

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FİZİK ANABİLİM DALI**

**PROTON-PROTON VE FOTON-FOTON İNKLUSİF SAÇILMA**  
**SÜREÇLERİNDE KIZILÖTESİ RENORMALONLAR VE YÜKSEK TWIST**  
**KATKILARI**

**DOKTORA TEZİ**

**Ferudun KESKİN**

**ARALIK 2012**

**TRABZON**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FİZİK ANABİLİM DALI**

**PROTON-PROTON VE FOTON-FOTON İNKLUSİF SAÇILMA**  
**SÜREÇLERİNDE KIZILÖTESİ RENORMALONLAR VE YÜKSEK TWIST**  
**KATKILARI**

**Ferudun KESKİN**

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde**  
**“DOKTOR (FİZİK)”**  
**Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 10.12.2012**  
**Tezin Savunma Tarihi : 28.12.2012**

**Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Coşkun AYDIN**

**Trabzon 2012**

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Ana Bilim Dalında

Ferudun KESKİN Tarafından Hazırlanan

**PROTON-PROTON VE FOTON-FOTON İNKLUSİF SAÇILMA SÜREÇLERİNDE  
KIZILÖTESİ RENORMALONLAR VE YÜKSEK TWIST KATKILARI**

başlıklı bu çalışma, Enstitü Yönetim Kurulunun 11 / 12 / 2012 gün ve 1485 sayılı  
kararıyla oluşturulan jüri tarafından yapılan sınavda  
**DOKTORA TEZİ**  
olarak kabul edilmiştir.

**Jüri Üyeleri**

**Başkan : Prof. Dr. Rıza ABBASOĞLU**

  
.....

**Üye : Prof. Dr. A. Hakan YILMAZ**

  
.....

**Üye : Prof. Dr. Belgin KÜÇÜKÖMEROĞLU**

  
.....

**Üye : Doç. Dr. Azar AHMADOV**

  
.....

**Üye : Yrd.Doç. Dr. Coşkun AYDIN**

  
.....

**Prof. Dr. Sadettin KORKMAZ**

**Enstitü Müdürü**

## ÖNSÖZ

Elektrozayıf ve yeğin etkileşmelerin ayar kuramı  $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  deneyle uyuşan en başarılı kuram olup, Standart Model (SM) olarak adlandırılır.

Standart modelde karşılaşılan sorunlardan bir tanesi, yeğin etkileşmelerin çiftlenim sabitinin düşük enerjilerde büyük olması sonucu tedirgeme (pertürbasyon) kuramının iyi sonuçlar vermemesi nedeniyle bu bölgede, tedirgemeli olmayan (non-pertürbasyon) yöntemlere gereksinim duyulur. Örgü hesapları, KRD toplam kuralları, ağır kuark etkin kuramlar (HQET), kiral (şiral) tedirgeme kuramı (ChPT) ve kuark modellerinin yararlı ve yararlı olmayan yanları vardır.

Bu bölgede tedirgeme yöntemi ile hesap yapılabilecek bir model olan AdS/KRD kuramı iyi sonuçlar veriyor.

Çalışmada, ilk bölümde ayar kuramları temel bilgisinden başlayıp sicim kuramı, AdS uzay-zamanının genel bilgisi ve holografik modellerle ilişkisinden holografik dalga fonksiyonları elde edilerek AdS/KRD kuramı oluşturuluyor. İkinci bölümde proton-proton ve foton-foton inklusif mezon yaratılma süreçleri inceleniyor, oluşan kızılötesi renormalonlar belirleniyor, önder-twist ve yüksek-twist düzeltmeler hesaplanıyor. Diğer bölümlerde, bulunan sonuçlar açıklanmış ve ortaya çıkan sonuçlar irdelenmiştir.

Çalışmada geçen birçok sözcüğün Türkçe karşılığını bulamadığımızdan üzülerək vurgulamalıyım ki yabancı sözcükleri İngilizce yazmak zorunda kaldım. Bu konudaki Türkçe eser eksikliğine de katkı sağlanması dileğiyle...

Holografik KRD konusunda çalışmayı öneren ve yardımını esirgemeyen Bakü Devlet Üniversitesi (Azerbaycan) öğretim üyesi, Sayın Doç.Dr. Azar I. AHMADOV'a ve 20 yılı aşan, fizik öğrenme sürecime de çok büyük katkısı olduğunu düşündüğüm danışmanım Sayın Yrd. Doç. Dr. Coşkun AYDIN'a teşekkürü borç bilirim.

Lisans eğitimim süresinde bana fiziği sevdiren ve bunun sonucunda lisansüstü öğrenime başlamama neden olan Sayın Prof. Dr. Mehmet ABAK'a ve doktora öğrenciliğim sırasında özveriyle desteğini esirgemeyen eşim Dilek ve kızım Duygu Keskin'e de teşekkür ederim.

Ferudun KESKİN  
Trabzon 2012

## **TEZ BEYANNAMESİ**

Doktora tezi olarak sunduğum ‘‘Proton–proton ve foton–foton inklusif saılma süreçlerinde kızılıtesi renormalonlar ve yüksek –twist katkıları’’ başlıklı bu çalışmayı baştan sona kadar danışmanım Yrd. Doç. Dr. Coşkun Aydın’ın sorumluluğunda tamamladığımı, başka kaynaklardan aldığım bilgileri metinde ve kaynakçada eksiksiz olarak gösterdiğimi, çalışma sürecinde bilimsel araştırma ve etik kurallara uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim. 10/ 12/ 2012.

Ferudun KESKİN

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ.....	III
TEZ BEYANNAMESİ.....	IV
İÇİNDEKİLER.....	V
ÖZET.....	VI
SUMMARY.....	VII
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	IX
TABLolar DİZİNİ.....	XI
SEMBOLLER DİZİNİ.....	XII
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1. Giriş.....	1
1.2. AdS/KAK ve AdS/KRD (hKRD, Holografik KRD).....	5
1.3. Renormalizasyon ve Renormalizasyon Grup Denklemi.....	19
1.4. Renormalonlar, Önder–Twist ve Yüksek–Twist Katkıları.....	25
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	38
2.1. Proton–Proton Çarpışması İnkusif Piyon Üretilmesi Sürecinin Tesir kesiti.....	38
2.1.1. $p+p \rightarrow \pi^+(\pi^-)+\gamma$ 'nın Diferansiyel Tesir Kesitine Önder Twist-Katkılar.....	38
2.1.2. pKRD ve hKRD Piyon Dalga Fonksiyonları için $p+p \rightarrow \pi^+(\pi^-)+\gamma$ 'nın Yüksek-Twist Katkıları ve Kızılötesi Renormalonlar.....	40
2.2. Foton–Foton Çarpışması İnkusif Piyon Üretilmesi Sürecinin Tesir kesiti.....	47
2.2.1. $\gamma+\gamma \rightarrow \pi^+(\pi^-)$ 'nin Diferansiyel Tesir Kesitine Önder Twist-Katkılar.....	47
2.2.2. pKRD ve hKRD Piyon Dalga Fonksiyonları için $\gamma+\gamma \rightarrow \pi^+(\pi^-)$ 'nin Yüksek-Twist Katkıları ve Kızılötesi Renormalonlar.....	48
3. BULGULAR.....	54
3.1. $p+p \rightarrow \pi^+(\pi^-)+\gamma+X$ Süreci.....	54
3.2. $\gamma+\gamma \rightarrow M+X$ Süreci.....	62
4. İRDELEME.....	71
5. SONUÇLAR.....	73

6.	ÖNERİLER .....	74
7.	KAYNAKLAR.....	75
8.	EKLER.....	80
	ÖZGEÇMİŞ.....	91

Doktora Tezi

ÖZET

PROTON –PROTON VE FOTON –FOTON İNKLUSİF SAÇILMA SÜREÇLERİNDE  
KIZILÖTESİ RENORMALONLAR VE YÜKSEK –TWIST KATKILARI

Ferudun KESKİN

Karadeniz Teknik Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Coşkun AYDIN

2012, 79 Sayfa, 11 Ek Sayfa

Bu tezde, esnek olmayan hadron–hadron ve foton–foton saçılmalarında tesir kesiti büyük– $p_T$ –inklusif mezon üretimi süreçlerinde, yüksek–twist Feynman çizimlerinden gelen katkı terimleri, holografik KRD çerçevesinde, dondurulmuş etkileşme sabiti ve koşan etkileşme sabiti için deneydeki enerji alınarak hesaplanmıştır. İlgili alt süreçlerin tesir kesitlerinde ortaya çıkan kızılötesi renormalonlar incelenmiş, bunların Borel toplamları hesaplanarak önder–twist ile yüksek–twist sonuçlar karşılaştırılmış ve yüksek–twist katkıların önemli olduğu görülmüştür.

