

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FİZİK ANABİLİM DALI**

**PROTON-PROTON ÇARPIŞMASINDA NÖTRALİNO VE CHARGİNO ÜRETİMİ**

**DOKTORA TEZİ**

**Mehmet DEMİRCİ**

**MAYIS 2015  
TRABZON**



**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FİZİK ANABİLİM DALI**

**PROTON-PROTON ÇARPIŞMASINDA NÖTRALİNO VE CHARGİNO ÜRETİMİ**

**Mehmet DEMİRCİ**

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde  
“DOKTOR (FİZİK)”  
Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 05/05/2015  
Tezin Savunma Tarihi : 29/05/2015**

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Ahmet Hakan YILMAZ**

**Trabzon 2015**

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**

**Fizik Ana Bilim Dalında**

**Mehmet DEMİRCİ Tarafından Hazırlanan**

**PROTON-PROTON ÇARPIŞMASINDA NÖTRALİNO VE CHARGİNO ÜRETİMİ**

**başlıklı bu çalışma, Enstitü Yönetim Kurulunun 12/05/2015 gün ve 1602 sayılı**

**kararıyla oluşturulan jüri tarafından yapılan sınavda**

**DOKTORA TEZİ**

**olarak kabul edilmiştir.**

**Jüri Üyeleri**

**Başkan : Prof. Dr. Ramazan SEVER** .....

**Üye : Prof. Dr. Ahmet Hakan YILMAZ** .....

**Üye : Prof. Dr. Belgin KÜÇÜKÖMEROĞLU** .....

**Üye : Prof. Dr. Durmuş Ali DEMİR** .....

**Üye : Prof. Dr. Erhan COŞKUN** .....

**Prof. Dr. Sadettin KORKMAZ**

**Enstitü Müdürü**

## ÖNSÖZ

Proton-proton çarpışmasında nötralino ve chargino üretimlerinin incelenmesine yönelik yapılan bu çalışmanın hazırlanmasında, ilgilerini ve yardımlarını esirgemeyen, insani değerlerini, çalışma prensiplerini ve kendisini her açıdan örnek aldığım danışman hocam Prof. Dr. Ahmet Hakan YILMAZ'a, manevi desteği için Prof. Dr. Sevil SAVAŞKAN YILMAZ'a, TÜBİTAK'ın 2221 kodlu desteğiyle bölümümüze davet edilmiş olan, nötralino üretimi üzerine çalışmayı öneren ve yardımlarını esirgemeyen Bakü Devlet Üniversitesi öğretim üyesi Doç. Dr. Azar I. AHMADOV'a, akademik bilgi ve fikirleriyle gelişmeye katkıda bulunan, hiçbir zaman ilgi ve desteğini esirgemeyen Yrd. Doç. Dr. Coşkun AYDIN'a, katıldığım yaz okullarında engin bilgi ve tecrübelerinden faydalandığım Prof. Dr. Kayhan ÜLKER ve Prof. Dr. Altuğ ÖZPİNECİ'ye, bu teze jüri üyeliği yaparak beni onure eden ve önerileri ile katkılarda bulunan değerli hocalarım Prof. Dr. Durmuş Ali DEMİR'e ve Prof. Dr. Ramazan SEVER'e, çalışmalarım süresince her türlü imkanı sağlayan, iyi niyet ve ilgisini esirgemeyen KTÜ Fizik Bölüm Başkanı Prof. Dr. Belgin KÜÇÜKÖMEROĞLU'na ve Fen Fakültesi Dekan Yardımcısı Doç. Dr. Gökhan APAYDIN'a gönülden teşekkür ve şükranlarımı sunarım.

Tek-ilmek katkılarının hesaplanmasında kullandığım FormCalc programı ile ilgili teknik yardımlarından dolayı Max Planck Enstitüsü öğretim üyesi Dr. Thomas HAHN'a teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca, birlikte çalışmaktan keyif aldığım KTÜ Fizik Bölümündeki tüm değerli hocalarıma ve araştırma görevlisi arkadaşlarıma teşekkürlerimi sunarım.

Son olarak, bu zorlu süreçte sonsuz sabır ve anlayış gösteren, her daim yanımda olan sevgili eşim Elif'e, biricik kızım Buğlem Mina'ya ve değerli Erat ailesine, destekleriyle daima yanımda bulunan ve bugün bulunduğum yerde olmamda katkıları olan anne ve babama şükranlarımı sunuyorum.

Mehmet DEMİRCİ

Trabzon 2015

## **TEZ ETİK BEYANNAMESİ**

Doktora tezi olarak sunduğum ‘‘Proton-proton çarpışmasında nötralino ve chargino üretimi’’ başlıklı bu çalışmayı baştan sona kadar danışmanım Prof. Dr. A. Hakan Yılmaz‘ın sorumluluğunda tamamladığımı, verileri/örnekleri kendim topladığımı, başka kaynaklardan aldığım bilgileri metinde ve kaynakçada eksiksiz olarak gösterdiğimi, çalışma sürecinde bilimsel araştırma ve etik kurallara uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim. 05/05/2015

Mehmet DEMİRCİ

## İÇİNDEKİLER

|                                                                          | <u>Sayfa No</u> |
|--------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| ÖNSÖZ.....                                                               | III             |
| TEZ ETİK BEYANNAMESİ .....                                               | IV              |
| İÇİNDEKİLER.....                                                         | V               |
| ÖZET .....                                                               | VII             |
| SUMMARY .....                                                            | VIII            |
| ŞEKİLLER DİZİNİ.....                                                     | IX              |
| TABLolar DİZİNİ .....                                                    | XIII            |
| SEMBOLLER DİZİNİ.....                                                    | XIV             |
| 1. GENEL BİLGİLER .....                                                  | 1               |
| 1.1. Giriş.....                                                          | 1               |
| 1.2. Standart Model ve Problemleri .....                                 | 9               |
| 1.3. Süpersimetri .....                                                  | 18              |
| 1.3.1. Süpersimetri Cebiri .....                                         | 19              |
| 1.3.2. Süperuzay ve Süperüreticiler .....                                | 24              |
| 1.3.3. Süperalanlar .....                                                | 29              |
| 1.3.3.1. Kiral Süperalanı .....                                          | 31              |
| 1.3.3.2. Vektör Süperalanı .....                                         | 36              |
| 1.3.4. Süpersimetri Lagranjiyenleri.....                                 | 40              |
| 1.3.4.1. Kiral Süperalanlar İçin Lagranjiyen.....                        | 41              |
| 1.3.4.2. Süpersimetrik KED.....                                          | 45              |
| 1.3.4.3. Süpersimetrik Abelyen Olmayan Teoriler .....                    | 49              |
| 1.4. Minimal Süpersimetrik Standart Model.....                           | 56              |
| 1.4.1. MSSM Lagranjiyeni.....                                            | 61              |
| 1.4.2. MSSM’de Elektrozayıf Simetrinin Kırınımı ve Higgs Bozonları ..... | 72              |
| 1.4.3. MSSM’de Süpersimetrik Parçacıkların Kütle Özdurumları .....       | 81              |
| 1.4.3.1. Skaler Kuarklar ve Skaler Leptonlar.....                        | 82              |
| 1.4.3.2. Charginolar .....                                               | 84              |
| 1.4.3.1. Nötralinolar .....                                              | 87              |
| 2. YAPILAN ÇALIŞMALAR .....                                              | 94              |
| 2.1. Proton Proton Çarpışmasında İki Nötralinno Üretimi .....            | 98              |

|          |                                                                                              |     |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 2.1.1.   | Ağaç Seviyesinde İki Nötralino Üretimi.....                                                  | 98  |
| 2.1.2.   | Tek-ilmek Seviyesinde İki Nötralino Üretimi .....                                            | 101 |
| 2.1.2.1. | $q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$ Süreci İçin İlmek Düzeltmeleri..... | 102 |
| 2.1.2.2. | $gg \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$ Süreci İçin İlmek Düzeltmeleri.....       | 105 |
| 2.2.     | Proton Proton Çarpışmasında İki Chargino Üretimi.....                                        | 106 |
| 2.3.     | Proton Proton Çarpışmasında Tek Nötralino Üretimi .....                                      | 109 |
| 2.3.1.   | $q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{g}$ Alt Süreci.....                            | 110 |
| 2.3.2.   | $qg \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k$ Alt Süreci .....                               | 112 |
| 2.3.3.   | $q\bar{q}' \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^\pm$ Alt Süreci.....                  | 113 |
| 2.3.4.   | $gg \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{g}$ Alt Süreci.....                                  | 116 |
| 2.4.     | Senaryolar: Higgsino-Türü, Gaugino-Türü ve Karışım-Durumu .....                              | 117 |
| 2.5.     | Sayısal Hesaplamalarda Kullanılan Parametreler .....                                         | 120 |
| 3.       | BULGULAR VE İRDELEME .....                                                                   | 124 |
| 3.1.     | İki Nötralino Üretimi .....                                                                  | 130 |
| 3.2.     | İki Chargino Üretimi.....                                                                    | 142 |
| 3.3.     | Tek Nötralino Üretimi.....                                                                   | 151 |
| 3.3.1.   | $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_k \tilde{\chi}_i^0$ Süreci .....                               | 151 |
| 3.3.2.   | $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^+$ Süreci.....                     | 159 |
| 3.3.3.   | $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_i^0$ Süreci.....                            | 167 |
| 3.3.4.   | $pp(gg) \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_i^0$ Süreci.....                                  | 172 |
| 4.       | SONUÇLAR .....                                                                               | 179 |
| 4.1.     | İki Nötralino Üretimi İçin Sonuçlar .....                                                    | 179 |
| 4.2.     | İki Chargino Üretimi İçin Sonuçlar .....                                                     | 180 |
| 4.3.     | Tek Nötralino Üretimi İçin Sonuçlar .....                                                    | 180 |
| 5.       | ÖNERİLER.....                                                                                | 182 |
| 6.       | KAYNAKLAR .....                                                                              | 183 |
| 7.       | EKLER.....                                                                                   | 193 |
|          | ÖZGEÇMİŞ                                                                                     |     |

Doktora Tezi

ÖZET

PROTON-PROTON ÇARPIŞMASINDA NÖTRALİNO VE CHARGİNO  
ÜRETİMİ

Mehmet DEMİRCİ

Karadeniz Teknik Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ahmet Hakan YILMAZ  
2015, 192 Sayfa, 30 Sayfa Ek

Bu çalışmada, MSSM çerçevesinde herhangi bir kısıtlama yapılmaksızın ilişkili Lagranjiyen parametrelerinin cebirsel olarak ters çevrilmesi sonucu elde edilen *higgsino-türü*, *gaugino-türü* ve *karışım-durumu* senaryoları için proton-proton çarpışmasında iki nötralinolü üretim süreçleri  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  (tek-ilmek seviyesinde) ve  $pp(gg) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  (tek-ilmek seviyesinde), iki chargino üretim süreci  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^- \tilde{\chi}_j^+$  ve tek-nötralinolü üretim süreçleri  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{g}$ ,  $pp(qg) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k$ ,  $pp(q\bar{q}') \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^\pm$  ve  $pp(gg) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{g}$  (tek-ilmek seviyesinde) incelendi. Toplam tesir kesitlerin kütle merkezi enerjisine, skaler kuarkın/glüyonunun kütlesine,  $M_2$ - $\mu$  gaugino/higgsino kütle parametrelerine, chargino kütlesine ve faktorizasyon/renormalizasyon ölçeğine (tek-ilmek katkıları için) göre değişimleri, nötralinoların/charginoların gaugino ve higgsino bileşen katkıları dikkate alınarak analiz edildi. Sonuç olarak, nötralinolü ve chargino üretim süreçlerinin, gaugino/higgsino ayrışımına önemli derecede bağlı olduğu, nötralinolü ve charginonun gaugino bileşenleri baskın olduğunda, çoğunlukla tesir kesitleri için daha büyük değerler elde edildiği ve dikkate alınan üretim süreçleri arasında özellikle  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^- \tilde{\chi}_1^+$  ve  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^\pm$ 'nin önemli katkılara sahip olduğu görüldü. Ayrıca, iki nötralinolü üretimine gelen tek-ilmek seviyesi düzeltmelerinin, tesir kesitlerini önemli ölçülerde arttırdığı ve K-çarpanının skaler kuark kütlesinin ve gaugino/higgsino kütle parametresinin değişimine hassas olduğu tespit edildi. Bu çalışmada elde edilen sonuçlar, LHC ve diğer hadron çarpıştırıcılarındaki süpersimetrik parçacıkların deneysel araştırmalarından, özellikle nötralinoların ve charginoların kütleleri ve bağlaşımları üzerine doğru sınırlamalar türetilmesinde veya keşfedilmeleri durumunda özelliklerinin hassas bir şekilde belirlenmesinde yol gösterici olacaktır.

**Anahtar Kelimeler:** MSSM, Nötralinolü, Chargino, Gaugino/higgsino ayrışımı, Skuark, Glüyino, Tesir kesiti.



PhD. Thesis

SUMMARY

THE NEUTRALINO AND CHARGINO PRODUCTION IN PROTON-PROTON COLLISIONS

Mehmet DEMİRCİ

Karadeniz Technical University  
The Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Physics Graduate Program  
Supervisor: Prof. Ahmet Hakan YILMAZ  
2015, 192 Pages, 30 Pages Appendix

In this study, the neutralino pair production via the processes  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  and  $pp(gg) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  including one-loop level contributions, the chargino pair production via the process  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^+ \tilde{\chi}_j^+$  and single neutralino production via the processes  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{g}$ ,  $pp(qg) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k$ ,  $pp(q\bar{q}') \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^\pm$  and  $pp(gg) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{g}$  (at one-loop level) in proton-proton collisions were investigated for higgsino-like, gaugino-like and mixture-case scenarios obtained by recovering the associated Lagrangian parameters as direct analytical expressions of suitable physical masses without constraining any of them in the MSSM. The dependence of total cross sections on the center-of-mass energy, the squark/gluino mass, the chargino mass, the  $M_2$ - $\mu$  mass parameters and the factorization/renormalization scales (for one-loop corrections) was analyzed in detail, focusing on the gaugino/higgsino decomposition of the charginos and neutralinos. As a result, it has clearly seen that the total production cross sections are significantly dependent on the gaugino/higgsino decomposition of the charginos and neutralinos, and the larger values for the cross section are generally achieved when the gaugino components of neutralinos and charginos are dominant. In addition, the processes  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^- \tilde{\chi}_1^+$  and  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^\pm$  are seen to have more contributions than the others. Furthermore, it has been concluded that the one-loop corrections to the neutralino pair production enhance the cross section significantly, and the K-factor is the most sensitive to the higgsino/gaugino mass parameters and the squark mass variations. In our opinion, outputs of this study will be helpful for deriving more precise bounds on neutralino/chargino masses and couplings, or in the case of discovery, leading to determine its properties in a good sensitivity in LHC and future hadron colliders.

**Key Words:** MSSM, Neutralino, Chargino, Gaugino/higgsino decomposition, Squark, Gluinos, Cross section.

## ŞEKİLLER DİZİNİ

### Sayfa No

|                                                                                                                                                             |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 1. SM'in temel parçacıklara ilişkin şaşırtıcı tahmin gücünü gösteren zaman çizelgesi .....                                                            | 4   |
| Şekil 2. SM'in parçacıkları arasındaki etkileşmelerinin şematik gösterimi .....                                                                             | 12  |
| Şekil 3. SM'de Higgs bozonunun kütlesine tek-ilmek kuantum düzeltmelerinden gelen katkılar .....                                                            | 14  |
| Şekil 4. SM ve MSSM'de etkin çiftlenim sabitlerinin enerji ölçeğine göre değişimi .....                                                                     | 16  |
| Şekil 5. Süpersimetrik Lagranjyendeki ilk 4 terim için Feynman çizimleri .....                                                                              | 55  |
| Şekil 6. Süpersimetrik Lagranjyendeki diğer terimler için Feynman çizimleri .....                                                                           | 56  |
| Şekil 7. MSSM'de anomalilerin yok edilmesi için gerekli olan Higgs ikilileri .....                                                                          | 60  |
| Şekil 8. Protonun lepton ve baryon sayısı korunumu bozan olası bozunumları .....                                                                            | 65  |
| Şekil 9. Süperpotansiyeldeki Yukawa etkileşmelerinden bazıları .....                                                                                        | 68  |
| Şekil 10. Süperpotansiyelden elde edilen 4 skaler etkileşmelerinden bazıları .....                                                                          | 68  |
| Şekil 11. Süpersimetriyi bozan terimler için Feynman çizimleri .....                                                                                        | 70  |
| Şekil 12. En hafif Higgs kütesinin olası en yüksek değerini sağlayacak şekilde yüksek mertebe düzeltmelerini veren $\tan\beta$ ve $m_A$ parametreleri ..... | 80  |
| Şekil 13. Chargino kütlelerinin $\tan\beta=10$ için $M_2$ ve $\mu$ 'ye göre değişimi .....                                                                  | 86  |
| Şekil 14. En hafif ilk iki nötralinonun gaugino bileşen katkılarının $\mu=100, 500$ ve $1000$ GeV için $M_2$ 'ye göre değişimi .....                        | 91  |
| Şekil 15. Charginoların gaugino bileşen katkılarının $\mu=100, 500$ ve $1000$ GeV için $M_2$ 'ye göre değişimi .....                                        | 92  |
| Şekil 16. Dağılım fonksiyonlarının simgesel gösterimi .....                                                                                                 | 97  |
| Şekil 17. $q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$ süreci için Feynman çizimleri .....                                                      | 99  |
| Şekil 18. Tek-ilmek seviyesinde $q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$ sürecine gelen öz-enerji düzeltmeleri .....                        | 103 |
| Şekil 19. Tek-ilmek seviyesinde $q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$ sürecine gelen köşe düzeltmeleri .....                             | 104 |
| Şekil 20. Tek-ilmek seviyesinde $q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$ sürecine gelen kutu düzeltmeleri .....                             | 105 |
| Şekil 21. Tek-ilmek seviyesinde $gg \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$ süreci için Feynman çizimleri .....                                      | 106 |
| Şekil 22. $q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^+ \tilde{\chi}_j^-$ sürecinin Feynman çizimleri .....                                                        | 107 |
| Şekil 23. $q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{g}$ sürecinin Feynman çizimleri .....                                                               | 110 |

|                                                                                                                                                                                                                  |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 24. $qg \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k$ sürecinin Feynman çizimleri .....                                                                                                                        | 112 |
| Şekil 25. $q\bar{q}' \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^\pm$ sürecinin Feynman çizimleri .....                                                                                                          | 114 |
| Şekil 26. $gg \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{g}$ sürecinin Feynman çizimleri .....                                                                                                                          | 117 |
| Şekil 27. a) $\tilde{\chi}_1^0$ ve b) $\tilde{\chi}_2^0$ 'nin gaugino bileşen katkılarının $M_{2\mu}$ -düzlemindeki değişimi .....                                                                               | 125 |
| Şekil 28. a) $\tilde{\chi}_1^-$ ve b) $\tilde{\chi}_2^-$ 'nin gaugino bileşen katkılarının $M_{2\mu}$ -düzlemindeki değişimi .....                                                                               | 126 |
| Şekil 29. a) $\tilde{\chi}_1^+$ ve b) $\tilde{\chi}_2^+$ 'nin gaugino bileşen katkılarının $M_{2\mu}$ -düzlemindeki değişimi .....                                                                               | 127 |
| Şekil 30. a) GT ve b) HT senaryoları için $\tilde{\chi}_1^0$ ve $\tilde{\chi}_2^0$ nötralinolarının gaugino bileşen katkılarının chargino kütesine göre değişimi .....                                           | 128 |
| Şekil 31. a) GT ve b) HT senaryoları için $\tilde{\chi}_1^\pm$ ve $\tilde{\chi}_2^\pm$ charginolarının gaugino bileşen katkılarının chargino kütesine göre değişimi .....                                        | 129 |
| Şekil 32. $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$ sürecinin ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi.....                                        | 131 |
| Şekil 33. $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$ sürecinin ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi.....                                        | 131 |
| Şekil 34. $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$ sürecinin ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi.....                                        | 132 |
| Şekil 35. $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$ sürecinin ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin a) $\sqrt{s} = 8$ TeV ve b) 14 TeV için skaler kuarkın kütesine göre değişimi..... | 134 |
| Şekil 36. $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$ sürecinin ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin a) $\sqrt{s} = 8$ TeV ve b) 14 TeV için skaler kuarkın kütesine göre değişimi..... | 135 |
| Şekil 37. $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$ sürecinin ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin a) $\sqrt{s} = 8$ TeV ve b) 14 TeV için skaler kuarkın kütesine göre değişimi..... | 136 |
| Şekil 38. $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$ sürecinin ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin faktorizasyon ve renormalizasyon ölçeğine göre değişimi .....                      | 138 |
| Şekil 39. $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$ sürecinin ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin faktorizasyon ve renormalizasyon ölçeğine göre değişimi .....                      | 138 |
| Şekil 40. $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$ sürecinin ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin faktorizasyon ve renormalizasyon ölçeğine göre değişimi .....                      | 139 |
| Şekil 41. $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$ sürecinin a) ağaç-seviyesi, b)-c) tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin ve d) $K$ -çarpının $M_{2\mu}$ -düzlemindeki değişimi .....                 | 140 |

|                                                                                                                                                                                                                         |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 42. $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$ sürecinin a) ağaç-seviyesi, b)-c) tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin ve d) $K$ -çarpanının $M_{2\mu}$ -düzlemindeki değişimi .....                      | 141 |
| Şekil 43. $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$ sürecinin a) ağaç-seviyesi, b)-c) tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin ve d) $K$ -çarpanının $M_{2\mu}$ -düzlemindeki değişimi .....                      | 142 |
| Şekil 44. $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^+ \tilde{\chi}_j^-$ sürecinin tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi .....                                                                           | 143 |
| Şekil 45. $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^+ \tilde{\chi}_j^-$ sürecinin tesir kesitinin a) $\sqrt{s} = 8$ TeV ve b) 14 TeV için skaler kuark kütesine göre değişimi .....                                      | 144 |
| Şekil 46. $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_1^- \tilde{\chi}_1^+$ sürecinin tesir kesitinin a) GT ve b) HT senaryolarında $\sqrt{s} = 8, 14$ ve 20 TeV için chargino kütesine göre değişimi.....                   | 146 |
| Şekil 47. $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_2^-$ sürecinin tesir kesitinin a) GT ve b) HT senaryolarında $\sqrt{s} = 8, 14$ ve 20 TeV için chargino kütesine göre değişimi.....                   | 147 |
| Şekil 48. $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-$ sürecinin tesir kesitinin a) GT ve b) HT senaryolarında $\sqrt{s} = 8, 14$ ve 20 TeV için chargino kütesine göre değişimi.....                   | 148 |
| Şekil 49. $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_2^-$ sürecinin tesir kesitinin $M_{2\mu}$ -düzlemindeki değişimi .....                                                                                | 149 |
| Şekil 50. a) $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-$ ve b) $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-$ süreçleri için tesir kesitin $M_{2\mu}$ -düzlemindeki değişimi .....       | 150 |
| Şekil 51. a) $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_i^0$ ve b) $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_i^0$ süreçleri için tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi.....                       | 152 |
| Şekil 52. $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_i^0$ sürecinin tesir kesitinin a) $\sqrt{s} = 8$ TeV ve b) 14 TeV için skaler kuark kütesine göre değişimi .....                                                 | 153 |
| Şekil 53. $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_i^0$ sürecinin tesir kesitinin a) $\sqrt{s} = 8$ TeV ve b) 14 TeV için skaler kuark kütesine göre değişimi .....                                                 | 154 |
| Şekil 54. $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_i^0$ sürecinin tesir kesitinin a) GT ve b) HT senaryolarında $\sqrt{s} = 8, 14$ ve 20 TeV için chargino kütesine göre değişimi.....                              | 155 |
| Şekil 55. $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_i^0$ sürecinin tesir kesitinin a) GT ve b) HT senaryolarında $\sqrt{s} = 8, 14$ ve 20 TeV için chargino kütesine göre değişimi.....                              | 156 |
| Şekil 56. a) $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_i^0$ ve b) $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_i^0$ süreçleri için tesir kesitinin $M_{2\mu}$ -düzlemindeki düzlemindeki değişimi.....               | 157 |
| Şekil 57. a) $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_2^0$ ve b) $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_2^0$ süreçleri için tesir kesitinin $M_{2\mu}$ -düzlemindeki değişimi .....                           | 158 |
| Şekil 58. a) $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_1^+$ ve b) $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_2^+$ süreçleri için tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi..... | 159 |

|                                                                                                                                                                                                                     |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 59. $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_1^+$ sürecinin tesir kesitinin a) $\sqrt{s} = 8$ TeV ve b) 14 TeV için skaler kuark kütesine göre değişimi .....                                  | 161 |
| Şekil 60. $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_2^+$ sürecinin tesir kesitinin a) $\sqrt{s} = 8$ TeV ve b) 14 TeV için skaler kuark kütesine göre değişimi .....                                  | 162 |
| Şekil 61. $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_1^+$ sürecinin tesir kesitinin a) GT ve b) HT senaryolarında $\sqrt{s} = 8, 14$ ve 20 TeV için chargino kütesine göre değişimi.....               | 163 |
| Şekil 62. $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_2^+$ sürecinin tesir kesitinin a) GT ve b) HT senaryolarında $\sqrt{s} = 8, 14$ ve 20 TeV için chargino kütesine göre değişimi.....               | 164 |
| Şekil 63. a) $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^+$ ve b) $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^+$ süreçleri için tesir kesitinin $M_{2\mu}$ -düzlemindeki değişimi ..... | 165 |
| Şekil 64. a) $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^+$ ve b) $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^+$ süreçleri için tesir kesitinin $M_{2\mu}$ -düzlemindeki değişimi ..... | 166 |
| Şekil 65. $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_i^0$ sürecinin tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi .....                                                                              | 167 |
| Şekil 66. $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_i^0$ sürecinin tesir kesitinin a) $\sqrt{s} = 8$ TeV ve b) 14 TeV için skaler kuark kütesine göre değişimi .....                                         | 168 |
| Şekil 67. $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_i^0$ sürecinin tesir kesitinin a) $\sqrt{s} = 8$ TeV ve b) 14 TeV için glüyonun kütesine göre değişimi .....                                             | 169 |
| Şekil 68. $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_i^0$ sürecinin tesir kesitinin a) GT ve b) HT senaryolarında $\sqrt{s} = 8, 14$ ve 20 TeV için chargino kütesine göre değişimi.....                      | 170 |
| Şekil 69. a) $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_1^0$ ve b) $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_2^0$ 'nin tesir kesitlerinin $M_{2\mu}$ -düzlemindeki değişimi .....                      | 171 |
| Şekil 70. $pp(gg) \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_i^0$ sürecinin tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi .....                                                                                    | 172 |
| Şekil 71. $pp(gg) \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_i^0$ sürecinin tesir kesitinin a) $\sqrt{s} = 8$ TeV ve b) 14 TeV için skaler kuark kütesine göre değişimi .....                                               | 173 |
| Şekil 72. $pp(gg) \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_i^0$ sürecinin tesir kesitinin a) $\sqrt{s} = 8$ TeV ve b) 14 TeV için glüyonun kütesine göre değişimi .....                                                   | 174 |
| Şekil 73. $pp(gg) \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_i^0$ sürecinin tesir kesitinin a) GT ve b) HT senaryolarında $\sqrt{s} = 8, 14$ ve 20 TeV için chargino kütesine göre değişimi.....                            | 175 |
| Şekil 74. a) $pp(gg) \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_1^0$ ve b) $pp(gg) \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_2^0$ 'nin tesir kesitlerinin $M_{2\mu}$ -düzlemindeki değişimi .....                                  | 176 |

## TABLolar DİZİNİ

|                                                                                                                                                                                                                                                        | <u>Sayfa No</u> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| Tablo 1. Standart Modelin $U(1)$ , $SU(2)$ ve $SU(3)$ ayar gruplarının özellikleri.....                                                                                                                                                                | 10              |
| Tablo 2. Standart Model’de fermiyon alanları ve ayar grubu gösterimleri .....                                                                                                                                                                          | 11              |
| Tablo 3. Genel süperalandaki bileşen alanlarının türü ve serbestlik dereceleri .....                                                                                                                                                                   | 31              |
| Tablo 4. Sol-elli kiral süperalandaki bileşen alanlarının türü ve serbestlik dereceleri.....                                                                                                                                                           | 32              |
| Tablo 5. Vektör süperalanın Wess-Zumino ayarı öncesindeki ve sonrasındaki bozonik ve fermiyonik serbestlik dereceleri .....                                                                                                                            | 39              |
| Tablo 6. MSSM’in vektör süperçoklulukları.....                                                                                                                                                                                                         | 58              |
| Tablo 7. MSSM’in kiral süperçoklulukları .....                                                                                                                                                                                                         | 59              |
| Tablo 8. MSSM’de parçacıkların ayar ve kütle özdurumları .....                                                                                                                                                                                         | 81              |
| Tablo 9. Sayısal hesaplamalarda kullanılan SM parametreleri .....                                                                                                                                                                                      | 121             |
| Tablo 10. İki nötralinolü üretimini için kullanılan senaryoların giriş parametreleri .....                                                                                                                                                             | 121             |
| Tablo 11. İki nötralinolü üretiminde kullanılan her bir senaryo için higgsino/gaugino kütle parametreleri, nötralinoların, glüyonun ve skaler kuarkların kütleleri.....                                                                                | 121             |
| Tablo 12. İki chargino ve tek nötralinolü üretim süreçleri için kullanılan senaryoların giriş parametreleri.....                                                                                                                                       | 122             |
| Tablo 13. İki chargino ve tek nötralinolü üretim süreçlerinde kullanılan senaryolar için gaugino kütle parametreleri, nötralinoların ve skaler kuarkların kütleleri.....                                                                               | 122             |
| Tablo 14. CMSSM 40.2.4 için giriş parametreleri, gaugino/higgsino kütle parametreleri ve süpersimetrik parçacıkların kütleleri .....                                                                                                                   | 123             |
| Tablo 15. İki nötralinolü üretim süreçlerinin tesir kesitlerinin ve $K$ -çarpanının her bir senaryo için $\sqrt{s} = 8$ TeV ve 14 TeV’deki değerleri .....                                                                                             | 133             |
| Tablo 16. İki nötralinolü üretim süreçlerinin tesir kesitlerinin ve $K$ -çarpanının, 1 TeV ve 2 TeV skaler kuark kütleleri için $\sqrt{s} = 8$ TeV ve 14 TeV’deki değerleri .....                                                                      | 137             |
| Tablo 17. $pp \rightarrow \tilde{\chi}_i^+ \tilde{\chi}_j^-$ sürecinin $\sqrt{s} = 8$ TeV ve 14 TeV’de 1 TeV ve 2 TeV skaler kuark kütleleri için toplam tesir kesitleri.....                                                                          | 145             |
| Tablo 18. $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{q}_k \tilde{\chi}_i^0$ ve $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^+$ süreçlerinin $\sqrt{s} = 8$ TeV ve 14 TeV’de 1 TeV ve 2 TeV skaler kuark kütleleri için toplam tesir kesitleri ..... | 177             |
| Tablo 19. $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_i^0$ ve $pp(gg) \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_i^0$ süreçlerinin $\sqrt{s} = 8$ TeV ve 14 TeV’de farklı skaler kuark kütle değerleri için toplam tesir kesitleri.....                   | 178             |
| Tablo 20. $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_i^0$ ve $pp(gg) \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_i^0$ süreçlerinin $\sqrt{s} = 8$ TeV ve 14 TeV’de 0.5 TeV ve 1.5 TeV glüyino kütleleri için toplam tesir kesitleri.....                  | 178             |

## SEMBOLLER DİZİNİ

|                                                        |                                                               |
|--------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
| BBK                                                    | : Büyük Birleştirme Kuramları                                 |
| CERN                                                   | : Avrupa Nükleer Araştırma Merkezi                            |
| $D_\alpha, \bar{D}_{\dot{\alpha}}$                     | : Süpertürevler                                               |
| EHSP                                                   | : En hafif süpersimetrik parçacık                             |
| GeV                                                    | : Milyar elektron volt                                        |
| $\tilde{g}$                                            | : Glüino                                                      |
| $\tilde{H}_1, \tilde{H}_2$                             | : Higgsinolar                                                 |
| KRD                                                    | : Kuantum Renk Dinamiği                                       |
| KED                                                    | : Kuantum Elektrodinamiği                                     |
| LHC                                                    | : Büyük Hadron Çarpıştırıcısı                                 |
| $\tilde{l}, \tilde{\nu}_l$                             | : Skaler lepton (slepton), skaler nötrino                     |
| $L (\mathcal{L})$                                      | : Lagranjiyen (yoğunluğu)                                     |
| MSSM                                                   | : Minimal Süpersimetrik Standart Model                        |
| SM                                                     | : Standart Model                                              |
| SUSY                                                   | : Süpersimetri                                                |
| TeV                                                    | : Trilyon elektron volt                                       |
| $\tilde{q}_L / \tilde{q}_R$                            | : Sol/sağ-elli skaler kuark (skuark)                          |
| $Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\alpha}}$                     | : Süpersimetri üreticileri (süperyükler)                      |
| $\theta_\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$           | : Grassmann değişkenli spinörler                              |
| $\sigma^i$                                             | : Pauli matrisleri                                            |
| $\Phi(x, \theta, \bar{\theta})$                        | : Kiral süperalan                                             |
| $\tilde{\chi}_{1,2,3,4}^0$                             | : Nötralinolar                                                |
| $\tilde{\chi}_{1,2}^\pm$                               | : Charginolar                                                 |
| $\psi_\alpha, \bar{\psi}_{\dot{\alpha}}$               | : 2-bileşenli (Weyl) spinör alanları                          |
| $\Omega(x, \theta, \bar{\theta})$                      | : Genel süperalan                                             |
| $\mathcal{W}_\alpha, \bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}}$ | : Süpersimetrik alan tensörleri (spinörel kiral süperalanlar) |

## 1. GENEL BİLGİLER

### 1.1. Giriş

XIX. yüzyılın sonlarına ve XX. yüzyılın başlarına doğru, evrenin ve evrende oluşan olayların (bilinen bütün fiziksel olayların) Newton hareket yasaları, evrensel kütle çekim yasası ve elektromagnetik teori ile tasvir edilebileceğine inanılıyordu. Ancak, teknolojik gelişmeler sonrasında çok daha kesin ölçümler sonucu elde edilen verilerin, bu yasalarla açıklanamayacağı anlaşıldı ve fiziğe ilişkin anlayışı değiştiren olağanüstü iki kuram; özel görelilik ve kuantum kuramı ortaya atıldı. 1887 yılında Michelson-Morley deneyi ile referans çerçevesinden bağımsız olarak ışık hızının bir sabit olduğu yani ışık hızının her eylemsiz sistemde aynı olduğu kanıtlanmıştı. Albert Einstein (1905), bundan ve fizik yasalarının bütün eylemsiz referans sistemlerinde aynı olması gerekliliğinden yola çıkarak mutlak zaman kavramını değiştiren özel görelilik kuramını ortaya attı. Bir diğer önemli yenilikse atom ve atom altı parçacıkların dünyasını anlamaya yönelik kuramların geliştirilmesi oldu. 1900'lerin başında, Max Planck kesikli enerji seviyelerini keşfederek birçok belirsiz deneysel sonuçlarını açıklamak için kuantum kuramının temel fikrini ortaya attı. Sonrasında, Albert Einstein, Niels Bohr, Louis de Broglie, Erwin Schrödinger, Werner Heisenberg, Max Born ve Paul Dirac'ın da aralarında bulunduğu çok sayıda bilim insanının katkılarıyla kuantum mekaniği oluşturuldu.

Bu iki önemli kuramın (özel görelilik ve kuantum mekaniğinin) görüşleri uzunca uğraştan sonra Kuantum Alan Kuramı adı altında birleştirildi. Atomların, uyarılmış durumlardan bir foton salarak düşük enerjili durumuna nasıl geçtiği ve bu salınan fotonun o andan önce nerede olduğu gibi cevaplanamayan sorular, kuantum alan kuramıyla cevap bulmuştur. Bu kuram, parçacıkların yaratılma ve yok olma süreçlerini açıklar. Kuantum alan kuramıyla birlikte alanlarla parçacıkların aynı olgunun iki farklı görünümü olduğu kanıtlandı öyle ki her temel parçacık bir kuantum alanının kuantumudur. Kuantum alan kuramının ilk uygulaması, temelde elektronların ve fotonların etkileşim kuramı olan, Dirac ve Maxwell denklemlerinin birleştirilmesinden elde edilen "Kuantum Elektrodinamiği (KED)" dir.

P. A. M. Dirac, E. Fermi ve P. Jordan'ın 1928'de başlayan fakat 1939'da II. Dünya Savaşının başlaması ile kesintiye uğrayan çabalarıyla kuantum elektrodinamiği ve



sonsuzlukları kabaca ortaya çıkarılmıştı. Savaş sonrasında Julian Schwinger'in geliştirdiği görelî hesap yöntemleriyle, kuantum alan kuramında yeni atılımlar başladı. J. Schwinger, elektronun magnetik momentine KED'den gelen küçük katkıyı, pertürbasyon hesabıyla ilk yaklaşıklıkta hesapladı ve sonrasında bunun deneysel ölçümle virgülden sonra 10. haneye kadar uyduğu anlaşıldı (bu durum, KED'in ilk ve en çarpıcı başarısı olarak anılır). Diğer taraftan, Richard Feynman, yol integralleri ile kuantumlama yöntemleri üzerinde çalışırken pertürbasyon açılımındaki her bir terimin fiziksel yorumuna olanak veren Feynman çizimlerini bularak adıyla anılan hesap kurallarını ortaya koydu. 1943 yılında S. Tomonaga, KED'in görelî formülasyonunu herkesten önce geliştirmesine rağmen savaş nedeniyle çalışmaları diğer bilim insanları tarafından hemen duyulmadı (1965 yılında J. Schwinger, R. Feynman ve S. Tomonaga'ya kuantum elektrodinamiği ile ilgili temel çalışmaları sebebiyle Nobel ödülü verildi). Öte yandan KED'in başlangıç aşamalarında anlamsız sonsuzluklar verdiği bilinmekteydi ve 1936 yılına kadar bu sonsuzluklarla ilgili temel sorunun boşluk kutuplanması, sınırsız kütle ve elektronun yüküyle ilgili olduğuna inanılıyordu. J. Schwinger ve diğerleri bu sonsuzlukları biçimsel olarak elektronun kütle, elektrik yükü ve kuantum dalga fonksiyonunun tanımları içine atarak sonlu terimleri elde ettiler. İlk bakışta sonsuzları sonsuzdan çıkarmak gibi görünen bu yöntem *renormalizasyon* denir. Freeman Dyson (1949) tarafından, Feynman çizimlerinde ortaya çıkan sonsuzlukların mertebeleri sınıflandı ve yukarıda verilen üç terimin renormalizasyonu yapılırsa başka sonsuzluk kalmayacağını kanıtlandı. Renormalizasyonu yapılabilen KED, o günden bugüne diğer kuantum alan kuramları için bir örnek teşkil etti.

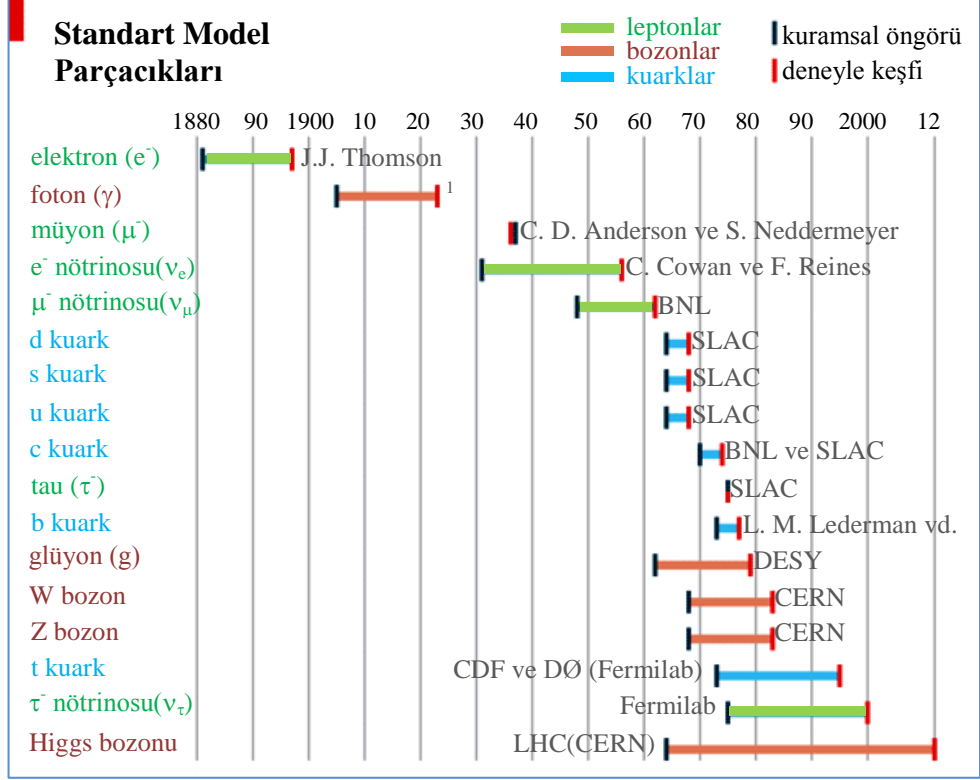
1954 ile 1973 tarihleri arasında kuantum alan kuramındaki gelişmeler, klasik ayar alanlarının Chen N. Yang ve Robert Mills (1954) tarafından bulunmasıyla başlar, bu alanların L. Faddeev ve V. Popov (1967) tarafından yol integralleri yöntemi kullanılarak kuantizasyonu ile devam eder ve kendiliğinden simetri kırılması gösteren kuantumlu ayar kuramlarının renormalizasyonunun (ayar değişmezliği bozmayan boyutsal regülarizasyon yöntemi ile) Gerardus 't Hooft ve Martinus J. G. Veltman tarafından yapılmasıyla doruk noktasına ulaşır (Dereli, 2000). Bu gelişmelerin ışığında, Murray Gell-Mann ve George Zweig (1964) tarafından hadronların yapıtaşları olarak kuarkların öngörülmesi ve O. W. Greenberg (1964) ve M. Y. Han ile Y. Nambu (1965) tarafından kuarklara 3 değerlikli yük serbestlik derecesi (renk yükü) sunulmasıyla birlikte kuvvetli etkileşmelerin abelyen olmayan ayar grubu altında kuantum alan kuramı geliştirildi. Kuantum Renk Dinamiği olarak adlandırılan bu kuramda hadronları oluşturan kuarkları bir arada tutan kuvvetler,

glüyonların alınıp verilmesinden kaynaklanır. D. Politzer, F. Wilczek ve D. Gross (1973) tarafından bu kuramda kuarklar arasındaki etkileşmelerin kısa mesafelerde (ya da yüksek momentuma sahip kuarklar için) sıfıra gidecek kadar zayıfladığını betimleyen (Yang-Mills ayar alanlarının sahip olduğu) asimptotik özgürlük gösterildi (2004 Nobel ödülü verildi). Bununla birlikte, büyük mesafelerde etkileşmenin şiddeti artar ve bunun sonucunda kuarklar serbest hale geçemezler. Bu durum hapsolme olarak adlandırılır.

Diğer taraftan, Fermi tarafından 1933 yılında çekirdeklerin  $\beta$  bozunmasını açıklamak üzere ileri sürülen evrensel Fermi etkileşmesinin temelini oluşturduğu zayıf etkileşmelerin, 1967 yılına kadar renormalize edilebilir bir kuantum alan kuramı yoktu. Zayıf etkileşmelerde paritenin korunmadığı kuramsal olarak T. D. Lee ve C. N. Yang (1956) ve deneysel olarak C. S. Wu (1957) tarafından gösterilmesinden sonra Fermi'nin kuramı R. P. Feynman ve M. Gell-Mann (1958) tarafından vektör-aksiyel vektör (V-A) formunda oluşturuldu, ancak bu haliyle de renormalize değildi (bu çalışmalarından dolayı Lee ve Yang'a 1957 yılında Nobel ödülünü verildi). Zayıf etkileşmeler için renormalize edilebilir kuantum alan kuramı 1960'lı yıllarda birbirlerinden bağımsız olarak S. Weinberg ve A. Salam tarafından geliştirildi ve kendiliğinden simetri bozulması fikrini kullanarak elektromagnetik etkileşmeleri de içerecek şekilde bir birleşik kuantum alan kuramı olan elektrozayıf kuram (ya da GSW kuramı) abelyen olmayan  $SU(2)\otimes U(1)$  ayar grubu altında oluşturuldu (Glashow, 1961; Weinberg, 1967; Salam, 1968). Fakat bu birleşik kuram, sadece leptonların elektromagnetik ve zayıf etkileşmelerini içeriyor olması açısından eksikti. 1970 yılında S. L. Glashow, J. Iliopoulos ve L. Maiani tarafından yüksüz akımların çepni değişimini sınırlandıran GIM mekanizmasıyla kuarklar da elektrozayıf kurama dâhil edildi. Ayar alanları ayar değişmezliğin sağlanması için kütleli olmalıydı fakat Fermi kuramı ile tutarlılığın sağlanması için kütleli olmaları gerekiyordu. Bu problemin çözümü, birbirinden bağımsız olarak P. Higgs ve F. Englert ile R. Brout tarafından geliştirilen ayar simetrisinin kendiliğinden bozulması yoluyla ayar bozonlarına kütle kazandırıldığı Higgs mekanizmasıyla geldi.

Son elli yılda temel parçacıkları ve kuvvetleri anlamak için çok sayıda yüksek enerjili deneyler gerçekleştirildi. Bu deneyler sonucunda maddenin temel yapı taşları olarak bilinen kuarklar ile leptonlar ve diğer parçacıklar keşfedildi. Bunların paralelinde, yukarıda tarihsel gelişimi özetlenen kuantum alan kuramı çerçevesinde elektrozayıf ve kuvvetli etkileşmelerin kuramını içeren parçacık fiziğinin Standart Modeli (SM) geliştirildi. SM, gözlemlenen maddeyi meydana getiren şimdiye kadar keşfedilmiş temel

parçacıkları ve bunlar arasındaki elektromagnetik, zayıf ve kuvvetli etkileşmeleri  $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$  simetri (ayar) grubu ile açıklar.



Şekil 1. SM'in temel parçacıklara ilişkin şartıcı tahmin gücünü gösteren zaman çizelgesi (URL-1, 2014).

SM'in en büyük başarısı, birçok kez sınanmış olmasına rağmen temel parçacıkların özellikleri ile aralarındaki etkileşmelerine ait gözlenebilir nicelikleri büyük hassaslıkta tahmin edebilmesidir. Öyle ki; Şekil 1'den anlaşılacağı üzere parçacıkların birçoğu kuramsal olarak önceden öngörülmüş ve sonrasında deneylerle keşfedilmişlerdir<sup>1</sup>. Ayrıca, 50 yıl önce SM'de, kendiliğinden simetri kırılması yoluyla ayar bozonlarına ve fermiyonlara kütle kazandırmak için Higgs mekanizmasında (Higgs, 1964; Englert ve Brout, 1964) ileri sürülen Higgs bozonunun, 4 Temmuz 2012 tarihinde Avrupa Nükleer Araştırma Merkezi'ndeki (CERN) Büyük Hadron Çarpıştırıcısı'nda (LHC) CMS ve ATLAS deneyleriyle keşfedilmesi (ATLAS Collaboration, 2012; CMS Collaboration,

<sup>1</sup> Fotonun, kim tarafından ya da ne zaman keşfedildiğini tam olarak söylemek oldukça zor fakat bu parçacıkla ilişkili gelişen fiziksel süreçler çok iyi bilinmektedir.

2012), SM için bir dönüm noktası olmuştur. Ancak, SM; elektrozaıf enerji ölçeğine (birkaç yüz GeV) kadar hemen her olayı büyük bir hassaslıkla açıklayabildiği halde, kendi içinde birçok sorun (Higgs bozonunun kütleleriyle ilişkili hiyerarşi problemi, kozmolojik gözlemler sonucu varlığı öne sürülen evrendeki toplam maddenin yaklaşık %25'ini oluşturan Karanlık Madde hakkında öngörüsünün olmaması, kütle çekim etkileşmelerini içermemesi vb.) barındıran ve evrenselliği açısından eksiklikleri bulunan bir modeldir. Bu ve benzeri problemlerden dolayı "SM Ötesi" fizik olarak adlandırılan teoriler ortaya atıldı. Bunlardan bazıları; Süpersimetri, Ek boyutlar, Sicim Kuramı, Teknikolar, M-Teorisi'dir.

Süpersimetri, SM ötesi teoriler arasında en çok ilgi gören ve birçok açıdan diğerlerinden çok daha öne çıkan bir teoridir. Süpersimetri; farklı istatistiksel dağılımlarla betimlenen fermiyonlar ve bozonlar arasındaki dönmelerin uzay-zaman simetrileriyle birleştirilmesi fikrine dayanır. 1960'lı yıllarda, iç simetriler (örneğin  $SU(2)$  veya  $SU(3)$  çeşni simetrileri) ile uzay-zaman simetrilerini "değersiz olmayan (non-trivial)" bir biçimde birleştirebilecek bir simetri elde etmek için büyük çabalar sarf edildi (Coester vd.,1964; O'Raiheartaigh, 1965<sup>a</sup>; O'Raiheartaigh, 1965<sup>b</sup>). Pek çok girişimden sonra, bu birleştirmenin sadece bozonik karakterli yapılar kullanılarak yani Lie grubu çerçevesinde mümkün olamayacağı, Coleman ve Mandula (1967)'nin "no-go" teorimi ile gösterildi. Bu teoremin getirdiği kısıtlamadan, sıradeğişimler ile birlikte anti-sıradeğişimleri de içeren "Derecelendirilmiş Lie Cebirleri" kullanılarak kurtulabileceği anlaşıldı. Böylece, Poincaré cebirinin fermiyonik yükler ile ilk birleştirilmesi 1971 yılında Golfmand ve Likhtmann, aynı yıl içerisinde Neveu ve Schwarz ve ayrıca Ramond tarafından yapıldı. 1974 yılında Wess ve Zumino, 4-boyutlu ilk renormalize edilebilir süpersimetrik alan kuramını oluşturdular. Bunun akabinde, Iliopoulos ve Ferrara, diğer alan kuramlarında olan ıraksamaların süpersimetrik alan kuramında olmadığını gösterdiler (Ferrare vd., 1974<sup>a</sup>). 1975 yılında Haag, Lopuszanski ve Sohnius tarafından, kuantum alan kuramının dört-boyutta mümkün olan tutarlı tek genişletilmesinin, Poincaré cebiri yanında sadece Süpersimetri ile mümkün olabileceği gösterildi. SM'nin ilk gerçekçi süpersimetrik genişletilmesi olan Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM), 1981 yılında Howard Georgi ve Savas Dimopoulos tarafından önerildi. 1970'lerden bu yana Süpersimetri modelleri araştırıldıkça ve daha iyi anlaşıldıkça, parçacık fiziğindeki bir dizi önemli gizemi çözebildiği ve problemlere yeni yaklaşımlar sunabildiği fark edildi.

Süpersimetri'nin oldukça fazla ilgi görmesinde, SM'in hiyerarşi problemine çözüm oluşturması (Kaul ve Majumdar, 1982), kütle çekim etkileşmesini kendi içinde

barındırabilmesi, Büyük Birleştirme Kuramları (BBK) ölçeğinde ayar çiftlenim (bağlaşım) sabitlerini birleştirebilmesi (Dimopoulos vd., 1981; Carena vd., 1993), evrendeki toplam maddenin yaklaşık %25'ini oluşturan Karanlık Madde için aday parçacık öngörmesi (Ellis vd., 1984) ve bu çalışma içinde bahsedeceğimiz birçok neden yatar. Süpersimetrik modeller arasında, SM ile uyumlu ve SM'in en basit olası süpersimetrik genişletilmesi olan Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM) (Nilles, 1984; Haber ve Kane, 1985); oldukça iyi çalışılmış ve analiz edilmiştir. MSSM, SM parçacıklarına ek olarak bunların süpersimetrik eşlerini (süperdeşler), fazladan bir Higgs ikilisi (doublet) alanı ve süpersimetri-kırınım terimleri içeren bir modeldir. MSSM'de Higgs ikilisi alanlarının süperdeşleri (*higgsinolar*) ile ayar bozonlarının süperdeşlerinin (*gauginolar*) karışımlarından, “nötralinolar” olarak adlandırılan 4 tane Majorana kütle öz durumu ve “*charginolar*” adı verilen iki tane yüklü kütle öz durumu oluşur. Ayrıca, MSSM, baryon ve lepton sayısının korunumunu sağlayan ve *R*-paritesi (Fayet, 1976; Fayet, 1977; Farrar ve Fayet, 1978; Fayet, 1979) adı verilen yeni bir kesikli simetriye sahiptir. Bu simetrinin korunumu durumunda, en hafif süpersimetrik parçacık (EHSP) kararludur ve süpersimetrik parçacıkların bozunum zincirinin en sonunda yer alır. Bu sebeple, zayıfça etkileşen kütleli bir parçacık olan EHSP, Karanlık Madde adayı olarak öngörülür. MSSM'de bu özelliklere sahip en uygun aday en hafif nötralinodur (Jungman vd., 1996; Griest ve Kamionkowski, 2000). Nötralinoların ve *charginoların* gaugino-higgsino ayrışımı, süpersimetri kırınım mekanizması hakkında oldukça önemli bilgiler içerir. Dolayısıyla bu parçacıkların fenomenolojik ve deneysel olarak araştırılması oldukça önemlidir.

Günümüzde ve gelecekte yapılması planlanan parçacık hızlandırıcılarında, özellikle de CERN'deki dünyanın en büyük ve en güçlü parçacık hızlandırıcısı olan LHC'de, öncelikli olarak araştırılması planlanan konular arasında, SM'nin sorunlarına ve eksikliklerine getirdiği çözümlerden dolayı Süpersimetri gelmektedir. Şimdiye dek yapılan deneylerden (LHC, Tevatron, DESY, LEP, vb. hızlandırıcılarda) ne yazık ki Süpersimetri'nin varlığına dair herhangi bir kanıt elde edilemedi. Bu deneylerden süpersimetrik parçacıkların kütlelerine alt sınır değerleri getirildi (Olive vd., 2014; URL-2, 2014; URL-3, 2014). Bu deneylerde ağırlıklı olarak kuarkların süperdeşleri olan skaler kuarklar ve glüyonların süperdeşleri olan glüinolar olmak üzere renk yüklü süperdeşler araştırılmıştır. ATLAS ve CMS grupları tarafından gerçekleştirilen en son araştırmalar sonucunda ilk iki nesil skaler kuarkların ve glüinoların kütlelerine 1-2 TeV civarında alt sınır değerleri getirildi (ATLAS Collaboration, 2013; ATLAS Collaboration, 2014<sup>a</sup>; CMS

Collaboration, 2014). Bu sınırlar dikkate alındığında, nötralinoların ve charginoların doğrudan üretim süreçleri diğer parçacıkların üretimlerine nazaran daha baskın olur. “Doğallık<sup>2</sup>”, en hafif üçüncü nesil süpersimetrik parçacıkların, nötralinoların ve charginoların birkaç yüz GeV’lik kütleyle sahip olmaları gerektiğini öngörüyor (Barbieri ve Giudice, 1988; Carlos ve Casas, 1993; Chan vd., 1998). Bunun ışığında, deneysel araştırmalar, skaler leptonların, nötralinoların ve charginoların elektrozayıf üretimlerine yoğunlaştı (ATLAS Collaboration, 2014<sup>b</sup>; CMS Collaboration, 2014<sup>b</sup>; CMS Collaboration, 2014<sup>c</sup>). Aralık 2009’da proton demetlerinin çarpıştırılmasına başlandığı ve Higgs bozonunun keşfedilmesini takiben sistem güncellemesi için verilen iki yıllık aradan sonra Nisan 2015’te açılan LHC’nin, protonları öncekine nazaran daha yüksek enerjilere kadar hızlandırabilecek şekilde (en son 8 TeV kütle merkezi enerjisinde çarpıştırılan protonların, 13-14 TeV enerjisinde çarpıştırılmaları) geliştirildiği bilinmektedir. Böylece, atom altı dünyasının şimdiye kadar görülemeyen bölgelerini inceleme olanağı bulunabilecek ve belki de Süpersimetri teorisinin keşfine (ya da doğayı tasvir edebilecek bir teori olmadığına) dair izler elde edilebilecektir.

Bu çalışmada, yukarıda sözü edilen özelliklerinden hem de deneysel Süpersimetri araştırmalarında oldukça önemli yere sahip olmalarından dolayı nötralinolar ve charginolar üzerine yoğunlaşıldı. Bu bağlamda, proton-proton çarpışmasında iki nötralino üretim süreçleri  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  (tek-ilmek seviyesinde) ve  $pp(gg) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  (tek-ilmek seviyesinde), iki chargino üretim süreci  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^+ \tilde{\chi}_j^+$  ve tek-nötralino üretim süreçleri  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{g}$ ,  $pp(qg) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k$ ,  $pp(q\bar{q}') \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^\pm$  ve  $pp(gg) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{g}$  (tek-ilmek seviyesinde), MSSM çerçevesinde herhangi bir kısıtlama yapılmaksızın ilişkili Lagranjiyen parametrelerinin cebirsel olarak ters çevrilmesi sonucu elde edilen *higgsino-türü* (HT), *gaugino-türü* (GT) ve *karışım-durumu* (KD) senaryoları için ayrıntılı olarak incelendi. Ayrıca, bu senaryolar ile karşılaştırma yapmak amacıyla Constrained MSSM (CMSSM) (Chamseddine vd., 1982; Arnowitt ve Nath, 1992; Kane vd., 1994) için de hesaplar yapıldı.

Proton-proton çarpışmasında iki nötralino (tek-ilmek seviyesinde), iki chargino ve tek nötralino üretimi için daha önceden yapılan çalışmalar şu şekildedir: Beenakker vd. (1999)’nin yaptığı çalışmada, mSUGRA modelinde Tevatron ve LHC enerjileri için iki nötralino/chargino üretim süreçlerine gelen Süpersimetri-KRD düzeltmeleri (*PROSPINO*

<sup>2</sup> İnce ayar (fine-tuning); bir modeldeki parametrelerin (gözlemlerle uyumlu olması için) gözlemlere göre çok hassas olarak ayarlanmasını sağlar. Yapılan bu ayarlama modelin doğallığını gösterir.

programı ile) incelenmiş olup düzeltmelerin tesir kesitlerini %10-40 civarında arttırdığı sonucu çıkarılıyor. Yi vd. (2000)'nin mSUGRA çerçevesinde glüyon-glüyon çarpışması aracılığıyla iki nötralino üretiminin incelenmesine yönelik yaptığı çalışmada, elde edilen üretim tesir kesitlerin kuark-karşıt kuark yok olması süreci ile kıyaslanabilir düzeyde olduğu ifade ediliyor. Ancak bu çalışmalarda skaler kuark, glüينو, nötralino ve chargino kütleleri için LHC'deki deneylerin güncel sonuçlarına göre dışlanmış değerler kullanılıyor. Gounaris vd. (2004)'nin, tek-ilmek seviyesi logaritmik ışınımsal düzeltmeleri de dikkate alarak kuark-karşıt kuark yok olması aracılığıyla iki nötralino üretimini ve glüyon-glüyon saçılmasında iki nötralino üretimini inceledikleri çalışmada, diferansiyel tesir kesitleri güncel deneysel sonuçlar ile dışlanmış olan mSUGRA'nın SPS1a, SPS4, vb. parametre noktaları için verilmektedir.

Hong vd. (2000)'nin, Drell-Yan süreçler aracılığıyla iki chargino üretiminin araştırılmasına yönelik yaptığı çalışmada, ilgili üretim tesir kesitlerinin  $M_2$  ve  $\mu$  parametrelerine bağlılığının oldukça kuvvetli olduğu vurgulanıyor. Cankocak vd. (2004)'e ait çalışmada, chargino çift üretiminde süpersimetrik CP-fazların etkileri araştırılmış ve özellikle  $\mu$ 'nün fazının, farklı türdeki charginoların üretimi aracılığıyla doğrudan erişilebilirlik kazandığı ve gaugino kütle parametrelerinin fazlarının, üretim tesir kesitleri üzerine önemli bir etkiye sahip olmadığı ifade ediliyor. Debove vd. (2008)'nin yaptığı çalışmada, hadron çarpıştırıcılarında nötralino ve chargino çift üretim süreçleri, MSSM'de gaugino/Higgsino karışımı ile demet kutuplanması arasındaki ilişki açısından inceleniyor.

Baer vd. (1990)'nin proton-proton çarpışmasında chargino/nötralino ile birlikte glüينو veya skaler kuark üretiminin incelenmesi üzerine yaptığı çalışmada, hesaplanan tesir kesitlerinin skaler kuark ve glüينو çift üretiminden daha küçük değerlerde olmasına rağmen önemli olduğu ifade ediliyor. Berger vd. (2000)'e ait çalışmada, chargino/nötralino ile birlikte glüينو üretimi, renk yüklü (süpersimetrik) parçacıkların değiş-tokuşu katkılarından oluşan ilmek düzeltmeleri de hesaba katılarak mSUGRA çerçevesinde inceleniyor. Gounaris vd. (2005)'nin yaptığı çalışmada ise tek-ilmek seviyesi logaritmik ışınımsal düzeltmeleri içeren tek-nötralino üretim süreçlerinin tesir kesitleri mSUGRA'nın SPS1a, SPS1aa, vb. parametre noktaları için veriliyor. Binoth vd. (2011)'nin proton-proton çarpışmasında skaler kuark ile nötralino üretimine gelen KRD düzeltmelerini (*MADGOLEM* programı ile) hesapladığı çalışmada, düzeltmelerin tesir kesitlerine %40 civarında artış sağladığı ifade ediliyor. Allanach vd. (2011)'nin  $qg \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{q}_k \rightarrow q \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$  süreci ile LHC'de süpersimetrik monojet üretiminin incelenmesine yönelik yaptığı çalışmada, monojet

olaylarından nötralino-skuark-kuark etkileşme teriminin belirlenebileceği ve süpersimetrik monojet sinyalinin uygulanabilirliği tartışılıyor.

Bu çalışma 7 bölümden oluşmaktadır: Bölüm 1'in devamında, çalışmanın bütünlüğü açısından SM kısaca özetlenerek SM ötesi yeni fiziğin araştırılmasını gerekli kılan SM'in eksikleri veriliyor (bölüm 1.2). Bölüm 1.3'te süpersimetri cebiriyle başlayan süperalanlar, abelyen ve abelyen olmayan ayar grupları için süpersimetrik Lagranjiyenlerin inşa edilmesiyle son bulan bir yol izlenerek, Süpersimetri hakkında ayrıntılı bilgi veriliyor. Bölüm 1.4'te önceki bölümde oluşturulan süpersimetrik Lagranjiyenler kullanılarak MSSM'in yapısı sunuluyor. Bölüm 2'de, proton-proton çarpışmasında iki nötralino, iki chargino ve tek nötralino üretim süreçleri için Feynman çizimleri, analitik tesir kesitleri, ve sayısal sonuçların hesaplanmasında kullanılan parametrelerin değerleri her bir senaryo için veriliyor. Bölüm 3'te tesir kesitlerin sayısal sonuçları şekiller ve tablolar ile verilerek irdeleniyor. Buradan çıkan sonuçlar, Bölüm 4'te veriliyor. Bölüm 5 ve 6'da ise sırasıyla yapılan öneriler, kullanılan kaynaklar sunuluyor. Son olarak Bölüm 7'de, bu çalışmada kullanılan gösterim ve bazı temel bağıntılar, süpersimetrik teorilerin türetilmesi sırasında karşılaşılan hesapların ara işlemleri ve MSSM için bazı Feynman kuralları veriliyor.

## 1.2. Standart Model ve Problemleri

SM,  $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  iç simetri grubu altında yerel değişmez ve Poincaré grubunun uzay-zaman dönüşümleri altında global değişmez olan renormalize edilebilir kuantum alan kuramıyla temel parçacıklar arasındaki dört temel etkileşmeden üçünü (kuvvetli, zayıf ve elektromagnetik etkileşmeler) betimleyen bir modeldir. Buna göre, kuvvetli etkileşmeler  $SU(3)_C$  ayar grubu, zayıf ve elektromagnetik etkileşmeler ise karmaşık bir Higgs ikilisi aracılığıyla sadece elektromagnetik ayar grubu  $U(1)_{em}$  korunumlu kalacak şekilde kendiliğinden bozulan  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  ayar grubunun yerel dönüşümleri altında değişmez kalan Lagranjiyenler ile betimlenir. SM'deki her bir temel etkileşmenin Lagranjiyeni hangi simetri dönüşümleri altında değişmez kalıyorsa, o dönüşümleri oluşturan simetri grubuyla tanımlanır ve bu dönüşümler ayar dönüşümleri olarak adlandırılır. SM'de her bir ayar grubunun yerel dönüşümleri altındaki değişmezlik gereksinimi, Lagranjiyene ayar alanı (kuvvet taşıyıcı parçacıklar) adı verilen vektör alanlarının (spin-1) eklenmesini şart koştuğu gibi, bu alanların madde alanları ile olan etkileşme biçimini de doğrudan doğruya belirler. Abelyen olmayan  $SU(3)_C$  grubu altındaki



yerel değişmezlik, 8 tane glüyon alanını ve bunların kuarklar ile olan kuvvetli etkileşmelerini verir. Benzer şekilde elektromagnetik ve zayıf etkileşmelerin birleşik teorisindeki elektrozayıf etkileşmeleri için  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  ayar grubu altındaki yerel değişmezlik, yüklü ve yüksüz akımlara  $g$  çiftlenim sabitiyle bağlanan  $SU(2)$  üçlüsü olan  $W_\mu^i$  ( $i=1,2,3$ ) alanlarını ve yüksüz akımlara  $g'$  çiftlenim sabitiyle bağlanan  $U(1)$  tekli olan  $B_\mu$  alanını ortaya çıkarır. Burada  $W_\mu^i$  ve  $B_\mu$  elektrozayıf öz durumlar olmak üzere kütle öz durumları bunların karışımından elde edilir: Elektrik yüklü zayıf ayar bozonları  $W_\mu^+$  ve  $W_\mu^-$ ,  $W_\mu^1$  ve  $W_\mu^2$  alanlarının doğrusal birleşimi olarak ortaya çıkarken foton ( $\gamma$ ) ve yüksüz zayıf ayar bozonu  $Z_\mu^0$ ,  $W_\mu^3$  ve  $B_\mu$  alanlarının bir karışımından meydana gelir.  $U(1)$ ,  $SU(2)$  ve  $SU(3)$  ayar simetrisi, sırasıyla zayıf üstünyük ( $Y$ ), zayıf izospin ( $I$ ) ve renk yükü korunumuna karşılık gelir. Temel parçacıklar bu yüklerden (kuantum sayılarından) hangisine/hangilerine sahip ise o yük ile ilişkili ayar grubunun ayar bozonları aracılığıyla etkileşirler. Ayrıca abelyen olmayan (yani  $SU(2)$  ve  $SU(3)$ ) ayar grupları ile betimlenen ayar alanları kendileriyle de etkileşirler çünkü bu ayar gruplarının yüklerine sahiptirler. Tablo 1'de  $U(1)$ ,  $SU(2)$  ve  $SU(3)$  ayar grupları için yerel dönüşümler ( $\Omega$ ), üreticiler ( $T^k$ ), ayar parçacıkları ve kuvvet alan tensörleri verilmektedir.

Tablo 1. Standart Modelin  $U(1)$ ,  $SU(2)$  ve  $SU(3)$  ayar gruplarının özellikleri

|                | $U(1)$                                    | $SU(2)$                                                                        | $SU(3)$                                                                    |
|----------------|-------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
|                | Elektromagnetik etk                       | Zayıf etkileşmeler                                                             | Kuvvetli etkileşmeler                                                      |
| $\Omega$       | $e^{-ig'\alpha(x)Y/2}$                    | $e^{-ig\alpha^k(x)\sigma^k/2}$                                                 | $e^{-ig_s\alpha^k(x)\lambda^k/2}$                                          |
| $T^k$          | $Y$ ( $k=1$ ); üstünyük                   | $\sigma_k$ ( $k=1,2,3$ ); Pauli matrisleri                                     | $\lambda_k$ ( $k=1,\dots,8$ ); Gell-Mann mat.                              |
| $A_\mu^k$      | $B_\mu$ ; üstünyük alanı                  | $W_\mu^k$ ; 3 vektör bozon alanı                                               | $G_\mu^k$ ; 8 glüyon alanı                                                 |
| $F_{\mu\nu}^k$ | $\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$ | $\partial_\mu W_\nu^k - \partial_\nu W_\mu^k - g\epsilon^{klm}W_\mu^l W_\nu^m$ | $\partial_\mu G_\nu^k - \partial_\nu G_\mu^k - g_s f^{klm}G_\mu^l G_\nu^m$ |

SM'ye göre temel parçacıklar yukarı kuark ( $u$ ), aşağı kuark ( $d$ ), tılsım kuark ( $c$ ), acayıp kuark ( $s$ ), üst kuark ( $t$ ) ve alt kuark ( $b$ ) olmak üzere 6 tane kuarktan, elektron ( $e^-$ ), müyon ( $\mu^-$ ), tau ( $\tau^-$ ), elektron nötrinosu ( $\nu_e$ ), müyon nötrinosu ( $\nu_\mu$ ) ve tau nötrinosu ( $\nu_\tau$ ) olmak üzere 6 tane leptondan ve her birinin karşıt parçacığı olmak üzere toplamda 24 tane spinini 1/2 olan fermiyondan oluşur. Tablo 2'de gösterildiği gibi bu parçacıklar kütleleri dışında diğer bütün özellikleri aynı olan üçlü nesiller halinde gruplanır. İkinci nesil

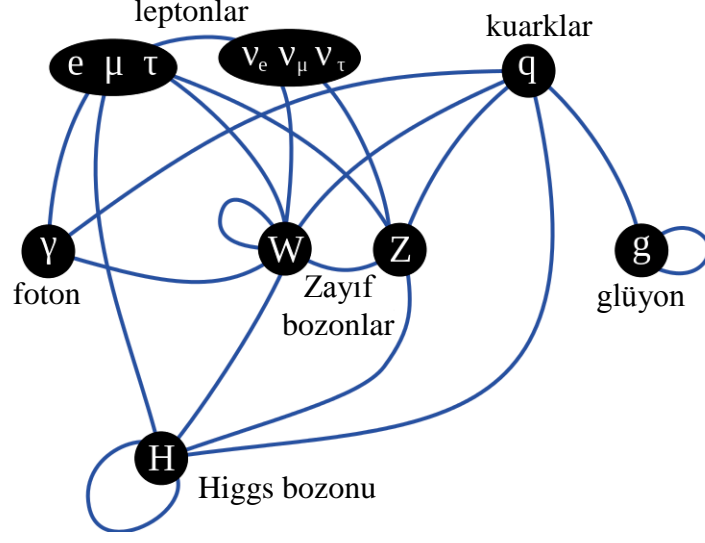
parçacıkları birinciden ve aynı şekilde üçüncü nesil de ikinciden daha ağırdır. İkinci ve üçüncü nesil parçacıkları kararsız olduklarından birinci nesil parçacıklarına bozunur ve bu sebeple evrendeki görünür madde sadece birinci nesil parçacıklarından oluşur. Burada  $d'$ ,  $s'$  ve  $b'$  sırasıyla aşağı, acayip ve alt kuarkın elektrozayıf özdurumlarını göstermek üzere bunların kütle özdurumları ( $d$ ,  $s$  ve  $b$ ) CKM matrisi ile elde edilir.

Tablo 2. Standart Model'de fermiyon alanları ve ayar grubu gösterimleri

| Fermiyonlar |            | 1.Nesil                                         | 2.Nesil                                              | 3.Nesil                                                | Q[e]        | T <sub>3</sub> | SU(3) <sub>C</sub> | SU(2) <sub>L</sub> | U(1) <sub>Y</sub> |
|-------------|------------|-------------------------------------------------|------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|-------------|----------------|--------------------|--------------------|-------------------|
| kuarklar    | $\psi_L^q$ | $\begin{pmatrix} u_L \\ d'_L \end{pmatrix}$     | $\begin{pmatrix} c_L \\ s'_L \end{pmatrix}$          | $\begin{pmatrix} t_L \\ b'_L \end{pmatrix}$            | 2/3<br>-1/3 | 1/2<br>-1/2    | 3                  | 2                  | 1/3               |
|             | $\psi_R^u$ | $u_R$                                           | $c_R$                                                | $t_R$                                                  | 2/3         | 0              | 3                  | 1                  | 4/3               |
|             | $\psi_R^d$ | $d_R$                                           | $s_R$                                                | $b_R$                                                  | -1/3        | 0              | 3                  | 1                  | -2/3              |
| leptonlar   | $\psi_L^l$ | $\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix}$ | 0<br>-1     | -1/2<br>-1/2   | 1                  | 2                  | -1                |
|             | $\psi_R^l$ | $e_R$                                           | $\mu_R$                                              | $\tau_R$                                               | -1          | 0              | 1                  | 1                  | -2                |

Sol-elli spinör  $\psi_L=1/2(1-\gamma_5)\psi$  ve sağ-elli spinör  $\psi_R=1/2(1+\gamma_5)\psi$  olmak üzere  $SU(2)_L$  ayar grubu altında sol-elli fermiyonlar ikililer ve sağ-elli fermiyonlar tekliler olarak temsil edilir. Bununla birlikte  $SU(3)_C$  grubu altında kuarklar üçlüler ve leptonlar tekliler halinde sınıflanır. Lepton ve kuarkların elektrik yükleri,  $U(1)$  ayar grubu zayıf üstünyükü ve  $SU(2)_L$  ayar grubu zayıf izospinin 3.bileşeni ile ilişkili olarak  $Q=I_3+Y/2$  (Gell-Mann-Nishijima formülü) bağıntısıyla ile verilir.

SM parçacıklarının hangi ayar bozonları aracılığıyla etkileştiği dolayısıyla hangi tür etkileşmelere girdiği Şekil 2'de şematize edilerek (burada orta sırada ayar bozonları yer almaktadır ve herhangi iki parçacık arasındaki etkileşme çizgi ile temsil edilir) gösterilmektedir. Kuarklar zayıf, elektromagnetik ve kuvvetli etkileşme yaparken leptonlar zayıf ve nötrinolar haricinde elektromagnetik etkileşmelere girerler. Zayıf ayar bozonları  $W^\pm$  zayıf izospine ve kuvvetli etkileşmelerin ayar bozonları glüyonlar renk yüküne sahip olduklarından dolayı kendileriyle de etkileşirler.  $W^\pm$  ayar bozonları aracılığıyla olan zayıf etkileşmelerde parçacıkların çeşni değişirken diğer etkileşmelerde çeşni değişimi olmaz.



Şekil 2. SM'nin parçacıkları arasındaki etkileşmelerinin şematik gösterimi (URL-4, 2014)

Ayar değişmezlik gereksiniminden dolayı ayar bozonların ve kiral fermiyonların (sol ve sağ-elli) kütle terimleri Lagranjiyende yazılamaz. Fermiyonlara ve ayar bozonlarına kütle kazandırmak için amaca özgü

$$H = \begin{pmatrix} H^+ \\ H^0 \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

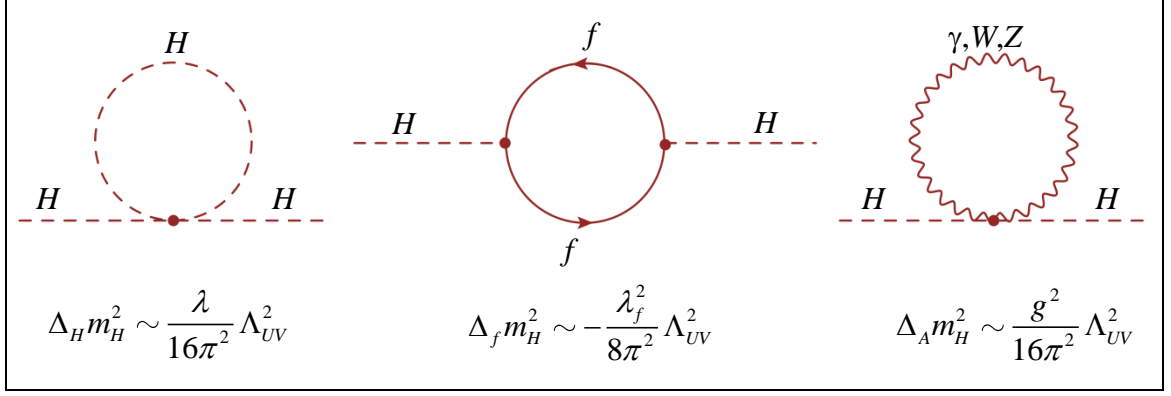
formunda  $SU(2)_L$  ikilisi olan bir karmaşık spin-0 alanı (Higgs alanı) eklenir. Ancak bu alanın ortaya çıkması için sahip olunan  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  ayar simetrisinin (kendiliğinden) kırılması gerekir. Kendiliğinden simetri kırılması, Higgs alanı için yazılan skaler potansiyelin en düşük enerjili durumunda (boşluk (vakum) durumu) ayar simetrisini kırarak şekilde spin-0 alanlarından yüksüz alanın ( $H^0$ ) sıfırdan farklı boşluk beklenen değerine sahip olması fikrine dayanır.  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$  (elektromagnetik etkileşmelerin ayar grubu) şeklinde gerçekleşen kendiliğinden simetri kırılımı sonucunda boşluk beklenen değeri etrafında Higgs alanı ile etkileşmeye giren  $W^\pm$  ve  $Z^0$  ayar parçacıkları boşluk beklenen değerle orantılı olacak şekilde kütle kazanırlar. Bununla birlikte Higgs alanın kendisiyle etkileşmesi sonucunda bir kütleli Higgs parçacığı oluşur. Diğer taraftan, kiral fermiyonlar Higgs alanı ile özel bir biçimde etkileşerek kütle

kazanırlar. Yukawa etkileşimleri olarak bilinen bu etkileşmelerin ne olacağını belirleyen bir kural yoktur ve SM Lagranjyenine dışarıdan eklenir.

Yaklaşık yüzyıldır devam eden maddenin yapı taşlarını araştırma aşamasında gelinen son noktada SM görünmesine rağmen başarısız olduğu deneysel, fenomenolojik ve teorik konular vardır. Bundan dolayı SM'in, düşük enerji ölçeklerinde doğru sonuçlar veren ve bu ölçeğe açıklık getirebilen yeni fiziğin efektif bir alt modeli başka bir deyişle evrensel bir teorinin düşük enerji limiti olduğu düşünülmektedir. SM'in karşı karşıya kaldığı problemler ve eksiklikler, ve Süpersimetri'nin bunlara getirdiği çözümler aşağıda verilmektedir:

- Makroskopik olarak genel görelilik kuramıyla betimlenen kütle çekim etkileşmelerinin, SM'de bir kuantum alan kuramının henüz kurulamamış olması parçacık fiziğinin evrenselliği açısından büyük bir eksikliktir. Kütle çekim diğer bilinen kuvvetlerden oldukça yüksek mertebede zayıf olduğundan (elektromagnetik kuvvetten  $10^{40}$  kat daha zayıf) SM'de etkileri ihmal edilir. Ancak Planck kütle ölçeği ( $M_{Pl}=G_N^{-1/2}\sim 10^{19}$  GeV) civarında kütle çekim etkileşmelerinin oldukça güçlü olması sebebiyle bu ölçekte göz ardı edilemez. Bugüne kadar yapılan kütle çekimini SM'ye ekleme çabaları sonuç vermemiştir. Kütle çekim kuvvetini de içine alan daha geniş bir birleştirme için, hiyerarşi problemi nedeniyle SM'in ötesindeki yeni fiziğe ihtiyaç duyulur. Bunlardan en çok gelecek vaat edenleri Süpersimetri ile Süper Sicim kuramıdır.

- SM'in tutarlı olması için elektrozayıf simetrisinin kırılması ile ilişkili Higgs bozonunun kütlesi elektrozayıf ölçekte ( $m_W$  mertebesinde) olmalıdır. SM açısından bulmacanın son parçası olan ve LHC'de keşfedilen Higgs bozonunun kütlesi  $125.7\pm 0.4$  GeV (Particle Data Group, 2014) olarak verilmektedir. Bununla birlikte, Higgs bozonunun kütlesine, kendisinin kuadratik etkileşmelerinden, ayar bozonlarıyla ve fermiyonlarla olan etkileşmelerinden tek-ilmek (loop) kuantum düzeltmeleri gelir. Higgs bozonunun kütlesine ışınımsal düzeltmelerden gelen katkıların hesabında, ilmekler için yazılan dörtlü-momentum üzerinden dört boyutlu integrallerin sınırları, sonsuzlukları düzenlemek için yeni fiziğin dahil olduğu bir ölçekte (morötesi (UV) kesim;  $\Lambda_{UV}$ ) kesilir ve integraller hesaplanır. Şekil 3'te gösterildiği gibi her bir ilmeğin katkısı  $\Lambda_{UV}$ 'nın karesine bağlı olarak elde edilir (burada  $\lambda$ ,  $\lambda_f$  ve  $g$  sırasıyla Higgs, Yukawa ve ayar çiftlenim sabitleridir). İlmek



Şekil 3. SM'de Higgs bozonunun kütlesine tek-ilmek kuantum düzeltmelerinden gelen katkılar

katkılarının sadece baskın olan kısımları dikkate alındığında, Higgs bozonunun kütlesinin karesi için,

$$m_H^2 = m_{H_0}^2 + \Delta m_H^2 = m_{H_0}^2 + \frac{3\Lambda_{UV}^2}{8\pi^2 v^2} (m_H^2 + 2m_W^2 + m_Z^2 - 4m_t^2) \quad (1.2)$$

elde edilmekte olup kuantum düzeltmeleri altında kuadratik olarak ıraksadığı açıkça görülmektedir. Morötesi kesim sınırı yükseldikçe SM geçerliliğini kaybeder. SM'in Planck kütle ölçeğine kadar ( $M_{Pl} = G_N^{-1/2} \sim 10^{19}$  GeV) geçerli olduğu varsayılırsa morötesi kesim ölçeği için  $\Lambda_{UV} = 10^{19}$  GeV değeri seçilir. Bu durumda,  $\Delta m_H^2$  kuantum düzeltmeleri Higgs bozonunun kütlesinden oldukça büyüktür ( $\Delta m_H^2 \gg m_H^2$ ). Basit bir hesapla, Higgs bozonunun kütlesi yaklaşık  $\mathcal{O}(10^2 \text{ GeV})$  mertebesindeyken kuantum düzeltmeleri  $\Lambda_{UV} = M_{Pl}$  için  $\mathcal{O}(10^{19} \text{ GeV})$  mertebesindedir. Bu, Higgs bozonunun kütlesinin kuantum düzeltmeleri altında oldukça kararsız olduğunu gösterir. Bu kararsızlıktan kurtulmak için Higgs bozonunun kütlesine yaklaşık  $10^{-17}$  doğrulukla ince ayar yapılmalıdır fakat bu doğal değildir (Burdman, 2007). Bu durum, *doğallık* ya da *ince-ayar problemi* olarak bilinir. Bununla ilişkili olarak, Planck ölçeğinin (ya da BBK ölçeğinin) SM kütle ölçeğinden çok çok büyük olması ( $\Lambda_{UV} = M_{Pl} \gg m_W$ ) ve aralarında hiçbir enerji ölçeğinin tanımlanmamış olması ise *hiyerarşi problemi* olarak adlandırılır (Weinberg, 1979; Susskind, 1979). Diğer taraftan fermiyonlar ve ayar bozonları, kiral ve ayar simetrilerine sahip olduklarından dolayı kütlelerine gelen düzeltmelerde kuadratik ıraksaklık oluşmaz öyle ki bu düzeltmeler

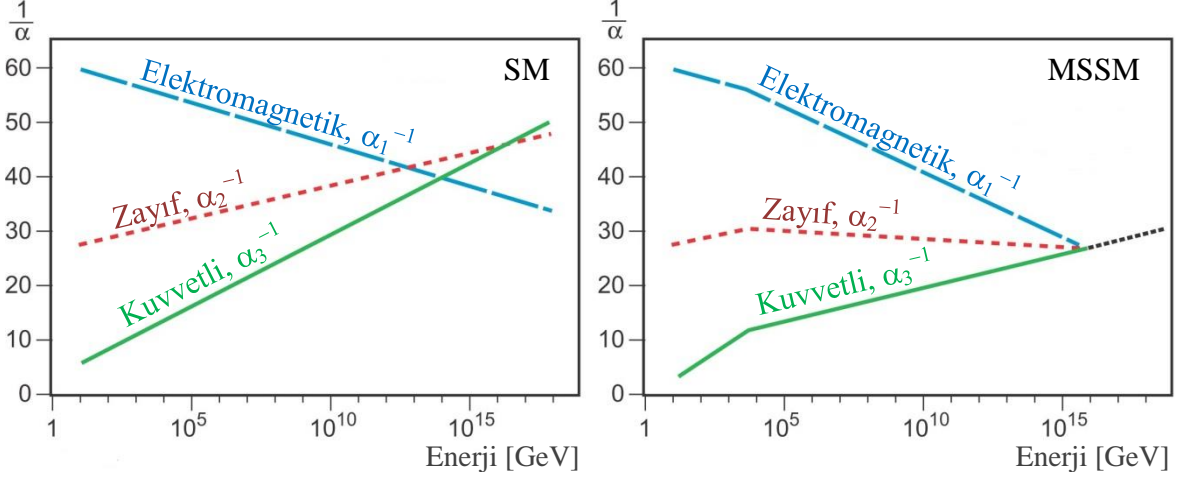
kesim ölçeğinin logaritması ile orantılıdır. Ancak, bunların kütleleri Higgs alanının boşluk beklenen değerine bağlı olduğundan, Higgs bozonunun kütlesine gelen ıraksaklıktan doğrudan ya da dolaylı olarak etkilenirler (Martin, 2011).

Süpersimetri’de parçacıkların ve süpereşlerinin spinleri dışında diğer özelliklerinin aynı olduğu düşünüldüğünde (süpersimetrinin kırılmadığı durum) hiyerarşi problemi doğrudan çözülür. Lagranjiyede süpereşlerin etkileşmeleri aynı olacağına göre aynı Feynman çizimlerini verecekler buna karşın fermiyon çevrimleri bir “-” işareti ile geldiği için bozon ve fermiyon çevrimleri birbirlerini yok edeceklerdir. Dolayısıyla, bu katkılar fermiyonlar ile bozonik süpereşleri için  $\Delta_f m_H^2 = -\Delta_{\bar{f}} m_H^2$ , ayar bozonları ile fermiyonik süpereşleri için  $\Delta_A m_H^2 = -\Delta_{\bar{A}} m_H^2$  ve Higgs bozonları ile fermiyonik süpereşleri için  $\Delta_H m_H^2 = -\Delta_{\bar{H}} m_H^2$  olur. Bu durum, pertürbasyon açılımındaki tüm mertebelerde Higgs kütlesine gelen kuadratik ıraksamaları ortadan kaldırır. Ancak, parçacıklarla aynı kütleyle sahip olan süpereşlerin deneylerle gözlemlenememiş olması (oysaki parçacıkların tespit edildiği enerji aralığında süpereşleri de ortaya çıkmalıydı) Süpersimetri’nin kırılmış bir simetri olduğunu gösterir. Süpersimetri’nin kendiliğinden kırınım mekanizması parçacık ve süpereşi arasında kütle farkına sebep olur. Dolayısıyla, parçacık ve süpereşinden gelen kuantum düzeltmelerinin toplamı sıfır olmayıp parçacıkların kütle karelerinin farkıyla orantılı (örneğin; fermiyon ile sfermiyon için  $\Delta_f m_H^2 \sim \left| m_f^2 - m_{\bar{f}}^2 \right|$  olur) olduğundan SM’in hiyerarşi problemine nazaran oldukça küçük hiyerarşi ortaya çıkar ve buna yapılması gereken ince-ayar miktarı SM’dekine göre çok daha makul ölçüdedir.

- Parçacık fiziğinin hedeflerinden biri de temel etkileşmeleri tutarlı tek bir kuramsal model altında birleştirmektir. SM, her biri ayrı ayrı etkileşme sabitlerine sahip üç farklı ayar grubunun çarpımından oluşan bir ayar alan kuramı olmasına karşın etkileşmeler tam anlamıyla birleştirilememiştir: Elektromagnetik ve zayıf etkileşmeler  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  ayar grubu altında elektrozayıf etkileşmeler olarak birleştirilirken kuvvetli etkileşmeler bu ikisinden ayrı olarak  $SU(3)$  ayar grubuyla betimlenir.

Büyük Patlama Teorisine göre başlangıç anında sadece bir temel kuvvetin olduğu ve bu kuvvetin genişleyen ve soğuyan evrende ayrışarak günümüzde bilinen kuvvetleri oluşturduğu dikkate alınırsa tekrar yüksek enerji ölçeğine çıkıldığında bu kuvvetlerin birleşeceğini beklemek mümkündür. SM’de bu kuvvetlerin büyüklükleri çiftlenim sabitleri ile orantılı olarak hesaplanır. Bundan dolayıdır ki Büyük Birleştirme Kuramları (BBK) (Ross, 1984), bilinen tüm temel etkileşme türlerine ait çiftlenim sabitlerinin yüksek enerji

ölçeğinde tek bir noktada birleşmesini ve böylece özdeş olmasını gerektirir. Yüksek enerjilerde ilmek-mertebesinden gelen katkılar önem kazanacağından renormalizasyon grup denklemleri (RGD) göz önüne alınmalıdır. Bu bağlamda, SM ve MSSM için tek-ilmek



Şekil 4. SM ve MSSM'de etkin çiftlenim sabitlerinin enerji ölçeğine göre değişimi (URL-5, 2014).

RGD kullanılarak hesaplanan etkin (running) çiftlenim sabitlerinin enerji ölçeğine göre değişimi Şekil 4'te verilmektedir. Buradan, SM'de, zayıf, elektromagnetik ve kuvvetli etkileşmelerinin çiftlenim sabitlerinin birbirlerine yakınsamalarına rağmen tek bir noktada birleşmediği görülmektedir. Buna karşın, MSSM'de süpersimetrik parçacıklarının etkilerinin de hesaba katılmasıyla, üç temel etkileşmenin çiftlenim sabitleri yüksek enerji ölçeğine çıktığında, yaklaşık  $10^{16}$  GeV değerinde, birbirlerine yakınsayarak tek bir noktada birleşmektedir (Dimopoulos vd., 1981).

- SM, leptonları ve kuarkları kütleleri dışında diğer bütün özellikleri aynı olan üç nesil ile gruplandırır fakat nesil sayısı ile ilgili bir açıklama ya da sınırlandırmada bulunamaz. Başka bir deyişle, bu nesiller içerisinde kararlı olan birinci nesil olduğuna göre diğer iki nesile neden gerek duyulduğuna ve daha fazla nesil var olup olmadığına ilişkin herhangi bir açıklama getirememektedir. Ayrıca SM, bu parçacıkların kütleleri arasında neden büyük farklılıklar vardır sorusuna da (örneğin  $m_\nu/m_e \sim 10^6$ ) cevap verememektedir.

- Karanlık Madde (KM) ve Karanlık Enerji (KE) kaynaklarını belirleyebilmek ve tutarlı bir kuramsal model çerçevesinde bunların birbirlerine oranlarını hesaplamak parçacık fiziğinin ve kozmolojik araştırmaların temel uğraş alanları arasındadır.

Astrofiziksel çalışmalar sonucunda ve Kozmolojik gözlemlerle -Gökadaların yörüngesel hızları, kütleçekimsel mercekleme etkileri (Clowe vd., 2006) ya da kozmik mikrodalga arkaplan ışınmasındaki dalgalanmaları (WMAP Collaboration, 2007; Planck Collaboration, 2013) vb. ölçülerek- gözlemlenebilir maddeden farklı bir maddenin varlığına dair kanıtlar elde edilmiştir. Henüz kaynağı bilinmeyen bu maddeye “Karanlık Madde” adı verilmektedir. KM için, yaygın olarak, zayıfça etkileşen kütleli bir parçacık (WIMP) (Steigman ve Turner, 1985) öngörülür. Şu anki tahminler, evrenin kütlelerinin %26.8’inin KM’den oluştuğu şeklindedir. Uzayın en büyük sınırlarından biri olan ve evrenin büyük bölümünü kapladığı düşünülen KM’nin %0,4’ünün haritası, Karanlık Enerji Uluslararası Araştırma Grubu (2015) tarafından çıkarıldı.

Ayrıca, uzak süpernovalar için yapılan kızıla kayma ölçümlerinden ve benzer araştırmalardan (Supernova Search Team Collaboration, 1998; Supernova Cosmology Project Collaboration, 1999), evrenin hızlanarak genişlediği tespit edildi. Gözlemlenebilir maddenin kütle çekim kuvvetleri birbirlerini çekecek şekilde olduğu için, evrenin genişleme hızını yavaşlatması gerekir. Bunun aksine oluşan hızlanmayı açıklayabilmek için, evrenin her tarafının eksi basınçlı bir enerji (KE) ile dolu olması gereklidir. Tahminlere göre bu enerji evrendeki toplam maddenin %68.3’ünü oluşturur. Bu enerjinin yoğunluğu, uygun birimlerde  $10^{-120}$  mertebesindedir. Oysa SM dahil pek çok modelin, boşluk enerjisi için tahmini, aynı birimlerde, 1 civarındadır. KE için, Einstein denklemindeki kozmolojik sabit en basit aday olarak gösterilmektedir.

SM, evrendeki toplam kütleinin %4.9’unu açıklayabiliyorken geriye kalan kısım (yani KM ve KE) ile ilgili net bir öngöründe veya açıklamada bulunamaz. Daha önceden bahsedildiği üzere Süpersimetri sahip olduğu *R*-paritesi sayesinde KM için en hafif süpersimetrik parçacığı aday olarak öngörmektedir. Süpersimetri’de fermiyonların ve bozonların arasındaki simetriden dolayı vakum enerjisi tam olarak sıfırdır. Süpersimetri’nin kendiliğinden kırılması sonucunda sıfırdan farklı çok küçük bir vakum enerjisi oluşur. Bu durum Karanlık Enerji probleminin doğal bir biçimde çözülmesini sağlar.

- Evrenin başlangıcında madde/karşıt madde simetrisi olduğu bilinmektedir. SM, evrenin başlangıcındaki madde/karşıt-madde simetrisinin olduğunu öngörmesine rağmen, gözlemlenen evrenin neden sadece maddeden oluştuğunu açıklamada yetersiz kalmaktadır. SM, madde/karşıt madde asimetrisi denilen bu durumu, ilk kez yüksüz Kaon parçacığının bozunumunda tespit edilen (Christenson vd., 1964) ve kuarkların zayıf etkileşimdeki



karışımlarından meydana gelen, yük-parite (CP) simetrisinin bozulması ile açıklamaktadır (Sakharov, 1967) fakat bu yolla elde edilen madde ve karşıt-madde miktarı arasındaki oran, evrende gözlemlenen değerle kıyaslandığında yetersiz kalır. Yeni CP fazları barındıran modellerin bu uyuşmayı sağlaması beklenmektedir. Bu açıdan Süpersimetri oldukça zengindir öyle ki süpersimetrik parçacıklardan CKM matrisine gelen katkı CP bozulmasının miktarını artırır. CERN’de LHCb deneyleriyle madde/karşıt madde asimetrisinin kaynağı olarak düşünülen CP bozulumu, başta B mezonları olmak üzere bazı mezonların bozunum kanallarında araştırılmaktadır (bu deneylerle ilgili sonuçlar (URL-6, 2014)’te veriliyor).

Yukarıda sözü edilen eksikliklere ek olarak, güçlü CP problemi (niçin kuvvetli etkileşmelerde CP bozulumu görülmez?), nötrinoların kütle problemi (salınım yaptıkları deneylerce ispatlanan nötrinoların çok küçük de olsa kütleyle sahip oldukları bilinmektedir), kozmolojik sabit problemi (yaygın bir varsayım vakum beklenen değerinin kozmolojik sabite eşit olması) de SM’in açıklayamadığı ya da açıklamada yetersiz kaldığı problemler arasındadır. Görüldüğü üzere SM’in bu şekliyle son model olmadığına ve daha tam bir teorinin olabileceğine dair yeterli sebep vardır.

### 1.3. Süpersimetri

Süpersimetri farklı istatistiksel dağılımlarla betimlenen fermiyonlar ve bozonlar arasındaki dönmelerin uzay-zaman simetrisiyle birleştirilmesi fikrine dayanır. Diğer bir ifadeyle bozonlardan fermiyonlara ve fermiyonlardan bozonlara geçiş yapmayı sağlayan bir simetri. Süpersimetri’de, her bir parçacık spini ( $1/2$  spin farkıyla) farklı olmak üzere diğer kuantum sayıları aynı olan bir süpereşe sahiptir.

Süpersimetri mantığa uygun bir ayar teorisidir ve kuantum alan kuramının kavramlarına herhangi bir kısıtlama getirmez. Süpersimetri’nin SM’in eksikliklerine çözümler sunması ve diğer SM ötesi teorilerin ortaya konulmasında temel oluşturması açısından oldukça önemli bir teoridir.

Sonraki alt bölümlerde ilk olarak mevcut cebirin genişletilmesindeki adımlar ve sonucunda süpersimetri cebirinin oluşturulması ele alınıyor. Bunu takiben süperalanlar, abelyen ve abelyen olmayan ayar grupları için süpersimetrik Lagranjiyenler oluşturuluyor.

### 1.3.1. Süpersimetri Cebiri

Noether teoremine göre, her bir sürekli simetriye bir korunan büyüklük karşılık gelmesi ve fizik yasalarının simetrilerin çoğuna uyması göz önünde bulundurulduğunda evrenin temel ilkelerinin anlaşılmasında simetri kavramı oldukça önemlidir. Bir sürekli simetri, bir ya da daha fazla parametreye bağlı olabilir. Örneğin, üç boyutlu bir dönmeyi veya ötelemeyi tanımlamak için üç parametreye ( $\vec{\mathcal{G}}$  açısı ve  $\vec{a}$  parametresi) gerek duyulur. Bu tür dönüşümler altında  $\vec{x}$  vektörü

$$\vec{x} \rightarrow \vec{x}' = R(\vec{\mathcal{G}}) \cdot \vec{x} + \vec{a} \quad (1.3)$$

şeklinde dönüşür. Burada  $R(\vec{\mathcal{G}})$ , 3x3'lük bir dönme matrisini gösterir ve  $R(0) = 1$ 'dir. Diğer taraftan,  $J_i$  ve  $P_i$  ( $i=1,2,3$ ) sırasıyla dönmelerin ve ötelemelerin üreticileri olmak üzere kuantum mekaniksel bir sistem için bu tür dönüşümler ( $\psi(\vec{x})$  durumu için)

$$\psi(\vec{x}) \rightarrow \psi'(\vec{x}) = e^{-i\vec{a} \cdot \vec{P}} e^{-i\vec{\mathcal{G}} \cdot \vec{J}} \psi(\vec{x}) \quad (1.4)$$

ile verilir. Buradaki üreticiler, verilen durumun doğasına (spinine) bağlı olmalarına rağmen herhangi bir durum için

$$[P_i, P_j] = 0, [J_i, J_j] = i\epsilon_{ijk} J_k \text{ ve } [P_i, J_j] = i\epsilon_{ijk} P_k \quad (1.5)$$

sıradışı bağıntılarını sağlarlar. Fizik yasalarının dönme ve öteleme simetrilerine uyması nedeniyle herhangi bir fiziksel teorinin Lagranjyeni bu dönüşümler altında değişmez olmalıdır.

Buraya kadar verilenler fiziksel bir teori için yeterlidir fakat daha iyisi simetri grubunu genişleterek yapılabilir. Kuantum alan kuramında önemli yere sahip olan simetri grubu, Lorentz grubu dönüşümlerini ( $\Lambda_\nu^\mu x^\nu = x^\mu + \omega^{\mu\nu} x_\nu$ ) ve ötelemeleri içeren Poincaré grubu olmak üzere,

$$x^\mu \rightarrow x'^\mu = \Lambda_\nu^\mu x^\nu + a^\mu \quad (1.6)$$

şeklinde dönüşür. İstekselsel bir Poincaré dönüşümünü tanımlamak için  $w^{\mu\nu} = -w^{\nu\mu}$  karşı-simetrik tensör cinsinden yazılan 6 tane Lorentz parametresine (3 boost parametresi  $\vec{\varphi}$  ve 3 dönme açısı  $\vec{\Theta}$ ) ve 4 tane ( $a^\mu$ ) öteleme parametresine gerek vardır. Böylece Lorentz grubu dönüşümleri üç dönmeler ve üç boostlar (zamansal ya da hız dönmeleri) için olmak üzere altı tane üretici içerir. Bunlar  $M^{\mu\nu} = -M^{\nu\mu}$  karşı-simetrik tensörü cinsinden yazılır. Ötelemeler için ise dört tane üretici  $P^\mu$  vardır.  $P^\mu$  ve  $M^{\mu\nu}$  nicelikleri sırasıyla dörtlü-momentum ve genelleştirilmiş açısal momentuma karşılık gelirler. Bu üreticiler etki ettikleri alanın yapısına bağlıdır. Örneğin spin-1/2 alanı için bu üreticiler

$$P^\mu = i\partial^\mu, M^{\mu\nu} = i(x^\mu\partial^\nu - x^\nu\partial^\mu) + \frac{i}{4}[\gamma^\mu, \gamma^\nu] \quad (1.7)$$

ile verilir. Buna karşın skaler bir alan için  $M^{\mu\nu}$ 'deki spin ile ilişkili son terim yer almaz. Herhangi bir  $\phi$  alanın, (1.6) dönüşümleri altındaki değişimi, özel durum olarak (1.4)'ü de içerecek şekilde

$$i) \quad \text{ötelemeler için } \phi(x) \rightarrow \phi'(x) = e^{ia^\mu P_\mu} \phi(x) \quad (1.8)$$

$$ii) \quad \text{Lorentz grubu dönüşümleri için } \phi(x) \rightarrow \phi'(x) = e^{\frac{i}{2}w^{\mu\nu} M_{\mu\nu}} \phi(x) \quad (1.9)$$

olarak yazılabilir (Signer, 2009). Üreticiler için kullanılan gösterimde  $\phi$  alanının yapısına bağlılığı doğrudan anlaşılır değildir.

Poincaré grubunun cebiri için (1.7) ve  $[x^\mu, P^\nu] = -ig^{\mu\nu}$  eşitliği kullanılarak  $P^\mu$  ve  $M^{\mu\nu}$  üreticilerinin alanların yapısından bağımsız olan sıradışı bağıntıları

$$\begin{aligned} [P^\mu, P^\nu] &= 0, \\ [P^\rho, M^{\nu\sigma}] &= i(g^{\rho\nu}P^\sigma - g^{\rho\sigma}P^\nu), \\ [M^{\mu\nu}, M^{\rho\sigma}] &= i(g^{\nu\rho}M^{\mu\sigma} - g^{\nu\sigma}M^{\mu\rho} - g^{\mu\rho}M^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma}M^{\nu\rho}) \end{aligned} \quad (1.10)$$

elde edilir. Bu bağıntılar (1.7)'de verilen  $M^{\mu\nu}$ 'nin spin ile ilişkili son teriminin olup olmamasına göre değişmezler. (1.10)'daki ikinci bağıntıdan görüldüğü üzere ötelemeler ile

Lorentz grubu dönüşümlerindeki gibi üreticiler birbirleriyle etkileşimlidir ve bu oldukça önemlidir.

(1.3)'ten (1.6)'daki simetriye geçerken yapılan işlem simetri grubunu 6 üreticiden 10 üreticiye çıkarmak oldu. Böylece koordinat sayısı da arttı:  $\bar{x}$ 'in 3 bileşeni varken  $x^\mu$ 'nün 4 bileşeni vardır. Aynı zamanda yeni üreticiler önceki üreticilerle ( $M^{0i}$  ile  $J_i$ ) ilişkili olarak ortaya çıktı.

Fizik yasalarının Poincaré simetrisini sağladıkları (yani üreticileri  $P^\mu$  ve  $M^{\mu\nu}$  olan Poincaré grubu altında kovaryans özelliği gösterirler) bilinmektedir. Dolayısıyla simetrinin daha da genişletilmesinin mümkün olup olmadığı sorusunu sormak mantıklıdır. Bu sorunun cevabı açıkça evettir, çünkü ayar kuramlarında yapılan şey budur.  $SU(N)$  gibi bir ayar grubu için  $T^a$  ( $a=1, \dots, N^2-1$ ) üreticileri eklenir. Sonlu bir ayar dönüşümü sonradan  $N^2-1$  tane  $w^a$  parametresine bağlı olarak  $e^{iw^a T^a}$  biçiminde yazılır. Oysaki bu tür bir genişletilme yeni üreticiler önceki bütün üreticiler ile sıradeğişimli olduğundan cebir için “değersiz”dir:

$$[T^a, T^b] = if^{abc} T^c, [T^a, P^\mu] = 0 \text{ ve } [T^a, M^{\mu\nu}] = 0 \quad (1.11)$$

Bu durum genişletilmiş simetri grubunun bir ayar grubu (iç simetri) ile Poincaré grubunun doğrudan çarpımı olduğu anlamına gelir.

Poincaré grubunun bu şekilde genişletilmesi (*değersiz bir biçimde*) etkileşmedeki parçacıkları tanımlamakta oldukça başarılıdır fakat yeterli değildir. Poincaré grubunun yeni üreticiler ile eski üreticiler arasında etkileşimin olduğu *değersiz olmayan* bir biçimde genişletilmesi “no-go-teoremi”ne (Coleman ve Mandula, 1967) göre yasaklanmıştır. Bu teorem, etkileşimli kuantum alan kuramıyla tutarlı herhangi bir simetrinin, Poincaré simetrisi ile bir iç simetrinin (ayar simetrisi) direkt çarpımı şeklinde olacağını ifade eder. Başka bir deyişle iç simetrinin üreticileri  $P^\mu$  ve  $M^{\mu\nu}$  üreticileriyle sıradeğişimlidir. Bu teoremin ispatında sadece bozonik üreticilerin<sup>3</sup> olacağı dolaylı bir varsayım olarak durur.  $P^\mu$ ,  $M^{\mu\nu}$  ve  $T^a$  üreticileri bozonik karakterde olup etki ettikleri alanın spinini değiştirmezler.

