

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**DÜZGÜN YAYILI YÜK ETKİSİNDEKİ KALINLIĞI LİNEER DEĞİŞEN KALIN
PLAKLARIN MINDLIN PLAK TEORİSİ KULLANILARAK İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Sedat ŞEN

**ARALIK 2009
TRABZON**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**DÜZGÜN YAYILI YÜK ETKİSİNDEKİ KALINLIĞI LİNEER DEĞİŞEN KALIN
PLAKLARIN MINDLIN PLAK TEORİSİ KULLANILARAK İNCELENMESİ**

Sedat ŞEN

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde
" Yüksek Lisans (İnşaat Mühendisliği)"
Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 16.11.2009
Tezin Savunma Tarihi : 04.12.2009**

**Tez Danışmanı: Prof. Dr. Yusuf AYVAZ
Jüri Üyesi : Prof. Dr. Ayşe DALOĞLU
Jüri Üyesi : Prof. Dr. Hasan SOFUOĞLU**

Enstitü Müdürü: Prof. Dr. Salih TERZİOĞLU

Trabzon 2009

ÖNSÖZ

Bu çalışma Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak gerçekleştirilmiştir.

Yüksek Lisans eğitimimin boyunca değerli zamanını ve bilgisini benden esirgemeyen, her konuda bana destek olup yönlendiren sevgili danışmanım, Sn. Prof. Dr. Yusuf AYVAZ'a ve üzerimde emeği bulunan tüm değerli inşaat mühendisliği öğretim üyelerine saygılarımı sunar teşekkürü bir borç bilirim.

Değerli zamanlarını ayırarak tezimi değerlendiren hocalarım Sayın Prof. Dr. Ayşe DALOĞLU'na ve Sayın Prof. Dr. Hasan SOFUOĞLU'na teşekkür ederim.

Çalışmam sırasında beraber çalıştığım sevgili arkadaşım Arş. Gör. Aytek ERSAN'a, Arş. Gör. Yusuf ŞAHİNKAYA'ya, Arş. Gör. Barış SEVİM'e ve ayrıca Arş. Gör. Dr. Yaprak İtir ÖZDEMİR'e yardımlarından dolayı teşekkür ederim.

Çalışmam sırasında beni sabır ve şefkatle destekleyen annem İfakat ŞEN'e, ablalarım, arkadaşlarıma ve nişanlım Erenğül ÇALIK'a sevgi ve teşekkürlerimi sunarım.

Sedat ŞEN

Trabzon 2009

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

ÖNSÖZ	II
İÇİNDEKİLER.....	III
ÖZET	V
SUMMARY.....	VI
ŞEKİLLER DİZİNİ	VII
TABLolar DİZİNİ.....	IX
SEMBOLLER DİZİNİ.....	X
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1. Giriş.....	1
1.2. Kalın ve Kalınlığı Lineer Değişen Plaklar Konusunda Yapılan Bazı Çalışmalar.....	4
1.3. Mindlin Plak Teorisi.....	6
1.3.1. Yerdeğiştirme Bileşenleri.....	7
1.3.2. Şekildeğiştirme-Yerdeğiştirme Bağlılıları.....	8
1.3.3. Gerilme-Şekildeğiştirme Bağlılıları.....	9
1.3.4. Gerilme-Yerdeğiştirme Bağlılıları.....	10
1.3.5. Moment ve Kesme Kuvveti Bağlılıları.....	11
1.3.6. Plak Denklemleri.....	14
1.4. Çalışmada Kullanılan Eleman ve Özellikleri.....	15
1.5. Çalışmanın Amaç ve Kapsamı.....	15
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	17
2.1. Çalışmada Dikkate Alınan Plakların Şematik Gösterimi.....	18
2.2. Sonlu Eleman Ağının Belirlenmesi.....	21
2.2.1. Düzgün Yayılı Yük Etkisindeki Dört Kenarından Basit Mesnetli Plak İçin Sonlu Eleman Ağının Belirlenmesi	21
2.2.2. Düzgün Yayılı Yük Etkisindeki Dört Kenarından Ankastre Mesnetli Plak İçin Sonlu Eleman Ağının Belirlenmesi.....	22
3. BULGULAR VE İRDELEME.....	26
3.1. Düzgün Yayılı Yük Etkisindeki Dört Kenarından Basit Mesnetli Kalınlığı Lineer Değişen Kalın Plakların İrdelenmesi	26
3.2. Düzgün Yayılı Yük Etkisindeki Dört Kenarından Ankastre Mesnetli Kalınlığı Lineer Değişen Kalın Plakların İrdelenmesi	35

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	45
5. KAYNAKLAR.....	48
ÖZGEÇMİŞ	

ÖZET

Plaklar inşaat mühendisliğinde yaygın olarak kullanılan yapı elemanlarıdır. Bu elemanlar narinliklerine (kalınlık/kısa kenar) göre ince ve kalın plaklar olmak üzere iki sınıfa ayrılmaktadır. Teknik literatürde narinliği $1/20$ 'den küçük olanlar ince plak, büyük olanlar ise kalın plak olarak adlandırılmaktadır.

Bu çalışmanın amacı farklı mesnet koşullarına, kenar oranlarına (b/a) ve kalınlık/kenar (t/a) oranlarına sahip düzgün yayılı yüke maruz kalınlığı lineer değişen dikdörtgen kalın plakların Mindlin plak teorisi kullanarak incelenmesidir.

Bu amaç doğrultusunda gerçekleştirilen çalışma dört bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde kalınlığı lineer değişen kalın plaklar konusunda daha önce yapılan çalışmalar verildikten sonra Mindlin plak teorisi ve problemin sonlu elemanlar yöntemine göre formülasyonu verilmekte, çalışmanın amaç ve kapsamı sunulmaktadır. İkinci bölümde çalışmanın amacı doğrultusunda modellenen plaklar hakkında bilgi verilmektedir. Üçüncü bölümde, çalışmada dikkate alınan plaklardan elde edilen bulgular tablolar ve grafikler halinde sunulmaktadır. Dördüncü bölümde bu çalışmadan çıkarılan sonuçlar sunulmakta ve bunlara bağlı olarak bazı öneriler getirilmektedir. Bu son bölümü kaynaklar listesi izlemektedir.

Sonuç olarak b/a oranındaki değişimin mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ve eğilme momenti üzerindeki etkisi kalınlık/kenar oranındaki değişiminin daha büyüktür.

Anahtar Kelimeler: Kalınlığı lineer değişken kalın plaklar, Mindlin Plak Teorisi, Sonlu Elemanlar Yöntemi. Kenar oranı, Mesnet koşulları, Kalınlık/Kenar oranı

SUMMARY

Analysis of Linearly Tapered Thick Plates Subjected to uniformly distributed loads by Using Mindlin's Theory

Plates are structural elements which are commonly used in the building industry. A plate is considered to be a thin plate if the ratio of the plate thickness to the smaller span length is less than $1/20$, it is considered to be a thick plate if this ratio is larger than $1/20$.

The aim of this paper is to analyze the linearly tapered thick plates using Mindlin's theory and to determine the effects of the different thickness/span ratio, aspect ratio and boundary conditions on the free responses of the tapered thick rectangular plates subjected to uniformly distributed loads.

The study consists of four chapters. In the first chapter, after a brief literature review is presented, Mindlin's theory and finite element formulation of the problem is presented, and then, the purpose and scope of the study are given. In the second chapter, the plates modelled for his study are presented. In the third chapter, the results obtained from the study are presented in tables and graphics forms and then evaluated. In the fourth chapter, the conclusions drawn from the results are presented and recommendations are made. This chapter is followed by a list of references.

It is concluded that, in general, the effect of the changes in the aspect ratio on the absolute maximum displacement and bending moments is more effective than the effect of the changes in thickness/smaller span ratio

Keywords: Tapered Thick Plates, Mindlin's Theory, Finite Element Method, Boundary Conditions, Aspect ratio, , Thickness/Span ratio

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa No

Şekil 1.1. Bu çalışmada dikkate alınan plağın serbestlikler şeması.....	7
Şekil 1.2. Bu çalışmada kullanılan koordinat eksenleri ve plak şeması.....	8
Şekil 1.3. Dış kuvvetler ve momentlerin pozitif yönleri.....	13
Şekil 1.4. çalışmada kullanılan eleman geometrisi, düğüm noktaları ve eleman koordinat sistemi.....	15
Şekil 2.1. Çalışmada dikkate alınan kalınlığı lineer değişen kalın plakların $b/a=1$ için Şematik gösterimi.....	18
Şekil 2.2. Çalışmada dikkate alınan kalınlığı lineer değişen kalın plakların $b/a=2$ için Şematik gösterimi.....	19
Şekil 2.3. Çalışmada dikkate alınan kalınlığı lineer değişen kalın plakların $b/a=3$ için Şematik gösterimi.....	20
Şekil 2.4. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kare kalın plakların maksimum yerdeğiştirme değerlerinin yakınsama durumu ($t/a=0,167 - 0,25$).....	22
Şekil 2.5. Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kare kalın plakların maksimum yerdeğiştirme değerlerinin yakınsama durumu ($t/a=0,167 - 0,25$).....	23
Şekil 2.6. $b/a=1$ için dikkate alınan dikkate alınan düğüm noktaları.....	24
Şekil 2.7. $b/a=2$ için plağın yarısında dikkate alınan düğüm noktaları.....	24
Şekil 2.8. $b/a=3$ için plağın yarısında dikkate alınan düğüm noktaları.....	25
Şekil 3.1. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı ($b/a=1$ ve $t/a=0.167 - 0.25$).....	26
Şekil 3.2. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı ($b/a=1$ ve $t/a=0.20 - 0.30$).....	27
Şekil 3.3. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı ($b/a=1$ ve $t/a=0.25 - 0.35$).....	27
Şekil 3.4. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı ($b/a=2$ ve $t/a=0.167 - 0.25$).....	28
Şekil 3.5. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=2$ ve $t/a=0.20 - 0.30$).....	28
Şekil 3.6. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=2$ ve $t/a=0.25 - 0.35$).....	29
Şekil 3.7. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=3$ ve $t/a=0.167 - 0.25$).....	29
Şekil 3.8. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=3$ ve $t/a=0.20 - 0.30$).....	30

Şekil 3.9. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı ($b/a=3$ ve $t/a=0.25 - 0.35$).....	30
Şekil 3.10. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişken kalın plaklarda oluşan mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmenin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi.....	33
Şekil 3.11. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişken kalın plaklarda oluşan mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi.....	33
Şekil 3.12. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişken kalın plaklarda oluşan mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi.....	34
Şekil 3.13. Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=1$ ve $t/a=0.167 - 0.25$).....	35
Şekil 3.14. Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=1$ ve $t/a=0.25 - 0.35$).....	36
Şekil 3.15. Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=1$ ve $t/a=0.0.25 - 0.35$).....	36
Şekil 3.16 Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=2$ ve $t/a=0.167 - 0.25$).....	37
Şekil 3.17. Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=2$ ve $t/a=0.20 - 0.30$).....	37
Şekil 3.18 Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=2$ ve $t/a=0.25 - 0.35$).....	38
Şekil 3.19 Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=3$ ve $t/a=0.167 - 0.25$).....	38
Şekil 3.20 Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=3$ ve $t/a=0.20 - 0.30$).....	39
Şekil 3.21 Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=3$ ve $t/a=0.25 - 0.35$).....	39
Şekil 3.22. Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişken kalın plaklarda oluşan mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmenin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi.....	42
Şekil 3.23. Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişken kalın plaklarda oluşan mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi.....	42
Şekil 3.24. Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişken kalın plaklarda oluşan mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi.....	43

TABLolar DİZİNİ

Sayfa No

Tablo 2.1. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kare kalın plakların maksimum yerdeğiştirme değerlerinin yakınsama durumu ($t/a=0,167 - 0,25$)	21
Tablo 2.2. Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kare kalın plakların maksimum yerdeğiştirme değerlerinin yakınsama durumu ($t/a=0,167 - 0,25$).....	23
Tablo 3.1. Farklı kenar ve kalınlık/kenar oranlarına bağlı olarak düzgün yayılı yükün etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ve eğilme momentleri.....	32
Tablo 3.2. Farklı kenar ve kalınlık/kenar oranlarına bağlı olarak düzgün yayılı yükün etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ve eğilme momentleri.....	41

SEMBOLLER DİZİNİ

a : Plağın x eksenine doğrultusundaki uzunluğu

b : Plağın y eksenine doğrultusundaki uzunluğu

D : Plağın eğilme rijitliği

E : Elastisite modülü

G : Kayma modülü

q : Yayılı yük şiddeti

Q : Kesme kuvveti

t : Plak kalınlığı

u : Plağın x eksenine doğrultusundaki yerdeğiştirmesi

v : Plağın y eksenine doğrultusundaki yerdeğiştirmesi

w : Plağın z doğrultusundaki yerdeğiştirmesi

$[B\kappa]$: Eğilme birim Şekildeğiştirme matrisi

$[B\gamma]$: Kayma birim Şekildeğiştirme matrisi

$[E\kappa]$: Eğilme elastisite matrisi

$[E\gamma]$: Kayma elastisite matrisi

$[f]$: Yük vektörü

$[J]$: Jacobian matrisi

$[K]$: Rijitlik matrisi

M : Moment

ϵ_x : Plağın x eksenine doğrultusundaki Őekildeğiřtirmesi

ϵ_y : Plağın y eksenine doğrultusundaki Őekildeğiřtirmesi

ϵ_z : Plağın z doğrultusundaki Őekildeğiřtirmesi

$\gamma_{xz}, \gamma_{zx}, \gamma_{yz}$: Plağın xy, xz ve yz eksenleri doğrultularındaki açısal Şekil değiştirmeleri

ϕ_x, ϕ_y : Plağın x ve y doğrultularındaki dönmeleri

σ : Normal gerilme

τ : Kayma gerilmesi

ν : Poisson oranı

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Günümüzde plaklar su yapıları, konteynerler, köprüler, uçak, füze ve gemiler, bazı makine parçaları gibi çeşitli mühendislik alanlarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Plakların bu kadar yaygın kullanımı bilim adamlarını bu yapı elemanı üstünde çokça çalışmaya yöneltmiştir.

Plak problemleri mühendislik uygulamalarında çok sık karşılaşılan problemlerden biridir. İnşaat mühendisliğindeki plak problemlerinde genellikle plak kalınlığı diğer boyutlar yanında ihmal edilebilecek mertebededir. Bu geometrik özelliğe sahip plaklar ince plak olarak isimlendirilir. Kirchhoff plak teorisinin kabullerinden de yararlanılarak gerçekte üç boyutlu olan ince plak problemi iki boyutlu hale indirgenir.

Plak kalınlığının artması sonucunda Kirchhoff plak teorisi ile yapılan hesaplar yeterli olmamaktadır. Kalınlığın artmasıyla birlikte, Kirchhoff plak teorisinde ihmal edilen, kayma deformasyonları etkilerinin belirginleşmesi bu durumu yaratmaktadır. Bu sebeple Mindlin ve Reissner tarafından kayma deformasyonları etkilerinin de hesaba katıldığı iki boyutlu plak teorileri geliştirilmiştir (Reissner,1945; Mindlin,1951).

Kalın plak teorileri, ince plakların çözümünde de kullanılabileceğine göre, klasik plak teorisinin yetersiz kaldığı durumlar ortadan kaldırılmıştır. Reissner ve Mindlin teorilerine dayalı, farklı çözüm yöntemlerinin kullanıldığı çok sayıda çalışma literatürde mevcuttur (Reissner,1945; Mindlin,1951, Mitchell, J.H., 1900, Szilard, R., 1974, Chonan, S., 1980).

Plaklar yapısal etkilerine göre, gerilme-şekildeğiştirme arasındaki bağıntıya göre, doğrultuları boyunca gösterdikleri özelliklere göre ve kısa kenar uzunluğunun kalınlığına oranına göre çeşitli şekillerde sınıflandırılmaktadırlar.

Yapısal etkilerine göre plaklar dört kategoriye ayrılır (Özdemir, 2007).

a) Rijit plaklar: Eğilmeye karşı rijit, ince plaklardır. Dış yükleri genellikle eğilme, burulma ve plak düzlemine dik olan kayma kuvvetleri aracılığıyla taşımaktadırlar.

b) Zarlar: Zarlar, eğilme rijitliği olmayan ince plaklardır. Düşey yükleri plak düzlemi içindeki kayma kuvvetleri ile taşırlar. Oldukça ince olmaları moment reaksiyonlarını ihmal edilebilir kılmaktadır.

c) Eğilebilir plaklar: Bu plaklar, rijit plaklar ve zarların bir kombinasyonudur. Bu plaklar ağırlık/yük oranlarının elverişli olmalarından dolayı uçak endüstrisinde geniş ölçüde tercih edilmektedir.

d) Kalın plaklar: İç kuvvet durumu üç boyutlu sürekli ortamına benzeyen plaklardır.

Gerilme-şekildeğiştirme arasındaki bağıntıya göre de plaklar sınıflandırılabilirler.

Bunlardan elastik plak teorileri, Hooke Kanunu'na dayanmaktadır. Hooke kanunu'na göre gerilme ve şekildeğiştirme arasındaki ilişki lineerdir. Diğer yandan lineer olmayan elastisite, plastisite ve viskoelastisite gibi teoriler daha karmaşık gerilme-şekildeğiştirme bağıntıları içermektedirler.

Plaklar kalınlığının (t), kısar kenar uzunluğuna(a), oranına göre ince ve kalın olmak üzere iki gruba ayrılmaktadır. $t/a \leq 1/20$ olan plaklar ince plak, $t/a > 1/20$ olan plaklar kalın plak olarak adlandırılmaktadır. İnce plaklar büyük ve küçük yerdeğiştirmeler yapan plaklar olarak ikiye ayrılmaktadırlar. Kalın plaklar ise küçük yerdeğiştirmeler ile sınıflandırılmaktadırlar (Özdemir, 2007).

İnce plaklar çeşitli varsayımlar kullanılarak incelenebilirler. Bu varsayımlar aşağıda verilmektedir (Berkay, 1992):

1. Plak geometri açısından

- Kalınlığı diğer boyutları yanında çok küçüktür.
- Plak kalınlığının orta noktalarının geometrik yeri düzlemdir.
- Plağı etkileyen tüm yükler orta düzleme diktir.
- Plak kalınlığına göre yerdeğiştirmeler çok küçüktür

2. Malzeme açısından

- Malzemeler her nokta aynı fiziksel özellikleri gösterir yani homojendir.
- Malzeme her doğrultuda aynı davranışı gösterir.
- Malzeme Hooke Cismi'dir.

