

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**YÜKLEME VE GEOMETRİYE GÖRE SİMETRİK OLMAYAN İKİ RİJİT  
BLOK İLE YÜKLENEN HOMOJEN YARI SONSUZ TABAKADA  
TEMAS VE ÇATLAK PROBLEMİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Ayhan ÜSTÜN**

**HAZİRAN 2019  
TRABZON**





**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**YÜKLEME VE GEOMETRİYE GÖRE SİMETRİK OLMAYAN İKİ RİJİT BLOK  
İLE YÜKLENEN HOMOJEN YARI SONSUZ TABAKADA TEMAS VE ÇATLAK  
PROBLEMİ**

**Ayhan ÜSTÜN**

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde  
"YÜKSEK İNŞAAT MÜHENDİSİ"  
Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 20 / 05 / 2019**

**Tezin Savunma Tarihi : 13 / 06 / 2019**

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Talat Şükrü ÖZŞAHİN**

**Trabzon 2019**

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında

Ayhan ÜSTÜN Tarafından Hazırlanan

YÜKLEME VE GEOMETRİYE GÖRE SİMETRİK OLMAYAN İKİ RİJİT BLOK İLE  
YÜKLENEN HOMOJEN  
YARI SONSUZ TABAKADA TEMAS VE ÇATLAK PROBLEMİ

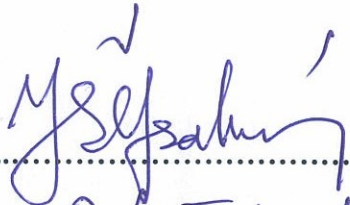


başlıklı bu çalışma, Enstitü Yönetim Kurulunun 28 / 05 / 2019 gün ve 1806 sayılı  
kararıyla oluşturulan jüri tarafından yapılan sınavda  
YÜKSEK LİSANS TEZİ  
olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

Başkan : Prof. Dr. Talat Şükrü ÖZŞAHİN

Üye : Prof. Dr. Ahmet BİRİNCİ

Üye : Doç. Dr. Murat YAYLACI

  
.....  
  
.....  
  
.....

Prof. Dr. Asim KADIOĞLU  
Enstitü Müdürü

## ÖNSÖZ

Bu çalışma Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak hazırlanmıştır.

“Yükleme ve Geometriye Göre Simetrik Olmayan İki Rijit Blok İle Yüklenen Homojen Yarı Sonsuz Tabakanın Temas ve Çatlak Problemi” isimli tez çalışmasını bana öneren ve her aşamasında gerek bilgi ve tecrübelerini gerekse manevi desteğini benden esirgemeyen Hocam Sayın Prof. Dr. Talat Şükrü ÖZŞAHİN'e en içten teşekkürlerimi sunarım.

Öğrenim hayatım boyunca emeği geçen tüm hocalarımı saygıyla anar, kendilerine teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışmamı başından beri takip eden, inceleyen ve değerli görüş ve bilgilerini benimle paylaşan, değerli zamanını ve emeğini benim için harcamaktan kaçınmayan değerli Hocalarım Sayın Prof. Dr. Ahmet BİRİNCİ' ye, Prof. Dr. Ümit UZMAN' a, Prof. Dr. Volkan Kahya' ya, Doç. Dr. İsa Çömez'e ve Dr. Öğr. Üyesi Fevzi Lütfü ÇAKIROĞLU' na teşekkür etmeyi bir borç bilirim.

Tez çalışmamın her aşamasında bana yardımcı olan, değerli bilgi ve tecrübelerini benimle paylaşan Hocam Sayın Arş. Gör. Dr. Gökhan ADIYAMAN' a çok teşekkür ederim.

Öğrenim hayatım boyunca bana her türlü desteği veren babam Erdal ÜSTÜN' e, annem Özlem ÜSTÜN' e ve kardeşim Gökhan ÜSTÜN' e göstermiş oldukları sabırdan dolayı teşekkür eder, bu çalışmanın, yeni çalışmalara ışık tutmasını ve ülkemize faydalı olmasını temenni ederim.

Ayhan ÜSTÜN  
Trabzon 2019

## TEZ ETİK BEYANNAMESİ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Yükleme ve Geometriye Göre Simetrik Olmayan İki Rijit Blok İle Yüklenen Homojen Yarı Sonsuz Tabakada Temas ve Çatlak Problemi” başlıklı bu çalışmayı baştan sona kadar danışmanım Prof. Dr. Talat Şükrü ÖZŞAHİN' in sorumluluğunda tamamladığımı, verileri/örnekleri kendim topladığımı, deneyleri/analizleri ilgili laboratuvarlarda yaptığımı/yaptırdığımı, başka kaynaklardan aldığım bilgileri metinde ve kaynakçada eksiksiz olarak gösterdiğimi, çalışma sürecinde bilimsel araştırma ve etik kurallara uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim. 13/06/2019

Ayhan ÜSTÜN

## İÇİNDEKİLER

### Sayfa No

ÖNSÖZ .....	III
TEZ ETİK BEYANNAMESİ .....	IV
İÇİNDEKİLER .....	V
ÖZET .....	VII
ABSTRACT .....	VIII
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	IX
TABLolar DİZİNİ .....	XI
SEMBOLLER DİZİNİ .....	XII
1. GENEL BİLGİLER .....	1
1.1. Giriş.....	1
1.2. Temas Problemlerinin Tarihsel Gelişimi .....	2
1.3. Temas Problemiyle İlgili Yapılan Çalışmalar .....	2
1.4. Çatlak Problemlerinin Tarihsel Gelişimi .....	11
1.5. Çatlak Problemi ile İlgili Yapılmış Çalışmalar .....	12
1.6. Tezin Amacı ve İçeriği.....	16
1.7. Temas Problemi İçin Genel Denklemlerin Elde Edilmesi .....	17
1.7.1. Elastik Homojen Yarı Sonsuz Tabakaya Ait Genel Denklemler .....	17
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR .....	24
2.1. Problemin Tanımı .....	24
2.2. Problem 1 İçin Sınır Şartlarının Uygulanması ve Katsayıların Bulunması .....	25
2.3. Problem 1 İçin Gerilme ve Yer Değiştirme Bağıntılarının Elde Edilmesi .....	27
2.4. Çatlak Probleminin Çözümü .....	30
2.4.1. Problem 3 İçin Genel Denklemlerin Elde Edilmesi .....	31

2.4.2	Problem 3 ile İlgili Sınır Şartlarının Uygulanması ve Probleme İlişkin Gerilme ve Yer Değiştirme Bağıntılarının Elde Edilmesi .....	35
2.4.3.	Problem 3 ve Problem 4' ün Süperpozisyonu Uygulanarak Problem 2 için Gerilme ve Yer Değiştirme Bağıntılarının Elde Edilmesi .....	40
2.5.	Çatlak-Temas Problemi İçin İntegral Denklemlerin Elde Edilmesi .....	44
2.6.	İntegral Denklemlerin Normalizasyonu ve Sayısal Çözümü .....	48
2.6.1.	Gerilme Şiddeti Faktörleri ve Gerilme Şiddeti Faktörlerinin Normalizasyonu ....	59
3.	BULGULAR VE İRDELEME.....	62
3.1.	Temas Gerilmelerine İlişkin Bulgular .....	63
3.2.	Gerilme Şiddeti Faktörlerine İlişkin Bulgular .....	68
4.	SONUÇLAR VE ÖNERİLER .....	80
5.	KAYNAKLAR.....	82

## ÖZGEÇMİŞ

## Yüksek Lisans Tezi

### ÖZET

# YÜKLEME VE GEOMETRİYE GÖRE SİMETRİK OLMAYAN İKİ RİJİT BLOK İLE YÜKLENEN HOMOJEN YARI SONSUZ TABAKADA TEMAS VE ÇATLAK PROBLEMİ Ayhan ÜSTÜN

Karadeniz Teknik Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı  
Danışman: Prof. Dr. Talat Şükrü ÖZŞAHİN  
2019, 88 Sayfa

Bu tez çalışmasında, yükleme ve geometriye göre simetrik olmayan iki rijit blok ile yüklenen elastik homojen yarı sonsuz tabakada temas ve çatlak problemi elastisite teorisine göre incelenmiştir. Yüksek lisans tez çalışması dört bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde temas ve çatlak problemi ile ilgili daha önceden yapılan bazı çalışmalar özetlenmiştir. Navier denklemleri ve integral dönüşüm teknikleri kullanılarak yarı sonsuz düzlemin temas problemi için kullanılacak gerilme ve yer değiştirme bileşenleri elde edilmiştir. İkinci bölümde; problemin tanımından sonra birinci bölümde elde edilen gerilme ve şekil değiştirme ifadelerine, probleme ait sınır şartları uygulanmıştır. Homojen yarı sonsuz düzlemde çatlak problemi için kullanılacak denklemler belirtilmiş ve bu denklemlere çatlak için belirlenen sınır şartları uygulanmıştır. Problem temas gerilmelerinin ve çatlak yer değiştirmelerinin bilinmeyen olduğu dört adet tekil integral denklemden oluşan bir integral denklem sistemine indirgenmiştir. Problemin sayısal çözümü için normalizasyonlar yapılmış ve Jacobi polinomları kullanılarak integral denklem sisteminin sayısal çözümü gerçekleştirilmiştir. Üçüncü bölümde, blok altı gerilme dağılımları ve gerilme şiddeti faktörleri ile ilgili sayısal veriler farklı yükleme ve geometrik büyüklükler için bilgisayar programı kullanılarak elde edilmiş, tablo ve grafiklerle sunulmuş; bunlarla ilgili değerlendirmeler yapılmıştır. Blokların konumunun, yük şiddetinin, çatlak boyunun ve temas uzunluklarının gerilme dağılımları ve gerilme şiddeti faktörleri üzerindeki etkileri incelenmiştir. Dördüncü bölümde, elde edilen sonuçlar ve öneriler verilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Temas-çatlak problemi, yarı sonsuz düzlem, singüler integral denklem, Jacobi Polinomları

Master Thesis

ABSTRACT

CONTACT-CRACK PROBLEM OF HOMOGENEOUS INFINITE LAYER LOADED  
WITH ANTI SYMMETRIC TWO RIGID BLOCKS

Ayhan ÜSTÜN

Karadeniz Technical University  
The Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Civil Engineering Graduate Program  
Supervisor: Prof. Dr. Talat Şükrü ÖZŞAHİN  
2019, 88 Pages

In thesis, the elastic homogeneous semi-infinite layer of contact and crack problem was applied according to the elasticity theory. The master thesis work consist of four chapters. In the first chapter, some previous studies on contact and crack problems are summarized. By using Navier equations and integral transformation techniques, the stress and displacement components to be used for the contact problem of the semi-infinite plane have been obtained. In the second part; after the definition of the problem, the boundary conditions suitable to the problem have been applied to the stress and displacement statements obtained in the first section. The equations to be obtained for the crack problem in the homogeneous semi-infinite plane are specified and the boundary conditions determined for the crack are applied to these equations. The problem is reduced to an integral equation system consisting of four singular integral equations where contact stresses and crack displacements are unknown. Normalizations was made for numerical solution of the problem and the numerical solution of the integral equation system was made by using Jacobi polynomials. In the third chapter, numerical data related to dimensionless stress distribution of under punch and stress intensity factors are presented with tables and graphics by using computer program according to different loading, and geometric datas. The effects of position of blocks, intensity of loads and contact length and length of cracks on stress distribution and stress intensity factors are examined. In the fourth chapter, the results and recommendations are given.

**Key Words:** Contact-Crack Problem, semi-infinite layer , singular integral equation, Jacobi polynomial



## ŞEKİLLER DİZİNİ

### Sayfa No

Şekil 2.1.	Yükleme ve geometriye göre simetrik olmayan iki rijit düz blok ile yüklenen homojen yarı sonsuz tabaka .....	24
Şekil 2.2.	Temas-Çatlak Probleminin Problem 1 ve Problem 2 Olarak Süperpozisyonu	25
Şekil 2.3.	Çatlak Problemi .....	30
Şekil 3.1.	Çatlak derinliğinin artmasına göre P yükünün uygulandığı blokta oluşan blok altı gerilme dağılımı ( $K=2, v=0.25, a/b=0.5, c/b=-1, d/b=-1.5, P/Q=2$ )..	63
Şekil 3.2.	Çatlak derinliğinin artmasına göre Q yükünün uygulandığı blokta oluşan blok altı gerilme dağılımı ( $K=2, v=0.25, a/b=0.5, c/b=-1, d/b=-1.5, e=-0.5, P/Q=2$ ).....	63
Şekil 3.3.	P/Q oranının değişimine göre P yükünün uygulandığı blokta oluşan blok altı gerilme dağılımı ( $K=2, v=0.25, a/b=0.5, c/b=-1, d/b=-1.5, e=-0.5$ ) .....	64
Şekil 3.4.	P/Q oranının değişimine göre Q yükünün uygulandığı blokta oluşan blok altı gerilme dağılımı ( $K=2, v=0.25, a/b=0.5, c/b=-1, d/b=-1.5, e=-0.5$ ) .....	64
Şekil 3.5.	P yükünün uygulandığı blok genişliğinin değişimine göre P kuvvetinin uygulandığı blokta oluşan blok altı gerilme dağılışı ( $K=2, v=0.25, P/Q=2, c/b=-1, d/b=-1.5, e=-0.5$ ) .....	65
Şekil 3.6.	P yükünün uygulandığı blok genişliğinin değişimine göre Q kuvvetinin uygulandığı blokta oluşan blok altı gerilme dağılışı ( $K=2, v=0.25, P/Q=2, c/b=-1, d/b=-1.5, e=-0.5$ ) .....	66
Şekil 3.7.	Q yükünün uygulandığı blok genişliğinin değişimine göre P kuvvetinin uygulandığı blokta oluşan blok altı gerilme dağılışı ( $K=2, v=0.25, P/Q=0.25, a/b=0.5, c/b=-1, e=-0.5$ ) .....	67
Şekil 3.8.	Q yükünün uygulandığı blok genişliğinin değişimine göre Q kuvvetinin uygulandığı blokta oluşan blok altı gerilme dağılışı ( $K=2, v=0.25, P/Q=0.25, a/b=0.5, c/b=-1, e=-0.5$ ) .....	68
Şekil 3.9.	Farklı P/Q oranları için elde edilen $k_1\sqrt{-e}/P$ gerilme şiddeti faktörünün değişimi ( $K=2, v=0.25, a/b=0.5, c/b=-1, d/b=-1.5$ ) .....	69
Şekil 3.10.	Farklı P/Q oranları için elde edilen $k_2\sqrt{-e}/P$ gerilme şiddeti faktörünün değişimi ( $K=2, v=0.25, a/b=0.5, c/b=-1, d/b=-1.5$ ) .....	69
Şekil 3.11.	Farklı P/Q oranları için blok konumlarının simetrik olması durumunda $k_1\sqrt{-e}/P$ gerilme şiddeti faktörü değişimi ( $K=2, v=0.25, a/b=0.5, c/b=-0.5, d/b=-1$ ) .....	71
Şekil 3.12.	Farklı P/Q oranları için blok konumlarının simetrik olması durumunda $k_2\sqrt{-e}/P$ gerilme şiddeti faktörü değişimi ( $K=2, v=0.25, a/b=0.5, c/b=-0.5, d/b=-1$ ).....	71

Şekil 3.13.	P yükünün uygulandığı blok genişliğinin çeşitli değerlerine göre elde edilen $k_1\sqrt{-e}/P$ gerilme şiddeti faktörünün değişimi ( $K=2, v=0.25, P/Q=4, c/b=-0.333, d/b=-0.5$ ).....	73
Şekil 3.14.	P yükünün uygulandığı blok genişliğinin çeşitli değerlerine göre elde edilen $k_2\sqrt{-e}/P$ gerilme şiddeti faktörünün değişimi ( $K=2, v=0.25, P/Q=4, c/b=-0.333, d/b=-0.5$ ).....	73
Şekil 3.15.	Q yükünün uygulandığı bloğun genişliğinin çeşitli değerlerine göre elde edilen $k_1\sqrt{-e}/P$ gerilme şiddeti faktörünün değişimi ( $K=2, v=0.25, P/Q=0.25, a/b=0.5, c/b=-1$ ).....	75
Şekil 3.16.	Q yükünün uygulandığı bloğun genişliğinin çeşitli değerlerine göre elde edilen $k_2\sqrt{-e}/P$ gerilme şiddeti faktörünün değişimi ( $K=2, v=0.25, P/Q=0.5, a/b=0.5, c/b=-1$ ).....	75
Şekil 3.17.	P yükünün uygulandığı bloğun çatlağa olan mesafesinin çeşitli değerleri için elde edilen $k_1\sqrt{-e}/P$ gerilme şiddeti faktörünün değişimi ( $K=2, v=0.25, P/Q=4$ ).....	77
Şekil 3.18.	P yükünün uygulandığı bloğun çatlağa olan mesafesinin çeşitli değerleri için elde edilen $k_2\sqrt{-e}/P$ gerilme şiddeti faktörünün değişimi ( $K=2, v=0.25, P/Q=4$ ).....	77
Şekil 3.19.	Q yükünün uygulandığı bloğun çatlağa olan mesafesinin çeşitli değerleri için elde edilen $k_1\sqrt{-e}/P$ gerilme şiddeti faktörünün değişimi ( $K=2, v=0.25, P/Q=0.25$ ).....	78
Şekil 3.20.	Q yükünün uygulandığı bloğun çatlağa olan mesafesinin çeşitli değerleri için $k_2\sqrt{-e}/P$ gerilme şiddeti faktörünün değişimi ( $K=2, v=0.25, P/Q=0.25$ ).....	79

## TABLULAR DİZİNİ

### Sayfa No

Tablo 3.1.	Farklı P/Q oranları için $k_1\sqrt{-e}/P$ ve $k_2\sqrt{-e}/P$ gerilme şiddeti faktörlerinin değişimi ( $K=2, v=0.25, a/b=0.5, c/b=-1, d/b=-1.5$ ).....	68
Tablo 3.2.	Farklı P/Q oranları için blok konumlarının ve blok genişliklerinin aynı olması durumunda elde edilen $k_1\sqrt{-e}/P$ ve $k_2\sqrt{-e}/P$ gerilme şiddeti faktörlerinin değişimi ( $K=2, v=0.25, a/b=0.5, c/b=-0.5, d/b=-1$ ).....	70
Tablo 3.3.	P yükünün uygulandığı bloğun genişliğinin çeşitli değerleri için elde edilen $k_1\sqrt{-e}/P$ ve $k_2\sqrt{-e}/P$ gerilme şiddeti faktörlerinin değişimi ( $K=2, v=0.25, P/Q=4, c/b=-1, d/b=-1.5$ ) .....	72
Tablo 3.4.	Q yükünün uygulandığı bloğun genişliğinin çeşitli değerleri için elde edilen $k_1\sqrt{-e}/P$ ve $k_2\sqrt{-e}/P$ gerilme şiddeti faktörlerinin değişimi ( $K=2, v=0.25, P/Q=0.25, a/b=0.5, c/b=-1$ ).....	74
Tablo 3.5.	P yükünün uygulandığı bloğun çatlağa olan mesafesinin çeşitli değerleri için elde edilen $k_1\sqrt{-e}/P$ ve $k_2\sqrt{-e}/P$ gerilme şiddeti faktörlerinin değişimi ( $K=2, v=0.25, P/Q=4$ ) .....	76
Tablo 3.6.	Q yükünün uygulandığı bloğun çatlağa olan mesafesinin değişimine göre elde edilen $k_1\sqrt{-e}/P$ ve $k_2\sqrt{-e}/P$ gerilme şiddeti faktörlerinin değişimi ( $K=2, v=0.25, P/Q=0.25$ ) .....	78

## SEMBOLLER DİZİNİ

$a,b,c,d$	: Rijit blok kenarlarının y eksenine uzaklıkları
$e$	: Çatlak Derinliği
$P,Q$	: Tekil Yüklerin Şiddeti
$u,v$	: Yer Değiştirme Bileşenleri
$K$	: Kolosov Sabiti
$\nu$	: Poisson Oranı
$\mu$	: Kayma Modülü
$E$	: Elastite Modülü
$\sigma_x, \sigma_y$	: x ve y Doğrultularındaki Normal Gerilmeler
$\tau_{xy}$	: Kayma Gerilmesi
$\Delta$	: Laplace Operatörü
$\lambda$	: Lamé Sabiti
$\psi, \phi$	: Ters Fourier Dönüşüm Fonksiyonları

**NOT:** Bu listede bulunmayan bazı sembollerin tanımları metin içerisinde ilgili oldukları yerlerde yapılmıştır.

# 1. GENEL BİLGİLER

## 1.1. Giriş

Temas problemleri mühendislik yapılarında birçok uygulama alanı bulmuştur. Bu uygulama alanlarına örnek olarak karayolları, demiryolları, havaalanı pistleri, akaryakıt tankları, küresel ve silindirik bilyeler ve silindirik miller verilebilir (Özşahin 2000).

Mühendislik yapılarında gerilme ve şekil değiştirme probleminin çözümünde elemanter teori yetersiz kalmaktadır. Bu yüzden elastisite teorisine ihtiyaç duyulmaktadır. Elastisite ifadelerinin uzun ve karışık olmalarına rağmen gelişen sayısal yöntemler ve bilgisayar teknolojisiyle birlikte temas ve çatlak problemlerinin çözümü kolaylaşmış ve bir çok çalışmanın yapılmasına olanak sağlanmıştır.

Elastisite teorisi, dış kuvvetlerin etkisindeki bir cisimde meydana gelen gerilme ve şekil değiştirmenin sistematik olarak incelenmesiyle uğraşır. Ayrıca bir yük sisteminin etkisinden dolayı cisim içinde oluşan iç kuvvet dağılımını, cismin boyutlarındaki değişimi ve bazı hallerde meydana gelen mukavemetin sona ermesi durumlarını da inceler. Cismin mukavemetini aşmasına neden olan faktörlere malzemenin mekanik davranışı, çevre şartları, dış yüklerin karakteri (özellikle zamana bağlılıkları), cismin geometrisi örnek olarak verilebilir. Bu faktörlerin bir veya birkaçının etkisi altında cismin veya yapının mukavemetinin sona ermesi kırılma (çatlak) şeklinde görülebilir. Kırılma (çatlak), genel olarak aşırı yükler altında malzemede yüzeylerin meydana gelmesidir.

Malzeme içinde çeşitli nedenlerle mevcut olan çatlaklar yukarıda bahsedilen sebeplerle büyümekte ve malzemenin mukavemetini önemli ölçüde azaltmaktadır. Bu amaçla son yıllarda diskolasyonlar teorisinde büyük ilerlemeler kaydedilmiş ve bu sayede içinde çatlak bulunan cisimlerin incelenmesi daha kolay hale gelmiştir. Havacılığın süratle ilerlemesi ve uzay endüstrisinin kurulması bu yöndeki çalışmalarını daha gerekli hale getirmiştir. Çalışmalar genellikle çatlak içeren bir yapı elemanının taşıyabileceği en büyük yükü bulmak ve çatlağın hangi yükleme koşullarında büyümeye başladığını belirlemeye yöneliktir. Çatlak içeren yapı elemanının taşıyabileceği en büyük yükü bulabilmek için çeşitli teoriler mevcuttur. Bu teorilerin en önemlileri; Griffith teorisi, gerilme şiddeti faktörü, şekil değiştirme enerjisinin serbest bırakılma oranı ve J integralidir. Bu teorilerin ilk üçü lineer elastik kırılma mekaniği, dördüncüsü ise elastoplastik kırılma mekaniği

kriteri olarak kullanılmaktadır. Bu kriterlerden lineer elastik malzemeler için en çok kullanılmakta olanı "gerilme şiddeti faktörü" kriteridir (Birinci 1998).

### 1.2. Temas Problemlerinin Tarihsel Gelişimi

Temas mekaniği konusunun, Hertz'in 1882 yılında yazmış olduğu "On the Contact of Elastic Solids" adlı makaleyle başladığı söylenebilir (Johnson 1985). Hertz, teoriyi tam elastik cisimler ve sürtünmesiz yüzeyler için ortaya koymuştur. Bu teoriye göre temas yüzeyleri sürekli, şekil değiştirmeler küçüktür ve her cisim elastik yarım düzlem olarak kabul edilir. Yirminci yüzyılın başlarında Kolosoff tarafından öne atılan kompleks değişkenler metodunun uygulanması, 1930'larda Muskhelishvili (1958) ve özellikle Sneddon'un integral dönüşüm tekniklerini elastisite teorisi üzerinde kullanması sayesinde temas problemi üzerine yapılan çalışmalarda büyük bir artış olmuştur. 1950'li yıllara kadar olan değme problemiyle alakalı literatür ve çözüm yöntemleri Galin'in eserinde toplanmıştır (Galin, 1961). İntegral dönüşüm tekniklerinin temas problemlerinin çözümünde uygulanma metodları Uffliand'ın eserinde yer almıştır (Uffliand, 1965).

### 1.3. Temas Problemiyle İlgili Yapılan Çalışmalar

Erdoğan (1969), katı cisim mekaniğinde ve potansiyel teoride yer alan karışık sınır değer problemlerinde karşılaşılan tekil integral denklem sisteminin çözümü için bir metod ortaya koymuştur. Bu metotta bilinmeyen tekil fonksiyon, bu bilinmeyen tekil fonksiyonun tekil davranışını belirten bir fonksiyon ile bilinmeyen sonlu bir fonksiyonun çarpılması sonucu elde edilir. Bu sayede ilgili ortogonal polinomların özelliklerinden faydalanılarak bilinmeyen sonlu fonksiyon çözümü tekilliği korunarak bulunmuştur ve bu yöntem temas ve çatlak problemlerine uygulanmıştır.

Shtaerman ve I Ya (1970), temas problemlerindeki temel denklemlerin çözüm metodları hakkında çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada elastisite teorisinin iki boyutlu temas problemine uygulanmasına dair bir hesap yöntemine yer verilmiştir. Yöntemde, elastik yarım düzleme oturan bir bloğun temas probleminin formülasyonu elde edilmiştir.

Dhaliwal ve Rau (1970), yarı sonsuz düzleme oturan dairesel rijit bir bloğun temas problemini ele almıştır. Bu karışık sınır değer problemini Fredholm integral denkleminde indirgeyerek problemi sayısal yöntemler ve kuvvet serileriyle çözmüştür. Rijit bloğun

konik, silindirik, küresel olması gibi durumlarını ele alarak çözümler yapılmış ve grafikler elde edilmiştir.

Elastik yarı sonsuz düzleme oturan ve üzerinde yayılı yük olan sonsuz uzunluklu elastik tabakada temas problemi Keer vd. (1972) tarafından ele alınmıştır. Papkovich-Neuber potansiyelleri cinsinden gerilme ve yer değiştirme ifadeleri yazılmıştır. Düzlem gerilme ve dönel simetrik problemler olarak çözümler sırasıyla Fourier ve Hankel dönüşümleri yardımıyla bulunmuştur. Çalışma sonucunda düzlem temas problemleri çözümlenerek temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Keer ve Chantaramungskorn (1972), elastik yarı sonsuz düzlem ile bu düzleme oturan ve belirli bir bölgesi dışındaki tüm bölgelerine üniform bir yayılı yük etki eden elastik tabaka arasındaki sürtünmesiz temas problemini ele almışlardır. Bu üniform yayılı yükün etki etmediği mesafeden daha küçük bir ayrılma bölgesi olduğu kabul edilmiştir ve problemin çözümü Papkovich-Neuber potansiyelleri kullanılarak yapılmıştır.

Ratwani ve Erdoğan (1973), elastik yarı sonsuz düzlem ile bu düzleme oturan elastik tabakaya çeşitli profillerde bloklar etki ettirilerek oluşan sürtünmesiz temas problemini ele almışlardır. Tabaka ile düzlem arasında ve tabaka ile blok arasındaki temas uzunlukları ve gerilme dağılımının bilinmeyen olduğu integral denklem sistemini integral dönüşümleri yardımıyla elde etmişlerdir. Tekil yükün doğrudan ya da eğrisel veya dikdörtgensel profildeki bloklar vasıtasıyla elastik tabakaya etki ettirilmesi durumları için integral denklem sistemi çözülmüş, yarı düzlem ile tabaka arasındaki temas uzunlukları ve temas gerilme dağılımları elde edilmiştir.

Civelek ve Erdoğan (1975), sürtünmesiz temas problemlerini ağırlık etkisi veya üniform yükleme altında çözen bir yöntem geliştirmişlerdir. Yöntem yatay, rijit, ve sürtünmesiz alt temel tabakasına oturan elastik tabakanın tekil bir yük aracılığıyla kaldırılması problemine uygulanmıştır. İlk önce sürekli temas problemi göz önünde bulundurulmuş ve ara yüzeyin ayrılmaya başlamasına karşılık gelen kritik yük değeri bulunmuştur. Daha sonra simetrik olmayan temasın karışık sınır değer problemi, çatlak problemleri için geliştirilen bir yöntemi takip ederek bir tekil integral denklem haline getirilmiştir. Çalışmanın ana sonuçlarından biri ne ayrılma uzunluğunun ne de temas gerilmesinin tabakanın elastik sabitlerine bağlı olmamasıdır.

Yarı sonsuz düzleme dikdörtgen veya eğrisel profillerdeki blokların etki etmesinden dolayı oluşan sürtünmeli temas problemi Spance (1975) tarafından ele alınmıştır. Coulomb

kanununa göre sürtünme dikkate alınmıştır ve problemin karışık sınır değer problemi formülasyonu yapılmıştır.