**Anahtar Kelimeler:** Diferansiyel tesir kesiti, Kızılötesi renormalon tekillikler, Yüksek twist katkı terimleri, Holografik KRD.



PhD. Thesis

Summary

INFRARED RENORMALONS AND HIGHER –TWIST CONTRIBUTION IN PROTON  
–PROTON AND PHOTON –PHOTON INCLUSIVE COLLISIONS

Ferudun KESKİN

Karadeniz Technical University  
The Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Physics Graduate Program  
Supervisor: Assist. Prof. Dr. Coşkun AYDIN  
2012, 79 Pages, 11 Pages Appendix

In this thesis, we calculate the contribution of the higher–twist Feynman diagrams to the large– $p_T$  inclusive single pion production cross section in hadron–hadron and photon–photon collisions in case of the frozen coupling and running coupling approaches within holographic QCD. The structure of infrared renormalon singularities of the higher–twist subprocess cross section and the Borel sum for it are found. We compared the resummed higher–twist cross sections with the ones obtained in the framework of the frozen coupling approach and leading–twist cross section.

**Key Words:** Differential cross section, Infrared renormalon singularities, The contribution of the higher–twist.

## ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1. $D$ –zar, açık sicim, kapalı sicim ve zayıf–yeğin etkileşme ikiliğinin sembolik çizimi.....	9
Şekil 2. Konformal simetrinin kırılması için gerekli şekil .....	15
Şekil 3. AdS/KAK yaklaşımının simgesel gösterimi. Hadronun kompakt $AdS_5$ uzayı $z$ –boyutunda, farklı uzunluk ölçeklerindeki evreleri .....	16
Şekil 4. $\zeta = \{x(1-x)\}^{1/2} b_{\perp}$ kovaryant çarpın (impact) koordinatının fonksiyonu olan ışık–cephesi dalga fonksiyonu için $z$ 'de $\phi(z)$ fonksiyonunun holografik eşleştirilmesi.....	17
Şekil 5. KR D'nin $g_s$ fonksiyonunun enerjiye göre değişimi .....	24
Şekil 6. KED'de ıraksak serilere yapılan katkı terimlerine örnek çizim.....	30
Şekil 7. Denklem (89) integralinin $\hat{k}^2$ 'nin fonksiyonu olarak $n=0$ ve $n=2$ için çizimi.....	33
Şekil 8. $G_{q/p}(x_q)$ dağılım fonksiyonları, $D_{M/q}(z)$ paylaşım fonksiyonları ve sert-saçılma alt süreçlerinin simgesel gösterimi.....	36
Şekil 9. $q\bar{q} \rightarrow g\gamma$ ve $qg \rightarrow q\gamma$ önder –twist alt süreçleri için Feynman çizimleri .....	38
Şekil 10. $q_1 + \bar{q}_2 \rightarrow \pi^+(\pi^-) + \gamma$ , yüksek –twist alt süreçleri için Feynman çizimleri .....	40
Şekil 11. $\gamma\gamma \rightarrow MX$ süreçlerinde önder –twist katkıları.....	47
Şekil 12. $\gamma\gamma \rightarrow MX$ sürecinin yüksek–twist katkısı veren Feynman çizimi .....	48
Şekil 13. Yüksek twist $\pi^+$ üretim tesir kesiti $(\sum_{\pi^+}^{HT})^0$ nin, $s^{1/2} = 62.4 \text{ GeV}$ kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon enine momentumu $p_T$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi.....	56
Şekil 14. Yüksek twist $\pi^+$ üretim tesir kesiti $(\sum_{\pi^+}^{HT})^{res}$ 'nin, $s^{1/2} = 62.4 \text{ GeV}$ için kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu $p_T$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi.....	56
Şekil 15. $(\sum_{\pi^+}^{hol}) / \sum_{\pi^+}^p$ oranının, $s^{1/2} = 62.4 \text{ GeV}$ için kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu $p_T$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi .....	57
Şekil 16. $(\sum_{\pi^+}^{HT})^{res} / (\sum_{\pi^+}^{HT})^0$ oranının, $s^{1/2} = 62.4 \text{ GeV}$ için kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu $p_T$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi.....	57

- Şekil 17.  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^0 / (\Sigma_{\pi^+}^{LT})^0$  oranının,  $s^{1/2} = 62.4 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$  'nin fonksiyonu olarak çizimi.....58
- Şekil 18.  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^{res} / (\Sigma_{\pi^+}^{LT})^0$  oranının,  $s^{1/2} = 62.4 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$  'nin fonksiyonu olarak çizimi.....58
- Şekil 19. Yüksek twist  $\pi^+$  üretimi tesir kesiti  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})$  'nin,  $s^{1/2} = 62.4 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde piyon geçiş momentumun  $p_T = 4.9 \text{ GeV}/c$  ' değerinde,  $y$  'nin fonksiyonu olarak çizimi.....59
- Şekil 20.  $(\Sigma_{HT}^{hol})^0 / (\Sigma_{\pi^+}^{HT})^0$  oranının,  $s^{1/2} = 62.4 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde piyon geçiş momentumun  $p_T = 4.9 \text{ GeV}/c$  ' değerinde,  $y$  'nin fonksiyonu olarak çizimi.....59
- Şekil 21.  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^{res} / (\Sigma_{\pi^+}^{HT})^0$  oranının,  $s^{1/2} = 62.4 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde piyon geçiş momentumun  $p_T = 4.9 \text{ GeV}/c$  ' değerinde,  $y$  'nin fonksiyonu olarak çizimi.....60
- Şekil 22. Yüksek twist  $\pi^+$  üretim tesir kesiti  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^{res}$  'nin,  $s^{1/2} = 200 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$  'nin fonksiyonu olarak çizimi.....60
- Şekil 23.  $(\Sigma_{HT}^{hol})^0 / (\Sigma_{HT}^p)^0$  oranının,  $s^{1/2} = 200 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$  'nin fonksiyonu olarak çizimi .....61
- Şekil 24.  $(\Sigma_{HT}^{hol})^{res} / (\Sigma_{HT}^{hol})^0$  oranının,  $s^{1/2} = 200 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$  'nin fonksiyonu olarak çizimi .....61
- Şekil 25.  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^{res} / (\Sigma_{\pi^+}^{HT})^0$  oranının,  $s^{1/2} = 200 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde piyon geçiş momentumun  $p_T = 15.5 \text{ GeV}/c$  ' değerinde,  $y$  'nin fonksiyonu olarak çizimi.....62
- Şekil 26.  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^0$ , yüksek -twist  $\pi^+$  üretimi tesir kesitinin,  $s^{1/2} = 183 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$  'nin fonksiyonu olarak çizimi.....64
- Şekil 27.  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^{res}$ , yüksek -twist  $\pi^+$  üretimi tesir kesitinin,  $s^{1/2} = 183 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$  'nin fonksiyonu olarak çizimi.....64
- Şekil 28.  $(\Sigma_{HY}^{hol})^0 / (\Sigma_{\pi^+}^{hol})^0$  oranının,  $s^{1/2} = 183 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$  'nin fonksiyonu olarak çizimi .....65

