastic Foundation, Thick Plate, Mindlin's Theory, Finite Element Method, Aspect Ratio, Thickness/Span Ratio, Subsoil Depth

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1. Bir parametrelili zemine oturan bir plak şeması (Winkler modeli).....	6
Şekil 1.2. Bir parametrelili zemin modeline göre yerdeğiştirme durumları	7
Şekil 1.3. İki parametrelili zemin modeline göre yerdeğiştirme durumları.....	9
Şekil 1.4. İki parametrelili zemine oturan bir plak şeması	10
Şekil 1.5. Çalışmada kullanılan kalın plakta dikkate alınan serbestlik şeması.....	17
Şekil 1.6. Çalışmada dikkate alınan koordinat eksenleri ve şematik plak.....	18
Şekil 1.7. Dış kuvvetler ve momentlerin pozitif yönleri	21
Şekil 1.8. Plak elemanda gerilme bileşenleri.....	22
Şekil 1.9. Çalışmada kullanılan SHELL281 elemanın geometrisi, düğüm noktaları ve eleman koordinat sistemi.....	26
Şekil 1.10. Çalışmada kullanılan SOLID95 elemanın geometrisi, düğüm noktaları ve eleman koordinat sistemi.....	26
Şekil 2.1. Çalışmada dikkate alınan elastik zemine oturan plaklar ($H=5\text{m}$, $b/a=1$).....	29
Şekil 2.2. Çalışmada dikkate alınan elastik zemine oturan plaklar ($H=5\text{ m}$, $b/a=2$).....	30
Şekil 2.3. Çalışmada dikkate alınan elastik zemine oturan plaklar ($H=5\text{ m}$, $b/a=3$).....	31
Şekil 2.4. Çalışmada dikkate alınan elastik zemine oturan plaklar ($H=10\text{ m}$, $b/a=1$)...	32
Şekil 2.5. Çalışmada dikkate alınan elastik zemine oturan plaklar ($H=10\text{ m}$, $b/a=2$)...	33
Şekil 2.6. Çalışmada dikkate alınan elastik zemine oturan plaklar ($H=10\text{ m}$, $b/a=3$)...	34
Şekil 2.7. Çalışmada dikkate alınan elastik zemine oturan plaklar ($H=15\text{ m}$, $b/a=1$)...	35
Şekil 2.8. Çalışmada dikkate alınan elastik zemine oturan plaklar ($H=15\text{ m}$, $b/a=2$)...	36
Şekil 2.9. Çalışmada dikkate alınan elastik zemine oturan plaklar ($H=15\text{ m}$, $b/a=3$)...	37
Şekil 2.10. Kalın plakların orta noktasında oluşan maksimum yerdeğiştirme değerlerinin yakınsama durumu ($H=5\text{ m}$, $b/a=1$, $t/a=1/18$)	38
Şekil 2.11. Yakınsama çalışması sonucu belirlenen elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plağın sonlu eleman modeli ($H=5\text{ m}$, $b/a=1$, $t/a=1/18$)	39
Şekil 3.1. Kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı ($b/a=1$, $t/a=1/18$ ve $H=5\text{ m}$).....	40
Şekil 3.2. Kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı ($b/a=1$, $t/a=1/12$ ve $H=5\text{ m}$).....	41
Şekil 3.3. Kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı ($b/a=3$, $t/a=1/18$ ve $H=5\text{ m}$).....	41

Şekil 3.4.	Kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı ($b/a=3$, $t/a=1/12$ ve $H=5$ m).....	42
Şekil 3.5.	Kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı ($b/a=1$, $t/a=1/18$ ve $H=15$ m).....	42
Şekil 3.6.	Kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı ($b/a=1$, $t/a=1/12$ ve $H=15$ m).....	43
Şekil 3.7.	Kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı ($b/a=3$, $t/a=1/18$ ve $H=15$ m).....	43
Şekil 3.8.	Kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı ($b/a=3$, $t/a=1/12$ ve $H=15$ m).....	44
Şekil 3.9.	Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmesinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi ($H=5$ m)	46
Şekil 3.10.	Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmesinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi ($H=10$ m).....	46
Şekil 3.11.	Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmesinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi ($H=15$ m).....	47
Şekil 3.12.	Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi ($H=5$ m)	47
Şekil 3.13.	Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi ($H=10$ m)	48
Şekil 3.14.	Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi ($H=15$ m)	48
Şekil 3.15.	Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi ($H=5$ m)	49
Şekil 3.16.	Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi ($H=10$ m)	49
Şekil 3.17.	Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi ($H=15$ m)	50
Şekil 3.18.	Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmesinin zemin derinliği (H) ve t/a oranına bağlı olarak değişimi ($b/a=1$)	51

Şekil 3.19. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmesinin zemin derinliği (H) ve t/a oranına bağlı olarak değişimi (b/a=2)	52
Şekil 3.20. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmesinin zemin derinliği (H) ve t/a oranına bağlı olarak değişimi (b/a=3)	52
Şekil 3.21. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin zemin derinliği (H) ve t/a oranına bağlı olarak değişimi (b/a=1).....	53
Şekil 3.22. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin zemin derinliği (H) ve t/a oranına bağlı olarak değişimi (b/a=2).....	53
Şekil 3.23. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki plakların mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin zemin derinliği (H) ve t/a oranına bağlı olarak değişimi (b/a=3).....	54
Şekil 3.24. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin zemin derinliği (H) ve t/a oranına bağlı olarak değişimi (b/a=1).....	54
Şekil 3.25. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin zemin derinliği (H) ve t/a oranına bağlı olarak değişimi (b/a=2).....	55
Şekil 3.26. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin zemin derinliği (H) ve t/a oranına bağlı olarak değişimi (b/a=3).....	55

TABLULAR DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 2.1. Kalın plağın orta noktasında oluşan maksimum yerdeğiştirme değerlerinin yakınsama durumu ($H=5$ m, $b/a=1$, $t/a=1/18$).....	38
Tablo 3.1. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plaklarda meydana gelen mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ve eğilme momentleri	45

SEMBOLLER DİZİNİ

- a : Plağın kısa kenar doğrultusundaki uzunluğu
b : Plağın uzun kenar doğrultusundaki uzunluğu
D : Plağın eğilme rijitliği
E : Elastisite modülü
G : Kayma modülü
M : Moment
H : Zemin derinliği
k : Yatak katsayısı
p : Plağa etkiyen zeminin taban basıncı
q : Düzgün yayılı yük şiddeti
Q : Kesme kuvveti
t : Plak kalınlığı
u : Plağın x eksenini doğrultusundaki yerdeğiştirmesi
v : Plağın y eksenini doğrultusundaki yerdeğiştirmesi
w : Plağın z eksenini doğrultusundaki yerdeğiştirmesi
[Bκ] : Eğilme birim Şekildeğiştirme matrisi
[Bγ] : Kayma birim Şekildeğiştirme matrisi
[Eκ] : Eğilme elastisite matrisi
[Eγ] : Kayma elastisite matrisi
 φ_x, φ_y : Plağın sırasıyla x ve y eksenleri doğrultularındaki dönmesi
 σ : Normal gerilme
 ξ, η : Doğal koordinatlar
 τ : Kayma gerilmesi
 ν : Poisson oranı

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Günümüzde plaklar su yapıları, konteynerler, köprüler, uçak, füze ve gemiler, bazı makine parçaları gibi çeşitli mühendislik alanlarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Plakların bu kadar yaygın kullanımını bilim adamlarını bu yapı elemanı üstünde fazlaca çalışmaya yöneltmiştir (Özdemir, 2007).

Elastik zemine oturan plaklar da özel olarak çalışılmış, çeşitli araştırmalara konu olmuştur. Bu tür problemlerde zeminin davranışının yapıya olan etkisi önemli olmaktadır. Zeminin davranışı, yapıya etkiyen yük ve bunların arasındaki ilişki, iyi bir projelendirme için gerekli olmaktadır. Elastik zemin problemlerinin formülasyonunda çoğu zaman yapılan yaklaşım, plak, kiriş ve kabukların diferansiyel denklemlerine zemin tepkisinin dahil edilmesidir.

Zeminin yapı üzerinde oluşturacağı etkileri ortaya koyabilmek ve bu etkileri hesaplarda dikkate almak, zemin-yapı etkileşiminin belirlenmesinde esas amaçtır. Bu etkileşimi belirlemek, zemin ortamının karmaşıklığından dolayı oldukça zordur. Çünkü zemin, homojen ve izotrop olmayan, dolayısıyla da lineer olmayan davranış gösteren bir ortamdır (Oğuzhan, 2001).

Plaklar, kalınlıkları diğer iki boyutu yanında çok küçük olan, genellikle orta düzlemine dik olarak yüklenen düzlemsel yapı elemanlarıdır. Geometrik olarak plaklar, kenarları doğrusal ve/veya eğrisel olabilirken, statik olarak serbest uçlu, çökme ve dönmeye karşı elastik mesnet gibi çeşitli sınır şartları içeren basit mesnetli, ankastre mesnetli veya noktasal mesnetli olabilmektedirler.

Plaklar, üzerlerine etkiyen yükleri her iki doğrultudaki serbest açıklıkların oranına bağlı olarak bir ya da iki doğrultuda aktarmaktadırlar. Yükleri bir doğrultuda aktaran plaklara bir doğrultuda çalışan plaklar, iki doğrultuda aktaran plaklara ise iki doğrultuda çalışan plaklar denilmektedir. Bir doğrultuda çalışan plaklar yükleri tamamen kısa kenar doğrultusuna, iki doğrultuda çalışan plaklar ise yükleri her iki doğrultuya aktarmaktadırlar.

Plaklar yapısal etkilerine göre, gerilme-şekildeğiştirme arasındaki bağıntıya göre, doğrultuları boyunca gösterdikleri özelliklere göre ve kısa kenar uzunluğunun kalınlığına oranına göre çeşitli şekillerde sınıflandırılmaktadırlar.

Yapısal etkilerine göre plaklar dört kategoriye ayrılır:

a) Rijit plaklar: Eğilmeye karşı rijit, ince plaklardır. Dış yükleri genellikle eğilme, burulma ve plak düzlemine dik olan kayma kuvvetleri aracılığıyla taşımaktadırlar.

b) Membranlar: Eğilme rijitliği olmayan ince plaklardır. Düşey yükleri plak düzlemi içindeki kayma kuvvetleri ile taşırlar. Oldukça ince olmaları moment reaksiyonlarını ihmal edilebilir kılmaktadır.

c) Eğilebilir plaklar: Bu plaklar, rijit plaklar ve membranların bir kombinasyonudur. Bu plaklar ağırlık/yük oranlarının elverişli olmalarından dolayı uçak endüstrisinde geniş ölçüde tercih edilmektedir.

d) Kalın plaklar: İç kuvvet durumu üç boyutlu sürekli ortamınkine benzeyen plaklardır.

Plaklar gerilme-şekildeğiştirme arasındaki bağıntıya göre de sınıflandırılabilir. Elastik plak teorisi bunlardan bir tanesidir ve bu teori Hook Kanunu'na dayanmaktadır. Hook kanunu'na göre gerilme ve şekildeğiştirme arasındaki bağıntı lineerdir. Diğer yandan lineer olmayan elastisite, plastisite ve viskoelastisite gibi teoriler daha karmaşık gerilme-şekildeğiştirme bağıntıları içermektedirler.

Plaklar kalınlığının (t), kısa kenar uzunluğuna (a), oranına göre ince ve kalın olmak üzere iki gruba ayrılmaktadır. $t/a \leq 1/20$ olan plaklar ince plak, $t/a > 1/20$ olan plaklar kalın plak olarak adlandırılmaktadırlar. İnce plaklar büyük ve küçük yerdeğiştirmeler yapan plaklar olarak ikiye ayrılırlar. Kalın plaklar ise küçük yerdeğiştirmeler ile sınırlandırılmaktadırlar.

Plaklar çeşitli varsayımlar kullanılarak incelenebilirler. Bu varsayımlar aşağıda verilmektedir (Berktaş, 1992).

1. Plak geometrisi açısından

- Kalınlığı diğer boyutları yanında çok küçüktür.
- Plak kalınlığının orta noktalarının geometrik yeri düzlemdir.
- Plaka etkiyen tüm yükler orta düzleme diktir.
- Plak kalınlığına göre yerdeğiştirmeler çok küçüktür.

2. Malzeme açısından

- Malzeme her noktada aynı fiziksel özellikleri gösterir yani homojendir.
- Malzeme her doğrultuda aynı davranışı gösterir.
- Malzeme Hooke Cismi'dir.

3. Hesap kolaylığı açısından

a) Eğilmeden önce orta düzleme dik olan düzlemler, eğilmeden sonra da orta düzleme dik kalırlar.

b) Plak orta düzlemine dik doğrultudaki σ_z gerilmeleri ihmal edilebilir derecede küçüktür. Oysa gerçekte plakta 3 boyutlu gerilme durumu söz konusudur. σ_z gerilmesinin ihmal edilebilir olması şu şekilde açıklanabilmektedir,

Herhangi bir plağın (x,y) noktasında σ_z 'nin t yüksekliğince değişimi:

$$z=-t/2 \text{ için } \sigma_z = -p$$

$z=t/2$ için $\sigma_z = 0$ 'dır. $P=10\text{kN/m}^2$ için $\sigma_z = -1.0\text{N/cm}^2$ dir. Bu değer için σ_x , σ_y değerleri $500-1000\text{N/cm}^2$ arasında değiştiğinden σ_z 'nin bu değerler yanında oldukça küçük olduğu görülmektedir. Bu durumda $\sigma_z \approx 0$ olarak alınabilmektedir.

c) $\sigma_z \approx 0$ varsayımına göre $\varepsilon_z \approx 0$ alınabilir.

$$\varepsilon_z = [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]/E$$

$\sigma_z=0$, $\nu=0.10-0.15$ değerleri yerine yazılırsa z doğrultusundaki boy değişimlerinin oldukça küçük olduğu görülür. Bu da $\varepsilon_z \approx 0$ alınabileceğini gösterir. Bu durumda $w=w(x, y)$ olur.

d) Kesitin orta düzleminde deformasyon yoktur.

İzotrop, homojen, elastik ince plakların teorileri oluşan deformasyonun geometrisine dayanmaktadır. Bu teoride yapılan geometrik kabuller aşağıda verilmektedir.

1. Plağın kalınlığı ile karşılaştırıldığında orta düzlemin dönmesi küçüktür. Bu nedenle dönen yüzeyin eğimi çok küçüktür ve eğimin karesi ihmal edilebilir seviyededir.
2. Başlangıçta orta düzlemine dik olan kesitler eğilmeden sonrada orta düzleme dik kalır. Bunun anlamı düşey kayma şekildeğiştirmeleri γ_{xz} ve γ_{yz} ihmal edilebilirdir.
3. Enine yüklemenden doğan normal ε_z şekil değiştirmesi ihmal edilebilir düzeydedir.
4. Orta düzleme dik olan σ_z gerilmesi diğer gerilme bileşenleri ile karşılaştırıldığında çok küçüktür ve ihmal edilebilmektedir. Bu varsayım şiddeti büyük yükler söz konusu olduğunda geçersiz olmaktadır.

Yukarıda verilen Kirchoff hipotezinin varsayımları kirişlerin basit eğilme teorisi ile benzerdir.

Plakta meydana gelen dönmelerin büyük olması durumunda, orta düzlemde oluşan şekil değiştirmeler plağın eğilmesini kolaylaştıracaktır. Dolayısıyla da yukarıda belirtilmiş

olan 1. ve 2. varsayımlar bu durum için uygun olmamaktadır. Kalın plaklarda kayma gerilmeleri kısa ve yüksek kirişlerde olduğu gibi önemlidir.

1.2. Elastik Zemine Oturan Plaklar

Elastik zemine oturan plak problemlerinin çözümü genel olarak üç aşamadan oluşmaktadır. Birinci ve en önemli aşama plağın davranışı ve zeminle ilgili temel kabullerin yapılması, ikinci aşama zemin parametreleri, eleman kesiti ve malzemesi gibi gerekli büyüklüklerin belirlenmesi, üçüncü aşama ise gerçek çözümlere yakın sonuçlar verecek bir sayısal çözümleme tekniğinin seçimi ve kullanımınıdır.

1.2.1. Zemin-Yapı Etkileşim Modelleri

Zemin-yapı etkileşiminin belirlenmesindeki esas amaç, zeminin yapı üzerinde oluşturacağı etkileri ortaya koyarak bu etkileri hesaplarda dikkate almaktır. Bu ilişkiyi belirlemek zemin ortamının karmaşıklığından dolayı oldukça zordur. Bilindiği gibi beton ve çelik yapılar davranışın lineer ve izotrop olduğu kabulü ile yeterli doğrulukta modellenip analiz edilebilirken; zemin, homojen ve izotrop olmayan, dolayısıyla da lineer olmayan davranış gösteren bir katmandır. Ayrıca zemin parçacıklarının şekilsel, boyutsal ve mekaniksel özellikleri, zeminin nem durumu, suya doygunluğu, permeabilitesi ve zeminin geometrisi gibi değişik faktörler zeminin mekanik ve malzeme özelliklerini belirlemektedir. Diğer taraftan bu parametrelerin de tam olarak belirlenmesi hemen hemen mümkün olamamaktadır. Laboratuvarlar arasındaki teknik farklılıklar dahi bu parametrelerin belirlenmesine etki etmektedir. Bu da problemi daha karmaşık bir hale getirmektedir. Bu konuda bir çok detaylı araştırma yapılmasına rağmen zemin-yapı etkileşimi ve bu etkileşimde zemin davranışının rolü tam olarak ortaya konulamamaktadır.

Sonuç olarak, elastik zemine oturan kiriş ve plak problemlerinin matematik metotlarla çözümü zeminin oldukça karmaşık bir yapıya sahip olması sebebiyle bir takım idealleştirmeleri gerektirmektedir. Bu idealleştirmeler genellikle zeminin fiziksel ve mekanik davranışları ile ilgili olmaktadır. Zemin-yapı etkileşimini temsil eden modeller ana hatlarıyla aşağıdaki gibi özetlenebilir (Özgan, 2007).

1.2.1.1. Bir Parametrelili Modeller

Zemin ile yapı arasındaki ilişkiyi ortaya koyan en önemli modellerden biri Winkler tarafından 1867 yılında yapılan çalışmadır. Winkler tarafından ortaya konan bu çalışmada; zeminin birbirine sonsuz yakın, lineer ve elastik yaylardan meydana geldiği ve zeminin düşey yerdeğiştirmesinin (w) sadece o noktaya etki eden taban basıncına (p) ve idealleştirilmiş zemindeki yay sabitine (k) bağlı olduğu kabul edilmektedir (Şekil 1.1). Bu durumda zemin birbirine sonsuz yakın ve birbirinden bağımsız yaylardan oluşan bir sistem şeklinde düşünülmektedir. Yayların sadece doğrudan doğruya yüklendiklerinde şekil değiştirdikleri ve karşı tepki oluşturdıkları ancak her yayın komşu yayın yüklenme durumundan etkilenmediği kabul edilmektedir. Bunun sonucunda zemin tamamen süreksiz bir ortam şeklinde dikkate alınmış olmaktadır. Bir parametrelili modelde taban basıncı,

$$p(x,y) = kw(x,y) \quad (1.1)$$

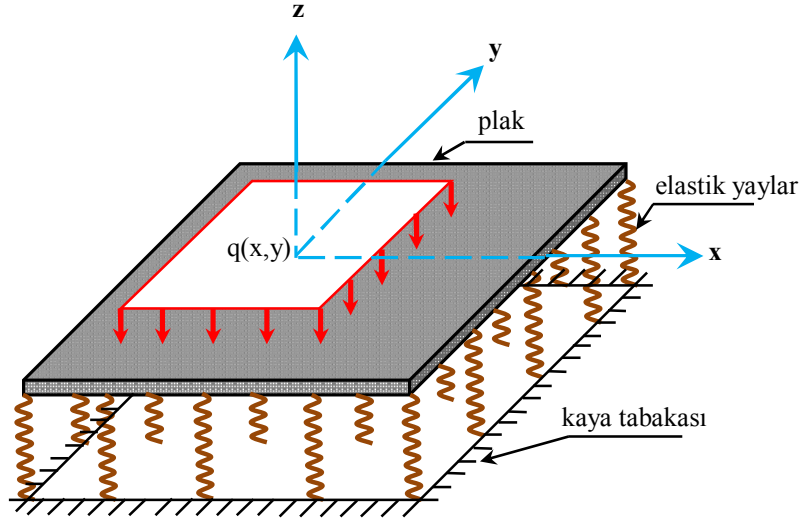
ifadesiyle verilmektedir (Selvaduari, 1979).

Burada k elastik yay katsayısı olup uygulamada “yatak katsayısı” veya “zemin parametresi” olarak adlandırılmaktadır. Bu parametre, düşey yerdeğiştirme bir birim olduğunda birim genişlikteki birim alana gelen tepki kuvvetini ifade etmektedir (Özgan, 2000).

Başlangıçta demiryollarında yerdeğiştirmelerin ve nihai gerilmelerin analizinde kullanılan bu model daha sonraki yıllarda bir çok farklı zemin-yapı etkileşim problemlerinde kullanılmaya başlanmış ve Winkler modeli olarak literatüre girmiştir.

Bu model, karmaşık ifadeler içeren diğer modellere nazaran daha basit olmasından dolayı, bina döşemeleri ve köprü tabliyelerinin karakteristik konstrüksiyonu olan ızgara sistemler, bir ve iki doğrultuda sürekli temeller, gemi kaburgaları, dönel kabuklar, yatay yük etkisindeki düşey kazıklar ve palplanşlar, su tankı ve siloların betonarme temelleri gibi değişik mühendislik problemlerinde kullanılmaktadır.

Winkler modelinin en büyük eksikliği yaylar arasındaki etkileşimi dikkate almaması, yani yükün etkideği yay bir miktar çökerken diğer yaylarda bir değişiklik olmadığını, zemine etkiyen kuvvetlerin sadece etki ettikleri noktada şekildeğişimi yaptığını kabul etmesidir (Şekil 1.2). Bu durumda elastik zeminin üzerindeki herhangi bir yapı elemanının yapmış olduğu yerdeğiştirmeye yüklü alanın dışındaki zeminin etkisi olmamaktadır. Oysa

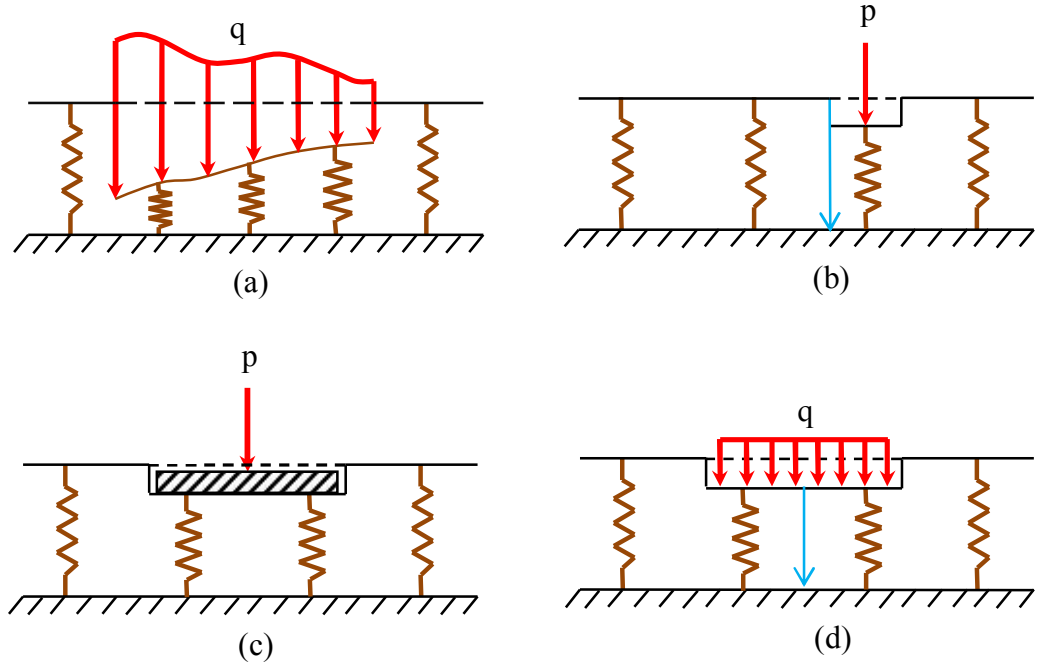


Şekil 1.1. Bir parametrelili zemine oturan bir plak şeması (Winkler modeli)

elastik tabakanın yüzeyindeki bir noktada oluşan yerdeğiştirme sadece o noktaya etki eden kuvvetten değil aynı zamanda diğer noktadaki kuvvetlerden de etkilenmektedir.