Erdoğan ve Gupta (1976), eksantrik yüklü rijit bir blok ile bastırılan elastik bir kama problemini ele almışlardır. Problemde Mellin dönüşümünden yararlanılmıştır. Temas bölgesindeki gerilme dağılımları bilinmeyen olarak alınmıştır. Cauchy tipi integral denklem takımına indirgenen problem çeşitli yükleme ve kama durumları için çözülmüştür. Yükleme simetrik olmadığından düz tabanlı rijit blokta bir miktar dönme görülmektedir. Yükleme simetrik olsa bile zeminde geometrik olarak simetri olmadığı için temelde de dönme meydana gelebilmektedir.

Adams ve Bogy (1977), farklı özelliklere sahip elastik şeritler için simetrik temas problemini ele almışlardır. Problemde şeritler farklı genişliklerde ele alınmıştır. Problem tekil integral denklemlere indirgenmiştir. Şeritlerin köşelerinde meydana gelen gerilmeler çeşitli malzeme özellikleri ve genişlik oranları için elde edilmiştir.

Civelek (1978), elastik tabakaya rijit dikdörtgen bir blok vasıtasıyla dış yükün etki ettiği sürtünmesiz temas problemini incelemiştir.

Aksoğan (1978), iki veya parçalı sınır değer problemleri ile ilgili tekil integral denklem çözüm yöntemini çok parçalı sınır değer problemlerine uygulanacak şekilde geliştirmiştir. Böylece çok parçalı karmaşık sınır değer problemlerinin çözümleri iki veya üç parçalı sınır değeri problemlerinden hareketle yapılabilmektedir.

Çakıroğlu (1979), elastik yarım düzleme oturan elastik tabaka üzerine rijit bir bloğun etki etmesinden dolayı oluşan sürekli ve süreksiz temas problemlerini ele almıştır. Bu çalışmada ilk ayrılma yükü ve ilk ayrılma uzaklığı, bu yükten daha büyük bir yükün oluşması durumunda ayrılma bölgesinin boyuyla ilgili sonuçlar verilmiştir. Ayrıca her iki probleme ait tabaka-yarım düzlem ara yüzeyindeki temas gerilme dağılımıyla ilgili sonuçlar elde edilmiştir.

Geçit (1980), elastik yarım düzlem ve elastik tabaka arasındaki sürekli ve süreksiz temas problemini ele almıştır. Elastik tabaka üst taraftan sürekli üniform yayılı yüklenmiş, alt taraftan da bu tabakayı kaldırmaya çalışan veya tabakayı bastıran tekil yük etki ettirilmesi durumları için ayrı ayrı çözümler yapılmıştır. Sonuçta, ilk ayrılmayı başlatan kritik yük ve tabaka ile yarım düzlem arasındaki temas gerilmesi dağılımı elde edilmiştir.

Adams ve Zied (1984), elastik yarım düzlem üzerinde sabit hızla hareket eden elastik yarı sonsuz şerit problemini ele almışlardır. Değişik malzeme kombinasyonları ve



sürtünme katsayıları için ara yüzeydeki temas gerilme dağılımını elastisite teorisini kullanarak bulmuşlardır.

Loboda ve Tauchert (1985), simetrik yüklü ve ortotropik sonsuz tabaka ile mesnetlenmiş ortotropik tabakanın gerilme durumunu incelemişlerdir. Problemden Fourier integral dönüşümü kullanılmış ve problem tekil integral denklemden oluşan bir sisteme indirgenmiştir. Çalışma sonucunda farklı yükleme durumu ve malzeme özellikleri için temas gerilmeleri bulunmuştur.

King ve O'Sullivan (1987), tabakalı elastik yarım düzleme oturan rijit bir pançtan dolayı meydana gelen sürtünmeli temas problemini incelemiştir. Düzlem şekil değiştirme durumu için problem çözülmüş ve ara yüzeydeki gerilme dağılımları elde edilmiştir.

Geçit (1986), yarı sonsuz elastik silindir ile elastik yarım düzleme oturan tabakanın sürtünmesiz temas problemini ele almıştır. Yer değiştirme ve şekil değiştirme ifadeleri integral dönüşüm teknikleri yardımıyla bulunmuştur. Temas gerilmesi dağılımları çeşitli malzeme özellikleri ve kesit boyutları için bulunmuştur.

Geçit (1987), elastik bir tabakanın rijit temele oturması durumundaki düzlem gerilme problemini incelemiştir. Sonlu kalınlıklı olan tabakanın üst yüzeyine tabaka boyunca çekme kuvveti uygulanmıştır. Temas bölgesinde oluşan normal ve kayma gerilmeleri için iki tekil integral denklemden oluşan bir sistem elde edilmiştir. İntegral denklemler sayısal olarak çözülmüştür ve çeşitli geometriler için gerilme dağılımları bulunmuştur.

Shield ve Bogy (1988), elastik yarı sonsuz düzleme oturan ve rijit blok ile bastırılan tabakanın temas problemini çalışmışlardır. Temas bölgelerinin sayısı, elastik sabitler ve tabaka kalınlığına bağlı olarak elde edilmiştir.

Çakıroğlu ve Çakıroğlu (1991), yarı sonsuz düzleme oturan elastik tabaka da sürekli ve süreksiz temas problemini ele almışlardır. Sürekli ve süreksiz temas durumu için problem tekil integral denkleme indirgenmiş ve Gauss-Chebyshev integrasyon formülüyle sayısal olarak çözülmüştür. Etki ettirilen yükün bir fonksiyona bağlı olması durumu, uzunluğun genişliğe oranının farklı değerleri ve farklı malzeme özellikleri için temas yüzeyinde oluşan gerilme dağılımları grafiklerle sunulmuştur.

Birinci vd. (1997), elastik mesnete oturan, farklı yüksekliklere ve elastik sabitlere sahip iki tabaka arasındaki sürekli temas problemini ele almışlardır. Problemden kütle kuvvetleri ihmal edilmiştir ve çözümde Fourier integral dönüşüm tekniği kullanılmıştır. Çalışma sonucunda birleşik tabakaya uygulanan dış yüklerden dolayı tabakaların arasında oluşan ayrılmanın ilk başladığı nokta ve ilk ayrılma yükü bulunmuştur. Ayrıca ilk ayrılma

yükü ve ilk ayrılma yükünden küçük yükler için temas yüzeylerindeki gerilme dağılımları elde edilmiştir.

Elsharkawy (1999), ince elastik tabakalarla kaplanmış elastik yarım düzlemde sürtünmeli değme problemini incelemiştir. Elastik yarım düzlemin rijit eğrisel bir pançla yüklenmesi halinde çeşitli sürtünme katsayısı değerleri için temas gerilmesi dağılımları elde edilmiştir.

Birinci ve Erdöl (1999), basit mesnetler üzerine oturan, rijit dairesel ve ya düz blok ile bastırılan, yükseklikleri ve elastik sabitleri farklı iki tabakadan oluşan birleşik tabakada sürtünmesiz temas problemini ele almışlardır. Birleşik tabakaya rijit blok vasıtasıyla 2P şiddetinde yük etki etmektedir ve kütle kuvvetleri ihmal edilmiştir. Problemin bilinmeyenleri bloğun altındaki temas gerilmesi ve temas uzunluğudur. Yer değiştirme ve gerilme ifadeleri Fourier integral dönüşümü ile bulunmuş ve problem tekil integral denkleme indirgenmiştir. İntegral denklemin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integrasyon formülasyonu ile yapılmıştır.

Özşahin (2000), iki rijit blok üstüne oturmuş elastik sabitleri ve yükseklikleri farklı iki elastik tabakadan oluşan birleşik tabakanın sürekli ve süreksiz temas problemini ele almıştır. Birleşik tabaka üzerine sınırlı bir bölgede yayılı yük etki ettirilmiştir. Sürekli temas olması durumunda ilk ayrılmayı başlatan kritik yük sürtünme olmaması durumu için hesaplanmıştır. Süreksiz temas probleminde sürtünme dikkate alınmamış olup, ilk ayrılmanın iki elastik tabaka arasında veya birleşik tabaka ile bloklar arasında meydana gelme durumları için problem çözülmüş ve gerilme dağılımları grafiklerle verilmiştir.

Çakıroğlu vd. (2001), iki elastik tabakanın elastik yarı sonsuz düzleme oturduğu sürtünmesiz sürekli ve süreksiz temas problemini incelemişlerdir. Sürekli temas durumunda ilk ayrılmayı başlatan kritik yük bulunmuştur. Süreksiz temas durumunda, ayrılmanın yalnızca tabakalar arasında olması, alt tabaka ile yarı sonsuz düzlem arasında olması ve aynı anda hem tabakalar arasında hem de alt tabaka ile yarı sonsuz düzlem arasında olması durumlarında ayrı ayrı çözümler yapılmıştır.

Kahya vd. (2001) rijit bir temele oturan ve dikdörtgen,parabolik veya dairesel profile sahip rijit bir blok ile yüklü elastik bir tabakadaki temas problemini ele almışlardır. Problemden sürtünme ve kütle kuvvetleri ihmal edilmiştir.

Birinci ve Erdöl (2001), basit mesnetlere oturan ve tekil yükün rijit dikdörtgen blok aracılığıyla etki ettirildiği bileşik tabakadaki sürekli ve süreksiz temas problemini incelemişlerdir. Sürekli temas probleminde tabakalar arası ilk ayrılmayı başlatan kritik yük

ve ilk ayrılma uzaklığı bulunmuştur. Süreksiz temas probleminde, süreksizliğin birleşik tabakalar arasında olması veya üstteki tabaka ile rijit blok arasında olması durumları için ayrı ayrı çözümler yapılmıştır. Temas gerilmesi dağılımları ve yer değiştirmeler, malzeme sabitleri, tabaka kalınlıkları ve mesnet aralığının değişimlerine göre bulunmuştur.

Özşahin ve Çakıroğlu (2003), farklı elastik sabitlere ve yüksekliklere sahip, rijit yarım daire şeklinde iki mesnete oturan ve üzerine yayılı yükün etki ettiği iki elastik tabakaya ait değme problemini ele almışlardır. Problemde kütle kuvvetleri ihmal edilmiştir. Birleşik tabaka ile mesnetler arası sürtünme ihmal edilirken tabakalar arası sürtünme dikkate alınmıştır. Bu yüzden ara yüzey boyunca sadece basınç gerilmesi aktarımının olacağı kabul edilmiştir. Rijit blok profilinin, tabakaya uygulanan yayılı yükün genişliğinin ve şiddetinin bileşik tabaka ve mesnetler arası temas bölgesi büyüklüğüne etki ettiği gözlenmiştir.

Kahya (2003), rijit bir temele oturmuş, ortotrop ve elastik iki tabakanın birleşiminden oluşan bileşik tabakadaki sürekli ve süreksiz temas problemini ele almıştır. Her iki problem için tabakalar arasında ilk ayrılmayı başlatan kritik yük değeri, ayrılma uzaklığı, kritik yükten daha büyük bir yük etmesi durumunda tabakalar arasında oluşan ayrılma bölgesi büyüklüğü, açılma miktarı ve tabakalar arası temas gerilmesi dağılımı elde edilmiştir.

Çömez vd. (2003,2004), alt taraftan rijit olarak mesnetlenmiş ve üstten rijit bloğun etki ettiği yapışık olmayan iki elastik tabakanın sürtünmesiz temas problemlerini incelemişlerdir.

Ma ve Korsunsky (2004,2006), elastik blok, tekil kuvvet ve sürtünme kuvvetlerinin etki ettirildiği ince bir tabakayla kaplanmış elastik yarım düzlemdeki temas problemini incelemişlerdir. Problem bloğun rijit olması ve sürtünme olmaması durumunda çözülmüştür. Çözümde genel bir çözüm yöntemi olarak bilinen Airy gerilme fonksiyonlarından yararlanmışlardır. Değişen sürtünme katsayıları için temas gerilmesi dağılımını elde etmişlerdir.

Ke ve Wang (2006), fonksiyonel derecelendirilmiş elastik bir tabaka ile kaplı elastik yarım düzlemde sürekli temas problemini incelemişlerdir. Problem integral dönüşüm teknikleri ve transfer matris yöntemiyle çözülmüştür. Yükü aktaran blok profilinin daire, üçgen ve dikdörtgen olması durumlarında çözümler yapılmıştır.

El-Borgi vd (2006), elastik fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka ile homojen yarım düzlem arasındaki temas problemini ele almışlardır. Tabaka ve düzlem arasında

sürtünmenin olmadığı kabul edilmiştir. Bilinmeyenleri temas gerilmeleri ve temas mesafesi olan problemde integral dönüşüm yöntemleri kullanılarak problem bir singüler integral denkleme indirgenmiştir. İntegral denklemin sayısal çözümü Chebyshev polinomları kullanılarak yapılmıştır. Problemin çözümünde, rijitlik parametresinin ve fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka kalınlığının temas gerilmelerine ve temas mesafesine etkisi araştırılmıştır.

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeyle kaplı elastik yarım düzlemin sürtünmeli temas problemi Güler ve Erdoğan (2004,2007), tarafından ele alınmıştır. Tabakanın kayma modülü derinliğe bağlı olarak üstel biçimde değişmektedir. Dikdörtgen ve eğrisel profillerdeki bloklar vasıtasıyla tabakaya düşey ve yatay kuvvetler etki ettirilmiştir. İntegral dönüşüm teknikleri yardımıyla problem bir tekil integral denkleme dönüştürülmüş ve temas gerilmesi dağılımları bulunmuştur.

Özşahin vd. (2007) rijit iki düz blok üzerine oturan farklı yüksekliklere ve elastik sabitlere sahip tabakalardan oluşan bileşik elastik tabakanın temas problemini ele almışlardır. Bileşik tabaka ve rijit bloklar arası sürtünmenin olmadığı fakat tabakalar arası sürtünmenin olduğu kabul edilmiştir. Birleşik tabakaya üst yüzeyinden sınırlı bir bölgede yayılı yük etki etmektedir. Problem temas gerilmelerinin bilinmeyen olduğu tekil integral denkleme takımına indirgenmiştir ve sayısal çözümü yapılmıştır.

Adıbelli vd. (2009), elastik yarım düzleme oturan birleşik tabakada sürtünmeli temas problemini incelemişlerdir. Temas gerilmeleri malzeme sabitlerinin, yükleme durumunun ve rijit blok yarıçapının farklı değerleri için bulunmuştur.

Çömez (2009), rijit bir blok ile yüklü ve elastik yarım düzleme oturan elastik tabakanın sürtünmeli temas problemini ele almıştır. Problem tekil integral denkleme indirgenmiştir. Temas mesafeleri ve temas gerilmelerinin bilinmeyen olduğu problemin sayısal çözümü Gauss-Jacobi integrasyon formülasyonu ile yapılmıştır.

Öner (2011), elastik yarı sonsuz düzleme oturan ve rijit dairesel blok ile yüklü elastik sabitleri ve yükseklikleri farklı iki elastik tabakada sürekli temas problemini ele almıştır. Gerilme ve yer değiştirmeler integral dönüşüm teknikleri yardımıyla bulunmuş ve problem tekil integral denkleme indirgenmiştir. Çalışma sonucunda temas gerilmeleri, tabakalar arası ve alt tabaka ile elastik yarı sonsuz düzlem arasındaki ilk ayrılma yükü ve ilk ayrılma uzaklıkları belirlenmiştir.

Güler vd. (2012), elastik yarım düzleme oturan ve üstünde sonlu uzunlukta şerit bulunan fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın temas problemini incelemiştir. Problemin

amacı şeridin sonlandığı yerlerdeki gerilme dağılımlarını elde etmektir. Şeridin bir membran görevi gördüğü kabul edilmiştir. Problem, kayma gerilmelerinin bilinmeyen olduğu tekil integral denkleme dönüştürülmüş ve Sonlu Elemanlar Yöntemi kullanılarak çözülmüştür.

Chidlow ve Teodorescu (2013), rijit bir blok altındaki homojen olmayan elastik birleşik tabakanın iki boyutlu sürtünmesiz temas problemini incelemişlerdir. Birleşik tabaka; homojen tabaka ve derinlik boyunca kayma modülleri değişen fonksiyonel derecelendirilmiş iki tabaka olmak üzere toplam üç tabakadan oluşmaktadır. Çalışma sonucunda tabaka kalınlığı ve kayma modülünün gerilme dağılımlarına etkisi bulunmuştur.

Adıyaman vd. (2015), iki çeyrek düzleme oturan ve dairesel rijit blok ile yüklü elastik bir tabakanın sürtünmeli ve sürtünmesiz temas problemini incelemişlerdir. Problem integral denklem sistemine indirgenmiş, integral denklem sisteminin sayısal çözümü Gauss-Jacobi integral formülasyonu kullanılarak yapılmıştır. Çalışmanın sonucunda farklı yükleme durumları için blok-tabaka ve tabaka-çeyrek düzlem arasındaki temas uzunlukları ve bu temas yüzeyleri boyunca oluşacak temas gerilmesi dağılımları elde edilmiştir.

Liu vd. (2016) fonksiyonel derecelendirilmiş tabakaların simetrik çift temas problemini incelemişlerdir. Tabakaların kayma modülleri rastgele bir fonksiyon olarak değişmektedir. Fonksiyonel derecelendirilmiş tabakaların üstten rijit silindirik ve küresel bloklarla yüklenmesi durumları incelenmiştir. Problemden Hankel integral dönüşüm metodu ve matris transfer metodu kullanılarak problem iki tekil integral denklem sistemine dönüştürülmüştür. Rijitlik oranı ve tabakaların kayma modüllerinin değişimine göre temas bölgesi ve temas gerilmeleri elde edilmiştir.

Karabulut (2016), elastik yarım düzleme oturan rijit dikdörtgen blokla simetrik yüklenmiş homojen izotrop tabakada temas problemini ele almıştır. Tabakaya rijit bloklar aracılığıyla iki tekil yük etki etmektedir. Problem integral dönüşüm teknikleri yardımıyla tabaka-blok ve blok-yarım düzlem arasındaki temas gerilmelerinin bilinmeyen olduğu iki adet tekil integral denklemden oluşan bir integral denklem sistemine indirgenmiştir. Gauss-Jacobi integrasyon formülasyonu yardımıyla integral denklem sisteminin sayısal çözümü yapılmıştır. Farklı malzeme özelliklerine göre tabaka-blok ve blok-yarım düzlem arası temas gerilmesi dağılımları ve temas mesafeleri bulunmuştur.

El-Borgi ve Çömez (2017), homojen yarım düzleme oturan ve silindirik rijit bir blok ile yüklenen fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sürtünmeli temas problemini ele almışlardır. Fourier integral dönüşüm yöntemi ve uygun sınır şartları kullanılarak düzlem

elastisite denklemleri, bilinmeyenleri iki temas bölgesindeki gerilmeler ve temas uzunlukları olan tekil integral denklem sistemine dönüştürülmüştür. Gauss-Chebyshev integrasyon formülasyonu ile sayısal çözüm yapılmıştır. Çalışma sonucunda tabakanın rijitlik parametresinin sürtünme katsayısı üzerindeki etkisi ve rijit blok yarıçapının temas gerilmeleri ve uzunlukları üzerine etkisi bulunmuştur.

Kaya vd. (2018), elastik yarı sonsuz düzleme oturan ve üç rijit düz blok ile yüklenen homojen tabakanın sürtünmesiz temas problemini sonlu elemanlar yöntemini kullanarak ele almıştır. Homojen tabakanın ortasından düşey yönde P yükü ve y eksenine göre simetrik iki tane Q yükü rijit bloklar vasıtasıyla etki etmektedir. Problemin iki boyutlu sonlu elemanlar analizi ANSYS paket programı kullanılarak yapılmıştır. Problem farklı yükleme koşulları ve blok genişlikleri için çözülmüştür. Homojen tabaka ve yarı sonsuz düzlem arasındaki ilk ayrılma yükü ve ilk ayrılma mesafeleri sürekli temas durumu için bulunmuştur. Ayrıca sürekli ve süreksiz temas durumları için tabaka ve yarı sonsuz düzlem arasındaki normal gerilme dağılımları elde edilmiştir.

Polat vd. (2018), iki rijit düz blok ile yüklenen ve homojen elastik yarı sonsuz düzleme oturan fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sürekli temas problemini ele almıştır. Çözümde elastik yarı sonsuz düzlemin izotropik olduğu ve tüm yüzeylerin sürtünmesiz olduğu kabul edilmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın kayma modülü derinlik boyunca üstel olarak değişmektedir. İntegral dönüşüm yöntemleri kullanılarak problem tekil integral denklem sistemine indirgenmiştir. Problemin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev integrasyon formülasyonu ile yapılmıştır. Temas gerilmesi dağılımları, ilk ayrılma mesafeleri ve ilk ayrılma yükleri farklı yükleme durumları, malzeme özellikleri ve temas mesafeleri için bulunmuş ve grafiklerle gösterilmiştir.

Çömez (2019), rijit düzleme oturmuş ve rijit silindirik bir blok ile yüklü fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sürtünmeli ve sürtünmesiz temas problemini ele almıştır. Tekil yük silindirik rijit blok vasıtasıyla aktarılmaktadır. Gerilme ve şekil değiştirme ifadeleri için elastisite teorisi ve integral dönüşüm teknikleri kullanılmıştır. Tabakada kütle kuvvetlerinin bulunduğu kabul edilmiştir. Problem hem sürekli hem süreksiz temas durumları için tekil integral denklem sistemine indirgenmiştir. Gauss-Chebyshev integrasyon formülasyonu ile integral denklemlerin sayısal çözümü yapılmıştır. İlk ayrılma yükü, ilk ayrılma mesafesi, süreksiz temasta ayrılma bölgesi, blok altı temas mesafeleri, blok-tabaka ve tabaka-rijit düzlem arasındaki temas gerilmesi dağılımları elde edilmiştir.

#### 1.4. Çatlak Problemlerinin Tarihsel Gelişimi

Çatlak ile ilgili yapılmış çalışmalar daha çok içerisinde çatlak bulunduran yapı elemanının taşıyabileceği maksimum yükü bulmak ve çatlağın hangi yükleme şartlarında büyümeye başlayacağını belirlemek yönünde olmuştur. Bu amaçla çeşitli teoriler ortaya atılmış ve bunların tartışmaları yapılmıştır. Bu konuda en önemli adım Griffith tarafından atılmıştır. Griffith'e göre malzeme içindeki mevcut kusurlar mukavemet kaybında önemli rol oynamaktadır. Ancak Griffith'in bu çalışması İkinci Dünya Savaşı sonrasına kadar ihmal edilmiştir. İkinci Dünya Savaşı sırasında kırılma ile ilgili çok pahalı kayıplar olduğu için savaş sonrası kırılma konusunda araştırmalar yoğunlaşmış ve mevcut teorilerin yeterli olmadığı görülmüştür. Klasik Elastisite teorisi ile yapılan çözümlerde çatlak uçlarında elde edilen sonsuz gerilmelere itiraz edilmiş ve Barenblatt, uçlardaki kohezyon bölgesinin hesaba katılmasını ve singülaritelerin kaldırılmasını önermiştir. Başka bir çalışmada, kinetik enerjinin hesaba katılması gerektiği Mott tarafından ileri sürülmüştür. J integrali adı verilen bir integralin çatlak civarında hesaplanması gerektiği Rice tarafından teklif edilmiş ve sonraları Sih, çatlağın ilerlemeye başlamasının ancak şekil değiştirme enerjisinin belirli bir kritik değere ulaşmasıyla mümkün olabileceği görüşünü ileri sürmüştür. Sih, o zamana kadar yapılan çalışmalarda ileri sürülen iddiaların yalnız Mod 1 (açılma) problemlerine uygulanabildiğini oysa kendi koyduğu teorisinin her üç Mod (açılma, kayma, yırtılma) içinde kullanılabileceğini savunmuştur. Diğer taraftan Orowan ve Orwin, yapı malzemelerinin kırılma problemleri için yöntemler geliştirmişler ve geliştirmiş oldukları bu yöntemlerin uygulanabilirliğini başarılı bir şekilde ortaya koymuşlardır.

Düzlem elastisite teorisinde çatlak problemlerinin formülasyonu ve çözümü için çeşitli yöntemler geliştirilmiştir. Bunlar arasında analitik fonksiyonlar teorisi, integral denklemler, sonlu elemanlar ve sınır elemanları yöntemleri sayılabilir. Muskhelishvili'nin iki boyutlu denklemlerde kompleks formda yapmış olduğu çalışmalar, çatlak problemlerinin analitik çözümüne önemli derecede katkılar sağlamıştır. Ancak bu sayede geometrik ve yükleme şartlarından ileri gelen singülariteleri görmek ve analiz etmek mümkün olmuştur (Birinci 1998).

### 1.5. Çatlak Problemi ile İlgili Yapılmış Çalışmalar

Civelek (1978), simetrik tekil kuvvetlerle yüklü ve kenarında dik bir çatlak bulunan sonsuz elastik bir tabakadaki çatlak problemini ele almıştır. Çatlak uçlarındaki gerilme şiddeti faktörleri çeşitli yükleme durumları ve geometri için elde edilmiştir. Tekil kuvvetlerin elastik tabakaya uygulanması durumunda gerilme şiddeti faktörünün Poisson oranına bağlı olarak değiştiği, tekil kuvvetlerin yüzeye etki ettirilmesi durumunda ise gerilme şiddeti faktörlerinin Poisson oranından bağımsız olduğu ortaya konulmuştur.

Geçit (1978), rijit mesnete bağlı elastik bir tabakadaki çatlak problemini incelemiştir. Kenar ve iç çatlak bulunması durumunda gerilme şiddeti faktörü ve çatlak yüzey yer değiştirmeleri çeşitli boyutsuz büyüklükler için bulunmuştur.

Erdöl (1982), simetriye sahip içi boş sonsuz uzun dairesel bir silindirde, halka şeklinde bir çatlak bulunması problemini incelemiştir. Çalışmada, halka şeklindeki çatlakın içte olması durumuyla iç ve dış kenar yüzeylerinde olması durumlarını ele almıştır. Çatlak boyu büyüdükçe gerilme şiddeti faktörünün de arttığı görülmüştür. Isıl gerilmeler altında, içte bulunan çatlak boyu büyüdükçe gerilme şiddeti faktörünün sıfıra yaklaştığı elde edilmiştir.

Konda ve Erdoğan (1994), homojen olmayan elastik ortamda çatlak problemini incelemiştir. Rastgele yönlendirilmiş bir çatlak içeren homojen olmayan elastik ortamı ele almıştır. Çalışma sonucunda, farklı yükleme koşulları, malzeme özellikleri ve çatlak yöneliminin Mod-I ve Mod-II hallerinde bulunan gerilme şiddeti faktörleri üzerine etkisi elde edilmiştir.

Kadıoğlu ve Erdoğan (1995), birbiri üzerine oturan ortotropik tabakaların ara yüzeyinde oluşan çatlak problemini incelemiştir. Ara yüzey, boyuna ve dikine çatlaklar içermektedir. Problem Cauchy tipi tekil integral denklem sistemine indirgenmiştir. Gerilme şiddeti faktörleri ve enerji ortaya çıkma hızları, farklı yükleme koşulları ile izotropik ve ortotropik malzeme çiftleri için bulunmuştur.

Erdoğan (1995), fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin kırılma mekaniğini ele almıştır. Çalışmasında fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde oluşan yüzey çatlak problemlerini, periyodik yüzey çatlaklarına bağlı olarak ortaya çıkan gerilme ve enerji gevşemesi problemini, çatlak başlangıcında meydana gelen gerilme yoğunlaşması problemini anlatmıştır. Sonuçlar, homojen malzemeler ile fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler arasında karşılaştırmalar yapılarak verilmiştir.



Chen ve Erdoğan (1996), homojen tabaka ile fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın ara yüzeyinde oluşan çatlak problemini ele almışlardır. Problem tabakaların ayrılma problemi olarak düşünülmüştür. Düzlem gerilme halinin olduğu ve elastik ortamın arayüzey boyunca çatlak içerdiği varsayılmıştır. Boyutsuz uzunluk parametreleri ve rijitlik parametresine bağlı olarak gerilme şiddeti faktörleri bulunmuştur.

Schulze ve Erdoğan (1998), homojen bir alt tabakaya bağlanmış elastik kaplamadaki çatlak problemini incelemiştir. Yer değiştirmeler sonlu ve sonsuz Fourier integral dönüşümleri yardımıyla ifade edilmiştir. Problem çatlak yüzey yerdeğiştirmesinin bilinmeyen bir fonksiyon olduğu integral denkleme indirgenmiştir. Çalışmanın amacı, kayma modülleri oranının, çatlak aralığının çatlak derinliğine oranının ve çatlak derinliğinin kaplama kalınlığına oranının çatlak uçlarındaki gerilme şiddeti faktörüne etkisini incelemektir.