3. Hesap kolaylığı açısından

- Eğilmeden önce orta düzleme dik olan düzlemler, eğilmeden sonra da orta düzleme dik kalırlar.
- Plak orta düzlemine dik doğrultudaki σ_z gerilmeleri ihmal edilebilir derecede

küçüktür. Oysaki gerçekte plaklar 3 boyutlu gerilme durumu söz konusudur. σ_z gerilmesinin ihmal edilebilir olması şu şekilde açıklanabilmektedir.

Herhangi bir plağın (x,y) noktasında σ_z 'nin t yüksekliğince değişimi:

$z=-t/2$ için $\sigma_z = -p$

$z=t/2$ için $\sigma_z = 0$ 'dır. $P= 10\text{kN/m}^2$ için $\sigma_z = -1.0 \text{ N/cm}^2$ dir. Bu değer için σ_x, σ_z değerleri $500\text{--}1000 \text{ N/cm}^2$ arasında σ_z 'nin bu değerler yanında oldukça küçük olduğu görülmektedir. Bu durumda $\sigma_z \approx 0$ olarak alınabilmektedir.

c) $\sigma_z \approx 0$ varsayımına göre $\varepsilon_z \approx 0$ alınabilir.

$$\varepsilon_z = \left[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y) \right] / E$$

$\sigma_z = 0$, $\nu = 0.10\text{--}0.15$ değerleri yerine yazılırsa z doğrultusundaki boy değişmelerinin oldukça küçük olduğu görülür. Bu da $\varepsilon_z \approx 0$ alınabileceğini gösterir. Bu durumda $\omega = \omega(x, y)$ olur.

d) Kesitin orta düzleminde deformasyon yoktur.

İzotrop, homojen, elastik ince plaklarının teorileri oluşan deformasyon geometrisine dayanmaktadır. Bu teoride yapılan geometrik kabuller aşağıda verilmektedir.

1. Plâğın kalınlığı ile karşılaştırıldığında orta düzlemin dönmesi küçüktür. Bu nedenle dönen yüzeyin eğimi çok küçüktür ve eğimin karesi ihmal edilebilir bir seviyededir.
2. Başlangıçta orta düzleme dik olan kesitler eğilmeden sonrada orta düzleme dik kalır. Bunun anlamı düşey kayma şekil değiştirmeleri γ_{xz} ve γ_{yz} ihmal edilebilir.
3. Enine yüklemekten doğan normal ε_z şekil değiştirmesi ihmal edilebilir düzeydedir.
4. Orta düzleme dik olan σ_z gerilmesi diğer gerilme bileşenleri ile karşılaştırıldığında çok küçüktür ve ihmal edilebilmektedir. Bu varsayım şiddeti büyük yükler söz konusu olduğunda geçersiz olmaktadır.

Yukarıda verilen Kirchoff hipotezinin varsayımları kirişlerin basit eğilme teorisi ile benzerdir.

Dönmeler küçük olmadığında orta düzlemdeki şekil değiştirmeler plâğın eğilmesine eşlik etmektedir ve böylece 1. ve 2. varsayımlar uygulanamamaktadır. Kalın plaklarda kayma gerilmeleri kısa ve yüksek kirişlerde olduğu gibi önemlidir. Bu plaklarda 3. ve 4. varsayımlar uygun değildir.

1.2 Kalın ve Kalınlığı Lineer Değişen Plaklar Konusunda Yapılan Bazı Çalışmalar

Michell (1900) ve daha sonra da Love (1944) orta kalınlıktaki plaklar için teoriler geliştirmişlerdir. Daha sonra çeşitli araştırmacılar tarafından kalın plaklar için yeni teoriler ortaya konmuş ve dikdörtgen ile dairesel plaklar için bazı problemler incelenmiştir. Birkhoff (1922), yerdeğiştirmeleri plak kalınlığı parametresine bağlı olarak kuvvet serisine açarak ve varyasyon hesaplarını kullanarak sabit ve değişen kalınlıktaki dairesel kalın plaklar için bir teori sunmuştur.

Tüm bu kalın plak teorileri, her problem için çok sayıda keyfi fonksiyon gerektirdikleri için pek uygun olmamaktadır. Daha sonra E. Reissner (1944, 1945, 1947, 1950) kesin bir teori ortaya koymuştur. Bu teori 3 sınır şartının sağlatılmasına ve kalın plaklara uygulandığında iyi neticeler elde edilmesine imkân vermektedir. Daha sonra Mindlin (1951), Reissner Teorisi'ndeki düşüncelerle lineer elastisitenin denklemlerinden hareketle kalın plaklar için bir çalışma yapmıştır.

Chonan (1980), uzayda birbirleri ile ilişkisi olmayan durağan rasgele düzgün yayılı yüklerin etkisindeki basit mesnetli dikdörtgen kalın plakların eğilme momentlerini incelemiştir. Çalışmada Mindlin plak teorisini kullanmıştır.

Cheung ve Chan (1981), daire dilimi şeklindeki kalın ve ince plakların statik ve dinamik analizini yapmışlardır. Bunun için sonsuz şerit metodunu kullanmışlar ve analiz için iki ve üç boyutlu şeritler geliştirmişlerdir. Üç boyutlu analizde, üç boyutlu elastisitenin esas denklemlerini kullanmışlardır. Çalışmada plakları izotrop ya da ortotrop; sabit veya değişen kalınlıklı ve değişik sınır koşullarına sahip olarak dikkate almışlardır.

Laura, Shangchow, Gelos, Santos (1985), X yönündeki çift doğrusal şekilde değişen kalınlıklı sabitlemiş dikdörtgen bir plağın titreşimlerinin birincil frekansları, plak parametrelerinin çeşitli değerleri için, iki farklı yakınsama değerini, Rayleighh-Schmit minimizasyon işlemi ve bir sonlu eleman algoritması ile belirlemişlerdir.

Mizusawa (1991), eğri bant metodu kullanarak değişen kalınlıklı dikdörtgen mindlin plaklarının tek doğrultudaki titreşimini gerçekleştirmişlerdir. Kalınlık yönünde dik bulunan karşılıklı iki kenar basit mesnet şartları ve diğer kenarlar rasgele seçilmiş sınır şartlarıyla sınırlandırmıştır. Bu programın doğruluğunu kanıtlamak için birkaç örnek çözmüş ve analitik metottan ve diğer sayısal metotlardan elde edilen sonuçlarla karşılaştırmıştır.

Gupta ve Goyal (1993), lineer değişen kalınlıklı dairesel bir plağın zorlanmış aksenal tepkisini klasik teori yani Eigen fonksiyon analizinden yola çıkarak belirlemişlerdir. Önek problem olarak basit ve ankastre mesnet sınır şartlarında, düzgün yayılı yük ve tekil yük etkisinde noktasal ve dairesel olarak çözmüşlerdir.

Kang ve Leissa (1998), ortasında dairesel delik bulunan kalınlığı lineer değişen kalın plakların kesin frekanslarını elde etmek için üç boyutlu analize Ritz metodunu uygulamışlardır. Bu metodu hem dış kenarından hemde iç kenarlarından sabit veya serbest sınır şartlarındaki kombinasyonlara sahip plaklara formüle etmişlerdir. En az 4 kayda değer şeklindeki gerçek değerlerin boyutsuz frekanslarının üst sınır yakınsama değerlerini göstermişlerdir. Dairesel delikli lineer değişen kalınlıklı plakların sonuçlarını, klasik ince plak teorisinden elde edilmiş sonuçlarla karşılaştırmışlardır.

Cheung ve Zhou (1998), geniş alanlı değişen kalınlıklı dikdörtgen plakların serbest titreşimleri bir ve iki yönlü değerlendirmişlerdir. Hem X doğrultusunda değişen kalınlık hemde Y doğrultusunda değişen kalınlık vererek çözmüşlerdir.

Cheung ve Zhou (2001), değişen kalınlıklı dairesel plakların elastik burkulma analizini yapmışlardır. Bu çalışmada bu güne kadar mevcut olan birbirinden oldukça farklı sonuçların ve değişen parametrelerin dar bir alanda sınırlandırması gerçeğiyle yönlendirmişlerdir. Burkulma analizi için, basit ve kesin sonuç tanıtmışlardır.

Cheung ve Zhou (2001), bir ya da iki doğrultuda değişen kalınlıklı dikdörtgen Mindlin plaklarının serbest titreşimlerini araştırmışlardır. Etki fonksiyonu üstündeki çeşitli içerik değerleri vererek geniş alanlı değişen kalınlıklı dikdörtgen plakları açıklamışlardır.

Wu ve Webber (2003), üniform düzlem yüke maruz sonsuz genişlikteki değişebilir kalınlıktaki ince tabakaya sahip kademeli plakların lineer elastik statik gerilme analizleri için, 3 boyutlu izoparametik bir sonlu elemen modeli geliştirmişlerdir. Sayısal sonuçları tekbir adımda vermişlerdir.

Wang, Xiang ve Liew (2003), dairesel, yarım dairesel, elips ve düzenli poligon şeklindeki yüzeyde yüklenmiş izotropik Mindlin plakları için genel burkulma analizlerini göstermişlerdir. Bu sayısal sonuçlar tasarımcılara kısmen kalın plakların statik analizini daha kısa sürede yapma imkânı vermektedir.

1.3. Mindlin Plak Teorisi

İnce plakların çözümünde kullanılan ve kabulleriyle Mindlin plak teorisine de temel teşkil eden Kirchhoff plak teorisi, 1850 tarihinde Kirchhoff tarafından ortaya atılmıştır. 1945 yılında Reissner (Reissner, 1945), Kirchhoff plak teorisinde yapılan kabullerden yola çıkarak kendi teorisini geliştirmiştir. Reissner teorisini oluştururken özellikle plak kalınlığının artmasıyla birlikte daha belirgin hale gelen kayma deformasyonlarının etkisini hesapta dikkate almıştır. Ayrıca çalışmasında plak düzlemine dik doğrultudaki normal gerilmeyi ihmal etmemiştir. (Mindlin, 1951) Mindlin 1951 yılında Reissner gibi kalın plakların çözümü için Reissner'in teorisine benzer bir teori geliştirmiştir. Mindlin teorisinde Reissner'in aksine plak düzlemine dik doğrultudaki normal gerilmeyi ihmal etmiştir. İki teori birbirlerine benzerliği sebebiyle kaynaklarda Mindlin-Reissner teorisi olarak da isimlendirilmektedir.

Bu çalışmada izotrop dörtgen kalınlığı lineer değişen kalın plakların diferansiyel denklemleri ile moment denklemleri Mindlin Teorisi kabulleri kullanılarak elde edilmektedir.

Bu teoride yapılan kabuller aşağıda verilmektedir (Günaydın, 2000).

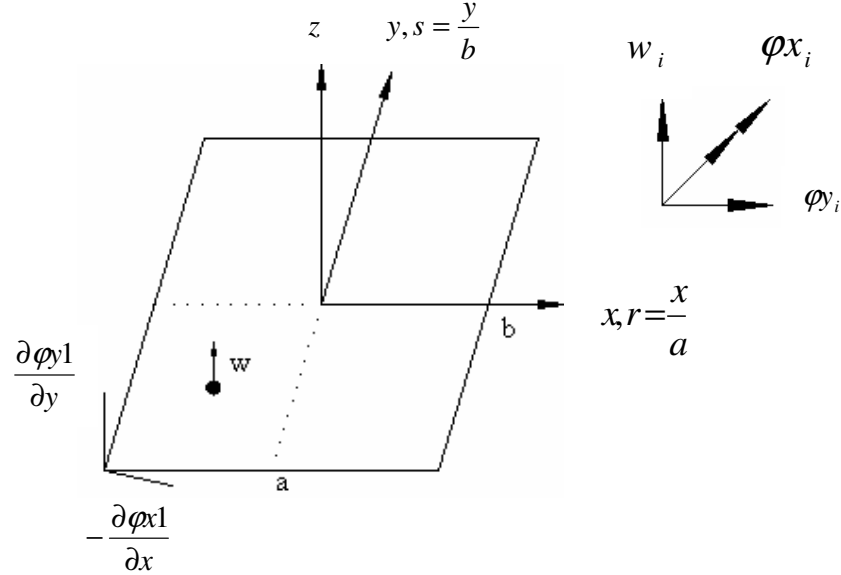
1. Malzeme, homojen ve lineer elastiktir.
2. Eğilme esnasında plağın orta yüzeyinde şekil değiştirme meydana gelmemektedir.
3. Düşey doğrultudaki gerilmeler diğer gerilmeler ile kıyaslandığında çok küçük kalmaktadır. Bu nedenle σ_z gerilmeleri Mindlin Teorisinde ihmal edilmektedir.
4. Lagrange'ın klasik plak denklemlerinden farklı olarak τ_{xz} ve τ_{yz} kayma gerilmeleri ihmal edilmemektedir.
5. Denge denklemlerinde hacim kuvvetleri ihmal edilmektedir.
6. Şekil değiştirmeden önce düzlem ve orta yüzeye dik olan kesitler şekil değiştirmeden sonra da düzlem kalırlar ancak orta yüzeye dik olmazlar (Sarı, 1998).

İnce plak teorisine göre plağın ince olması zorunludur. Mindlin plak teorisinde ise bu zorunluluk ortadan kaldırılmıştır. İnce plak teorisinde, Kirchhoff-Love hipotezinden yararlanılarak, kayma deformasyonları τ_{xz} ve τ_{yz} ihmal edilmesine karşın Mindlin plak teorisinde, kalınlığın artmasıyla bu deformasyonların etkisinin arttığı tespit edilerek hesaplarda dikkate alınmıştır.

Literatürde genellikle Mindlin ve Reissner teorileri birlikte anılır, hatta çoğu zaman birlikte incelenir. Bunun sebebi iki teorinin de birbirine çok yakın olmasındandır. Bu teorilerin C^0 sürekliliği gerektiren elemanlarla çalışılmaya uygun olması, birçok araştırmacıyı bu iki teori üzerinde yoğunlaştırmıştır (Gören, 2006).

1.3.1. Yerdeğiştirme Bileşenleri

Bu çalışmada kullanılan plakta dikkate alınan serbestliklerin şeması Şekil 1.1'de verilmektedir.



Şekil 1.1. Bu çalışmada dikkate alınan plağın serbestlikler şeması

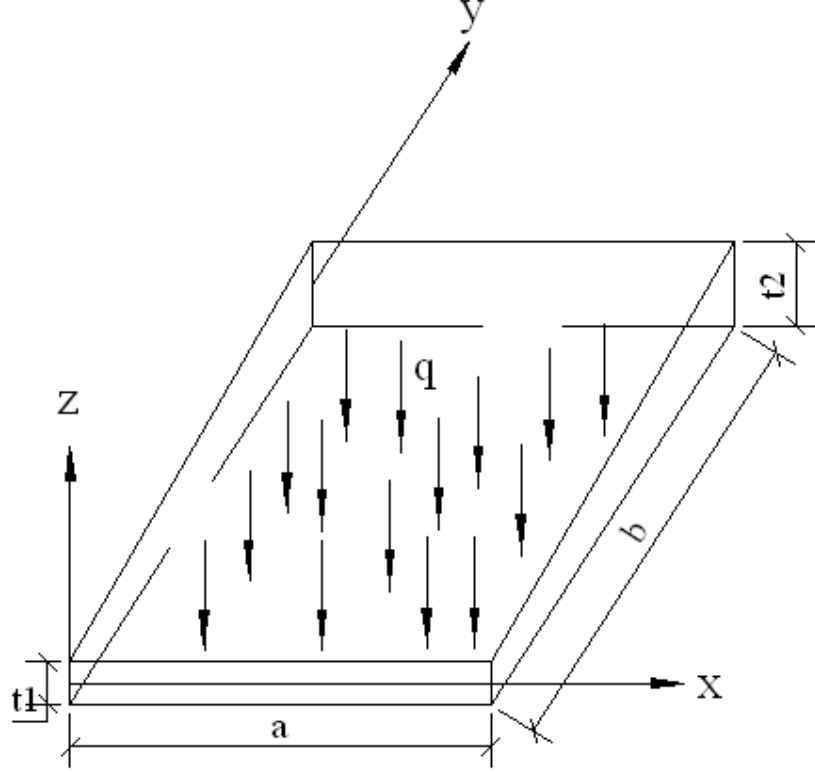
Şekil 1.1'den görüldüğü gibi, plakta u ve v 'nin z ile orantılı ve w 'nin z 'den bağımsız olduğu kabul edilirse plak yerdeğiştirmeleri, w plağın düşey yerdeğiştirmesini, φ_x, φ_y sırasıyla x ve y doğrultülerindeki dönmeleri göstermek üzere,

$$\begin{aligned} w &= w \\ v &= z\varphi_y, \\ u &= -z\varphi_x, \end{aligned} \tag{1.1}$$

şeklinde yazılabilmektedir (Mindlin, 1951).

1.3.2. Şekildeğiştirme-Yerdeğiştirme Bağlıları

Bu çalışmada dikkate alınan koordinat eksenleri ve plak şeması Şekil 1.2'de verilmektedir.



Şekil 1.2. Bu çalışmada kullanılan koordinat eksenleri ve plak şeması

Plakın şekil değiştirme bağlıları, u , v ve w sırasıyla x , y , ve z doğrultularındaki yerdeğiştirmeleri göstermek üzere bu yerdeğiştirmeler cinsinden,

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \\
 \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} & \gamma_{xz} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \\
 \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} & \gamma_{yz} &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

ifadeleriyle verilmektedir (Szilard, 1974). Burada ε_x , ε_y , ε_z plağın x, y, z eksenleri doğrultusundaki şekil değiştirmeleri, γ_{xy} , γ_{xz} , γ_{yz} plağın xy, xz, yz düzlemlerindeki açısıl şekil değiştirmelerini göstermektedir.

Denklem (1.1) Denklem(1.2)'de yerine yazılırsa şekildeğiştirmeler için

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= -z \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}, & \gamma_{xz} &= \frac{\partial w}{\partial x} - \varphi_x \\ \varepsilon_y &= z \frac{\partial \varphi_y}{\partial y}, & \gamma_{yz} &= \frac{\partial w}{\partial y} - \varphi_y \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z}, & \gamma_{xy} &= z \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} - z \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} = z \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right)\end{aligned}\quad (1.3)$$

bağıntıları elde edilmektedir.