Diğer bir sorun zemin yatak katsayısı olarak tanımlanan parametrenin nasıl hesaplanacağı sorusudur. Bu amaçla kullanılan ancak farklı sonuçlar veren çeşitli bağıntılar mevcuttur. Aynı zamanda model her ne kadar tekil yük durumunda tatminkar sonuçlar verse de düzgün yayılı yük durumunda gerçekçi olmayan sonuçlara götürmektedir. Yaylar arasındaki etkileşimi dikkate almadığından, düzgün yayılı yük durumunda, plağın her noktasındaki yerdeğiştirmeler eşit çıkmakta dolayısıyla dönme ve eğilme momenti oluşmamaktadır (Özgan, 2000).

Winkler tarafından ortaya atılan bu modelde, daha önce bahsedildiği gibi, elastik bir zemine oturan kirişin herhangi bir noktasındaki çökme (w) aynı noktadaki taban basıncı (p) ile orantılıdır. Ancak bu durum Zimmerman'ın da ifade ettiği ve herkes tarafından bilindiği gibi zeminde sadece özel durumlar için sağlanabilmektedir (Erusta, 1996). Gerçekte herhangi bir noktada meydana gelen çökmeye bu noktanın civarındaki yüklerde etki etmektedir. Bu modelde bu durum dikkate alınmadığından basınç süperpozisyonu ihmal edilmiş olmaktadır. Bu nedenle yatak katsayısı zeminin özelliklerini yeterince ifade edebilen bir sabit olmaktan uzaklaşmaktadır.



- (a) Düzgün yayılı olmayan yük altında zeminin yerdeğiştirme durumu
 (b) Tekil yük altında zeminin yerdeğiştirme durumu
 (c) Rijit tabaka ile aktarılan yük altında zeminin yerdeğiştirme durumu
 (d) Düzgün yayılı yük altında zeminin yerdeğiştirme durumu

Şekil 1.2. Bir parametrelili zemin modeline göre yerdeğiştirme durumları

Winkler tarafından geliştirilen, zeminin elastik karakteristikleri ve yüklü alanın boyutu gibi bir çok etkene bağlı olan, yatak katsayısının ne alınacağı geniş araştırma konusu olmuştur. Bir çok araştırmacı yatak katsayısını belirleyen teknik üzerinde çalışmıştır.

Bunlardan en kapsamlı olanı Terzaghi tarafından yapılmıştır. Terzaghi çalışmalarında yatak katsayısının zeminin tepkisi ile hareket eden alanın boyutlarına bağlı olduğunu göstermiştir. Biot, üç boyutlu elastik zemine oturan tekil yüke maruz sonsuz bir kirişin maksimum eğilme momentini de dikkate alarak çözmüş ve yatak katsayısının sadece kiriş genişliğine değil, bir dereceye kadar kirişin eğilme momentine de bağlı olduğunu göstermiştir. Vesic, farklı rijitliğe sahip aynı özellikteki yapıların aynı yüklemelerinde dahi farklı yatak katsayısı değerleri elde ederek yatak katsayısının zeminin rijitliği kadar yapının da rijitliğine bağlı olduğunu gösteren çalışmalar yapmıştır (Straughan, 1990)

Zimmerman, yatak katsayısını demiryolu traverslerinin hesabında kullanmış ve kendi özel uygulamaları için bulduğu ve kullandığı yatak katsayısı değerlerini sunmuştur.

Kögler-Scheigdig, sonsuz uzunluklu şerit temeller, dairesel ve kare plaklar için çeşitli parametrelere bağlı olarak, yatak katsayısını bulmaya yarayan çeşitli bağıntılar geliştirmiştir. Terzahgi ve Peck, deneysel çalışmalar yaparak, aynı taban basıncı değerleri için çökmelerin giriş genişliğine bağlı olarak değiştiğini saptamışlar ve bununla ilgili bağıntılar sunmuşlardır (Ortakmaç, 1997).

Engesser, giriş genişliği ile yatak katsayısı değerinin ters orantılı olduğuna işaret etmiştir. Yani giriş genişliği arttıkça yatak katsayısı değeri azalmaktadır. Hayashi ve Freud, yatak katsayısı değerinin taban basıncına bağlı olabileceğini düşünerek, taban basıncı arttıkça yatak katsayısı değerinin azalacağı kabulü ile bir çok problem çözülmüştür (Doğan, 1993).

Daloğlu ve Vallabhan (2000), boyutsuz parametreler kullanarak tabakalı elastik Winkler zeminine oturan döşemeler için k yatak katsayısını hesaplayan bir metod geliştirmişlerdir. Elde ettikleri değerleri Vlasov modelin değerleri ile ve Biot ve Vesic'in önerdiği değerlerle karşılaştırmışlardır.

Karşılaşılan problemlerde kullanılan k yatak katsayısı değerleri, daha önceden arazi deneyleri yardımıyla belirlenen değerlerdir.

1.2.1.2. İki Parametrelili Modeller

Winkler modelinin zeminin gerçek davranışını yansıtmadığını, bazı idealleştirmelerin gerektiğini, zemin ortamının daha karmaşık matematiksel ifadeler içerdiğini savunan bir çok araştırmacı Winkler modeline karşı modeller sunmuşlardır (Selvaduari, 1979). Bunlardan bazıları aşağıda sıralanmaktadır.

1. Filonenko-Borodich Modeli
2. Hetenyi Modeli
3. Pasternak Modeli
4. Vlasov Modeli
5. Reissner Modeli

Filonenko-Borodich Modeli (1940), Winkler modelinde yayların yüzeylerinin sabit bir T gerilmesine sahip elastik bir zar gibi olduğunu varsaymıştır (Şekil 1.3). Bu şekilde yaylar arasında süreklilik elde etmiştir. Yani sisteme bir yük etkidiği takdirde yüzeyde gerilmeler meydana gelmektedir. Bu modelde zeminin tepki fonksiyonu, T membran kuvvetini, ∇^2 Laplace operatörünü göstermek üzere

$$p(x, y) = kw(x, y) - T\nabla^2 w(x, y) \quad (1.2)$$

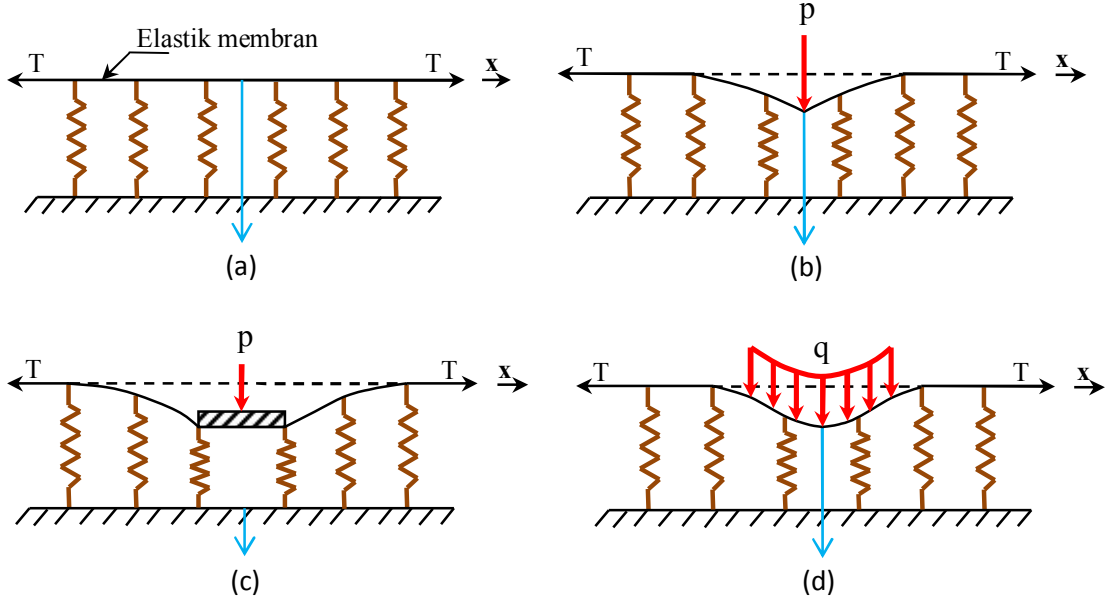
ifadesiyle verilmektedir. Bu ifadedeki Laplace operatörü ise,

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (1.3)$$

şeklindedir. Bir boyutlu problemler için Denklem (1.2) ifadesi;

$$p(x) = kw(x) - T \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \quad (1.4)$$

şeklini almaktadır.



- (a) Yüksüz durum
- (b) Tekil yük altında zeminin yerdeğiştirme durumu
- (c) Rijit bir tabaka ile aktarılan yük altında zeminin yerdeğiştirme durumu
- (d) Yayılı yük altında zeminin yerdeğiştirme durumu

Şekil 1.3. İki parametrelili zemin modeline göre yerdeğiştirme durumları

Hetenyi Modeli (1946; 1950), Winkler yayları üzerinde eğilme rijitliği D olan bir plak olduğunu varsaymıştır. Bir boyutlu problemler için ise plak yerine kirişi dikkate almıştır. Bu modele göre zeminin tepki fonksiyonu,

$$p(x, y) = kw(x, y) + D\nabla^2\nabla^2w(x, y) \quad (1.5)$$

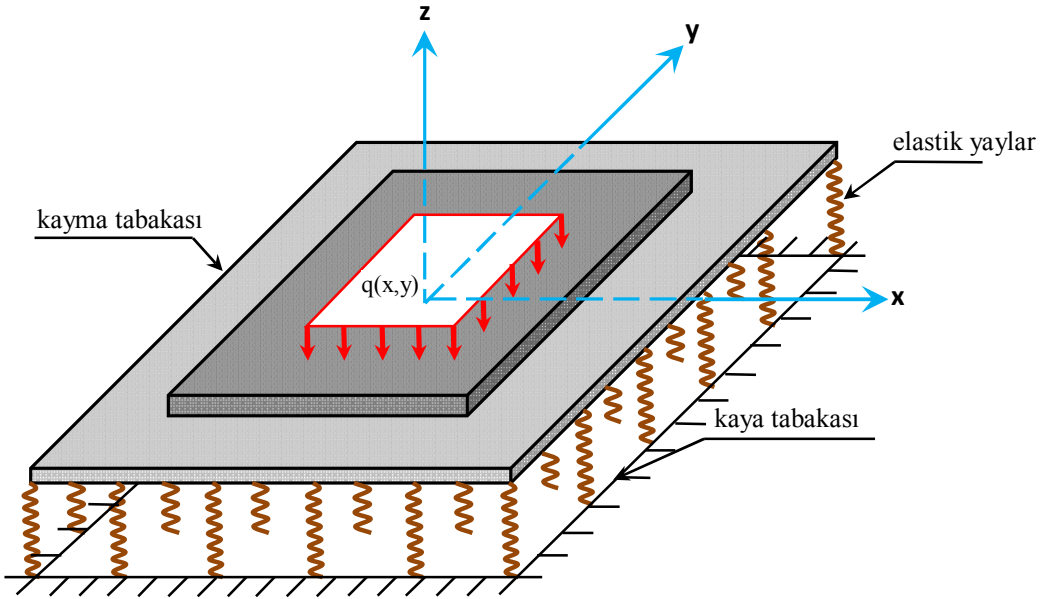
ifadesi ile verilmektedir. Bir boyutlu problemler için bu ifade

$$p(x) = kw(x) + D\frac{d^4w(x)}{dx^4} \quad (1.6)$$

şeklini almaktadır.

Pasternak Modeli (1954), yayların üzerinde sıkışmayan, düşey elemanlardan oluşan ve sadece düşey yönde yerdeğiştirme yapabilen, kesme etkisinde deformasyona uğrayan bir kayma tabakası dikkate almıştır (Şekil 1.4). Bu modele göre zeminin tepki fonksiyonu, G elastik zeminin kayma modülünü göstermek üzere Denklem (1.7) ifadesiyle verilmektedir.

$$p(x, y) = kw(x, y) - G\nabla^2w(x, y) \quad (1.7)$$



Şekil 1.4. İki parametrelili zemine oturan bir plak şeması

Vlasov ve Leont'ev (1966), Winkler zeminindeki olumsuzluklardan dolayı yeni bir teorik yaklaşımla plaklar için iki parametrelili modeli geliştirmişlerdir. Daha sonraki yıllarda Nogami ve Lam benzer bir yaklaşımla düzlem şekildeğiştirme durumunda elastik zemine oturan kirişler için iki parametrelili model üzerinde çalışmışlardır. Genelde Vlasov modeli diye bilinen bu model zemin tabakasındaki kayma şekildeğiştirmelerini dikkate almakta ve bu parametreleri zeminin tepki fonksiyonunda bulundurmaktadır (Turhan, 1992). Plaklar

için geliştirilen bu modele göre zeminin tepki fonksiyonu, $2t$ zemin kayma parametresini göstermek üzere

$$p(x, y) = kw(x, y) - 2t\nabla^2 w(x, y) \quad (1.8)$$

ifadesi verilmektedir. Bu ifade de bir boyutlu problemler için

$$p(x) = kw(x) - 2t \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \quad (1.9)$$

şeklini almaktadır.

Bu bağıntılardaki k, T, D ve G parametrelerinin hesaplanmasında kullanılan kesin bir yöntem bulunmamakla beraber bu parametreler zeminin özelliklerinden doğrudan elde edilebilmektedir.

Literatürde bulunan iki parametrelili modellerin bazı dezavantajları da mevcuttur. Bu dezavantajlar şunlardır (Güven, 1994)

1. Statik modellerdir, zemindeki dinamik etkileri dikkate almazlar.
2. Sadece zeminin düşey yöndeki direncini tanımlarlar.
3. Zemin içerisindeki değişimi dikkate almazlar. Zemin tabakasının homojen yarı sonsuz olması durumunda yada rijit bir kayaya oturan tek bir tabaka olduğunda zeminin elastik davranışını temsil ederler.
4. Modeldeki parametreler gerçek olmayan kuramsal ifadelerdir. Bu parametrelerin alacağı değerlerle zemin özellikleri arasında kesin bir ilişkiyi gösteren ifade yoktur.

Yapıdaki zemindeki kayma etkilerini dikkate alan Vlasov modeli üzerinde çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Vlasov ve Leont'ev (1966) zemindeki düşey deformasyon değişimini gösteren ve γ olarak tanımladıkları bir başka parametreyi ortaya atmışlardır. γ parametresinin belirlenmesiyle yatak katsayısı (k) ve kayma parametresi ($2t$) değerlerinin deneysel zorunluluk olmaksızın hesaplanmasının mümkün olduğunu göstermişlerdir. Ancak γ parametresinin hesabı için herhangi bir şey belirtmemişlerdir.

Yang (1972), zemin-yapı etkileşimini göstermek amacıyla Vlasov modelini kullanarak elastik zemine oturan plakların analizini gerçekleştirmiştir. Bu analizde sınır şartları için sonlu farklar metodu, plak için ise sonlu elemanlar metodundan oluşan kombine bir yaklaşım kullanmıştır. Yang'ta Vlasov ve Leont'ev gibi γ parametresinin hesaplanması için herhangi bir yöntem göstermemiştir. O da γ 'nın alacağı değerler hakkında aynı tahminleri yapmış ve Vlasov ve Leont'ev in yaptığı gibi zemin derinliğinin

sonsuz olduğu yarı sonsuz bir ortam dikkate almıştır. Temeldeki gerilme dağılımının kontrolü açısından γ parametresinin öneminin farkına varan Jones, Xenophontos (1977), değişik teknikler kullanarak γ parametresini hesaplamak için zemin tabakasına oturan yapının yerdeğiştirmeleri ile γ parametresi arasında bir ilişki ortaya koymuşlar ancak γ parametresinin hesaplanmasında kullanılabilcek kesin bir yöntem bulamamışlardır.

Vallabhan ve Das (1988), yayılı yükü yüklenmiş elastik zemine oturan kirişler için zeminin yerdeğiştirme fonksiyonunu karakterize eden γ parametresinin hesabı için bir yöntem sunmuşlardır. Bu parametreyi kirişin, zeminin ve yükleme modunun boyutsuz bir fonksiyonu olarak belirlemişlerdir. Bu örnek için γ parametresinin, zeminin elastisite modülünün kirişin elastisite modülüne oranından bağımsız olduğunu ancak zemin tabakasının derinliğinin kirişin uzunluğuna oranından etkilendiğini göstermişlerdir. Elastik zemini, birbiri ile bağlantılı olan k , $2t$ ve γ parametreleri ile tanımladıkları için kendi modellerini değiştirilmiş Vlasov model yada üç parametrelili model olarak adlandırmışlardır. Bu parametrelerin yayılı yükten etkilendiklerinin yanı sıra zemin ve yapının malzeme özelliklerinden, yapının geometrisinden, zeminin derinliğinden etkilendiklerini belirlemişlerdir. Vallabhan ve Das elastik zemine oturan kirişlerin üç farklı yükleme durumu için sonlu farklar yöntemini kullanarak yerdeğiştirme konusunda da çalışmışlardır. Bu yaklaşım ile elde edilen sonuçlarla aynı yükleme durumu ve yapı sistemi için sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen sonuçların mükemmel bir uyum içinde olduğunu göstermişlerdir. Kirişin üzerindeki yükün yayılı olması durumunda Vlasov modelinden elde edilen sonuçların yeterli doğruluğa sahip olacağı sonucuna varmışlardır.

Elastik zemine oturan plakların uygulamada yaygın olarak kullanılmaları, bu konuda birçok çalışmanın yapılması sonucunu doğurmuştur. Bu bölümde sadece bu tezde faydalanılan statik analizle ilgili çalışmalar gözden geçirilecektir.

1.2.1.3. Üç Parametrelili Modeller

Literatürde bulunan iki parametrelili modellerin de bazı dezavantajları mevcuttur. Bir parametrelili modellere benzer şekilde zemin içerisindeki değişim dikkate alınmadığı gibi modelde kullanılan parametreler de gerçek olmayan kuramsal ifadelerdir. Bu parametrelerin alabileceği değerlerle zemin özellikleri arasında kesin bir ilişkiyi gösteren ifade yoktur. Oysaki yapı mühendisleri gerek ekonomik gerekse emniyetli projelendirmeler

gerçekleştirebilmek için kullanacakları bilgisayar programlarında zemin parametrelerinin ne alınacağı konusunda kesin ve somut bilgilere ihtiyaç duymaktadırlar. Bu eksikliklerin farkında olan araştırmacılar tarafından yapıdaki ve zemindeki kayma etkilerini dikkate alan Vlasov modeli üzerinde zemin parametrelerinin hesabında izlenecek yol ile ilgili çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışmaları iki parametrelili modellerden ayıran özellik zemin yatak katsayısı ve zemin kayma parametresi olarak adlandırılan parametrelerin bir veri olarak kabulü yerine zeminin elastik özelliklerinden faydalanarak hesaplanması için bir takım yöntemlerin geliştirilmeye çalışılmasıdır. Bu modellerden en bilineni ise Geliştirilmiş Vlasov Modeli olarak adlandırılan modeldir (Özgan, 2007).

1.3. Kalın Plakların Statik Analizi Konusunda Yapılan Bazı Çalışmalar

Lagrange tarafından klasik plak denklemi 1811’de bulunmuştur. Michell (1900) ve daha sonra da Love (1944) orta kalınlıktaki plaklar için teoriler geliştirmişlerdir. Daha sonra çeşitli araştırmacılar tarafından kalın plaklar için yeni teoriler ortaya konmuş ve dikdörtgen ile dairesel plaklar için bazı problemler incelenmiştir. Birkhoff (1922), yerdeğiştirmeleri plak kalınlığı parametresine bağlı olarak kuvvet serisine açarak ve varyasyon hesaplarını kullanarak sabit ve değişken kalınlıktaki dairesel kalın plaklar için bir teori sunmuştur.

Tüm bu kalın plak teorileri, her problem için çok sayıda keyfi fonksiyon gerektirdikleri için pek uygun olmamaktadır. Daha sonra E. Reissner (1944, 1945, 1947, 1950) kesin bir teori ortaya koymuştur. Bu teori 3 sınır şartının sağlatılmasına ve kalın plaklara uygulandığında iyi neticeler elde edilmesine imkan vermektedir. Daha sonra Mindlin (1951), Reissner Teorisi’ndeki düşüncelerle lineer elastisitenin denklemlerinden hareketle kalın plaklar için bir çalışma yapmıştır.

Kraus (1977), melez gerilme yaklaşımı ile ortotrop dikdörtgen sandiviç plak elemanları için bir rijitlik matrisi oluşturmuştur. Membran teorisi ile sandiviç plakların kesit etkileri için bağımsız polinomlar gösterilmiştir. Lundgren ve Salama (1967) çok katlı plakların burkulmalarını bu metodla hesaplamışlardır. Pian (1964), plak kalınlığı boyunca sabit kayma birim şekil değiştirme açısı kabulleri ile kalın plakların özel bir durumu olarak sandiviç elemanları hesaplamışlardır.

Chonan (1980), uzayda birbirleri ile ilişkisi olmayan durağan rastgele düzgün yayılı yüklerin etkisindeki basit mesnetli dikdörtgen kalın plakların eğilme momentlerini incelemiştir. Çalışmasında ise Mindlin plak teorisini kullanmıştır.

Cheung ve Chan (1981), daire dilimi şeklindeki kalın ve ince plakların statik ve dinamik analizini yapmışlardır. Bunun için sonsuz şerit metodunu kullanmışlar ve analiz için iki ve üç boyutlu şeritler geliştirmişlerdir. Üç boyutlu analizde, üç boyutlu elastisitenin esas denklemlerini kullanmışlardır. Çalışmada plakları izotrop yada ortotrop; sabit veya değişken kalınlıklı ve değişik sınır koşullarına sahip olarak dikkate almışlardır.

Meroueh (1988), plak ve kabukların lineer olmayan teorisi üzerine bir çalışma yapmışlardır. Düşük ve yüksek mertebeden yerdeğiştirme modelleri kullanarak kalın ve ince plaklar ile kabukların sonlu eleman çözümlerini elde etmiştir. Genel formüllere dayanan kinematik teorisinin yerdeğiştirmeler ve normal gerilmelerin tahmininde yeterli olduğunu görmüştür. Ayrıca plakların analizinde yüksek dereceden kinematik teorisinin çok önemli olacağını göstermiştir.

Petrolito (1989), Mindlin teorisine dayanan bir değiştirilmiş eleman geliştirmiştir. Bu elemanı Mindlin denklemlerinin sonucu olan enine yerdeğiştirme ve dönmeler için interpolasyon fonksiyonlarının kullanılması ile elde etmiştir. Bu teknik, uygulanan yükler için özel çözümlerin birleştirilmesine imkan tanımaktadır ve hiç bir kilit mekanizması oluşmamaktadır.

Barbero ve Reddy (1990), Reddy'in tabakalı plak teorisini kullanarak kompozit plaklarda yerdeğiştirmeler ve gerilmeler için analitik sonuçlar elde etmişlerdir. Sonuçlar basit mesnetli 3-D elastik sonuçları ile karşılaştırılmış ve büyük bir uyum görmüşlerdir.