Birinci (1998), alt tabakasında düşey çatlak bulunan ve rijit bir blok aracılığı ile yüklenen bileşik tabaka problemini ele almıştır. İntegral dönüşüm yöntemleri ve Elastisite teorisi kullanılarak çatlaklı ve çatlaksız tabaka halinde gerilme ve şekil değiştirme ifadeleri bulunmuştur. Tabakanın çatlaksız durumu için problem, blok altındaki temas gerilmesinin bilinmeyen olduğu bir tekil integral denkleme indirgenmiştir. Tabakada çatlak olması durumunda, çatlak olmaması durumu için elde edilen normal gerilmeler zıt yönde aynı şiddet ve doğrultuda yüklenmiştir. İç ve dış kenar çatlak durumları ayrı ayrı incelenmiştir. Tabaka kalınlıkları, blok yarıçapı, tabakalar arasındaki temas alanı ve malzeme sabitlerinin oranlarının değişimlerine göre temas gerilmeleri, normal gerilmeler, tabakalar arası ilk ayrılma yükü ve ilk ayrılma uzaklığı, gerilme şiddeti faktörleri bulunmuştur.

Erdoğan (2000), yapısal malzemelerde demir ve çeliğin, ahşap ve duvarcılığın yerini almaya başladığı döneme kadar giden bazı önemli yapısal göçmelerin nedenlerini ve kırılma mekaniğini ele almıştır. Kırılma mekaniğinin temel mühendislik uygulamalarındaki bir özeti, yöntemleri ve gelecekteki araştırma alanları anlatılmıştır.

Haitao ve Xiugui, (2000), birbiri üzerine oturan iki ortotropik yarım düzlemin çatlak problemini ele almıştır. Problem Riemann-Hibert formülasyon açılımları yardımıyla çözülmüştür.

Kaman ve Çetişli (2001), etrafında fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kaplaması bulunan kompozit silindirelerde çatlak problemini sayısal olarak incelemişlerdir. Kompozit silindirin iki ucu aksenal çekme yüküne maruz bırakılmıştır ve fonksiyonel derecelendirilmiş kaplama içinde halka şeklinde çatlak olduğu kabul edilmiştir. Çalışma

sonucunda iç ve dış silindir yarıçapı ve çatlak boylarının değişimine göre gerilme şiddeti faktörleri bulunmuştur.

Dağ (2001), üzerinde rijit bir blok bulunan yarı sonsuz tabakada sürtünmeli temas durumundaki çatlak problemini ele almıştır. Tabakanın hem homojen hem de fonksiyonel derecelendirilmiş olduğu varsayılarak ayrı ayrı çözümler yapılmıştır. Çeşitli panç profilleri, sürtünme katsayıları ve temas uzunlukları için gerilme şiddeti faktörleri bulunmuştur.

El-Borgi ve Erdoğan (2004), termo-mekanik yükleme altında fonksiyonel derecelendirilmiş sonsuz bir ortamdaki çatlak problemini ele almışlardır. Çatlağın kısmi yalıtımlı ve gömülü olduğu, ortamın yüzey çatlak gerilmelerinin yanı sıra çatlak bölgesinden belirli uzaklıkta bir ısı akışına da maruz kaldığı kabul edilmiştir. Problem düzlem elastisite varsayımı altında tekil integral denklem sistemine indirgenerek çözülmüştür. Çözüm sonucunda çatlak uçlarındaki gerilme şiddeti faktörleri bulunmuştur.

Theotokoglou ve Paulino (2005), homojen yarı sonsuz düzlem ile fonksiyonel derecelendirilmiş tabaka arasındaki çatlak problemini ele almıştır. Problem iki gerilme durumunun süperpozisyonu şeklinde ele alınmıştır. Fourier integral dönüşümü kullanılarak düzlem gerilme halinde problem çözülmüştür.

Dağ (2006), ısı gerilmelere maruz kalan ortotropik fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin Mod-I çatlak analizi için eşdeğer alan integrali yöntemini esas alan yeni bir hesaplama yöntemi geliştirmiştir. Çalışmada, düzlem ortotropik termoelastisiteden faydalanarak ısı gerilme şiddeti faktörünü hesaplamak için J integrali, eşdeğer bir alana dönüştürülmüştür. Sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak ortotropik fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerdeki çatlak problemlerinde ısı genleşme katsayısının ve çatlak uzunluğunun gerilme şiddeti faktörü üzerindeki etkileri bulunmuştur.

Apatay (2010), homojen tabaka üzerine oturmuş ve rijit düz panç ile yüklenmiş sürtünmeli temas durumundaki çatlak problemini ele almıştır. Tabaka kalınlığının, sürtünme katsayısının, temas mesafesinin ve yükleme koşullarının değişimine göre gerilme şiddeti faktörleri ve temas gerilmeleri bulunmuştur.

Adıbelli (2010), elastik yarım düzleme oturan simetrik yüklü yapışık çift tabakada temas ve çatlak problemini ele almıştır. Problem, integral dönüşüm yöntemleri yardımıyla iki tekil integral denkleme indirgenmiştir. İntegral denklemlerin sayısal çözümü Gauss-Chebyshev formülasyonu ile yapılmıştır. Farklı yükleme, malzeme özellikleri ve temas mesafelerine göre temas gerilmeleri ve gerilme şiddeti faktörleri bulunmuştur.

Dağ vd. (2012), homojen yarım düzleme oturan fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sürtünmeli temas durumundaki çatlak problemini ele almıştır. Temas ve çatlak problemleri ayrı ayrı ele alınmıştır. Fourier integral dönüşüm yöntemi yardımıyla temas problemi bir tekil integral denkleme, çatlak problemi iki tekil integral denkleme indirgenmiştir. Malzeme özellikleri ve sürtünme katsayısı değişiminin temas gerilmeleri ve gerilme şiddeti faktörleri üzerindeki etkilerine yönelik sayısal sonuçlar tablolarla beraber sunulmuştur.

Romdhane vd. (2013), statik olarak normal ve teğet yüzey yüklemesine maruz, homojen tabakaya oturan fonksiyonel derecelendirilmiş ortotropik tabakaya gömülü olan çatlak problemini ele almışlardır. Çatlak yönü yüzeye paraleldir. İlk başta yüzey çatlak gerilmeleri bulunmuş ve elastisite denklemlerinde yerine yazılmıştır. İntegral dönüşümleri yardımıyla denklemler tekil integral denklemlere dönüştürülmüştür. Çalışmanın amacı malzemenin ortotropisi ve derecelendirilmiş tabakanın rijitlik parametresinin çatlak ucu gerilme şiddeti faktörü üzerindeki etkisini incelemektir.

Sarikaya ve Dağ (2016), rijit düz blok ile sürtünmeli temasa maruz kalan ortotropik elastik ortamdaki çatlak problemini incelemişlerdir. Mod I-Mod II çatlak problemlerine ve temas problemine karşılık gelen ifadeler Fourier integral dönüşüm yöntemleri yardımıyla elde edilmiştir. Sınır şartları uygulanarak problem üç tekil integral denklemden oluşan denklem sistemine indirgenmiştir. Tekil integral denklemlerin sayısal çözümü Jacobi polinomları ile yapılmıştır. Malzeme ortotropisinin, sürtünme katsayısının ve geometrik parametrelerin değişimine göre gerilme şiddeti faktörleri bulunmuştur.

Talezadehlari vd. (2016), homojen alt tabakaya oturan ve rijit blok ile yüklü fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın sürtünmeli temas halinde çatlak problemini incelemiştir. Blok profilleri dairesel ve düz olarak alınmış ve ayrı ayrı çözümler yapılmıştır. Temas bölgesinde Coulomb sürtünme yasasının olduğu kabul edilmiştir. Yapılan çalışma sayesinde herhangi bir keyfi malzeme özellik dağılımına sahip bir sistemin analizi yapılabilmektedir. Malzemenin rijitlik parametresinin, derecelendirilmiş tabakanın kalınlığının, blok ebatlarının ve sürtünme katsayısının gerilme dağılımları ve gerilme şiddeti faktörlerine etkileri incelenmiştir. Blok boyutunun, sürtünme katsayısının ve fonksiyonel derecelendirilmiş tabakanın kalınlığının arttırılmasının temas gerilmelerini arttırdığı görülmüştür. Sürtünmesiz temasta gerilme şiddeti faktörleri negatif çıkmıştır. Ayrıca sürtünme katsayısının arttırılması Mod-I'den elde edilen gerilme şiddeti faktörünü arttırdığı Mod-II'den elde edilen gerilme şiddeti faktörünü azalttığı sonucuna varılmıştır.

## 1.6. Tezin Amacı ve İçeriği

Bu çalışmada, yüklemesi ve geometrisi simetrik olmayan iki rijit blok ile yüklenen elastik homojen yarı sonsuz tabakada temas ve çatlak problemi elastisite teorisine göre ele alınmıştır.

Problemin amacı farklı yük konumlarının, şiddetlerinin, temas mesafelerinin ve çatlak boylarının blok-yarı sonsuz düzlem arasındaki temas gerilmesi dağılımlarına ve yarı sonsuz düzlemde bulunan çatlakta meydana gelen gerilme şiddeti faktörlerine etkisini incelemektir.

Birinci bölümde temas ve çatlak problemi ile ilgili daha önceden yapılan bazı çalışmalar özetlenmiştir. Navier denklemleri ve integral dönüşüm teknikleri kullanılarak yarı sonsuz düzlemin temas problemi için kullanılacak gerilme ve yer değiştirme bileşenlerinin genel denklemleri elde edilmiştir.

İkinci bölümde, problemin tanımı yapılmıştır. Birinci bölümde homojen yarı sonsuz tabakanın temas problemi için elde edilen genel denklemlere problemin sınır şartları uygulanmış ve iki bilinmeyenli iki denklem elde edilerek katsayılar bulunmuştur. Temas yüzeyleri boyunca oluşan gerilme dağılımları bu katsayıların bilinmeyenleridir. Katsayılar gerilme ifadelerinde yerlerine konulmuş ve gerekli sadeleştirmeler yapılarak temas gerilme ifadelerinin en sade halleri elde edilmiştir. Homojen yarı sonsuz tabakanın çatlak probleminin çözümü iki ayrı problemin çözümüne indirgenmiştir. Her iki problem için bulunan gerilme ve şekil değiştirme ifadelerine ilgili sınır şartları uygulanmış katsayılar bulunmuştur. Bu katsayılar çatlak için elde edilen denklemlerde yerlerine yazılmış ve sadeleştirmeler yapılmıştır. Temas için elde edilen gerilme ifadeleri ile çatlak için elde edilen gerilme ifadeleri toplanarak problemin karma çözümü için integral denklemler elde edilmiştir. İntegral denklemlerin normalizasyonu yapılmış ve integral denklemlerin sayısal çözümü Jacobi polinomlarıyla gerçekleştirilmiştir.

Üçüncü bölümde; yük konumlarının ve şiddetlerinin, çatlak boyunun ve blok genişliklerinin değişimlerine göre blok altı gerilme dağılımları ve gerilme şiddeti faktörleri boyutsuz olarak bulunmuştur. Elde edilen bulgular grafikler ve tablolarla sunulmuştur ve yorumlanmıştır.

Dördüncü bölümde, sonuçlar ve öneriler verilmiştir ve son bölümde yararlanılan kaynaklar verilmiştir.

### 1.7. Temas Problemi İçin Genel Denklemlerin Elde Edilmesi

Bu bölümde elastisite teorisi kullanılarak geometrisi ve yüklemesi simetrik olmayan rijit iki blok ile yüklü homojen yarı sonsuz tabakanın temas problemine ait gerilme ve yer değiştirme bileşenlerinin genel ifadeleri elde edilecektir. İlk olarak, bünye denklemleri ve yer değiştirme-şekil değiştirme bağıntıları yardımıyla denge denklemlerinin yer değiştirmeler cinsinden ifade edildiği Navier denklemleri elde edilecektir. Navier denklemlerinde, yer değiştirme bileşenlerinin gerekli türevleri yerlerine yazılarak oluşacak adi diferansiyel denklem takımının çözümü sonucunda yer değiştirmelerin genel denklemleri bulunacaktır. Yer değiştirmelerin gerekli türevleri alınıp bünye denklemlerinde yerine yazılmasıyla da gerilmelerin genel denklemleri elde edilecektir.

#### 1.7.1. Elastik Homojen Yarı Sonsuz Tabakaya Ait Genel Denklemler

Bu bölümde, kütle kuvvetlerinin ihmal edilmesi durumunda homojen yarı sonsuz tabakaya ait genel denklemler bulunacaktır. İki boyutlu bir elastisite problemi için denge denklemleri:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0 \quad (1.2)$$

şeklinde yazılabilir. Denge denklemlerindeki gerilme bileşenleri, yer değiştirme-şekil değiştirme bağıntıları ve bünye denklemleri kullanılarak:

$$\sigma_x(x, y) = \lambda e + 2\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (1.3)$$

$$\sigma_y(x, y) = \lambda e + 2\mu \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (1.4)$$

$$\tau_{xy} = \mu \left\{ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right\} \quad (1.5)$$

şeklinde elde edilir. İfadelerdeki  $u$  ve  $v$  sırasıyla  $x$  ve  $y$  doğrultularındaki yer değiştirmeleri ifade etmektedir. Bu ifadelerdeki,  $\mu$  homojen yarı sonsuz düzlemin kayma modülünü,  $e$  hacim değiştirme oranını ve  $\lambda$  Lâme sabitini ifade etmekte olup aşağıdaki gibi tanımlanabilirler:

$$e = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \quad (1.6)$$

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (1.7)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1.8)$$

Bu ifadelerde,  $\nu$  Poisson oranını,  $E$  ifadesi Elastisite modülünü göstermektedir. Gerilme bağıntılarının gerekli türevleri alınıp (1.1) ve (1.2) denge denklemlerinde yerine yazılırsa:

$$(\lambda + \mu) \left( \frac{\partial e}{\partial x} \right) + \mu \nabla^2 u = 0 \quad (1.9)$$

$$(\lambda + \mu) \left( \frac{\partial e}{\partial y} \right) + \mu \nabla^2 v = 0 \quad (1.10)$$

elde edilir. Bu denklemlerdeki Laplace operatörü iki boyutlu problemlerde:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (1.11)$$

olarak belirtilmektedir.

Yukarıdaki ifadelerde görüldüğü gibi, Navier denklemleri kısmı türevli diferansiyel denklem takımı oluşturduğundan çözümü zorlaştırmaktadır. Çözümü kolaylaştırmak için  $u$  ve  $v$  yer değiştirme bileşenlerine Fourier integral dönüşümü uygulanır ve Navier denklemleri adi türevli diferansiyel denklem takımına dönüştürülür.  $u$  ve  $v$  yer değiştirme ifadelerinin Fourier dönüşümleri:

$$u(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(\xi, y) e^{i\xi x} d\xi \quad (1.12)$$

$$v(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(\xi, y) e^{i\xi x} d\xi \quad (1.13)$$

şeklinindedir. Buradaki  $\phi(\xi, y)$  ve  $\psi(\xi, y)$ , sırasıyla  $u(x, y)$  ve  $v(x, y)$  yer değiştirme fonksiyonlarının Fourier dönüşümleridir.  $\xi$  Fourier dönüşüm değişkenidir. Bu ifadelerin ters Fourier dönüşümleri:

$$\phi(\xi, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(\xi, y) e^{-i\xi x} d\xi \quad (1.14)$$

$$\psi(\xi, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(\xi, y) e^{-i\xi x} d\xi \quad (1.15)$$

şeklinindedir. Bu fonksiyonların belirlenebilmesi için (1.9) ve (1.10) nolu denklemler  $e^{-i\xi x} dx$  ile çarpılıp  $(-\infty, +\infty)$  aralığında integre edilirse:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + (\lambda + \mu) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right) \right\} e^{-i\xi x} dx = 0 \quad (1.16)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + (\lambda + \mu) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \right\} e^{-i\xi x} dx = 0 \quad (1.17)$$

ifadeleri elde edilir. İntegral içindeki ifadeler (1.12) ve (1.13) nolu denklemler yardımıyla aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} e^{-i\xi x} dx = -\xi^2 \phi \quad (1.18)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} e^{-i\xi x} dx = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \quad (1.19)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} e^{-i\xi x} dx = i\xi \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (1.20)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} e^{-i\xi x} dx = -\xi^2 \psi \quad (1.21)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} e^{-i\xi x} dx = \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \quad (1.22)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} e^{-i\xi x} dx = i\xi \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (1.23)$$

Bulunan bu ifadeler (1.16) ve (1.17) nolu ifadelerde yerine yazılırsa:

$$-(\lambda + 2\mu)\xi^2 \phi + \mu \phi'' + (\lambda + \mu)i\xi \psi' = 0 \quad (1.24)$$

$$(\lambda + 2\mu)\psi'' - \xi^2 \mu \psi + (\lambda + \mu)i\xi \phi' = 0 \quad (1.25)$$

şeklinde adi diferansiyel denklem takımı elde edilmiş olur. Bu denklem takımının çözümü için:

$$\phi = y_1 \quad \text{ve} \quad \psi = y_2 \quad (1.26)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = y_3 \quad \text{ve} \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = y_4 \quad (1.27)$$

tanımlamaları yapılır. (1.24) ve (1.25) nolu denklemler:



$$\frac{\xi^2(\lambda+2\mu)}{\mu}y_1 - \frac{i\xi(\lambda+\mu)}{\mu}y_4 = \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} = \mathfrak{F}_3 \quad (1.28)$$

$$\frac{\xi^2(\lambda+\mu)}{(\lambda+2\mu)}y_2 - \frac{i\xi(\lambda+\mu)}{(\lambda+2\mu)}y_3 = \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} = \mathfrak{F}_4 \quad (1.29)$$

olarak bulunurlar. Bu denklemler  $\mathfrak{F}$ -ay matris formatında yazılırsa:

$$\begin{bmatrix} \mathfrak{F}_1 \\ \mathfrak{F}_2 \\ \mathfrak{F}_3 \\ \mathfrak{F}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\xi^2(\lambda+2\mu)}{\mu} & 0 & 0 & -\frac{i\xi(\lambda+\mu)}{\mu} \\ 0 & \frac{\xi^2(\lambda+\mu)}{(\lambda+2\mu)} & -\frac{i\xi(\lambda+\mu)}{(\lambda+2\mu)} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

elde edilir.  $|b-sI|=0$  yazılarak karakteristik denklem:

$$s^4 - 2\xi^2s^2 + \xi^4 = 0 \quad (1.31)$$

şeklinde elde edilir. Bu karakteristik denklemin kökleri  $s_1 = s_2 = |\xi|$  ve  $s_3 = s_4 = -|\xi|$  olarak elde edilir. Bu halde adi diferansiyel denklemin çözümü:

$$\psi(\xi, y) = [A_1 + A_2y]e^{-|\xi|y} + [A_3 + A_4y]e^{|\xi|y} \quad (1.32)$$

olarak elde edilir. (1.28) nolu bağıntının bir kez  $y'$  ye göre türevi alınıp bir takım sadeleştirmeler yapılırsa:

$$\begin{aligned} \phi(\xi, y) = & \left[ -iA_1 \frac{|\xi|}{\xi} e^{-|\xi|y} \right] + \left[ iA_2 \left( \frac{\kappa}{\xi} - y \frac{|\xi|}{\xi} \right) e^{-|\xi|y} \right] \\ & + \left[ iA_3 \left( \frac{|\xi|}{\xi} e^{|\xi|y} \right) \right] + \left[ iA_4 \left( \frac{\kappa}{\xi} + y \frac{|\xi|}{\xi} \right) e^{|\xi|y} \right] \end{aligned} \quad (1.33)$$

olarak bulunur. (1.32) ve (1.33) bağıntıları (1.12) ve (1.13) denklemlerinde yerlerine yazılırsa x ve y doğrultusundaki yer değiştirme bağıntıları aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned} u_1(x, y) = & \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} i \left[ -A_1 \frac{|\xi|}{\xi} + A_2 \left( \frac{\kappa}{\xi} - \frac{|\xi|}{\xi} y \right) \right] e^{-i|\xi|y} \\ & + i \left[ A_3 \frac{|\xi|}{\xi} + A_4 \left( \frac{\kappa}{\xi} + \frac{|\xi|}{\xi} y \right) \right] e^{i|\xi|y} d\xi \end{aligned} \quad (1.34)$$

$$v_1(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ [A_1 + A_2 y] e^{-|\xi|y} + [A_3 + A_4 y] e^{|\xi|y} \right\} e^{i\xi x} d\xi \quad (1.35)$$

Elastik yarı sonsuz düzlem için düşey eksen dikkate alındığında, yer değiştirmeler  $y \rightarrow \infty$  'da sıfır olmalıdır. Bu şart kullanıldığında:

$$u_1(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} i \left[ A_3 \frac{|\xi|}{\xi} + A_4 \left( \frac{\kappa}{\xi} + \frac{|\xi|}{\xi} y \right) \right] e^{|\xi|y + i\xi x} d\xi \quad (1.36)$$

$$v_1(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (A_3 + A_4 y) e^{|\xi|y + i\xi x} d\xi \quad (1.37)$$

bağıntıları elde edilir. Bu yer değiştirme ifadeleri (1.3), (1.4) ve (1.5) ifadelerinde yerlerine yazılırsa homojen yarı sonsuz tabakaya ait gerilme bağıntıları:

$$\sigma_{x_1}(x, y) = \frac{-\mu}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ 2A_3 |\xi| + A_4 ((\kappa + 3) + 2|\xi|y) \right] e^{|\xi|y + i\xi x} d\xi \quad (1.38)$$

$$\sigma_{y_1}(x, y) = \frac{\mu}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ 2A_3 |\xi| + A_4 ((\kappa - 1) + 2|\xi|y) \right] e^{|\xi|y + i\xi x} d\xi \quad (1.39)$$

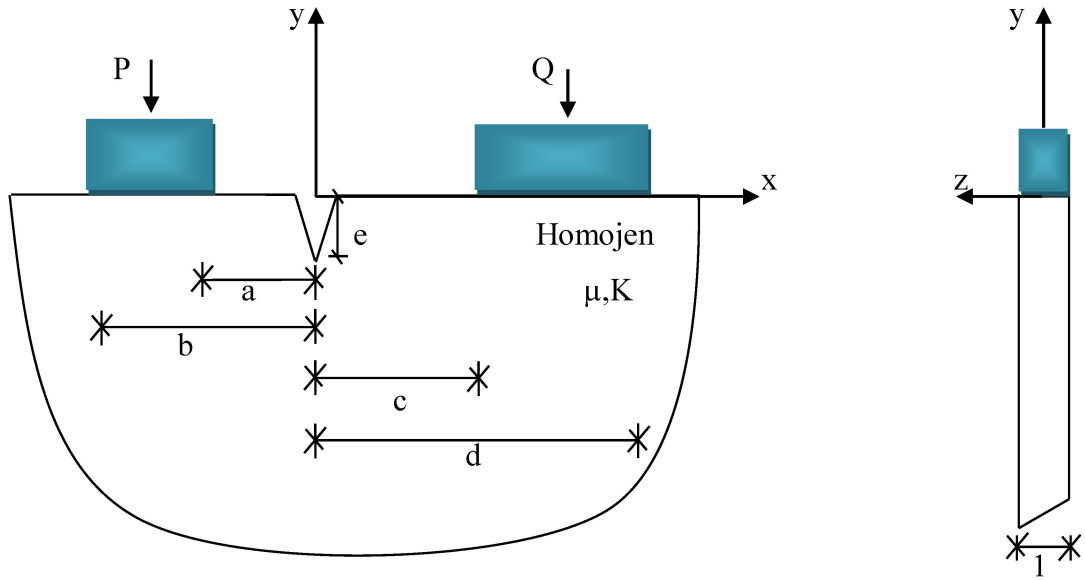
$$\tau_{xy_1}(x, y) = \frac{\mu i}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ 2A_3 |\xi| + A_4 \left[ \frac{|\xi|}{\xi} (\kappa + 1) + 2\xi y \right] \right] e^{|\xi|y + i\xi x} d\xi \quad (1.40)$$

olarak elde edilir. Bu denklemlerdeki 1 indisi denklemlerin Şekil 2.2' de yer alan Problem 1'e ait olduğunu ifade etmektedir.

## 2.YAPILAN ÇALIŞMALAR

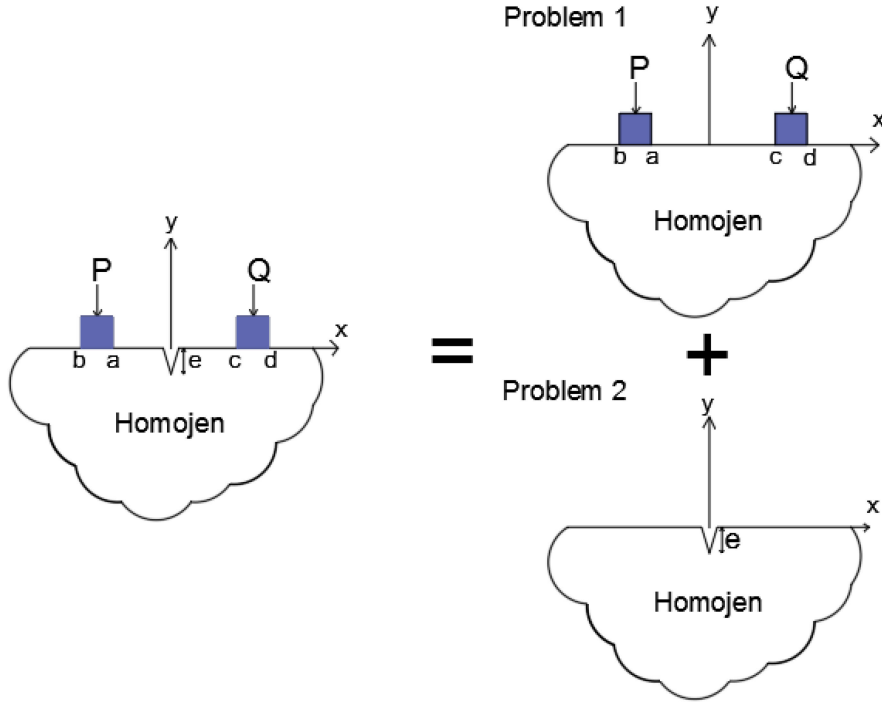
### 2.1. Problemin Tanımı

Bu çalışmada, yükleme ve geometriye göre simetrik olmayan iki rijit düz blok ile yüklenen homojen yarı sonsuz tabakanın temas ve çatlak problemi elastisite teorisine göre çözülmüştür. Tekil yükler  $P$  ve  $Q$  olacak şekilde bloklar vasıtasıyla homojen yarı sonsuz tabakaya aktarılmaktadır.  $x = 0$  eksenini yarı sonsuz düzlemin simetri eksenini olup bloklar  $(a, b)$  ve  $(c, d)$  aralıklarında homojen yarı sonsuz tabakaya temas etmektedir. Çatlak boyu " $e$ " ile ifade edilmekte olup problemde kütle kuvvetleri ihmal edilmiştir.



Şekil 2.1. Yükleme ve geometriye göre simetrik olmayan iki rijit düz blok ile yüklenen çatlaklı homojen yarı sonsuz tabaka

Problem aşağıdaki gibi iki problemin süperpozisyonu olarak ele alınmıştır.



Şekil 2.2. Temas-Çatlak Probleminin Problem 1 ve Problem 2 Olarak Süperpozisyonu

## 2.2. Problem 1 İçin Sınır Şartlarının Uygulanması ve Katsayıların Bulunması

Şekil (2.2)' deki Problem 1' e ait sınır şartları  $y=0$  için aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\sigma_{y_1}(x, 0) = \begin{cases} -p(x), & b < x < a \\ -q(x), & c < x < d \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\tau_{xy_1}(x, 0) = 0, \quad (-\infty < x < +\infty) \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} v_1(x, 0) = 0, \quad (b < x < a) \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} v_1(x, 0) = 0 \quad , \quad (c < x < d) \quad (2.4)$$

Probleme ait denge denklemleri ise aşağıda verilmiştir:

$$\int_b^a p(t) dt = -P \quad (2.5)$$

$$\int_c^d q(t) dt = -Q \quad (2.6)$$

Sınır şartlarında yer alan  $p(x)$  ve  $q(x)$  ifadeleri blok-tabaka arasındaki bilinmeyen temas gerilmeleridir.