- Şekil 29.  $(\Sigma_{HI}^{hol})^{res} / (\Sigma_{\pi^+}^{hol})^0$  oranının,  $s^{1/2} = 183 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$  'nin fonksiyonu olarak çizimi .....65
- Şekil 30.  $(\Sigma_{\pi^+}^{HI})^0 / (\Sigma_{\pi^+}^{LT})$  oranının,  $s^{1/2} = 183 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$  'nin fonksiyonu olarak çizimi .....66
- Şekil 31.  $(\Sigma_{\pi^+}^{HI})^{res} / (\Sigma_{\pi^+}^{LT})$  oranının,  $s^{1/2} = 183 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$  'nin fonksiyonu olarak çizimi.....66
- Şekil 32.  $(\Sigma_{HI}^{hol})^0$ , yüksek -twist  $\pi^+$  üretimi tesir kesitinin,  $s^{1/2} = 183 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde,  $p_T = 14.6 \text{ GeV}$  için, piyon geçiş momentumunun  $y$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi .....67
- Şekil 33.  $(\Sigma_{HI}^{hol})^0 / (\Sigma_{\pi^+}^{HI})^0$  oranının,  $s^{1/2} = 183 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde piyon geçiş momentumun  $p_T = 14.6 \text{ GeV}/c$  'değerinde,  $y$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi.....67
- Şekil 34.  $(\Sigma_{\pi^+}^{HI})^{res} / (\Sigma_{\pi^+}^{HI})^0$  oranının,  $s^{1/2} = 183 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde piyon geçiş momentumun  $p_T = 14.6 \text{ GeV}/c$  'değerinde,  $y$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi .....68
- Şekil 35.  $(\Sigma_{\pi^+}^{HI})^0$ , yüksek -twist  $\pi^+$  üretimi tesir kesitinin,  $s^{1/2} = 183 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$  'nin fonksiyonu olarak çizimi.....68
- Şekil 36.  $(\Sigma_{HI}^{hol})^{res} / (\Sigma_{\pi^+}^{HI})^0$  oranının,  $s^{1/2} = 209 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$  'nin fonksiyonu olarak çizimi.....69
- Şekil 37. Yüksek twist  $\pi^+$  üretimi tesir kesiti  $(\Sigma_{HI}^{hol})^0$ , nin,  $s^{1/2} = 209 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde piyon geçiş momentumun  $p_T = 16.7 \text{ GeV}/c$  'değerinde,  $y$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi.....69
- Şekil 38.  $(\Sigma_{HI}^{hol})^0 / (\Sigma_{\pi^+}^{HI})^0$  oranının,  $s^{1/2} = 209 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde piyon geçiş momentumun  $p_T = 16.7 \text{ GeV}/c$  'değerinde,  $y$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi.....70
- Şekil 39.  $(\Sigma_{\pi^+}^{HI})^{res} / (\Sigma_{\pi^+}^{HI})^0$  oranının,  $s^{1/2} = 209 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde piyon geçiş momentumun  $p_T = 16.7 \text{ GeV}/c$  'değerinde,  $y$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi.....70

## TABLULAR DİZİNİ

	<b><u>Sayfa No</u></b>
Tablo 1. Süpersicim kuramında tutarlı 5 tip sicim kuramı .....	8
Tablo 2. AdS/KAK ikiliğinin birbirine karşılık gelen simetrisi .....	13
Tablo 3. $D3$ ve $D7$ –zar doğrultu seçimi; dolu doğrultular ( $\times$ ), boş doğrultular ise ( $\cdot$ ) ile gösterilmiştir .....	14

## SEMBOLLER DİZİNİ

AdS	:Anti de Sitter Uzayı
KAK	:Konformal Alan Kuramları
KED	:Kuantum Elektrodinamiği
KRD	:Kuantum Renk Dinamiği
hKRD	:Holografik Kuantum Renk Dinamiği
pKRD	:Tedirgemeli Kuantum Renk Dinamiği
$\mathcal{L}$	:Lagranjiyen yoğunluğu
$\alpha_s$	:Yeğın etkileşme sabiti
$\Sigma_M^{LT}{}_{pp}$	:KRD’de proton–proton çarpışması inklusif mezon üretimi önder–twist tesir kesiti
$\Sigma_M^{HT}{}_{pp}$	:KRD’de proton–proton çarpışması inklusif mezon üretimi yüksek–twist tesir kesiti
$(\Sigma_M^{HT})_{pp}^0$	:pp –çarpışması dondurulmuş etkileşme sabiti kullanılan yüksek twist tesir kesiti
$(\Sigma_M^{HT})_{pp}^{res}$	:pp –çarpışması koşan etkileşme sabiti kullanılan yüksek twist tesir kesiti
$\Sigma_M^{LT}{}_{\gamma\gamma}$	:KRD’de foton–foton çarpışması inklusif mezon üretimi önder–twist tesir kesiti
$\Sigma_M^{HT}{}_{\gamma\gamma}$	:KRD’de foton–foton çarpışması inklusif mezon üretimi yüksek–twist tesir kesiti
$(\Sigma_M^{HT})_{\gamma\gamma}^0$	: $\gamma\gamma$ –çarpışması dondurulmuş etkileşme sabiti kullanılan yüksek twist tesir kesiti
$(\Sigma_M^{HT})_{\gamma\gamma}^{res}$	: $\gamma\gamma$ –çarpışması koşan etkileşme sabiti kullanılan yüksek twist tesir kesiti

## 1. GENEL BİLGİLER

### 1.1. Giriş

Yüksek enerjilerde çarpışma sonucunda elde edilen hadronların tek tek momentumlarının ölçülmesi ve kuantum sayılarının belirlenmesi kütle merkezi enerjisi artıkça zorlaşmaktadır. Bu tür hadronların momentumlarının saptanması yerine bunlardan bir kaçının momentumunun ve kuantum sayılarının bulunması da etkileşmenin dinamiği hakkında bilgi edinmemize yetmekte olup, bu tür süreçlere inklusif (inclusive) süreçler denilmektedir. İnkusif süreçler hadronlar olarak nitelendirdiğimiz kısmen tamamıyla gözlediğimiz ekslusif (exlusive) süreçlerin tersine sonlu sayıda hadronların gözlendiği ve geriye kalanların kaçan kütle (missing–mass) olarak nitelendirildiği bir süreçtir. İnkusif ve ekslusif süreçler birbirini bütünleyen fiziksel olaylar olup biri diğeri cinsinden ifade edilebilir. Bu nedenle çok hadronlu süreçlerden ekslusif ölçme yapılamadığı zaman inklusif ölçmeye başvurulur.

Bunun için ilk yaklaşımlar KRD'nin fenomenolojik holografik modellerinin oluşturulması gerekir (Erlich, 2005). Anti de Sitter uzayında oluşturulan mezonlar, deneylerle uyumlu şekilde betimlenebilir. Bu bağlamda, holografik KRD'de proton–proton ve foton–foton saçılmaları piyon üretimi süreçleri için, holografik KRD çerçevesinde elde edilen holografik piyon dalga fonksiyonu kullanılarak, koşan etkileşme sabiti yaklaşımında kızılötesi renormalon katkıları ve yüksek–twist tesir kesiti hesaplanıyor.

İnsan usu, kendi varlığını algıladığı günden beri, bir parçası olduğu evreni anlama çabasına girmiştir. Yazılı tarihin ilk yıllarında ortaya atılan fikirler daha çok dogmatik yaklaşımlar olup, insanüstü güçlerin yönettiği doğa yasaları ile başlayan evreni açıklama çabası, zamanla yerini akıl yürütmeye dayalı açıklamalara bırakmıştır. Akıl yürütmeye dayalı yaklaşımlar felsefe, matematik ve geometride belirli gelişmelere neden olmuş ancak, deneysel kanıttan uzak oluşları nedeniyle, 16. yüzyıla kadar evren ve işleyişi hakkında önemli bir gelişme sağlayamamışlardır.