Bununla birlikte *no-go-teoremi* sıradeğişim bağıntılarına dayalı olan Lie cebiri varsayımını kullanmaktadır. Oysa matematikte, sıradeğişim ve anti-sıradeğişim (anti-komütasyon) bağıntıları altında kapanan ve “Derecelendirilmiş Lie Cebirleri (graded-Lie

<sup>3</sup> Bir bozonik üretici; bir bozonik (fermionik) durumu bir diğer bozonik (fermionik) duruma dönüştürür.

cebirleri)” adıyla bilinen daha zengin cebirsel yapılar mevcuttur (Scheunert vd., 1976 ve 1977; Ramond, 1985). Böyle bir cebirin “çift” ögeleri kendi aralarında alışılmış sıradeğişim bağıntılarını sağlarlarken, “tek” ögeleri kendi aralarında anti-sradeğişim<sup>4</sup> bağıntılarını ve “çift” ögeler ile sıradeğişim bağıntılarını sağlarlar. Yani  $\hat{B}$  bozonik (çift öge) ve  $\hat{F}$  fermiyonik (tek öge) üreticiler olmak üzere

$$[\hat{B}, \hat{B}] = \hat{B}, \quad \{\hat{F}, \hat{F}\} = \hat{B}, \quad [\hat{B}, \hat{F}] = \hat{F} \quad (1.12)$$

bağıntılarını sağlarlar. Bu cebirsel yapılardan faydalanarak Coleman ve Mandula’nın *no-go-teoreminin* kısıtlamaları aşılabılır ve sonuçta Poincaré grubu süper-Poincaré grubuna genişletilebilir. Poincaré cebirinin Derecelendirilmiş Lie cebirine genişletilmesi (Golfand ve Likhtman, 1971) bozonlar ve fermiyonlar arasındaki bir simetri için mümkündür. Böylece süpersimetri cebiri, Lie cebirinin bir genelleştirilmiş durumu olarak gösterilir (Haag vd., 1975). Öyle ki *Haag-Lopuzanski-Sohnius teoremi*, kuantum alan kuramının iç simetrisi ve Poincaré simetrisinin yanında bir de Poincaré simetrisini öteleyebilen tek simetri olan süpersimetriyi de içerebileceğini gösterir. Poincaré cebirinin en basit süpersimetrik genişletilmesi global  $N=1$  süpersimetri cebiridir. Bu cebir  $P^\mu$  ve  $M^{\mu\nu}$  üreticilerinin yanı sıra fermiyonik karakterdeki  $Q_\alpha$  ve bunun hermityen eşleniği olan  $Q_\alpha^\dagger \equiv \bar{Q}_\alpha$  süpersimetri üreticilerini (süperyükler olarak da adlandırılır) içerir.  $Q_\alpha$  Lorentz dönüşümleri altında sol-elli bir Weyl spinörü yani Lorentz grubunun  $(1/2,0)$  gösteriminin özelliklerine sahip bir spinörü iken  $\bar{Q}_\alpha$  Lorentz grubunun  $(0,1/2)$  gösteriminin özelliklerine sahip olan sağ-elli Weyl spinörüdür. Bu üreticiler

$$Q_\alpha |fermion\rangle = |bozon\rangle, \quad \bar{Q}_\alpha |bozon\rangle = |fermion\rangle \quad (1.13)$$

şeklinde fermiyonik alanlı bir parçacığı skaler alanlı bir bozona veya vektörel alanlı bir bozonu fermiyonik alanlı bir parçacığa dönüştürürler. Tek parçacık durumları, *süperçokluluklar* adı verilen süpersimetri cebirinin indirgenemez temsilleri içine düşerler. Dolayısıyla her bir süperçokluluk, hem bozonları hem de fermiyonları içerir.

---

<sup>4</sup> Anti-sradeğişim bağıntısı  $\{a,b\}=ab+ba$  şeklinde tanımlıdır.

Genişletilmiş bu cebir (Süper-Poincaré cebiri),  $(\alpha, \beta)$ , sol-elli ve  $(\dot{\alpha}, \dot{\beta})$  sağ-elli Weyl spinörlerinin indisleri olmak üzere (1.10)'da verilen Poincaré cebiri ile birlikte (Kac, 1977)

$$\begin{aligned}
\{Q_\alpha, Q_\beta\} = \{\bar{Q}_{\dot{\alpha}}, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} &= 0 & \{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} &= 2\sigma_{\alpha\dot{\beta}}^\mu P_\mu, \\
[M^{\mu\nu}, Q_\alpha] &= -i(\sigma^{\mu\nu})_\alpha^\beta Q_\beta & [M^{\mu\nu}, \bar{Q}_{\dot{\alpha}}] &= -i(\bar{\sigma}^{\mu\nu})_{\dot{\alpha}}^{\dot{\beta}} \bar{Q}_{\dot{\beta}} \\
[Q_\alpha, P_\mu] &= 0 & [\bar{Q}_{\dot{\alpha}}, P_\mu] &= 0
\end{aligned} \tag{1.14}$$

bağıntılarını içerir (bilgi Ek-1'de). Süpersimetrik üreticilerin karşıt-sıradeğişim bağıntısındaki  $P_\mu$  üreticisinin varlığı genel görelilik ve gravitasyon ile süpersimetri arasında ilişki kurulmasını sağlar. Ayrıca süperyükler ile momentum ve Hamiltonyen arasında

$$\begin{aligned}
[Q_\alpha, P^2] &= [Q_\alpha, P_\mu P^\mu] = \underbrace{[Q_\alpha, P_\mu]}_0 P^\mu + P_\mu \underbrace{[Q_\alpha, P^\mu]}_0 = 0 \\
[Q_\alpha, H] &= 0
\end{aligned} \tag{1.15}$$

sıradeğişim bağıntıları elde edilir. Buradan yola çıkarak aynı süperçokluluktaki parçacıkların aynı kütlelere ve ayar grubu altında aynı kuantum sayılarına sahip oldukları söylenebilir.

$N$ -genişletilmiş süpersimetri, birbirinden farklı  $N$  tane spinörel üreticiyi ( $Q_\alpha^i$ ,  $i=1, \dots, N$ ) içerir. Böylece  $N$ -genişletilmiş süpersimetri için parçacık spektrumunda olabilecek en yüksek spin,  $N$ 'nin değerine bağlıdır. Farklı  $N$  değerleri için süpersimetrik modeller kısaca şu özelliklere sahiptir:  $N > 1$  durumunda spini 1'den büyük parçacıklar da teoriye dâhil olur.  $N \leq 4$  durumundaki teoriler renormalize edilebilirken spini 5/2'den daha büyük parçacıkları içeren teoriler renormalize edilemezdir. Bununla birlikte gözlemlenmiş düşük enerjili parçacık spektrumu ve CP-ihlali sadece  $N=1$  global Süpersimetri ile uyumludur. Bu çalışmanın geri kalan kısmında  $N=1$  süpersimetrik genişleme dikkate alınmaktadır.

### 1.3.2. Süperuzay ve Süperüreticiler

Süpersimetri’de gösterimlerin kolayca toplanıp çarpıldığı ve hesapların her adımında süpersimetrinin açıkça görüldüğü bir süperalan formalizmi (Salam ve Strathdee, 1974<sup>a</sup>; 1975; Ferrara vd., 1974<sup>b</sup>) vardır. Süpersimetrik teorilerinin oluşturulmasını oldukça kolaylaştıran bu formalizmde, süpersimetri dönüşümlerinin ve değişmezlerinin elde edilebilmesi için “*süperuzay*” olarak adlandırılan yeni bir uzay tanımlanır. Poincaré cebirinin genişletilmesi sırasında  $Q_\alpha$  ve  $\bar{Q}_{\dot{\alpha}}$  üreticileri cebire dâhil oldu. O halde bunlarla eşleşen yeni koordinatların tanımlanması gerekir. Bu yeni koordinatlar fermiyonik karakterli olan Grassmann değişkenlerinden oluşturulur. Sonuç olarak süperuzay,  $x^\mu$  Minkowski uzay-zaman koordinatı ve Grassmann değişkenli Weyl spinörleri  $\theta^\alpha$  ve  $\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}$  ( $\alpha, \dot{\alpha} = 1, 2$ ) cinsinden parametrize edilir. Grassmann değişkenlerinin en önemli özelliklerinden biri anti-sıradeğişimli olmalarıdır (Bunlarla ilgili diğer özellikler ekte (E.26)-(E.43) denklemlerinde verilmektedir). Bu durumda Minkowski uzayının süperuzaya genişletilmesi,

$$\begin{aligned} \text{Minkowski uzayı} &\rightarrow \text{Süperuzay} \\ x^\mu &\rightarrow x^\mu, \theta_\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \end{aligned} \quad (1.16)$$

şeklinde gerçekleşir. Süperuzay koordinatları için,

$$\begin{aligned} \{\theta^\alpha, \theta^\beta\} &= 0 & \{\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}, \bar{\theta}^{\dot{\beta}}\} &= 0 & \{\theta^\alpha, \bar{\theta}^{\dot{\beta}}\} &= 0 \\ [x^\mu, x^\nu] &= 0 & [x^\mu, \theta^\alpha] &= 0 & [x^\mu, \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}] &= 0 \end{aligned} \quad (1.17)$$

bağıntıları geçerlidir. Açıkça görüldüğü üzere süperuzay, dört bozonik ( $x^\mu$ ) ve dört fermiyonik parametre ( $\theta^\alpha, \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}$ ) içeren 8 boyutlu bir uzaydır (manifold).  $x^\mu$  uzay-zaman koordinatları Poincaré cebirinin bir gösterimi olarak yorumlanır, benzer şekilde ( $x^\mu, \theta^\alpha, \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}$ ) süperuzay koordinatları ise süper-Poincaré cebirinin bir gösterimi olarak değerlendirilir.

Nihai amaç süpersimetri dönüşümleri altında değişmez olan Lagranjiyeni oluşturmaktır. Bunun için ilk olarak, süpersimetri dönüşümlerini veren üreticilerin bir gösterimi bulunmalıdır.

Süper-Poincaré cebirindeki bağıntılardan görüldüğü üzere  $Q_\alpha$  ile  $\bar{Q}_\alpha$  süperyükleri arasındaki anti-sıradеğişim bağıntısı, uzay-zamanda alanları öteleme etkisine sahip 4'lü-momentum işlemcisi  $P^\mu$  ile sonuçlanır. Süperyükler ile uzay-zaman simetrileri arasındaki bu ilişki süperyüklerin süperuzayda uygulanan diferansiyel işlemciler olarak düzenlenmesini mümkün kılar. Sonlu süpersimetri dönüşümleri, Süper-Poincaré ve Lorentz gruplarının oluşturduğu eşküme (koset) uzayının elemanları olarak tanımlanır. Bu dönüşümleri sağlayan grup öğeleri ( $x^\mu$ ,  $\theta$  ve  $\bar{\theta}$  parametrelerine bağlı olarak)

$$\begin{aligned} G(x, \theta, \bar{\theta}) &= e^{i(-x^\mu P_\mu + \theta^\alpha Q_\alpha + \bar{\theta}_\alpha \bar{Q}^\alpha)} \\ G_1(x, \theta, \bar{\theta}) &= e^{i(-x^\mu P_\mu + \theta^\alpha Q_\alpha)} e^{i\bar{\theta}_\alpha \bar{Q}^\alpha} \\ G_2(x, \theta, \bar{\theta}) &= e^{i(-x^\mu P_\mu + \theta^\alpha Q_\alpha)} e^{i\theta^\alpha Q_\alpha} \end{aligned} \quad (1.18)$$

olmak üzere üç farklı biçimde yazılabilen üniter işlemcilerdir (Ferrara vd., 1974<sup>b</sup>). Bunlar, bir süperuzay noktasını süperuzaydaki bir öteleme olarak parametrize yapmaktadırlar. Burada  $P_\mu$ ,  $Q_\alpha$  ve  $\bar{Q}^\alpha$  süperuzayda tanımlı fonksiyonlara etkiyen hermityen işlemcilerdir ve süper-Poincaré cebirinin temel elemanlarına karşılık gelirler. (1.18) grup öğeleri

$$G(x, \theta, \bar{\theta}) = G_1(x + i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}, \theta, \bar{\theta}) = G_2(x - i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}, \theta, \bar{\theta}) \quad (1.19)$$

şeklinde birbirleriyle bağlantılı (bu eşitlikler, (E.44) formülü kullanılarak gösterilebilir) olup süperuzayda tanımlı fonksiyonlara aynı şekilde etkiler. Böylece (1.18) bağıntıları, üç farklı biçimde fakat birbirleriyle ilintili süpersimetri dönüşümlerine yol açar. Dolayısıyla sadece biri kullanılarak aynı neticeye ulaşılabilir.  $G(x, \theta, \bar{\theta})$  dikkate alınırsa,  $G(a, 0, 0) = e^{-ia^\mu P_\mu}$ ;  $x^\mu$ -koordinatının  $a$ -parametrelili dönüşümünü (öteleme) ve  $G(0, \xi, \bar{\xi}) = e^{i(\xi^\alpha Q_\alpha + \bar{\xi}_\alpha \bar{Q}^\alpha)}$  ise  $\theta^\alpha$  ile  $\bar{\theta}^\alpha$  koordinatlarının ( $\xi$ ,  $\bar{\xi}$ ) parametrelili süpersimetri dönüşümünü verir. Buradan hareketle, süpersimetri dönüşümleri altında süperuzay koordinatlarının değişimi

$$G(0, \xi, \bar{\xi})G(x, \theta, \bar{\theta}) = e^{i(\xi^\alpha Q_\alpha + \bar{\xi}_\alpha \bar{Q}^\alpha)} e^{i(-x^\mu P_\mu + \theta^\alpha Q_\alpha + \bar{\theta}_\alpha \bar{Q}^\alpha)} \quad (1.20)$$



ifadesi ile elde edilebilir.(1.20)'de (E.44) formülü kullanılarak

$$\begin{aligned} G(0, \xi, \bar{\xi})G(x, \theta, \bar{\theta}) &= e^{-i(x^\mu - i\xi\sigma^\mu\bar{\theta} + i\theta\sigma^\mu\bar{\xi})P_\mu + i(\theta^\alpha + \xi^\alpha)Q_\alpha + i(\bar{\theta}_{\dot{\alpha}} + \bar{\xi}_{\dot{\alpha}})\bar{Q}^{\dot{\alpha}}} \\ &= G(x + i\theta\sigma\bar{\xi} - i\xi\sigma\bar{\theta}, \theta + \xi, \bar{\theta} + \bar{\xi}) \end{aligned} \quad (1.21)$$

sonucu bulunur (buradaki ara işlemler (E.45) ve (E.49) arasındaki ifadelerde yapılmaktadır). Eşitlik (1.21)'den, süperuzay koordinatlarının süpersimetri dönüşümü altında

$$\begin{aligned} x^\mu &\rightarrow x^\mu + i\theta\sigma^\mu\bar{\xi} - i\xi\sigma^\mu\bar{\theta} \\ \theta &\rightarrow \theta + \xi \\ \bar{\theta} &\rightarrow \bar{\theta} + \bar{\xi} \end{aligned} \quad (1.22)$$

oldukları açıkça görülüyor. Benzer şekilde  $G(0, \xi, \bar{\xi})$ , (1.18)'deki diğer işlemcilerle uygulanırsa farklı fakat birbirleriyle ilintili sonuçlar elde edilir.

Süperuzayda tanımlı, süperuzay koordinatlarına bağlı bir fonksiyon *süperalan* olarak adlandırılır.  $\Omega(x, \theta, \bar{\theta})$  süperalan olmak üzere,  $G(0, \xi, \bar{\xi})$  süpersimetri dönüşümü altında

$$\begin{aligned} \Omega(x, \theta, \bar{\theta}) &\rightarrow G(0, \xi, \bar{\xi})\Omega(x, \theta, \bar{\theta})G^{-1}(0, \xi, \bar{\xi}) \\ \Omega(x, \theta, \bar{\theta}) &\rightarrow e^{i(\xi^\alpha Q_\alpha + \bar{\xi}_{\dot{\alpha}}\bar{Q}^{\dot{\alpha}})}\Omega(x, \theta, \bar{\theta})e^{-i(\xi^\alpha Q_\alpha + \bar{\xi}_{\dot{\alpha}}\bar{Q}^{\dot{\alpha}})} \\ &= \Omega(x + i\theta\sigma\bar{\xi} - i\xi\sigma\bar{\theta}, \theta + \xi, \bar{\theta} + \bar{\xi}) \end{aligned} \quad (1.23)$$

şeklinde dönüşür ve üreticilerin birer doğrusal diferansiyel işlemci oldukları dikkate alındığında

$$\Omega(x + i\xi\sigma\bar{\theta} - i\theta\sigma\bar{\xi}, \theta + \xi, \bar{\theta} + \bar{\xi}) = e^{i(\xi^\alpha Q_\alpha + \bar{\xi}_{\dot{\alpha}}\bar{Q}^{\dot{\alpha}})}\Omega(x, \theta, \bar{\theta}) \quad (1.24)$$

yazılabilir. Üreticilerin bir gösterimini elde etmek için  $\Omega(x, \theta, \bar{\theta})$  süperalanı üzerindeki sonsuz küçük dönüşümleri dikkate almak yeterlidir.  $\xi$  ve  $\bar{\xi}$  sonsuz küçük parametreler olmak üzere, (1.24) eşitliğinin her iki tarafının Taylor açılımı yapılırsa

$$\begin{aligned}
\Omega(x, \theta, \bar{\theta}) + i(\theta\sigma^\mu \bar{\xi} - \xi\sigma^\mu \bar{\theta})\partial_\mu \Omega(x, \theta, \bar{\theta}) + \xi^\alpha \partial_\alpha \Omega(x, \theta, \bar{\theta}) + \bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \bar{\partial}^{\dot{\alpha}} \Omega(x, \theta, \bar{\theta}) \\
= \Omega(x, \theta, \bar{\theta}) + i\left(\xi^\alpha Q_\alpha + \bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \bar{Q}^{\dot{\alpha}}\right) \Omega(x, \theta, \bar{\theta}) \quad (1.25) \\
\equiv \Omega(x, \theta, \bar{\theta}) + \delta_\xi \Omega(x, \theta, \bar{\theta})
\end{aligned}$$

elde edilir. Burada  $\partial_\alpha \equiv \frac{\partial}{\partial \theta^\alpha}$  ve  $\bar{\partial}_{\dot{\alpha}} \equiv \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}}$  olmak üzere Grassmann değişkenli kısmi türevlerdir (bunlarla ilgili özellikler (E.34)-(E.38)'de verilmektedir) ve süpersimetri dönüşümü  $\delta_\xi = i(\xi^\alpha Q_\alpha + \bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \bar{Q}^{\dot{\alpha}})$  ile tanımlanır. Grassmann değişkenlerinin Taylor açılımı,  $\xi^\alpha \xi^\alpha$  çarpımı sıfır olduğundan ikinci terimden sonra sonlanır. (1.25) eşitliğinde  $\xi$  ve  $\bar{\xi}$  sonsuz küçük parametrelerinin katsayıları karşılaştırılır ve  $\theta\sigma^\mu \bar{\xi} = -\bar{\xi}\sigma^\mu \theta$  özdeşliği kullanılırsa üreticiler<sup>5</sup>,

$$\begin{aligned}
Q_\alpha &= -i(\partial_\alpha - i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \partial_\mu), & Q^\alpha &= \varepsilon^{\alpha\beta} Q_\beta = i(\partial^\alpha - i\bar{\theta}_{\dot{\gamma}} \bar{\sigma}^{\mu\dot{\gamma}\alpha} \partial_\mu) \\
\bar{Q}^{\dot{\alpha}} &= -i(\bar{\partial}^{\dot{\alpha}} - i\bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\gamma} \theta_\gamma \partial_\mu), & \bar{Q}_{\dot{\alpha}} &= \varepsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \bar{Q}^{\dot{\beta}} = i(\bar{\partial}_{\dot{\alpha}} - i\theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \partial_\mu)
\end{aligned} \quad (1.26)$$

şeklinde (diferansiyel işlemciler olarak) türetilir. Bu gösterimler, (1.14)'te verilen Süper-Poincaré cebirini sağlarlar ((E.51) ve (E.53)'ye bakınız).

Ayrıca  $G(x, \theta, \bar{\theta})G(0, \xi, \bar{\xi})$  çarpımı yapılarak yukarıdaki işlemler tekrarlanırsa süpersimetri dönüşümleri altında değişmez olan süpertürevler (veya süperkovaryant türevler),

$$\begin{aligned}
D_\alpha &= \partial_\alpha + i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \partial_\mu, & D^\alpha &= \varepsilon^{\alpha\beta} D_\beta = -\partial^\alpha - i\bar{\theta}_{\dot{\beta}} \bar{\sigma}^{\mu\dot{\beta}\alpha} \partial_\mu \\
\bar{D}_{\dot{\alpha}} &= -\bar{\partial}_{\dot{\alpha}} - i\theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \partial_\mu, & \bar{D}^{\dot{\alpha}} &= \varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \bar{D}_{\dot{\beta}} = \bar{\partial}^{\dot{\alpha}} + i\bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\beta} \theta_\beta \partial_\mu
\end{aligned} \quad (1.27)$$

elde edilir. Süperyükler ile anti-sıradeğişimli olan bu süpertürevler, süperalanları ve kuvvet alan tensörlerini oluşturmada kullanılırlar ve bunlar

<sup>5</sup> Üreticiler, kullanılan gösterim farklılıklarından dolayı birçok kaynakta farklıdır.

$$\begin{aligned}
\{D_\alpha, \bar{D}_\beta\} &= -2i\sigma_{\alpha\beta}^\mu \partial_\mu, \quad \{D_\alpha, D_\beta\} = \{\bar{D}_\alpha, \bar{D}_\beta\} = 0 \\
\{D_\alpha, Q_\beta\} &= \{D_\alpha, \bar{Q}_\beta\} = \{\bar{D}_\alpha, Q_\beta\} = \{\bar{D}_\alpha, \bar{Q}_\beta\} = 0
\end{aligned} \tag{1.28}$$

bağıntılarını sağlarlar (bu sonuçların elde edilmesinde izlenecek yol, süperyükler için (E.51) ve (E.53)'de yapılan işlemlerle hemen hemen benzerdir). Süper-Poincaré cebriinin denklemleriyle tutarlı süperyükler ve süpertürevler elde edildi. Süpertürevler,  $\delta_\xi$  (süpersimetri dönüşümleri) altında  $\Omega(x, \theta, \bar{\theta})$  süperalanında olduğu gibi<sup>6</sup>

$$\begin{aligned}
D_\alpha \Omega &\rightarrow (D_\alpha \Omega)' = D_\alpha \Omega + \delta_\xi (D_\alpha \Omega) \\
&= D_\alpha \Omega(x, \theta, \bar{\theta}) + i \left( \xi^\alpha Q_\alpha + \bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \bar{Q}^{\dot{\alpha}} \right) D_\alpha \Omega(x, \theta, \bar{\theta})
\end{aligned} \tag{1.29}$$

şeklinde dönüşürler.  $D_\alpha$  ve  $\bar{D}_\alpha$  süpertürevleri, süpersimetri dönüşümü  $\delta_\xi$  ile sıradeğişimli olduklarından süperalanlara kovaryantlık şartını uygulamak için kullanılabilirler.

Sonraki alt bölümde bazı özel koşulları sağlayan süperalan türleri dikkate alınacaktır. Alanların bu özel türleri, genel bir süperalana izdüşüm işlemcilerinin uygulanmasıyla elde edilebilir. Bu izdüşüm işlemcilerini süpertürevler aracılığıyla

$$\begin{aligned}
\Pi_+ &:= -\frac{1}{16\Box} \bar{D}^2 D^2, \quad \Pi_- := -\frac{1}{16\Box} D^2 \bar{D}^2 \\
\Pi_T &:= \frac{1}{8\Box} \bar{D}_\alpha D^2 \bar{D}^{\dot{\alpha}} = \frac{1}{8\Box} D^\alpha \bar{D}^2 D_\alpha
\end{aligned} \tag{1.30}$$

şeklinde tanımlamak mümkündür (Müller-Kirsten ve Wiedemann, 2010). Burada,  $\Box \equiv \partial^\mu \partial_\mu$ ,  $D^2 \equiv D^\alpha D_\alpha$  ve  $\bar{D}^2 \equiv \bar{D}_\alpha \bar{D}^{\dot{\alpha}}$ , dir. Bunların izdüşüm işlemcileri olup olmadığını anlamak için karelerine, çarpımlarına ve toplamlarına bakılır (izdüşüm işlemcilerinin kareleri yine kendisine eşittir, birbirleriyle çarpımları sıfırdır ve toplamları birdir): (1.27) süpertürevleri kullanılarak bu işlemcilerin,

---

<sup>6</sup> Bu ayar teorilerini anımsatıyor: Öyle ki, bir ayar alanı  $\psi$  ve  $D_\mu \psi$ 'nin ayar dönüşümleri altındaki değişimleri aynı olacak şekilde bir kovaryant türev tanımlanır.

$$\begin{aligned}
\Pi_+ \Pi_+ &= \Pi_+, \quad \Pi_- \Pi_- = \Pi_-, \quad \Pi_T \Pi_T = \Pi_T \\
\Pi_+ \Pi_- &= \Pi_- \Pi_+ = 0, \quad \Pi_{\pm} \Pi_T = \Pi_T \Pi_{\pm} = 0 \\
\Pi_+ + \Pi_- + \Pi_T &= \frac{1}{16\Box} \left( 2\bar{D}_{\dot{\alpha}} D^2 \bar{D}^{\dot{\alpha}} - \bar{D}^2 D^2 - D^2 \bar{D}^2 \right) = 1
\end{aligned} \tag{1.31}$$

bağıntılarını sağladıkları görülür (burada  $D^4 = \bar{D}^4 = 0$  eşitliği kullanıldı). Böylece bu izdüşüm işlemcileriyle,  $D^3 = \bar{D}^3 = 0$  olduğu dikkate alınarak

$$\begin{aligned}
\bar{D} \Pi_+ &= 0 \\
D \Pi_- &= 0
\end{aligned} \tag{1.32}$$

koşulları elde edilir. Burada sol-elli ve sağ-elli fermiyon alanlarının izdüşüm işlemcileri  $P_{\mp} = 1/2(1 \mp \gamma_5)$  aracılığıyla  $\psi_{L,R} = P_{\mp} \psi$  şeklinde fermiyon alanından elde edilmesinden ve  $P_{\pm} \psi_{L,R} = 0$  koşulunu gerçekleştirmelerinden benzerlik kurularak  $\Omega(x, \theta, \bar{\theta})$  süperalanı için

$$\begin{aligned}
\Omega_- &= \Pi_+ \Omega \\
\Omega_+ &= \Pi_- \Omega
\end{aligned} \tag{1.33}$$

olmak üzere iki farklı durum yazılabilir. Bu koşulları sağlayan bir süperalan sırasıyla *sol-elli ve sağ-elli kiral süperalan* olarak adlandırılır. (1.32) koşullarını sağlayan süperalanlar özellikle kiral süperalanlar bir sonraki kısımda ayrıntılı ele alınmaktadır.

### 1.3.3. Süperalanlar

Süpersimetri’de parçacık durumları, süperçokluluklar (Ferrara vd., 1974<sup>b</sup>) adı verilen süpersimetri cebirinin Lorentz grubu  $SU(2) \otimes SU(2)$  temsillerine düşerler. Süperyük  $Q$ , bir bozonik duruma uygulandığında bir fermiyonik durum ürettiğinden ( $\bar{Q}$  için bunun tam tersi), süperçokluluklar hem bozonları hem de fermiyonları içerirler. Aynı süperçoklulukta yer alan bir bozon ile bir fermiyon *süperdeşler* olarak adlandırılır. Parçacık ve onun süpereşi, (1.15)’ten anlaşılacağı üzere aynı kütleye sahiptirler. Bununla birlikte, süpersimetri üreticileri  $Q$  ve  $\bar{Q}$ , ayar grubu üreticileriyle sıradışı ilişkilerde olduklarından süperdeşler aynı ayar yüklerine (elektrik yükü, izospin, renk yükü ) sahiptirler.

Süperçokluluklar, süperuzay üzerinde tanımlı *süperalanlar* kullanılarak oluşturulur. En basit süperçokluluk bir Weyl fermiyonu ve onun süpereşi olan bir karmaşık skaler alandan oluşur. Bu alanlar 2 serbestlik derecesine sahiptir. Bu yapıdaki çokluluğa kiral (veya skaler veya madde) süperçokluluk adı verilir. Bu süperçokluluk içerisinde kuarklar ve leptonlar ile bunların süpereşleri olan skaler kuarklar ve skaler leptonlar yer alır. Diğer süperçokluluk ise bir vektör bozonu ile onun fermiyonik süpereşinden oluşur ve vektör süperçokluluğu olarak adlandırılır. Bu süperçokluluk içerisinde ise ayar bozonları ile bunların süpereşleri (gauginolar) bulunur. Renormalize edilebilirliğin sağlanabilmesi için vektör bozonları kütsüz olmalıdır bu nedenle 2 serbestlik derecesine sahiptirler. Bu durumda vektör süperçokluluğunda vektör bozonu ile birlikte onun süpereşi olan iki helisite durumuna sahip bir Weyl fermiyonu vardır. Bu süperçoklulukları oluşturmak için iki farklı süperalan yazılır. Bunlar kiral süperalanları ve vektör süperalanları olmak üzere oldukça genel bir süperalandan elde edilirler.

Genel bir süperalanını açıkça oluşturmak için Grassmann değişkenleri cinsinden kuvvet serisi açılımı yapılır.  $\Omega(x, \theta, \bar{\theta})$ , süperuzay üzerinde tanımlı işlemci-değerlikli bir fonksiyon (süperalan) olmak üzere  $\theta$  ve  $\bar{\theta}$  cinsinden seri açılımı yapılırsa  $\theta$  ve  $\bar{\theta}$ 'nin sıfır olmayan kuvvetlerinin bütün olası birleşimlerini içeren

$$\begin{aligned} \Omega(x, \theta, \bar{\theta}) = & C(x) + \theta \cdot \chi(x) + \bar{\theta} \cdot \bar{\psi}(x) + \theta \cdot \theta M(x) + \bar{\theta} \cdot \bar{\theta} N(x) + \theta \sigma^\mu \bar{\theta} A_\mu(x) \\ & + \theta \cdot \theta \bar{\theta} \cdot \bar{\lambda}(x) + \bar{\theta} \cdot \bar{\theta} \theta \cdot \eta(x) + \theta \cdot \theta \bar{\theta} \cdot \bar{\theta} D(x) \end{aligned} \quad (1.34)$$

elde edilir (Grassmann değişkenlerine göre kuvvet seri açılımı için (E.28)'e bakınız).  $\theta^3 = \bar{\theta}^3 = 0$  olduğundan seri açılımındaki en yüksek mertebeye  $(\theta \cdot \theta \bar{\theta} \cdot \bar{\theta})$  terimidir. (1.34)'te Grassmann değişkenlerinin katsayıları bir süperçokluluk oluşturur ve bunlar “*bileşen alanları*” olarak adlandırılır.  $\theta \cdot \theta$  ve  $\bar{\theta} \cdot \bar{\theta}$  terimleri Lorentz skaler ve  $\theta \sigma^\mu \bar{\theta}$  terimi bir Lorentz vektör olmak üzere bileşen alanların karakterleri Lorentz grubu altındaki dönüşüm özellikleriyle, ve  $\Omega(x, \theta, \bar{\theta})$  süperalanının Lorentz skaler ya da sözde-skaler olması gerekliliği de dikkate alınarak belirlenir. Seri açılımında  $\theta^\alpha \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}$  şeklinde terimleri içeren 4 farklı terim vardır. Bunların bir vektör alanı cinsinden yazılması uygundur. Sonuç olarak  $\Omega(x, \theta, \bar{\theta})$ 'nin bileşenleri, Tablo 3'te gösterildiği üzere dört adet iki-bileşenli (Weyl) spinör alanı  $(\chi, \bar{\psi}, \eta, \bar{\lambda})$ , dört adet skaler alan  $(C, M, N, D)$  ve bir adet vektör alanından  $(A_\mu)$  oluşuyor. (1.34) süperalanı, 16 tane fermiyonik ve 16 tane bozonik olmak üzere eşit sayıda

Tablo 3. Genel süperalandaki bileşen alanlarının türü ve serbestlik dereceleri

| Bileşen alanları                  | Alanın türü                  | Serbestlik derecesi         |
|-----------------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| $C(x), M(x), N(x)$                | karmaşık (sözde-)skaler alan | 2 bozonik                   |
| $\chi(x), \eta(x)$                | sol-elli Weyl spinör alan    | 4 fermiyonik                |
| $\bar{\psi}(x), \bar{\lambda}(x)$ | sağ-elli Weyl spinör alan    | 4 fermiyonik                |
| $A_\mu(x)$                        | karmaşık vektör alan         | 8 bozonik                   |
| $D(x)$                            | karmaşık skaler alan         | 2 bozonik                   |
|                                   | Toplam serbestlik derecesi = | 16 bozonik<br>16 fermiyonik |

fermiyonik ve bozonik serbestlik derecesine sahiptir. Bu alanda fermiyonik ve bozonik serbestlik derecelerinin eşit olması rastlantı değildir.

### 1.3.3.1. Kiral Süperalanı

Genel süperalan (1.34), bir süperçoklulukta bulunabilecek alanlar dikkate alındığında çok sayıda serbestlik derecesine sahiptir. Bunları azaltmak için, süpersimetri dönüşümleriyle uyumlu (1.32) koşulları kullanılabilir. Bir karmaşık skaler alan ve bir Weyl fermiyonunun serbestlik derecesine sahip bir süperçokluluk için sol-elli ( $\Phi$ ) ve sağ-elli ( $\Phi^\dagger$ ) olmak üzere iki farklı kiral süperalan yazılır. Bu kiral süperalanlar, (1.34) genel süperalanına (1.33)'te gösterildiği gibi izdüşüm işlemcilerinin uygulanmasıyla elde edilir. Böylece  $\Phi = \Pi_+ \Omega$  ve  $\Phi^\dagger = \Pi_- \Omega$  olmak üzere (1.32) koşulları

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}} \Phi(x, \theta, \bar{\theta}) = 0 \text{ ve } D_{\alpha} \Phi^\dagger(x, \theta, \bar{\theta}) = 0 \quad (1.35)$$

olur. Burada  $\Phi$  ve  $\Phi^\dagger$  sırasıyla sol-elli ve sağ-elli kiral (ya da kiral ve anti-kiral) süperalanlardır. Bu süperalanların bileşen alanlarını bulmak için uzay-zaman koordinatı, süpertürevleri alınarak

$$\begin{aligned} \bar{D}_{\dot{\alpha}} x^\mu &= -i(\theta \sigma^\mu)_{\dot{\alpha}} \rightarrow \bar{D}_{\dot{\alpha}}(x^\mu + i\theta \sigma^\mu \bar{\theta}) = 0 \rightarrow \bar{D}_{\dot{\alpha}}(y^\mu) = 0 \\ D_{\alpha} x^\mu &= i(\sigma^\mu \bar{\theta})_{\alpha} \rightarrow D_{\alpha}(x^\mu - i\theta \sigma^\mu \bar{\theta}) = 0 \rightarrow D_{\alpha}(z^\mu) = 0 \end{aligned} \quad (1.36)$$

şeklinde yeniden düzenlenir (yani değişken dönüşümü yapılır). Bu eşitliklerden görüldüğü üzere, uzay-zaman koordinatı sol-elli süperalan için  $y^\mu \equiv x^\mu + i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}$  ve sağ-elli süperalan için  $z^\mu \equiv x^\mu - i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}$  olur. Bunlar kullanılarak sol-elli kiral süperalanı ( $y^\mu, \theta$ ) ve sağ-elli kiral süperalanı ise ( $z^\mu, \bar{\theta}$ ) değişkenlerine bağlı olarak yazılır. Yani sol-elli ve sağ-elli kiral süperalanlar sırasıyla  $y^\mu$  ve  $z^\mu$  ile parametrize edilen alt uzaylar üzerinde tanımlıdır. Sonuç olarak süperuzayda tanımlı bu niceliklere bağlı herhangi bir fonksiyonun kiral süperalan olduğu açıkça görülebilecektir.  $\Phi(y, \theta)$  ve  $\Phi^\dagger(z, \bar{\theta})$  fonksiyonlarının sırasıyla  $\theta$  ve  $\bar{\theta}$  değişkenlerine göre kuvvet serisi açılımları yapıldıktan sonra  $y^\mu$  ve  $z^\mu$  değişkenlerinin  $x^\mu$  komşuluğunda Taylor seri açılımları yapılırsa

$$\begin{aligned}\Phi(y, \theta) &= \varphi(y) + \sqrt{2}\theta \cdot \psi(y) + \theta \cdot \theta F(y) \\ \Phi(x, \theta, \bar{\theta}) &= \varphi(x) + i(\theta\sigma^\mu\bar{\theta}) \partial_\mu \varphi(x) - \frac{1}{4}(\theta \cdot \theta)(\bar{\theta} \cdot \bar{\theta})\partial^\mu\partial_\mu \varphi(x) \\ &\quad + \sqrt{2}\theta \cdot \psi(x) - \frac{i}{\sqrt{2}}(\theta \cdot \theta)(\partial_\mu \psi(x)\sigma^\mu\bar{\theta}) + (\theta \cdot \theta)F(x)\end{aligned}\quad (1.37)$$

$$\begin{aligned}\Phi^\dagger(z, \bar{\theta}) &= \varphi^*(z) + \sqrt{2}\bar{\theta} \cdot \bar{\psi}(z) + \bar{\theta} \cdot \bar{\theta} F^*(z) \\ \Phi^\dagger(x, \theta, \bar{\theta}) &= \varphi^*(x) - i(\theta\sigma^\mu\bar{\theta}) \partial_\mu \varphi^*(x) - \frac{1}{4}(\theta \cdot \theta)(\bar{\theta} \cdot \bar{\theta})\partial^\mu\partial_\mu \varphi^*(x) \\ &\quad + \sqrt{2}\bar{\theta} \cdot \bar{\psi}(x) + \frac{i}{\sqrt{2}}(\bar{\theta} \cdot \bar{\theta})(\theta\sigma^\mu\partial_\mu \bar{\psi}(x)) + (\bar{\theta} \cdot \bar{\theta})F^*(x)\end{aligned}\quad (1.38)$$

elde edilir (buradaki ara işlemler (E.65)-(E.69)'da verilmektedir) ve bunların (1.35) koşullarını sağladıkları (E.70)-(E.72)'de gösterilmektedir. Tablo 4'te gösterildiği gibi bu süperalanlar iki tane ( $\varphi$  ve  $F$ ) skaler alan ve bir tane ( $\psi$ ) iki-bileşenli (Weyl) spinörü içermek üzere eşit sayıda fermiyonik ve bozonik serbestlik derecesine sahiptir.

Tablo 4. Sol-elli kiral süperalandaki bileşen alanlarının türü ve serbestlik dereceleri

| Bileşen alanları   | Alanın türü                  | Serbestlik derecesi       |
|--------------------|------------------------------|---------------------------|
| $\varphi(x), F(x)$ | karmaşık skaler alan         | 2 bozonik                 |
| $\psi(x)$          | sol-elli Weyl spinör alan    | 4 fermiyonik              |
|                    | Toplam serbestlik derecesi = | 4 bozonik<br>4 fermiyonik |

Standart Modelin süpersimetrik genişlemesinde  $\Phi(x, \theta, \bar{\theta})$  ( $\Phi^\dagger(x, \theta, \bar{\theta})$ ) kiral süperalanındaki Weyl spinörler sol-elli (sağ-elli) kuarklar ile leptonlara ve skaler alanlar ise bunların süpersimetrik eşi olan skuarklar ile sleptonlara karşılık gelecektir. Ayrıca Higgs bozonları ve bunların süpereşleri kiral süperalanda yer alacaktır. (1.37) ve (1.38)'de her bir terimin kütle boyutu 1 ( $[\Phi]_m=1$  ve  $[\theta]_m=[\bar{\theta}]_m=-1/2$ ) olmak üzere bileşen alanlarının kütle boyutları  $[\varphi]_m=1$ ,  $[\psi]_m=3/2$  ve  $[F]_m=2$ 'dir.  $\varphi$  ve  $\psi$  beklenen kütle boyutuna sahipler fakat  $F$  bir skaler alanın sahip olması gereken kütle boyutuna sahip değildir. Dolayısıyla  $F$  fiziksel bir alan olmayıp *yardımcı alan* olarak adlandırılır.

Diğer taraftan (1.27)'deki süpertürevlerin de  $y^\mu$  ve  $z^\mu$  değişkenleri cinsinden yazılması gerekir. (E.55) ve (E.56)'dan görülebileceği üzere süpertürevler

$$\begin{aligned} D_\alpha &\rightarrow D_\alpha^{y^\mu} = \partial_\alpha + 2i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \partial_{y^\mu} & \bar{D}_{\dot{\alpha}} &\rightarrow \bar{D}_{\dot{\alpha}}^{y^\mu} = -\bar{\partial}_{\dot{\alpha}} \\ D_\alpha &\rightarrow D_\alpha^{z^\mu} = \partial_\alpha & \bar{D}_{\dot{\alpha}} &\rightarrow \bar{D}_{\dot{\alpha}}^{z^\mu} = -\bar{\partial}_{\dot{\alpha}} - 2i\theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \partial_{z^\mu} \end{aligned} \quad (1.39)$$

şeklinde elde edilir. Buradaki  $y^\mu$  ve  $z^\mu$  indisleri, buldukları terimin bunların bir fonksiyonu olduğunu temsil eder. Bu süpertürevler kullanılarak, (1.35) koşulları  $\bar{D}_{\dot{\alpha}}^{y^\mu} \Phi(y, \theta) = 0$  ve  $D_\alpha^{z^\mu} \Phi^\dagger(z, \bar{\theta}) = 0$  olur ve (1.37) ve (1.38) kiral süperalanların bu eşitlikleri sağladıkları doğrudan görülmektedir.

Kiral süperalanlarının süpersimetri dönüşümleri ayrı ayrı bileşen alanlarının dönüşümüne neden olur (bu süperalanlar için dönüşüm yasasıdır): Sonsuz küçük süpersimetri dönüşümü altında sol-elli kiral süperalan

$$\begin{aligned} \Phi(y, \theta) &\rightarrow \Phi'(y, \theta) = \Phi(y, \theta) + \delta_\xi \Phi(y, \theta) \\ \delta_\xi \Phi &= i \left( \xi^\alpha Q_\alpha + \bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \bar{Q}^{\dot{\alpha}} \right) \Phi = \delta_\xi \varphi(y) + \sqrt{2} \theta \delta_\xi \psi(y) + (\theta\theta) \delta_\xi F(y) \end{aligned} \quad (1.40)$$

şeklinde dönüşür.  $Q_\alpha$  ve  $\bar{Q}^{\dot{\alpha}}$  açıkça yazılırsa her bir bileşen alanındaki dönüşüm

$$\begin{aligned} \delta_\xi \varphi &= \sqrt{2} \xi^\alpha \psi_\alpha \\ \delta_\xi \psi_\alpha &= \sqrt{2} \xi_\alpha F + i \sqrt{2} \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\xi}^{\dot{\alpha}} \partial_\mu \varphi \\ \delta_\xi F &= -\partial_\mu (i \sqrt{2} \psi^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\xi}^{\dot{\alpha}}) \end{aligned} \quad (1.41)$$



olur (bakınız (E.60)-(E.62)). Benzer şekilde aynı işlemler sağ-elli süperalan için de yapılabilir. Süpersimetri'den beklenildiği gibi bozonik (fermionik) bileşen alanları fermionik (bozonik) alanlara dönüştü ( $\psi_\alpha$  fermiyon alanının süpersimetrik eşi  $\varphi$  skaler alanıdır). Ayrıca oldukça önemli bir nokta  $\Phi$  süperalanının en yüksek mertebeli teriminde (yani sol-elli kiral süperalanın  $\theta\cdot\theta$  bileşeni ve sağ-elli kiral süperalanın  $\bar{\theta}\cdot\bar{\theta}$  bileşeni) ortaya çıkan  $F$  alanının süpersimetri dönüşümü altında değişiminin toplam türev olmasıdır. Bu tür niceliğin uzay-zaman integrali, toplam türevin süpersimetrik varyasyonu değeri sıfır olan yüzey integraline dönüşeceğinden süpersimetri dönüşümleri altında değişmez kalır. Dolayısıyla süpersimetrik değişmez Lagranjiyen oluşturmak için bu terimler kullanılır.

Kiral süperalanlarının  $\Phi_i\Phi_j$ ,  $\Phi_i\Phi_j\Phi_k$ .. gibi çarpımlarının, (1.35) koşullarını sağlayanları da birer kiral süperalan olacağından Süpersimetri Lagranjiyeni için bu çarpımları da dikkate almak gerekir. İki kiral süperalanın çarpımı

$$\begin{aligned} \Phi_i(y,\theta)\Phi_j(y,\theta) &= \varphi_i(y)\varphi_j(y) + \sqrt{2}\theta\cdot(\psi_i(y)\varphi_j(y) + \varphi_i(y)\psi_j(y)) \\ &+ \theta\cdot\theta(\varphi_i(y)F_j(y) + \varphi_j(y)F_i(y) - \psi_i(y)\psi_j(y)) \end{aligned} \quad (1.42)$$

olmak üzere  $\bar{D}_{\dot{\alpha}}(\Phi_i\Phi_j) = (\bar{D}_{\dot{\alpha}}\Phi_i)\Phi_j + \Phi_i(\bar{D}_{\dot{\alpha}}\Phi_j) = 0$ 'dır. Aynı zamanda  $\Phi_i\Phi_j\Phi_k$  çarpımı da  $\bar{D}_{\dot{\alpha}}(\Phi_i\Phi_j\Phi_k) = 0$  koşulunu sağlar. O halde  $\Phi_i\Phi_j$  ve  $\Phi_i\Phi_j\Phi_k$  (ayrıca bunların hermityen eşlenikleri) birer kiral süperalandır. Kiral süperalanlarının herhangi bir fonksiyonu için

$$\begin{aligned} W(\Phi_k) &= W(\varphi_k + \sqrt{2}\theta\cdot\psi_k + \theta\cdot\theta F_k) \\ &= W(\varphi_k) + \frac{\partial W(\varphi_k)}{\partial \varphi_i} \sqrt{2}\theta\cdot\psi_i + \theta\cdot\theta \left( \frac{\partial W(\varphi_k)}{\partial \varphi_i} F_i - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W(\varphi_k)}{\partial \varphi_i \partial \varphi_j} \psi_i \psi_j \right) \end{aligned} \quad (1.43)$$

genelleştirilmesi yapılır ve  $W(\Phi_k)$  *süperpotansiyel* olarak adlandırılır. Süperpotansiyel Yukawa etkileşmelerini içerir ve süpersimetrik değişmez Lagranjiyen için sadece  $\theta\cdot\theta$  bileşeni kullanılır.

Madde süperçokluluklarının kinetik terimlerini içeren Lagranjiyen için sol-elli kiral süperalanı ile sağ-elli kiral süperalanı çarpılır: Bu çarpım

$$\begin{aligned}
\Phi_i^\dagger(z, \theta)\Phi_j(y, \theta) &= \varphi_i^*(z)\varphi_j(y) + \sqrt{2}\theta \cdot \psi_j(y)\varphi_i^*(z) + \sqrt{2}\bar{\theta} \cdot \bar{\psi}_i(z)\varphi_j(y) \\
&\quad + 2\bar{\theta} \cdot \bar{\psi}_i(z)\theta \cdot \psi_j(y) + (\theta \cdot \theta)F_j(y)\varphi_i^*(z) + (\bar{\theta} \cdot \bar{\theta})F_i^*(z)\varphi_j(y) \\
&\quad + \sqrt{2}(\theta \cdot \theta)\bar{\theta} \cdot \bar{\psi}_i(z)F_j(y) + \sqrt{2}(\bar{\theta} \cdot \bar{\theta})\theta \cdot \psi_j(y)F_i^*(z) \\
&\quad + (\bar{\theta} \cdot \bar{\theta})(\theta \cdot \theta)F_i^*(z)F_j(y)
\end{aligned} \tag{1.44}$$

şeklinde elde edilir. (1.44) çarpımı, (1.37) veya (1.38) biçimine indirgenemez ve (1.35) koşullarını sağlamaz o halde kiral süperalan olmayıp  $\Phi_i^\dagger\Phi_j=(\Phi_i^\dagger\Phi_j)^\dagger$  gerçellik koşulunu sağladığından bir vektör süperalanıdır. (1.44) için  $y$  ve  $z$  değişkenlerinin  $x$  komşuluğunda Taylor açılımı yapıp (E.8), (E.20), (E.29)-(E.33) özdeşlikleri kullanılırsa

$$\begin{aligned}
\Phi_i^\dagger\Phi_j &= \varphi_i^*\varphi_j + \sqrt{2}\theta \cdot \psi_j\varphi_i^* + \sqrt{2}\bar{\theta} \cdot \bar{\psi}_i\varphi_j + (\theta \cdot \theta)\varphi_i^*F_j + (\bar{\theta} \cdot \bar{\theta})F_i^*\varphi_j \\
&\quad + \theta\sigma^\mu\bar{\theta} \left[ i\varphi_i^*\partial_\mu\varphi_j - i(\partial_\mu\varphi_i^*)\varphi_j - \bar{\psi}_i\bar{\sigma}^\mu\psi_j \right] \\
&\quad + (\theta \cdot \theta)\bar{\theta} \cdot \left[ \frac{i}{\sqrt{2}}\varphi_i^*\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi_j - \frac{i}{\sqrt{2}}\partial_\mu\varphi_i^*\bar{\sigma}^\mu\psi_j + \sqrt{2}\bar{\psi}_iF_j \right] \\
&\quad + (\bar{\theta} \cdot \bar{\theta})\theta \cdot \left[ \frac{i}{\sqrt{2}}\sigma^\mu\partial_\mu\bar{\psi}_i\varphi_j - \frac{i}{\sqrt{2}}\sigma^\mu\bar{\psi}_i\partial_\mu\varphi_j + \sqrt{2}F_i^*\psi_j \right] \\
&\quad + (\theta \cdot \theta)(\bar{\theta} \cdot \bar{\theta}) \left[ F_i^*F_j + \frac{1}{2}\partial_\mu\varphi_i^*\partial^\mu\varphi_j - \frac{1}{4}\varphi_i^*\partial_\mu\partial^\mu\varphi_j - \frac{1}{4}(\partial_\mu\partial^\mu\varphi_i^*)\varphi_j \right. \\
&\quad \left. + \frac{i}{2}\bar{\psi}_i\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi_j - \frac{i}{2}(\partial_\mu\bar{\psi}_i)\bar{\sigma}^\mu\psi_j \right]
\end{aligned} \tag{1.45}$$

elde edilir. Burada  $\varphi$ ,  $\psi$  ve  $F$  sırasıyla skaler, fermiyonik ve yardımcı bileşen alanlarıdır. Buradaki en yüksek bileşenli terimin yani  $(\theta \cdot \theta)(\bar{\theta} \cdot \bar{\theta})$ 'nin katsayısının ( $D$ -terimi olarak adlandırılır) süpersimetri dönüşümleri altındaki değişimi toplam türev olacaktır. Dolayısıyla süpersimetrik değişmez Lagranjiyen için  $F$ -teriminin yanı sıra  $D$ -terimi de kullanılır. (1.45)'in  $D$  terimi

$$\begin{aligned}
\left[ \Phi_i^\dagger\Phi_j \right]_D &\equiv \Phi_i^\dagger\Phi_j \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} = i\bar{\psi}_i(x)\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi_j(x) + \partial_\mu\varphi_i^*(x)\partial^\mu\varphi_j(x) + F_i^*(x)F_j(x) \\
&\quad - \frac{1}{4}\partial_\mu \left( (\partial^\mu\varphi_i^*(x))\varphi_j(x) + \varphi_i^*(x)\partial^\mu\varphi_j(x) \right) - \frac{i}{2}\partial_\mu \left( \bar{\psi}_i(x)\bar{\sigma}^\mu\psi_j(x) \right)
\end{aligned} \tag{1.46}$$

halini alır. Buradaki toplam türevler  $(\partial_\mu(\dots))$ , uzay-zaman integrasyonunda yok olacağından Lagranjiyede açıkça yazılmasına gerek yoktur.

### 1.3.3.2. Vektör Süperalanı

Süpersimetrik ayar teorisini kurmak için spin-1 bileşen alanını da içeren bir vektör süperalanına (Ferrara vd., 1974<sup>b</sup>; Salam ve Strathdee, 1975) gereksinme vardır. Bu tür süperalan, süpersimetri dönüşümleri altında değişmez olan

$$V(x, \theta, \bar{\theta}) = V^\dagger(x, \theta, \bar{\theta}) \quad (1.47)$$

gerçeklik koşulunu sağlar. Genel süperalan (1.34)'e gerçeklik koşulu uygulanarak ve  $\lambda(x)$  ve  $D(x)$  alanlarının ayar dönüşümleri altında değişmez olmalarını sağlamak için

$$\begin{aligned} \lambda(x) &\rightarrow \lambda(x) + \frac{i}{2} \sigma^\mu \partial_\mu \bar{\chi}(x) \\ D(x) &\rightarrow D(x) - \frac{1}{2} \partial_\mu \partial^\mu C(x) \end{aligned} \quad (1.48)$$

şeklinde yapılan tanımlamalar kullanılarak

$$\begin{aligned} V(x, \theta, \bar{\theta}) &= C(x) + i\theta \cdot \chi(x) - i\bar{\theta} \cdot \bar{\chi}(x) + i\theta \cdot \theta M(x) - i\bar{\theta} \cdot \bar{\theta} M^*(x) + \theta \sigma^\mu \bar{\theta} A_\mu(x) \\ &\quad + i(\theta \cdot \theta) \bar{\theta} \left[ \bar{\lambda}(x) + \frac{i}{2} \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \chi(x) \right] - i(\bar{\theta} \cdot \bar{\theta}) \theta \left[ \lambda(x) + \frac{i}{2} \sigma^\mu \partial_\mu \bar{\chi}(x) \right] \\ &\quad + \frac{1}{2} (\theta \cdot \theta) (\bar{\theta} \cdot \bar{\theta}) \left[ D(x) - \frac{1}{2} \partial_\mu \partial^\mu C(x) \right] \end{aligned} \quad (1.49)$$

vektör süperalanı elde edilir ( $C=C^*$ ,  $\chi=\psi$ ,  $N=M^*$ ,  $A_\mu=A_\mu^*$ ,  $\eta=\lambda$ , ve  $D=D^*$ ). (1.49)'deki  $C$ ,  $M$  ve  $D$  skaler,  $A_\mu$  vektör,  $\chi$  ve  $\lambda$  iki-bileşenli spinör (Weyl) alanlarıdır. (1.34) genel süperalanındaki toplam 32 serbestlik derecesi, (1.47) koşulu altında 8 bozonik ve 8 fermiyonik olmak üzere toplam 16 serbestlik derecesine indirgenmiştir. Kiral süperalanlarda olduğu gibi vektör süperalanın fermiyonik ve bozonik serbestlik dereceleri eşit olmasına karşın bu vektör süperalan, süpersimetrik modelin vektör süperçokluluğunda ayar bozonları ve bunların süpereşleri olan fermiyonların olması gerektiği dikkate alındığında çok daha fazla serbestlik derecesine sahiptir. Vektör süperalandaki bileşen alanlarının kütle boyutları  $[C]_m=0$ ,  $[\chi]_m=1/2$ ,  $[A]_m=[M]_m=1$ ,  $[\lambda]_m=3/2$  ve  $[D]_m=2$  olmak

üzere sadece  $A$  ve  $\lambda$  alanları istenilen kütle boyutuna sahip olup diğer bileşen alanları fiziksel değildir. Süpersimetri dönüşümleri altında vektör süperalanının değişiminde sadece  $A$ ,  $\lambda$  ve  $D$  alan bileşenlerinin birbirine dönüştükleri gözlemlenir. Böylece geriye kalan bileşen alanlarının ortadan kaldırılması gerekecektir. Bu yapılırken bozonik ve fermiyonik serbestlik derecelerinin eşitliğini sağlamak için süperçokluluk içerisinde  $D$  skaler alanı yardımcı alan olarak bırakılır. Ayrıca süpersimetri dönüşümü altında bu alandaki değişim, kiral süperalandaki  $F$ 'nin değişimindeki gibi bir toplam türev olacaktır.

$D$  skaler alanı dışındaki fiziksel olmayan alanlardan kurtulmak için bir ayar dönüşümü dikkate alınabilir.  $\Phi$  sol-elli kiral süperalanı olmak üzere  $i(\Phi - \Phi^\dagger)$  gerçel olduğundan vektör süperalanı için (1.47) koşulunu sağlayan

$$V(x, \theta, \bar{\theta}) \rightarrow V'(x, \theta, \bar{\theta}) = V(x, \theta, \bar{\theta}) + i(\Phi(x, \theta, \bar{\theta}) - \Phi^\dagger(x, \theta, \bar{\theta})) \quad (1.50)$$

dönüşümü yapılır. Bu dönüşüm altında her bir bileşen alanı

$$\begin{aligned} C(x) &\rightarrow C(x) + i(\varphi(x) - \varphi^*(x)) & M(x) &\rightarrow M(x) + F(x) \\ \chi(x) &\rightarrow \chi(x) + \sqrt{2}\psi(x) & \lambda(x) &\rightarrow \lambda(x) \\ A_\mu(x) &\rightarrow A_\mu(x) - \partial_\mu(\varphi(x) + \varphi^*(x)) & D(x) &\rightarrow D(x) \end{aligned} \quad (1.51)$$

olarak elde edilir. Buradan  $\lambda(x)$  ve  $D(x)$  bileşen alanlarının, (1.50) dönüşümü altında değişmez olduğu hem de  $A_\mu$  vektör alanının dönüşümünün, bir abelyen ayar dönüşümüne benzediği görülüyor. Bu KED'deki  $U(1)$  yerel ayar dönüşümüdür. Bu sebeple (1.50) dönüşümü, süperalan seviyesinde bir genelleştirilmiş (abelyen) ayar dönüşümü olarak alınır. Aslında bir vektör süperalanı için ayar dönüşümü  $e^V \rightarrow e^{-i\Phi^\dagger(x)} e^V e^{i\Phi(x)}$  şeklinde olur fakat abelyen durumunda bütün süperalanlar sıradeğişimli olduklarından ayar dönüşümü (1.50)'deki gibi yazılabilir.

(1.51) ifadelerinde  $C = -i(\varphi - \varphi^\dagger)$ ,  $\chi = -\sqrt{2}\psi$  ve  $M = -F$  olan bir özel ayar (bu Wess-Zumino ayarı olarak bilinir) seçilir ve bunlar vektör süperalanında yazılırsa  $D$  hariç bütün fiziksel olmayan alanlar ortadan kalkar. Böylece vektör süperalanı,  $A_\mu(x)$  ayar alanına (foton) ve  $\lambda(x)$  bunun süpersimetrik eşine (süpersimetrik KED'de fotino) karşılık gelmek üzere

$$\begin{aligned}
V_{wz}(x, \theta, \bar{\theta}) &= V(x, \theta, \bar{\theta}) + i(\Phi(x, \theta, \bar{\theta}) - \Phi^\dagger(x, \theta, \bar{\theta})) \\
&= \theta\sigma^\mu\bar{\theta}A_\mu(x) + i(\theta\cdot\theta)\bar{\theta}\cdot\bar{\lambda}(x) - i(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})\theta\cdot\lambda(x) + \frac{1}{2}(\theta\cdot\theta)(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})D(x)
\end{aligned} \tag{1.52}$$

halini alır. Vektör süperalanını,  $y$  değişkeninin fonksiyonu olarak yazmak işlemleri kolaylaştıracaktır. Vektör süperalanı (1.52)'de,  $\theta^3 = \bar{\theta}^3 = 0$  ve (E.31) özdeşliği kullanılarak  $x^\mu = y^\mu - i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}$  değişken dönüşümü ve Taylor seri açılımı yapılırsa,

$$\begin{aligned}
V_{wz}(x, \theta, \bar{\theta}) &= V_{wz}(y - i\theta\sigma^\nu\bar{\theta}, \theta, \bar{\theta}) \\
&= \theta\sigma^\mu\bar{\theta}A_\mu(y) + i(\theta\cdot\theta)\bar{\theta}\cdot\bar{\lambda}(y) - i(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})\theta\cdot\lambda(y) \\
&\quad + \frac{1}{2}(\theta\cdot\theta)(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})(D(y) - i\partial_\mu A^\mu(y)) \equiv V_{wz}(y, \theta, \bar{\theta})
\end{aligned} \tag{1.53}$$

elde edilir.  $V_{wz}(x, \theta, \bar{\theta})$  vektör süperalanının kuvvetleri,

$$\begin{aligned}
V_{wz}^2(x, \theta, \bar{\theta}) &= (\theta\sigma^\mu\bar{\theta}A_\mu(x))(\theta\sigma^\nu\bar{\theta}A_\nu(x)) + 0 = \frac{1}{2}(\theta\cdot\theta)(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})A_\mu(x)A^\mu(x) \\
V_{wz}^3(x, \theta, \bar{\theta}) &= 0 \\
V_{wz}^4(x, \theta, \bar{\theta}) &= 0 \\
&\vdots \quad \quad \quad \vdots
\end{aligned} \tag{1.54}$$

şeklinde 2.mertebeden sonra sıfır olur. Bu durum, Wess-Zumino ayarının kullanımını oldukça uygun hale getirir. Çünkü süpersimetri ayar teorilerinde  $e^V$  gibi bir terimin seri açılımı, (1.54) eşitliklerine göre

$$e^V = 1 + V + \frac{1}{2}V^2 \tag{1.55}$$

şeklinde sonlu olacaktır.

Vektör süperalanının Wess-Zumino ayarından önceki (vektör süperalanı (1.49)) ile sonraki (vektör süperalanı (1.52)) durumlarının bozonik ve fermiyonik serbestlik dereceleri Tablo 5'te verilmektedir. Buradan görüldüğü üzere her iki durum için bozonik ve

fermionik serbestlik dereceleri eşit olmak üzere toplam serbestlik derecesi Wess-Zumino ayarından sonra yarıya düşmüştür.

Tablo 5. Vektör süperalanın Wess-Zumino ayarı öncesindeki ve sonrasındaki bozonik ve fermionik serbestlik dereceleri

| Bileşen alanları | Alanın türü               | Serbestlik derecesi |              |
|------------------|---------------------------|---------------------|--------------|
|                  |                           | (1.49) için         | (1.52) için  |
| $C(x)$           | reel skaler alan          | 1 bozonik           | -            |
| $\chi(x)$        | karmaşık Weyl spinör alan | 4 fermiyonik        | -            |
| $M(x)$           | karmaşık skaler alan      | 2 bozonik           | -            |
| $A_\mu(x)$       | reel vektör alan          | 4 bozonik           | 3 bozonik    |
| $\lambda(x)$     | karmaşık Weyl spinör alan | 4 fermiyonik        | 4 fermiyonik |
| $D(x)$           | reel skaler alan          | 1 bozonik           | 1 bozonik    |

Kiral süperalanda yapıldığı gibi vektör süperalanın süpersimetri dönüşümü altında bileşen alanlarının dönüşümleri bulunabilir. Sonsuz küçük süpersimetri dönüşümü altında vektör süperalanı

$$V \rightarrow V' = V + \delta_\xi V; \quad \delta_\xi V = i(\xi^\alpha Q_\alpha + \bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \bar{Q}^{\dot{\alpha}})V \quad (1.56)$$

şeklinde dönüşür. Burada (1.52) vektör süperalanı ile  $Q_\alpha$  ve  $\bar{Q}^{\dot{\alpha}}$  açıkça yazılırsa bileşen alanlarının süpersimetri dönüşümleri

$$\begin{aligned} \delta_\xi \lambda_\alpha &= -iD\xi_\alpha - \frac{1}{2}(\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu)_\alpha^\beta \xi_\beta F_{\mu\nu}, \quad F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \\ \delta_\xi A^\mu &= i(\xi^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} - \lambda^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\xi}^{\dot{\alpha}}) - \partial^\mu (\xi^\alpha \chi_\alpha + \bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \bar{\chi}^{\dot{\alpha}}) \\ \delta_\xi D &= \partial_\mu (-\xi^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} + \lambda^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\xi}^{\dot{\alpha}}) \end{aligned} \quad (1.57)$$

elde edilir ve bunlar kullanılarak  $U(1)$  alan tensörünün dönüşümü

$$\delta_\xi F^{\mu\nu} = i\partial^\mu (\xi^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\nu \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} - \lambda^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\nu \bar{\xi}^{\dot{\alpha}}) - i\partial^\nu (\xi^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} - \lambda^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\xi}^{\dot{\alpha}}) \quad (1.58)$$

yazılır. Süpersimetri dönüşümleri altında vektör süperalanının en yüksek mertebeli bileşeni olan  $D$  yardımcı alanı  $F$ 'de olduğu gibi bir toplam türeğe dönüşüyor. (1.57) ve (1.58) bağıntılarından  $F_{\mu\nu}$ ,  $\lambda$  ve  $D$ 'nin kendi aralarında süpersimetri cebirinin indirgenemez temsilleri şeklinde oluştukları görülmektedir.

Sonuç olarak, buraya kadar yapılanlardan süpersimetrik değişmez Lagranjiyen kolaylıkla oluşturulabilir.

### 1.3.4. Süpersimetri Lagranjiyenleri

Kiral ve vektör süperalanları, parçacıklar ve bunların süpersimetrik eşlerinden oluşan bileşen alanlarını içermektedir. Dolayısıyla bu parçacıklar arasındaki etkileşmeleri betimleyen süpersimetrik Lagranjiyen, süperalanlar kullanılarak oluşturulabilir. Süpersimetrik Lagranjiyen süperalanların polinomlarını içerebilir fakat renormalize edilebilirlik süperalanların en fazla üçlü çarpımına kadar izin verir (bakınız Wess ve Bagger, 1983). Ayrıca süperayar dönüşümleri altında değişmez kalmalıdır (Wess ve Zumino, 1974<sup>a</sup>; 1974<sup>b</sup>).

Bu Lagranjiyen için eylem bütün süperuzay üzerinden integrali alınarak elde edilir ve süpersimetri dönüşümleri altında değişmez yani  $\delta_\xi S=0$  ( $S \rightarrow$  eylem) olmalıdır.  $\delta_\xi S=0$  koşulu, Lagranjiyenin süpersimetri dönüşümleri altındaki değişiminin

$$\delta_\xi \mathcal{L} = 0 \text{ veya } \delta_\xi \mathcal{L} = \partial_\mu (\dots) \quad (1.59)$$

olması durumunda sağlanır. Buradaki toplam türev, daha önceden bahsedildiği üzere eylem için yazılan integralin sonucunda sıfır olur. Kiral süperalanın  $F$ -teriminin (yani sol-elli kiral süperalanın  $\theta\theta$  bileşeni ve sağ-elli kiral süperalanın  $\bar{\theta}\cdot\bar{\theta}$  bileşeni) ve vektör süperalanın  $D$ -teriminin (yani  $\theta\cdot\theta\bar{\theta}\cdot\bar{\theta}$  bileşeni) süpersimetri dönüşümleri altında toplam türevlere dönüştükleri daha önce (1.41), (1.45) ve (1.57) bağıntıları için belirtildi. Dolayısıyla bu terimler kullanılarak oluşturulan Lagranjiyenler için yazılan eylem

süpersimetri dönüşümleri altında değişmez kalır<sup>7</sup>. Buradan yola çıkılarak  $\mathcal{L}_F$ ;  $F$ -terimlerinden ve  $\mathcal{L}_D$ ;  $D$ -terimlerinden oluşan Lagranjiyen yoğunlukları olmak üzere eylem

$$\mathcal{S} = \int d^4x \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \mathcal{L} = \int d^4x (\mathcal{L}_D + \mathcal{L}_F); \delta_{\xi} \mathcal{S} = 0 \quad (1.60)$$

şeklinde yazılır (ayrıca bu terimler  $\theta\theta$  ( $\bar{\theta}\bar{\theta}$ ) ve  $\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}$  'nın indis olarak yazılmasıyla da gösterilir).

Sonraki ilk üç bölümde eylem (1.60) dikkate alınarak sırasıyla sadece kiral süperalanlardan oluşan süpersimetrik Lagranjiyen ve bunun abelyen ve abelyen olmayan ayar grupları için genelleştirilmesi verilmektedir.

#### 1.3.4.1. Kiral Süperalanlar İçin Lagranjiyen

Wess-Zumino Lagranjiyeni (Wess ve Zumino, 1974<sup>a</sup>) herhangi bir vektör süperçokluluğa sahip olmayan ve sadece kiral süperalanların bir setinden oluşan en basit Süpersimetri Lagranjiyenidir. (1.60) dikkate alınarak, renormalize edilebilir ve süpersimetrik değişmez Wess-Zumino Lagranjiyeni

$$\mathcal{L}_{WZ} = \mathcal{L}_D + \mathcal{L}_F = \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \sum_i \Phi_i^\dagger \Phi_i + \int d^2\theta d^2\bar{\theta} (W(\Phi_k) \delta^2(\bar{\theta}) + h.e) \quad (1.61)$$

ile verilir. Burada Grassmann değişkenleri üzerinden alınan integraller, (E.41), (E.42) ve (E.43)'ten açıkça görülmek üzere sırasıyla  $\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}$  ve  $\theta\theta$  ( $\bar{\theta}\bar{\theta}$ ) terimlerinin katsayılarını verir.

(1.46)'daki sol ve sağ-elli kiral süperalanların çarpımlarından elde edilen  $D$ -terimi, bir karmaşık skaler alan  $\varphi$  ile Weyl spinörü  $\psi$ 'ye ait kinetik terimlerin tasvirine uygundur. Diğer yandan bunlar için kütle terimleri ve etkileşmeler, aynı elli kiral süperalanların çarpımlarından elde edilen  $F$ -terimleri aracılığıyla teoriye eklenir. Öyle ki bunları içeren süperpotansiyel  $W(\Phi_k)$  renormalize edilebilir bir Lagranjiyen için

<sup>7</sup> Eylem'de bu niceliklerin uzay-zaman integrali süpersimetri dönüşümleri altında değişmez kalır. Lagranjiyen  $\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' = \mathcal{L} + \partial_\mu X^\mu$  şeklinde bir toplam türev kadar değiştiğinde eylem değişmez kalır.



$$W(\Phi_k) = a_i \Phi_i + \frac{1}{2} \mu_{ij} \Phi_i \Phi_j + \frac{1}{3} y_{ijk} \Phi_i \Phi_j \Phi_k \quad (1.62)$$

formunda yazılır. Burada kiral süperalanların bütün olası birleşimleri üzerinden toplam vardır.  $a_i$ ,  $\mu_{ij}$  ve  $y_{ijk}$  birer sabittirler ve indislerine göre simetriktirler. Süperpotansiyelde neden 3'ten daha fazla kiral süperalan çarpımının olmadığı düşünülebilir. Bu soruya boyut analizi yapılarak cevap verilebilir: Eylemin  $S := \int d^4x \mathcal{L}$  kütle boyutu sıfırdır ve  $[d^4x] = -4$  olmak üzere böylece Lagranjiyen yoğunluğunun kütle boyutu 4 olmalıdır.  $[\Phi_i]_F$ ,  $[\Phi_i \Phi_j]_F$  ve  $[\Phi_i \Phi_j \Phi_k]_F$  sırasıyla 2,3 ve 4 kütle boyutuna sahiptirler. Bunun sonucu olarak Lagranjiyen (1.61)'deki çiftlenim sabitlerinin kütle boyutları,  $[\mathcal{L}_F]_m = 4$  kütle boyutuna sahip olması gerektiği dikkate alındığında  $[a_i]_m = 2$ ,  $[\mu_{ij}]_m = 1$  ve  $[y_{ijk}]_m = 0$  olarak elde edilir. Açıkça görülüyor ki süperpotansiyel daha fazla  $\Phi_i$  çarpanı içerirse eksi kütle boyutuna sahip çiftlenim terimleri ortaya çıkacaktır. Bu tür terimlerin varlığı süpersimetri teorisini renormalize edilemez yapar. Benzer şekilde,  $[\Phi_i^\dagger \Phi_i]_D$  teriminin kütle boyutu 4 olduğundan daha fazla  $\Phi_i$  ve/veya  $\Phi_i^\dagger$  çarpanlı durumları Lagranjiyede yazılamaz.

Süperpotansiyel (1.62), (1.61)'de yerine yazılırsa

$$\mathcal{L}_{wz} = \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \left\{ \sum_i \Phi_i^\dagger \Phi_i + \left( \left( a_i \Phi_i + \frac{1}{2} \mu_{ij} \Phi_i \Phi_j + \frac{1}{3} y_{ijk} \Phi_i \Phi_j \Phi_k \right) \delta^2(\bar{\theta}) + h.e \right) \right\} \quad (1.63)$$

olur. Bu Lagranjiyeni, alanlar cinsinden oluşturmak için (1.37), (1.42) ve (1.45) süperalanları yerlerine yazıldıktan sonra Grassmann değişkenleri üzerinden integraller alınır. İlk integral  $\theta \cdot \theta \bar{\theta} \cdot \bar{\theta}$  bileşenleri dışında sıfır olduğundan, kolaylıkla

$$\begin{aligned} \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \sum_i \Phi_i^\dagger \Phi_i &= \left[ \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi_i^* \partial^\mu \varphi_i - \frac{1}{4} \varphi_i^* \partial_\mu \partial^\mu \varphi_i - \frac{1}{4} (\partial_\mu \partial^\mu \varphi_i^*) \varphi_i \right. \\ &\quad \left. + \frac{i}{2} \bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_i - \frac{i}{2} (\partial_\mu \bar{\psi}_i) \bar{\sigma}^\mu \psi_i + F_i^* F_i \right] \\ &= \partial_\mu \varphi_i^* \partial^\mu \varphi_i + i \bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_i + F_i^* F_i + \text{toplam türevler} \end{aligned} \quad (1.64)$$

elde edilir. İkinci integralin değeri ise her bir terimin  $\theta \cdot \theta$  (ve hermityen eşleniğinde) bileşenleri dışında sıfır olur ve böylece

$$\begin{aligned}
\int d^2\theta d^2\bar{\theta} a_i \Phi_i \delta^2(\bar{\theta}) &= a_i F_i \\
\int d^2\theta d^2\bar{\theta} \frac{1}{2} \mu_{ij} \Phi_i \Phi_j \delta^2(\bar{\theta}) &= \mu_{ij} \left( \varphi_i F_j - \frac{1}{2} \bar{\psi}_i \psi_i \right) \\
\int d^2\theta d^2\bar{\theta} \frac{1}{3} y_{ijk} \Phi_i \Phi_j \Phi_k \delta^2(\bar{\theta}) &= y_{ijk} \left( \varphi_i \varphi_j F_k - \psi_i \psi_j \varphi_k \right)
\end{aligned} \tag{1.65}$$

sonuçları elde edilir. Bunlar kullanıldığında (1.63) Lagranjiyeni

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{wz} &= \partial_\mu \varphi_i^* \partial^\mu \varphi_i + i \bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_i + F_i^* F_i \\
&+ \left( a_i F_i + \mu_{ij} \left( \varphi_i F_j - \frac{1}{2} \bar{\psi}_i \psi_i \right) + y_{ijk} \left( \varphi_i \varphi_j F_k - \psi_i \psi_j \varphi_k \right) + h.e. \right)
\end{aligned} \tag{1.66}$$

olur. Yukarıda kullanılan süperalan (1.45)  $x$ 'in fonksiyonuyken, süperalan (1.42)'nin  $y$ 'nin fonksiyonu olması sonuçları değiştirmez. Çünkü süpersimetrik değişmez Lagranjiyen en yüksek mertebeli bileşenlere sahip olduğundan  $y$ 'den  $x$ 'e olan değişken dönüşümünden bağımsızdır: En yüksek mertebeli bileşenlerde  $y^\mu = x^\mu + i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}$  alınıp Taylor seri açılımı yapıldığında birinci terim ( $x$ 'in fonksiyonu) dışındaki terimler,  $n>2$  için  $\theta^n = 0$  ve  $\bar{\theta}^n = 0$  olduğundan sıfır olur (örneğin (1.37)'de  $\theta \cdot \theta F(y) = \theta \cdot \theta F(x)$  elde ediliyor)

Ayrıca (1.61) Lagranjiyeninde süperpotansiyel için (1.43) eşitliği kullanıldıktan sonra yukarıdaki adımlar tekrarlanırsa daha genel bir gösterim

$$\mathcal{L}_{wz} = \partial_\mu \varphi_i^* \partial^\mu \varphi_i + i \bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_i + F_i^* F_i + \left( \frac{\partial W(\varphi_k)}{\partial \varphi_i} F_i - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W(\varphi_k)}{\partial \varphi_i \partial \varphi_j} \psi_i \psi_j + h.e. \right) \tag{1.67}$$

elde edilir. (1.66) ve (1.67) Lagranjiyenlerinden  $F_i$  ve  $F_i^*$  alanlarının kinetik terimlerinin olmadığı görülüyor. Böylece  $F_i$  ve  $F_i^*$  alanlarını, Euler Lagrange denklemleri kullanarak yok etmek mümkündür.  $F_i$  ve  $F_i^*$  alanlarının hareket denklemleri, (1.66) Lagranjiyeni için

$$\begin{aligned}
\partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}_{wz}}{\partial (\partial_\mu F_i)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}_{wz}}{\partial F_i} &= 0 \rightarrow \frac{\partial \mathcal{L}_{wz}}{\partial F_i} = F_i^* + a_i + \mu_{ij} \varphi_j + y_{ijk} \varphi_j \varphi_k = 0 \\
\rightarrow F_i^* &= -a_i - \mu_{ij} \varphi_j - y_{ijk} \varphi_j \varphi_k
\end{aligned} \tag{1.68}$$

$$\begin{aligned} \partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}_{WZ}}{\partial (\partial_\mu F_i^*)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}_{WZ}}{\partial F_i^*} = 0 \rightarrow \frac{\partial \mathcal{L}_{WZ}}{\partial_\mu F_i^*} = F_i + a_i^* + \mu_{ij}^* \varphi_j^* + y_{ijk}^* \varphi_j^* \varphi_k^* = 0 \\ \rightarrow F_i = -a_i^* - \mu_{ij}^* \varphi_j^* - y_{ijk}^* \varphi_j^* \varphi_k^* \end{aligned} \quad (1.69)$$

ve (1.67) Lagranjieniyeni için

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{WZ}}{\partial_\mu F_i} = F_i^* + \frac{\partial W(\varphi_k)}{\partial \varphi_i} = 0 \rightarrow F_i^* = -\frac{\partial W(\varphi_k)}{\partial \varphi_i} \quad (1.70)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{WZ}}{\partial_\mu F_i^*} = F_i + \frac{\partial W(\varphi_k^*)}{\partial \varphi_i^*} = 0 \rightarrow F_i = -\frac{\partial W(\varphi_k^*)}{\partial \varphi_i^*} \quad (1.71)$$

olur. (1.66) Lagranjieniyeninde, (1.68) ve (1.69)'da elde edilen  $F_i$  ve  $F_i^*$  yazılırsa

$$\mathcal{L}_{WZ} = \partial_\mu \varphi_i^* \partial^\mu \varphi_i + i \bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_i - V(\varphi_k) - \left( \frac{1}{2} \mu_{ij} \psi_i \psi_j + y_{ijk} \psi_i \psi_j \varphi_k + h.e. \right) \quad (1.72)$$

Lagranjieniyeni ve benzer şekilde (1.67)'de (1.70) ve (1.71) eşitlikleri yazılırsa

$$\mathcal{L}_{WZ} = \partial_\mu \varphi_i^* \partial^\mu \varphi_i + i \bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_i - V(\varphi_k) - \left( \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W(\varphi_k)}{\partial \varphi_i \partial \varphi_j} \psi_i \psi_j + h.e. \right) \quad (1.73)$$

biçiminde daha genel bir Lagranjieniyeni elde edilir. Bu Lagranjieniyenler, aynı kütleli bir skaler alan ile Weyl spinörünün karşılıklı etkileşmelerini tasvir eder. Burada

$$V(\varphi_k) = \sum_i F_i^* F_i = \sum_i \left| \frac{\partial W(\varphi_k)}{\partial \varphi_i} \right|^2 \quad (1.74)$$

süpersimetrik alan teorisinin skaler potansiyeli olup  $F_i$  ( $F_i^*$ ) yardımcı alanı  $\varphi_i^*$  ( $\varphi_i$ ) skaler alanın bir fonksiyonudur. Bu skaler potansiyelin daima sıfır ya da sıfırdan büyük olması süpersimetrimin bir sonucudur.

Şimdiye kadar kiral süperalanlar kullanılarak spin-0 ve spin-1/2 parçacıkları tasvir eden Lagranjieniyenler oluşturuldu. Bununla birlikte, SM'den bilindiği üzere ayar bozonları

(spin-1 parçacıkları) da teoride olmalıdır. Sonraki iki bölümde, abelyen ve abelyen olmayan ayar kuramlarının süpersimetrik genelleştirilmeleri de kiral süperalanlar için yukarıda yazılan Lagranjiyenlerin ayar değişmez formuna izin veren işlemler dikkate alınarak yapılmaktadır.

### 1.3.4.2. Süpersimetrik KED

Doğadaki temel kuvvetler yerel ayar değişmez alan teorileri ile betimlenir. Bu bağlamda gerçekçi bir model için bir önceki bölümde ele alınan süpersimetrik Lagranjiyene yerel ayar dönüşümleri dahil edilmelidir. Ayar- ve süpersimetrik-değişmez Lagranjiyen oluşturmak için vektör süperalanların özelliklerinden faydalanılır. Süpersimetrik KED (Wess ve Zumino, 1974<sup>c</sup>) için spin-1 parçacıkları vektör süperalanı aracılığıyla teoriye ilave edilir. Bu parçacıkları içeren süpersimetrik ayar alan teorisinde, kuvvet alan tensörleri ve madde süperçoklulukları ile etkileşmeye giren vektör süperalanların olması gerekir. Elektromagnetik alan tensörünün süpersimetrik genelleştirilmesi olan süpersimetrik alan tensörleri

$$\mathcal{W}_\alpha \equiv -\frac{1}{4}(\bar{D}\bar{D})D_\alpha V, \quad \bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}} \equiv -\frac{1}{4}(DD)\bar{D}_{\dot{\alpha}} V \quad (1.75)$$

şeklinde ayar değişmezliği sağlayabilecek vektör süperalanının en düşük mertebeden süpertürevleri uygulanarak tanımlanır. Bunlar, (1.35) koşullarını sağladıklarından (ve  $\alpha$  indisinden dolayı) spinörel kiral süperalanlardır (çünkü  $D^3 = \bar{D}^3 = 0$  olduğundan  $\bar{D}_{\dot{\alpha}}\mathcal{W}_\alpha = 0$  ve  $D_\alpha\bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}} = 0$ 'dır). Ayrıca, (1.50) süpersimetrik ayar dönüşümleri altında değişmez kalırlar:  $\mathcal{W}_\alpha$ 'nın ayar değişmez olduğu, (1.27) ve (1.35) bağıntıları kullanılarak

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_\alpha \rightarrow \mathcal{W}'_\alpha &= -\frac{1}{4}(\bar{D}\bar{D})D_\alpha V' = -\frac{1}{4}(\bar{D}\bar{D})D_\alpha (V + i(\Phi - \Phi^\dagger)) \\ &= -\frac{1}{4}(\bar{D}\bar{D})D_\alpha V - \frac{i}{4}(\bar{D}\bar{D})D_\alpha \Phi + \frac{i}{4}(\bar{D}\bar{D})\frac{D_\alpha \Phi^\dagger}{0} \\ &= -\frac{1}{4}(\bar{D}\bar{D})D_\alpha V - \frac{i}{4}(\bar{D}\bar{D})D_\alpha \Phi \\ &= \mathcal{W}_\alpha - \frac{i}{4}\bar{D}_{\dot{\alpha}}\bar{D}^{\dot{\alpha}}D_\alpha \Phi - \frac{i}{4}\bar{D}_{\dot{\alpha}}D_\alpha\bar{D}^{\dot{\alpha}}\Phi = \mathcal{W}_\alpha - \frac{i}{4}\bar{D}_{\dot{\alpha}}\{\bar{D}^{\dot{\alpha}}, D_\alpha\}\Phi = \mathcal{W}_\alpha \end{aligned} \quad (1.76)$$

ve benzer şekilde  $\bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}}$  için de kolaylıkla gösterilebilir. (1.39) süpertürevleri ve (1.53) vektör süperalanı kullanılarak (1.75) süpersimetrik alan tensörleri için

$$\begin{aligned}\mathcal{W}_{\alpha} &= -i\lambda_{\alpha}(y) + \left( \delta_{\alpha}^{\beta} D(y) + (\sigma^{\mu\nu})_{\alpha}^{\beta} F_{\mu\nu}(y) \right) \theta_{\beta} + (\theta \cdot \theta) \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^{\mu} \partial_{\mu} \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}(y) \\ \bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}} &= i\bar{\lambda}_{\dot{\alpha}}(z) + \left( \varepsilon_{\dot{\alpha}\dot{\gamma}} D(z) - \varepsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} (\bar{\sigma}^{\mu\nu})^{\dot{\beta}\dot{\gamma}} F_{\mu\nu}(z) \right) \bar{\theta}^{\dot{\gamma}} + (\bar{\theta} \cdot \bar{\theta}) \partial_{\mu} \lambda^{\alpha}(z) \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^{\mu}\end{aligned}\quad (1.77)$$

elde edilir (ara işlemler için, (E.73) ile (E.77) arasındaki denklemlere bakınız). Burada  $F_{\mu\nu} = \partial_{\mu} A_{\nu} - \partial_{\nu} A_{\mu}$  olmak üzere,  $\mathcal{W}_{\alpha}$  ve  $\bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}}$ , sadece  $\lambda$ ,  $D$  ve  $A_{\mu}$  ayar değişmez alanlarından oluşur (bunların ayar değişmez oldukları (1.51)'den görülmektedir) dolayısıyla kendileri de ayar değişmezdir.

Süpersimetrik olmayan kuantum alan kuramlarında olduğu gibi, Süpersimetri'de de ayar alanlarının kinetik terimleri alan tensörlerinin karesinden elde edilir.  $\mathcal{W}_{\alpha}$  ve  $\bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}}$  süpersimetrik alan tensörleri, spinörel kiral süperalan oldukları için  $\mathcal{W}^{\alpha} \mathcal{W}_{\alpha}$  ve  $\bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}} \bar{\mathcal{W}}^{\dot{\alpha}}$  çarpımları kiral süperalandır. Dolayısıyla süpersimetri dönüşümleri altında değişmez kalan Lagranjiyen için  $\mathcal{W}^{\alpha} \mathcal{W}_{\alpha}$  ve  $\bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}} \bar{\mathcal{W}}^{\dot{\alpha}}$ 'nin sırasıyla  $\theta\theta$  ve  $\bar{\theta}\bar{\theta}$  bileşenleri kullanılır (bir kiral süperalanın süpersimetri dönüşümleri altında  $\theta\theta$  veya  $\bar{\theta}\bar{\theta}$ -bileşenlerinin her zaman toplam türeve dönüştüğü daha önce gösterilmişti).  $\mathcal{W}^{\alpha} \mathcal{W}_{\alpha}$  ve  $\bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}} \bar{\mathcal{W}}^{\dot{\alpha}}$ 'nin sırasıyla  $\theta\theta$  ve  $\bar{\theta}\bar{\theta}$  bileşenleri, (1.77) kullanılarak  $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma}$  dual alan tensörü olmak üzere

$$\begin{aligned}\mathcal{W}^{\alpha} \mathcal{W}_{\alpha} \Big|_{\theta\theta} &= D^2 - 2i\lambda^{\alpha} \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^{\mu} \partial_{\mu} \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} - \frac{1}{2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{i}{2} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \\ \bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}} \bar{\mathcal{W}}^{\dot{\alpha}} \Big|_{\bar{\theta}\bar{\theta}} &= D^2 + 2i(\partial_{\mu} \lambda^{\alpha}) \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^{\mu} \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} - \frac{1}{2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{i}{2} \tilde{F}_{\mu\nu} F^{\mu\nu}\end{aligned}\quad (1.78)$$

elde edilir (ara işlemler için (E.78) ile (E.83) arasındaki denklemlere bakınız). Elde edilen bağıntılar abelyen  $U(1)$  ayar alanının kinetik terimini içeriyor. Böylece (1.78) eşitlikleri, (abelyen) ayar alanlarının kinetik terimlerinin süpersimetrik genelleştirilmesi olarak dikkate alınabilir. Bu kinetik terimler için ayar değişmez Lagranjiyen, (1.78) kullanılarak

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{abelyen ayar}} &= \frac{1}{4} \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \underbrace{(\mathcal{W}^\alpha \mathcal{W}_\alpha \delta^2(\bar{\theta}))}_{\mathcal{W}^\alpha \mathcal{W}_\alpha|_{\theta\bar{\theta}}} + \frac{1}{4} \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \underbrace{(\bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}} \bar{\mathcal{W}}^{\dot{\alpha}} \delta^2(\theta))}_{\bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}} \bar{\mathcal{W}}^{\dot{\alpha}}|_{\theta\bar{\theta}}} \\
&= \frac{1}{2} D^2 + \frac{i}{2} \partial_\mu \lambda \sigma^\mu \bar{\lambda} - \frac{i}{2} \lambda \sigma^\mu \partial_\mu \bar{\lambda} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}
\end{aligned} \tag{1.79}$$

şeklinde elde edilir. Vektör süperalanından bilindiği üzere, buradaki  $\lambda$  (Weyl spinör) alanı,  $A_\mu$  vektör (ayar) alanının süpersimetrik eşi ve  $D$  yardımcı alanı olmak üzere hareket denklemleri kullanılarak yok edilebilir.

Sol ve sağ-elli kiral süperalanlar için,  $\Lambda$ , isteksel ayar parametresi ve  $q_i$ ,  $\Phi_i$  süperalanın  $U(1)$ -yükü olup  $U(1)$  ayar dönüşümleri,

$$\Phi_i \rightarrow \Phi'_i = e^{-2iq_i\Lambda} \Phi_i, \quad \Phi_i^\dagger \rightarrow \Phi_i^{\dagger'} = \Phi_i^\dagger e^{2iq_i\Lambda} \tag{1.80}$$

ile verilir. Bu ayar dönüşümü 2 çarpanı dışında standart  $U(1)$  dönüşümü ile aynı formdadır. Yerel ayar dönüşümü için ayar parametresi  $\Lambda$ , süperuzay koordinatlarının fonksiyonudur yani  $\Lambda \equiv \Lambda(x, \theta, \bar{\theta})$  olmak üzere bir kiral süperalandır. Fakat üstel fonksiyonda ortaya çıkan bu kiral süperalan boyutsuz ( $[\Lambda]_m=0$ ) olmalıdır. Dolayısıyla daha önceden elde edilen kiral süperalan ile kıyaslandığında farklı kütle boyutlarına sahip bileşen alanlarına sahiptir.

Süpersimetrik KED'de, ayar alanının yüklü madde ile etkileşmelerini içeren Lagranjiyen, ayar değişmez  $\Phi_i^\dagger e^{2q_i V} \Phi_i$  birleşiminden elde edilir. Bu birleşimin ayar değişmez olduğu, (1.80) ve (1.50) yerel ayar dönüşümleri kullanılarak

$$\begin{aligned}
\Phi_i^\dagger e^{2q_i V} \Phi_i &\rightarrow \Phi_i^{\dagger'} e^{2q_i V'} \Phi_i' = \Phi_i^\dagger e^{2iq_i \Lambda^\dagger} e^{2q_i V'} e^{-2iq_i \Lambda} \Phi_i \\
&= \Phi_i^\dagger e^{2iq_i \Lambda^\dagger} e^{2q_i (V + i(\Lambda - \Lambda^\dagger))} e^{-2iq_i \Lambda} \Phi_i = \Phi_i^\dagger e^{2q_i V} \Phi_i
\end{aligned} \tag{1.81}$$

şeklinde gösterilir. Bu birleşim gerçellik koşulunu sağladığından bir vektör süperalanıdır. O halde bu birleşimden oluşturulacak Lagranjiyenin süpersimetrik değişmez olması için, bunun sadece  $\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}$  ( $D$ -terimi) bileşenleri dikkate alınmalıdır: (1.45), (1.52), (1.54) ve (1.55) kullanılarak Wess-Zumino ayarında

$$\begin{aligned} \Phi_i^\dagger e^{2q_i V} \Phi_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} &= (D_\mu \varphi_i)^* (D^\mu \varphi_i) + i\bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu D_\mu \psi_i + F_i^* F_i \\ &+ i\sqrt{2}q_i (\varphi_i^* \psi_i \lambda - \bar{\psi}_i \bar{\lambda} \varphi_i) + q_i \varphi_i^* \varphi_i D \end{aligned} \quad (1.82)$$

elde edilir (ara işlemler, (E.84) ile (E.87) arasındaki denklemlerde verilmektedir). Böylece, madde alanları ( $\psi_i$  ve  $\varphi_i$ ) ile ayar alanlarının ( $A_\mu$  ve  $\lambda$ ) etkileşmesini veren ayar ve süpersimetrik-değişmez Lagranjiyen,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{madde} &= \int d^2\theta d^2\bar{\theta} (\Phi_i^\dagger e^{2q_i V} \Phi_i) = \Phi_i^\dagger e^{2q_i V} \Phi_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} \\ &= (D_\mu \varphi_i)^* (D^\mu \varphi_i) + i\bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu D_\mu \psi_i + F_i^* F_i + i\sqrt{2}q_i (\varphi_i^* \psi_i \lambda - \bar{\psi}_i \bar{\lambda} \varphi_i) + q_i \varphi_i^* \varphi_i D \end{aligned} \quad (1.83)$$

olur.

Sonuç olarak,  $U(1)$  ayar değişmez süpersimetrik Lagranjiyen, (1.79) ve (1.83) bağıntılarıyla birlikte süperpotansiyel (1.62)'nin yerel ayar simetrisini sağlayan kısımlarından oluşturulur (özellikle süperpotansiyeldeki  $a_i \Phi_i$  terimi ayar değişmez değildir bu sebeple bu terim Lagranjiyede yazılmaz):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SUSY U(1)} &= \mathcal{L}_{abelyen\ ayar} + \mathcal{L}_{madde} + \mathcal{L}_W \\ &= \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \left\{ \frac{1}{4} \mathcal{W}^\alpha \mathcal{W}_\alpha \delta^2(\bar{\theta}) + \frac{1}{4} \bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}} \bar{\mathcal{W}}^{\dot{\alpha}} \delta^2(\theta) + \Phi_i^\dagger e^{2q_i V} \Phi_i \right. \\ &\quad \left. + W(\Phi_k)_{abel} \delta^2(\bar{\theta}) + W^\dagger(\Phi_k^\dagger)_{abel} \delta^2(\theta) \right\} \end{aligned} \quad (1.84)$$

(1.84) Lagranjiyenindeki ilk iki terim  $U(1)$  ayar alanının ve süpersimetrik eşinin (gaugino) kinetik terimini, üçüncü terim kiral süperalanlarının fermiyonik ve bozonik bileşenlerinin kinetik terimlerini hem de  $U(1)$  ayar bozonu ile yüklü fermiyonların etkileşmelerini içerir. Son iki terim ise kiral süperalanlarının bozonik ve fermiyonik bileşenlerinin Yukawa etkileşimlerini verir.

En basit süpersimetrik KED en az bir yüklü ve kütleli fermiyon (elektron) içermelidir. Bu fermiyon alanını tasvir etmek için bunun hem sol-elli hem de sağ-elli bileşenlerinin Lagranjiyede olması gerekir. O halde, bunları verecek kiral süperalanlar ayrı ayrı yazılmalıdır. Bunlardan biri  $\Phi_+$  olmak üzere sol-elli fermiyonu ve bunun süperesini (sol-elli sfermion), diğeri  $\Phi_-^\dagger$  olmak üzere sağ-elli fermiyonu ve bunun

süperleşini (sağ-elli sfermiyon) içerir. Böylece yukarıdaki Lagranjiyede  $\Phi_i^\dagger e^{2q_i V} \Phi_i$  ve süperpotansiyel hem  $\Phi_+$  hem de  $\Phi_-^\dagger$  kiral süperalanları için ayrı ayrı yazılırsa en basit halde süpersimetrik KED Lagranjiyeni

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SUSY\ KED} = \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \left\{ \frac{1}{4} \mathcal{W}^\alpha \mathcal{W}_\alpha \delta^2(\bar{\theta}) + \frac{1}{4} \bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}} \bar{\mathcal{W}}^{\dot{\alpha}} \delta^2(\theta) \right. \\ \left. + \Phi_+^\dagger e^{2qV} \Phi_+ + \Phi_-^\dagger e^{-2qV} \Phi_- + m \left( \Phi_+ \Phi_- \delta^2(\bar{\theta}) + \Phi_+^\dagger \Phi_-^\dagger \delta^2(\theta) \right) \right\} \end{aligned} \quad (1.85)$$

elde edilir. Süpersimetri KED Lagranjiyeni,  $\Phi_+^\dagger e^{2qV} \Phi_+$  ve  $\Phi_-^\dagger e^{-2qV} \Phi_-$ , (1.82)'den düzenlenir ve (1.42) ile (1.78) kullanılırsa bileşen alanları cinsinden açık olarak yazılabilir.

### 1.3.4.3. Süpersimetrik Abelyen Olmayan Teoriler

Gerçekçi bir Süpersimetri teorisi için elektrozayıf ölçekten daha büyük enerji ölçeğinde de Süpersimetrinin oluşturulabiliyor olması gerekir. Bu sebeple  $U(1)$  abelyen ayar simetrisinin yanında hem de abelyen olmayan (Yang-Mills) ayar simetrisinin (SM'de ve Büyük Birleştirme Kuramlarında olduğu gibi) süpersimetrik genelleştirilmesi yapılmalıdır. Bu genelleştirme sonucu oluşan teoriye, süper-Yang-Mills teorisi (Ferrara ve Zumino, 1974; Salam ve Strathdee, 1974<sup>b</sup>) adı verilir. Bu, bir önceki bölümde yapılanların abelyen olmayan ayar gruplarına genelleştirilmesiyle yapılabilir.

Abelyen olmayan ayar kuramlarında, ayar alanları ayar grubunun temsilleri şeklinde ortaya çıkan bir set oluştururlar. O halde, abelyen olmayan ayar dönüşümleri altında dönüşen vektör süperalanlarının bir seti oluşturulmalıdır. Buradan hareketle,  $f^{abc}$  (karşı-simetrik) yapı sabitleri olmak üzere

$$[T^a, T^b] = if^{abc} T^c \quad (1.86)$$

Lie cebirini sağlayan grup üreticileri ( $T^a$ ) olan  $SU(N)$  ayar grubu için vektör süperalanı  $V(x, \theta, \bar{\theta}) \equiv V^a(x, \theta, \bar{\theta}) T^a$  ve kiral süperalanı  $\Lambda(x, \theta, \bar{\theta}) \equiv \Lambda^a(x, \theta, \bar{\theta}) T^a$  şeklinde tanımlanır. Burada "a" ayar grubu indisini gösterir. Bu durumda (1.49) vektör süperalanı



$$\begin{aligned}
V^a(x, \theta, \bar{\theta}) = & C^a + i\theta \cdot \chi^a - i\bar{\theta} \cdot \bar{\chi}^a + i\theta \cdot \theta M^a - i\bar{\theta} \cdot \bar{\theta} M^{a*} + \theta \sigma^\mu \bar{\theta} A_\mu^a \\
& + i(\theta \cdot \theta) \bar{\theta} \left[ \bar{\lambda}^a + \frac{i}{2} \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \chi^a \right] - i(\bar{\theta} \cdot \bar{\theta}) \theta \left[ \lambda^a + \frac{i}{2} \sigma^\mu \partial_\mu \bar{\chi}^a \right] \\
& + \frac{1}{2} (\theta \cdot \theta) (\bar{\theta} \cdot \bar{\theta}) \left[ D^a - \frac{1}{2} \partial_\mu \partial^\mu C^a \right]
\end{aligned} \tag{1.87}$$

halini alır. Süpersimetrik KRD'de  $A_\mu^a(x)$  ve  $\lambda^a(x)$  alanları, sırasıyla glüyonlara ve bunların fermiyonik süpereşleri olan glüyinolara karşılık gelir.

Kiral süperalanların abelyen olmayan ayar grubu dönüşümleri ( $\Lambda \equiv \Lambda^a T^a$  olmak üzere (1.80)'e benzer şekilde),  $\Lambda^a$  abelyen-olmayan ayar dönüşümleri ile ilişkili kiral süperalanları temsil etmek ve  $g$  ayar çiftlenim sabiti olmak üzere

$$\Phi_i \rightarrow \Phi'_i = e^{-2igT^a \Lambda^a} \Phi_i, \quad \Phi_i^\dagger \rightarrow \Phi_i'^\dagger = \Phi_i^\dagger e^{2igT^a \Lambda^a} \tag{1.88}$$

şeklinde tanımlanır. Abelyen durumunda olduğu gibi kiral süperalanların bozonik ve fermiyonik bileşenlerinin kinetik terimleri  $\Phi_i^\dagger e^{2gT^a V^a} \Phi_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}}$  birleşiminden elde edilir. Bu birleşimin ayar değişmezliği, (1.81)'de yapılabenzer şekilde elde edilir. Fakat burada vektör süperalanının ayar dönüşümü; abelyen durumundakinden farklıdır. Abelyen olmayan ayar durumu için vektör süperalanının ayar dönüşümü,

$$e^{2gT^a V^a} \rightarrow e^{2gT^a V^{a'}} = e^{-2igT^a \Lambda^{a\dagger}} e^{2gT^a V^a} e^{2igT^a \Lambda^a} \tag{1.89}$$

şeklinde olmak üzere grubun üreticileri sıradeğişimli olmadıklarından, (1.50) formuna indirgenemez. (1.89)'dan sonsuz küçük ayar dönüşümü, (E.44)'te verilen Baker-Campbell-Hausdorff formülü kullanılarak

$$V \rightarrow V' = V + \delta V, \quad \delta V = i(\Lambda - \Lambda^\dagger) + \frac{i}{2} [V, \Lambda + \Lambda^\dagger] + \dots \tag{1.90}$$

şeklinde elde edilir. Burada sonsuz sayıda sıradeğişim bağıntısı vardır. Wess-Zumino ayarı seçilerek bunun sonlu olması sağlanır. Buradaki ilk iki terimden vektör alanının

$$A_\mu^{*a} \rightarrow A_\mu^a - \partial_\mu (\varphi^a + \varphi^{a*}) + gf^{abc} (\varphi^b + \varphi^{b*}) A_\mu^c \quad (1.91)$$

şeklinde dönüştüğü kolaylıkla elde edilebilir. Wess-Zumino ayarı ((1.51)'de yapıldığı gibi, (1.90)'dan seçilebilir) için vektör süperalanı

$$V_{WZ}^a(x, \theta, \bar{\theta}) = \theta \sigma^\mu \bar{\theta} A_\mu^a(x) + i(\theta \cdot \theta) \bar{\theta} \cdot \bar{\lambda}^a(x) - i(\bar{\theta} \cdot \bar{\theta}) \theta \cdot \lambda^a(x) + \frac{1}{2} (\theta \cdot \theta) (\bar{\theta} \cdot \bar{\theta}) D^a(x) \quad (1.92)$$

halini alır. Böylece, (1.82)'de yapılan işlemler (1.92) Wess-Zumino vektör süperalanı için tekrarlanırsa, madde alanları ( $\psi_i$  ve  $\varphi_i$ ) ile ayar alanlarının ( $A_\mu$  ve  $\lambda$ ) etkileşmesini veren ayar ve süpersimetrik-değişmez Lagranjiyen

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{madde} &= \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \left( \Phi_i^\dagger e^{2gT^a V^a} \Phi_i \right) = \Phi_i^\dagger e^{2gT^a V^a} \Phi_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} \\ &= (D_\mu \varphi_i)^* (D^\mu \varphi_i) + i\bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu D_\mu \psi_i + F_i^* F_i + i\sqrt{2}g (\varphi_i^* \lambda^a T_{ij}^a \psi_j - \bar{\psi}_i \bar{\lambda}^a T_{ij}^a \varphi_j) \\ &\quad + g\varphi_i^* D^a T_{ij}^a \varphi_j \end{aligned} \quad (1.93)$$

elde edilir. Burada kovaryant türev

$$D_\mu \rightarrow \partial_\mu + igA_\mu^a T_{ij}^a \quad (1.94)$$

dir.

(1.75)'in abelyen olmayan ayar dönüşümleri altında değişmez formu dikkate alınarak, süpersimetrik alan tensörleri

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_\alpha &= \mathcal{W}_\alpha^a T^a \equiv -\frac{1}{8g} (\bar{D}\bar{D}) e^{-2gV^a T^a} D_\alpha e^{2gV^a T^a} \\ \bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}} &= \bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}}^a T^a \equiv -\frac{1}{8g} (D\bar{D}) e^{2gV^a T^a} \bar{D}_{\dot{\alpha}} e^{-2gV^a T^a} \end{aligned} \quad (1.95)$$

şeklinde tanımlanır ve ayar dönüşümleri

$$\begin{aligned}
\mathcal{W}_\alpha &\rightarrow \mathcal{W}'_\alpha = e^{-2igT^a\Lambda^a} \mathcal{W}_\alpha e^{2igT^a\Lambda^a} \\
\bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}} &\rightarrow \bar{\mathcal{W}}'_{\dot{\alpha}} = e^{-2igT^a\Lambda^{a\dagger}} \bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}} e^{2igT^a\Lambda^{a\dagger}}
\end{aligned} \tag{1.96}$$

dır. Bu dönüşümler altında  $\mathcal{W}^\alpha\mathcal{W}_\alpha$  ve  $\bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}}\bar{\mathcal{W}}^{\dot{\alpha}}$  çarpımlarının (ayar grubu indisi üzerinden) izleri

$$\begin{aligned}
\dot{I}z(\mathcal{W}^\alpha\mathcal{W}_\alpha) &= \dot{I}z(\mathcal{W}^{a\alpha}T^a\mathcal{W}_\alpha^bT^b) = \underbrace{\dot{I}z(T^aT^b)}_{k\delta^{ab}} \mathcal{W}^{a\alpha}\mathcal{W}_\alpha^b = k\mathcal{W}^{a\alpha}\mathcal{W}_\alpha^a \\
\dot{I}z(\bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}}\bar{\mathcal{W}}^{\dot{\alpha}}) &= \dot{I}z(\bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}}^aT^a\bar{\mathcal{W}}^{b\dot{\alpha}}) = k\bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}}^a\bar{\mathcal{W}}^{a\dot{\alpha}}
\end{aligned} \tag{1.97}$$

değişmez kalır ( $SU(2)$  ve  $SU(3)$  grupları için  $k=1/2$ 'dir). Burada süpersimetrik olmayan durumla benzerlik kuruldu. Bilindiği üzere abelyen durumda kuvvet alan tensörü ( $F^{ab}$ ) ayar değişmezken, abelyen olmayan durumda  $\dot{I}z(F^{ab}F_{ab})=1/2F^{ab}F_{ab}$  ayar değişmezdir.

Wess-Zumino vektör süperalanı (1.92), (1.95)'te yerine yazıldıktan sonra seri açılımı yapılır ve  $V_{WZ}^3 = 0$ ,  $D_\alpha V_{WZ}^2 = (D_\alpha V_{WZ})V_{WZ} + V_{WZ}(D_\alpha V_{WZ})$  ve  $V_{WZ}^2(D_\alpha V_{WZ}^2) = 0$  eşitlikleri kullanılırsa

$$\begin{aligned}
\mathcal{W}_\alpha &= -\frac{1}{4}(\bar{D}\bar{D})(D_\alpha V + g[D_\alpha V, V]) \\
\bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}} &= -\frac{1}{4}(DD)(\bar{D}_{\dot{\alpha}} V - g[\bar{D}_{\dot{\alpha}} V, V])
\end{aligned} \tag{1.98}$$

elde edilir. Burada, ilk terimler abelyen durumla aynı olup abelyen olmayan durumda  $[T^a, T^b] \neq 0$  olduğundan  $[D_\alpha V, V] \neq 0$  terimi ortaya çıkmıştır. (1.98)'de sıradışı bağıntısı hesaplanırsa

$$\mathcal{W}_\alpha = \mathcal{W}_\alpha^a T^a = -\frac{1}{4}(\bar{D}\bar{D})(D_\alpha V^a + igf^{abc}(D_\alpha V^b)V^c)T^a \tag{1.99}$$

elde edilir ve buradan (1.98)'in,  $f^{abc} \rightarrow 0$  limitinde abelyen durumla yani (1.75) ile aynı olduğu görülür. Sonuç olarak  $\mathcal{W}_\alpha \equiv \mathcal{W}_\alpha^a T^a$  ve  $\bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}} \equiv \bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}}^a T^a$  olmak üzere (1.77)'dekine benzer biçimde

$$\begin{aligned}\mathcal{W}_\alpha^a &= -i\lambda_\alpha^a(y) + \left( \delta_\alpha^\beta D^a(y) + (\sigma^{\mu\nu})_\alpha^\beta F_{\mu\nu}^a(y) \right) \theta_\beta + (\theta \cdot \theta) \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu (D_\mu \bar{\lambda}^{a\dot{\alpha}}(y)) \\ \bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}}^a &= i\bar{\lambda}_{\dot{\alpha}}^a(z) + \left( \varepsilon_{\dot{\alpha}\dot{\gamma}} D^a(z) - \varepsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} (\bar{\sigma}^{\mu\nu})_{\dot{\gamma}}^{\dot{\beta}} F_{\mu\nu}^a(z) \right) \bar{\theta}^{\dot{\gamma}} + (\bar{\theta} \cdot \bar{\theta}) (D_\mu \lambda^{a\alpha}(z)) \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\end{aligned}\quad (1.100)$$

elde edilir. Burada ayar alan tensörü ve gauginonun kovaryant türevi sırasıyla

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \text{ ve } D_\mu \lambda^{a\alpha} = \partial_\mu \lambda^{a\alpha} - gf^{abc} A_\mu^b \lambda^{c\alpha} \quad (1.101)$$

ile verilir. (1.100) eşitliklerinin de  $f^{abc} \rightarrow 0$  limitinde abelyen durumla aynı olduğu görülmektedir.