1.3.3. Gerilme-Şekildeğiştirme Bağıntıları

Homojen, lineer bir plak için, normal ve kayma gerilmeleri cinsinden, normal ve kayma birim şekildeğiştirme bağıntıları, E_x , E_y , ve E_z sırasıyla x, y, z doğrultularındaki elastise modüllerini, G_{xy} , G_{xz} ve G_{yz} kayma modüllerini, ν_{xy} , ν_{xz} , ν_{yx} , ν_{yz} , ν_{zx} ve ν_{zy} Poisson oranları ve σ_x , σ_y , σ_z , τ_{xy} , τ_{xz} ve τ_{yz} plakta bir noktadaki 3 boyutlu gerilmeleri göstermek üzere,

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E_x} (\sigma_x - \nu_{xy} \sigma_y - \nu_{xz} \sigma_z) & \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}} \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E_y} (\sigma_y - \nu_{yx} \sigma_x - \nu_{yz} \sigma_z) & \gamma_{xz} &= \frac{\tau_{xz}}{G_{xz}} \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E_z} (\sigma_z - \nu_{zx} \sigma_x - \nu_{zy} \sigma_y) & \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G_{yz}}\end{aligned}\quad (1.4)$$

şeklinde verilmektedir. İzotrop plaklar için bu ifadelerde

$$\begin{aligned}
 E_x &= E_y = E_z = E \\
 G_{xy} &= G_{xz} = G_{yz} = G \\
 \nu_{xy} &= \nu_{xz} = \nu_{yx} = \nu_{yz} = \nu_{zx} = \nu_{zy} = \nu
 \end{aligned} \tag{1.5}$$

olmaktadır.

1.3.4. Gerilme-Yerdeğiştirme Bağlıları

Gerilme değerlerini veren genel ifade matris formunda

$$\{\sigma\} = [E]\{\varepsilon\} \tag{1.6}$$

şeklinindedir. Burada $[E]$ elastise matrisini ifade etmektedir ve izotrop kalın plaklar için 5x5 boyutunda bir matris ile ifade edilmektedir. Bu matris, 3x3 ve 2x2 olarak üst ve alt matrislere ayrıldığında, aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$[E] = \begin{bmatrix} E_\kappa & 0 \\ 0 & E\gamma \end{bmatrix} \tag{1.7}$$

Burada $E\kappa$ ve $E\gamma$ sırasıyla plağın eğilme elastisite matrisini ve kayma elastisite matrisini göstermek üzere;

$$[E_\kappa] = \begin{bmatrix} D_p & \nu D_p & 0 \\ \nu D_p & D_p & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \tag{1.8}$$

$$[E_\gamma] = \begin{bmatrix} kG & 0 \\ 0 & kG \end{bmatrix}$$

bağıntılarıyla ifade edilmektedir (Chen ve Cheung, 2000; Cai vd.,2002). Burada D plağın eğilme rijitliğini, G, kayma modülünü göstermektedir ve

$$D_p = \frac{E}{(1-\nu^2)}, \quad G = \frac{E}{2(1-\nu)} \quad (1.9)$$

Denklem (1.3) ile verilen şekildeğiştirme-yerdeğiştirme bağıntılarının Denklem (1.4) ile verilen gerilme-şekildeğiştirme bağıntılarında yerinde yazılmasından sonra gerilme-yerdeğiştirme bağıntıları izotrop bir plak için

$$\sigma_x = D \left(-\frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \nu \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \right)$$

$$\sigma_y = D \left(-\nu \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \right)$$

$$\tau_{xy} = G \left(-\frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \nu \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right) \quad (1.10)$$

$$\tau_{xz} = \kappa G \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \varphi_x \right)$$

$$\tau_{yz} = \kappa G \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \varphi_y \right)$$

şeklinde elde edilmektedirler.

1.3.5. Moment ve Kesme Kuvveti Bağıntıları

Pozitif yönleri Şekil 1.3’de gösterilen, gerilme bağıntılarından elde edilen moment ve kesme kuvvetleri ifadeleri aşağıda verilmektedir (Uğural, 1981).

$$M_x = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sigma_x z dz$$

$$M_y = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sigma_{yx} z dz$$

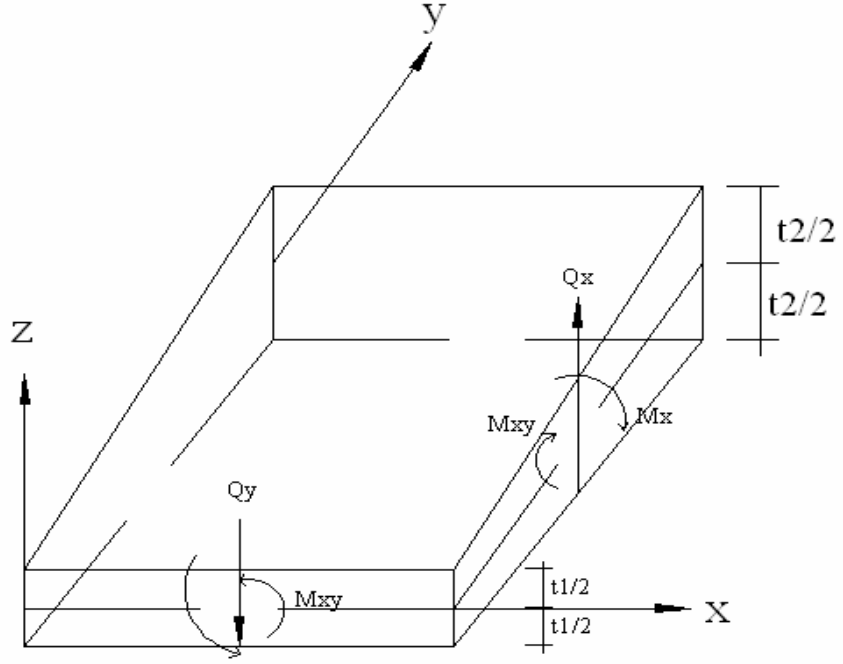
$$M_{xy} = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \tau_{xy} z dz$$

(1.11)

$$Q_x = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \tau_{xz} dz$$

$$Q_y = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \tau_{yz} dz$$

Denklem (1.10) ile verilen gerilme-yerdeğiştirme bağıntıları Denklem(1.11)’ de yerine yazılırsa ve plak kalınlığı boyunca integrasyonu alınırsa plağın herhangi bir noktasındaki moment ve kesme kuvvetlerini veren bağıntılar,



Şekil 1.3. Dış kuvvetler ve momentlerin pozitif yönleri

$$M_x = D \frac{t^3}{12} \left(-\frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \nu \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \right)$$

$$M_y = D \frac{t^3}{12} \left(\frac{\partial \varphi_y}{\partial y} - \nu \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \right)$$

$$M_{xy} = G \frac{t^3}{12} \left(-\frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \nu \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right) \quad (1.12)$$

$$Q_x = \kappa G t \left(\frac{\partial \varphi_w}{\partial x} - \varphi_x \right)$$

$$Q_y = \kappa G t \left(\frac{\partial \phi_w}{\partial y} - \phi_y \right)$$

şeklinde elde edilmektedir.

Klasik plak teorisine göre gerilme-şekildeğiştirme bağıntılarından elde edilen gerilme ifadeleri;

$$\sigma_x = \frac{12M_x}{t^3} z, \quad \sigma_y = \frac{12M_y}{t^3} z, \quad \tau_{xy} = \frac{12M_{xy}}{t^3} z \quad (1.13)$$

şeklinde verilmektedir.

Şekil 1.3'de verilen gerilme diyagramı kullanılırsa, t plağın kalınlığını göstermek üzere kayma gerilmeleri ifadeleri,

$$\tau_{xz} = \frac{3Q_x}{2t} \left[1 - \left(\frac{2z}{t} \right)^2 \right], \quad \tau_{yz} = \frac{3Q_y}{2t} \left[1 - \left(\frac{2z}{t} \right)^2 \right] \quad (1.14)$$

şeklinde elde edilmektedir.

1.3.6. Plak Denklemleri

Düzgün yayılı yüke maruz plaktan çıkarılan çok küçük bir eleman üzerinde moment ve kesme kuvvetlerinin her bir yüzeydeki dağılımlarından faydalanarak denge denklemleri,

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = 0$$

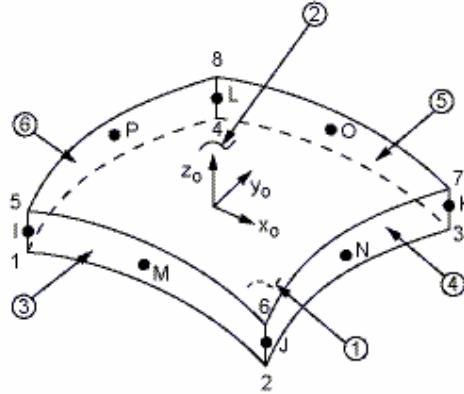
$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y = 0 \quad (1.15)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q = 0$$

şeklinde belirlenebilmektedir (Ayvaz, 1992).

1.4. Çalışmada Kullanılan Eleman ve Özellikleri

Çalışmada ANSYS programı dâhilinde SHELL281 elemanı kullanılmıştır. SHELL281, lineer uygulamalar, geniş dönmeler ve lineer olmayan gerilmeler için şekillendirilmiştir. Bu eleman, kısmen kalın plaklar ve kabukların analizi için uygun bir elemandır. SHELL281 ayrıca lineer elastik, elostoplastik ve hiperelastik malzeme özellikleriyle ilişkilendirilmiştir. Bu eleman 8 düğüm noktalı olup, her düğüm noktasında 6 serbestlik derecesine sahiptir. Bu eleman Mindlin plak teorisinden yola çıkarak oluşturulmuştur. Kullanılan elemanın geometrisi, düğüm noktaları ve bu elemana ait eleman koordinat sistemi Şekil 1.4 de verilmektedir. Bu şekildeki I, J, K, L, M, N, O ve P düğüm noktalarını göstermektedir.



Şekil 1.4. Çalışmada dikkate alınan SHELL281 elemanın geometrisi, düğüm noktaları ve eleman koordinat sistemi

1.5. Çalışmanın Amaç ve Kapsamı

Bu çalışmanın amacı düzgün yayılı yük etkisindeki kalınlığı lineer değişen kalın plakların Mindlin plak teorisi kullanılarak incelemek ve kenar oranları (b/a), kalınlık/kenar oranları (t/a) ve mesnet koşullarının düzgün yayılı yük etkisindeki bu tür plakların

davranışlarına etkilerini belirlemektir. Bu amaca yönelik olarak dört kenarından basit ve dört kenarından ankastre mesnetli plaklar dikkate alınarak b/a oranının 1.0, 2.0 ve 3.0, t/a oranının 0.167-0.25, 0.20-0.30 ve 0.25-0.35 değerler aralığındaki plaklar modellenerek yerdeğiştirme ve eğilme momentleri (M_x , M_y) çizelge ve grafikler yardımıyla incelenmektedir.

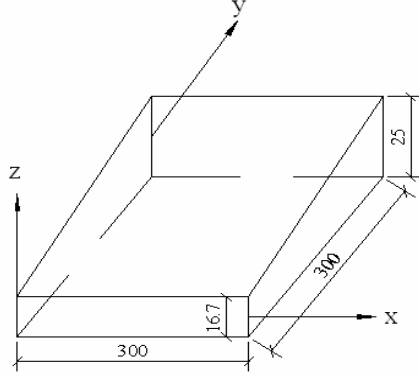
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

Daha öncede belirtildiği gibi bu çalışmada dört kenarından basit ve dört kenarından ankastre mesnetli olan kalınlığı lineer değişen kalın plaklarda farklı b/a ve t/a oranları için incelenmektedir. Şekil 2.1(a) da $t/a=0.167-0.25$, Şekil 2.1(b) de $t/a=0.20-0.30$ ve Şekil 2.1(c) de $t/a=0.25-0.35$ olması durumunda kalınlığı lineer değişen kalın plakların $b/a=1$ için şematik gösterimi, Şekil 2.2(a) da $t/a=0.167-0.25$, Şekil 2.2(b) de $t/a=0.20-0.30$ ve Şekil 2.3(c) de $t/a=0.25-0.35$ olması durumunda kalınlığı lineer değişen kalın plakların $b/a=2$ için şematik gösterimi ve Şekil 2.3(a) da $t/a=0.167-0.25$, Şekil 2.3(b) de $t/a=0.20-0.30$ ve Şekil 2.3(c) de $t/a=0.25-0.35$ olması durumunda kalınlığı lineer değişen kalın plakların $b/a=3$ için şematik gösterimi verilmektedir.

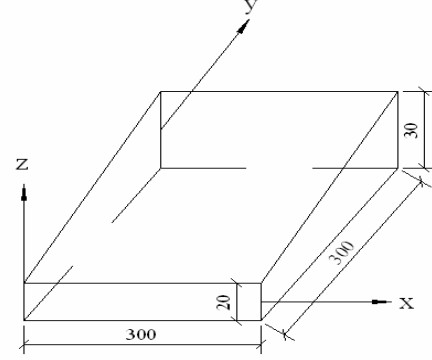
Bu çalışmada dikkate $b/a=1,0, 2,0$ ve $3,0$ ile her bir b/a oranı için, $t/a=0.167 - 0.25, 0.20 - 0.30$ ve $0.25 - 0.35$, düzgün yayılı yüke maruz kalınlığı lineer değişen kalın plaklar için $E=28000000$ kN/m² ve $\nu=0.3$ alınarak dört kenarından ankastre mesnetli ve dört kenarından basit mesnetli plaklar Mindlin plak teorisine göre çözülmüştür.

Sayısal yöntemlerin çoğunda çözüm, sistemin düğüm noktaları olarak adlandırılan belirli noktalarında elde edilmektedir. Yapı statığında matris yöntemler, düğüm noktalarında birleşen çubuklardan oluşan yapıların çözümlenmesinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu tür yapılarda düğüm noktalarının yerlerini seçmek kolaydır. Örneğin kolon-kiriş birleşim bölgeleri ile tekil yüklerin etkidiği noktalar düğüm noktaları olarak kabul edilmektedir. Fakat sürekli ortamdaki oluşan yapı veya yapı elemanlarında (plak, kabuk, baraj, uçak gövdesi gibi) bir çerçeve iskeleti söz konusu olmadığından kolayca saptanan düğüm noktaları da bulunmamaktadır. Bu tür yapı veya yapı elemanlarında yapay düğüm noktaları yerleştirilerek yapının belirli sayıda elemandan meydana geldiği kabulü yapılmakta yani yapı veya yapı elemanı ayrıklaştırılmaktadır. Bu sonlu elemanlar iki veya üç boyutlu olabilirlerse de genellikle iki boyutlu üçgen veya dörtgen elemanlar kullanılmaktadır. Sonuç olarak tek bir işlemde tüm yapıyı çözmek yerine çözümler yapıyı meydana getiren her ayrı eleman için formüle edilmekte ve bir araya getirildiğinde tüm yapının davranışı elde edilmektedir. Böylelikle analiz yönteminin oldukça basitleştirilmesine karşın, işlem sayısı esas yapıyı oluşturan sonlu eleman sayısına bağlı olarak artmaktadır ve bu işlemler ancak bilgisayar yardımıyla gerçekleştirilebilmektedir (Köksal, 1995).

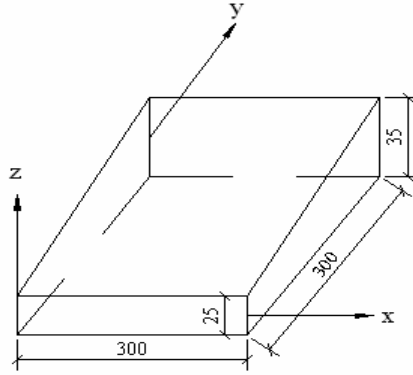
2.1. Çalışmada Dikkate Alınan Plakların Şematik Gösterimi



a) Plak no: 1 ($t/a=0.167-0.25$)

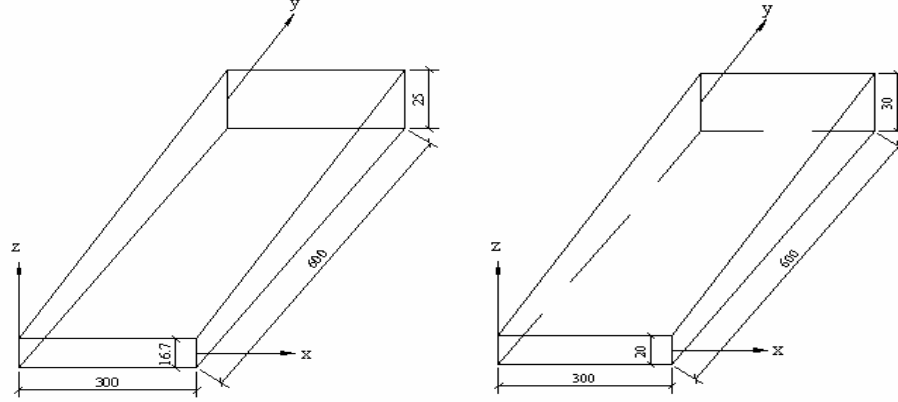
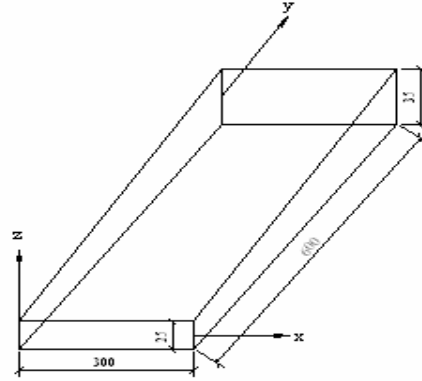


b) Plak no: 2 ($t/a=0.20-0.30$)