(2.1)-(2.2) nolu sınır şartları homojen yarı sonsuz tabakaya ait gerilme ve yer değiştirme ifadelerine uygulanıp bu denklemlerin ters Fourier dönüşümleri alındığında iki bilinmeyenli iki denklem aşağıdaki gibi elde edilir:

$$2|\xi| A_3 + (\kappa - 1)A_4 = -\frac{1}{\mu} \int_b^a p(t) e^{-i\xi t} dt - \frac{1}{\mu} \int_c^d q(t) e^{-i\xi t} dt \quad (2.7)$$

$$2|\xi| A_3 + \left[ \frac{|\xi|}{\xi} (\kappa + 1) \right] A_4 = 0 \quad (2.8)$$

Burada  $\mu$  homojen yarı sonsuz düzlemin kayma modülünü göstermektedir.

$$\int_b^a p(t) e^{-i\xi t} dt = H_1 \quad (2.9)$$

$$\int_c^d q(t) e^{-i\xi t} dt = H_2 \quad (2.10)$$

olarak tanımlanırsa bu denklem takımının çözümünden  $A_3$  ve  $A_4$  katsayıları aşağıdaki gibi elde edilir:

$$A_3 = \frac{-(H_1|\xi| + H_2|\xi| + H_1\kappa|\xi| + H_2\kappa|\xi|)}{2\mu(|\xi|^2 - \xi^2\kappa + \xi^2 + \kappa|\xi|^2)} \quad (2.11)$$

$$A_4 = \frac{\xi^2(H_1 + H_2)}{\mu(|\xi|^2 - \xi^2\kappa + \xi^2 + \kappa|\xi|^2)} \quad (2.12)$$

### 2.3. Problem 1 İçin Gerilme ve Yer Değiştirme Bağlılarının Elde Edilmesi

$A_3$  ve  $A_4$  katsayıları (1.37), (1.38), (1.39) ve (1.40) ifadelerinde yerlerine yazılırsa gerilme ve yer değiştirme ifadeleri:

$$\sigma_{x_1}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\xi x + |\xi|y} (H_1 + H_2) [(3 + \kappa)|\xi|^2 + 2\xi^2 y |\xi| - (1 + \kappa)|\xi|^2]}{(-1 + \kappa)\xi^2 - (1 + \kappa)|\xi|^2} d\xi \quad (2.13)$$

$$\sigma_{y_1}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{-e^{i\xi x + |\xi|y} (H_1 + H_2) [(-1 + \kappa)\xi^2 + 2\xi^2 y |\xi| - (1 + \kappa)|\xi|^2]}{(-1 + \kappa)\xi^2 - (1 + \kappa)|\xi|^2} d\xi \quad (2.14)$$

$$\tau_{xy_1}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{-e^{i\xi x + |\xi|y} (H_1 + H_2) (2i\xi^3 y)}{(-1 + \kappa)\xi^2 - (1 + \kappa)|\xi|^2} d\xi \quad (2.15)$$

$$v_1(x, y) = \frac{-1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{-e^{i\xi x + |\xi|y} (H_1 + H_2) [2\xi^2 y - (1 + \kappa)|\xi|]}{2\mu [(-1 + \kappa)\xi^2 - (1 + \kappa)|\xi|^2]} d\xi \quad (2.16)$$

şeklinde elde edilir. Bu denklemlerde (2.11) ve (2.12) ifadeleri yerlerine yazılır, integraller  $(0, +\infty)$  aralığına dönüştürülür ve gerekli sadeleştirmeler yapılırsa:

$$\sigma_{x_1}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_b^a p(t) dt \int_0^{+\infty} e^{\xi y} 2(1 + \xi y) [\cos \xi(t - x)] d\xi$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \int_c^d q(t) dt \int_0^{+\infty} e^{\xi y} 2(1+\xi y) [\cos \xi(t-x)] d\xi \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{y_1}(x, y) &= \frac{1}{2\pi} \int_b^a p(t) dt \int_0^{+\infty} e^{\xi y} 2(-1+\xi y) [\cos \xi(t-x)] d\xi \\ &+ \frac{1}{2\pi} \int_c^d q(t) dt \int_0^{+\infty} e^{\xi y} 2(-1+\xi y) [\cos \xi(t-x)] d\xi \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy_1}(x, y) &= \frac{1}{2\pi} \int_b^a p(t) dt \int_0^{+\infty} e^{\xi y} 2\xi y \sin \xi(t-x) d\xi \\ &+ \frac{1}{2\pi} \int_c^d q(t) dt \int_0^{+\infty} e^{\xi y} 2\xi y \sin \xi(t-x) d\xi \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} v_1(x, y) &= -\frac{1}{2\pi} \int_b^a p(t) dt \int_0^{+\infty} e^{\xi y} \frac{1}{(-2\mu)} \left[ \frac{2y-(1+\kappa)}{\xi} \right] \cos \xi(t-x) d\xi \\ &- \frac{1}{2\pi} \int_c^d q(t) dt \int_0^{+\infty} e^{\xi y} \frac{1}{(-2\mu)} \left[ \frac{2y-(1+\kappa)}{\xi} \right] \cos \xi(t-x) d\xi \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_1(x, y)}{\partial x} &= \frac{1}{2\pi} \int_b^a p(t) dt \int_0^{\infty} e^{\xi y} \frac{1}{(-2\mu)} [2\xi y - (1+\kappa)] \sin \xi(t-x) d\xi \\ &+ \frac{1}{2\pi} \int_c^d q(t) dt \int_0^{\infty} e^{\xi y} \frac{1}{(-2\mu)} [2\xi y - (1+\kappa)] \sin \xi(t-x) d\xi \end{aligned} \quad (2.21)$$

olarak elde edilir.

Bu ifadelerdeki terimlerin:

$$\int_0^{\infty} e^{\xi y} \cos \xi(t-x) d\xi = \frac{-y}{(-y)^2 + (t-x)^2} \quad (2.22)$$

$$\int_0^{\infty} \xi e^{\xi y} \sin \xi(t-x) d\xi = \frac{-2y(t-x)}{\left[ (-y)^2 + (t-x)^2 \right]^2} \quad (2.23)$$



$$\int_0^{\infty} \xi e^{\xi y} \cos \xi(t-x) d\xi = \frac{(-y)^2 - (t-x)^2}{\left[(-y)^2 + (t-x)^2\right]^2} \quad (2.24)$$

$$\int_0^{\infty} e^{\xi y} \sin \xi(t-x) d\xi = \frac{t-x}{\left[(-y)^2 + (t-x)^2\right]^2} \quad (2.25)$$

kapalı integralleri gerilme ifadeleri ve düşey yer değiştirmenin türevine ait ifadeye yerlerine yazılırsa aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$\begin{aligned} \sigma_{x_1}(x, y) = & \int_b^a p(t) dt \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{2(-y)}{y^2 + (t-x)^2} + \frac{2y[y^2 - (t-x)^2]}{y^2 + (t-x)^2} \right] \\ & + \int_c^d q(t) dt \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{2(-y)}{y^2 + (t-x)^2} + \frac{2y[y^2 - (t-x)^2]}{y^2 + (t-x)^2} \right] \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{y_1}(x, y) = & \int_b^a p(t) dt \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{2y}{y^2 + (t-x)^2} + \frac{2y[y^2 - (t-x)^2]}{y^2 + (t-x)^2} \right] \\ & + \int_c^d q(t) dt \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{2y}{y^2 + (t-x)^2} + \frac{2y[y^2 - (t-x)^2]}{y^2 + (t-x)^2} \right] \end{aligned} \quad (2.27)$$

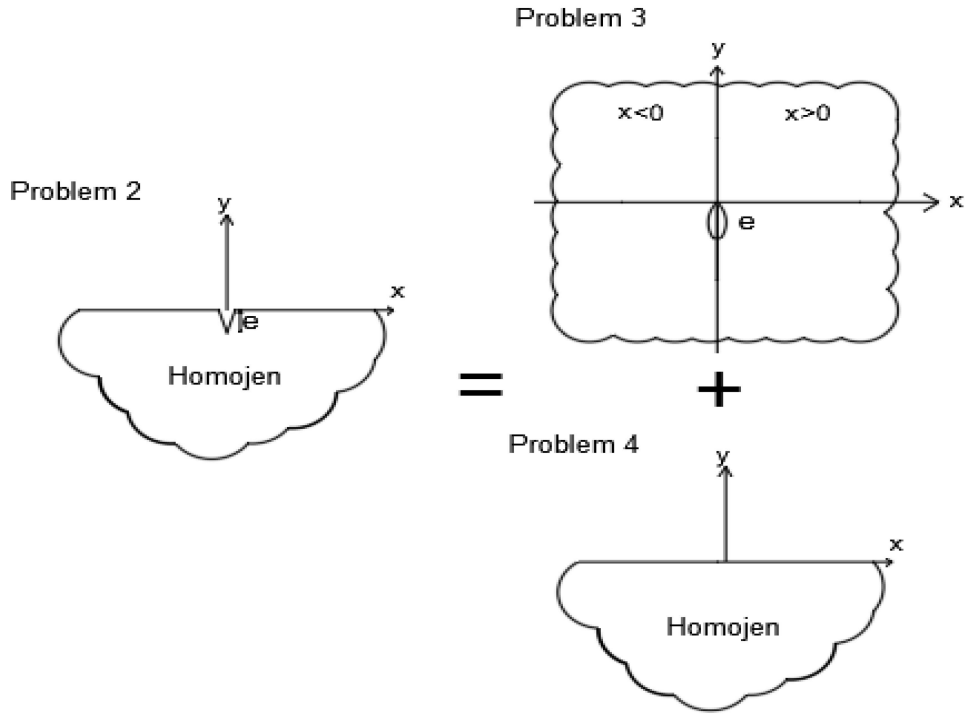
$$\tau_{xy_1}(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_b^a p(t) dt \left[ \frac{-2y^2(t-x)}{\left[y^2 + (t-x)^2\right]^2} \right] + \frac{1}{\pi} \int_c^d q(t) dt \left[ \frac{-2y^2(t-x)}{\left[y^2 + (t-x)^2\right]^2} \right] \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial v_1(x, y)}{\partial x} = -\frac{1}{4\pi\mu} \int_b^a p(t) dt \left[ \frac{-4y^2(t-x)}{\left[y^2 + (t-x)^2\right]^2} - (1+\kappa) \frac{(t-x)}{\left[y^2 + (t-x)^2\right]} \right]$$

$$-\frac{1}{4\pi\mu_c} \int_c^d q(t) dt \left[ \frac{-4y^2(t-x)}{[y^2 + (t-x)^2]^2} - (1+\kappa) \frac{(t-x)}{[y^2 + (t-x)^2]} \right] \quad (2.29)$$

#### 2.4. Çatlak Probleminin Çözümü

Çatlak problemi, aşağıdaki gibi Problem 3 ve Problem 4' ün süperpozisyonu olarak incelenebilir:



Şekil 2.3. Çatlak Problemi

### 2.4.1. Problem 3 İçin Genel Denklemlerin Elde Edilmesi

Çatlak problemi için elde edilecek  $u$  ve  $v$  yer değiştirme ifadelerinin Fourier dönüşümleri:

$$u_3(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_3(x, \xi) e^{i\xi y} d\xi \quad (2.30)$$

$$v_3(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_3(x, \xi) e^{i\xi y} d\xi \quad (2.31)$$

olarak yazılabilir. Burada 3 alt indisi ifadelerin Problem 3' e ait olduğunu belirtmektedir. Bu yer değiştirme ifadelerinin ters Fourier dönüşümleri ise:

$$\phi_3(x, \xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} u_3(x, y) e^{-i\xi y} dy \quad (2.32)$$

$$\psi_3(x, \xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} v_3(x, y) e^{-i\xi y} dy \quad (2.33)$$

şeklinde elde edilir.

Bu fonksiyonların belirlenebilmesi için (1.9) ve (1.10) nolu denklemler  $e^{-i\xi y} dy$  ile çarpılıp  $(-\infty, +\infty)$  aralığında integre edilirse:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \mu \left( \frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial y^2} \right) + (\lambda + \mu) \left( \frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_3}{\partial x \partial y} \right) \right\} e^{-i\xi y} dy = 0 \quad (2.34)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \mu \left( \frac{\partial^2 v_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_3}{\partial y^2} \right) + (\lambda + \mu) \left( \frac{\partial^2 u_3}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v_3}{\partial y^2} \right) \right\} e^{-i\xi y} dy = 0 \quad (2.35)$$

ifadeleri elde edilir. İntegral içindeki terimlerin ayrı ayrı (2.32) ve (2.33) nolu denklemlerdeki bilinmeyen fonksiyonlar cinsinden ifadeleri aşağıda verilmiştir:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} e^{-i\xi y} dy = \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial x^2} \quad (2.36)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 u_3}{\partial y^2} e^{-i\xi y} dy = -\xi^2 \phi_3 \quad (2.37)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x \partial y} e^{-i\xi y} dy = i\xi \frac{\partial \phi_3}{\partial x} \quad (2.38)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 v_3}{\partial x^2} e^{-i\xi y} dy = \frac{\partial^2 \psi_3}{\partial x^2} \quad (2.39)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 v_3}{\partial y^2} e^{-i\xi y} dy = -\xi^2 \psi_3 \quad (2.40)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 v_3}{\partial x \partial y} e^{-i\xi y} dy = i\xi \frac{\partial \psi_3}{\partial x} \quad (2.41)$$

Bulunan bu ifadeler (2.34) ve (2.35) ifadelerinde yerine yazılırsa:

$$(\lambda + 2\mu)\phi_3'' + \mu\xi^2\phi_3'' + (\lambda + \mu)i\xi\psi_3' = 0 \quad (2.42)$$

$$-(\lambda + 2\mu)\xi^2\psi_3 - \mu\psi_3'' + (\lambda + \mu)i\xi\phi_3'' = 0 \quad (2.43)$$

şeklinde adi diferansiyel denklem takımı elde edilmiş olur.

Bu denklem takımının çözümü için:

$$\phi_3=y_1 \quad \text{ve} \quad \psi_3=y_2 \quad (2.44)$$

$$\frac{\partial \phi_3}{\partial x}=y_3 \quad \text{ve} \quad \frac{\partial \psi_3}{\partial x}=y_4 \quad (2.45)$$

tanımlamaları yapılırsa, (2.44) ve (2.45) nolu denklemler:

$$-\frac{(\lambda+\mu)}{(\lambda+2\mu)}i\xi y_3 + \frac{\mu}{(\lambda+2\mu)}\xi^2 y_1 = \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial x^2} = \mathfrak{A} \quad (2.46)$$

$$\frac{\xi^2(\lambda+2\mu)}{\mu}y_2 - \frac{i\xi(\lambda+\mu)}{\mu}y_3 = \frac{\partial^2 \psi_3}{\partial x^2} = \mathfrak{B} \quad (2.47)$$

olarak bulunurlar.

Bu denklemler  $\mathfrak{A}=\mathfrak{B}$  matris formatında yazılırsa:

$$\begin{bmatrix} \mathfrak{A} \\ \mathfrak{B} \\ \mathfrak{A} \\ \mathfrak{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\xi^2(\lambda+\mu)}{(\lambda+2\mu)} & 0 & 0 & -\frac{i\xi(\lambda+\mu)}{(\lambda+2\mu)} \\ 0 & \frac{\xi^2(\lambda+2\mu)}{\mu} & \frac{-(\lambda+\mu)i\xi}{\lambda} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

haline dönüşür.  $|b-II|=0$  olduğuna göre karakteristik denklem  $l^4 - 2\xi^2 l^2 + \xi^4 = 0$  şeklinde elde edilir. Bu karakteristik denklemin kökleri  $l_1 = l_2 = |\xi|$  ve  $l_3 = l_4 = -|\xi|$  olarak elde edilir. Bu halde (2.42) nolu adi diferansiyel denklemin çözümü:

$$\psi_3(x, \xi) = [B_1 + B_2 x]e^{-|\xi|x} + [B_3 + B_4 x]e^{|\xi|x} \quad (2.49)$$

olarak bulunur. (2.46) nolu bağıntının bir kez  $x'$  ye göre türevi alınıp gerekli işlemler yapılırsa  $\phi_3(x, \xi)$  bulunur.  $\psi_3(x, \xi)$  ve  $\phi_3(x, \xi)$  ifadeleri  $u_3$  ve  $v_3$  ifadelerinde yerlerine yazılırsa  $x > 0$  ve  $x < 0$  için gerilme ve yer değiştirme ifadeleri:

$x > 0$  için,

$$u_3^{x>0}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{i|\xi|}{\xi} B_3 + \left( \frac{iK}{\xi} + \frac{i|\xi|}{\xi} x \right) B_4 \right] e^{-|\xi|x + i\xi y} d\xi \quad (2.50)$$

$$v_3^{x>0}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (B_3 + B_4 x) e^{-|\xi|x + i\xi y} d\xi \quad (2.51)$$

$$\sigma_{x_3}^{x>0}(x, y) = -\frac{\mu i}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ 2\xi B_3 + [(K+1)|\xi| + 2\xi^2 x] \frac{B_4}{\xi} \right] e^{-|\xi|x + i\xi y} d\xi \quad (2.52)$$

$$\sigma_{y_3}^{x>0}(x, y) = \frac{\mu i}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ 2\xi B_3 + [-(3-K)|\xi| + 2\xi^2 x] \frac{B_4}{\xi} \right] e^{-|\xi|x + i\xi y} d\xi \quad (2.53)$$

$$\tau_{xy_3}^{x>0}(x, y) = \frac{-\mu}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ 2|\xi| B_3 + [(K-1) + 2|\xi|x] B_4 \right] e^{-|\xi|x + i\xi y} d\xi \quad (2.54)$$

$x < 0$  için,

$$u_3^{x<0}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ -\frac{i|\xi|}{\xi} B_1 + \left( \frac{iK}{\xi} - \frac{i|\xi|}{\xi} x \right) B_2 \right] e^{|\xi|x + i\xi y} d\xi \quad (2.55)$$

$$v_3^{x<0}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (B_1 + B_2 x) e^{|\xi|x + i\xi y} d\xi \quad (2.56)$$

$$\sigma_{x_3}^{x<0}(x, y) = \frac{\mu i}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ -2\xi B_1 + [(K+1)|\xi| - 2\xi^2 x] \frac{B_2}{\xi} \right] e^{|\xi|x + i\xi y} d\xi \quad (2.57)$$

$$\sigma_{y_3}^{x<0}(x, y) = \frac{-\mu i}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ -2\xi B_1 + -[(3-K)|\xi| + 2\xi^2 x] \frac{B_2}{\xi} \right] e^{|\xi|x + i\xi y} d\xi \quad (2.58)$$

$$\tau_{xy_3}^{x<0}(x, y) = \frac{\mu}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ 2|\xi| B_1 + [-(K-1) + 2|\xi|x] B_2 \right] e^{|\xi|x + i\xi y} d\xi \quad (2.59)$$

olarak elde edilir.

#### 2.4.2 Problem 3 ile İlgili Sınır Şartlarının Uygulanması ve Probleme İlişkin Gerilme ve Yer Değiştirme Bağlılıklarının Elde Edilmesi

Problem 3 ile ilgili sınır şartları:

$$\sigma_{x_3}^{x>0}(0, y) = \sigma_{x_3}^{x<0}(0, y) \quad , \quad (-\infty < y < +\infty) \quad (2.60)$$

$$\tau_{xy_3}^{x>0}(0, y) = \tau_{xy_3}^{x<0}(0, y) \quad , \quad (-\infty < y < +\infty) \quad (2.61)$$

$$\frac{2\mu}{\kappa+1} \frac{\partial}{\partial y} (u_3^{x>0}(x, y) - u_3^{x<0}(x, y)) = \begin{cases} f_1(y), & e < y < 0 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (2.62)$$

$$\frac{2\mu}{\kappa+1} \frac{\partial}{\partial y} (v_3^{x>0}(x, y) - v_3^{x<0}(x, y)) = \begin{cases} f_2(y), & e < y < 0 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (2.63)$$

olarak ifade edilebilir. Bu ifadelerde  $f_1(y)$  ve  $f_2(y)$  çatlaktaki yatay ve düşey yer değiştirme farkının fonksiyonları olarak tanımlanabilir. Bu sınır şartları gerilme ve yer değiştirme ifadelerine uygulanırsa:

$$-2\xi B_1 + [(\kappa+1) \frac{|\xi|}{\xi}] B_2 + 2\xi B_3 + [(\kappa+1) \frac{|\xi|}{\xi}] B_4 = 0 \quad (2.64)$$

$$2|\xi| B_1 + [-(\kappa-1)] B_2 + 2|\xi| B_3 + (\kappa-1)\xi B_4 = 0 \quad (2.65)$$

$$-|\xi| B_1 + \kappa B_2 - |\xi| B_3 - \kappa B_4 = \frac{\kappa+1}{2\mu} \int_e^0 f_1(t) e^{-i\xi t} dt \quad (2.66)$$

$$-i\xi B_1 + i\xi B_2 = \frac{\kappa+1}{2\mu} \int_e^0 f_2(t) e^{-i\xi t} dt \quad (2.67)$$

şeklinde dört bilinmeyenli dört denklem elde edilir. Bu denklemlerin çözümüyle  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  ve  $B_4$  katsayıları elde edilir. Bu katsayılar gerilme ve yer değiştirme ifadelerinde yerlerine yazılıp temas probleminde yapıldığı gibi integraller  $(0, +\infty)$  aralığına indirgenirse:

$$\begin{aligned} \sigma_{x_3}(x, y) = & \int_e^0 f_1(t) dt \left[ \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left( -e^{\xi x} + \xi x e^{\xi x} - e^{-\xi x} - \xi x e^{-\xi x} \right) \sin \xi(y-t) d\xi \right] \\ & + \int_e^0 f_2(t) dt \left[ \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left( \xi x e^{\xi x} + \xi x e^{-\xi x} \right) \cos \xi(y-t) d\xi \right] \end{aligned} \quad (2.68)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{y_3}(x, y) = & \int_e^0 f_1(t) dt \left[ \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left( -e^{\xi x} - \xi x e^{\xi x} - e^{-\xi x} + \xi x e^{-\xi x} \right) \sin \xi(y-t) d\xi \right] \\ & + \int_e^0 f_2(t) dt \left[ \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left( -\xi x e^{\xi x} + 2e^{\xi x} - \xi x e^{-\xi x} + 2e^{-\xi x} \right) \cos \xi(y-t) d\xi \right] \end{aligned} \quad (2.69)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy_3}(x, y) = & \int_e^0 f_1(t) dt \left[ \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left( \xi x e^{\xi x} + \xi x e^{-\xi x} \right) \cos \xi(y-t) d\xi \right] \\ & + \int_e^0 f_2(t) dt \left[ \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left( -\xi x e^{\xi x} - e^{\xi x} + \xi x e^{-\xi x} - e^{-\xi x} \right) \sin \xi(y-t) d\xi \right] \end{aligned} \quad (2.70)$$



$$\begin{aligned}
v_3(x, y) = & \frac{1}{4\mu_e} \int_0^0 f_1(t) dt \left[ \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left[ \frac{1}{\xi} (-1 + \kappa) e^{\xi x} + 2x e^{\xi x} \right] \cos \xi(y-t) d\xi \right. \\
& + \left. \left[ (-1 + \kappa) \frac{1}{\xi} e^{-\xi x} - 2x e^{-\xi x} \right] \cos \xi(y-t) d\xi \right] \\
& + \frac{1}{4\mu_e} \int_0^0 f_2(t) dt \left[ \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left[ -2x e^{\xi x} - \frac{1}{\xi} (1 + \kappa) e^{\xi x} \right] \sin \xi(y-t) d\xi \right] \\
& - \left[ 2x e^{-\xi x} + \frac{1}{\xi} (1 + \kappa) e^{-\xi x} \right] \sin \xi(y-t) \tag{2.71}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial v_3(x, y)}{\partial x} = & \frac{1}{4\mu_e} \int_0^0 f_1(t) dt \left[ \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left[ (-1 + \kappa) e^{\xi x} + 2e^{\xi x} + 2x\xi e^{\xi x} - (-1 + \kappa) e^{-\xi x} \right. \right. \\
& \left. \left. - 2e^{-\xi x} + 2x\xi e^{-\xi x} \right] \cos \xi(y-t) d\xi \right] \\
& + \frac{1}{4\mu_e} \int_0^0 f_2(t) dt \left[ \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left[ -2e^{\xi x} - 2x\xi e^{\xi x} - (1 + \kappa) e^{\xi x} \right. \right. \\
& \left. \left. - 2e^{-\xi x} + 2x\xi e^{-\xi x} - (1 + \kappa) e^{-\xi x} \right] \sin \xi(y-t) d\xi \right] \tag{2.72}
\end{aligned}$$

ifadeleri elde edilir. Bu ifadelerdeki terimlerin kapalı integralleri aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$$\int_0^\infty e^{\xi x} \cos \xi(y-t) d\xi = \frac{1}{2} \frac{-x}{\left[ (-x)^2 + (y-t)^2 \right]} \tag{2.73}$$

$$\int_0^\infty e^{-\xi x} \cos \xi(y-t) d\xi = \frac{1}{2} \frac{x}{\left[ x^2 + (y-t)^2 \right]} \tag{2.74}$$

$$\int_0^{\infty} e^{\xi x} \sin \xi(y-t) d\xi = \frac{1}{2} \frac{y-t}{[-(-x)^2 + (y-t)^2]} \quad (2.75)$$

$$\int_0^{\infty} e^{-\xi x} \sin \xi(y-t) d\xi = \frac{1}{2} \frac{y-t}{[x^2 + (y-t)^2]} \quad (2.76)$$

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{\xi x} \cos \xi(y-t) d\xi = \frac{1}{2} \frac{2x[-x^2 + 3(y-t)^2]}{[x^2 + (y-t)^2]^3} \quad (2.77)$$

$$\int_0^{\infty} \xi e^{\xi x} \cos \xi(y-t) d\xi = \frac{1}{2} \frac{[(-x)^2 - (y-t)^2]}{[(-x)^2 + (y-t)^2]^2} \quad (2.78)$$

$$\int_0^{\infty} \xi e^{-\xi x} \cos \xi(y-t) d\xi = \frac{1}{2} \frac{[x^2 - (y-t)^2]}{[x^2 + (y-t)^2]^2} \quad (2.79)$$

$$\int_0^{\infty} \xi e^{\xi x} \sin \xi(y-t) d\xi = \frac{1}{2} \frac{2(-x)(y-t)}{[(-x)^2 + (y-t)^2]^2} \quad (2.80)$$

$$\int_0^{\infty} \xi e^{\xi x} \sin \xi(y-t) d\xi = \frac{1}{2} \frac{2x(y-t)}{[x^2 + (y-t)^2]^2} \quad (2.81)$$

Bu kapalı integraller Problem 3 için elde edilen gerilme ve yer değiştirme ifadelerinde yerlerine yazılırsa:

$$\sigma_{x_3}(x, y) = -\frac{1}{\pi} \int_e^0 f_1(t) dt \left[ \frac{(y-t)[3x^2 + (y-t)^2]}{[x^2 + (y-t)^2]^2} \right]$$

$$-\frac{1}{\pi} \int_e^0 f_2(t) dt \left[ \frac{x \left[ -x^2 + (y-t)^2 \right]}{\left[ x^2 + (y-t)^2 \right]^2} \right] \quad (2.82)$$

$$\sigma_{y_3}(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_1(t) dt \left[ \frac{(y-t) \left[ x^2 + (y-t)^2 \right]}{\left[ x^2 + (y-t)^2 \right]^2} \right]$$

$$-\frac{1}{\pi} \int_e^0 f_2(t) dt \left[ \frac{x \left[ x^2 + 3(y-t)^2 \right]}{\left[ x^2 + (y-t)^2 \right]^2} \right] \quad (2.83)$$

$$\tau_{xy_3}(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_1(t) dt \left[ \frac{x \left[ x^2 - (y-t)^2 \right]}{\left[ x^2 + (y-t)^2 \right]^2} \right]$$

$$+\frac{1}{\pi} \int_e^0 f_2(t) dt \left[ \frac{(y-t) \left[ x^2 - (y-t)^2 \right]}{\left[ x^2 + (y-t)^2 \right]^2} \right] \quad (2.84)$$

$$\frac{\partial v_3(x, y)}{\partial x} = \frac{1}{4\mu\pi} \int_e^0 f_1(t) dt \left[ \frac{(1-\kappa)x^3 - x(3+\kappa)(y-t)^2}{\left[ x^2 + (y-t)^2 \right]^2} \right]$$

$$+\frac{1}{4\mu\pi} \int_e^0 f_2(t) dt \left[ \frac{(1-\kappa)x^2 - (3+\kappa)(y-t)^2}{\left[ x^2 + (y-t)^2 \right]^2} \right] \quad (2.85)$$

ifadeleri bulunur.

### 2.4.3. Problem 3 ve Problem 4'ün Süperpozisyonu Uygulanarak Problem 2 için Gerilme ve Yer Değiştirme Bağlılarının Elde Edilmesi

Aşağıdaki denklemler çatlakla ilgili problemi çözebilmek için ayrıca sağlanmalıdır:

$$\sigma_{y_2}(x, 0) = \sigma_{y_3}(x, 0) + \sigma_{y_4}(x, 0) = 0 \quad , \quad (\infty < x < +\infty) \quad (2.86)$$

$$\tau_{xy_2}(x, 0) = \tau_{xy_3}(x, 0) + \tau_{xy_4}(x, 0) = 0 \quad , \quad (-\infty < x < +\infty) \quad (2.87)$$

Bu ifadelerdeki (2), (3) ve (4) üst indisleri ifadelerin sırasıyla Problem 2, Problem 3 ve Problem 4' e ait olduğunu göstermektedir.