$\mathcal{W}^{a\alpha} \mathcal{W}_\alpha^a$  ve  $\bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}}^a \bar{\mathcal{W}}^{a\dot{\alpha}}$  birer kiral süperalan olduklarından, süpersimetri dönüşümleri altında değişmez kalan Lagranjiyen için  $\mathcal{W}^\alpha \mathcal{W}_\alpha$  ve  $\bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}} \bar{\mathcal{W}}^{\dot{\alpha}}$ 'nin sırasıyla  $\theta\theta$  ve  $\bar{\theta}\bar{\theta}$  bileşenleri kullanılır. Böylece ayar kinetik terimlerini içeren süpersimetrik değişmez Lagranjiyen, (1.97) ve (1.100) kullanılarak

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{ayar}} &= \frac{1}{4k} \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \underbrace{\dot{I}z(\mathcal{W}^\alpha \mathcal{W}_\alpha)}_{k\mathcal{W}^{a\alpha} \mathcal{W}_\alpha^a} \delta^2(\bar{\theta}) + \frac{1}{4k} \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \underbrace{\dot{I}z(\bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}} \bar{\mathcal{W}}^{\dot{\alpha}})}_{k\bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}}^a \bar{\mathcal{W}}^{a\dot{\alpha}}} \delta^2(\theta) \\ &= \frac{1}{4} \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \underbrace{(\mathcal{W}^{a\alpha} \mathcal{W}_\alpha^a \delta^2(\bar{\theta}))}_{\mathcal{W}^\alpha \mathcal{W}_\alpha|_{\theta\theta}} + \frac{1}{4} \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \underbrace{(\bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}}^a \bar{\mathcal{W}}^{a\dot{\alpha}} \delta^2(\theta))}_{\bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}} \bar{\mathcal{W}}^{\dot{\alpha}}|_{\bar{\theta}\bar{\theta}}} \\ &= \frac{1}{2} D^a D^a + \frac{i}{2} D_\mu \lambda^a \sigma^\mu \bar{\lambda}^a - \frac{i}{2} \lambda^a \sigma^\mu D_\mu \bar{\lambda}^a - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}\end{aligned}\quad (1.102)$$

elde edilir. Bu, abelyen olmayan ayar teorilerindeki ayar kinetik teriminin süpersimetrik genelleştirilmesidir. Böylece, genel bir süpersimetri ayar teorisi için toplam Lagranjiyen

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{SUSY\ YM} &= \mathcal{L}_{\text{ayar}} + \mathcal{L}_{\text{madde}} + \mathcal{L}_W \\
&= \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \left\{ \frac{1}{4} \mathcal{W}^{a\alpha} \mathcal{W}_\alpha^a \delta^2(\bar{\theta}) + \frac{1}{4} \bar{\mathcal{W}}_{\dot{\alpha}}^a \bar{\mathcal{W}}^{a\dot{\alpha}} \delta^2(\theta) + \Phi_i^\dagger e^{2gT^a V^a} \Phi_i \right. \\
&\quad \left. + W(\Phi_k) \delta^2(\bar{\theta}) + W^\dagger(\Phi_k^\dagger) \delta^2(\theta) \right\} \quad (1.103)
\end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir. Buradaki her bir terim; (1.43), (1.93) ve (1.102) kullanılarak açıkça yazılırsa, Süpersimetri Yang-Mills Lagranjienyi olarak adlandırılan

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{SUSY\ YM} &= \frac{1}{2} D^a D^a + \frac{i}{2} D_\mu \lambda^a \sigma^\mu \bar{\lambda}^a - \frac{i}{2} \lambda^a \sigma^\mu D_\mu \bar{\lambda}^a - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} \\
&\quad + (D_\mu \varphi_i)^* (D^\mu \varphi_i) + i \bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu D_\mu \psi_i + F_i^* F_i + i \sqrt{2} g \varphi_i^* \lambda^a T_{ij}^a \psi_j \\
&\quad - i \sqrt{2} g \bar{\psi}_i \bar{\lambda}^a T_{ij}^a \varphi_j + g \varphi_i^* D^a T_{ij}^a \varphi_j \\
&\quad + \left( \frac{\partial W(\varphi_k)}{\partial \varphi_i} F_i - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W(\varphi_k)}{\partial \varphi_i \partial \varphi_j} \psi_i \psi_j + h.e. \right) \quad (1.104)
\end{aligned}$$

elde edilir. Buradaki ilk satır (1.103)'ün ilk iki teriminden, 2. ve 3. satır (1.103)'ün 3. teriminden ve son satır (1.103)'ün son iki teriminden elde edildi. (1.104) Lagranjieninde  $F$  ve  $D$  yardımcı alanlarının kinetik terimleri yoktur, dolayısıyla bu alanların hareket denklemleri tümüyle cebirseldir. Bunun sonucunda diğer dinamik alanlar cinsinden yeniden ifade edilebilirler. Bunların hareket denklemleri ((1.70)'te  $F$  alanı için açıkça elde edildi)

$$F_i^* = -\frac{\partial W(\varphi_k)}{\partial \varphi_i} \text{ ve } D^a = -\sum_i g \varphi_i^* T_{ij}^a \varphi_j \quad (1.105)$$

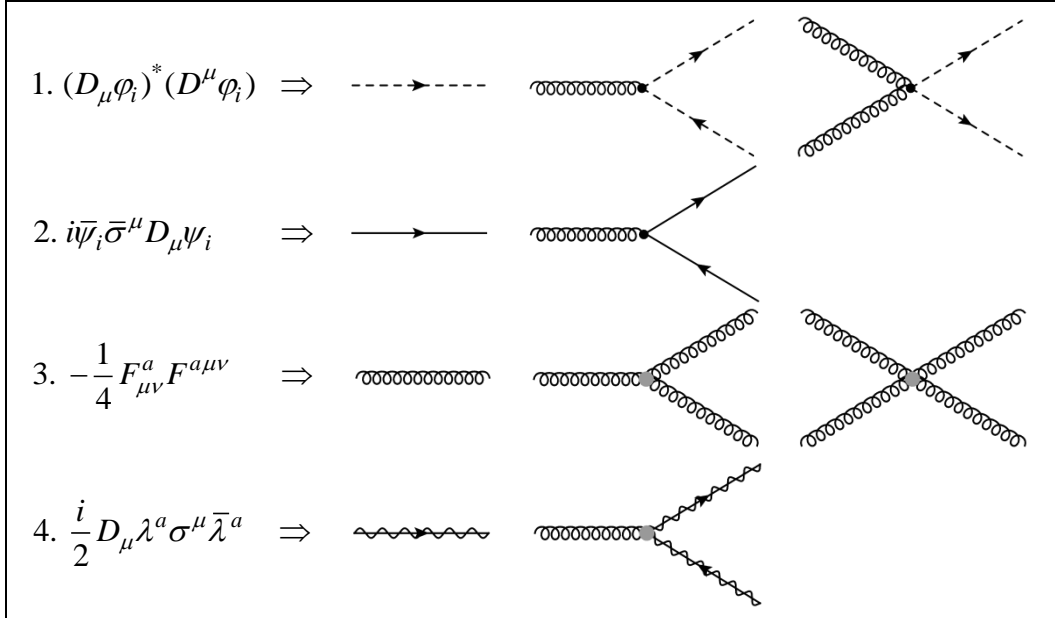
olmak üzere bunlar kullanılarak skaler potansiyel

$$\begin{aligned}
V(\varphi_i, \varphi_j^*) &= V_F(\varphi_i, \varphi_j^*) + V_D(\varphi_i, \varphi_j^*) \\
&= \sum_i F_i^* F_i + \sum_a \frac{1}{2} (D^a)^2 = \sum_i \left| \frac{\partial W(\varphi_k)}{\partial \varphi_i} \right|^2 + \frac{1}{2} \sum_a \left( \sum_i g \varphi_i^* T_{ij}^a \varphi_j \right)^2 \quad (1.106)
\end{aligned}$$

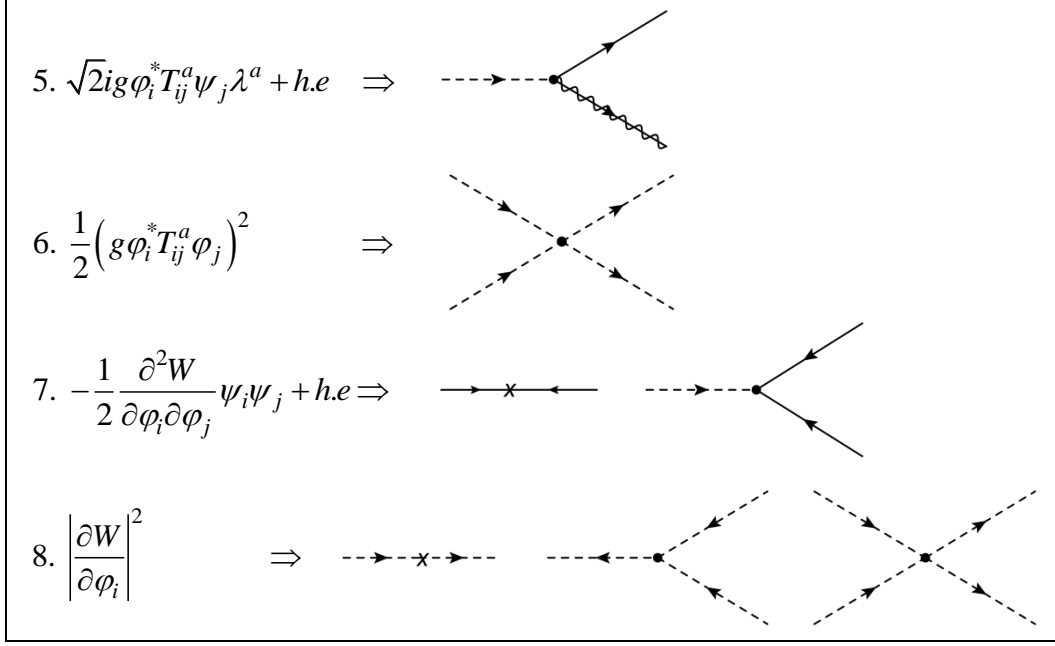
tanımı yapılırsa süpersimetrik Yang-Mills Lagranjienyi (1.104)

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{SUSY\ YM} = & (D_\mu \varphi_i)^* (D^\mu \varphi_i) + i\bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu D_\mu \psi_i + \frac{i}{2} D_\mu \lambda^a \sigma^\mu \bar{\lambda}^a - \frac{i}{2} \lambda^a \sigma^\mu D_\mu \bar{\lambda}^a \\
& - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + i\sqrt{2}g \left( \varphi_i^* \lambda^a T_{ij}^a \psi_j - \bar{\psi}_i \bar{\lambda}^a T_{ij}^a \varphi_j \right) - V(\varphi_i, \varphi_j^*) \\
& - \left( \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W(\varphi_k)}{\partial \varphi_i \partial \varphi_j} \psi_i \psi_j + h.e. \right)
\end{aligned} \tag{1.107}$$

olur. Bu Lagranjiyendeki her bir terim ile ilişkili Feynman çizimleri Şekil 5 ve Şekil 6'da gösteriliyor. Bu çizimlerde, düz çizgiler fermiyonları ( $\psi_i$ ), dalgalı çizgiler ayar alanlarını ( $A_\mu^a$ ), kesikli çizgiler skaler alanları ( $\varphi$ ) ve düz-dalgalı çizgiler gauginoları ( $\lambda^a$ ) temsil ediyor. Gri renkli köşeleri içeren Feynman çizimleri sadece abelyen olmayan ayar grupları için geçerlidir. Şekil 5'teki 1 ve 2 numaralı terimler sırasıyla skaler ve fermiyon alanlarının kinetik terimlerini hem de bunların ayar alanıyla yaptıkları etkileşimleri içerir. 3 ve 4 numaralı terimler ise sırasıyla ayar alanının ve süpersimetrik eşi  $\lambda^a$ 'nın kinetik terimleridir. Ayrıca abelyen olmayan durum için, 3 ve 4 tane ayar alanının bir noktadaki etkileşmelerini (3 numaralı terimde 2. ve 3. Feynman çizimleri) ve ayar alanı ile  $\lambda^a$  alanlarının etkileşmelerini içerirler (4 numaralı terimde 2. Feynman çizimi).



Şekil 5. Süpersimetrik Lagranjiyendeki ilk 4 terim için Feynman çizimleri



Şekil 6. Süpersimetrik Lagranjiyendeki diğer terimler için Feynman çizimleri

Şekil 6'daki 5 numaralı terim gaugino, skaler ve fermiyon alanlarının ayar etkileşmesine ve 6 numaralı terim 4 tane skaler alanın bir noktadaki etkileşmesine karşılık gelir. 7 ve 8 numaralı terimlere karşılık gelen birinci çizimler, kiral süperalanın alan bileşenlerinin kütle terimlerini göstermektedir. Bununla birlikte Lagranjiyende ayar bozonları ve gauginolar için kütle terimi yoktur. Bunlar için kütle teriminin eklenmesi ayar değişmezliğin bozulmasına neden olur.

Buraya kadar yapılanlar SM'nin süpersimetrik formunu oluşturmak için yeterlidir.

#### 1.4. Minimal Süpersimetrik Standart Model

Süpersimetri her ne kadar cebirsel zenginliğe ve güzelliğe sahip bir teori olsa da, deneysel olarak gözlenebilir bir fiziksel gerçeklik olması için özellikle deneylerle uyumlu SM'nin yapısını kendi içinde barındıracak bir modelle ortaya konulmalıdır. Bu amaç için oluşturulmuş SM'nin en makul süpersimetrik genişlemesi olan MSSM (Nilles, 1984; Haber ve Kane, 1985; Martin, 2011), süpersimetrik modeller arasındaki en az parçacığa dolayısıyla da en az etkileşmeye sahiptir. Parçacıklar arasındaki temel etkileşmeler (SM'de olduğu gibi)  $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  ayar grubunun yerel dönüşümleri altında değişmez

kalan ve ayrıca süpersimetrik değişmez olan Lagranjiyen ile betimlenir. MSSM'in parçacık spektrumu,

- ✓ Ayar bozonların kuantum sayılarını içeren herhangi bir fermiyon olmayacak ve ayrıca SM parçacıkları birbirlerinin süpereşleri olmayacak,
- ✓ Higgs alanları sıfırdan farklı boşluk beklenen değerine sahip olduklarından bu alanlar kuarkların ve leptonların süpereşleri olmayacak (Bu durumun olması halinde baryon ve lepton sayı korunumu kendiliğinden ihlal edilir),
- ✓ Eşit sayıda fermiyonik ve bozonik serbestlik derecesi bulunacak,
- ✓ Yukarı ve aşağı tipi kuarklara kütle kazandırmak için en az iki karmaşık Higgs ikilisi olacak,

şekilde oluşturulabilir (Kazakov, 2001).

Süpersimetri'de parçacık durumları hem parçacıklar hem de süpersimetrik parçacıkları içeren kiral (ya da madde) ve vektör süperçoklulukları olmak üzere iki tür süperçokluluk ile temsil edilir. Aynı süperçoklulukta yer alan bozon ile fermiyon (spini dışında) aynı kuantum sayılarına sahiptir. MSSM'in sahip olduğu kiral ve vektör süperçokluluklar, ayar grubu gösterimlerini de içerecek şekilde Tablo 6 ve Tablo 7'de gösterilmektedir. Madde parçacıklarının süpereşleri *skaler kuark* ve *skaler leptonlar* (kısaca *skuarklar* ve *sleptonlar*) olarak adlandırılırken, ayar parçacıklarının süpereşleri "*gauginolar*" ve Higgs bozonlarının süpereşleri ise *higgsinolar* olarak adlandırılır. Parçacığın süpersimetrik eşi, o parçacık için kullanılan simgenin üstüne "~" işareti yazılarak (örneğin,  $u_L$  kuarkının süpereşi  $\tilde{u}_L$  skuarkı ve  $e_L$  elektronun süpereşi  $\tilde{e}_L$  selektronudur) temsil edilir. Ayar bozonların süpereşleri ise ayar bozonlarının adlarının sonuna "-ino" eki getirilerek adlandırılır (wino, bino, zino, fotino, glüينو).

MSSM'de, vektör süperçokluluklar ayar bozonları ile gauginolardan oluşmak üzere her bir ayar grubuna karşılık gelen 3 tane vektör süperçokluluk ( $\hat{V}_B$ ,  $\hat{V}_W$  ve  $\hat{V}_g$ ) vardır: Bunlar,  $U(1)$  ayar grubu için zayıf üstünyük ayar alanı ( $B_\mu$ ) ile *bino* ( $\tilde{B}$ ),  $SU(2)$  ayar grubu için zayıf ayar alanları ( $W_\mu^a$ ) ile *winoları* ( $\tilde{W}^a$ ) ve  $SU(3)$  ayar grubu için glüyon (g) ile *glüinoyu* ( $\tilde{g}$ ) içeren



$$\begin{aligned}
\hat{V}_B &= \theta\sigma^\mu\bar{\theta}B_\mu + i(\theta\cdot\theta)\bar{\theta}\cdot\tilde{\lambda}_B - i(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})\theta\cdot\tilde{\lambda}_B + \frac{1}{2}(\theta\cdot\theta)(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})D_B \\
\hat{V}_W^a &= \theta\sigma^\mu\bar{\theta}W_\mu^a + i(\theta\cdot\theta)\bar{\theta}\cdot\tilde{\lambda}_W^a - i(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})\theta\cdot\tilde{\lambda}_W^a + \frac{1}{2}(\theta\cdot\theta)(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})D_W^a \\
\hat{V}_g^b &= \theta\sigma^\mu\bar{\theta}G_\mu^b + i(\theta\cdot\theta)\bar{\theta}\cdot\tilde{\lambda}_g^b - i(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})\theta\cdot\tilde{\lambda}_g^b + \frac{1}{2}(\theta\cdot\theta)(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})D_g^b
\end{aligned} \tag{1.108}$$

Tablo 6. MSSM'in vektör süperçoklulukları

| Süperalanlar |                                                   | Ayar alanları                           | Gauginolar                                                | $SU(3)_C$ | $SU(2)_L$ | $U(1)_Y$ |
|--------------|---------------------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------------------------|-----------|-----------|----------|
| Vektör       | $\hat{V}_B \equiv (\tilde{\lambda}_B, B_\mu)$     | Spin 1<br>Üstünyük $B_\mu$ ( $\gamma$ ) | Spin 1/2<br>$\tilde{B}$ bino ( $\tilde{\gamma}$ fotino)   | 1         | 1         | 0        |
|              | $\hat{V}_W \equiv (\tilde{\lambda}_W^a, W_\mu^a)$ | Zayıf $W_\mu^a$ ( $W^\pm, Z^0$ )        | $\tilde{W}^a$ ( $\tilde{W}^\pm$ wino, $\tilde{Z}^0$ zino) | 1         | 3         | 0        |
|              | $\hat{V}_g \equiv (\tilde{\lambda}_g^a, G_\mu^a)$ | $G_\mu^a$ glüyon                        | $\tilde{g}^a$ glüino                                      | 8         | 1         | 0        |

vektör süperalanlarından ileri gelmektedir. Burada  $a=1,2,3$  ve  $b=1,\dots,8$  olmak üzere sırasıyla  $SU(2)_L$  ve  $SU(3)_C$  ayar grubu indisleridir. Ayar alanları spin-1 bozonları olmak üzere gauginolar spin-1/2 fermiyonlarıdır.

Ayar değişmezlik gereksiniminden dolayı elektrozayıf simetrisinin kendiliğinden bozulmasıyla  $W_\mu^3$  ve  $B_\mu$  zayıf öz durumlarının karışımından kütle öz durumları olan  $Z_\mu^0$  ve  $A_\mu$  (foton) ayar bozonları meydana gelirken wino ( $\tilde{W}^3$ ) ve bino ( $\tilde{B}$ ) gauginolarının bir karışımından ise zino ( $\tilde{Z}^0$ ) ve fotino ( $\tilde{\gamma}$ ) kütle öz durumları oluşur. Kırılmamış Süpersimetri için zinonun kütlesi Z bozonunun kütlesine eşit ve fotinonun kütlesi sıfır (fotonun kütlesine eşit) olur.

MSSM'de, SM'de olduğu gibi kuarklar ve leptonlar üç nesilden oluşmak üzere, sol-elli ve sağ-elli fermiyon alanları ile bunların süpereşleri birer kiral süperçokluluk oluştururlar. SM sağ-elli nötrino içermediğinden MSSM'de de sağ-elli nötrino ve süpereşi dikkate alınmayabilir. Bütün kiral süperçokluluklar, sağ-elli (s)kuarkların ve sağ-elli (s)leptonların eşlenikleri de sol-elli olacağından, sol-elli Weyl spinörleri cinsinden tanımlanabilir. Bu durumda sağ-elli fermiyonlar sol-elli karşıt fermiyonlar ile betimlenir. Bu şekilde yapılan tanımlama Lagranjiyenlerin 4-bileşenli spinörler cinsinden oluşturulmasını kolaylaştırır. Madde alanlarının oluşturduğu 5 tane kiral süperçokluluk ( $\hat{L}_j$ ,  $\hat{e}_j$ ,  $\hat{Q}_j$ ,  $\hat{u}_j$ ,  $\hat{d}_j$ ) vardır: Tablo 7'de gösterildiği gibi, sol-elli ve sağ-elli durumlar için ayrı ayrı

Tablo 7. MSSM'in kiral süperçoklulukları (Spin 0 alanları karmaşık skaler ve spin 1/2 alanları ise sol-elli iki-bileşenli Weyl fermiyonlarıdır)

| Süperalanlar           |                                       | Bozonlar                                                                       | Fermiyonlar                                                                  | $SU(3)_C$          | $SU(2)_L$ | $U(1)_Y$ |
|------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|--------------------|-----------|----------|
| Kiral Süperçokluluklar | <b>Madde alanları</b>                 | Spin 0                                                                         | Spin 1/2                                                                     |                    |           |          |
|                        | $\hat{L}_j \equiv (\tilde{L}_j, L_j)$ | $\tilde{L}_j = \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_{e_L} \\ \tilde{e}_L \end{pmatrix}$ | $L_j = \begin{pmatrix} \nu_{e_L} \\ e_L \end{pmatrix}$                       | <b>1</b>           | <b>2</b>  | -1       |
|                        | $\hat{e}_j \equiv (\tilde{e}_j, e_j)$ | $\tilde{e}_j = \tilde{e}_R^*$                                                  | $e_j = e_R^\dagger$                                                          | <b>1</b>           | <b>1</b>  | 2        |
|                        | $\hat{Q}_j \equiv (\tilde{Q}_j, Q_j)$ | $\tilde{Q}_j = \begin{pmatrix} \tilde{u}_L \\ \tilde{d}_L \end{pmatrix}$       | $Q_j = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$                             | <b>3</b>           | <b>2</b>  | 1/3      |
|                        | $\hat{u}_j \equiv (\tilde{u}_j, u_j)$ | $\tilde{u}_j = \tilde{u}_R^*$                                                  | $u_j = u_R^\dagger$                                                          | $\bar{\mathbf{3}}$ | <b>1</b>  | -4/3     |
|                        | $\hat{d}_j \equiv (\tilde{d}_j, d_j)$ | $\tilde{d}_j = \tilde{d}_R^*$                                                  | $d_j = d_R^\dagger$                                                          | $\bar{\mathbf{3}}$ | <b>1</b>  | 2/3      |
|                        | <b>Higgs alanları</b>                 | Higgsler                                                                       | Higgsinolar                                                                  |                    |           |          |
|                        | $\hat{H}_1 \equiv (\tilde{H}_1, H_1)$ | $H_1 = \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix}$                           | $\tilde{H}_1 = \begin{pmatrix} \tilde{H}_1^0 \\ \tilde{H}_1^- \end{pmatrix}$ | <b>1</b>           | <b>2</b>  | -1       |
|                        | $\hat{H}_2 \equiv (\tilde{H}_2, H_2)$ | $H_2 = \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix}$                           | $\tilde{H}_2 = \begin{pmatrix} \tilde{H}_2^+ \\ \tilde{H}_2^0 \end{pmatrix}$ | <b>1</b>           | <b>2</b>  | 1        |

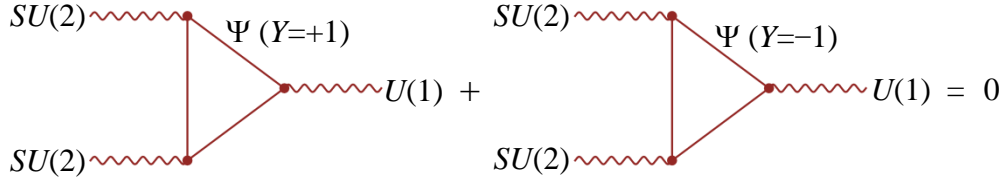
olmak üzere leptonlar ile sleptonları ( $\tilde{l}$ ) ve kuarklar ile skuarkları ( $\tilde{q}$ ) içerirler. Sleptonlar ve skuarklar spin-0 skaler alanlardır. Aynı süperçoklulukta yer alan sleptonlar ile leptonlar ve benzer şekilde skuarklar ile kuarklar aynı ayar yüklerine sahip olduklarından ayar grubu altındaki etkileşmeleri aynıdır. Öyle ki sol-elli ve sağ-elli kuark ve leptonlar ayar dönüşümleri altında farklı dönüşüm özellikleri gösterirler ve süpereşleri de aynı farklılığı gösterir: Örneğin sol-elli skaler kuarklar  $W^\pm$  ayar bozonları aracılığıyla etkileşmeye girerken sağ-elli skaler kuarklar girmez. Tablo 7'deki  $j$  nesil indisini,  $L$  ve  $R$  sırasıyla sol-elli ve sağ-elli durumları göstermekte olup sol-elli durumlar  $SU(2)$  ikilileri ve sağ-elli durumlar  $SU(2)$  teklileridir. Bununla birlikte kuarklar ve skuarkların sol-elli durumları  $SU(3)$  üçlüsü, sağ-elli durumları  $SU(3)$  kaşıt-üçlüsüdür. MSSM'in süperçoklulukları sırasıyla  $\hat{L}_j$  (s)lepton ikililerini,  $\hat{e}_j$  (s)lepton teklilerini,  $\hat{Q}_j$  (s)kuark ikililerini ve  $\hat{u}_j$  ve  $\hat{d}_j$  (s)kuark teklilerini içerir.

Sol-elli (s)leptonlar ve sağ-elli (s)leptonların oluşturduğu süperçokluluklar sırasıyla

$$\begin{aligned}
\hat{L}_j &= \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_{e_L} \\ \tilde{e}_L \end{pmatrix} + i(\theta\sigma^\mu\bar{\theta}) \partial_\mu \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_{e_L} \\ \tilde{e}_L \end{pmatrix} - \frac{1}{4}(\theta\cdot\theta)(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})\partial^\mu\partial_\mu \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_{e_L} \\ \tilde{e}_L \end{pmatrix} + \sqrt{2}\theta\cdot \begin{pmatrix} \nu_{e_L} \\ e_L \end{pmatrix} \\
&\quad - \frac{i}{\sqrt{2}}(\theta\cdot\theta)\partial_\mu \begin{pmatrix} \nu_{e_L} \\ e_L \end{pmatrix} \sigma^\mu\bar{\theta} + (\theta\cdot\theta) \begin{pmatrix} F_{\nu_e} \\ F_{e_L} \end{pmatrix} \\
\hat{e}_j &= \tilde{e}_R^* + i(\theta\sigma^\mu\bar{\theta}) \partial_\mu \tilde{e}_R^* - \frac{1}{4}(\theta\cdot\theta)(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})\partial^\mu\partial_\mu \tilde{e}_R^* + \sqrt{2}\theta\cdot e_R^\dagger \\
&\quad - \frac{i}{\sqrt{2}}(\theta\cdot\theta)\partial_\mu e_R^\dagger \sigma^\mu\bar{\theta} + (\theta\cdot\theta)F_{e_R}
\end{aligned} \tag{1.109}$$

kiral süperalanlarından ileri gelmektedir. Benzer şekilde kuarklar ile skaler kuarkların oluşturduğu süperçokluluklar sağ-elli ve sol-elli durumları dikkate alınarak yazılır.

MSSM'de SM'den farklı olarak zayıf üstünyükü  $Y=-1$  ve  $Y=+1$  olan iki tane Higgs ikilisi ( $H_1$  ve  $H_2$ ) vardır. İki Higgs ikilisine gereksinim duyulmasındaki gerekçelerden biri ayar anomalilerinin ortaya çıkmasını engellemektir. Şekil 7'de gösterildiği gibi aksiyel-vektör akım etkileşmelerini içeren üçgensel fermiyonik ilmeklerden kaynaklanan ayar anomalilerinin yok edilmesi  $\dot{I}z(I_3^2 Y) = \dot{I}z(Y^3) = 0$  (burada tüm sol-elli fermiyonik serbestlik



Şekil 7. MSSM'de anomalilerin yok edilmesi için gerekli olan Higgs ikilileri

dereceleri üzerinden izler alınır) koşullarını sağlanması ile mümkündür aksi durumda teoremin ayar değişmezliği ortadan kalkar (Adler ve Bardeen, 1969). SM'de bu anomaliler ortaya çıkmaz çünkü SM'nin sahip olduğu toplam fermiyonik serbestlik derecesi bu koşulları sağlamak için yeterlidir. MSSM'de tek bir Higgs ikilisi için üstünyükü  $Y=+1$  (veya  $Y=-1$ ) olan fermiyonik süperleş anomalilerin birbirini yok etmesini engelleyecek şekilde sıfır olmayan iz katkısı getirir ve sonucunda ıraksamalara sebep olan  $SU(2)$  ve  $U(1)$  ayar anomalileri ortaya çıkar. Dolayısıyla zayıf üstünyükü  $Y=-1$  ve  $Y=+1$  olan iki tane Higgs ikilisi dikkate alınırsa fermiyonik süperleşlerinden (higgsinolar  $\tilde{H}_1$  ve  $\tilde{H}_2$ ) gelen iz katkıları birbirini yok eder ve ayar anomalileri ortaya çıkmaz.

Diğer bir gerekçe ise süpersimetrik teorilerin yapısından dolayı;  $Y=+1$  Higgs ikilisinin  $u$ -tipi kuarklara (zayıf izospini  $I_3=+1/2$  olan parçacıklar) ve  $Y=-1$  Higgs ikilisinin ise  $d$ -tipi kuarklara (zayıf izospini  $I_3=-1/2$  olan parçacıklar) kütle kazandırmak için gerekli olan Yukawa etkileşmelerine sahip olmalarıdır. Yani farklı üstünyüklü parçacıklara kütle kazandırmak için bunlarla aynı üstünyüğe sahip olan Higgs ikililerine gerek duyulur.

Higgs ikilileri spin-0 skaler alanlar (ve süpereşleri Higgsinolar spin-1/2 alanları) olduğundan kiral süperçokluluk içerisinde olmalıdırlar: İki Higgs ikilisi ile Higgsinoların oluşturduğu kiral süperçokluluklar

$$\begin{aligned}
\hat{H}_1 &= \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix} + i(\theta\sigma^\mu\bar{\theta}) \partial_\mu \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix} - \frac{1}{4}(\theta\cdot\theta)(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})\partial^\mu\partial_\mu \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix} + \sqrt{2}\theta\cdot \begin{pmatrix} \tilde{H}_1^0 \\ \tilde{H}_1^- \end{pmatrix} \\
&\quad - \frac{i}{\sqrt{2}}(\theta\cdot\theta)(\partial_\mu \begin{pmatrix} \tilde{H}_1^0 \\ \tilde{H}_1^- \end{pmatrix} \sigma^\mu\bar{\theta}) + (\theta\cdot\theta) \begin{pmatrix} F_{H_1^0} \\ F_{H_1^-} \end{pmatrix} \\
\hat{H}_2 &= \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix} + i(\theta\sigma^\mu\bar{\theta}) \partial_\mu \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix} - \frac{1}{4}(\theta\cdot\theta)(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})\partial^\mu\partial_\mu \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix} + \sqrt{2}\theta\cdot \begin{pmatrix} \tilde{H}_2^+ \\ \tilde{H}_2^0 \end{pmatrix} \\
&\quad - \frac{i}{\sqrt{2}}(\theta\cdot\theta)(\partial_\mu \begin{pmatrix} \tilde{H}_2^+ \\ \tilde{H}_2^0 \end{pmatrix} \sigma^\mu\bar{\theta}) + (\theta\cdot\theta) \begin{pmatrix} F_{H_2^+} \\ F_{H_2^0} \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{1.110}$$

kiral süperalanlarından meydana gelir.

MSSM'in süperçoklulukları için Lagranjyenler, abelyen ve abelyen olmayan durumlar ile ilgili önceki bölümlerde elde edilen sonuçlar kullanılarak kolaylıkla oluşturulabilir.

#### 1.4.1. MSSM Lagranjyeni

MSSM'in Lagranjyeni, (genel biçimi (1.107)'de verilen süpersimetrik etkileşmeleri betimleyen terimleri ve yüksek enerjilerde önemsizleşen süpersimetriyi bozan terimleri içermek üzere) iki kısımdan oluşur:

$$\mathcal{L}_{MSSM} = \mathcal{L}_{Süpersimetri}^{MSSM} + \mathcal{L}_{yumuşak}^{MSSM} \tag{1.111}$$

Burada  $\mathcal{L}_{\text{Süpersimetri}}^{MSSM}$ ,  $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  ayar grubu için tüm ayar ve madde alanlarının ayar-değişmez kinetik terimlerini, madde alanları ile ayar alanlarının etkileşme terimlerini ve Yukawa etkileşme terimlerini içerir (bu terimler için Feynman çizimleri Şekil 5 ve Şekil 6'da gösterilmektedir).  $\mathcal{L}_{\text{yumuşak}}^{MSSM}$  ise süpersimetriyi açık bir şekilde bozan skaler kütle terimlerini, gaugino kütle terimlerini ve üçlü skaler etkileşme terimlerini içerir.

### 1. MSSM Lagranjiyeninin süpersimetrik kısmı,

$$\mathcal{L}_{\text{Süpersimetri}}^{MSSM} = \mathcal{L}_{\text{ayar}}^{MSSM} + \mathcal{L}_{\text{madde}}^{MSSM} + \mathcal{L}_W^{MSSM} \quad (1.112)$$

olmak üzere ayar süperçokluluklarının etkileşmelerini, madde süperçokluluklarının etkileşmelerini ve süperpotansiyeli içerir.

Ayar alanlarının ve gauginoların kinetik terimlerini ve gauginoların ayar alanları ile olan etkileşmelerini içeren kısmı,

$$\mathcal{L}_{\text{ayar}}^{MSSM} = \frac{1}{4} \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \left\{ (\mathcal{W}_g^{a\alpha} \mathcal{W}_g^a + \mathcal{W}_W^{b\alpha} \mathcal{W}_W^b + \mathcal{W}_B^\alpha \mathcal{W}_B^\alpha) \delta^2(\bar{\theta}) + h.e. \right\} \quad (1.113)$$

ile verilir (bu daha önceden tek bir ayar grubu için elde edilen Lagranjiyen (1.102) kullanılarak bileşen alanları cinsinden açıkça oluşturulur). Bu Lagranjiyendeki terimler, Şekil 5'te 3 ve 4 numaralı Feynman çizimleri ile gösterilmektedir.  $U(1)$ ,  $SU(2)$  ve  $SU(3)$  ayar grupları için süpersimetrik kuvvet alan tensörleri sırasıyla

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{B\alpha} &= -\frac{1}{4} (\bar{D}\bar{D}) D_\alpha \hat{V}_B \\ \mathcal{W}_{W\alpha} &= -\frac{1}{8g} (\bar{D}\bar{D}) e^{-2g\hat{V}_W^a T_W^a} D_\alpha e^{2g\hat{V}_W^a T_W^a} \\ \mathcal{W}_{g\alpha} &= -\frac{1}{8g_s} (\bar{D}\bar{D}) e^{-2g_s\hat{V}_g^b T_g^b} D_\alpha e^{2g_s\hat{V}_g^b T_g^b} \end{aligned} \quad (1.114)$$

şeklinindedir (bunların açık ifadeleri, daha önceden genel bir ayar grubu için elde edilen (1.77) ve (1.100) kullanılarak kolaylıkla oluşturulur).  $U(1)$ ,  $SU(2)$  ve  $SU(3)$  ayar gruplarına karşılık gelen (ayar) çiftlenim sabitleri sırasıyla  $g'$ ,  $g$  ve  $g_s$  olmak üzere grup üreticileri  $Y_B = Y/2$  ( $Y$  üstünyük),  $T_W^a = \tau^a/2$  ( $\tau^a$  Pauli matrisleri) ve  $T_g^b = \lambda^b/2$  ( $\lambda^b$  Gell-Mann matrisleri)

dir.(1.114)'te  $U(1)$  ayar grubunun alan tensörü abelyen iken  $SU(2)$  ve  $SU(3)$  ayar gruplarının alan tensörleri abelyen olmayan formda ortaya çıkar.

Madde alanları ile ayar alanlarının etkileşmelerini betimleyen ayar ve süpersimetrik-değişmez Lagranjiyen

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{madde}^{MSSM} &= \sum_{\substack{\text{Madde} \\ \text{Süperçoklulukları}}} \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \left( \Phi_i^\dagger e^{2g_s T_g^b \hat{V}_g^b + 2g T_W^a \hat{V}_W^a + 2g' Y_B \hat{V}_B} \Phi_i \right) \\
&= \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \left\{ \hat{L}_j^\dagger \exp \left[ 2 \left( g \frac{\tau^a}{2} \hat{V}_W^a + g' \frac{Y_L}{2} \hat{V}_B \right) \right] \hat{L}_j + \hat{e}_j^\dagger \exp \left[ g' Y_e \hat{V}_B \right] \hat{e}_j \right. \\
&\quad + Q_j^\dagger \exp \left[ 2 \left( g \frac{\tau^a}{2} \hat{V}_W^a + g' \frac{Y_q}{2} \hat{V}_B + g_s \frac{\lambda^{'b}}{2} \hat{V}_g^b \right) \right] Q_j \\
&\quad + \hat{u}_j^\dagger \exp \left[ g' Y_u \hat{V}_B + g_s \lambda^{'b} \hat{V}_g^b \right] \hat{u}_j + \hat{d}_j^\dagger \exp \left[ g' Y_d \hat{V}_B + g_s \lambda^{'b} \hat{V}_g^b \right] \hat{d}_j \\
&\quad \left. + \hat{H}_1^\dagger \exp \left[ 2 \left( g \frac{\tau^a}{2} \hat{V}_W^a + g' \frac{Y_{H_1}}{2} \hat{V}_B \right) \right] \hat{H}_1 + \hat{H}_2^\dagger \exp \left[ 2 \left( g \frac{\tau^a}{2} \hat{V}_W^a + g' \frac{Y_{H_2}}{2} \hat{V}_B \right) \right] \hat{H}_2 \right\} \quad (1.115)
\end{aligned}$$

şeklinde MSSM'in tüm kiral süperalanları için yazılır ve her bir terim (1.93) kullanılarak açık şekilde oluşturulabilir. Buradaki ilk üç satır sol ve sağ-elli fermiyonlar ve skaler fermiyonların kinetik terimlerini ve bunların ayar alanları ve gauginolar ile olan etkileşmelerini verir. Son satır ise Higgs alanlarının kinetik terimlerini ve bunların ayar alanları ve gauginolar ile olan etkileşmelerini içerir. Bu etkileşmeler, ayar bozonlarının kütlelerinin üretilmesini sağlar. Ayrıca Lagranjiyen (1.115)'teki etkileşmeler, Şekil 5 ve Şekil 6'daki 1,2,5 ve 6 numaralı Feynman çizimleri ile gösterilmektedir.

Madde alanlarının Higgs ve higgsino alanları ile olan Yukawa etkileşmelerini içeren terimler daha önceden vurgulandığı üzere renormalize edilebilirlik için en az iki ve en çok üç kiral süperalanın çarpımından türetilen  $\mathcal{W}(\Phi_k)$  süperpotansiyeli ile,

$$\mathcal{L}_W^{MSSM} = \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \left\{ \mathcal{W}(\Phi_k) \delta^2(\bar{\theta}) + \mathcal{W}^\dagger(\Phi_k^\dagger) \delta^2(\theta) \right\} \quad (1.116)$$

Lagranjiyeninden elde edilir. MSSM'de ayar değişmez ve renormalize edilebilir en genel süperpotansiyel,

$$W(\Phi_k) = W_R(\Phi_k) + W_{\mathcal{R}}(\Phi_k) \quad (1.117)$$

olmak üzere baryon ve lepton sayı korunumunu sağlayan kısmı

$$W_R(\Phi_k) = \sum_{i,j=1}^3 \varepsilon_{\alpha\beta} \left( y_u^{ij} \hat{u}_i \hat{Q}_j^\alpha \hat{H}_2^\beta - y_d^{ij} \hat{d}_i \hat{Q}_j^\alpha \hat{H}_1^\beta - y_e^{ij} \hat{e}_i \hat{L}_j^\alpha \hat{H}_1^\beta + \mu \hat{H}_2^\alpha \hat{H}_1^\beta \right) \quad (1.118)$$

ve sağlamayan kısmı

$$W_{\mathcal{R}}(\Phi_k) = \sum_{i,j,k=1}^3 \frac{1}{2} \lambda^{ijk} \hat{L}_i \hat{L}_j \hat{e}_k + \lambda'^{ijk} \hat{L}_i \hat{Q}_j \hat{d}_k + \mu'^i \hat{L}_i \hat{H}_2 + \frac{1}{2} \lambda''^{ijk} \hat{u}_i \hat{d}_j \hat{d}_k \quad (1.119)$$

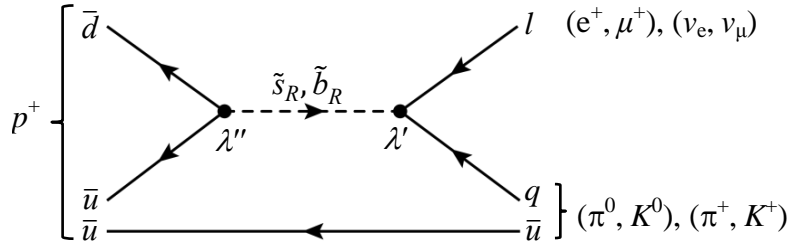
ile verilir. Burada  $y_u^{ij}$ ,  $y_d^{ij}$  ve  $y_e^{ij}$  lepton ve kuarkların nesil uzayında tanımlı boyutsuz Yukawa çiftlenim parametrelerini içeren  $3 \times 3$ 'lük Yukawa matrisleridir ve “ $\mu$ ” Higgs skalerleri için zayıf ölçekte bulunan kütle parametresidir ( $\mu$ , SM'deki Higgs bozonu kütesinin süpersimetrik şeklidir).  $\mu$  parametresi her iki Higgs ikilisi için ortaktır çünkü süperpotansiyel kiral süperalanların holomorfik bir fonksiyonu olması gerektiğinden  $\hat{H}_1^* \hat{H}_1$  veya  $\hat{H}_2^* \hat{H}_2$  terimleri süperpotansiyelde izinli değildir.  $i, j, k = 1, 2, 3$  ve  $\alpha, \beta = 1, 2$  olmak üzere sırasıyla madde alanlarının nesil indislerini ve  $SU(2)$  zayıf izospin indislerini gösterir (renk indisleri açıkça gösterilmedi).  $\varepsilon_{\alpha\beta}$ ,  $SU(2)$  ikilileri arasındaki çarpımı yapmak için kullanılan  $\varepsilon_{12} = -\varepsilon_{21} = 1$  şeklinde tanımlı  $2 \times 2$ 'lik karşıt-simetrik bir tensördür (örneğin  $\varepsilon_{\alpha\beta} \mu \hat{H}_1^\beta \hat{H}_2^\alpha = \mu \hat{H}_1^2 \hat{H}_2^1 - \mu \hat{H}_1^1 \hat{H}_2^2$  elde edilir). Süperpotansiyeldeki her bir terimin zayıf üstünyükleri toplamı sıfırdır, dolayısıyla süperpotansiyel  $U(1)_Y$  dönüşümleri altında değişmez kalır.

Yukawa matrisleri,  $H_1$  ve  $H_2$  alanlarının yüksüz skaler bileşenlerinin ( $H_1^0$  ve  $H_2^0$ ) boşluk beklenen değeri kazanmaları sonrasında, kuarkların ve leptonların kütlelerinin ve CKM karışım açılarının belirlenmesini sağlarlar. SM'de Yukawa çiftlenimleri, üçüncü nesil fermiyonlar için hariç çok küçük olduğundan (en ağır fermiyonlar olan tau leptonu, üst kuark ve alt kuark dışında) diğer fermiyonlar için ihmal edilebilir. Dolayısıyla, Yukawa matrisleri köşegen dışındaki elemanları sıfır olmak üzere

$$\begin{aligned}
y_u^{ii} &= \text{Köşegen}(y_u, y_c, y_t) \approx \text{Köşegen}(0, 0, y_t) \\
y_d^{ii} &= \text{Köşegen}(y_d, y_s, y_b) \approx \text{Köşegen}(0, 0, y_b) \\
y_e^{ii} &= \text{Köşegen}(y_e, y_\mu, y_\tau) \approx \text{Köşegen}(0, 0, y_\tau)
\end{aligned} \tag{1.120}$$

şeklindeki yaklaşıklıkla verilir. Bu yaklaşıklıkta sadece üçüncü nesil parçacıklar ve Higgs alanları MSSM süperpotansiyeline katkı verir.

SM'de ayar değişmezlik gereksinimi, tüm renormalize edilebilir etkileşmeler için baryon ve lepton sayı korunumunun sağlanmasını garantilerken, MSSM'de baryon veya lepton sayısı taşıyan skaler alanların varlığından dolayı bu gerçekleşmez. Öyle ki (1.119) süperpotansiyeli, ayar değişmez ve renormalize edilebilir olmasına rağmen baryon ve lepton sayı korunumunu sağlamayan terimlerden oluşur. Kiral süperçoklulukların baryon sayıları  $\hat{Q}_i$  için  $B=+1/3$ ,  $\hat{d}_i$  ve  $\hat{u}_i$  için  $B=-1/3$  ve lepton sayıları  $\hat{L}_i$  için  $L=+1$ ,  $\hat{e}_i$  için  $L=-1$  ve diğerleri için  $B=0$  ve  $L=0$  olmak üzere (1.119) süperpotansiyelinin ilk üç teriminde toplam lepton sayısı  $\Delta L=1$  ve son teriminde toplam baryon sayısı  $\Delta B=1$ 'dir.  $B$  ve  $L$  korunumunu bozan süreçlerin deneysel olarak gözlenmemiş olması nedeniyle bu terimlerin varlığı rahatsız edicidir. Bununla birlikte, Şekil 8'de Feynman çizimi verilen  $p^+ \rightarrow e^+ \pi^0$ ,  $e^+ K^0$ ,  $\mu^+ K^0$ ,  $\nu \pi^+$ , vb. süreçleri gibi protonun  $B$  ve  $L$  korunumunu (bir birimle) sağlamayan bozunumları için herhangi bir kısıtlayıcı deneysel gözlem de yoktur. Bu süreçler için  $\lambda^{ijk}$  ve  $\lambda''^{ijk}$  çiftlenim parametrelerine bağlı olarak protonun yarı ömrü hesaplandıktan sonra  $10^{32}$  yıla (protonun yarı ömrünün deneysel verilerden elde edilen yaklaşık değeri) eşitlenir ve aracı skaler kuarkın kütlesi için 1 TeV alınır,  $|\lambda' \lambda''| < 10^{-25}$  değeri elde edilir (Terning, 2006). Buna göre,  $\lambda'$  ve  $\lambda''$  çiftlenim parametrelerinden en az biri çok çok küçük değerli olmalıdır. Ancak, bu tür etkileşmelerden küçük enerjilerde küçük katkılar gelse de, yüksek



Şekil 8. Protonun lepton ve baryon sayı korunumu bozan olası bozunumları



enerjilerde bu katkılar pertürbatif olmayan elektrozayıf etkiler olarak kendini gösterir ve ihmal edilemezler. Bu sebeple, MSSM’de bu tür etkileşmeleri doğrudan ortadan kaldırmak yerine, etkileşme terimlerinin alacağı sınırlamalara göre değerlendirmede bulunulur.

MSSM’de ayar değişmez ve renormalize edilebilir olan en genel süperpotansiyeldeki baryon ve lepton sayı korunumunu ihlal eden terimleri ortadan kaldırmak için “*R-paritesi*” (Fayet, 1977; Farrar ve Fayet, 1978) veya *madde paritesi* olarak adlandırılan yeni bir kesikli simetri tanımlanır. Süpersimetri’deki ayar etkileşmeleri tarafından doğrudan korunan *R-paritesi*, *s* spin, *B* baryon sayısı ve *L* lepton sayısı olmak üzere

$$P_R = (-1)^{3(B-L)+2s} = \begin{cases} +1, & \text{SM parçacıkları için} \\ -1, & \text{Süpersimetrik parçacıklar için} \end{cases} \quad (1.121)$$

ile verilir. Süpersimetrik parçacıkların fenomenolojisi açısından oldukça önemli olan *R-paritesi*, SM parçacıkları ve Higgs bozonları için  $P_R=+1$  (çift *R-paritesi*) iken onların süpereşleri olan skaler kuarklar, skaler leptonlar, gauginolar ve higgsinolar için  $P_R=-1$  (tek *R-paritesi*)’dir. Dolayısıyla *R-paritesi* parçacıklar ile süpersimetrik parçacıklar arasında ayrımı kolaylaştırır. Süpersimetrik teorilerde, Lagranjiyede yazılan her bir etkileşme teriminde parçacıkların *R-paritelerinin* çarpımı  $+1$  ise *R-parite* korunur,  $-1$  ise korunmaz.  $W_R$ ’deki her bir terimde *R-paritesi* korunurken  $W_{\mathcal{R}}$ ’deki terimlerde korunmadığı kolaylıkla gösterilebilir. Dolayısıyla baryon ve lepton sayı korunumunu ihlal eden terimler *R-paritesine* göre izinli değildir. Sonuç olarak *R paritesi* ile MSSM Lagranjiyeninde olası baryon ve lepton sayı korunumunu bozan terimler kontrol edilebilir ve bu terimler *R-parite* korunumu için modelden çıkartılır. Tüm Süpersimetrik modeller için *R-paritenin* korunumu bir zorunluluk değildir.

*R-parite* korunumu dikkate alındığı durumda,  $P_R=+1$  olan parçacıklar ile  $P_R=-1$  olan süpersimetrik parçacıklar arasında bir karışım olmaz. Ayrıca her etkileşme köşesi çift sayıda  $P_R=-1$  pariteli süpersimetrik parçacık içerir. Bunların yanı sıra *R-parite* korunumunun yol açtığı önemli fenomenolojik sonuçlar vardır:

- En hafif süpersimetrik parçacık (EHSP),  $P_R=+1$  pariteli durumların herhangi bir birleşiminden  $P_R=-1$  pariteli durum elde edilemeyeceğinden dolayı kesinlikle kararlıdır. EHSP’nin elektrik yükü sıfır ise maddeyle sadece zayıf etkileşime girer ve bu durum EHSP’nin baryonik olmayan Karanlık Madde için iyi bir aday (Ellis vd., 1984)

olmasını sağlar. Buna göre MSSM'deki en uygun aday parçacıklardan biri en hafif nötralino  $\tilde{\chi}_1^0$ 'dir.

- EHSP dışındaki her bir süpersimetrik parçacık sonunda tek sayıda EHSP içeren bir duruma bozunur.
- Süpersimetrik parçacıklar çarpışma deneylerinde, başlangıç durumu iki tane  $P_R=+1$  pariteli parçacık içerdiğinden (son durumun toplam  $R$ -paritesinin  $+1$  olması için) sadece çift sayıda üretilebilirler.

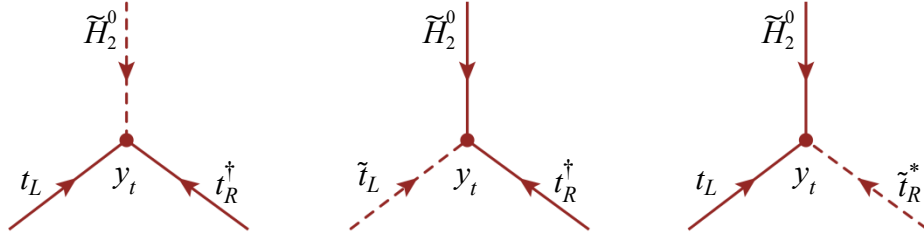
Bu kısımda MSSM için  $R$ -parite korunumunu sağlayan süperpotansiyel ele alınmaktadır. Süperpotansiyel için yazılan (1.116) Lagranjiyenin Yukawa etkileşmelerini veren kısmı daha önceden (1.107)'de elde edildiği üzere (süperpotansiyel (1.43)'e bakınız)

$$\mathcal{L}_{Yukawa}^{MSSM} = -\frac{1}{2} \sum_{l,m} \frac{\partial^2 W(\varphi_k)}{\partial \varphi_l \partial \varphi_m} \psi_l \psi_m + h.e. \quad (1.122)$$

ile verilir. Burada süperpotansiyeldeki süperalanlar açıkça yazıldıktan sonra bu süperalanların tüm skaler bileşen alanları üzerinden türev alınır.  $R$ -parite korunumlu terimleri içeren (1.118) süperpotansiyeli için (1.122) Lagranjiyeni,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Yukawa}^{MSSM} = & -\varepsilon_{\alpha\beta} \left[ y_u^{ij} u_i Q_j^\alpha H_2^\beta - y_d^{ij} d_i Q_j^\alpha H_1^\beta - y_e^{ij} e_i L_j^\alpha H_1^\beta \right. \\ & + y_u^{ij} \tilde{u}_i Q_j^\alpha \tilde{H}_2^\beta - y_d^{ij} \tilde{d}_i Q_j^\alpha \tilde{H}_1^\beta - y_e^{ij} \tilde{e}_i L_j^\alpha \tilde{H}_1^\beta \\ & \left. + y_u^{ij} u_i \tilde{Q}_j^\alpha \tilde{H}_2^\beta - y_d^{ij} d_i \tilde{Q}_j^\alpha \tilde{H}_1^\beta - y_e^{ij} e_i \tilde{L}_j^\alpha \tilde{H}_1^\beta + \mu \tilde{H}_2^\alpha \tilde{H}_1^\beta \right] + h.e \end{aligned} \quad (1.123)$$

şeklinde bileşen alanları cinsinden yazılır. Bu Lagranjiyen, SM'deki fermiyonların Yukawa etkileşmelerinin (Higgs-kuark-kuark ve Higgs-lepton-lepton etkileşmelerinin) yanı sıra skuark-Higgsino-kuark ve slepton-Higgsino-lepton etkileşmelerini de içerir. (1.120) yaklaşıklığında Lagranjiyen (1.123)'ün içerdiği  $y_t$  çiftlenim parametrelili etkileşmelerden bazıları için Feynman çizimleri Şekil 9'da gösterilmektedir. Buradaki ilk çizim SM'de olduğu gibi üst kuarkın yüksüz (karmaşık) skaler Higgs bozonu ile olan Yukawa etkileşimini gösterir. İkinci çizim sol-elli üst skaler kuarkın, Higgsino  $\tilde{H}_2^0$  ve sağ-elli üst kuark ile olan etkileşmesini gösterirken üçüncü çizim sağ-elli üst karşıt-skaler kuarkın higgsino  $\tilde{H}_2^0$  ve sol-elli üst kuark ile olan etkileşmesini gösterir. Bu etkileşmelerin



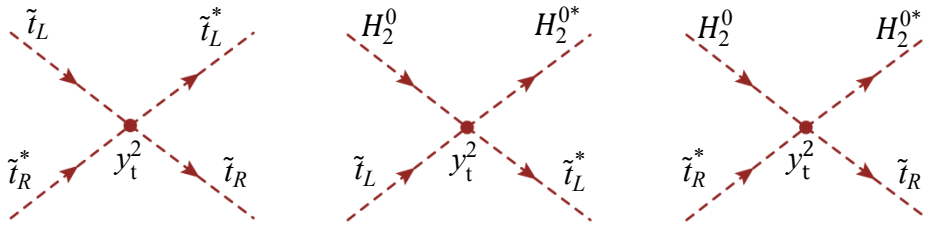
Şekil 9. Süperpotansiyeldeki Yukawa etkileşmelerinden bazıları

her biri için Yukawa etkileşme parametresi  $y_t$ 'dir. Diğer  $y_t$  parametrelili etkileşmeler ise Şekil 9'da  $H_2^0 \rightarrow H_2^+$ ,  $\tilde{H}_2^0 \rightarrow \tilde{H}_2^+$ ,  $t_L \rightarrow -b_L$  ve  $\tilde{t}_L \rightarrow -\tilde{b}_L$  değişikliği yapılarak gösterilebilir.

Ayrıca süperpotansiyel (1.118)'den (skuark)<sup>4</sup>, (slepton)<sup>4</sup>, (skuark)<sup>2</sup>(slepton)<sup>2</sup>, (skuark)<sup>2</sup>(Higgs)<sup>2</sup> ve (slepton)<sup>2</sup>(Higgs)<sup>2</sup> şeklindeki 4 skaler etkileşmeleri de elde edilir. Higgs ikililerinin kütle terimini de içeren bu etkileşmeler, (1.105) ve (1.106)'da yapıldığı gibi  $F$  yardımcı alanların hareket denklemleri Lagranjiyende yazıldıktan sonra oluşturulan

$$V_F = \sum_i \left| \frac{\partial W(\varphi_k)}{\partial \varphi_i} \right|^2 \quad (1.124)$$

skaler potansiyelinden elde edilir. Bu etkileşmelerden  $y_t^2$  ile orantılı olanlarından üçünün Feynman çizimi Şekil 10'da verilmektedir.



Şekil 10. Süperpotansiyelden elde edilen 4 skaler etkileşmelerinden bazıları

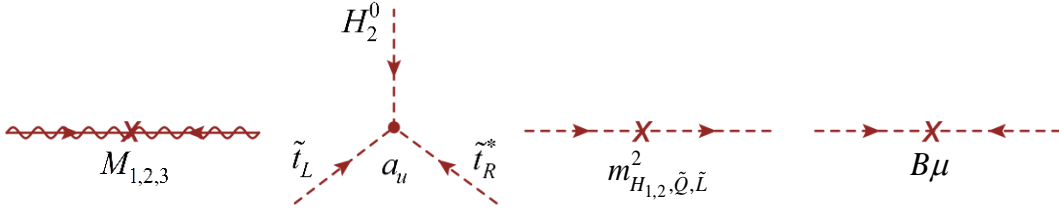
2. Süpersimetri'de süpersimetri üreticileri ile momentumun karesinin sıradışı değişimli olması ((1.15)'e bakınız) SM parçacıkları ile onların süpereşlerinin aynı kütleyle sahip olmaları gerektiğini vurgular. Ancak parçacıklar ile aynı kütleyle sahip süpereşlerinin deneysel olarak gözlemlenememiş olması Süpersimetri'nin kırılmış bir simetri olduğunu

gösterir. Bu sebeple gerçekçi bir süpersimetrik model, Süpersimetri kırınımını içermelidir. Ancak tam bir simetri olarak Süpersimetri'nin varlığı dikkate alınıyorsa bu simetri kendiliğinden kırılmalıdır. Başka bir ifadeyle, süpersimetrik modellerin içerdiği Lagranjiyenler süpersimetri dönüşümleri altında değişmezken boşluk (vakum) durumunda süpersimetrik değişmezlik bozulmalıdır. Bu yolla Süpersimetri, SM'deki elektrozayıf simetrisinin akıbetine benzer bir şekilde düşük enerjilerde gizli kalır. Düşük enerji Süpersimetri kırınımı için öngörülen senaryoda madde alanlarının görülür sektöre ait olduğu, simetri kırınımında etkin olan alanların ise saklı sektörde bulunduğu varsayılır. Saklı sektör ise SM'deki kütle hiyerarşisini yakalamak adına Planck ölçeği mertebesinde olan yüksek enerjilerde yer alır. Öyle ki Lagranjiyende yazılabilecek süpersimetriyi bozan terimler, elektrozayıf ve Planck (veya diğer büyük ölçekler) kütle ölçeği arasındaki hiyerarşiyi korumak adına pozitif kütle boyutunda (yumuşak) olmalıdır. Bu özellikle boyutsuz süpersimetriyi bozan terimlerin olmaması gerektiğini vurgular. Süpersimetri kırınımı için kesin bir mekanizma olmamakla birlikte süpersimetriyi bozan terimleri içeren Lagranjiyen doğrudan  $\mathcal{L}_{Süpersimetri}^{MSSM}$ 'deki etkileşim türleri dikkate alınarak oluşturulur. Bütün süpersimetrik parçacıklar için kendiliğinden simetri kırınımından önce kütle terimleri yazılabilir. Çünkü skaler alanlar için yazılan kütle terimi ayar simetrisini bozmaz ayrıca ayar alanlarının süpereşleri fermiyonik alanlar olmalarına rağmen gerçel gösterimde olduklarından bunlar için yazılan kütle terimleri de ayar değişmezliği bozmayacaktır. Bu durum süpersimetriyi bozan terimlerin kütle ve etkileşme terimlerinden oluşmasını yeterli kılar. Bu yaklaşımla, yumuşak süpersimetri-bozucu terimleri içeren MSSM Lagranjiyeni (Dimopoulos ve Georgi, 1981; Girardello ve Grisaru, 1982; Hall ve Suzuki, 1984),

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{yumuşak}^{MSSM} = & \frac{1}{2} \left[ M_1 \tilde{\lambda}_B \tilde{\lambda}_B + M_2 \tilde{\lambda}_W^a \tilde{\lambda}_W^a + M_3 \tilde{\lambda}_g^b \tilde{\lambda}_g^b + h.e \right] \\
& - \varepsilon_{\alpha\beta} \left[ a_u^{ij} \tilde{u}_i \tilde{Q}_j^\alpha H_2^\beta - a_d^{ij} \tilde{d}_i \tilde{Q}_j^\alpha H_1^\beta - a_e^{ij} \tilde{e}_i \tilde{L}_j^\alpha H_1^\beta + h.e \right] \\
& - \tilde{Q}_i^\alpha m_{\tilde{Q}_j}^2 \tilde{Q}_j^{\alpha*} - \tilde{L}_i^\alpha m_{\tilde{L}_j}^2 \tilde{L}_j^{\alpha*} - \tilde{u}_i^* m_{\tilde{u}_j}^2 \tilde{u}_j - \tilde{d}_i^* m_{\tilde{d}_j}^2 \tilde{d}_j - \tilde{e}_i^* m_{\tilde{e}_j}^2 \tilde{e}_j \\
& - m_{H_1}^2 H_1^* H_1 - m_{H_2}^2 H_2^* H_2 - \varepsilon_{\alpha\beta} \left[ B\mu H_2^\alpha H_1^\beta + h.e \right]
\end{aligned} \tag{1.125}$$

olmak üzere ayar değişmezliği ve  $R$ -parite korunumunu sağlar. Burada  $i, j$  nesil indisleri ve  $\alpha, \beta$   $SU(2)$  indisleri üzerinden toplam alınır.  $M_1, M_2$  ve  $M_3$  sırasıyla  $U(1), SU(2)$  ve  $SU(3)$  ayar gruplarıyla ilişkili bino, wino ve glüino gauginolarının kütle parametreleridir. Bu

Lagranjiyen, skaler fermiyonlar ile Higgs bozonları arasındaki üçlü-doğrusal skaler etkileşimlerini (ikinci satırda) içermektedir. Her bir  $a_u^{ij}$ ,  $a_d^{ij}$  ve  $a_e^{ij}$ , kütle boyutunda olup  $3 \times 3$ 'lük karmaşık matris olmak üzere  $a_{u,d,e}^{ij} = (y_{u,d,e} A_{u,d,e})_{ij}$  şeklinde Yukawa çiftlenim parametreleri ile ilişkilidir.  $A_u$ ,  $A_d$  ve  $A_e$  üçlü-doğrusal etkileşim parametreleridir. Üçüncü satırında ise skaler kuark ve leptonların kütle terimlerini içerir.  $m_{\tilde{Q}_{ij}}^2$ ,  $m_{\tilde{L}_{ij}}^2$ ,  $m_{\tilde{u}_{ij}}^2$ ,  $m_{\tilde{d}_{ij}}^2$  ve  $m_{\tilde{e}_{ij}}^2$  terimleri skaler kuarklar ve leptonların nesil uzayında  $3 \times 3$ 'lük kütle matrisleridir ve elemanları karmaşık olabilir fakat Lagranjiyenin gerçel olması için bu matrisler hermityen olmalıdır. Son olarak son satırda Higgs bozonları için kütle ve ikili etkileşim terimleri verilmektedir ve bunlar Higgs potansiyelinin içerdiği süpersimetri kırınım katkılarıdır. (1.125) Lagranjiyenindeki her bir etkileşme türü için örnek Feynman çizimleri Şekil 11'de verilmektedir.



Şekil 11. Süpersimetriyi bozan terimler için Feynman çizimleri

Süpersimetriyi bozan terimler, SM'de olmayan çok sayıda serbest parametreye bağlı olmalarından dolayı MSSM'in öngörü gücünü azaltır. Ancak yüksek enerji ölçeklerinde bu birbirinden farklı parametrelerin birbirlerine eşdeğerliği veya evrenselliği dikkate alınarak parametre sayısı azaltılabilir. Bu durum fiziksel yapıyı niteliksel olarak değiştirmez. Yüksek enerji ölçeği ile ilişkili kütle terimi  $M_{\text{SUSY}}$  şeklinde tanımlanırsa, Higgs skaler kütesinin karesine gelen süpersimetrik olmayan katkılar  $M_{\text{SUSY}} \rightarrow 0$  limitinde yok olmalıdır. Böylelikle, bütün skaler kütlelerin ışınımsal düzeltmelerindeki kuadratik ıraksak terimlerin geçersizliği korunur. Lagranjiyen (1.125)'in içerdiği parametrelerin,

$$M_1, M_2, M_3, a_u^{ij}, a_d^{ij}, a_e^{ij} \sim M_{\text{SUSY}} \quad (1.126)$$

$$m_{\tilde{Q}_{ij}}^2, m_{\tilde{L}_{ij}}^2, m_{\tilde{u}_{ij}}^2, m_{\tilde{d}_{ij}}^2, m_{\tilde{e}_{ij}}^2, m_{H_1}^2, m_{H_2}^2, B\mu \sim M_{\text{SUSY}}^2$$

şeklinde TeV ölçeğinden çok büyük olmayan  $M_{\text{SUSY}}$  karakteristik kütle ölçeğinde olması beklenir. BBK ölçeğinde gaugino kütle parametreleri  $M_1$ ,  $M_2$  ve  $M_3$  bir noktada birleşirler. Bu parametreler için renormalizasyon grup denklemleri yardımıyla BBK ölçeğinden elektrozayıf ölçeğine geçildiğinde,

$$M_1 = \frac{5}{3} \tan^2 \theta_w M_2 \text{ ve } M_3 = \frac{\alpha_s}{\alpha} \sin^2 \theta_w M_2 \quad (1.127)$$

eşitlikleri yazılabilir.

Bununla birlikte Minimal Süpergravity (mSUGRA) ya da CMSSM modeli için yukarıdaki parametreler BBK ölçeğinde,

$$\begin{aligned} M_1 &= M_2 = M_3 = m_{1/2} \\ m_{\tilde{Q}_{ij}}^2 &= m_{\tilde{L}_{ij}}^2 = m_{\tilde{u}_{ij}}^2 = m_{\tilde{d}_{ij}}^2 = m_{\tilde{e}_{ij}}^2 = m_{H_1}^2 = m_{H_2}^2 = m_0^2 \\ a_u^{ij} &= A_0 y_u^{ij}, a_d^{ij} = A_0 y_d^{ij}, a_e^{ij} = A_0 y_e^{ij} \end{aligned} \quad (1.128)$$

şeklinde tanımlanır. Burada süpersimetrimin kendiliğinden bozulması, MSSM'in madde süperçokluluklarının “görünür sektörü” ile çiftlenimlere sahip olmayan parçacıkların “gizli sektörün”de yer alır. Gizli sektör görünür sektör ile kütle çekimsel etkileşme aracılığıyla iletişim kurar. CMSSM (Chamseddine vd., 1982; Arnowitt ve Nath, 1992; Kane vd., 1994), evrensel üçlü süpersimetri bozucu parametresi ( $A_0$ ), evrensel skaler kütle parametresi ( $m_0$ ), gaugino kütle parametresi ( $m_{1/2}$ ),  $\tan\beta$  (iki Higgs ikilisinin boşluk beklenen değerlerinin oranı) ve Higgs karışım parametresinin işareti ( $\text{sign}(\mu)$ ) olmak üzere beş adet giriş parametresi içerir. Bu parametrelerden  $A_0$ ,  $m_0$  ve  $m_{1/2}$  BBK ölçeğinde tanımlanırken  $\mu$ 'nün işareti ve  $\tan\beta$  elektrozayıf ölçekte tanımlanır.

**3.** Bu haliyle MSSM'in toplam Lagranjyeni, her bir kiral ve vektör süperçokluluğunda yer alan  $F$  ve  $D$  yardımcı alanları ile ilişkili terimleri açıkça içerir.  $F$  ve  $D$  yardımcı alanlarının hareket denklemleri (1.105) aracılığıyla yeniden düzenlenerek daha önceden (1.106)'da yapıldığı gibi skaler potansiyel tanımlanır. MSSM'in skaler potansiyeli ayrıca yumuşak süpersimetri-bozucu terimlerinden gelen katkıları içerir. Böylece MSSM'in skaler potansiyeli,  $F$ ,  $D$  ve süpersimetri-bozucu terimlerinden gelen katkıları içermek üzere

$$V_{MSSM}(\varphi_i, \varphi_j^*) = V_F + V_D + V_{Yumuşak} = F^{i*} F_i + \frac{1}{2} D^a D_a + V_{yumuşak} \quad (1.129)$$

ile verilir. Buradaki her bir katkı

$$\begin{aligned} V_F &= \sum_i \left| \frac{\partial W(\varphi_k)}{\partial \varphi_i} \right|^2 \\ V_D &= \frac{1}{2} \sum_a \left( \sum_i \varphi_i^* g T_{ij}^a \varphi_j \right)^2 \\ V_{yumuşak} &= \sum_i m_{\varphi_i}^2 |\varphi_i|^2 + B\mu [H_2^\alpha H_1^\beta + h.e] + a\text{-terimleri} \end{aligned} \quad (1.130)$$

şeklinde olup  $i$  indisli toplamlar MSSM'in tüm skaler alanları üzerinden alınır. Skaler alanların her bir gerçel bileşeni “alan uzayında” farklı bir yön olarak kabul edilebilir. Böylece MSSM'in skaler “alan uzayı” nesil başına 14 tane gerçel skaler madde alanları (toplamda 42) ve 4 tane karmaşık Higgs skaler alanları (8 tane gerçel) olmak üzere 50 boyutludur (Baer ve Tata, 2006).

#### 1.4.2. MSSM'de Elektrozayıf Simetrinin Kırınımı ve Higgs Bozonları

MSSM'de SM'de olduğu gibi ayar bozonlarının kütlelerinin elde edilmesi için  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  ayar grubunun sadece elektromagnetik ayar grubu  $U(1)_{em}$  korunumlu kalacak şekilde kendiliğinden kırınımı gerçekleşir. Ancak SM'den farklı olarak MSSM'in iki Higgs ikilisinin olması bu kırınımı biraz daha karmaşık hale getirir. Bununla birlikte, SM'in Higgs potansiyeline karşılık MSSM'de, skaler kuark, skaler lepton ve Higgs alanları ile ilişkili terimleri içeren skaler potansiyel (1.129) vardır. Ancak skaler kuark ve skaler leptonların boşluk beklenen değerlerinin sıfırdan farklı olması durumunda  $SU(3)$  simetrisi, elektromagnetik simetri ve baryon/lepton sayı korunumu bozulur. Bundan dolayı skaler potansiyelin minimumunda boşluk beklenen değerleri sıfır olacak şekilde skaler kuark ve leptonların kütle kareleri artı ve büyük seçilir. Dolayısıyla Higgs potansiyeline katkı vermezler. Böylece, (1.130)'daki toplamlar alındıktan sonra MSSM Higgs potansiyeli

$$\begin{aligned}
V_{\text{Higgs}} &= \sum_i \left| \frac{\partial W(\varphi_k)}{\partial \varphi_i} \right|^2 + \frac{1}{2} \sum_a \left( \sum_i \varphi_i^* g T_{ij}^a \varphi_j \right)^2 + V_{\text{yumuşak}} \\
&= \sum_i \left| \frac{\partial W(\varphi_k)}{\partial \varphi_i} \right|^2 + \frac{g'^2}{2} \left( \sum_i \frac{Y_i}{2} H_i^* H_i \right)^2 + \frac{g^2}{2} \sum_a \left( H_1^* \frac{\tau_a}{2} H_1 + H_2^* \frac{\tau_a}{2} H_2 \right)^2 \\
&\quad + \sum_i m_{H_i}^2 |H_i|^2 + B\mu [H_2^\alpha H_1^\beta + h.e.]
\end{aligned} \tag{1.131}$$

olmak üzere burada  $H_1 = (H_1^0 \ H_1^-)^T$  ve  $H_2 = (H_2^+ \ H_2^0)^T$  yazılırsa

$$\begin{aligned}
V_{\text{Higgs}} &= (|\mu|^2 + m_{H_1}^2) (|H_1^0|^2 + |H_1^-|^2) + (|\mu|^2 + m_{H_2}^2) (|H_2^0|^2 + |H_2^+|^2) \\
&\quad + \frac{1}{8} (g^2 + g'^2) (|H_2^0|^2 + |H_2^+|^2 - |H_1^0|^2 - |H_1^-|^2)^2 + \frac{g^2}{2} |H_2^+ H_1^{0*} + H_2^0 H_1^{-*}|^2 \\
&\quad + B\mu (H_2^+ H_1^- - H_2^0 H_1^0 + h.e.)
\end{aligned} \tag{1.132}$$

elde edilir. Burada  $|\mu|^2$ 'li ifadeler  $F$ -terimi ( $V_F$ 'den),  $g^2$  ve  $g'^2$ 'li ifadeler ise  $D$ -terimi ( $V_D$ 'den) katkılarıdır. Son olarak  $m_{H_1}^2$ ,  $m_{H_2}^2$  ve  $B\mu$ 'lü terimler (1.125) Lagranjiyenin son 3 teriminden gelir ( $V_{\text{yumuşak}}$ ).

$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$  şeklindeki elektrozayıf simetri kırınımı için (1.132) Higgs potansiyelinin minimumu sıfırdan farklı olmalıdır. İlk olarak,  $SU(2)_L$  ayar dönüşümlerinin izin verdiği skaler alanların zayıf izospin bileşenlerinden biri için olası bir boşluk beklenen değeri belirlenir. Bunun için genelliği kaybetmeksizin Higgs potansiyelinin minimumunda  $\langle H_2^+ \rangle_0 = 0$  alınır ve takiben Higgs potansiyeli (1.132) için minimum koşulu,  $\partial V / \partial H_2^+ = 0$  uygulanarak hem de  $\langle H_1^- \rangle_0 = 0$  olması gerektiği bulunur. Higgs skaler alanlarının yüklü bileşenlerinin boşluk beklenen değerleri sıfır olduğundan elektromagnetik simetri korunumlu kalır. Bu durumda  $\langle H_1^- \rangle_0 = \langle H_2^+ \rangle_0 = 0$  olmak üzere skaler Higgs potansiyeli

$$\begin{aligned}
V_{\text{Higgs}} &= (|\mu|^2 + m_{H_1}^2) |H_1^0|^2 + (|\mu|^2 + m_{H_2}^2) |H_2^0|^2 - (b H_1^0 H_2^0 + h.e.) \\
&\quad + \frac{1}{8} (g^2 + g'^2) (|H_2^0|^2 - |H_1^0|^2)^2
\end{aligned} \tag{1.133}$$

olur (burada  $b = B\mu$ 'dür). Burada sadece  $b$  terimi skaler alanların fazına bağlıdır ve bu sebeple  $b$  karmaşık olabilir. Ancak,  $H_1$  veya  $H_2$  alanının sahip olduğu fazın yeniden



tanımlamasıyla  $b$ 'deki herhangi bir faz yok edilebilir ve dolayısıyla genelliği kaybetmeksizin  $b$  gerçel ve pozitif olarak seçilebilir. Diğer terimler Higgs alanlarının mutlak karelerine bağlı olduğundan bu tanımlamadan etkilenmezler. Ayrıca, skaler Higgs potansiyelinin minimumunda  $H_1^0 H_2^0$  teriminin de gerçel ve pozitif olması gerektiğinden  $\langle H_1^0 \rangle$  ve  $\langle H_2^0 \rangle$  zıt fazlara sahip olmalıdır. Öyle ki, bu alanlar zıt zayıf üstünyüklere sahip olduklarından her ikisini de reel ve pozitif yapan bir  $U(1)_Y$  ayar dönüşümünün kullanılması mümkündür (bakınız Baer ve Tata, 2006). Bunun neticesinde,  $b$ ,  $\langle H_1^0 \rangle$  ve  $\langle H_2^0 \rangle$  eş zamanlı olarak gerçel seçilebildiklerinden, (1.133) potansiyelinde  $CP$  simetrisi kendiliğinden kırılmaz. Bu, en azından en düşük mertebeden skaler potansiyel için Higgs skaler kütle öz durumlarının iyi tanımlanmış  $CP$  özdeğerleri vereceği anlamına gelir (diğer terimlerdeki  $CP$ -ihlaline neden olan fazlar Higgs sektöründeki ilmek katkılarından gelir).

MSSM'in skaler potansiyeli, süpersimetri kırınım terimleri ( $V_{yumuşak}$ ) eklenmeden önce daima sıfırdan büyüktür (veya sıfıra eşit) ancak bu kısım dahil edildikten sonra  $b$  teriminin aldığı değerlere bağlı olarak sıfırdan küçük de olabilir.  $b$  zayıf ölçekte yer alması gereken bir parametre olduğundan skaler potansiyele  $D$ -teriminden gelen katkılar  $H_1^0$  ve  $H_2^0$ 'nin tüm keyfi büyük değerleri için (1.133) potansiyelini kararlı hale getirecektir.  $|H_1^0| = |H_2^0|$  için skaler potansiyelin son terimi sıfır olacaktır. Dolayısıyla, Higgs potansiyelinin “+” değerli olması için,

$$2b < m_{H_1}^2 + m_{H_2}^2 + 2|\mu|^2 \quad (1.134)$$

koşulu sağlanmalıdır. Ayrıca, Higgs potansiyeli herhangi bir yönde sonsuza giderken orijinde yani  $H_1^0 = H_2^0 = 0$  noktasında minimum değere sahip olmamalıdır çünkü bu noktada alanların boşluk beklenen değerleri sıfır olacağından  $\langle H_1^0 \rangle_0 = \langle H_2^0 \rangle_0 = 0$  değerleri potansiyelin kararlı bir minimumu olur dolayısıyla ayar simetrisinin kendiliğinden kırılması gerçekleşmez. Higgs potansiyelinin hem de  $H_1^0 = H_2^0$  doğrusu boyunca orijinde bir minimumu vardır. Dolayısıyla  $H_1^0 = H_2^0 = 0$  noktasında ve civarında herhangi bir minimum değer olmaması için potansiyel bu noktada bir eyer noktasına sahip olmalıdır. Higgs potansiyeli (1.133) için  $H_1^0 = 0$  ve  $H_2^0 = 0$  kritik noktalar olmak üzere eyer noktası

$$\left. \begin{array}{cc} \frac{\partial^2 V_{\text{Higgs}}}{\partial H_1^{02}} & \frac{\partial^2 V_{\text{Higgs}}}{\partial H_1^0 \partial H_2^0} \\ \frac{\partial^2 V_{\text{Higgs}}}{\partial H_1^0 \partial H_2^0} & \frac{\partial^2 V_{\text{Higgs}}}{\partial H_2^{02}} \end{array} \right|_{H_1^0=0, H_2^0=0} = \left| \begin{array}{cc} 2(|\mu|^2 + m_{H_1}^2) & -2b \\ -2b & 2(|\mu|^2 + m_{H_2}^2) \end{array} \right| < 0 \quad (1.135)$$

koşulunun gerçekleşmesiyle mümkündür. Buradan

$$b^2 > (|\mu|^2 + m_{H_1}^2)(|\mu|^2 + m_{H_2}^2) \quad (1.136)$$

elde edilir (Gunion ve Haber, 1986). Özetlenirse, Higgs potansiyelinin bir minimumu olması ve bunun orijinden farklı bir noktada olması için (1.134) ve (1.136) koşullarının sağlanması gerekir. Bu iki koşul  $m_{H_1}^2 = m_{H_2}^2$  için aynı anda sağlanmaz ve bu sebeple süpersimetri kırınım terimlerinden gelen skaler Higgs kütle terimleri  $m_{H_1}^2$  ve  $m_{H_2}^2$  sıfırdan farklı olmalıdır.

Elektrozayıf simetri kırınımı, skaler potansiyelin minimumunda  $H_1^0$  ve  $H_2^0$  Higgs alanlarının sıfırdan farklı boşluk beklenen değerlerine sahip olduklarında gerçekleşir.  $V_{\text{Higgs}}$  potansiyelinin minimumunda  $\langle H_1^0 \rangle_0 = v_1$  ve  $\langle H_2^0 \rangle_0 = v_2$  olarak seçilirse,

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_{\text{Higgs}}}{\partial H_1^{0*}} &= (|\mu|^2 + m_{H_1}^2)v_1 - bv_2 + \frac{1}{4}(g^2 + g'^2)(v_1^2 - v_2^2)v_1 = 0 \\ \frac{\partial V_{\text{Higgs}}}{\partial H_2^{0*}} &= (|\mu|^2 + m_{H_2}^2)v_2 - bv_1 - \frac{1}{4}(g^2 + g'^2)(v_1^2 - v_2^2)v_2 = 0 \end{aligned} \quad (1.137)$$

elde edilir ve (1.134) ve (1.136) koşullarını sağlarlar (skaler potansiyelin minimumu, bu potansiyelin skaler alanlara ve eşleniklerine göre birinci türevleri sıfıra eşitlenerek elde edilir). Bu iki denklemi çözerek  $\mu$  ve  $b$  parametrelerinden kurtulmak mümkünmüş gibi görünse de  $\mu$  parametresinin fazı belli olmadığından mümkün değildir. Bu sebeple  $|\mu|^2$ ,  $b$ ,  $m_{H_1}^2$  ve  $m_{H_2}^2$  giriş parametreleri olarak seçilir ve diğer parametreler bunlar cinsinden elde edilir.

Higgs alanlarının boşluk beklenen değerleri için  $v_1 = v \cos\beta$  ve  $v_2 = v \sin\beta$  tanımları yapılırsa,

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2 \text{ ve } \tan\beta = v_2/v_1 \quad (1.138)$$

olur. Buradaki  $\beta$  açısı,  $v_1$  ve  $v_2$ 'nin gerçel ve “+” değerleri için  $0 < \beta < \pi/2$  aralığında bir değer alabilir. Bu tanımlar kullanılarak (1.137)'nin çözümlerinden,

$$v^2 = \frac{4(|\mu|^2 + m_{H_1}^2 - (|\mu|^2 + m_{H_2}^2)\tan^2\beta)}{(g^2 + g'^2)(\tan^2\beta - 1)} \text{ ve } \sin(2\beta) = \frac{2b}{m_{H_1}^2 + m_{H_2}^2 + 2|\mu|^2} \quad (1.139)$$

elde edilir.

Higgs alanlarının kinetik terimlerini betimleyen

$$\mathcal{L}_{MSSM} \supset (D_\mu H_1)^\dagger (D_\mu H_1) + (D_\mu H_2)^\dagger (D_\mu H_2) \quad (1.140)$$

Lagranjiyeninden ayar bozonlarının kütle terimleri elde edilir (kovaryant türev  $D_\mu = \partial_\mu + ig'(Y/2) \cdot B_\mu + ig(\tau^i/2) \cdot W_\mu^i$  ile verilir). Burada, Higgs alanlarının boşluk beklenen değerleri yazılır ve  $\tan\theta_W \equiv g'/g$  olmak üzere ayar alanlarının kütle özdurumları için (üniter ayarda)

$$A_\mu = \frac{(gB_\mu + g'W_\mu^3)}{\sqrt{g'^2 + g^2}}, \quad Z_\mu = \frac{(-g'B_\mu + gW_\mu^3)}{\sqrt{g'^2 + g^2}} \text{ ve } W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) \quad (1.141)$$

kullanılırsa ayar bozonlarının kütleleri

$$m_Z^2 = \frac{1}{2}(g^2 + g'^2)v^2 \text{ ve } m_W^2 = \frac{1}{2}g^2v^2 \quad (1.142)$$

olarak elde edilir. Bunlar kullanılarak (1.139)'daki ilk eşitlik tekrar düzenlenirse,

$$m_Z^2 = \frac{|m_{H_1}^2 - m_{H_2}^2|}{\sqrt{1 - \sin^2(2\beta)}} - m_{H_1}^2 - m_{H_2}^2 - 2|\mu|^2 \quad (1.143)$$

bulunur. Bu sonuç ile (1.139)'daki ikinci eşitlik kullanılarak süpersimetrik parametrelerin değerleri hakkında öngörülebilir bulunabilir. Öyle ki giriş parametrelerin hepsi  $m_Z^2$ 'nin birkaç katı mertebesinde olmalıdır. Ancak MSSM'de  $b$ ,  $m_{H_1}^2$  ve  $m_{H_2}^2$  süpersimetri kırınım parametreleri iken,  $\mu$  süperpotansiyelde ortaya çıkan bir parametredir.  $\mu$  parametresinin bu şekilde zayıf enerji ölçeğinde hapsedilmesi “ $\mu$  problemi” olarak bilinir. Bu durum, çok yüksek enerjilerde  $\mu$  parametresinin etkin değeri ile süpersimetri-kırınımını ilişkilendiren bir mekanizmayı içerecek şekilde MSSM'in genişletilmesi gerektiğine dair yaygın inanışlara yol açar (bakınız Dvali vd., 1996).

Bilindiği gibi SM'de dört serbestlik derecesine sahip tek bir Higgs ikilisi elektrozayıf simetri kırınımı sonrası serbestlik derecesi bir olan gerçel skaler Higgs bozonuna dönüşür. Geriye kalan üç serbestlik derecesi ise kütle kazandırmak için elektrozayıf ayar bozonlarına gider. MSSM'de ise iki karmaşık  $SU(2)$  ikilisi olmak üzere Higgs skaler alanları sekiz gerçel serbestlik derecesine sahiptir. Bu serbestlik derecelerinin üçü elektrozayıf simetri kırıldıktan sonra  $Z^0$  ve  $W^\pm$  kütleli vektör bozonlarının boyuna modları haline gelen  $G^0$  ve  $G^\pm$  Nambu-Goldstone bozonlarına dönüşür. Kalan beş serbestlik derecesi ise iki CP-çift yüksüz skaler ( $h^0$  ve  $H^0$ ), bir CP-tek yüksüz sözde-skaler ( $A^0$ ) ve iki yüklü skaler ( $H^\pm$ ) Higgs bozonlarından oluşan kütle öz durumlarına dağılır (burada  $H^- = H^{+*}$  ve  $G^- = G^{+*}$  alınır ve ayrıca  $h^0$  skaleri  $H^0$ 'dan daha hafiftir). Bu kütle öz durumları ayar öz durumlarının uygun karışımlarından oluşturulur. Fiziksel Higgs alanlarını ve kütlelerini elde etmek için Higgs potansiyelinin minimumu civarında Higgs ikililerinin gerçel ve sanal kısımları ayrı ayrı yazılır: Ayar öz durum bazında Higgs ikilileri

$$H_1 \equiv \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 + (\phi_1^0 + i\phi_1^0)/\sqrt{2} \\ \phi_1^- \end{pmatrix} \text{ ve } H_2 \equiv \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ v_2 + (\phi_2^0 + i\phi_2^0)/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (1.144)$$

olmak üzere orthogonal dönüşümler kullanılarak  $\phi_1^0$  ve  $\phi_2^0$  öz durumları  $h^0$  ve  $H^0$ ,  $\phi_1^0$  ve  $\phi_2^0$  öz durumları  $G^0$  ve  $A^0$ , ve son olarak  $\phi_1^\pm$  ve  $\phi_2^\pm$  öz durumları  $G^\pm$  ve  $H^\pm$  kütle öz durumları cinsinden tanımlanır. Burada gerçel kısımlar CP-çift (CP=+1) Higgs bozonlarına, karmaşık kısımlar CP-tek (CP = -1) Higgs ve Goldstone bozonlarına karşılık gelir. (1.132) Higgs potansiyeline (1.144) Higgs ikilileri yazıldıktan sonra buradaki ikili gruplar dikkate alınarak düzenleme yapılırsa her bir ikili ile ilişkili kütle matrisi elde edilir. Bu matrisler

köşegenleştirilerek ilgili Higgs alanlarının kütleleri elde edilir. Köşegenleştirmede kullanılan orthogonal dönüşümler

$$R_\alpha = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}, R_{\beta_0} = \begin{pmatrix} \sin \beta_0 & \cos \beta_0 \\ -\cos \beta_0 & \sin \beta_0 \end{pmatrix}, R_{\beta_\pm} = \begin{pmatrix} \sin \beta_\pm & \cos \beta_\pm \\ -\cos \beta_\pm & \sin \beta_\pm \end{pmatrix} \quad (1.145)$$

olmak üzere kütle özdeğerleri cinsinden (1.144) Higgs ayar-özdeğerleri

$$\begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_2^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} R_\alpha \begin{pmatrix} h^0 \\ H^0 \end{pmatrix} + \frac{i}{\sqrt{2}} R_{\beta_0} \begin{pmatrix} G^0 \\ A^0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} H_1^+ \\ H_2^{*+} \end{pmatrix} = R_{\beta_\pm} \begin{pmatrix} G^+ \\ H^+ \end{pmatrix} \quad (1.146)$$

ile verilir (Martin, 2011). (1.146) ifadeleri Higgs potansiyelinde yazıldıktan sonra Higgs alanlarının kütle karelerini içeren terimler;

$$V_{\text{Higgs}} = \frac{1}{2} m_{h^0}^2 (h^0)^2 + \frac{1}{2} m_{H^0}^2 (H^0)^2 + \frac{1}{2} m_{G^0}^2 (G^0)^2 + \frac{1}{2} m_{A^0}^2 (A^0)^2 + m_{G^\pm}^2 (G^\pm)^2 + m_{H^\pm}^2 (H^\pm)^2 + \dots \quad (1.147)$$

elde edilir. Kütle matrisleri, Higgs potansiyelinin ilgili alanlara göre iki kez türevi alınarak

$$M_{ij}^2 = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V_{\text{Higgs}}}{\partial H_i \partial H_j} \Big|_{\langle H_n^0 \rangle = v_n, \langle H_n^\pm \rangle = 0} \quad (1.148)$$

ile elde edilir. Bu kütle matrislerinin özdeğerleri ( $\beta_0 = \beta_\pm = \beta$  olmak üzere)

$$\begin{aligned} m_{G^0}^2 &= m_{G^\pm}^2 = 0 \\ m_{A^0}^2 &= 2b/\sin(2\beta) = 2|\mu|^2 + m_{H_1}^2 + m_{H_2}^2 \\ m_{h^0, H^0}^2 &= \frac{1}{2} \left( m_{A^0}^2 + m_Z^2 \mp \sqrt{(m_{A^0}^2 - m_Z^2)^2 + 4m_Z^2 m_{A^0}^2 \sin^2(2\beta)} \right) \\ m_{H^\pm}^2 &= m_{A^0}^2 + m_W^2 \end{aligned} \quad (1.149)$$

ilişkili Higgs alanların kütlelerine karşılık gelir. Ayrıca  $h^0$  ve  $H^0$  bozonlarının  $\alpha$ - karışım açısı,

$$\cos 2\alpha = -\cos 2\beta \left( \frac{m_{A^0}^2 - m_Z^2}{m_{H^0}^2 - m_{h^0}^2} \right), \sin 2\alpha = -\sin 2\beta \left( \frac{m_{H^0}^2 + m_{h^0}^2}{m_{H^0}^2 - m_{h^0}^2} \right) \quad (1.150)$$

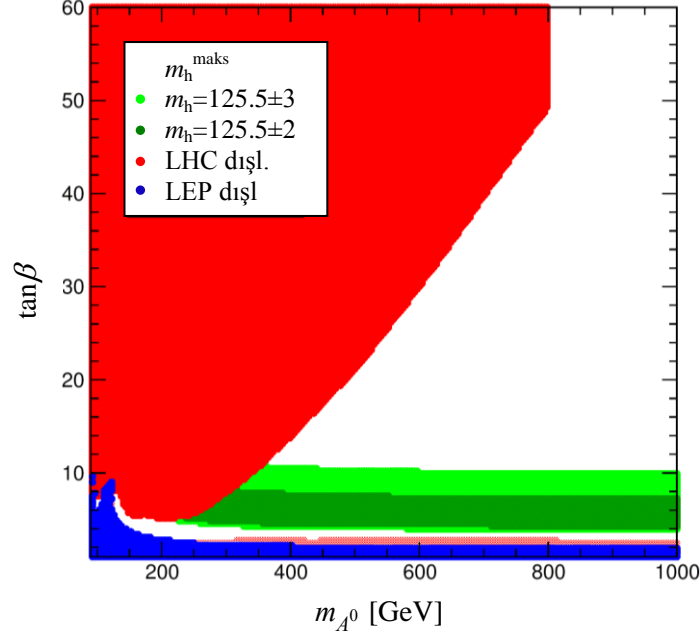
olmak üzere

$$\alpha = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \tan 2\beta \left( \frac{m_{A^0}^2 + m_Z^2}{m_{A^0}^2 - m_Z^2} \right) \right), \quad -\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq 0 \quad (1.151)$$

bulunur. (1.149)'dan anlaşılacağı üzere Higgs kütle spektrumu sadece  $\tan\beta$  ve  $m_{A^0}$  (ya da  $m_{H^\pm}$ ) serbest parametrelerine bağlıdır. Bu durumda  $h^0$ ,  $H^0$  ve  $H^\pm$  bozonlarının kütleleri en düşük mertebede MSSM'in serbest parametresi olmaktan çıkar. Bununla birlikte (1.149) bağıntılarından yola çıkarak  $A^0$ ,  $H^0$  ve  $H^\pm$  bozonlarının kütleleri için  $m_{H^0} > \max(m_{A^0}, m_Z)$  ve  $m_{H^\pm} > m_W$  olmak üzere çok büyük değerler alabildikleri bulunur ve ayrıca en hafif Higgs bozonunun kütlesi için  $m_{h^0} < m_Z |\cos 2\beta|$  olmak üzere bir üst sınır elde edilir. Diğer bir ifadeyle MSSM, en düşük mertebeye (Born seviyesinde) Higgs potansiyeli için Z bozonundan daha hafif olan bir  $h^0$  Higgs parçacığı öngörmektedir. Fakat ilmek mertebesinde gelen kuantum düzeltmeleri ile en hafif Higgs bozonunun kütlesi artar. Özellikle Yukawa etkileşimleri ihmal edilemeyecek düzeyde olan üst kuark ve skaler üst kuarkdan ( $m_{\tilde{t}} \sim \text{TeV}$ )  $h^0$ -Higgs bozonunun kütlesine gelen ilmek katkıları sonrasında  $m_{h^0} \lesssim 135 \text{ GeV}$  (Degrassi vd., 2003) olur. LHC'de keşfedilen Higgs bozonunun kütlesi ( $\sim 125.7 \text{ GeV}$ ) bu sınır içerisinde kalır ve dolayısıyla MSSM'in en hafif Higgs bozonu bu parçacığı betimleyebilir (Heinemeyer vd., 2012; Arbey vd., 2012; Carena vd., 2013). Bununla birlikte CP-çift  $H^0$  Higgs bozonu da SM Higgs bozonu ile tutarlı kütle değerlerine sahip olmaktadır.

MSSM'de Higgs bozonlarının kütlelerine üst (skaler)kuark ve büyük  $\tan\beta$  değerleri için alt (skaler)kuark ve (skaler)tau sektörlerinden dikkate değer ilmek katkıları (ışınımsal düzeltmeler) gelir (bunlarla ilişkili ayrıntılı bilgi Djouadi (2008) kaynağında bulunmaktadır). Bu ışınımsal düzeltmeler hesaba katılarak Higgs sektör parametreleri  $\tan\beta$

ve  $m_{A^0}$ 'ya göre SM Higgs bozonu ile MSSM'in en hafif Higgs bozonunun ( $h^0$ ) tutarlı olduğu ve dışlandığı bölgeler Şekil 12'de gösterilmektedir. Burada  $m_h^{\text{maks}}$  senaryo kullanılmıştır (bu senaryoda yüksek-mertebe düzeltmeleri sonucunda en büyük  $m_{h^0}$  değerini veren Higgs sektör parametrelerinin değerleri dikkate alınır). Şekildeki mavi bölge LEP'teki (Schael vd., 2006) Higgs araştırmalarına göre ve kırmızı bölge ise SM Higgs (açık kırmızı) ve MSSM Higgs (koyu kırmızı) bozonları için LHC'de (ATLAS Collaboration, 2013<sup>a</sup>) yapılan araştırmaların sonuçlarına göre dışlanmıştır. Son olarak yeşil renkli bant  $m_{h^0}=125.5\pm 3(2)$  GeV değerine karşılık gelen parametre bölgesidir (Carena vd., 2013) (daha ayrıntılı bilgi için Heinemeyer vd. (2012), Carena vd. (2013) kaynaklarına bakınız).



Şekil 12. En hafif Higgs kütlesinin olası en yüksek değerini sağlayacak şekilde yüksek mertebe düzeltmelerini veren  $\tan\beta$  ve  $m_A$  parametreleri ( $\mu=M_2=200$  GeV,  $M_{\text{SUSY}}=1$  TeV,  $X_f = A_f - \mu \cot\beta = 2 M_{\text{SUSY}}$ )

Sonuç olarak, MSSM'in ilmek mertebesindeki katkıları da içeren skaler Higgs potansiyeli için en hafif Higgs bozonunun en son LHC'de keşfedilen Higgs bozonu ile uyumlu olduğu parametre bölgesi mevcuttur.

### 1.4.3. MSSM’de Süpersimetrik Parçacıkların Kütle Özdurumları

$SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  simetrisinin kırınımı sonucunda aynı  $SU(3)_C \otimes U(1)_{em}$  ayar grubu kuantum sayılarına (elektrik yükü ve renk yükü), aynı spine ve aynı  $R$ -paritesine sahip herhangi iki veya daha fazla alan birbirleriyle “karışarak” kütle özdurumları oluşturur. Bu, köşegen dışı elemanları olan kütle matris terimlerine sahip parçacıkların fiziksel kütlelerinin elde edilmesi amacıyla yapılır. SM’de  $B^0$  ve  $W^i$  alanlarının karışımları fiziksel  $\gamma$ ,  $Z^0$  ve  $W^\pm$  bozonlarını oluşturur. MSSM’de ise bunların yanı sıra skaler kuarklar, skaler leptonlar, Higgs bozonları, gauginolar ve higgsinolar arasında Tablo 8’de gösterildiği gibi karışım durumları meydana gelir. Buradaki ayar özdurumları, bir üniter matris ile bağlantılı bir şekilde kendi aralarında karışarak kütle özdurumlarını meydana getirirler. “Karışım matrisi” olarak adlandırılan bu üniter matris, ayar özdurum bazında yazılan Lagranjiyendeki kütle matrisini köşegenleştirebilecek şekilde belirlenir. Köşegenleştirme yapıldığında ise ilgili parçacıkların kütleleri elde edilir.

Skaler parçacıkların kütleleri ve karışım durumları, Süpersimetri’nin nasıl kırıldığı sorusu ile doğrudan ilişkili olduğundan hem teorik hem de deneysel açıdan oldukça önemlidir.

Tablo 8. MSSM’de parçacıkların ayar ve kütle özdurumları

|                        | Spin | $P_R$ | Ayar özdurumları                                                                    | Kütle özdurumları                                                                   |
|------------------------|------|-------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>u-skuarklar</b>     | 0    | -1    | $\tilde{u}_L \tilde{u}_R \tilde{c}_L \tilde{c}_R \tilde{t}_L \tilde{t}_R$           | $\tilde{u}_1 \tilde{u}_2 \tilde{c}_1 \tilde{c}_2 \tilde{t}_1 \tilde{t}_2$           |
| <b>d-skuarklar</b>     |      |       | $\tilde{d}_L \tilde{d}_R \tilde{s}_L \tilde{s}_R \tilde{b}_L \tilde{b}_R$           | $\tilde{d}_1 \tilde{d}_2 \tilde{s}_1 \tilde{s}_2 \tilde{b}_1 \tilde{b}_2$           |
| <b>sleptonlar</b>      | 0    | -1    | $\tilde{e}_L \tilde{e}_R \tilde{\mu}_L \tilde{\mu}_R \tilde{\tau}_L \tilde{\tau}_R$ | $\tilde{e}_1 \tilde{e}_2 \tilde{\mu}_1 \tilde{\mu}_2 \tilde{\tau}_1 \tilde{\tau}_2$ |
| <b>sneutrino</b>       |      |       | $\tilde{\nu}_e \tilde{\nu}_\mu \tilde{\nu}_\tau$                                    | $\tilde{\nu}_e \tilde{\nu}_\mu \tilde{\nu}_\tau$                                    |
| <b>Higgs bozonları</b> | 1    | +1    | $H_1^0 H_2^0 H_1^- H_2^+$                                                           | $h^0 H^0 A^0 H^\pm$                                                                 |
| <b>nötralinolar</b>    | 1/2  | -1    | $\tilde{B}^0 \tilde{W}^0 \tilde{H}_1^0 \tilde{H}_2^0$                               | $\tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_3^0 \tilde{\chi}_4^0$               |
| <b>charginolar</b>     | 1/2  | -1    | $\tilde{W}^\pm \tilde{H}_1^\pm \tilde{H}_2^\pm$                                     | $\tilde{\chi}_1^\pm \tilde{\chi}_2^\pm$                                             |
| <b>glüino</b>          | 1/2  | -1    | $\tilde{g}$                                                                         | $\tilde{g}$                                                                         |



### 1.4.3.1. Skaler Kuarklar ve Skaler Leptonlar

Aynı elektrik yüküne,  $R$ -paritesine ve renk kuantum sayısına sahip skaler alanlar birbirleriyle karışım durumları oluşturabilir. O halde farklı nesillerdeki skaler fermiyonlar yumuşak kırınım terimleri aracılığıyla birbirleriyle karışabilirler. Bu durumda skaler kuark ve skaler leptonların kütle özdurumları,  $u$ -tipi skaler kuarklar ( $\tilde{u}_L, \tilde{c}_L, \tilde{t}_L, \tilde{u}_R, \tilde{c}_R, \tilde{t}_R$ ),  $d$ -tipi skaler kuarklar ( $\tilde{d}_L, \tilde{s}_L, \tilde{b}_L, \tilde{d}_R, \tilde{s}_R, \tilde{b}_R$ ) ve yüklü skaler leptonlar ( $\tilde{e}_L, \tilde{\mu}_L, \tilde{\tau}_L, \tilde{e}_R, \tilde{\mu}_R, \tilde{\tau}_R$ ) için 3 tane  $6 \times 6$ 'lık kütle matrisinin ve skaler nötrinolar ( $\tilde{\nu}_e, \tilde{\nu}_\mu, \tilde{\nu}_\tau$ ) için bir tane  $3 \times 3$ 'lük kütle matrisinin köşegenleştirilmesiyle elde edilebilir. Bununla birlikte farklı nesiller arasındaki bu tür karışımlar yüksüz akım çeşni değişimine büyük ilmek katkıları getirdiğinden büyük ölçüde kısıtlanır (Gabbiani vd., 1996). En az çeşni ihlali için yukarıda sözü edilen  $6 \times 6$ 'lık karışım matrisleri, yüklü skaler leptonlar ( $\tilde{e}_L, \tilde{e}_R$ ),  $u$ -tipi ( $\tilde{u}_L, \tilde{u}_R$ ) ve  $d$ -tipi skaler kuarklar ( $\tilde{d}_L, \tilde{d}_R$ ) için her bir nesildeki sol ve sağ elli durumlar arasındaki karışımları betimleyen  $2 \times 2$ 'lik matrisler şeklinde düzenlenebilir. Sağ-elli skaler nötrinolar dikkate alınmadığından nötrinolar için karışım meydana gelmez. Fermiyonların kütle terimleri süperpotansiyeldeki Yukawa etkileşmelerinde (bakınız (1.123)) ortaya çıkar. Fermiyonlardan farklı olarak skaler fermiyonların kütle terimleri, süperpotansiyelin  $F$  ve skaler potansiyelin  $D$ -terimlerinden ve yumuşak süpersimetri-bozucu terimlerden gelen katkıları içerir. Ayar özdurum bazında skaler fermiyonların kütle terimlerini içeren Lagranjiyen (Gunion ve Haber, 1986),

$$\mathcal{L}_f^{k\u00fctle} = - \begin{pmatrix} \tilde{f}_L^\dagger & \tilde{f}_R^\dagger \end{pmatrix} M_{\tilde{f}} \begin{pmatrix} \tilde{f}_L \\ \tilde{f}_R \end{pmatrix} \quad (1.152)$$

şeklindedir. Skaler fermiyonların kütle matrisi ise

$$\begin{aligned} M_f^{LL} &= m_f^2 + m_Z^2 \left( I_{3L}^f - e_f s_W^2 \right) \cos(2\beta) + \begin{cases} m_Q^2, \text{ sol-elli skaler kuarklar için} \\ m_L^2, \text{ sol-elli skaler leptonlar için} \end{cases} \\ M_f^{RR} &= m_f^2 + m_Z^2 e_f s_W^2 \cos(2\beta) + \begin{cases} m_U^2, \text{ sağ-elli } u\text{-tipi skaler kuarklar için} \\ m_D^2, \text{ sağ-elli } d\text{-tipi skaler kuarklar için} \\ m_e^2, \text{ sağ-elli skaler leptonlar için} \end{cases} \\ M_f^{RL} &= (M_f^{LR})^* = m_f (A_f - \mu^* (\tan \beta)^{-2I_{3L}^f}) \end{aligned} \quad (1.153)$$

olmak üzere

$$M_{\tilde{f}} = \begin{pmatrix} M_f^{LL} & M_f^{LR} \\ M_f^{RL} & M_f^{RR} \end{pmatrix} \quad (1.154)$$

ile verilir.  $I_{3L}^f$  skaler fermiyonun zayıf izospinin 3.bileşeni ve  $e_f$  elektrik yüküdür.  $M_f^{LL}$  ve  $M_f^{RR}$ 'nin ilk terimleri skaler potansiyelden gelen  $D$ -terim katkılarıdır. İkinci terimleri ise süpersimetri kırınım Lagranjyenindeki skaler kütle terimlerinden gelir.