Akıl yürütmenin bir ürünü olan matematiğin algılanan fiziksel evrenle arasındaki ilişkisi, ya da farklılığı, ilk Leonardo Da Vinci tarafından sezinlenmiş ancak sistematik yapıda ilk olarak Galileo tarafından dile getirilmiştir (Mason, 2001). Galileo, matematiksel dünyada boyut değişiminin oranları değiştirmedeğini buna karşın, fiziksel dünyada boyut

değişimin oranlarda ve algılanan fiziksel evrende farklılıklar yaratacağını açıklamıştır (Galileo, 1914). Galileo ile başlatılabilecek klasik bilimin temel çalışma yöntemi şu şekilde özetlenebilir: Fiziksel evrendeki problem, matematiksel sembollere dönüştürülerek, matematiksel yöntemlerle çözülür, uygun varsayımlar ve uygun sınır şartı seçimleriyle, fiziksel evrene uygun çözümler elde edilmeye çalışılır. Matematiksel modelin başarısı deneysel sonuçlarla belirlenir. Deneysel başarı modelin kuram olarak benimsenmesini sağlar.

Klasik kuramlara, klasik mekanik kuram ve klasik elektromagnetik kuram, örnek verilebilir; Bu kuramlar, fiziksel evrende var olmayan sırasıyla, “noktasal kütle” ve “noktasal yük” matematiksel varsayımlarını içerir. Ancak sözü edilen iki kuram, fiziksel evreni anlama çabasında, çok başarılı sonuçlar elde etmiş ve bu sonuçlar birçok deneyle kanıtlanmıştır.

Matematiksel varsayım olarak ortaya atılan noktasal parçacık kavramı, doğal olarak, bazı sonsuzlukları içinde barındırır. Örneğin, elektronu noktasal bir parçacık olarak varsayan, klasik elektromagnetik kurama göre, uzaklıkla ters oranlı enerji ilişkisinden dolayı, elektronun öz-enerjisi sonsuz çıkmaktadır. Diğer yandan klasik mekanik yasalarındaki etki-tepki kuvvetleri, yine noktasal parçacık varsayımından yola çıkarak elde edilen formüllerde, sonsuz kısa sürede yani anlık etkiyen kuvvetlerdir.

A. Einstein’ın 1905 yılında yayınladığı, ışık hızının sabitliği üzerine kurulu, görelilik kuramı klasik mekanikteki anlık etki kavramının geçerli olamayacağını kanıtlamıştır. Benzer şekilde, 1900 yılında ilk olarak M. Planck’ın çalışmaları ile ortaya çıkan, N. Bohr, W. Heisenberg, vd.’nin çalışmalarıyla temelleri atılan, kuantum fiziği elektromagnetik etkileşmeler (elektromagnetik kuram, elektriksel kuvvetler ile magnetik kuvvetler arasındaki ilişkiyi belirleyerek, elektrik ve magnetik etkileşmeleri tek çatı altında toplamıştır) ve evrene bakışımızdaki klasik yaklaşımlarda köklü değişikliklere neden olmuştur. 20. yüzyılın fizik alanındaki en büyük başarılarından biri, kuantum mekaniği ve görelilik kuramını içeren, kuantum elektrodinamiğinin oluşturulmasıdır. Elektromagnetik kuramın bir ayar alanı kuramı olduğu 1930’lu yıllarda fark edilmiştir.

Temel parçacıkların simetri özellikleri; uzay-zaman özellikleri ve iç özellikler (spin, bozon sayısı, vd.) olmak üzere iki gruba ayrılabilir. Bu özellikler sırasıyla uzaysal simetri grupları ve iç simetri grupları ile betimlenir. Uzaysal simetri grupları Lorentz ve Poincare grupları, iç simetri grupları ise  $U(1)$ ,  $SU(N)$  grupları olarak verilebilir. İki tür simetri



dönüşümü tanımlanabilir; uzay–zaman noktalarından bağımsız olan, evrensel (global) dönüşümler ve uzay–zaman noktalarına bağlı, yerel (local) dönüşümler.

Simetrilerin analizinde kullanılan matematiksel yaklaşım grup kuramıdır.  $H$  Hermityen matrisi için, her üniter  $U$  matrisi,  $U=e^{iH}$  şeklinde yazılabilir.  $H=\alpha^0 I+\alpha^k \sigma^k$ , şeklinde seçilirse  $SU(2)$ 'nin her bir ögesi  $U(1)$  alt grubunun ögesi olan  $\exp(i\alpha^0)$  faz çarpanı olmak üzere,  $U=e^{i\alpha_0} e^{i\alpha^k \sigma^k}$ , şeklinde yazılabilir. Böylece  $SU(2)$  ögeleri  $U=e^{i\alpha^k \sigma^k}$ , şeklinde yazılabilir.  $SU(2)$  grubu, Pauli matrisleri olarak adlandırılan, üç  $\sigma^k$ –grup üreticisi içerir.  $\sigma^k$ , Pauli matrisleri  $SU(2)$ 'nin Lie cebiri için bir baz oluşturur. Benzer şekilde,  $SU(3)$  grubu, hermityen Gell–Mann matrisleri olarak adlandırılan, sekiz  $\lambda$ –grup üreticisi içerir ve  $\lambda$ , Gell Mann matrisleri  $SU(3)$ 'ün Lie cebiri için bir baz oluşturur.

Bir alan kuramı oluşturmanın iki yolu vardır; fiziksel durumu betimleyen Lagranjiyen oluşturmak ya da Hamiltoniyen yöntemi. Ayar alan kuramında, Lagranjiyen yerel dönüşümler altında değişmez kalmalı (Abers ve Lee, 1973; Yang ve Mills, 1954). Lagranjiyenin değişmezliğini sağlamak için kurama, ayar alanları (vektör alanları) eklenmelidir (bunların sayısı ayar gruplarının üretici sayısı kadardır) ve bu alanlar madde alanları ile doğrudan etkileşmeyi verirler.

KRD, renormalize edilebilir,  $SU(3)$  renk grubu ayar dönüşümleri altında değişmez kalan kuantum alan kuramıdır.

KRD'e göre hadronlar temel parçacıklar değil, kuark olarak adlandırılan parçacıkların birleşimidir. KRD'e göre kırmızı, yeşil ve mavi renk yükleri olmak üzere bu yüklerden birini taşıyabilecek altı çeşit kuark vardır. Bilinen tüm hadronlar bu altı kuarkın bir birleşimi olarak elde edilebilmektedir. KRD'de ayar alanları glüyonlardır ve yalnızca renk yükü taşımayan parçacıklar gözlenebilir. Bu nedenle kuarklar doğada tek başına gözlenemezler, buna renk hapsi denir. Kuarkların varlığına ilişkin ilk deneysel çalışma 1969 yılında Stanford Linear Accelerator Center (SLAC)'da yapılmıştır ve kuramsal sonuçları desteklemektedir (Bjorken, 1969; Peskin, 1982).

$SU(3)$  gösteriminde  $\psi$ , Dirac fermiyon alanı (kuark)  $m$ , ilgili Dirac fermiyon alanının kütlesi olmak üzere, kuarklar için serbest Lagranjiyen,

$$\mathcal{L}=\bar{\psi}(i\partial-m)\psi \quad (1)$$

ile verilir. (1) Lagranjiyenine,  $U(x)$  yerel dönüşümü altında değişmez kalması için,  $A_\mu$  vektör alanları (glüyonlar) eklenmelidir.  $g$ , KRD etkileşme sabiti (coupling constant) olmak üzere, bu gerekliliği sağlayan  $D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu$ , kovaryant türev tanımlanırsa,

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\mathcal{D} - m) \psi \quad (2)$$

Lagranjiyeni  $SU(3)$  yerel dönüşümleri altında değişmez kalır.  $A_\mu$ , vektör alanları  $\lambda_a$ ,  $SU(3)$  grubunun üreticileri (Gell–Mann matrisleri) olmak üzere, üreticilerinin bileşenleri cinsinden yazılabilir,

$$A_\mu = \sum_a^8 A_\mu^a \left( \frac{\lambda_a}{2} \right). \quad (3)$$

(3)'de tanımlanan  $A_\mu$  vektör alanları için dinamik terimler, yani yerel dönüşümler altında ayar değişmez Lagranjiyen, yazılmak istenirse  $F_{\mu\nu}$  renk alan tensörü,