Tseng ve Wu (1991), dörtgen kompozit plaklarda yüksek derece plak teorisine bir kısmi karışık gerilme metodunu uygulamışlardır. Plak için temel bağıntılar, değiştirilmiş Hellinger-Reissner prensiplerinden elde edilmiştir. Elde edilen bu yeni elemanın (PHSM plak elemanı) ince, orta kalın ve kalın tabakalı plakların sonlu eleman yerdeğiştirme formülasyonuna göre daha doğru olduğunu göstermişler ve bu metodla enine kayma deformasyonlarının dağılımını kalınlıkla orantılı olarak elde etmişlerdir.

Ayvaz (1992), sonlu farklar yöntemi ile deprem yükleri etkisindeki betonarme plakların analizini gerçekleştirdiği çalışmasının bir bölümünde Reissner plak teorisini kullanarak ankastre döşemeleri incelemiştir.

Katılı (1993), kalın ve ince plakların analizi için geçerli olan 3 düğüm noktalı, 9 serbestlik dereceli, bir üçgen elemanı incelemiştir. Bu eleman çalışmada DKMT olarak

adlandırılmakta, kayma kilitlemesi oluşmamakta ve sıfır enerji modu içermemektedir. Bu eleman ile kalın ve ince plaklar için uygun sonuçlar elde etmişlerdir.

Averill ve Reddy (1992), Reddy'nin genellenmiş üçüncü derece teorisi ve birinci derece kayma deformasyonu teorisine dayanan sonlu plak elemanlarını analiz etmişler ve kalın ve ince plak model davranışının, doğruluğuna, güvenilirliğine, etkinliğine dayanarak karşılaştırmışlardır. Özellikle izotrop ve tabakalı kompozit plakların eğilmedeki davranışını, titreşimini ve stabilitesini değerlendirebilmek için 4 düğüm noktalı Reddy tipi elemanları, 9 düğüm noktalı Lagrangian ve Mindlin tipi plak elemanları analiz etmişlerdir.

Özkul ve Türe (2004), Mindlin plak teorisine dayanarak geliştirilen 2 basit plak eğilme elemanı sunmuşlardır. Bu elemanlar 4 ve 8 düğüm noktalıdır. İnce ve orta kalın plakları çalışmışlar ve değişik sınır koşulları ve değişik kalınlıklarda elde edilen sonuçları analitik sonuçlarla karşılaştırarak vermişlerdir. Ayrıca plaklarda oluşan kayma kilidi problemini inceleyerek bu problemi seçilmiş integrasyon yöntemini kullanarak gidermişlerdir.

Cen vd. (2006), Mindlin-Reissner plak problemi için dörtgen alan koordinat yöntemi ile oluşturulan yeni bir dörtgen eleman oluşturmuştur. Bu eleman 4 düğüm noktasından oluşmakta ve AC-MQ4 olarak adlandırılmaktadır. Bu yeni elemanla oluşturulan plaktan elde edilen sonuçların analitik sonuçlarla çok iyi bir uyum gösterdiğini ifade etmektedir.

Xiao vd. (2007), homojen ve izotropik olan elastik kalın plağın çok küçük şekil değiştirmelerini Petrov-Galerkin yöntemiyle incelemişlerdir. Bu yöntem problem tanım alanına keyfi olarak dağıtılmış noktaları kullanmaktadır. Bundan dolayı herhangi bir eleman bilgisine ihtiyaç duymadığından bir eleman ağına gerek duymamaktadır. Ayrıca enine kayma ve kalınlık boyunca normal şekil değiştirme yüksek dereceden polinomlarla dikkate alınmaktadır. Bu çalışmadan elde edilen sonuçlar diğer araştırmacıların çalışmalarıyla çok yakın sonuçlar verdiği belirtilmektedir.

Xia vd. (2009), homojen olmayan orta kalın bir plağın eğilme ve serbest titreşim analizi için LRPIM (yerel radyal nokta enterpolasyon yöntemi) yöntemini sunmuşlardır. LRPIM yöntemi problem tanım alanı içerisindeki yerel bir bölge üzerinde kurulu zayıf bir formülasyona bağlıdır. Bu yöntemi kullanarak birçok örnek çözümlenmiştir. Çözümlerden elde etmiş oldukları sonuçları da literatürde bulunan çözümler ve sonlu elemanlar yöntemiyle elde edilen sonuçlarla karşılaştırmışlardır. Ayrıca sunulan bu yöntemin yüksek verim, doğruluk ve kolay uygulama gibi bir çok avantajlara sahip olduğunu da belirtmişlerdir.

1.4. Mindlin Plak Teorisi

İnce plakların çözümünde yeterli bir yaklaşıklıkla kullanılan Kirchhoff (1850) plak teorisinde düzleme dik kayma şekildeğiştirmelerin etkisi ihmal edilmektedir. Oysa plak kalınlığı arttıka söz konusu etkinin hesaba katılması zorunlu olmaktadır. Bu yönde geliştirilen teorilerin başında Reissner (1944, 1945, 1947)' in çalışmaları gelmektedir. Bu çalışmada da kullanılan ve araştırmacılar arasında yaygın olarak kabul görmüş bir diğer kalın plak teorisi de Mindlin (1951) tarafından geliştirilmiştir.

Bu çalışmada Mindlin plak teorisi kabulleri kullanılarak izotrop kalın plakların diferansiyel denklemleri ile moment denklemleri elde edilmektedir.

Bu teoride yapılan başlıca temel kabuller aşağıda verilmektedir (Günaydın, 2000).

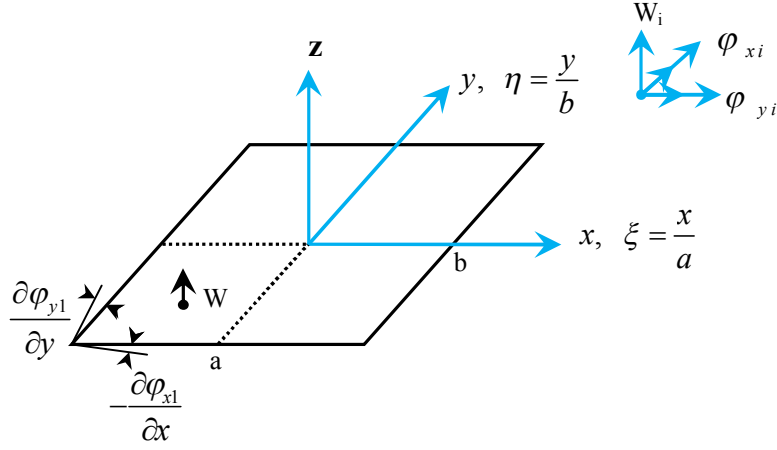
- 1-) Malzeme homojen, izotrop ve lineer elastiktir.
- 2-) Eğilme esnasında plağın orta yüzeyinde şekildeğiştirme meydana gelmemektedir.
- 3-) Düşey doğrultudaki düşey gerilmeler diğer gerilmeler ile kıyaslandığında çok küçük kalmaktadır. Bu nedenle σ_z gerilmeleri bu teoride ihmal edilmektedir.

4-) Lagrange'ın klasik plak denklemlerinden farklı olarak τ_{xz} ve τ_{yz} kayma gerilmeleri ihmal edilmemektedir.

5-) Denge denklemlerinde hacim kuvvetleri ihmal edilmektedir.

6-) Şekil değiştirmeden önce düzlem ve orta yüzeye dik olan kesitler şekil değiştirmeden sonra da düzlem kalırlar ancak orta yüzeye dik olmazlar (Sarı, 1998).

Bu kabullerden ilk üçü aynı zamanda Kirchhoff plak teorisinde kullanılan kabullerdir. İnce plak teorisinde, Kirchhoff-Love hipotezinden yararlanılarak, kayma deformasyonları τ_{xz} ve τ_{yz} ihmal edilmesine karşın Mindlin plak teorisinde, kalınlığın artmasıyla beraber bu kayma deformasyonları τ_{xz} ve τ_{yz} etkisinin arttığı tespit edilerek hesaplarda dikkate alınmıştır. Bu çalışmada kullanılan plakta dikkate alınan serbestlikler şeması Şekil 1.5'de verilmektedir.



Şekil 1.5. Çalışmada kullanılan kalın plakta dikkate alınan serbestlik şeması

1.4.1. Yerdeğiştirme Bileşenleri

Şekil 1.5'ten görüldüğü gibi, bu çalışmada kullanılan plağın her noktasında üç serbestlik tanımlanmaktadır. Burada u ve v 'nin z ile orantılı w 'nin z 'den bağımsız olduğu kabul edilerek plak yerdeğiştirmeleri, w , φ_x ve φ_y sırasıyla plağın düşey yerdeğiştirmesini, x ve y eksenini doğrultusundaki dönmeyi göstermek üzere,

$$\begin{aligned} w &= w \\ v &= z\varphi_y \\ u &= -z\varphi_x \end{aligned} \quad (1.10)$$

şeklinde yazılabilmektedir (Mindlin, 1951).

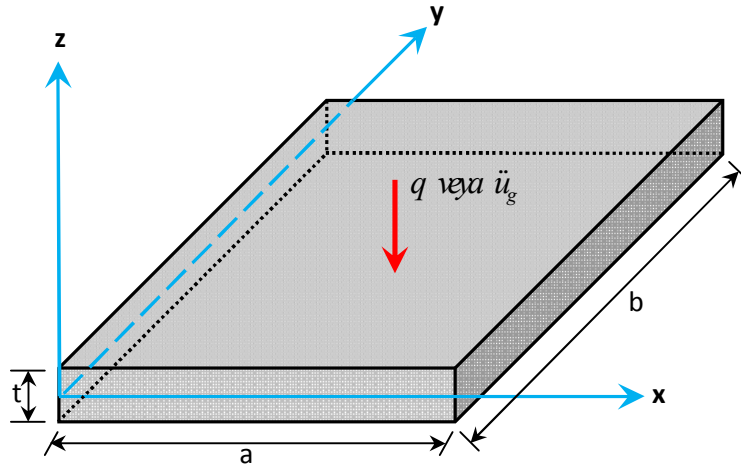
1.4.2. Şekildeğiştirme-Yerdeğiştirme Bağlıları

İzotrop bir plakta yerdeğiştirmeler cinsinden normal ve kayma birim şekildeğiştirme bağıntıları, u , v ve w sırasıyla x , y ve z doğrultularındaki yerdeğiştirmeleri göstermek üzere Denklem (1.11) ifadeleriyle verilmektedir (Timoshenko, 1964).

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \\
\varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} & \gamma_{xz} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \\
\varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} & \gamma_{yz} &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}
\end{aligned} \tag{1.11}$$

Burada ε_x , ε_y , ε_z plağın x, y, z eksenleri doğrultusundaki şekil değiştirmeleri, γ_{xy} , γ_{xz} , γ_{yz} plağın xy, xz, yz düzlemlerindeki açılmal şekil değiştirmelerini göstermektedir.

Bu çalışmada dikkate alınan koordinat eksenleri ve şematik plak Şekil 1.6'da verilmektedir.



Şekil 1.6. Çalışmada dikkate alınan koordinat eksenleri ve şematik plak

Denklem (1.10) Denklem (1.11)'de yerine yazılırsa şekildeğiştirmeler için

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= -z \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} & \gamma_{xy} &= z \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} - z \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} = z \left(\frac{\partial \varphi_y}{\partial x} - \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} \right) \\
\varepsilon_y &= z \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} & \gamma_{xz} &= \frac{\partial w}{\partial x} - \varphi_x \\
\varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} & \gamma_{yz} &= \frac{\partial w}{\partial y} + \varphi_y
\end{aligned} \tag{1.12}$$

bağıntıları elde edilmektedir.

1.4.3. Gerilme-Şekildeğiştirme Bağlılıları

Homojen, lineer bir plak için, normal ve kayma gerilmeleri cinsinden, normal ve kayma birim şekildeğiştirme bağılılıları, E_x , E_y ve E_z sırasıyla x , y , z , eksenleri doğrultularındaki elastisite modüllerini, G_{xy} , G_{xz} ve G_{yz} kayma modüllerini, ν_{xy} , ν_{xz} , ν_{yx} , ν_{yz} , ν_{zx} ve ν_{zy} poisson oranlarını ve σ_x , σ_y , σ_z , τ_{xy} , τ_{xz} ve τ_{yz} plakta bir noktadaki 3 boyutlu gerilmeleri göstermek üzere Denklem (1.13) şeklinde verilmektedir.

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E_x} (\sigma_x - \nu_{xy} \sigma_y - \nu_{xz} \sigma_z) & \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}} \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E_y} (\sigma_y - \nu_{yx} \sigma_x - \nu_{yz} \sigma_z) & \gamma_{xz} &= \frac{\tau_{xz}}{G_{xz}} \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E_z} (\sigma_z - \nu_{zx} \sigma_x - \nu_{zy} \sigma_y) & \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G_{yz}} \end{aligned} \quad (1.13)$$

İzotrop plaklar için bu ifadelerde

$$\begin{aligned} E_x &= E_y = E_z = E \\ G_{xy} &= G_{xz} = G_{yz} = G \\ \nu_{xy} &= \nu_{xz} = \nu_{yx} = \nu_{yz} = \nu_{zx} = \nu_{zy} = \nu \end{aligned} \quad (1.14)$$

olmaktadır.

1.4.4. Gerilme-Yerdeğiştirme Bağlılıları

Matris formundaki gerilme değerlerini veren genel ifade

$$\{\sigma\} = [E] \{\varepsilon\} \quad (1.15)$$

şeklindedir. Burada $[E]$ elastisite matrisini ifade etmekte ve

$$[E] = \begin{bmatrix} E_k & 0 \\ 0 & E_y \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

bağılılısıyla belirlenmektedir.

Burada E_k ve E_γ sırasıyla plağın eğilme elastisite matrisini ve kayma elastisite matrisini göstermek üzere;

$$[E_k] = \begin{bmatrix} D_p & \nu D_p & 0 \\ \nu D_p & D_p & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

$$[E_\gamma] = \begin{bmatrix} kG & 0 \\ 0 & kG \end{bmatrix}$$

bağıntılarıyla ifade edilmektedir (Cai vd., 2002). Burada D plağın eğilme rijitliği parametresini, G , kayma modülünü göstermekte ve

$$D_p = \frac{E}{(1-\nu^2)}, \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1.18)$$

bağıntılarıyla belirlenmektedir. Bilindiği üzere kalınlık doğrultusundaki kayma gerilmesi dağılımı paraboliktir. Hesaplarda basitleştirme sağlaması bakımından bu gerilme dağılımı üniform kabul edilmektedir. Bu kabulün sonucu olarak parabolik dağılımın üniforma çevrilmesi için bir k kayma düzeltme katsayısı kullanılmaktadır.

Denklem (1.12) ile verilen şekildeğiştirme-yerdeğiştirme bağıntılarının Denklem (1.13) ile verilen gerilme-şekildeğiştirme bağıntılarında yerinde yazılmasından sonra izotrop bir plak için gerilme-yerdeğiştirme bağıntıları

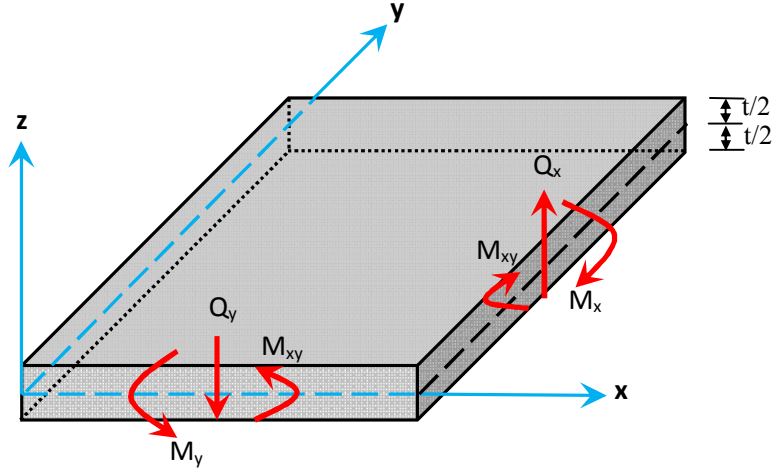
$$\begin{aligned} \sigma_x &= D \left(-\frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \nu \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \right) & \tau_{xz} &= kG \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \varphi_x \right) \\ \sigma_y &= D \left(-\nu \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \right) & \tau_{yz} &= kG \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \varphi_y \right) \\ \tau_{xy} &= G \left(-\frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (1.19)$$

şeklinde elde edilmektedir.

1.4.5. Moment ve Kesme Kuvveti Bağlıları

Pozitif yönleri Şekil 1.7’de gösterilen, gerilme bağıntılarından elde edilen moment ve kesme kuvvetleri ifadeleri aşağıda verilmektedir (Uğural, 1981).

$$\begin{aligned}
 M_x &= \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sigma_x z dz & M_y &= \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sigma_y z dz & M_{xy} &= \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \tau_{xy} z dz \\
 Q_x &= \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \tau_{xz} dz & Q_y &= \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \tau_{yz} dz
 \end{aligned} \tag{1.20}$$



Şekil 1.7. Dış kuvvetler ve momentlerin pozitif yönleri

Denklem (1.19) ile verilen gerilme-yerdeğiştirme bağıntılarını Denklem (1.20)’de yerlerine yazarak plak kalınlığı boyunca integrasyonu alınırsa plağın herhangi bir noktasındaki moment ve kesme kuvvetlerini veren bağıntılar,

$$\begin{aligned}
 M_x &= D \frac{t^3}{12} \left(-\frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \nu \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \right), & Q_x &= kGt \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \varphi_x \right) \\
 M_y &= D \frac{t^3}{12} \left(\frac{\partial \varphi_y}{\partial y} - \nu \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \right), & Q_y &= kGt \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \varphi_y \right) \\
 M_{xy} &= G \frac{t^3}{12} \left(-\frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right)
 \end{aligned} \tag{1.21}$$

şeklinde elde edilmektedir.

Klasik plak teorisine göre gerilme-şekildeğiştirme bağıntılarından elde edilen gerilme ifadeleri;

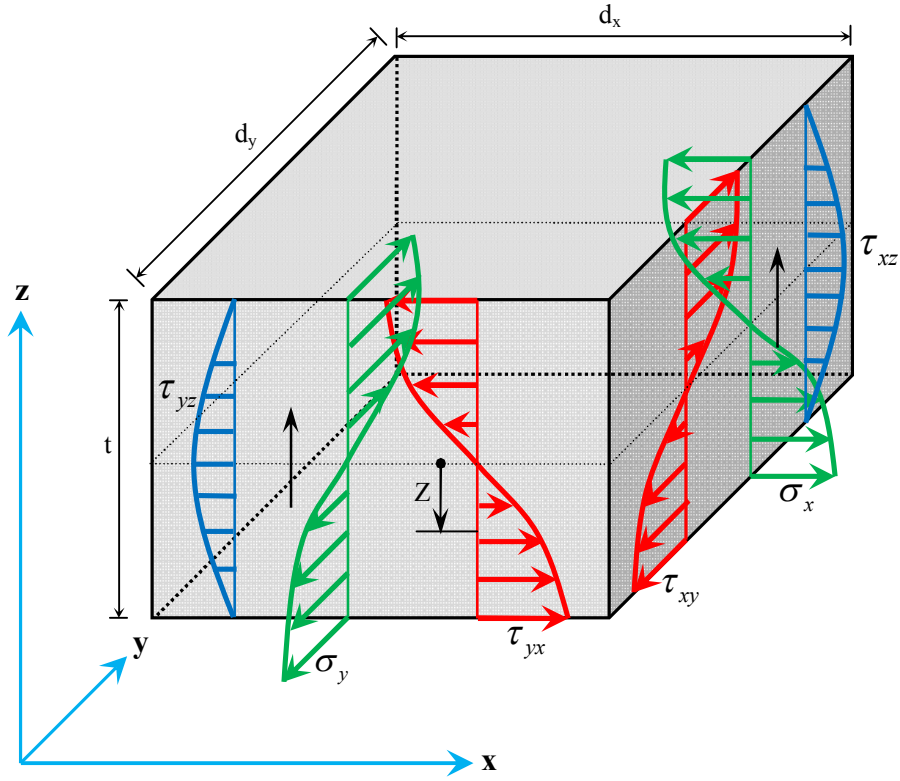
$$\sigma_x = \frac{12M_x}{t^3} z, \quad \sigma_y = \frac{12M_y}{t^3} z, \quad \tau_{xy} = \frac{12M_{xy}}{t^3} z \quad (1.22)$$

şeklinde verilmektedir.

Şekil 1.8'de verilen gerilme diyagramı kullanılırsa, t plağın kalınlığını göstermek üzere kayma gerilmesi ifadeleri,

$$\tau_{xy} = \frac{3Q_x}{2t} \left[1 - \left(\frac{2z}{t} \right)^2 \right], \quad \tau_{yz} = \frac{3Q_y}{2t} \left[1 - \left(\frac{2z}{t} \right)^2 \right] \quad (1.23)$$

şeklinde elde edilmektedir.



Şekil 1.8. Plak elemanda gerilme bileşenleri

1.4.6. Plak Denklemleri

Düzgün yayılı yüke maruz plaktan çıkarılan çok küçük bir plak parçası üzerinde moment ve kesme kuvvetlerinin her bir yüzdeki dağılımından faydalanarak denge denklemleri,

$$\begin{aligned}\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x &= 0 \\ \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y &= 0 \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q &= 0\end{aligned}\quad (1.24)$$

şeklinde verilmektedir (Berktaş, 1992).

Bu denklemlerde (1.21) bağıntısıyla verilen moment ve kesme kuvveti ifadelerinin kullanılmasıyla Mindlin plak teorisine göre kalın plak diferansiyel denklemleri aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$\begin{aligned}D \frac{t^3}{12} \left(-\frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial x \partial y} \right) + G \frac{t^3}{12} \left(-\frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial x \partial y} \right) - kGt \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \varphi_x \right) &= 0 \\ G \frac{t^3}{12} \left(-\frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial x^2} \right) + D \frac{t^3}{12} \left(\frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial x \partial y} \right) - kGt \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \varphi_y \right) &= 0 \\ kGt \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \right) + kGt \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \right) + q &= 0\end{aligned}\quad (1.25)$$

1.5. Sonlu Elemanlar Yöntemi Hakkında Özet Bilgi

Sonlu elemanlar yönteminin gelişmesi bilgisayar teknolojisinde son yıllarda görülen hızlı gelişme ile paralellik göstermektedir. Başlangıçta yapı analizi problemleri için geliştirilen bu yöntem, kullanışlılığı sebebiyle günümüzde mühendisliğin birçok alanında kullanılmaktadır. Bu yöntem özellikle kullandığı çözüm yöntemi sebebiyle bilgisayar kullanımını zorunlu hale getirmektedir.

Sonlu elemanlar yöntemi bir yaklaşık hesap yöntemi olup yöntemin esasını, çözümü istenen problemin özeliğine göre değişen sürekli bir sistemi, sonlu sayıda alt bölgeye ayırma düşüncesi oluşturmaktadır. Eleman olarak isimlendirilen bu alt bölgelerin birbirlerine düğüm noktaları adı verilen noktalardan bağlı olduğu düşünülür ve çözümde ulaşılmak istenen sonuç değerlerinin, sistemin içinde her noktada değil de bu düğüm noktalarında elde edilmesi amaçlanır. Böylece analitik çözümü karmaşık olan problemlerin çözümüne yaklaşık olarak ulaşılması sağlanır.

Sonlu elemanlar yönteminde bilinmeyenlere, enterpolasyon fonksiyonlarıyla ifade edilen fonksiyonlarla yaklaşılr. Yani başka bir deyişle sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilmek istenen sonuç değerler bu fonksiyonların düğüm noktalarında aldığı değerlerdir. Bu hesaplar ilk olarak eleman bazında düşünülür ve her düğüm noktasında farklı elemanlardan gelen etki hesaba katılarak sisteme geçilir. Problemin türüne göre seçilen bilinmeyenler, yer değiştirmeler, kuvvetler veya hem yer değiştirmeler hem de kuvvetlerden seçilebilirler. Buna bağlı olarak da yöntem, yer değiştirme yöntemi, kuvvet yöntemi ve karışık yöntem olarak isimlendirilir (Gören, 2006).