Skaler fermiyonların kiralite öz durumları ( $\tilde{f}_L, \tilde{f}_R$ ),

$$R^{\tilde{f}} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{\tilde{f}} & \sin \theta_{\tilde{f}} \\ -\sin \theta_{\tilde{f}} & \cos \theta_{\tilde{f}} \end{pmatrix} \quad (1.155)$$

üniter matrisinin aracılığında

$$\begin{pmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{pmatrix} = R^{\tilde{f}} \begin{pmatrix} \tilde{f}_L \\ \tilde{f}_R \end{pmatrix} \Rightarrow R^{\tilde{f}} M_{\tilde{f}} R^{\tilde{f}\dagger} = \begin{pmatrix} m_{\tilde{f}_1}^2 & 0 \\ 0 & m_{\tilde{f}_2}^2 \end{pmatrix} \quad (1.156)$$

şeklinde kütle matrisinin köşegenleştirilmesiyle kütle öz durumlarına ( $\tilde{f}_1, \tilde{f}_2$ ) dönüşmekte olup kütle matrisinin özdeğerleri ve karışım açısı

$$m_{\tilde{f}_{1,2}}^2 = \frac{1}{2} \left( M_f^{LL} + M_f^{RR} \mp \sqrt{(M_f^{LL} - M_f^{RR})^2 + 4|M_f^{LR}|^2} \right), \quad m_{\tilde{f}_1} < m_{\tilde{f}_2} \quad (1.157)$$

$$\cos \theta_{\tilde{f}} = \frac{-M_f^{LR}}{\sqrt{(M_f^{LL} - m_{\tilde{f}_1}^2)^2 + (M_f^{LR})^2}}, \quad (0 \leq \theta_{\tilde{f}} < \pi) \quad (1.158)$$

olarak elde edilir.  $A_u = \mu^* \cot \beta$  ve  $A_d = \mu^* \tan \beta$  için (1.154) kütle matrisinin köşegen dışı elemanları sıfır olacağından skaler fermiyonların karışım durumları ortadan kalkar ve kütle öz durumları ile ayar öz durumları özdeş olur. Ayrıca, 1. ve 2.nesil parçacıklarının Yukawa

çiftlenimleri ihmal edilebilir düzeyde olduğundan sadece 3.nesil parçacıklar yani  $(\tilde{l}_L, \tilde{l}_R)$ ,  $(\tilde{b}_L, \tilde{b}_R)$  ve  $(\tilde{\tau}_L, \tilde{\tau}_R)$  için karışım durumları önemli olur.

### 1.4.3.2. Charginolar

Elektrozayıf ayar simetrisinin kırınımı sonrasında  $\tilde{H}_1^-$  ve  $\tilde{H}_2^+$  higgsinoları ile  $\tilde{W}^+$  ( $-i\tilde{\lambda}^+$ ) ve  $\tilde{W}^-$  ( $-i\tilde{\lambda}^-$ ) gauginoları (winolar) birbirleriyle karışarak “*charginolar* ( $\tilde{\chi}_i^\pm$ )” adı verilen kütle öz durumlarını oluştururlar.  $\tilde{\lambda}^\pm = 1/\sqrt{2}(\tilde{\lambda}^1 \mp i\tilde{\lambda}^2)$  olmak üzere iki bileşenli gösterimde ayar öz durumları,

$$\psi^- = \begin{pmatrix} -i\tilde{\lambda}^- \\ \tilde{H}_1^- \end{pmatrix} \text{ ve } \psi^+ = \begin{pmatrix} -i\tilde{\lambda}^+ \\ \tilde{H}_2^+ \end{pmatrix} \quad (1.159)$$

şeklinde “+” ve “-” yüklü durumları ayrı ayrı tanımlanır. Bu alanların kütle terimlerini içeren Lagranjiyen,

$$\mathcal{L}_{MSSM} \supset \mathcal{L}_{\tilde{\chi}_i^\pm}^{\text{kütle}} = ig \left[ v_1 \tilde{\lambda}^+ \tilde{H}_1^- + v_2 \tilde{\lambda}^- \tilde{H}_2^+ \right] - \mu \tilde{H}_1^- \tilde{H}_2^+ + M_2 \tilde{\lambda}^- \tilde{\lambda}^+ + h.e \quad (1.160)$$

ile verilmekte olup (1.159) ayar öz durumlarına göre düzenlenirse,

$$M_C = \begin{pmatrix} M_2 & gv_2 \\ gv_1 & \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_2 & \sqrt{2}m_w s_\beta \\ \sqrt{2}m_w c_\beta & \mu \end{pmatrix} \quad (1.161)$$

chargino kütle matrisi olmak üzere

$$\mathcal{L}_{\tilde{\chi}_i^\pm}^{\text{kütle}} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \psi^+ & \psi^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & M_C^T \\ M_C & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi^+ \\ \psi^- \end{pmatrix} + h.e. \quad (1.162)$$

olur. Burada  $c_\beta \equiv \cos\beta$ ,  $s_\beta \equiv \sin\beta$  ve  $M_2$ ,  $SU(2)$  gaugino kütle parametresi ve  $\mu$  Higgsino kütle parametresidir.

$M_C$  simetrik olmadığından köşegenleştirme işlemi için iki farklı üniter matrise gereksinim duyulur.  $V$  ve  $U$  iki farklı  $2 \times 2$ 'lik üniter matris olmak üzere ayar öz durumlarına karşılık gelen kütle öz durumları

$$\chi_i^+ = V_{ij} \psi_j^+ \text{ ve } \chi_i^- = U_{ij} \psi_j^-, \quad (i, j = 1, 2) \quad (1.163)$$

şeklinde tanımlı iki-bileşenli spinörlerdir. Dört-bileşenli gösterimde ise bu kütle öz durumları yani charginolar

$$\tilde{\chi}_i^+ = \begin{pmatrix} \chi_i^+ \\ \bar{\chi}_i^- \end{pmatrix} \text{ ve } \tilde{\chi}_i^- = \begin{pmatrix} \chi_i^- \\ \bar{\chi}_i^+ \end{pmatrix} \quad (1.164)$$

şeklindeki Dirac spinörleri ile temsil edilirler.

$V$  ve  $U$  karışım matrisleri,

$$U = O_-, \quad V = \begin{cases} O_+ & \det(M_C) \geq 0 \\ \sigma_3 O_+ & \det(M_C) < 0 \end{cases}, \quad O_{\pm} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{\pm} & \sin \theta_{\pm} \\ -\sin \theta_{\pm} & \cos \theta_{\pm} \end{pmatrix} \quad (1.165)$$

ile verilir. Burada  $\sigma_3$  Pauli matrisi,  $\det(M_C) < 0$  durumunda chargino kütlelerinin “+” değerli olmasını garantiler.  $O_{\pm}$  dönme matrisleri olmak üzere  $\theta_{\pm}$  dönme açıları için,

$$\tan 2\theta_- = \frac{2\sqrt{2}m_W(M_2 c_{\beta} + \mu s_{\beta})}{M_2^2 - \mu^2 - 2m_W^2 c_{\beta}} \text{ ve } \tan 2\theta_+ = \frac{2\sqrt{2}m_W(M_2 s_{\beta} + \mu c_{\beta})}{M_2^2 - \mu^2 + 2m_W^2 c_{\beta}} \quad (1.166)$$

elde edilir. (1.165)’te tanımlanan üniter matrisler kullanılarak chargino kütle matrisi

$$M_C^{\text{köşegen}} = U^* M_C V^{-1} = \begin{pmatrix} m_{\tilde{\chi}_1^+} & 0 \\ 0 & m_{\tilde{\chi}_2^+} \end{pmatrix} \quad (1.167)$$

şeklinde köşegenleştirilir ve uygunluk açısından chargino kütleleri  $m_{\tilde{\chi}_1^+} < m_{\tilde{\chi}_2^+}$  sırasına göre etiketlenir. (1.167)’nin hermityen eşleniği alınıp kendisiyle sağdan ve soldan çarpılırsa

$$(M_C^{köşegen})^2 = VM_C^\dagger M_C V^{-1} = U^* M_C M_C^\dagger U^{-1} = \begin{pmatrix} |m_{\tilde{\chi}_1^\pm}|^2 & 0 \\ 0 & |m_{\tilde{\chi}_2^\pm}|^2 \end{pmatrix} \quad (1.168)$$

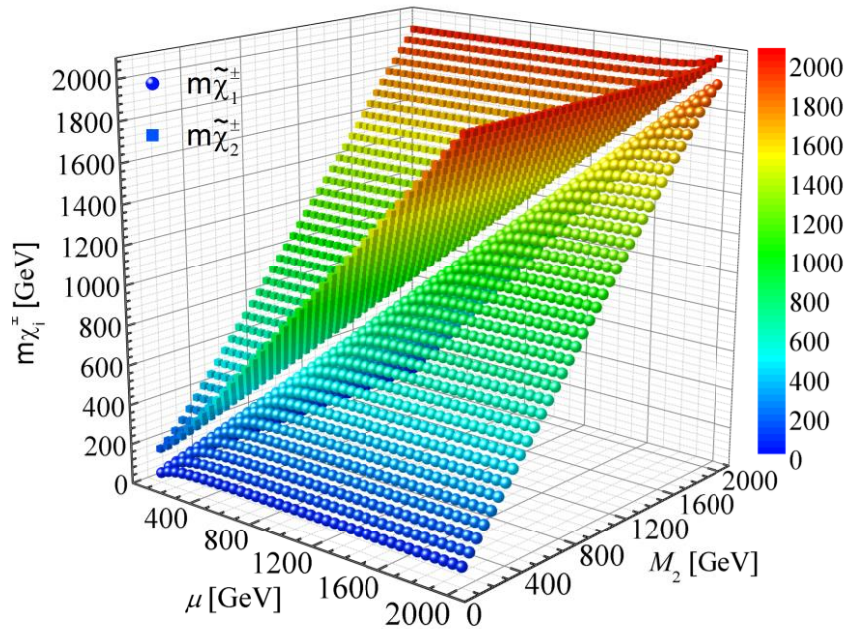
elde edilir. Böylece  $V$  ve  $U$  karışım matrisleri sırasıyla  $M_C^\dagger M_C$  ve  $M_C M_C^\dagger$ 'nin özdeğerlerine karşılık gelen özvektörlerinden kolaylıkla oluşturulabilir.  $M_C^\dagger M_C$  ve  $M_C M_C^\dagger$ 'nin özdeğerleri aynı olmak üzere

$$m_{\tilde{\chi}_1^\pm}^2 = \frac{1}{2} \left[ M_2^2 + |\mu|^2 + 2m_w^2 - \sqrt{(M_2^2 + |\mu|^2 + 2m_w^2)^2 - 4|\mu M_2 - m_w^2 \sin 2\beta|^2} \right] \quad (1.169)$$

$$m_{\tilde{\chi}_2^\pm}^2 = \frac{1}{2} \left[ M_2^2 + |\mu|^2 + 2m_w^2 + \sqrt{(M_2^2 + |\mu|^2 + 2m_w^2)^2 - 4|\mu M_2 - m_w^2 \sin 2\beta|^2} \right] \quad (1.170)$$

şeklinde elde edilir (Haber ve Kane, 1985).

Chargino kütleleri ve karışım matrisleri, sadece  $M_2$ ,  $\mu$  ve  $\tan\beta$  serbest parametrelerine bağlı olmak üzere  $M_2$  ve  $\mu$ 'ye bağımlılık oldukça kuvvetliken  $\tan\beta$ 'ya bağımlılık zayıftır.



Şekil 13. Chargino kütlelerinin  $\tan\beta=10$  için  $M_2$  ve  $\mu$ 'ye göre değişimi

Chargino kütlelerinin,  $M_2$  ile  $\mu$  parametrelerine göre simetrik oldukları yani aynı anda  $M_2$  yerine  $\mu$  ve  $\mu$  yerine  $M_2$  yazıldığında sonuçların değişmediği (1.169) ve (1.170) 'ten görülüyor. O halde, herhangi bir  $\tan\beta$  değeri için birden fazla  $M_2$  ve  $\mu$  değerinde aynı chargino kütleleri elde edilir. Şekil 13'te chargino kütlelerinin  $\mu$  ve  $M_2$  parametrelerine göre değişimi verilmekte olup  $m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$  ve  $m_{\tilde{\chi}_2^\pm}$ 'nin  $\mu \leftrightarrow M_2$  değişiminden etkilenmediği açıkça görülüyor. Örneğin; hem  $\mu=200$  GeV ve  $M_2=1500$  GeV hem de  $\mu=1500$  GeV ve  $M_2=200$  GeV için  $m_{\tilde{\chi}_1^\pm}=198.55$  GeV'dir.

### 1.4.3.1. Nötralinolar

$\tilde{H}_1^0$  ve  $\tilde{H}_2^0$  higgsinoları ile  $\tilde{B}$  ( $-i\tilde{\lambda}_B$ ) ve  $\tilde{W}^3$  ( $-i\tilde{\lambda}_W^3$ ) gauginoları birbirleriyle karışarak “nötralinolar ( $\tilde{\chi}_i^0, i=1,2,3,4$ )” adı verilen kütle öz durumlarını oluştururlar. Ayar öz durum bazı iki-bileşenli gösterimde,

$$\psi^0 = \begin{pmatrix} -i\tilde{\lambda}_B \\ -i\tilde{\lambda}_W^3 \\ \tilde{H}_1^0 \\ \tilde{H}_2^0 \end{pmatrix} \quad (1.171)$$

şeklinde tanımlanır. Elektrozayıf simetrisinin kırılmasından sonra yüksüz higgsinolar ile gauginoların kütle terimlerini içeren Lagranjiyen,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{MSSM} \supset \mathcal{L}_{\tilde{\chi}_i^0}^{\text{kütle}} = & \frac{ig}{\sqrt{2}} [v_1\tilde{\lambda}_W^3\tilde{H}_1^0 - v_2\tilde{\lambda}_W^3\tilde{H}_2^0] - \frac{ig'}{\sqrt{2}} [v_1\tilde{\lambda}_B\tilde{H}_1^0 - v_2\tilde{\lambda}_B\tilde{H}_2^0] \\ & + \mu\tilde{H}_1^0\tilde{H}_2^0 + \frac{1}{2}M_1\tilde{\lambda}_B\tilde{\lambda}_B + \frac{1}{2}M_2\tilde{\lambda}_W^3\tilde{\lambda}_W^3 \end{aligned} \quad (1.172)$$

ile verilmekte olup ayar öz durum bazında düzenlenirse,

$$M_N = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -g'v_1/\sqrt{2} & g'v_2/\sqrt{2} \\ 0 & M_2 & gv_1/\sqrt{2} & -gv_2/\sqrt{2} \\ -g'v_1/\sqrt{2} & gv_1/\sqrt{2} & 0 & -\mu \\ g'v_2/\sqrt{2} & -gv_2/\sqrt{2} & -\mu & 0 \end{pmatrix} \quad (1.173)$$

nötrino kütle matrisi olmak üzere

$$\mathcal{L}_{\chi_i^0}^{\text{kütle}} = -\frac{1}{2}(\psi^0)^T M_N \psi^0 + h.e. \quad (1.174)$$

olur (Haber ve Kane, 1985). Nötrino kütle matrisinde boşluk beklenen değerleri (1.142) 'de verilen  $m_Z$  cinsinden ve çiftlenim sabitleri elektrozayıf karışım açısının sinüsü ve kosinüsü ( $c_W \equiv \cos\theta_W$  ve  $s_W \equiv \sin\theta_W$ ) cinsinden yazılırsa,

$$M_N = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -m_Z c_\beta s_W & m_Z s_\beta s_W \\ 0 & M_2 & m_Z c_\beta c_W & -m_Z s_\beta c_W \\ -m_Z c_\beta s_W & m_Z c_\beta c_W & 0 & -\mu \\ m_Z s_\beta s_W & -m_Z s_\beta c_W & -\mu & 0 \end{pmatrix} \quad (1.175)$$

elde edilir. Bu matris  $\mu$  süpersimetrik higgsino kütle parametresine,  $M_1$  ve  $M_2$   $U(1)$  ve  $SU(2)$  gaugino kütle parametrelerine bağlı olmak üzere bu parametreler karmaşık fazlara sahip olabilirler (MSSM'deki diğer CP-bozulmuş fazları için Ibrahim ve Nath (2008) tarafından yapılan çalışmaya bakılabilir). Bu durumda  $\tilde{B}$  ve  $\tilde{W}^3$  alanlarının fazları yeniden parametrize edilerek genellik kaybolmaksızın  $M_1$  ve  $M_2$  aynı anda gerçel ve pozitif seçilebilir. Ayrıca  $M_1 = |M_1|e^{i\phi_1}$  ve  $\mu = |\mu|e^{i\phi_\mu}$  ( $0 \leq \phi_1, \phi_\mu < 2\pi$ ) şeklinde iki tane fazın  $M_1$  ve  $\mu$  parametrelerine eklenmesiyle  $M_2$  parametresinin gerçel ve “+” değerli olması sağlanabilir.

Nötrino kütle matrisi, fiziksel kütlelerin elde edilmesi için karışım matrisi adı verilen bir  $4 \times 4$ 'lük üniter matris kullanılarak köşegenleştirilir.  $N_{ij}$  ( $i, j=1,2,3,4$ ) nötrino karışım matrisi olmak üzere kütle öz durumları (nötralinolar)

$$\chi_i^0 = N_{ij} \psi_j^0 \quad (1.176)$$

şeklinde ayar öz durumlarının karışımından oluşur. Dört-bileşenli gösterimde nötralinolar

$$\tilde{\chi}_i^0 = \begin{pmatrix} \chi_i^0 \\ \bar{\chi}_i^0 \end{pmatrix} \quad (1.177)$$

formundaki Majorana spinörleri ile gösterilir.

Nötralinolar kütle matrisi, köşe elemanları  $m_{\tilde{\chi}_1^0} < m_{\tilde{\chi}_2^0} < m_{\tilde{\chi}_3^0} < m_{\tilde{\chi}_4^0}$  olmak üzere karmaşık değerli simetrik kare matrisler için kullanılan ‘‘Takagi ayrıştırma metodu’’ (Takagi, 1927) ile

$$M_N^{\text{köşegen}} = N^* M_N N^{-1} = \begin{pmatrix} m_{\tilde{\chi}_1^0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{\tilde{\chi}_2^0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{\tilde{\chi}_3^0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{\tilde{\chi}_4^0} \end{pmatrix}, \quad m_{\tilde{\chi}_i^0} \geq 0 \quad (1.178)$$

şeklinde köşegenleştirilir ( $N^{-1} = N^\dagger$ ) (Choi vd. (2007) tarafından nötralinolar kütle matrisinin köşegenleştirilmesi ile ilgili ayrıntılı bilgi veriliyor). (1.178)’in hermityen eşleniği alınıp kendisiyle soldan çarpılırsa

$$\begin{aligned} (M_N^{\text{köşegen}})^2 &= (N^* M_N N^{-1})^\dagger N^* M_N N^{-1} \\ &= N^{-1} M_N^\dagger M_N N = \text{köşegen}(m_{\tilde{\chi}_1^0}^2, m_{\tilde{\chi}_2^0}^2, m_{\tilde{\chi}_3^0}^2, m_{\tilde{\chi}_4^0}^2) \end{aligned} \quad (1.179)$$

olur ve buradan görüldüğü üzere  $M_N^\dagger M_N$ ’nın özdeğerlerinden nötralinolar kütleleri ve özvektörlerinden karışım matrisi hesaplanır. Sonuç olarak nötralinolar kütleleri, uygun bir üniter  $N$  matrisi için gerçel ve + değerli olarak elde edilebilir. El Kheishen vd. (1992) tarafından nötralinolar kütlelerinin analitik ifadeleri verilmektedir.

Charginolar ve nötralinolar, (1.163) ve (1.176) bağıntıları kullanılarak bileşenleri cinsinden ( $i=1,2,3,4$  ve  $j=1,2$ )



$$\begin{aligned}\tilde{\chi}_i^0 &= N_{i1}\tilde{B} + N_{i2}\tilde{W}^3 + N_{i3}\tilde{H}_1^0 + N_{i4}\tilde{H}_2^0 \\ \tilde{\chi}_j^\pm &= K_{j1}\tilde{W}^\pm + K_{j2}\tilde{H}_{1,2}^\pm \text{ burada } K = \begin{cases} V \leftarrow \tilde{\chi}_j^+ \\ U \leftarrow \tilde{\chi}_j^- \end{cases}\end{aligned}\quad (1.180)$$

şeklinde yazılır ve karışım matrisleri üniter olduğundan

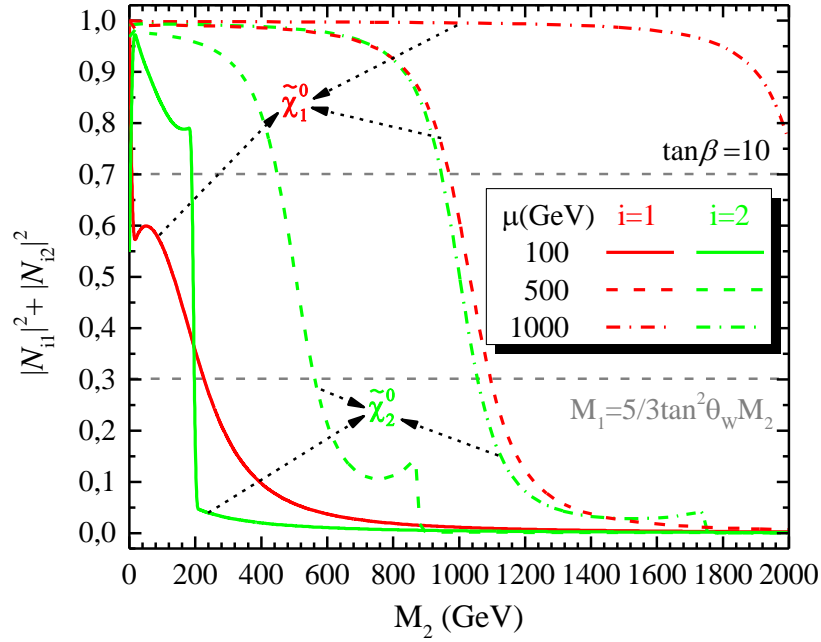
$$|N_{i1}|^2 + |N_{i2}|^2 + |N_{i3}|^2 + |N_{i4}|^2 = 1, \quad |K_{j1}|^2 + |K_{j2}|^2 = 1 \quad (1.181)$$

eşitlikleri geçerlidir. Buradan görüldüğü üzere nötralinoların ve charginoların hangi bileşen(ler)inin daha baskın olacağı ve hangilerinin daha zayıf kalacağı karışım matrislerinin  $(N,U,V)$  elemanlarına bağlıdır.  $|N_{i1}|^2 + |N_{i2}|^2$  ifadesinden nötralinoların içerdiği bino ve wino bileşenlerinin (gauginoların) toplam katkısı ve  $|K_{j1}|^2$ 'den de charginoların içerdiği gaugino bileşenin katkısı elde edilir. Ayrıca  $|N_{i3}|^2 + |N_{i4}|^2$  ve  $|K_{j2}|^2$ 'den higgsino bileşenlerinin katkıları bulunur. (1.181) eşitliklerinden anlaşılacağı üzere higgsino ve gaugino katkıların toplamı 1'e eşittir.

Charginoların ve nötralinoların kütlelerinin yanı sıra karışım matrisleri de  $M_1, M_2, \mu$  ve  $\tan\beta$  serbest parametrelerine bağlıdır. Dolayısıyla bu parametrelerin değerlerine göre nötralino ve charginoların baskın olan bileşenleri irdelenebilir.  $|\mu| > M_i$  ile ilgili parametre bölgesi, en hafif charginonun ( $\tilde{\chi}_1^\pm$ ) ve en hafif nötralinonun ( $\tilde{\chi}_1^0$ ) bileşenleri arasında wino ve/veya bino alanlarının katkıları daha baskın olduğundan “*gaugino bölgesi (gaugino-türü nötralino/chargino)*” olarak adlandırılır. Bu bölgede chargino için  $|K_{11}|^2 \geq 0.7$  ve nötralino için  $|N_{11}|^2 \geq 0.7$  veya  $|N_{12}|^2 \geq 0.7$  veya  $|N_{11}|^2 + |N_{12}|^2 \geq 0.7$  olur. Yani  $\tilde{\chi}_1^\pm \approx \tilde{W}^\pm$  ve  $\tilde{\chi}_1^0 \approx \tilde{B}$  ya da  $\tilde{W}^3$ 'dir. Diğer taraftan,  $|\mu| < M_i$  sağlayan parametre bölgesi, en hafif charginonun ve nötralinoların higgsino bileşenleri daha baskın olduğundan “*higgsino bölgesi (higgsino-türü nötralino/chargino)*” olarak adlandırılır (Kneur ve Moutaka, 1998; Moutaka, 1998; Choi vd., 2001). Bu bölgede ise chargino için  $|K_{12}|^2 \geq 0.7$  ve nötralino için  $|N_{13}|^2 \geq 0.7$  veya  $|N_{14}|^2 \geq 0.7$  veya  $|N_{13}|^2 + |N_{14}|^2 \geq 0.7$  olur. Bu durumda  $\tilde{\chi}_1^\pm \approx \tilde{H}_{1,2}^\pm$  ve  $\tilde{\chi}_1^0 \approx \tilde{H}_1^0$  ya da  $\tilde{H}_2^0$  ya da  $(\tilde{H}_1^0 \pm \tilde{H}_2^0)/\sqrt{2}$ 'dir. Ayrıca en hafif charginonun ve nötralinonun higgsino ve gaugino bileşen katkılarının hemen hemen eşit olduğu  $M_2$  ve  $\mu$  değerlerini içeren bölge “*karışım bölgesi*” olarak adlandırılabilir. Karışım-bölgesinde charginolar için

$0.3 < |K_{11}|^2 < 0.7$  ve nötralinolar için  $0.3 < |N_{11}|^2 + |N_{12}|^2 < 0.7$  olur. Bu durumda  $\tilde{\chi}_1^\pm \approx (\tilde{W}^\pm \pm \tilde{H}_{1,2}^\pm)/\sqrt{2}$ 'dir.

Yukarıda ifade edilen bölgeler,  $\tan\beta=10$  olmak üzere,  $\mu=100$  GeV, 500 GeV ve 1000 GeV için  $M_2$ 'nin 0'dan 2000 GeV'e kadar değiştirilmesiyle elde edilen nötralinolar ve chargino karışım matrislerinin değerlerinden yola çıkılarak çizilen Şekil 14 ve Şekil 15 ile incelenmektedir. Şekil 14,  $\tilde{\chi}_1^0$  ve  $\tilde{\chi}_2^0$  için gaugino bileşenlerinin katkısını veren  $|N_{11}|^2 + |N_{12}|^2$ 'nin  $M_2$ 'ye göre değişimini göstermekte olup  $\mu=100$  GeV için her iki nötralinonun gaugino bileşen katkısı,  $M_2$ 'deki artışla birlikte keskin bir şekilde azalarak  $M_2 \geq 200$  GeV için  $|N_{11}|^2 + |N_{12}|^2 < 0.3$  oluyor. Bu durumda her iki nötralinonun higgsino bileşenleri daha baskındır ( $\mu < M_2 \leftrightarrow$  higgsino-bölgesi). Buna karşın  $\mu=1000$  için  $0 < M_2 < 1000$  GeV aralığında

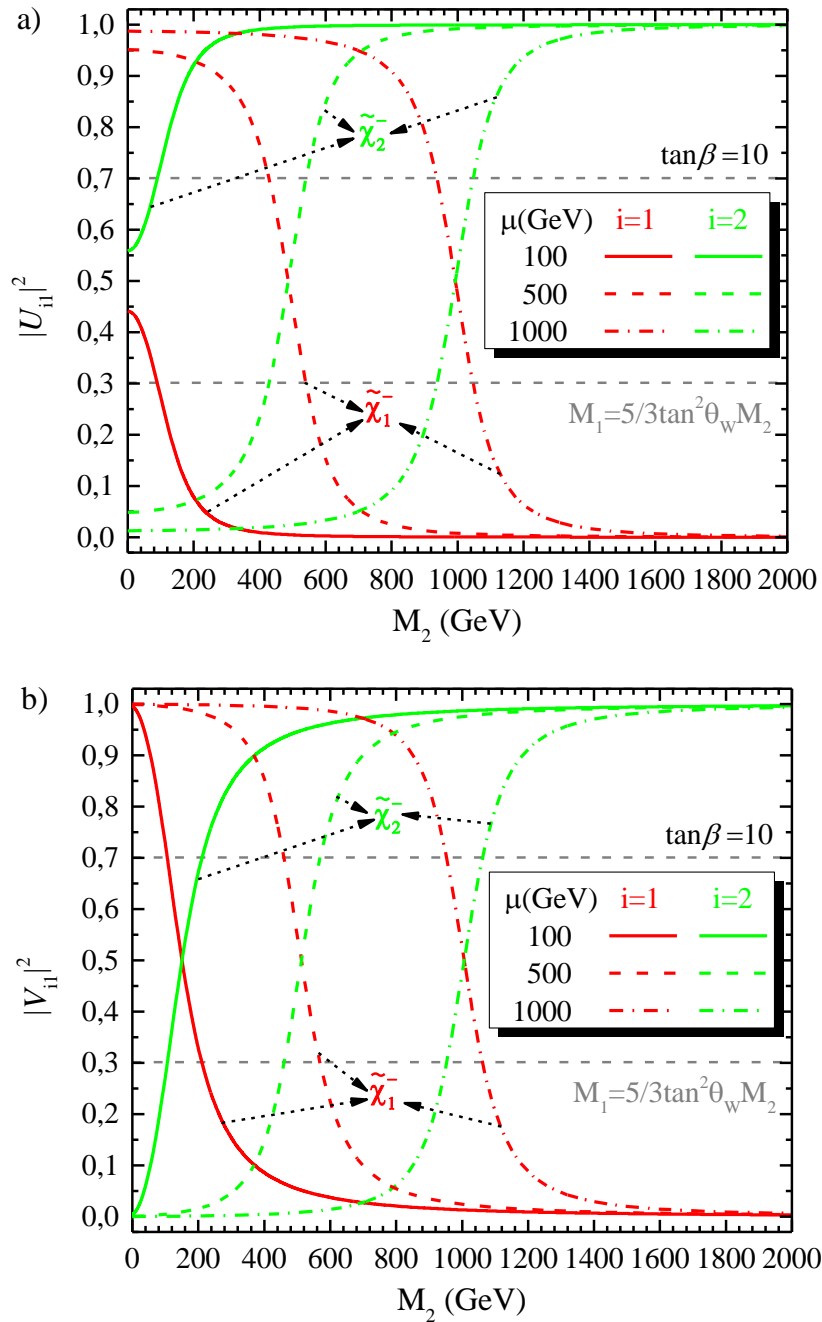


Şekil 14. En hafif ilk iki nötralinonun gaugino bileşen katkılarının  $\mu=100$ , 500 ve 1000 GeV için  $M_2$ 'ye göre değişimi

$|N_{11}|^2 + |N_{12}|^2 > 0.7$  olmak üzere nötralinoların gaugino bileşenleri baskın gelmektedir ( $\mu > M_2 \leftrightarrow$  gaugino-bölgesi). Ayrıca  $M_2 > 1000$  GeV için  $\tilde{\chi}_1^0$  gaugino bölgesinde kalırken,  $\tilde{\chi}_2^0$  karışım bölgesine ardından higgsino bölgesine geçiyor.

Şekil 15.a,  $\tilde{\chi}_{1,2}^-$ 'nin ve Şekil 15.b,  $\tilde{\chi}_{1,2}^+$ 'nin gaugino bileşenlerinin katkısını veren  $|U_{11}|^2$  ve  $|V_{11}|^2$ 'nin  $M_2$ 'ye göre değişimini göstermekte olup  $M_2 < 200$  GeV dışında “+” ve “-”

yüklü charginolar için çizilen eğriler hemen hemen aynı davranışı sergilemektedirler. Bu sebeple her iki şekil için ortak bir değerlendirme yapmak mümkündür. Bununla birlikte  $\tilde{\chi}_1^\pm$  ile  $\tilde{\chi}_2^\pm$  birbirlerinin tam tersi davranış göstermektedir.  $\mu=100$  GeV için  $M_2$ 'nin artışı ile  $\tilde{\chi}_1^\pm$ 'in gaugino bileşeninin oranı azalırken  $\tilde{\chi}_2^\pm$ 'ninki artıyor. Özellikle  $M_2 \gtrsim 200$  GeV için  $|U_{11}|^2 \approx |V_{11}|^2 < 0.3$  ve  $|U_{21}|^2 \approx |V_{21}|^2 > 0.7$ 'dir:  $\tilde{\chi}_1^\pm$ 'in higgsino bileşeni ( $\mu < M_2 \leftrightarrow$  higgsino-bölgesi)



Şekil 15. Charginoların gaugino bileşen katkılarının  $\mu=100, 500$  ve  $1000$  GeV için  $M_2$ 'ye göre değişimi

ve  $\tilde{\chi}_2^\pm$ 'nin gaugino bileşeni baskındır.  $\mu=1000$  GeV için  $0 < M_2 < 900$  GeV aralığında  $|U_{11}|^2 \approx |V_{11}|^2 > 0.7$  ve  $|U_{21}|^2 \approx |V_{21}|^2 < 0.3$ 'tür. Bu durumda;  $\tilde{\chi}_1^\pm$ 'in gaugino bileşeni ( $\mu > M_2 \leftrightarrow$  gaugino-bölgesi) ve  $\tilde{\chi}_2^\pm$ 'nin higgsino bileşeni baskındır. Ayrıca  $M_2=1000 \pm 100$  GeV civarında her iki charginonun higgsino ve gaugino bileşen katkıları yaklaşık eşit olurken  $M_2 \gtrsim 1100$  GeV için  $\tilde{\chi}_1^\pm$ 'in higgsino bileşeni ( $\mu < M_2 \leftrightarrow$  higgsino-bölgesi) ve  $\tilde{\chi}_2^\pm$ 'nin gaugino bileşeni baskındır.

Özetlemek gerekirse, en hafif chargino  $\tilde{\chi}_1^\pm$  ve en hafif nötralinno  $\tilde{\chi}_1^0$ ,  $\mu < M_2$  için higgsino-türü ve  $\mu > M_2$  için gaugino-türü olmaktadır. Ayrıca  $\tilde{\chi}_1^\pm$ ,  $\mu \approx M_2$  için eşit oranda gaugino ve higgsino bileşenleri içerir (karışım-türü). Charginoların ve nötralinoların üretim tesir kesitlerinin en büyük değerlerine hangi bileşenlerinin baskın olduğu durumda ulaşıldığının bilinmesi bu parçacıklar için yapılan deneysel araştırmalarda yol gösterici olacaktır. Bu amaçla bu çalışmada nötralinoların ve charginoların içerdiği bileşenler dikkate alınarak bu parçacıkların üretim tesir kesitleri hesaplandı ve analiz edildi.

## 2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

Süpersimetri, özellikle de Higgs bozonunun keşfinden sonra LHC’de araştırması yapılanlar arasında SM’nin problemlerine getirdiği çözümlerden dolayı ilk sıralarda yer almaktadır. Şimdiye dek yapılan deneysel araştırmalardan (LHC, Tevatron, DESY, LEP, vb. hızlandırıcılarda) Süpersimetri ile ilişkili herhangi bir kanıt elde edilememesine karşın, öncekine kıyasla daha da güçlendirilen LHC’de süpersimetrik parçacıkların var olup olmadığına dair kanıtlara ulaşılması beklenilmektedir. Bu deneylerle ağırlıklı olarak skaler kuarklar ve glüyonlar olmak üzere renk yüklü süperesler araştırılmış ve dikkate alınan modellerin parametrelerine bağılı olarak bu parçacıkların kütlelerine sınırlamalar getirilmiştir (Olive vd., 2014; URL-2, 2014; URL-3, 2014). LHC’deki ATLAS ve CMS grupları tarafından 8 TeV kütle merkezi enerjisinde proton-proton çarpışmasından elde edilen yaklaşık  $20 \text{ fb}^{-1}$  toplam ışınığa (luminosite) sahip veriler kullanılarak gerçekleştirilen analizler sonucunda ilk iki nesil skaler kuarkların ve glüyonların kütlelerine öncekine kıyasla daha büyük sınır değerleri elde edildi. ATLAS grubu tarafından yapılan analizlere göre (ATLAS Collaboration, 2013; ATLAS Collaboration, 2014<sup>a</sup>) mSUGRA/CMSSM çerçevesinde evrensel skaler kütle parametresi  $m_0$ ’ın büyük değerleri için glüينو kütlesi 1.1-1.3 TeV’e kadar, “skuark basitleştirilmiş modelde” ise ilk iki nesil skaler kuarkların kütleleri 700-800 GeV’e kadar dışlanmaktadır. Bunlara ek olarak, mSUGRA/CMSSM’de glüينو ve skaler kuarkların eşit kütleli durumları 1.7 TeV’den küçük olan değerler için dışlanmaktadır. CMS grubunun sonuçlarına göre skaler kuarkların(glüينو) sadece bir jet (iki jet) ve EHSP’a bozunduğu durum dikkate alınarak skaler kuarkların kütleleri için 750 GeV’den ve glüyonun kütlesi için 1.1 TeV’den küçük olan değerleri dışlanmaktadır (CMS Collaboration, 2014). Bu gruplar tarafından yapılan diğer araştırmaların sonuçları Ek Şekil 8 ve Ek Şekil 9’da verilmektedir.

Bu sınırlar dikkate alındığında, nötralinoların ve charginoların doğrudan üretim süreçleri diğer parçacıkların üretimlerine nazaran daha baskın olur. “Doğallık”, en hafif üçüncü nesil süpersimetrik parçacıkların, nötralinoların ve charginoların birkaç yüz GeV aralığında kütleyle sahip olmaları gerektiğini öngörür (Barbieri ve Giudice, 1988; Carlos ve Casas, 1993; Chan vd., 1998). Bu sebeple LHC’de son zamanlarda, skaler leptonların, nötralinoların ve charginoların elektrozayıf üretimleri ile ilişkili deneysel çalışmalara yoğunluk verilmiştir (ATLAS Collaboration, 2014<sup>b</sup>; CMS Collaboration, 2014<sup>b</sup>; CMS

Collaboration, 2014<sup>c</sup>). Ayrıca en hafif nötralinonun ( $\tilde{\chi}_1^0$ 'in) EHSP olduğu durumda,  $R$ -parite korunumu gereği kararlı olması ve karanlık madde için aday parçacık olarak gösterilmesi nötralinoların araştırılmasına olan önemi arttırmaktadır. Aynı zamanda nötralinoların ve charginoların gaugino/higgsino bileşenlerine ayrışımı, Süpersimetri kırınım mekanizması hakkında önemli bilgiler içermektedir ve karanlık madde kalıntı yoğunluğunun belirlenmesinde önemli rol oynamaktadır (Baer vd., 2007; Herrmann ve Klasen, 2007).

Süpersimetrik parçacıkların deneysel araştırmaları için bu parçacıkların üretimleri ve bozunmaları ile ilgili hassas ve kesin teorik öngörülerin ortaya konması oldukça önemlidir. Çünkü teorik hesaplamaların sonuçları, deneylerden süpersimetrik parçacıkların kütleleri ve bağlaşımları üzerine doğru sınırlamalar türetilmesinde veya keşfedilmeleri durumunda özelliklerinin hassas bir şekilde belirlenmesinde etkili olacaktır. Bu bağlamda, MSSM çerçevesinde nötralinoların ve charginoların bileşen katkılarının (higgsino-türü, gaugino-türü, karışım durumu) analizini mümkün kılacak senaryolar kullanılarak, proton-proton çarpışmasında söz konusu parçacıkların üretim süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Böylece LHC gibi hızlandırıcılarda üretilmesi daha olası chargino ve nötralino durumlarını veren parametre bölgeleri kolaylıkla tespit edilebilir. Bu amaç için dikkate alınan chargino ve nötralino üretim süreçleri;

- a) İki nötralino üretim süreçleri:
  - $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  (tek-ilmek seviyesinde)
  - $pp(gg) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  (tek-ilmek seviyesinde)
- b) İki chargino üretim süreci
  - $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^+ \tilde{\chi}_j^-$
- c) Tek nötralino üretim süreçleri:
  - $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{g}$
  - $pp(qg) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k$
  - $pp(q\bar{q}') \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^\pm$
  - $pp(gg) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{g}$  (tek-ilmek seviyesinde)

olmak üzere MSSM'in izinli parametre bölgesi göz önünde bulundurularak ilgili süreçlerin tesir kesitlerinin kütle merkezi enerjisine, skaler kuarkın kütlesine,  $M_2$ - $\mu$  parametrelerine ve chargino kütlesine bağlılığı incelenmektedir.

Bu süreçler için kullanılan kinematik şu şekildedir: Herhangi bir alt süreç

$$a(p_1)b(p_2) \rightarrow c(k_1)d(k_2) \quad (2.1)$$

şeklinde gösterilmek üzere  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $k_1$  ve  $k_2$  sırasıyla  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ve  $d$  parçacıklarının dörtlü momentumlarıdır. Bu süreç için Mandelstam değişkenleri,

$$\begin{aligned} \hat{s} &= (p_1 + p_2)^2 = (k_1 + k_2)^2 \\ \hat{t} &= (p_1 - k_1)^2 = (p_2 - k_2)^2 \\ \hat{u} &= (p_1 - k_2)^2 = (p_2 - k_1)^2 \end{aligned} \quad (2.2)$$

şeklinde tanımlanır. Son durumdaki  $c$  ve  $d$  parçacıklarının kütle merkezi sistemindeki momentumu  $p$  ve saçılma açısı  $\theta$  ile gösterilmek üzere parçacıkların kütle merkezi enerjileri ve momentumları için

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{2\sqrt{\hat{s}}} \sqrt{(\hat{s} - m_c^2 - m_d^2)^2 - 4m_c^2 m_d^2} \\ E_1 &= \frac{\hat{s} + m_c^2 - m_d^2}{2\sqrt{\hat{s}}}, \quad E_2 = \frac{\hat{s} + m_d^2 - m_c^2}{2\sqrt{\hat{s}}} \\ p_1 &= \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} (1, 0, 0, 1), \quad p_2 = \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} (1, 0, 0, -1) \\ k_1 &= (E_1, p \sin \theta, 0, p \cos \theta), \quad k_2 = (E_2, -p \sin \theta, 0, -p \cos \theta) \end{aligned} \quad (2.3)$$

yazılır.

Herhangi bir alt süreç için ilk/son durumdaki parçacıkların spinleri üzerinden alınan ortalamayı/toplamı içeren ayar değişmez toplam genlik  $\overline{\mathcal{M}}_{ab \rightarrow cd}$  ile gösterilmek üzere diferansiyel tesir kesiti

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(ab \rightarrow cd) = \frac{\overline{\mathcal{M}}_{ab \rightarrow cd}^2}{64\pi\hat{s}p^2} \quad (2.4)$$

ile verilir. Kütle merkezi sisteminde  $a, b$  parçacıklarının kütleleri ihmal edilirse (2.4) diferansiyel tesir kesiti

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(ab \rightarrow cd) = \frac{\overline{\mathcal{M}}_{ab \rightarrow cd}}{16\pi\hat{s}^2} \quad (2.5)$$

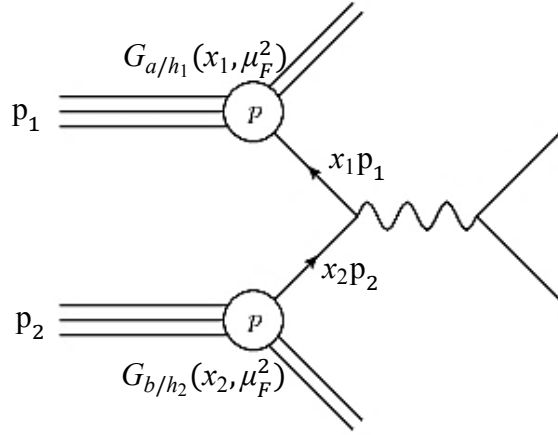
olur. Burada  $\hat{\sigma}$ ,  $\hat{s}$ ,  $\hat{t}$  ve  $\overline{\mathcal{M}}_{ab \rightarrow cd}$  Lorentz-değişmez niceliklerdir. Alt süreç için toplam tesir kesiti,  $\hat{t}^\pm$  (ilk durumdaki parçacıklardan son durumdaki parçacıklara aktarılan momentumun karesi)

$$\hat{t}^\pm = 1/2[(m_c^2 + m_d^2 - \hat{s}) \pm \sqrt{(\hat{s} - m_c^2 - m_d^2)^2 - 4m_c^2 m_d^2}] \quad (2.6)$$

sınırları için diferansiyel tesir kesitinin integrali alınarak

$$\hat{\sigma}(ab \rightarrow cd) = \int_{\hat{t}^-}^{\hat{t}^+} d\hat{t} \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(ab \rightarrow cd) \quad (2.7)$$

şeklinde elde edilir.



Şekil 16. Dağılım fonksiyonlarının simgesel gösterimi

Hadron-hadron çarpışmasında toplam hadronik tesir kesiti, parton lüminositesi

$$\frac{d\mathcal{L}_{ab}^{pp}}{d\tau} = \int \frac{dx_1}{x_1} \frac{1}{1 + \delta_{ab}} \left[ G_{a/h_1}(x_1, \mu_F^2) G_{b/h_2}\left(\frac{\tau}{x_1}, \mu_F^2\right) + G_{b/h_1}(x_1, \mu_F^2) G_{a/h_2}\left(\frac{\tau}{x_1}, \mu_F^2\right) \right] \quad (2.8)$$



olmak üzere

$$\sigma(pp \rightarrow ab \rightarrow cd, s) = \int_{(m_c+m_d)^2/s}^1 d\tau \frac{d\mathbb{L}_{ab}^{pp}}{d\tau} \hat{\sigma}(ab \rightarrow cd, \hat{s} = \tau s) \quad (2.9)$$

formülü (Berman vd., 1971; Eichten vd., 1984) kullanılarak hesaplanır. Parton lüminositesindeki  $G_{a/h_{1,2}}$  ve  $G_{b/h_{1,2}}$ ,  $a$  ve  $b$  partonlarının  $h_1$  ve  $h_2$  hadronlarındaki dağılım oranlarını betimleyen evrensel parton dağılım fonksiyonlarıdır (Şekil 16'ya bkz). Bunlar faktorizasyon ölçeğine ( $\mu_F$ ) ve partonların boylamsal momentum kesirleri  $x_1$  ve  $x_2$ 'ye ( $\tau = x_1 x_2$ ) bağlıdır. Bu çalışmada, faktorizasyon ölçeği için son durumdaki parçacıkların kütlelerinin ortalaması ve ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi hadronik tesir kesitlerinin hesaplanmasında sırasıyla MSTW2008LO ve MSTW2008NLO parton dağılım fonksiyonları (Martin vd., 2009) kullanıldı.

## 2.1. Proton Proton Çarpışmasında İki Nötralino Üretimi

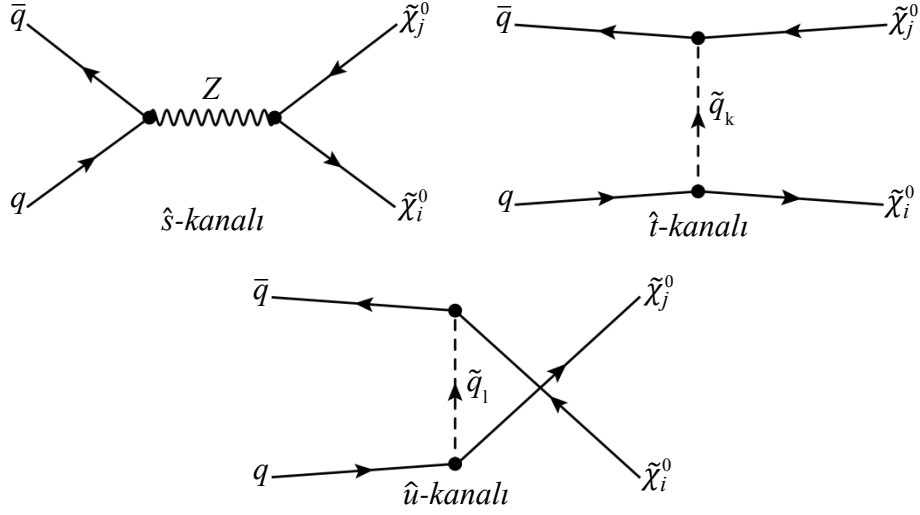
Proton-proton çarpışmasında kuark-karşıt kuark saçılması ve glüyon-glüyon füzyonu aracılığıyla (yani  $q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  ve  $gg \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  alt süreçleri ile) iki nötralino üretimi gerçekleşir.  $q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  süreci ilk kez ağaç-düzeyinde ortaya çıkarken  $gg \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  süreci ağaç seviyesi katkıya sahip değildir ve ilk kez tek-ilmek düzeyinde meydana gelir. Bu süreçler nötralinoların özelliklerinin anlaşılmasında oldukça önemli yere sahiptir.

### 2.1.1. Ağaç Seviyesinde İki Nötralino Üretimi

En düşük mertebeden, kuark ile karşıt-kuarkın etkileşmesinden iki nötralino üretim süreci

$$q(p_1)\bar{q}(p_2) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0(k_1)\tilde{\chi}_j^0(k_2) \quad (2.10)$$

için önemli katkılar veren Feynman çizimleri Şekil 17'de gösteriliyor.  $Z$  vektör bozonunun değiş-tokuşunu içeren  $\hat{s}$ -kanalı ve skaler kuarkların değiş-tokuşunu içeren  $\hat{t}$  ve  $\hat{u}$ -kanalı katkılarına sahiptir. İlgili etkileşme Lagranjyenleri (E.88), (E.92) ve (E.95)'te verilmekte



Şekil 17.  $q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  süreci için Feynman çizimleri

olup Ek Şekil 1, Ek Şekil 2 ve Ek Şekil 3'te etkileşme köşeleri gösteriliyor. Bunlar kullanılarak her bir Feynman çizimiyle ilişkili  $\hat{s}$ ,  $\hat{t}$  ve  $\hat{u}$ -kanallarına karşılık gelen Lorentz değişmez matris elemanları,

$$T_{\hat{s}} = \frac{-g^2}{2c_W^2} D_Z(\hat{s}) \bar{u}_i(k_1) \gamma_\mu \left[ O_{ij}^{nL} P_L + O_{ij}^{nR} P_R \right] v_j(k_2) \cdot \bar{v}(p_2) \gamma_\mu \left[ C_{Zqq}^L P_L + C_{Zqq}^R P_R \right] u(p_1) \quad (2.11)$$

$$T_{\hat{t}} = \sum_k \frac{2g^2}{(\hat{t} - m_{\tilde{q}_k}^2) c_W^2} \bar{u}_i(k_1) \left[ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{L*} P_L + C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{R*} P_R \right] u(p_1) \cdot \bar{v}(p_2) \left[ C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_k q}^R P_L + C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_k q}^L P_R \right] v_j(k_2) \quad (2.12)$$

$$T_{\hat{u}} = \sum_l \frac{-2g^2}{(\hat{u} - m_{\tilde{q}_l}^2) c_W^2} \bar{u}_j(k_2) \left[ C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_l q}^{L*} P_L + C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_l q}^{R*} P_R \right] u(p_1) \cdot \bar{v}(p_2) \left[ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q}^R P_L + C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q}^L P_R \right] v_i(k_1) \quad (2.13)$$

olarak yazılır. Burada  $k$  ve  $l$ , skaler kuarkların kütle öz durum indisleridir.  $D_Z(\hat{s})$ , Z-ayar bozonunun ileticisidir. Ayrıca  $g = e/\sin\theta_w$  zayıf çiftlenim sabiti,  $\theta_w$  zayıf karışım

(Weinberg) açısı ve  $P_{R,L}=1/2(1\pm\gamma^5)$  sol ve sağ-elli izdüşüm işlemcileridir. Matris elemanları, nötralinoların karışım matrisine dolayısıyla nötralinoların bileşen katkılarına doğrudan bağlıdır. (E.91) ve (E.93)'te verilen çiftlenim terimlerinden görülebileceği gibi  $\hat{s}$ -kanalından gelen katkılar sadece nötralinoların higgsino bileşenlerine ( $N_{i3}$  ve  $N_{i4}$ ) bağlıyken,  $\hat{t}$  ve  $\hat{u}$ -kanallarından gelen katkılar ağırlıklı olarak gaugino bileşenlerine ( $N_{i1}$  ve  $N_{i2}$ ) bağlıdır.

İki nötralinoların üretim sürecinin diferansiyel kesiti, (2.11), (2.12) ve (2.13)'ün toplamının mutlak değer karesinde başlangıçtaki parçacıklarının spinleri/renkleri üzerinden ortalama ve son durumdaki parçacıkların spinleri üzerinden toplam alındıktan sonra,

$$\mathcal{M}_{\hat{s}\hat{s}} = \frac{g^4/c_W^4}{(\hat{s}-m_Z^2)^2} \left[ (C_{Zqq}^L)^2 + (C_{Zqq}^R)^2 \right] \left\{ O_{ij}^{nL} O_{ij}^{nL*} \left[ (m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{u})(m_{\tilde{\chi}_j^0}^2 - \hat{u}) \right. \right. \\ \left. \left. + (m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{t})(m_{\tilde{\chi}_j^0}^2 - \hat{t}) \right] - \left[ |O_{ij}^{nL}|^2 + |O_{ij}^{nR}|^2 \right] m_{\tilde{\chi}_i^0} m_{\tilde{\chi}_j^0} \hat{s} \right\} \quad (2.14)$$

$$\mathcal{M}_{\hat{t}\hat{t}} = \sum_{k,l} \frac{4g^4/c_W^4}{(\hat{t}-m_{\tilde{q}_k}^2)(\hat{t}-m_{\tilde{q}_l}^2)} \left[ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^L C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q}^{L*} + C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^R C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q}^{R*} \right] \left[ C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_k q}^L C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_l q}^{L*} \right. \\ \left. + C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_k q}^R C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_l q}^{R*} \right] (m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{t})(m_{\tilde{\chi}_j^0}^2 - \hat{t}) \quad (2.15)$$

$$\mathcal{M}_{\hat{u}\hat{u}} = \sum_{k,l} \frac{4g^4/c_W^4}{(\hat{u}-m_{\tilde{q}_k}^2)(\hat{u}-m_{\tilde{q}_l}^2)} \left[ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{L*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q}^L + C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{R*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q}^R \right] \left[ C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_k q}^{L*} C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_l q}^L \right. \\ \left. + C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_k q}^{R*} C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_l q}^R \right] (m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{u})(m_{\tilde{\chi}_j^0}^2 - \hat{u}) \quad (2.16)$$

$$\mathcal{M}_{\hat{t}\hat{u}} = \sum_{k,l} \frac{4g^4/c_W^4}{(\hat{t}-m_{\tilde{q}_k}^2)(\hat{u}-m_{\tilde{q}_l}^2)} \text{Re} \left\{ \frac{1}{2} \left[ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{L*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q}^L C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_k q}^{R*} C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_l q}^R + C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{L*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q}^L C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_k q}^{R*} C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_l q}^R \right] \right. \\ \times \left( (m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{u})(m_{\tilde{\chi}_j^0}^2 - \hat{u}) + (m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{t})(m_{\tilde{\chi}_j^0}^2 - \hat{t}) - \hat{s}(\hat{s} - m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - m_{\tilde{\chi}_j^0}^2) \right) \\ \left. + \left[ C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_k q}^{L*} C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_l q}^L C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{L*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q}^L + C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_k q}^{R*} C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_l q}^R C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{R*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q}^R \right] m_{\tilde{\chi}_i^0} m_{\tilde{\chi}_j^0} \hat{s} \right\} \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{\hat{s}\hat{t}} = & \sum_k \frac{2g^4/c_W^4}{(\hat{t} - m_{\tilde{q}_k}^2)(\hat{s} - m_Z^2)} \text{Re} \left\{ \left[ C_{Zqq}^R O_{ij}^{nL*} C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_k q}^{R*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^R - C_{Zqq}^L O_{ij}^{nL} C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_k q}^{L*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^L \right] \right. \\
& \times (m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{t})(m_{\tilde{\chi}_j^0}^2 - \hat{t}) + \left[ C_{Zqq}^L O_{ij}^{nL*} C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_k q}^{L*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^L - C_{Zqq}^R O_{ij}^{nL} C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_k q}^{R*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^R \right] \\
& \left. \times m_{\tilde{\chi}_i^0} m_{\tilde{\chi}_j^0} \hat{s} \right\} \quad (2.18)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{\hat{s}\hat{u}} = & \sum_k \frac{2g^4/c_W^4}{(\hat{u} - m_{\tilde{q}_k}^2)(\hat{s} - m_Z^2)} \text{Re} \left\{ \left[ C_{Zqq}^L O_{ij}^{nL*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{L*} C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_k q}^L - C_{Zqq}^R O_{ij}^{nL} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{R*} C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_k q}^R \right] \right. \\
& \times (m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{u})(m_{\tilde{\chi}_j^0}^2 - \hat{u}) + \left[ C_{Zqq}^R O_{ij}^{nL*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{R*} C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_k q}^R - C_{Zqq}^L O_{ij}^{nL} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{L*} C_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{q}_k q}^L \right] \\
& \left. \times m_{\tilde{\chi}_i^0} m_{\tilde{\chi}_j^0} \hat{s} \right\} \quad (2.19)
\end{aligned}$$

olmak üzere

$$\frac{d\hat{\sigma}}{dt}(q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0) = \frac{1}{16\pi\hat{s}^2} \frac{1}{12} \left(\frac{1}{2}\right)^{\delta_{ij}} (\mathcal{M}_{\hat{s}\hat{s}} + \mathcal{M}_{\hat{t}\hat{t}} + \mathcal{M}_{\hat{u}\hat{u}} - 2\mathcal{M}_{\hat{s}\hat{t}} + 2\mathcal{M}_{\hat{s}\hat{u}} - 2\mathcal{M}_{\hat{t}\hat{u}}) \quad (2.20)$$

şeklinde elde edilir. Burada 1/12 çarpanı ilk durumdaki parçacıkların spinleri ve renkleri üzerinden alınan ortalamanın değeri ve  $(1/2)^{\delta_{ij}}$  ise son durumdaki nötralinolar için özdeş parçacık çarpanıdır.

### 2.1.2. Tek-ilmek Seviyesinde İki Nötralinol Üretimi

Yüksek mertebeden katkılar, deneysel araştırmalarda özellikle süpersimetrik parçacıkların kütlelerine doğru sınırlamalar koyulması veya bu parçacıkların keşfedilmeleri durumunda kütlelerinin hassas bir şekilde belirlenmesi açısından oldukça önemlidir. Bu bağlamda, bu çalışmada hadron çarpıştırıcılarında iki nötralinol üretimi ile ilişkili daha hassas sonuçlar elde edilmesi için tek-ilmek düzeltmeleri dikkate alındı. Proton-proton çarpışması aracılığıyla iki nötralinol üretimi için tek-ilmek seviyesinde  $q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  ve  $gg \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  alt süreçlerine gelen düzeltmeler; kutu, öz-enerji ve köşe olmak üzere üç farklı türde sınıflandırılabilir. İlgili Lorentz değişmez toplam matris elemanı bu düzeltmelerin toplamı olmak üzere  $T_{\text{toplam}} = T_{\text{kutu}} + T_{\text{öz-enerji}} + T_{\text{köşe}}$  ile verilir.

Bu çalışmada ilmek düzeltmelerinin matris elemanları ve Feynman çizimleri *FeynArts* (Küblbeck vd., 1990; Hahn, 2001) programı kullanılarak elde edilmiştir. İlgili genliklerin analitik ifadeleri *FormCalc* (Hahn ve Schappacher, 2002; Hahn, 2008; Agrawal vd., 2012) aracılığıyla hesaplanmış ve genliklerde ortaya çıkan ilmek-integrallerin sayısal çözümü *LoopTools* (Hahn ve Perez-Victoria, 1999) ile yapılmıştır. Hesaplamalar, glüyonun toplam kutuplanmasının  $\sum_{\lambda} \varepsilon_{\mu}^*(k, \lambda) \varepsilon_{\nu}(k, \lambda) = -g_{\mu\nu}$  olduğu 't Hooft-Feynman ayarında yapılmakta olup morötesi (UV) ıraksamaları düzenlemek için “kısıtlanmalı diferansiyel renormalizasyon (Constrained Differential Renormalization)” (Del Aguila vd., 1999) yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem, boyutsal regularizasyonun değiştirilmiş şekli olan “boyutsal indirgeme” (Dimensional Reduction) yöntemiyle tek-ilmek seviyesi için yapılan düzenlemeye eşdeğerdir (Siegel, 1979; Capper vd., 1980). Böylece ıraksamaları ortadan kaldırmak için kullanılan bu yöntemde Süpersimetri korunumlu kalır (Stöckinger, 2005). Ayrıca ilmek seviyesindeki Feynman çizimlerindeki dış çizgi parçacıkları arasında değiş-tokuş edilen sanal parçacığın kütleli olması sebebiyle ortaya çıkan kızılötesi (IR) ıraksamalar ve bir dış çizgideki kütleli parçacığın ilmekteki iki kütleli iç iletici ile bağlantılı olduğu durumlarda meydana gelen kolineer ıraksamalar, *LoopTools* ile “kütle regularizasyon” metodu kullanılarak düzenlenir. Bu metot ile ıraksamalara neden olan kütleli parçacıklar için çok küçük kütle değerleri atanarak ıraksamaların ortaya çıkması engellenir (Lunix işletim sisteminde *Mathematica* üzerinde çalıştırılan bu programlar için detaylı bilgi Ek-4'te verilmektedir).

### 2.1.2.1. $q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$ Süreci İçin İlmek Düzeltmeleri

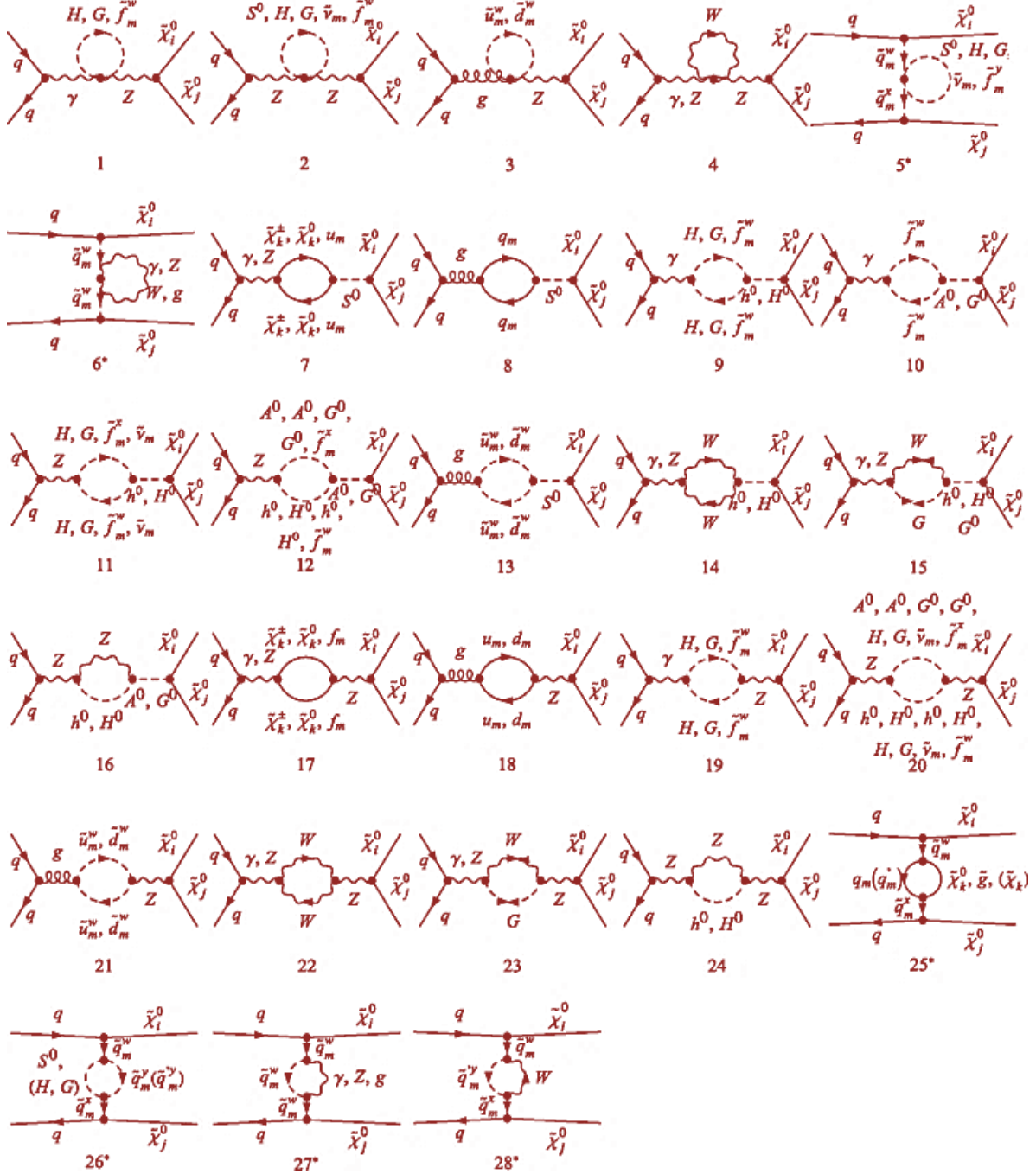
Proton-proton çarpışmasında kuark-karşıt kuark saçılmasından iki nötralino üretim süreci

$$q(p_1)\bar{q}(p_2) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0(k_1)\tilde{\chi}_j^0(k_2) \quad (2.21)$$

için tek-ilmek seviyesinde öz-enerji, köşe ve kutu düzeltmelerinin Feynman çizimleri sırasıyla, Şekil 18, Şekil 19 ve Şekil 20'de gösterilmektedir. Bu şekillerde,  $w, x, y$  skaler kuarkların kütle öz durum ve  $m$  nesil indislerini göstermek üzere yüksüz Higgs bozonları için  $S^0 \equiv h^0, H^0, A^0, G^0$ , skaler fermiyonlar için  $\tilde{f}_m^w \equiv \tilde{e}_m^w, \tilde{u}_m^w, \tilde{d}_m^w$  ve fermiyonlar için

$f_m \equiv e_m, v_m, u_m, d_m$  tanımları kullanılıyor. Bu ilmeklerde kuark, skaler kuark, glüino, ayar bozonları, Higgs bozonları ve nötrينو/chargino değiş-tokuşları olup, hem elektrozayıf hem de kuvvetli etkileşme köşeleri bulunmaktadır.

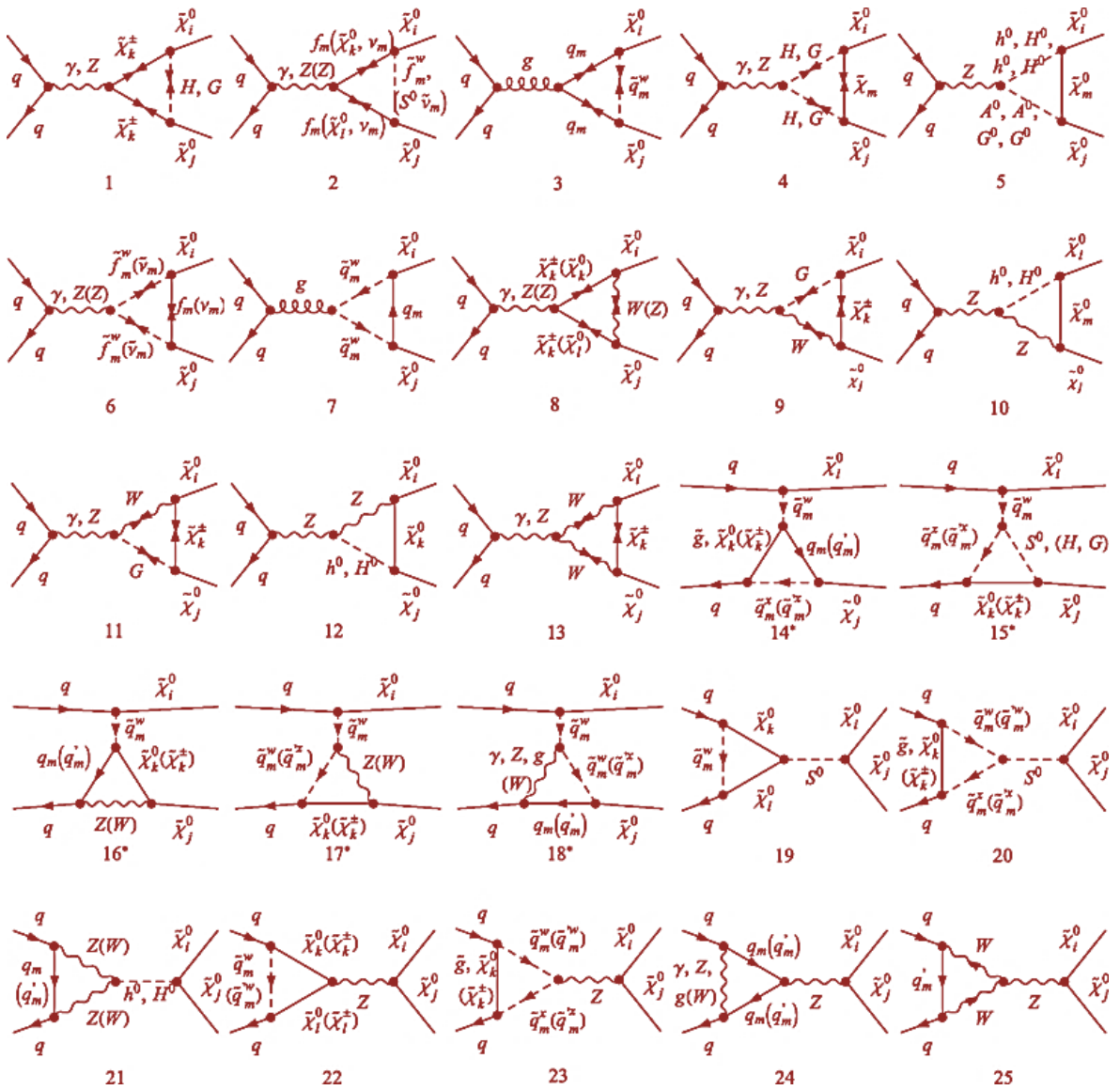
$q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  sürecine tek-ilmek seviyesinde gelen öz-enerji düzeltmeleri Şekil 18'de gösterilmekte olup (1)-(4) ve (7)-(24) numaralı düzeltmeler  $\hat{s}$ -kanalı ve (5), (6) ve (25)-(28)



Şekil 18. Tek-ilmek seviyesinde  $q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  sürecine gelen öz-enerji düzeltmeleri

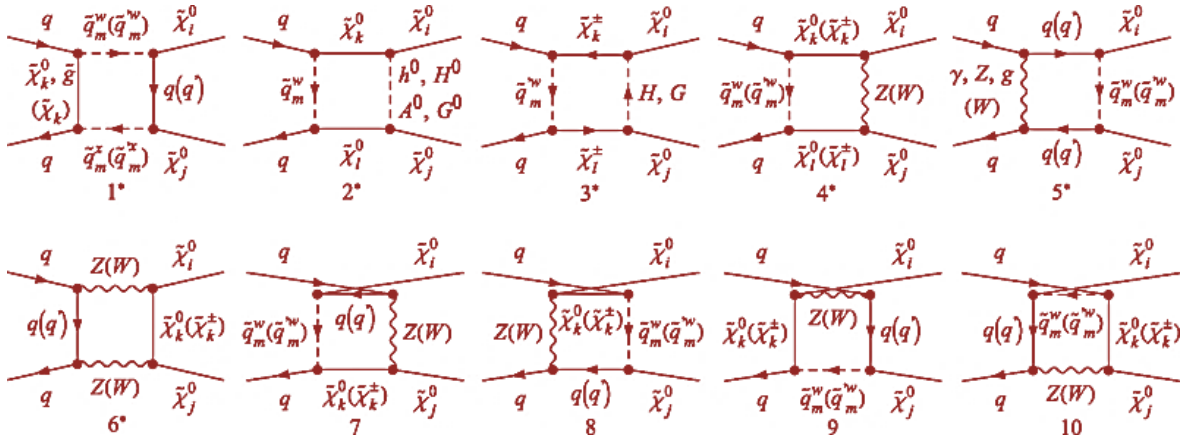
numaralı düzeltmeler  $\hat{t}$ -kanalı katkılardır. Ayrıca  $\hat{t}$ -kanalındaki düzeltmelerde son durum parçacıklarının yer değiştirilmesi ile oluşturulan  $\hat{u}$ -kanalı katkıları da vardır.

Şekil 19'da  $q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  sürecine tek-ilmek seviyesinde gelen köşe düzeltmeleri gösterilmek üzere (1)-(13) ve (19)-(25) numaralı düzeltmeler  $\hat{s}$ -kanalında, (14)-(18) numaralı düzeltmeler  $\hat{t}$ -kanalında ve ayrıca  $\hat{t}$ -kanalındaki düzeltmelerde son durum parçacıklarının yer değiştirilmesi ile oluşturulan  $\hat{u}$ -kanalında meydana gelir. Bunun yanısıra (14)-(18) numaralı düzeltmelerinin aynısının üst köşelere yapıldığı çizimler de vardır.



Şekil 19. Tek-ilmek seviyesinde  $q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  sürecine gelen köşe düzeltmeleri

Şekil 20'de  $q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  sürecine tek-ilmek seviyesinde gelen kutu düzeltmeleri gösterilmek üzere bu düzeltmeler  $\hat{t}$ -kanallarında ve ayrıca Şekil 20 (1)-(6)'daki düzeltmelerde son durum parçacıklarının yer değiştirilmesi ile oluşturulan  $\hat{u}$ -kanallarında da ortaya çıkar.



Şekil 20. Tek-ilmek seviyesinde  $q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  sürecine gelen kutu düzeltmeleri

### 2.1.2.2. $gg \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$ Süreci İçin İlmek Düzeltmeleri

Glüyon-glüyon füzyonu aracılığıyla iki nötralino üretim süreci,

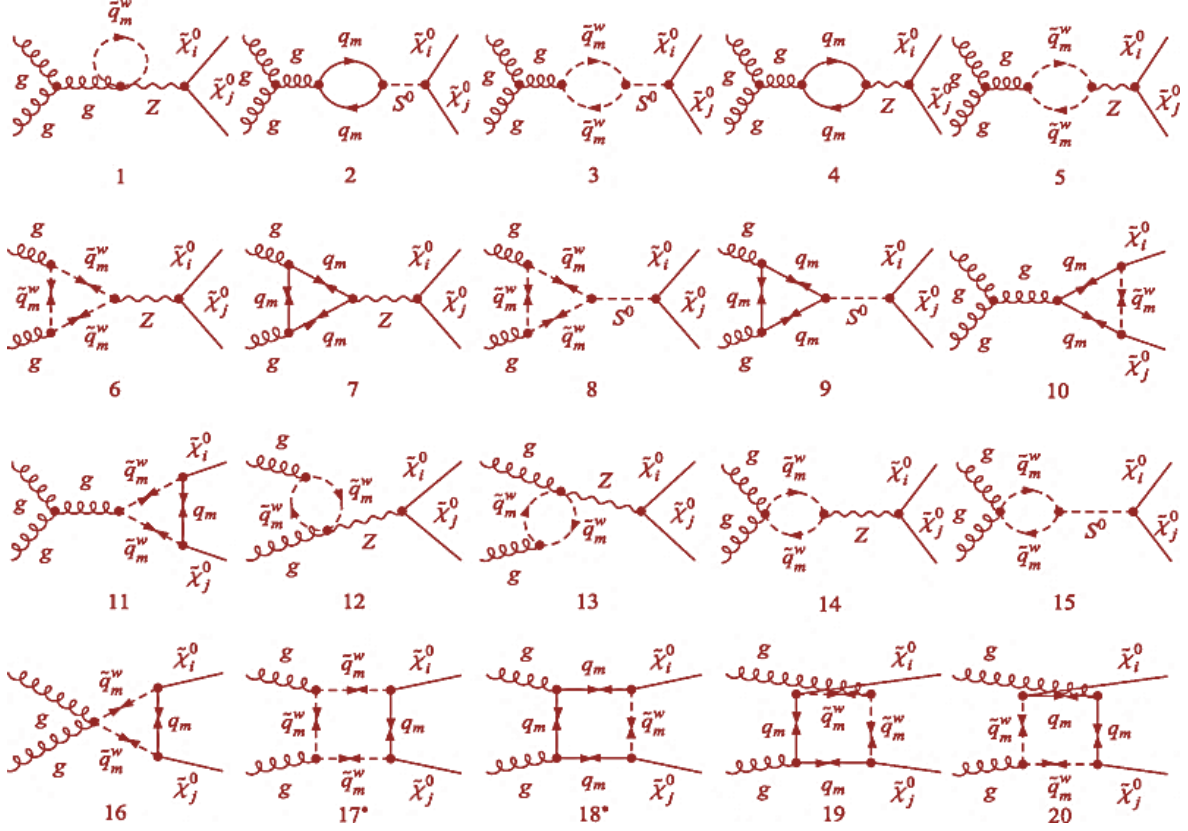
$$g(p_1)g(p_2) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0(k_1)\tilde{\chi}_j^0(k_2) \quad (2.22)$$

ile gösterilmek üzere en düşük mertebeden tek-ilmek seviyesinde gerçekleşir. Bu süreç ağaç-seviyesi katkıya sahip olmayıp ilk kez ilmek-seviyesinde meydana geldiğinden renormalizasyonun dikkate alınmasına gerek yoktur. MSSM'den gelecek tüm olası ilmek düzeltmeleri hesaba katılırsa morötesi ıraksamaları doğrudan yok olacaktır.

Glüyon-glüyon füzyonu aracılığıyla iki nötralino üretim sürecine tek-ilmek seviyesinde gelen öz-enerji düzeltmeleri Şekil 21 (1)-(5)'te, köşe düzeltmeleri Şekil 21 (6)-(15)'te ve kutu düzeltmeleri Şekil 21 (16)-(20)'de gösterilmekte olup ilmeklerde sadece kuark ve skaler kuark değiş-tokuşu olmaktadır. (1)-(16) düzeltmeleri  $\hat{s}$ -kanalında ve (17)-



(20) düzeltmeleri  $\hat{t}$ -kanalında ortaya çıkar. Ayrıca,  $\hat{t}$ -kanalı düzeltmelerinde son durum nötralinolarının yerdeğiştirilmesi sonucu oluşturulan  $\hat{u}$ -kanalı düzeltmeleri de mevcuttur.



Şekil 21. Tek-ilmek seviyesinde  $gg \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  süreci için Feynman çizimleri

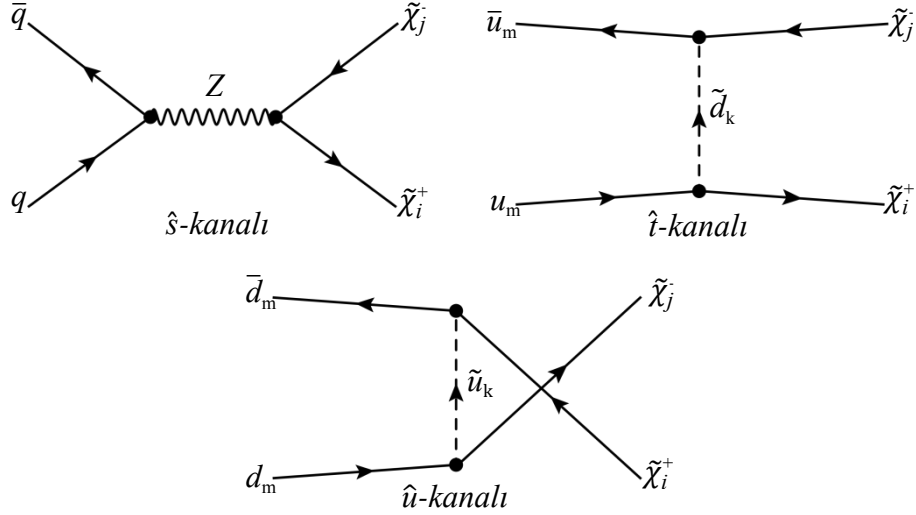
## 2.2. Proton Proton Çarpışmasında İki Chargino Üretimi

En düşük mertebeden, kuark ile karşıt-kuarkın etkileşmesinden iki chargino üretim süreci

$$q(p_1)\bar{q}(p_2) \rightarrow \tilde{\chi}_i^+(k_1)\tilde{\chi}_j^-(k_2) \quad (2.23)$$

için önemli katkılar sağlayan Feynman çizimleri Şekil 22’de veriliyor. Buradan görüleceği üzere  $\hat{s}$ -kanalında  $Z$  bozonunun değiş-tokuşu aracılığıyla,  $\hat{t}$  ve  $\hat{u}$ -kanallarında ise sırasıyla  $d$ -tipi ve  $u$ -tipi skaler kuarkların değiş-tokuşu yoluyla çift chargino üretimi gerçekleşir. Buradaki etkileşmeleri betimleyen MSSM Lagranjyenleri (E.88), (E.92) ve (E.95)’te

verilmekte olup Ek Şekil 1, Ek Şekil 2 ve Ek Şekil 3'te ilgili etkileşme köşeleri gösteriliyor. Bunlar kullanılarak, chargino çift üretim sürecinin  $\hat{s}$ ,  $\hat{t}$  ve  $\hat{u}$ -kanallarına karşılık gelen Lorentz değişmez matris elemanları



Şekil 22.  $q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^+ \tilde{\chi}_j^-$  sürecinin Feynman çizimleri

$$T_{\hat{s}} = \frac{-g^2}{2c_W^2} D_Z(\hat{s}) \bar{u}_i(k_1) \gamma_\mu \left[ O_{ij}^{L*} P_L + O_{ij}^{R*} P_R \right] v_j(k_2) \cdot \bar{v}(p_2) \gamma_\mu \left[ C_{Zqq}^L P_L + C_{Zqq}^R P_R \right] u(p_1) \quad (2.24)$$

$$T_{\hat{t}} = \sum_k \frac{-2g^2}{(\hat{t} - m_{\tilde{d}_k}^2) c_W^2} \bar{u}_i(k_1) \left[ C_{\tilde{\chi}_i^+ \tilde{d}_k u}^{L*} P_L + C_{\tilde{\chi}_i^+ \tilde{d}_k u}^{R*} P_R \right] u(p_1) \cdot \bar{v}(p_2) \left[ C_{\tilde{\chi}_j^- \tilde{d}_k u}^R P_L + C_{\tilde{\chi}_j^- \tilde{d}_k u}^L P_R \right] v_j(k_2) \quad (2.25)$$

$$T_{\hat{u}} = \sum_k \frac{-2g^2}{(\hat{u} - m_{\tilde{u}_k}^2) c_W^2} \bar{u}_j^c(k_2) \left[ C_{\tilde{\chi}_j^- \tilde{u}_k d}^{L*} P_L + C_{\tilde{\chi}_j^- \tilde{u}_k d}^{R*} P_R \right] u(p_1) \cdot \bar{v}(p_2) \left[ C_{\tilde{\chi}_i^+ \tilde{u}_k d}^R P_L + C_{\tilde{\chi}_i^+ \tilde{u}_k d}^L P_R \right] v_i^c(k_1) \quad (2.26)$$

yazılır. Burada  $k$ , skaler kuarkların kütle öz durum indisidir.  $D_Z(\hat{s})$ , Z-ayar bozonunun ileticisidir.  $O_{ij}^{L,R}$  ve  $C_{\tilde{\chi}_i^+ \tilde{q}_k q}^{L,R}$  terimleri (E.90) ve (E.94) eşitliklerinde verilmekte olup

chargino karışım matrisinin fonksiyonudurlar. Bu terimlerden, charginoların gaugino bileşeninin ( $V_{i1}$  ve  $U_{i1}$ ) daha fazla katkıya sahip olduğu görülüyor. Sonuç olarak charginonun hangi bileşeninin katkısı daha büyük ise o bileşeninin üretimi diğerine baskın gelecektir.

İki chargino üretim sürecinin toplam matris ögesi, elektrik yük korunumundan dolayı  $\hat{t}$  ve  $\hat{u}$ -kanallarından gelen katılar arasında karışım olmayacağından

$$T = T_{\hat{s}} + T_x \begin{cases} x \equiv \hat{t} \leftarrow u\text{-tipi kuark için} \\ x \equiv \hat{u} \leftarrow d\text{-tipi kuark için} \end{cases} \quad (2.27)$$

şeklinde  $u$ -tipi ve  $d$ -tipi kuarklar için ayrı yazılır. Bu durumda ayar değişmez toplam genlikler,

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{u\bar{u} \rightarrow \tilde{\chi}_i^+ \tilde{\chi}_j^-} &= \frac{1}{4} \sum_{spin} (T_{\hat{s}} T_{\hat{s}}^\dagger + T_{\hat{t}} T_{\hat{t}}^\dagger + 2T_{\hat{s}} T_{\hat{t}}^\dagger) \\ &\quad \mathcal{M}_{\hat{s}\hat{s}} \quad \mathcal{M}_{\hat{t}\hat{t}} \quad \mathcal{M}_{\hat{s}\hat{t}} \\ \mathcal{M}_{d\bar{d} \rightarrow \tilde{\chi}_i^+ \tilde{\chi}_j^-} &= \frac{1}{4} \sum_{spin} (T_{\hat{s}} T_{\hat{s}}^\dagger + T_{\hat{u}} T_{\hat{u}}^\dagger + 2T_{\hat{s}} T_{\hat{u}}^\dagger) \\ &\quad \mathcal{M}_{\hat{s}\hat{s}} \quad \mathcal{M}_{\hat{u}\hat{u}} \quad \mathcal{M}_{\hat{s}\hat{u}} \end{aligned} \quad (2.28)$$

olmak üzere burada  $1/4$  çarpanı, başlangıçtaki parçacıklarının spinleri üzerinden alınan ortalama değerdir. Son durumdaki parçacıkların spinleri üzerinden toplam alınır ve izler hesaplanırsa,

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\hat{s}\hat{s}} &= \frac{g^4/c_W^4}{(\hat{s} - m_Z^2)^2} \left\{ [(C_{Zqq}^L)^2 + (C_{Zqq}^R)^2] [O_{ij}^{L*} O_{ij}^{R*} + O_{ij}^{L*} O_{ij}^{R*}] m_{\tilde{\chi}_i^+} m_{\tilde{\chi}_j^-} \hat{s} \right. \\ &\quad + [(C_{Zqq}^L)^2 |O_{ij}^{L*}|^2 + (C_{Zqq}^R)^2 |O_{ij}^{R*}|^2] (m_{\tilde{\chi}_i^+}^2 - \hat{u})(m_{\tilde{\chi}_j^-}^2 - \hat{u}) \\ &\quad \left. + [(C_{Zqq}^L)^2 |O_{ij}^{R*}|^2 + (C_{Zqq}^R)^2 |O_{ij}^{L*}|^2] (m_{\tilde{\chi}_i^+}^2 - \hat{t})(m_{\tilde{\chi}_j^-}^2 - \hat{t}) \right\} \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\hat{t}\hat{t}} &= \sum_{k,l} \frac{4g^4/c_W^4}{(\hat{t} - m_{\tilde{d}_k}^2)(\hat{t} - m_{\tilde{d}_l}^2)} \left[ C_{\tilde{\chi}_i^+ \tilde{d}_{lu}}^L C_{\tilde{\chi}_i^+ \tilde{d}_{ku}}^{L*} + C_{\tilde{\chi}_i^+ \tilde{d}_{lu}}^R C_{\tilde{\chi}_i^+ \tilde{d}_{ku}}^{R*} \right] \left[ C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{d}_{ku}}^L C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{d}_{lu}}^{L*} \right. \\ &\quad \left. + C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{d}_{ku}}^R C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{d}_{lu}}^{R*} \right] (m_{\tilde{\chi}_i^+}^2 - \hat{t})(m_{\tilde{\chi}_j^+}^2 - \hat{t}) \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{\hat{s}\hat{t}} = & \sum_k \frac{2g^4/c_W^4}{(\hat{t}-m_{\tilde{d}_k}^2)(\hat{s}-m_Z^2)} \text{Re} \left\{ \left[ C_{Zuu}^L O_{ij}^{\prime L*} C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{d}_{ku}}^L C_{\tilde{\chi}_i^+ \tilde{d}_{ku}}^{L*} + C_{Zuu}^R O_{ij}^{\prime R*} C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{d}_{ku}}^R C_{\tilde{\chi}_i^+ \tilde{d}_{ku}}^{R*} \right] \right. \\
& \times m_{\tilde{\chi}_i^+} m_{\tilde{\chi}_j^-} \hat{s} + \left[ C_{Zuu}^L O_{ij}^{\prime R*} C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{d}_{ku}}^L C_{\tilde{\chi}_i^+ \tilde{d}_{ku}}^{L*} + C_{Zuu}^R O_{ij}^{\prime L*} C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{d}_{ku}}^R C_{\tilde{\chi}_i^+ \tilde{d}_{ku}}^{R*} \right] \\
& \left. \times (m_{\tilde{\chi}_i^+}^2 - \hat{t})(m_{\tilde{\chi}_j^-}^2 - \hat{t}) \right\}
\end{aligned} \tag{2.31}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{\hat{u}\hat{u}} = & \sum_{k,l} \frac{4g^4/c_W^4}{(\hat{u}-m_{\tilde{u}_k}^2)(\hat{u}-m_{\tilde{u}_l}^2)} \left[ C_{\tilde{\chi}_i^+ \tilde{u}_{ld}}^{L*} C_{\tilde{\chi}_i^+ \tilde{u}_{kd}}^L + C_{\tilde{\chi}_i^+ \tilde{u}_{ld}}^{R*} C_{\tilde{\chi}_i^+ \tilde{u}_{kd}}^R \right] \left[ C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{u}_{kd}}^{L*} C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{u}_{ld}}^L \right. \\
& \left. + C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{u}_{kd}}^{R*} C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{u}_{ld}}^R \right] (m_{\tilde{\chi}_i^+}^2 - \hat{u})(m_{\tilde{\chi}_j^-}^2 - \hat{u})
\end{aligned} \tag{2.32}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{\hat{s}\hat{u}} = & \sum_k \frac{2g^4/c_W^4}{(\hat{t}-m_{\tilde{u}_k}^2)(\hat{s}-m_Z^2)} \text{Re} \left\{ \left[ C_{Zdd}^L O_{ij}^{\prime R*} C_{\tilde{\chi}_i^+ \tilde{u}_{kd}}^L C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{u}_{kd}}^{L*} + C_{Zdd}^R O_{ij}^{\prime L*} C_{\tilde{\chi}_i^+ \tilde{u}_{kd}}^R C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{u}_{kd}}^{R*} \right] \right. \\
& \times m_{\tilde{\chi}_i^+} m_{\tilde{\chi}_j^-} \hat{s} + \left[ C_{Zdd}^L O_{ij}^{\prime L*} C_{\tilde{\chi}_i^+ \tilde{u}_{kd}}^L C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{u}_{kd}}^{L*} + C_{Zdd}^R O_{ij}^{\prime R*} C_{\tilde{\chi}_i^+ \tilde{u}_{kd}}^R C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{u}_{kd}}^{R*} \right] \\
& \left. \times (m_{\tilde{\chi}_i^+}^2 - \hat{u})(m_{\tilde{\chi}_j^-}^2 - \hat{u}) \right\}
\end{aligned} \tag{2.33}$$

elde edilir (bunlar Hong vd. (2000)'e ait çalışmadaki sonuçlarla uyumludur). Bunlar kullanılarak bu alt süreç için diferansiyel tesir kesiti

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^+ \tilde{\chi}_j^-) = \frac{1}{16\pi\hat{s}^2} \frac{1}{3} \mathcal{M}_{q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^+ \tilde{\chi}_j^-} \tag{2.34}$$

ile hesaplanır. Burada 1/3 çarpanı, ilk durumdaki parçacıkların renkleri üzerinden alınan ortalama değeridir.

### 2.3. Proton Proton Çarpışmasında Tek Nötralinio Üretimi

Proton-proton çarpışmasında nötralinio ve chargino çift üretiminin yanısıra tek nötralinio üretim süreçlerinden de nötralinolar/charginolar ile ilişkili önemli bilgiler elde edilebilir. Proton-proton çarpışmasında tek nötralinio üretimi için önemli katkıya sahip alt süreçler

$$\begin{aligned}
1).q(p_1)\bar{q}(p_2) &\rightarrow \tilde{\chi}_i^0(k_1)\tilde{g}(k_2) & 3).q(p_1)\bar{q}(p_2) &\rightarrow \tilde{\chi}_i^0(k_1)\tilde{\chi}_j^+(k_2) \\
2).q(p_1)g(p_2) &\rightarrow \tilde{\chi}_i^0(k_1)\tilde{q}_k(k_2) & 4).g(p_1)g(p_2) &\rightarrow \tilde{\chi}_i^0(k_1)\tilde{g}(k_2)
\end{aligned}
\tag{2.35}$$

şeklindedir. Burada  $p_1$  ve  $p_2$  gelen parçacıkların,  $k_1$  ve  $k_2$  son durum parçacıkların dörtlü-momentumlarıdır. En düşük mertebeden ilk üç süreç ağaç seviyesinde, sonuncusu ise tek ilmek seviyesinde meydana gelir. Bu süreçler için Mandelstam değişkenleri (2.2)'de tanımlandığı gibidir.

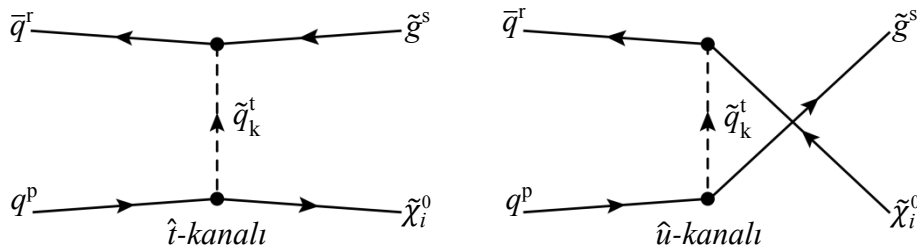
Yukarıda verilen her bir alt süreç için matris ögeleri ve diferansiyel tesir kesitleri takip eden alt bölümlerde ayrı ayrı ele alındı.

### 2.3.1. $q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0\tilde{g}$ Alt Süreci

Kuark ile karşıt-kuarkın saçılmasından bir nötralino ve bir glüينو üretimi

$$q^p(p_1)\bar{q}^r(p_2) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0(k_1)\tilde{g}^s(k_2) \tag{2.36}$$

ile gösterilmek üzere bu süreç hem kuvvetli hem de zayıf etkileşme köşesine sahiptir. Buradaki  $p,r,s$  ve  $t$  üst indisleri parçacıkların renk kuantum sayılarını temsil eder. Bu süreç ağaç seviyesinde Şekil 23'te gösterilen Feynman çizimlerinden gelen katkılara sahip olup,  $\hat{t}$  ve  $\hat{u}$ -kanallarında skaler kuarkların değiş tokuşu aracılığıyla meydana gelir. Bu süreç için etkileşme Lagranjyenleri (E.92) ve (E.99)'da verilmekte olup Ek Şekil 2 ve Ek Şekil 5'te etkileşme köşeleri gösteriliyor. Bunlar kullanılarak matris elemanları,



Şekil 23.  $q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0\tilde{g}$  sürecinin Feynman çizimleri

$$T_{\hat{t}} = \sum_k \frac{2gg_s T_{rt}^s}{(\hat{t} - m_{\tilde{q}_k}^2) c_W} \bar{u}_{\tilde{\chi}_i^0}(k_1) \left[ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{L*} P_L + C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{R*} P_R \right] u(p_1) \cdot \bar{v}(p_2) \left[ R_{k1}^{\tilde{q}*} P_R - R_{k2}^{\tilde{q}*} P_L \right] u_{\tilde{g}}^c(k_2) \quad (2.37)$$

$$T_{\hat{u}} = \sum_k \frac{-2gg_s T_{pt}^s}{(\hat{u} - m_{\tilde{q}_k}^2) c_W} \bar{v}(p_2) \left[ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^L P_R + C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^R P_L \right] u_{\tilde{\chi}_i^0}^c(k_1) \cdot \bar{u}_{\tilde{g}}(k_2) \left[ R_{k1}^{\tilde{q}} P_L - R_{k2}^{\tilde{q}} P_R \right] u(p_1) \quad (2.38)$$

şeklinde yazılır. Burada “c” indisi yük eşleniği olmak üzere herhangi bir spinör için  $\psi^c = C\bar{\psi}^T$ ’dir. (2.37) ve (2.38)’in toplamının mutlak değer karesinde başlangıçtaki parçacıklarının spinleri/renkleri üzerinden ortalama ve son durumdaki parçacıkların spinleri üzerinden toplam alınırsa toplam genlikteki her bir terim

$$\mathcal{M}_{\hat{t}\hat{t}} = \sum_{k,l} \frac{16g^2 g_s^2}{(\hat{t} - m_{\tilde{q}_k}^2)(\hat{t} - m_{\tilde{q}_l}^2) c_W^2} \left[ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{L*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q}^L + C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{R*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q}^R \right] \left[ R_{k1}^{\tilde{q}*} R_{l1}^{\tilde{q}} + R_{k2}^{\tilde{q}*} R_{l2}^{\tilde{q}} \right] (m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{t})(m_{\tilde{g}}^2 - \hat{t}) \quad (2.39)$$

$$\mathcal{M}_{\hat{u}\hat{u}} = \sum_{k,l} \frac{16g^2 g_s^2}{(\hat{u} - m_{\tilde{q}_k}^2)(\hat{u} - m_{\tilde{q}_l}^2) c_W^2} \left[ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^L C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q}^{L*} + C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^R C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q}^{R*} \right] \left[ R_{k1}^{\tilde{q}} R_{l1}^{\tilde{q}*} + R_{k2}^{\tilde{q}} R_{l2}^{\tilde{q}*} \right] (m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{u})(m_{\tilde{g}}^2 - \hat{u}) \quad (2.40)$$

$$\mathcal{M}_{\hat{t}\hat{u}} = \sum_{k,l} \frac{16g^2 g_s^2}{(\hat{t} - m_{\tilde{q}_k}^2)(\hat{u} - m_{\tilde{q}_l}^2) c_W^2} \text{Re} \left\{ \frac{1}{2} \left[ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{L*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q}^{R*} R_{k2}^{\tilde{q}*} R_{l1}^{\tilde{q}} + C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{L*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q}^{R*} R_{k1}^{\tilde{q}*} R_{l2}^{\tilde{q}} \right] \right. \\ \times \left( (m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{u})(m_{\tilde{g}}^2 - \hat{u}) + (m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{t})(m_{\tilde{g}}^2 - \hat{t}) - \hat{s}(\hat{s} - m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - m_{\tilde{g}}^2) \right) \\ \left. + \left[ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{L*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q}^{L*} R_{k1}^{\tilde{q}*} R_{l1}^{\tilde{q}} + C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{R*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q}^{R*} R_{k2}^{\tilde{q}*} R_{l2}^{\tilde{q}} \right] m_{\tilde{\chi}_i^0} m_{\tilde{g}} \hat{s} \right\} \quad (2.41)$$

şeklinde elde edilmek üzere diferansiyel tesir kesiti

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{g}) = \frac{1}{576\pi\hat{s}^2} (\mathcal{M}_{\hat{t}\hat{t}} + \mathcal{M}_{\hat{u}\hat{u}} - 2\mathcal{M}_{\hat{t}\hat{u}}) \quad (2.42)$$

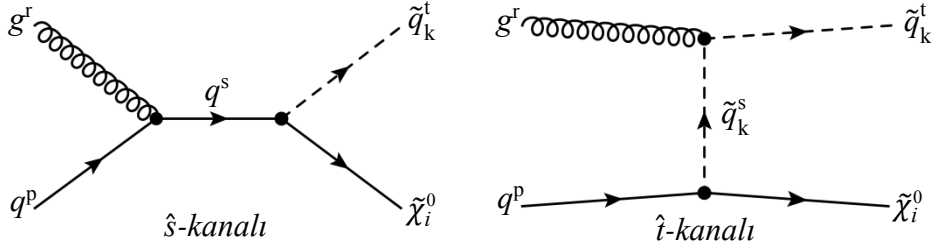
olur.

### 2.3.2. $qg \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k$ Alt Süreci

Bu alt süreç, kuark ile glüyonun saçılmasından bir nötralino ve bir skaler kuarkın üretilme süreci olmak üzere

$$q^p(p_1)g^r(p_2) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0(k_1)\tilde{q}_k^s(k_2) \quad (2.43)$$

şeklinde temsil edilir. Burada üst indisler ilişkili parçacıkların renk yüklerini gösterir. Burada bir önceki durumda olduğu gibi hem kuvvetli hem de zayıf etkileşme köşesi vardır. Bu süreç Şekil 24'te gösterildiği gibi ağaç seviyesinde,  $\hat{s}$  ve  $\hat{t}$ -kanallarında sırasıyla kuark



Şekil 24.  $qg \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k$  sürecinin Feynman çizimleri

ve skaler kuark değiş-tokuşu aracılığıyla meydana gelir. Buradaki etkileşmeleri içeren Lagranjyenler (E.92), (E.95) ve (E.97)'de verilmekte olup Ek Şekil 2, Ek Şekil 3 ve Ek Şekil 5'te etkileşme köşeleri gösteriliyor. Şekil 24'teki her bir Feynman çizimi için matris elemanı,

$$T_{\hat{s}} = -\frac{\sqrt{2}gg_s T_{ps}^r}{\hat{s}c_W} \bar{u}_{\tilde{\chi}_i^0}(k_1) \left[ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{L*} P_L + C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{R*} P_R \right] (p_1 + p_2) \not{\epsilon}_2 u(p_1) \quad (2.44)$$

$$T_{\hat{t}} = -\sum_k \frac{\sqrt{2}gg_s T_{st}^r}{(\hat{t} - m_{\tilde{q}_k}^2)c_W} \bar{u}_{\tilde{\chi}_i^0}(k_1) \left[ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{L*} P_L + C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{R*} P_R \right] u(p_1) (2\varepsilon_2 \cdot k_2) \quad (2.45)$$

yazılır. Burada “ $\varepsilon_2$ ” glüyonun kutuplanma (polarizasyon) vektörüdür. (2.44) ve (2.45)’in toplamının mutlak değer karesinde başlangıçtaki parçacıklarının spinleri/renkleri üzerinden ortalama ve son durumdaki parçacıkların spinleri üzerinden toplam alındıktan sonra toplam genlikteki her bir terim

$$\mathcal{M}_{\hat{s}\hat{s}} = \frac{16g_s^2 g^2}{\hat{s}^2 c_W^2} \delta_{kl} \left[ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_{kq}}^{L*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_{lq}}^L + C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_{kq}}^{R*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_{lq}}^R \right] (m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{u}) \hat{s} \quad (2.46)$$

$$\mathcal{M}_{\hat{t}\hat{t}} = \sum_{k,l} \frac{32g_s^2 g^2}{(\hat{t} - m_{\tilde{q}_k}^2)(\hat{t} - m_{\tilde{q}_l}^2) c_W^2} \delta_{kl} \left[ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_{kq}}^{L*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_{lq}}^L + C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_{kq}}^{R*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_{lq}}^R \right] (\hat{t} - m_{\tilde{\chi}_i^0}^2) m_{\tilde{q}_k}^2 \quad (2.47)$$

$$\mathcal{M}_{\hat{s}\hat{t}} = \frac{8g_s^2 g^2 \delta_{kl}}{(\hat{t} - m_{\tilde{q}_k}^2) \hat{s} c_W^2} \left[ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_{kq}}^{L*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_{lq}}^L + C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_{kq}}^{R*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_{lq}}^R \right] \left[ (m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{u})(m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{t}) - \hat{s}(m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{t}) - \hat{s}m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 \right] \quad (2.48)$$

olmak üzere diferansiyel tesir kesiti

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(qg \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k) = \frac{1}{1536\pi\hat{s}^2} (\mathcal{M}_{\hat{s}\hat{s}} + \mathcal{M}_{\hat{t}\hat{t}} - 2\mathcal{M}_{\hat{s}\hat{t}}) \quad (2.49)$$

ile verilir.

### 2.3.3. $q\bar{q}' \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^\pm$ Alt Süreci

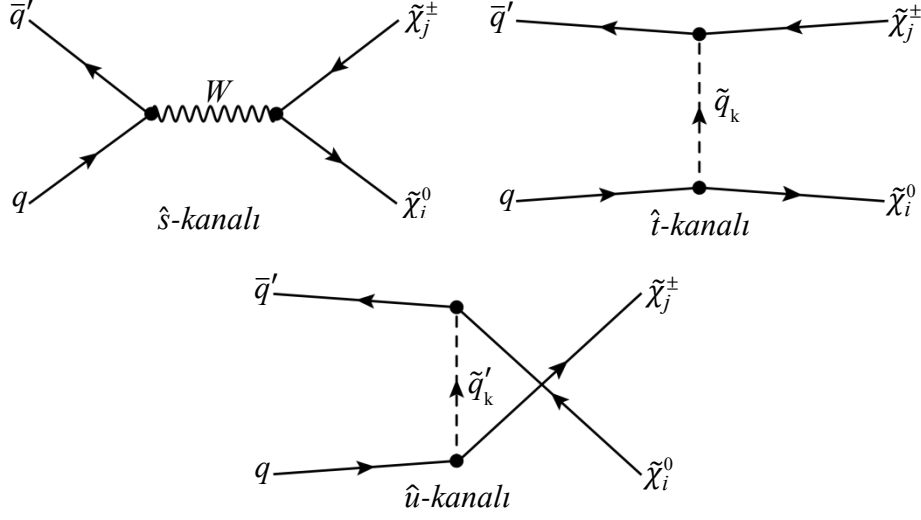
Proton-proton çarpışmasında kuark-karşıit kuark çarpışması aracılığıyla chargino ile birlikte bir nötralino üretim süreci,

$$q(p_1)\bar{q}'(p_2) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0(k_1)\tilde{\chi}_j^\pm(k_2) \quad (2.50)$$

şeklinde gösterilir. Bu alt sürecin Feynman çizimleri Şekil 25’te verilmektedir. Buradan görüldüğü üzere  $\hat{s}$ -kanalı  $W^+$  vektör bozonunun,  $\hat{t}$  ve  $\hat{u}$ -kanalları ise skaler kuarkın değiş-tokuşu aracılığıyla meydana gelir. Buradaki etkileşmeleri içeren Lagranjyenler (E.88),



(E.92) ve (E.97)'de verilmektedir. Ayrıca Ek Şekil 1, Ek Şekil 2 ve Ek Şekil 3'te ilgili etkileşme köşeleri gösteriliyor.