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ig [A_\mu, A_\nu] \quad (4)$$

olmak üzere  $A_\mu$ , ayar vektör alanları için değişmez Lagranjiyen,

$$\mathcal{L}_{glüyon} = -\frac{1}{2} \text{Tr} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (5)$$

şeklindedir.  $F_{\mu\nu}$  alan tensörü renk uzayında bir matristir ve üreticilerinin bileşenleri cinsinden,

$$F_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^a \left( \frac{\lambda_a}{2} \right), \quad (6)$$

şeklinde yazılabilir.  $f^{abc}$ ,  $SU(3)$  grubunun yapı sabitleri olmak üzere,

$$[\lambda^a, \lambda^b] = 2if^{abc} \lambda^c, \quad (7)$$

sıra değişim bağlantısı göz önüne alınırsa (4),

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{bca} A_\mu^b A_\nu^c \quad (8)$$

olur. Ayrıca,

$$\text{İz}\{F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}\} = \frac{1}{2} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} \quad (9)$$

eşitliği kullanılarak (2) ve (5)'in birleştirilmesi ile yerel dönüşümler altında değişmez KRD Lagranjyeni (Peskin ve Schroder, 1995),

$$D = \partial_\mu + i \frac{1}{2} g \lambda_a A_\mu^a, \quad \mathcal{D} \equiv \gamma^\mu D_\mu, \quad (10)$$

olmak üzere,

$$\mathcal{L}_{KRD} = \sum_f \bar{\psi}_f (i\mathcal{D} - m_f) \psi_f - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} \quad (11)$$

elde edilmiş olur. Burada  $\mu, \nu$  uzay–zaman indisleri ve  $a, b, c$  ayar grubu indisleridir. (1) serbest Lagranjyenine eklenen ayar alanı terimi, ayar alanlarının da kendi aralarında etkileşebileceği sonucunu doğurur. Bu durum KRD'nin temel özelliği olan, yüksek enerjilerde asimptotik özgürlük, düşük enerjilerde ise kuark hapsi davranışının ana nedenidir.

## 1.2. AdS/KAK ve AdS/KRD (hKRD, Holografik KRD)

AdS/KAK ikiliği, KRD etkileşme sabitinin büyük ve sabit değerleri için, KRD'de analitik çözümler yapma olanağı sağlamaktadır. AdS/KAK ikiliği, AdS uzayının beşinci boyutu ile dört boyutlu uzay zamanda yer alan hadronların içerdiği kuark bileşenleri ifade edilebilmekte, mezon ve baryonların gözlem çerçevesinden bağımsız dalga

fonksiyonlarının analitik olarak hesaplanması ve ekslusif saçılma genliklerinin elde edilmesine olanak verir.

Hadron fiziğine, AdS/KAK uygulamasındaki temel neden,  $Q \leq 1 \text{ GeV}/c$ 'den küçük momentum bölgesinde, KRD etkileşme sabiti  $\alpha_s(Q^2)$  büyük (ve sabit) değerli alınması ve konformal simetrinin uygulanabilmesidir. Üç glüyon ve dört glüyon etkileşmesinde Dyson–Schwinger denklemlerinin çözümleri ve Bjorken toplam kurallarına göre küçük sanallıklarda KRD  $\beta$  –fonksiyonu sıfır ve  $\alpha_s(Q^2)$  sabit olur. Yani etkin yükler, kızılötesi belirlenmiş (fixed) bir noktada oluşur (Mueller, 1985). Parçacık yok olması ve yaratılması durumu ve kuark kütleleri göz ardı edildiğinde,  $\beta$  –fonksiyonu sıfır ve etkileşme sabiti, sabit olacağından, KRD Lagranjyeni konformal ve ölçek değişmez olur (Neubert, 1995). Bu durumda konformal simetri,  $\beta$  –fonksiyonunun sıfırdan farklı durumları ya da yüksek–twist terimlerini elde etmek için bir hareket noktası olarak kullanılır.

KRD etkileşme sabitinin büyük ve sabit olduğu bölgelerde, tedirgemeli olmayan KRD’de analitik çözümler elde etmek için, AdS uzayı ve konformal ayar kuramları arasındaki AdS/KAK uyuşmaları kullanılabilir. Beş boyutlu AdS uzayında  $SO(4,2)$ , konformal grubunun matematiksel gösterimi ilgili kuramda bir holografik gösterim oluşturulabilir. Diğer bir deyişle, AdS/KAK uyuşması, 4 boyutlu uzay–zamandaki bilginin, analitik çözümler elde edebilmek için, beş boyutlu AdS uzayına aktarılmasıdır.

Sicim kuramı, genel anlamda, temel parçacıkları noktasal parçacıklar yerine sonlu büyüklükteki uzunluklar şeklinde bir–boyutlu sicimler olarak tanımlar. Diğer bir deyişle parçacıklar küçük sicimlerdir.

Her bir sicimin farklı titreşim kipleri (mod) vardır. Her kip farklı kütlelere ve farklı kuantum özelliklere sahiptir. Noktasal bir parçacık uzay–zamanda bir boyutlu bir çizgi çizer, bu yörünge dünya–çizgisi (world–line) olarak adlandırılır. Bir sicim ise uzay–zamanda iki boyutlu bir yüzey tarar, bu yüzey dünya–tabakası (world–sheet) olarak adlandırılır. Örneğin açık sicim bir şerit izi şeklinde olacakken, kapalı bir sicim bir boru yüzeyini tarayacaktır. Bir sicimin dünya–tabakası bir uzay–zaman yüzeyi için gerekli olan iki parametre  $\tau$  ve  $\sigma$ , olsun. Uzay –zaman koordinatları  $x^\mu=(x^0,x^1,\dots,x^d) = x^\mu(\tau,\sigma)$  olmak üzere, iki parametreye bağlı herhangi bir fonksiyon  $X^\mu(\tau,\sigma)$  ile gösterilirse  $X^\mu$ , uzunluk boyutunda, uzay–zamanda bozonik alanlara karşılık gelir. Burada  $\tau$  ve  $\sigma$  sırası ile uzunluk ve zaman boyutunda alınabilir. Görelî sicim eylemi,  $T_0$  sicim gerilim kuvveti,

$$X^\mu = \frac{\partial X^\mu(\sigma, \tau)}{\partial \tau}, \quad (12)$$

$$X'^\mu = \frac{\partial X^\mu(\sigma, \tau)}{\partial \sigma}, \quad (13)$$

olmak üzere Nambu–Goto eylemi,

$$S = -T_0 \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau \int_0^{\sigma_1} d\sigma \sqrt{(\mathbf{X} \cdot \mathbf{X}')^2 - (\mathbf{X})^2 (\mathbf{X}')^2}, \quad (14)$$

ve buradaki karekök bazı matematiksel zorluklar doğuracağından,  $h_{\alpha\beta}$  metriği ile

$$S = -\frac{T}{2} \int d^2\sigma \sqrt{-h} \eta_{\mu\nu} \partial_\alpha X^\mu \partial_\beta X^\nu, \quad (15)$$

olarak tanımlanır.

Sicim kuramında, Lorentz değişmezlik korunacak şekilde uzaysal boyutlar artırılabilir. Örneğin, beş uzaysal boyut içeren Lorentz değişmez uzunluk ögesi,

$$-ds^2 = -c^2 dt^2 + (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2 + (dx^4)^2 + (dx^5)^2, \quad (16)$$

yazılabilir. Bu durumda, Lorentz dönüşümleri,  $ds^2$  yi değişmez bırakan koordinatların lineer birleşimleri olarak tanımlanır. Bilindiği gibi, 3–uzaysal koordinat durumunda  $(x^1; x^2)$ ,  $(x^1; x^3)$  ve  $(x^2; x^3)$ , olmak üzere üç temel uzaysal dönme tanımlanabilirken, 5–uzaysal koordinat durumunda, on uzaysal dönme vardır. Sicimlerin yalnızca bozonik kipleri ele alınırsa, sicim kuramının kuantum mekaniği ile tutarlı olması için, uzay–zamanın 26 boyutlu (25+1 boyut) olması gerekir. Genel olarak süpersimetri, her bir bozona (fermiyon) karşılık gelen bir fermiyonun (bozon) varlığı durumunu içeren bir simetri durumu olduğundan eğer bir sicim kuramında süpersimetri varsa, kuantum mekaniği ile tutarlı bir sicim kuramı oluşturmak için, uzay–zaman boyutunun 10 (9+1 boyut) olması gerekir. Bu 10–boyutlu evren fiziksel değildir, fiziksel evreni elde etmek için, 10 boyutlu uzay–zamanın 6 boyutlu bir uzay üzerinde büzüştürülmesi gerekir. Sicimler açık ya da örneğin

bir halka gibi kapalı olabilirler. Sicimler büzülerek, noktasal parçacıklar için Euler–Lagrange hareket denklemlerine ulaşmak olanaklıdır.