Sonlu elemanlar yönteminin diğer sayısal yöntemlere göre paket programlarda daha yaygın olarak kullanılmasını sağlayan bazı özellikler vardır. Bunlar aşağıdaki gibi özetlenebilir.

1. Sonlu elemanlar, boyutları ve şekillerinin esnekliği sebebiyle, verilen bir yapıyı temsil edebilmektedir.
2. Çok bağlantılı veya köşeleri olan bölgeler kolaylıkla incelenebilmektedir.
3. Değişik malzeme veya geometrik özellikleri bulunan problemler de ek bir zorluk göstermeden bu özellikler kolaylıkla göz önüne alınabilmektedir.
4. Sınır şartları kolaylıkla uygulanabilmektedir.
5. Sonlu elemanlar yönteminin çok yönlülük ve esnekliği karmaşık yapılarda, sürekli ortam, alan ve diğer problemlerde sebep sonuç ilişkilerini hesaplamak için çok etkin bir şekilde kullanılabilir.
6. Sebep sonuç bağıntılarına ait problemler sistem rijitlik matrisi ile birbirine bağlanan genelleştirilmiş kuvvetler ve yerdeğiştirmeler cinsinden formüle edilmektedir. Yöntemin bu özelliği problemin anlaşılmasını ve çözümlemesini basitleştirmektedir (Özgan, 1997).

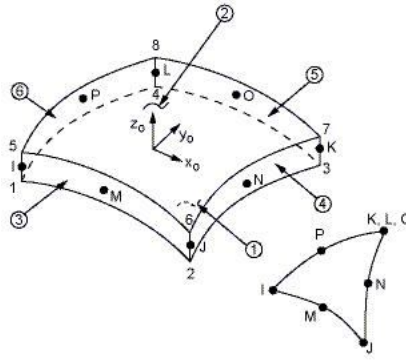
Özellikleri, yukarıdaki gibi belirtilen sonlu elemanlar yönteminin uygulanmasına daha genel bir bakış açısı kazandırmak için bu yöntemin aşamaları aşağıdaki gibi özetlemiştir (Desai ve Abel, 1972).

1. Problemden verilen sistemin alt elemanlara ayrılması ve ağların oluşturulması.
2. Şekil fonksiyonlarının seçimi.
3. Eleman rijitlik matrisinin enerji metodlarından herhangi biri yardımıyla elde edilmesi.
4. Eleman eşitliklerinin bir araya getirilmesi. Böylece sisteme geçilmiş ve denklem sistemi hazırlanmış olur.
5. Denklem sisteminin çözümü ve bilinmeyenlerin bulunması.
6. Problemin türüne göre bulunan bilinmeyenlere ek olarak, problemde çözümü istenen değerlerin elde edilmesi. Örneğin düğüm noktası yer değiştirmelerinden gerilme ve şekil değiştirmelerin hesabı.

1.6. Çalışmada Kullanılan Elemanlar ve Özellikleri

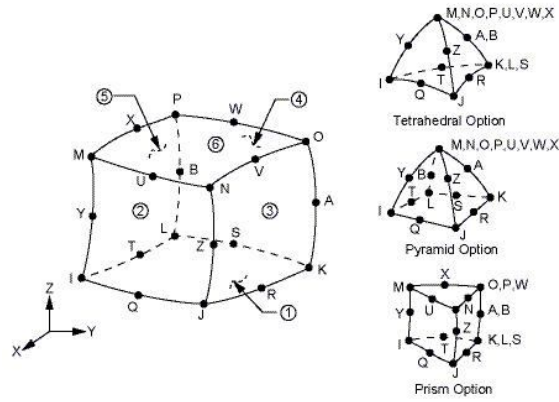
Bu çalışmanın analizlerinde ANSYS paket programı kullanılmış ve ele alınan problemlerin çözümünde ise plak ve zemin eleman modelleri için sırasıyla SHELL281 ve SOLID95 eleman modelleri kullanılmıştır.

SHELL281, büyük dönmeler, lineer ve lineer olmayan uygulamalar için çok uygundur. Bu eleman tipi, kısmen kalın plaklar ve kabukların analizi için uygun ve Mindlin-Reissner plak teorisine dayanan bir eleman modeli olmaktadır. Ayrıca bu eleman her birinde 6 serbestliği bulunan 8 düğüm noktasından oluşmaktadır. Kullanılan eleman geometrisi, düğüm noktaları ve bu elemana ait eleman koordinat sistemi Şekil 1.9'da verilmektedir. Bu şekildeki I, J, K, L, M, N, O ve P düğüm noktalarını göstermektedir.



Şekil 1.9. Çalışmada kullanılan SHELL281 elemanın geometrisi, düğüm noktaları ve eleman koordinat sistemi

SOLID95, plastisite, büyük oranda eğilme ve şekildeğiştirme karakteristiklerine sahiptir. Ayrıca bu eleman her birinde 3 serbestliği (3 ötelenme) bulunan 20 düğüm noktasından oluşmaktadır. Kullanılan eleman geometrisi, düğüm noktaları ve bu elemana ait eleman koordinat sistemi Şekil 1.10'da verilmektedir. Bu şekildeki I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z, A ve B düğüm noktalarını göstermektedir.



Şekil 1.10. Çalışmada kullanılan SOLID95 elemanın geometrisi, düğüm noktaları ve eleman koordinat sistemi

1.7. Çalışmanın Amaç ve Kapsamı

Bu çalışmanın amacı düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakları Mindlin plak teorisini kullanarak parametrik olarak incelemek ve uzun kenar/kısa kenar oranları (b/a), kalınlık/kısa kenar oranları (t/a) ve farklı zemin derinliklerinin (H) düzgün yayılı yüklü bu tür plakların lineer davranışlarına olan etkilerini belirlemektir. Bu amaç doğrultusunda $b/a= 1.0, 2.0, 3.0$, $t/a=1/18, 1/15, 1/12$, $H=5, 10, 15$ metre değerleri ve ANSYS paket programı kullanılarak elastik zemine oturan çok sayıda plak modellenerek, yapılan analizler sonucu elde edilen yerdeğiştirme ve eğilme momenti değerleri çizelge ve grafikler yardımıyla incelenmektedir.

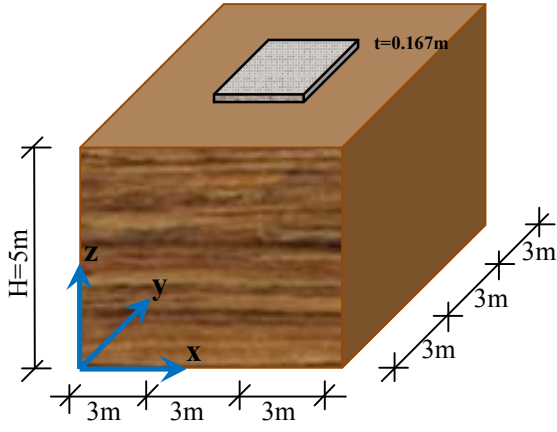
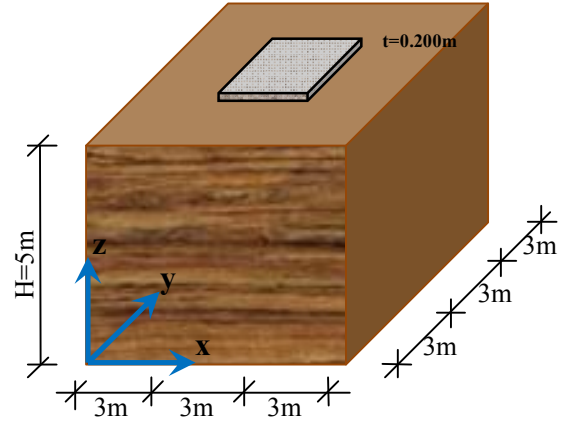
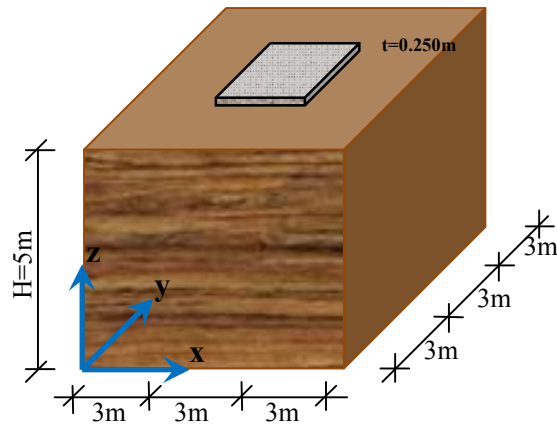
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

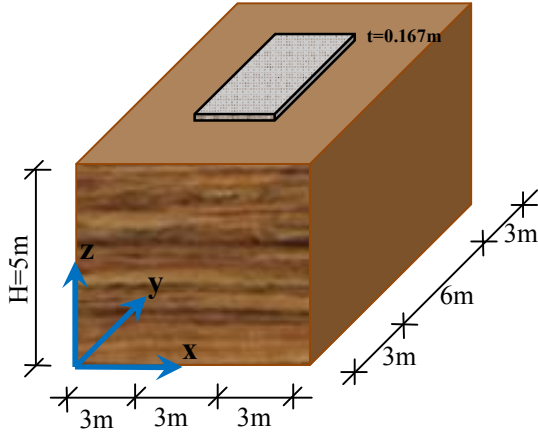
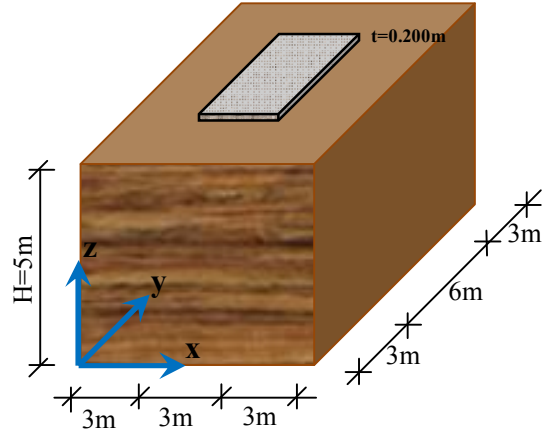
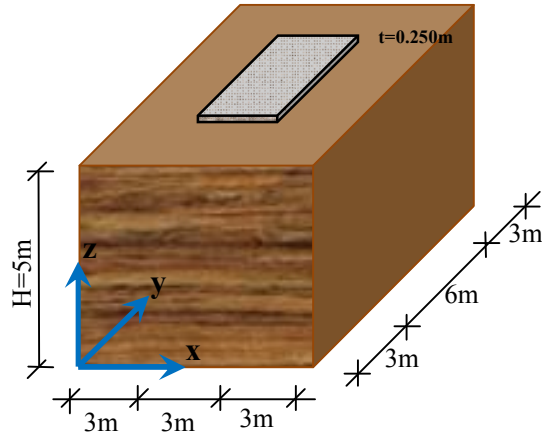
Bu çalışmada, zemin derinliği (H), 5, 10 ve 15 m, plağın uzun kenarının kısa kenarına oranının (b/a), 1, 2 ve 3, plak kalınlığının plağın kısa kenarına oranının (t/a) ise 1/18, 1/15 ve 1/12 olduğu durumlar dikkate alınmıştır. Ayrıca zemin ve plak elemanlar için aşağıda belirtilen aynı mekanik özelliklerin yanı sıra $t/a=1/18$, $b/a=1$, $H=5$ m ve $q=100$ kN/m^2 değerleri dikkate alınarak plağın orta noktasında oluşan maksimum yerdeğiştirmelerin yakınsaması gözlenmiştir.

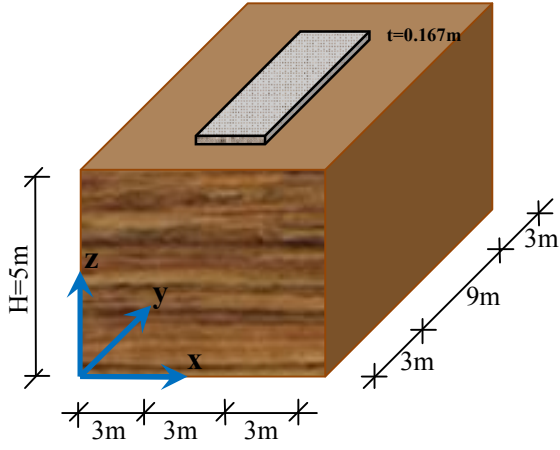
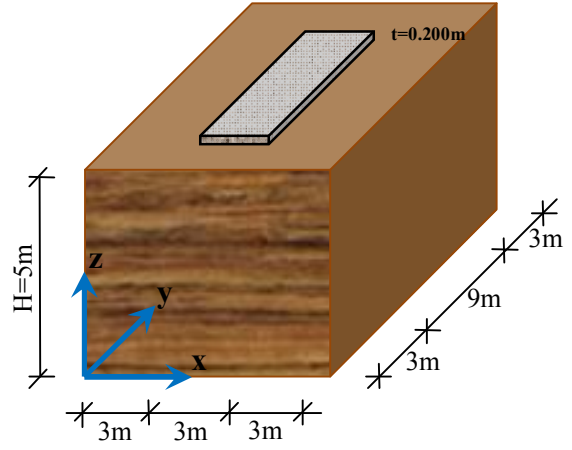
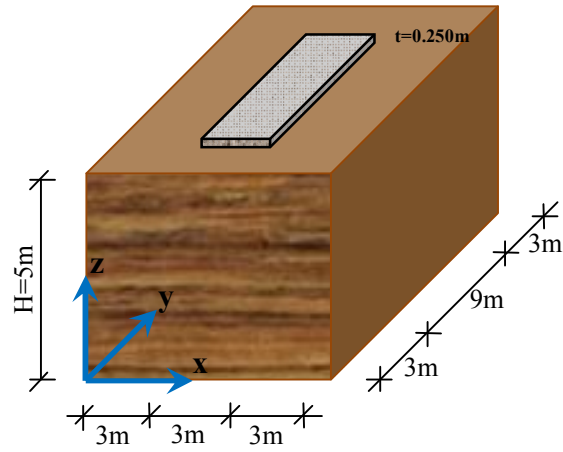
Çalışmada dikkate alınan elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların analizinde plağın kısa kenarına (a) 3 m, elastisite modülü (E) $2,8 \cdot 10^7$ kN/m^2 , Poisson oranı 0,2 ve birim hacim ağırlığı 25 kN/m^3 olarak dikkate alınmıştır. Zeminin ise derinlik boyunca sabit kabul edilen elastisite modülü (E_s) $2,5 \cdot 10^5$ kN/m^2 , Poisson oranı 0,3 ve birim hacim ağırlığı 18 kN/m^3 olarak kullanılmıştır.

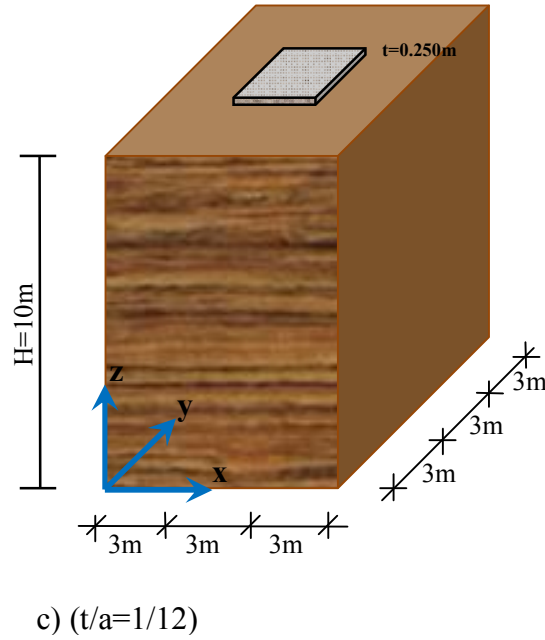
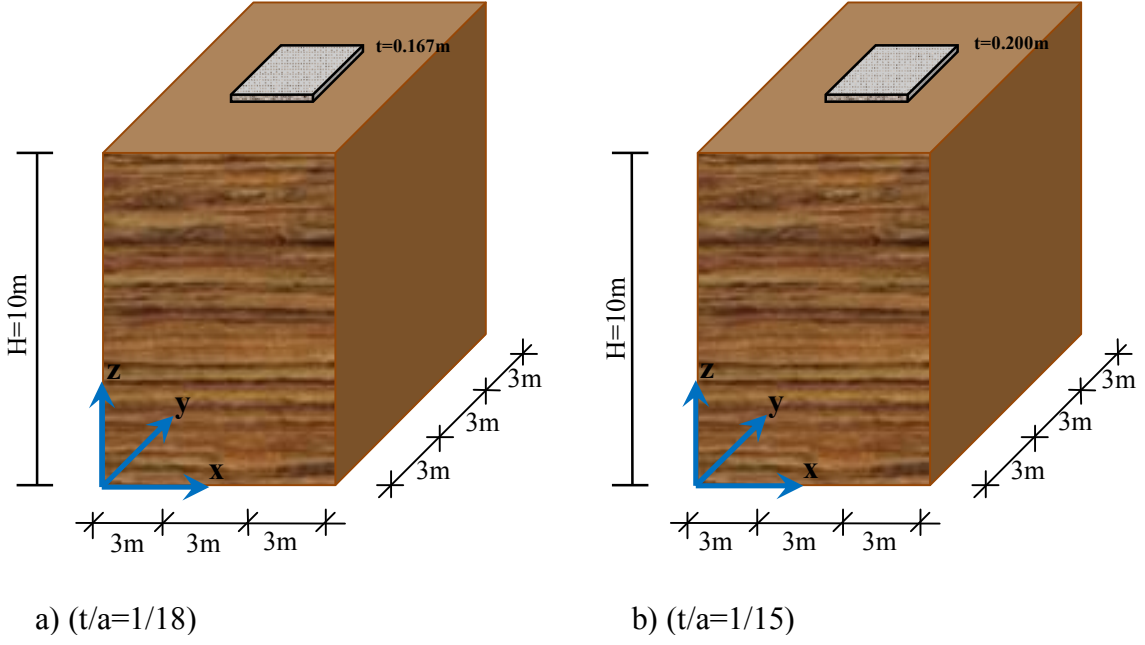
Çalışmada dikkate alınan elastik zemine oturan kalın plaklar, her üç kalınlık/kısa kenar oranına göre $H=5$ m ve $b/a=1$ için Şekil 2.1'de, $H=5$ m ve $b/a=2$ için Şekil 2.2'de, $H=5$ m ve $b/a=3$ için Şekil 2.3'de, $H=10$ m ve $b/a=1$ için Şekil 2.4'de, $H=10$ m ve $b/a=2$ için Şekil 2.5'de, $H=10$ m ve $b/a=3$ için Şekil 2.6'da, $H=15$ m ve $b/a=1$ için Şekil 2.7'de, $H=15$ m ve $b/a=2$ için Şekil 2.8'de ve $H=15$ m ve $b/a=3$ için Şekil 2.9'da verilmektedir.

Diğer sayısal yöntemlerde olduğu gibi bu çalışmada kullanılan sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen sonuçlarda da bir hata payı bulunmaktadır. Kullanılan sonlu eleman ağına bağlı olan bu hata payının mühendislikte kabul edilebilir olması yanında harcanan bilgisayar zamanının da uygun sınırlar içinde kalması bakımından sonlu elemanlar ağının belirlenmesi gerekmektedir. Bunun için, daha öncede zemin ve plak elemanlar için belirtilen aynı mekanik özelliklerin yanı sıra $t/a=1/18$, $b/a=1$, $H=5$ m ve $q=100$ kN/m^2 değerleri dikkate alınarak farklı ağ büyüklükleri için plağın orta noktasında oluşan maksimum yerdeğiştirmelerin yakınsaması gözlenmiştir. Bu şekilde farklı eleman ağları için plağın orta noktasında elde edilen maksimum yerdeğiştirme değerleri Tablo 2.1 ve Şekil 2.10'da verilmektedir.

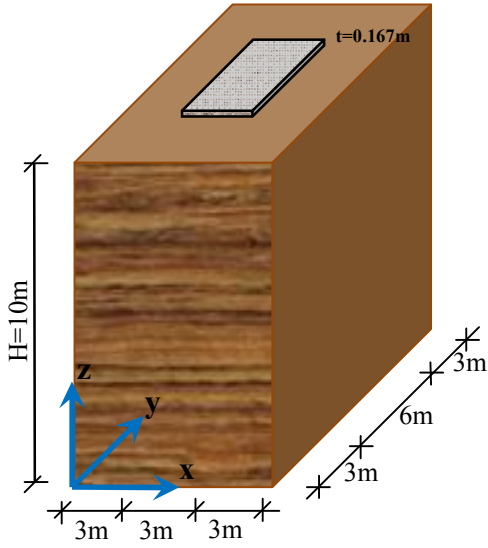
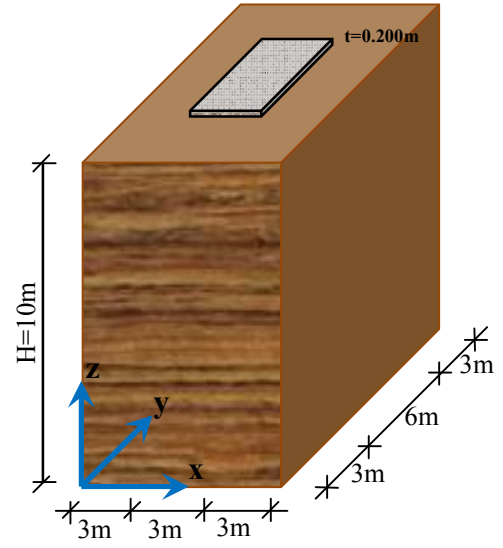
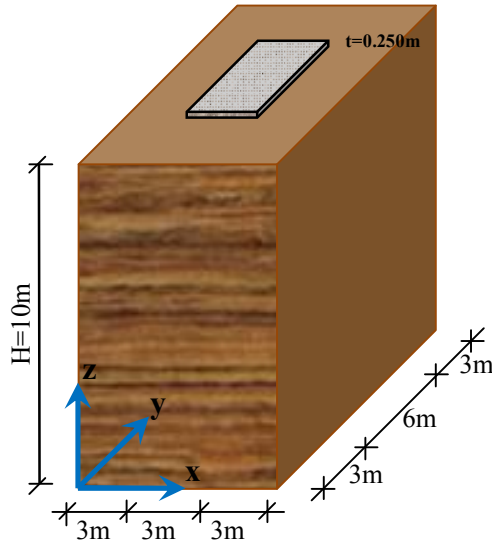
a) ($t/a=1/18$)b) ($t/a=1/15$)c) ($t/a=1/12$)Şekil 2.1. Çalışmada dikkate alınan elastik zemine oturan kalın plaklar ($H=5$ m, $b/a=1$)