Şekil 25.  $q\bar{q}' \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^\pm$  sürecinin Feynman çizimleri

Her bir Feynman çizimi için matris ögesi,

$$T_{\hat{s}} = \frac{-g^2}{c_W^2} D_W(\hat{s}) \bar{u}_i(k_1) \gamma_\mu \left[ O_{ij}^L P_L + O_{ij}^R P_R \right] v_j(k_2) \cdot \bar{v}(p_2) \gamma_\mu \left[ C_{Wq\bar{q}'}^L P_L + C_{Wq\bar{q}'}^R P_R \right] u(p_1) \quad (2.51)$$

$$T_{\hat{t}} = \sum_k \frac{2g^2}{(\hat{t} - m_{\tilde{q}_k}^2) c_W^2} \bar{u}_i(k_1) \left[ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{L*} P_L + C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{R*} P_R \right] u(p_1) \cdot \bar{v}(p_2) \left[ C_{\tilde{\chi}_j^\pm \tilde{q}_k q'}^R P_L + C_{\tilde{\chi}_j^\pm \tilde{q}_k q'}^L P_R \right] v_j(k_2) \quad (2.52)$$

$$T_{\hat{u}} = \sum_k \frac{2g^2}{(\hat{u} - m_{\tilde{q}'_k}^2) c_W^2} \bar{u}_j(k_2) \left[ C_{\tilde{\chi}_j^\pm \tilde{q}'_k q}^{L*} P_L + C_{\tilde{\chi}_j^\pm \tilde{q}'_k q}^{R*} P_R \right] u(p_1) \cdot \bar{v}(p_2) \left[ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}'_k q'}^R P_L + C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}'_k q'}^L P_R \right] v_i(k_1) \quad (2.53)$$

elde edilir. Burada  $D_W$ ,  $W$ -ayar bozonunun ileticisidir.  $O_{ij}^{L,R}$ ,  $C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{L,R}$  ve  $C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}'_k q}^{L,R}$  terimleri (E.89), (E.93) ve (E.94) eşitliklerinde verilmekte olup doğrudan nötralino ve/veya chargino karışım matrislerine bağlıdır. (2.51), (2.52) ve (2.53) matris elemanlarının toplamının mutlak değer karesinde başlangıçtaki parçacıklarının spinleri/renkleri üzerinden ortalama ve son durumdaki parçacıkların spinleri üzerinden toplam alındıktan sonra toplam genlikteki her bir terim

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\hat{s}\hat{s}} = & \frac{4g^4/c_W^4}{(\hat{s}-m_W^2)^2} \left\{ \left[ (C_{Wqq'}^L)^2 + (C_{Wqq'}^R)^2 \right] \left[ O_{ij}^L O_{ij}^{R*} + O_{ij}^{L*} O_{ij}^R \right] m_{\tilde{\chi}_i^0} m_{\tilde{\chi}_j^+} \hat{s} \right. \\ & + \left[ (C_{Wqq'}^L)^2 |O_{ij}^L|^2 + (C_{Wqq'}^R)^2 |O_{ij}^R|^2 \right] (m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{u})(m_{\tilde{\chi}_j^+}^2 - \hat{u}) \\ & \left. + \left[ (C_{Wqq'}^L)^2 |O_{ij}^R|^2 + (C_{Wqq'}^R)^2 |O_{ij}^L|^2 \right] (m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{t})(m_{\tilde{\chi}_j^+}^2 - \hat{t}) \right\} \end{aligned} \quad (2.54)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\hat{t}\hat{t}} = & \sum_{k,l} \frac{4g^4/c_W^4}{(\hat{t}-m_{\tilde{q}_k}^2)(\hat{t}-m_{\tilde{q}_l}^2)} \left[ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{L*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q}^L + C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{R*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q}^R \right] \left[ C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_k q'}^L C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_l q'}^{L*} \right. \\ & \left. + C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_k q'}^R C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_l q'}^{R*} \right] (m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{t})(m_{\tilde{\chi}_j^+}^2 - \hat{t}) \end{aligned} \quad (2.55)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\hat{u}\hat{u}} = & \sum_{k,l} \frac{4g^4/c_W^4}{(\hat{u}-m_{\tilde{q}_k}^2)(\hat{u}-m_{\tilde{q}_l}^2)} \left[ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q'}^L C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q'}^{L*} + C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q'}^R C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q'}^{R*} \right] \left[ C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_k q}^{L*} C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_l q}^L \right. \\ & \left. + C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_k q}^{R*} C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_l q}^R \right] (m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{u})(m_{\tilde{\chi}_j^+}^2 - \hat{u}) \end{aligned} \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\hat{t}\hat{u}} = & \sum_{k,l} \frac{4g^4/c_W^4}{(\hat{t}-m_{\tilde{q}_k}^2)(\hat{u}-m_{\tilde{q}_l}^2)} \left\{ \frac{1}{2} \left[ C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_l q}^L C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{L*} C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_k q'}^L C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q'}^{L*} + C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_l q}^R C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{R*} C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_k q'}^R C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q'}^{R*} \right] \right. \\ & \times \left( (m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{u})(m_{\tilde{\chi}_j^+}^2 - \hat{u}) + (m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{t})(m_{\tilde{\chi}_j^+}^2 - \hat{t}) - \hat{s}(\hat{s} - m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - m_{\tilde{\chi}_j^+}^2) \right) \\ & \left. - \left[ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{L*} C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_l q}^L C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q}^{R*} C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_k q'}^R + C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_l q}^{L*} C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_k q'}^L C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{R*} C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_l q}^R \right] m_{\tilde{\chi}_i^0} m_{\tilde{\chi}_j^+} \hat{s} \right\} \end{aligned} \quad (2.57)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{\hat{s}\hat{t}} = & \sum_k \frac{-4g^4/c_W^4}{(\hat{t}-m_{\tilde{q}_k}^2)(\hat{s}-m_W^2)} \left\{ \left[ C_{Wq'q}^L O_{ij}^R C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_k q'}^{L*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^L + C_{Wq'q}^R O_{ij}^L C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_k q'}^{R*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^R \right] \right. \\
& \times (m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{t})(m_{\tilde{\chi}_j^+}^2 - \hat{t}) + \left[ C_{Wq'q}^L O_{ij}^L C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_k q'}^{L*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^L + C_{Wq'q}^R O_{ij}^R C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_k q'}^{R*} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^R \right] \\
& \left. \times m_{\tilde{\chi}_i^0} m_{\tilde{\chi}_j^+} \hat{s} \right\} \quad (2.58)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{\hat{s}\hat{u}} = & \sum_k \frac{-4g^4/c_W^4}{(\hat{u}-m_{\tilde{q}_k}^2)(\hat{s}-m_W^2)} \left\{ \left[ C_{Wq'q}^L O_{ij}^R C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q'}^{L*} C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_k q}^L + C_{Wq'q}^R O_{ij}^L C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q'}^{R*} C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_k q}^R \right] \right. \\
& \times (m_{\tilde{\chi}_i^0}^2 - \hat{u})(m_{\tilde{\chi}_j^+}^2 - \hat{u}) + \left[ C_{Wq'q}^L O_{ij}^L C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q'}^{L*} C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_k q}^L + C_{Wq'q}^R O_{ij}^R C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q'}^{R*} C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_k q}^R \right] \\
& \left. \times m_{\tilde{\chi}_i^0} m_{\tilde{\chi}_j^+} \hat{s} \right\} \quad (2.59)
\end{aligned}$$

olmak üzere diferansiyel tesir kesiti,

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(q\bar{q}' \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^+) = \frac{1}{192\pi\hat{s}^2} (\mathcal{M}_{\hat{s}\hat{s}} + \mathcal{M}_{\hat{t}\hat{t}} + \mathcal{M}_{\hat{u}\hat{u}} - 2\mathcal{M}_{\hat{s}\hat{t}} + 2\mathcal{M}_{\hat{s}\hat{u}} - 2\mathcal{M}_{\hat{t}\hat{u}}) \quad (2.60)$$

ile hesaplanır.

### 2.3.4. $gg \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{g}$ Alt Süreci

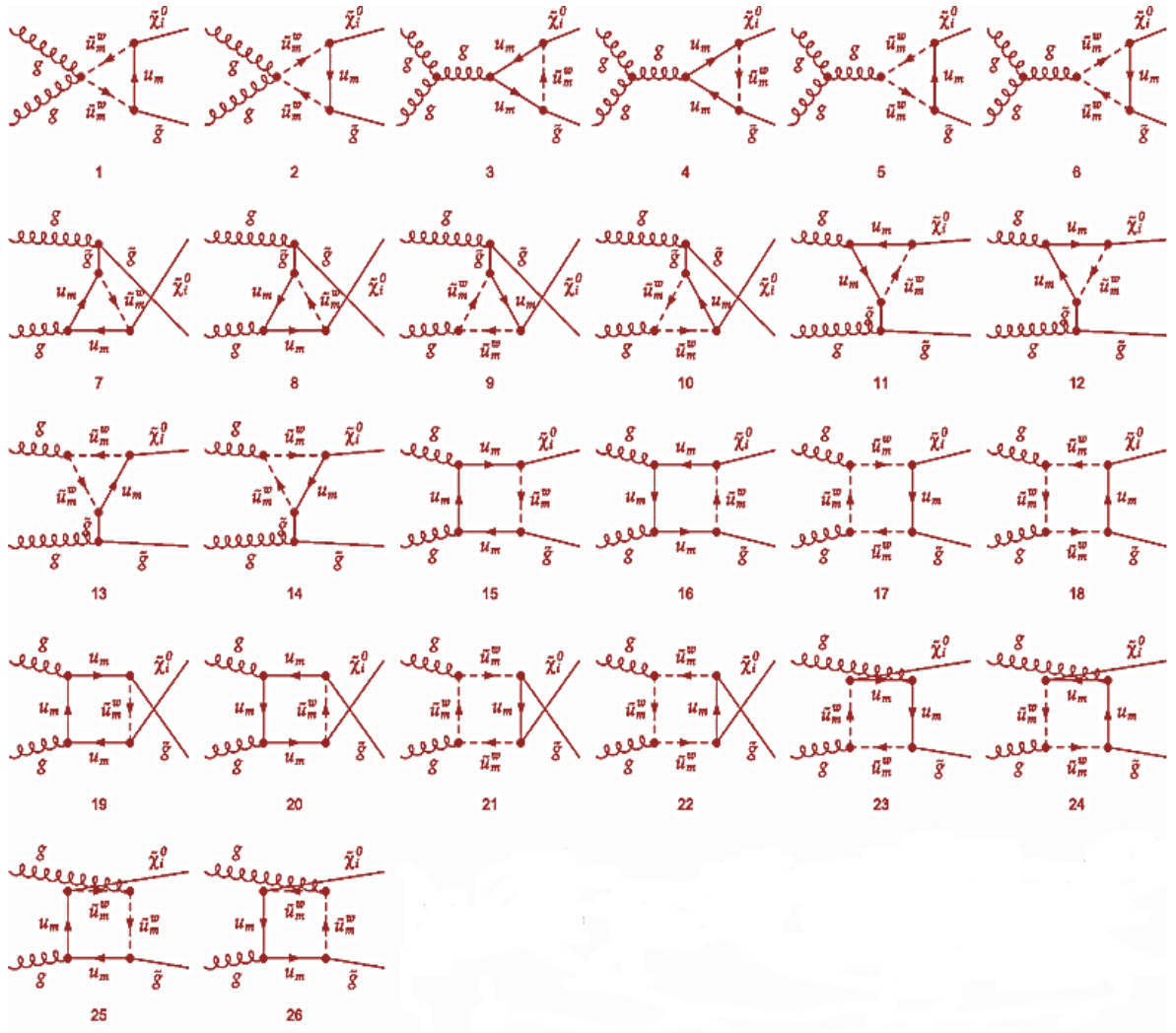
En düşük mertebede glüyon-glüyon füzyonu aracılığıyla glüينو ile nötralinonun üretim süreci

$$g^k(p_1)g^l(p_2) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0(k_1)\tilde{g}^m(k_2) \quad (2.61)$$

tek-ilmek seviyesinde gerçekleşmekte olup ağaç seviyesi katkılara sahip değildir. Bu sebeple tek-ilmek seviyesinde renormalizasyonun dikkate alınmasına gerek yoktur. MSSM'den gelecek tüm olası ilmek düzeltmeleri hesaba katılırsa morötesi iraksamaları doğrudan yok olacaktır.

$gg \rightarrow \tilde{\chi}_i^0$  süreci için tek-ilmek seviyesi köşe düzeltmeleri Şekil 26 (3)-(14)'te ve kutu düzeltmeleri Şekil 26 (1), (2) ve (15)-(26)'da gösterilmekte olup sanal kuark ve skaler

kuarkların değiş-tokuşundan oluşmaktadır. Şekil 26'daki (1)-(6) düzeltmeleri  $\hat{s}$ -kanalında, (11)-(18) düzeltmeleri  $\hat{t}$ -kanalında ve geriye kalanlar ise  $\hat{u}$ -kanalında ortaya çıkar. Aynı zamanda, aşağıdaki çizimlerde  $u_m \rightarrow d_m$  ve  $\tilde{u}_m^w \rightarrow \tilde{d}_m^w$  değişikleri ile yapılarak oluşturulan düzeltmeler de vardır.



Şekil 26.  $gg \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{g}$  sürecinin Feynman çizimleri

#### 2.4. Senaryolar: Higgsino-Türü, Gaugino-Türü ve Karışım-Durumu

Chargino kütlelerinin  $M_2$  ile  $\mu$  parametrelerine göre simetrik oluşu, aynı kütleyle sahip hem higgsino-türü hem de gaugino-türü charginoların olmasını mümkün kılar. Şekil

13'te irdelendiği üzere aynı chargino kütlelerini veren iki farklı  $M_2$  ve  $\mu$  parametre çifti vardır. Bu kütle parametrelerinin analitik ifadeleri için, (1.169) ve (1.170) chargino kütlelerinin toplamı ve farkı alınarak,

$$\Delta_{\pm} = 4 \left[ m_{\tilde{\chi}_1^{\pm}}^2 m_{\tilde{\chi}_2^{\pm}}^2 + m_W^4 \sin^2(2\beta) \pm 2m_W^2 m_{\tilde{\chi}_1^{\pm}} m_{\tilde{\chi}_2^{\pm}} \sin(2\beta) \right] \quad (2.62)$$

olmak üzere

$$|\mu|^2 = \frac{1}{2} \left[ m_{\tilde{\chi}_1^{\pm}}^2 + m_{\tilde{\chi}_2^{\pm}}^2 - 2m_W^2 \pm \sqrt{\left( m_{\tilde{\chi}_1^{\pm}}^2 + m_{\tilde{\chi}_2^{\pm}}^2 - 2m_W^2 \right)^2 - \Delta_{\pm}} \right] \quad (2.63)$$

$$M_2^2 = \frac{1}{2} \left[ m_{\tilde{\chi}_1^{\pm}}^2 + m_{\tilde{\chi}_2^{\pm}}^2 - 2m_W^2 \mp \sqrt{\left( m_{\tilde{\chi}_1^{\pm}}^2 + m_{\tilde{\chi}_2^{\pm}}^2 - 2m_W^2 \right)^2 - \Delta_{\pm}} \right] \quad (2.64)$$

elde edilir. Burada kareköklerin önündeki çift işaretler,  $m_{\tilde{\chi}_1^{\pm}}$  ve  $m_{\tilde{\chi}_2^{\pm}}$ 'nin  $\mu \leftrightarrow M_2$  yerdeğişimi altında değişmez olmasından kaynaklanmakta olup üstteki işaretler  $|\mu| > M_2$  ve alttaki işaretler  $|\mu| < M_2$  ile ilgili parametre bölgesine karşılık gelir (bu parametre bölgeleri Şekil 14 ve Şekil 15'te ayrıntılı bir şekilde irdelenmektedir).  $|\mu| > M_2$  için en hafif chargino ve en hafif nötralinonun wino ve/veya bino bileşenlerinin katkıları daha baskın olduğundan bu durum “*gaugino-türü* (GT)” olarak adlandırılır.  $|\mu| < M_2$  için en hafif chargino baskın higgsino bileşenlerine sahip olduğundan bu durum, “*higgsino-türü* (HT)” olarak adlandırılır (Kneur ve Moutaka, 1998; Moutaka, 1998; Choi vd., 2001). Ayrıca  $|\mu| \cong M_2$  için en hafif charginonun higgsino ve gaugino bileşen katkıları hemen hemen eşit olduğundan bu duruma “*karışım-durumu* (KD)” adı verilir. Diğer taraftan  $|\mu| = M_2$  için en hafif nötralinonun karışım-durumu, sadece  $M_2$  ve  $\mu$ 'nün küçük değerlerinde ( $\lesssim 200\text{GeV}$ ) ortaya çıkar. Bu senaryolar için  $\mu$  ve  $M_2$ 'nin değerleri chargino kütlelerine ve  $\tan\beta$ 'ya bağlı olarak (2.63) ve (2.64)'ten hesaplanır. Bu değerler kullanılarak nötralinno kütleleri ve karışım matrisi hesaplanır.

Nötralinno kütle matrisinin köşegenleştirilmesi için kullanılan  $N$  karışım matrisi  $\mu$  ve  $M_2$  parametrelerine bağlı olarak aşağıdaki gibi elde edilebilir. (1.178) ve (1.179)'dan anımsanacağı üzere nötralinno kütle matrisinin köşegenleştirilmesi

$$M_N^{\text{köşegen}} = N^* M_N N^{-1} = \begin{pmatrix} m_{\tilde{\chi}_1^0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{\tilde{\chi}_2^0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{\tilde{\chi}_3^0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{\tilde{\chi}_4^0} \end{pmatrix} \quad (2.65)$$

şeklinde olup bu eşitliğin hermityen eşleniği ile çarpımı

$$\begin{aligned} (M_N^{\text{köşegen}})^2 &= (N^* M_N N^{-1})^\dagger N^* M_N N^{-1} \\ &= N^{-1} M_N^\dagger M_N N = \text{köşegen} \left( m_{\tilde{\chi}_1^0}^2, m_{\tilde{\chi}_2^0}^2, m_{\tilde{\chi}_3^0}^2, m_{\tilde{\chi}_4^0}^2 \right) \end{aligned} \quad (2.66)$$

dir. (2.66)'daki eşitlik soldan  $N$  ile çarpılır ve düzenlenirse,

$$N(M_N^{\text{köşegen}})^2 = NN^{-1}M_N^\dagger M_N N \rightarrow M_N^\dagger M_N N - N(M_N^{\text{köşegen}})^2 = 0 \quad (2.67)$$

olur ve burada  $A_{ij} = M^\dagger M$  tanımı yapılırsa,

$$\begin{aligned} A_{11} &= M_1^2 + m_Z^2 s_W^2, A_{12} = A_{21} = -m_Z^2 s_W c_W, A_{13} = A_{31} = -m_Z s_W (M_1 c_\beta + \mu s_\beta), \\ A_{14} &= A_{41} = m_Z s_W (M_1 s_\beta + \mu c_\beta), A_{22} = M_2^2 + m_Z^2 c_W^2, A_{23} = A_{32} = m_Z c_W (M_2 c_\beta + \mu s_\beta), \\ A_{24} &= A_{42} = -m_Z c_W (M_2 s_\beta + \mu c_\beta), A_{33} = \mu^2 + m_Z^2 c_\beta^2, A_{34} = A_{43} = -m_Z^2 s_\beta c_\beta, \\ A_{44} &= \mu^2 + m_Z^2 s_\beta^2 \end{aligned} \quad (2.68)$$

olmak üzere

$$\begin{aligned} (A_{11} - m_{\tilde{\chi}_j^0}^2)N_{1j} + A_{12}N_{2j} + A_{13}N_{3j} + A_{14}N_{4j} &= 0 \\ A_{21}N_{1j} + (A_{22} - m_{\tilde{\chi}_j^0}^2)N_{2j} + A_{23}N_{3j} + A_{24}N_{4j} &= 0 \\ A_{31}N_{1j} + A_{32}N_{2j} + (A_{33} - m_{\tilde{\chi}_j^0}^2)N_{3j} + A_{34}N_{4j} &= 0 \\ A_{41}N_{1j} + A_{42}N_{2j} + A_{43}N_{3j} + (A_{44} - m_{\tilde{\chi}_j^0}^2)N_{4j} &= 0 \end{aligned} \quad (2.69)$$

denklem sistemi elde edilir. Bu denklem sisteminin çözümü,

$$|N_{1j}|^2 + |N_{2j}|^2 + |N_{3j}|^2 + |N_{4j}|^2 = 1 \quad (2.70)$$

eşitliği de dikkate alınarak,

$$\Delta_{1j} = \begin{vmatrix} A_{22} - m_{\tilde{\chi}_j^0}{}^2 & A_{23} & A_{24} \\ A_{32} & A_{33} - m_{\tilde{\chi}_j^0}{}^2 & A_{34} \\ A_{42} & A_{43} & A_{44} - m_{\tilde{\chi}_j^0}{}^2 \end{vmatrix} \quad (2.71)$$

olmak üzere

$$N_{ij} = \frac{\Delta_{ij}}{\Delta_{1j}} \frac{|\Delta_{1j}|}{\sqrt{|\Delta_{1j}|^2 + |\Delta_{2j}|^2 + |\Delta_{3j}|^2 + |\Delta_{4j}|^2}} \quad (2.72)$$

şeklinde elde edilir (Ahmadov vd., 2006; Ahmadov ve Demirci, 2013). Burada  $i=2,3,4$  için  $\Delta_{ij}$  ifadeleri denklem sistemi (2.69)'da  $i$ .sattır ve sütunun çıkarılıp geri kalan kısımların (2.71) ifadesindeki gibi determinant formunda yazılmasıyla elde edilir. Bununla birlikte, burada türetilen karışım matrisi her zaman pozitif değerli nötralino kütlelerinin elde edilmesini garantilemez. Nötralino kütlelerinin “-” değerli olması durumunda kütle özdeğerlerine kiral dönme yapılarak pozitif değerler elde edilir.

Sonuç olarak charginoların kütleleri ve  $\tan\beta$ 'nın değeri kullanılarak üç farklı senaryo için  $M_2$  ve  $\mu$  değerleri hesaplanır ve bu değerler kullanılarak nötralino kütleleri ve karışım matrisi  $N$  elde edilir.

## 2.5. Sayısal Hesaplamalarda Kullanılan Parametreler

Bu bölümde nötralino ve chargino üretim süreçleri için tesir kesitlerin sayısal değerlerinin hesaplanmasında kullanılan parametrelerin değerleri veriliyor. Standart Model parametrelerinin değerleri “Particle Data Grup”tan (Beringer vd., 2012) alınmak üzere Tablo 9’da verilmektedir ( $c_W \equiv \cos\theta_W$  ve  $s_W \equiv \sin\theta_W$ ).

Tablo 9. Sayısal hesaplamalarda kullanılan SM parametreleri

| $m_Z$ [GeV]     | $m_W$ [GeV] | $m_t$ [GeV]   | $m_b$ [GeV]        | $G_F$ [GeV <sup>-2</sup> ] |
|-----------------|-------------|---------------|--------------------|----------------------------|
| 91.1876         | 80.399      | 173.2         | 4.18               | $1.166369 \times 10^{-5}$  |
| $c_W = m_W/m_Z$ | $s_W^2$     | $\alpha^{-1}$ | $\alpha^{-1}(m_Z)$ | $\alpha_s(m_Z)$            |
| 0.88168786      | 0.2226265   | 137.036       | 127.934            | 0.1184                     |

Hesaplamalarda kullanılan Süpersimetri parametrelerinin değerleri, ATLAS (2013; 2014<sup>a</sup>) ve CMS (2014<sup>a</sup>) deneylerinden süpersimetrik parçacıkların kütlelerine getirilen sınırlar dikkate alınarak ayarlanmıştır.

- İki nötralino üretim süreci: İki nötralino üretim sürecinde kullanılan higgsino-türü (HT), gaugino-türü (GT) ve karışım durumu (KD) senaryoları için  $\tan\beta$ , charginoların kütleleri ve diğer giriş parametreleri Tablo 10'da verilmektedir. Buradaki chargino kütleleri ve  $\tan\beta$  için (2.63) ve (2.64)'ten hesaplanan  $\mu$  ve  $M_2$ 'nin değerleri, ve nötralino kütleleri Tablo 11'de gösteriliyor.  $U(1)$  gaugino kütle parametresi için  $M_1 = 5/3 \tan^2\theta_W M_2$

Tablo 10. İki nötralino üretimi için kullanılan senaryoların giriş parametreleri

| Senaryo | $m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$ [GeV] | $m_{\tilde{\chi}_2^\pm}$ [GeV] | $\tan\beta$ | $M_{\text{SUSY}}$ [GeV] | $m_{A^0}$ [GeV] | $A_t$                              | $A_b$ | $A_\tau$ |
|---------|--------------------------------|--------------------------------|-------------|-------------------------|-----------------|------------------------------------|-------|----------|
| HT      | 168.51                         | 295.01                         | 45          | 1500                    | 2500            | $\mu/\tan\beta + 2M_{\text{SUSY}}$ |       |          |
| GT      |                                |                                |             |                         |                 |                                    |       |          |
| KD      |                                |                                |             |                         |                 |                                    |       |          |

Tablo 11. İki nötralino üretiminde kullanılan her bir senaryo için higgsino/gaugino kütle parametreleri, nötralinoların, glüyonun ve skaler kuarkların kütleleri

| Senaryo | $M_2$ [GeV] | $\mu$ [GeV]           | $m_{\tilde{\chi}_1^0}$ [GeV] | $m_{\tilde{\chi}_2^0}$ [GeV] | $m_{\tilde{\chi}_3^0}$ [GeV] | $m_{\tilde{\chi}_4^0}$ [GeV] |
|---------|-------------|-----------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| HT      | 250.00      | 200.00                | 109.59                       | 174.50                       | 209.65                       | 294.88                       |
| GT      | 200.00      | 250.00                | 91.50                        | 169.50                       | 259.40                       | 293.85                       |
| KD      | 225.00      | 225.00                | 101.42                       | 176.13                       | 234.52                       | 289.37                       |
| Senaryo | $M_1$ [GeV] | $m_{\tilde{g}}$ [GeV] | $m_{\tilde{u}_1}$ [GeV]      | $m_{\tilde{u}_2}$ [GeV]      | $m_{\tilde{d}_1}$ [GeV]      | $m_{\tilde{d}_2}$ [GeV]      |
| HT      | 119.33      | 1500.00               | 1499.02                      | 1499.59                      | 1500.19                      | 1501.20                      |
| GT      | 95.46       |                       |                              |                              |                              |                              |
| KD      | 107.39      |                       |                              |                              |                              |                              |



eşitliği kullanıldı. Skaler fermiyonların kütle matrislerindeki süpersimetri kırınım parametreleri için  $m_{\tilde{Q}} = m_{\tilde{L}} = m_{\tilde{u}} = m_{\tilde{d}} = m_{\tilde{e}} = M_{\text{SUSY}}$  eşitliği dikkate alınarak (1.157)'den hesaplanan skaler kuarkların kütleleri de Tablo 11'de verilmektedir.

- İki chargino ve tek-nötralino üretim süreçleri: Bu süreçler için kullanılan higgsino-türü, gaugino-türü ve karışım durumu senaryoları için  $\tan\beta$ , charginoların kütleleri ve diğer giriş parametreleri Tablo 12'de veriliyor.

Tablo 12. İki chargino ve tek-nötralino üretim süreçleri için kullanılan senaryoların giriş parametreleri

| Senaryo | $m_{\tilde{\chi}_1^\pm}[\text{GeV}]$ | $m_{\tilde{\chi}_2^\pm}[\text{GeV}]$ | $\tan\beta$ | $M_{\text{SUSY}}[\text{GeV}]$ | $m_{A^0}[\text{GeV}]$ | $A_t$                              | $A_b$ | $A_\tau$ |
|---------|--------------------------------------|--------------------------------------|-------------|-------------------------------|-----------------------|------------------------------------|-------|----------|
| HT      | 214.305                              | 671.566                              | 10          | 2000                          | 2000                  | $\mu/\tan\beta + 2M_{\text{SUSY}}$ |       |          |
| GT      |                                      |                                      |             |                               |                       |                                    |       |          |
| KD      |                                      |                                      |             |                               |                       |                                    |       |          |

Tablo 12'deki chargino kütleleri ve  $\tan\beta$  değerleri kullanılarak (2.63) ve (2.64)'ten elde edilen  $\mu$  ve  $M_2$ 'nin değerleri ve nötralinoların kütleleri Tablo 13'te veriliyor.  $U(1)$  gaugino kütle parametresi için  $M_1 = 5/3 \tan^2\theta_W M_2$  eşitliği kullanıldı. Skaler fermiyonların kütle parametreleri için  $m_{\tilde{Q}} = m_{\tilde{L}} = m_{\tilde{u}} = m_{\tilde{d}} = m_{\tilde{e}} = M_{\text{SUSY}}$  eşitliği dikkate alınmak üzere (1.157)'den hesaplanan skaler kuarkların kütleleri de Tablo 13'te verilmektedir.

Tablo 13. İki chargino ve tek nötralino üretim süreçlerinde kullanılan senaryolar için higgsino/gaugino kütle parametreleri ve, glüyonun, nötralinoların ve skaler kuarkların kütleleri

| Senaryo | $M_2[\text{GeV}]$ | $\mu[\text{GeV}]$           | $m_{\tilde{\chi}_1^0}[\text{GeV}]$ | $m_{\tilde{\chi}_2^0}[\text{GeV}]$ | $m_{\tilde{\chi}_3^0}[\text{GeV}]$ | $m_{\tilde{\chi}_4^0}[\text{GeV}]$ |
|---------|-------------------|-----------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| HT      | 660.00            | 220.00                      | 202.23                             | 224.37                             | 325.58                             | 671.59                             |
| GT      | 220.00            | 660.00                      | 103.95                             | 214.36                             | 663.92                             | 670.61                             |
| KD      | 330.00            | 330.00                      | 152.33                             | 274.03                             | 335.47                             | 396.61                             |
| Senaryo | $M_1[\text{GeV}]$ | $m_{\tilde{g}}[\text{GeV}]$ | $m_{\tilde{u}_1}[\text{GeV}]$      | $m_{\tilde{u}_2}[\text{GeV}]$      | $m_{\tilde{d}_1}[\text{GeV}]$      | $m_{\tilde{d}_2}[\text{GeV}]$      |
| HT      | 315.02            | 1800.00                     | 1999.28                            | 1999.70                            | 2000.15                            | 2000.87                            |
| GT      | 105.01            |                             |                                    |                                    |                                    |                                    |
| KD      | 157.51            |                             |                                    |                                    |                                    |                                    |

Ayrıca bu çalışmada, nötralino ve chargino üretim tesir kesitleri CMSSM 40.2.4 (AbdusSalam vd., 2011) senaryosunda hesaplandı. CMSSM 40.2.4'ün giriş parametreleri, Tablo 14'ün ilk satırında verilmekte olup bu giriş parametreleri için süpersimetrik parçacıkların kütleleri ve diğer parametreler *SOFTSUSY* programı (Allanach, 2002) kullanılarak elde edildi.

Tablo 14. CMSSM 40.2.4 için giriş parametreleri, gaugino/higgsino kütle parametreleri ve süpersimetrik parçacıkların kütleleri

| $m_0$ [GeV]                    | $m_{1/2}$ [GeV]              | $A_0$ [GeV]                  | $\tan\beta$                  | $\mu$                          |
|--------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|--------------------------------|
| 700                            | 600                          | -500                         | 40                           | >0                             |
| $m_{\tilde{g}}$ [GeV]          | $m_{\tilde{u}_1}$ [GeV]      | $m_{\tilde{u}_2}$ [GeV]      | $m_{\tilde{d}_1}$ [GeV]      | $m_{\tilde{d}_2}$ [GeV]        |
| 1384.44                        | 1413.98                      | 1374.64                      | 1416.06                      | 1370.96                        |
| $m_{A^0, H^0}$ [GeV]           | $M_2$ [GeV]                  | $\mu$ [GeV]                  | $M_1$ [GeV]                  | $m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$ [GeV] |
| 807.41                         | 470.87                       | 795.94                       | 254.88                       | 480.02                         |
| $m_{\tilde{\chi}_2^\pm}$ [GeV] | $m_{\tilde{\chi}_1^0}$ [GeV] | $m_{\tilde{\chi}_2^0}$ [GeV] | $m_{\tilde{\chi}_3^0}$ [GeV] | $m_{\tilde{\chi}_4^0}$ [GeV]   |
| 809.62                         | 251.96                       | 479.89                       | 800.38                       | 808.69                         |

### 3. BULGULAR VE İRDELEME

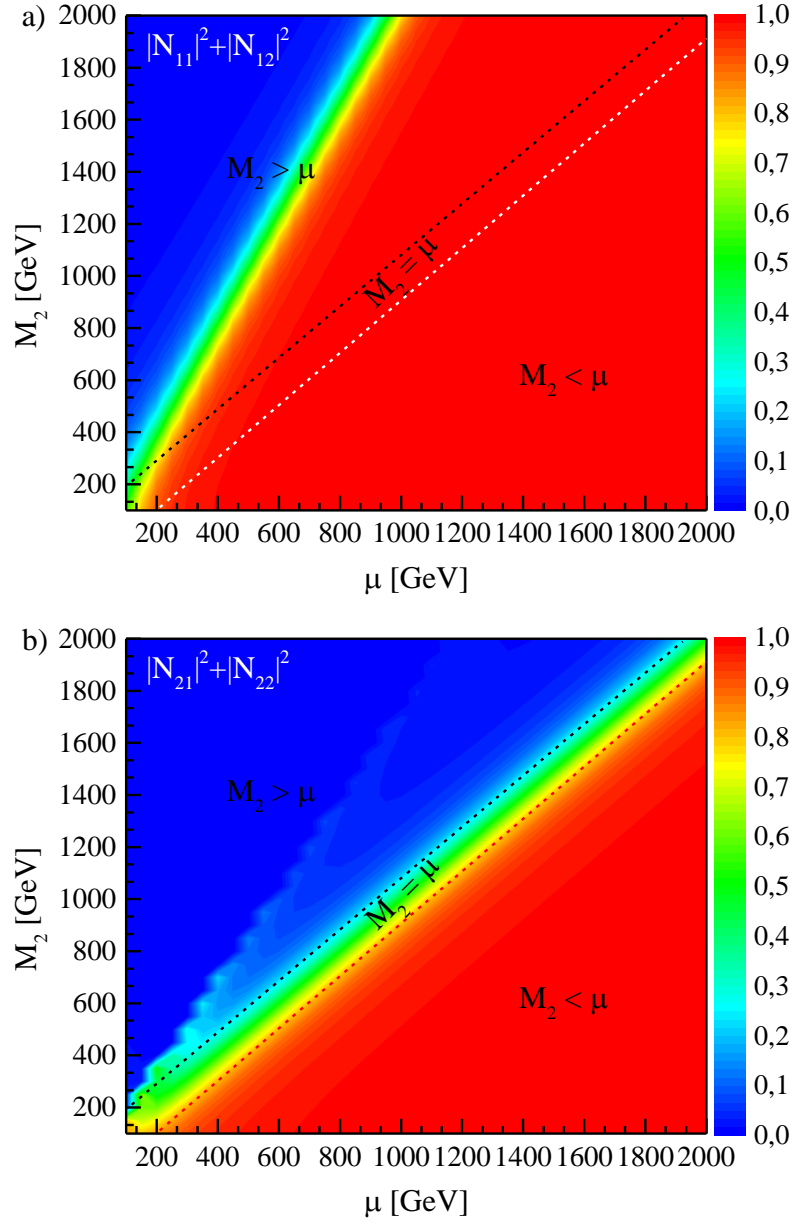
Proton-proton çarpışmasında iki nötralino, iki chargino ve tek nötralino üretim süreçlerinin higgsino-türü, gaugino-türü ve karışım-durumu senaryolarında incelenmesine yönelik yapılan bu çalışmada, her bir üretim süreci için elde edilen sonuçlar alt başlıklar halinde veriliyor. Bu bağlamda,  $i=1,2$  ve  $j=1,2$  alınmak üzere iki nötralino üretimi için  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  (tek-ilmek seviyesinde), ve  $pp(gg) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  (tek-ilmek seviyesinde) süreçlerinin, iki chargino üretimi için  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^+ \tilde{\chi}_j^-$  sürecinin, ve tek-nötralino üretimi için  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{g}$ ,  $pp(qg) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k$ ,  $pp(q\bar{q}') \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^\pm$  ve  $pp(gg) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{g}$  (tek-ilmek seviyesinde) süreçlerinin toplam tesir kesitlerinin kütle merkezi enerjisine, skaler kuark kütesine,  $M_2$ - $\mu$  kütle parametrelerine ve chargino kütlelerine göre değişimleri şekiller ve tablolar ile gösterilmekte olup sonuçlar ayrıntılı olarak irdelenmektedir.

Hem nötralinoların hem de charginoların, karışım matrisleri, kütleleri ve etkileşme Lagranjyenlerindeki çiftlenim terimleri,  $M_2$  ve  $\mu$  kütle parametrelerine bağlıdır. Hatırlanacağı üzere nötralinoların ve charginoların gaugino/higgsino bileşen katkıları da bu parametrelere göre değişim gösterir. Charginoların ve nötralinoların en büyük üretim tesir kesitlerine hangi bileşenlerinin baskın olduğu durumda ulaşıldığının bilinmesi bu parçacıklar için yapılan deneysel araştırmalarda yol gösterici olacaktır. Bu bağlamda, nötralinoların ve charginoların gaugino bileşen katkılarının yani  $|N_{11}|^2 + |N_{12}|^2$ ,  $|U_{11}|^2$  ve  $|V_{11}|^2$ 'nin  $M_2$  ve  $\mu$  parametrelerine göre değişiminin incelenmesi önemlidir.

Nötralinoların ve charginoların gaugino bileşen katkıları,  $M_1 = 5/3 \tan^2 \theta_W M_2$  ve  $\tan \beta = 10$  olmak üzere  $M_2$  ve  $\mu$  parametreleri 100 GeV'den 2000 GeV'e kadar 50 GeV aralıklar ile artırılarak hesaplanmış olup sonuçlar Şekil 27, Şekil 28 ve Şekil 29 ile gösterilmektedir. Bu şekillerde siyah-kesikli çizginin üstünde kalan bölge  $M_2 > \mu$  durumuna, kırmızı(ya da beyaz)-kesikli çizginin altında kalan bölge  $M_2 < \mu$  durumuna ve bu iki çizgi arasında kalan bölge  $M_2 = \mu$  durumuna karşılık gelir.

Şekil 27 a)  $\tilde{\chi}_1^0$  ve b)  $\tilde{\chi}_2^0$  nötralinolarının gaugino bileşen katkısının  $M_2$ - $\mu$  parametre düzlemindeki değişimini göstermekte olup nötralino  $\tilde{\chi}_1^0$ , nötralino  $\tilde{\chi}_2^0$ 'den daha büyük gaugino bölgesine sahiptir. Nötralino  $\tilde{\chi}_1^0$ ,  $M_2 \approx 2\mu$  için karışım-durumunda ( $0.3 < |N_{11}|^2 + |N_{12}|^2 < 0.7$ ),  $M_2 > 2\mu$  için higgsino-türü ( $|N_{11}|^2 + |N_{12}|^2 \leq 0.3$ ) ve  $M_2 < 2\mu$  için gaugino-

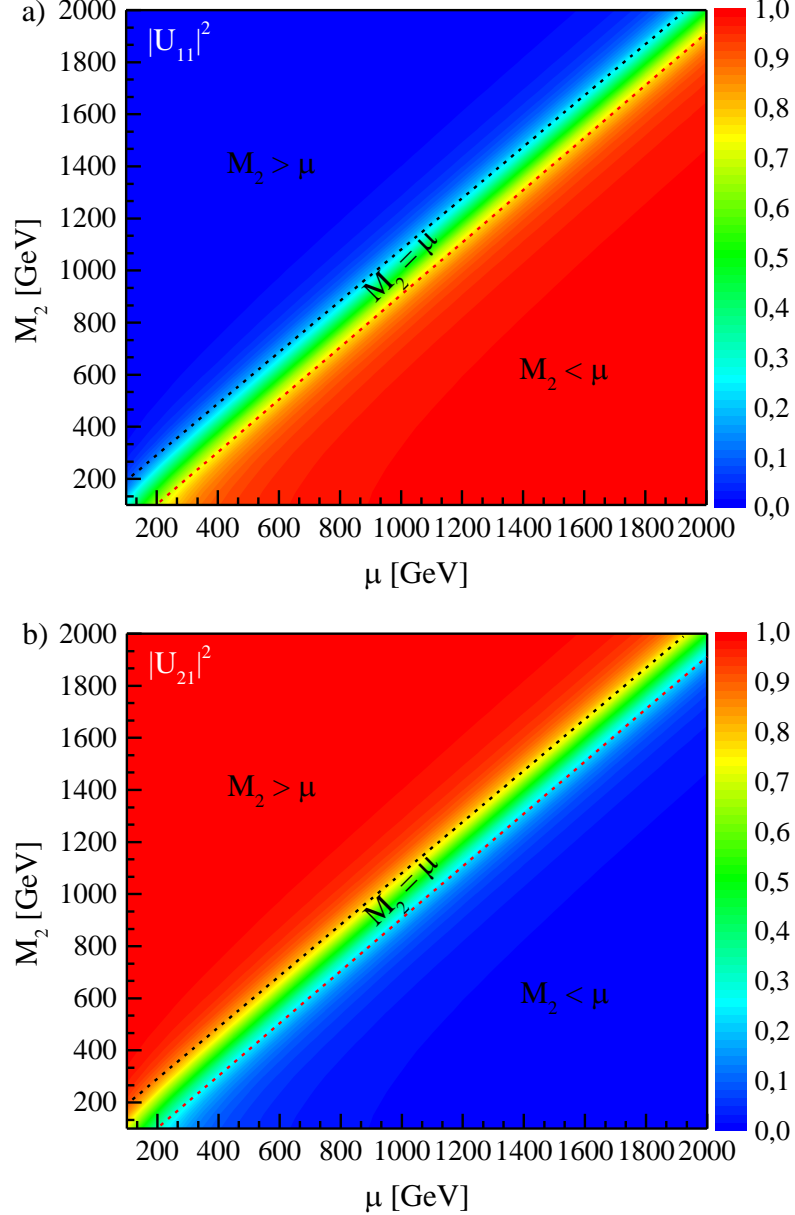
türü ( $|N_{11}|^2 + |N_{12}|^2 \geq 0.7$ ) olurken nötrale  $\tilde{\chi}_2^0$ ,  $M_2 \approx \mu$  için karışım-durumunda ( $0.3 < |N_{21}|^2 + |N_{22}|^2 < 0.7$ ),  $M_2 > \mu$  için higgsino-türü ( $|N_{21}|^2 + |N_{22}|^2 \leq 0.3$ ) ve  $M_2 < \mu$  için gaugino-türü ( $|N_{21}|^2 + |N_{22}|^2 \geq 0.7$ ) oluyor.



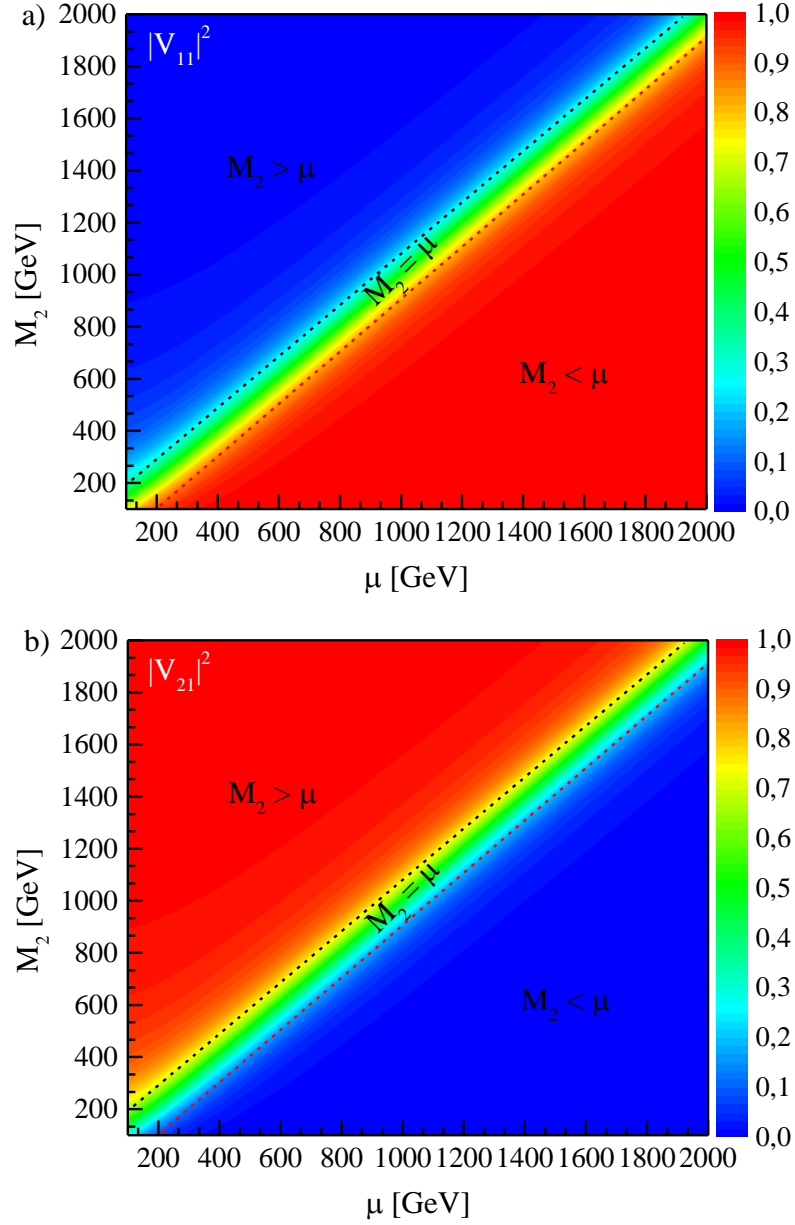
Şekil 27. a)  $\tilde{\chi}_1^0$  ve b)  $\tilde{\chi}_2^0$ 'nin gaugino bileşen katkılarının  $M_2$ - $\mu$ -düzlemindeki değişimi

$\tilde{\chi}_{1,2}^-$  ve  $\tilde{\chi}_{1,2}^+$  charginolarının gaugino bileşen katkılarının ( $|U_{i1}|^2$  ve  $|V_{i1}|^2$ 'nin)  $M_2$ - $\mu$  parametre düzlemindeki değişimi sırasıyla Şekil 28 ve Şekil 29'da verilmektedir.  $\tilde{\chi}_1^-$  ve  $\tilde{\chi}_1^+$

charginoları  $M_2 = \mu$  için karışım-durumunda ( $0.3 < |U_{11}|^2, |V_{11}|^2 < 0.7$ ),  $M_2 > \mu$  için higgsino-türü ( $|U_{11}|^2, |V_{11}|^2 \leq 0.3$ ) ve  $M_2 < \mu$  için gaugino-türü ( $|U_{11}|^2, |V_{11}|^2 \geq 0.7$ ) olurken,  $\tilde{\chi}_2^-$  ve  $\tilde{\chi}_2^+$  charginoları  $M_2 = \mu$  için karışım-durumunda ( $0.3 < |U_{21}|^2, |V_{21}|^2 < 0.7$ ),  $M_2 < \mu$  için higgsino-türü ( $|U_{21}|^2, |V_{21}|^2 \leq 0.3$ ) ve  $M_2 > \mu$  için gaugino-türü ( $|U_{21}|^2, |V_{21}|^2 \geq 0.7$ ) oluyor.



Şekil 28. a)  $\tilde{\chi}_1^-$  ve b)  $\tilde{\chi}_2^-$  'nin gaugino bileşen katkılarının  $M_2$ - $\mu$  düzlemindeki değişimi

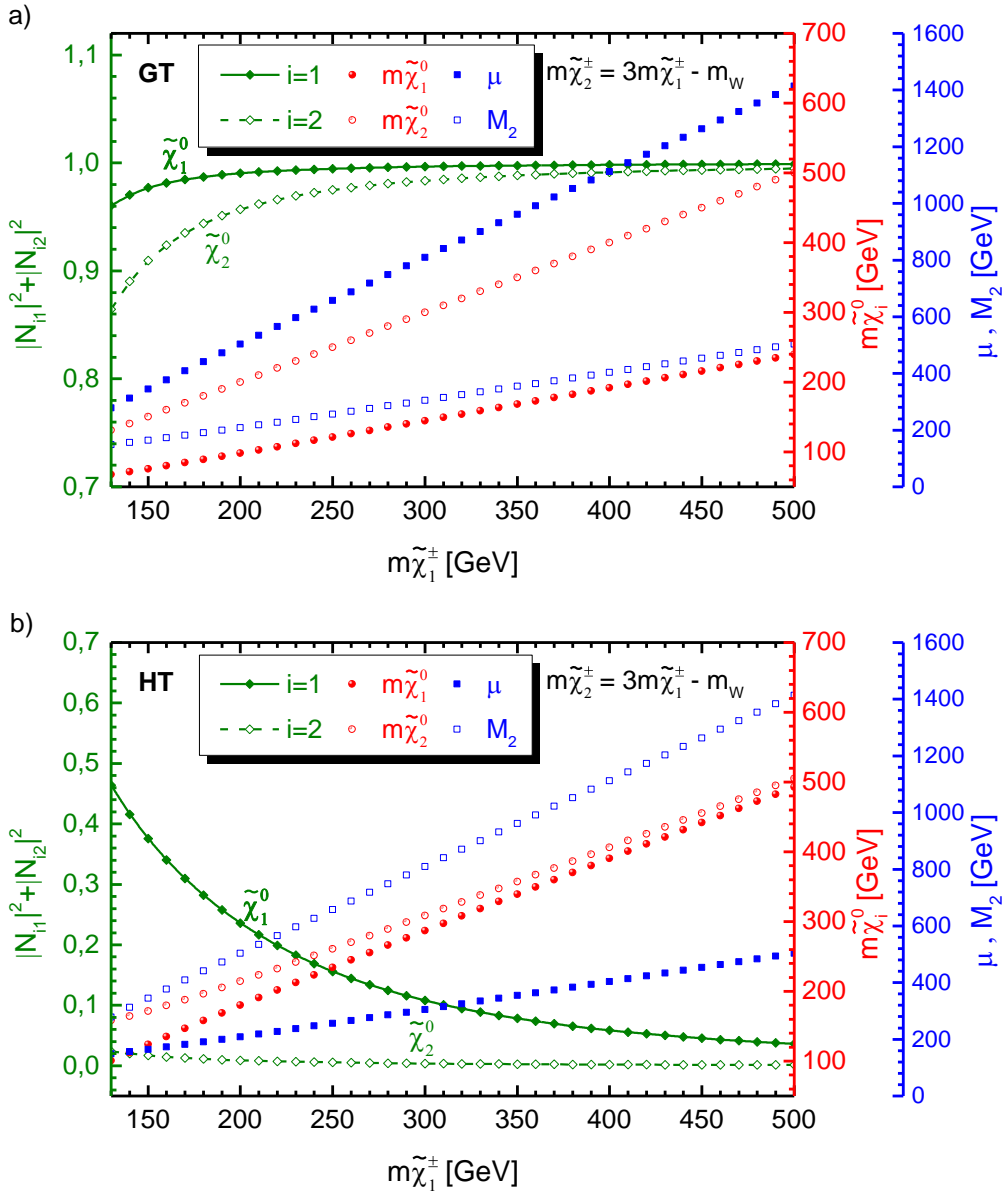


Şekil 29. a)  $\tilde{\chi}_1^+$  ve b)  $\tilde{\chi}_2^+$  'nin gaugino bileşen katkılarının  $M_2$ - $\mu$  düzlemindeki değişimi

Ayrıca charginoların ve nötralinoların gaugino bileşen katkıları, (2.63) ve (2.64) bağıntılarında ortaya çıkan GT ve HT senaryoları için chargino kütlelerine bağlı olarak hesaplandı. Bu katkılar,  $M_1 = 5/3 \tan^2 \theta_W M_2$ ,  $\tan \beta = 10$  ve  $m_{\tilde{\chi}_2^\pm} = 3m_{\tilde{\chi}_1^\pm} - m_W$  olmak üzere  $\tilde{\chi}_1^\pm$ 'nin kütlesi 130 GeV'den 500 GeV'e kadar 10 GeV aralıklar ile artırılarak (2.63) ve (2.64)'ten hesaplanan  $\mu$  ve  $M_2$  değerlerine göre elde edilmiş olup, Şekil 30 ve Şekil 31'de

GT ve HT senaryoları için ayrı ayrı gösterilmektedir. Ayrıca bu şekillerde  $\mu$  ve  $M_2$  parametrelerinin ve nötralinoların kütlelerinin chargino kütlelerine göre değişimi verilmektedir.

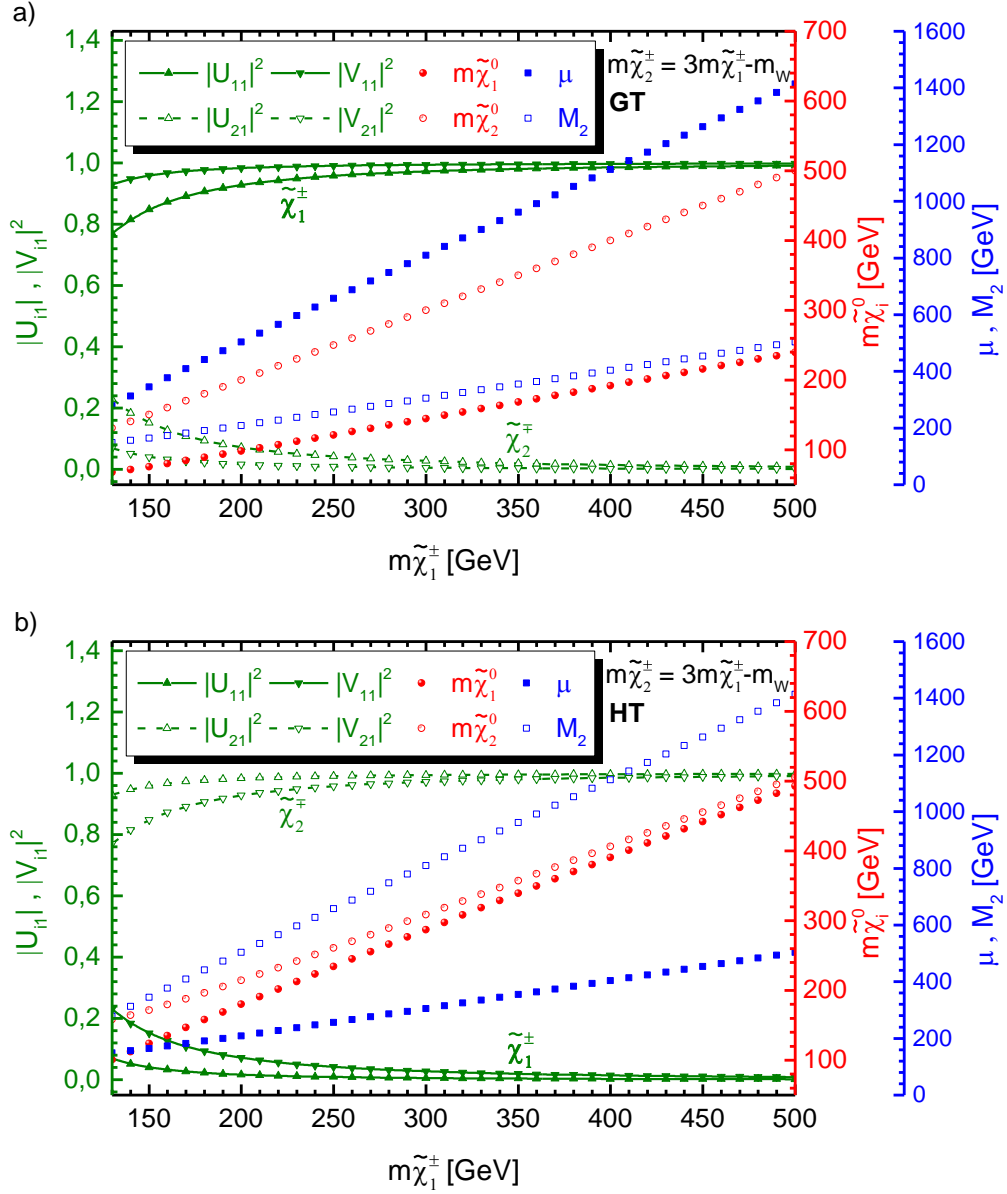
Hem GT hem de HT senaryosu için  $\mu$  ve  $M_2$  parametreleri ve nötralinoların kütleleri, artan chargino kütlelerine göre artmaktadır. Nötralinoların kütleleri arasındaki fark ( $m_{\tilde{\chi}_2^0} - m_{\tilde{\chi}_1^0}$ ) chargino kütlelerinin artışıyla birlikte GT senaryosunda artarken HT senaryosunda azalmaktadır. GT senaryosunda nötralinoların gaugino bileşen katkıları  $0.961 \leq |N_{11}|^2 + |N_{12}|^2 \leq 0.999$  ve  $0.864 \leq |N_{21}|^2 + |N_{22}|^2 \leq 0.995$  olmak üzere hem  $\tilde{\chi}_1^0$ 'in hem de  $\tilde{\chi}_2^0$ 'nin



Şekil 30. a) GT ve b) HT senaryoları için  $\tilde{\chi}_1^0$  ve  $\tilde{\chi}_2^0$  nötralinolarının gaugino bileşen katkılarının chargino kütlelerine göre değişimi

gaugino bileşenleri baskındır. HT senaryosu için nötralinoların gaugino bileşen katkıları  $0.036 \leq |N_{11}|^2 + |N_{12}|^2 \leq 0.464$  ve  $0.001 \leq |N_{21}|^2 + |N_{22}|^2 \leq 0.024$  olmak üzere her iki nötralinonun higgsino bileşenleri baskındır.

Charginoların gaugino bileşen katkıları, GT senaryosunda  $0.770 \leq |U_{11}|^2 \leq 0.991$ ,  $0.931 \leq |V_{11}|^2 \leq 0.998$ ,  $0.0089 \leq |U_{21}|^2 \leq 0.229$  ve  $0.0017 \leq |V_{21}|^2 \leq 0.069$  olmak üzere



Şekil 31. a) GT ve b) HT senaryoları için  $\tilde{\chi}_1^\pm$  ve  $\tilde{\chi}_2^\pm$  charginolarının gaugino bileşen katkılarının chargino kütlesine göre değişimi

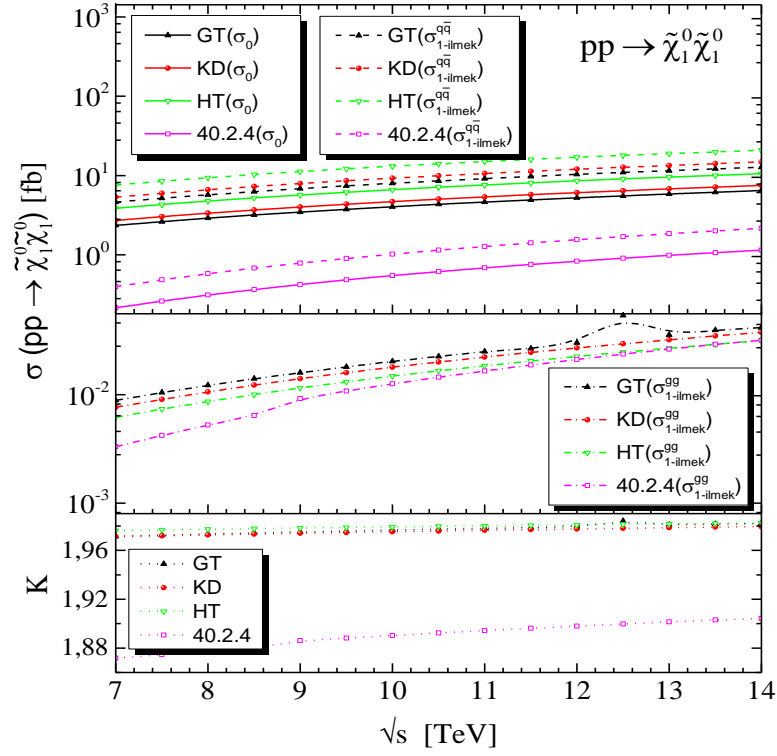


chargino  $\tilde{\chi}_1^\pm$ 'in gaugino bileşeni baskın gelirken  $\tilde{\chi}_2^\pm$ 'nin higgsino bileşeni baskındır. HT senaryosunda charginoların gaugino bileşen katkıları  $0.0017 \leq |U_{11}|^2 \leq 0.069$ ,  $0.0089 \leq |V_{11}|^2 \leq 0.229$ ,  $0.931 \leq |U_{21}|^2 \leq 0.998$  ve  $0.770 \leq |V_{21}|^2 \leq 0.991$  olmak üzere chargino  $\tilde{\chi}_1^\pm$ 'in higgsino bileşeni baskın gelirken  $\tilde{\chi}_2^\pm$ 'nin gaugino bileşeni baskındır.

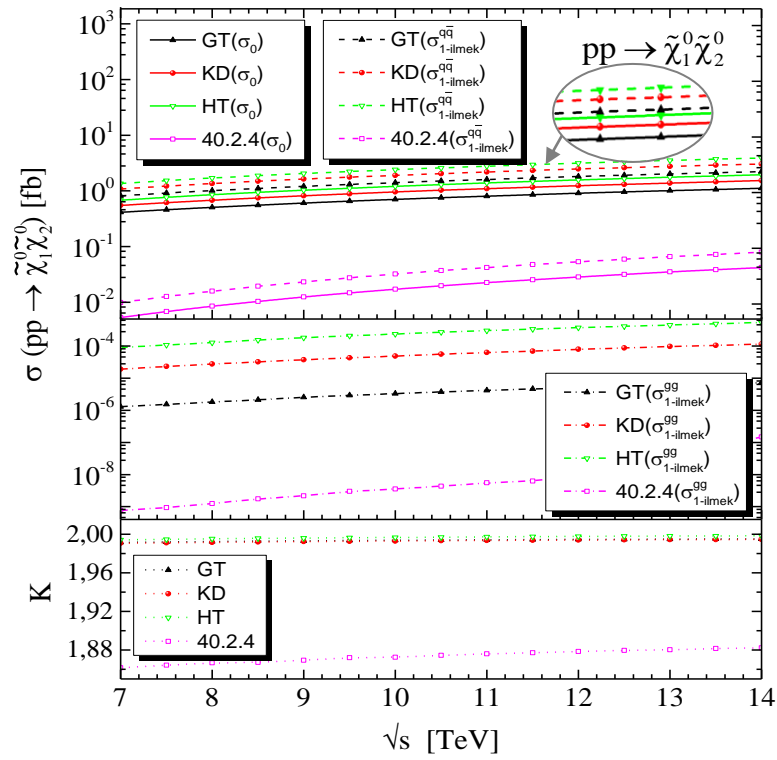
### 3.1. İki Nötralino Üretimi

Bu çalışmada, LHC'deki ATLAS (2013; 2014<sup>a</sup>) ve CMS (2014<sup>a</sup>) deneylerinin sonuçlarına göre MSSM'in izinli parametre bölgesi dikkate alınarak, proton-proton çarpışmasında kuark-karşıit kuark yok olmasından ve glüyon-glüyon füzyonundan iki nötralino üretimine tek-ilmek seviyesinde gelen tüm olası düzeltmeler (hem KRD hem de elektrozayıf düzeltmeler) *FeynArts/FormCalc/LoopTools* programları kullanılarak hesaplandı. Giriş parametreleri Tablo 10'da verilen her bir senaryo için, iki nötralino üretim sürecinin ağaç seviyesi tesir kesitlerinin ( $\sigma_0$ ), tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin ( $\sigma_{1\text{-ilmek}}^{\text{q}\bar{\text{q}}/\text{g}\text{g}}$ ) ve  $K$ -çarpanının kütle merkezi enerjisine,  $\mu$ - $M_2$  parametrelerine, skaler kuarkın kütlesine ve faktorizasyon (ve renormalizasyon) ölçeğine bağlı olarak değişimi incelenmektedir.  $K$ -çarpanı,  $K = (\sigma_{1\text{-ilmek}}^{\text{q}\bar{\text{q}}} + \sigma_{1\text{-ilmek}}^{\text{g}\text{g}}) / \sigma_0$  olmak üzere tek-ilmek katkılarının iki nötralino üretim süreci üzerindeki etkilerinin nicel olarak anlaşılmasını sağlar.

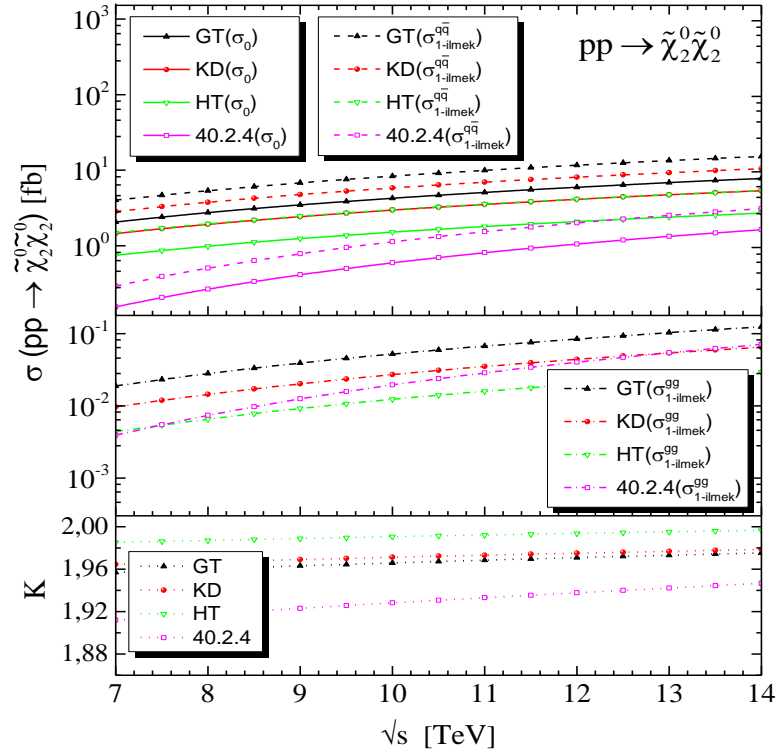
$pp \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  ( $i, j=1, 2$ ) sürecinin tesir kesitlerinin ve  $K$ -çarpanının kütle merkezi enerjisine göre değişimi GT, KD, HT ve CMSSM 40.2.4 (Tablo 14'e bakınız) senaryoları için Şekil 32, Şekil 33 ve Şekil 34'te verilmektedir. Bu şekillerden görüldüğü gibi her bir senaryo için hem ağaç seviyesi hem de tek-ilmek seviyesi tesir kesitleri artan kütle merkezi enerjisi değerlerine göre yavaş ve düzgün bir şekilde artıyor.  $K$ -çarpanı, kütle merkezi enerjisi 7 TeV'den 14 TeV'e kadar değiştiğinde yaklaşık %1 oranında artmakta olup kütle merkezi enerjisinin değişimine çok az duyarlıdır. Şekil 32'de gösterildiği üzere  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$  sürecinin HT için ağaç seviyesi tesir kesiti değerleri, KD, GT ve CMSSM-40.2.4 için elde edilen değerlerden sırasıyla %41, %64 ve 1 merteye civarında daha büyüktür. Bu sürecin GT, HT ve KD'de elde edilen  $K$ -çarpanı değerleri hemen hemen eşit olup, CMSSM 40.2.4'teki değerden yaklaşık %5 daha büyüktür. Şekil 33'te gösterilen  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$  sürecinin ağaç seviyesi tesir kesiti için HT'de, KD, GT ve CMSSM-40.2.4 senaryolarından sırasıyla %26, %70 ve 2 merteye daha büyük değerler elde ediliyor.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$ 'nin GT, HT



Şekil 32.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$  sürecinin ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi



Şekil 33.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$  sürecinin ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi



Şekil 34.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$  sürecinin ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi

ve KD'de elde edilen  $K$ -çarpanı değerleri hemen hemen eşit olup, CMSSM 40.2.4'teki değerden yaklaşık %7 daha büyüktür. Şekil 34'te gösterildiği üzere  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$  sürecinin ağaç seviyesi tesir kesiti GT'de, KD, HT ve CMSSM-40.2.4'tekinden sırasıyla yaklaşık %65, 3 kat ve 7 kat daha büyük olan değerlerde ortaya çıkmaktadır. Bu sürecin HT senaryosundaki  $K$ -çarpanı, KD, GT ve CMSSM 40.2.4'te elde edilen sonuçlardan sırasıyla yaklaşık %1, %1 ve %5 daha büyüktür.

İki nötrino üretim süreçlerinin ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin  $\sqrt{s} = 8$  TeV ve 14 TeV'deki değerleri her bir senaryo için Tablo 15'te veriliyor. Bu tablodan ve yukarıdaki şekillerden görüldüğü gibi iki nötrino üretim süreçlerinden  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$  sürecinin HT senaryosu için ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitleri, en büyük değerlere sahip olmak üzere ağaç seviyesi tesir kesiti  $\sigma_0 = 3.9-10.5$  fb arasında ve tek-ilmek seviyesi tesir kesiti  $\sigma_{1-ilmek}^{q\bar{q}+gg} = 7.6-20.9$  fb arasında değişmektedir. Bir diğer önemli katkıya sahip iki nötrino üretim süreci  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$  olup GT senaryosu için ağaç seviyesi tesir kesiti  $\sigma_0 = 2.07-7.8$  fb ve tek-ilmek seviyesi tesir kesiti  $\sigma_{1-ilmek}^{q\bar{q}+gg} = 4.05-15.4$  fb aralığında değişen değerler alıyor. Tek-ilmek seviyesi katkıları, ağaç seviyesi tesir

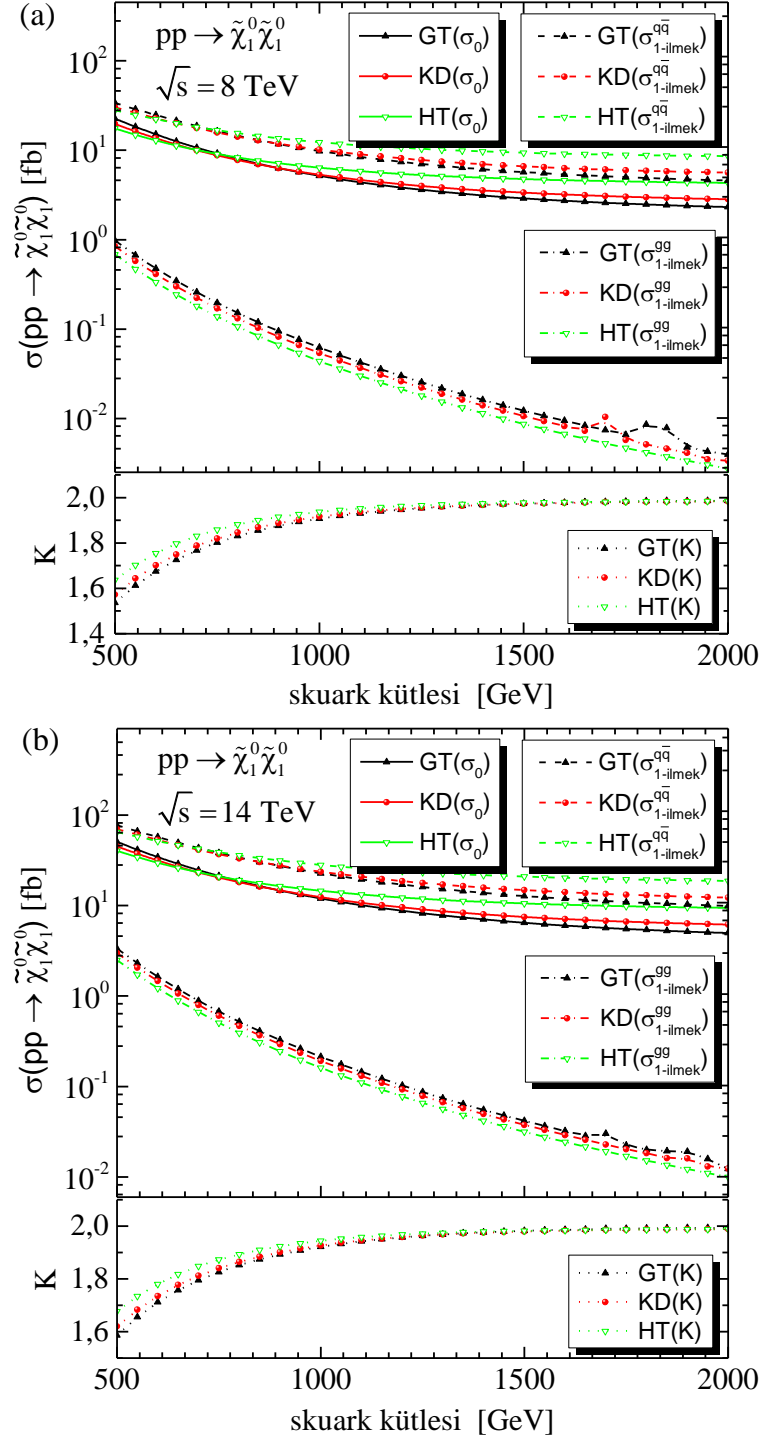
kesitlerini artırmakta olup kuark-karşıit kuark yok olmasından, glüyon-glüyon füzyonuna kıyasla daha büyük katkılar geliyor.  $\tan\beta$ 'nın küçük değerleri için bu iki süreçten gelen katkıların kıyaslanması mümkündür. Glüyon-glüyon füzyonunda iki nötralino üretim süreçlerinden  $pp(gg) \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$  süreci en büyük katkıya sahip olmak üzere, üretim tesir kesiti GT'de  $\sqrt{s} = 14$  TeV için 0.124 fb değerine ulaşmaktadır.  $K$ -çarpanı, GT, HT ve KD için kütle merkezi enerjisinin değişimden hemen hemen bağımsız olup  $K(GT) \sim K(HT) \sim K(KD) > K(\text{CMSSM } 40.2.4)$ 'dir.

Tablo 15. İki nötralino üretim süreçlerinin tesir kesitlerinin (fb biriminde) ve  $K$ -çarpanının her bir senaryo için  $\sqrt{s} = 8$  TeV ve 14 TeV'deki değerleri

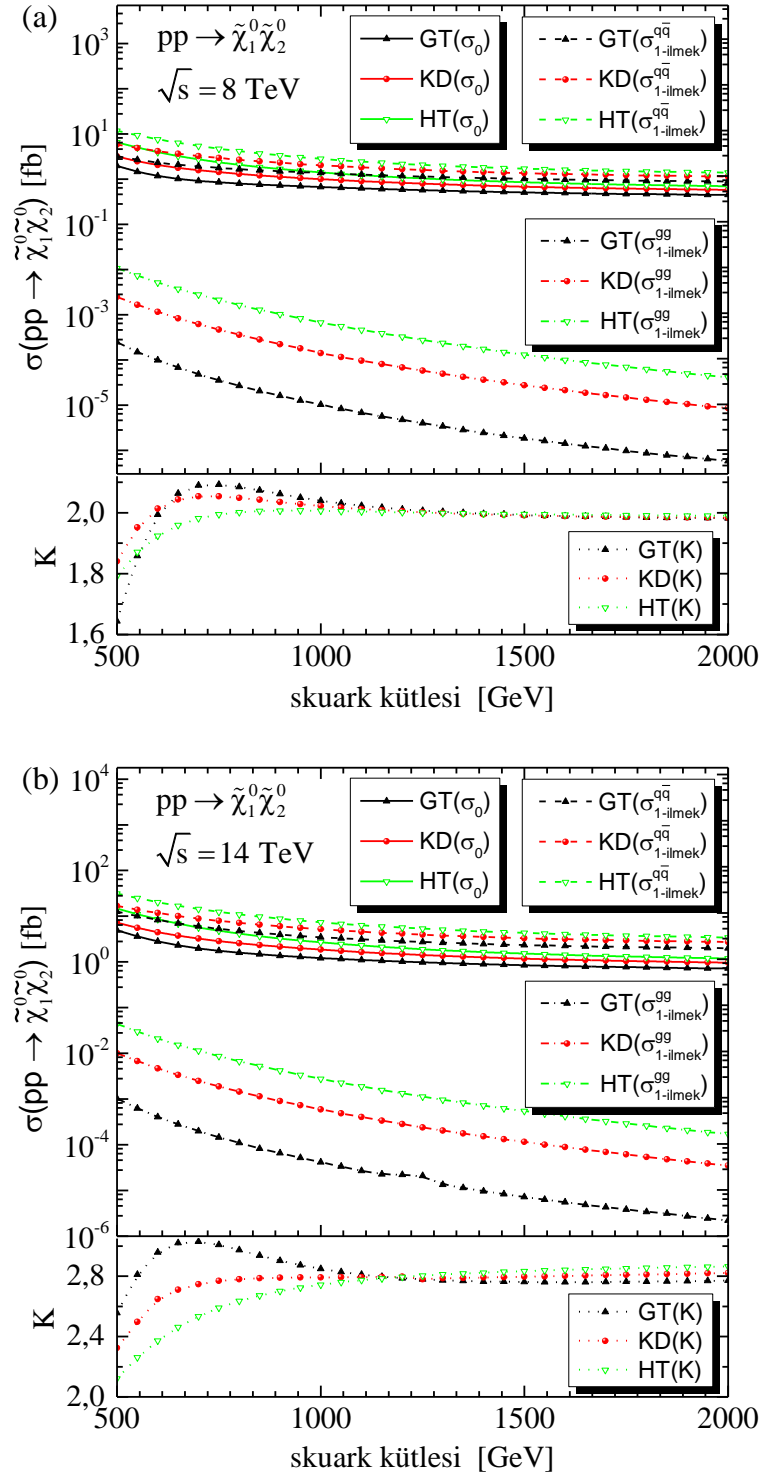
|        | $\sqrt{s}$ | $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$ |                                     |                               |      | $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$ |                                     |                                           |      | $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$ |                                     |                               |      |
|--------|------------|----------------------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------|------|----------------------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------------|------|----------------------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------|------|
|        |            | $\sigma_0$                                         | $\sigma_{1\text{-ilmk}}^{q\bar{q}}$ | $\sigma_{1\text{-ilmk}}^{gg}$ | $K$  | $\sigma_0$                                         | $\sigma_{1\text{-ilmk}}^{q\bar{q}}$ | $\sigma_{1\text{-ilmk}}^{gg} \times 10^5$ | $K$  | $\sigma_0$                                         | $\sigma_{1\text{-ilmk}}^{q\bar{q}}$ | $\sigma_{1\text{-ilmk}}^{gg}$ | $K$  |
| GT     | 8          | 2.89                                               | 5.70                                | 0.012                         | 1.97 | 0.51                                               | 1.01                                | 0.18                                      | 1.99 | 2.75                                               | 5.36                                | 0.028                         | 1.96 |
|        | 14         | 6.45                                               | 12.74                               | 0.042                         | 1.98 | 1.11                                               | 2.22                                | 0.72                                      | 2.00 | 7.78                                               | 15.25                               | 0.124                         | 1.98 |
| KD     | 8          | 3.35                                               | 6.60                                | 0.011                         | 1.97 | 0.68                                               | 1.36                                | 2.75                                      | 1.99 | 1.93                                               | 3.77                                | 0.014                         | 1.97 |
|        | 14         | 7.49                                               | 14.79                               | 0.038                         | 1.98 | 1.53                                               | 3.05                                | 11.50                                     | 1.99 | 5.35                                               | 10.53                               | 0.065                         | 1.98 |
| HT     | 8          | 4.76                                               | 9.40                                | 0.009                         | 1.98 | 0.85                                               | 1.70                                | 12.92                                     | 2.00 | 0.99                                               | 1.96                                | 0.007                         | 1.99 |
|        | 14         | 10.54                                              | 20.87                               | 0.032                         | 1.98 | 1.95                                               | 3.90                                | 54.36                                     | 2.00 | 2.71                                               | 5.38                                | 0.029                         | 2.00 |
| 40.2.4 | 8          | 0.31                                               | 0.58                                | 0.005                         | 1.88 | 0.01                                               | 0.02                                | 0.0001                                    | 1.87 | 0.27                                               | 0.51                                | 0.007                         | 1.92 |
|        | 14         | 1.15                                               | 2.15                                | 0.032                         | 1.90 | 0.04                                               | 0.08                                | 0.015                                     | 1.88 | 1.63                                               | 3.11                                | 0.071                         | 1.95 |

$pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$ ,  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$  ve  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$  süreçlerinin GT, KD ve HT için  $\sqrt{s} = 8$  TeV ve  $\sqrt{s} = 14$  TeV'de tesir kesitlerinin ve  $K$ -çarpanlarının skaler kuarkın kütlesine göre değişimi Şekil 35, Şekil 36 ve Şekil 37'de verildiği gibi olup, skaler kuark kütlesi arttıkça tesir kesitleri önemli ölçülerde azalmaktadır.  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  ve  $pp(gg) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$  süreçlerinin tek-ilmek tesir kesitleri, skaler kuark kütlesi 500 GeV'den 2000 GeV'e kadar arttığında sırasıyla  $\sim 10^1$  ve  $\sim 10^2$  merteye azalıyor.  $K$ -çarpanının tüm senaryolar için, skaler kuarkın kütlesinin değişimine oldukça duyarlı olduğu görülmekte olup, skaler kuark kütlesinin 500 GeV'den 2000 GeV'e artışı ile  $\sqrt{s} = 8$  (14) TeV'de,  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$  sürecinin  $K$ -çarpanının değeri GT'de 1.54'ten 1.99'a (1.59'dan 1.99'a), KD'de 1.57'den 1.98'e (1.62'den 1.99'a) ve HT'de 1.64'ten 1.98'e (1.68'den 1.99'a) yükseliyor.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$ 'nin  $K$ -çarpanı ise GT'de 1.64'ten 1.98'e (2.56'dan 2.77'ye), KD'de 1.84'ten 1.98'e (2.32'den 2.82'e) ve HT'de 1.79'dan 1.99'a (2.12'den 2.87'ye) artan değerler almaktadır. Son olarak  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$  için  $K$ -

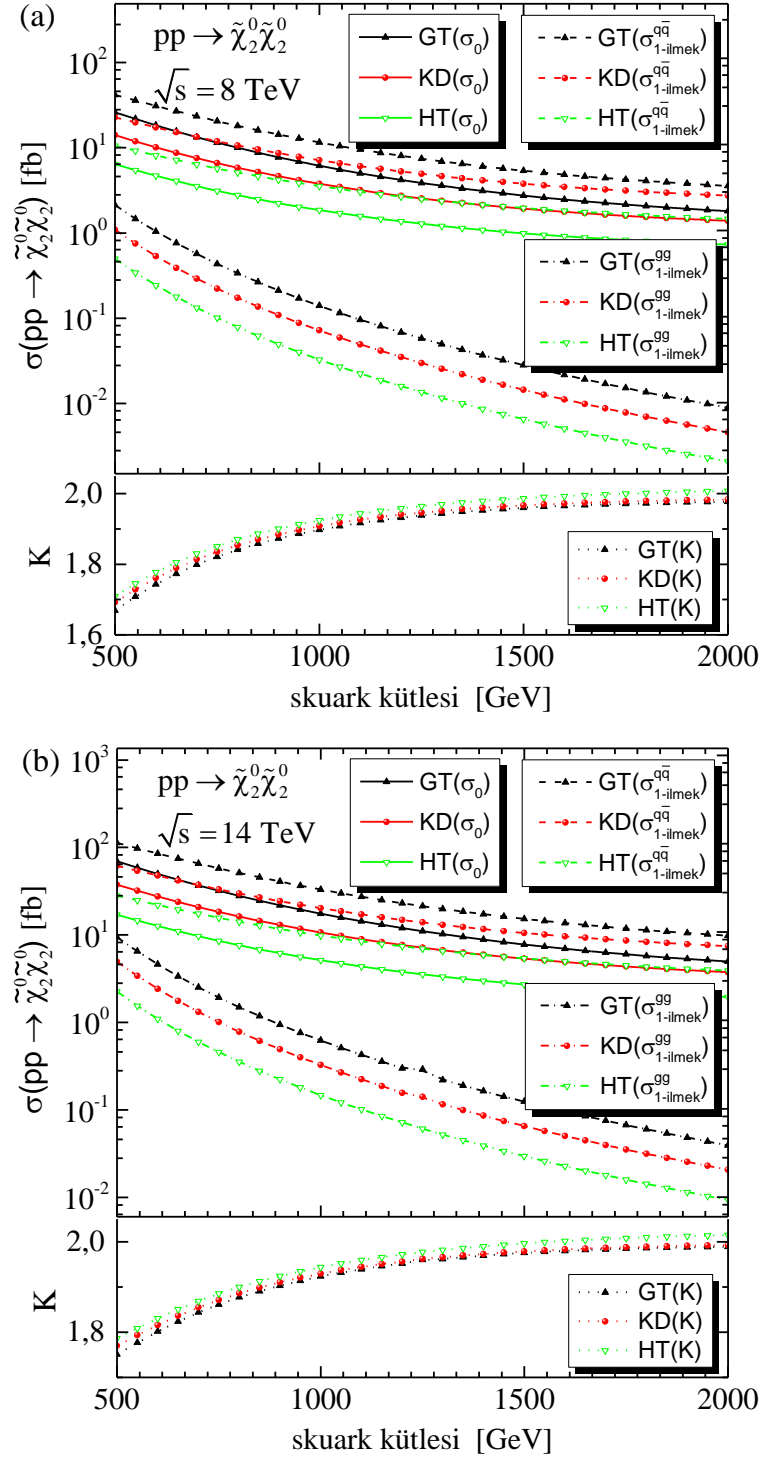
çarpanının değeri, GT'de 1.67'den 1.98'e (1.75'ten 1.99'a), KD'de 1.69'dan 1.98'e (1.77'den 1.99'a) ve HT'de 1.71'den 2.01'e (1.79'dan 2.01'e) kadar artmaktadır.



Şekil 35.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$  sürecinin ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin a)  $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$  ve b)  $14 \text{ TeV}$  için skaler kuarkın kütlesine göre değişimi



Şekil 36.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$  sürecinin ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin a)  $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$  ve b)  $14 \text{ TeV}$  için skaler kuarkın kütlesine göre değişimi



Şekil 37.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$  sürecinin ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin a)  $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$  ve b)  $14 \text{ TeV}$  için skaler kuarkın kütesine göre değişimi

Daha kolay karşılaştırma yapılabilmesi adına,  $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$  ve  $14 \text{ TeV}$ 'de farklı skaler kuark kütleleri için tesir kesitlerin ve  $K$ -çarpanının sayısal değerleri Tablo 16'da

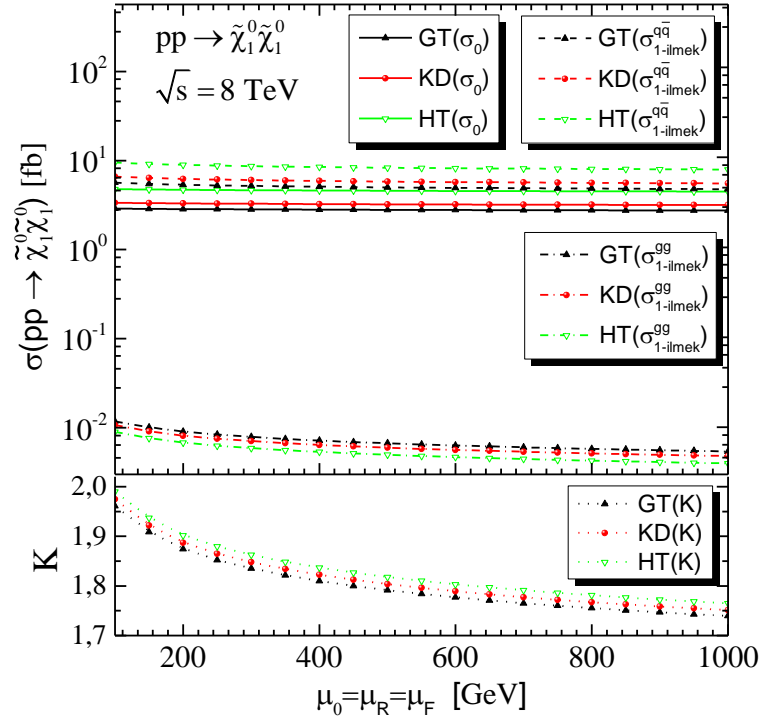
verilmekte olup  $K$ -çarpanın skaler kuark kütlelerine önemli ölçüde bağlı olduğu açık bir şekilde görülmektedir.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$ ,  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$  ve  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$  süreçlerine gelen tek-ilmek seviyesi katkıları, tüm senaryolar için ağaç-seviyesi tesir kesitlerini artırıyor. Tablodan görüldüğü üzere  $m_{\tilde{q}} = 1$  TeV ve  $\sqrt{s} = 14$  TeV için, GT'de  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$  sürecinin ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitleri,  $\sigma_0 = 17.47$  fb ve  $\sigma_{1\text{-ilmek}}^{\text{q}\bar{\text{q}}+\text{gg}} = 33.60$  fb olmak üzere diğer süreçlere göre daha büyüktür.

Tablo 16. İki nötralino üretim süreçlerinin tesir kesitlerinin (fb biriminde) ve  $K$ -çarpanının, 1 TeV ve 2 TeV skaler kuark kütleleri için  $\sqrt{s} = 8$  TeV ve 14 TeV'deki değerleri

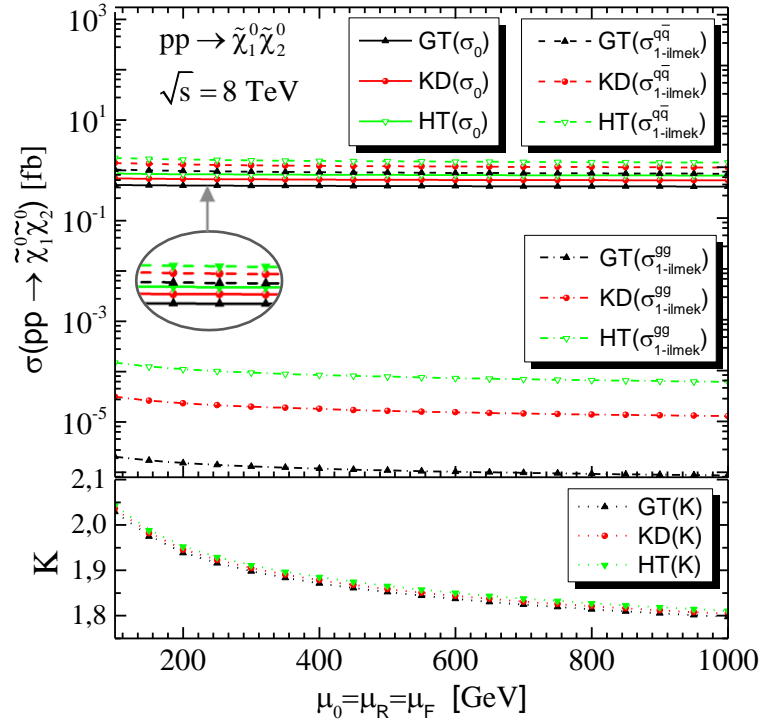
|    |            | $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$ |            |                                                    |                                       |      | $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$ |                                                    |                                                   |      | $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$ |                                                    |                                       |      |
|----|------------|----------------------------------------------------|------------|----------------------------------------------------|---------------------------------------|------|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|---------------------------------------------------|------|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|---------------------------------------|------|
|    | $\sqrt{s}$ | $m_{\tilde{q}}$                                    | $\sigma_0$ | $\sigma_{1\text{-ilmek}}^{\text{q}\bar{\text{q}}}$ | $\sigma_{1\text{-ilmek}}^{\text{gg}}$ | $K$  | $\sigma_0$                                         | $\sigma_{1\text{-ilmek}}^{\text{q}\bar{\text{q}}}$ | $\sigma_{1\text{-ilmek}}^{\text{gg}} \times 10^5$ | $K$  | $\sigma_0$                                         | $\sigma_{1\text{-ilmek}}^{\text{q}\bar{\text{q}}}$ | $\sigma_{1\text{-ilmek}}^{\text{gg}}$ | $K$  |
| GT | 8          | 1                                                  | 5.17       | 9.79                                               | 0.062                                 | 1.91 | 0.67                                               | 1.37                                               | 1.02                                              | 2.04 | 6.15                                               | 11.54                                              | 0.14                                  | 1.90 |
|    |            | 2                                                  | 2.31       | 4.59                                               | 0.004                                 | 1.99 | 0.45                                               | 0.88                                               | 0.06                                              | 1.98 | 1.81                                               | 3.57                                               | 0.009                                 | 1.98 |
|    | 14         | 1                                                  | 11.94      | 22.73                                              | 0.21                                  | 1.92 | 1.21                                               | 3.46                                               | 4.14                                              | 2.85 | 17.47                                              | 32.98                                              | 0.62                                  | 1.92 |
|    |            | 2                                                  | 4.97       | 9.90                                               | 0.012                                 | 1.99 | 0.72                                               | 1.99                                               | 0.22                                              | 2.77 | 4.95                                               | 9.81                                               | 0.039                                 | 1.99 |
| KD | 8          | 1                                                  | 5.33       | 10.16                                              | 0.054                                 | 1.92 | 1.00                                               | 2.02                                               | 14.10                                             | 2.02 | 3.78                                               | 7.15                                               | 0.072                                 | 1.91 |
|    |            | 2                                                  | 2.83       | 5.61                                               | 0.003                                 | 1.98 | 0.58                                               | 1.14                                               | 0.85                                              | 1.98 | 1.39                                               | 2.75                                               | 0.005                                 | 1.98 |
|    | 14         | 1                                                  | 12.35      | 23.62                                              | 0.19                                  | 1.93 | 1.85                                               | 5.18                                               | 59.04                                             | 2.79 | 10.64                                              | 20.21                                              | 0.32                                  | 1.93 |
|    |            | 2                                                  | 6.15       | 12.23                                              | 0.012                                 | 1.99 | 0.97                                               | 2.73                                               | 3.50                                              | 2.82 | 3.74                                               | 7.43                                               | 0.021                                 | 1.99 |
| HT | 8          | 1                                                  | 6.37       | 12.30                                              | 0.044                                 | 1.94 | 1.40                                               | 2.82                                               | 67.24                                             | 2.01 | 1.85                                               | 3.53                                               | 0.033                                 | 1.92 |
|    |            | 2                                                  | 4.32       | 8.57                                               | 0.003                                 | 1.98 | 0.70                                               | 1.39                                               | 4.08                                              | 1.99 | 0.73                                               | 1.46                                               | 0.002                                 | 2.01 |
|    | 14         | 1                                                  | 14.55      | 28.13                                              | 0.16                                  | 1.94 | 2.68                                               | 7.35                                               | 276.00                                            | 2.74 | 5.13                                               | 9.82                                               | 0.15                                  | 1.94 |
|    |            | 2                                                  | 9.41       | 18.71                                              | 0.001                                 | 1.99 | 1.20                                               | 3.43                                               | 17.10                                             | 2.87 | 1.95                                               | 3.91                                               | 0.009                                 | 2.01 |

Faktörizasyon ölçeği  $\mu_F$  ve renormalizasyon ölçeği  $\mu_R$ ,  $\mu_0$ 'a eşit alınmak üzere  $\mu_0$ 'ın 100 GeV'den 1000 GeV'e kadar değiştirilmesine karşın,  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$ ,  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$  ve  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$  süreçlerinin ağaç-seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin, ve  $K$ -çarpanlarının değerlerindeki değişimi  $\sqrt{s} = 8$  TeV için Şekil 38, Şekil 39 ve Şekil 40'da gösterilmektedir. Bu şekillerden görüldüğü gibi, tüm senaryolar için hem ağaç seviyesi hem de tek-ilmek seviyesi tesir kesitleri  $\mu_0$ 'ın artışıyla yavaşça azalmakta olup ağaç-seviyesi tesir kesitlerinin  $\mu_0$ 'a bağımlılığı yok denecek kadar azdır. Çünkü, ağaç seviyesinde iki nötralino üretim süreçleri saf elektrozayıf kanallar içerdiğinden ağaç seviyesi tesir kesitlerinin renormalizasyon ölçeğine bağımlılığı yoktur ve enerji ölçeğine bağımlılık, faktörizasyon ölçeğinin fonksiyonu olan parton dağılım fonksiyonlarından kaynaklanır.

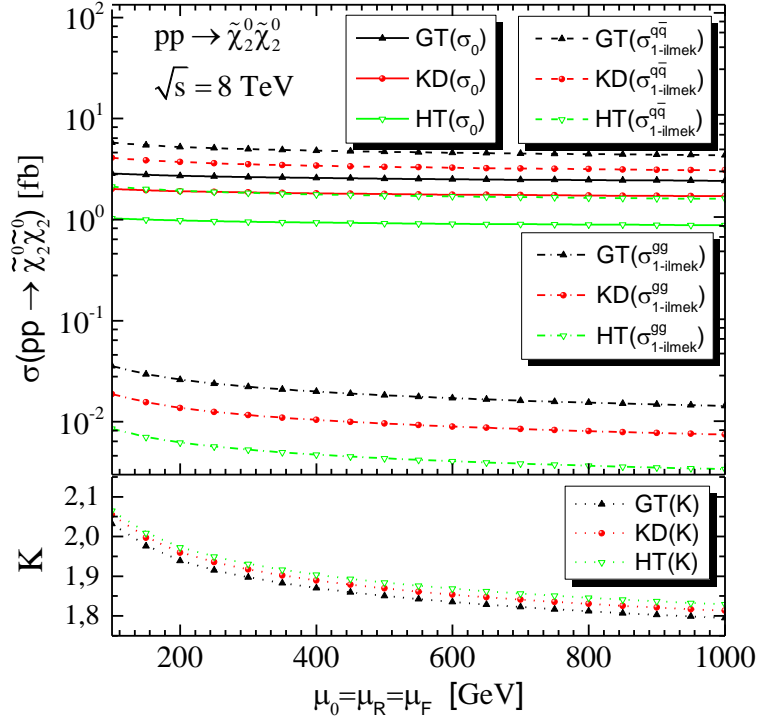




Şekil 38.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$  sürecinin ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin faktörizasyon ve renormalizasyon ölçeğine göre değişimi



Şekil 39.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$  sürecinin ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin faktörizasyon ve renormalizasyon ölçeğine göre değişimi



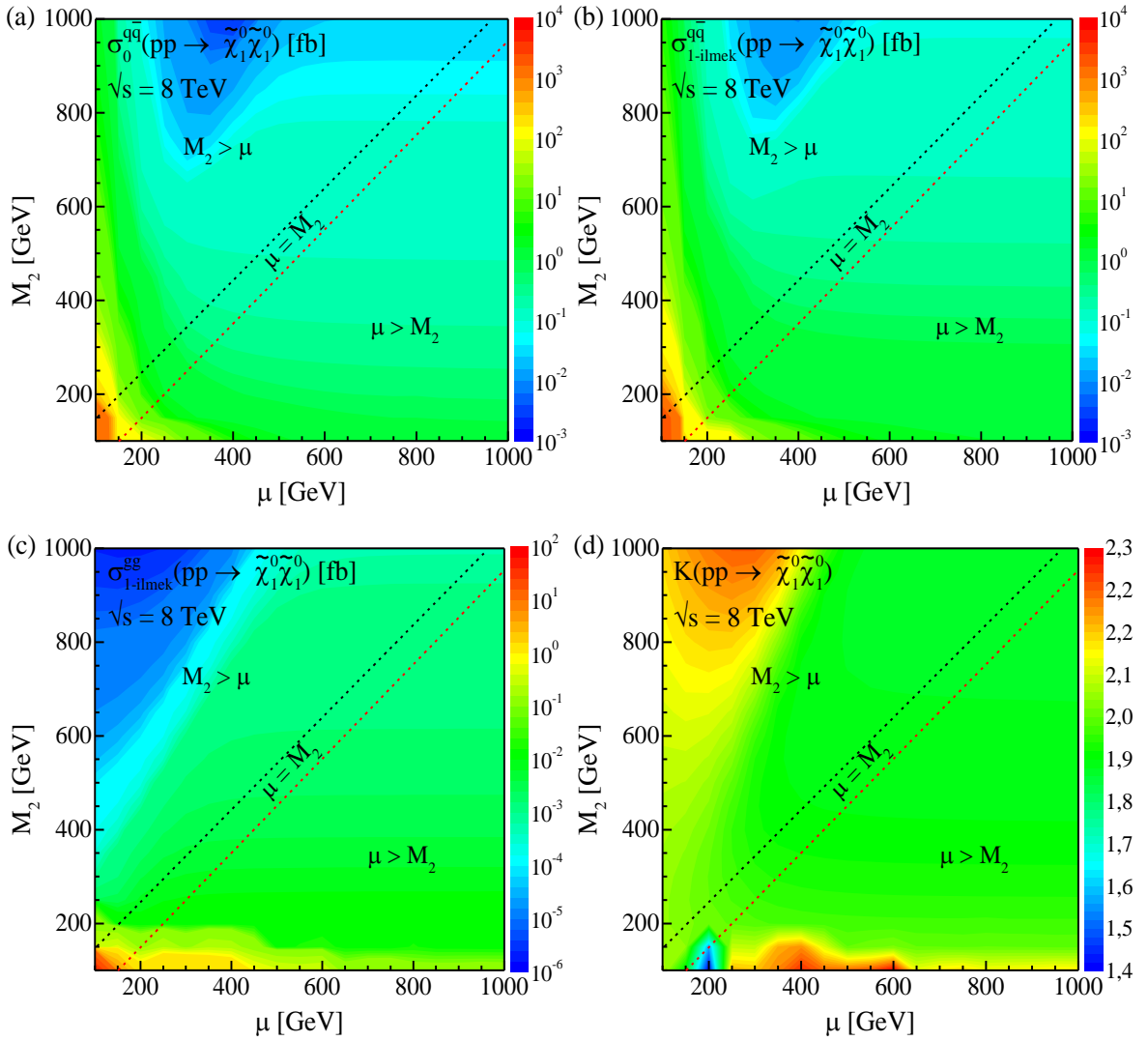
Şekil 40.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$  sürecinin ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin faktörizasyon ve renormalizasyon ölçeğine göre değişimi

$K$ -çarpanı,  $\mu_0$ 'ın değeri 10 katına çıktığında yaklaşık %11 azalmaktadır. Ayrıca  $K$ -çarpanının tüm senaryolar için,  $\mu_0$ 'ın değişimine duyarlı olduğu görülmekte olup  $\mu_0$ 'ın 100 GeV'den 1000 GeV'e artışı ile  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$  sürecinin  $K$ -çarpanının değeri GT'de 1.96'dan 1.74'e, KD'de 1.97'den 1.75'e ve HT'de 1.99'dan 1.76'ya düşüyor.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$ 'nin  $K$ -çarpanı ise, GT, KD ve HT'de sırasıyla 2.03'ten 1.80'e, 2.04'ten 1.80'e ve 2.04'ten 1.81'e azalan değerler alıyor. Son olarak,  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$  için  $K$ -çarpanının değeri, GT, KD ve HT'de sırasıyla 2.03'ten 1.79'a, 2.05'ten 1.81'e ve 2.06'dan 1.83'e azalıyor.

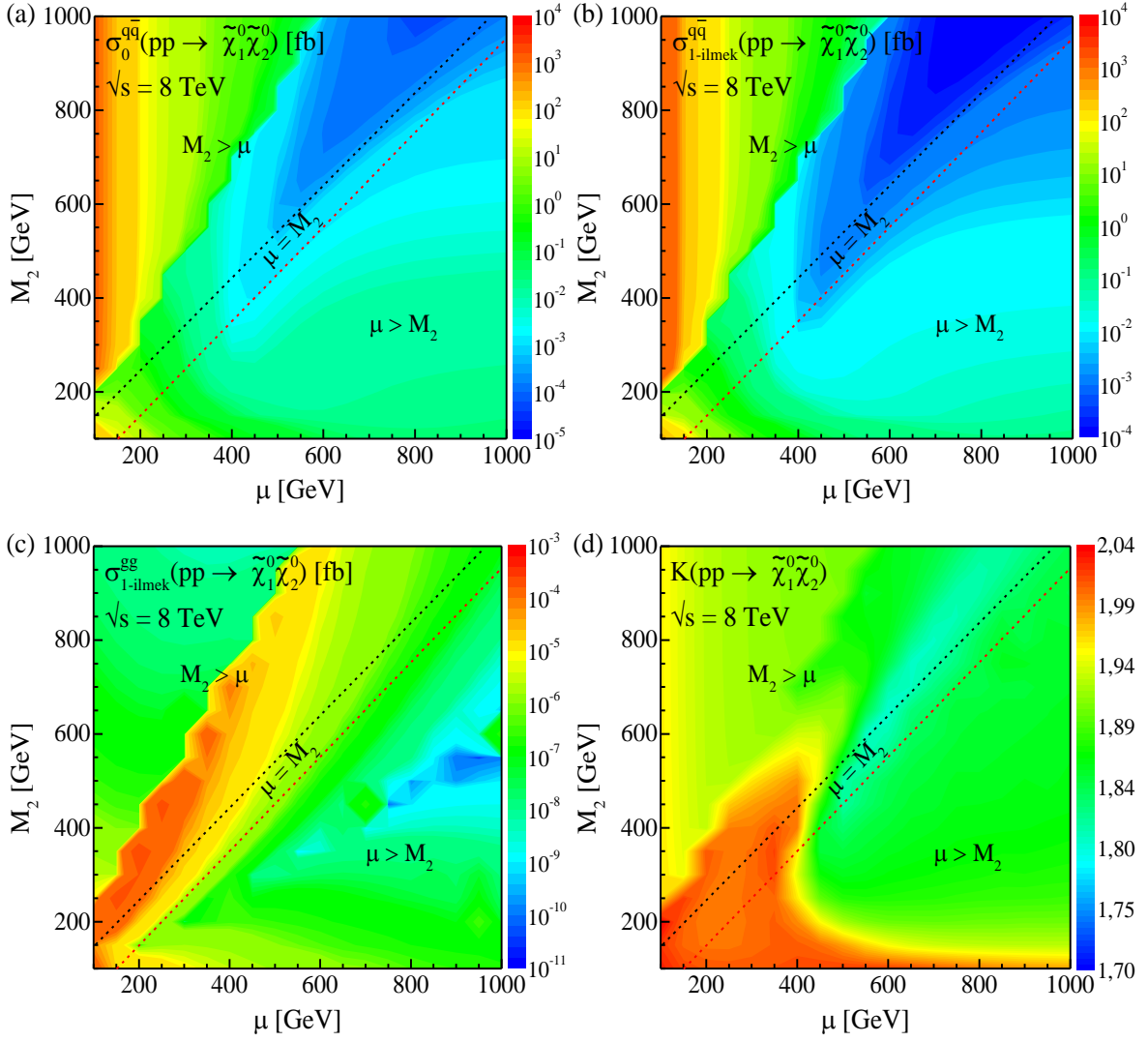
Buraya kadar verilen şekillerden (kütle merkezi enerjisi, skaler kuark kütlesi ve faktörizasyon ölçeği dağılımlarında), büyük ölçüde glüyonun parton dağılım fonksiyonlarının davranışından kaynaklı olarak  $\sigma_{1\text{-ilmek}}^{gg}$ 'in grafiğinin  $\sigma_{1\text{-ilmek}}^{q\bar{q}}$  grafiğinden daha büyük eğime sahip olduğu görülmektedir.

Nötralinoların kütleleri, karışım matrisi ve gaugino/higgsino bileşen katkıları (Şekil 27),  $M_2$  ve  $\mu$  parametrelerine kuvvetli bir şekilde bağlı olduğundan, üretim tesir kesitlerinin bu parametrelere göre değişiminin incelenmesi gerekir. Bunun için,  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$ ,  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$  ve  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$ 'nin ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitleri,  $M_1 = 5/3 \tan^2 \theta_W M_2$  ve

$\tan\beta=45$  olmak üzere  $M_2$  ve  $\mu$  parametreleri 100 GeV'den 1000 GeV'e 50 GeV aralıklarla artırılarak hesaplanıp, sonuçlar Şekil 41, Şekil 42 ve Şekil 43'te verilmiştir.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$  ve  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$  için ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitleri,  $\mu$ 'nün herhangi bir değerinde azalan  $M_2$  değerleri ile artarken,  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$  için  $M_2$ 'nin herhangi bir değerinde azalan  $\mu$  değerleri ile artıyor. Özellikle de  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$  ve  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$  için  $M_2 \lesssim 400$  GeV ile  $100 \lesssim \mu \lesssim 1000$  GeV, ve  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$  için ise  $\mu \lesssim 500$  GeV ile  $200 \lesssim M_2 \lesssim 1000$  GeV arasında kalan bölgelerde en büyük tesir kesiti değerlerine ulaşıyor.