(15) eylemi fermiyon alanlarını içermediğinden, gerçek evreni açıklamak için yeterli değil ve düşük enerjilerde,  $-m^2$  parçacıklar olan ışık hızından daha hızlı hareket eden takyonlar içerir ve böyle bir kuramda boşluk kararlı olamaz. (15) eylemi süpersimetrik yapılarak, fermiyon alanları eklenirse eylem,

$$\mathcal{S}[X, \psi] = \frac{1}{4\pi\alpha'} \int d^2\sigma (\eta^{ab} g_{\mu\nu} \partial_a X^\mu \partial_b X^\nu) + \alpha' (\eta^{ab} g_{\mu\nu} \bar{\psi}^\mu \gamma_a \partial_b \psi^\nu), \quad (17)$$

olur (Polchinski ve Strassler, 2002). Denklem (17), 10–boyutlu olduğundan, takyonlar ve anomaliler içermez.

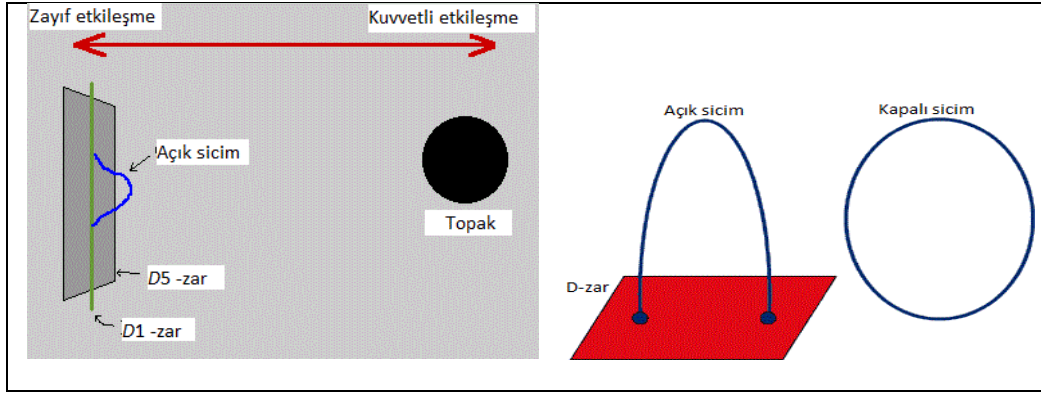
Tablo 1. Süpersicim kuramında tutarlı 5 tip sicim kuramı

Tip	Simetri grubu	Sağ–sol simetrisi	Süpersimetri	Sicim şekli
Tip I	SO(32)	yok	1	açık ve kapalı
Tip IIA	$U(1)$	var	2	kapalı
Tip IIB	–	yok	2	kapalı
HO	$E_8 \times E_8$	yok	1	kapalı
HE	SO(32)	yok	1	kapalı

Anomali, genel anlamda, bir fizik kuramında var olan bir klasik simetrinin, hesaplamalara kuantum mekaniğinin girmesiyle bozulmasıdır (Değer, 2002). Kuramdaki yerel değişmezliğin, anomali nedeniyle kırılması kuramda bazı tutarsızlıklara neden olur. 10 –boyutta tanımlı süpersimetrik ve gravitonu içeren 5 tip tutarlı sicim kuramı Tablo 1’de gösterilmiştir.

Bunların aralarındaki temel farklardan bir tanesi sicimin kapalı ya da açık olmasıdır. Tutarlı bir kuram yalnızca kapalı sicimlerden oluşturulabilir, ancak açık sicim kuramlarında kapalı sicimler de bulunmalıdır (Polchinski, 2003; Green, 1987). Tip II kuramında diğerlerinden daha fazla sayıda parçacık bulunur. Tip IIA ve Tip IIB arasındaki fark kiral simetriden kaynaklanır (Naboulsi, 2003); IIA kiral simetriye sahipken (fermionlar her iki yönde dönebilirler), IIB de kiral simetri yoktur (kütlesiz fermionlar yalnızca belli yönde dönebilir).

Kapalı sicim kuramları  $G_{\mu\nu}$  metrik,  $\Phi$  skalar dilaton ve  $B_{\mu\nu}$  karşıt-simetrik tensör içerir. Metrik, kuramdaki uzunluk ve açı ölçümlerinin bir ölçüsüdür. Dilaton, sicim kuramlarında oldukça önemlidir. Genellikle eylemde  $e^\Phi$  olarak görülür ve sicim dünya-tabakasının Euler karakterini belirler.  $e^\Phi$ , büyüklüğü kuramın etkileşme sabiti yerine geçer. Açık ve kapalı sicimler, Yang-Mills etkileşme sabiti ile birleştirildiğinde açık sicim için  $g^2_{YM} = e^\Phi$  yazılabilir.  $B_{\mu\nu}$  Kalb-Ramond alanı olarak adlandırılır (elektrodinamik kuramdaki  $A_\mu$  genelleştirilmiş potansiyeli betimlemektedir). Kalb-Ramond potansiyelinde hareket eden kapalı sicim için eylem  $\int B_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$  ile verilir.



Şekil 1.  $D$ -zar, açık sicim, kapalı sicim ve zayıf-yeğin etkileşme ikiliğinin sembolik çizimi

AdS-KAK ikiliği (3+1) -boyutlu alan kuramı için, özellikle 10 boyutlu Tip IIB sicim kuramı önemlidir. Tip IIB de, özellikle düşük enerji limitinde sicimler noktasal parçacıklara dönüşür ve sicim kuramı süperkütleçekim kuramına indirgenir. Tablo 1'deki sicim kuramlarından  $E_8 \times E_8$  modeli içinde yaşadığımız evrene en uygun olanıdır.  $E_8$  grubu, standart modelin  $SU(3) \times SU(2) \times SU(1)$  simetri grubunu kapsar. Standart modelde olduğu gibi,  $E_8 \times E_8$  modelinde de sağ-sol simetrisi bulunmamaktadır. 1984 yılında M. Green ve J. Schwinger tarafından yukarıda sözü edilen sicim kuramlarının anomali içermediğinin kanıtlanması ile sicim kuramları üzerine çalışmalar hız kazanmıştır. 1987 yılında E. Beşshoeff, E. Sezgin ve P. Townsend temel ögesi sicimler yerine 2 boyutlu zarlar olan 11 boyutlu zar kuramını geliştirdiler. Kuram bir çember üzerinde 10 boyuta büzülduğünde Tip IIA sicim kuramı elde edilir (Değer, 2002).

Birbirinden farklı görünen, süpersicim kuramları arasında var olduğu düşünülen ilişkiler incelendiğinde sözü edilen beş süpersicim kuramının farklı görünen, ama gerçekte aynı fiziği anlatan özdeş kuram olduğu durum ikilik olarak adlandırılır (Değer, 2002). Süpersicim kuramlarındaki ikiliklerden biri  $T$ –(topoloji) ikiliğidir.  $T$ –ikiliği küçük ve büyük mesafeler arasında bir simetridir.  $T$ –ikiliği açık sicimler durumunda değişmez değildir.  $T$ –ikiliği altında, açık sicim değişiminin sınır koşulları,

$$\partial_{\sigma_2} X^\mu(\sigma_1, (0, \ell)) = 0 \leftrightarrow X^\mu(\sigma_1, (0, \ell)) = c^\mu, \quad (18)$$

olup  $c^\mu$  yüzeyi sicim kuramında  $D$ –zar (Dirichlet–zar) olarak adlandırılır. Beş süpersicim kuramının üçünde (Tip I, Tip IIA ve IIB) sicimlerden başka yüksek boyutlu cisimler ( $D$ –zarlar) olduğu gösterilmiştir.  $T$ –ikiliği açık sicimler ile başlamalı ve bir  $D$ –zar ile bitmelidir (0–zar = parçacık, 1–zar = sicim, 2, 3, ..., 9–zar = zar).