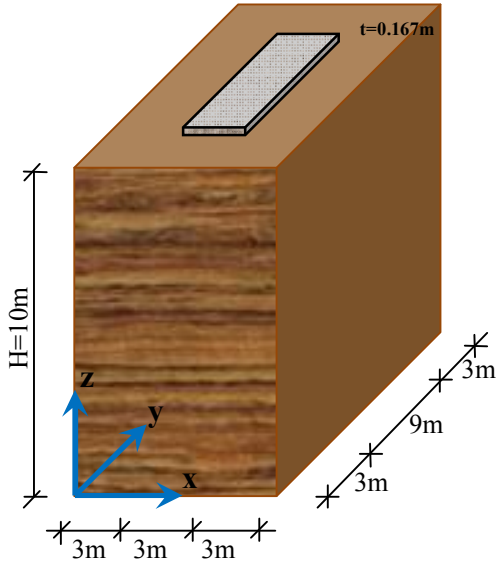
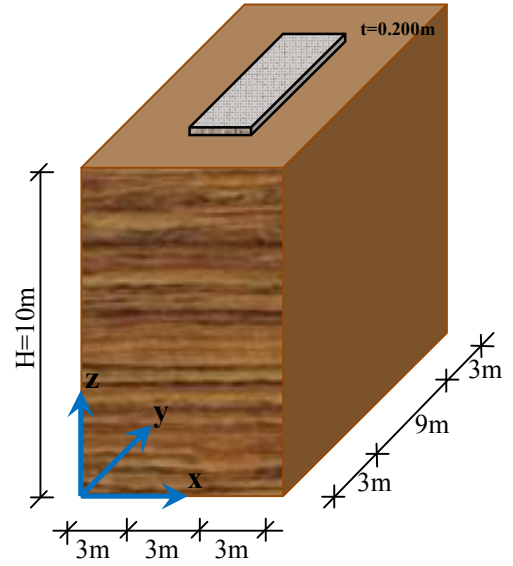
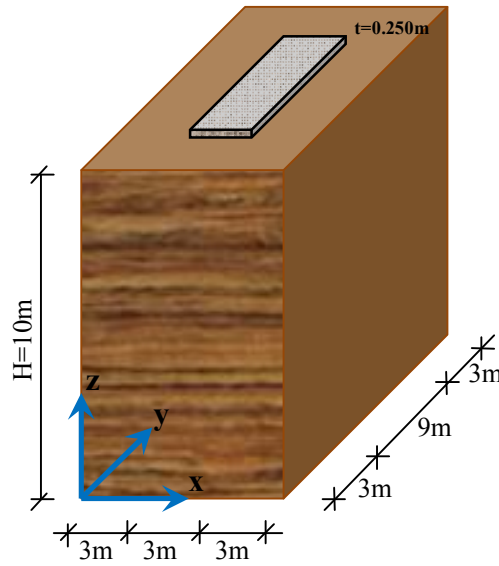
a) ($t/a=1/18$)b) ($t/a=1/15$)c) ($t/a=1/12$)Şekil 2.2. Çalışmada dikkate alınan elastik zemine oturan kalın plaklar ($H=5$ m, $b/a=2$)

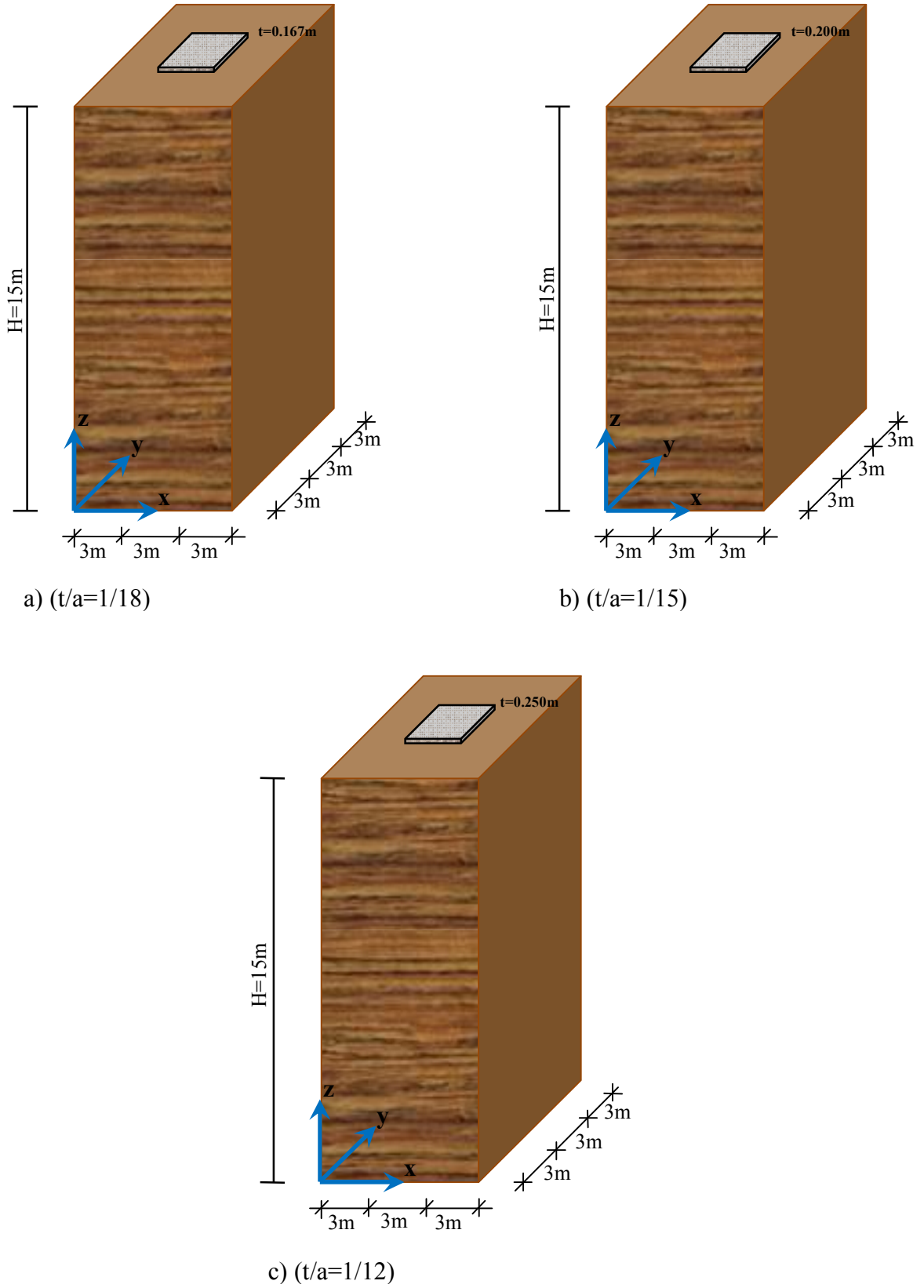
a) ($t/a=1/18$)b) ($t/a=1/15$)c) ($t/a=1/12$)Şekil 2.3. Çalışmada dikkate alınan elastik zemine oturan kalın plaklar ($H=5$ m, $b/a=3$)



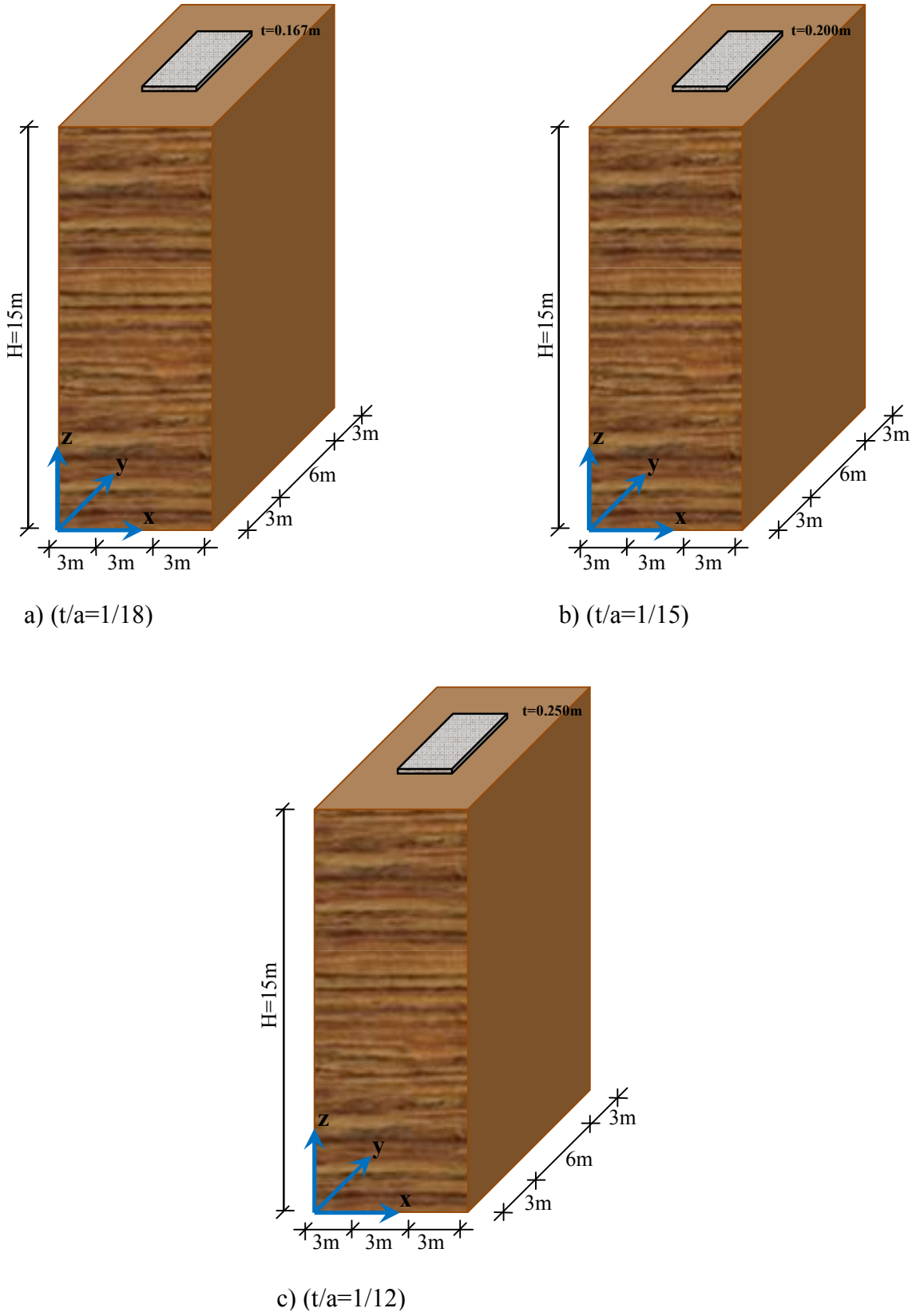
Şekil 2.4. Çalışmada dikkate alınan elastik zemine oturan kalın plaklar ($H=10$ m, $b/a=1$)

a) ($t/a=1/18$)b) ($t/a=1/15$)c) ($t/a=1/12$)Şekil 2.5. Çalışmada dikkate alınan elastik zemine oturan kalın plaklar ($H=10\text{ m}$, $b/a=2$)

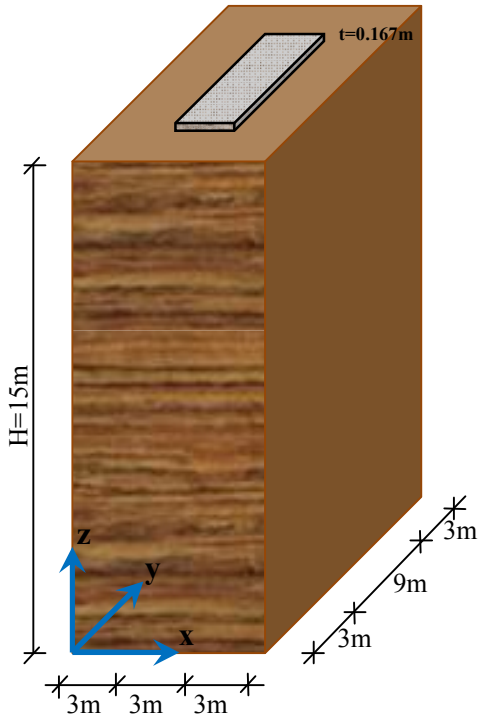
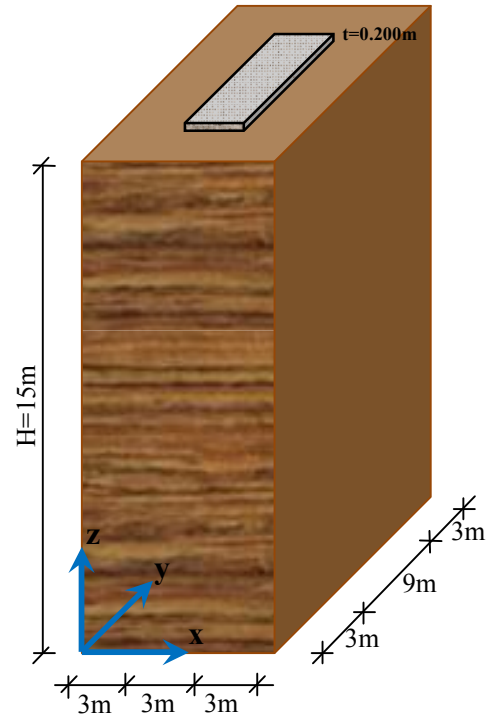
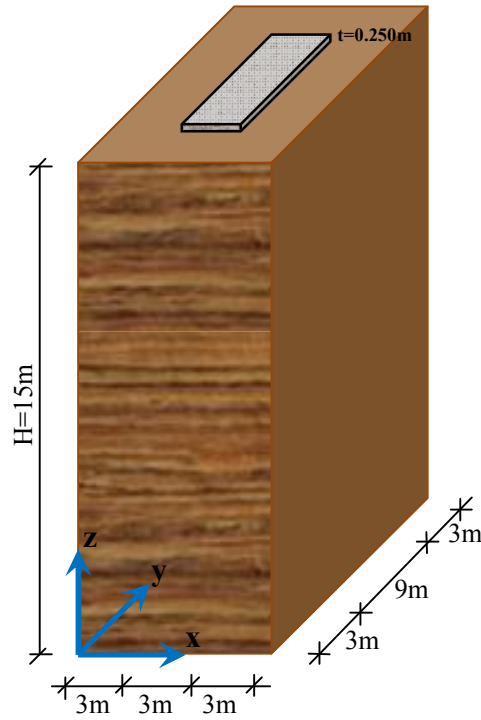
a) ($t/a=1/18$)b) ($t/a=1/15$)c) ($t/a=1/12$)Şekil 2.6. Çalışmada dikkate alınan elastik zemine oturan kalın plaklar ($H=10\text{ m}$, $b/a=3$)



Şekil 2.7. Çalışmada dikkate alınan elastik zemine oturan kalın plaklar ($H=15$ m, $b/a=1$)

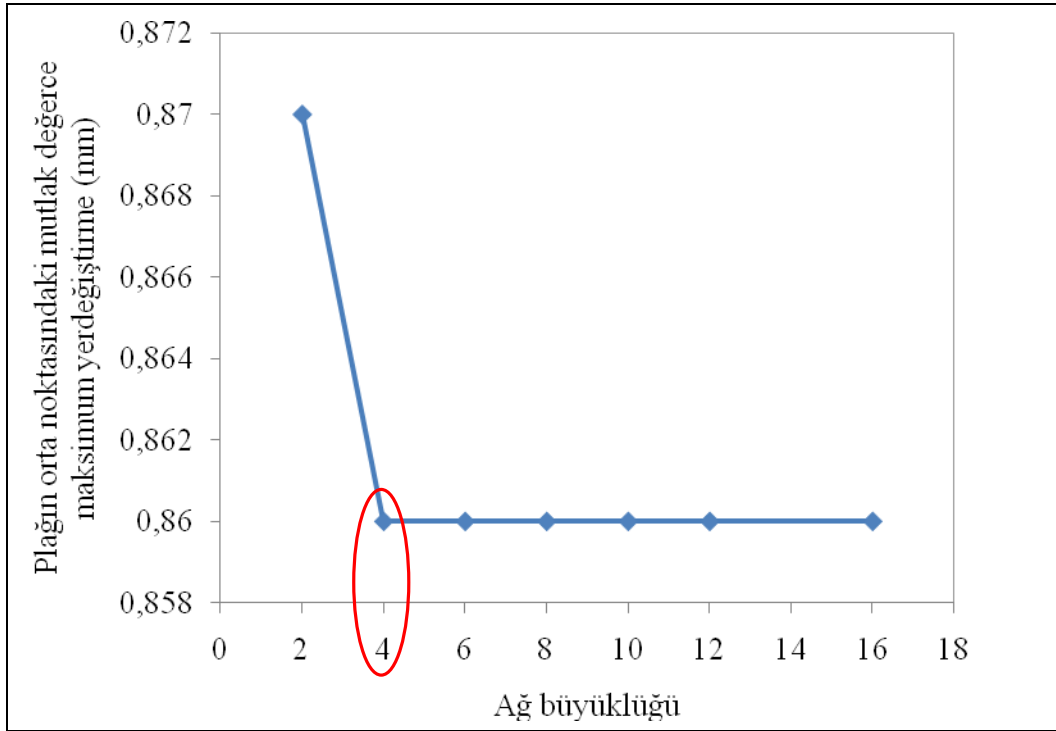


Şekil 2.8. Çalışmada dikkate alınan elastik zemine oturan kalın plaklar ($H=15\text{ m}$, $b/a=2$)

a) ($t/a=1/18$)b) ($t/a=1/15$)c) ($t/a=1/12$)Şekil 2.9. Çalışmada dikkate alınan elastik zemine oturan kalın plaklar ($H=15$ m, $b/a=3$)

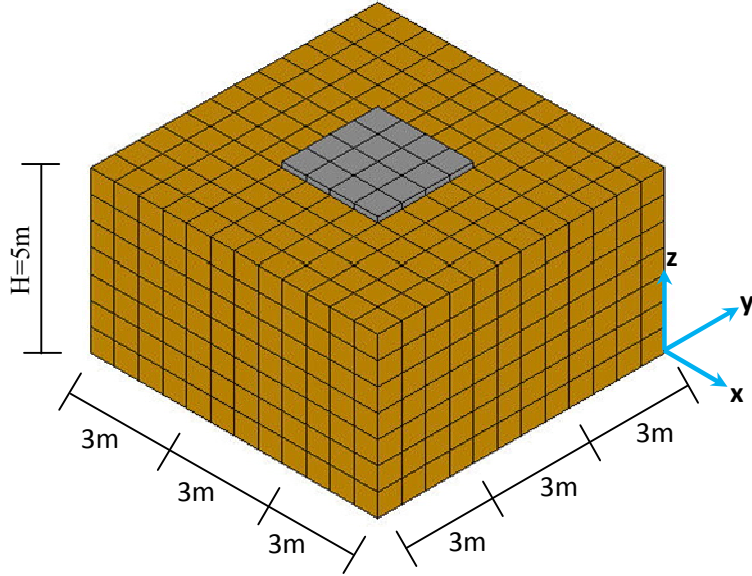
Tablo 2.1. Kalın plağın orta noktasında oluşan maksimum yerdeğiştirme değerlerinin yakınsama durumu ($H=5$ m, $b/a=1$, $t/a=1/18$)

Ağ büyüklüğü	Maksimum yerdeğiştirme (mm)
2x2	0.874
4x4	0.859
6x6	0.858
8x8	0.858
10x10	0.857
12x12	0.857
16x16	0.857



Şekil 2.10. Kalın plakların orta noktasında oluşan maksimum yerdeğiştirme değerlerinin yakınsama durumu ($H=5$ m, $b/a=1$, $t/a=1/18$)

Tablo 2.1 ve Şekil 2.10'dan görüldüğü gibi düzgün yayılı yük etkisindeki elastik zemine oturan bir kalın plakta 4x4 sonlu eleman ağı ve daha sık eleman ağı kullanıldığında plağın orta noktasında oluşan mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme değerleri arasındaki fark mühendislik açısından kabul edilebilir durumdadır. Bu nedenle yapılacak olan çözümlerde kare plak için 4x4'lük eleman ağının kullanılması yeterli olacaktır. Bu eleman ağı $b/a=1$, $t/a=1/18$ ve $H=5$ m için Şekil 2.11'de verilmektedir. Kenar oranları ve zemin derinliği artırıldıkça eleman boyutları sabit kalacak şekilde eleman sayıları artırılmaktadır.

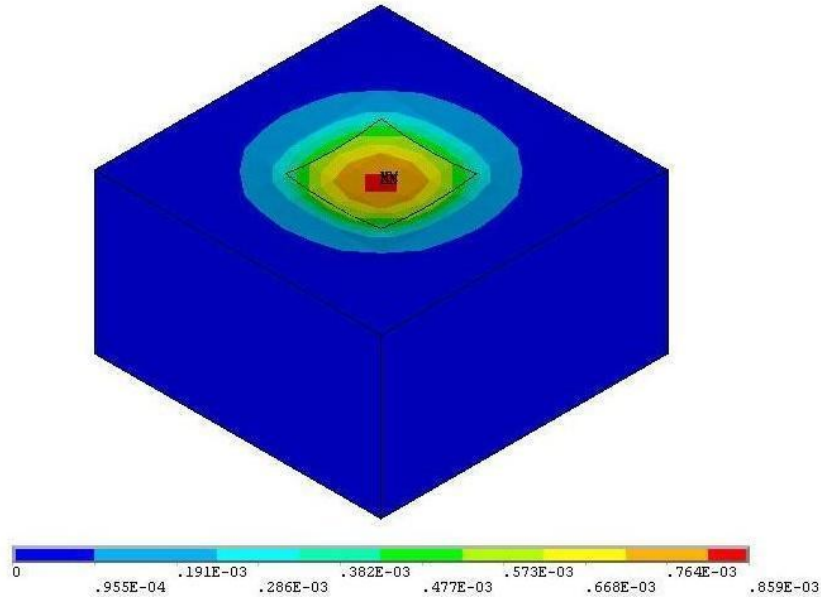


Şekil 2.11. Yakınsama çalışması sonucu belirlenen elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plağın sonlu eleman modeli ($H=5$ m, $b/a=1$, $t/a=1/18$)

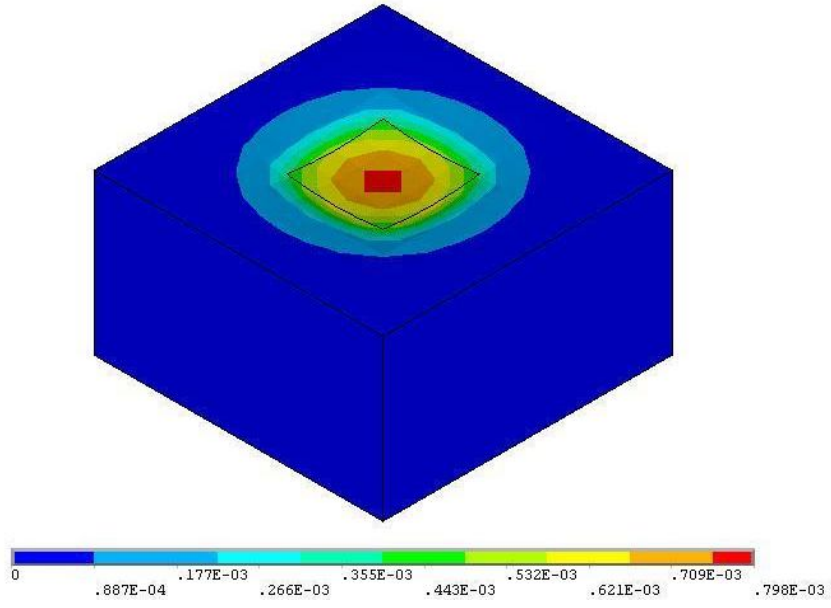
3. BULGULAR VE İRDELEMELER

Bu çalışmada dikkate alınan tüm parametreler için belirlenen eşyerdeğiştirme diyagramlarının tümünün sunulması çok yer tutacağından burada sadece $H=5$ m, $b/a=1$, $t/a=1/18$; $H=5$ m, $b/a=1$, $t/a=1/12$; $H=5$ m, $b/a=3$, $t/a=1/18$; $H=5$ m, $b/a=3$, $t/a=1/12$; $H=15$ m, $b/a=1$, $t/a=1/18$; $H=15$ m, $b/a=1$, $t/a=1/12$; $H=15$ m, $b/a=3$, $t/a=1/18$ ve $H=15$ m, $b/a=3$, $t/a=1/12$ değerlerine karşılık gelen eşyerdeğiştirme diyagramları sunulduktan sonra çalışmada dikkate alınan tüm parametreler için elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plaklara ait maksimum değerler sunulacaktır. Zira mühendislikte projelendirmede söz konusu değerlerin maksimumları önem arz etmektedir.