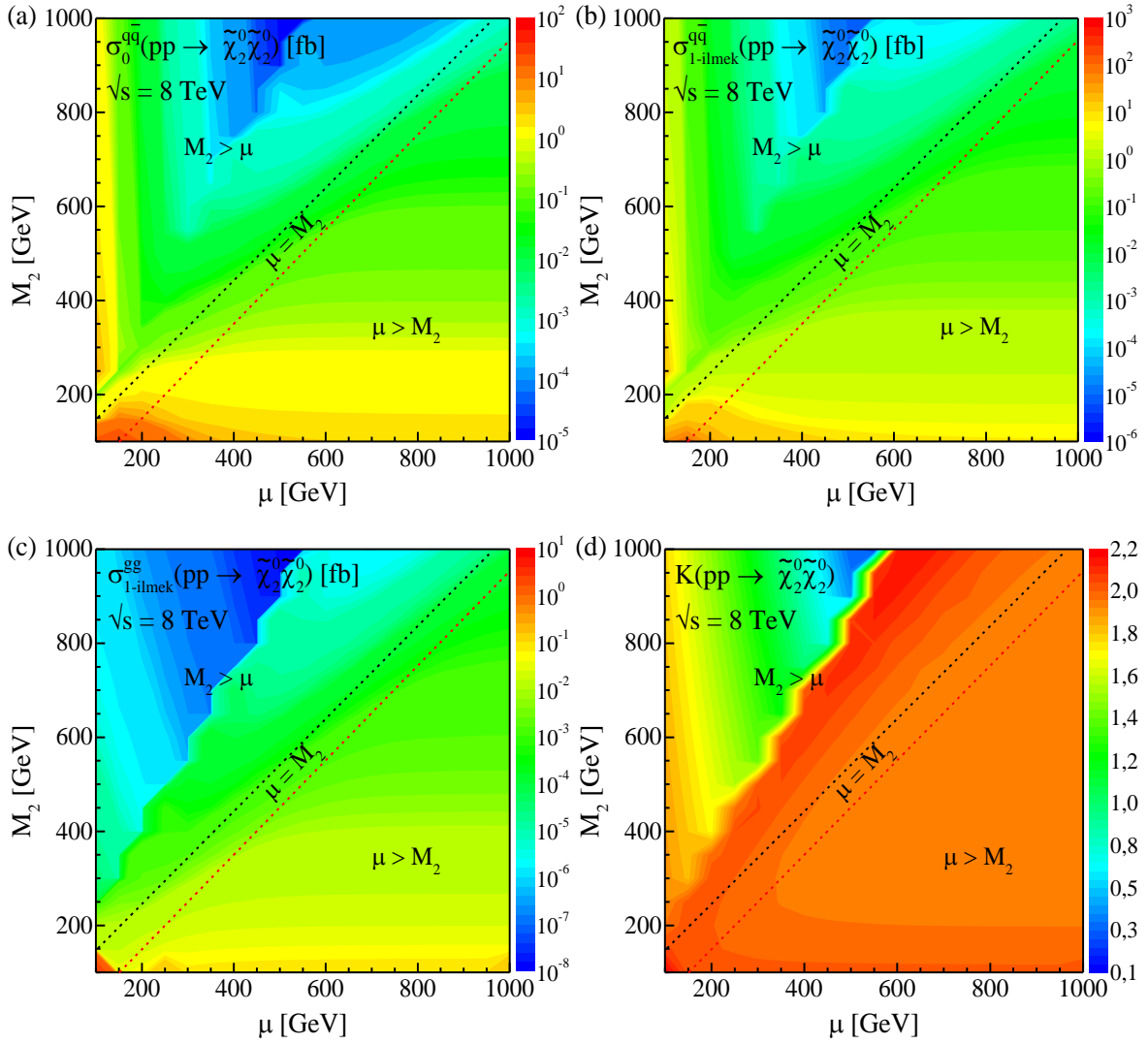


Şekil 41.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$  sürecinin a) ağaç-seviyesi, b)-c) tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin ve d)  $K$ -çarpanının  $M_2\mu$ -düzlemindeki değişimi



Şekil 42.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$  sürecinin a) ağaç-seviyesi, b)-c) tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin ve d)  $K$ -çarpanının  $M_2\mu$ -düzlemindeki değişimi

$K$ -çarpanının  $M_2$  ve  $\mu$  parametrelerinin değişimine oldukça duyarlı olduğu görülmekte olup en büyük değerlerine,  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$  için  $\mu \lesssim 500$  GeV ile  $400 \lesssim M_2 \lesssim 1000$  GeV arasında kalan bölgede,  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0$  için  $\mu \lesssim 500$  GeV ile  $M_2 \lesssim 500$  GeV arasında kalan bölgede, ve  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$  için ise  $\mu > M_2$  bölgesinde ulaşıyor.  $\mu = 200$  GeV için  $M_2$ 'nin 100 GeV'den 1000 GeV'e olan artışıyla,  $K(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0)$  1.45'ten 2.22'ye,  $K(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0)$  2.01'den 1.93'e ve  $K(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0)$  1.99'dan 1.44'e değişen değerler alıyor. Ayrıca,  $M_2 = 200$  GeV'de  $\mu$  parametresi 100 GeV'den 1000 GeV'e giderken;  $K(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0)$ 'in değeri 2.02'den 1.94'e,  $K(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0)$ 'nin değeri 2.03'ten 1.90'a ve  $K(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0)$ 'nin değeri 1.94'ten 1.93'e kadar azalıyor.



Şekil 43.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$  sürecinin a) ağaç-seviyesi, b)-c) tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin ve d)  $K$ -çarpanının  $M_2\mu$ -düzlemindeki değişimi

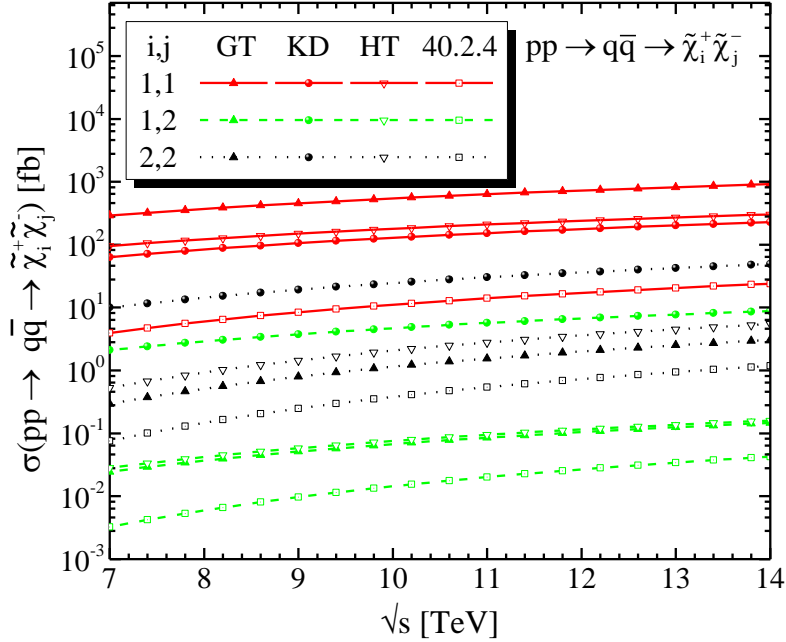
Buradaki sonuçlar Şekil 27 a) ve b) ile birlikte incelendiğinde, iki nötralinin üretim süreci için nötralinin türleri aynı olduğunda ( $i=j$ ) gaugino çiftlenimlerinin, farklı olduğunda ( $i \neq j$ ) ise higgsino çiftlenimlerinin daha büyük katkılara sahip olduğu anlaşılıyor.

### 3.2. İki Chargino Üretimi

Charginoların,  $\mu$ ,  $M_2$  ve  $\tan\beta$  temel süpersimetrik parametrelerini açık bir şekilde içeren kütle matrisine sahip olmaları ve (diğer süpersimetrik parçacıklara göre daha hafif ve elektrik yüklü olduklarından) çarpıştırıcılarda üretilmesi en muhtemel süpersimetrik parçacıklar arasında olmaları, chargino çift üretiminin incelenmesini oldukça önemli kılar.

Bu amaçla, MSSM'in izinli parametre bölgesi dikkate alınarak proton-proton çarpışmasında iki chargino üretim sürecinin tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine, skaler kuark kütesine, chargino kütesine ve  $M_2$ - $\mu$  parametrelerine göre değişimi inceleniyor.

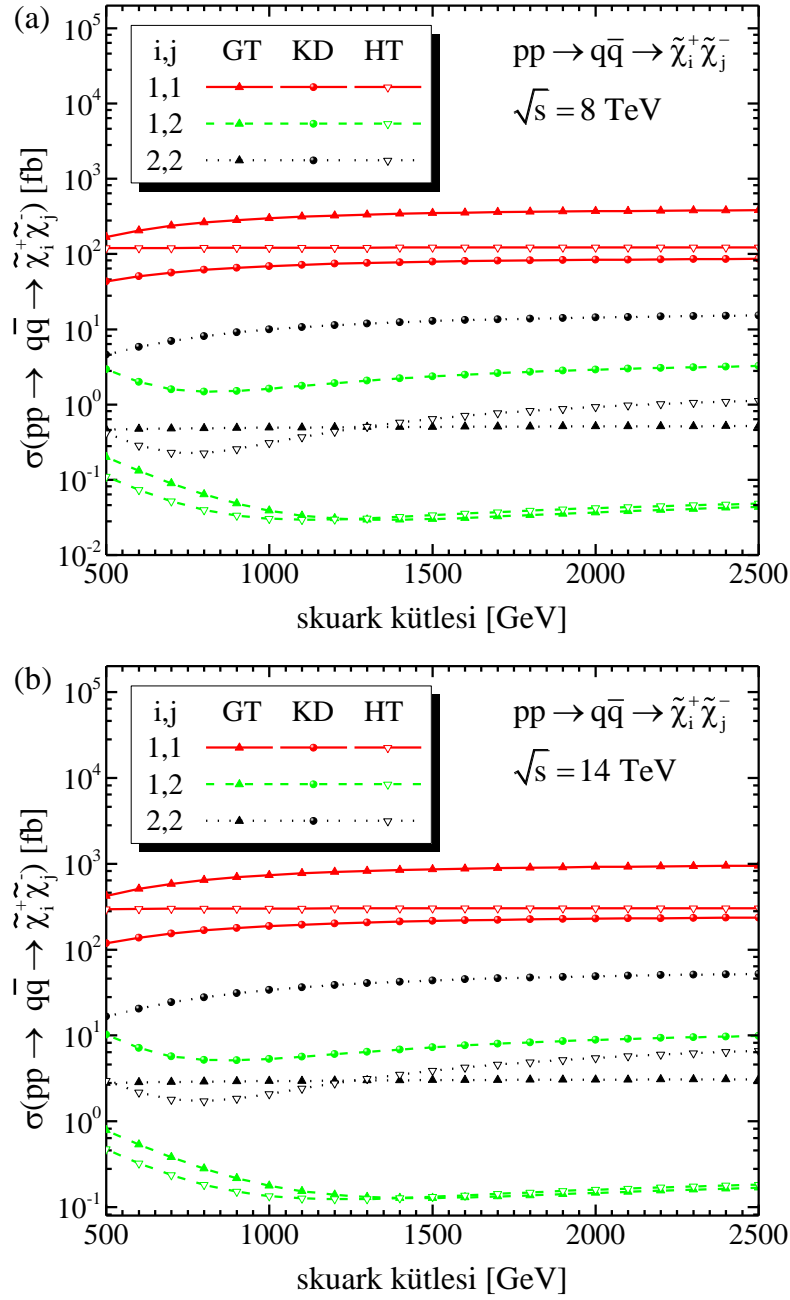
İki chargino üretim sürecinin toplam tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi Tablo 12'de verilen GT, KD, HT senaryoları ve Tablo 14'te verilen CMSSM 40.2.4 senaryosu için Şekil 44'te gösterilmekte olup kütle merkezi enerjisi arttıkça tesir kesiti yavaş ve düzgün bir şekilde arttığı görülmektedir.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-$ 'in tesir kesiti GT'de,  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_2^-$  ve  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-$ 'nin tesir kesitleri KD'de diğer senaryolara göre daha büyük değerlere sahip oluyor. Öyle ki  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-$  sürecinin tesir kesiti GT'de, HT, KD, ve CMSSM-40.2.4'teki değerlerden sırasıyla 2.03 kat, 3.20 kat ve 2 mertebe daha büyük olan değerlere ulaşıyor.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_2^-$  sürecinin tesir kesiti ise KD'de, HT ve GT'den sırasıyla ~60 ve ~65 kat, CMSSM-40.2.4'ten 2 mertebe daha büyük olan değerlere sahiptir. Son olarak  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-$  sürecinin tesir kesiti KD'de, HT ve GT'den yaklaşık 10 ve 20 kat, CMSSM-40.2.4'ten 2 mertebe civarında daha büyük olan değerlere sahiptir.



Şekil 44.  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^+ \tilde{\chi}_j^-$  sürecinin tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi

Ayrıca, tesir kesitleri  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_2^-)$  şeklinde sıralanmak üzere özellikle de  $\sqrt{s} = 14$  TeV için GT'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-) = 917.94$  fb ve KD'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-) = 49$  fb olmaktadır.

İki chargino üretim süreçlerinin toplam tesir kesitlerinin, GT, KD ve HT için  $\sqrt{s} = 8$  TeV ve 14 TeV'de, skaler kuark kütesinin 500 GeV'den 2500 GeV'e 50 GeV aralıklar ile



Şekil 45.  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^+ \tilde{\chi}_j^-$  sürecinin tesir kesitinin a)  $\sqrt{s} = 8$  TeV ve b) 14 TeV için skaler kuark kütesine göre değişimi

arttırıldığındaki değişimi Şekil 45'te verilmektedir. Skaler kuark kütlelerinin artışıyla, tüm senaryolarda olmak üzere  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-$  ve  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-$  süreçlerinin tesir kesitleri doğrudan artarken,  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_2^-$  sürecinin tesir kesiti yaklaşık  $m_{\tilde{q}} = 1200$  GeV'e kadar azalır sonra artmaktadır. Buradaki artışların sebebi, üretim sürecinde  $\hat{s}$ -kanalından gelen katkıların baskın olması ve skaler kuark kütlelerinin büyük değerleri için  $\hat{t}$  ile  $\hat{u}$ -kanallarından küçük katkılar gelmesidir. İki chargino üretim süreçleri arasında en büyük katkıya sahip süreçler  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-$  ve  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-$  olmak üzere  $m_{\tilde{q}} = 2500$  GeV ve  $\sqrt{s} = 14$  TeV için GT'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-) = 947.70$  fb ve KD'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-) = 52.02$  fb'dir.

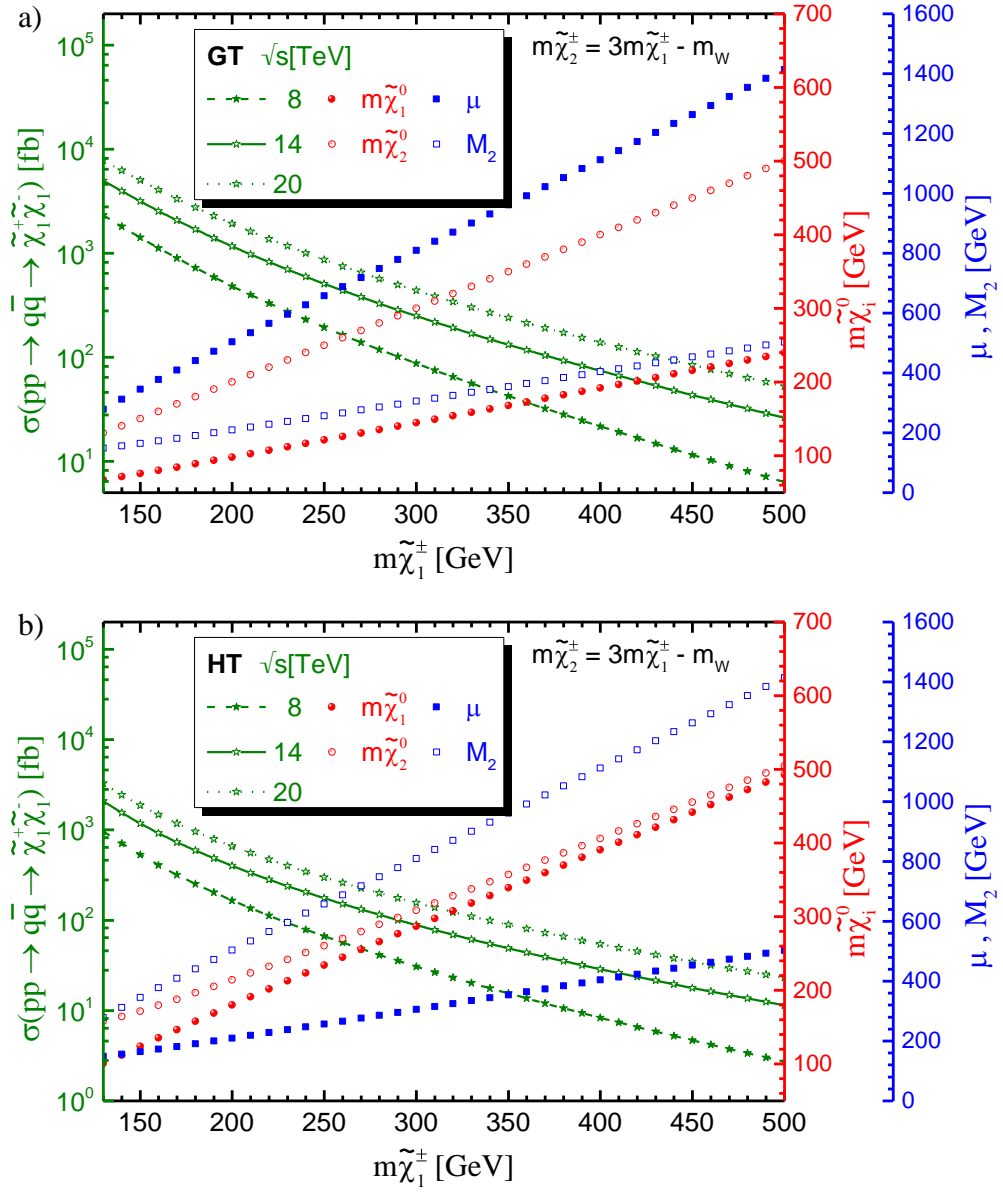
Daha kolay karşılaştırma yapılabilmesi amacıyla,  $\sqrt{s} = 8$  TeV ve 14 TeV'de farklı skaler kuark kütleleri için tesir kesitlerin değerleri Tablo 17'de veriliyor. Bu tablodan ve şekillerden anlaşılacağı üzere skaler kuark kütleleri 2 kat arttığında  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-)$ 'in değeri GT, KD ve HT için sırasıyla 1.24, 1.21 ve 1.01 katına,  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_2^-)$ 'nin değeri GT, KD ve HT için sırasıyla yaklaşık 1.1, 1.7 ve 1.3 katına ve  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-)$ 'nin değeri GT, KD ve HT için sırasıyla 1.04, 1.44 ve 3 katına çıkıyor.

Tablo 17.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_i^+ \tilde{\chi}_j^-$  sürecinin  $\sqrt{s} = 8$  TeV ve 14 TeV'de 1 TeV ve 2 TeV skaler kuark kütleleri için toplam tesir kesitleri

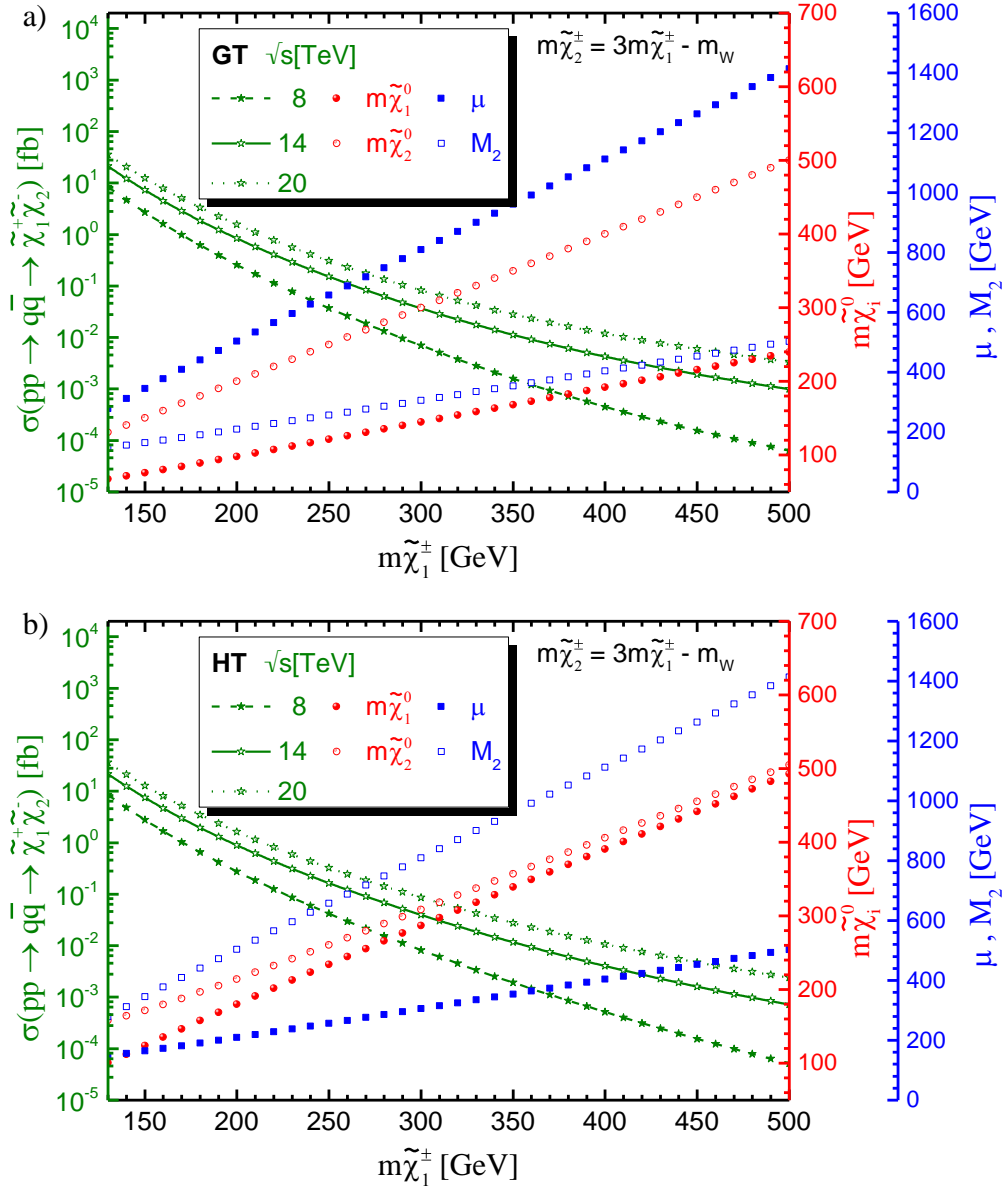
|    |                  |                       | $\sigma(pp \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \tilde{\chi}_i^+ \tilde{\chi}_j^-)$ [fb] |      |       |
|----|------------------|-----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|------|-------|
|    | $\sqrt{s}$ (TeV) | $m_{\tilde{q}}$ (TeV) | 1,1                                                                                  | 1,2  | 2,2   |
| GT | 8                | 1                     | 299.38                                                                               | 0.04 | 0.49  |
|    |                  | 2                     | 370.50                                                                               | 0.04 | 0.51  |
|    | 14               | 1                     | 737.16                                                                               | 0.18 | 2.94  |
|    |                  | 2                     | 917.94                                                                               | 0.15 | 3.06  |
| KD | 8                | 1                     | 69.12                                                                                | 1.62 | 9.94  |
|    |                  | 2                     | 83.78                                                                                | 2.91 | 14.35 |
|    | 14               | 1                     | 187.58                                                                               | 5.33 | 33.92 |
|    |                  | 2                     | 228.83                                                                               | 8.86 | 49.00 |
| HT | 8                | 1                     | 121.37                                                                               | 0.03 | 0.31  |
|    |                  | 2                     | 122.13                                                                               | 0.04 | 0.93  |
|    | 14               | 1                     | 301.21                                                                               | 0.14 | 2.09  |
|    |                  | 2                     | 303.25                                                                               | 0.16 | 5.48  |



$pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-$ ,  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_2^-$  ve  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-$  süreçlerinin GT ve HT’de  $\sqrt{s} = 8, 14$  ve  $20$  TeV için tesir kesitlerinin chargino kütesine göre değişimi sırasıyla Şekil 46, Şekil 47 ve Şekil 48’de gösteriliyor. Tesir kesitleri,  $M_1 = 5/3 \tan^2 \theta_W M_2$ ,  $M_{\text{SUSY}} = 2$  TeV,  $\tan \beta = 10$  ve  $m_{\tilde{\chi}_2^\pm} = 3m_{\tilde{\chi}_1^\pm} - m_W$  olmak üzere  $\tilde{\chi}_1^\pm$ ’nin kütesi  $130$  GeV’den  $500$  GeV’e kadar  $10$  GeV aralıklar ile artırılarak (2.63) ve (2.64)’ten elde edilen  $\mu$  ve  $M_2$  değerlerine göre hesaplanmış olup chargino kütesinin artışıyla önemli ölçülerde azalmaktadır. Şekillerden de görüleceği üzere, süreçlerin tesir kesitleri kütle merkezi enerjisi dağılımında olduğu gibi



Şekil 46.  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_1^- \tilde{\chi}_1^+$  sürecinin tesir kesitinin a) GT ve b) HT senaryolarında  $\sqrt{s} = 8, 14$  ve  $20$  TeV için chargino kütesine göre değişimi

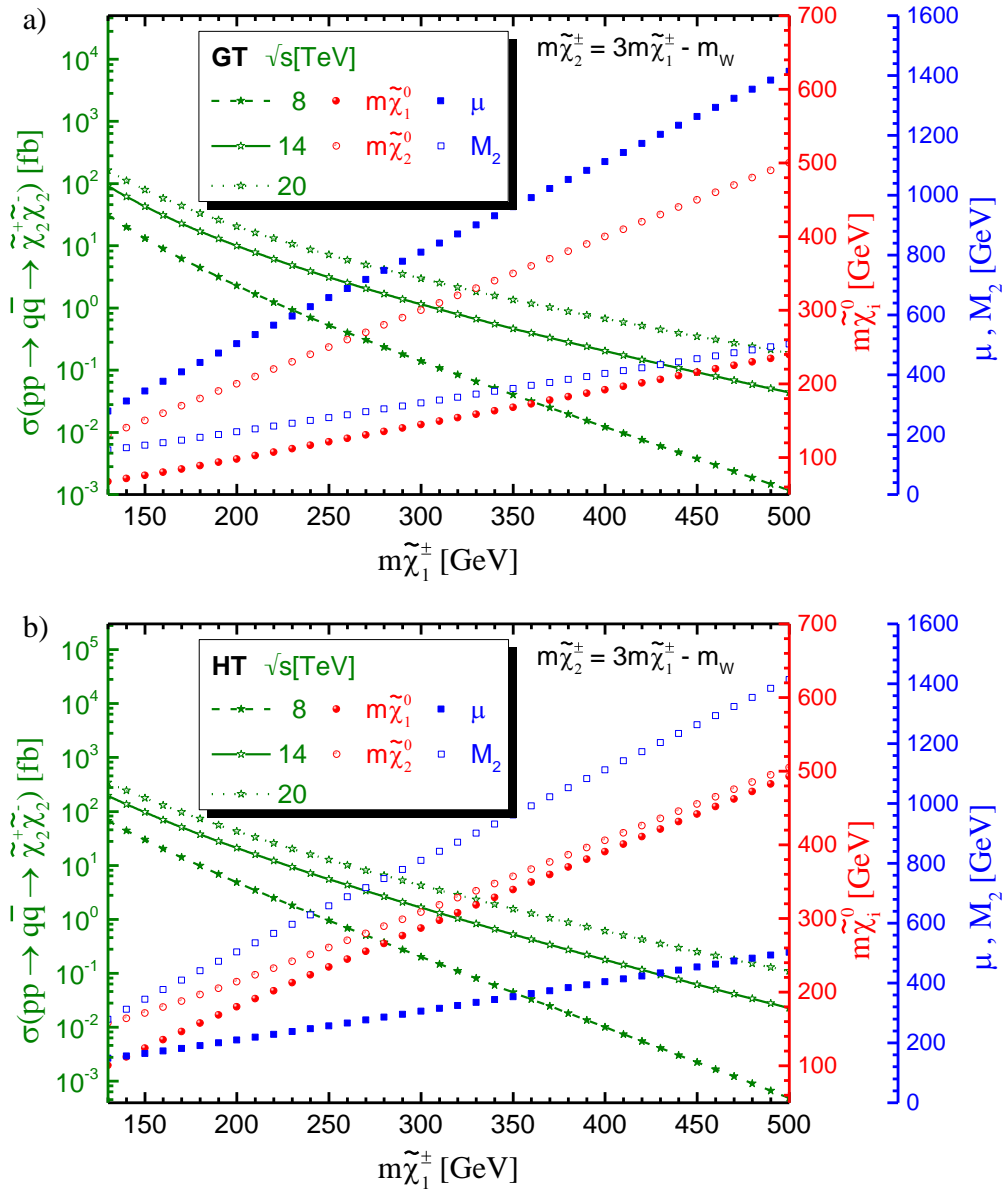


Şekil 47.  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_2^-$  sürecinin tesir kesitinin a) GT ve b) HT senaryolarında  $\sqrt{s} = 8, 14$  ve  $20$  TeV için chargino kütesine göre değişimi

$\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_2^-)$  şeklinde sıralanıyor. Bununla birlikte  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-)$ 'in değeri GT'de daha büyük olurken  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_2^-)$  ve  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-)$ 'nin değerleri HT'de daha büyük olmaktadır.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-$  sürecinin GT'deki tesir kesiti değerleri, HT'deki değerlerden yaklaşık 2.3-2.8 kat büyüktür.  $m_{\tilde{\chi}_1^\pm} = 150$  GeV olmak üzere  $\sqrt{s} = 14$  (20) TeV için GT'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-) = 3.15$  (5.02) pb ve HT'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-) = 1.17$  (1.87) pb oluyor.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_2^-$  sürecinin HT'deki tesir kesiti değerleri ise, GT'deki değerlerinin

yaklaşık 0.71-1.20 katıdır.  $m_{\tilde{\chi}_1^\pm} = 150$  GeV olmak üzere  $\sqrt{s} = 14$  (20) TeV için GT'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_2^-) = 7.24$  (12.46) fb ve HT'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_2^-) = 7.46$  (12.80) fb oluyor.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-$  sürecinin HT'deki tesir kesiti değerleri, GT'deki değerlerinin yaklaşık 0.42 ile 2.26 katı büyüktür.  $m_{\tilde{\chi}_1^\pm} = 150$  GeV olmak üzere  $\sqrt{s} = 14$  (20) TeV için GT'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-) = 42.90$  (79.04) fb ve HT'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-) = 96.58$  (177.32) fb oluyor.

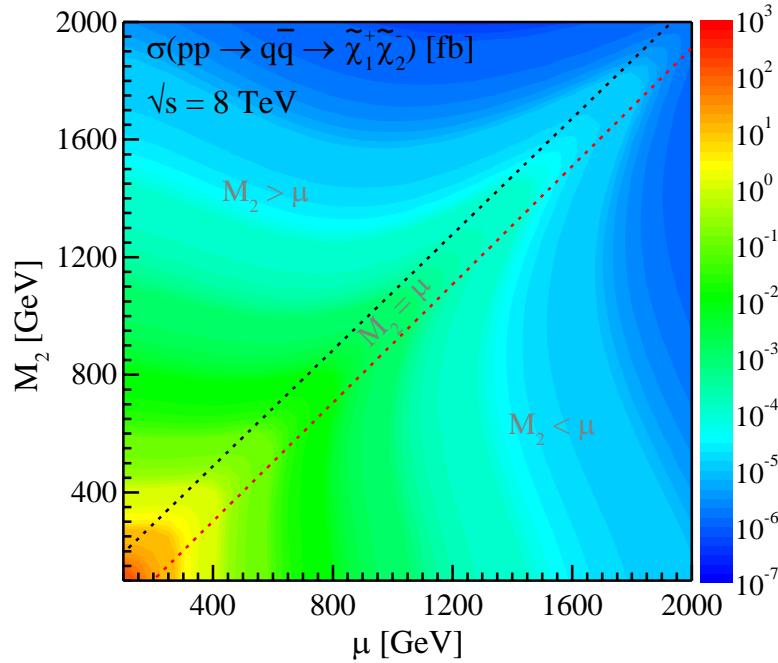
Şekil 31 a) ve b) gösterildiği üzere GT'de  $\tilde{\chi}_1^\pm$ 'in gaugino ve  $\tilde{\chi}_2^\pm$ 'nin higgsino bileşeni



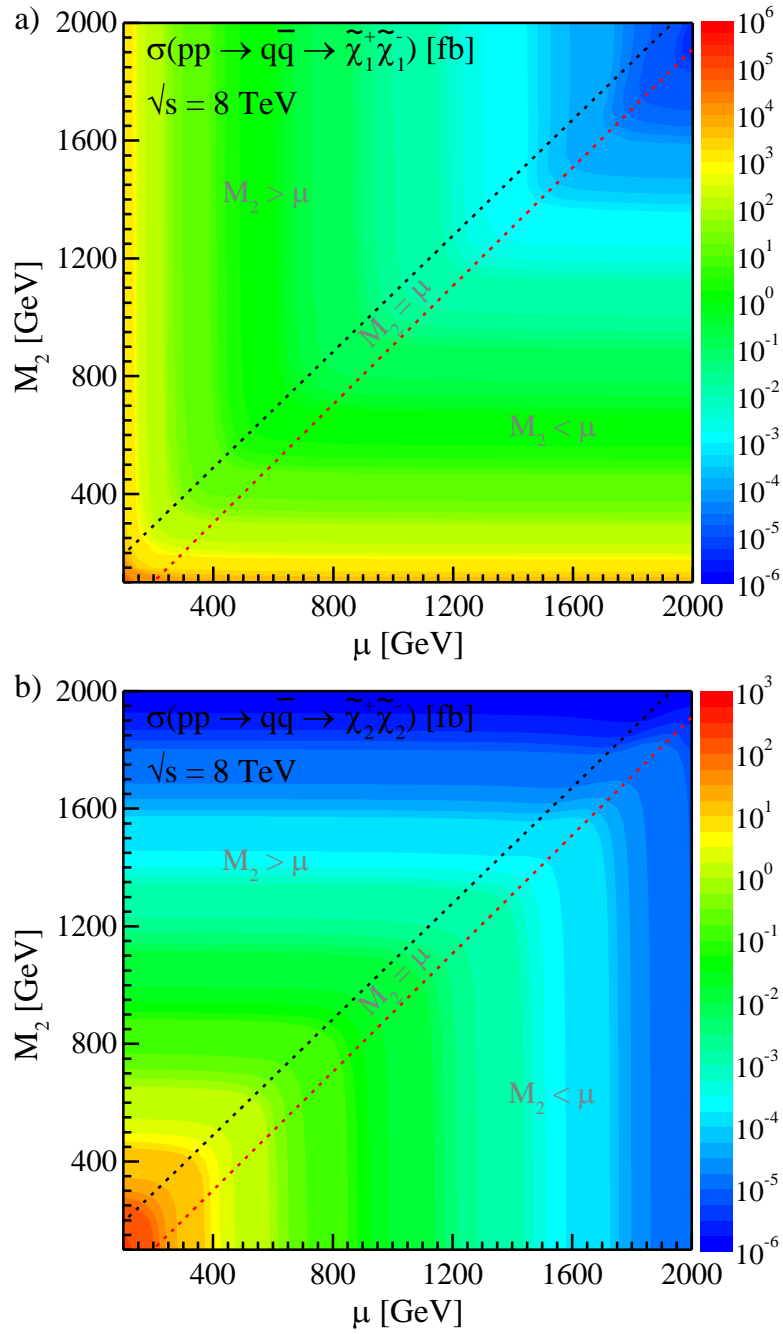
Şekil 48.  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-$  sürecinin tesir kesitinin a) GT ve b) HT senaryolarında  $\sqrt{s} = 8, 14$  ve  $20$  TeV için chargino kütlesine göre değişimi

baskınken, HT'de  $\tilde{\chi}_1^+$ 'in higgsino ve  $\tilde{\chi}_2^+$ 'nin gaugino bileşeninin baskın olmasından yola çıkılarak, charginoların üretim tesir kesitlerinde gaugino çiftlenimlerinin daha büyük katkılara sahip olduğu söylenebilir. Başka bir deyişle, charginoların gaugino bileşenleri baskın olduğunda, tesir kesitleri için daha büyük değerler elde edilir. O halde, gaugino-türü charginolar içeren  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_i^+ \tilde{\chi}_j^-$  sürecinin, çarpıştırıcılarda gözlenme olasılığı daha fazladır.

Charginoların kütleleri, karışım matrisleri ve gaugino/higgsino bileşen katkıları (Şekil 28 ve Şekil 29'da gösterildiği gibi),  $M_2$  ve  $\mu$  parametrelerine kuvvetli bir şekilde bağlı olduğundan, üretim tesir kesitinin bu parametrelere göre değişimin incelenmesi önemlidir. İki chargino üretiminin tesir kesiti,  $M_1 = 5/3 \tan^2 \theta_W M_2$ ,  $M_{\text{SUSY}} = 2$  TeV ve  $\tan \beta = 10$  olmak üzere  $M_2$  ve  $\mu$  parametreleri 100 GeV'den 2000 GeV'e 50 GeV aralıklarla artırılarak hesaplanmış olup, sonuçlar Şekil 49 ve Şekil 50'de gösterilmektedir. Bu şekillerden görüldüğü üzere,  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-$ 'in tesir kesiti,  $M_2 > \mu$  bölgesinde azalan  $\mu$  değerleri ve  $M_2 < \mu$  bölgesinde azalan  $M_2$  değerleri ile artıyor.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_2^-$  ve  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-$ 'nin tesir kesitleri ise  $M_2 > \mu$  bölgesinde azalan  $M_2$  değerleri ve  $M_2 < \mu$  bölgesinde azalan  $\mu$  değerleri ile artıyor. Özellikle de,  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-)$ 'in değeri,  $M_2 > \mu$  için  $\mu \lesssim 700$  GeV ve  $M_2 \leq \mu$  için  $M_2 \lesssim 700$  GeV ile sınırlanan bölgede daha büyük olurken,  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_2^-)$  ve



Şekil 49.  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_2^-$  sürecinin tesir kesitinin  $M_2\mu$ -düzlemindeki değişimi



Şekil 50. a)  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-$  ve b)  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-$  süreçleri için tesir kesitin  $M_2\mu$ -düzlemindeki değişimi

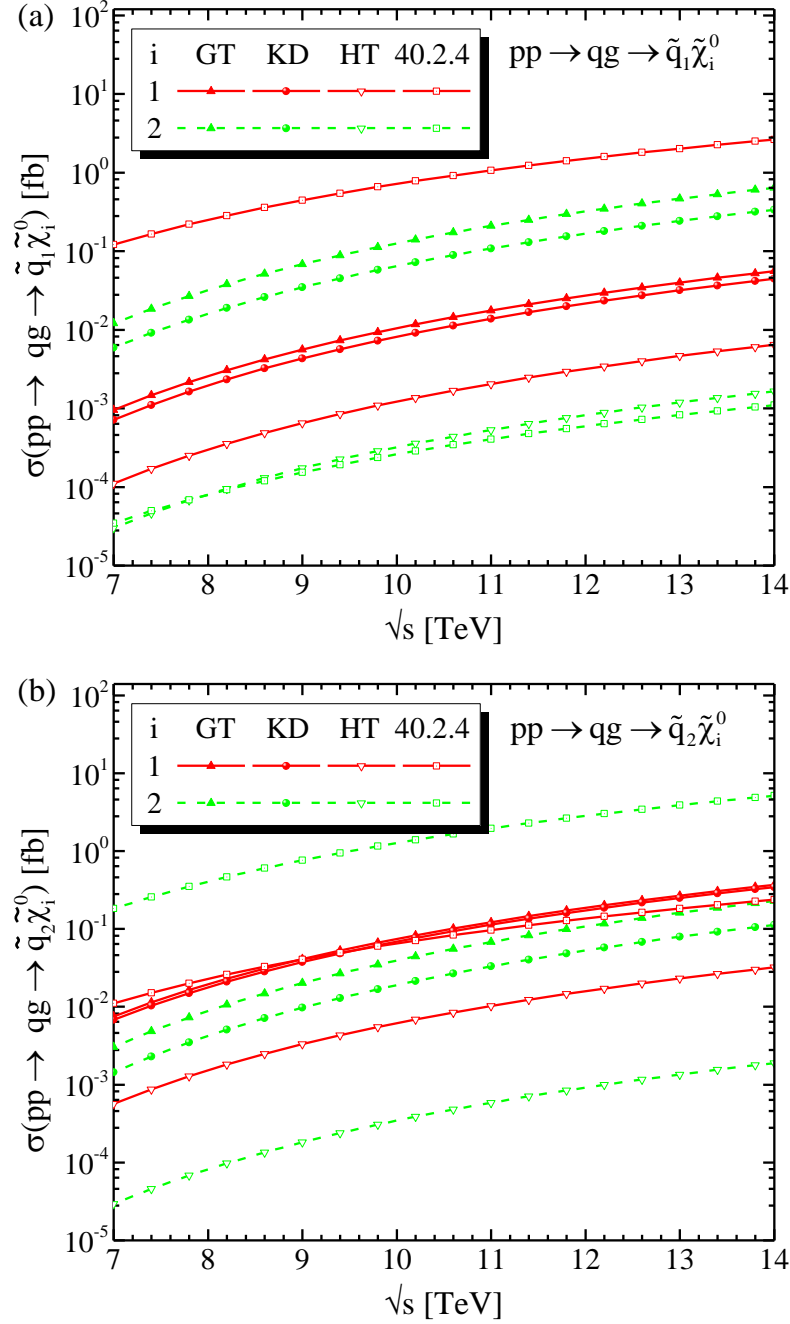
$\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-)$ 'nin değerleri  $M_2 > \mu$  için  $M_2 \lesssim 700 \text{ GeV}$  ve  $M_2 \leq \mu$  için  $\mu \lesssim 700 \text{ GeV}$  ile sınırlanan bölgede daha büyük olmaktadır.  $\tilde{\chi}_1^\pm$ 'in gaugino (higgsino) bileşenini baskın yapan  $\mu$  ve  $M_2$  değerlerinde  $\tilde{\chi}_2^\pm$ 'nin higgsino (gaugino) bileşeninin baskın (Şekil 28 ve Şekil 29'a bkz) olmasından dolayı,  $M_2\mu$ -düzleminde  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-$  ile  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-$  süreçlerinin tesir kesitleri birbirlerinin tersi davranış göstermektedir.

### 3.3. Tek Nötralinin Üretimi

$R$ -parite korunumlu modellerde,  $\tilde{\chi}_1^0$ 'in EHSP olması durumunda KM adayı olarak öngörüldüğü bilinmektedir. Şüphesiz ki bu öngörü, doğrudan ( $\tilde{\chi}_1^0 N \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 N$  elastik saçılması için) ya da dolaylı (nötralinin-nötralinin yok olma süreçleri için) metotlar kullanılarak yapılan KM'nin deneysel araştırmalarında doğrulandığında önem kazanabilir. Ancak, doğrulansa bile MSSM'in parametre uzayının büyüklüğü nötralinin özelliklerinde büyük belirsizliklere sebep olduğundan, yüksek enerjili hadron ve lepton çarpıştırıcılarında nötralinin üretimleri aracılığıyla nötralinin özelliklerinin belirlenmesi gerekecektir (Gounaris vd., 2005). Proton-proton çarpışmasında iki nötralinin üretiminin yanısıra nötralinin ile diğer süpersimetrik parçacıkların üretimlerinden nötralininler hakkında önemli bilgiler elde edilebilir. Bu amaçla, MSSM'in izinli parametre bölgesi dikkate alınarak proton-proton çarpışmasında  $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_k \tilde{\chi}_i^0$ ,  $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^+$ ,  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_i^0$  ve  $pp(gg) \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_i^0$  (tek-ilmek seviyesinde) süreçlerinin tesir kesitlerinin kütle merkezi enerjisine, skaler kuark kütesine, glüino kütesine, chargino kütesine ve  $M_2$ - $\mu$  parametrelerine göre değişimi incelenmektedir.

#### 3.3.1. $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_k \tilde{\chi}_i^0$ Süreci

$pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_k \tilde{\chi}_i^0$  ( $k, i=1, 2$ ) sürecinin tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi Tablo 12'de verilen GT, KD, HT senaryoları ve Tablo 14'te verilen CMSSM-40.2.4 senaryosu için Şekil 51'de gösterilmekte olup, kütle merkezi enerjisi arttıkça tesir kesitinin her bir senaryo için yavaş ve düzgün bir şekilde arttığı görülüyor. Şekil 51 a)'dan görüleceği üzere  $pp \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_1^0$ 'in tesir kesiti CMSSM-40.2.4'te, GT ve KD'den 2 merteye ve HT'den 3 merteye civarında büyüktür.  $pp \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_2^0$ 'nin tesir kesiti GT'de, KD'den yaklaşık %95, HT ve CMSSM-40.2.4'ten ise 2 merteye daha büyük olan değerlere ulaşıyor. Şekil 51 b)'de gösterildiği gibi  $pp \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_1^0$ 'in tesir kesiti GT'te KD, HT ve CMSSM-40.2.4'ten sırasıyla %9, 11 kat ve %19 daha büyük olan değerlere sahiptir.  $pp \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_2^0$ 'nin tesir kesiti ise CMSSM-40.2.4'te GT, KD ve HT'den sırasıyla yaklaşık 30 kat, 60 kat ve 3 merteye daha büyük olan değerlere ulaşıyor. CMSSM-40.2.4 dışında tesir kesitinin en büyük değerleri GT'de elde edilmekte olup özellikle de  $\sqrt{s} = 14$  TeV için  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_1^0) = 0.06$  fb,

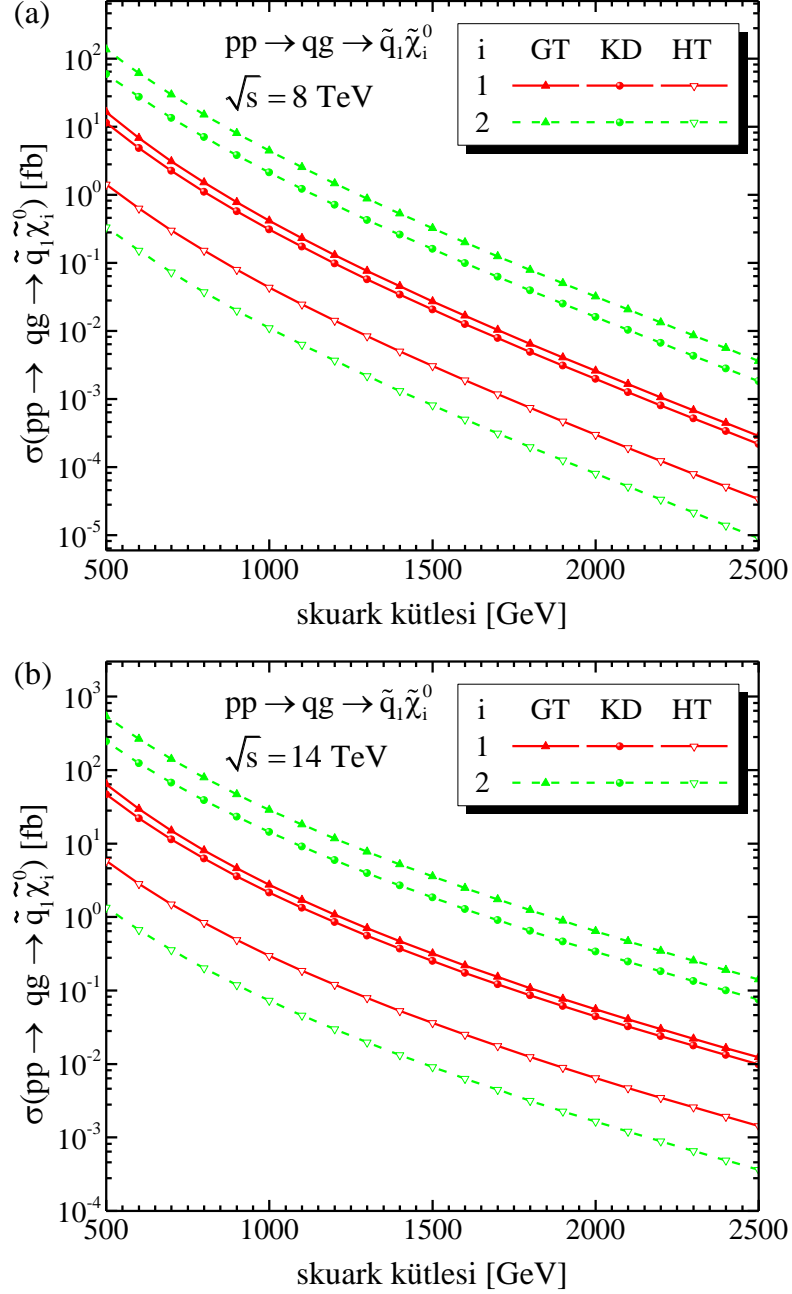


Şekil 51. a)  $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_1^0$  ve b)  $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_1^0$  süreçleri için tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi

$\sigma(pp \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_2^0) = 0.64$  fb,  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_1^0) = 0.37$  fb ve  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_2^0) = 0.23$  fb'dir.

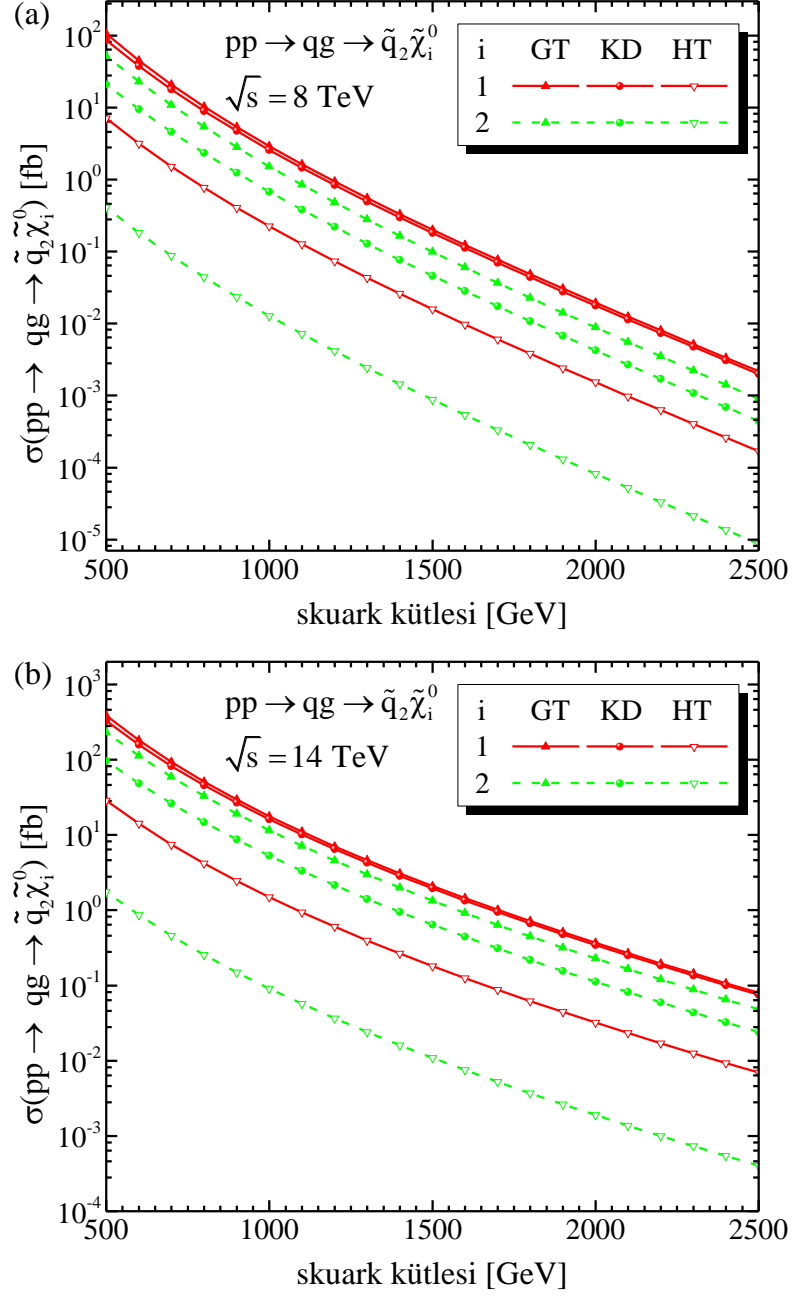
GT, KD ve HT için  $\sqrt{s} = 8$  ve 14 TeV'de, skaler kuark kütesinin 500 GeV'den 2500 GeV'e kadar (50 GeV aralıklar ile) artırılmasıyla tesir kesitinde ortaya çıkan değişimler  $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_1^0$  için Şekil 52'de ve  $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_1^0$  için Şekil 53'te gösterilmekte olup, beklenildiği gibi skaler kuark kütesinin artışıyla tesir kesiti önemli ölçülerde azalmaktadır.

Öyle ki, skaler kuarkın kütlesi 5 kat arttığında, tesir kesiti  $\sqrt{s} = 8$  TeV için  $\sim 10^5$  merteye ve  $\sqrt{s} = 14$  TeV için  $\sim 10^3$  merteye azalmaktadır. Hem  $pp \rightarrow \tilde{q}_k \tilde{\chi}_1^0$  hem de  $pp \rightarrow \tilde{q}_k \tilde{\chi}_2^0$  sürecinin tesir kesitleri senaryolara göre  $\sigma(\text{GT}) > \sigma(\text{KD}) > \sigma(\text{HT})$  şeklinde sıralanıyor. Buna göre, nötrينو-skaler kuark üretiminde gaugino çiftlenimlerinin katkısı daha fazladır.



Şekil 52.  $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_k \tilde{\chi}_i^0$  sürecinin tesir kesitinin a)  $\sqrt{s} = 8$  TeV ve b) 14 TeV için skaler kuark kütlesine göre değişimi



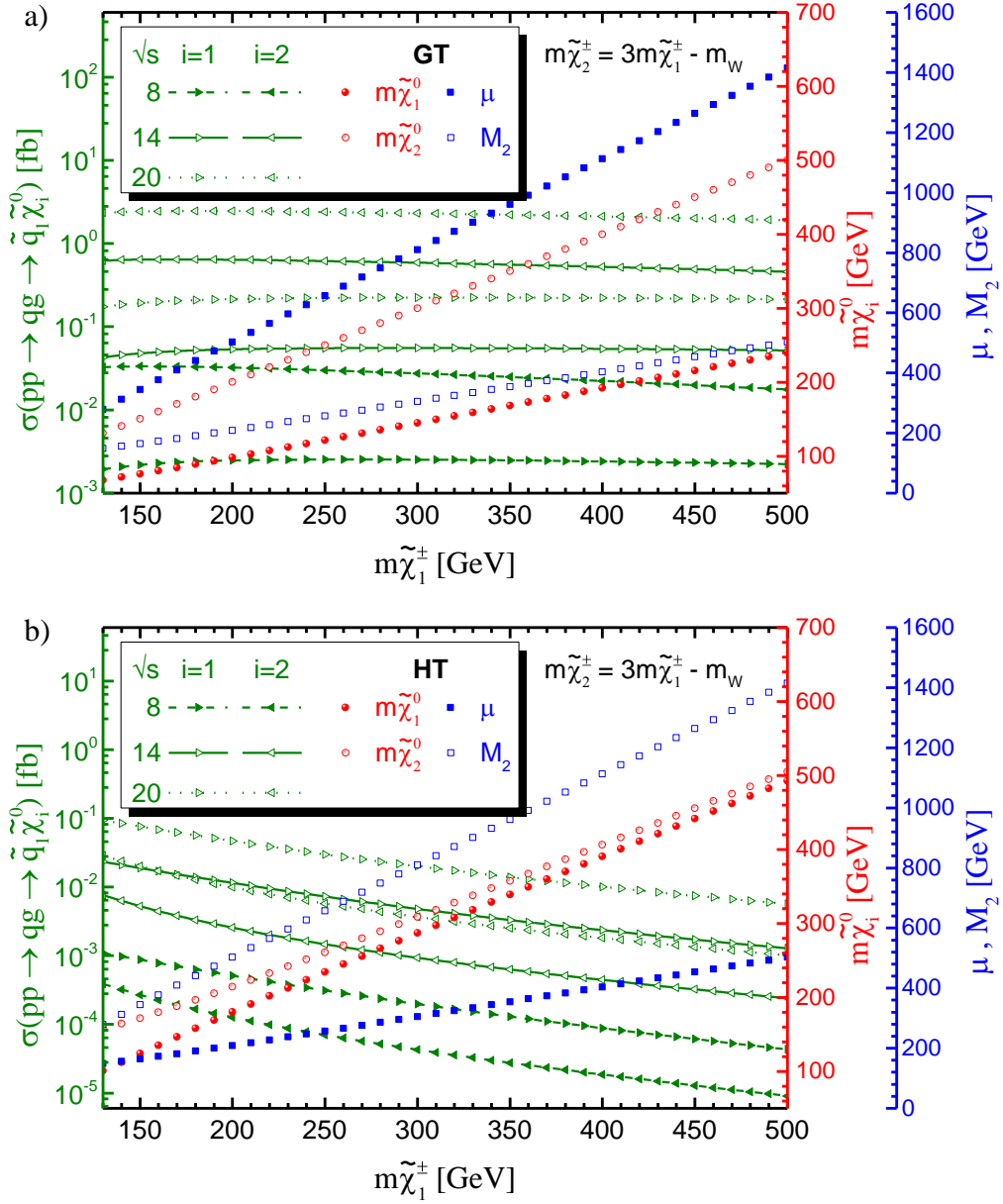


Şekil 53.  $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_i^0$  sürecinin tesir kesitinin a)  $\sqrt{s} = 8$  TeV ve b) 14 TeV için skaler kuark kütesine göre değişimi

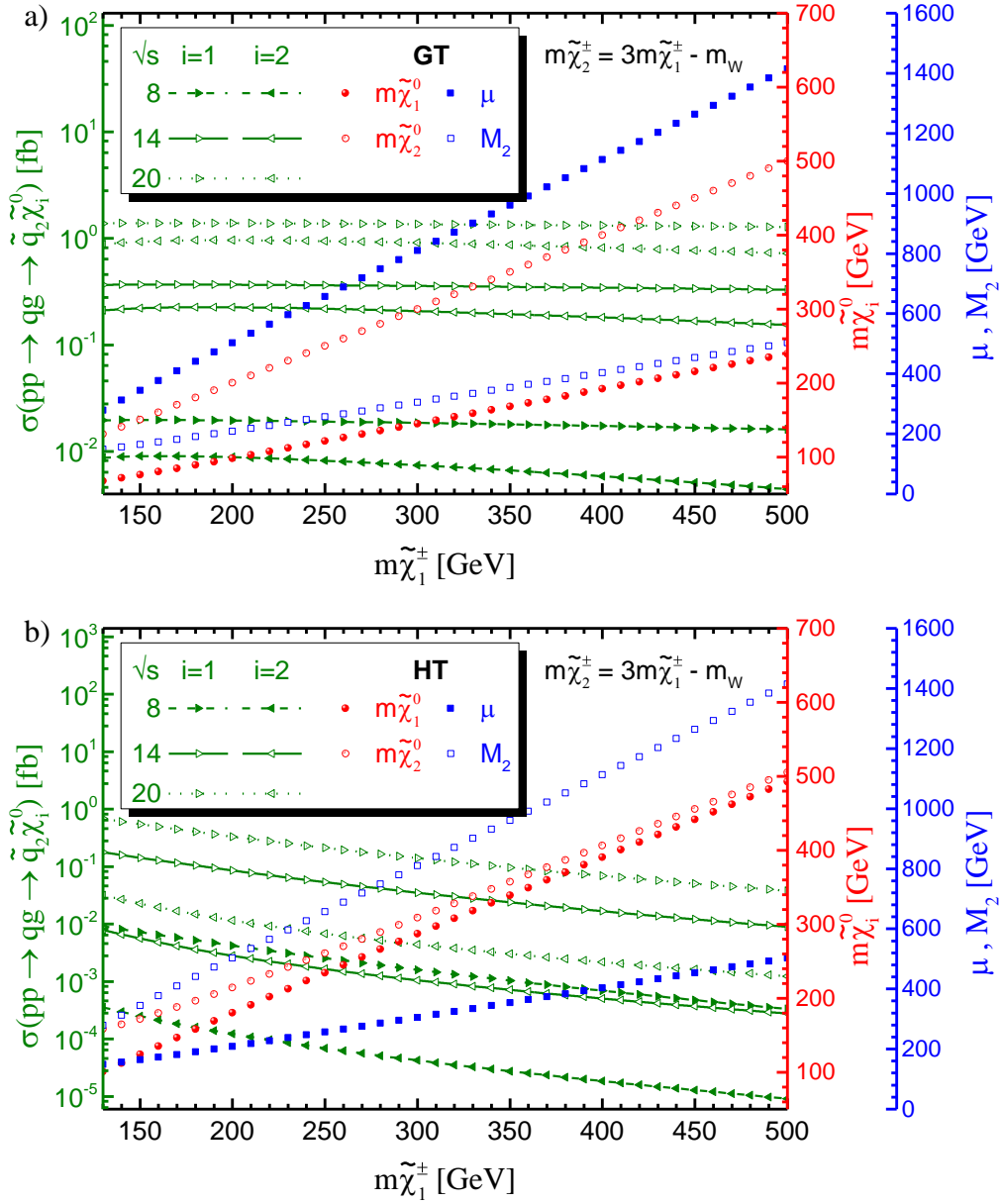
Tablo 18’de verildiği üzere en büyük tesir kesiti değerleri  $pp \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_2^0$  ve  $pp \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_1^0$  süreçlerinde elde edilmekte olup, özellikle de  $m_{\tilde{q}} = 1000$  GeV ve  $\sqrt{s} = 14$  TeV için GT’de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_2^0) = 28.62$  fb ve  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_1^0) = 17.72$  fb olmaktadır.

$pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_k \tilde{\chi}_i^0$  sürecinin tesir kesiti GT ve HT senaryoları için,  $M_1 = 5/3 \tan^2 \theta_W M_2$ ,  $M_{\text{SUSY}} = 2$  TeV ve  $\tan \beta = 10$  olmak üzere  $\tilde{\chi}_1^\pm$ ’in kütesinin 130 GeV’den 500 GeV’e kadar

10 GeV aralıklar ile artırılarak hesaplanmış olup, sonuçlar Şekil 54 ve Şekil 55'te gösteriliyor. Şekillerden görüleceği gibi, tesir kesiti her iki senaryo için chargino kütlelerinin artışıyla azalmaktadır. GT için  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_2^0) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_1^0) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_2^0) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_1^0)$  ve HT için  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_1^0) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_1^0) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_2^0) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_2^0)$  olmak üzere GT'de daha büyük değerler elde ediliyor. Örneğin;  $m_{\tilde{\chi}_1^\pm} = 150$  GeV ve  $\sqrt{s} = 14$  (20) TeV için, GT'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_2^0) = 0.64$  (2.43) fb ve  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_1^0) = 0.37$  (1.39) fb oluyor.



Şekil 54.  $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_i^0$  sürecinin tesir kesitinin a) GT ve b) HT senaryolarında  $\sqrt{s} = 8, 14$  ve 20 TeV için chargino kütlelerine göre değişimi

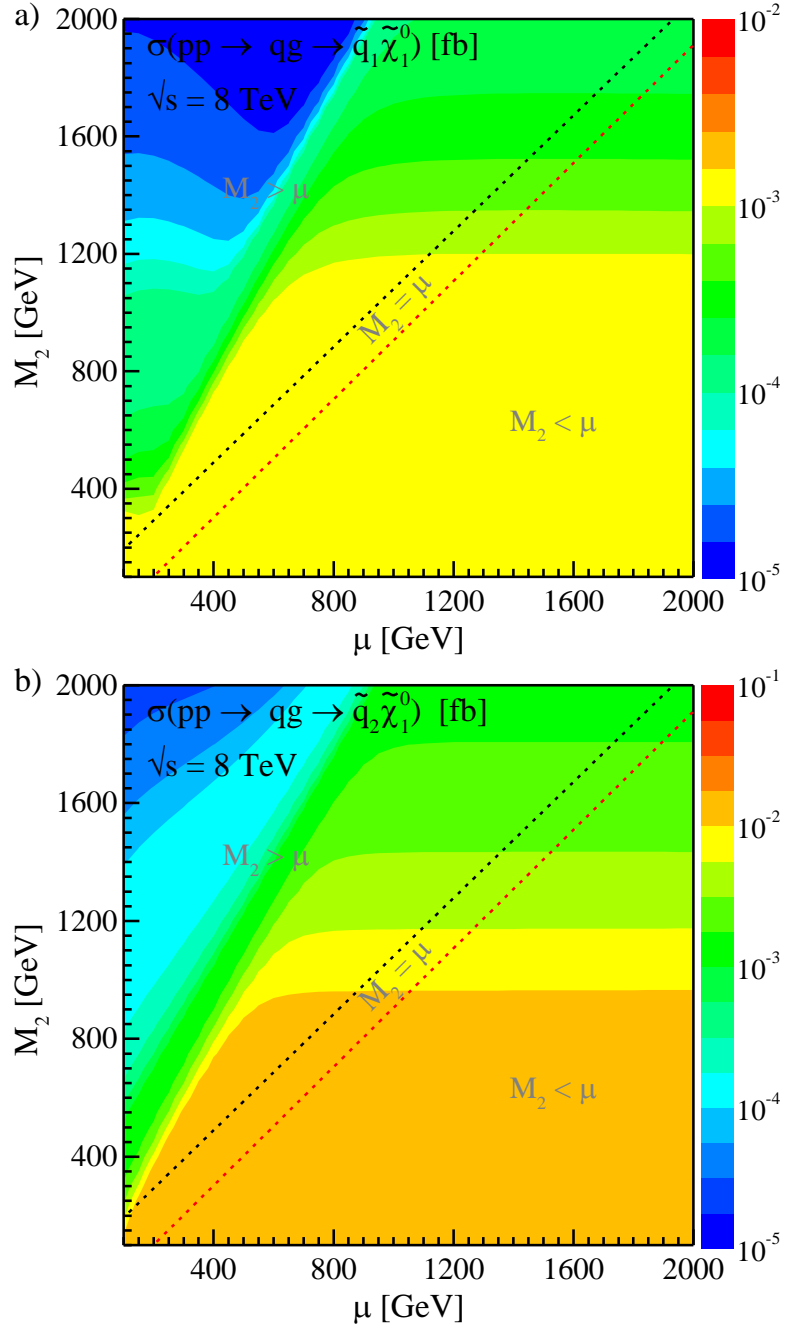


Şekil 55.  $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_i^0$  sürecinin tesir kesitinin a) GT ve b) HT senaryolarında  $\sqrt{s} = 8, 14$  ve  $20$  TeV için chargino kütlesine göre değişimi

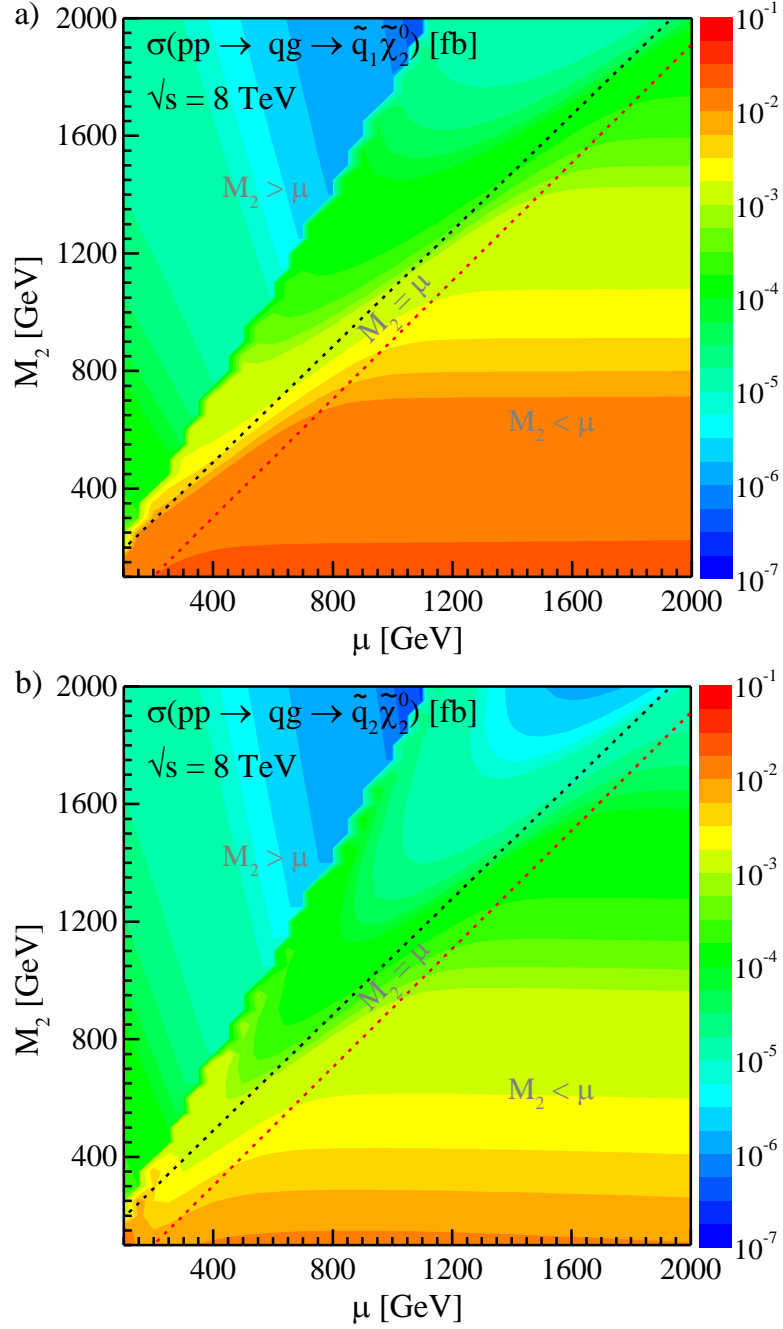
GT’de  $\tilde{\chi}_1^0$  ve  $\tilde{\chi}_2^0$ ’nin gaugino bileşenlerinin baskın (Şekil 30’a bkz) olmasından yola çıkılarak, nötralinö-skaler kuark üretimi için gaugino çiftlenimlerinin daha büyük katkılara sahip olduğu ifade edilebilir. O halde, gaugino-türü nötralinö içeren  $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_k \tilde{\chi}_i^0$  sürecinin, çarpıştırıcılarda gözlenme olasılığı daha fazladır.

Tesir kesiti,  $M_1 = 5/3 \tan^2 \theta_W M_2$ ,  $M_{\text{SUSY}} = 2$  TeV ve  $\tan \beta = 10$  olmak üzere  $M_2$  ve  $\mu$  parametreleri  $100$  GeV’den  $2000$  GeV’e kadar  $50$  GeV aralıklarla değiştirilerek hesaplanmış olup, sonuçlar  $pp \rightarrow \tilde{q}_k \tilde{\chi}_1^0$  için Şekil 56’da ve  $pp \rightarrow \tilde{q}_k \tilde{\chi}_2^0$  için Şekil 57’de

verilmektedir. Tesir kesitinin, azalan  $M_2$  değerleri ve artan  $\mu$  değerleri ile çoğunlukla arttığı görülüyor. Son durumdaki nötralinosu aynı olan süreçler için tesir kesitlerindeki değişimin benzer olması, nötralinoların bileşen katkılarından kaynaklanır. Şekillerden görüldüğü gibi



Şekil 56. a)  $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_1^0$  ve b)  $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_1^0$  süreçleri için tesir kesitinin  $M_2\mu$ -düzlemindeki düzlemindeki değişimi

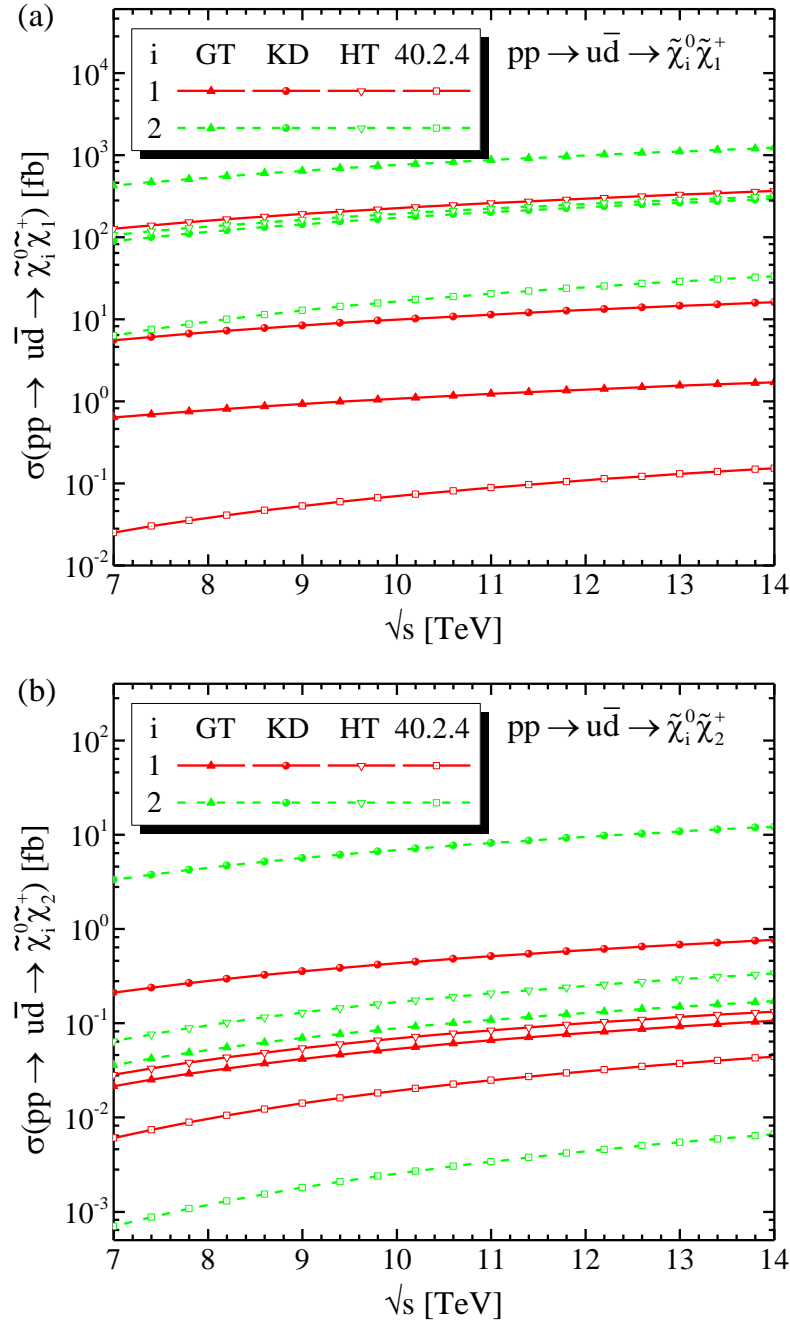


Şekil 57. a)  $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_2^0$  ve b)  $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_2^0$  süreçleri için tesir kesitinin  $M_2\mu$ -düzlemindeki değişimi

en büyük tesir kesiti değerleri, nötralinoların gaugino bileşen katkılarının baskın olduğu  $M_2 < \mu$  bölgesinde ortaya çıkıyor. Özellikle de,  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{q}_k \tilde{\chi}_1^0)$ ,  $M_2 \lesssim 1200 \text{ GeV}$  ve  $100 < \mu < 2000 \text{ GeV}$  ile sınırlı bölgede,  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{q}_k \tilde{\chi}_2^0)$  ise  $M_2 \lesssim 1000 \text{ GeV}$  ve  $100 < \mu < 2000 \text{ GeV}$  ile sınırlı bölgede daha büyük değerlere ulaşıyor.

### 3.3.2. $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^+$ Süreci

$pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^+$  ( $i,j=1,2$ ) sürecinin toplam tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi, Tablo 12’de verilen GT, KD, HT senaryoları ve CMSSM 40.2.4 için Şekil 58’de gösterilmekte olup kütle merkezi enerjisi arttıkça tesir kesitleri yavaş ve düzgün bir şekilde



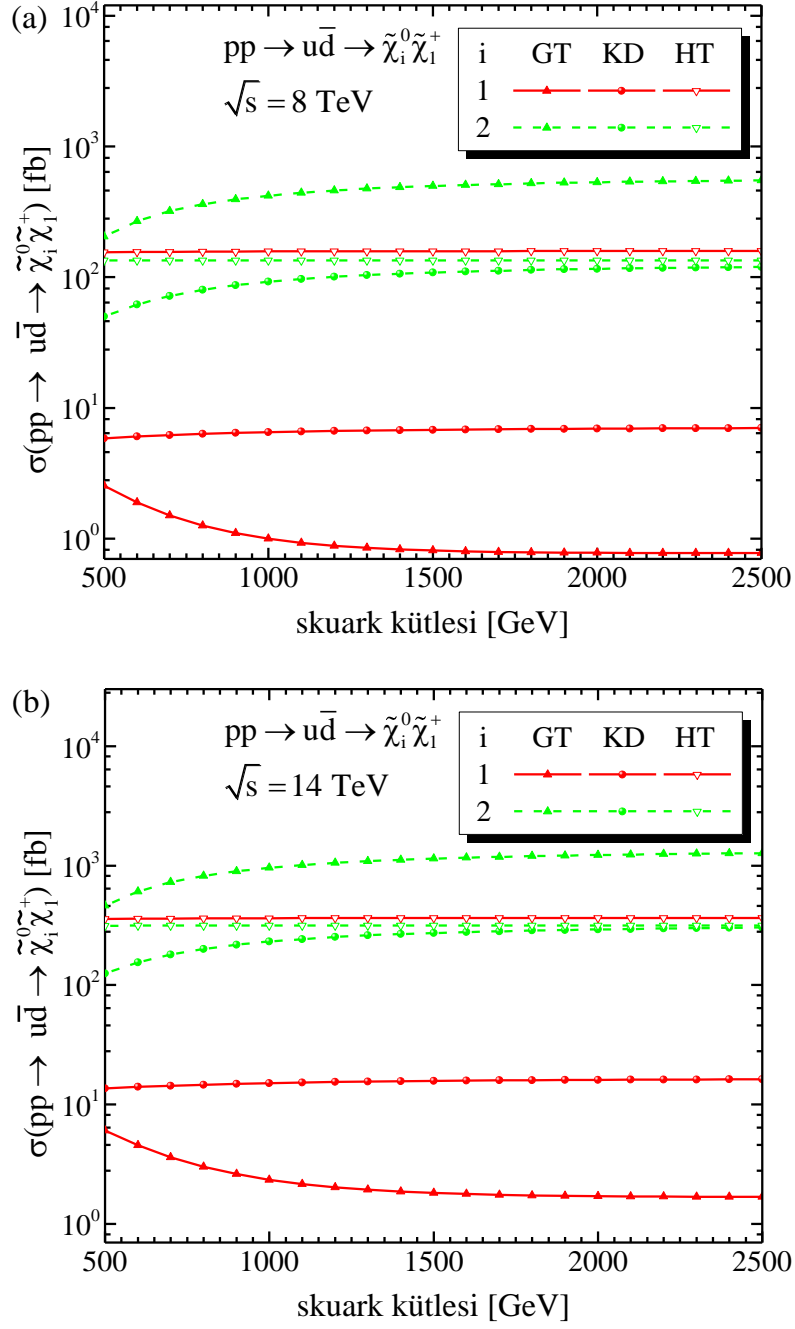
Şekil 58. a)  $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_1^+$  ve b)  $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_2^+$  süreçleri için tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi

artıyor.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^+$  sürecinin tesir kesiti HT’de KD ve GT’deki değerlerden sırasıyla 22 ve 208 kat, ve CMSSM-40.2.4’teki değerlerden 3 mertebe daha büyüktür.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^+$  sürecinin tesir kesiti GT’de, HT, KD ve CMSSM-40.2.4’teki değerlerden sırasıyla yaklaşık 3 kat, 3.4 kat ve 44 kat daha büyüktür.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^+$  sürecinin tesir kesiti KD’de HT, GT ve CMSSM-40.2.4’teki değerlerden sırasıyla yaklaşık 5, 7 ve 21 kat daha büyüktür.  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^+$  sürecinin tesir kesiti ise KD’de, HT ve GT’deki değerlerden sırasıyla 40 ve 75 kat ve CMSSM-40.2.4’teki değerlerden 3 mertebe daha büyük olan değerlere ulaşıyor. Tesir kesitleri büyükten küçüğe  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^+) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^+) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^+) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^+)$  şeklinde sıralanmakta olup en büyük katkılar  $\sqrt{s} = 14$  TeV için GT’de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^+) = 1226.74$  fb ve HT’de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^+) = 365.07$  fb’dır.

$pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^+$  ve  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^+$  süreçlerine ait tesir kesitlerinin GT, KD ve HT için  $\sqrt{s} = 8$  ve 14 TeV’de, skaler kuark kütesine göre değişimi sırasıyla Şekil 59 ve Şekil 60’ta gösteriliyor. Bu şekillerden görüldüğü üzere GT senaryosu dışında  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^+$ ’in ve tüm senaryolar için  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^+$  sürecinin tesir kesiti skaler kuarkın artışıyla artmaktadır. Diğer taraftan  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^+$ ’nin tesir kesiti skaler kuark kütesi arttığında KD ve GT için düzenli bir şekilde azalırken, HT için önce  $m_{\tilde{q}} = 1000$  GeV’e kadar azalıp sonra artışa geçiyor. Bununla birlikte  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^+$  sürecinin tesir kesiti KD ve GT için önce azalıp sonra artıyorken, HT için düzenli bir şekilde artıyor. Bu farklılıklar sürecin toplam genliğinin özellikle  $\hat{t}$  ve  $\hat{u}$ -kanalları ile ilgili “-” katkı veren genlikleri içermesinden kaynaklanmaktadır.

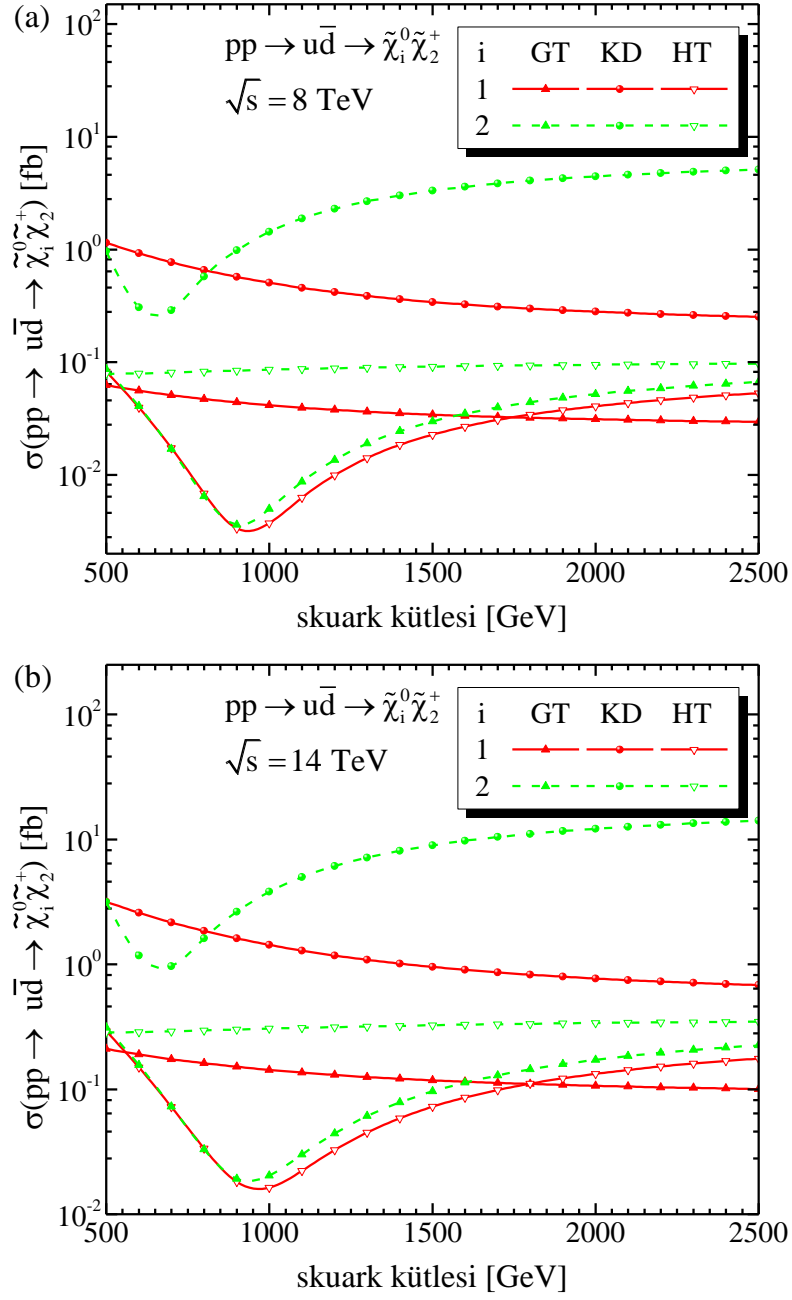
Chargino ve nötralino üretiminde  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^+$  ve  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^+$ ’in katkıları daha fazla olmak üzere  $m_{\tilde{q}} = 2500$  GeV ve  $\sqrt{s} = 8$  TeV ( $\sqrt{s} = 14$  TeV) için GT’de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^+) = 549.15$  (1269.64) fb ve HT’de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^+) = 158.58$  (365.42) fb’dır. Tablo 18’de, kütle merkezi enerjisi  $\sqrt{s} = 8$  TeV ve 14 TeV alınmak üzere farklı skaler kuark kütleleri için tesir kesitlerin değerleri verilmektedir.

Büyük skaler kuark kütleleri için daha büyük tesir kesitlerinin elde edilmesi, bu süreçlerin çarpıştırıcılarda incelenmesini diğer nötralino ve chargino üretim süreçlerine göre daha da önemli kılar. Çünkü deneylerden skaler kuarkların kütlelerine getirilen sınırlamaların büyük olduğu bölgeler ve ötesi için, bu süreçler üzerinden deneysel araştırmalara devam edilebilir.



Şekil 59.  $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_i^+$  sürecinin tesir kesitinin a)  $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$  ve b) 14 TeV için skaler kuark kütlelerine göre değişimi

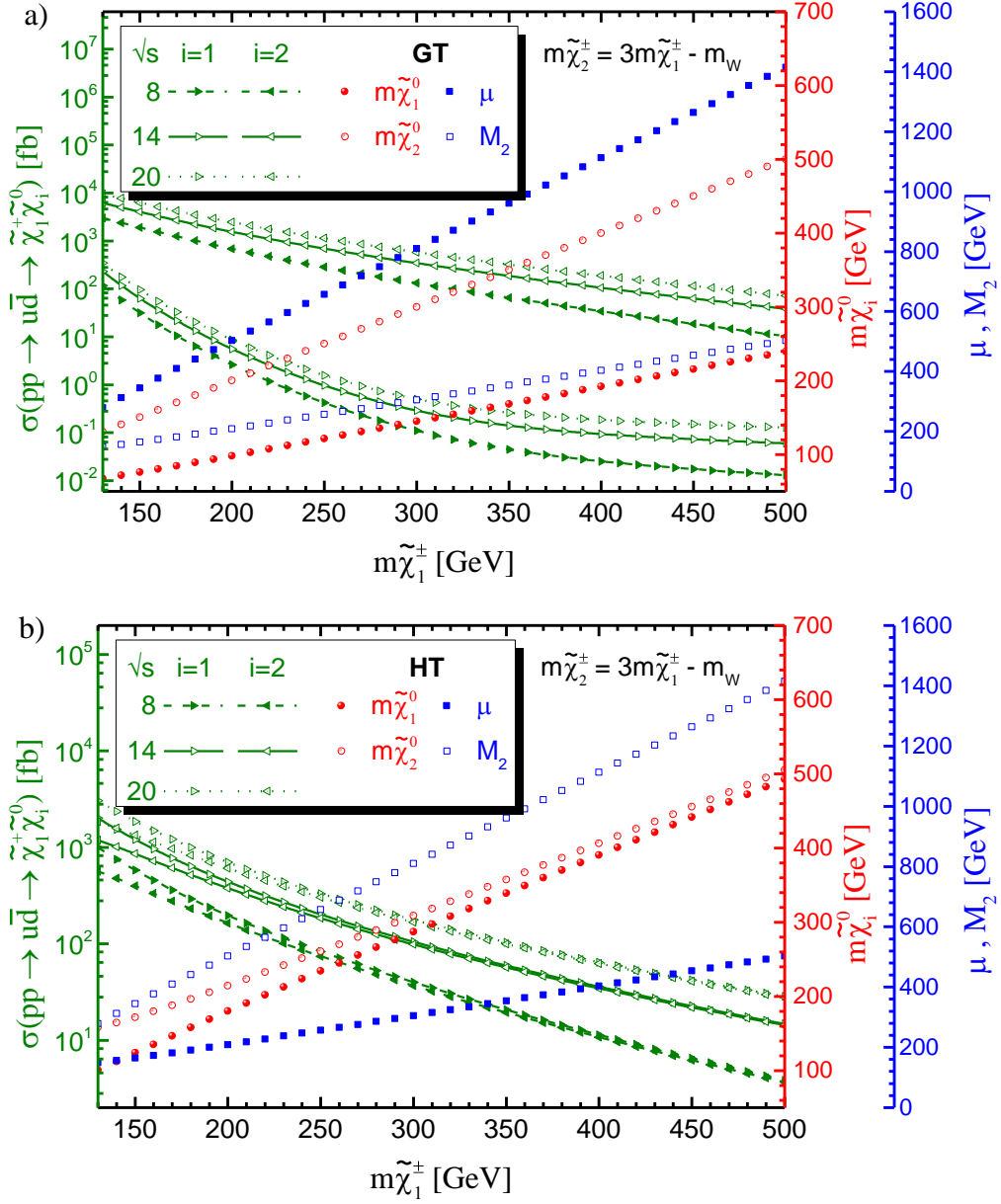




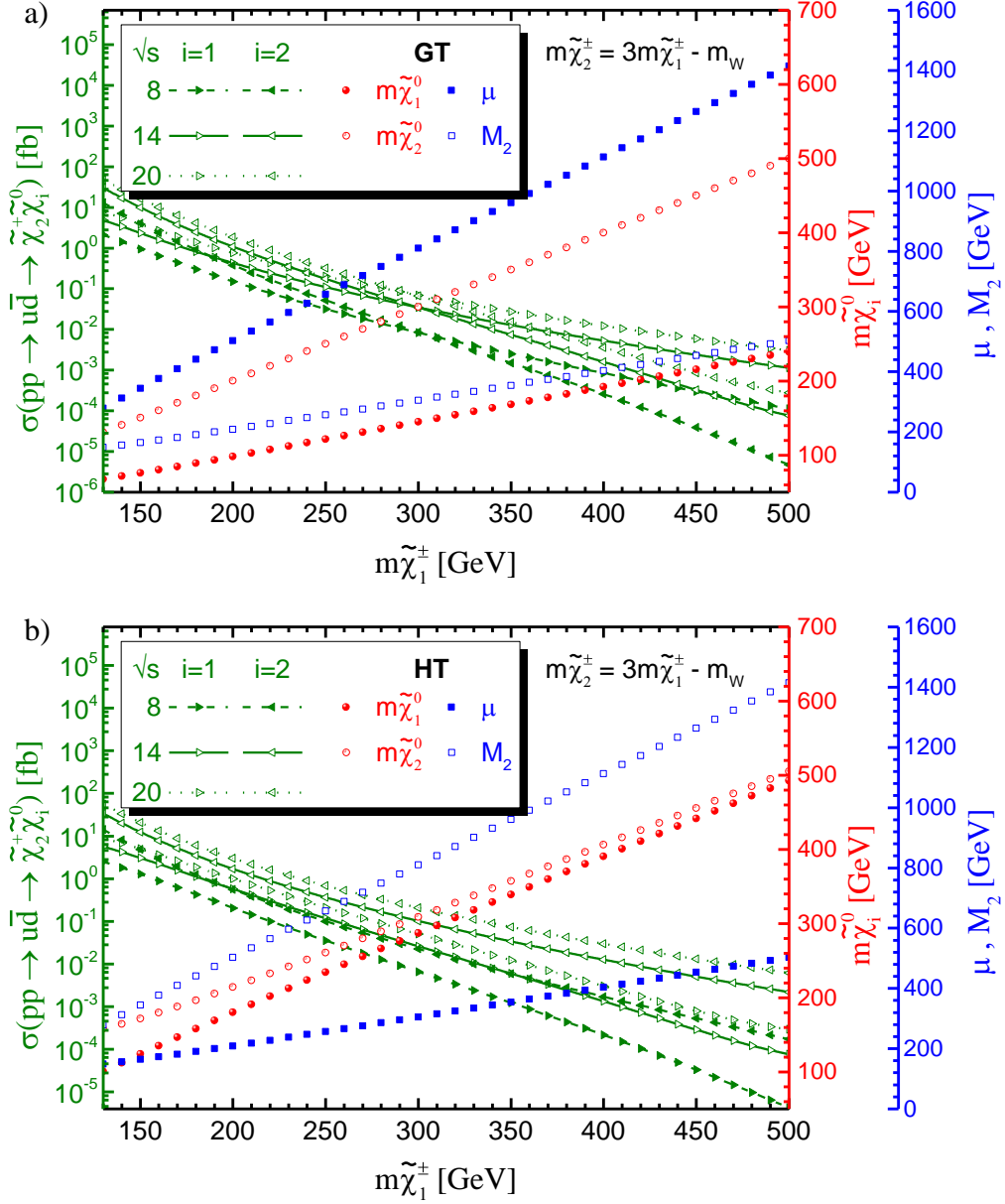
Şekil 60.  $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^+$  sürecinin tesir kesitinin a)  $\sqrt{s} = 8$  TeV ve b) 14 TeV için skaler kuark kütesine göre değişimi

$pp \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_1^+$  ve  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_2^+$  süreçlerinin GT ve HT'de  $\sqrt{s} = 8, 14$  ve  $20$  TeV için tesir kesitlerinin chargino kütesine göre değişimi sırasıyla Şekil 61 ve Şekil 62'de gösteriliyor. Tesir kesitleri,  $M_1 = 5/3 \tan^2 \theta_W M_2$ ,  $M_{\text{SUSY}} = 2$  TeV,  $\tan \beta = 10$  ve  $m_{\tilde{\chi}_2^\pm} = 3m_{\tilde{\chi}_1^\pm} - m_W$  olmak üzere  $\tilde{\chi}_1^\pm$ 'nin kütesi 130 GeV'den 500 GeV'e kadar 10 GeV aralıklar ile artırılarak (2.63) ve (2.64)'ten elde edilen  $\mu$  ve  $M_2$  değerlerine göre hesaplanmış olup, chargino kütesinin

artışıyla önemli oranlarda azalıyor. Şekillerden görüldüğü üzere, tesir kesitleri GT’de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^+) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^+) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^+) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^+)$  şeklinde sıralanıyorken HT’de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^+) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^+) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^+) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^+)$  oluyor. Bununla birlikte  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^+$ ,  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^+$  ve  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^+$ ’nin tesir kesitleri HT’de daha büyük değerlere ulaşıyorken,  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^+$  sürecinin tesir kesitinin değerleri GT’de daha büyük olmaktadır. Şekil 30 ve Şekil 31’de gösterildiği gibi GT’de  $\tilde{\chi}_1^0$ ,  $\tilde{\chi}_2^0$  ve  $\tilde{\chi}_1^\pm$ ’in gaugino ve  $\tilde{\chi}_2^\pm$ ’nin higgsino



Şekil 61.  $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_1^+$  sürecinin tesir kesitinin a) GT ve b) HT senaryolarında  $\sqrt{s} = 8, 14$  ve  $20$  TeV için chargino kütlesine göre değişimi



Şekil 62.  $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^+$  sürecinin tesir kesitinin a) GT ve b) HT senaryolarında  $\sqrt{s} = 8, 14$  ve  $20$  TeV için chargino kütesine göre değişimi

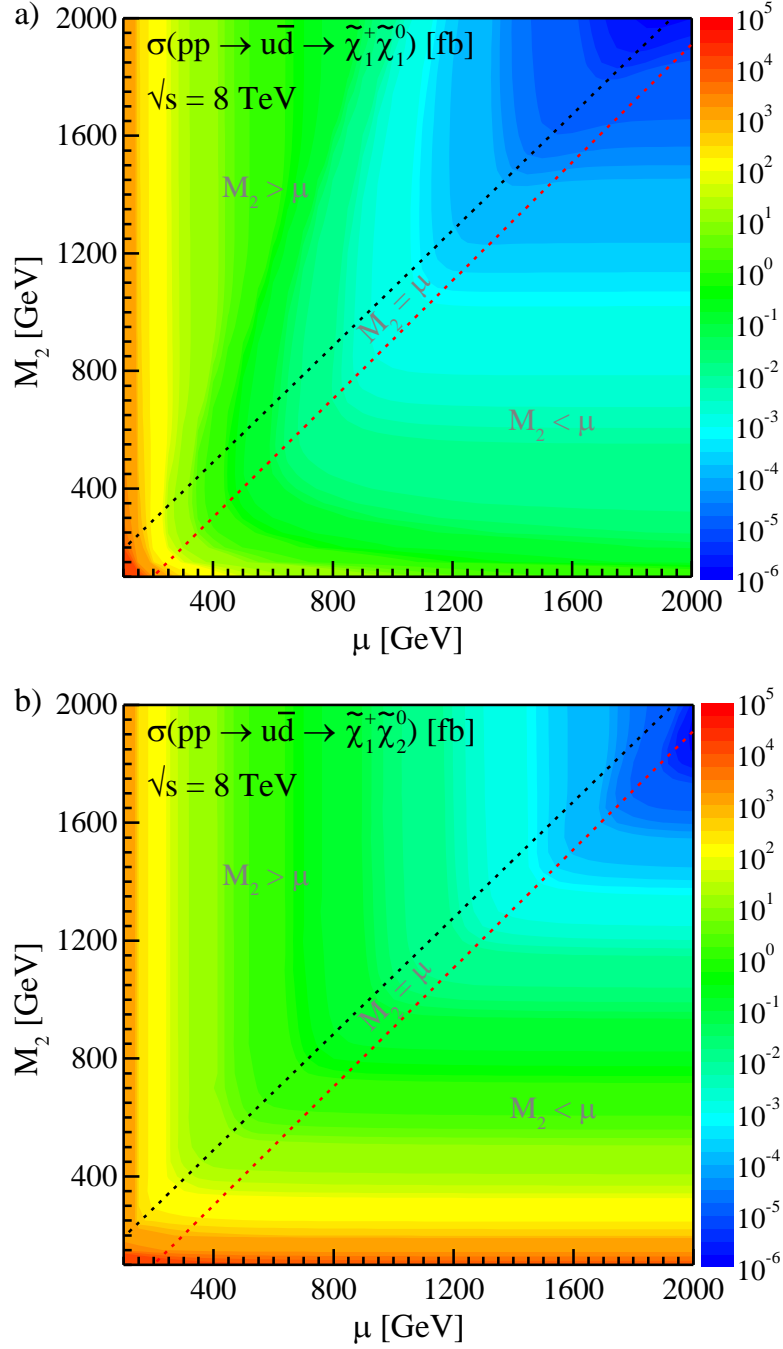
bileşenlerinin ve HT'de  $\tilde{\chi}_1^0$ ,  $\tilde{\chi}_2^0$  ve  $\tilde{\chi}_1^\pm$ 'in higgsino ve  $\tilde{\chi}_2^\pm$ 'nin gaugino bileşenlerinin baskın olmasından yola çıkılarak üretim tesir kesitlerinde

- i.  $\tilde{\chi}_1^0$ 'in higgsino ile  $\tilde{\chi}_1^\pm$ 'in higgsino,
- ii.  $\tilde{\chi}_2^0$ 'nin gaugino ile  $\tilde{\chi}_1^\pm$ 'in higgsino,
- iii.  $\tilde{\chi}_{1,2}^0$ 'nin higgsino ile  $\tilde{\chi}_2^\pm$ 'nin gaugino

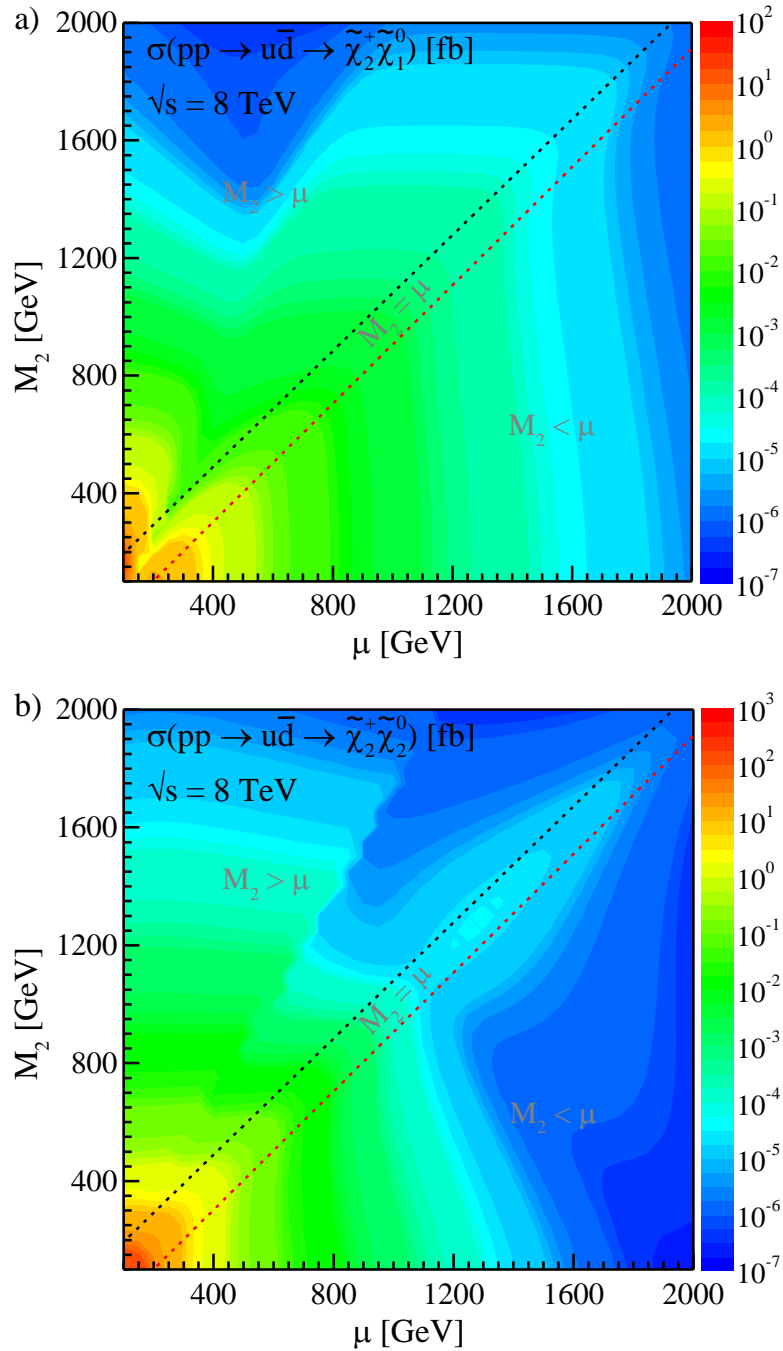
çiftlenimlerinin daha büyük katkılara sahip olduğu söylenebilir.  $m_{\tilde{\chi}_1^\pm} = 150$  GeV değerinde

$\sqrt{s} = 14$  (20) TeV için GT'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^+)$  = 4.03 (6.26) pb ve HT'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^+) = 1.20$  (1.86) pb oluyor.

Tesir kesitlerin,  $M_1 = 5/3 \tan^2 \theta_W M_2$ ,  $M_{\text{SUSY}} = 2$  TeV ve  $\tan \beta = 10$  olmak üzere  $M_2$  ve  $\mu$ 'ye göre değişimi  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^+$  için Şekil 63 ve  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^+$  için Şekil 64'te gösterilmektedir.



Şekil 63. a)  $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^+$  ve b)  $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^+$  süreçleri için tesir kesitinin  $M_2\mu$ -düzlemindeki değişimi



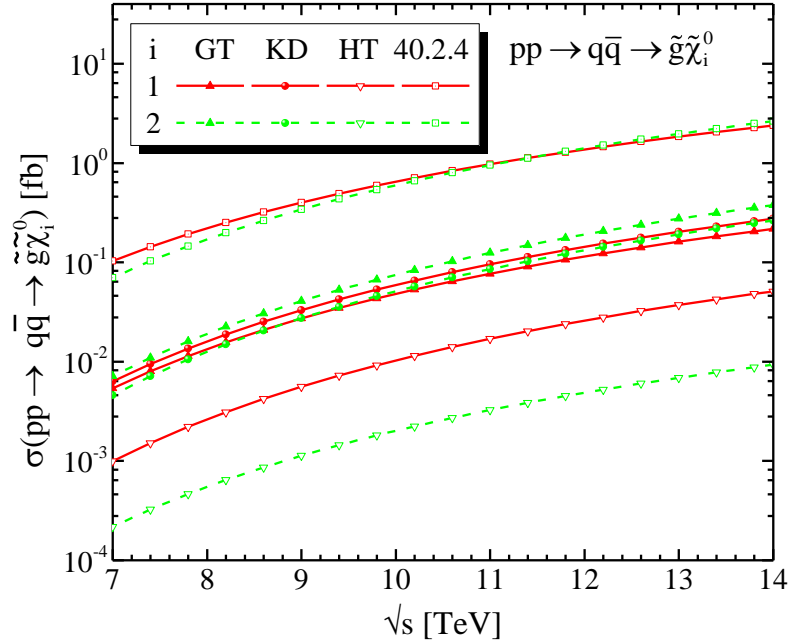
Şekil 64. a)  $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^+$  ve b)  $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^+$  süreçleri için tesir kesitinin  $M_2\mu$ -düzlemindeki değişimi

Şekiller incelendiğinde,  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^+$  ve  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^+$  süreçleri için tesir kesitinin,  $M_2 > \mu$  bölgesinde azalan  $\mu$  değerleri ve  $M_2 < \mu$  bölgesinde azalan  $M_2$  değerleri ile artarken,  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^+$  ve  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^+$  süreçleri için  $M_2 > \mu$  bölgesinde azalan  $M_2$  değerleri ve  $M_2 < \mu$  bölgesinde azalan  $\mu$  değerleri ile arttığı görülmektedir.  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^+)$ 'in en büyük

değerleri,  $M_2 > \mu$  için  $\mu \lesssim 700$  GeV ve  $M_2 \leq \mu$  için  $M_2 \lesssim 300$  GeV ile sınırlanan bölgede,  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^+)$ 'in en büyük değerleri ise  $M_2 > \mu$  için  $\mu \lesssim 800$  GeV ve  $M_2 \leq \mu$  için  $M_2 \lesssim 800$  GeV ile sınırlanan bölgede yer alıyor. Bununla birlikte,  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^+)$  ve  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^+)$ ,  $M_2 > \mu$  için  $M_2 \lesssim 900$  GeV ve  $M_2 \leq \mu$  için  $\mu \lesssim 900$  GeV ile sınırlanan bölgede en büyük değerlerine ulaşıyor. Charginoları aynı olan süreçlerin  $M_2\mu$ -düzleminde benzer davranış sergilemesi, tesir kesitinde chargino bileşenin, nötralino bileşeninden daha fazla etkiye sahip olduğunu gösterir.