Bu denklemler sırasıyla uygulanırsa:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi} \int_e^0 \frac{(-t)(x^2 - t^2)}{(x^2 + t^2)^2} f_1(t) dt + \frac{1}{\pi} \int_e^0 \frac{x^3 + 3xt^2}{(x^2 + t^2)^2} f_2(t) dt \\ + \frac{\mu}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} [2|\xi| C_1 + (\kappa - 1)C_2] e^{i\xi x} d\xi = 0 \end{aligned} \quad (2.88)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi} \int_e^0 \frac{x^3 - xt^2}{(x^2 + t^2)^2} f_1(t) dt + \frac{1}{\pi} \int_e^0 \frac{(-t)(x^2 - t^2)}{(x^2 + t^2)^2} f_2(t) dt \\ + \frac{\mu i}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ 2\xi C_1 + (\kappa + 1) \frac{|\xi|}{\xi} C_2 \right] e^{i\xi x} d\xi = 0 \end{aligned} \quad (2.89)$$

ifadeleri elde edilir. (2.88) ve (2.89) bağıntılarından anlaşılacağı gibi Problem 4'e ait gerilme ifadeleri, katsayıları farklı olmak koşuluyla ilk bölümde temas problemi için elde edilen yer değiştirme ve gerilme ifadeleriyle aynıdır. (2.88) ve (2.89) bağıntılarının ters Fourier dönüşümleri alındığında iki bilinmeyenli iki denklem ortaya çıkmaktadır. Denklem takımının çözümüyle  $C_1$  ve  $C_2$  katsayıları bulunur. Bu katsayılar gerilme ve yer

değişirme ifadelerinde yerlerine yazılıp gerekli sadeleştirmeler yapılır ve integraller  $(0, \infty)$  aralığına indirgenirse:

$$\begin{aligned}\sigma_{x_2}(x, y) &= \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_1(t) dt \int_0^\infty (-2 - 3t\xi - \xi y - 2t^2\xi^2 y) e^{\xi(t+y)} \cos(\xi x) d\xi \\ &\quad - \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_2(t) dt \int_0^\infty (1 - 3t\xi + \xi y - 2t^2\xi^2 y) e^{\xi(t+y)} \sin(\xi x) d\xi\end{aligned}\quad (2.90)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{y_2}(x, y) &= \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_1(t) dt \int_0^\infty [-(t-y)\xi - 2t\xi^2 y] e^{\xi(t+y)} \cos(\xi x) d\xi \\ &\quad + \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_2(t) dt \int_0^\infty [-1 + (t+y)\xi - 2t\xi^2 y] e^{\xi(t+y)} \sin(\xi x) d\xi\end{aligned}\quad (2.91)$$

$$\begin{aligned}\tau_{xy_2}(x, y) &= \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_1(t) dt \int_0^\infty [-1 - t\xi - 2t\xi^2 y - \xi y] e^{\xi(t+y)} \sin(\xi x) d\xi \\ &\quad + \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_2(t) dt \int_0^\infty [-t\xi - 2t\xi^2 y + \xi y] e^{\xi(t+y)} \cos(\xi x) d\xi\end{aligned}\quad (2.92)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial v_2(x, y)}{\partial x} &= \frac{1}{4\mu\pi} \int_e^0 f_1(t) dt \int_0^\infty [-1 + \kappa + 2\kappa t\xi - 4t\xi^2 y - 2\xi y] e^{\xi(t+y)} \sin(\xi x) d\xi \\ &\quad + \frac{1}{4\mu\pi} \int_e^0 f_2(t) dt \int_0^\infty [-1 - \kappa + 2\kappa t\xi - 4t\xi^2 y + 2\xi y] e^{\xi(t+y)} \cos(\xi x) d\xi\end{aligned}\quad (2.93)$$

ifadeleri elde edilir.

Bu ifadelerdeki terimlerin kapalı integralleri aşağıdaki gibi alınmıştır:

$$\int_0^{\infty} e^{\xi(t+y)} \sin(\xi x) d\xi = \frac{x}{[(-t+y)^2 + x^2]^2} \quad (2.94)$$

$$\int_0^{\infty} \xi e^{\xi(t+y)} \sin(\xi x) d\xi = \frac{-2x(t+y)}{[(-t+y)^2 + x^2]^2} \quad (2.95)$$

$$\int_0^{\infty} \xi^2 e^{\xi(t+y)} \sin(\xi x) d\xi = \frac{2[3x(t+y)^2 - x^3]}{[(t+y)^2 + x^2]^3} \quad (2.96)$$

$$\int_0^{\infty} e^{\xi(t+y)} \cos(\xi x) d\xi = \frac{-(t+y)}{[(t+y)^2 + x^2]} \quad (2.97)$$

$$\int_0^{\infty} \xi e^{\xi(t+y)} \cos(\xi x) d\xi = \frac{(t+y)^2 - x^2}{[(t+y)^2 + x^2]^2} \quad (2.98)$$

$$\int_0^{\infty} \xi^2 e^{\xi(t+y)} \cos(\xi x) d\xi = \frac{-2(t+y) - [3x^2 + (t+y)^2]}{[(t+y)^2 + x^2]^3} \quad (2.99)$$

Bu kapalı integraller gerilme düşey yer değiştirme bileşenine ait bağıntılarda yerlerine yazılırsa:

$$\begin{aligned} \sigma_{x_2}(x, y) = & \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_1(t) dt \left[ \frac{16yt(y+t)^3 - 2(y+t)(y^2 + 10yt + 3t^2)[(y+t)^2 + x^2]}{[(y+t)^2 + x^2]^3} \right. \\ & \left. + \frac{(3y+5t)[(y+t)^2 + x^2]^2}{[(y+t)^2 + x^2]^3} \right] \\ & + \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_2(t) dt \left[ \frac{16xyt(y+t)^2 - 2x(3t^2 + 4yt - y^2)[(y+t)^2 + x^2]}{[(y+t)^2 + x^2]^3} \right] \end{aligned}$$

$$-\frac{x[(y+t)^2+x^2]^2}{[(y+t)^2+x^2]^3}] \quad (2.100)$$

$$\sigma_{y_2}(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_1(t) dt \left[ \frac{-16yt(y+t)^3 - 2(y+t)(-y^2 - 6ty + t^2)[(y+t)^2 + x^2]}{[(y+t)^2 + x^2]^3} \right. \\ \left. - \frac{(-y+t) + [(y+t)^2 + x^2]^2}{[(y+t)^2 + x^2]^3} \right]$$

$$+ \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_2(t) dt \left[ \frac{-16xyt(y+t)^2 - 2x(y^2 + t^2)[x^2 + (y+t)^2]}{[(y+t)^2 + x^2]^3} \right.$$

$$\left. - \frac{x[(y+t)^2 + x^2]^2}{[(y+t)^2 + x^2]^3} \right] \quad (2.101)$$

$$\tau_{xy_2}(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_1(t) dt \left[ \frac{-16xyt(y+t)^2 - 2x(4yt + y^2 + t^2)[(y+t)^2 + x^2]}{[(y+t)^2 + x^2]^3} \right.$$

$$\left. - \frac{x[(y+t)^2 + x^2]^2}{[(y+t)^2 + x^2]^3} \right]$$

$$+ \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_2(t) dt \left[ \frac{-16xyt(y+t)^3 - 2(y+t)[-y^2 + 6yt + t^2][(y+t)^2 + x^2]}{[(y+t)^2 + x^2]^3} \right.$$

$$\left. + \frac{(t-y)[(y+t)^2 + x^2]^2}{[(y+t)^2 + x^2]^3} \right]$$

(2.102)

$$\begin{aligned}
\frac{\partial v_2}{\partial x}(x, y) = & \frac{1}{4\mu\pi} \int_e^0 f_1(t) dt \left[ \frac{x[(\kappa+3)(y^4 - 8yt^3) - 6(\kappa+8)y^2t^2]}{[(y+t)^2 + x^2]^3} \right. \\
& + \left. \frac{(\kappa-1)x^4 + 2(\kappa+1)x^2(y^2 - t^2) - (1+3\kappa)t^4 + 8yt(x^2 - 2y^2)}{[(y+t)^2 + x^2]^3} \right] \\
& + \frac{1}{4\mu\pi} \int_e^0 f_2(t) dt \left[ \frac{(\kappa+3)y^5 + 2(\kappa+1)x^2(y^3 + t^3)}{[(y+t)^2 + x^2]^3} \right. \\
& + \left. \frac{(\kappa-1)x^4(y-t) + 6(\kappa-3)yx^2t(y+t)}{[(y+t)^2 + x^2]^3} \right] \\
& + \left. \frac{2(9\kappa+23)t^2y^3 + 2(11\kappa+21)t^3y^2 + (13\kappa+5)t^4y}{[(y+t)^2 + x^2]^3} \right] \\
& + \left. \frac{(7\kappa+21)ty^4 + (1+3\kappa)t^5}{[(y+t)^2 + x^2]^3} \right] \tag{2.103}
\end{aligned}$$

ifadeleri elde edilir.

## 2.5. Çatlak-Temas Problemi İçin İntegral Denklemlerin Elde Edilmesi

Çatlak-temas problemindeki bilinmeyenler  $p(t)$ ,  $q(t)$ ,  $f_1(y)$  ve  $f_2(y)$  aşağıdaki sınır şartlarından elde edilecektir.

$$\sigma_x(0, y) = \sigma_{x_1}(0, y) + \sigma_{x_2}(0, y) = 0 \quad , \quad (e < y < 0) \tag{2.104}$$

$$\tau_{xy}(0, y) = \tau_{xy_1}(0, y) + \tau_{xy_2}(0, y) = 0 \quad , \quad (e < y < 0) \tag{2.105}$$



$$\frac{\partial v(x, 0)}{\partial x} = 0 \quad , \quad (b < x < a) \quad (2.106)$$

$$\frac{\partial v(x, 0)}{\partial x} = 0 \quad , \quad (c < x < d) \quad (2.107)$$

Bu sınır şartları Problem 1 ve Problem 2 için bulunan gerilme ve düşey yer değiştirmenin türevine ait ifadelerin toplamına uygulanırsa:

$\sigma_x(0, y) = 0$  ( $e < y < 0$ ) şartı için aşağıdaki bağıntı elde edilir:

$$\begin{aligned} & \frac{2}{\pi} \int_b^a p(t) dt \frac{(-yt^2)}{(y^2 + t^2)^2} dt + \frac{2}{\pi} \int_c^d q(t) dt \frac{(-yt^2)}{(y^2 + t^2)^2} dt \\ & + \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_1(t) \left( \frac{1}{(t-y)} - \frac{1}{(t+y)} + \frac{6y}{(t+y)} - \frac{4y^2}{(t+y)^3} \right) dt = 0 \end{aligned} \quad (2.108)$$

$\tau_{xy}(x, 0) = 0$  ( $e < y < 0$ ) için şartı için aşağıdaki bağıntı elde edilir:

$$\begin{aligned} & -\frac{2}{\pi} \int_b^a p(t) dt \frac{y^2 t}{(y^2 + t^2)^2} dt - \frac{2}{\pi} \int_c^d q(t) dt \frac{y^2 t}{(y^2 + t^2)^2} dt \\ & + \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_2(t) \left( \frac{1}{(t-y)} - \frac{1}{(t+y)} + \frac{6y}{(t+y)^2} - \frac{4y^2}{(t+y)^3} \right) dt = 0 \end{aligned} \quad (2.109)$$

$\frac{4\mu}{K+1} \frac{\partial v(x,0)}{\partial x} = 0$  ( $b < x < a$ ) şartı için aşağıdaki bağıntı elde edilir:

$$\frac{1}{\pi} \int_b^a \frac{p(t)dt}{t-x} + \frac{1}{\pi} \int_c^d \frac{q(t)dt}{t-x}$$

$$-\frac{4}{\pi} \int_e^0 f_1(t) \frac{xt^2}{(x^2+t^2)^2} dt + \frac{4}{\pi} \int_e^0 f_2(t) \frac{t^3}{(x^2+t^2)^2} dt = 0 \quad (2.110)$$

$\frac{4\mu}{(K+1)} \frac{\partial v(x,0)}{\partial x} = 0$  ( $c < x < d$ ) şartı için aşağıdaki bağıntı elde edilir:

$$\frac{1}{\pi} \int_b^a \frac{p(t)dt}{t-x} + \frac{1}{\pi} \int_c^d \frac{q(t)dt}{t-x}$$

$$-\frac{4}{\pi} \int_e^0 f_1(t) \frac{xt^2}{(x^2+t^2)^2} dt + \frac{4}{\pi} \int_e^0 f_2(t) \frac{t^3}{(x^2+t^2)^2} dt = 0 \quad (2.111)$$

(2.108), (2.109), (2.110) ve (2.111) bağıntılarında:

$$K_{11}(t,y) = K_{22}(t,y) = -\frac{1}{t+y} + \frac{6y}{t+y} - \frac{4y^2}{(t+y)^3} \quad (2.112)$$

$$K_{13}(t,y) = K_{14}(t,y) = -\frac{2yt}{(y+t)^2} \quad (2.113)$$

$$K_{23}(t,y) = K_{24}(t,y) = -\frac{2y^2t}{(y^2+t^2)^2} \quad (2.114)$$

$$K_{31}(t, x) = K_{41}(t, x) = -\frac{4xt^2}{(x^2 + t^2)^2} \quad (2.115)$$

$$K_{32}(t, x) = K_{42}(t, x) = \frac{4x^3}{(x^2 + t^2)^2} \quad (2.116)$$

olarak tanımlanırsa, probleme ilişkin integral denklemler aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\pi} \int_e^0 \frac{f_1(t) dt}{t-y} + \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_1(t) K_{11}(t, y) dt \\ & + \frac{1}{\pi} \int_b^a p(t) K_{13}(t, y) dt + \frac{1}{\pi} \int_c^d q(t) K_{14}(t, y) dt = 0 \end{aligned} \quad (d < y < 0) \quad (2.117)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\pi} \int_e^0 \frac{f_2(t) dt}{t-y} + \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_2(t) K_{22}(t, y) dt \\ & + \frac{1}{\pi} \int_b^a p(t) K_{13}(t, y) dt + \frac{1}{\pi} \int_c^d q(t) K_{14}(t, y) dt = 0 \end{aligned} \quad (d < y < 0) \quad (2.118)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_1(t) K_{31}(t, x) dt + \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_2(t) K_{32}(t, x) dt \\ & + \frac{1}{\pi} \int_b^a \frac{p(t)}{t-x} dt + \frac{1}{\pi} \int_c^d \frac{q(t)}{t-x} dt = 0 \end{aligned} \quad (b < x < a) \quad (2.119)$$

$$\frac{4\mu}{K+1} \frac{\partial v(x,0)}{\partial x} = \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_1(t) K_{41}(t,x) dt + \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_2(t) K_{42}(t,x) dt$$

$$+ \frac{1}{\pi} \int_b^a \frac{p(t)}{t-x} dt + \frac{1}{\pi} \int_c^d \frac{q(t)}{t-x} dt = 0 \quad (c < x < d) \quad (2.120)$$

Çözümde kullanılacak denge denklemleri ise aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\int_b^a p(t) dt = -P \quad (2.121)$$

$$\int_c^d q(t) dt = -Q \quad (2.122)$$

## 2.6. İntegral Denklemlerin Normalizasyonu ve Sayısal Çözümü

Çatlak-temas problemine ilişkin sınır şartlarının kullanılması sonucu elde edilen integral denklemler yeniden düzenlenirse:

$$\frac{1}{\pi} \int_e^0 \frac{f_1(t_1)}{t_1 - y_1} dt_1 + \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_1(t_1) K_{11}(t_1, y_1) dt_1$$

$$+ \frac{1}{\pi} \int_b^a p(t_3) K_{13}(t_3, y_1) dt_3 + \frac{1}{\pi} \int_c^d q(t_4) K_{14}(t_4, y_1) dt_4 = 0 \quad (e < y_1 < 0) \quad (2.123)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_e^0 \frac{f_2(t_2)}{t_2 - y_2} dt_2 + \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_2(t_2) K_{22}(t_2, y_2) dt_2$$

$$+\frac{1}{\pi} \int_b^a p(t_3) K_{23}(t_3, y_2) dt_3 + \frac{1}{\pi} \int_c^d q(t_4) K_{24}(t_4, y_2) dt_4 = 0 \quad (e < y_2 < 0) \quad (2.124)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_1(t_1) K_{31}(t_1, y_3) dt_1 + \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_2(t_2) K_{32}(t_2, x_3) dt_2 \\ + \frac{1}{\pi} \int_b^a \frac{p(t_3)}{t_3 - x_3} dt_3 + \frac{1}{\pi} \int_c^d \frac{q(t_4)}{t_4 - x_3} dt_4 = 0 \quad (b < x_3 < a) \quad (2.125) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_1(t_1) K_{41}(t_1, x_4) dt_1 + \frac{1}{\pi} \int_e^0 f_2(t_2) K_{42}(t_2, x_4) dt_2 \\ + \frac{1}{\pi} \int_b^a \frac{p(t_3)}{t_3 - x_4} dt_3 + \frac{1}{\pi} \int_c^d \frac{q(t_4)}{t_4 - x_4} dt_4 = 0 \quad (c < x_4 < d) \quad (2.126) \end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir.

Denge denklemleri de düzenlenirse:

$$\int_b^a p(t_3) dt_3 = -P \quad (2.127)$$

$$\int_c^d q(t_4) dt_4 = -Q \quad (2.128)$$

Bu ifadelerdeki  $K_{11}$ ,  $K_{13}$ ,  $K_{14}$ ,  $K_{22}$ ,  $K_{23}$ ,  $K_{24}$ ,  $K_{31}$ ,  $K_{32}$ ,  $K_{41}$ ,  $K_{42}$  çekirdekleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$K_{11}(t_1, y_1) = -\frac{1}{t_1 + y_1} + \frac{6}{t_1 + y_1} - \frac{4}{(t_1 + y_1)^3} \quad (2.129)$$

$$K_{13}(t_3, y_1) = \frac{-2y_1 t_3^2}{(y_1^2 + t_3^2)^2} \quad (2.130)$$

$$K_{14}(t_4, y_1) = \frac{-2y_1 t_4^2}{(y_1^2 + t_4^2)^2} \quad (2.131)$$

$$K_{22}(t_2, y_2) = -\frac{1}{t_2 + y_2} + \frac{6}{t_2 + y_2} - \frac{4}{(t_2 + y_2)^3} \quad (2.132)$$

$$K_{23}(t_3, y_2) = \frac{-2y_2^2 t_3}{(y_2^2 + t_3^2)^2} \quad (2.133)$$

$$K_{24}(t_4, y_2) = \frac{-2y_2^2 t_4}{(y_2^2 + t_4^2)^2} \quad (2.134)$$

$$K_{31}(t_1, x_3) = \frac{-4x_3 t_1^2}{(x_3^2 + t_1^2)^2} \quad (2.135)$$

$$K_{32}(t_2, x_3) = \frac{4t_2^2}{(x_3^2 + t_3^2)^2} \quad (2.136)$$

$$K_{41}(t_1, x_4) = \frac{-4x_4 t_1^2}{(x_4^2 + t_1^2)^2} \quad (2.137)$$

$$K_{42}(t_2, x_4) = \frac{4t_2^3}{(x_4^2 + t_2^2)^2} \quad (2.138)$$

İntegral denklemlerin sayısal çözümünün yapılabilmesi aşağıdaki boyutsuz büyüklükler tanımlanabilir:

$$y_1 = -\frac{e}{2}s_1 + \frac{e}{2} \quad (2.139)$$

$$y_2 = -\frac{e}{2}s_2 + \frac{e}{2} \quad (2.140)$$

$$t_1 = -\frac{e}{2}r_1 + \frac{e}{2} \quad (2.141)$$

$$t_2 = -\frac{e}{2}r_2 + \frac{e}{2} \quad (2.142)$$

$$t_3 = \frac{(a-b)}{2}r_3 + \frac{a+b}{2} \quad (2.143)$$

$$t_4 = \frac{(d-c)}{2}r_4 + \frac{d+c}{2} \quad (2.144)$$

$$x_3 = \frac{a-b}{2}s_3 + \frac{a+b}{2} \quad (2.145)$$

$$x_4 = \frac{d-c}{2}s_4 + \frac{d+c}{2} \quad (2.146)$$

$$g_1(r_1) = \frac{a-b}{P} f_1\left(-\frac{e}{2}r_1 + \frac{e}{2}\right) \quad (2.147)$$

$$g_2(r_2) = \frac{a-b}{P} f_2\left(-\frac{e}{2}r_2 + \frac{e}{2}\right) \quad (2.148)$$

$$g_3(r_3) = \frac{(a-b)}{P} P \left[ \frac{a-b}{2}r_3 + \frac{b+a}{2} \right] \quad (2.149)$$

$$g_4(r_4) = \frac{a-b}{P} Q \left[ \frac{d-c}{2} r_4 + \frac{d+c}{2} \right] \quad (2.150)$$

burada  $g_1(r_1)$  ve  $g_2(r_2)$  çatlak uçlarındaki bilinmeyen gerilme şiddeti faktörlerine bağlı boyutsuz büyüklükleri,  $g_3(r_3)$  ve  $g_4(r_4)$  ifadeleri blok-yarı sonsuz düzlem arasındaki bilinmeyen temas gerilmelerine bağlı boyutsuz büyüklükleri göstermektedir. Bu boyutsuz büyüklükler (2.123) ifadesinde yerlerine yazılırsa:

$$-\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{g_1(r_1)}{r_1 - s_1} dr_1 + \int_{-1}^1 M_{11}(r_1, s_1) g_1(r_1) dr_1 + \int_{-1}^1 M_{13}(r_3, s_1) g_3(r_3) dr_3 + \int_{-1}^1 M_{14}(r_4, s_1) g_4(r_4) dr_4 = 0 \quad (2.151)$$

olarak elde edilir.

Burada  $M_{11}$ ,  $M_{13}$  ve  $M_{14}$  ifadeleri :

$$M_{11}(r_1, s_1) = -\frac{1}{\pi} \frac{e}{2} K_{11} \left( -\frac{e}{2} r_1 + \frac{e}{2}, -\frac{e}{2} s_1 + \frac{e}{2} \right) \quad (2.152)$$

$$M_{13}(r_3, s_1) = -\frac{1}{\pi} \frac{a-b}{2} K_{13} \left( \frac{a-b}{2} r_3 + \frac{b+a}{2}, -\frac{e}{2} s_1 + \frac{e}{2} \right) \quad (2.153)$$

$$M_{14}(r_4, s_1) = \frac{1}{\pi} \frac{d-c}{2} K_{14} \left( \frac{d-c}{2} r_4 + \frac{d+c}{2}, -\frac{e}{2} s_1 + \frac{e}{2} \right) \quad (2.154)$$

olarak tanımlanmıştır. Boyutsuz büyüklükler (2.124) ifadesinde yerine yazılırsa

$$-\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{g_2(r_2)}{r_2 - s_2} dr_2 + \int_{-1}^1 M_{22}(r_2, s_2) g_2(r_2) dr_2 + \int_{-1}^1 M_{23}(r_3, s_2) g_3(r_3) dr_3 + \int_{-1}^1 M_{24}(r_4, s_2) g_4(r_4) dr_4 = 0 \quad (2.155)$$



olarak elde edilir. Burada  $M_{22}$ ,  $M_{23}$  ve  $M_{24}$  büyüklükleri:

$$M_{22}(r_2, s_2) = -\frac{1}{\pi} \frac{e}{2} K_{22} \left( -\frac{e}{2} r_2 + \frac{e}{2}, -\frac{e}{2} s_2 + \frac{e}{2} \right) \quad (2.156)$$

$$M_{23}(r_3, s_2) = -\frac{1}{\pi} \frac{a-b}{2} K_{23} \left( \frac{a-b}{2} r_3 + \frac{b+a}{2}, -\frac{e}{2} s_2 + \frac{e}{2} \right) \quad (2.157)$$

$$M_{24}(r_4, s_2) = \frac{1}{\pi} \frac{d-c}{2} K_{24} \left( \frac{d-c}{2} r_4 + \frac{d+c}{2}, -\frac{e}{2} s_2 + \frac{e}{2} \right) \quad (2.158)$$

olarak tanımlanmıştır.

Boyutsuz büyüklükler (2.125) ifadesinde yerine yazılırsa:

$$\int_{-1}^1 g_1(r_1) M_{31}(r_1, s_3) dr_1 + \int_{-1}^1 g_2(r_2) M_{32}(r_2, s_3) dr_2 - \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{g_3(r_3)}{r_3 - s_3} dr_3$$

$$+ \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{g_4(r_4)}{\left[ \frac{(d-c)}{2} r_4 + \frac{d+c}{2} \right] - \left[ \frac{(b-a)}{2} s_3 + \frac{b+a}{2} \right]} \frac{d-c}{2} dr_4 = 0 \quad (2.159)$$

olarak elde edilir. Burada  $M_{31}$  ve  $M_{32}$  büyüklükleri:

$$M_{31}(r_1, s_3) = -\frac{1}{\pi} \frac{e}{2} K_{31} \left[ -\frac{e}{2} r_1 + \frac{e}{2}, \frac{a-b}{2} s_3 + \frac{b+a}{2} \right] \quad (2.160)$$

$$M_{32}(r_2, s_3) = -\frac{1}{\pi} \frac{e}{2} K_{32} \left[ -\frac{e}{2} r_2 + \frac{e}{2}, \frac{a-b}{2} s_3 + \frac{b+a}{2} \right] \quad (2.161)$$

olarak tanımlanmıştır.

Boyutsuz ifadeler (2.126) nolu ifadede yerine yazılırsa:

$$\int_{-1}^1 g_1(r_1)M_{41}(r_1, s_4)dr_1 + \int_{-1}^1 g_2(r_2)M_{42}(r_2, s_4)dr_2$$

$$-\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{g_3(r_3)}{\left[ \frac{a-b}{2}r_3 + \frac{b+a}{2} \right] - \left[ \frac{d-c}{2}s_4 + \frac{d+c}{2} \right]} \frac{a-b}{2} dr_3 + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{g_4(r_4)}{r_4 - s_4} dr_4 = 0 \quad (2.162)$$

ifadesi elde edilir.

Burada  $M_{41}$  ve  $M_{42}$ :

$$M_{41}(r_1, s_4) = -\frac{1}{\pi} \frac{e}{2} K_{41} \left[ -\frac{e}{2}r_1 + \frac{e}{2}, \frac{d-c}{2}s_4 + \frac{d+c}{2} \right] \quad (2.163)$$

$$M_{42}(r_2, s_4) = -\frac{1}{\pi} \frac{e}{2} K_{42} \left[ -\frac{e}{2}r_2 + \frac{e}{2}, \frac{d-c}{2}s_4 + \frac{d+c}{2} \right] \quad (2.164)$$

olarak tanımlanmıştır.

İntegral denklemlerin sayısal çözümü Jacobi polinomları yardımıyla yapılacaktır.

İntegral denklemlerin çözümü:

$$g_1(r_1) = (1-r_1)^{-1/2} \sum_0^{\infty} A_n P_n(r_1) \quad (2.165)$$

$$g_2(r_2) = (1-r_2)^{-1/2} \sum_0^{\infty} B_n P_n(r_2) \quad (2.166)$$

$$g_3(r_3) = (1-r_3)^{-1/2} (1-r_3)^{-1/2} \sum_0^{\infty} C_n P_n(r_3) \quad (2.167)$$

$$g_4(r_4) = (1-r_4)^{-1/2} (1-r_4)^{-1/2} \sum_0^{\infty} D_n P_n(r_4) \quad (2.168)$$

olarak aranmaktadır (Geçit 1979), (Dağ ve Erdoğan 2002). Bu bağıntılarda  $P_n$  Jacobi polinomu,  $A_n, B_n, C_n$  ve  $D_n$  bilinmeyen sabitlerdir.

(2.5) nolu denge denklemi ile (2.149) nolu boyutsuz büyüklük kullanılarak (2.167) nolu ifadede tanımlanmış  $g_3(r_3)$ ' ün Jacobi polinomlarıyla açılımında yer alan ilk bilinmeyen sabit:

$$C_0 = -2/\pi \quad (2.169)$$

olarak elde edilir.

Benzer şekilde, (2.6) nolu denge denklemi ile ve (2.150) nolu boyutsuz büyüklük kullanılarak (2.168) nolu ifadede tanımlanmış  $g_4(r_4)$ ' ün Jacobi polinomlarıyla açılımında yer alan ilk bilinmeyen sabit:

$$D_0 = 2P/Q\pi \quad (2.170)$$

olarak elde edilir.