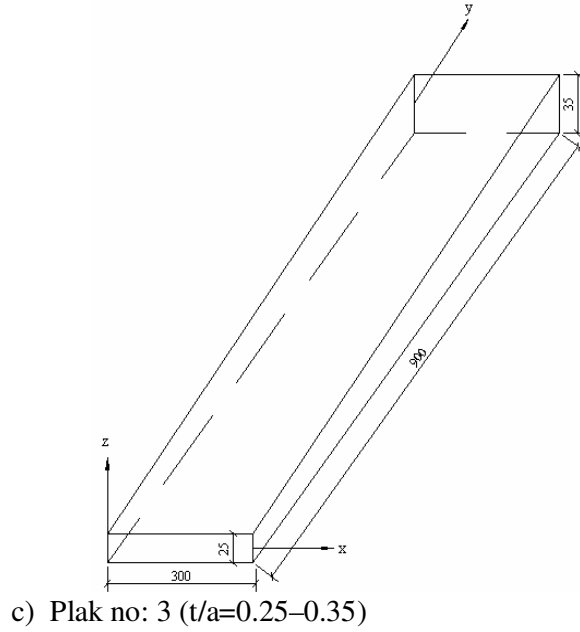
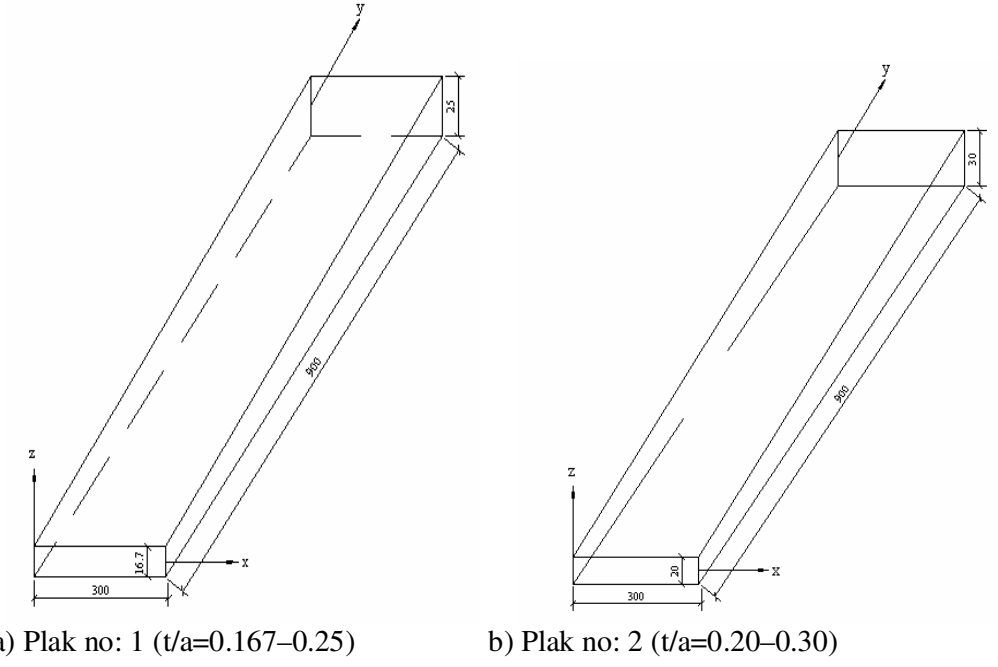


c) Plak no: 3 ($t/a=0.25-0.35$)

Şekil 2.1. Çalışmada dikkate alınan kalınlığı lineer değişen kalın plakların $b/a=1$ için Şematik gösterimi

a) Plak no: 1 ($t/a=0.167-0.25$)b) Plak no: 2 ($t/a=0.20-0.30$)c) Plak no: 3 ($t/a=0.25-0.35$)

Şekil 2.2. Çalışmada dikkate alınan kalınlığı lineer değişen kalın plakların $b/a=2$ için Şematik gösterimi



Şekil 2.3. Çalışmada dikkate alınan kalınlığı lineer değişen kalın plakların $b/a=3$ için Şematik gösterimi

2.2. Sonlu Eleman Ağının Belirlenmesi

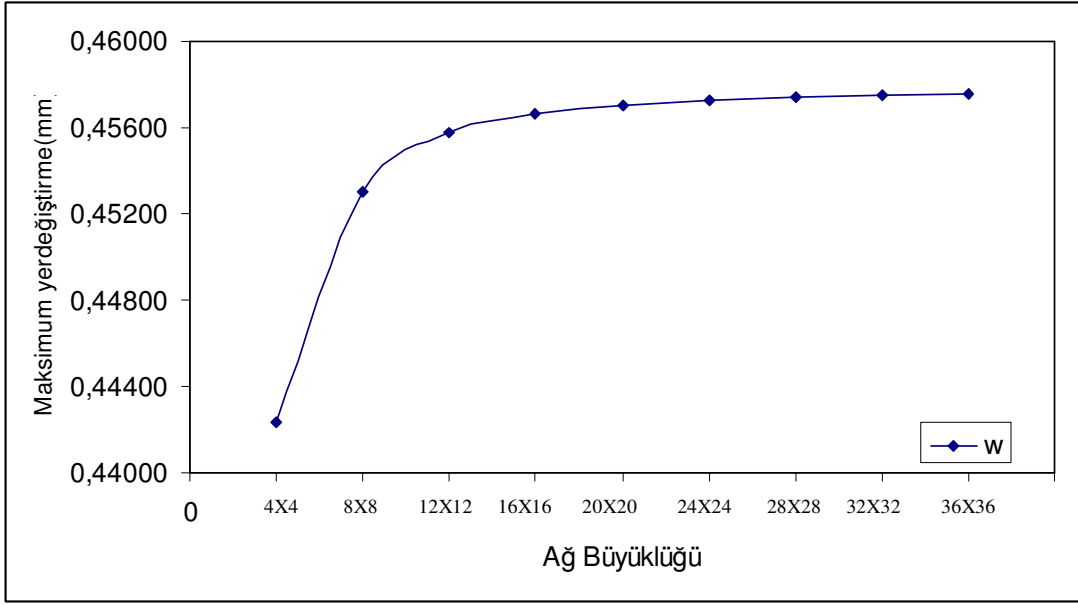
Diğer sayısal yöntemlerde olduğu gibi bu çalışmada kullanılan sonlu elemanlar yöntemiyle elde edilen sonuçlarda da bir hata payı bulunmaktadır. Büyüklüğü kullanılan sonlu eleman ağına bağlı olan bu hata payının mühendislikte kabul edilebilir olmasının yanında, harcanan bilgisayar zamanının da uygun sınırlar içinde kalması gerekmektedir. Bu nedenle aşağıdaki başlıklar altında çalışmada dikkate alınan mesnet koşulları için düzgün yayılı yük etkisindeki kalınlığı lineer değişen kalın plaklar için sonlu eleman ağı belirlenmektedir .

2.2.1. Düzgün Yayılı Yük Etkisindeki Dört Kenarından Basit Mesnetli Plak İçin Sonlu Eleman Ağının Belirlenmesi

Düzgün yayılı yük etkisindeki kalınlığı lineer değişen kalın plak için ağ büyüklüğünün belirlenmesi amacıyla, dört kenarından basit mesnetli kare plaklar için Poisson oranı 0,3 ve t/a oranı 0,167 – 0,25 alınarak farklı ağ büyüklükleri için maksimum yerdeğiştirmelerin yakınsaması gözlenmiştir. Bu şekilde elde edilen maksimum yerdeğiştirme değerleri Tablo 2.1 ve Şekil 2.4’de verilmektedir.

Tablo 2.1. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kare kalın plakların maksimum yerdeğiştirme değerlerinin yakınsama durumu ($t/a=0,167 - 0,25$)

Ağ büyüklüğü	Maksimum yerdeğiştirme değerleri (mm)
4x4	0.44238
8x8	0.45305
12x12	0.45573
16x16	0.45663
20x20	0.45704
24x24	0.45726
28x28	0.45739
32x32	0.45747
36x36	0.45753



Şekil 2.4. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kare kalın plakların maksimum yerdeğiştirme değerlerinin yakınsama durumu ($t/a=0,167 - 0,25$)

Tablo 2.1 ve Şekil 2.4'den görüldüğü gibi dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plaklarda 16x16 sonlu eleman ağı kullanıldığında mühendislik açısından kabul edilebilir bir yakınsama sağlanmaktadır.

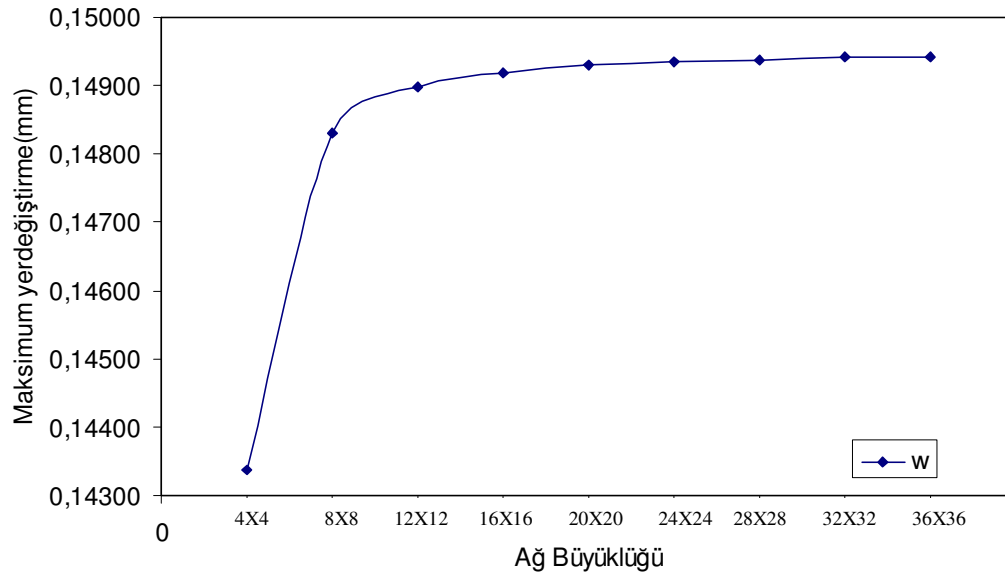
2.2.2. Düzgün Yayılı Yük Etkisindeki Dört Kenarından Ankastre Mesnetli Plak İçin Sonlu Eleman Ağının Belirlenmesi

Düzgün yayılı yük etkisindeki kalınlığı lineer değişen kalın plak için ağ büyüklüğünün belirlenmesi amacıyla, dört kenarından ankastre mesnetli kare plaklar için Poisson oranı 0,3 ve t/a oranı 0,167 – 0,25 alınarak farklı ağ büyüklükleri için maksimum yerdeğiştirmelerin yakınsaması gözlenmiştir. Bu şekilde elde edilen maksimum yerdeğiştirme değerleri Tablo 2.2 ve Şekil 2.5'de verilmektedir.

Tablo 2.2. Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kare kalın plakların maksimum yerdeğiştirme değerlerinin yakınsama durumu ($t/a=0,167 - 0,25$)

Ağ büyüklüğü	Maksimum yerdeğiştirme değerleri (mm)
4x4	0.14338
8x8	0.14831
12x12	0.14899
16x16	0.14920
20x20	0.14930
24x24	0.14935
28x28	0.14938
32x32	0.14941
36x36	0.14942

Tablo 2.2 ve Şekil 2.5'den görüldüğü gibi dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plaklarda 16X16 sonlu eleman ağı kullanıldığında mühendislik açısından kabul edilebilir bir yakınsama sağlanmaktadır.



Şekil 2.5. Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kare kalın plakların maksimum yerdeğiştirme değerlerinin yakınsama durumu ($t/a=0,167 - 0,25$)

Yakınsama sonucuna bağlı olarak bu çalışmada dikkate alınacak olan sonlu eleman ağı $b/a=1.0, 2.0$ ve 3.0 için Şekil 2.6, 2.7 ve 2.8’de gösterilmektedir. Bu şekillerde dikkate alınan plakların, eleman sayısı diğer yarıda eşit olduğundan, kalınlığın daha az olduğu yarısı gösterilmektedir.

107	139	165	185	211	231	257	277	303	323	349	369	395	415	441	461	487
108		164		210		256		302		348		394		440		486
109	138	163	184	209	230	255	276	301	322	347	368	393	414	439	460	485
110		162		208		254		300		346		392		438		484
111	137	161	183	207	229	253	275	299	321	345	367	391	413	437	459	483
112		160		206		252		298		344		390		436		482
113	136	159	182	205	228	251	274	297	320	343	366	389	412	435	458	481
114		158		204		250		296		342		388		434		480
115	135	157	181	203	227	249	273	295	319	341	365	387	411	433	457	479
116		156		202		248		294		340		386		432		478
117	134	155	180	201	226	247	272	293	318	339	364	385	410	431	456	477
118		154		200		246		292		338		384		430		476
119	133	153	179	199	225	245	271	291	317	337	363	383	409	429	455	475

Orta nokta
Simetri Ekseni

Şekil 2.6. $b/a=1$ için plağın yarısında dikkate alınan düğüm noktaları

505	525	551	571	597	617	643	663	689	709	735	755	781	801	827	847	873	893	919
504		550		596		642		688		734		780		826		872		918
503	524	549	570	595	616	641	662	687	708	733	754	779	800	825	846	871	892	917
502		548		594		640		686		732		778		824		870		916
501	523	547	569	593	615	639	661	685	707	731	753	777	799	823	845	869	891	915
500		546		592		638		684		730		776		822		868		914
499	522	545	568	591	614	637	660	683	706	729	752	775	798	821	844	867	890	913
498		544		590		636		682		728		774		820		866		912
497	521	543	567	589	613	635	659	681	705	727	751	773	797	819	843	865	889	911
496		542		588		634		680		726		772		818		864		910
495	520	541	566	587	612	633	658	679	704	725	750	771	796	817	842	863	888	909
494		540		586		632		678		724		770		816		862		908
493	519	539	565	585	611	631	657	677	703	723	749	769	795	815	841	861	887	907

Orta nokta
Simetri ekseni

Şekil 2.7. $b/a=2$ için plağın yarısında dikkate alınan düğüm noktaları

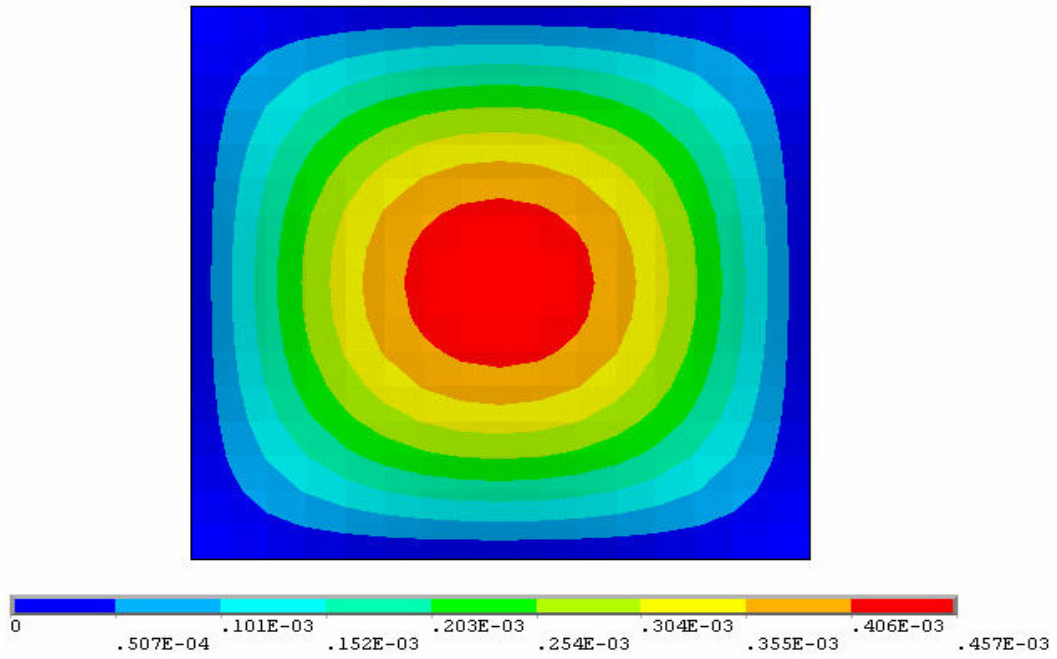
937	957	983	1003	1029	1049	1075	1095	1121	1141	1167	1187	1213	1233	1259	1279	1305	1325	1351	
936		982		1028		1074		1120		1166		1212		1258		1304		1350	
935	956	981	1002	1027	1048	1073	1094	1119	1140	1165	1186	1211	1232	1257	1278	1303	1324	1349	
934		980		1026		1072		1118		1164		1210		1256		1302		1348	
933	955	979	1001	1025	1047	1071	1093	1117	1139	1163	1185	1209	1231	1255	1277	1301	1323	1347	
932		978		1024		1070		1116		1162		1208		1254		1300		1346	
931	954	977	1000	1023	1046	1069	1092	1115	1138	1161	1184	1207	1230	1253	1276	1299	1322	1345	
930		976		1022		1068		1114		1160		1206		1252		1298		1344	Orta nokta Simetri eksen
929	953	975	999	1021	1045	1067	1091	1113	1137	1159	1183	1205	1229	1251	1275	1297	1321	1343	
928		974		1020		1066		1112		1158		1204		1250		1296		1342	
927	952	973	998	1019	1044	1065	1090	1111	1136	1157	1182	1203	1228	1249	1274	1295	1320	1341	
926		972		1018		1064		1110		1156		1202		1248		1294		1340	
925	951	971	997	1017	1043	1063	1089	1109	1135	1155	1181	1201	1227	1247	1273	1293	1319	1339	