### 3.3.3. $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$ Süreci

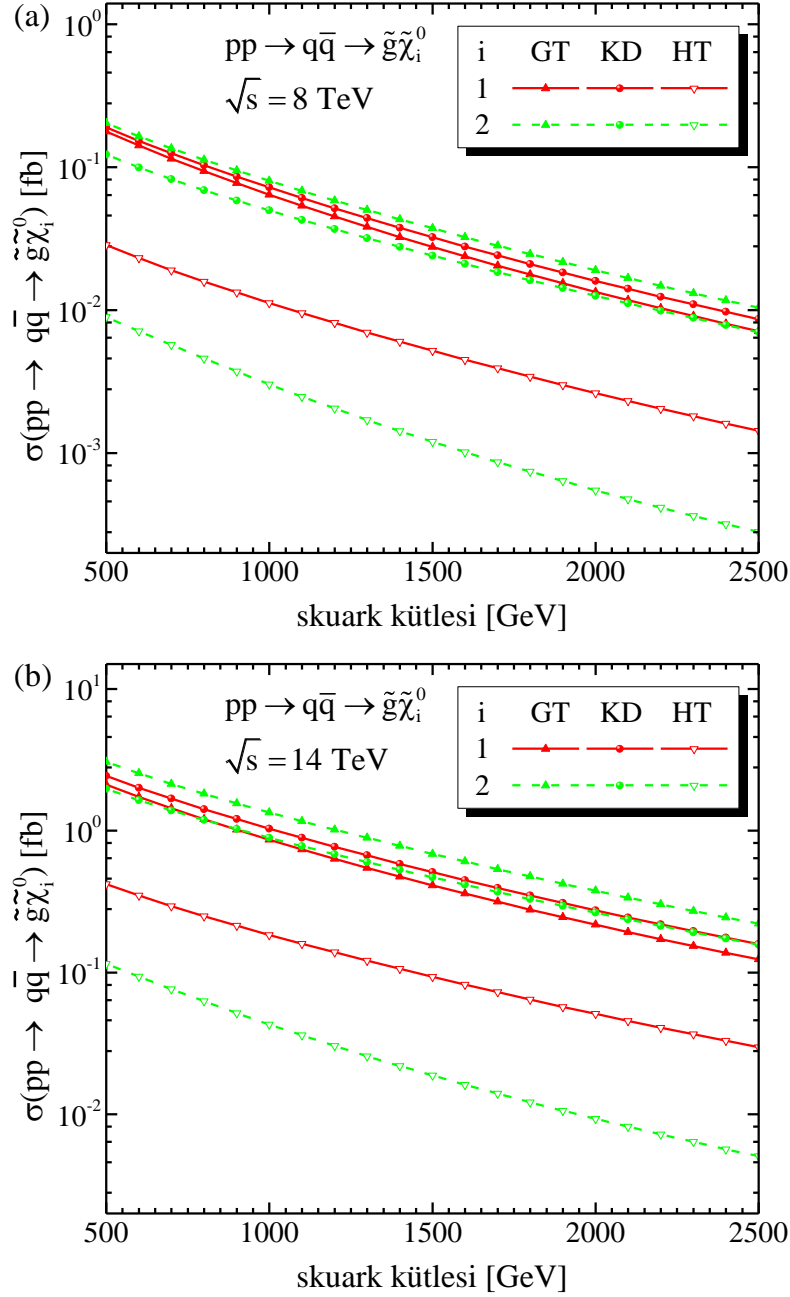
$pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{g}$  sürecinin tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi, GT, KD, HT ve CMSSM 40.2.4 için Şekil 65'te gösterilmekte olup kütle merkezi enerjisi arttıkça tesir kesitleri düzgün bir şekilde artıyor. CMSSM-40.2.4'te glüyonun kütlesi daha küçük olduğu için, GT ve KD'den  $\sim 10^1$  merteye ve HT'den  $\sim 10^2$ - $10^3$  merteye daha büyük olan tesir kesiti değerleri elde ediliyor. Bununla birlikte,  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_1^0)$ 'in değeri KD'de, GT ve HT'den sırasıyla %24 ve 4.7 kat,  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_2^0)$ 'nin değeri ise GT'de, KD ve



Şekil 65.  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$  sürecinin tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi

ve HT'den sırasıyla %46 ve ~37 kat daha büyüktür. Özellikle de  $\sqrt{s} = 14$  TeV için GT'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_2^0) = 0.38$  fb ve KD'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_1^0) = 0.28$  fb'dır.

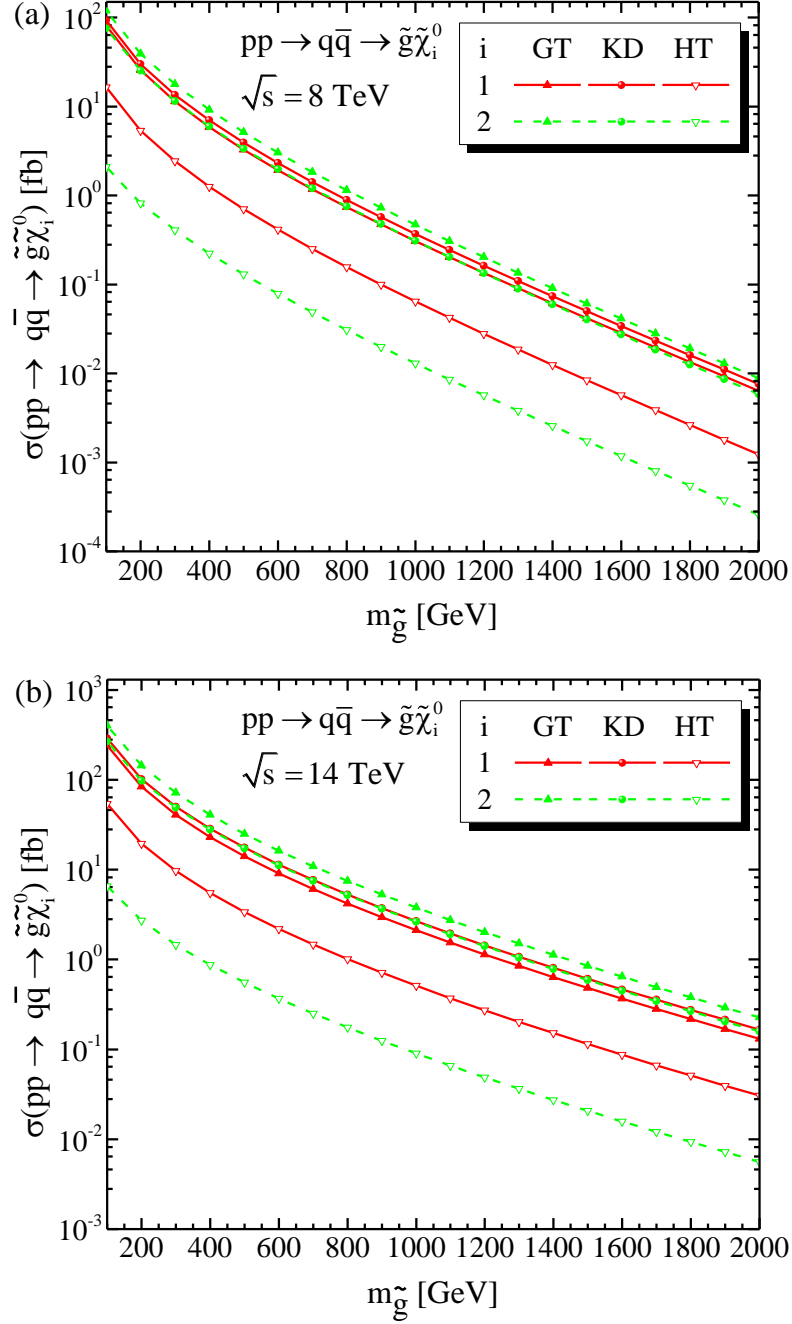
Şekil 66'dan görüleceği üzere  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$  sürecinin tesir kesiti,  $\sqrt{s} = 8$  ve 14 TeV için skaler kuark kütlesi 500 GeV'den 2500 GeV'e kadar arttığında  $\sim 10^1$  merteye azalıyor. Senaryolara göre tesir kesitleri  $pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_1^0$  için  $\sigma(KD) > \sigma(GT) > \sigma(HT)$  ve  $pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_2^0$  için



Şekil 66.  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$  sürecinin tesir kesitinin a)  $\sqrt{s} = 8$  TeV ve b) 14 TeV için skaler kuark kütlesine göre değişimi

$\sigma(\text{GT}) > \sigma(\text{KD}) > \sigma(\text{HT})$  şeklinde sıralanıyor. Farklı skaler kuark kütleleri için tesir kesitlerin değerleri Tablo 19'da verilmekte olup,  $m_{\tilde{q}} = 1 \text{ TeV}$  ve  $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$  için GT'de  $\sigma(\text{pp} \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_2^0) = 1.35 \text{ fb}$  ve KD'de  $\sigma(\text{pp} \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_1^0) = 1.04 \text{ fb}$  olmaktadır.

Şekil 67'de her bir senaryo için  $\text{pp}(\text{q}\bar{\text{q}}) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$ 'nin tesir kesitinin glüyononun kütlesine göre değişimi gösteriliyor. Glüyononun kütlesi 500 GeV'den 2000 GeV'e kadar

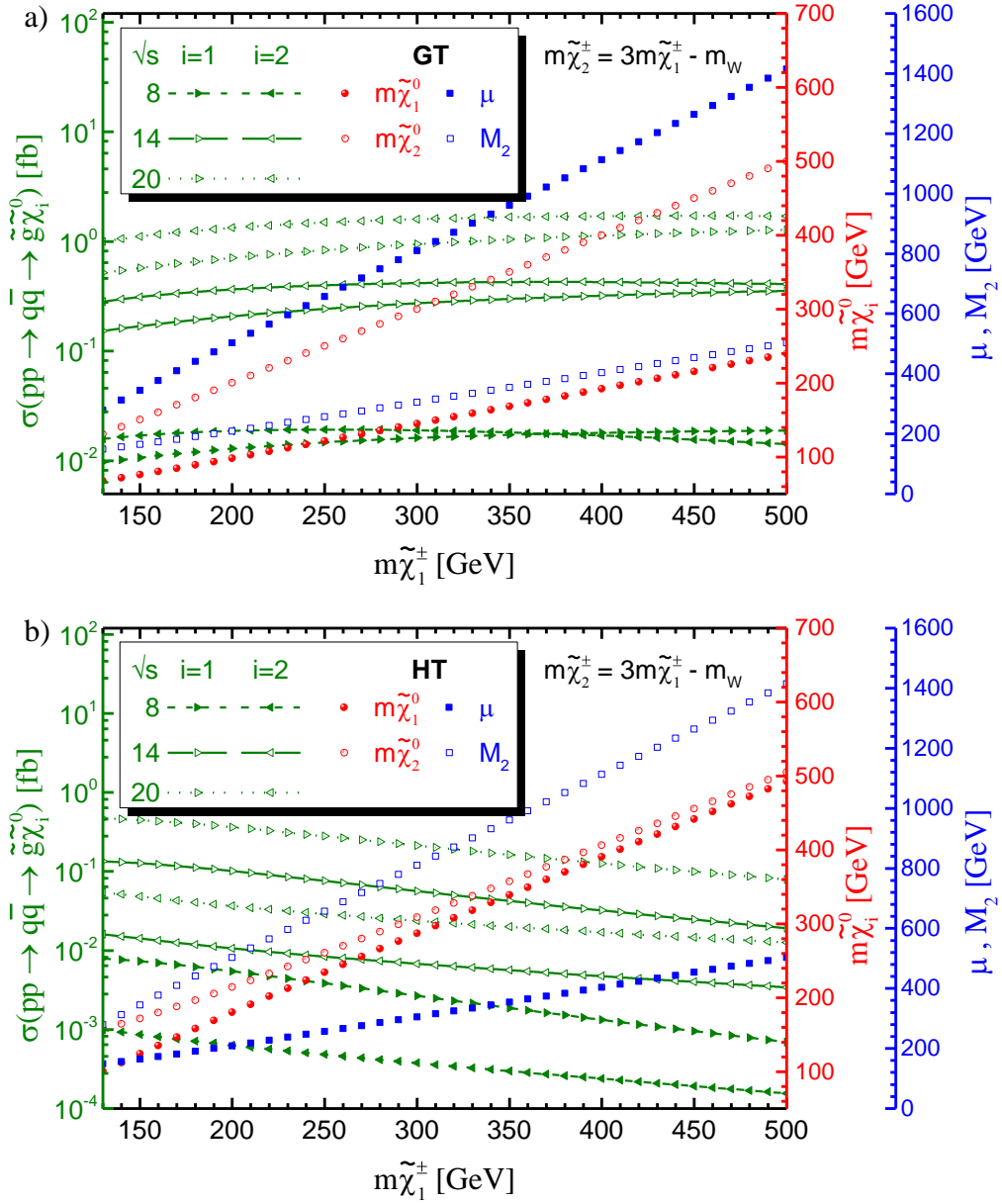


Şekil 67.  $\text{pp}(\text{q}\bar{\text{q}}) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$  sürecinin tesir kesitinin a)  $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$  ve b) 14 TeV için glüyononun kütlesine göre değişimi



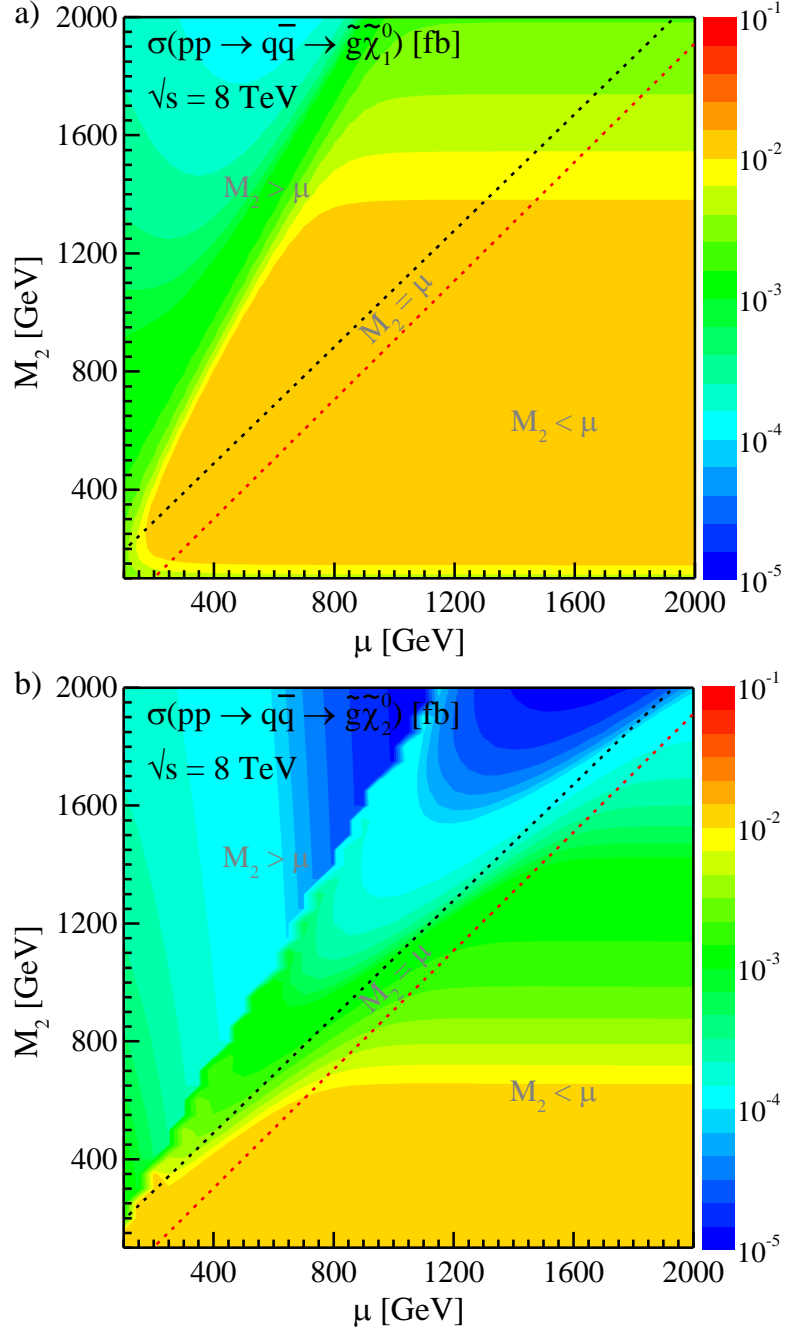
arttırıldığında tesir kesiti  $\sim 10^3$  merteye azalıyor.  $pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_1^0$  için  $\sigma(\text{KD}) > \sigma(\text{GT}) > \sigma(\text{HT})$  ve  $pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_2^0$  için  $\sigma(\text{GT}) > \sigma(\text{KD}) > \sigma(\text{HT})$  olmaktadır. Farklı glüino kütleleri için tesir kesit değerleri Tablo 20’de verilmekte olup,  $\sqrt{s}=14$  TeV ve  $m_{\tilde{g}}=500$  GeV için GT’de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_2^0) = 25.03$  fb ve KD’de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_1^0) = 17.57$  fb elde ediliyor.

GT ve HT senaryoları için tesir kesitinin,  $M_1 = 5/3 \tan^2 \theta_W M_2$ ,  $M_{\text{SUSY}} = m_{\tilde{g}} = 2$  TeV ve  $\tan\beta=10$  olmak üzere chargino kütlelerine göre değişimi Şekil 68’de gösterilmekte olup,



Şekil 68.  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$  sürecinin tesir kesitinin a) GT ve b) HT senaryolarında  $\sqrt{s} = 8, 14$  ve  $20$  TeV için chargino kütlelerine göre değişimi

chargino kütlelesinin artışıyla tesir kesitinin GT'de artarken HT'de azaldığı görülmektedir. GT'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_2^0) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_1^0)$  ve HT'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_1^0) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_2^0)$  olmak üzere GT'de elde edilen tesir kesiti değerleri daha büyüktür. Bu da, gaugino çiftlenimlerinin daha büyük katkılara sahip olduğunu ve böylece gaugino-türü nötralino içeren  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$  sürecinin, çarpıştırıcılarda gözlenme olasılığının daha fazla olduğunu gösterir.

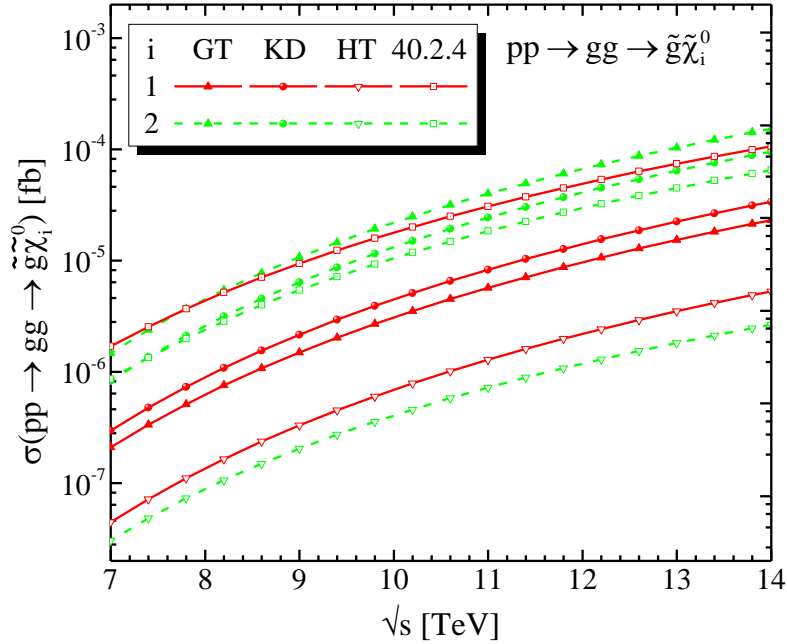


Şekil 69. a)  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_1^0$  ve b)  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_2^0$ 'nin tesir kesitlerinin  $M_2\mu$ -düzlemindeki değişimi

$pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$  sürecinin tesir kesitinin,  $M_1 = 5/3 \tan^2\theta_W M_2$ ,  $M_{\text{SUSY}} = 2 \text{ TeV}$  ve  $\tan\beta=10$  olmak üzere  $M_2$  ve  $\mu$ 'ye göre değişimi Şekil 69'da verilmekte olup, en büyük değerlerinin, nötralinoların gaugino bileşen katkılarının baskın olduğu  $M_2 < \mu$  bölgesinde ortaya çıktığı görülmektedir. Özellikle de,  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_1^0$  için  $M_2 \lesssim 1200 \text{ GeV}$  ve  $100 < \mu < 2000 \text{ GeV}$  ile sınırlı bölgede,  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_2^0$  için  $M_2 \lesssim 600 \text{ GeV}$  ve  $100 < \mu < 2000 \text{ GeV}$  ile sınırlı bölgede en büyük değerlere ulaşıyor.

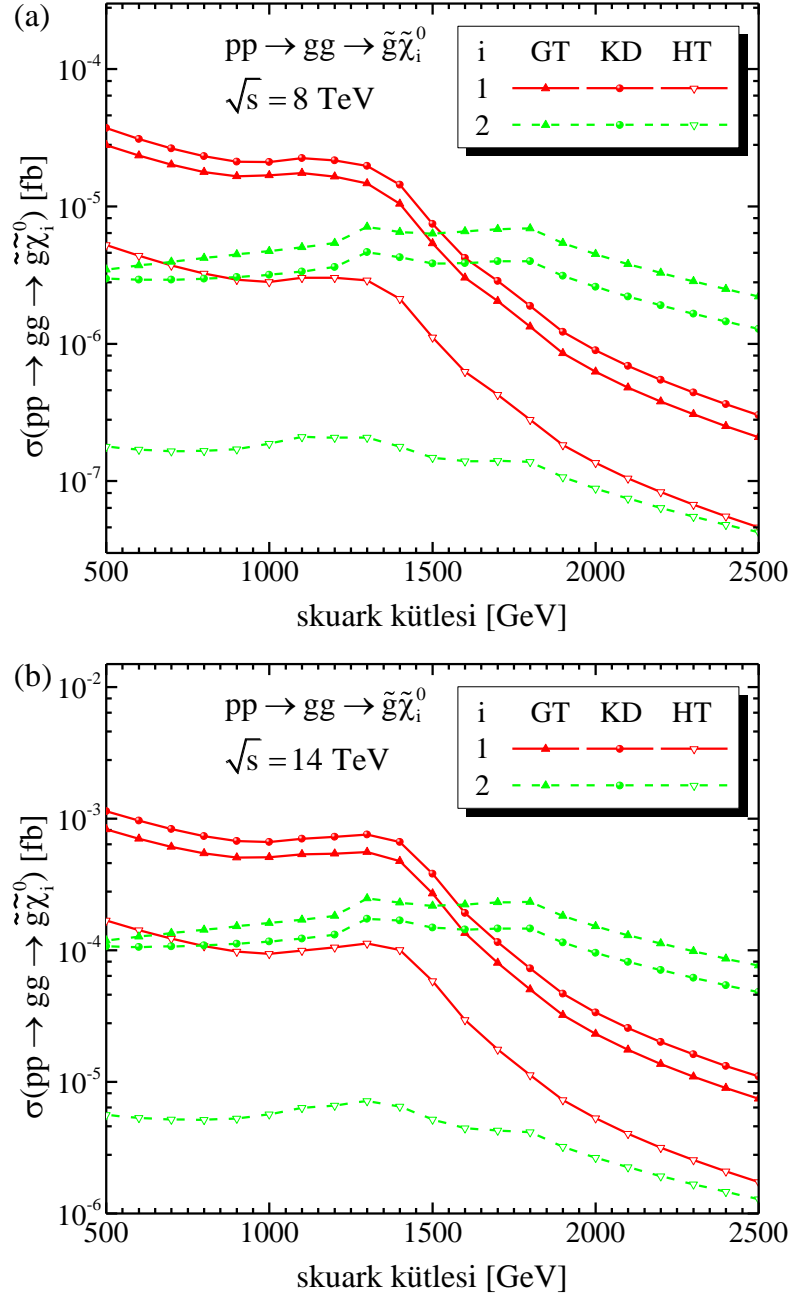
### 3.3.4. $pp(gg) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$ Süreci

$pp(gg) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$  sürecinin tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi, GT, KD, HT ve CMSSM 40.2.4 için Şekil 70'de gösterilmekte olup kütle merkezi enerjisi arttıkça tesir kesitleri düzgün bir şekilde artıyor.  $pp(gg) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_1^0$  sürecinin tesir kesiti CMSSM-40.2.4'te, GT ve KD'den  $\sim 10^1$  ve HT'den  $\sim 10^2$  merteye büyük olmak üzere, KD'de, GT'den %45 ve HT'den  $\sim 6$  kat daha büyük değerler elde ediliyor.  $pp(gg) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_2^0$  sürecinin tesir kesiti GT'de KD ve CMSSM-40.2.4'teki değerlerden sırasıyla %70 ve %98, ve HT'teki değerlerden  $\sim 50$  kat daha büyüktür.



Şekil 70.  $pp(gg) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$  sürecinin tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi

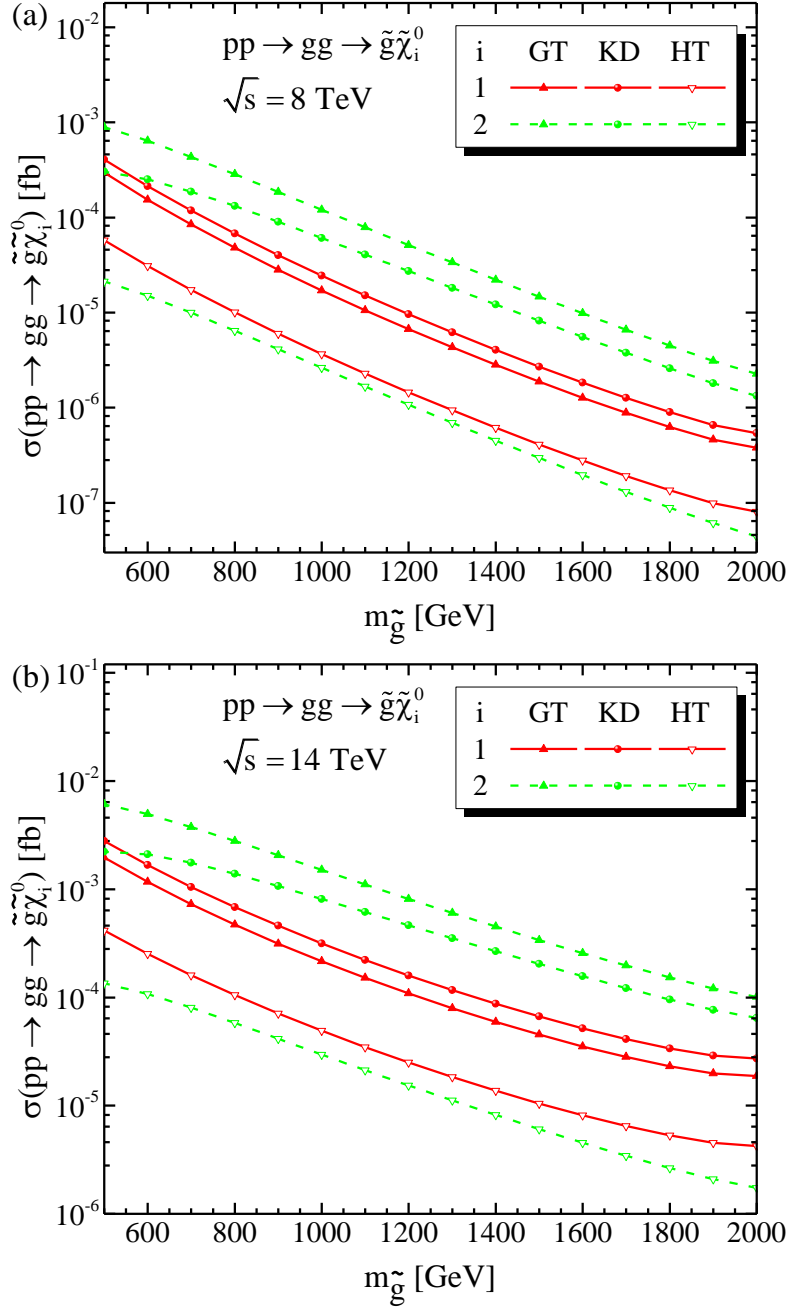
Şekil 71’de her bir senaryo için  $pp(gg) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$ ’nin tesir kesitinin skaler kuark kütlesine göre değişimi gösteriliyor. Skaler kuark kütlesi 500 GeV’den 2500 GeV’e kadar arttırıldığında, tesir kesiti  $pp(gg) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_1^0$ ’de  $\sim 10^2$  mertebe azalırken  $pp(gg) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_2^0$ ’de yarıya düşüyor. Farklı skaler kuark kütleleri için tesir kesiti değerleri Tablo 19’da verilmekte olup,  $m_{\tilde{q}} = 1$  TeV ve  $\sqrt{s} = 14$  TeV için KD’de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_1^0) = 66.52 \times 10^{-5}$  fb ve GT’de



Şekil 71.  $pp(gg) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$  sürecinin tesir kesitinin a)  $\sqrt{s} = 8$  TeV ve b) 14 TeV için skaler kuark kütlesine göre değişimi

$\sigma(pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_2^0) = 16.12 \times 10^{-5}$  fb olmaktadır.

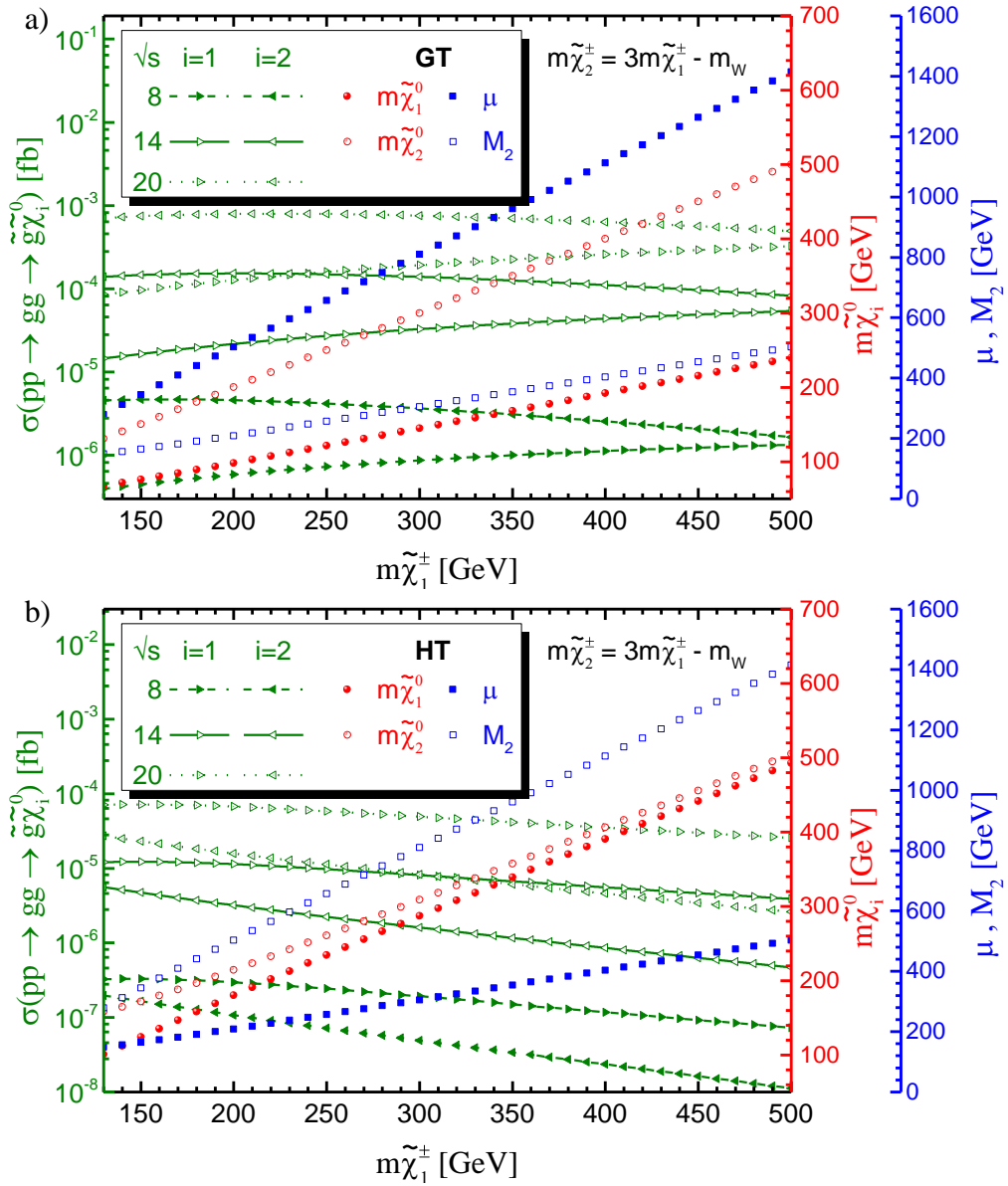
Şekil 72’de her bir senaryo için  $pp(gg) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$ ’nin tesir kesitinin glüininonun kütlesine göre değişimi gösterilmektedir. Glüininonun kütlesi 4 kat arttığında tesir kesiti  $10^2$ - $10^3$  merteye azalıyor. Tablo 20’den görüleceği üzere en büyük değerler,  $\sqrt{s} = 14$  TeV ve  $m_{\tilde{g}} = 500$  GeV için GT’de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_2^0) = 0.006$  fb ve KD’de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_1^0) = 0.003$  fb



Şekil 72.  $pp(gg) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$  sürecinin tesir kesitinin a)  $\sqrt{s} = 8$  TeV ve b) 14 TeV için glüininonun kütlesine göre değişimi

olarak elde ediliyor. Glüino ve skaler kuark kütle dağılımlarında  $pp(gg) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_1^0$  için  $\sigma(KD) > \sigma(GT) > \sigma(HT)$  ve  $pp(gg) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_2^0$  için  $\sigma(GT) > \sigma(KD) > \sigma(HT)$  olduğu görülmektedir.

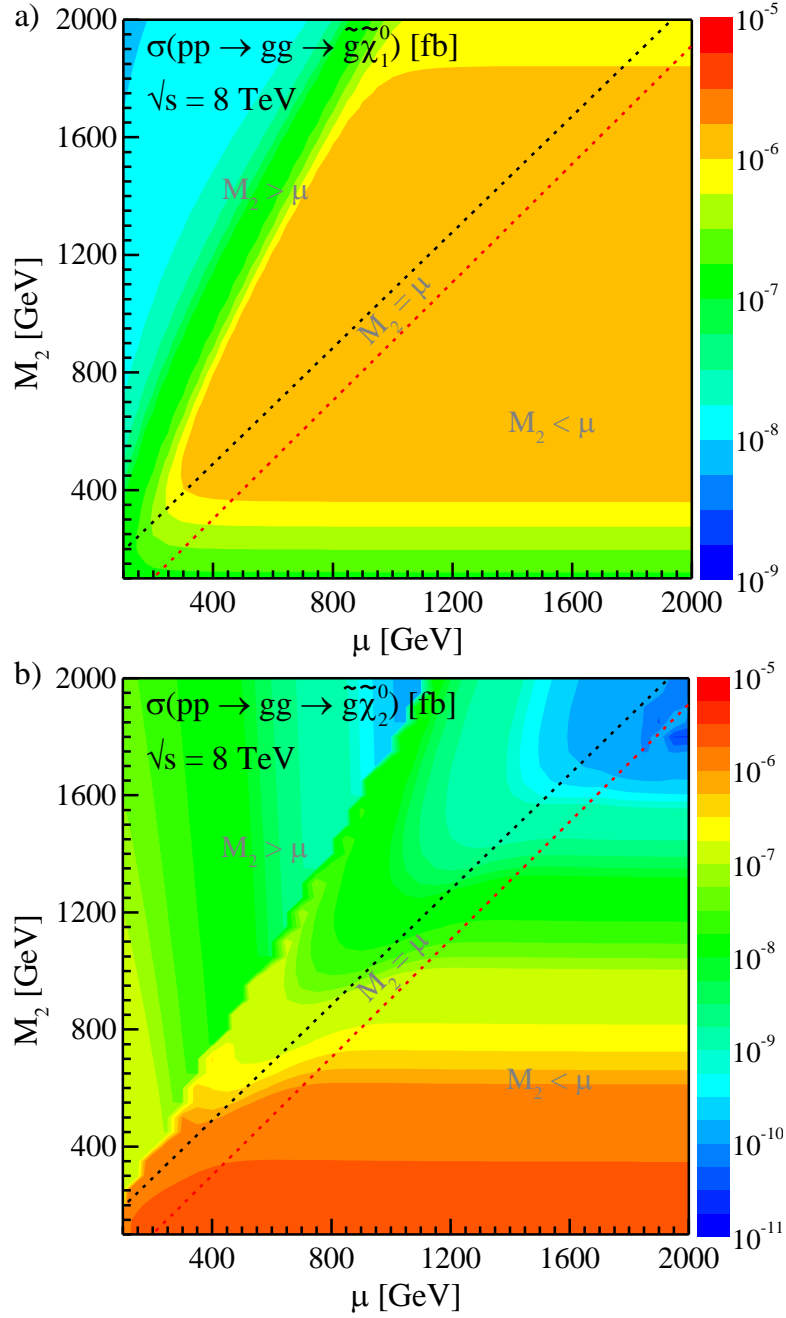
GT ve HT senaryoları için tesir kesitinin,  $M_1 = 5/3 \tan^2 \theta_W M_2$ ,  $M_{SUSY} = m_{\tilde{g}} = 2$  TeV ve  $\tan\beta=10$  olmak üzere chargino kütesine göre değişimi Şekil 73'te gösterilmekte olup, chargino kütesinin artışıyla  $pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_1^0$ 'in tesir kesiti GT'de artarken HT'de azalıyor.  $pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_2^0$ 'nin tesir kesiti ise GT ve HT'de azalıyor. GT'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_2^0) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_1^0)$  ve



Şekil 73.  $pp(gg) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$  sürecinin tesir kesitinin a) GT ve b) HT senaryolarında  $\sqrt{s} = 8, 14$  ve  $20$  TeV için chargino kütesine göre değişimi

HT'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_1^0) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_2^0)$  olmak üzere GT'de elde edilen tesir kesiti değerleri daha büyüktür. Buna göre, gaugino-türü nötralino içeren  $pp(gg) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$  sürecinin, çarpıştırıcılarda gözlenme olasılığının daha fazla olduğunu söylenebilir.

Tesir kesitinin,  $M_1 = 5/3 \tan^2 \theta_W M_2$ ,  $M_{\text{SUSY}} = 2$  TeV ve  $\tan \beta = 10$  olmak üzere  $M_2$  ve  $\mu$ 'ye göre değişimi Şekil 74'te verilmekte olup,  $\tilde{\chi}_{1,2}^0$ 'nin gaugino bileşen katkılarının baskın



Şekil 74. a)  $pp(gg) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_1^0$  ve b)  $pp(gg) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_2^0$ 'nin tesir kesitlerinin  $M_2\mu$ -düzlemindeki değişimi

olduğu  $M_2 < \mu$  bölgesinde daha büyük değerler elde ediliyor. Özellikle de,  $pp(gg) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_1^0$  için  $400 \lesssim M_2 \lesssim 1800$  GeV ve  $300 < \mu < 2000$  GeV ile sınırlı bölgede,  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_2^0$  için  $M_2 \lesssim 700$  GeV ve  $100 < \mu < 2000$  GeV ile sınırlı bölgede en büyük değerlere ulaşıyor. Şekil 69 ile Şekil 74 kıyaslandığında,  $pp(gg) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$  ile  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$  süreçlerinin tesir kesitlerinin  $M_{2\mu}$ -düzlemindeki değişimlerinin aynı olduğu görülür. Bu benzerlik, tesir kesitin nötralino bileşenlerine önemli derecede bağlı olduğunu gösterir. Glüينو-nötralino üretimine, kuark-karşıit kuark yok olmasından glüyon-glüyon füzyonuna göre daha büyük katkılar geliyor. Bununla birlikte, glüyon-glüyon füzyonundan gelen katkılar, glüينو ve skaler kuark kütlelerinin sadece küçük değerleri için önemli oluyor.

Tablo 18.  $pp(qg) \rightarrow \tilde{q}_k\tilde{\chi}_i^0$  ve  $pp(u\bar{d}) \rightarrow \tilde{\chi}_i^0\tilde{\chi}_j^+$  süreçlerinin  $\sqrt{s} = 8$  TeV ve 14 TeV'de 1 TeV ve 2 TeV skaler kuark kütleleri için toplam tesir kesitleri

|    |                  |                       | $\sigma(pp \rightarrow qg \rightarrow \tilde{q}_k\tilde{\chi}_i^0)$ [fb] |           |       |           | $\sigma(pp \rightarrow u\bar{d} \rightarrow \tilde{\chi}_i^0\tilde{\chi}_j^+)$ [fb] |         |      |       |
|----|------------------|-----------------------|--------------------------------------------------------------------------|-----------|-------|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------|------|-------|
|    | $\sqrt{s}$ (TeV) | $m_{\tilde{q}}$ (TeV) | 1,1                                                                      | 1,2       | 2,1   | 2,2       | 1,1                                                                                 | 2,1     | 1,2  | 2,2   |
| GT | 8                | 1                     | 0.41                                                                     | 4.43      | 2.92  | 1.52      | 0.99                                                                                | 420.81  | 0.04 | 0.01  |
|    |                  | 2                     | 0.003                                                                    | 0.03      | 0.02  | 0.01      | 0.78                                                                                | 531.91  | 0.03 | 0.05  |
|    | 14               | 1                     | 2.75                                                                     | 28.62     | 17.72 | 11.53     | 2.35                                                                                | 960.84  | 0.14 | 0.02  |
|    |                  | 2                     | 0.06                                                                     | 0.64      | 0.37  | 0.23      | 1.71                                                                                | 1226.74 | 0.11 | 0.17  |
| KD | 8                | 1                     | 0.31                                                                     | 2.12      | 2.58  | 0.68      | 6.52                                                                                | 92.27   | 0.51 | 1.44  |
|    |                  | 2                     | 0.002                                                                    | 0.02      | 0.018 | 0.004     | 6.94                                                                                | 115.80  | 0.28 | 4.46  |
|    | 14               | 1                     | 2.15                                                                     | 14.29     | 16.12 | 5.32      | 15.12                                                                               | 230.86  | 1.43 | 3.81  |
|    |                  | 2                     | 0.05                                                                     | 0.34      | 0.34  | 0.11      | 16.09                                                                               | 292.39  | 0.77 | 12.17 |
| HT | 8                | 1                     | 0.04                                                                     | 0.01      | 0.22  | 0.013     | 157.41                                                                              | 134.33  | 0.01 | 0.09  |
|    |                  | 2                     | $10^{-4}$                                                                | $10^{-4}$ | 0.002 | $10^{-4}$ | 158.44                                                                              | 134.46  | 0.04 | 0.10  |
|    | 14               | 1                     | 0.30                                                                     | 0.07      | 1.49  | 0.09      | 362.71                                                                              | 314.80  | 0.02 | 0.31  |
|    |                  | 2                     | 0.006                                                                    | 0.002     | 0.03  | 0.002     | 365.07                                                                              | 315.19  | 0.13 | 0.34  |



Tablo 19.  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$  ve  $pp(gg) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$  süreçlerinin  $\sqrt{s}=8$  TeV ve 14 TeV’de farklı skaler kuark kütle değerleri için toplam tesir kesitleri

|           |                  |                       | $\sigma(pp \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0)$ [fb] |       | $\sigma(pp \rightarrow gg \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0) \times 10^5$ [fb] |       |
|-----------|------------------|-----------------------|------------------------------------------------------------------------------|-------|------------------------------------------------------------------------------------|-------|
|           | $\sqrt{s}$ (TeV) | $m_{\tilde{q}}$ (TeV) | 1                                                                            | 2     | 1                                                                                  | 2     |
| <b>GT</b> | 8                | 1                     | 0.06                                                                         | 0.08  | 1.69                                                                               | 0.47  |
|           |                  | 2                     | 0.01                                                                         | 0.02  | 0.06                                                                               | 0.45  |
|           | 14               | 1                     | 0.86                                                                         | 1.35  | 50.94                                                                              | 16.12 |
|           |                  | 2                     | 0.22                                                                         | 0.38  | 2.31                                                                               | 15.27 |
| <b>KD</b> | 8                | 1                     | 0.07                                                                         | 0.50  | 2.10                                                                               | 0.32  |
|           |                  | 2                     | 0.02                                                                         | 0.01  | 0.09                                                                               | 0.26  |
|           | 14               | 1                     | 1.04                                                                         | 0.89  | 66.52                                                                              | 11.66 |
|           |                  | 2                     | 0.28                                                                         | 0.26  | 3.38                                                                               | 9.56  |
| <b>HT</b> | 8                | 1                     | 0.01                                                                         | 0.003 | 0.28                                                                               | 0.02  |
|           |                  | 2                     | 0.003                                                                        | 0.001 | 0.01                                                                               | 0.01  |
|           | 14               | 1                     | 0.18                                                                         | 0.04  | 9.39                                                                               | 0.57  |
|           |                  | 2                     | 0.05                                                                         | 0.01  | 0.53                                                                               | 0.27  |

Tablo 20.  $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$  ve  $pp(gg) \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0$  süreçlerinin  $\sqrt{s}=8$  TeV ve 14 TeV’de 0.5 TeV ve 1.5 TeV glüينو kütleleri için toplam tesir kesitleri

|           |                  |                       | $\sigma(pp \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0)$ [fb] |       | $\sigma(pp \rightarrow gg \rightarrow \tilde{g}\tilde{\chi}_i^0) \times 10^5$ [fb] |        |
|-----------|------------------|-----------------------|------------------------------------------------------------------------------|-------|------------------------------------------------------------------------------------|--------|
|           | $\sqrt{s}$ (TeV) | $m_{\tilde{g}}$ (TeV) | 1                                                                            | 2     | 1                                                                                  | 2      |
| <b>GT</b> | 8                | 0.5                   | 3.28                                                                         | 5.15  | 29.66                                                                              | 89.04  |
|           |                  | 1.5                   | 0.04                                                                         | 0.06  | 0.19                                                                               | 1.47   |
|           | 14               | 0.5                   | 14.06                                                                        | 25.03 | 196.37                                                                             | 608.63 |
|           |                  | 1.5                   | 0.48                                                                         | 0.85  | 4.53                                                                               | 33.87  |
| <b>KD</b> | 8                | 0.5                   | 3.92                                                                         | 3.36  | 40.51                                                                              | 30.29  |
|           |                  | 1.5                   | 0.05                                                                         | 0.04  | 0.27                                                                               | 0.82   |
|           | 14               | 0.5                   | 17.57                                                                        | 17.20 | 279.47                                                                             | 222.73 |
|           |                  | 1.5                   | 0.61                                                                         | 0.59  | 6.66                                                                               | 20.43  |
| <b>HT</b> | 8                | 0.5                   | 0.70                                                                         | 0.13  | 5.76                                                                               | 2.12   |
|           |                  | 1.5                   | 0.008                                                                        | 0.002 | 0.04                                                                               | 0.03   |
|           | 14               | 0.5                   | 3.38                                                                         | 0.55  | 41.70                                                                              | 13.48  |
|           |                  | 1.5                   | 0.11                                                                         | 0.02  | 1.05                                                                               | 0.61   |

## 4. SONUÇLAR

### 4.1. İki Nötrino Üretimi İçin Sonuçlar

Proton-proton çarpışmasında, kuark-karşıt kuark yok olmasından ve glüyon-glüyon füzyonundan gelen tek-ilmek seviyesi düzeltmelerinin dikkate alındığı iki nötrino üretiminde;

- Tek-ilmek seviyesi düzeltmelerinin, ağaç seviyesi tesir kesitlerini önemli ölçülerde arttırdığı (GT, HT ve KD için  $K$ -çarpanının değeri yaklaşık 2'dir),
- Kuark-karşıt kuark yok olmasından, glüyon-glüyon füzyonuna göre daha büyük katkılar geldiği,
- En büyük tesir kesiti değerlerinin HT senaryosu için  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^0$  sürecinde elde edildiği ( $\sqrt{s} = 14$  TeV için  $\sigma_0 = 10.5$  fb ve  $\sigma_{1-ilmek}^{q\bar{q}+gg} = 20.9$  fb'dır),
- $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_2^0$  sürecinin GT senaryosunda daha büyük değerlere sahip olduğu ( $\sqrt{s} = 14$  TeV için  $\sigma_0 = 7.8$  fb ve  $\sigma_{1-ilmek}^{q\bar{q}+gg} = 15.4$  fb'dır),
- $K$ -çarpanın, GT, HT ve KD için kütle merkezi enerjisinin değişimden hemen hemen bağımsız olup  $K(GT) \sim K(HT) \sim K(KD) > K(\text{CMSSM } 40.2.4)$  olduğu,
- Ağaç seviyesi ve tek-ilmek seviyesi tesir kesitlerinin skaler kuark kütesine,  $M_2$  ve  $\mu$  kütle parametrelerine kuvvetli bir şekilde bağlı olduğu,
- Tesir kesitlerinin faktörizasyon/renormalizasyon ölçeğinin artışıyla azalmakta olup, ağaç seviyesi tesir kesitinin bu ölçeğe bağımlılığının yok denecek kadar az olduğu,
- $K$ -çarpanın, GT, HT ve KD için faktörizasyon/renormalizasyon ölçeğinin değişimine duyarlı olduğu,
- Glüyonun parton dağılım fonksiyonundan dolayı  $\sigma_{1-ilmek}^{gg}$ 'in grafiğinin  $\sigma_{1-ilmek}^{q\bar{q}}$  grafiğinden daha büyük eğime sahip olduğu,
- $\sigma_{1-ilmek}^{gg}$  ve  $\sigma_{1-ilmek}^{q\bar{q}}$  katkılarının büyüklüğü seçilen modele bağlı olmak üzere tek-ilmek çizimlerdeki süpersimetrik parçacıkların özelliklerine göre değiştiği,
- $\tilde{\chi}_1^0$ 'in higgsino ve  $\tilde{\chi}_2^0$ 'nin gaugino bileşen katkıları büyük olduğunda üretim tesir kesitleri için daha büyük değerler elde edildiği,

- Üretilen nötralinoların türleri aynı olduğunda ( $i=j$ ) gaugino çiftlenimlerinin, farklı olduğunda ise ( $i \neq j$ ) higgsino çiftlenimlerinin daha büyük katkılara sahip olduğu, görülmüştür.

#### 4.2. İki Chargino Üretimi İçin Sonuçlar

Proton-proton çarpışmasında iki chargino üretim süreci için yapılan hesaplamalardan;

- Üretim süreçlerinin tesir kesitlerinin  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_2^-)$  şeklinde sıralandığı,
- En büyük tesir kesiti değerlerinin GT senaryosu için  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-$  sürecinde elde edildiği ( $\sqrt{s} = 14$  TeV için  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-) = 917.94$  fb'dır),
- $pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_2^-$  ve  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-$ 'nin KD senaryosunda daha büyük değerlere sahip olduğu ( $\sqrt{s} = 14$  TeV için  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^-) = 49$  fb'dır),
- $\hat{s}$ -kanalından gelen katkıların daha büyük ve skaler kuark kütesinin büyük değerleri için  $\hat{t}$  ile  $\hat{u}$ -kanallarından gelen katkıların küçük olmasından dolayı tüm senaryolar için skaler kuark kütesinin artışıyla tesir kesitinin arttığı,
- Tesir kesitinin chargino kütesinin artışıyla önemli ölçülerde azaldığı,
- Charginoların gaugino bileşenleri baskın olduğunda, tesir kesitleri için daha büyük değerler elde edildiği,
- Tesir kesitin  $M_2$  ve  $\mu$  kütle parametrelerine önemli ölçüde bağlı olduğu, görülmüştür.

#### 4.3. Tek Nötralinno Üretimi İçin Sonuçlar

Proton-proton çarpışmasında tek-nötralinno üretim süreçleri için yapılan hesaplamalardan;

- Nötralinno-skaler kuark üretimin en büyük tesir kesiti değerleri GT senaryosu için  $pp \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_2^0$  ve  $pp \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_1^0$  süreçlerinde elde edildiği ( $m_{\tilde{q}} = 1$  TeV ve  $\sqrt{s} = 14$  TeV için  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{q}_1 \tilde{\chi}_2^0) = 28.62$  fb ve  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{q}_2 \tilde{\chi}_1^0) = 17.72$  fb'dır),

- $pp \rightarrow \tilde{q}_k \tilde{\chi}_1^0$ 'nin tesir kesitinin skaler kuark kütlesinin artışına göre önemli ölçüde azaldığı,
- Nötralinon-skaler kuark üretiminde nötralinonun gaugino bileşenleri baskın olduğunda, tesir kesitleri için daha büyük değerler elde edildiği,
- En büyük tesir kesiti değerlerinin GT senaryosu için  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^+$  ve HT senaryosu için  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^+$  sürecinde elde edildiği ( $\sqrt{s} = 14$  TeV için GT'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^+) = 1226.74$  fb ve HT'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_1^+) = 365.07$  fb'dır),
- $pp \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^+$  süreci için üretim tesir kesitinin chargino kütlesinin artışıyla önemli ölçülerde azaldığı,
- $pp \rightarrow \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^+$  sürecinin üretim tesir kesitlerinde,  $\tilde{\chi}_1^0$ 'in higgsino ile  $\tilde{\chi}_1^+$ 'in higgsino,  $\tilde{\chi}_2^0$ 'nin gaugino ile  $\tilde{\chi}_1^+$ 'in higgsino ve  $\tilde{\chi}_{1,2}^0$ 'nin higgsino ile  $\tilde{\chi}_2^+$ 'nin gaugino çiftlenimlerinin daha büyük katkılara sahip olduğu,
- $pp(q\bar{q}) \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_1^0$  ve  $pp(gg) \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_1^0$  süreçleri için tesir kesitinin skaler kuark ve glüينو kütlelerine önemli ölçüde bağlı olduğu,
- $pp \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_1^0$  için kuark-karşıit kuark yok olmasından, glüyon-glüyon füzyonuna göre daha büyük katkılar geldiği,
- $pp \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_1^0$  için  $\sigma(KD) > \sigma(GT) > \sigma(HT)$  ve  $pp \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_2^0$  için  $\sigma(GT) > \sigma(KD) > \sigma(HT)$  olduğu ,
- GT'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_2^0) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_1^0)$  ve HT'de  $\sigma(pp \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_1^0) > \sigma(pp \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_2^0)$  olmak üzere en büyük tesir kesiti değerlerinin GT senaryosunda elde edildiği,
- $pp \rightarrow \tilde{g} \tilde{\chi}_1^0$  için gaugino çiftlenimlerinin daha büyük katkılara sahip olduğu,
- Tek nötralinon üretim süreçleri için tesir kesitinin  $M_2$  ve  $\mu$  kütle parametrelerine kuvvetli bir şekilde bağlı olduğu

görülmüştür.

Bu çalışmada elde edilen sonuçlar, LHC'de yapılan süpersimetrik parçacıkların deneysel araştırmalarından, özellikle nötralinoların ve charginoların kütleleri ve bağlaşımları üzerine doğru sınırlamalar türetilmesinde veya keşfedilmeleri durumunda özelliklerinin hassas bir şekilde belirlenmesinde yol gösterici olacaktır. Ayrıca, en hafif nötralinonun KM adayı olarak öngörüldüğü deneysel KM araştırmalarında yararlı olacaktır.

## 5. ÖNERİLER

- HT, GT ve KD senaryoları çerçevesinde iki nötralino, iki chargino ve tek-nötralino üretim süreçleri için PYTHIA (Sjörstrand vd., 2008), HERWIG (Bähr vd., 2008), SHERPA vb. Monte Carlo olay üreticileri kullanılarak LHC deneylerinde incelenebilecek kanallar üretilebilir ve üretilen olayların ROOT ile analizleri yapılabilir.
- Nötralino ve chargino üretim süreçlerinde, süpersimetrik CP-fazları dikkate alınarak GT,HT ve KD için üretim tesir kesitleri üzerindeki etkileri incelenebilir.
- GT,HT ve KD senaryolarında nötralinoların ve charginoların bozunum kanalları hesaplanabilir.
- MSSM için yapılan bu çalışma, NMSSM, E<sub>6</sub>SUSY ve MSSM'in genişletilmesinden oluşturulan diğer modeller için de tekrarlanabilir.
- GT,HT ve KD için MSSM'in parametre uzayı, kozmolojik (karanlık madde kalıntı yoğunluğu  $\Omega h^2$ ), B-fizik ( $b \rightarrow s\gamma$  ve  $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$  süreçlerinin dallanma oranları), müyonun magnetik momenti ( $a_\mu$ ) ve Higgs bozonu ile ilgili yapılan deneysel araştırmalardan gelen sınırlamalar dikkate alınarak taranıp izinli parametre bölgesi ortaya çıkartılabilir.

## 6. KAYNAKLAR

- Abdallah, J., *et al.* (DELPHI Collaboration), 2003. Searches for Supersymmetric Particles in  $e^+ e^-$  Collisions up to 208 GeV and Interpretation of The Results within The MSSM, Eur. Phys. J. C, 31, 4, 421-479, arXiv:hepex/0311019.
- AbdusSalam, S., S., Allanach, B., C., vd., 2011. Benchmark models, planes, lines and points for future SUSY searches at the LHC, Eur. Phys. J. C, 71, 12, 1835.
- Adler, S., L. ve Bardeen, W., A., 1969. Absence of Higher-Order Corrections in the Anomalous Axial-Vector Divergence Equation, Phys. Rev., 182, 5, 1517-1536.
- Ahmadov, A., I., Boztosun, I., Muradov, R., K., Soyulu, A., ve Dadashov, E., A., 2006. Investigation of The Neutralino Pair Production at LHC, Int.J. Mod. Phys.E, 15, 1183-1208.
- Ahmadov, A., I. ve Demirci, M., 2013. Single Neutralino Production at the LHC, Phy. Rev D, 88, 015017.
- Aitchison, I., J., 2007. Supersymmetry in Particle Physics, First Edition, Cambridge University Press, Cambridge U.K., ISBN:9780521880237.
- Allanach, B., C., 2002. SOFTSUSY: A program for calculating supersymmetric spectra, Comput. Phys. Commun., 143, 3, 305-331, arXiv:hep-ph/0104145.
- Allanach, B., C., Grab, S. ve Haber, H., E., 2011. Supersymmetric Monojets at the Large Hadron Collider, J. High Energy Phys., 01, 138.
- Agrawal, S., Hahn, T. ve Mirabella, E., 2012. FormCalc 7.5, arXiv:1210.2628.
- Arnowitz, R., L. ve Nath, P., 1992. Supersymmetric mass spectrum in SU(5) supergravity grand unification, Phys. Rev. Lett., 69, 5, 725-728.
- Arbey, A., Battaglia, M., Djouadi, A., Mahmoudi, F. ve Quevillon, J., 2012. Implications of a 125 GeV Higgs for Supersymmetric Models, Phys.Lett. B., 708, 1-2, 162-169.
- ATLAS Collaboration, 2012. Observation of a New Particle in the Search for the Standard Model Higgs Boson with the ATLAS Detector at the LHC, Phys. Lett. B, 716, 1, 1-29.
- ATLAS Collaboration, 2013. Search for Squarks and Gluinos with the ATLAS Detector in Final States with Jets and Missing Transverse Momentum Using  $4.7 \text{ fb}^{-1}$  of  $\sqrt{s}=7$  TeV Proton-Proton Collision Data, Phys. Rev. D, 87, 1, 012008.

- ATLAS Collaboration, 2013<sup>a</sup>. Search for the Neutral Higgs Bosons of the Minimal Supersymmetric Standard Model in pp Collisions at  $\sqrt{s}= 7$  TeV with the ATLAS Detector, J. High Energy Phys., 02, 95, 1-47.
- ATLAS Collaboration, 2014<sup>a</sup>. Search for Squarks and Gluinos with the ATLAS Detector in Final States with Jets and Missing Transverse Momentum  $\sqrt{s}= 8$  TeV Proton-Proton Collision Data, J. High Energy Phys., 09, 176, 1-51.
- ATLAS Collaboration, 2014<sup>b</sup>. Search for the Direct Production of Charginos, Neutralinos and Staus in Final States with at Least Two Hadronically Decaying Taus and Missing Transverse Momentum in pp Collisions at  $\sqrt{s}= 8$  TeV with the ATLAS Detector, J. High Energy Phys., 10, 96, 1-51.
- Baer, H., Karatas, D., D., ve Tata, X., 1990. Gluino and Squark Production in Association with Gauginos at Hadron Supercolliders, Phys. Rev. D, 42, 7, 2259-2264.
- Baer, H. ve Tata, X., 2006. Weak Scale Supersymmetry, First Edition, Cambridge University Press, New York, ISBN:9780511191930.
- Baer, H., Mustafayev, A., Summy, H. ve Tata, X., 2007. Mixed Higgsino Dark Matter From a Large SU(2) Gaugino Mass, J. High Energy Phys., 0710, 088.
- Bähr, M., vd., 2008. Herwig++ Physics and Manual, Eur. Phys. J. C, 58, 4, 639-707.
- Barbieri, R. ve Giudice, G., F., 1988. Upper Bounds on Supersymmetric Particle Masses, Nucl. Phys. B, 306, 1, 63-76.
- Beenakker, W., Klasen, M., Krämer, M., Plehn, T., Spira, M. ve Zerwas, P., M., 1999. Production of Charginos, Neutralinos and Sleptons at Hadron Colliders, Phys. Rev. Lett, 83, 19, 3780-3783.
- Berezin, F.,A., 1966. The Method of Second Quantization, Academic Press, New York.
- Berger, E. L., Klasen, M., ve Tait, T. M. P., 2000. Next-to-leading Order Supersymmetric QCD predictions for Associated Production of Gauginos and Gluinos, Phys. Rev. D, 62, 9, 095014.
- Beringer, J., vd. (Particle Data Group), 2012. Review of Particle Physics, Phys. Rev. D, 86, 1, 010001.
- Berman, S., M., Bjorken, J., D. ve Kogut, J., B., 1971. Inclusive Processes at High Transverse Momentum, Phys. Rev. D, 4, 11, 3388.
- Binosi, D. ve Theußl, L., 2004. JaxoDraw: A Graphical User Interface for Drawing Feynman Diagrams, Comput. Phys. Com., 161, 1-2, 76-86.
- Binoth, T., Netto, D., G., López-Val., D., Mawatari, K., Plehn, T. ve Wigmore, I., 2011. Automized Squark-Neutralino Production to Next-to-Leading Order, Phys. Rev. D, 84, 7, 075005.

- Burdman, G., 2007. New Solutions to the Hierarchy Problem. Braz. J. Phys., 37, 2B, 506-513.
- Cankocak, K., Aydemir, A. ve Sever, R., 2004. Effects of Supersymmetric CP phases on Chargino-pair Production via the Drell-Yan Process at the CERN LHC, Phys. Rev. D, 69, 7, 075010.
- Capper, D., Jones, D. ve Nieuwenhuizen, P., 1980. Regularization by Dimensional Reduction of Supersymmetric and non-Supersymmetric Gauge Theories, Nucl. Phys. B, 167, 3, 479-499.
- Carena, M., Pokorski, S. ve Wagner, C., E., M., 1993. On the Unification of Couplings in the Minimal Supersymmetric Standard Model, Nucl. Phys. B, 406, 1-2, 59-89.
- Carena, M., Heinemeyer, S., Stål, O., Wagner, C., E., M. ve Weiglein, G., 2013. MSSM Higgs Boson Searches at the LHC: Benchmark Scenarios after the Discovery of a Higgs-like Particle, Eur. Phys. J. C, 73, 9, 2552.
- Carlos, B., de ve Casas, J., A., 1993. One-loop Analysis of the Electroweak Breaking in Supersymmetric Models and the Fine-tuning Problem, Phys. Lett. B, 309, 3-4, 320-328.
- Chamseddine, A., H., Arnowitt, R. ve Nath, P., 1982. Locally Supersymmetric Grand Unification, Phys. Rev. Lett., 49, 14, 970-974.
- Chan, K., L., Chattopadhyay, U. ve Nath, P., 1998. Naturalness, Weak Scale Supersymmetry, and the Prospect for the Observation of Supersymmetry at the Fermilab Tevatron and at the CERN LHC, Phys. Rev. D, 58, 9, 096004.
- Choi, S., Y., Kalinowski, J., Moortgat-Pick, G. ve Zerwas, P., M., 2001. Analysis of the Neutralino System in Supersymmetric Theories, Eur. Phys. J. C, 22, 3, 563-579 [Addendum-ibid. C 23, 769 (2002)], arXiv:hep-ph/0108117.
- Choi, S., Y., Haber, H., E., Kalinowski, J. ve Zerwas, P., M., 2007. The Neutralino Sector in the  $U(1)$ -extended Supersymmetric Standard Model, Nucl. Phys. B, 778, 1-2, 85-128.
- Christenson, J., H., Cronin, J., W., Fitch, V., L. ve Turlay, R., 1964. Evidence for the  $2\pi$  Decay of the  $K_2^0$  Meson, Phys. Rev. Lett., 13, 4, 138-140.
- Clowe, D., Bradac, M., Gonzalez, A., H., Markevitch, M., Randall, S., C., Jones, C. ve Zaritsky, D., 2006. A Direct Empirical Proof of the Existence of Dark Matter, Astrophys. J. Lett., 648, 2, L109-L113.
- CMS Collaboration, 2012. Observation of a New Boson at a Mass of 125 GeV with the CMS Experiment at the LHC, Phys. Lett. B, 716, 1, 30-61.



- CMS Collaboration, 2014<sup>a</sup>. Search for New Physics in the Multijets and Missing Momentum final State in Proton-Proton Collisions at  $\sqrt{s}=8$  TeV, J. High Energy Phys., 06, 55, 1-37.
- CMS Collaboration, 2014<sup>b</sup>. Searches for Electroweak Production of Charginos, Neutralinos, and Stopped Decaying to Leptons and W, Z, and Higgs Bosons in pp Collisions at 8 TeV, Eur. Phys. J. C, 74, 9, 3036.
- CMS Collaboration, 2014<sup>c</sup>. Searches for Electroweak Neutralino and Chargino Production in Channels with Higgs, Z, and W Bosons in pp Collisions at 8 TeV, arXiv:1409.3168.
- Coester, F., Hamermesh, M. ve McGlenn, W., D., 1964. Internal Symmetry and Lorentz Invariance, Phys. Rev., 135, 2B, B451-B452.
- Coleman, S.ve Mandula, J., 1967. All Possible Symmetries of the S Matrix, Phys. Rev., 159, 5, 1251-1256.
- Debove, J., Fuks, B. ve Klasen, M., 2008. Gaugino-Pair Production in Polarized and Unpolarized Hadron Collisions, Phys. Rev. D, 78, 7, 074020.
- Degrassi, G., Heinemeyer, S., Hollik, W., Slavich, P. ve Weiglein, G., 2003. Towards High-precision Predictions for the MSSM Higgs Sector, Eur. Phys. J. C, 28, 1, 133-143.
- Del Aguila, F., Culatti, A., Munoz Tapia, R. ve Perez-Victoria, M., (1999). Techniques for One-loop Calculations in Constrained Differential Renormalization, Nucl. Phys. B, 537, 1-3, 561-585.
- DES Collaboration, 2015. Wide-Field Lensing Mass Maps from DES Science Verification Data, arXiv:1504.03002[astro-ph.CO].
- Dimopoulos, S. ve Georgi, F., 1981. Softly Broken Supersymmetry and  $SU(5)$ , Nucl. Phys. B, 193, 1, 150-162.
- Dimopoulos, S., Raby, S. ve Wilczek, F., 1981. Supersymmetry and the Scale of Unification, Phys. Rev. D, 24, 6, 1681-1683.
- Djouadi, A., 2008. The Anatomy of Electroweak Symmetry Breaking Tome II: The Higgs Bosons in the Minimal Supersymmetric Model, Phys. Reports, 459, 1-6, 1-241.
- Drees, M. ve Martin, S., P., 1995. Implications of SUSY Model Building, arXiv:hep-ph/9504324v1, version 1.
- Dvali, G., Giudice, G., F. ve Pomarol, A., 1996. The  $\mu$ -problem in Theories with Gauge-Mediated Supersymmetry Breaking, Nucl. Phys. B, 478, 1-2, 21-45.
- Eichten, E., Hinchliffe, I., Lane, K. ve Quigg, C., 1984. Supercollider Physics, Rev. Mod. Phys., 56, 4, 579-707.

- Einstein, A., 1905. Zur Elektrodynamik bewegter Körper, Annalen der Physik und Chemie, 17, 891-921.
- El Kheishen, M., M., Shafik, A., A. ve Aboshousha, A., A., 1992. Analytic Formulas for the Neutralino Masses and the Neutralino Mixing Matrix, Phys. Rev. D, 45, 11, 4345-4348.
- Ellis, J., Hagelin, J., S., Nanopoulos, D., V., Olive, K. ve Srednicki, M., 1984. Supersymmetric Relics from the Big Bang, Nucl. Phys. B, 238, 2, 453-476.
- Englert, F. ve Brout, R., 1964. Broken Symmetry and the Mass of gauge Vector Mesons, Phys. Rev. Lett., 13, 9, 321-323.
- Farrar, G., R. ve Fayet, P., 1978. Phenomenology of the Production, Decay and Detection of New Hadronic States Associated with Supersymmetry, Phys.Lett. B., 76, 5, 575-579.
- Fayet, P., 1976. Supersymmetry and Weak, Electromagnetic and Strong Interactions, Phys.Lett. B., 64, 2, 159-162.
- Fayet, P., 1977. Spontaneously Broken Supersymmetric Theories of Weak, Electromagnetic and Strong Interactions, Phys.Lett. B., 69, 4, 489-494.
- Fayet, P., 1979. Relations Between the Masses of the Superpartners of Leptons and Quarks, the Goldstino Coupling and the Neutral Currents, Phys.Lett. B., 84, 4, 416-420.
- Fermi, E., 1934. Versuch einer Theorie der  $\beta$ -Strahlen, Zeitschrift für Physik, 88, 161-177.
- Ferrara, S., Iliopoulos, J. ve Zumino, B., 1974<sup>a</sup>. Supergauge Invariance and the Gell-mann-Low Eigenvalue, Nucl. Phys. B., 77, 3, 413-419.
- Ferrara, S., Zumino, B. ve Wess, J., 1974<sup>b</sup>. Supergauge Multiplets and Superfields, Phys. Lett. B, 51, 3, 239-241.
- Ferrara, S. ve Zumino, B., 1974. Supergauge Invariant Yang-Mills Theories, Nucl. Phys. B, 79, 3, 413-421.
- Feynman, R., P. ve Gell-Mann, M., 1958. Theory of the Fermi Interaction, Phys. Rev., 109, 193-198.
- Gabbiani, F., Gabrielli, E., Masiero, A. ve Silvestrini, L., 1996. A Complete Analysis of FCNC and CP Constraints in General SUSY Extensions of Standard Model, Nucl. Phys. B, 477, 2, 321-352.
- Gell-Mann, M., 1964. A Schematic Model of Baryons and Mesons, Phys. Lett., 8, 214-215.

- Girardello, L. ve Grisaru, M., T., 1982. Softly Breaking of Supersymmetry, Nucl. Phys. B, 194, 1, 65-76.
- Glashow, S., L., 1961. Partial Symmetries of Weak Interactions, Nucl. Phys., 22, 579-588.
- Glashow, S., L., Iliopoulos ve Maiani, L., 1970. Weak Interactions with Lepton-Hadron Symmetry, Phys. Rev. D, 2,7, 1285-1292.
- Golfand, Y., A. ve Likhtman, E., P., 1971. Extension of the Algebra of Poincare Group Generators and Violation of p Invariance, JETP Lett., 13, 323–326.
- Gounaris, G., J., Layssac, J., Porfyriadis, P., I. ve Renard, F., M., 2004. Neutralino Pair Production at CERN LHC, Phys. Rev. D, 70, 3, 033011.
- Gounaris, G., J., Layssac, J., Porfyriadis, P., I. ve Renard, F., M., 2005. Single Neutralino Production at CERN LHC, Phys. Rev. D, 71, 7, 075012.
- Greenberg, O., W., 1964. Spin and Unitary-Spin Independence in a Paraquark model of Baryon and Mesons. Phys. Rev. Lett. 13, 598-602.
- Griest, K. ve Kamionkowski, M., 2000. Supersymmetric Dark Matter, Phys. Rep., 333-334, 167-182.
- Gunion, J., F. ve Haber, H., E., 1986. Higgs Bosons in Supersymmetric Models (I), Nucl. Phys. B, 272, 1, 1-76; B 402, 567(E) (1993).
- Haag, R., Lopuszanski, J., T. ve Sohnius, M., 1975. All Possible Generators of Supersymmetries of the S Matrix, Nucl. Phys. B, 88, 2, 257-274.
- Haber, H., E. ve Kane, G. L., 1985. The Search for Supersymmetry: Probing Physics Beyond The Standard Model, Phys. Reports, 117, 75-263.
- Hahn, T., 2001. Generating Feynman Diagrams and Amplitudes with FeynArts 3, Comput. Phys. Com., 140, 3, 418-431, arXiv:hep-ph/0012260.
- Hahn, T., 2008. A Mathematica Interface for FormCalc-Generated Code, Comput. Phys. Com., 178, 3, 217-221, arXiv:hep-ph/0611273.
- Hahn, T. ve Perez-Victoria, M., 1999. Automated one-loop calculations in four and  $D$  dimensions, Comput. Phys. Com., 118, 2-3, 153-165, arXiv:hep-ph/ 9807565.
- Hahn, T. ve Schappacher, C., 2002. The implementation of the Minimal Supersymmetric Standard Model in *FeynArts* and *FormCalc*, Comput. Phys. Com. 143, 1, 54-68.
- Hall, L., J. ve Suzuki, M., 1984. Explicit R-parity Breaking in Supersymmetric Models, Nucl. Phys. B, 231, 3, 419-444.
- Heinemeyer, S., Stål, O. ve Weiglein, G., 2012. Interpreting the LHC Higgs Search Results in the MSSM, Phys.Lett. B., 710, 1, 201-206.

- Herrmann, B. ve Klasen, M., 2007. Supersymmetric QCD corrections to dark matter annihilation in the Higgs funnel region, Phys. Rev. D, 76, 117704.
- Higgs, P., W., 1964. Broken Symmetries, Massless Particles and Gauge Fields, Phys. Rev. Lett., 12, 132-133.
- Hong, Z., Wen-Gan, M., Liang, H., Yi, J. ve MianLai, Z., 2000. Chargino-Pair Productions via Drell-Yan Process at the LHC, Commun. Theor. Phys., 34, 4, 669-676.
- Ibrahim, T. ve Nath, P., 2008. CP Violation from the Standard Model to Strings, Rev. Mod. Phys., 80, 2, 577-631.
- Jungman, G., Kamionkowski, M. ve Griest, K., 1996. Supersymmetric Dark Matter, Phys. Rep., 267, 5-6, 195-373.
- Kac, V., G., 1977. Lie Superalgebras, Advances in Mathematics, 26, 8-96.
- Kane, G., L., Kolda, C., Roszkowski, L. ve Wells, J., D., 1994. Study of Constrained Minimal Supersymmetry, Phys. Rev. D, 49, 11, 6173-6210.
- Kaul, R., K. ve Majumdar, P., 1982. Cancellation of Quadratically Divergent Mass Corrections in Globally Supersymmetric Spontaneously Broken Gauge Theories, Nucl. Phys. B, 199, 1, 36-58.
- Kazakov, D., I., 2001. Supersymmetry in Particle Physics: The Renormalization Group Viewpoint, Phys. Reports, 344, 4-6, 309-353.
- Kneur, J., L. ve Moultaqa, G., 1998. Inverting the Supersymmetric Standard Model Spectrum: From Physical to Lagrangian Gaugino Parameters, Phys. Rev. D, 59, 1, 015005.
- Kühlbeck, J., Böhm, M. ve Denner, A., 1990. Feyn arts: Computer-Algebraic Generation of Feynman Graphs and Amplitudes, Comp. Phys. Com., 60, 2, 165-180.
- Martin, A., D., Stirling, W., J., Thorne, R., S. ve Watt, G., 2009. Parton distributions for the LHC, Eur. Phys. J. C, 63, 2, 189-285, arXiv:0901.0002.
- Martin, S., P., 2011. A Supersymmetry Primer, arXiv:hep-ph/9709356, version 6.
- Michelson, A. ve Morley, E., 1887. On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether, American Journal of Science, 34, 333-345.
- Moultaqa, G., 1998. "Extracting chargino/neutralino mass parameters from physical observables", Talk given at 29th International Conference on High-Energy physics (ICHEP 98), Vancouver, Canada, 23-29 July 1998. In "Vancouver 1998, High Energy physics, vol.2" 1703-1709, arXiv:hep-ph/9810214.
- Müller-Kirsten, H., J. ve Wiedemann, A., 2010. Introduction to Supersymmetry, vol. 80, Second Edition, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

- Nilles, H., P., 1984. Supersymmetry, Supergravity and Particle Physics, Phys. Reports, 110, 1-2, 1-162.
- Noether, E., 1918. Invariante Variationsprobleme, Nachr. v. d. Ges. Wiss. Zu Göttingen, 235. İngilizce tercümesi: 1971. Transport Theory and Stat. Phys., 1(3), 186-207.
- Olive, K., A. vd. (Particle Data Group), 2014. Review of Particle Physics, Chin. Phys. C, 38, 9, 090001.
- O'Raifeartaigh, L., 1965<sup>a</sup>. Internal Symmetry and Lorentz Invariance, Phys. Rev. Lett., 14, 9, 332-334.
- O'Raifeartaigh, L., 1965<sup>b</sup>. Lorentz Invariance and Internal Symmetry, Phys. Rev., 139, 4B, B1052-B1062.
- Penrose, R., 2004. The Road to Reality, A Complete Guide to the Laws of the Universe, First Vintage Books Edition, London, ISBN:9780679776314.
- Planck Collaboration, Ade, P., A., R., vd., 2013. Planck 2013 results: XVI. Cosmological parameters, arXiv:1303.5076 [astro-ph.CO].
- Politzer, H., D., 1974. Asymptotic Freedom: An Approach to Strong Interactions, Phys. Reports, 14, 4, 129-180.
- Ramond, P., 1985. Supersymmetry in Physics: An Algebraic Overview, Physica D: Nonlinear Phenomena, 15, 25-41.
- Rosiek, J., 1990. Complete Set of Feynman Rules for the MSSM, Phys. Rev. D, 41, 11, 3464-3501 [Erratum: [arXiv:hep-ph/9511250](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9511250)].
- Ross, G., G., 1984. Grand Unified Theories, Benjamin/Cummings Pub. Co., Menlo Park, California.
- Sakharov, A. D., 1967. Violation of CP Invariance, C Asymmetry, and Baryon Asymmetry of the Universe, JETP Lett., 5, 24-27.
- Salam, A., 1968. Weak and Electromagnetic Interactions, Conf. Proc. C, 680519, 367-377.
- Salam, A. ve Strathdee, J., 1974<sup>a</sup>. Super-gauge Transformations, Nucl. Phys. B, 76, 3, 477-482.
- Salam, A. ve Strathdee, J., 1974<sup>b</sup>. Super-symmetry and non-Abelian Gauges, Phys. Lett. B, 51, 4, 353-355.
- Salam, A. ve Strathdee, J., 1975. Superfields and Fermi-Bose symmetry, Phys. Rev. D, 11, 6, 1521-1535.
- Schael, S., vd., ALEPH, DELPHI, L3, OPAL Collaborations, 2006. Search for Neutral MSSM Higgs Bosons at LEP, Eur. Phys. J. C, 47, 3, 547-587.

- Scheunert, M., Nahm, W. ve Rittenberg, V., 1976. Classification of all Simple GLA Whose Lie Algebra is Reductive, J. Math. Phys., 17, 9, 1626-1639.
- Scheunert, M., Nahm, W. ve Rittenberg, V., 1977. Irreducible Respresentations of the  $osp(2,1)$  and  $spl(2,1)$  Graded Lie Algebras, J. Math. Phys., 18, 1, 155-162.
- Siegel, W., 1979. Supersymmetric Dimensional Regularization via Dimensional Reduction, Phys. Lett. B, 84, 2, 193-196.
- Signer, A., 2009. ABC of SUSY, J. Phys. G, 36, 7, 073002.
- Sjöstrand, T., Mrenna, S. ve Skands P., 2008. A brief introduction to PYTHIA 8.1, Comp. Phys. Com., 178, 11, 852-867.
- Steigman, G. ve Turner, M., S., 1985. Cosmological Constraints on the Properties of Weakly Interacting Massive Particles, Nucl. Phys. B, 253, 375-386.
- Stöckinger, D., 2005. Regularization by Dimensional Reduction: Consistency, Quantum Action Principle and Supersymmetry, J. High Energy Phys., 03, 076.
- Supernova Cosmology Project Collaboration, Perlmutter, vd., 1999. Measurements of  $\Omega$  and  $\Lambda$  from 42 High-Redshift Supernovae, Astrohys. J. Lett., 517, 2, 565.
- Supernova Search Team Collaboration, Riess, A. G., vd., 1998. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant, Astronomical Journal, 116, 3, 1009.
- Susskind, L., 1979. Dynamics of Spontaneous Symmetry Breaking in the Weinberg-Salam Theory, Phys. Rev. D, 20, 10, 2619-2625.
- Takagi, T., 1927. On an Algebraic Problem Related to an Analytical Theorem of Caratheodory and Fejer and on an Allied Theorem of Landau, Japanese J. Math., 1, 83-93.
- Terning, J., 2006. Modern Supersymmetry, Dynamics and Duality, Clarendon Press, Oxford, ISBN:9780198567639.
- Yang, C., N. ve Mills, R., 1954. Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance, Physical Review, 96, 1, 191-195.
- Yi, J., Wen-Gan, M., Liang, H., Zeng-Hui, Y. ve Pietschmann, H., 2000. Pair production of Neutralinos via Gluon-Gluon Collisions, Phys. Rev. D, 62, 3, 035006.
- Weinberg, S., 1967. A Model of Leptons, Phys. Rev. Lett., 19, 1264-1266.
- Weinberg, S., 1973. Non-Abelian Gauge Theories of Strong Interactions, Phys. Rev. Lett., 31, 494-497.
- Weinberg, S., 1979. Gauge Hierarchies, Phys. Lett. B, 82, 3-4, 387-391.

- Wess, J. ve Bagger, J., 1983. Supersymmetry and Supergravity, Princeton University Press, Princeton, N.,J.
- Wess, J. ve Zumino, B., 1974<sup>a</sup>. A Lagrangian Model Invariant Under Supergauge Transformations, Phys. Lett. B, 49, 1, 52-54.
- Wess, J. ve Zumino, B., 1974<sup>b</sup>. Supergauge Transformations in Four-Dimensions, Nucl. Phys. B, 70, 1, 39-50.
- Wess, J. ve Zumino, B., 1974<sup>c</sup>. Supergauge Invariant Extension of Quantum Electrodynamics, Nucl. Phys. B, 78, 1, 1-13.
- WMAP Collaboration, 2007. Three-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Implications for Cosmology, Astrophys. Journal Suppl. Series, 170, 2, 377.
- URL-1, <http://www.economist.com/blogs/graphicdetail/2012/07/daily-chart-1>. 27 Ekim 2014.
- URL-2, <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/AtlasPublic/SupersymmetryPublicResults>. 17 Temmuz 2014.
- URL-3, <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/CMSPublic/PhysicsResultsSUS>. 17 Temmuz 2014.
- URL-4, <http://en.wikipedia.org/wiki/Universe>. 20 Kasım 2014
- URL-5, [http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/2004/popular.html](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2004/popular.html). 5 Kasım 2014
- URL-6, <http://lhcb-public.web.cern.ch/lhcb-public>. 12 Temmuz 2014

## 7. EKLER

### 7.1. Ek-1. Gösterim ve Temel Bağlıntılar

a. *Minkowski uzayında koordinatlar ve momentum*: Yapılan bu çalışmada  $\hbar = c = 1$  olan doğal birim sistemi kullanıldı. Görelilik teorisinde bir parçacığın uzay-zaman koordinatları ve enerji/momentumu çoğunlukla dört-vektör biçiminde gösterilir. Koordinat dönüşümleri altında bir 4-vektörün büyüklüğü değişmez olduğundan bu gösterimin kullanılması yararlı olur. Bu gösterimde dört-vektör konum, momentum ve türev

$$x^\mu = (x^0, \vec{x}), p^\mu = (E, \vec{p}), \partial_\mu = (\partial / \partial t, \vec{\nabla}) \quad (\text{E.1})$$

şeklinde gösterilir. Burada  $\mu=0,1,2,3$  olmak üzere  $x^0$  ve  $E$  zaman bileşenlerine  $\vec{x} \equiv (x^1, x^2, x^3)$  ve  $\vec{p} \equiv (p^1, p^2, p^3)$  uzay bileşenlerine karşılık gelir. Bir kontravaryant ve kovaryant 4-vektörler sırasıyla

$$A^\mu = (A^0, \vec{A}) \text{ ve } A_\mu = (A^0, -\vec{A}) \quad (\text{E.2})$$

biçiminde yazılırlar. Bu çalışmada Bjorken ve Drell (1965) metrik tensörü

$$g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = \text{köşegen}(1, -1, -1, -1) \quad (\text{E.3})$$

kullanıldı. Metrik tensör kullanılarak kovaryant 4-vektörler  $A^\mu = g_{\mu\nu} A^\nu$  şeklinde kontravaryant 4-vektörlerden elde edilir.  $A^\mu$  ve  $B^\mu$  gibi dördü vektörler arasındaki Minkowski çarpımı veya iç çarpım Einstein toplama uzlaşımı kullanılarak hesaplanır. Einstein toplama uzlaşımı,

$$A^\mu B_\mu = \sum_{\mu=0}^3 A^\mu B_\mu = A^0 B^0 - \vec{A} \vec{B} \quad (\text{E.4})$$

şeklinde tanımlanır.

b. *Weyl spinörleri*: Weyl spinörleri iki-bileşenli olmak üzere  $SL(2, C)$  grubunun bir elemanı olan  $M$  matrisi ile

$$\begin{aligned} \psi'_\alpha &= M_\alpha^\beta \psi_\beta & \bar{\psi}'_{\dot{\alpha}} &= (M^*)_{\dot{\alpha}}^{\dot{\beta}} \bar{\psi}_{\dot{\beta}} \\ \psi'^\alpha &= \psi^\beta (M^{-1})_\beta^\alpha & \bar{\psi}'^{\dot{\alpha}} &= \bar{\psi}^{\dot{\beta}} (M^{*-1})_{\dot{\beta}}^{\dot{\alpha}} \end{aligned} \quad (\text{E.5})$$

şeklinde dönüşürler. Burada  $\alpha, \beta = 1, 2$  ve  $\dot{\alpha}, \dot{\beta} = \dot{1}, \dot{2}$  olmak üzere noktalı ve noktasız spinör indisleridir.  $SL(2, C)$  grubu altında (E.5)'teki gibi dönüşen  $\psi_\alpha$  “sol-elli Weyl



### Ek 1'in devamı

spinörü" ve  $\bar{\psi}_{\dot{\alpha}}$  "sağ-elli Weyl spinörü" olarak adlandırılır. Buradan görüldüğü üzere bunlar birbirlerinin hermityen eşleniğidirler (yani  $(\psi_{\alpha})^{\dagger} = \bar{\psi}_{\dot{\alpha}}$ ,  $(\bar{\psi}^{\dot{\alpha}})^{\dagger} = \psi^{\alpha}$ ).

$$\psi_{\alpha} = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \text{ ve } \bar{\psi}^{\dot{\alpha}} = \begin{pmatrix} \bar{\psi}^{\dot{1}} \\ \bar{\psi}^{\dot{2}} \end{pmatrix} \quad (\text{E.6})$$

Spinör indisleri, iki boyutlu karşıt-simetrik tensörler kullanılarak yukarı veya aşağıya taşınabilir. Bu tensörler,

$$\begin{aligned} \varepsilon^{\alpha\beta} &= i\sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} & \varepsilon_{\alpha\beta} &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \varepsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \\ \varepsilon^{\alpha\beta} &= -\varepsilon^{\beta\alpha} & \varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} &= -\varepsilon^{\dot{\beta}\dot{\alpha}} \end{aligned} \quad (\text{E.7})$$

olmak üzere Weyl spinörlerinin indislerini,

$$\psi_{\alpha} = \varepsilon_{\alpha\beta} \psi^{\beta}, \quad \psi^{\alpha} = \varepsilon^{\alpha\beta} \psi_{\beta}, \quad \bar{\psi}_{\dot{\alpha}} = \varepsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \bar{\psi}^{\dot{\beta}}, \quad \bar{\psi}^{\dot{\alpha}} = \varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \bar{\psi}_{\dot{\beta}} \quad (\text{E.8})$$

şeklinde değiştirir. Aynı zamanda bu tensörler

$$\varepsilon^{\alpha\beta} \varepsilon_{\beta\gamma} = \delta^{\alpha}_{\gamma}, \quad \varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \varepsilon_{\dot{\beta}\dot{\gamma}} = \delta^{\dot{\alpha}}_{\dot{\gamma}}, \quad \varepsilon^{\alpha\beta} \varepsilon_{\gamma\delta} = \delta^{\alpha}_{\delta} \delta^{\beta}_{\gamma} - \delta^{\alpha}_{\gamma} \delta^{\beta}_{\delta} \quad (\text{E.9})$$

eşitliklerini sağlar. Weyl spinörleri arasındaki iç çarpım, noktalı ve noktasız indislerin sırasıyla  $^{\alpha}_{\alpha}$  ve  $^{\dot{\alpha}}_{\dot{\alpha}}$  şeklindeki bir düzende olması durumunda yapılabilir: Bu, Weyl spinörleri  $\lambda$  ve  $\chi$  için

$$\lambda \cdot \chi \equiv \lambda^{\alpha} \chi_{\alpha}, \quad \bar{\lambda} \cdot \bar{\chi} \equiv \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} \bar{\chi}^{\dot{\alpha}} \quad (\text{E.10})$$

şeklinde gösterilir. Bunlar  $SL(2, \mathbb{C})$  altında değişmezdirler. Weyl spinörlerinin iç çarpımı (E.8) ve (E.10) kullanılarak  $\lambda \cdot \chi \equiv \lambda^{\alpha} \chi_{\alpha} = \varepsilon^{\alpha\beta} \lambda_{\beta} \chi_{\alpha} = \varepsilon^{12} \lambda_2 \chi_1 + \varepsilon^{21} \lambda_1 \chi_2 = \lambda_2 \chi_1 - \lambda_1 \chi_2$  şeklinde bileşenleri cinsinden elde edilir. Weyl spinörleri birbirleriyle ve kendileriyle anti-sıra değişimlidirler:

$$\{\lambda_{\alpha}, \chi_{\beta}\} = \{\lambda^{\alpha}, \chi^{\beta}\} = \{\lambda^{\alpha}, \chi_{\beta}\} = 0, \quad \{\bar{\lambda}_{\dot{\alpha}}, \bar{\chi}_{\dot{\beta}}\} = \{\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}, \bar{\chi}^{\dot{\beta}}\} = \{\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}, \bar{\chi}_{\dot{\beta}}\} = 0 \quad (\text{E.11})$$

Weyl spinör temsilinde Dirac matrisleri

$$\gamma^{\mu} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^{\mu} \\ \bar{\sigma}^{\mu} & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = i\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{E.12})$$

### Ek 1'in devamı

ile verilir. Burada  $\sigma^i$  ( $i=1,2,3$ ) pauli matrisleri olmak üzere  $\sigma^\mu = (\mathbf{1}, \sigma^i)$  ve  $\bar{\sigma}^\mu = (\mathbf{1}, -\sigma^i)$ 'dir. Weyl gösteriminde bu matrisler  $\mu$  uzay-zaman indisinin yanı sıra  $\sigma^\mu \equiv \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu$  ve  $\bar{\sigma}^\mu \equiv \bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\alpha}$  şeklinde noktalı ve noktasız spinör indislerini de taşırlar. Bu indislerin yerleri (E.7)'de verilen tensörler kullanılarak

$$\sigma_{\delta\beta}^\mu = \varepsilon_{\beta\dot{\alpha}} \varepsilon_{\delta\dot{\alpha}} \bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\alpha}, \quad \bar{\sigma}^{\mu\beta\delta} = \varepsilon^{\delta\alpha} \varepsilon^{\beta\dot{\alpha}} \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \quad (\text{E.13})$$

şeklinde düzenlenebilir. Pauli matrisleri için, hesaplamalarda oldukça yararlı olan bazı özdeşlikler aşağıda verilmektedir:

$$(\sigma^{\mu\nu})_{\alpha}{}^{\beta} = \frac{i}{4} (\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\sigma}^{\nu\dot{\alpha}\beta} - \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\nu \bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\beta}), \quad (\bar{\sigma}^{\mu\nu})^{\dot{\alpha}}{}_{\dot{\beta}} = \frac{i}{4} (\bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\alpha} \sigma_{\alpha\dot{\beta}}^\nu - \bar{\sigma}^{\nu\dot{\alpha}\alpha} \sigma_{\alpha\dot{\beta}}^\mu) \quad (\text{E.14})$$

$$\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\sigma}_{\mu}^{\dot{\beta}\beta} = 2\delta_{\alpha}^{\beta} \delta_{\dot{\alpha}}^{\dot{\beta}}, \quad \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \sigma_{\mu\dot{\beta}\beta} = -2\varepsilon_{\alpha\beta} \varepsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}}, \quad \bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\alpha} \bar{\sigma}_{\mu}^{\dot{\beta}\beta} = -2\varepsilon^{\alpha\beta} \varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \quad (\text{E.15})$$

$$(\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu + \sigma^\nu \bar{\sigma}^\mu)_{\alpha}{}^{\beta} = 2g^{\mu\nu} \delta_{\alpha}^{\beta}, \quad (\bar{\sigma}^\mu \sigma^\nu + \bar{\sigma}^\nu \sigma^\mu)^{\dot{\alpha}}{}_{\dot{\beta}} = 2g^{\mu\nu} \delta_{\dot{\alpha}}^{\dot{\beta}} \quad (\text{E.16})$$

$\lambda$  ve  $\chi$  iki-bileşenli Weyl spinörlerini için (E.14) ve (E.16) kullanılarak,

$$\lambda \sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu \chi = \lambda [-2i\sigma^{\mu\nu} + g^{\mu\nu}] \chi, \quad \bar{\lambda} \bar{\sigma}^\mu \sigma^\nu \bar{\chi} = \bar{\lambda} [-2i\bar{\sigma}^{\mu\nu} + g^{\mu\nu}] \bar{\chi} \quad (\text{E.17})$$

bağıntıları yazılabilir. Ayrıca (E.8), (E.9), (E.10) ve (E.11) bağıntıları kullanılarak iki spinör için bazı özdeşlikler

$$\lambda \cdot \chi \equiv \lambda^\alpha \chi_\alpha = \lambda^\alpha \varepsilon_{\alpha\beta} \chi^\beta = -\chi^\beta \varepsilon_{\alpha\beta} \lambda^\alpha = \chi^\beta \varepsilon_{\beta\alpha} \lambda^\alpha = \chi^\beta \lambda_\beta \equiv \chi \cdot \lambda \quad (\text{E.18})$$

$$\begin{aligned} \bar{\lambda} \bar{\sigma}^\mu \chi &\equiv \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\alpha} \chi_\alpha = \varepsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \bar{\lambda}^{\dot{\beta}} \bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\alpha} \varepsilon_{\alpha\delta} \chi^\delta = -\chi^\delta \varepsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\alpha} \varepsilon_{\alpha\delta} \bar{\lambda}^{\dot{\beta}} \\ &= -\chi^\delta \varepsilon_{\dot{\beta}\dot{\alpha}} \varepsilon_{\delta\alpha} \bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\alpha} \bar{\lambda}^{\dot{\beta}} = -\chi^\delta \sigma_{\delta\dot{\beta}}^\mu \bar{\lambda}^{\dot{\beta}} = -\chi \sigma^\mu \bar{\lambda} \end{aligned} \quad (\text{E.19})$$

$$\lambda \sigma^\mu \bar{\chi} \equiv \lambda^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\chi}^{\dot{\alpha}} = -\bar{\chi} \bar{\sigma}^\mu \lambda, \quad \bar{\lambda} \bar{\sigma}^\mu \sigma^\nu \bar{\chi} = \bar{\chi} \bar{\sigma}^\nu \sigma^\mu \bar{\lambda} \quad (\text{E.20})$$

$$\bar{\lambda} \cdot \bar{\chi} = \bar{\chi} \cdot \bar{\lambda}, \quad (\lambda \chi)^\dagger = \bar{\chi} \bar{\lambda}, \quad (\lambda \sigma^\mu \bar{\chi})^\dagger = \chi \sigma^\mu \bar{\lambda} \quad (\text{E.21})$$

şeklinde elde edilir.

Weyl spinör temsilinde dört-bileşenli Dirac spinörü

$$\Psi_D = \begin{pmatrix} \lambda_\alpha \\ \bar{\chi}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix}, \quad \bar{\Psi}_D = \Psi_D^\dagger \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = (\chi^\alpha \quad \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}}) \quad (\text{E.22})$$

### Ek 1'in devamı

ve Majorana spinörü,

$$\Psi_M = \Psi_M^C = \begin{pmatrix} \lambda_\alpha \\ \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix} \quad (\text{E.23})$$

şeklinde iki bileşenli  $\lambda_\alpha$  ve  $\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}$  Weyl spinörleri cinsinden yazılır. Burada  $C = -i\gamma^0\gamma^2$  olan yük eşleniğidir. Bununla birlikte dört-bileşenli Dirac Lagranjiyeni, (E.12) ve (E.22) kullanılarak iki-bileşenli Weyl spinörleri cinsinden

$$\begin{aligned} L_{Dirac} &= i\bar{\Psi}_D \gamma^\mu \partial_\mu \Psi_D - M \bar{\Psi}_D \Psi_D \\ &= i\bar{\lambda} \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \lambda + i\chi \sigma^\mu \partial_\mu \bar{\chi} - M (\lambda \chi + \bar{\lambda} \bar{\chi}) \end{aligned} \quad (\text{E.24})$$

şeklinde elde edilir.  $\Phi = \begin{pmatrix} \lambda_\alpha \\ \bar{\phi}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix}$  ve  $\bar{\Psi} = (\chi^\alpha \quad \bar{\psi}_{\dot{\alpha}})$  Dirac spinörleri olmak üzere Lorentz kovaryant gösterimler

$$\begin{aligned} \bar{\Psi} \Phi &= \chi^\alpha \lambda_\alpha + \bar{\psi}_{\dot{\alpha}} \bar{\phi}^{\dot{\alpha}} \equiv \chi \lambda + \bar{\psi} \bar{\phi} \\ \bar{\Psi} \gamma^\mu \Phi &= \bar{\psi}_{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\alpha} \lambda_\alpha + \chi^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\phi}^{\dot{\alpha}} = -\lambda^\alpha \sigma^\mu \bar{\psi}^{\dot{\alpha}} + \chi^\alpha \sigma^\mu \bar{\phi}^{\dot{\alpha}} \\ \bar{\Psi} \gamma_5 \Phi &= -\chi^\alpha \lambda_\alpha + \bar{\psi}_{\dot{\alpha}} \bar{\phi}^{\dot{\alpha}} \equiv -\chi \lambda + \bar{\psi} \bar{\phi} \\ \bar{\Psi} \gamma^\mu \gamma_5 \Phi &= -\bar{\psi}_{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\alpha} \lambda_\alpha + \chi^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\phi}^{\dot{\alpha}} = \lambda^\alpha \sigma^\mu \bar{\psi}^{\dot{\alpha}} + \chi^\alpha \sigma^\mu \bar{\phi}^{\dot{\alpha}} \\ \bar{\Psi} \gamma^\mu \gamma^\nu \Phi &= \bar{\psi}_{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\beta} \sigma_{\beta\dot{\beta}}^\nu \bar{\phi}^{\dot{\beta}} + \chi^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\sigma}^{\nu\dot{\alpha}\beta} \lambda_\beta \\ \bar{\Psi} P_L \Phi &= \chi^\alpha \lambda_\alpha, \quad \bar{\Psi} P_R \Phi = \bar{\psi}_{\dot{\alpha}} \bar{\phi}^{\dot{\alpha}} \\ \bar{\Psi} \gamma^\mu P_L \Phi &= \bar{\psi}_{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\alpha} \lambda_\alpha, \quad \bar{\Psi} \gamma^\mu P_R \Phi = \chi^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\phi}^{\dot{\alpha}} = -\bar{\phi}^{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\alpha} \chi^\alpha \end{aligned} \quad (\text{E.25})$$

şeklinde iki-bileşenli gösterimde elde edilir. Dolayısıyla, Weyl spinör temsilinde oluşturulan süpersimetrik Lagranjiyenler, (E.24) ve (E.25) eşitlikleri yardımıyla kolaylıkla dört-bileşenli gösterimde yazılabilirler.

c. *Grassmann spinörleri ve değişkenleri*: Bir Grassmann spinörü iki tane Grassmann değişkeni içerir.  $\theta^\alpha$  ve  $\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}$  Grassmann spinörleri

$$\theta^\alpha = \begin{pmatrix} \theta^1 \\ \theta^2 \end{pmatrix}, \quad \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} = \begin{pmatrix} \bar{\theta}^{\dot{1}} \\ \bar{\theta}^{\dot{2}} \end{pmatrix} \quad (\text{E.26})$$

şeklinde olmak üzere Grassmann değişkenlerinden oluşturulmuş birer Weyl spinörüdürler (bu sebeple bir önceki kısımda verilen bağıntıları sağlarlar). Burada  $\theta^1, \theta^2, \bar{\theta}^{\dot{1}}$  ve  $\bar{\theta}^{\dot{2}}$  Grassmann cebirinin öğeleri olan Grassmann değişkenleridir (ayrıntılı bilgi için Penrose (2004)'e bakılabilir). Bu değişkenler kendi aralarında anti-sıradışıdırler:

**Ek 1'in devamı**

$$\{\theta_\alpha, \theta_\beta\} = 0 \quad \{\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}, \bar{\theta}_{\dot{\beta}}\} = 0 \quad \{\theta_\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\beta}}\} = 0 \quad (\text{E.27})$$

Bir Grassmann değişkeninin kendisiyle çarpımı  $\theta_\alpha^2 \equiv \theta_\alpha \theta_\alpha = -\theta_\alpha \theta_\alpha = 0$  ( $\alpha$  üzerinden toplam yok) olmak üzere Grassmann spinörünün kendisiyle çarpımı  $\theta^2 \equiv \theta^\alpha \theta_\alpha = \theta^1 \theta_1 + \theta^2 \theta_2 = -2\theta^1 \theta^2$  ( $\bar{\theta}^2 \equiv \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} = \bar{\theta}_{\dot{1}} \bar{\theta}^{\dot{1}} + \bar{\theta}_{\dot{2}} \bar{\theta}^{\dot{2}} = 2\bar{\theta}^{\dot{1}} \bar{\theta}^{\dot{2}}$ ) dir. Bu çarpımı  $\theta^\alpha$  ile çarparsak  $\theta^3 = \theta^\alpha \theta^\alpha \theta_\alpha = 0$  ( $\bar{\theta}^3 = \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} = 0$ ) olur ve  $n > 2$  için  $\theta^n = 0$  ve  $\bar{\theta}^n = 0$  'dır. Buna göre herhangi bir  $\phi(\theta)$  fonksiyonunun  $\theta$ 'ya göre seri açılımı yapılırsa  $(\theta \cdot \theta)$  teriminden sonra gelen bütün terimler sıfır olur. Böylece  $\phi(\theta)$  fonksiyonu iki sabit ( $c, f$ ) ve bir sabit Grassmann spinörü ( $\zeta$ ) cinsinden

$$\phi(\theta) = c + \theta \cdot \zeta + f \theta \cdot \theta \quad (\text{E.28})$$

şeklinde yazılabilir. Grassmann spinörleri için (E.8) ve (E.9) kullanılarak

$$\begin{aligned} \theta^\alpha \theta^\beta &= \varepsilon^{\alpha\gamma} \varepsilon^{\beta\rho} \theta_\gamma \theta_\rho = \varepsilon^{\alpha\gamma} \varepsilon^{\beta\rho} \varepsilon_{\gamma\rho} \theta^\rho \theta_\rho = -\varepsilon^{\alpha\gamma} \varepsilon^{\beta\rho} \varepsilon_{\rho\gamma} (\theta\theta) = -\varepsilon^{\alpha\gamma} \delta^{\beta}_{\gamma} (\theta\theta) \\ &= -\frac{1}{2} \varepsilon^{\alpha\beta} (\theta\theta) \\ \theta_\alpha \theta_\beta &= \frac{1}{2} \varepsilon_{\alpha\beta} (\theta\theta) \end{aligned} \quad (\text{E.29})$$

eşitlikleri ve benzer işlemlerle

$$\begin{aligned} \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \bar{\theta}^{\dot{\beta}} &= \frac{1}{2} \varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} (\bar{\theta}\bar{\theta}) & \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \bar{\theta}_{\dot{\beta}} &= -\frac{1}{2} \varepsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} (\bar{\theta}\bar{\theta}) \\ \theta^\alpha \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} &= \frac{1}{2} \theta \sigma^\mu \bar{\theta} \bar{\sigma}_\mu^{\dot{\alpha}\alpha} \end{aligned} \quad (\text{E.30})$$

eşitlikleri elde edilir. Ayrıca, (E.29) ve (E.30) kullanılarak çok sık karşılaşılan

$$(\theta \sigma^\mu \bar{\theta})(\theta \sigma^\nu \bar{\theta}) = \frac{1}{2} g^{\mu\nu} (\theta\theta)(\bar{\theta}\bar{\theta}) \quad (\text{E.31})$$

$$(\theta \zeta)(\theta \bar{\zeta}) = -\frac{1}{2} (\theta\theta)(\zeta \bar{\zeta}), \quad (\bar{\theta} \bar{\zeta})(\bar{\theta} \zeta) = -\frac{1}{2} (\bar{\theta}\bar{\theta})(\bar{\zeta} \zeta) \quad (\text{E.32})$$

$$\begin{aligned} (\theta \sigma^\mu \bar{\theta}) \theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\nu &= \frac{1}{2} (\theta\theta) \bar{\theta}_{\dot{\beta}} (\bar{\sigma}^\mu \sigma^\nu)^{\dot{\beta}\dot{\alpha}} = \frac{1}{2} g^{\mu\nu} (\theta\theta) \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \\ (\theta \sigma^\mu \bar{\theta}) \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\nu \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} &= \frac{1}{2} (\theta\theta) (\sigma^\nu \bar{\sigma}^\mu)_{\alpha\dot{\beta}} \theta_\beta = \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \theta_\alpha (\theta\theta) \end{aligned} \quad (\text{E.33})$$

özdeşlikleri elde edilir.