(2.165-2.170), ifadeleri sırasıyla (2.151), (2.155), (2.159) ve (2.162) denklemlerinde yerlerine yazılırsa:

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^N A_n \left\{ \frac{\Gamma(-1/2)\Gamma(n+1)}{\pi\sqrt{2}\Gamma(n+1/2)} F\left(n+1, -n+\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{1-s_1}{2}\right) \right\} \\ & + \int_{-1}^1 \left[ -\frac{1}{\pi} \frac{e}{2} K_{11} \left( -\frac{e}{2} r_1 + \frac{e}{2}, -\frac{e}{2} s_1 + \frac{e}{2} \right) \right] (1-r_1)^{-1/2} P_n(r_1) dr_1 \\ & + \sum_{n=1}^N C_n \int_{-1}^1 \left[ -\frac{1}{\pi} \frac{a-b}{2} K_{13} \left[ \frac{a-b}{2} r_3 + \frac{b+a}{2}, -\frac{e}{2} s_1 + \frac{e}{2} \right] \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& x(1-r_3)^{-1/2}(1+r_3)^{-1/2} P_n(r_3) dr_3 \\
& + \sum_{n=1}^N D_n \int_{-1}^1 \frac{1}{\pi} \frac{d-c}{2} K_{14} \left[ \frac{d-c}{2} r_4 + \frac{d+c}{2}, -\frac{e}{2} s_1 + \frac{e}{2} \right] \\
& x(1-r_4)^{-1/2}(1+r_4)^{-1/2} P_n(r_4) dr_4 = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \left[ -\frac{1}{\pi} \frac{a-b}{2} K_{13} \left[ \frac{a-b}{2} r_3 + \frac{a+b}{2}, \frac{e}{2} s_1 + \frac{e}{2} \right] \right] \\
& x(1-r_3)^{-1/2}(1+r_3)^{-1/2} P_0(r_3) dr_3 \\
& + \left[ -\frac{(a-b)2Q}{(d-c)P\pi} \right] \int_{-1}^1 \left[ \frac{1}{\pi} \frac{(d-c)}{2} K_{14} \left[ \frac{d-c}{2} r_4 + \frac{d+c}{2}, \frac{e}{2} s_1 + \frac{e}{2} \right] \right] \\
& x(1-r_4)^{-1/2}(1+r_4)^{-1/2} P_0(r_4) dr_4 \quad (2.171) \\
& \sum_{n=0}^N B_n \left\{ \frac{\Gamma(-1/2)\Gamma(n+1)}{\pi\sqrt{2}\Gamma(n+1/2)} F\left(n+1, -n+\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{1-s_2}{2}\right) \right\} \\
& + \int_{-1}^1 \left[ -\frac{1}{\pi} \frac{e}{2} K_{22} \left( -\frac{e}{2} r_2 + \frac{e}{2}, -\frac{e}{2} s_2 + \frac{e}{2} \right) \right] (1-r_2)^{-1/2} P_n(r_2) dr_2 \\
& + \sum_{n=1}^N C_n \int_{-1}^1 \left[ -\frac{1}{\pi} \frac{a-b}{2} K_{23} \left[ \frac{a-b}{2} r_3 + \frac{b+a}{2}, \frac{e}{2} s_2 + \frac{e}{2} \right] \right] (1-r_3)^{-1/2}(1+r_3)^{-1/2} P_n(r_3) dr_3 \\
& + \sum_{n=1}^N D_n \int_{-1}^1 \frac{1}{\pi} \frac{a-b}{2} K_{24} \left[ \frac{d-c}{2} r_4 + \frac{d+c}{2}, -\frac{e}{2} s_2 + \frac{e}{2} \right] \\
& x(1-r_4)^{-1/2}(1+r_4)^{-1/2} P_n(r_4) dr_4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(-\frac{2}{\pi}\right) \int_{-1}^1 \left[ -\frac{1}{\pi} \frac{a-b}{2} K_{23} \left[ \frac{a-b}{2} r_3 + \frac{a+b}{2}, \frac{e}{2} s_2 + \frac{e}{2} \right] \right. \\
&\quad \left. x(1-r_3)^{-1/2} (1+r_3)^{-1/2} P_0(r_3) dr_3 \right. \\
&+ \frac{2P}{Q\pi} \int_{-1}^1 \left[ \frac{1}{\pi} \frac{(a-b)}{2} K_{24} \left[ \frac{a-b}{2} r_4 + \frac{a+b}{2}, \frac{e}{2} s_2 + \frac{e}{2} \right] \right. \\
&\quad \left. x(1-r_4)^{-1/2} (1+r_4)^{-1/2} P_0(r_4) dr_4 \right. \quad (2.172)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\sum_{n=0}^N A_n \int_{-1}^1 \left( -\frac{1}{\pi} \frac{e}{2} K_{31} \left[ -\frac{e}{2} r_1 + \frac{e}{2}, \frac{a-b}{2} s_3 + \frac{b+a}{2} \right] \right) (1-r_1)^{-1/2} P_n(r_1) dr_1 \\
&+ \sum_{n=0}^N B_n \int_{-1}^1 \left( -\frac{1}{\pi} \frac{e}{2} K_{32} \left[ -\frac{e}{2} r_2 + \frac{e}{2}, \frac{a-b}{2} s_3 + \frac{b+a}{2} \right] \right) (1-r_2)^{-1/2} P_n(r_2) dr_2 \\
&+ \left( -\frac{1}{2} \right) \sum_{n=1}^N C_n P_{n-1}(s_3) + \sum_{n=1}^N D_n \int_{-1}^1 \frac{1}{\pi} \left[ \frac{1}{\left( \frac{d-c}{2} r_4 + \frac{d+c}{2} \right) - \left( \frac{a-b}{2} s_3 + \frac{b+a}{2} \right)} \right. \\
&\quad \left. x \frac{d-c}{2} (1-r_4)^{-1/2} (1+r_4)^{-1/2} P_n(r_4) dr_4 \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left[ -\frac{(a-b)2Q}{(d-c)P\pi} \right] \int_{-1}^1 \frac{1}{\pi} \left[ \frac{1}{\left( \frac{d-c}{2} r_4 + \frac{d-c}{2} \right) - \left( \frac{a-b}{2} r_4 + \frac{a+b}{2} \right)} \right. \\
&\quad \left. x \left( \frac{d-c}{2} \right) (1-r_4)^{-1/2} (1+r_4)^{1/2} P_0(r_4) dr_4 \right. \quad (2.173)
\end{aligned}$$



(2.171-2.174) bağıntıları ile elde edilen lineer denklem sisteminde  $g_1(r_1)$  ve  $g_2(r_2)$   $g_3(r_3)$ ,  $g_4(r_4)$  bilinmeyenleri göstermekte olup toplamda  $4N+2$  tanedir. İki adet denge denklemiyle birlikte bilinmeyenleri belirleyebilmek için kullanılacak denklem sayısı ise  $4N+2$  tanedir. Dolayısıyla  $4N+2$  bilinmeyenli  $4N+2$  tane denklem sisteminin çözümü sonucunda  $g_1(r_1)$ ,  $g_2(r_2)$   $g_3(r_3)$  ve  $g_4(r_4)$  elde edilecektir.

### 2.6.1. Gerilme Şiddeti Faktörleri ve Gerilme Şiddeti Faktörlerinin Normalizasyonu

Çatlak uçlarındaki Mod-I ve Mod-II gerilme şiddeti faktörleri aşağıdaki gibi tanımlanabilir (Geçit 1979):

$$k_1 = \lim_{y \rightarrow e} \sqrt{2(y-e)\sigma_x(0, y)} \quad (2.177)$$

$$k_2 = \lim_{y \rightarrow e} \sqrt{2(y-e)\tau_{xy}(0, y)} \quad (2.178)$$

$\sigma_x(0, y)$  ve  $\tau_{xy}(0, y)$  ifadelerindeki çatlakla ilgili hakim terimler ise aşağıdaki gibidir:

$$\sigma_x(0, y) = \frac{1}{\pi} \int_e^0 \frac{f_1(t) dt}{t-y} \quad (2.179)$$

$$\tau_{xy}(0, y) = \frac{1}{\pi} \int_e^0 \frac{f_2(t) dt}{t-y} \quad (2.180)$$

Plemelj formülleri yardımıyla çatlak uçlarındaki singüler davranış belirlenip Muskhelishvili' deki yol takip edilirse (2.179) ve (2.180) nolu ifadeler aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{1}{\pi} \int_e^0 \frac{f_1(t) dt}{t-y} = F_1(e)(y-e)^{-1/2} \quad (2.181)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_e^0 \frac{f_2(t) dt}{t-y} = F_2(e)(y-e)^{-1/2} \quad (2.182)$$

Bu ifadeler gerilme şiddeti faktörlerinde yerlerine yazılırsa:

$$k_1 = \sqrt{2} f_1(t)(t-e)^{1/2} \quad (2.183)$$

$$k_2 = \sqrt{2} f_2(t)(t-e)^{1/2} \quad (2.184)$$

ifadeleri elde edilir.

$t_1$  ve  $t_2$  büyüklüklerinin normalizasyonu daha önceden (2.141) ve (2.142) nolu bağıntılar ile tanımlanmıştı. Bu bağıntılar (2.183) ve (2.184)' de yerlerine yazılırsa:

$$k_1 = \sqrt{2} f_1 \left( -\frac{e}{2} r_1 + \frac{e}{2} \right) \left( -\frac{e}{2} r_1 - \frac{e}{2} \right)^{1/2} \quad (2.185)$$

$$k_2 = \sqrt{2} f_2 \left( -\frac{e}{2} r_2 + \frac{e}{2} \right) \left( -\frac{e}{2} r_2 - \frac{e}{2} \right)^{1/2} \quad (2.186)$$

olarak elde edilirler. Normalize edilmiş ifadelerde yer alan (2.147) ve (2.148) ifadelerindeki  $f_1$  ve  $f_2$  büyüklükleri yalnız bırakılıp  $k_1$  ve  $k_2$  gerilme şiddeti faktörü ifadelerinde yerlerine yazılırsa:

$$\frac{k_1 \sqrt{-e}}{P} = \frac{-e}{a-b} g_1(r_1)(1-r_1)^{1/2} \quad (2.187)$$

$$\frac{k_2 \sqrt{-e}}{P} = \frac{-e}{a-b} g_2(r_2)(1-r_2)^{1/2} \quad (2.188)$$

ifadeleri elde edilir.



(2.165) ve (2.166) bağıntıları (2.187) ve (2.188) nolu ifadelerde yerlerine yazılırsa normalize edilmiş gerilme şiddeti faktörleri:

$$\frac{k_1 \sqrt{-e}}{P} = \frac{-e}{a-b} \sum_{n=0}^N A_n P_n(1) \quad (3.72)$$

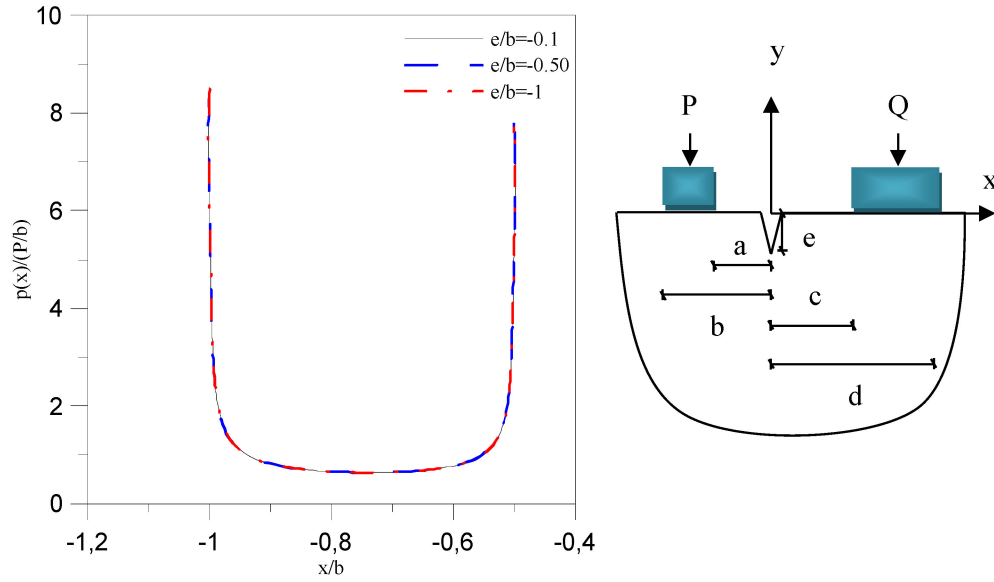
$$\frac{k_2 \sqrt{-e}}{P} = \frac{-e}{a-b} \sum_{n=0}^N B_n P_n(1) \quad (3.73)$$

olarak elde edilir.

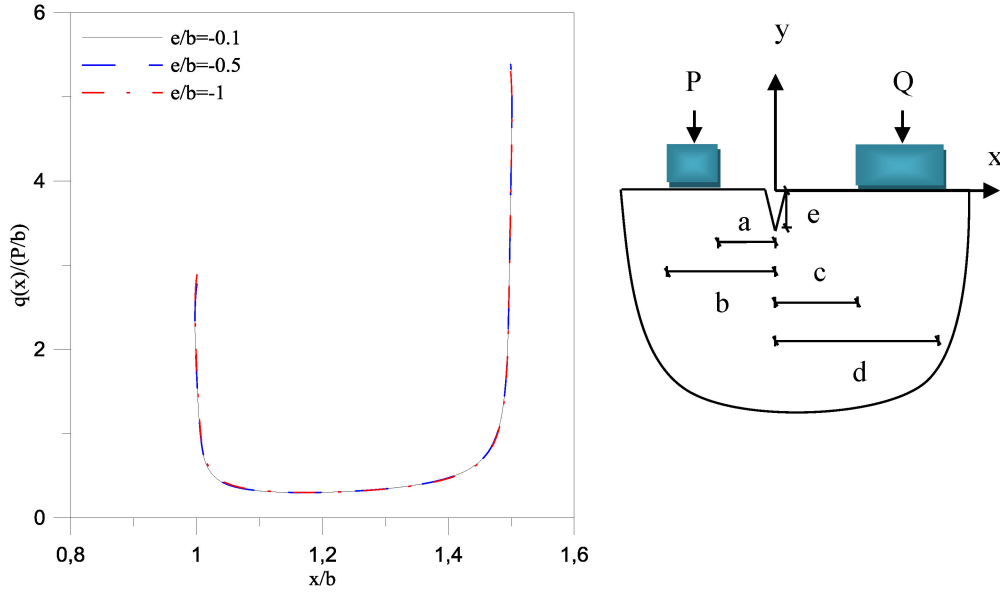
### 3. BULGULAR VE İRDELEME

Bu bölümde, bir önceki bölümde verilmiş olan formülasyonlardan faydalanılarak çatlak derinliği, blok genişlikleri, farklı yükleme koşulları ve blokların çatlakla olan mesafelerinin değişimlerine bağlı olarak çatlak ucundaki gerilme şiddeti faktörleri ile blok altındaki gerilme dağılımları incelenmiştir. Bu parametrelere göre sayısal değerler, tablolar ve grafikler olarak verilmiş ve bulgular irdelenmiştir.

#### 3.1. Temas Gerilmelerine İlişkin Bulgular

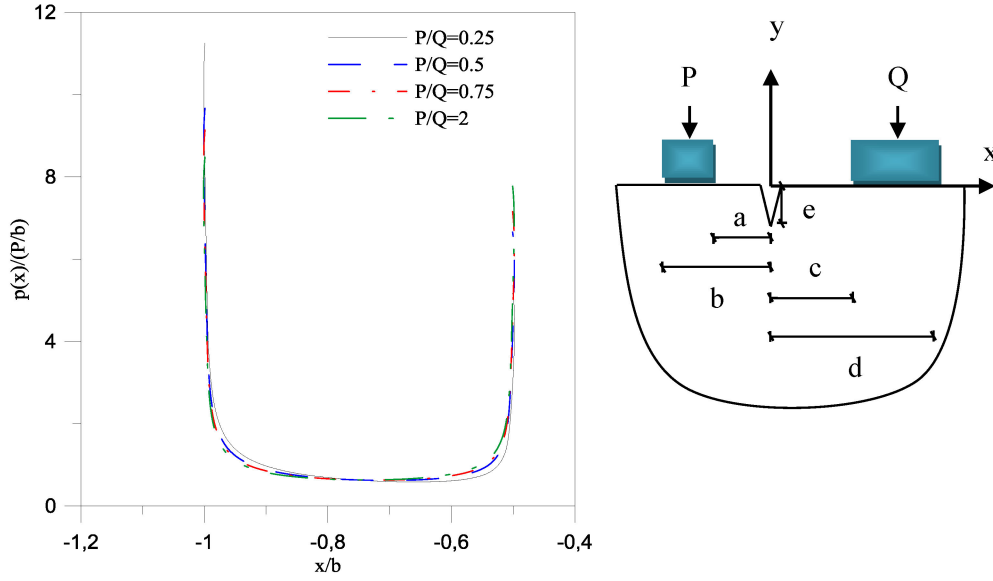


Şekil 3.1. Çatlak derinliğinin artmasına göre P yükünün uygulandığı blokta oluşan blok altı gerilme dağılımı ( $K=2$ ,  $\nu=0.25$ ,  $a/b=0.5$ ,  $c/b=-1$ ,  $d/b=-1.5$ ,  $P/Q=2$ )

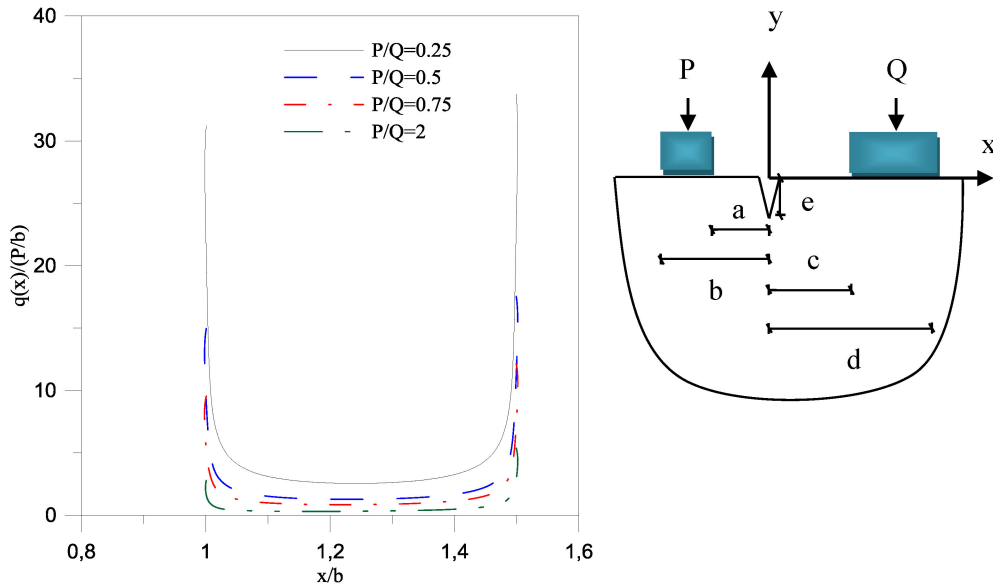


Şekil 3.2. Çatlak derinliğinin artmasına göre Q yükünün uygulandığı blokta oluşan blok altı gerilme dağılımı ( $K=2$ ,  $\nu=0.25$ ,  $a/b=0.5$ ,  $c/b=-1$ ,  $d/b=-1.5$ ,  $P/Q=2$ )

Şekil 3.1 ve Şekil 3.2' de çatlak derinliğinin değişimine göre blokların altlarında oluşan gerilme dağılımları verilmiştir. Şekillerden de anlaşılacağı gibi çatlak derinliği değişiminin blok altı gerilme dağılımlarına önemli bir etkisi olmadığı görülmüştür.



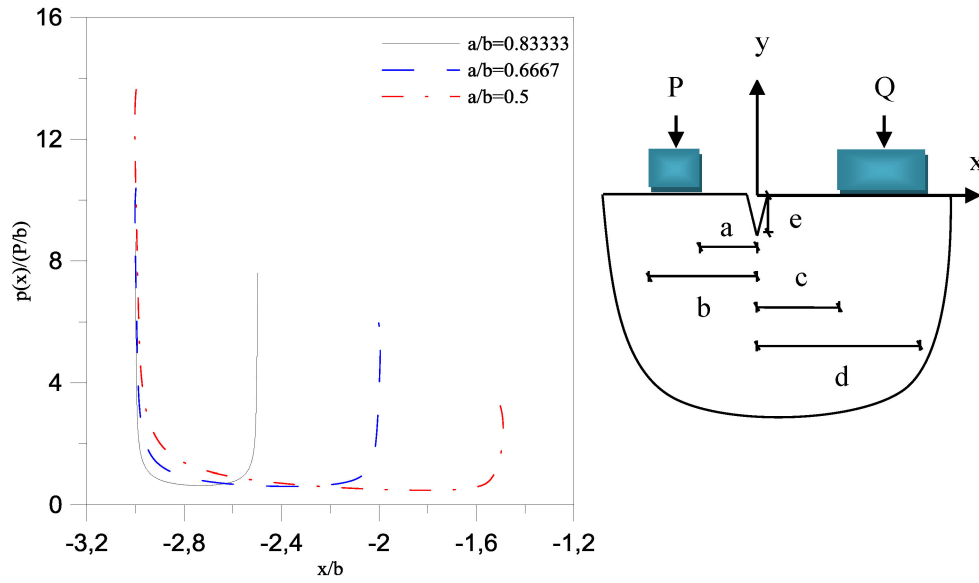
Şekil 3.3.  $P/Q$  oranının değişimine göre  $P$  yükünün uygulandığı blokta oluşan blok altı gerilme dağılımı ( $K=2$ ,  $\nu=0.25$ ,  $a/b=0.5$ ,  $c/b=-1$ ,  $d/b=-1.5$ ,  $e/b=-0.5$ )



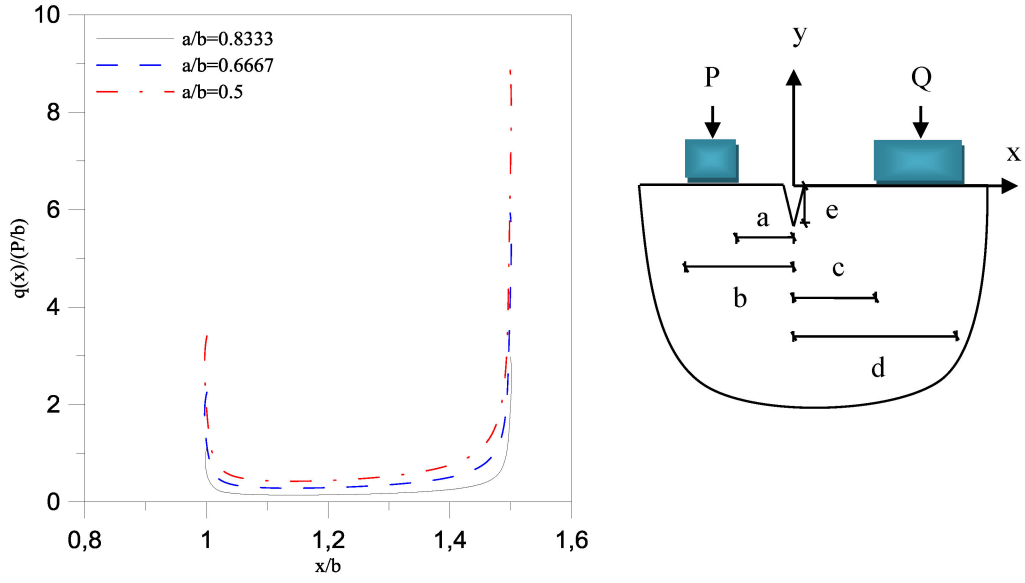
Şekil 3.4.  $P/Q$  oranının değişimine göre  $Q$  yükünün uygulandığı blokta oluşan blok altı gerilme dağılımı ( $K=2$ ,  $\nu=0.25$ ,  $a/b=0.5$ ,  $c/b=-1$ ,  $d/b=-1.5$ ,  $e/b=-0.5$ )

Şekil 3.3 ve Şekil 3.4' de  $P/Q$  oranının değişiminin blok altı gerilme dağılımlarına etkisi incelenmiştir.  $P/Q$  oranı arttıkça  $P$  yükünün etki ettiği blokta oluşan blok altı gerilmelerinde önemli bir değişiklik olmamasına rağmen  $Q$  yükünün etki ettiği blokta oluşan blok altı gerilmelerinde azalma görülmüştür.  $P$  yükünün etki ettiği blokta blok altı

gerilmelerinde değişiklik olmamasının nedeni; örneğin P yükü 2 kat arttığında gerilmeler 2 kat artmaktadır fakat temas gerilmelerinin boyutsuzlaştırılması P ile yapıldığı için ( $p(x)/(P/b)$ ) ifadesindeki P de 2 kat artmaktadır. Pay ve payda 2 kat arttığı için birbirini sadeleştirmektedir. Bu sebeple P yükünün etki ettiği blokta blok altı gerilme dağılımı değişmemektedir.

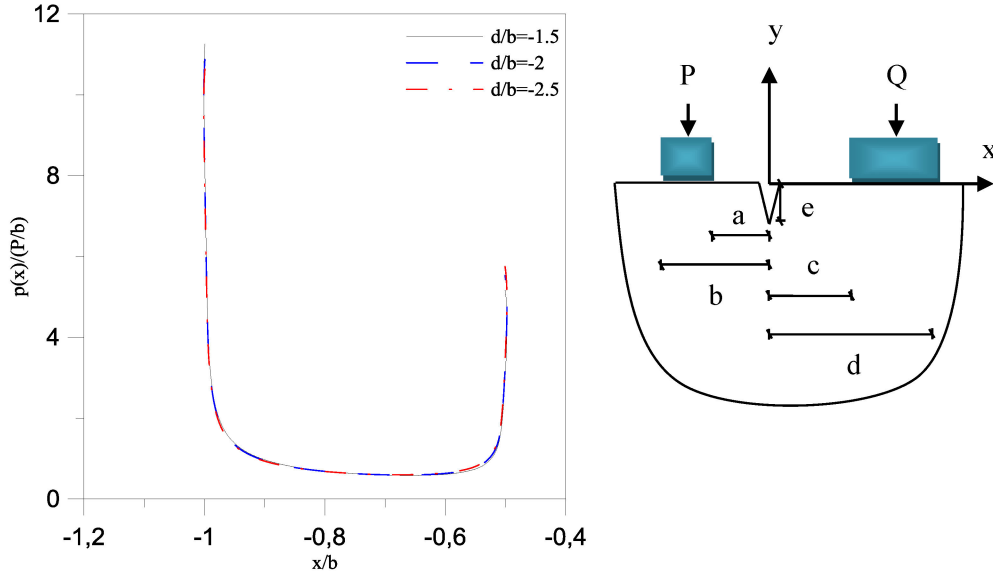


Şekil 3.5. P yükünün uygulandığı blok genişliğinin değişimine göre P kuvvetinin uygulandığı blokta oluşan blok altı gerilme dağılımı ( $K=2$ ,  $\nu=0.25$ ,  $P/Q=2$ ,  $c/b=-1$ ,  $d/b=-1.5$ ,  $e/b=-0.5$ )

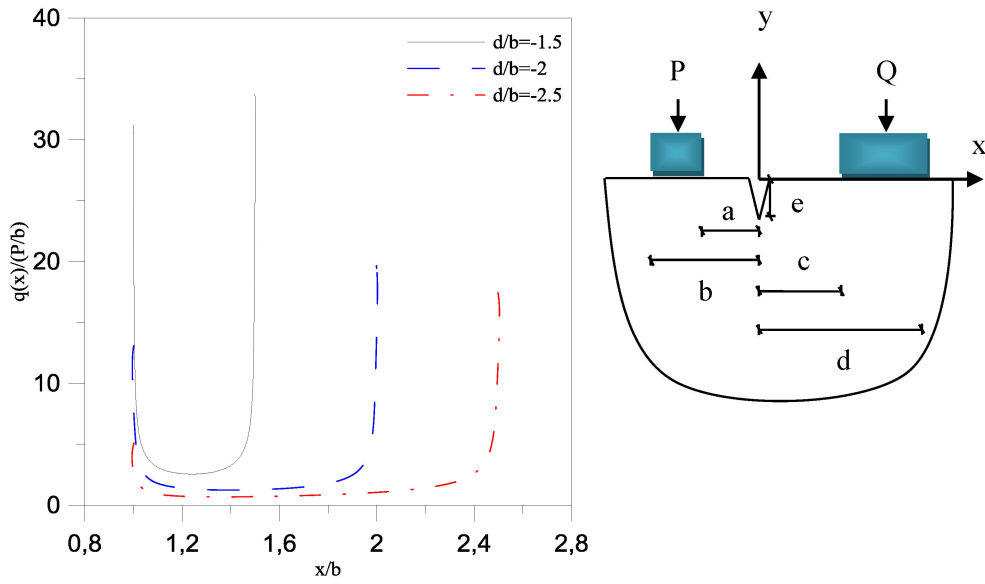


Şekil 3.6. P yükünün uygulandığı blok genişliğinin değişimine göre Q kuvvetinin uygulandığı blokta oluşan blok altı gerilme dağılışı ( $K=2$ ,  $\nu=0.25$ ,  $P/Q=2$ ,  $a/b=0.5$ ,  $c/b=-1$ ,  $d/b=-1.5$ ,  $e/b=-0.5$ )

Şekil 3.5 ve Şekil 3.6' da P yükünün uygulandığı blok genişliğinin değişimine göre blok altlarında oluşan gerilme dağılımları incelenmiştir. Şekillerde görüldüğü gibi P yükünün uygulandığı bloğun genişliği arttıkça aynı blokta oluşan blok altı gerilmeleri azalmış, Q yüküne etki eden blokta oluşan blok altı gerilmeleri artmıştır.