Herhangi bir  $D$ –zar ile ilişkilendirilmiş tüm alanlar için hareket denklemleri,  $\Phi$  dilaton,  $G'$  zar yüzeyi üzerinde metrik,  $B'$  zar yüzeyi üzerinde Kalb–Ramond alanı,  $F$  tek bir  $D$ –zar için elektromagnetik alan potansiyeli olmak üzere, elektromagnetik kuramın doğrusal olmayan genelleştirilmesi çalışmalarında, Born ve Infeld tarafından yazılmış ve Dirac tarafından geliştirilmiş eylem,

$$S \sim \int e^{\Phi/2} \sqrt{\det(G+B'+F)}, \quad (19)$$

ile verilir (Leigh, 1989; Dirac, 1960).  $G'$ , genel görelilik kuramında Einstein–Hilbert eyleminde bulunan  $(\det g)^{1/2}$ , terimi ile eşdeğerdir ve  $F$ , açık sicim ile ilişkili olup  $B'$  alanları  $F$  ile etkileşir ve yalnızca  $F+B'$ , terimi ayar değişmezdir (Zwiebach, 2009).

Süpersicim kuramları arasında diğer bir ikilik zayıf ve kuvvetli etkileşmeler arasındaki  $S$ –ikiliğidir (Değer, 2002). Örneğin IIA tipindeki kuramda etkileşme sabiti büyüdükçe kuram giderek 11 boyuttaki süperçekim kuramının zayıf etkileşmedeki durumuna yaklaşır.  $S$ –ikiliği, etkileşme sabitinin büyük olduğu ve bu nedenle tedirgeme yaklaşımının geçersiz olduğu bir kuramın, ona özdeş olan diğer bir kuramın tedirgemeli incelenebilmesini sağlaması açısından önemlidir (Değer, 2002). Günümüzde, tüm sicim kuramlarını ve aralarındaki ikilikleri kapsayan bir  $M$ –kuramı olduğu düşünülmekte, karadelikler  $D$ –zarlar kullanılarak modellenenilmekte sadece yüksek enerji fiziğinde değil



birçok dalda da başarıyla kullanılmaktadır. 10 boyutlu süpersicim kuramlarından ya da 11 boyutlu  $M$ -kuramından 4-boyutlu fiziksel uzay-zamana ulaşmak için, 6 ya da 7 boyutlu, çok küçük ölçeklere büzülmüş ve 4 boyutlu uzay-zamanın her noktasında tanımlı özel uzaylar (örneğin Calabi-Yau Uzayları) alınır. Ek uzayların yapısı 4 boyutlu fiziksel uzay-zamanın birçok parametresini belirler. Ancak istenilen niteliklerde büzülmüş 6 ya da 7 boyutlu ek uzayların sayısı oldukça fazladır ve hangi ek uzayın seçilmesi gerektiği kuramda açık değildir. Bu durum,  $M$ -kuramından bilinen 4 boyutlu fiziksel evrene ulaşmanın farklı yollarının araştırmasına neden olmuştur.

10 boyutlu uzayın merkezine  $N$  tane  $D3$ -zar yerleştirilirse üç tip etkileşme olacaktır; toplardaki (bulk) kapalı sicimler arasındaki etkileşmeler, zarlar üzerindeki açık sicimler arasındaki etkileşmeler ve açık-kapalı sicimler arasındaki etkileşmeler. Bu durumda etkin (effective) eylem,

$$S = S_{topak} + S_{zar} + S_{etk.} , \quad (20)$$

şeklinde yazılır (Kovtun, vd., 2005). Sicim uzunluğunun  $l_s \rightarrow 0$  ( $\alpha' \rightarrow 0$ ) sıfıra gittiği limit durumunda diğer bütün boyutsuz parametreler (sicim etkileşme sabiti,  $g_s$ ,  $N$ ) sabitlenmiş olur. Bu şekilde sicimlerin kendi aralarındaki etkileşmeleri sıfır ( $\sim g_s \alpha'^2 \rightarrow 0$ ) olacağından,  $S_{etk.} = 0$  olur ve eylem birbiriyle ilişkilendirilmiş (decoupled), klasik 10-boyutlu kütleçekim ( $S_{topak}$ ) ile zar yüzeyinde tanımlı 4-boyutlu ayar kuramı ( $S_{zar}$ ), eylemleri ile betimlenir (Tedler, 2008).

Açık sicimlerin uçları, etkileşmede bulunduğu zarla etiketlenir ve iki zar arasında gerilmiş sicimler iki farklı durumda ya sol ucu birinci zarın üzerinde sağ ucu da ikinci zar üzerinde ya da bunun tersi durumda bulunabilir.  $U(N)$  Lie grubunun adjoint gösterimini oluşturan  $N^2$  tane sicim vardır. Sicimler zar yüzeyinde serbestçe hareket edebilirler, tanımlama herhangi bir noktadan yapılabildiğinden  $U(N)$  yerel dönüşünler altında değişmez olduğundan  $N \rightarrow \infty$  durumunda  $U(N)$  ve  $SU(N)$  ayar kuramları aynı davranışlıdır (Aharony vd., 2000). Sicimlerin spektrumu,

$$\left( \begin{array}{c} A^\mu \\ \Psi \end{array} \right)_{D=10, \mathcal{N}=1} \rightarrow \left( \begin{array}{c} A^\mu \\ \Psi \end{array} \right) \underbrace{\left( \begin{array}{c} \lambda \\ \Psi \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} \lambda \\ \Psi \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} \lambda \\ \Psi \end{array} \right)}_{D=4, \mathcal{N}=4}, \quad (21)$$

ile verilir. (21) denkleminde soldaki kısım, on boyutta bir süpersimetri üreticisi ( $\mathcal{N}=1$ ) ve sağ kısım dört boyutla dört süpersimetri üreticisi ( $\mathcal{N}=4$ ) ile verilir. Burada  $A^a$  ayar alanlarını  $\Psi$  gauginoları ve  $\lambda$  karmaşık skaler alanları betimler.

Bu durumda bir ilmek  $\beta$  fonksiyonu,

$$\beta = \left( \frac{11}{3}N - \frac{8}{3}N - N \right) = 0, \quad (22)$$

olup, ilk terim ayar alanlarından, ikinci terim gauginolardan ve üçüncü terim skaler alanlardan gelir (Witten, 1979). Yüksek mertebeden katkı terimlerinin olmadığı her durumda, etkileşme sabiti boyutsal dönüşümler altında değişmez olduğundan, bu  $\beta$  – fonksiyonu kullanılabilir (Buchbinder, 1998). Sonuç olarak,  $D3$  zarlar içeren, sicimlerden başlanarak ilişkilendirilmiş 10–boyutlu süperkütleçekim kuramı ve bir  $SU(N)$  konformal ayar kuramı elde edilir.

AdS/KAK ikiliği temelinde sicim ve süperkütleçekim betimlemesi arasında, (3+1) – boyutta  $\mathcal{N}=4$ ,  $U(N)$  Süpersimetrik Yang–Mills (SYM) kuramının,  $AdS_5 \times S^5$  üzerinde Tip IIB süpersicim kuramına özdeş olması yatıyor. İkiliğin SYM kısmı (3+1) –boyutlu süperkütleçekim kısmında ise (9+1) –boyut (bunların 6’sı fazlalıktır) vardır. Bu tip ikilikler holografik ikilikler olarak adlandırılır.