Şekil 2.8. $b/a=3$ için plağın yarısında dikkate alınan düğüm noktaları

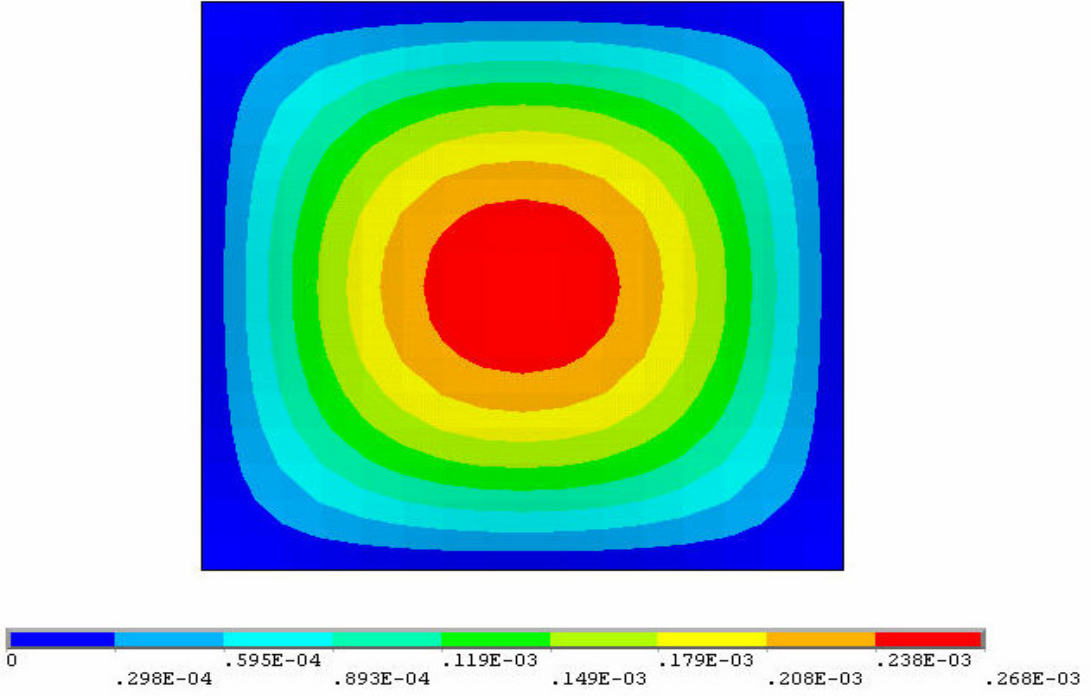
3. BULGULAR VE İRDELEME

3.1. Düzgün Yayılı Yük Etkisindeki Dört Kenarından Basit Mesnetli Kalınlığı Lineer Değişen Kalın Plakların İrdelenmesi

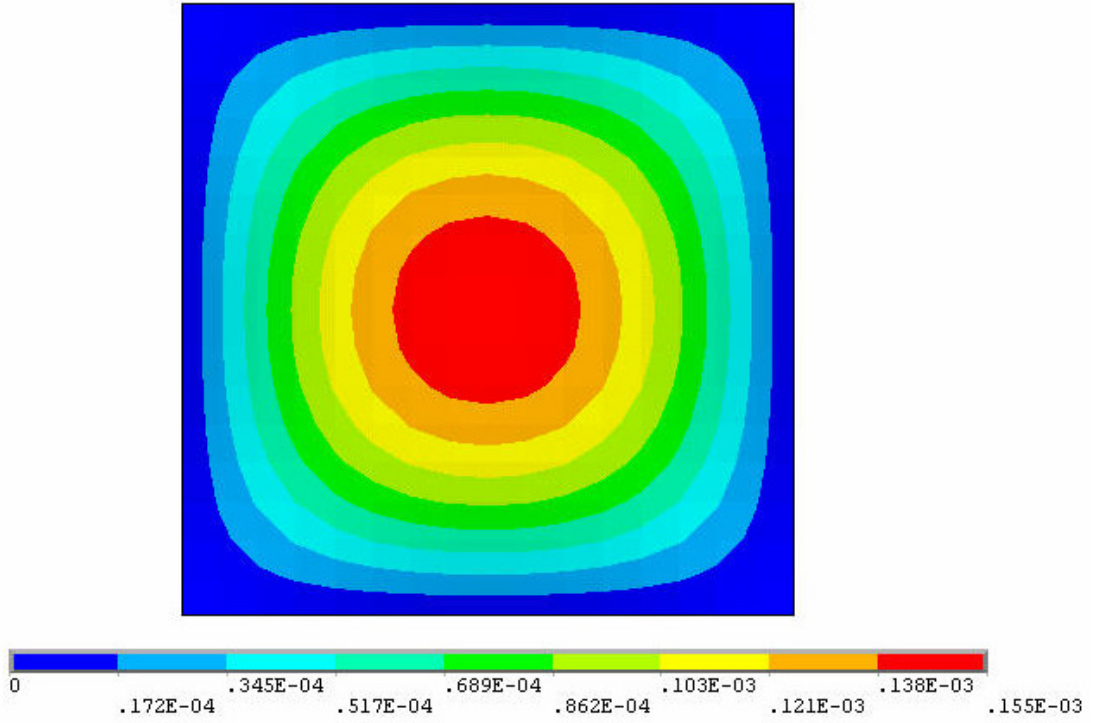
Bu çalışma dikkate alınan dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plakların eşyerdeğiştirme diyagramları $b/a=1$ ve $t/a=0.167-0.25$ için Şekil 3.1'de, $b/a=1$ ve $t/a=0.20-0.30$ için Şekil 3.2'de, $b/a=1$ ve $t/a=0.25-0.35$ için Şekil 3.3'de, $b/a=2$ ve $t/a=0.167-0.25$ için Şekil 3.4'de, $b/a=2$ ve $t/a=0.20-0.30$ için Şekil 3.5'de, $b/a=2$ ve $t/a=0.25-0.35$ için Şekil 3.6'da, $b/a=3$ ve $t/a=0.167-0.25$ için Şekil 3.7'de, $b/a=3$ ve $t/a=0.20-0.30$ için Şekil 3.8'de ve $b/a=3$ ve $t/a=0.25-0.35$ için Şekil 3.9'da gösterilmektedir.



Şekil 3.1. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı ($b/a=1$ ve $t/a=0.167 - 0.25$)

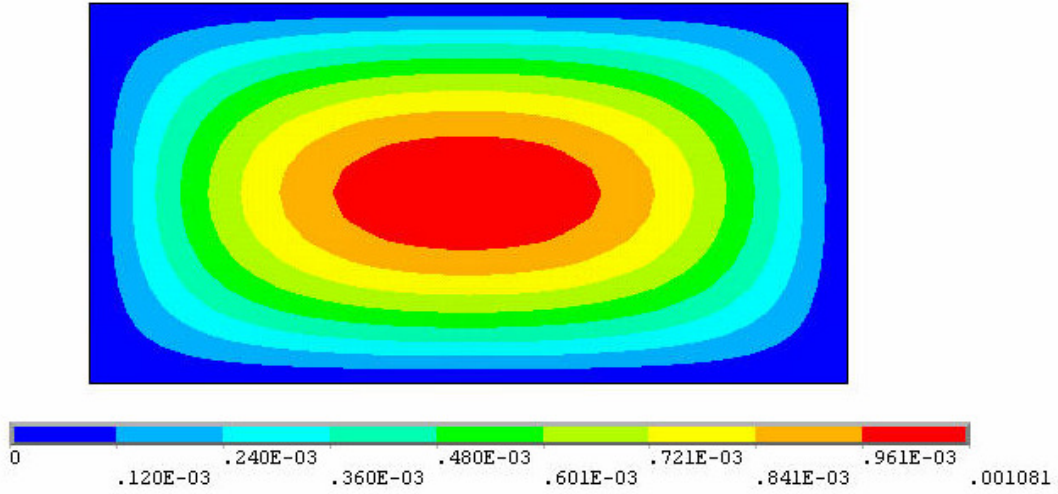


Şekil 3.2. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı ($b/a=1$ ve $t/a=0.20 - 0.30$)

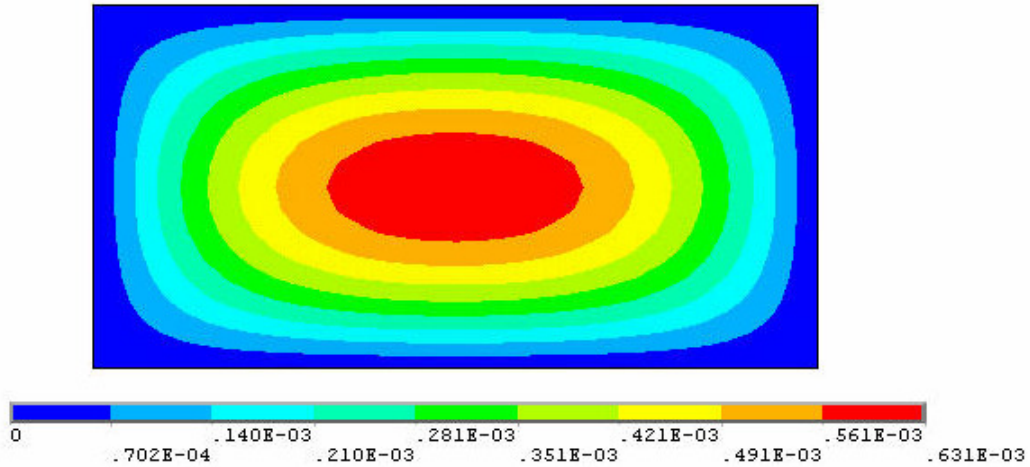


Şekil 3.3. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı ($b/a=1$ ve $t/a=0.25 - 0.35$)

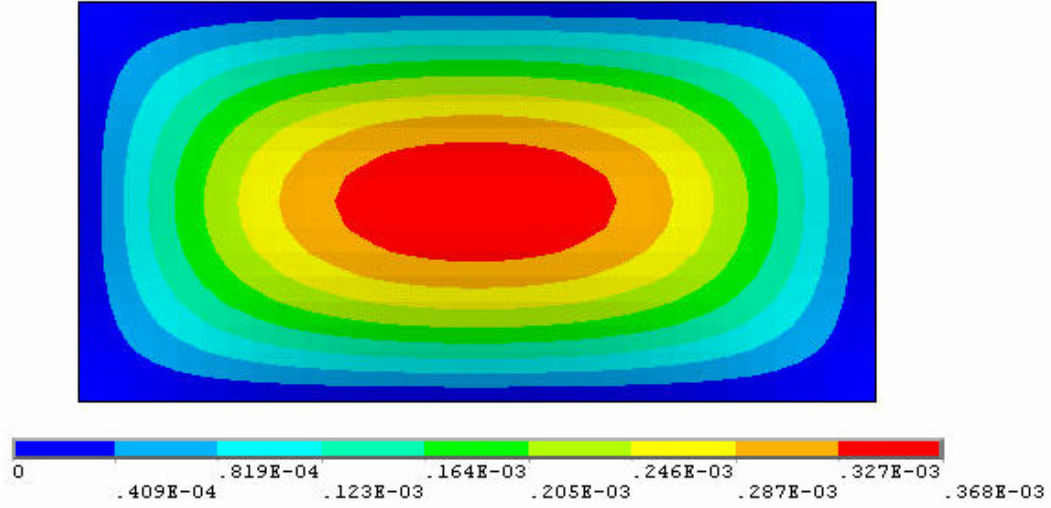
Burada dört kenarından basit kalınlığı lineer değişen kalın plaklarda $b/a=1$ ve $t/a=0.167-0.25$ için maksimum yerdeğiştirmenin 0.46 mm olarak plağın 458. düğüm noktasında oluştuğu, $b/a=1$ ve $t/a=0.20-0.30$ için maksimum yerdeğiştirme 0.26 mm olarak plağın 481. düğüm noktasında oluştuğu, $b/a=1$ ve $t/a=0.25-0.35$ için maksimum yerdeğiştirmenin 0.16 mm olarak plağın 481. düğüm noktasında oluştuğu belirtilmelidir. Maksimum yerdeğiştirmenin plağın orta noktasında(481) oluşuyor olarak elde edilmesinin nedeni sistemin ayrıklaştırılmasından kaynaklanmaktadır (bkz Şekil 2.6).



Şekil 3.4. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı ($b/a=2$ ve $t/a=0.167 - 0.25$)

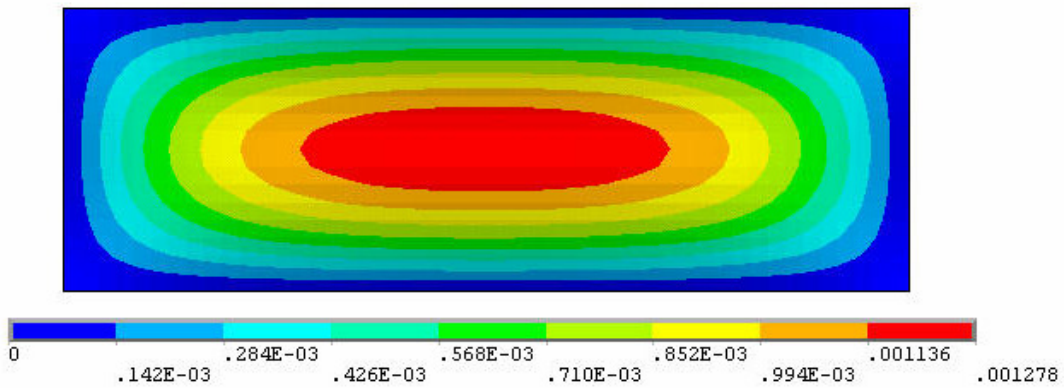


Şekil 3.5. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=2$ ve $t/a=0.20 - 0.30$)

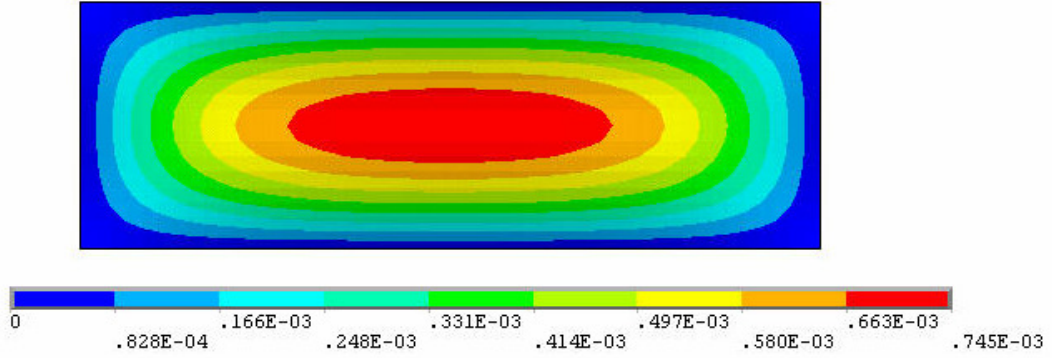


Şekil 3.6. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=2$ ve $t/a=0.25 - 0.35$)

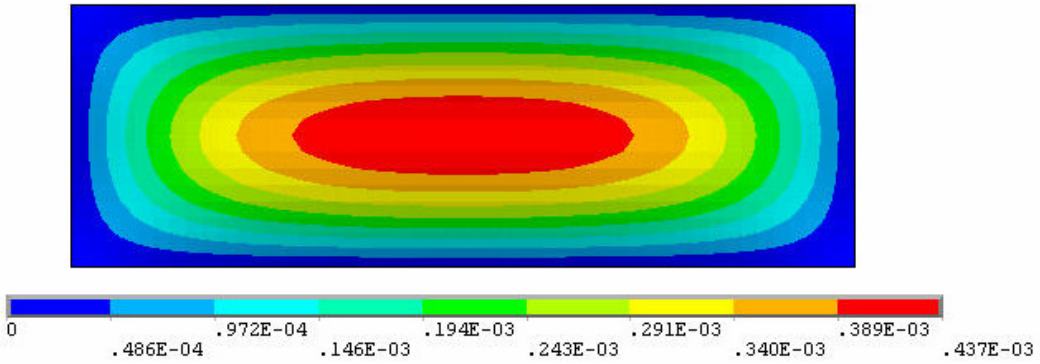
Burada dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plaklarda $b/a=2$ ve $t/a=0.167-0.25$ için maksimum yerdeğiştirmenin 1.08 mm olarak plağın 844. düğüm noktasında oluştuğu, $b/a=2$ ve $t/a=0.20-0.30$ için maksimum yerdeğiştirme 0.63 mm olarak plağın 867. düğüm noktasında oluştuğu, $b/a=2$ ve $t/a=0.25-0.35$ için maksimum yerdeğiştirmenin 0.37 mm olarak plağın 890. düğüm noktasında oluştuğu belirtilmelidir (bkz Şekil 2.7).



Şekil 3.7. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=3$ ve $t/a=0.167 - 0.25$)



Şekil 3.8. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=3$ ve $t/a=0.20 - 0.30$)



Şekil 3.9. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı ($b/a=3$ ve $t/a=0.25 - 0.35$)

Burada dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plakların $b/a=3$ ve $t/a=0.167-0.25$ için maksimum yerdeğiştirmenin 1.28 mm olarak plağın 1253. düğüm noktasında oluştuğu, $b/a=3$ ve $t/a=0.20-0.30$ için maksimum yerdeğiştirme 0.75 mm olarak plağın 1276. düğüm noktasında oluştuğu, $b/a=3$ ve $t/a=0.25-0.35$ için maksimum yerdeğiştirmenin 0.44 mm olarak plağın 1299. düğüm noktasında oluştuğu belirtilmelidir (bkz Şekil 2.8).

Şekil 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.8 ve 3.9 dan görüldüğü gibi, sabit b/a oranı için t/a oranı arttıkça plakta oluşan mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme orta noktaya doğru yaklaşmaktadır. Yine aynı şekillerden görüldüğü gibi, sabit t/a oranı için artan b/a oranına bağlı olarak plakta oluşan mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme orta noktadan sola doğru uzaklaşmaktadır.

Çalışmada dikkate alınan plakları karşılaştırmak amacıyla plaklarda kesit etkilerinin mutlak değerce maksimum, önem arz ettiğinden, dikkate alınan plaklara ait bu değerler aşağıda sunulmaktadır.

Dört kenarından basit mesnetli düzgün yayılı yükün etkisindeki kalınlığı lineer değişen kalın plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ve mutlak değerce maksimum eğilme momentleri (M_x , M_y) b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak Tablo 3.1 ve Şekil 3.10, 3.11 ve 3.12’de verilmektedir.