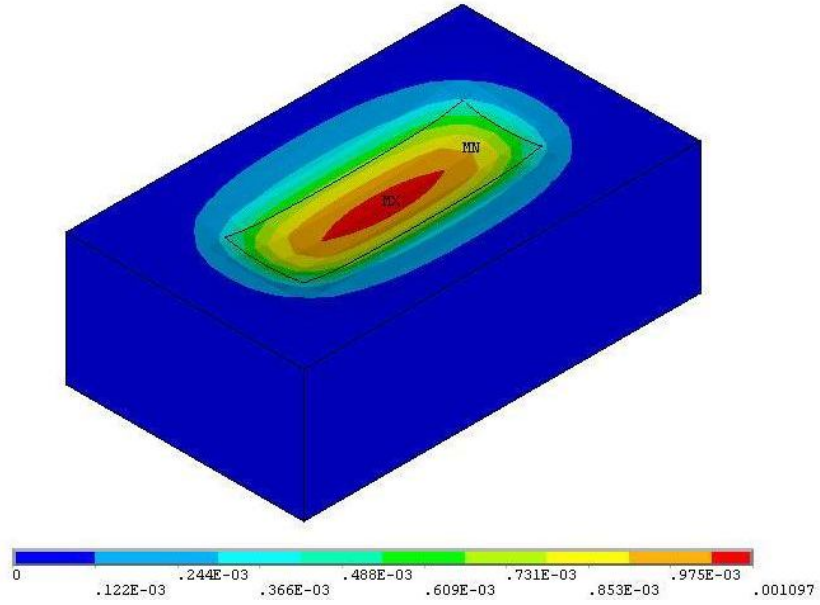
Dikkate alınan elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plaklara ait eşyerdeğiştirme diyagramları $b/a=1$, $t/a=1/18$ ve $H=5$ m için Şekil 3.1'de, $b/a=1$, $t/a=1/12$ ve $H=5$ m için Şekil 3.2'de, $b/a=3$, $t/a=1/18$ ve $H=5$ m için Şekil 3.3'de, $b/a=3$, $t/a=1/12$ ve $H=5$ m için Şekil 3.4'de, $b/a=1$, $t/a=1/18$ ve $H=15$ m için Şekil 3.5'de, $b/a=1$, $t/a=1/12$ ve $H=15$ m için Şekil 3.6'da, $b/a=3$, $t/a=1/18$ ve $H=15$ m için Şekil 3.7'de ve $b/a=3$, $t/a=1/12$ ve $H=15$ m için Şekil 3.8'de verilmektedir.



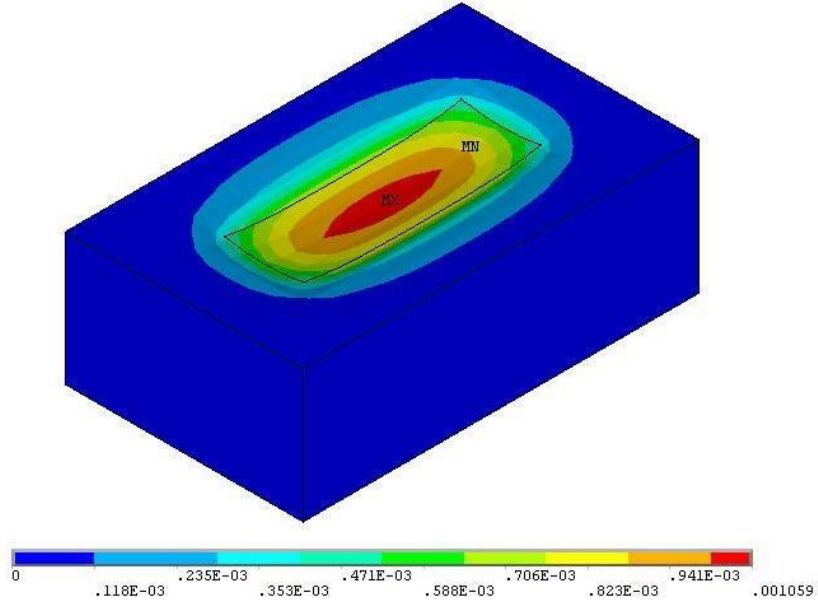
Şekil 3.1. Kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı
($b/a=1$, $t/a=1/18$ ve $H=5$ m)



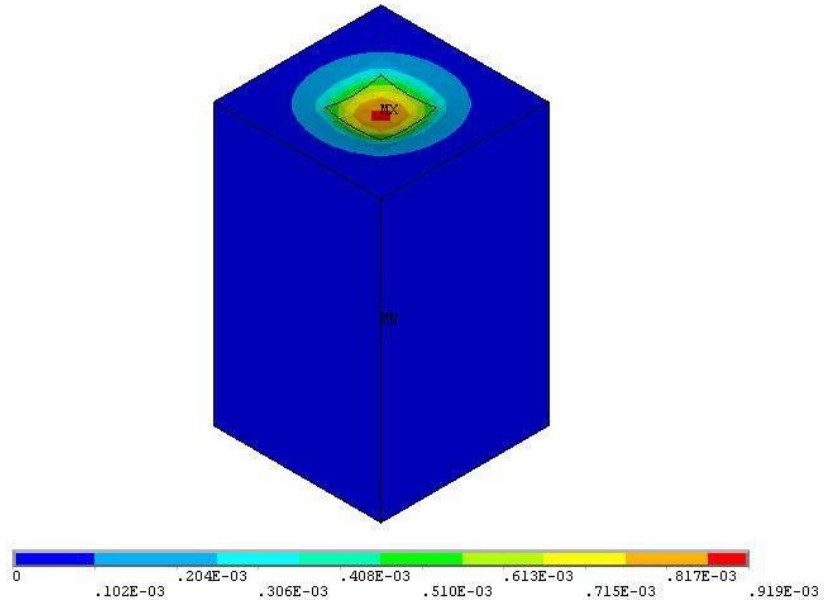
Şekil 3.2. Kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı
($b/a=1$, $t/a=1/12$ ve $H=5$ m)



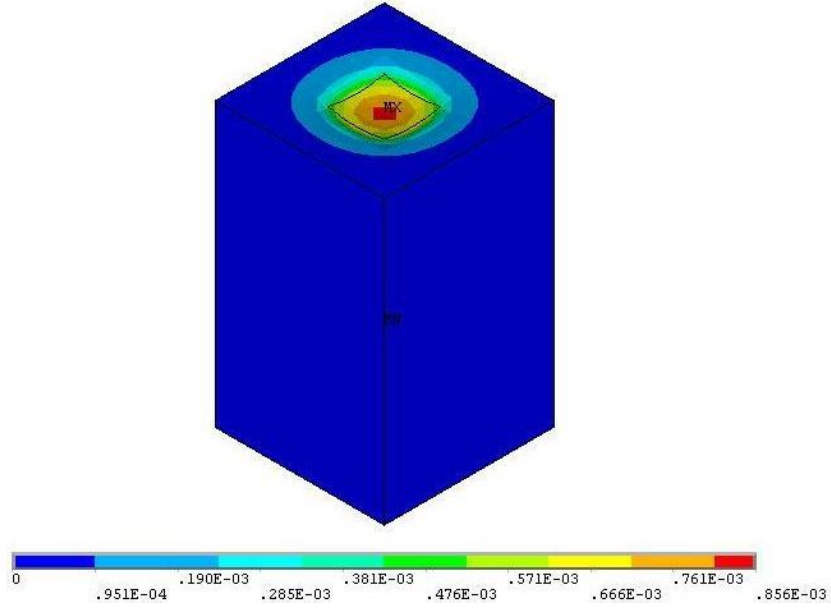
Şekil 3.3. Kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı
($b/a=3$, $t/a=1/18$ ve $H=5$ m)



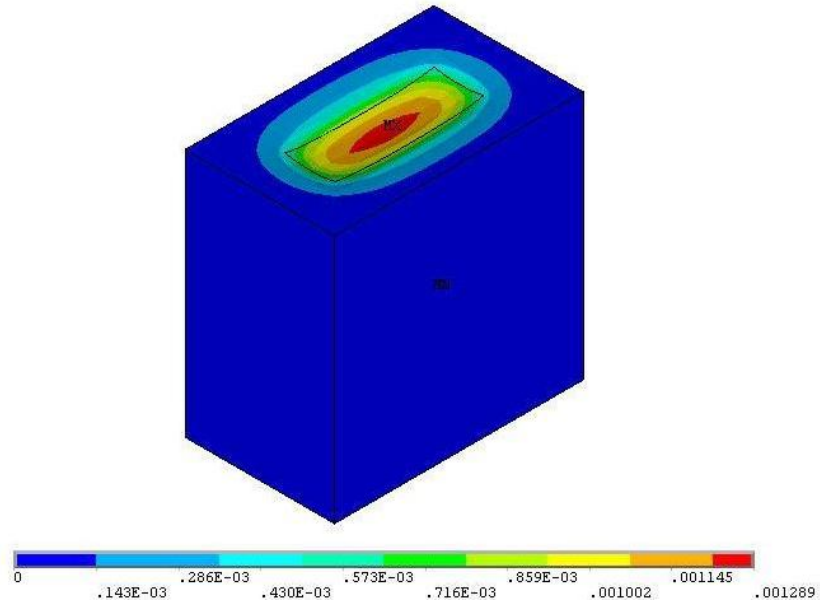
Şekil 3.4. Kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı
($b/a=3$, $t/a=1/12$ ve $H=5$ m)



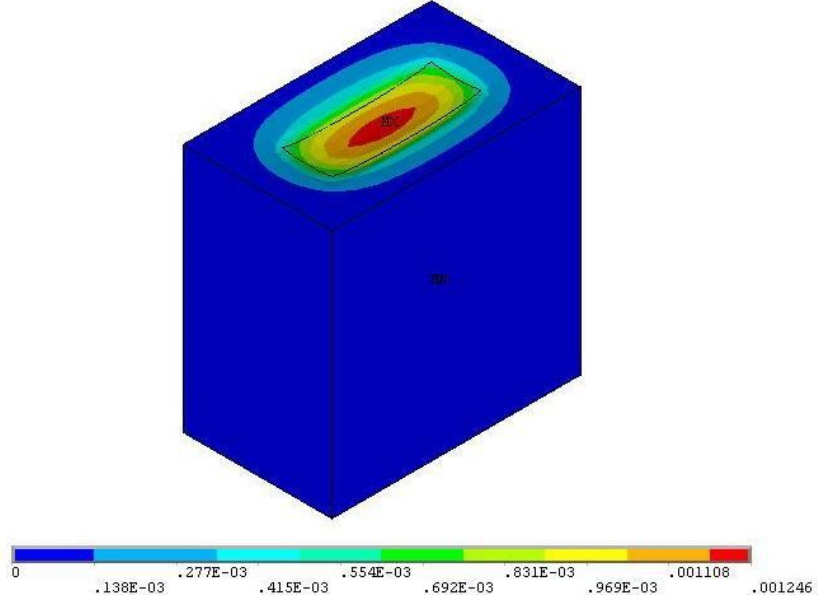
Şekil 3.5. Kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı
($b/a=1$, $t/a=1/18$ ve $H=15$ m)



Şekil 3.6. Kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı
($b/a=1$, $t/a=1/12$ ve $H=15$ m)



Şekil 3.7. Kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı
($b/a=3$, $t/a=1/18$ ve $H=15$ m)



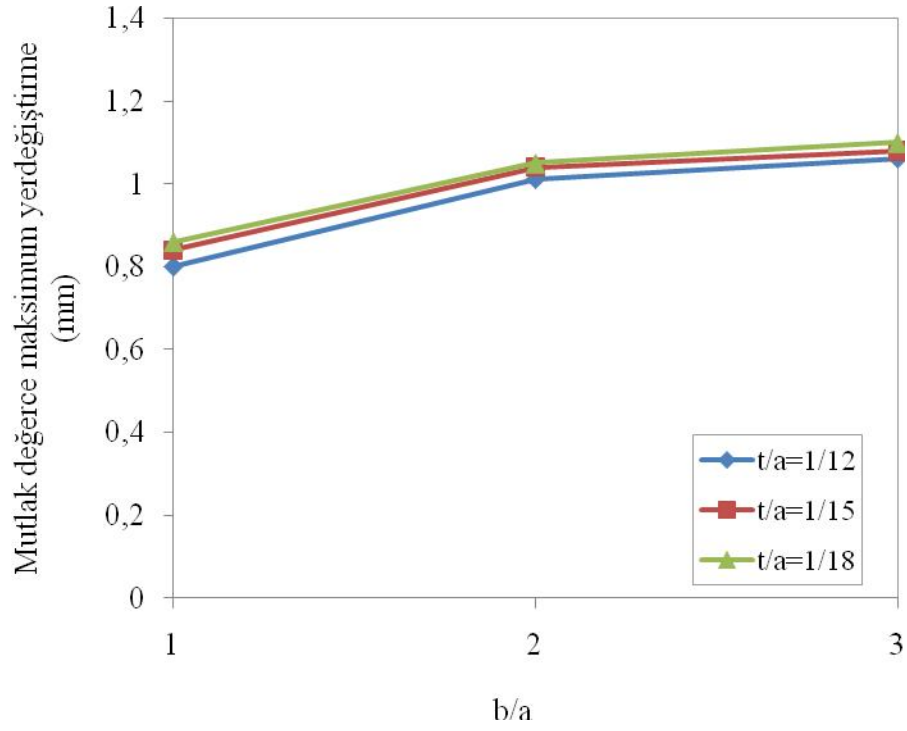
Şekil 3.8. Kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı
($b/a=3$, $t/a=1/12$ ve $H=15$ m)

Şekil 3.1, Şekil 3.2, Şekil 3.3, Şekil 3.4, Şekil 3.5, Şekil 3.6, Şekil 3.7 ve Şekil 3.8'den görüldüğü gibi, zeminin kenarına doğru gidildikçe sıfıra doğru giden yerdeğiştirme değerleri plağın orta noktasında maksimum olmaktadır.

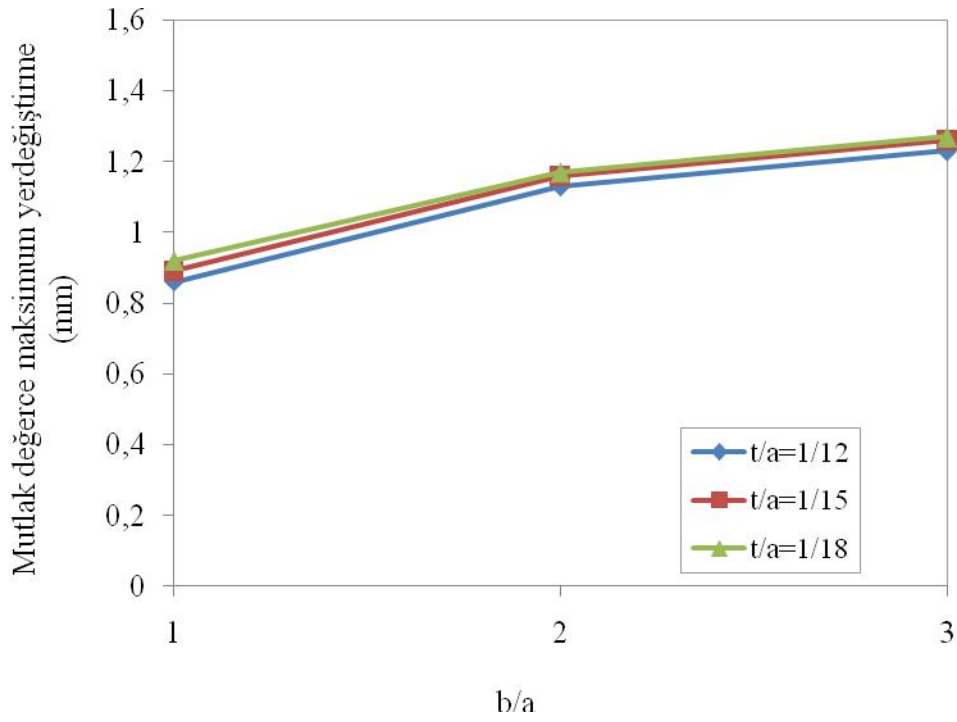
Farklı zemin derinliği (H), b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plaklarda meydana gelen mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ve eğilme momenti değerleri Tablo 3.1'de, b/a ve t/a oranlarının bu değerler üzerindeki etkilerinin zemin derinliği de dikkate alınarak daha iyi görülebilmesi için sırasıyla Şekil 3.9, Şekil 3.10, Şekil 3.11, Şekil 3.12, Şekil 3.13, Şekil 3.14, Şekil 3.15, Şekil 3.16 ve Şekil 3.17'de verilmektedir.

Tablo 3.1. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plaklarda meydana gelen mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ve eğilme momentleri

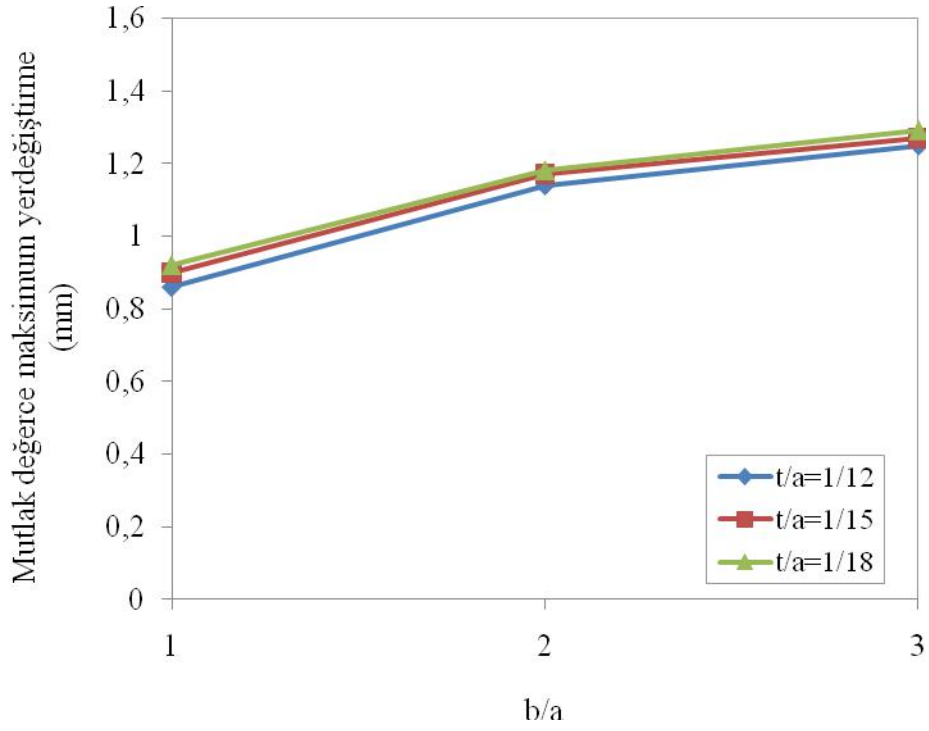
H (m)	b/a	t/a	Maksimum Yerdeğiştirme (mm)	Maksimum Eğilme Momenti, M_x (kNm)	Maksimum Eğilme Momenti, M_y (kNm)
5	1	1/18	0.86	1.791	1.791
		1/15	0.84	2.677	2.677
		1/12	0.80	4.576	4.576
	2	1/18	1.05	1.867	1.570
		1/15	1.04	2.940	2.210
		1/12	1.01	5.090	3.175
	3	1/18	1.10	1.894	1.552
		1/15	1.08	2.993	2.179
		1/12	1.06	5.194	3.122
10	1	1/18	0.92	1.825	1.825
		1/15	0.89	2.732	2.732
		1/12	0.85	4.666	4.666
	2	1/18	1.17	1.921	1.598
		1/15	1.16	3.054	2.252
		1/12	1.13	5.275	3.247
	3	1/18	1.27	1.968	1.571
		1/15	1.26	3.151	2.209
		1/12	1.23	5.450	3.172
15	1	1/18	0.92	1.830	1.830
		1/15	0.90	2.739	2.739
		1/12	0.86	4.680	4.680
	2	1/18	1.18	1.929	1.605
		1/15	1.17	3.066	2.262
		1/12	1.14	5.299	3.263
	3	1/18	1.29	1.980	1.577
		1/15	1.27	3.169	2.219
		1/12	1.25	5.485	3.188



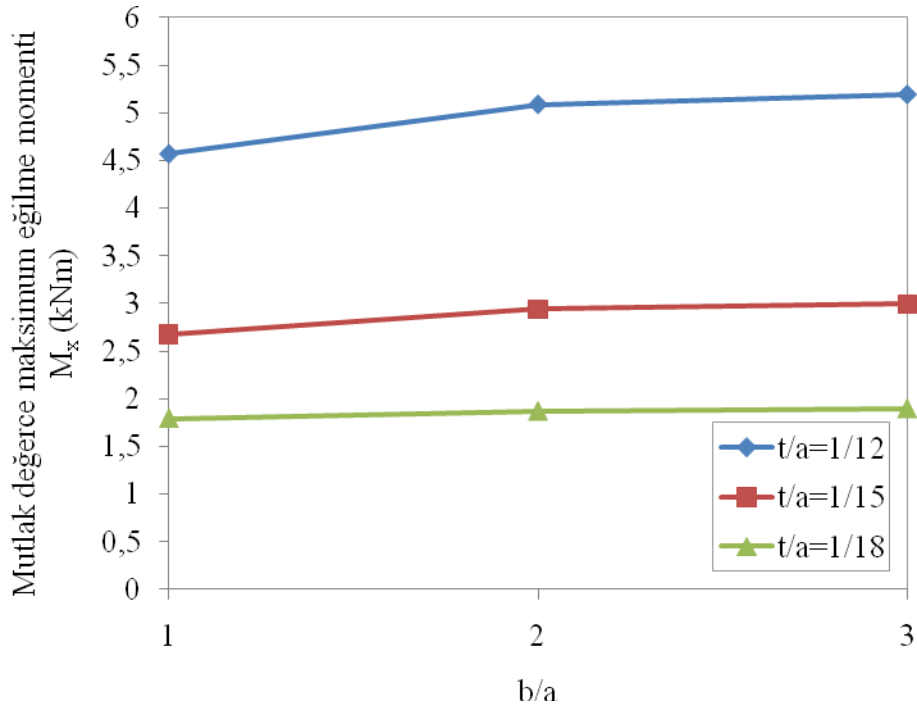
Şekil 3.9. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmesinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi (H=5 m)



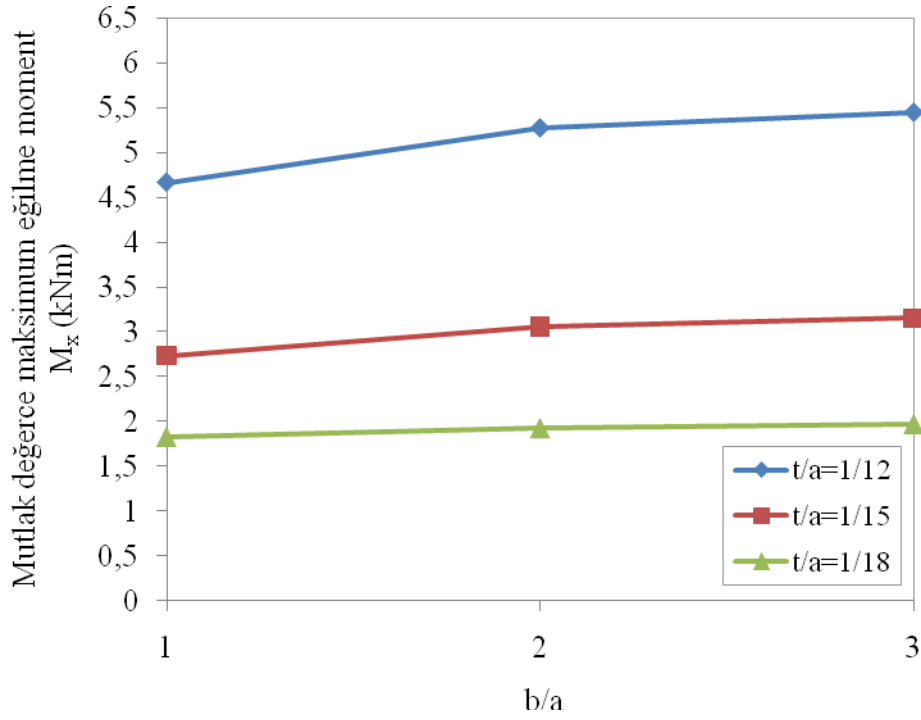
Şekil 3.10. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmesinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi (H=10 m)