Şekil 3.7. Q yükünün uygulandığı blok genişliğinin değişimine göre P kuvvetinin uygulandığı blokta oluşan blok altı gerilme dağılışı ( $K=2$ ,  $\nu=0.25$ ,  $P/Q=0.25$ ,  $a/b=0.5$ ,  $c/b=-1$ ,  $e/b=-0.5$ )



Şekil 3.8. Q yükünün uygulandığı blok genişliğinin değişimine göre Q kuvvetinin uygulandığı blokta oluşan blok altı gerilme dağılışı ( $K=2$ ,  $\nu=0.25$ ,  $P/Q=0.25$ ,  $a/b=0.5$ ,  $c/b=-1$ ,  $e/b=-0.5$ )

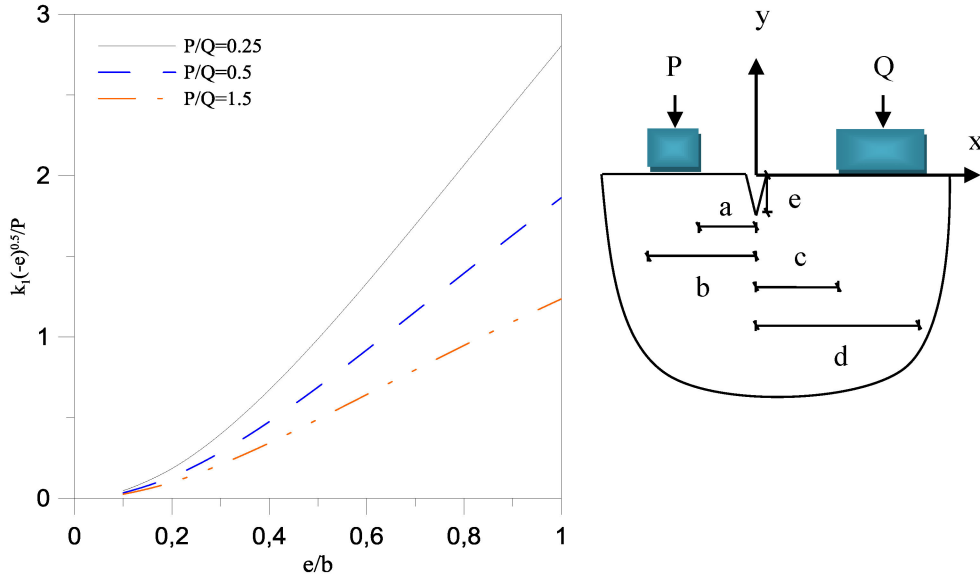
Şekil 3.7 ve Şekil 3.8' de Q yükünün uygulandığı blok genişliğinin değişiminin blok altlarında oluşan gerilme dağılımlarına olan etkisi incelenmiştir. Q yükünün uygulandığı bloğun genişliği arttıkça aynı blokta oluşan blok altı gerilmelerinde azalma olurken P yükünün uygulandığı bloğun altında oluşan blok altı gerilmelerinde ise önemli bir değişiklik meydana getirmemiştir.

### 3.2. Gerilme Şiddeti Faktörlerine İlişkin Bulgular

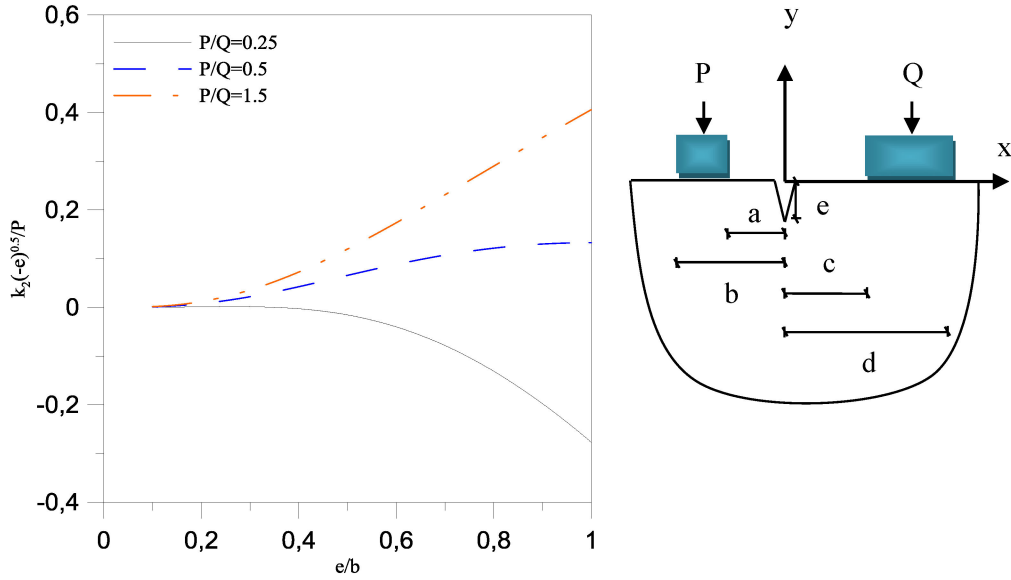
Tablo 3.1. Farklı P/Q oranları için  $k_1\sqrt{-e}/P$  ve  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörlerinin değişimi (K=2,  $\nu=0.25$ ,  $a/b=0.5$ ,  $c/b=-1$ ,  $d/b=-1.5$ )

e/b	P/Q=0.25		P/Q=0.50		P/Q=1.5	
	$\frac{k_1\sqrt{-e}}{P}$	$\frac{k_2\sqrt{-e}}{P}$	$\frac{k_1\sqrt{-e}}{P}$	$\frac{k_2\sqrt{-e}}{P}$	$\frac{k_1\sqrt{-e}}{P}$	$\frac{k_2\sqrt{-e}}{P}$
0.1	0.0476	0.0002	0.0347	0.0011	0.0261	0.0016
0.2	0.1852	0.0012	0.1339	0.0077	0.0997	0.0121
0.3	0.3991	0.0015	0.2854	0.0221	0.2095	0.0358
0.4	0.6725	-0.0027	0.4749	0.0425	0.3431	0.0727
0.5	0.9889	-0.0154	0.6896	0.0657	0.4900	0.1199
0.6	1.3320	-0.0400	0.9193	0.0883	0.6427	0.1738
0.7	1.6963	-0.0784	1.1563	0.1075	0.7962	0.2314
0.8	2.0663	-0.1312	1.3950	0.1217	0.9474	0.2902
0.9	2.4375	-0.1978	1.6316	0.1302	1.0943	0.3488
1.0	2.8048	-0.2769	1.8634	0.1328	1.2358	0.4060





Şekil 3.9. Farklı  $P/Q$  oranları için edilen  $k_1\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörünün değişimi ( $K=2$ ,  $\nu=0.25$ ,  $a/b=0.5$ ,  $c/b=-1$ ,  $d/b=-1.5$ )

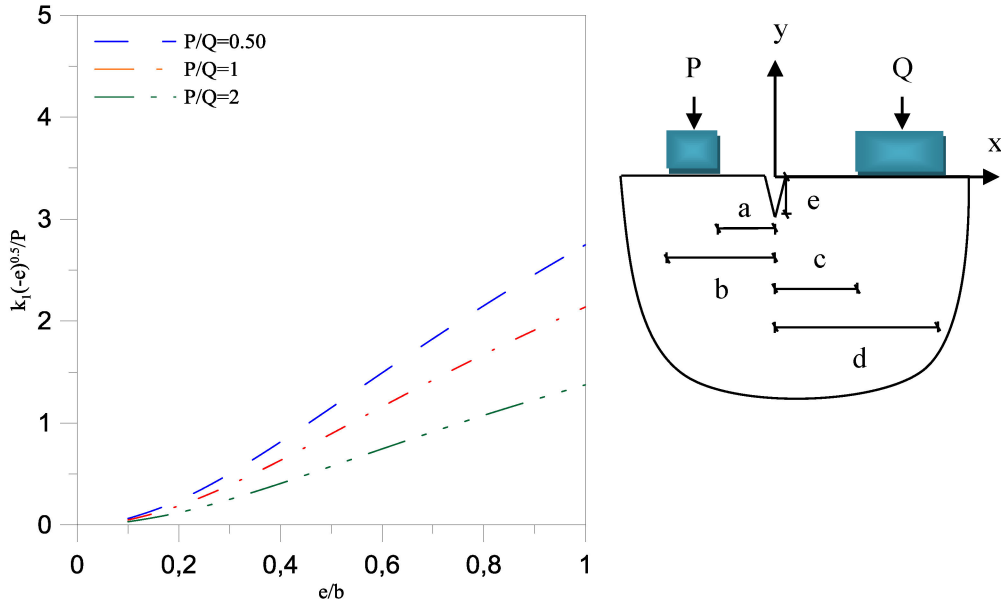


Şekil 3.10. Farklı  $P/Q$  oranları için elde edilen  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörünün değişimi ( $K=2$ ,  $\nu=0.25$ ,  $a/b=0.5$ ,  $c/b=-1$ ,  $d/b=-1.5$ )

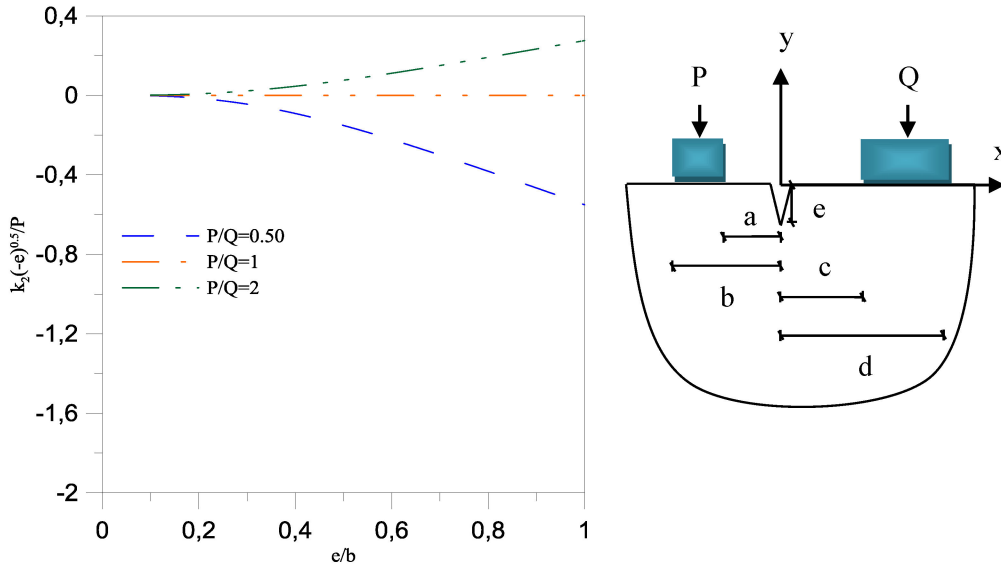
Tablo 3.1, Şekil 3.9 ve Şekil 3.10' da  $P/Q$  oranı değişiminin  $k_1\sqrt{-e}/P$  ve  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörlerine etkisi incelenmiştir. Tablo ve şekiller incelendiğinde,  $P/Q$  oranı arttıkça  $k_1\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörü azalmıştır.  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörü  $P/Q=0.5$  ve  $P/Q=1.5$  için pozitif değerler alırken,  $P/Q=0.25$  için negatif değerler almaktadır.

Tablo 3.2. Farklı  $P/Q$  oranları için blok konumlarının ve blok genişliklerinin aynı olması durumunda elde edilen  $k_1\sqrt{-e}/P$  ve  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörleri değerlerinin değişimi ( $K=2$ ,  $\nu=0.25$ ,  $a/b=0.5$ ,  $c/b=-0.5$ ,  $d/b=-1$ )

$e/b$	$P/Q=0.50$		$P/Q=1$		$P/Q=2$	
	$\frac{k_1\sqrt{-e}}{P}$	$\frac{k_2\sqrt{-e}}{P}$	$\frac{k_1\sqrt{-e}}{P}$	$\frac{k_2\sqrt{-e}}{P}$	$\frac{k_1\sqrt{-e}}{P}$	$\frac{k_2\sqrt{-e}}{P}$
0.1	0.0634	-0.0020	0.0423	0	0.0317	0.0010
0.2	0.2408	-0.0148	0.1606	0	0.1204	0.0074
0.3	0.5020	-0.0444	0.3347	0	0.2510	0.0222
0.4	0.8139	-0.0910	0.5426	0	0.4069	0.0455
0.5	1.1498	-0.1517	0.7666	0	0.5749	0.0758
0.6	1.4913	-0.2225	0.9942	0	0.7456	0.1113
0.7	1.8268	-0.3002	1.2178	0	0.9134	0.1501
0.8	2.1499	-0.3821	1.4332	0	1.0749	0.1910
0.9	2.4573	-0.4660	1.6382	0	1.2286	0.2330
1.0	2.7478	-0.5509	1.8319	0	1.3739	0.2754



Şekil 3.11. Farklı  $P/Q$  oranları için blok konumlarının simetrik olması durumunda  $k_1\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörü değişimi ( $K=2, \nu=0.25, a/b=0.5, c/b=-0.5, d/b=-1$ )

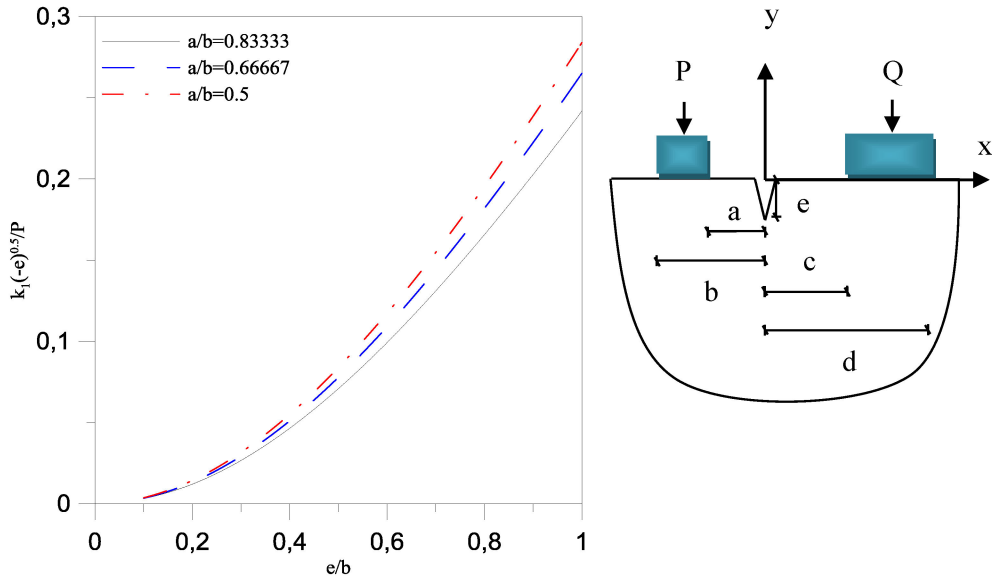


Şekil 3.12. Farklı  $P/Q$  oranları için blok konumlarının simetrik olması durumunda  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörü değişimi ( $K=2, \nu=0.25, a/b=0.5, c/b=-0.5, d/b=-1$ )

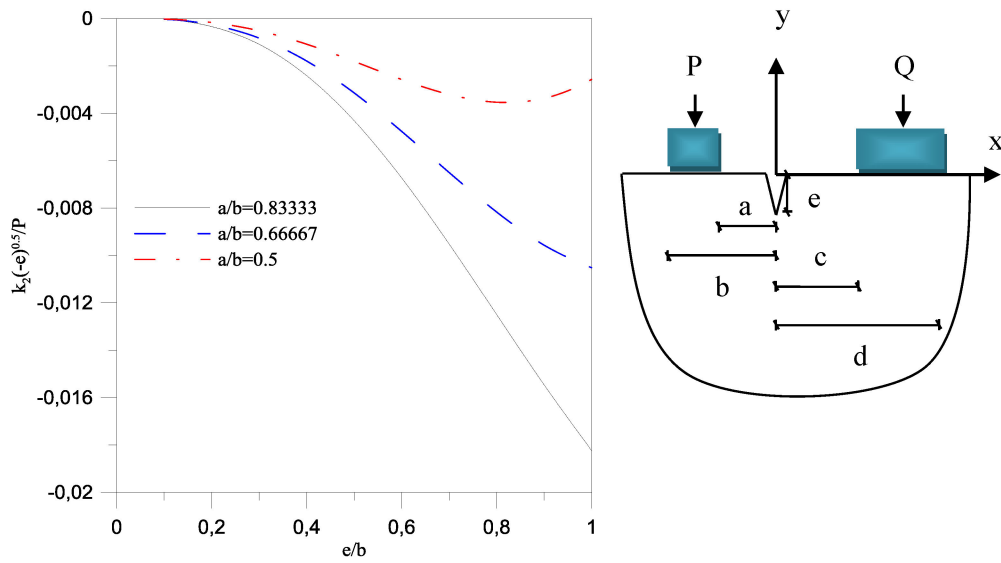
Tablo 3.2, Şekil 3.11 ve Şekil 3.12' de blok konumlarının ve blok genişliklerinin aynı olması durumunda  $P/Q$  oranının değişimine göre  $k_1\sqrt{-e}/P$  ve  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörlerine etkisi incelenmiştir. Blokların simetrik olmaması durumunda olduğu gibi  $P/Q$  oranı arttıkça  $k_1\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörü azalmıştır.  $e/b$  oranı yani çatlak derinliği arttıkça  $k_1\sqrt{-e}/P$  ve  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörü değerleri artmıştır. Ayrıca  $P/Q=1$  için beklendiği gibi  $k_2\sqrt{-e}/P$  değeri sıfır olarak bulunmuştur.

Tablo 3.3.  $P$  yükünün uygulandığı bloğun genişliğinin çeşitli değerleri için elde edilen  $k_1\sqrt{-e}/P$  ve  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörlerinin değişimi ( $K=2$ ,  $\nu=0.25$ ,  $P/Q=4$ ,  $c/b=-1$ ,  $d/b=-1.5$ )

<b>a/b=0.8333</b>			<b>a/b=0.6667</b>			<b>a/b=0.5</b>		
<b>e/b</b>	$\frac{k_1\sqrt{-e}}{P}$	$\frac{k_2\sqrt{-e}}{P}$	<b>e/b</b>	$\frac{k_1\sqrt{-e}}{P}$	$\frac{k_2\sqrt{-e}}{P}$	<b>e/b</b>	$\frac{k_1\sqrt{-e}}{P}$	$\frac{k_2\sqrt{-e}}{P}$
0.1	0.0030	-0.00004	0.1	0.0033	-0.00003	0.1	0.0036	-0.00002
0.2	0.0120	-0.0003	0.2	0.0132	-0.0003	0.2	0.0142	-0.0002
0.3	0.0267	-0.0011	0.3	0.0293	-0.0008	0.3	0.0315	-0.0005
0.4	0.0465	-0.0024	0.4	0.0510	-0.0018	0.4	0.0550	-0.0011
0.5	0.0709	-0.0043	0.5	0.0778	-0.0032	0.5	0.0838	-0.0018
0.6	0.0993	-0.0067	0.6	0.1090	-0.0047	0.6	0.1173	-0.0026
0.7	0.1311	-0.0095	0.7	0.1439	-0.0065	0.7	0.1547	-0.0032
0.8	0.1658	-0.0125	0.8	0.1819	-0.0082	0.8	0.1954	-0.0035
0.9	0.2028	-0.0155	0.9	0.2224	-0.0096	0.9	0.2386	-0.0033
1.0	0.2417	-0.0182	1.0	0.2650	-0.0105	1.0	0.2839	-0.0025



Şekil 3.13. P yükünün uygulandığı blok genişliğinin çeşitli değerleri için elde edilen  $k_1\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörünün değişimi ( $K=2$ ,  $\nu=0.25$ ,  $P/Q=4$ ,  $c/b=-1$ ,  $d/b=-1.5$ )

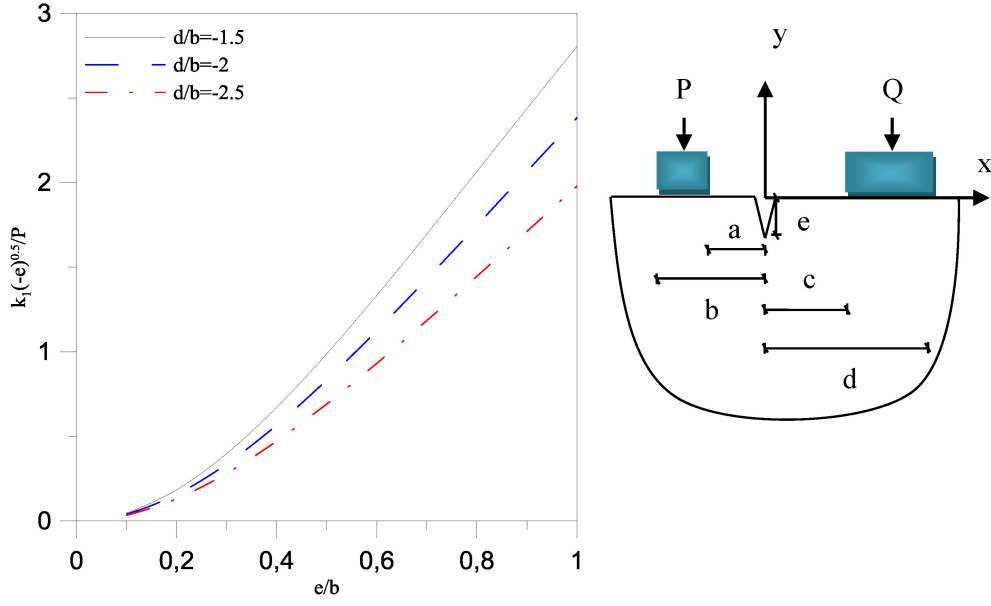


Şekil 3.14. P yükünün uygulandığı blok genişliğinin çeşitli değerleri için elde edilen  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörünün değişimi ( $K=2$ ,  $\nu=0.25$ ,  $P/Q=4$ ,  $c/b=-1$ ,  $d/b=-1.5$ )

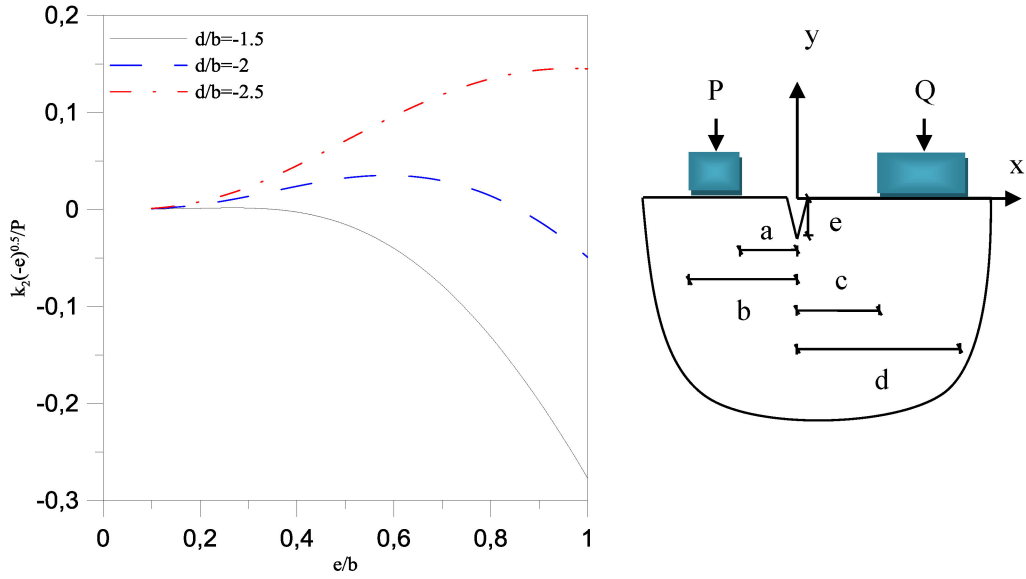
Tablo 3.3, Şekil 3.13 ve Şekil 3.14' de P yükünün uygulandığı blok genişliğinin değişiminin gerilme şiddeti faktörlerine olan etkisi incelenmiştir. Bu bloğun genişliğinin artmasıyla  $k_1\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktöründe artış, negatif değer alan  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktöründe azalma meydana gelmiştir.

Tablo 3.4. Q yükünün uygulandığı bloğun genişliğinin çeşitli değerleri için edilen  $k_1\sqrt{-e}/P$  ve  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörlerinin değişimi (K=2,  $\nu=0.25$ , P/Q=0.25, a/b=0.5, c/b=-1)

<b>d/b=-1.5</b>			<b>d/b=-2</b>			<b>d/b=-2.5</b>		
<b>e/b</b>	$\frac{k_1\sqrt{-e}}{P}$	$\frac{k_2\sqrt{-e}}{P}$	<b>e/b</b>	$\frac{k_1\sqrt{-e}}{P}$	$\frac{k_2\sqrt{-e}}{P}$	<b>e/b</b>	$\frac{k_1\sqrt{-e}}{P}$	$\frac{k_2\sqrt{-e}}{P}$
0.1	0.0476	0.0011	0.1	0.0404	0.0014	0.1	0.0339	0.0015
0.2	0.1851	0.0083	0.2	0.1567	0.0104	0.2	0.1313	0.0112
0.3	0.3990	0.0239	0.3	0.3371	0.0308	0.3	0.2815	0.0336
0.4	0.6724	0.0471	0.4	0.5671	0.0626	0.4	0.4719	0.0691
0.5	0.9889	0.0742	0.5	0.8334	0.1031	0.5	0.6915	0.1150
0.6	1.3341	0.1013	0.6	1.1244	0.1482	0.6	0.9313	0.1681
0.7	1.6963	0.1247	0.7	1.4311	0.1948	0.7	1.1845	0.2249
0.8	2.0663	0.1419	0.8	1.7466	0.2398	0.8	1.4459	0.2826
0.9	2.4375	0.1510	0.9	2.0655	0.2810	0.9	1.7116	0.3391
1.0	2.8047	0.1511	1.0	2.3836	0.3170	1.0	1.9787	0.3926



Şekil 3.15. Q yükünün uygulandığı bloğun genişliğinin çeşitli değerleri için elde edilen  $k_1\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörünün değişimi ( $K=2$ ,  $\nu=0.25$ ,  $P/Q=0.25$ ,  $a/b=0.5$ ,  $c/b=-1$ )



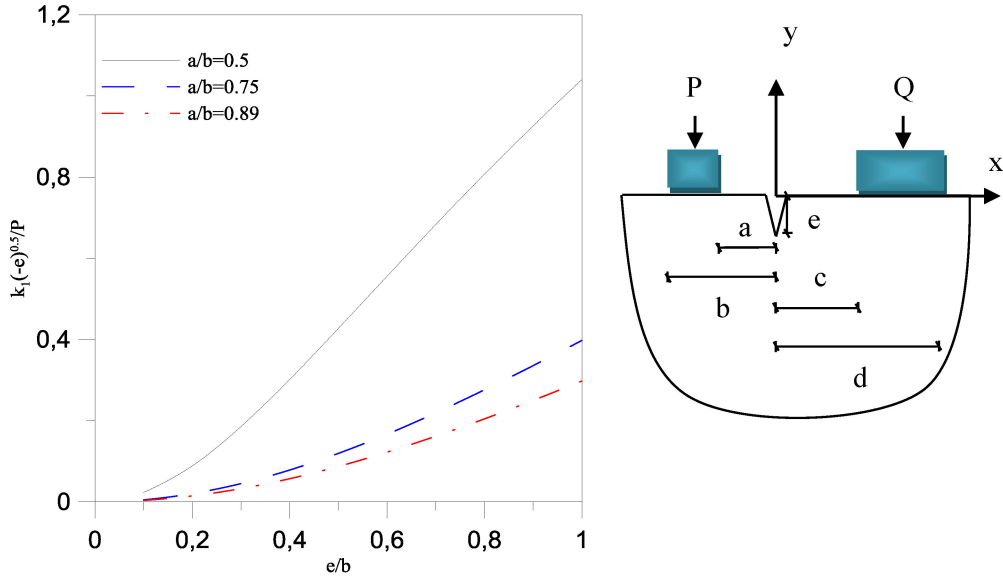
Şekil 3.16. Q yükünün uygulandığı bloğun genişliğinin çeşitli değerleri için  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörünün değişimi ( $K=2$ ,  $\nu=0.25$ ,  $P/Q=0.25$ ,  $a/b=0.5$ ,  $c/b=-1$ )

Tablo 3.4, Şekil 3.15 ve Şekil 3.16' de Q yükünün uygulandığı bloğun genişliğinin değişiminin açılma ve kayma modlarından elde edilen gerilme şiddeti faktörlerine etkisi incelenmiştir. Bu bloğun genişliği arttıkça  $k_1\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktöründe azalma,  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktöründe artış meydana gelmiştir.