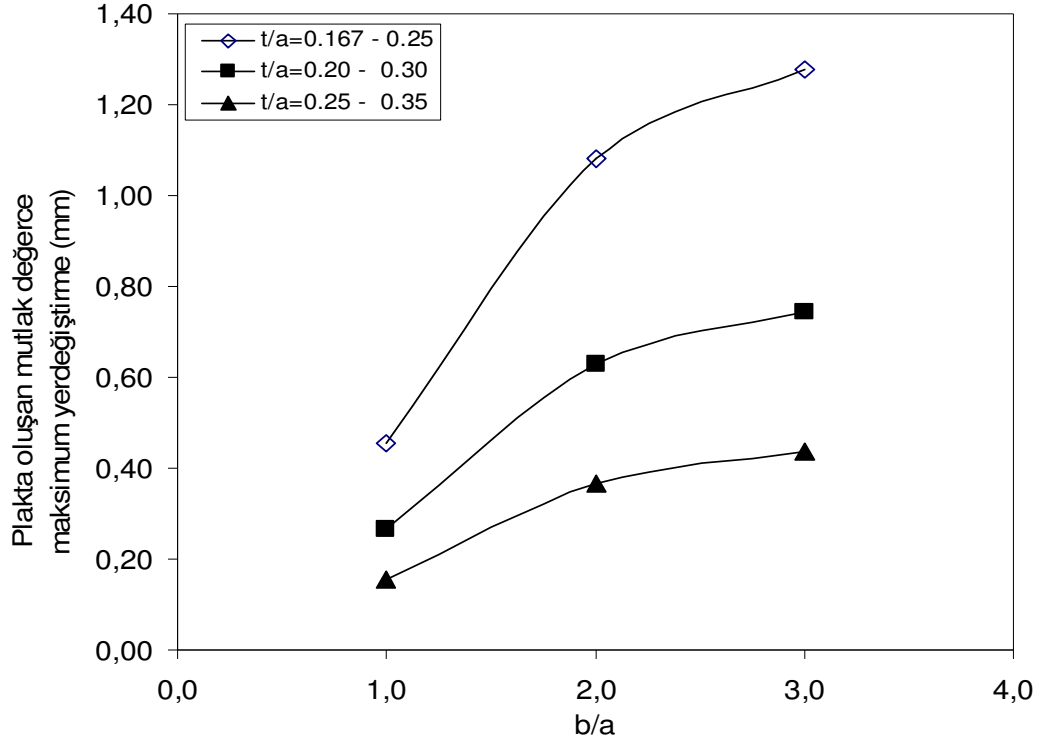
Tablo 3.1 ve Şekil 3.10’dan görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak maksimum yerdeğiştirme artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Diğer bir deyişle, bu artış miktarı küçük b/a oranlarında daha fazla, büyük b/a oranlarında ise daha az olmaktadır. Tablo 3.1 ve Şekil 3.10’dan yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için t/a oranı arttıkça maksimum yerdeğiştirme azalmaktadır. Bu azalma miktarı artan t/a oranı ile önemli bir değişiklik göstermemektedir. Bu tablo ve şekilden yine görüldüğü gibi küçük b/a oranlarında, b/a oranının maksimum yerdeğiştirme üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla, ancak büyük b/a oranlarında daha az olmaktadır.

Tablo 3.1 ve Şekil 3.11’den görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plakta oluşan maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı b/a oranı arttıkça azalma göstermektedir. Tablo 3.1 ve Şekil 3.11’den yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için artan t/a oranlarında M_x eğilme momentinde önemli bir değişim görülmemektedir. Bu tablo ve şekilden yine görüldüğü gibi b/a oranının maksimum M_x eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla olmaktadır.

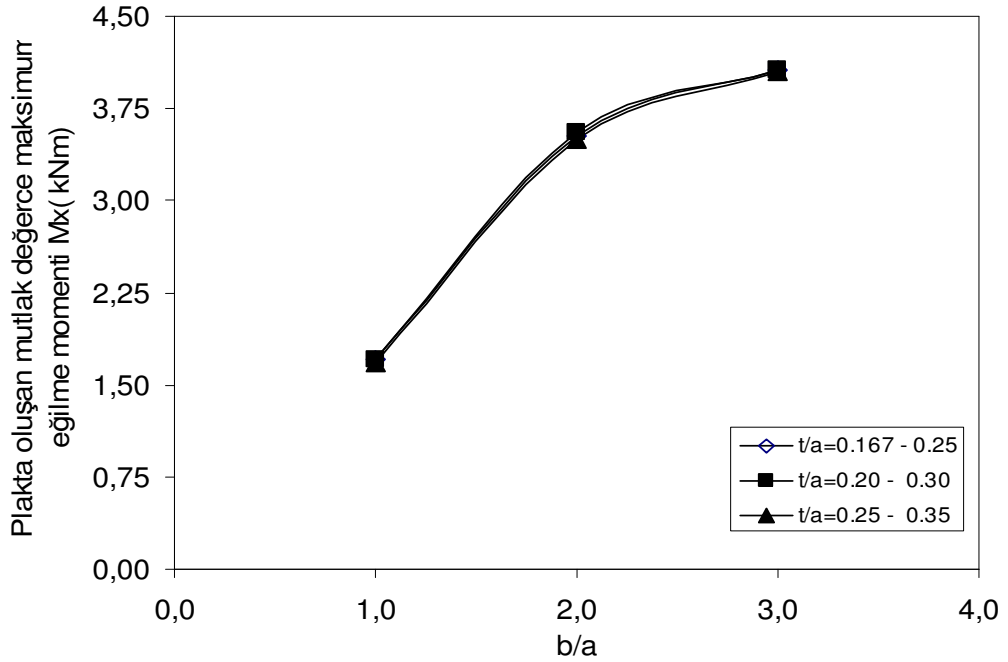
Tablo 3.1 ve Şekil 3.12’den görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plakta oluşan maksimum M_y eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranlarında fazla bir değişiklik göstermemiştir. Tablo 3.1 ve Şekil 3.12’den yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için, t/a oranı arttıkça M_y maksimum eğilme momentin de önemli bir artış görülmemektedir. Bu tablo ve şekilden yine görüldüğü gibi b/a oranının maksimum M_y eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla olmaktadır.

Tablo 3.1. Farklı kenar ve kalınlık/kenar oranlarına bağlı olarak düzgün yayılı yükün etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ve eğilme momentleri

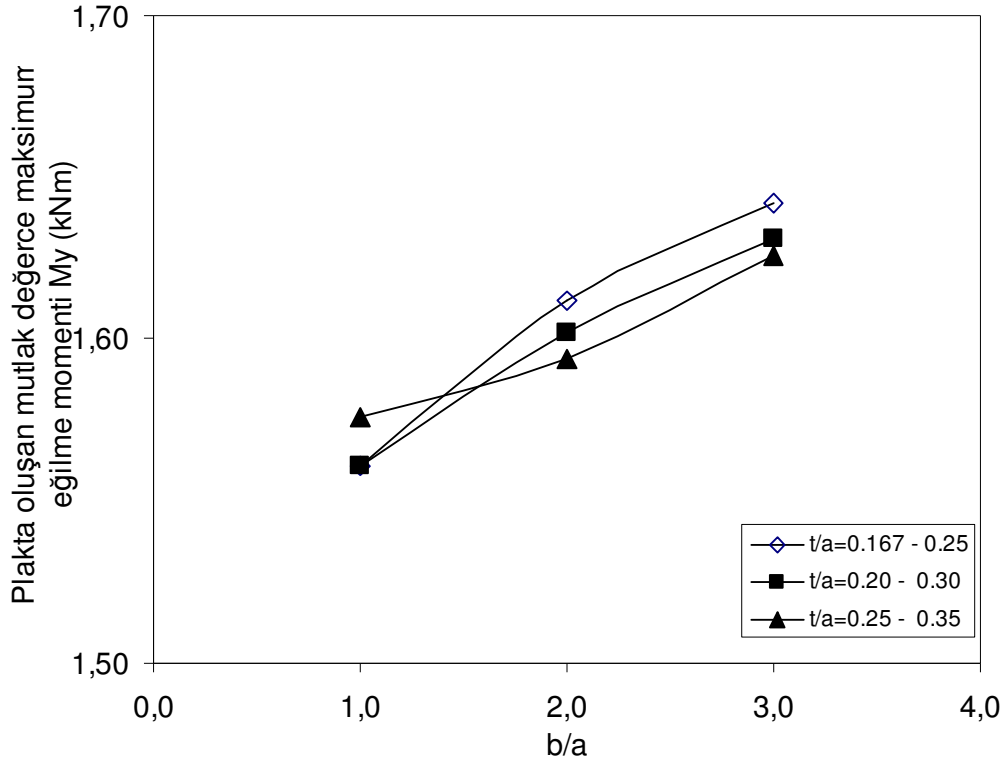
b/a	t/a	Max. Yerdeğiştirme,w (mm)	Eğilme Momenti, M_x (kNm)	Eğilme Momenti , M_y (kNm)
1.0	0,167–0,167	0,83	1,608	1,608
	0,21–0,21	0.42626	1.671	1.671
	0,25–0,25	0.25526	1.608	1.608
	0,167 – 0,25	0.45663	1.706	1.561
	0,20 – 0,30	0.26784	1.707	1.561
	0 25 – 0,35	0.15509	1.677	1.576
2.0	0,167 – 0,25	1.0811	3,53	1.612
	0,20 – 0,30	0.63138	3,55	1.602
	0 25 – 0,35	0.36842	3,50	1.594
3.0	0,167 – 0,25	1.2775	4.058	1.642
	0,20 – 0,30	0.74550	4.058	1.631
	0 25 – 0,35	0.43725	4.045	1.626



Şekil 3.10. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plaklarda oluşan mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmenin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi



Şekil 3.11. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plaklarda oluşan mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi



Şekil 3.12. Dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plaklarda oluşan mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi

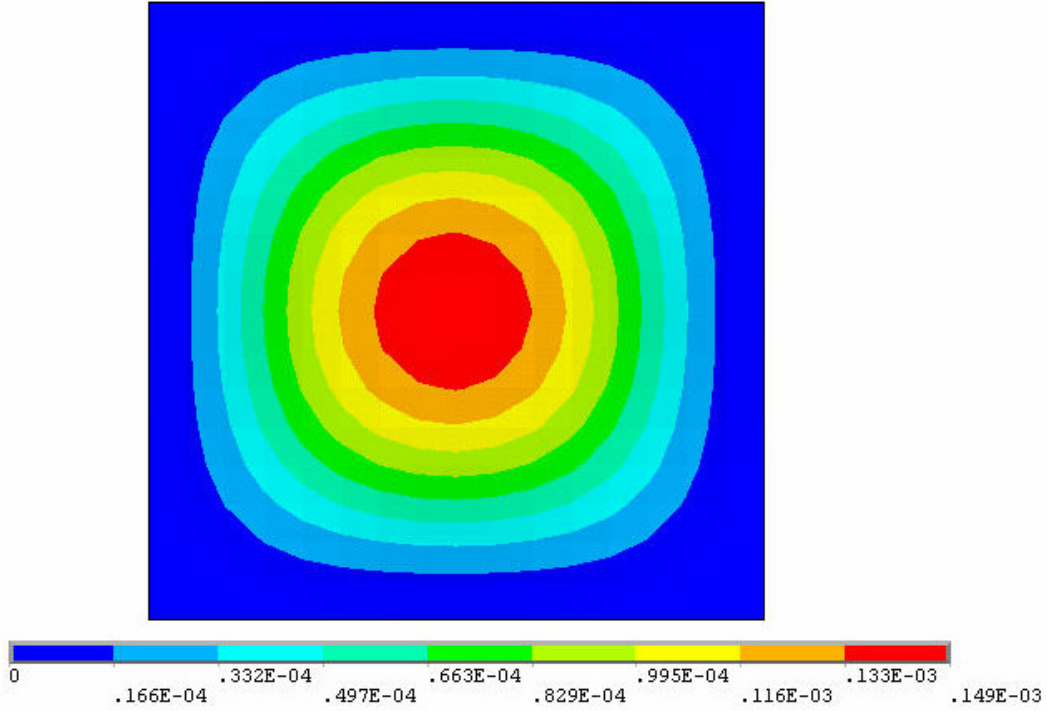
Tablo 3.1'den görüldüğü gibi düzgün yayılı yük etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalınlığı sabit kare kalın plakların $t/a=0,167$ için mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme değeri, kalınlığı lineer değişen kare kalın plaklarınkinden daha büyük, ancak $t/a=0,21$ ve $t/a=0,25$ için mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme değeri, kalınlığı lineer değişen kare kalın plaklarınkinden daha küçüktür.

Tablo 3.1'den görüldüğü gibi düzgün yayılı yük etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalınlığı sabit kare kalın plakların $t/a=0,167$, $0,21$ ve $0,25$ için mutlak değerce maksimum M_x eğilme momenti, kalınlığı lineer değişen kare kalın plaklarınkinden daha küçüktür.

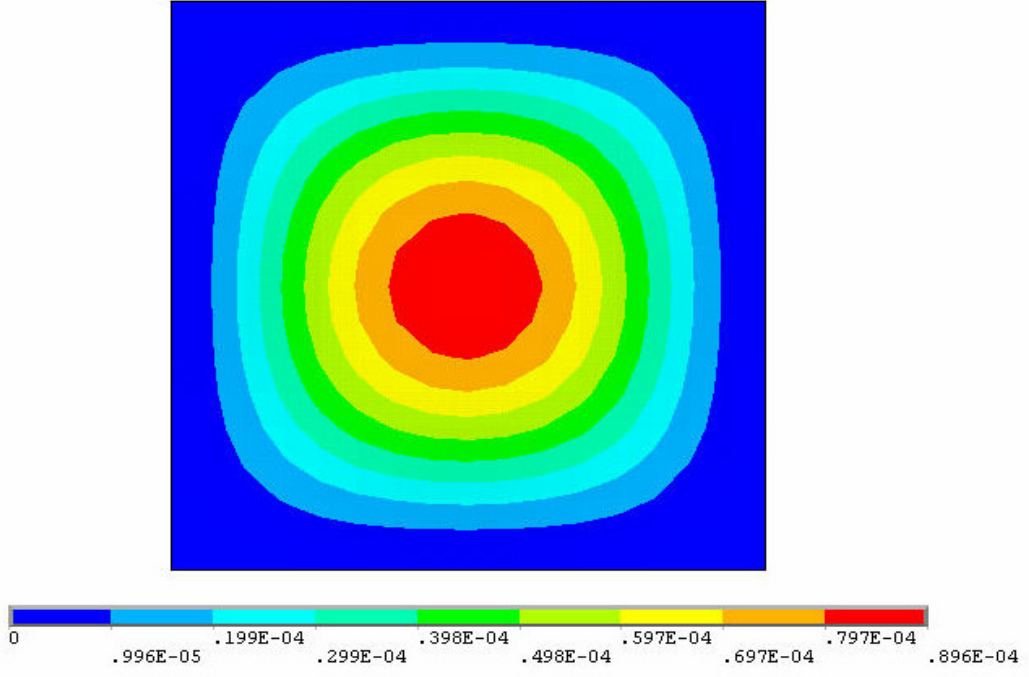
Tablo 3.1'den görüldüğü gibi düzgün yayılı yük etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalınlığı sabit kare kalın plakların $t/a=0,167$, $0,21$ ve $0,25$ için mutlak değerce maksimum M_y eğilme momenti, kalınlığı lineer değişen kare kalın plaklarınkinden daha büyüktür.

3.2. Düzgün Yayılı Yük Etkisindeki Dört Kenarından Ankastre Mesnetli Kalınlığı Lineer Değişen Kalın Plakların İrdelenmesi

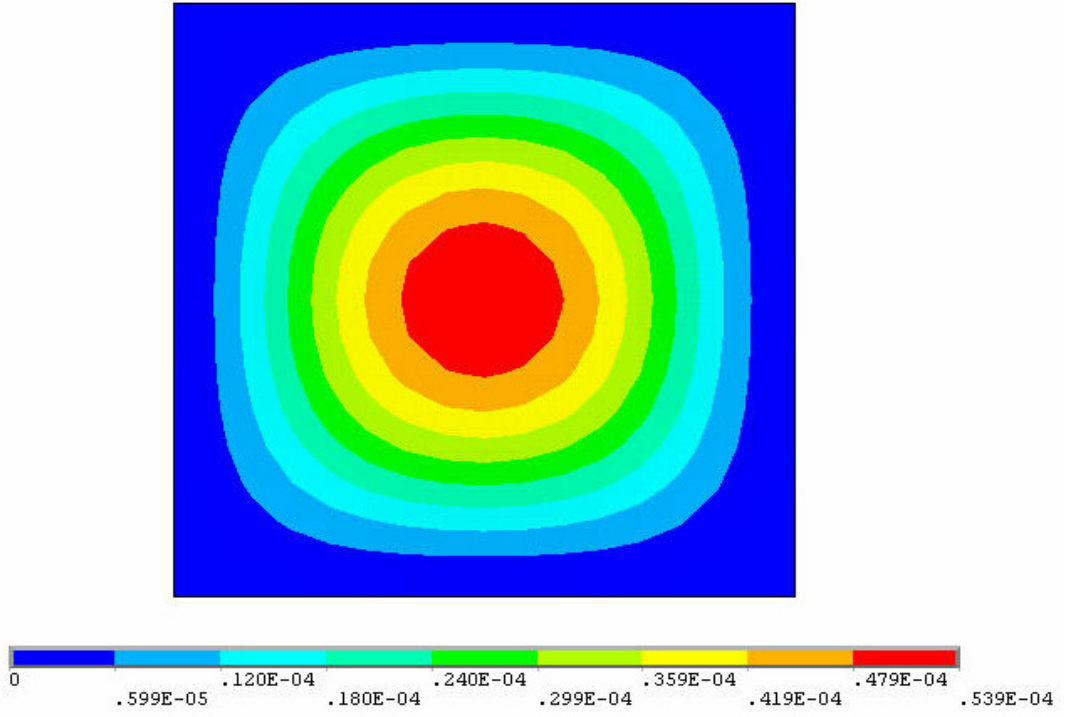
Bu çalışma dikkate alınan dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plakların eşyerdeğiştirme diyagramları $b/a=1$ ve $t/a=0.167-0.25$ için Şekil 3.13'de, $b/a=1$ ve $t/a=0.20-0.30$ için Şekil 3.14'de, $b/a=1$ ve $t/a=0.25-0.35$ için Şekil 3.15'de, $b/a=2$ ve $t/a=0.167-0.25$ için Şekil 3.16'de, $b/a=2$ ve $t/a=0.20-0.30$ için Şekil 3.17'de, $b/a=2$ ve $t/a=0.25-0.35$ için Şekil 3.18'de, $b/a=3$ ve $t/a=0.167-0.25$ için Şekil 3.19'de, $b/a=3$ ve $t/a=0.20-0.30$ için Şekil 3.20'de ve $b/a=3$ ve $t/a=0.25-0.35$ için Şekil 3.21'de gösterilmektedir.