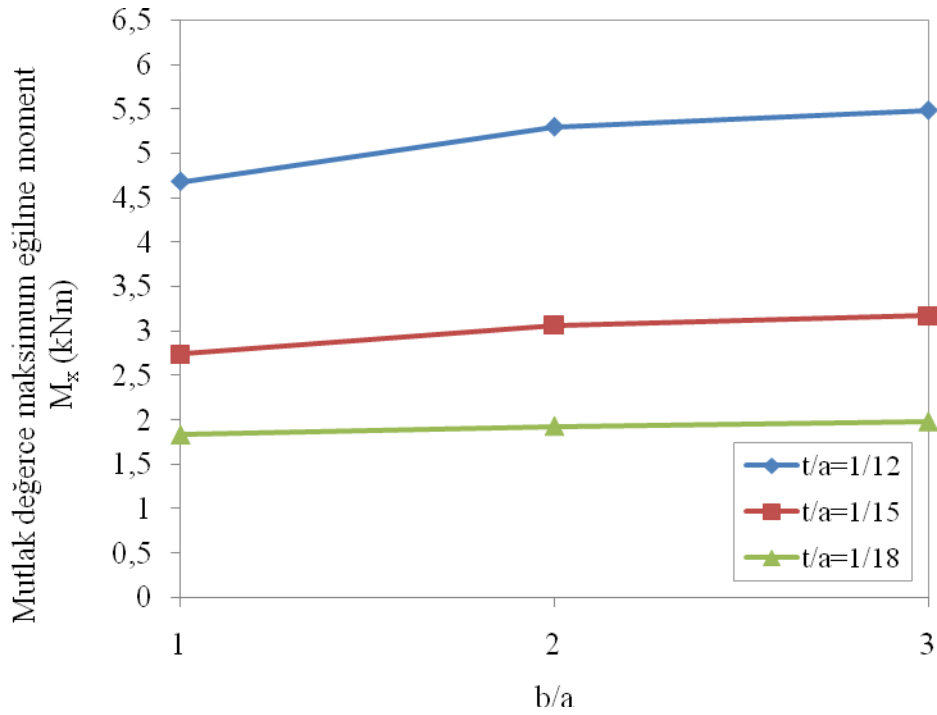
Şekil 3.11. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmesinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi (H=15 m)



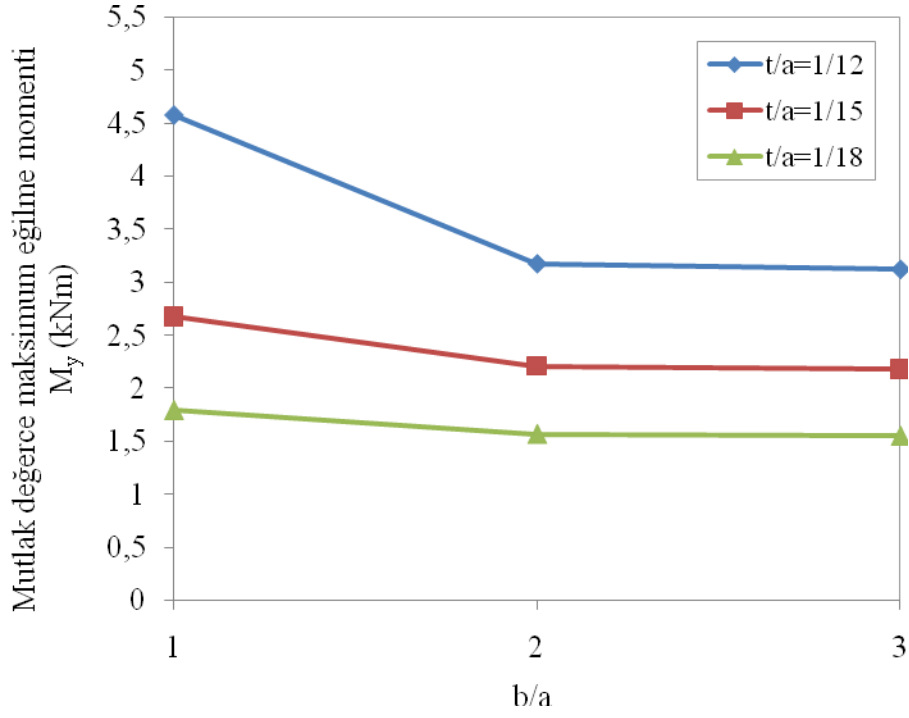
Şekil 3.12. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi (H=5 m)



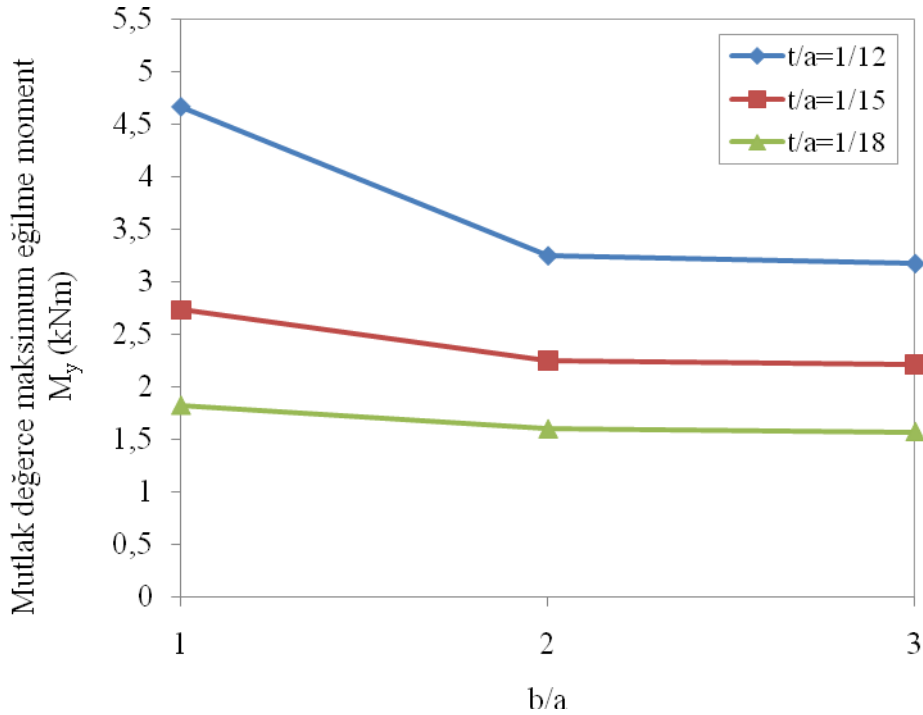
Şekil 3.13. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi ($H=10$ m)



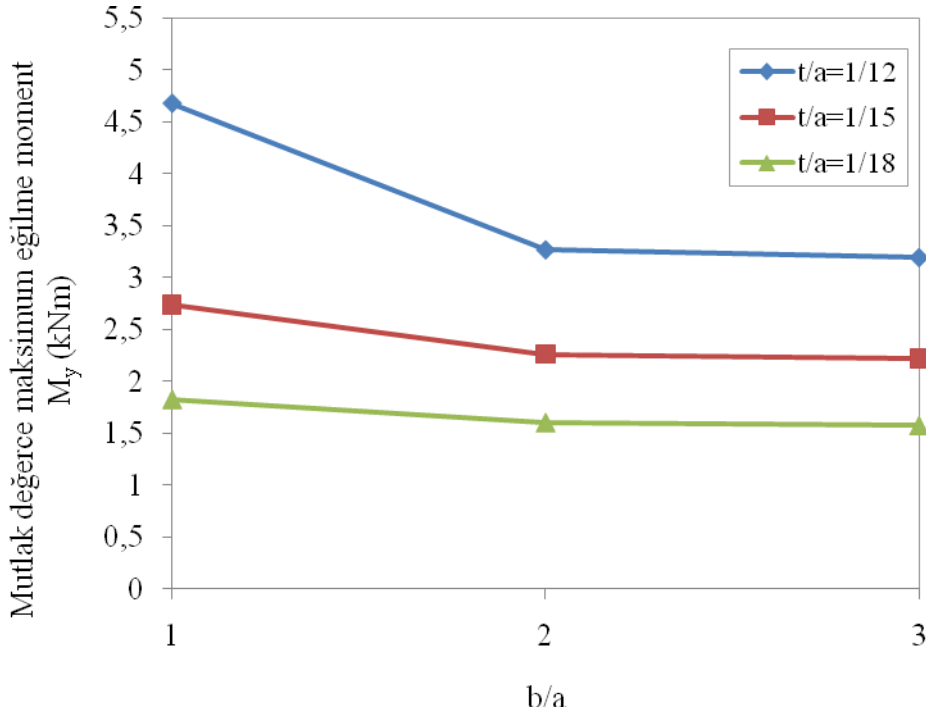
Şekil 3.14. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi ($H=15$ m)



Şekil 3.15. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi ($H=5$ m)



Şekil 3.16. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi ($H=10$ m)



Şekil 3.17. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi ($H=15$ m)

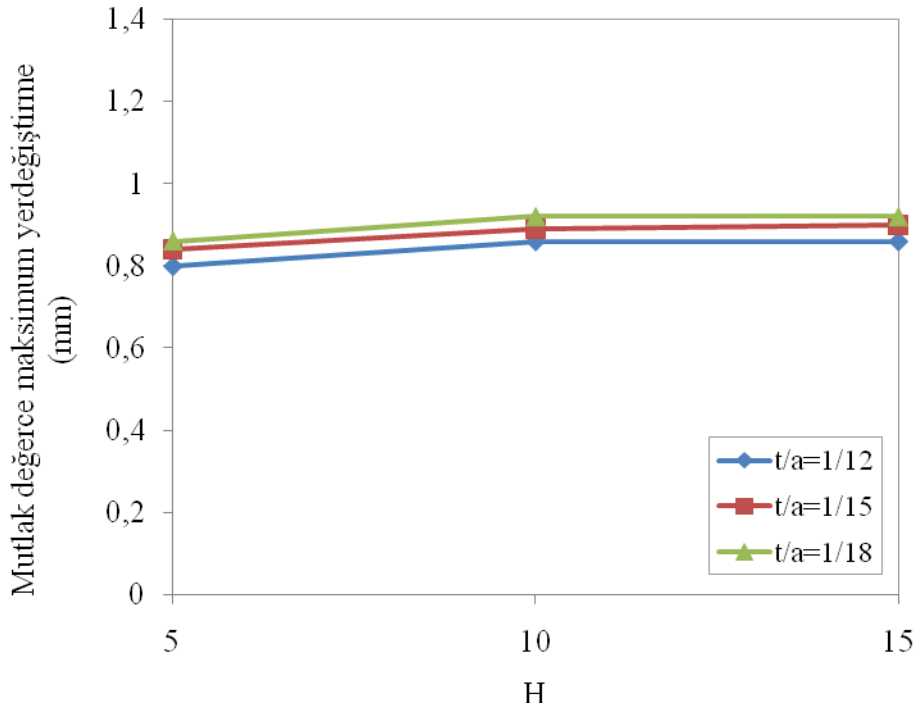
Tablo 3.1, Şekil 3.9, Şekil 3.10 ve Şekil 3.11'den görüldüğü gibi, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak maksimum yerdeğiştirme artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Tablo 3.1, Şekil 3.9, Şekil 3.10 ve Şekil 3.11'den yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için t/a oranı artıkça maksimum yerdeğiştirme azalmaktadır. Bu tablo ve şekillerden yine görüldüğü gibi b/a oranının maksimum yerdeğiştirme üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazladır.

Tablo 3.1, Şekil 3.12, Şekil 3.13 ve Şekil 3.14'den görüldüğü gibi, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plağın orta noktasındaki maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı ise artan b/a oranlarında önemli bir değişim göstermemektedir. Tablo 3.1, Şekil 3.12, Şekil 3.13 ve Şekil 3.14'den yine görüldüğü gibi, sabit bir b/a oranı için t/a oranı artıkça maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Bu tablo ve şekillerden yine görüldüğü gibi b/a oranının plağın orta noktasındaki maksimum M_x eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha az olmaktadır.

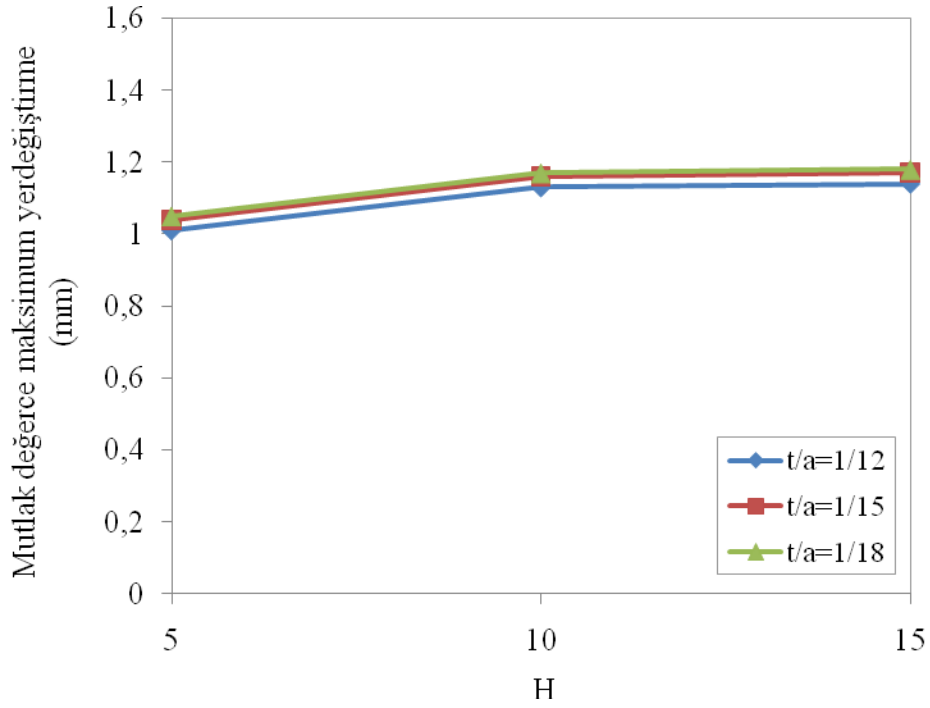
Tablo 3.1, Şekil 3.15, Şekil 3.16 ve Şekil 3.17'den görüldüğü gibi, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plağın orta

noktasındaki maksimum M_y eğilme momenti azalmaktadır. Bu azalma miktarı ise büyük b/a oranlarında önemli bir değişim göstermemektedir. Tablo 3.1, Şekil 3.15, Şekil 3.16 ve Şekil 3.17'den yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için t/a oranı arttıkça maksimum M_y eğilme momenti artmaktadır. Bu tablo ve şekillerden yine görüldüğü gibi büyük b/a oranlarında b/a oranının maksimum M_y eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha az olmaktadır.

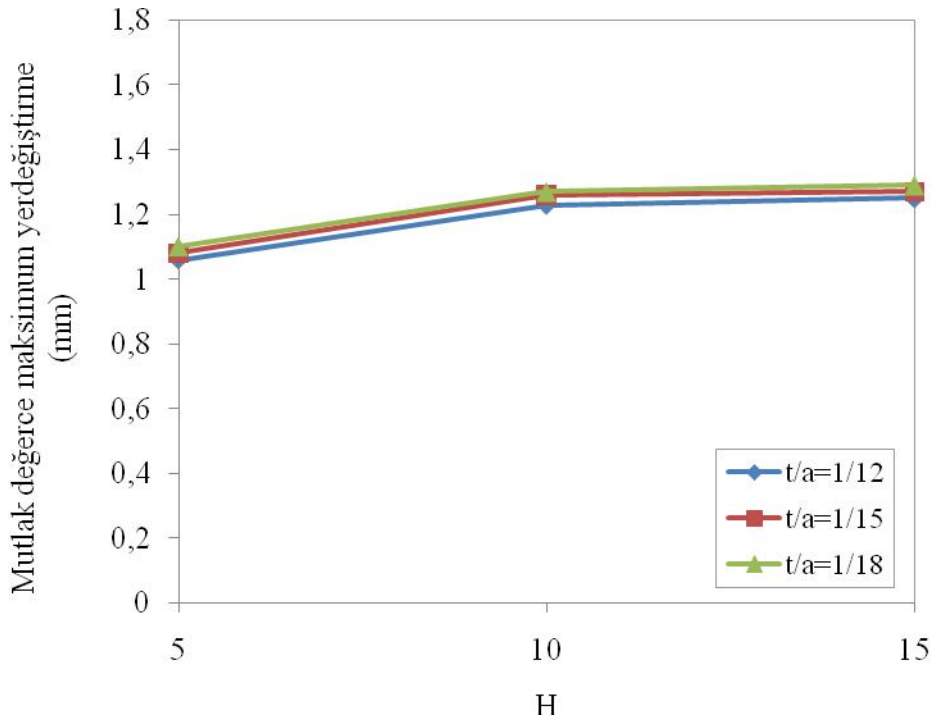
Bu çalışmada dikkate alınan farklı zemin derinliği (H) ve t/a oranlarının elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ile M_x ve M_y eğilme momenti değerleri üzerindeki etkilerinin b/a oranları dikkate alınarak daha iyi görülmesi için bu değerler sırasıyla Şekil 3.18, Şekil 3.19, Şekil 3.20, Şekil 3.21, Şekil 3.22, Şekil 3.23, Şekil 3.24, Şekil 3.25 ve Şekil 3.26'da verilmektedir.



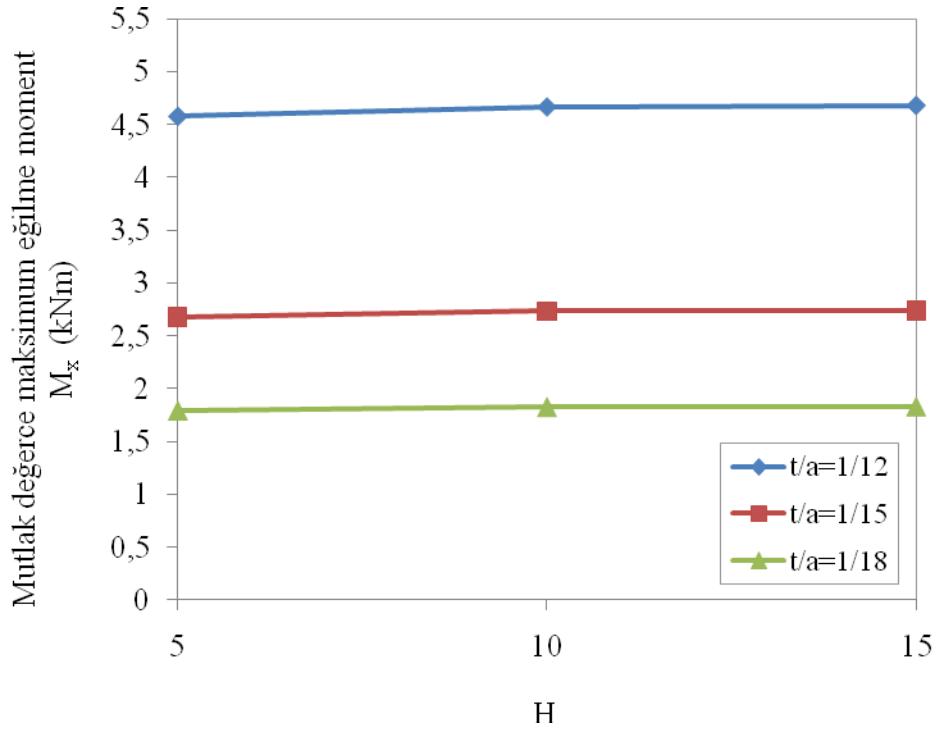
Şekil 3.18. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmesinin zemin derinliği (H) ve t/a oranına bağlı olarak değişimi ($b/a=1$)



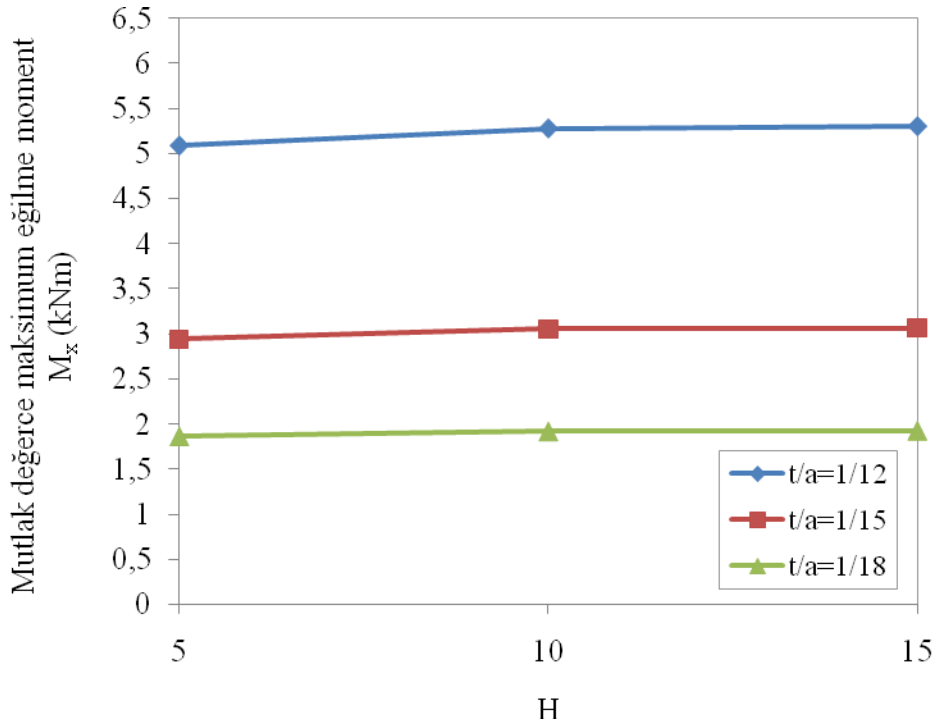
Şekil 3.19. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmesinin zemin derinliği (H) ve t/a oranına bağlı olarak değişimi (b/a=2)



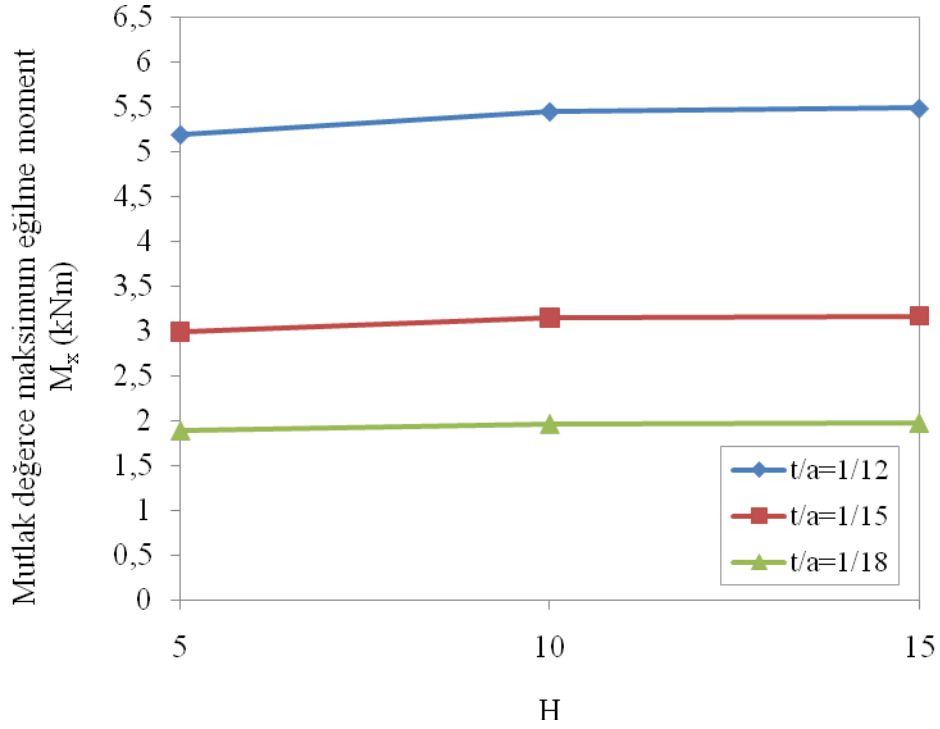
Şekil 3.20. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmesinin zemin derinliği (H) ve t/a oranına bağlı olarak değişimi (b/a=3)