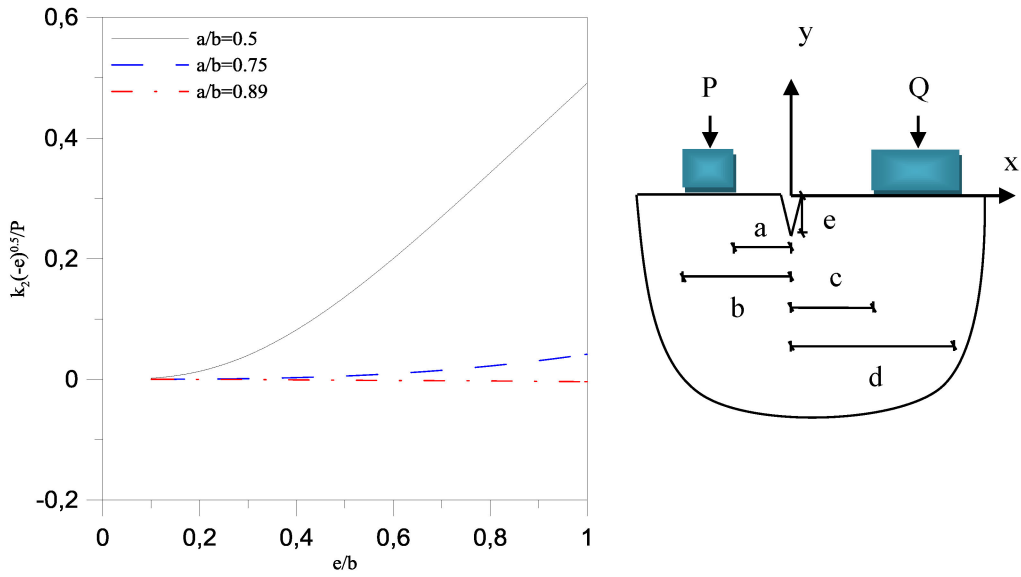
Tablo 3.5. P yükünün uygulandığı bloğun çatlığa olan mesafesinin çeşitli değerleri için elde edilen  $k_1\sqrt{-e}/P$  ve  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörünün değişimi (K=2,  $\nu=0.25$ , P/Q=4)

<b>a/b=0.5 c/b=-1 d/b=-1.5</b>			<b>a/b=0.75 c/b=-0.5 d/b=-0.75</b>			<b>a/b=0.89 c/b=-0.4 d/b=-0.6</b>		
<b>e/b</b>	<b><math>\frac{k_1\sqrt{-e}}{P}</math></b>	<b><math>\frac{k_2\sqrt{-e}}{P}</math></b>	<b>e/b</b>	<b><math>\frac{k_1\sqrt{-e}}{P}</math></b>	<b><math>\frac{k_2\sqrt{-e}}{P}</math></b>	<b>e/b</b>	<b><math>\frac{k_1\sqrt{-e}}{P}</math></b>	<b><math>\frac{k_2\sqrt{-e}}{P}</math></b>
0.1	0.0250	0.0018	0.1	0.0173	0.00004	0.1	0.0105	-0.00001
0.2	0.0954	0.0134	0.2	0.0666	0.0003	0.2	0.0411	-0.0001
0.3	0.2001	0.0401	0.3	0.1415	0.0011	0.3	0.0889	-0.0004
0.4	0.3267	0.0821	0.4	0.2347	0.0028	0.4	0.1509	-0.0009
0.5	0.4651	0.1367	0.5	0.3399	0.0054	0.5	0.2238	-0.0015
0.6	0.6082	0.2005	0.6	0.4521	0.0094	0.6	0.3046	-0.0020
0.7	0.7513	0.2701	0.7	0.5675	0.0149	0.7	0.3909	-0.0022
0.8	0.8914	0.3429	0.8	0.6835	0.0221	0.8	0.4804	-0.0027
0.9	1.0271	0.4170	0.9	0.7984	0.0309	0.9	0.5714	-0.0033
1.0	1.1574	0.4913	1.0	0.9108	0.0415	1.0	0.6627	-0.0039





Şekil 3.17. P yükünün uygulandığı bloğun çatlığa olan mesafesinin çeşitli değerleri için  $k_1\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörü ( $K=2$ ,  $\nu=0.25$ ,  $P/Q=4$ )

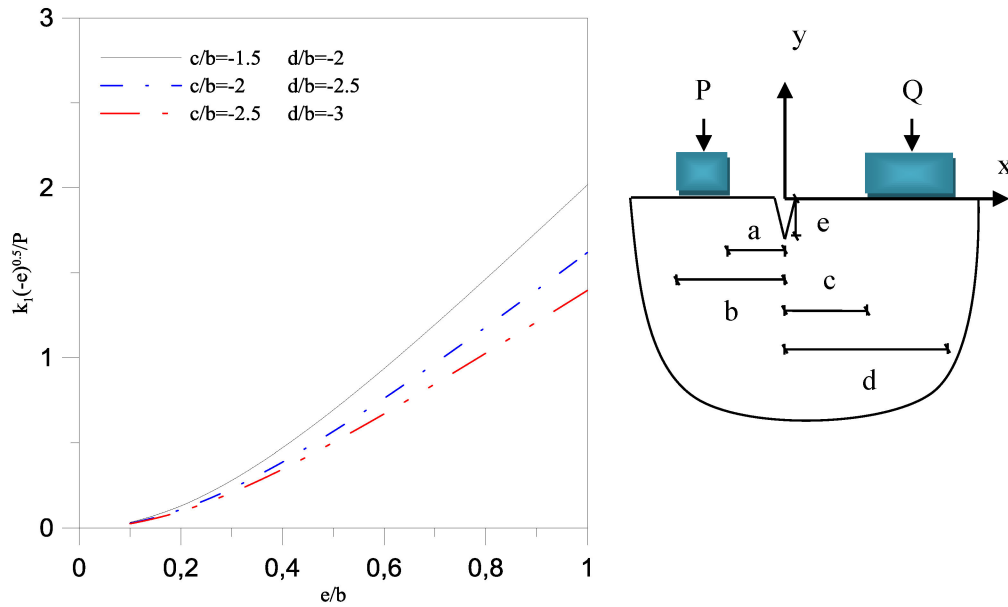


Şekil 3.18. P yükünün uygulandığı bloğun çatlığa olan mesafesinin çeşitli değerleri için  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörü ( $K=2$ ,  $\nu=0.25$ ,  $P/Q=4$ )

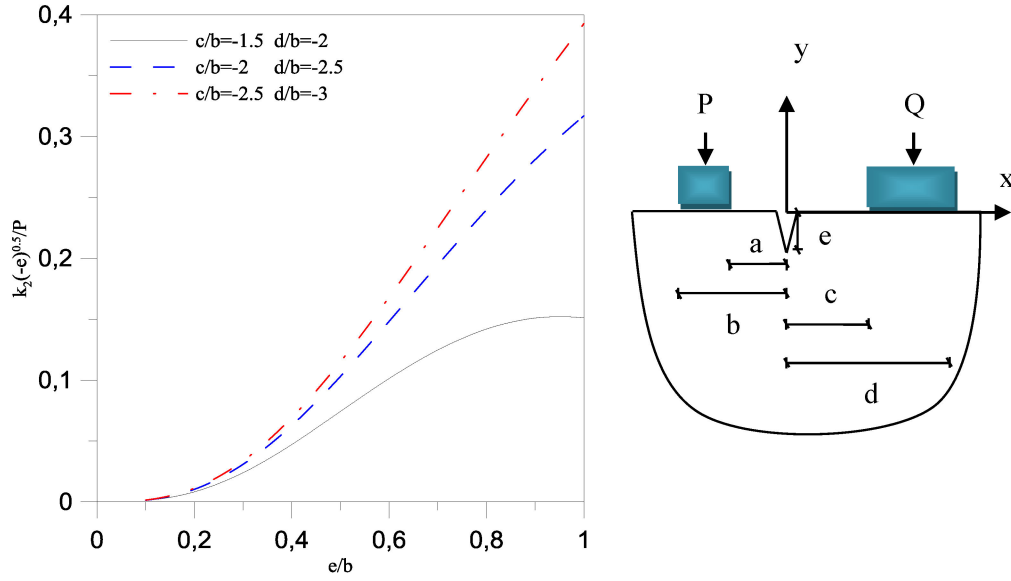
Tablo 3.5, Şekil 3.17 ve Şekil 3.18' de P yükünün uygulandığı bloğun çatlaktan uzaklaşma mesafesinin gerilme şiddeti faktörlerine olan etkisi incelenmiştir. Blok çatlaktan uzaklaştıkça  $k_1\sqrt{-e}/P$  ve  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktöründe azalma meydana gelmiştir.  $a/b=0.89$  için  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörü işaret değiştirmektedir.

Tablo 3.6. Q yükünün uygulandığı bloğun çatlağa olan mesafesinin çeşitli değerleri için  $k_1\sqrt{-e}/P$  ve  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörlerinin değişimi ( $K=2$ ,  $\nu=0.25$ ,  $P/Q=0.25$ ,  $a/b=0.5$ )

c/b=-1 d/b=-1.5			c/b=-1.5 d/b=-2			c/b=-2 d/b=-2.5		
e/b	$\frac{k_1\sqrt{-e}}{P}$	$\frac{k_2\sqrt{-e}}{P}$	e/b	$\frac{k_1\sqrt{-e}}{P}$	$\frac{k_2\sqrt{-e}}{P}$	e/b	$\frac{k_1\sqrt{-e}}{P}$	$\frac{k_2\sqrt{-e}}{P}$
0.1	0.0476	0.0011	0.1	0.0404	0.0014	0.1	0.0339	0.0015
0.2	0.1851	0.0083	0.2	0.1567	0.0104	0.2	0.1313	0.0112
0.3	0.3990	0.0239	0.3	0.3371	0.0308	0.3	0.2815	0.0336
0.4	0.6724	0.0471	0.4	0.5671	0.0626	0.4	0.4719	0.0691
0.5	0.9889	0.0742	0.5	0.8334	0.1031	0.5	0.6915	0.1150
0.6	1.3341	0.1013	0.6	1.1244	0.1482	0.6	0.9313	0.1681
0.7	1.6963	0.1247	0.7	1.4311	0.1948	0.7	1.1845	0.2249
0.8	2.0663	0.1419	0.8	1.7466	0.2398	0.8	1.4459	0.2826
0.9	2.4375	0.1510	0.9	2.0655	0.2810	0.9	1.7116	0.3391
1.0	2.8047	0.1511	1.0	2.3836	0.3170	1.0	1.9787	0.3926



Şekil 3.19. Q yükünün uygulandığı bloğun çatlağa olan mesafesinin çeşitli değerleri için  $k_1\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörü değişimi ( $K=2$ ,  $\nu=0.25$ ,  $P/Q=0.25$ )



Şekil 3.20. Q yükünün uygulandığı bloğun çatlğa olan mesafesinin çeşitli değerleri için  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörü değişimi ( $K=2$ ,  $\nu=0.25$ ,  $P/Q=4$ )

Tablo 3.6, Şekil 3.19 ve Şekil 3.20' de Q yükünün uygulandığı bloğun çatlğa olan mesafesinin değişiminin  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörüne etkisi incelenmiştir. Bloğun çatlğa olan mesafesi arttıkça  $k_1\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktöründe azalma,  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktöründe artış meydana gelmiştir.

#### 4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Çatlak problemlerinde üç farklı moda göre gerilme şiddeti faktörü mevcuttur. Bunlar açılma (Mod-I), kayma (Mod-II) ve yırtılma (Mod-III) modlarıdır. Bunların en önemlisi açılma modudur. Bu tez çalışması için açılma ve kayma modu geçerlidir. Çalışmanın sonucunda çatlak derinliği, blok genişliği, farklı yükleme koşulları ve blok konumu gibi parametrelerin açılma ve kayma modundan elde edilen gerilme şiddeti faktörlerine ve blok altı gerilme dağılımlarına etkisi incelenmiştir.

Açılma modundan elde edilen gerilme şiddeti faktörünün ( $k_1\sqrt{-e}/P$ ) sıfırdan küçük olması ancak sisteme çekme kuvvetlerinin etki etmesinden dolayı ortaya çıkan bir durumdur ve bu durumda çatlak kapanmaktadır. Fakat tez çalışması kapsamında, sisteme basınç kuvvetleri etki ettiğinden dolayı elde edilen sonuçlarda  $k_1\sqrt{-e}/P$  değerleri sıfırdan büyük çıkmıştır ve açılma modu meydana gelmiştir. Kayma modundan elde edilen gerilme şiddeti faktörünün ( $k_2\sqrt{-e}/P$ ) sıfırdan büyük veya küçük olması çatlaktaki kayma düzleminde meydana gelen düşey yer değiştirmelerin arasında fark olduğunu göstermektedir.

Çatlak derinliği değişiminin temas gerilmelerine önemli bir etkisi olmadığı (Şekil 3.1 ve Şekil 3.2) fakat çatlak derinliği arttıkça  $k_1\sqrt{-e}/P$  ve  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörlerini arttırdığı gözlenmiştir.

Blokların konumu ve blok genişliklerinin aynı olmaması durumunda P/Q oranı arttıkça P yükünün etki ettiği blokta oluşan blok altı gerilmelerinde önemli bir değişiklik olmamasına rağmen Q yükünün etki ettiği blokta oluşan blok altı gerilmelerinde azalma görülmüştür. Ayrıca bu oran arttıkça  $k_1\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörü azalmakta,  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktörü artmaktadır.

Blok konularının ve blok genişliklerinin aynı olması durumunda P/Q oranı arttıkça  $k_1\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktöründe azalma,  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktöründe artış meydana gelmiştir. P/Q=1 olması durumunda kayma modundan elde edilen gerilme şiddeti faktörü değeri sıfır bulunmuştur.

P yükünün uygulandığı bloğun genişliği arttıkça aynı blokta oluşan blok altı gerilmeleri azalmakta, Q yüküne etki eden blokta oluşan blok altı gerilmeleri artmaktadır. Bu bloğun genişliğinin artmasıyla açılma ve kayma modlarından elde edilen gerilme şiddeti faktörleri artmaktadır. Q yükünün uygulandığı bloğun genişliği arttıkça aynı blokta

oluşan blok altı gerilmelerinde azalma meydana getirirken, P yükünün uygulandığı bloğun altında oluşan blok altı gerilmelerinde ise önemli bir değişiklik meydana gelmemektedir. Ayrıca Q yükünün uygulandığı bloğun genişliği arttıkça  $k_1\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktöründe azalma,  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktöründe artış meydana gelmektedir.

P yükünün uygulandığı blok çatlaktan uzaklaştıkça  $k_1\sqrt{-e}/P$  ve  $k_2\sqrt{-e}/P$  gerilme şiddeti faktöründe azalma meydana gelmektedir. Q yükünün uygulandığı blok çatlaktan uzaklaştıkça  $k_1$  gerilme şiddeti faktöründe azalma,  $k_2$  gerilme şiddeti faktöründe ise artış meydana gelmektedir.

Bu tez çalışmasından elde edilen sonuçlardan hareketle gelecek çalışmalara referans olması bakımından dikkate alınması uygun olur:

- Yarı sonsuz düzlem fonksiyonel derecelendirilmiş olarak kabul edilerek problem çözülebilir.
- Farklı blok profilleri için problem çözülebilir.

## 5. KAYNAKLAR

- Adams G.G, ve Bogy, D.B., 1977. The Plane Symmetric Contact Problem for Dissimilar Elastic Semi-Infinite Strips of Different Widths, ASME Journal of Applied Mechanics, 44, 4, 604-610.
- Adams, G.G. ve Zeid, L., 1984. An Elastic Punch Moving Across the Surface of a Semi-Infinite Solid, Journal of Applied Mechanics, 45, 89-94.
- Adıbelli, H., Çömez, İ. ve Erdöl, R., 2009. Rijit Panç ile Bastırılmış ve Elastik Yarım Düzleme Oturmuş Ağırksız Çift Şeritte Sürtünmesiz Değme Problemi, XVI. Ulusal Mekanik Kongresi, Haziran, Kayseri, Bildiriler Kitabı: 71-82.
- Adıbelli, H., 2010. Elastik Yarım Düzleme Oturan Simetrik Yüklü Yapışık Çift Tabakada Değme ve Çatlak Problemi, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye.
- Adıyaman, G., 2013. İki Çeyrek Düzlem Üzerine Oturan Elastik Bir Tabakanın Sürtünmesiz ve Ayrılmalı Temas Problemi, Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye.
- Adıyaman, G., Birinci, A. ve Yaylacı, M., 2015. Analytical and Finite Element Solution of Receding Contact Problem, Structural Engineering and Mechanics, 54, 1, 69-85.
- Aksoğan, O., 1978. Numerical Solutions for a Class of Multipart Mixed Boundary Value Problems, International Journal of Numerical Mathematics and Engineering, 12, 1025-1030.
- Apatay, T., 2010. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kaplamalarda Çatlak ve Temas Problemi, Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, Türkiye.
- Ben-Romdhane, M., El-Borgi, S. ve Charfeddine, M., 2013. An Embedded Crack in A Functionally Graded Orthotropic Coating Bonded To A Homogeneous Substrate Under A Frictional Hertzian Contact, International Journal of Solids and Structures, 50, 24, 3898-3910.
- Birinci, A., 1994. Elastik Mesnete Oturan Çift Şerit Problemi, Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye.
- Birinci, A., Kahya, V. ve Erdöl R. 1997. Elastik Mesnete Oturan Bileşik Tabakalarda Sürekli Değme Problemi, TUMTMK, X. Ulusal Mekanik Kongresi İstanbul, Bildiriler Kitabı: 165-173.
- Birinci, A., 1998. Alt Tabakasında Düşey Bir Çatlağı Bulunan Rijit Bir Blok Aracılığı ile Yüklenen Bileşik Tabaka Problemi, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye.

- Birinci, A. ve Erdöl A., 1999. Frictionless Contact Between a Rigid Stamp and an Elastic Layered Composite Resting on Simple Supports, Mathematical & Computational Applications, 4, 3, 262-272.
- Birinci, A. ve Erdöl, R., 2001. Continuous and Discontinuous Contact Problem for a Layered Composite Resting on Simple Supports, Structural Engineering and Mechanics, 12, 1, 17-34.
- Civelek, M.B. ve Erdoğan, F., 1975. The Frictionless Contact Problem for an Elastic Layer Under Gravity, Asme Journal of Applied Mechanics, 42, 97, 136-140.
- Civelek, M.B., 1978. Simetrik Tekil Kuvvetlerle Yüklü Sonsuz Şeritte Çatlak Problemi, Doçentlik Tezi.
- Chen, Y.F. ve Erdoğan, F., 1996. The Interface Crack Problem for a Nonhomogeneous Coating Bonded to Homogeneous Substrate, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 44, 5, 771-787.
- Chidlow, S.J. ve Teodorescu, M., 2013. Two-Dimensional Contact Mechanics Problems Involving Inhomogeneously Elastic Solids Split into Three Distinct Layers, International Journal of Engineering Science, 70, 102-123.
- Çakıroğlu, A.O. ve Çakıroğlu, F.L., 1991. Continuous and Discontinuous Contact Problems for Strips on an Elastic Semi-Infinite Plane, International Journal of Engineering Science, 29, 1, 99-111.
- Çakıroğlu, E., 2011. İki Elastik Çeyrek Düzleme Oturan ve Rijit Bir Panç ile Bastırılan Elastik Tabaka Probleminin Çözümü ve Yapay Sinir Ağı Uygulaması, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Çakıroğlu, F. L., 1990. Elastik Yarı Sonsuz Düzleme Oturan Bileşik Tabakaların Değme Problemi, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye.
- Çakıroğlu, F.L., Çakıroğlu, M. ve Erdöl, R., 2001. Contact Problems for two Elastic Layers Resting on Elastic Half-Plane, Journal of Engineering Mechanics, 127, 2, 113-118.
- Çömez, İ., 2003. Rijit Bir Panç ile Bastırılmış ve Tabanda Tam Olarak Bağlı Ağırksız Çift Şerit Problemi, Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye.
- Çömez, İ., 2009. Rijit Dairesel Bir Pançla Bastırılan Elastik Tabaka ve Yarım Düzlemin Sürtünmeli Değme Problemi, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye.
- Çömez, İ., 2019., Continuous and Discontinuous Contact Problem of Functionally Graded Layer Pressed by A Rigid Cylindrical Punch, European Journal of Mechanics-A/Solids, 73, 437-448.

- Dhaliwal, R.S. ve Rau, I.S., 1970. Axisymmetric Boussinesq Problem for A Thick Elastic Layer under a Punch of Arbitrary Profile, International Journal of Engineering Science, 8, 843-856.
- Dağ, S., 2001. Crack And Contact Problems in Graded Materials, Department of Mechanical Engineering and Mechanics, PhD. Thesis, Lehigh University.
- Dağ, S. ve Erdoğan, F., 2002. A Surface Crack in a Graded Medium Loaded by a Sliding Rigid Stamp, Engineering Fracture Mechanics, 69, 14-16, 1729-1751.
- Dağ, S., 2006. Thermal Fracture Analysis of Orthotropic Functionally Graded Materials Using An Equivalent Domain Integral Approach, 73, 18, 2802-2828.
- Dağ, S., Apatay, T., Güler, M.A. ve Gülgeç, M., 2012. A Surface Crack in Graded Coating Subjected to Sliding Frictional Contact, Engineering Fracture Mechanics, 80, 72-91.
- El-Borgi, S., Erdoğan, F. ve Hidri, L., 2004. A Partially Insulted Embedded Crack in An Infinite Functionally Graded Medium Under Thermo-Mechanical Loading, International Journal of Engineering Science, 42, 3-4, 371-393.
- El-Borgi, S.E., Abdelmoula, R. ve Keer, L., 2006. A Receding Contact Plane Problem Between Functionally Graded Layer and A Homogeneous Substrate, International Solid and Structures, 43, 658-674.
- El-Borgi, S. ve Çömez, İ., 2016. A Receding Frictional Contact Problem Between A Graded Layer and A Homogeneous Substrate Pressed by A Rigid Punch, Mechanics of Materials, 114, 201-214.
- El-Borgi, S., Çömez, İ., Kahya, V., ve Erdöl R., 2016. Receding Contact Problem for Two-Layer Functionally Graded Media Intended by a Rigid Punch, Acta Mechanica, 227, 9, 2493-2504.
- Elhaskawy, A., 1999. Effect of Friction on Subsurface Stresses in Sliding Line Contact of Multilayered Elastic Solids, International Journal of Solid and Structures, 36, 26, 3903-3915.
- Erdoğan, F., 1969. Approximate Solution of System of Singular Integral Equations, SIAM Journal of Applied Mathematics, 17, 6, 1041-1069.
- Erdoğan, F. ve Gupta, G.D., 1976. Contact and Crack Problems for an Elastic Wedge, International Journal of Engineering Science, 14, 155-164.
- Erdoğan, F., 1995. Fracture Mechanics of Graded Layer, Lehigh University, Bethlehem, PA 18015, U.S.A.



- Erdoğan, F., Gupta, G.D. ve Cook, T.,S., 1973. Numerical Solution of Singular Integral Equations, Recent Developments in Fracture Mechanics: Theory and Methods of Solving Crack Problems, Sih, G.C., ed., Noordhoff International Publishing, Leyden, 368-425.
- Geçit, M.R., 1979. Fracture of a Surface Layer Bonded to a Half Space. International Journal of Engineering Science, 17, 287-295.
- Geçit, M.R., 1980. A Tensionless Contact Without Friction Between an Elastic Layer and an Elastic Foundation, International Journal of Solids and Structures, 16, 387-396.
- Geçit, M.R., 1986. The Axisymmetric Double Contact Problem for a Frictionless Elastic Layer Indented by an Elastic Cylinder, International Journal of Engineering Science, 24, 1571-1584.
- Geçit, M.R., 1987. Bonded Contact Problem for An Elastic Layer, Arabian Journal for Science and Engineering, 12, 183-188.
- Güler, M.A. ve Erdoğan, F., 2007. The Frictional Sliding Contact Problems of Rigid Parabolic and Cylindrical Stamps on Graded Coatings, International Journal of Mechanical Sciences, 49, 2, 161-182.
- Güler M.A., Gülver, Y.F., ve Nart, E., 2012. Contact Analysis of Thin Films Bonded to Graded Coatings, International Journal of Mechanical Sciences, 55, 50-64.
- Griffith, A., 1920. The Phenomena of Rupture and Flow in Solids, Phil. Trans. Roy. Soc., London, Series A, Vol 221, 163-198.
- Kahya, V., 1997. Üst Tarafından Rijit Olarak Mesnetlenmiş Elastik Bir Tabaka ile Rijit Bir Blok Arasındaki Sürtünmesiz Değme Problemi, Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Kahya, V., Birinci, A. ve Erdöl, R., 2001. Frictionless Contact Problem of an Elastic Layer Bonded to a Rigid Support and a Rigid Stamp, Mathematical & Computational Applications, 6, 1, 13-22.
- Kahya, V., 2003. İki Tabakalı Elastik Ortamda Sürekli ve Süreksiz Değme Problemlerinin İncelenmesi, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Karabulut, M., 2016. Yarım Düzlem Üzerine Oturan Elastik Tabakanın Sürtünmesiz Temas Problemi, Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Kaya, Y., Özşahin, T.Ş. ve Polat, A., 2018. Analysis of Contact Problem of Homogeneous Plate Loaded With Three Rigid Blocks By Using Finite Element Method, IV. International Multidisciplinary Congress of Eurasia, Rome, Italy.

- Kaya, Y., Polat A. ve Özşahin, T.Ş., 2018. II. International Conference on Advanced Engineering Technologies, Bayburt, Türkiye, 2017, 1037-1042.
- Ke, L.L. ve Wang, Y.S., 2006. Two-Dimensional Contact Mechanics of Functionally Graded Materials with Arbitrary Spatial Variations of Material Properties, International Journal of Solids and Structures, 43, 5779-5798.
- Keer, L.M. ve Chantaramungkorn 1972. Loss of Contact Between an Elastic Layer and Half Space , Journal Elasticity of Computational and Mathematical Sciences, 1, 2, 154-159.
- Keer, L.M., Dundurs, J. ve Tsai, K.C., 1972. Problems Involving of a Receding Contact Between a Layer and a Half Space, ASME Journal of Applied Mechanics, 39, 1115-1120.
- King, R.B. ve O'Sullivan, T.C, 1987. Sliding Contact Stress in a Two-Dimensional Layered Elastic Half-Space, International Journal of Solids and Structures, 23, 5, 581-597.
- Konda N., ve Erdoğan F., 1994. The Mixed Mode Crack Problem in a Nonhomogeneous Elastic Medium, Engineering Fracture Mechanics, 47, 4, 533-545.
- Loboda, V.V. ve Tauchert, T.R., 1985. The Elastic Contact Problem for Dissimilar Orthotropic Semi-Infinite and Infinite Strips, International Journal of Engineering Science, 23, 12, 1337-1349.
- Liu, T.J., Xing, Y.M. ve Wang, Y.S., 2016. The Axisymmetric Contact Problem of A Coating/Substrate System with A Graded Interfacial Layer Under A Rigid Spherical Punch, Mathematics and Mechanics of Solids, 21, 3, 383-399.
- Ma, L.F. ve Korsunsky, A.M., 2004. Fundamental Formulation for Frictional Contact Problems of Coated Systems, International Journal of Solids and Structures, 41, 11-12, 2837-2854.
- Muskhelishvili, N. I., 1953. Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity, Noordhoff, Groningen, The Netherlands.
- Öner, E., 2011. Rijit Dairesel Bir Pauç Aracılığıyla Yüklenmiş ve Elastik Yarı Sonsuz Düzleme Oturan İki Elastik Tabakanın Sürekli Temas Problemi, Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye.
- Özşahin, T., 2000. Rijit İki Düz Blok Üzerine Oturan Birleşik Tabakada Sürekli ve Süreksiz Temas Problemi, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Özşahin, T.Ş. ve Çakıroğlu, A.O., 2003. İki Elastik Blok Yardımıyla Yüklenmiş Elastik Tabakada Temas Problemi, XIII. Ulusal Mekanik Kongresi, Eylül, Gaziantep.

- Özşahin, T.Ş., Kahya, V. ve Çakıroğlu, A.O., 2007. Contact Problem For an Elastic Layered Composite Resting On Rigid Flat Supports, International Journal of Computational and Mathematical Sciences, 1, 2, 154-159.
- Ratwani, M. ve Erdoğan, F., 1973. On the Plane Contact Problem for a Frictionless Elastic Layer, International Journal of Solids Structures, 9, 8, 921-936.
- Polat, A., Özşahin, T.Ş. ve Kaya, Y., 2018, Elastik Yarı Sonsuz Düzlem Üzerine Oturan Ağırlıklı Tabakanın Sonlu Elemanlar Yöntemi Kullanılarak Sürtünmesiz Temas Problemi Analizi, Düzce Bilim ve Teknoloji Dergisi, 6, 2, 357-368.
- Sarıkaya, D. ve Dağ, S., 2016. Surface Cracking in An Orthotropic Medium Subjected To Frictional Contact, International Journal of Solids and Structures, 90, 1-11.
- Schulze, G. W. ve Erdoğan, F., 1998. Periodic Cracking of Elastic Coating, International Journal of Solids and Structures, 21, 3, 3615-3634.
- Shield, T.W. ve Bogy, D.B., 1988. Multiple Region Contact Solutions for A Flat Intender on A Layered Elastic Half Space: Plane Strain Case, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 251-261.
- Shtaerman ve Ya, I., 1970. Contact Problem of the Theory of Elasticity, Defensive Technical Information Center, Foreign Technology Division.
- Spance, D.,A., 1975. The Hertz Contact Problem with Finite Friction, Journal of Elasticity, 5, 297-319.
- Talezadehlari, A., Nikbakht, A., Sadighi M. ve Zucchelli, A., 2016 Numerical Analysis of Frictional Contact in the Precence of a Surface Crack in a Functionally Graded Coating Substrate System, International Journal of Mechanical Sciences, 117, 286-298.
- Theotokoglou E. E. ve Paulino, G. H., 2005. A Crack in the Homogeneous Half Plane Interacting with a Crack at the Interface Between the Nonhomogeneous Coating and the Homogeneous Half-Plane, International Journal of Fracture, 134,1, 11-18.
- URL-1, <http://web.firat.edu.tr/feeb/kitap/C12/145.pdf>, 23.04.2019
- Yaylacı, M., 2013. İki Elastik Çeyrek Düzleme Oturan İki Elastik Tabakanın Temas Problemi, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, Türkiye.

## ÖZGEÇMİŞ

Ayhan ÜSTÜN, 1992 yılında Trabzon'da doğdu. İlkokulu ve ortaokulu Trabzon İskenderpaşa Ortaokulu'nda tamamladıktan sonra lise öğrenimini Yomra Anadolu lisesinde gördü. 2010 yılında girdiği Öğrenci Seçme Sınavı'nda gösterdiği başarı sonucu Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü'nde "Lisans" eğitimi almaya hak kazandı. Bir yıl İngilizce Hazırlık eğitimi de alarak 2015 yılında İnşaat Mühendisi olarak mezun oldu ve lisans eğitimini tamamladı. 2016 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda "Yüksek Lisans" eğitimine başladı. 2017 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği bölümünde Araştırma Görevlisi olarak göreve başladı.