Şekil 3.13. Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=1$ ve $t/a=0.167 - 0.25$)

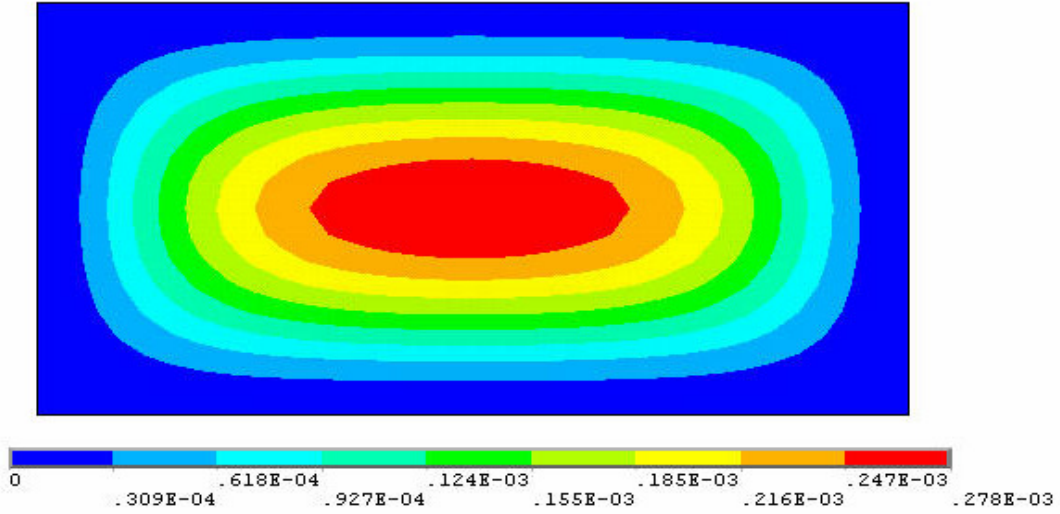


Şekil 3.14. Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=1$ ve $t/a=0.25 - 0.35$)

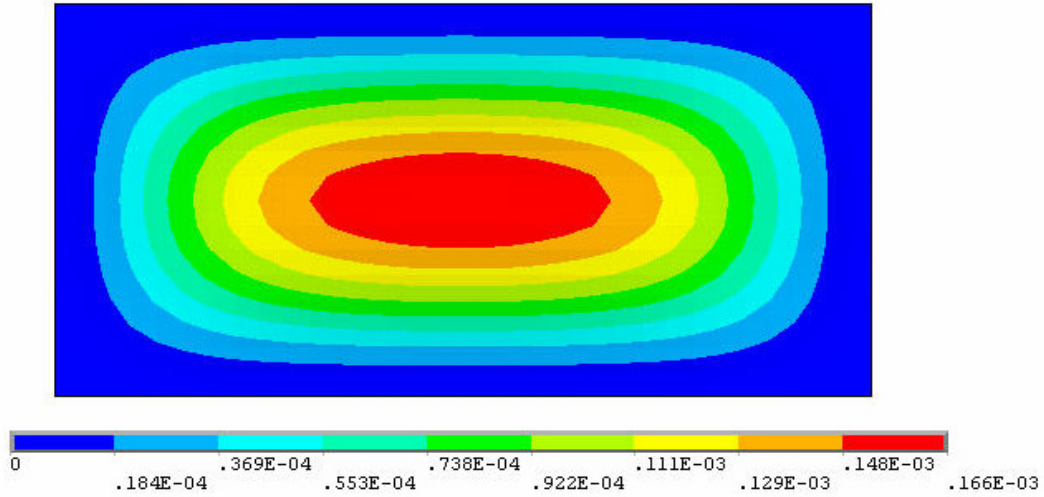


Şekil 3.15. Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=1$ ve $t/a=0.0.25 - 0.35$)

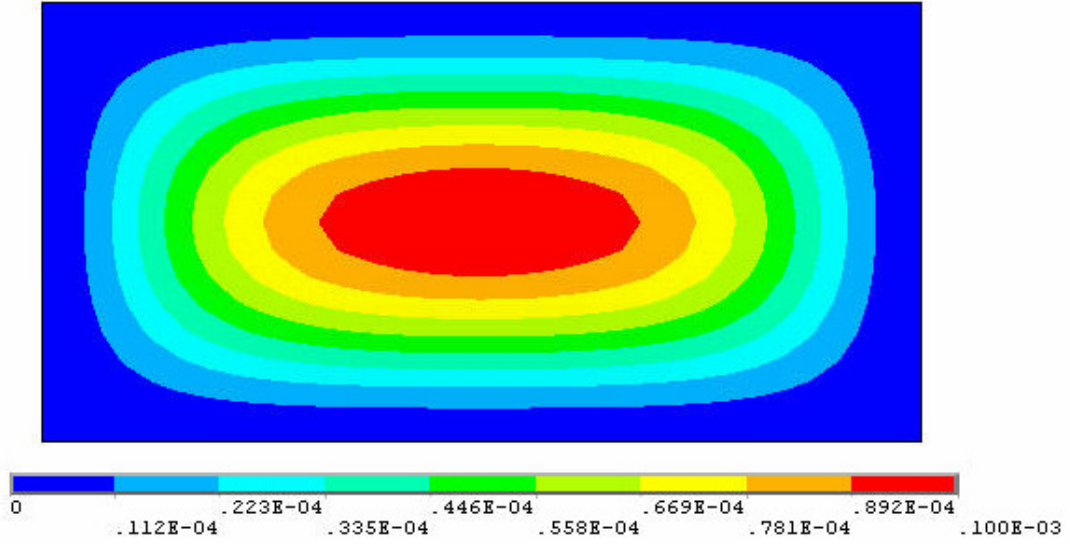
Burada dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plaklarda $b/a=1$ ve $t/a=0.167-0.25$ için maksimum yerdeğiştirmenin 0.15 mm olarak plağın 458. düğüm noktasında olduğu, $b/a=1$ ve $t/a=0.20-0.30$ için maksimum yerdeğiştirme 0.090 mm olarak plağın 481. düğüm noktasında olduğu, $b/a=1$ ve $t/a=0.25-0.35$ için maksimum yerdeğiştirmenin 0.054 mm olarak plağın 481. düğüm noktasında olduğu belirtilmelidir. Maksimum yerdeğiştirmenin plağın orta noktasında(481) oluşuyor olarak elde edilmesinin nedeni sistemin ayrıklaştırılmasından kaynaklanmaktadır (bkz Şekil 2.6).



Şekil 3.16 Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=2$ ve $t/a=0.167 - 0.25$)

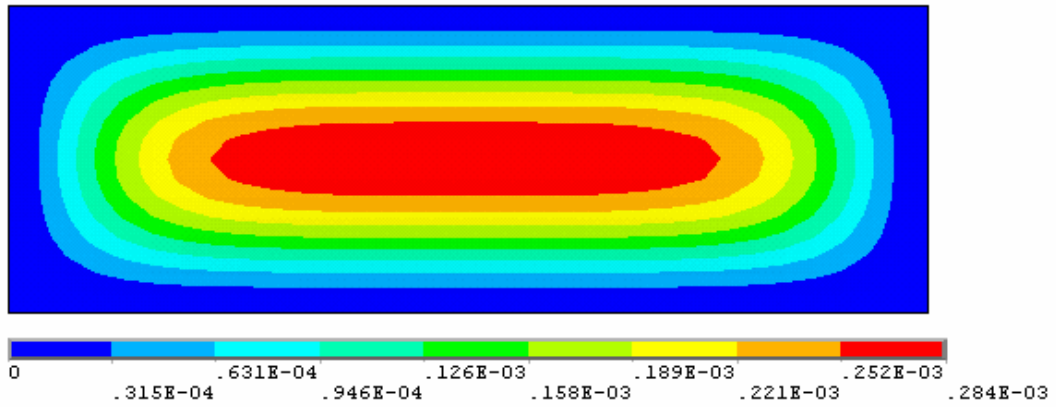


Şekil 3.17. Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=2$ ve $t/a=0.20 - 0.30$)

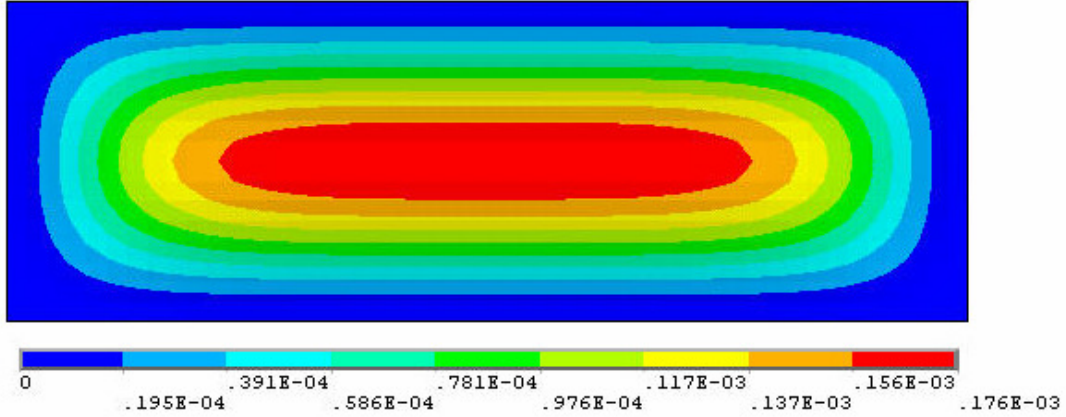


Şekil 3.18 Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=2$ ve $t/a=0.25 - 0.35$)

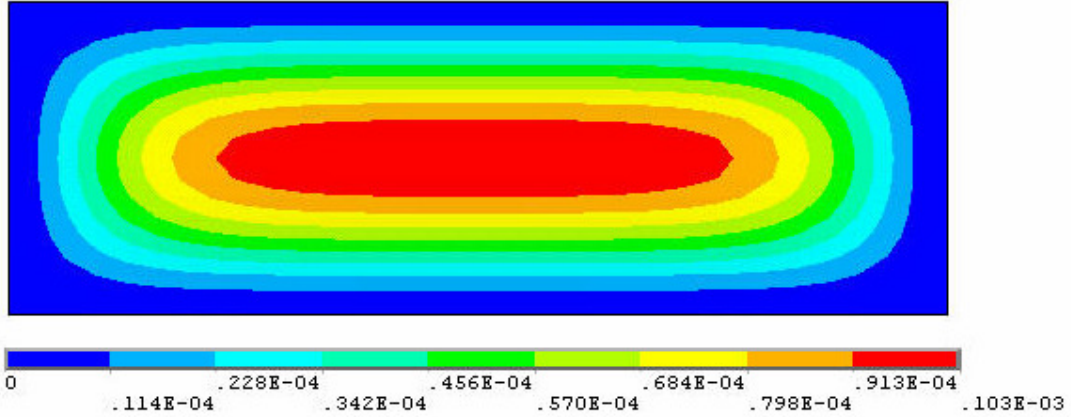
Burada dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plaklarda $b/a=2$ ve $t/a=0.167-0.25$ için maksimum yerdeğiştirmenin 0.28 mm olarak plağın 867. düğüm noktasında oluştuğu, $b/a=2$ ve $t/a=0.20-0.30$ için maksimum yerdeğiştirme 0.17 mm olarak 890. düğüm noktasında oluştuğu, $b/a=2$ ve $t/a=0.25-0.35$ için maksimum yerdeğiştirmenin 0.010 mm olarak plağın 913. düğüm noktasında oluştuğu belirtilmelidir. Maksimum yerdeğiştirmenin plağın orta noktasında(913) oluşuyor olarak elde edilmesinin nedeni sistemin ayrıklaştırılmasından kaynaklanmaktadır (bkz Şekil 2.7).



Şekil 3.19 Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=3$ ve $t/a=0.167 - 0.25$)



Şekil 3.20 Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=3$ ve $t/a=0.20 - 0.30$)



Şekil 3.21 Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plağın eşyerdeğiştirme diyagramı($b/a=3$ ve $t/a=0.25 - 0.35$)

Burada dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plaklarda $b/a=3$ ve $t/a=0.167-0.25$ için maksimum yerdeğiştirmenin 0.28 mm olarak plağın 1276. düğüm noktasında oluştuğu, $b/a=3$ ve $t/a=0.20-0.30$ için maksimum yerdeğiştirme 0.18 mm olarak plağın 1322. düğüm noktasında oluştuğu, $b/a=3$ ve $t/a=0.25-0.35$ için maksimum yerdeğiştirmenin 0.10 mm olarak plağın 1322. düğüm noktasında oluştuğu belirtilmelidir (bkz Şekil 2.8).

Şekil 3.13, 3.14, 3.15, 3.16, 3.17, 3.18, 3.19, 3.20 ve 3.21 den görüldüğü gibi, sabit b/a oranı için t/a oranı artıçça plakta oluşan mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme orta noktaya doğru yaklaşmak ve sonunda sabitlenmektedir. Yine aynı şekillerden görüldüğü gibi, sabit t/a oranı için artan b/a oranına bağılı olarak plakta oluşan mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme orta noktadan sola doğru uzaklaşmaktadır.

Çalışmada dikkate alınan plakları karşılaştırmak amacıyla plaklarda kesit etkilerinin mutlak değerce maksimum, önem arz ettiğinden, dikkate alınan plaklara ait bu değerler aşağıda sunulmaktadır.

Dört kenarından ankastre mesnetli düzgün yayılı yükün etkisindeki kalınlığı lineer değişen kalın plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ve mutlak değerce maksimum eğilme momentleri (M_x , M_y) b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak Tablo 3.2 ve Şekil 3.22, 3.23 ve 3.24'de verilmektedir.

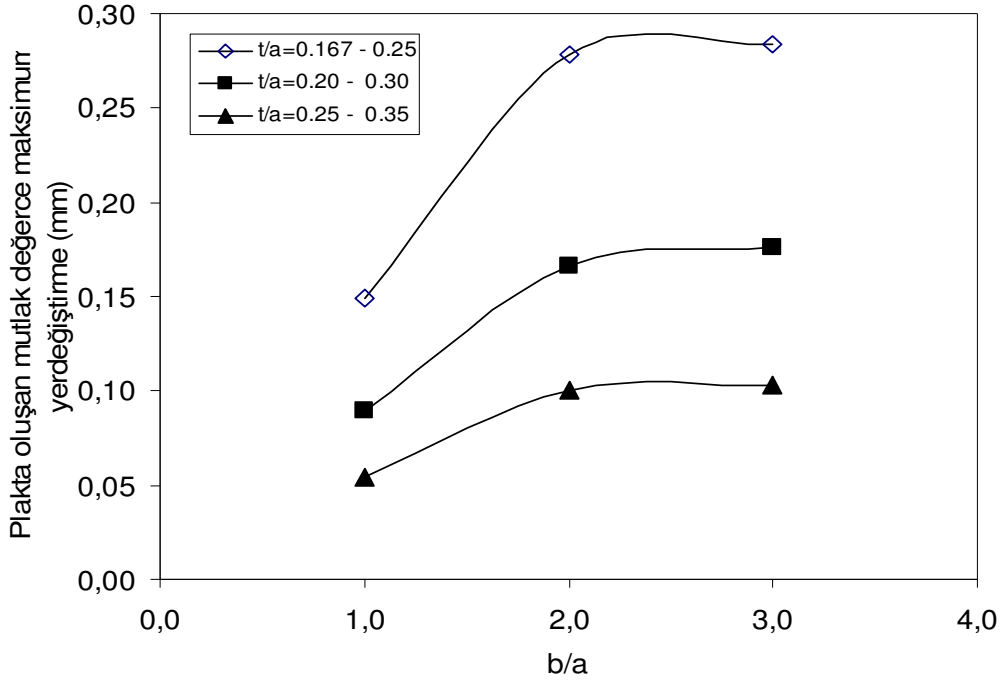
Tablo 3.2 ve Şekil 3.22'den görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak maksimum yerdeğiştirme artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranlarında azalmaktadır. Diğer bir deyişle, bu artış miktarı küçük b/a oranlarında daha fazla, büyük b/a oranlarında ise daha az olmaktadır. Tablo 3.2 ve Şekil 3.22'den yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için, t/a oranı arttıkça maksimum yerdeğiştirme azalmaktadır. Bu azalma miktarı küçük b/a oranlarında fazla, büyük b/a oranlarında ise azalma göstermektedir. Bu tablo ve şekilden yine görüldüğü gibi küçük b/a oranlarında, b/a oranının maksimum yerdeğiştirme üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla, büyük b/a oranlarında daha az olmaktadır.

Tablo 3.2 ve Şekil 3.23'den görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plakta oluşan maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Diğer bir deyişle, bu artış miktarı küçük b/a oranlarında fazla, büyük b/a oranlarında ise daha az olmaktadır. Tablo 3.2 ve Şekil 3.23'dan yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için t/a oranı arttıkça maksimum M_x eğilme momenti azalmaktadır. Bu tablo ve şekilden yine görüldüğü gibi b/a oranının maksimum M_x eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla olmaktadır.

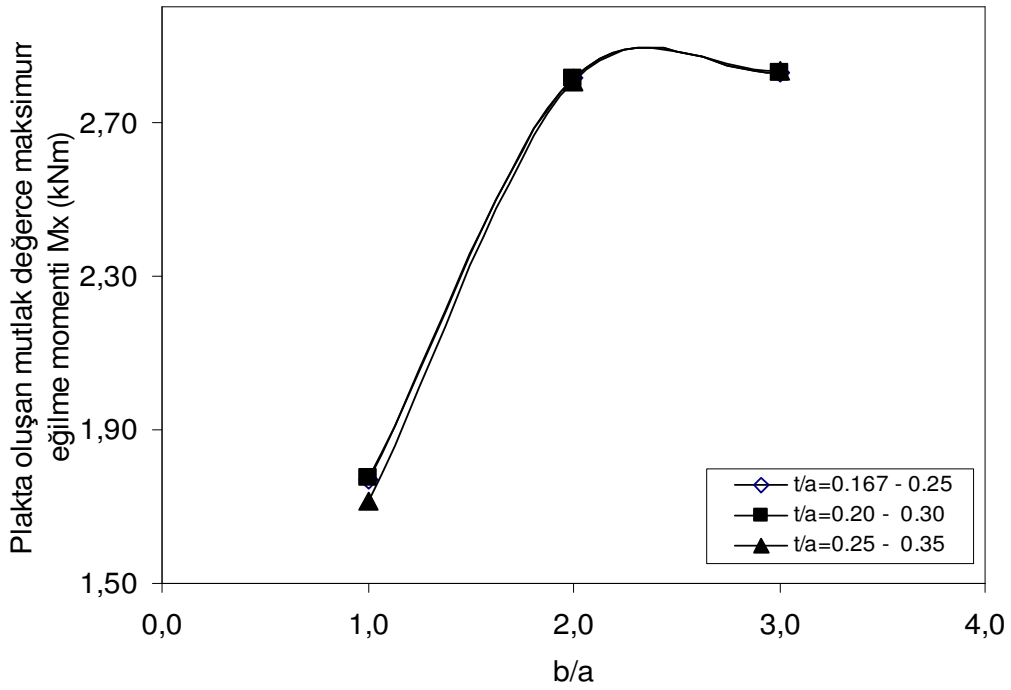
Tablo 3.2 ve Şekil 3.24'dan görüldüğü gibi sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plakta oluşan maksimum M_y eğilme momenti küçük b/a oranlarında artış gösterirken büyük b/a oranında ise azalma göstermektedir. Bu artış ve azalma miktarlarıyla artan b/a oranlarında fazla bir değişiklik göstermemektedir. Diğer bir deyişle artma ve azalma miktarları önemsenecek şekilde küçüktür. Tablo 3.2 ve Şekil 3.24'den yine görüldüğü gibi sabit bir b/a oranı için t/a oranı arttıkça plakta oluşan maksimum M_y eğilme momenti azalmaktadır. Bu artış ve azalma miktarları önemsenecek kadar küçüktür. Bu tablo ve şekilden yine görüldüğü gibi b/a oranının maksimum M_y eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla olmaktadır.