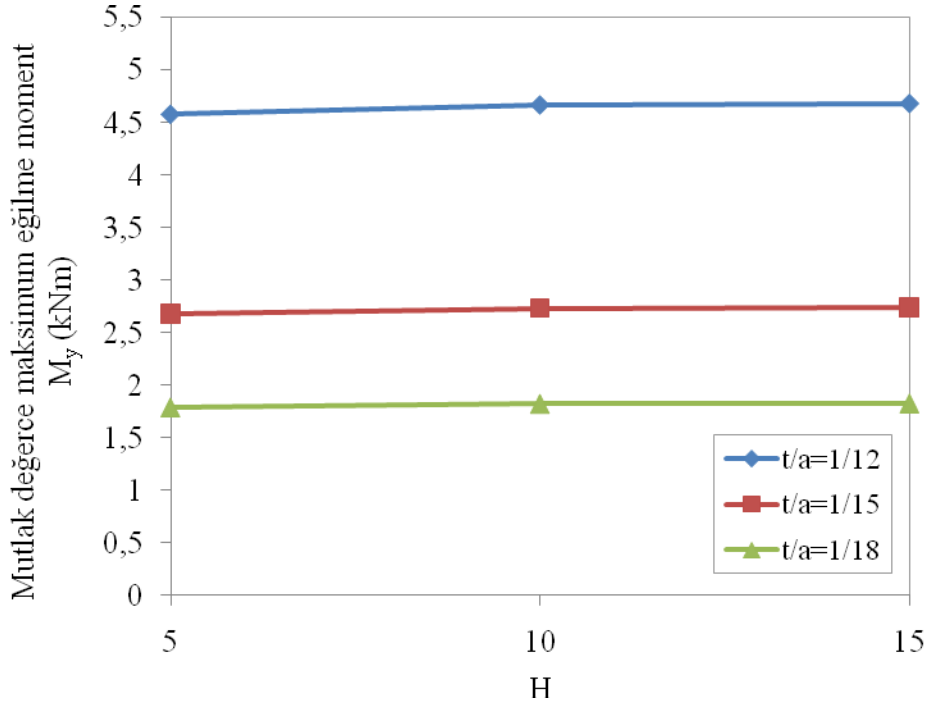
Şekil 3.21. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin zemin derinliği (H) ve t/a oranına bağlı olarak değişimi ($b/a=1$)



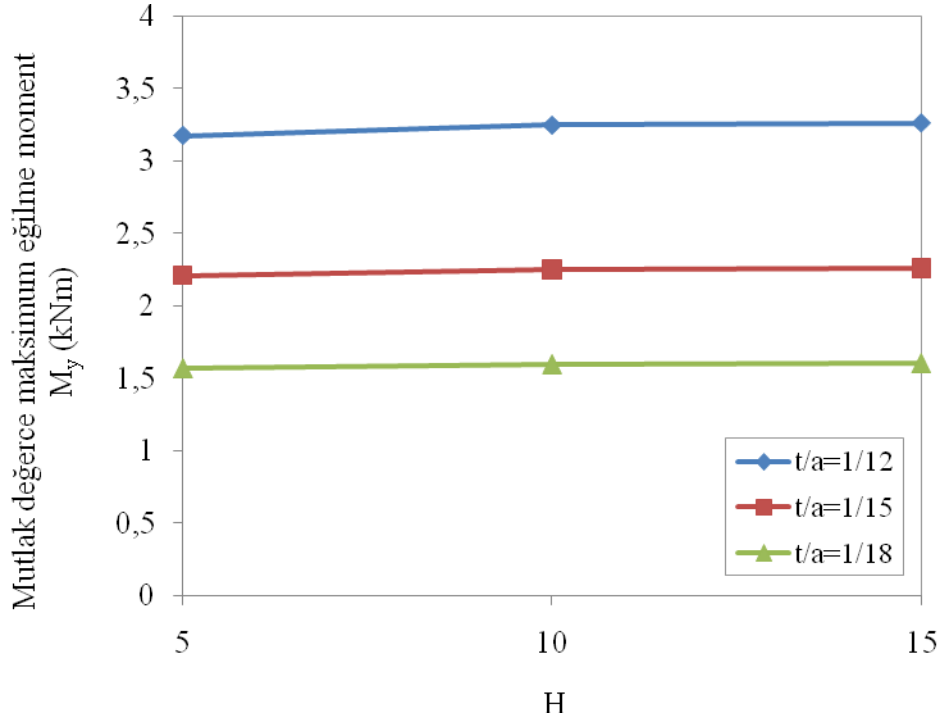
Şekil 3.22. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin zemin derinliği (H) ve t/a oranına bağlı olarak değişimi ($b/a=2$)



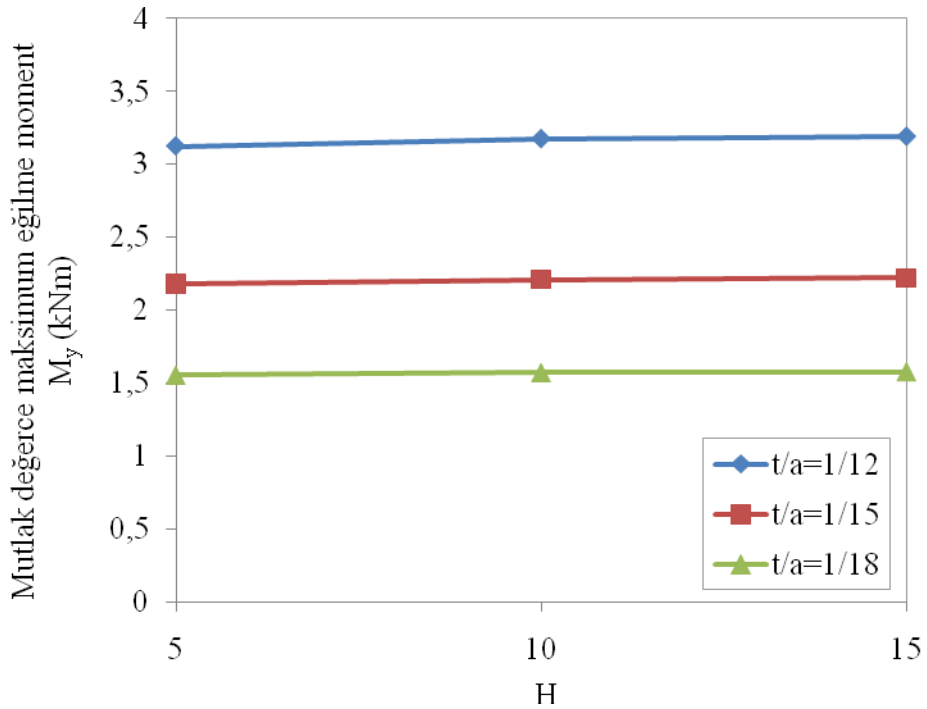
Şekil 3.23. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin zemin derinliği (H) ve t/a oranına bağlı olarak değişimi ($b/a=3$)



Şekil 3.24. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin zemin derinliği (H) ve t/a oranına bağlı olarak değişimi ($b/a=1$)



Şekil 3.25. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin zemin derinliği (H) ve t/a oranına bağlı olarak değişimi (b/a=2)



Şekil 3.26. Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin zemin derinliği (H) ve t/a oranına bağlı olarak değişimi (b/a=3)

Tablo 3.1, Şekil 3.18, Şekil 3.19 ve Şekil 3.20'den görüldüğü gibi, sabit bir t/a oranı için, artan zemin derinliğine (H) bağlı olarak maksimum yerdeğiştirme artmaktadır. Bu artış miktarı artan zemin derinliği ile azalmakta hatta büyük zemin derinliklerinde önemli bir değişim göstermemektedir. Tablo 3.1, Şekil 3.18, Şekil 3.19 ve Şekil 3.20'den yine görüldüğü gibi sabit bir zemin derinliği (H) için t/a oranı artıkça maksimum yerdeğiştirme azalmaktadır. Artan t/a değerlerinde ise bu azalma miktarı önemli olmamaktadır. Bu tablo ve şekillerden yine görüldüğü gibi küçük zemin derinliklerinin maksimum yerdeğiştirme üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla ancak büyük zemin derinliklerinde ise daha az olmaktadır.

Tablo 3.1, Şekil 3.21, Şekil 3.22 ve Şekil 3.23'den görüldüğü gibi, sabit bir t/a oranı için, artan zemin derinliğine (H) bağlı olarak düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plağın orta noktasındaki maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı zemin derinliği (H) artıkça azalmaktadır. Tablo 3.1, Şekil 3.21, Şekil 3.22 ve Şekil 3.23'den yine görüldüğü gibi, sabit bir zemin derinliği (H) için t/a oranı artıkça maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Bu tablo ve şekillerden yine görüldüğü gibi zemin derinliğinin (H) maksimum M_x eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha az olmaktadır.

Tablo 3.1, Şekil 3.24, Şekil 3.25 ve Şekil 3.26'dan görüldüğü gibi, sabit bir t/a oranı için, artan zemin derinliğine (H) bağlı olarak düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plağın orta noktasındaki maksimum M_y eğilme momenti azda olsa artmaktadır. Ancak bu artış miktarı önemli olmamaktadır. Tablo 3.1, Şekil 3.24, Şekil 3.25 ve Şekil 3.26'dan yine görüldüğü gibi, sabit bir zemin derinliği (H) için t/a oranı artıkça maksimum M_y eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan t/a oranına bağlı olarak daha fazla olmaktadır. Bu tablo ve şekillerden yine görüldüğü gibi zemin derinliğinin (H) maksimum M_y eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha az olmaktadır.

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmanın amacı farklı zemin derinlikleri (H) kenar oranları (b/a) ve kalınlık/kenar (t/a) oranlarına sahip düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakları Mindlin plak teorisini kullanarak incelemek ve bu parametrelerin kalın plakların lineer davranışlarına olan etkilerini belirlemektir. Problemin sonlu elemanlar yöntemine göre formülasyonunda ise literatürde yaygın olarak kullanılan 4 ve 8 düğüm noktalı dörtgen elemanlardan 8 düğüm noktalı dörtgen eleman dikkate alınarak analizler gerçekleştirilmiştir. Gerçekleştirilen çalışmalardan elde edilen bulgulara bağlı olarak çıkarılabilecek başlıca sonuçlar ve öneriler aşağıda verilmektedir.

Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak maksimum yerdeğiştirme artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Genellikle, b/a oranının maksimum yerdeğiştirme üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla olmaktadır.

Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plağın orta noktasındaki maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranlarında önemli bir değişim göstermemektedir. Genellikle, b/a oranının maksimum M_x eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha az olmaktadır.

Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plağın orta noktasındaki maksimum M_y eğilme momenti azalmaktadır. Bu azalma miktarı büyük b/a oranlarında önemli olmamaktadır. Genellikle, büyük b/a oranlarında b/a oranının maksimum M_y eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha az olmaktadır.

Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plaklarda, sabit bir b/a oranı için zemin derinliği arttıkça maksimum yerdeğiştirme artmaktadır. Bu artış miktarı artan zemin derinliğine bağlı olarak azalmaktadır.

Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan zemin derinliğine bağlı olarak maksimum yerdeğiştirme artmaktadır. Bu artış miktarı zemin derinliği arttıkça azalmakta ve büyük zemin derinliklerinde ise bu artış miktarı ihmal edilebilecek düzeyde olmaktadır. Genellikle, küçük zemin derinliklerinde

zemin derinliğinin maksimum yerdeğiştirme üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla ancak büyük zemin derinliklerinde ise daha az olmaktadır.

Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan zemin derinliğine bağlı olarak plağın orta noktasındaki maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Genellikle, zemin derinliğinin maksimum M_x eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha az olmaktadır.

Elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan zemin derinliğine bağlı olarak plağın orta noktasındaki maksimum M_y eğilme momenti artmaktadır. Genellikle, zemin derinliğinin maksimum M_y eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha az olmaktadır.

Bu çalışma kapsamında elastik zemine oturan düzgün yayılı yük etkisindeki kalın plakların Mindlin plak teorisi kullanılarak lineer davranışları incelenmiştir. Benzer bir çalışma kapsamında deprem etkisindeki kalın plakların lineer olmayan davranışları incelenebilir.

Bu çalışma kapsamında ikinci dereceden Şekil fonksiyonuna sahip 8 düğüm noktalı eleman kullanılmıştır. Bu nedenle daha yüksek dereceden Şekil fonksiyonuna sahip elemanlar kullanılarak benzer çalışma yapılabilir.

5. KAYNAKLAR

- ANSYS, 2008. Swanson Analysis Systems Inc., Houston PA, USA.
- Averill, R.C. ve Reddy, J.N., 1992. An Assessment of Four-Noded Plate Finite Elements Based on A Generalized Third-Order Theory, International Journal For Numerical Methods In Engineering, 33, 1553-1572.
- Ayvaz, Y., 1992. Parametric Analysis of Reinforced Concrete Slabs Subjected to Earthquake Excitation, Ph. D. Thesis, Graduate School of Texas Tech University, Lubbock, Texas.
- Barbero, E.J., Reddy, J.N. ve Teply, J., 1990. An Accurate Determination of Stresses in Thick Laminates Using A Generalized Plate Theory, International Journal For Numerical Methods In Engineering, 29, 1-14.
- Berktaş, İ., 1992. Plak Teorisi ve Uygulamaları, Yıldız Teknik Üniversitesi Müh. Fak. İnşaat Müh. Bölümü, İstanbul, 237.
- Birkhoff, G.D., 1922. Circular Plates of Variable Thickness, Philosophical Magazine, 43.
- Cai, L., Rong, T. ve Chen, D., 2002. Generalized Mixed Variational Methods for Reissner Plate and Its Application, Computational Mechanics, 30, 29-37.
- Cen, S., Long, Y., Yao, Z. ve Chiew S., 2006. Application of the quadrilateral area coordinate method, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 66, 1-45.
- Cheung, M.S. ve Chan, M.Y.T, 1981. Static and Dynamic Analysis of Thin and Thick Sectorial Plates by The Finite Strip Method, Computers & Structures, 14, 1-2, 79-88.
- Chonan, S., 1980. Random Vibration of An Initially Stressed Thick Plate on An Elastic Foundation, Journal of Sound and Vibration, 71, 1, 117-127.
- Daloglu, A., T. ve Vallabhan, C., V., G., 2000. Values of K for Slab on Winkler Foundation, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 126, 5, 463-471.
- Desai, C. S. ve Abel, J. F., 1972. Introduction to The Finite Element Method; A Numerical Method For Engineering Analysis, Van Nostrand Reinhold Company, New York.
- Doğan, O., 1993. Elastik Zemine Oturan Kirişler, Yüksek Lisans Tezi, İ.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Erusta, A., 1996. İki Doğrultuda Zemine Oturan Sonlu Bir Kiriş Olarak Bilgisayarla Çözümü, Yüksek Lisans Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

- Filenenko-Borodich, M. M., 1940. Some Approximate Theories of Elastic Foundation, *Uchenyie Zapiski Moskovskogo Gosurdarstvennogo Universiteta Mekhanika*, 46, 3-18.
- Gören, F., 2006. Kalın Plaklar İçin Üç Boyutlu Sonlu Eleman Modelleri, Yüksek Lisans Tezi, İ.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Günaydın, A., 2000. Düzgün Yayılı Yük Etkisindeki Betonarme Kalın Döşemelerin Reissner Teorisi Kullanılarak Analizi, Yüksek Lisans Tezi, KTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Güven, İ., 1994. A Generalised Two Parameter Model for Layered Elastic Foundations, A Master's Thesis, M.E.T.U., Graduate School of Natural and Applied Sciences, Ankara.
- Hetenyi, M., 1946. Beams on Elastic Foundations, The University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan.
- Hetenyi, M., 1950. A General Solution for The Bending of Beams on an Elastic Foundation of Arbitrary Continuity, *Journal of Applied Physics*, 21, 55-58.
- Jones, R., Xenophontos, 1977. The Vlasov Foundation Models, *International Journal of Mechanical Science*, 19, 317-323.
- Katili, I., 1993. A New Discrete Kirchhoff-Mindlin Element Based on Mindlin-Reissner Plate Theory and Assumed Shear Strain Fields-Part1: An Extended Dkt Element For Thick-Plate Bending Analysis, *International Journal For Numerical Methods In Engineering*, 36, 1859-1883.
- Kirchhoff, G., 1850. Über Das Gleichgewicht and Die Bewegung Einer Elastischen Scheibe, *J. Fuer Reine und Angewandte Mathematik*, 40, 51-88.
- Kraus, H.D., 1977. A Hybrid Stiffness Matrix for Orthotropic Sandwich Plates with Thick Faces, *International Journal For Numerical Methods In Engineering*, 11, 1291-1306.
- Love, A.E.H., 1944. *Mathematical Theory of Elasticity*, Dover Publications.
- Lundgren, H.R. ve Salama, A.E., 1967. Buckling of Multilayer Plates by Finite Elements, *J. Eng. Mech. Div., ASCE*, 97, 476-494.
- Meroueh, K.A., 1988. On A Nonlinear Theory of Plates and Shells Including Consistent and Inconsistent Kinematics and The Finite Element Method, *Computers & Structures*, 29, 1, 117-132.
- Michell, J.H., 1900. On The Direct Determination of Stress in an Elastic Solid with Application of the Theory Plates, *Proceedings of the London Mathematical Society*, 31.

- Mindlin, R.D., 1951. Influence of Rotatory Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic, Elastic Plates, Journal of Applied Mechanics, 18, 1, 31-32.
- Oğuzhan, C.B., Değiştirilmiş Vlasov Modelini Kullanarak Elastik Zemine Oturan Plakların Serbest Titreşim Analizi, Yüksek Lisans Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, 2001.
- Ortakmaç, E., 1997. Elastik Zemine Oturan Kirişler, Yüksek Lisans Tezi, İ.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Ozkul, T.A. ve Ture, U., 2004. The transition from thin plates to moderately thick plates by using finite element analysis and the shear locking problem, Thin Walled Structures, 42, 1405-1430.
- Özdemir, Y.I., 2007. Deprem Etkisindeki Kalın Plakların Mindlin Teorisi Kullanılarak Parametrik Olarak İncelenmesi, Doktora Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Özdemir Y. I. ve Ayvaz Y., 2007. Shear Locking-Free Analysis of Thick Plates Using Mindlin's Theory, Structural Engineering and Mechanics, 27, 311-332.
- Özgan, K., 1997. Memba Yüzeyi Beton ile Kaplı Kaya Dolgu Barajların İki ve Üç Boyutlu Statik Analizi, Bitirme Çalışması, K.T.Ü., İnşaat Mühendisliği Bölümü, Trabzon.
- Özgan, K., 2000. Değiştirilmiş Vlasov Modelini Kullanarak Elastik Zemine Oturan Kirişlerin Serbest Titreşim Analizi, Yüksek Lisans Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Özgan, K., 2007. Geliştirilmiş Vlasov Modelini Kullanarak Elastik Zemine Oturan Kalın Plakların Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Analizi ve Etkin Zemin Derinliğinin Belirlenmesi, Doktora Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Pasternak, P.,L., 1954. On a New Method of Analysis of an Elastic Foundations by means of Two Foundation Constants, Gosudarstvennoe Izdatelstvo Literaturi po Stroitelstvu i Arkhitekture, Moskov, Russia.
- Petrolito, J., 1989. A Modified ACM Element for Thick Plate Analysis, Computers & Structures, 32, 6, 1303-1309.
- Pian, T.H.H., 1964. Derivation of element stiffness matrices by assumed stress distributions, AIAA J., 2, 1333-1336.
- Reissner, E., 1944. On The Theory of Bending of Elastic Plates, Journal of Mathematics and Physics, 23, 184-191.
- Reissner, E., 1945. The Effect of Transverse Shear Deformation on The Bending of Elastic Plates, Journal of Applied Mechanics, 67, 69-77.

- Reissner, E., 1947. On bending of elastic plates, Quarterly of Applied Mathematics, 5, 55-68.
- Sarı, M. S., 1998. Takviyeli Plakların Karışık Sonlu Elemanlar Metodu ile Çözümü, Yüksek Lisans Tezi, YTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 66-68.
- Selvaduari, A. P. S., 1979. Elastic Analysis of Soil-Foundation Interaction, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam.
- Straughan, W.T., 1990. Analysis of Plates on Elastic Foundations, Ph. D. Thesis, The Graduate School of Texas Tech. University, Lubbock, Texas.
- Timoshenko, S., İnan, M, Sönmez F.(çeviren), 1964. Plak ve Kabuklar Teorisi, İstanbul Teknik Üniversitesi.
- Tseng, Y.P. ve Wu, T.C., 1991. Partial Hybrid Stress Method Applied to The Higher-Order Laminated Plates Theory, Computers & Structures, 41, 2, 313-323.
- Turhan, A., 1992, A Consistent Vlasov Model for Analysis of Plates on Elastic Foundations Using The Finite Element Method, Ph. D. Thesis, The Graduate School of Texas Tech. University, Lubbock, Texas.
- Ugural, A.C., 1981. Stresses in Plates and Shells, McGraw-Hill., New York.
- Xia, P., Long, S.Y., Cui, H.X. ve Li, G.Y., 2009. The Static and Free Vibration Analysis of A Nonhomogeneous Moderately Thick Plate Using The meshless Local Radial Point Interpolation Method, Engineering Analysis with Boundary Elements, 33, 770-777.
- Xiao, J.R., Batra, R.C., Gilhooley, D.F., Gillespie Jr, J.W. ve McCarthy, M.A., 2007. Analysis of Thick Plates by Using A Higher-order Shear and Normal Deformable Plate Theory and MLPG Method with Radial Basis Functions, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 196, 979-987.
- Vallabhan, C. V. G. ve Das, Y. C., 1988. Parametric Study of Beams on Elastic Foundations, Journal of Engineering Mechanics, 114, 12, 2072-2082.
- Vlasov, V. Z. ve Leont'ev, N. N., 1966. Beams, Plates and Shells on Elastic Foundations, Translated from Russian, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem.
- Yang, T. Y., 1972. A Finite-element Analysis of Plates on a Two-parameter Foundation Model, Computers and Structures, 2, 593-614.

ÖZGEÇMİŞ

Yusuf ŞAHİNKAYA 1983 yılında Trabzon'da doğdu. İlk, Orta ve Lise öğrenimini sırasıyla Trabzon'un Akçaabat ilçesi Acısu Köyü İlkokulu, Metinkale İlköğretim Okulu ve Akçaabat Lisesi'nde tamamlayarak 2002-2003 öğretim yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Gümüşhane Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'ne girdi. 2004-2005 öğretim yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi'nin aynı bölümüne yatay geçiş yaptı. 2005-2006 öğretim yılında bu bölümden Yüksek Onur derecesiyle hem Fakülte hem de Bölüm ikincisi olarak mezun oldu. Aynı yıl mezun olduğu bölümde Yüksek Lisans Öğrenimine başlayarak bir yıllık İngilizce hazırlık sınıfını bitirdikten sonra, Aralık 2008'de Gümüşhane Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü Yapı Anabilim Dalına Araştırma Görevlisi olarak atandı. Bekar ve iyi derecede İngilizce bilen Yusuf ŞAHİNKAYA halen Gümüşhane Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü Yapı Anabilim dalında Araştırma Görevlisi olarak görevine devam etmektedir.