Grassmann değişkenlerine göre kısmi türevler

**Ek 1'in devamı**

$$\begin{aligned}\partial^\alpha \theta_\beta &= \delta^\alpha_\beta & \partial_\alpha \theta^\beta &= \delta_\alpha^\beta & \partial^\alpha \bar{\theta}_{\dot{\beta}} &= 0 \\ \bar{\partial}_{\dot{\alpha}} \bar{\theta}_{\dot{\beta}} &= \delta_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} & \bar{\partial}_{\dot{\alpha}} \bar{\theta}^{\dot{\beta}} &= \delta_{\dot{\alpha}}^{\dot{\beta}} & \bar{\partial}_{\dot{\alpha}} \theta_\beta &= 0\end{aligned}\quad (\text{E.34})$$

olmak üzere burada  $\partial_\alpha \equiv \frac{\partial}{\partial \theta^\alpha}$ ,  $\partial^\alpha \equiv \frac{\partial}{\partial \theta_\alpha}$ ,  $\bar{\partial}_{\dot{\alpha}} \equiv \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}}$  ve  $\bar{\partial}^{\dot{\alpha}} \equiv \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}}$ 'dir. Bu türevlerin indisleri,  $\varepsilon^{\alpha\beta}$  tensörü kullanılarak

$$\partial^\alpha = -\varepsilon^{\alpha\beta} \partial_\beta, \quad \partial_\alpha = -\varepsilon_{\alpha\beta} \partial^\beta, \quad \bar{\partial}^{\dot{\alpha}} = -\varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \bar{\partial}_{\dot{\beta}}, \quad \bar{\partial}_{\dot{\alpha}} = -\varepsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \bar{\partial}^{\dot{\beta}} \quad (\text{E.35})$$

şeklinde alt veya üst indis yapılır. Bunlar kullanılarak,

$$\begin{aligned}\partial^\alpha \theta^\beta &= \partial^\alpha (\varepsilon^{\beta\gamma} \theta_\gamma) = \varepsilon^{\beta\gamma} \delta^\alpha_\gamma = \varepsilon^{\beta\alpha} = -\varepsilon^{\alpha\beta} \\ \bar{\partial}_{\dot{\alpha}} \bar{\theta}_{\dot{\beta}} &= \bar{\partial}_{\dot{\alpha}} \varepsilon_{\dot{\beta}\dot{\rho}} \bar{\theta}^{\dot{\rho}} = \varepsilon_{\dot{\beta}\dot{\rho}} \delta_{\dot{\alpha}}^{\dot{\rho}} = \varepsilon_{\dot{\beta}\dot{\alpha}} = -\varepsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}}\end{aligned}\quad (\text{E.36})$$

$$\begin{aligned}\partial_\alpha (\theta \cdot \theta) &\equiv \partial_\alpha (\theta^\sigma \theta_\sigma) = \underbrace{(\partial_\alpha \theta^\sigma)}_{\delta_\alpha^\sigma} \theta_\sigma - \theta^\sigma \underbrace{\partial_\alpha \theta_\sigma}_{-\varepsilon_{\alpha\gamma} \partial^\gamma \theta_\sigma} = \delta_\alpha^\sigma \theta_\sigma - \theta^\sigma (-\varepsilon_{\alpha\gamma} \partial^\gamma \theta_\sigma) \\ &= \theta_\alpha + \theta^\sigma \varepsilon_{\alpha\gamma} \partial^\gamma \theta_\sigma = \theta_\alpha + \theta^\sigma \varepsilon_{\alpha\sigma} = 2\theta_\alpha\end{aligned}\quad (\text{E.37})$$

$$\bar{\partial}_{\dot{\alpha}} (\bar{\theta} \cdot \bar{\theta}) \equiv \bar{\partial}_{\dot{\alpha}} (\bar{\theta}_{\dot{\rho}} \bar{\theta}^{\dot{\rho}}) = -2\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$$

$$\begin{aligned}\partial^\beta \partial_\beta (\theta \cdot \theta) &= \varepsilon^{\alpha\beta} \partial_\alpha \partial_\beta (\theta \cdot \theta) = 4 \\ \bar{\partial}_{\dot{\beta}} \bar{\partial}^{\dot{\beta}} (\bar{\theta} \cdot \bar{\theta}) &= \varepsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \bar{\partial}^{\dot{\alpha}} \bar{\partial}^{\dot{\beta}} (\bar{\theta} \cdot \bar{\theta}) = 4\end{aligned}\quad (\text{E.38})$$

sonuçları elde edilir.

Bir Grassmann değişkeni üzerinden alınan integral (Berezin, 1966)  $\int d\theta^1 \theta^1 = -\int d\theta^1 \theta^1 = 1$  ve  $\int d\theta^1 = 0$  şeklinde tanımlanmak üzere Grassmann spinörleri için integraller,

$$\begin{aligned}\int d\theta^\alpha \theta^\beta &= \delta^{\alpha\beta} & \int d\bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \bar{\theta}^{\dot{\beta}} &= \delta^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \\ \int d\bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \theta^\beta &= 0 & \int d\theta^\alpha \bar{\theta}^{\dot{\beta}} &= 0\end{aligned}\quad (\text{E.39})$$

olur. Süperuzayın hacim elemanları

$$\begin{aligned}d^2\theta &\equiv -\frac{1}{4} d\theta^\alpha d\theta_\alpha = -\frac{\varepsilon_{\alpha\beta}}{4} d\theta^\alpha d\theta^\beta, & d^2\bar{\theta} &\equiv -\frac{1}{4} d\bar{\theta}_{\dot{\alpha}} d\bar{\theta}^{\dot{\alpha}} = -\frac{\varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}}}{4} d\bar{\theta}_{\dot{\alpha}} d\bar{\theta}_{\dot{\beta}} \\ d^4\theta &\equiv d^2\theta d^2\bar{\theta}\end{aligned}\quad (\text{E.40})$$

şeklinde tanımlanır. Bunlar ve (E.39) kullanılırsa

**Ek 1'in devamı**

$$\begin{aligned}
\int d^2\theta (\theta \cdot \theta) &= \int d^2\theta \theta^\delta \theta_\delta = -\frac{1}{4} \int d\theta^\alpha d\theta^\beta \varepsilon_{\alpha\beta} \theta^\delta \varepsilon_{\delta\sigma} \theta^\sigma \\
&= -\frac{1}{4} (\varepsilon_{\alpha\beta} \delta^{\beta\delta} \varepsilon_{\delta\sigma} \delta^{\sigma\alpha} - \varepsilon_{\alpha\beta} \delta^{\delta\alpha} \varepsilon_{\delta\sigma} \delta^{\sigma\beta}) = -\frac{1}{4} (\varepsilon_{\alpha\beta} \varepsilon_{\beta\alpha} - \varepsilon_{\alpha\beta} \varepsilon_{\alpha\beta}) \\
&= -\frac{1}{2} (\varepsilon_{\alpha\beta} \varepsilon_{\beta\alpha}) = 1
\end{aligned} \tag{E.41}$$

$$\begin{aligned}
\int d^2\theta &= 0, & \int d^2\bar{\theta} &= 0, & \int d^2\theta \theta^\alpha &= 0 \\
\int d^2\bar{\theta} \bar{\theta}_\alpha &= 0, & \int d^2\bar{\theta} (\bar{\theta} \cdot \bar{\theta}) &= 1, & \int d^4\theta (\theta \cdot \theta)(\bar{\theta} \cdot \bar{\theta}) &= 1
\end{aligned}$$

sonuçları elde edilir. Grassmann cebirinde delta fonksiyonun kullanılması SUSY-değişmez eylemin oluşturulmasını kolaylaştırır. İki ve dört boyutlu delta fonksiyonlarıyla çarpılan fonksiyonların integralleri,

$$\int d^2\theta f(\theta) \delta^2(\theta) = f(0), \quad \int d^2\bar{\theta} g(\bar{\theta}) \delta^2(\bar{\theta}) = g(0) \tag{E.42}$$

$$\int d^4\theta k(\theta, \bar{\theta}) \delta^4(\theta, \bar{\theta}) = k(0, 0) \tag{E.43}$$

ile verilir. Burada  $\delta^2(\theta) = \theta\theta$ ,  $\delta^2(\bar{\theta}) = \bar{\theta}\bar{\theta}$  ve  $\delta^4(\theta, \bar{\theta}) = \delta^2(\theta) \delta^2(\bar{\theta}) = \theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}$  'dir.

## 7.2. Ek-2. Bazı Hesaplamalar

➤  $G(0, \xi, \bar{\xi})G(x, \theta, \bar{\theta})$  'nın hesaplanması: Campbell-Baker-Hausdorff formülü

$$e^A e^B = \exp \left\{ A + B + \frac{1}{2!} [A, B] + \frac{1}{3!} \left( \frac{1}{2} [[A, B], B] + \frac{1}{2} [A, [A, B]] \right) + \dots \right\} \quad (\text{E.44})$$

ile verilir. (1.18) kullanılarak

$$G(0, \xi, \bar{\xi})G(x, \theta, \bar{\theta}) = e^{i(\xi^\alpha Q_\alpha + \bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \bar{Q}^{\dot{\alpha}})} e^{i(-x^\mu P_\mu + \theta^\alpha Q_\alpha + \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \bar{Q}^{\dot{\alpha}})} \quad (\text{E.45})$$

yazılır. Burada,  $A = i\xi^\alpha Q_\alpha + i\bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \bar{Q}^{\dot{\alpha}}$  ve  $B = -ix^\mu P_\mu + i\theta^\alpha Q_\alpha + i\bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \bar{Q}^{\dot{\alpha}}$  şeklinde tanımlandıktan sonra (E.44) formülü kullanılırsa

$$G(0, \xi, \bar{\xi})G(x, \theta, \bar{\theta}) = \exp \left\{ -ix^\mu P_\mu + i(\theta^\alpha + \xi^\alpha) Q_\alpha + i(\bar{\theta}_{\dot{\alpha}} + \bar{\xi}_{\dot{\alpha}}) \bar{Q}^{\dot{\alpha}} \right. \\ \left. + \frac{1}{2!} \left[ i\xi^\alpha Q_\alpha + i\bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \bar{Q}^{\dot{\alpha}}, -ix^\mu P_\mu + i\theta^\alpha Q_\alpha + i\bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \bar{Q}^{\dot{\alpha}} \right] + \frac{1}{3!} \underbrace{\left( \frac{1}{2} [[A, B], B] + \dots \right)}_0 \right\} \quad (\text{E.46})$$

olur (burada  $[[A, B], B]$  şeklindeki ve daha yüksek mertebeli sıradeğişim bağıntıları Grassmann değişkenlerinin karşıt-sıradeğişimli olmalarından dolayı sıfırdır) ve sıradeğişim bağıntısı düzenlenir ve (1.14) eşitlikleri kullanılırsa

$$G(0, \xi, \bar{\xi})G(x, \theta, \bar{\theta}) = \exp \left\{ -ix^\mu P_\mu + i(\theta^\alpha + \xi^\alpha) Q_\alpha + i(\bar{\theta}_{\dot{\alpha}} + \bar{\xi}_{\dot{\alpha}}) \bar{Q}^{\dot{\alpha}} \right. \\ \left. + \frac{x^\mu}{2} \underbrace{\left[ \xi^\alpha Q_\alpha, P_\mu \right]}_0 - \frac{1}{2} \underbrace{\left[ \xi^\alpha Q_\alpha, \theta^\alpha Q_\alpha \right]}_0 - \frac{1}{2} \underbrace{\left[ \xi^\alpha Q_\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \bar{Q}^{\dot{\alpha}} \right]}_{2\xi^\alpha \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} P_\mu} \right. \\ \left. + \frac{x^\mu}{2} \underbrace{\left[ \bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \bar{Q}^{\dot{\alpha}}, P_\mu \right]}_0 - \frac{1}{2} \underbrace{\left[ \bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \bar{Q}^{\dot{\alpha}}, \theta^\alpha Q_\alpha \right]}_{-2\theta^\alpha \bar{\xi}_{\dot{\alpha}} P_\mu} - \frac{1}{2} \underbrace{\left[ \bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \bar{Q}^{\dot{\alpha}}, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \bar{Q}^{\dot{\alpha}} \right]}_0 \right\} \quad (\text{E.47})$$

elde edilir.  $\{Q_\alpha, \bar{Q}_\beta\} = 2\sigma_{\alpha\beta}^\mu P_\mu$  bağıntısı açıkça yazılır, soldan  $\theta^\alpha$  ve sağdan  $\bar{\theta}^\beta$  ile çarpılırsa

$$\left[ \theta^\alpha Q_\alpha, \bar{Q}_\beta \bar{\theta}^\beta \right] = 2\theta^\alpha \sigma_{\alpha\beta}^\mu \bar{\theta}^\beta P_\mu \quad (\text{E.48})$$

eşitliği bulunur. Bu eşitliğe göre  $\left[ \xi^\alpha Q_\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \bar{Q}^{\dot{\alpha}} \right] = 2\xi^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\beta}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\beta}} P_\mu$ ,  $\left[ \bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \bar{Q}^{\dot{\alpha}}, \theta^\alpha Q_\alpha \right] = -2\theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\beta}}^\mu \bar{\xi}^{\dot{\beta}} P_\mu$  olmak üzere bunlar (E.47)'de yerlerine yazıldığında

**Ek 2'nin devamı**

$$\begin{aligned}
G(0, \xi, \bar{\xi})G(x, \theta, \bar{\theta}) &= \exp \left\{ -ix^\mu P_\mu + i(\theta^\alpha + \xi^\alpha)Q_\alpha + i(\bar{\theta}_{\dot{\alpha}} + \bar{\xi}_{\dot{\alpha}})\bar{Q}^{\dot{\alpha}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{2}2\xi^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\beta}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\beta}} P_\mu + \frac{1}{2}2\theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\beta}}^\mu \bar{\xi}^{\dot{\beta}} P_\mu \right\} \\
&= \exp \left\{ -i \left( x^\mu - i\xi\sigma^\mu\bar{\theta} + i\theta\sigma^\mu\bar{\xi} \right) P_\mu + i(\theta + \xi) \cdot Q + i(\bar{\theta} + \bar{\xi}) \cdot \bar{Q} \right\} \\
&= G \left( x^\mu - i\xi\sigma^\mu\bar{\theta} + i\theta\sigma^\mu\bar{\xi}, \theta + \xi, \bar{\theta} + \bar{\xi} \right)
\end{aligned} \tag{E.49}$$

sonucuna ulaşılır. Buradaki son eşitlik, (1.18) kullanılarak yazıldı.

➤ (1.26)'da verilen  $Q_\alpha$  ve  $\bar{Q}_{\dot{\beta}}$  süperyükleri arasındaki karşıt-sıradeğişim bağıntısı için

$$\left\{ \partial_\alpha, \theta^\beta \sigma_{\beta\dot{\beta}}^v \partial_v \right\} = \underbrace{(\partial_\alpha \theta^\beta)}_{\delta_\alpha^\beta} \sigma_{\beta\dot{\beta}}^v \partial_v - \underbrace{\theta^\beta \sigma_{\beta\dot{\beta}}^v \partial_v \partial_\alpha + \theta^\beta \sigma_{\beta\dot{\beta}}^v \partial_v \partial_\alpha}_{0} = \delta_\alpha^\beta \sigma_{\beta\dot{\beta}}^v \partial_v = \sigma_{\alpha\dot{\beta}}^v \partial_v \tag{E.50}$$

olmak üzere

$$\begin{aligned}
\left\{ Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}} \right\} &= \left\{ -i(\partial_\alpha - i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \partial_\mu), i(\bar{\partial}_{\dot{\beta}} - i\theta^\beta \sigma_{\beta\dot{\beta}}^v \partial_v) \right\} = \underbrace{\left\{ \partial_\alpha, \bar{\partial}_{\dot{\beta}} \right\}}_0 - i \underbrace{\left\{ \partial_\alpha, \theta^\beta \sigma_{\beta\dot{\beta}}^v \partial_v \right\}}_{\sigma_{\alpha\dot{\beta}}^v \partial_v} \\
&\quad - i \underbrace{\left\{ \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \partial_\mu, \bar{\partial}_{\dot{\beta}} \right\}}_{\sigma_{\alpha\dot{\beta}}^\mu \partial_\mu} - \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \partial_\mu \underbrace{\left\{ \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}, \theta^\beta \right\}}_0 \sigma_{\beta\dot{\beta}}^v \partial_v = -2i\sigma_{\alpha\dot{\beta}}^\mu \partial_\mu = 2\sigma_{\alpha\dot{\beta}}^\mu P_\mu
\end{aligned} \tag{E.51}$$

elde edilir ( $P_\mu = -i\partial_\mu$ ). Ayrıca  $Q_\alpha$  ve  $Q_\beta$  süperyükleri için,

$$\left\{ \partial_\alpha, \sigma_{\beta\dot{\beta}}^v \bar{\theta}^{\dot{\beta}} \partial_v \right\} = \sigma_{\beta\dot{\beta}}^v \underbrace{(\partial_\alpha \bar{\theta}^{\dot{\beta}})}_0 \partial_v - \underbrace{\sigma_{\beta\dot{\beta}}^v \bar{\theta}^{\dot{\beta}} \partial_\alpha \partial_v + \theta^\beta \sigma_{\beta\dot{\beta}}^v \bar{\theta}^{\dot{\beta}} \partial_v \partial_\alpha}_{0} = 0 \tag{E.52}$$

olmak üzere

$$\begin{aligned}
\left\{ Q_\alpha, Q_\beta \right\} &= \left\{ -i(\partial_\alpha - i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \partial_\mu), -i(\partial_\beta - i\sigma_{\beta\dot{\beta}}^v \bar{\theta}^{\dot{\beta}} \partial_v) \right\} = -\underbrace{\left\{ \partial_\alpha, \partial_\beta \right\}}_0 \\
&\quad + i \left\{ \partial_\alpha, \sigma_{\beta\dot{\beta}}^v \bar{\theta}^{\dot{\beta}} \partial_v \right\} + i \left\{ \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \partial_\mu, \partial_\beta \right\} + \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \partial_\mu \underbrace{\left\{ \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}, \bar{\theta}^{\dot{\beta}} \right\}}_0 \sigma_{\beta\dot{\beta}}^v \partial_v = 0
\end{aligned} \tag{E.53}$$

elde edilir. Benzer işlemler ile (1.28) bağıntıları da elde edilebilir.



### Ek 2'nin devamı

► (1.26) süperyükleri ve (1.27) süpertürevleri için  $y^\mu \equiv x^\mu + i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}$ ,  $\theta'^\alpha \equiv \theta^\alpha$  ve  $\bar{\theta}'^{\dot{\alpha}} \equiv \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}$  değişken dönüşümü aşağıda yapılmaktadır. Her bir kısmi türev bu dönüşüm altında,

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x^\mu} &= \frac{\partial y^\nu}{\partial x^\mu} \frac{\partial}{\partial y^\nu} = \delta_\mu^\nu \frac{\partial}{\partial y^\nu} = \frac{\partial}{\partial y^\mu} \\ \frac{\partial}{\partial \theta^\alpha} &= \frac{\partial \theta'^\beta}{\partial \theta^\alpha} \frac{\partial}{\partial \theta'^\beta} + \frac{\partial y^\mu}{\partial \theta^\alpha} \frac{\partial}{\partial y^\mu} = \delta_\alpha^\beta \frac{\partial}{\partial \theta'^\beta} + i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \frac{\partial}{\partial y^\mu} = \frac{\partial}{\partial \theta^\alpha} + i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \frac{\partial}{\partial y^\mu} \quad (\text{E.54}) \\ \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} &= \frac{\partial \bar{\theta}'^{\dot{\beta}}}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}'^{\dot{\beta}}} + \frac{\partial y^\mu}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} \frac{\partial}{\partial y^\mu} = \delta_{\dot{\alpha}}^{\dot{\beta}} \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}'^{\dot{\beta}}} - i\theta'^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \frac{\partial}{\partial y^\mu} = \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} - i\theta'^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \frac{\partial}{\partial y^\mu}\end{aligned}$$

halini alır ve bunlar kullanılarak süpertürevler ve süperyükler için

$$\begin{aligned}D_\alpha(x, \theta, \bar{\theta}) &= \partial_\alpha + i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \partial_\mu \rightarrow \frac{\partial}{\partial \theta^\alpha} + i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \frac{\partial}{\partial y^\mu} + i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \frac{\partial}{\partial y^\mu} \\ &= \frac{\partial}{\partial \theta^\alpha} + 2i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \frac{\partial}{\partial y^\mu} = D_\alpha^{y^\mu}(y, \theta, \bar{\theta})\end{aligned} \quad (\text{E.55})$$

$$\begin{aligned}\bar{D}_{\dot{\alpha}}(x, \theta, \bar{\theta}) &= -\bar{\partial}_{\dot{\alpha}} - i\theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \partial_\mu \rightarrow -\left(\frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} - i\theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \frac{\partial}{\partial y^\mu}\right) - i\theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \frac{\partial}{\partial y^\mu} \\ &= -\frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} = \bar{D}_{\dot{\alpha}}^{y^\mu}(y, \theta, \bar{\theta})\end{aligned} \quad (\text{E.56})$$

$$\begin{aligned}Q_\alpha(x, \theta, \bar{\theta}) &= -i(\partial_\alpha - i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \partial_\mu) \rightarrow -i\left(\frac{\partial}{\partial \theta^\alpha} + i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \frac{\partial}{\partial y^\mu} - i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \frac{\partial}{\partial y^\mu}\right) \\ &= -i\frac{\partial}{\partial \theta^\alpha} \equiv -i\partial_\alpha = Q_\alpha^{y^\mu}(y, \theta, \bar{\theta})\end{aligned} \quad (\text{E.57})$$

$$\begin{aligned}\bar{Q}_{\dot{\alpha}}(x, \theta, \bar{\theta}) &= i(\bar{\partial}_{\dot{\alpha}} - i\theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \partial_\mu) \rightarrow i\left(\frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} - i\theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \frac{\partial}{\partial y^\mu} - i\theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \frac{\partial}{\partial y^\mu}\right) \\ &= i\left(\frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} - 2i\theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \frac{\partial}{\partial y^\mu}\right) = \bar{Q}_{\dot{\alpha}}^{y^\mu}(y, \theta, \bar{\theta})\end{aligned} \quad (\text{E.58})$$

$$\bar{Q}^{\dot{\alpha}y^\mu} = \varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \bar{Q}_{\dot{\beta}}^{y^\mu} = i\left(-\frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} - 2i\theta^\beta \varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \sigma_{\beta\dot{\beta}}^\mu \frac{\partial}{\partial y^\mu}\right) = i\left(-\frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} + 2i\bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\alpha} \theta_\alpha \frac{\partial}{\partial y^\mu}\right) \quad (\text{E.59})$$

### Ek 2'nin devamı

elde edilir. Benzer işlemler ile  $z^\mu \equiv x^\mu - i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}$ ,  $\theta'^\alpha \equiv \theta^\alpha$  ve  $\bar{\theta}'^{\dot{\alpha}} \equiv \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}$  değişken dönüşümü için  $D_\alpha \rightarrow D_\alpha^{z^\mu} = \partial_\alpha$ ,  $\bar{D}_{\dot{\alpha}} \rightarrow \bar{D}_{\dot{\alpha}}^{z^\mu} = -\bar{\partial}_{\dot{\alpha}} - 2i\theta^\alpha\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\partial_{z^\mu}$ ,  $\bar{Q}_{\dot{\alpha}} \rightarrow \bar{Q}_{\dot{\alpha}}^{z^\mu} = i\bar{\partial}_{\dot{\alpha}}$  ve  $Q_\alpha \rightarrow Q_\alpha^{z^\mu} = -i(\partial_\alpha - 2i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\partial_{z^\mu})$  bulunur.

➤ Sonsuz küçük süpersimetri dönüşümleri altında sol-elli kiral süperalan

$$\begin{aligned} \Phi(y, \theta) &\rightarrow \Phi'(y, \theta) = \Phi(y, \theta) + \delta_\xi \Phi(y, \theta) \\ \delta_\xi \Phi &= i \underbrace{\left( \xi^\alpha Q_\alpha^{y^\mu} + \bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \bar{Q}^{\dot{\alpha} y^\mu} \right)}_1 \Phi = \underbrace{\delta_\xi \varphi(y) + \sqrt{2}\theta\delta_\xi \psi(y) + (\theta\theta)\delta_\xi F(y)}_2 \end{aligned} \quad (\text{E.60})$$

olmak üzere süpersimetri dönüşüm yasasına göre bileşen alanları ayrı ayrı dönüşür (2.kısım). Yukarıdaki eşitlikteki 1.kısım için (E.57) ile (E.59) süperyükleri ve sol-elli kiral süperalanı kullanılırsa

$$\begin{aligned} \delta_\xi \Phi(y, \theta) &= \left( \xi^\alpha \partial_\alpha + \bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \bar{\partial}^{\dot{\alpha}} - 2i\bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\alpha} \theta_\alpha \partial_\mu \right) \left( \varphi(y) + \sqrt{2}\theta^\rho \psi_\rho(y) + \theta^\rho \theta_\rho F(y) \right) \\ &= \sqrt{2} \underbrace{\xi^\alpha \partial_\alpha}_{\delta_\alpha^\rho} \theta^\rho \psi_\rho + \xi^\alpha \underbrace{\partial_\alpha \theta^\rho \theta_\rho}_{2\theta_\alpha} F + 0 - 2i \underbrace{\bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\alpha} \theta_\alpha}_{-\theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\xi}^{\dot{\alpha}}} \partial_\mu \varphi \\ &\quad - 2\sqrt{2}i \underbrace{\bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\alpha} \theta_\alpha}_{-\theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\xi}^{\dot{\alpha}}} \theta^\rho \partial_\mu \psi_\rho - 2i \underbrace{\bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\alpha} \theta_\alpha \theta^\rho \theta_\rho}_0 \partial_\mu F \\ &= \sqrt{2} \xi^\alpha \delta_\alpha^\rho \psi_\rho + 2 \underbrace{\xi^\alpha \theta_\alpha}_{\theta^\alpha \xi_\alpha} F + 2i \delta_\rho^\alpha \theta^\rho \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\xi}^{\dot{\alpha}} \partial_\mu \varphi - 2\sqrt{2}i \underbrace{\theta^\alpha \theta^\rho}_{-\frac{1}{2}\varepsilon^{\alpha\rho}(\theta\cdot\theta)} \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\xi}^{\dot{\alpha}} \partial_\mu \psi_\rho \\ &= \sqrt{2} \xi^\alpha \psi_\alpha + 2\delta_\rho^\alpha \theta^\rho \xi_\alpha F + 2i \delta_\rho^\alpha \theta^\rho \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\xi}^{\dot{\alpha}} \partial_\mu \varphi + \sqrt{2}i(\theta\cdot\theta) \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\xi}^{\dot{\alpha}} \underbrace{\varepsilon^{\alpha\rho} \partial_\mu \psi_\rho}_{\partial_\mu \psi^\alpha} \end{aligned} \quad (\text{E.61})$$

elde edilir. Bu sonuç ile (E.60)'daki 2.kısım Grassmann değişkenlerinin katsayılarına göre karşılaştırılırsa her bir bileşen alanın sonsuz küçük süpersimetri dönüşümünün

$$\begin{aligned} \delta_\xi \varphi(y) &= \sqrt{2} \xi^\alpha \psi_\alpha \\ \delta_\xi \psi(y) &= \left( 2\xi_\rho F + 2i\sigma_{\rho\dot{\alpha}}^\mu \bar{\xi}^{\dot{\alpha}} \partial_\mu \varphi \right) / \sqrt{2} = \sqrt{2} \xi_\rho F + \sqrt{2}i\sigma_{\rho\dot{\alpha}}^\mu \bar{\xi}^{\dot{\alpha}} \partial_\mu \varphi \\ \delta_\xi F(y) &= \sqrt{2}i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \underbrace{\bar{\xi}^{\dot{\alpha}} \partial_\mu \psi^\alpha}_{-\partial_\mu \psi^\alpha \bar{\xi}^{\dot{\alpha}}} = -\sqrt{2}i\partial_\mu \psi^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\xi}^{\dot{\alpha}} = \partial_\mu \left( -\sqrt{2}i\psi^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\xi}^{\dot{\alpha}} \right) \end{aligned} \quad (\text{E.62})$$

olduğu görülür. Benzer işlemler sağ-elli süperalanı için tekrarlanırsa sonuçların bunların eşleniklerine karşılık geldiği görülür.

### Ek 2'nin devamı

➤ Sol-elli kiral süperalanın  $(x, \theta, \bar{\theta})$  değişkenleri cinsinden edilmesi: Herhangi bir fonksiyonun  $y=a$  komşuluğundaki Taylor seri açılımı

$$f(y) = f(a) + (y-a)f'(y) + \frac{1}{2!}(y-a)^2 f''(y) + \frac{1}{3!}(y-a)^3 f'''(y) + O((y-a)^4) \quad (\text{E.63})$$

olmak üzere  $y-x=a \ll 1$  için

$$f(x+a) = f(x) + af'(x) + \frac{1}{2!}a^2 f''(x) + \frac{1}{3!}a^3 f'''(x) + O(a^4) \quad (\text{E.64})$$

olur.  $\Phi(y, \theta)$  sol-elli kiral süperalanının  $\theta^3$ ya göre kuvvet seri açılımı

$$\begin{aligned} \Phi(y, \theta) &= \varphi(y) + \sqrt{2}\theta \cdot \psi(y) + \theta \cdot \theta F(y) + 0 \quad (\theta^3 = 0 \text{ olduğundan}) \\ &= \varphi(x + i\theta\sigma^\mu \bar{\theta}) + \sqrt{2}\theta \cdot \psi(x + i\theta\sigma^\mu \bar{\theta}) + \theta \cdot \theta F(x + i\theta\sigma^\mu \bar{\theta}) \end{aligned} \quad (\text{E.65})$$

olmak üzere ( $\sqrt{2}$  çarpanı uygunluk için yazıldı) (E.64) yardımı ile her bir terimin  $y^\mu \equiv x^\mu + i\theta\sigma^\mu \bar{\theta}$  için Taylor seri açılımı

$$\begin{aligned} \varphi(x + i\theta\sigma^\mu \bar{\theta}) &= \varphi(x) + i(\theta\sigma^\mu \bar{\theta}) \partial_\mu \varphi(x) + \frac{i^2}{2!} \underbrace{(\theta\sigma^\mu \bar{\theta})(\theta\sigma^\nu \bar{\theta})}_{\frac{1}{2}g^{\mu\nu}(\theta \cdot \theta)(\bar{\theta} \cdot \bar{\theta})} \partial_\mu \partial_\nu \varphi(x) + 0 \\ &= \varphi(x) + i(\theta\sigma^\mu \bar{\theta}) \partial_\mu \varphi(x) - \frac{1}{4} g^{\mu\nu}(\theta \cdot \theta)(\bar{\theta} \cdot \bar{\theta}) \partial_\mu \partial_\nu \varphi(x) \end{aligned} \quad (\text{E.66})$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2}\theta \cdot \psi(x + i\theta\sigma^\mu \bar{\theta}) &= \sqrt{2}\theta \cdot \psi(x) + \sqrt{2}i \underbrace{\theta^\alpha \theta^\beta}_{-\frac{1}{2}\varepsilon^{\alpha\beta}(\theta \cdot \theta)} \sigma_{\beta\dot{\beta}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\beta}} \partial_\mu \psi_\alpha(x) + 0 \\ &= \sqrt{2}\theta \cdot \psi(x) - \frac{\sqrt{2}i}{2} (\theta \cdot \theta) \sigma_{\beta\dot{\beta}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\beta}} \underbrace{\varepsilon^{\alpha\beta} \partial_\mu \psi_\alpha(x)}_{-\varepsilon^{\beta\alpha} \partial_\mu \psi_\alpha = -\partial_\mu \psi^\beta} \\ &= \sqrt{2}\theta \cdot \psi(x) + \frac{i}{\sqrt{2}} (\theta \cdot \theta) \bar{\theta}^{\dot{\beta}} \sigma_{\beta\dot{\beta}}^\mu \partial_\mu \psi^\beta(x) \\ &= \sqrt{2}\theta \cdot \psi(x) - \frac{i}{\sqrt{2}} (\theta \cdot \theta) \partial_\mu \psi^\beta(x) \sigma_{\beta\dot{\beta}}^\mu \bar{\theta}^{\dot{\beta}} \end{aligned} \quad (\text{E.67})$$

$$\theta \cdot \theta F(x + i\theta\sigma^\mu \bar{\theta}) = \theta \cdot \theta F(x) + i \underbrace{\theta \cdot \theta}_{0} \theta^\mu \bar{\theta} \partial_\mu F(x) + 0 = \theta \cdot \theta F(x) \quad (\text{E.68})$$

elde edilir. Bunlar (E.65)'te yerlerine yazılırsa sol-elli kiral süperalanı

**Ek 2'nin devamı**

$$\begin{aligned} \Phi(x, \theta, \bar{\theta}) = & \varphi(x) + i(\theta\sigma^\mu\bar{\theta}) \partial_\mu\varphi(x) - \frac{1}{4}(\theta\cdot\theta)(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})\partial^\mu\partial_\mu\varphi(x) \\ & + \sqrt{2}\theta\cdot\psi(x) - \frac{i}{\sqrt{2}}(\theta\cdot\theta)(\partial_\mu\psi(x)\sigma^\mu\bar{\theta}) + (\theta\cdot\theta)F(x) \end{aligned} \quad (\text{E.69})$$

olur. Sağ-elli süperalanı ise (E.69)'un hermityen eşleniği alınarak ya da  $z^\mu \equiv x^\mu - i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}$  için benzer işlemler yapılarak elde edilir.

➤  $\bar{D}_\alpha\Phi(x, \theta, \bar{\theta}) = 0$  koşulunun elde edilmesi: (1.35)'te (1.27) süpertürevleri yazılırsa,

$$\begin{aligned} \bar{D}_\alpha\Phi = & (-\bar{\partial}_\alpha - i\theta^\alpha\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\partial_\mu) \left\{ \varphi(x) + i(\theta\sigma^\nu\bar{\theta}) \partial_\nu\varphi(x) - \frac{1}{4}(\theta\cdot\theta)(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})\partial^\nu\partial_\nu\varphi(x) \right. \\ & \left. + \sqrt{2}\theta\cdot\psi(x) + \frac{i}{\sqrt{2}}(\theta\cdot\theta)\bar{\theta}^{\dot{\beta}}\sigma_{\dot{\beta}\beta}^\nu\partial_\nu\psi^\beta(x) + (\theta\cdot\theta)F(x) \right\} \\ = & 0 + \cancel{i\theta^\alpha\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\nu\partial_\nu\varphi} - \frac{2}{4}(\theta\cdot\theta)\bar{\theta}_\alpha\partial^\nu\partial_\nu\varphi + 0 - \frac{i}{\sqrt{2}}(\theta\cdot\theta)\partial_\nu\psi^\alpha\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\nu + 0 \\ & - \cancel{i\theta^\alpha\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\partial_\mu\varphi} + \underbrace{\theta^\alpha\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu(\theta\sigma^\nu\bar{\theta})}_{\frac{1}{2}g^{\nu\mu}(\theta\cdot\theta)\bar{\theta}_\alpha} \partial_\mu\partial_\nu\varphi + 0 - \sqrt{2}i\theta^\alpha\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\theta^\beta\partial_\mu\psi_\beta + 0 + 0 \end{aligned} \quad (\text{E.70})$$

olur ve buradaki son terim,

$$\begin{aligned} -\sqrt{2}i\theta^\alpha\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\theta^\beta\partial_\mu\psi_\beta = & -\sqrt{2}i \underbrace{\theta^\alpha\theta^\beta}_{-\frac{1}{2}\varepsilon^{\alpha\beta}(\theta\cdot\theta)} \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\partial_\mu\psi_\beta = \frac{\sqrt{2}i}{2}(\theta\cdot\theta)\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\varepsilon^{\alpha\beta}\partial_\mu\psi_\beta \\ = & \frac{i}{\sqrt{2}}(\theta\cdot\theta)\partial_\mu\psi^\alpha\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \end{aligned} \quad (\text{E.71})$$

şeklinde yeniden düzenlenirse,

$$\begin{aligned} \bar{D}_\alpha\Phi = & \cancel{-\frac{1}{2}(\theta\cdot\theta)\bar{\theta}_\alpha\partial^\nu\partial_\nu\varphi} - \cancel{\frac{i}{\sqrt{2}}(\theta\cdot\theta)\partial_\nu\psi^\alpha\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\nu} + \cancel{\frac{1}{2}(\theta\cdot\theta)\bar{\theta}_\alpha\partial^\nu\partial_\nu\varphi} \\ & + \cancel{\frac{i}{\sqrt{2}}(\theta\cdot\theta)\partial_\mu\psi^\alpha\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu} = 0 \end{aligned} \quad (\text{E.72})$$

sonucu elde edilir.

➤  $\mathcal{W}_\alpha$  alan tensörü için (1.75)'te (1.39) süpertürevleri ve (1.53) Wess-Zumino vektör süperalanı kullanılırsa,

## Ek 2'nin devamı

$$\begin{aligned}
\mathcal{W}_\alpha &\equiv -\frac{1}{4}(\bar{D}\bar{D})D_\alpha V = -\frac{1}{4}\bar{D}_{\dot{\alpha}}^{y^\mu}\bar{D}^{y^\mu\dot{\alpha}}D_\alpha^{y^\mu}V(y,\theta,\bar{\theta}) \\
&= -\frac{1}{4}\bar{\partial}_{\dot{\alpha}}\bar{\partial}^{\dot{\alpha}}\left(\partial_\alpha + 2i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\partial_{y^\mu}\right)\left\{\theta^\beta\sigma_{\beta\dot{\beta}}^\nu\bar{\theta}^{\dot{\beta}}A_\nu(y) + i(\theta\cdot\theta)\bar{\theta}\cdot\bar{\lambda}(y) \right. \\
&\quad \left. -i(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})\theta\cdot\lambda(y) + \frac{1}{2}(\theta\cdot\theta)(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})(D(y) - i\partial_\nu A^\nu(y))\right\} \quad (E.73) \\
&= -\frac{1}{4}\bar{\partial}_{\dot{\alpha}}\bar{\partial}^{\dot{\alpha}}\left\{\delta_\alpha^\beta\sigma_{\beta\dot{\beta}}^\nu\bar{\theta}^{\dot{\beta}}A_\nu + 2i\theta_\alpha\bar{\theta}\cdot\bar{\lambda} - i(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})\underbrace{\delta_\alpha^\beta\lambda_\beta}_{\lambda_\alpha} + \frac{2}{2}\theta_\alpha(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})(D \right. \\
&\quad \left. -i\partial_\nu A^\nu) + 2i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\theta^\beta\sigma_{\beta\dot{\beta}}^\nu\bar{\theta}^{\dot{\beta}}\partial_\mu A_\nu - 2\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\theta^\beta\theta_\beta\bar{\theta}_{\dot{\beta}}\partial_\mu\bar{\lambda}^{\dot{\beta}} + 0 + 0\right\}
\end{aligned}$$

sonucu elde edilir ( $\partial_\alpha\theta^\beta = \delta_\alpha^\beta$  ve  $\partial_\alpha(\theta\cdot\theta) = 2\theta_\alpha$ ). Buradaki son iki terim için

$$\begin{aligned}
2i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\theta^\beta\sigma_{\beta\dot{\beta}}^\nu\bar{\theta}^{\dot{\beta}}\partial_\mu A_\nu &= -2i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\frac{\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\bar{\theta}^{\dot{\beta}}}{\frac{1}{2}\varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}}(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})}\frac{\theta^\beta}{\varepsilon^{\beta\gamma}\theta_\gamma}\sigma_{\beta\dot{\beta}}^\nu\partial_\mu A_\nu \\
&= -i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})\varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}}\frac{\varepsilon^{\beta\gamma}}{-\varepsilon^{\gamma\beta}}\theta_\gamma\sigma_{\beta\dot{\beta}}^\nu\partial_\mu A_\nu = i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})\underbrace{\varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}}\varepsilon^{\gamma\beta}}_{\bar{\sigma}^{\nu\dot{\alpha}\gamma}}\sigma_{\beta\dot{\beta}}^\nu\partial_\mu A_\nu\theta_\gamma \quad (E.74) \\
&= i(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\bar{\sigma}^{\nu\dot{\alpha}\gamma}\partial_\mu A_\nu\theta_\gamma = i(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})(\sigma^\mu\bar{\sigma}^\nu)_\alpha{}^\gamma\partial_\mu A_\nu\theta_\gamma
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-2\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\theta^\beta\theta_\beta\bar{\theta}_{\dot{\beta}}\partial_\mu\bar{\lambda}^{\dot{\beta}} &= 2\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\theta^\beta\theta_\beta\bar{\theta}^{\dot{\beta}}\partial_\mu\bar{\lambda}_{\dot{\beta}} = 2\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\frac{\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\bar{\theta}^{\dot{\beta}}}{\frac{1}{2}\varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}}(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})}\theta^\beta\theta_\beta\partial_\mu\bar{\lambda}_{\dot{\beta}} \\
&= \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})\varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}}(\theta\cdot\theta)\partial_\mu\bar{\lambda}_{\dot{\beta}} = (\theta\cdot\theta)(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\partial_\mu\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} \quad (E.75)
\end{aligned}$$

sonuçları ve (E.38) kullanılırsa,

$$\begin{aligned}
\mathcal{W}_\alpha &= \frac{1}{4}\varepsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}}\bar{\partial}^{\dot{\alpha}}\bar{\partial}^{\dot{\beta}}\left\{\sigma_{\alpha\dot{\beta}}^\nu\bar{\theta}^{\dot{\beta}}A_\nu + 2i\theta_\alpha\bar{\theta}\cdot\bar{\lambda} - i(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})\lambda_\alpha + (\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})\left[\delta_\alpha{}^\gamma D - i\delta_\alpha{}^\gamma\partial_\nu A^\nu \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + i(\sigma^\mu\bar{\sigma}^\nu)_\alpha{}^\gamma\partial_\mu A_\nu\right]\theta_\gamma + (\theta\cdot\theta)(\bar{\theta}\cdot\bar{\theta})\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\partial_\mu\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}\right\} \\
&= \frac{4}{4}\left\{-i\lambda_\alpha + \left[\delta_\alpha{}^\gamma D - i\delta_\alpha{}^\gamma g^{\mu\nu}\partial_\mu A_\nu + i(\sigma^\mu\bar{\sigma}^\nu)_\alpha{}^\gamma\partial_\mu A_\nu\right]\theta_\gamma + (\theta\cdot\theta)\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\partial_\mu\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}\right\} \quad (E.76) \\
&= -i\lambda_\alpha + \left[\delta_\alpha{}^\gamma D + (\sigma^{\mu\nu})_\alpha{}^\gamma F_{\mu\nu}\right]\theta_\gamma + (\theta\cdot\theta)\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\partial_\mu\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} \\
&= -i\lambda_\alpha + \left[\delta_\alpha{}^\gamma D + \frac{i}{2}(\sigma^\mu\bar{\sigma}^\nu)_\alpha{}^\gamma F_{\mu\nu}\right]\theta_\gamma + (\theta\cdot\theta)\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\partial_\mu\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}
\end{aligned}$$

olur. Buradaki son iki satırda, (E.14) ve (E.16) yardımıyla elde edilen

## Ek 2'nin devamı

$$i \left[ -\delta_\alpha^\gamma g^{\mu\nu} + (\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu)_\alpha^\gamma \right] \partial_\mu A_\nu = 2(\sigma^{\mu\nu})_\alpha^\gamma \partial_\mu A_\nu = (\sigma^{\mu\nu})_\alpha^\gamma \partial_\mu A_\nu + (\sigma^{\nu\mu})_\alpha^\gamma \partial_\nu A_\mu \quad (\text{E.77})$$

$$= (\sigma^{\mu\nu})_\alpha^\gamma \left[ \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \right] = (\sigma^{\mu\nu})_\alpha^\gamma F_{\mu\nu}$$

eşitliği kullanıldı. Benzer işlemler takip edilerek (1.77)'de verilen  $\bar{\mathcal{W}}_\alpha$  elde edilebilir.

➤  $\mathcal{W}^\alpha \mathcal{W}_\alpha$  için (E.76) ve  $\mathcal{W}^\alpha = \varepsilon^{\alpha\beta} \mathcal{W}_\beta$  bağıntısı kullanılarak

$$\begin{aligned} \mathcal{W}^\alpha \mathcal{W}_\alpha &= \left( -i\lambda^\alpha + D\theta^\alpha + \varepsilon^{\alpha\beta} (\sigma^{\mu\nu})_\beta^\gamma \theta_\gamma F_{\mu\nu} + (\theta \cdot \theta) \varepsilon^{\alpha\beta} \sigma_{\beta\dot{\beta}}^\mu \partial_\mu \bar{\lambda}^{\dot{\beta}} \right) \left( -i\lambda_\alpha + D\theta_\alpha \right. \\ &\quad \left. + (\sigma^{\rho\sigma})_\alpha^\xi \theta_\xi F_{\rho\sigma} + (\theta \cdot \theta) \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \partial_\mu \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} \right) \\ &= -\lambda^2 - iD\lambda^\alpha \theta_\alpha - i\lambda^\alpha (\sigma^{\rho\sigma})_\alpha^\xi \theta_\xi F_{\rho\sigma} - i(\theta \cdot \theta) \lambda^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \partial_\mu \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} - iD\theta^\alpha \lambda_\alpha \quad (\text{E.78}) \\ &\quad + D^2 \theta^\alpha \theta_\alpha + \underbrace{D\theta^\alpha (\sigma^{\rho\sigma})_\alpha^\xi \theta_\xi F_{\rho\sigma}}_0 - i\varepsilon^{\alpha\beta} (\sigma^{\mu\nu})_\beta^\gamma \theta_\gamma \lambda_\alpha F_{\mu\nu} + 0 + 0 \\ &\quad + \varepsilon^{\alpha\beta} (\sigma^{\mu\nu})_\beta^\gamma \theta_\gamma (\sigma^{\rho\sigma})_\alpha^\xi \theta_\xi F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma} + 0 - i(\theta \cdot \theta) \varepsilon^{\alpha\beta} \sigma_{\beta\dot{\beta}}^\mu (\partial_\mu \bar{\lambda}^{\dot{\beta}}) \lambda_\alpha + 0 \end{aligned}$$

yazılır. Burada  $\theta^3 = 0$  ve  $\theta \sigma^{\mu\nu} \theta = 0$  eşitlikleri kullanıldı. Buradaki bazı terimler

$$\begin{aligned} -i\varepsilon^{\alpha\beta} (\sigma^{\mu\nu})_\beta^\gamma \theta_\gamma \lambda_\alpha F_{\mu\nu} &= i \underbrace{\lambda_\alpha \varepsilon^{\alpha\beta}}_{-\varepsilon^{\beta\alpha} \lambda_\alpha} (\sigma^{\mu\nu})_\beta^\gamma \theta_\gamma F_{\mu\nu} = -i \underbrace{\varepsilon^{\beta\alpha} \lambda_\alpha}_{\lambda^\beta} (\sigma^{\mu\nu})_\beta^\gamma \theta_\gamma F_{\mu\nu} \quad (\text{E.79}) \\ &= -i\lambda^\beta (\sigma^{\mu\nu})_\beta^\gamma \theta_\gamma F_{\mu\nu} \end{aligned}$$

$$-i(\theta \cdot \theta) \varepsilon^{\alpha\beta} \sigma_{\beta\dot{\beta}}^\mu (\partial_\mu \bar{\lambda}^{\dot{\beta}}) \lambda_\alpha = i(\theta \cdot \theta) \lambda_\alpha \varepsilon^{\alpha\beta} \sigma_{\beta\dot{\beta}}^\mu (\partial_\mu \bar{\lambda}^{\dot{\beta}}) = -i(\theta \cdot \theta) \lambda^\beta \sigma_{\beta\dot{\beta}}^\mu (\partial_\mu \bar{\lambda}^{\dot{\beta}}) \quad (\text{E.80})$$

ve  $\dot{I}z \left[ \sigma^{\mu\nu} \sigma^{\rho\sigma} \right] = \frac{1}{2} \left( g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} \right) + \frac{i}{2} \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$  olmak üzere

$$\begin{aligned} \varepsilon^{\alpha\beta} (\sigma^{\mu\nu})_\beta^\gamma \theta_\gamma (\sigma^{\rho\sigma})_\alpha^\xi \theta_\xi F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma} &= \varepsilon^{\alpha\beta} (\sigma^{\mu\nu})_\beta^\gamma \underbrace{\theta_\gamma \theta_\xi}_{\frac{1}{2} \varepsilon_{\gamma\xi} (\theta \cdot \theta)} (\sigma^{\rho\sigma})_\alpha^\beta F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma} \\ &= \frac{1}{2} (\theta \cdot \theta) \varepsilon^{\alpha\beta} (\sigma^{\mu\nu})_\beta^\gamma \varepsilon_{\gamma\xi} (\sigma^{\rho\sigma})_\alpha^\xi F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma} \\ &= \frac{1}{2} (\theta \cdot \theta) \underbrace{\varepsilon^{\alpha\beta} \varepsilon_{\alpha\xi}}_{-\delta^\beta_\xi} (\sigma^{\mu\nu})_\beta^\gamma (\sigma^{\rho\sigma})_\gamma^\xi F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma} \quad (\text{E.81}) \\ &= -\frac{1}{2} (\theta \cdot \theta) \delta^\beta_\xi (\sigma^{\mu\nu} \sigma^{\rho\sigma})_\beta^\xi F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma} = -\frac{1}{2} (\theta \cdot \theta) \dot{I}z \left[ \sigma^{\mu\nu} \sigma^{\rho\sigma} \right] F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma} \\ &= (\theta \cdot \theta) \left[ -\frac{1}{2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{i}{2} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \right] \end{aligned}$$

### Ek 2'nin devamı

şeklinde yeniden düzenlenir ve bunlar (E.78)'de yazılırsa

$$\begin{aligned}
\mathcal{W}^\alpha \mathcal{W}_\alpha &= -\lambda^2 - 2iD\lambda^\alpha \theta_\alpha - i\lambda^\alpha (\sigma^{\rho\sigma})_\alpha{}^\xi \theta_\xi F_{\rho\sigma} - i(\theta \cdot \theta) \lambda^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\beta}}^\mu \partial_\mu \bar{\lambda}^{\dot{\beta}} + D^2 \theta^\alpha \theta_\alpha \\
&\quad - i\lambda^\beta (\sigma^{\mu\nu})_{\beta\dot{\gamma}} \theta_\gamma F_{\mu\nu} + (\theta \cdot \theta) \left[ -\frac{1}{2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{i}{2} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \right] \\
&\quad - i(\theta \cdot \theta) \lambda^\beta \sigma_{\beta\dot{\beta}}^\mu (\partial_\mu \bar{\lambda}^{\dot{\beta}}) \\
&= -\lambda^2 - 2iD(\lambda \cdot \theta) - 2i(\lambda \sigma^{\mu\nu} \theta) F_{\mu\nu} + (\theta \cdot \theta) \left[ D^2 - 2i\lambda^\beta \sigma_{\beta\dot{\beta}}^\mu (\partial_\mu \bar{\lambda}^{\dot{\beta}}) \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{i}{2} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \right]
\end{aligned} \tag{E.82}$$

sonucuna ulaşılır. Buradan  $\theta\theta$ -bileşeninin

$$\mathcal{W}^\alpha \mathcal{W}_\alpha \Big|_{\theta\theta} = D^2 - 2i\lambda^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \partial_\mu \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} - \frac{1}{2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{i}{2} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \tag{E.83}$$

olduğu görülmektedir.

➤  $\Phi_i^\dagger e^{2q_i V} \Phi_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}}$  birleşimi için (1.52), (1.54) ve (1.55) eşitlikleri kullanılarak,

$$\begin{aligned}
\Phi_i^\dagger e^{2q_i V} \Phi_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} &= \Phi_i^\dagger \Phi_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} + 2q_i \Phi_i^\dagger V \Phi_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} + 2q_i^2 \Phi_i^\dagger V^2 \Phi_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} \\
&= \Phi_i^\dagger \Phi_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} + 2q_i \Phi_i^\dagger \left( \theta \sigma^\nu \bar{\theta} A_\nu + i(\theta \cdot \theta) \bar{\theta} \cdot \bar{\lambda} - i(\bar{\theta} \cdot \bar{\theta}) \theta \cdot \lambda \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} (\theta \cdot \theta) (\bar{\theta} \cdot \bar{\theta}) D \right) \Phi_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} + 2q_i^2 \Phi_i^\dagger \left( \frac{1}{2} (\theta \cdot \theta) (\bar{\theta} \cdot \bar{\theta}) A_\nu A^\nu \right) \Phi_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} \\
&= \Phi_i^\dagger \Phi_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} + 2q_i \theta \sigma^\nu \bar{\theta} A_\nu \Phi_i^\dagger \Phi_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} + 2iq_i (\theta \cdot \theta) \bar{\theta} \cdot \bar{\lambda} \Phi_i^\dagger \Phi_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} \\
&\quad - 2iq_i (\bar{\theta} \cdot \bar{\theta}) \theta \cdot \lambda \Phi_i^\dagger \Phi_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} + q_i (\theta \cdot \theta) (\bar{\theta} \cdot \bar{\theta}) \left[ D + q_i A_\nu A^\nu \right] \Phi_i^\dagger \Phi_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}}
\end{aligned} \tag{E.84}$$

yazılır. Buradaki son eşitlikteki tüm terimlerde sadece çift sayıda Grassmann değişkenlerin karşıt-sıradeğişimi olduğundan  $\Phi_i^\dagger$  sağ tarafa kaydırıldı. (1.45) bağıntısı dikkate alınarak, yukarıda sadece  $(\theta \cdot \theta)(\bar{\theta} \cdot \bar{\theta})$  terimlerini verecek çarpımları ele alınırsa,

$$\begin{aligned}
\Phi_i^\dagger e^{2q_i V} \Phi_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} &= \partial_\mu \varphi_i^* \partial^\mu \varphi_i + i\bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_i + F_i^* F_i + 2q_i (\theta \sigma^\nu \bar{\theta}) (\theta \sigma^\mu \bar{\theta}) A_\nu \left[ i\varphi_i^* \partial_\mu \varphi_i \right. \\
&\quad \left. - i(\partial_\mu \varphi_i^*) \varphi_i - \bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu \psi_i \right] \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} + 2iq_i (\theta \cdot \theta) \bar{\theta} \cdot \bar{\lambda} \sqrt{2} \bar{\theta} \cdot \bar{\psi}_i \varphi_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} \\
&\quad - 2iq_i (\bar{\theta} \cdot \bar{\theta}) \theta \cdot \lambda \sqrt{2} \theta \cdot \psi_i \varphi_i^* \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} + q_i \left[ D + q_i A_\nu A^\nu \right] \varphi_i^* \varphi_i
\end{aligned} \tag{E.85}$$

**Ek 2'nin devamı**

elde edilir. (E.32)'den  $\bar{\theta} \cdot \bar{\lambda} \bar{\theta} \cdot \bar{\psi} = -1/2(\bar{\theta}\bar{\theta})(\bar{\lambda}\bar{\psi})$  ve  $\theta \cdot \lambda \theta \cdot \psi = -1/2(\theta\theta)(\lambda\psi)$  yazılır ve  $D_\mu \equiv \partial_\mu + iq_i A_\mu$  tanımı yapılırsa,

$$\begin{aligned} \Phi_i^\dagger e^{2q_i V} \Phi_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} &= \partial_\mu \varphi_i^* \partial^\mu \varphi_i + i\bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_i + F_i^* F_i + q_i g^{\mu\nu} A_\nu \left[ i\varphi_i^* \partial_\mu \varphi_i \right. \\ &\quad \left. - i(\partial_\mu \varphi_i^*) \varphi_i - \bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu \psi_i \right] + \sqrt{2} i q_i \left[ \lambda \psi_i \varphi_i^* - \bar{\lambda} \bar{\psi}_i \varphi_i \right] \\ &\quad + q_i \left[ D + q_i A_\nu A^\nu \right] \varphi_i^* \varphi_i \end{aligned} \quad (\text{E.86})$$

$$\begin{aligned} \Phi_i^\dagger e^{2q_i V} \Phi_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} &= (D_\mu \varphi_i)^* (D^\mu \varphi_i) + i\bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu D_\mu \psi_i + F_i^* F_i \\ &\quad + i\sqrt{2} q_i (\varphi_i^* \psi_i \lambda - \bar{\psi}_i \bar{\lambda} \varphi_i) + q_i \varphi_i^* \varphi_i D \end{aligned} \quad (\text{E.87})$$

elde edilir.



### 7.3. Ek-3. Feynman Kuralları

Bu bölümde, özellikle neutralino ve charginolar için olmak üzere bazı etkileşme Lagranjiyenleri ve köşe terimleri (Haber ve Kane, 1985; Gunion ve Haber, 1986; Rosiek, 1990) verilmektedir. Burada kullanılan semboller:

- $s_W, c_W$  : elektrozayıf karışım açısının sinüsü ve kosinüsü ( $s_W \equiv \sin \theta_W$ ,  $c_W \equiv \cos \theta_W$ ,  
 $s_W^2 \equiv \sin^2 \theta_W = 1 - \cos^2 \theta_W \equiv 1 - c_W^2$ )  
 $g$  : zayıf çiftlenim sabiti ( $g = e/s_W$ )  
 $N, V, U$  : nötralinolar ve charginoların karışım matrisleri  
 $V_{qq'}^{CKM}$  : CKM matrisinin ( $q, q'$ ) bileşeni  
 $R^{\tilde{q}}$  : skaler kuark karışım matrisi  
 $I_3^q$  :  $q$ -kuarkının zayıf izospin kuantum sayısı ( $I_3^{qL} = \pm 1/2$  ve  $I_3^{qR} = 0$ ).  
 $e_q$  :  $q$ -kuarkının elektrik yükünün kesri ( $e_u = 2/3$  ve  $e_d = -1/3$ )  
 $k, l$  : skaler kuark kütle özdeğer indisleri  
 $r, s$  : renk yükü indisleri  
 $a, b, c$  : ayar grubu indisleri

Bu bölümdeki Feynman çizimleri *JaxoDraw* programı (Binosi ve Theußl, 2004) kullanılarak çizildi. Feynman çizimlerinde skaler parçacıklar için kesikli çizgiler, vektör parçacıkları için dalgalı çizgiler kullanıldı.

➤ Nötralinolar ve charginoların elektrozayıf ayar bozonlarıyla,  $\gamma - \tilde{\chi}_i^+ - \tilde{\chi}_j^-$ ,  $W^\pm - \tilde{\chi}_i^0 - \tilde{\chi}_j^\pm$ ,  $Z - \tilde{\chi}_i^+ - \tilde{\chi}_j^-$  ve  $Z - \tilde{\chi}_i^0 - \tilde{\chi}_j^0$  şeklindeki etkileşmelerini veren Lagranjiyenler

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\gamma \tilde{\chi}_i^+ \tilde{\chi}_i^-} &= -e A_\mu \overline{\tilde{\chi}_i^+} \gamma^\mu \tilde{\chi}_i^- \\
 \mathcal{L}_{W \tilde{\chi}_i^+ \tilde{\chi}_j^0} &= \frac{g}{c_W} W_\mu^- \overline{\tilde{\chi}_i^+} \gamma^\mu \left[ O_{ij}^L P_L + O_{ij}^R P_R \right] \tilde{\chi}_j^0 \\
 \mathcal{L}_{Z \tilde{\chi}_i^+ \tilde{\chi}_j^+} &= \frac{g}{c_W} Z_\mu \overline{\tilde{\chi}_i^+} \gamma^\mu \left[ O_{ij}^L P_L + O_{ij}^R P_R \right] \tilde{\chi}_j^+ \\
 \mathcal{L}_{Z \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0} &= \frac{1}{2} \frac{g}{c_W} Z_\mu \overline{\tilde{\chi}_i^0} \gamma^\mu \left[ O_{ij}^L P_L + O_{ij}^R P_R \right] \tilde{\chi}_j^0
 \end{aligned} \tag{E.88}$$

olmak üzere burada

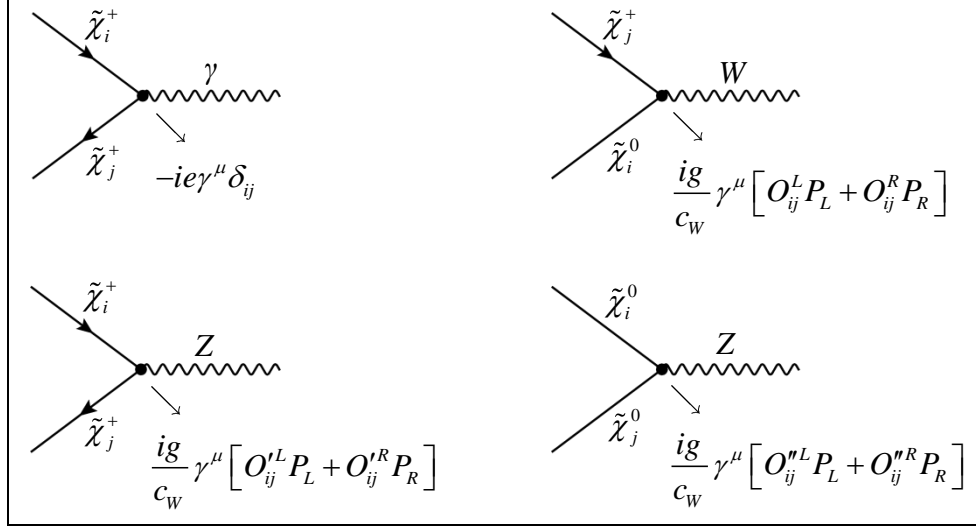
$$O_{ij}^L = -\frac{c_W}{\sqrt{2}} N_{i4} V_{j2}^* + c_W N_{i2} V_{j1}^* \quad O_{ij}^R = \frac{c_W}{\sqrt{2}} N_{i3}^* U_{j2} + c_W N_{i2}^* U_{j1} \tag{E.89}$$

$$O_{ij}^{\prime L} = -V_{i1} V_{j1}^* - \frac{1}{2} V_{i2} V_{j2}^* + \delta_{ij} s_W^2 \quad O_{ij}^{\prime R} = -U_{i1}^* U_{j1} - \frac{1}{2} U_{i2}^* U_{j2} + \delta_{ij} s_W^2 \tag{E.90}$$

$$O_{ij}^{\prime\prime L} = \frac{1}{2} \left[ N_{i4} N_{j4}^* - N_{i3} N_{j3}^* \right] \quad O_{ij}^{\prime\prime R} = \frac{1}{2} \left[ N_{i3}^* N_{j3} - N_{i4}^* N_{j4} \right] \tag{E.91}$$

### Ek 3'ün devamı

dır. Bu etkileşmelerin köşe çarpanları, Ek Şekil 1'de Feynman çizimleriyle verilmektedir.



Ek Şekil 1. Nötralino/chargino -chargino-ayar bozonu köşesi

Şekildeki oklar,  $\tilde{\chi}^+$  için +1 olacak şekilde elektrik yükü akış yönünü göstermektedir.

➤ Kuark-skuark-nötralino ve kuark-skuark-chargeino etkileşmelerinin Lagranjyenleri

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q} &= -\frac{\sqrt{2}g}{c_W} \tilde{\chi}_i^0 q \left[ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{L*} P_L + C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^{R*} P_R \right] \tilde{q}_k \\ \mathcal{L}_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_k q'} &= -\frac{\sqrt{2}g}{c_W} \tilde{\chi}_j^+ q' \left[ C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_k q'}^{L*} P_L + C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_k q'}^{R*} P_R \right] \tilde{q}_k \end{aligned} \quad (\text{E.92})$$

olmak üzere burada

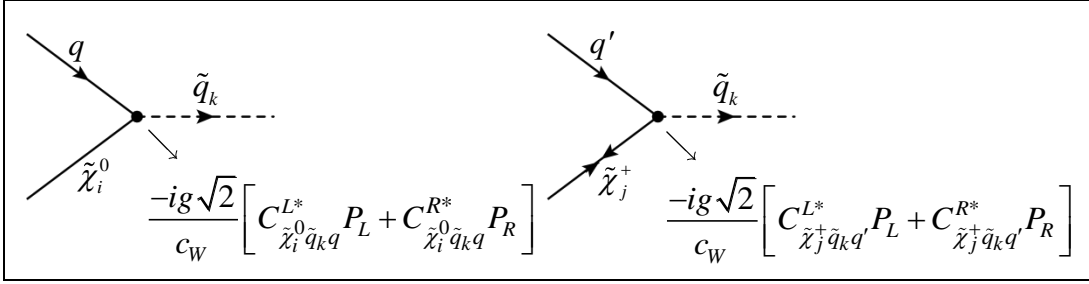
$$\begin{aligned} C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^L &= \left[ (e_q - I_3^q) s_W N_{i1} + I_3^q c_W N_{i2} \right] R_{k1}^{\tilde{q}*} + \frac{c_W m_q (N_{i4} \delta_{qu} + N_{i3} \delta_{qd})}{2m_W (\sin(\beta) \delta_{qu} + \cos(\beta) \delta_{qd})} R_{k2}^{\tilde{q}*} \\ C_{\tilde{\chi}_i^0 \tilde{q}_k q}^R &= \left[ -e_q s_W N_{i1}^* \right] R_{k2}^{\tilde{q}*} + \frac{c_W m_q (N_{i4}^* \delta_{qu} + N_{i3}^* \delta_{qd})}{2m_W (\sin(\beta) \delta_{qu} + \cos(\beta) \delta_{qd})} R_{k1}^{\tilde{q}*} \end{aligned} \quad (\text{E.93})$$

## Ek 3'ün devamı

$$C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_k q'}^L = \frac{c_W}{\sqrt{2}} \left[ U_{j1} \delta_{q'u} + V_{j1} \delta_{q'd} \right] V_{qq'}^{CKM} R_{k1}^{\tilde{q}^*} - \frac{c_W (m_d U_{j2} \delta_{q'u} + m_u V_{j2} \delta_{q'd}) V_{qq'}^{CKM} R_{k2}^{\tilde{q}^*}}{2m_W (\cos(\beta) \delta_{q'u} + \sin(\beta) \delta_{q'd})} \quad (\text{E.94})$$

$$C_{\tilde{\chi}_j^+ \tilde{q}_k q'}^R = -\frac{c_W m_{q'} (V_{j2}^* \delta_{q'u} + U_{j2}^* \delta_{q'd}) V_{qq'}^{CKM} R_{k1}^{\tilde{q}^*}}{2m_W (\sin(\beta) \delta_{q'u} + \cos(\beta) \delta_{q'd})}$$

şeklinde verilir. Buradaki kronecker delta fonksiyonları  $(\delta_{qu}, \delta_{q'u})$  ve  $(\delta_{qd}, \delta_{q'd})$  sırasıyla  $u$  ve  $d$ -tipi kuarklarla ilişkili terimleri aynı eşitlikte vermek için kullanıldı.



Ek Şekil 2. Nötralinol/chargino-skuark-kuark köşesi

Bu etkileşmelerin Feynman çizimleri Ek Şekil 2'de verilmektedir. Buradaki ikinci çizim,  $\tilde{u}_k - d - \tilde{\chi}_j^+$  veya  $\tilde{d}_k - u - \tilde{\chi}_j^+$  etkileşmesini temsil etmektedir.

➤ İki kuarkın/skuarkın ayar bozonlarıyla etkileşmelerinin köşe çarpanları Ek Şekil 3 ve Ek Şekil 4'te veriliyor.

Kuarkların ayar bozonlarıyla etkileşmeleri

$$\mathcal{L}_{Vqq} = -\frac{g}{c_W} W_\mu \bar{q}' \gamma^\mu \left[ C_{Wq'q}^L P_L + C_{Wq'q}^R P_R \right] q - \frac{g}{2c_W} Z_\mu \bar{q} \gamma^\mu \left[ C_{Zqq}^L P_L + C_{Zqq}^R P_R \right] q \quad (\text{E.95})$$

$$- e e_q A_\mu \bar{q} \gamma^\mu q - g_s G_\mu^a \bar{q}_r \gamma^\mu T_{rs}^a q_s$$

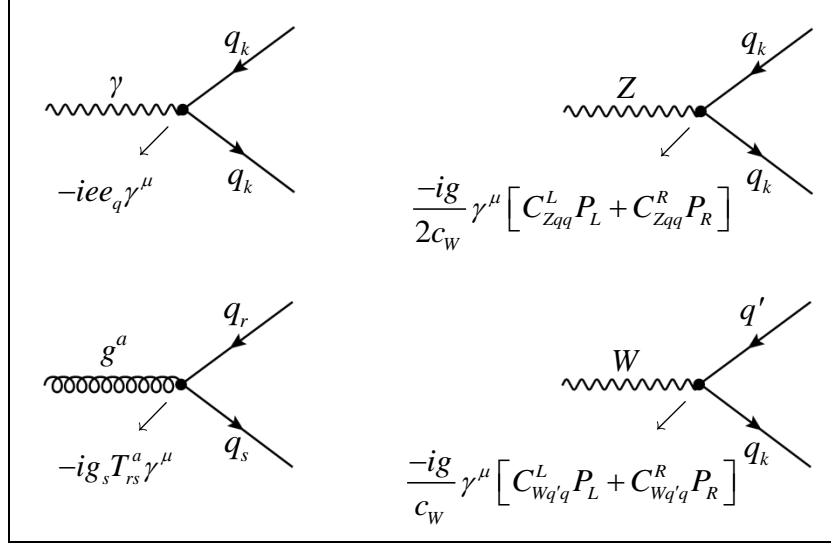
Lagranjiyeni ile verilmek üzere burada

$$C_{Zqq}^L = 2I_3^q (1 - 2s_W^2 |e_q|) \quad C_{Zqq}^R = -2s_W^2 e_q \quad (\text{E.96})$$

$$C_{Wq'q}^L = \frac{c_W V_{qq'}}{\sqrt{2}} \quad C_{Wq'q}^R = 0$$

dır.

## Ek 3'ün devamı



Ek Şekil 3. Kuark-kuark-ayar bozonu köşesi

Skaler kuarkların ayar bozonlarıyla etkileşmeleri

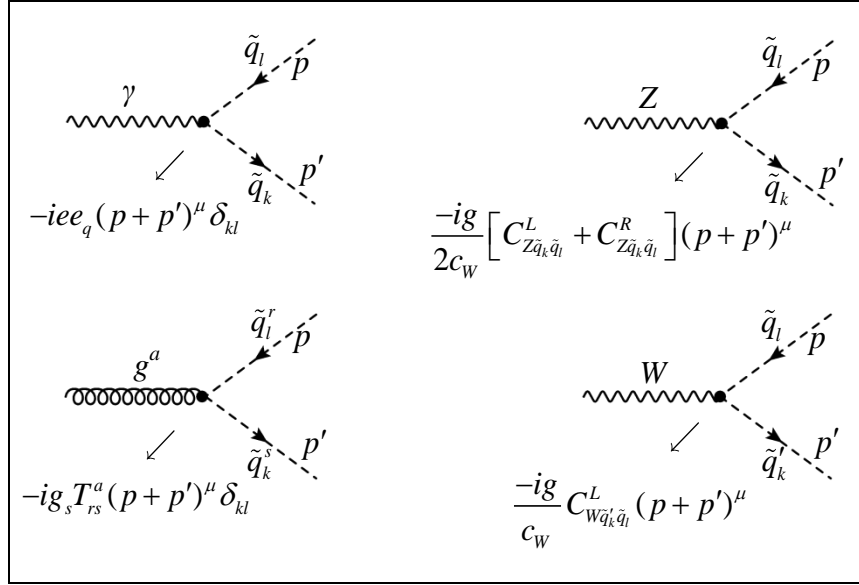
$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\gamma\tilde{q}\tilde{q}} &= -iee_q A_\mu (\tilde{q}_L^* \tilde{\partial}^\mu \tilde{q}_L + \tilde{q}_R^* \tilde{\partial}^\mu \tilde{q}_R) = -iee_q A_\mu (R_{l1}^{\tilde{q}} R_{k1}^{\tilde{q}} + R_{l2}^{\tilde{q}} R_{k2}^{\tilde{q}}) \tilde{q}_l^* \tilde{\partial}^\mu \tilde{q}_k \\
&= -iee_q \delta_{kl} A_\mu \tilde{q}_l^* \tilde{\partial}^\mu \tilde{q}_k \\
\mathcal{L}_{Z\tilde{q}\tilde{q}} &= -\frac{ig}{2c_W} Z_\mu (C_{Zq}^L \tilde{q}_L^* \tilde{\partial}^\mu \tilde{q}_L + C_{Zq}^R \tilde{q}_R^* \tilde{\partial}^\mu \tilde{q}_R) = -\frac{ig}{2c_W} Z_\mu (C_{Zq}^L R_{k1}^{\tilde{q}} R_{l1}^{\tilde{q}*} \\
&\quad + C_{Zq}^R R_{k2}^{\tilde{q}} R_{l2}^{\tilde{q}*}) \tilde{q}_l^* \tilde{\partial}^\mu \tilde{q}_k = -\frac{ig}{2c_W} Z_\mu [C_{Z\tilde{q}k\tilde{q}l}^L + C_{Z\tilde{q}k\tilde{q}l}^R] \tilde{q}_l^* \tilde{\partial}^\mu \tilde{q}_k \quad (E.97) \\
\mathcal{L}_{W\tilde{q}\tilde{q}'} &= -\frac{ig}{c_W} C_{Wq'q}^L (W_\mu^+ \tilde{q}_L^* \tilde{\partial}^\mu \tilde{q}'_L + W_\mu^- \tilde{q}'_R^* \tilde{\partial}^\mu \tilde{q}_R) = -\frac{ig}{c_W} C_{Wq'q}^L (R_{k1}^{\tilde{q}'} R_{l1}^{\tilde{q}*} W_\mu^+ \tilde{q}_l^* \tilde{\partial}^\mu \tilde{q}'_k \\
&\quad + R_{k1}^{\tilde{q}} R_{l1}^{\tilde{q}*} W_\mu^- \tilde{q}'_l^* \tilde{\partial}^\mu \tilde{q}_k) = -\frac{ig}{c_W} (C_{W\tilde{q}k\tilde{q}l}^L W_\mu^+ \tilde{q}_l^* \tilde{\partial}^\mu \tilde{q}'_k + C_{W\tilde{q}l\tilde{q}k}^L W_\mu^- \tilde{q}'_l^* \tilde{\partial}^\mu \tilde{q}_k) \\
\mathcal{L}_{g\tilde{q}\tilde{q}} &= -ig_s T_{rs}^a G_\mu^a (\tilde{q}_L^* \tilde{\partial}^\mu \tilde{q}_L^s + \tilde{q}_R^* \tilde{\partial}^\mu \tilde{q}_R^s) = -ig_s T_{rs}^a \delta_{kl} G_\mu^a [\tilde{q}_l^* \tilde{\partial}^\mu \tilde{q}_k^s]
\end{aligned}$$

Lagranjiyenleri ile verilir. Burada

$$\begin{aligned}
C_{Z\tilde{q}k\tilde{q}l}^L &= C_{Zq}^L R_{k1}^{\tilde{q}} R_{l1}^{\tilde{q}*} & C_{Z\tilde{q}k\tilde{q}l}^R &= C_{Zq}^R R_{k2}^{\tilde{q}} R_{l2}^{\tilde{q}*} \\
C_{W\tilde{q}k\tilde{q}l}^L &= C_{Wq'q}^L R_{k1}^{\tilde{q}'} R_{l1}^{\tilde{q}*} & C_{W\tilde{q}k\tilde{q}l}^R &= 0
\end{aligned} \quad (E.98)$$

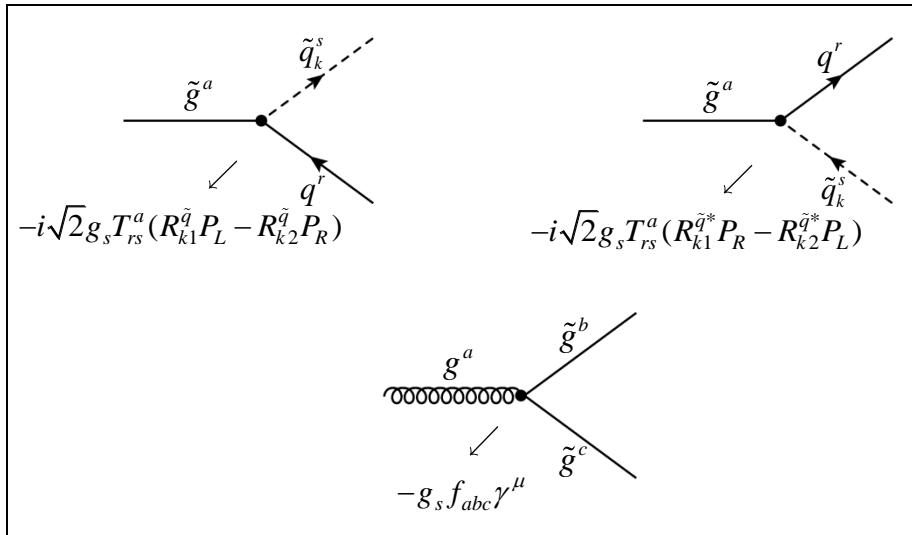
dır.  $A\tilde{\partial}^\mu B = A(\partial^\mu B) - (\partial^\mu A)B$  olmak üzere ilişkili Feynman kuralından  $\tilde{q}_k^* \tilde{\partial}^\mu \tilde{q}_l = i(p + p')^\mu$  eşitliği kullanılarak köşe terimleri yazılır.

## Ek 3'ün devamı



Ek Şekil 4. Skuark-skuark-ayar bozonu köşesi

➤ Glüino-skuark-kuark ve glüyon-glüino-glüino etkileşimleri için Lagranjyenler



Ek Şekil 5. Glüino-skuark-kuark ve glüyon-glüino-glüino köşesi

**Ek 3'ün devamı**

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{q\tilde{q}\tilde{g}} &= -\sqrt{2}g_s T_{rs}^a \left[ \tilde{g}_a P_L q^s \tilde{q}_L^{r*} + \bar{q}^r P_R \tilde{g}_a \tilde{q}_L^s - \tilde{g}_a P_R q^s \tilde{q}_R^{r*} - \bar{q}^r P_L \tilde{g}_a \tilde{q}_R^s \right] \\
&= -\sqrt{2}g_s T_{rs}^a \left[ \tilde{g}_a (R_{k1}^{\tilde{q}*} P_L - R_{k2}^{\tilde{q}*} P_R) q^s \tilde{q}_k^{r*} + \bar{q}^r (R_{k1}^{\tilde{q}} P_R - R_{k2}^{\tilde{q}} P_L) \tilde{g}_a \tilde{q}_k^s \right] \\
\mathcal{L}_{g\tilde{g}\tilde{g}} &= \frac{ig_s}{2} f_{abc} G_\mu^a \bar{\tilde{g}}^b \gamma^\mu \tilde{g}^c
\end{aligned} \tag{E.99}$$

ile verilir ( $\mathcal{L}_{q\tilde{q}\tilde{g}}$  Lagranjiyeninde  $T_{rs}^a$  renk üçlü üreticiler olmak üzere karşıt-üçlü üreticiler için  $\bar{T}_{rs}^a = -T_{rs}^{a*} = -T_{sr}^a$  eşitliği kullanıldı).

Glüyon-glüينو-glüينو etkileşmesinde glüyonun Majorana doğasından dolayı köşe terimi 2 ile çarpılır (ya da  $\tilde{g} \leftrightarrow \bar{\tilde{g}}$  değişikliği yapılarak ilave yapılmalıdır).  $T^a$ , SU(3) ayar grubunun üreticisi olmak üzere

$$\begin{aligned}
\left[ T^a, T^b \right] &= if_{abc} T^c & f_{abc} f_{dbc} &= C(A) \delta_{ad}, \quad C(A) = 3 \\
\dot{I}z(T^a T^b) &= T(F) \delta_{ab}, \quad T(F) = \frac{1}{2} & (T^a T^b)_{ij} &= C(F) \delta_{ij}, \quad C(F) = \frac{4}{3}
\end{aligned} \tag{E.100}$$

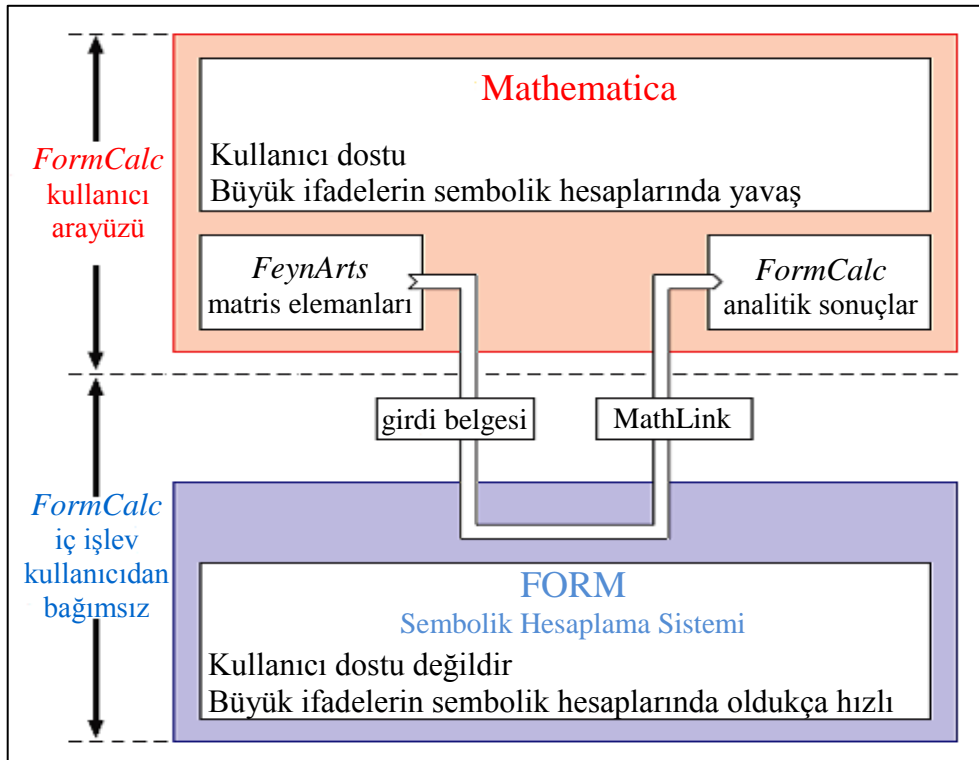
bağıntılarını sağlar.

#### 7.4. Ek-4. FeynArts&FormCalc&LoopTools

*FeynArts* ve *FormCalc*, *Mathematica* paket programları olmak üzere birbirleriyle bağlantılı şekilde çalışırlar. *FeynArts* ile verilen bir süreç için ilgili modelin Feynman kuralları dikkate alınarak, olası Feynman çizimleri ve matris elemanlarının analitik ifadeleri üretilir. *FormCalc* kullanılarak *FeynArts* ile üretilen matris elemanlarının mutlak kareleri (genlikleri) analitik olarak hesaplanır (bu aşamada son durumdaki parçacıkların polarizasyonları (spinleri) üzerinden toplam alınır, iz hesapları yapılır, tensör integralleri indirgenir, cebirsel sadeleştirme yapılır ve bazı kısaltmalar tanımlanarak sonuçların sade görünmesi sağlanır) ve bunların *Fortran* (ya da *C*) dilinde altprogram kodları oluşturulur. Bu işlemler, *Mathematica*'ya göre çok daha hızlı sembolik işlem yapabilen *FORM* aracılığıyla gerçekleştirilir. Son aşamada *FormCalc* ile sayısal hesaplamaların yapılabilmesi için gerekli olan altprogram kodlarının, kütüphanelerin ve belgelerin bulunduğu bir dosya oluşturulur. Kullanıcı tarafından Linux işletim sisteminde *FormCalc*'ın oluşturduğu dosya *gfortran* derleyicisi kullanılarak derlenir ve girdi parametreleri düzenlenerek hesaplar yapılır.

*LoopTools* ile ilmek mertebesindeki süreçler için *FormCalc*'ta oluşturulan Fortran kodundaki tek-ilmek (integrallerin) katsayı fonksiyonları hesaplanır. Bunlar skaler ve tensör tek-ilmek integrallerinde ortaya çıkan skaler tek-ilmek fonksiyonları ve 2-, 3-, 4-, ve 5-nokta tensör katsayı fonksiyonlarıdır. Ayrıca morötesi (UV), kızılötesi (IR) ve kolinear (collinear) ıraksamaları için boyutsal düzenleme yapılır.

Ek Şekil 6'da *FormCalc*'ın *FeynArts* ve *FORM* ile olan bağlantısı şematik olarak gösteriliyor. *Mathematica* ile, *FeynArts* tarafından oluşturulan matris elemanları *FORM* programında hesaplanmak üzere düzenlenir (*FORM* dilinde bir girdi belgesi oluşturur).



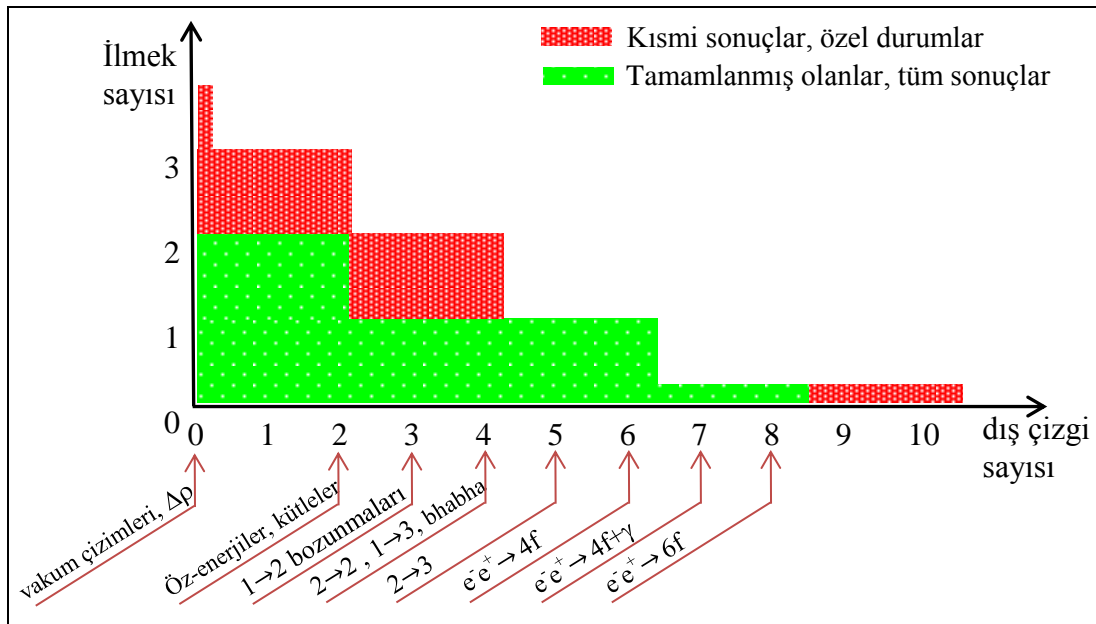
Ek Şekil 6. *FeynArts* ve *FormCalc* programlarının işleyiş şeması

### Ek 4'ün devamı

Bu aşamadan sonra *FORM* ile sembolik hesaplamalar yapılır ve sonuçlar *FormCalc*'in *ReadForm* aracılığıyla *Mathematica* program dilinde oluşturulur.

#### FeynArts'in genel özellikleri;

- SM, MSSM ve İki-Higgs-İkilisi Modellerini içerir. Ayrıca yeni modeller kullanıcı tarafından, doğrudan ya da *SARAH*, *FeynRules*, *LanHEP* vb. programlarından biri kullanılarak eklenebilir.
- Aşağıdaki şekilde gösterilen mertebeye ve türde olan bütün süreçler için Feynman çizimlerini ve matris elemanlarını ilgili modelin Feynman kurallarına uygun olarak oluşturur.



Ek Şekil 7. *FeynArts*'da matris elemanları ve Feynman çizimleri oluşturulabilen süreçlerin türü ve mertebeleri

- Feynman çizimleri ve matris elemanları, genel alanlar, alanların belli bir sınıfı ya da parçacıklar seviyesinde oluşturulabilir.
- Feynman çizimlerinde isteğe bağlı olarak eleme yapmak mümkündür.

#### FormCalc'in genel özellikleri;

- Spinör birleşimlerinin bir araya getirilmesini, vektörlerin skaler çarpımlarını ve vektörlerle karşıt-simetrik tensör çarpımlarını otomatik olarak yapar.
- Dış fermiyon alanlarını, Weyl, kiral ( $P_L$ ,  $P_R$ ) ya da VA (vektör-Aksiyel vektör) gösterimlerine uygun düzenleyebilir.
- $D$  ya da 4 boyutta çalışabilir. UV ıraksamaları yok etmek için,  $D$  boyutta "boyutsal düzenleme" metodu kullanılır, 4 boyut için tek-ilmek seviyesinde boyutsal indirgeme (dimensional reduction) yöntemine denk olan kısıtlanmalı diferansiyel renormalizasyon



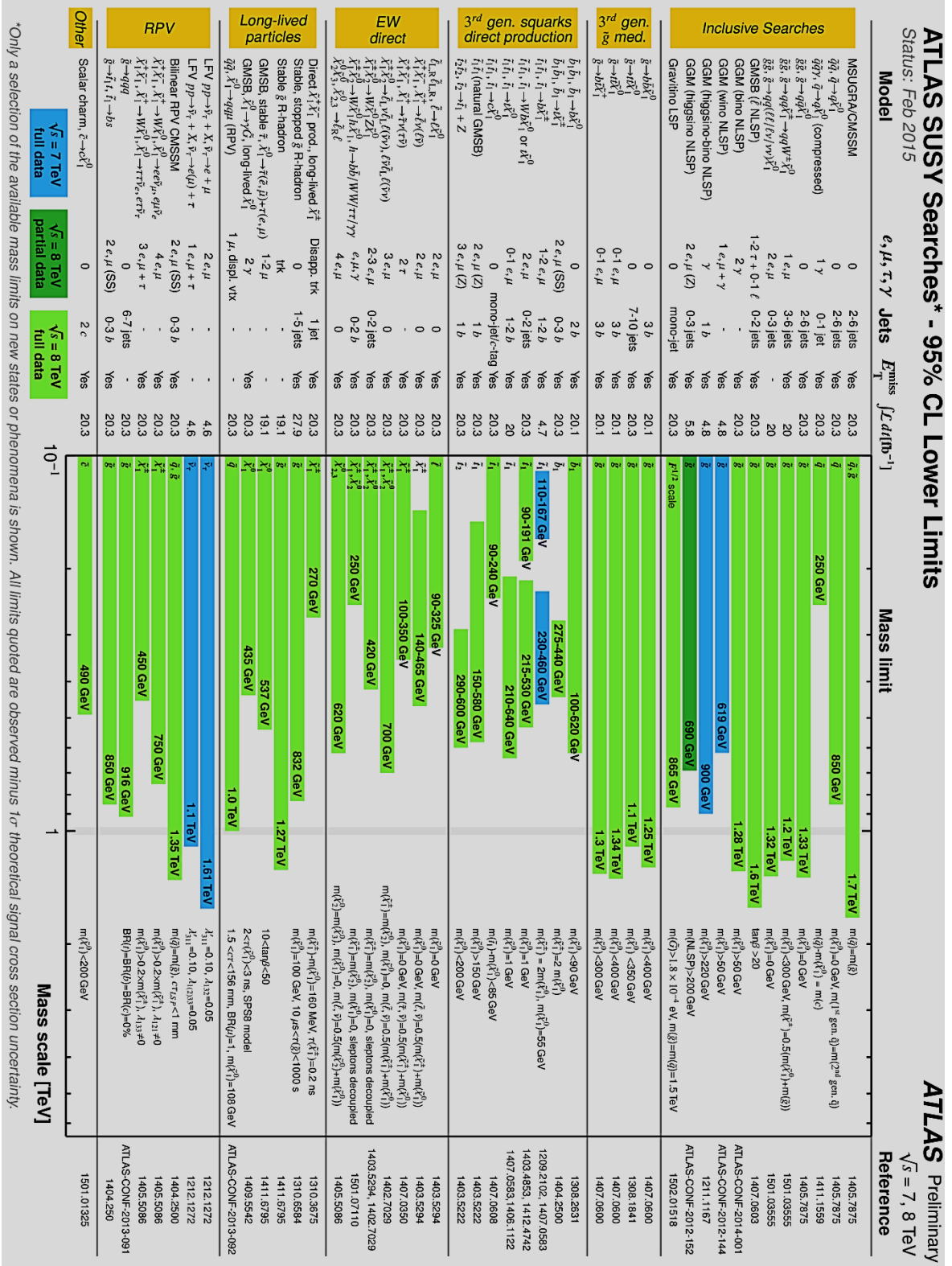
### Ek 4'ün devamı

(constrained differential renormalization) yöntemi kullanılır.

- Iraksamaların kontrol edilmesini sağlar.
- Tek-ilmek tensör integrallerini, Passarino-Veltman ya da Üniter metod (OPP) ile skaler integraller cinsinden oluşturabilir (OPP metodu, *Ninja*, *CutTools* veya *Samurai* kütüphanelerinden biri aracılığıyla uygulanır).
- Tek-ilmek renormalizasyon sabitlerini hesaplar.
- Diferansiyel ve toplam tesir kesitlerini hesaplar (polarize ya da polarize olmayan durum için).
- Parton ve hadron seviyesinde tesir kesitlerini hesaplar (hadronik tesir kesiti için parton dağılım fonksiyonları (PDF) *LHAPDF* programı aracılığıyla sağlanır).
- Foton-foton çarpıştırıcısı için foton enerji dağılım fonksiyonunu (*CompAZ* kodunu kullanarak) sağlar.
- Çok boyutlu integraller için sayısal çözüm yapar (*Cuba* kütüphanesi kullanır).
- Bütün sembolik hesap sonuçlarını *Fortran* ya da *C* dilinde yazar. Bunları, sayısal sonuçların elde edilmesi için gerekli olan kütüphanelerin ve belgelerin de bulunduğu bir dosya içine yerleştirir.
- Sayısal sonuçların grafiklerinin çizdirilmesini mümkün kılar (gnuplot programı için bir betik içerir).

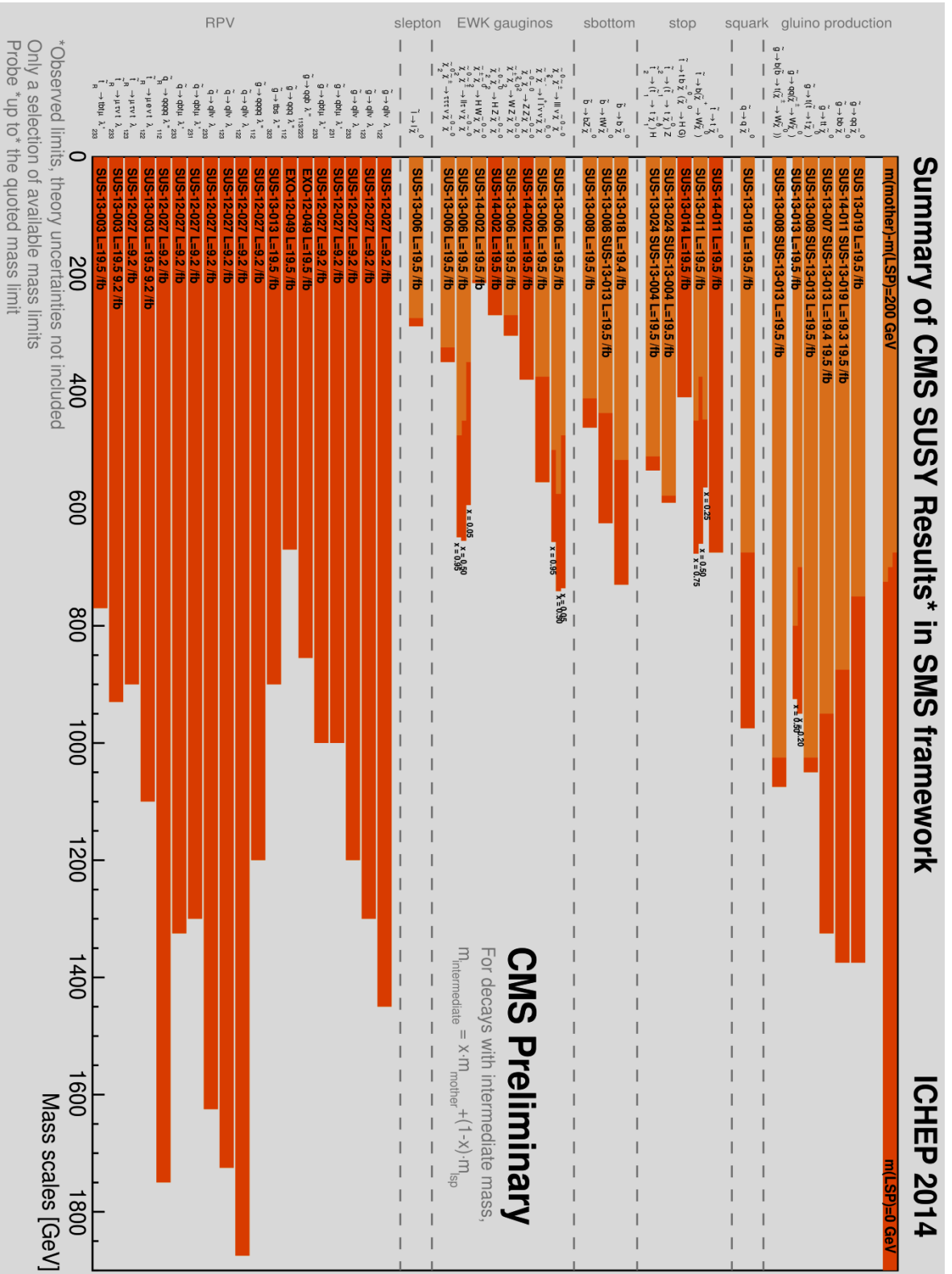
*FormCalc*, *FeynArts* ve *LoopTools* programları <http://www.feynarts.de/> adresinden indirilebilir.

### 7.5. Ek-5 Süpersimetri için Deneysel Araştırmaların Özeti



Ek Şekil 8. ATLAS Süpersimetri araştırmaları sonucunda elde edilen kütle sınırları

Ek 5'in devamı

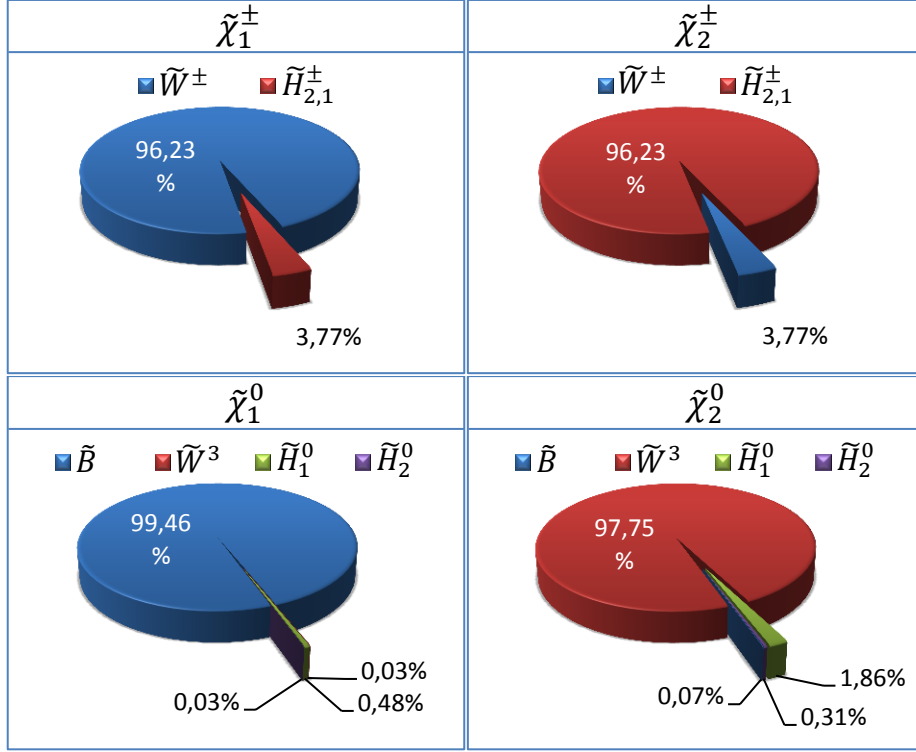


Ek Şekil 9. CMS Süpersimetri araştırmaları sonucunda elde edilen dışlama sınırlarının özeti

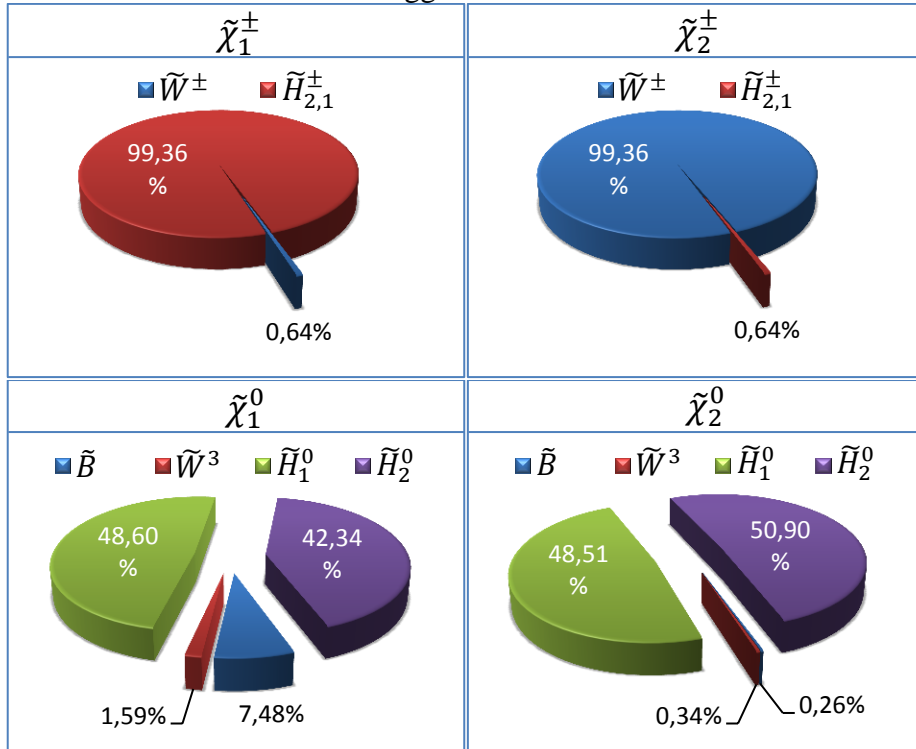
### 7.6. Ek-6 Senaryolar İçin Nötralinoların ve Charginoların Bileşen Yüzdeleri

Bu bölümde, Tablo 12'deki değerler kullanılarak hesaplanan charginoların ve nötralinoların bileşen katkılarının yüzdeleri verilmektedir.

#### Gaugino-Türü

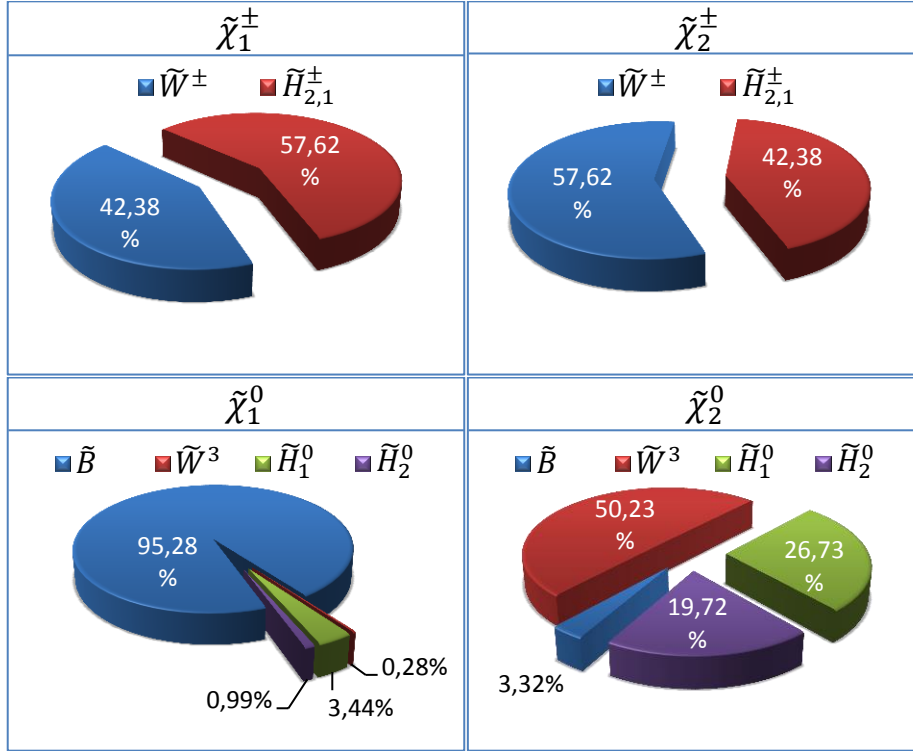


#### Higgsino-Türü



## Ek 6'nın devamı

Karışım-Durumu



## ÖZGEÇMİŞ

Mehmet Demirci 20.02.1984 tarihinde Kastamonu'da doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Kastamonu'da; sırasıyla Ali Fuat Darende İlkokulu (1991-1996), Ağlı Y.İ.B.O (1996-1999) ve Kuzeykent Süper Lisesi'nde (1999-2003) tamamladı. 2003-2004 eğitim-öğretim yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi Orta Öğretim Fen ve Matematik Alanları Fizik öğretmenliği bölümünü kazandı. Buradan Haziran 2008'de bölüm birincisi olarak mezun oldu.

Şubat 2009'da Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı Doktora Programı'na başladı ve bir ay sonra KTÜ Fen Bilimleri Enstitü'sü tarafından araştırma görevlisi olarak atandı. Başta Feza Gürsey Enstitüsü'nde düzenlenen yaz okulları olmak üzere, II. Yüksek Enerji Fiziği Okulu (13-26 Temmuz 2009, Feza Gürsey Enstitüsü), International Conference Physics 2010 (30 Haziran-2 Temmuz 2010, Bakü, Azerbeycan), 49<sup>th</sup> International School of Subnuclear Physics (24 Haziran-3 Temmuz 2011, EMFCSC, Erice, İtalya ), I.Uludağ Yüksek Enerji Fiziği Kış Okulu (5-11 Şubat 2012, TÜBİTAK BUTAL, Bursa), Summer School VI on Nuclear Collective Dynamics (24-30 Haziran 2012, Yıldız Teknik Üniversitesi) ve Feza Gürsey Kuantum Alan Kuramı Kış Okulu (3-8 Şubat 2014, İstanbul) adlı ulusal ve uluslararası birçok bilimsel etkinliğe katıldı.

Linux işletim sistemini kullanabilmekte olup, Fortran ve C program dillerini bilmektedir. Ayrıca PYTHIA, MadGraph, CalcHEP, FeynArts&FormCalc gibi simülasyon ve paket programlarını kullanabilmektedir.

SCI kapsamındaki uluslararası hakemli dergilerde yayınlanmış

1. M. Demirci ve A. I. Ahmadov, Search for Neutralino Pair Production at the CERN LHC, *Physical Review D*, 89, 075015 (2014).
2. A. I. Ahmadov ve M. Demirci, Single Neutralino Production at the LHC, *Physical Review D*, 88, 015017 (2013).
3. A. I. Ahmadov ve M. Demirci, Electroweak Corrections to the Neutralino Pair Production at CERN LHC, *Int. Journal of Modern Physics A*, 28, 1350077 (2013).

adlı çalışmaları olan Demirci, evli ve bir çocuk babasıdır.