Tablo 3.2. Farklı kenar ve kalınlık/kenar oranlarına bağlı olarak düzgün yayılı yükün etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plakların mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ve eğilme momentleri

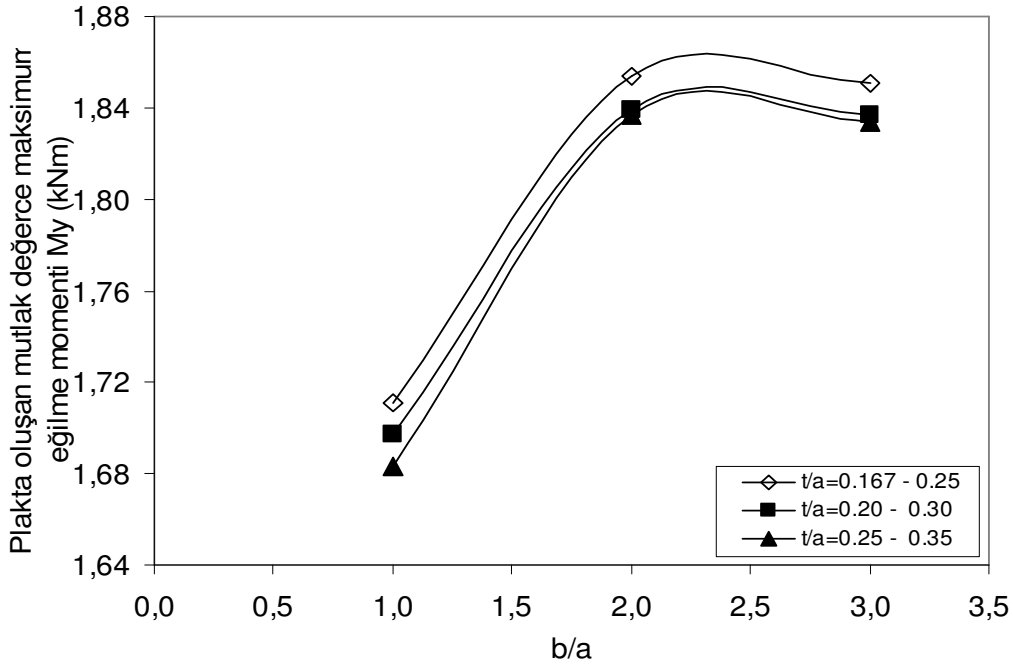
b/a	t/a	Max. Yerdeğiştirme,w (mm)	Eğilme Momenti, M_x (kNm)	Eğilme Momenti , M_y (kNm)
1.0	0,167–0,167	0.27303	1.696	1.696
	0,21–0,21	0.14174	1.684	1.684
	0,25–0,25	0.086942	1.671	1.671
	0,167 – 0,25	0.14920	1.768	1.711
	0,20 – 0,30	0.089621	1.755	1.697
	0 25 – 0,35	0.053905	1.713	1.683
2.0	0,167 – 0,25	0.27815	2.814	1.854
	0,20 – 0,30	0.16594	2.813	1.839
	0 25 – 0,35	0.10039	2.804	1.837
3.0	0,167 – 0,25	0.28386	2.830	1.851
	0,20 – 0,30	0.17577	2.830	1.837
	0 25 – 0,35	0.10266	2.831	1.834



Şekil 3.22. Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plaklarda oluşan mutlak değerce maksimum yerdeğiştirmenin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi



Şekil 3.23. Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plaklarda oluşan mutlak değerce maksimum M_x eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi



Şekil 3.24. Dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plaklarda oluşan mutlak değerce maksimum M_y eğilme momentinin b/a ve t/a oranlarına bağlı olarak değişimi

Tablo 3.2'den görüldüğü gibi düzgün yayılı yük etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı sabit kare kalın plakların $t/a=0,167$ için mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme değeri, kalınlığı lineer değişen kare kalın plaklarınkinden daha büyük, ancak $t/a=0,21$ ve $t/a=0,25$ için mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme değeri, kalınlığı lineer değişen kare kalın plaklarınkinden daha küçüktür.

Tablo 3.2'den görüldüğü gibi düzgün yayılı yük etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı sabit kare kalın plakların $t/a=0,167$, $0,21$ ve $0,25$ için mutlak değerce maksimum M_x eğilme momenti, kalınlığı lineer değişen kare kalın plaklarınkinden daha küçüktür.

Tablo 3.2'den görüldüğü gibi düzgün yayılı yük etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı sabit kare kalın plakların $t/a=0,167$, $0,21$ ve $0,25$ için mutlak değerce maksimum M_y eğilme momenti, kalınlığı lineer değişen kare kalın plaklarınkinden daha küçüktür.

Tablo 3.1 ve Tablo 3.2'den görüldüğü gibi sabit b/a ve t/a oranlarında dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plakların maksimum yerdeğiştirme

değeri dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plaklarınkinden daha büyüktür.

Tablo 3.1 ve Tablo 3.2'den görüldüğü gibi sabit b/a ve t/a oranlarında dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plakların mutlak değerce maksimum M_x eğilme momenti küçük b/a oranında dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plakların değerinden daha küçük olurken, büyük b/a oranında ise daha büyüktür.

Tablo 3.1 ve Tablo 3.2'den görüldüğü gibi sabit b/a ve t/a oranlarında dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plakların mutlak değerce maksimum M_y eğilme momenti dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plaklarınkinden küçüktür.

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmanın amacı farklı mesnet koşullarına, kenar oranlarına (b/a) ve kalınlık/kenar (t/a) oranlarına sahip düzgün yayılı yük etkisindeki kalınlığı lineer değişen kalın plakları Mindlin plak teorisini kullanarak incelemek ve bu plakların lineer davranışlarına etkilerini belirlemektir. Problemin sonlu elemanlar yöntemine göre formülasyonunda literatürde yaygın olarak kullanılan 8 düğüm noktalı dörtgen eleman dikkate alınarak gerçekleştirilmiştir.

Düzgün yayılı yük etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen plaklarda, sabit b/a oranı için t/a oranı arttıkça plakta oluşan mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme orta noktaya doğru yaklaşmaktadır. Sabit t/a oranı için artan b/a oranına bağlı olarak plakta oluşan mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme orta noktadan sola doğru yani ince kenara doğru uzaklaşmaktadır.

Düzgün yayılı yük etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak maksimum yerdeğiştirme artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Sabit bir b/a oranı için t/a oranı arttıkça maksimum yerdeğiştirme azalmaktadır. Bu azalma miktarı artan t/a oranlarında azalmaktadır. Küçük b/a oranlarında, b/a oranının maksimum yerdeğiştirme üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla, ancak büyük b/a oranlarında daha az olmaktadır.

Düzgün yayılı yük etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plakta oluşan maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Sabit bir b/a oranı için artan t/a oranlarında M_x eğilme momentinde önemli bir değişim görülmemektedir. b/a oranının maksimum M_x eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla olmaktadır.

Düzgün yayılı yük etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plakta oluşan maksimum M_y eğilme momenti artmaktadır. Sabit bir b/a oranı için, t/a oranı arttıkça M_y maksimum eğilme momentin de önemli bir artış görülmemektedir. Ayrıca, görüldüğü gibi b/a oranının maksimum M_y eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla olmaktadır.

Düzgün yayılı yük etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalınlığı sabit kare kalın plakların $t/a=0,167$ için mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme değeri, kalınlığı

lineer değişen kare kalın plaklarinkinden daha büyük, ancak $t/a=0,21$ ve $t/a=0,25$ için mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme değeri, kalınlığı lineer değişen kare kalın plaklarinkinden daha küçüktür.

Düzgün yayılı yük etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalınlığı sabit kare kalın plakların $t/a=0,167$, $0,21$ ve $0,25$ için mutlak değerce maksimum M_x eğilme momenti, kalınlığı lineer değişen kare kalın plaklarinkinden daha küçüktür.

Düzgün yayılı yük etkisindeki dört kenarından basit mesnetli kalınlığı sabit kare kalın plakların $t/a=0,167$, $0,21$ ve $0,25$ için mutlak değerce maksimum M_y eğilme momenti, kalınlığı lineer değişen kare kalın plaklarinkinden daha büyüktür.

Düzgün yayılı yük etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen plaklarda, sabit b/a oranı için t/a oranı artıkça plakta oluşan mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme orta noktaya doğru yaklaşmak ve sonunda sabitlenmektedir. Sabit t/a oranı için artan b/a oranına bağlı olarak plakta oluşan mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme orta noktadan sola doğru yani ince kenara doğru uzaklaşmaktadır.

Düzgün yayılı yük etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak maksimum yerdeğiştirme artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranlarında azalmaktadır. Sabit bir b/a oranı için, t/a oranı artıkça maksimum yerdeğiştirme azalmaktadır. Ayrıca, küçük b/a oranlarında, b/a oranının maksimum yerdeğiştirme üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla, büyük b/a oranlarında daha az olmaktadır.

Düzgün yayılı yük etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plakta oluşan maksimum M_x eğilme momenti artmaktadır. Bu artış miktarı artan b/a oranı ile azalmaktadır. Sabit bir b/a oranı için t/a oranı artıkça maksimum M_x eğilme momenti azalmaktadır. Ayrıca, b/a oranının maksimum M_x eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla olmaktadır.

Düzgün yayılı yük etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen plaklarda, sabit bir t/a oranı için, artan b/a oranına bağlı olarak plakta oluşan maksimum M_y eğilme momenti küçük b/a oranlarında artış gösterirken büyük b/a oranında ise azalma göstermektedir. Bu artış ve azalma miktarlarıyla artan b/a oranlarında fazla bir değişiklik göstermemektedir. Sabit bir b/a oranı için t/a oranı artıkça plakta oluşan maksimum M_y eğilme momenti azalmaktadır. Bu artış ve azalma miktarları

önemsenmeyecek kadar küçüktür. Ayrıca, b/a oranının maksimum M_y eğilme momenti üzerindeki etkisi t/a oranının etkisinden daha fazla olmaktadır.

Düzgün yayılı yük etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı sabit kare kalın plakların $t/a=0,167$ için mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme değeri, kalınlığı lineer değişen kare kalın plaklarınkinden daha büyük, ancak $t/a=0,21$ ve $t/a=0,25$ için mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme değeri, kalınlığı lineer değişen kare kalın plaklarınkinden daha küçüktür.

Düzgün yayılı yük etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı sabit kare kalın plakların $t/a=0,167$, $0,21$ ve $0,25$ için mutlak değerce maksimum M_x eğilme momenti, kalınlığı lineer değişen kare kalın plaklarınkinden daha küçüktür.

Düzgün yayılı yük etkisindeki dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı sabit kare kalın plakların $t/a=0,167$, $0,21$ ve $0,25$ için mutlak değerce maksimum M_y eğilme momenti, kalınlığı lineer değişen kare kalın plaklarınkinden daha küçüktür.

Sabit b/a ve t/a oranlarında dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plakların maksimum yerdeğiştirme değeri dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plaklarınkinden daha büyüktür.

Sabit b/a ve t/a oranlarında dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plakların mutlak değerce maksimum M_x eğilme momenti küçük b/a oranında dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plakların değerinden daha küçük olurken, büyük b/a oranında ise daha büyüktür.

Sabit b/a ve t/a oranlarında dört kenarından basit mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plakların mutlak değerce maksimum M_y eğilme momenti dört kenarından ankastre mesnetli kalınlığı lineer değişen kalın plaklarınkinden küçüktür.

Genellikle kenar oranındaki değişimin mutlak değerce maksimum yerdeğiştirme ve eğilme momenti üzerindeki etkisi kalınlık/kenar oranındaki değişiminin etkisinden daha fazla olmaktadır.

5. KAYNAKLAR

- A.P. Gupta, Navneet Goyal, 1993. Forced axisymmetric response of linearly tapered circular plates, 439-448.
- Ayvaz Y., 1992. Parametric Analysis of Reinforced concrete Slabs Subjected to Lobbok, Earthquake Excitation, Ph. D. Thesis, Graduate School of Texas Tech University, Texas.
- Bathe, K.J., 1996. Finite Element Procedures, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1-720.
- Berktaş, İ., 1992. Plak Teorisi ve Uygulamaları, Yıldız Teknik Üniversitesi Müh. Fak. İnşaat Müh. Bölümü, 237, İstanbul.
- Birkhoff, G.D., 1922. Circular Plates of Variable Thickness, Philosophical Magazine, 43.
- Cai, L., Rong, T. ve Chen, D., 2002. Generalized Mixed Variational Methods for Reissner Plate and Its Application, Computational Mechanics, 30, 29-37.
- Cheung, M.S. ve Chan, M.Y.T., 1981. Static and Dynamic Analysis of Thin and Thick Sectorial Plates by The Finite Strip Method, Computers & Structures, 14, 1-2, 79- 88.
- Chonan, S., 1980. Random Vibration of An Initially Stressed Thick Plate on An Elastic Foundation, Journal of Sound and Vibration, 71, 1, 117-127.
- Wu C.M.L. ve Webber J.P.H., 2003. Analysis of tapered (in steps) laminated plates under uniform inplane load, 87-100.
- C. M. Wang, Y. Xiang and S. Kitipornchai, K. M. Liew 2003. Buckling solutions for Mindlin plates of various shapes.
- Günaydın, A., 2000. Düzgün Yayılı Yük Etkisindeki Betonarme Kalın Döşemelerin Reissner Teorisi Kullanılarak Analizi, Yüksek Lisans Tezi, KTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Gören, F., 2006. Kalın plakların Üç Boyutlu Sonlu Eleman Modelleri, Yüksek Lisans Tezi, İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 1-83.
- Kang J. -H. ve Leissa A. W., 1998. Three-dimensional vibrations of thick, linearly tapered, annular plates, 703-722.
- Kardestuncer, H., 1987. Finite element handbook, McGraw-Hill, New York, 1-1424.
- Köksal, T., 1995. Sonlu Elemanlar Metodu, Yıldız Teknik Üniversitesi matbaası, İstanbul, 163.
- Cheung K. Y. ve Zhou D., 1998. The Free Vibrations of Tapered Rectangular Plates Using a New Set of Beam Functions with the Rayleigh-Ritz Method, 703-722.
- Love, A.E.H., 1944. Mathematical Theory of Elasticity, Dover Publications, 79-86.
- Michell, J.H., 1900. On The Direct Determination of Stress in an Elastic Solid with Application of the Theory Plates, Proceedings of the London Mathematical Society, 31.

- Mindlin, R.D., 1951. Influence of Rotatory Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic, Elastic Plates, *Journal of Applied Mechanics*, 18, 1, 31-32.
- Mindlin, R. D., 1951. Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates, *Journal of Applied Mechanics*, 18, 31-38.
- Wang M., Hong G. M. ve Tan T. J., 1993. Elastic buckling of tapered circular plates, 1055-1061.
- Özdemir Y. I. ve Ayvaz Y., 2007. Shear Locking-Free Analysis of Thick Plates Using Mindlin's Theory (accepted for publication), *Structural Engineering and Mechanics*, 311-332.
- Özdemir. Y.I., 2007. Deprem Etkisindeki Kalın Plakların Mindlin Teorisi Kullanılarak Parametrik Olarak İncelenmesi, *Doktora Tezi, KTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü*, 1-164.
- P.A.A. Laura, Chang Shangchow, R. Gelos, R.D. Santos, 1985. Numerical analyses of flexural vibrations of tapered thickness rectangular plates, 415-418.
- Reissner, E., 1944. On The Theory of Bending of Elastic Plates, *Journal of Mathematics and Physics*, 23, 184-191.
- Reissner, E., 1945. The Effect of Transverse Shear Deformation on The Bending of Elastic Plates, *Journal of Applied Mechanics*, 67, 69-77.
- Reissner, E., 1947. On bending of elastic plates, *Quarterly of Applied Mathematics*, 5, 55-68.
- Sarı, M.S., 1998. Takviyeli Plakların Karışık Sonlu Elemanlar Metodu İle Çözümü, *Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, 66-68.
- Szillard, R., 1974. *Theory and Analysis of Plates*, Prentice-Hall, Inc.
- Mizusawa T., 1991. Vibration of rectangular mindlin plates with tapered thickness by the spline strip method, 451-463.
- Ugural, A.C., 1981. *Stresses in Plates and Shells*, McGraw-Hill., New York, 75-77.
- Cheung Y. K. ve Zhou D., 2001. Vibration of tapered Mindlin plates in terms of static Timoshenko beam functions, 693-709.

ÖZGEÇMİŞ

Sedat ŞEN 1984 yılında Rize’de doğdu. 2001 yılında Rize Mimar Sinan Anadolu Meslek, Teknik lise ve Meslek Lisesi’nden mezun oldu. 2002 yılında Gazi Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi Yapı Eğitimi Bölümü’nü kazandı. 2006 yılında lisans eğitimini tamamladıktan sonra aynı yıl Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim dalında yüksek lisans eğitimine başladı. 2008 yılında Ak-İş İnşaat ta Kalite Kontrol Müdürü olarak göreve başladı. Bekâr olan, iyi derecede İngilizce bilen Sedat ŞEN halen Ak-İş İnşaat’ta Kalite Kontrol Müdürü olarak görevine devam etmektedir.