İlk holografik özdeş model karadelikler (karadelikteki tüm bilginin daha düşük boyutlu bir yüzeye kodlandığı) için öngörülmüş. Benzer şekilde, 10–boyutlu süperkütleçekimsel tüm bilgi 4–boyutlu bir alan kuramı tarafından özdeş olarak betimlenebilir. Maldacena  $D$ –zar yaklaşımını kullanarak, fiziksel uzay–zamanın bir AdS uzay–zamanı yüzeyi olabileceğini önermiştir (Maldacena, 1998).

$AdS_5 \times S^5$  de 5–boyutlu kürenin  $SO(6)$  simetrisi ve  $AdS_5$  uzay–zamanının  $SO(4,2)$  simetrisi vardır (Aharony vd., 2000). SYM kısmında ise  $\mathcal{N}=4$  için dört gaugino olduğu için bir  $SU(4)_R \cong SO(6)$  simetrisi vardır. 4–boyutta konformal grup bir  $SO(4,2)$  simetri grubuna sahiptir.  $\mathcal{N}=4$ ,  $U(N)$  (SYM) kuramı ile  $AdS_5 \times S^5$  ikiliğinin birbirine karşılık gelen simetrisi Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. AdS/KAK ikiliğinin birbirine karşılık gelen simetrisi

	$\mathcal{N}=4$ SYM	$AdS_5 \times S^5$
$SO(4,2)$	konformal grup	uzay–zaman simetrisi
$SU(4)_R \cong SO(6)$	R–simetrisi	$S^5$ izometri

Süperkütleçekim kısmında, süperkütleçekim uyarılmaların dalgaboyu sicim uzunluklarından çok daha büyük olduğu durumda,

$$1 \ll \frac{R^4}{l_s^4} \sim g_{YM}^2 N \sim g_s N, \quad (23)$$

ancak, alan kuramı kısmının tedirgemeli bölgede olabilmesi için, 't Hooft etkileşmesinin çok daha küçük olması yani,

$$1 \gg g_{YM}^2 N \sim g_s N \sim \frac{R^4}{l_s^4}, \quad (24)$$

gerekir. O halde kütleçekim zayıf etkileştiğinde, alan kuvvetli etkileşmekte, kütleçekim kısmı kuvvetli etkileştiğinde ise alan kısmı daha zayıf etkileşir (Tedler, 2008). Bu ikilik varsayımı kuvvetli–zayıf ikiliği olarak adlandırılır. Bu model, yeğün etkileşmelerin etkin olduğu kuramlarda, henüz çözülemeyen problemlerin aydınlatılmasında kullanılabilir.

İkiliğin  $SU(4) \cong SO(6)$  kısmı göz ardı edilirse, (4+1) uzay–zaman (3+1) alan kuramına özdeşdir. Uzay–zamanın beşinci boyutu  $r$  yarıçapı ile tanımlanır. AdS ile ilgili metrik,

$$ds^2 = r^2 dr^2 + r^2 \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (25)$$

şeklindedir. Konformal alan kuramı  $x^\mu \rightarrow e^\alpha x^\mu$  dönüşümü altında değişmezdir. Eğer KAK kısmı bu dönüşüm altında değişmez ise aynı şekilde AdS kısmı da değişmez kalmalı,  $r \rightarrow r e^{-\alpha}$  enerji dönüşümü olarak ölçeklendirilmelidir. Bu durum, sonsuzdaki bir gözlem çerçevesinden ( $AdS_5 \times S^5$  nin sınırında) bakıldığında anlaşılabilir. Örneğin uzayın

merkezinde yayılan bir foton  $AdS_5 \times S^5$  sınırında kırmızıya kaymış olacağı gibi AdS uzayının her hangi bir  $r$  değerinde de daha az olmakla birlikte yine kırmızıya kayma olacaktır. Bu da  $AdS_5 \times S^5$  sınırında alınacak bir ikilik yerine, herhangi bir  $r$  değerinde enerji–yarıçap ikiliği seçilmesi olanağını verir.  $r$ 'nin farklı seçimleri, aynı alan kuramındaki farklı enerji ölçeklerini betimler. Küçük  $r$  limitleri kızılötesi (IR) ve büyük  $r$  limitleri morötesi (UV) olarak adlandırılır.

AdS/KAK ikiliği tanımlamaktaki amaç, yeğin etkileşmeleri düşük etkileşme terimleri ile betimlemektir. Bu durumda bile AdS/KAK ikiliğindeki konformal alan kuramı ile KRD arasında önemli farklılıklar var, sonsuz sayıda renk yükü var fakat ikilikte henüz kuarklar yer almıyor (Janik ve Peschanski, 2000).

Şu ana kadar tartışılan tüm alanlar  $SU(N)$  renk grubunun adjoint gösterimindeydi. Açık bir sicimin her iki ucu aynı tip  $D3$ –zar ile başlayıp ve yine aynı zar ile sonlandığından ayırt edilemezler. Hem renk indisi hem de çeşni indisi taşıyan kuarkları betimleyecek sicimler için  $D7$ –zarları uygundur (Karch vd., 2002; Evans vd., 2005; Edelman, 2009).

Tablo 3.  $D3$  ve  $D7$  –zar doğrultu seçimi; dolu doğrultular ( $\times$ ), boş doğrultular ise ( $\cdot$ ) ile gösterilmiştir

	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$r_4$	$r_5$	$r_6$
$D3$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
$D7$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\cdot$	$\cdot$

Kütleli bir zar, uzay–zamanın geometrik yapısında bozulmalara neden olacağından sorun yaratan bu etkilerden kurtulmak için yeni oluşturulacak zarın kütleçekim etkisinin göz ardı edilebileceği sınır ( $N_f$  sonda zarların sayısı,  $N_c$  – $D3$  zarların sayısı olmak üzere,  $N_f \ll N_c$  durumu) kullanılır. Bu durumda  $AdS_5 \times S^5$  metriği,

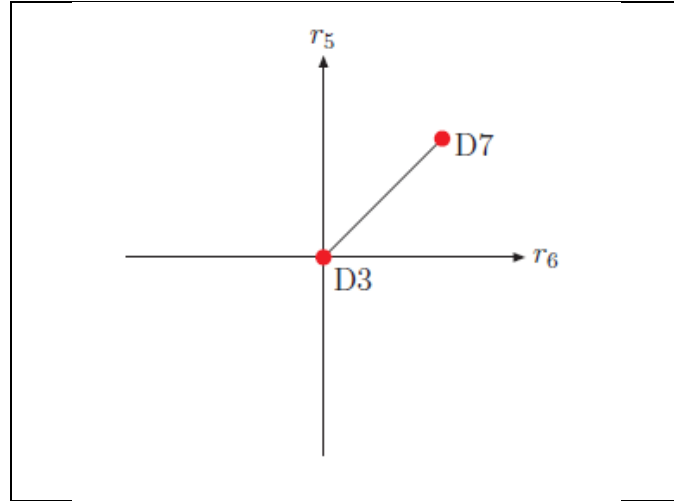
$$ds^2 = \frac{r^2}{R^2} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + \frac{R^2}{r^2} \sum_{i=1}^6 dr_i^2, \quad (26)$$

şeklinde yazılır (Tedler, 2008) ve bu durumda  $D7$ -zar, Tablo 3’de gösterildiği gibi  $D7$ -zar,  $x$  doğrultularını (bunları  $D3$ -zarlarda dolduruyor) ve  $r$  -doğrultularının dördünü dolduracak şekilde seçilir.

$D7$ -zarların tanımlanması, sisteme iki yeni tip sicimin eklenmesine izin verir:

- $D3$  ve  $D7$  zarların arasına gerilmiş bir renk indisine ve bir çeşni indisine sahip sicimler (kuarkları betimler).
- Her iki ucu bir  $D7$  zar üzerinde olan iki çeşni indisi içeren sicimler (mezonları betimler).

Her iki ucu bir  $D3$ -zar üzerinde olan sicimler glüyonlara ve kapalı sicimlerde gravitona karşılık gelir. Eğer  $r_5 - r_6$  düzleminde  $D3$  ve  $D7$  zarlar konumları belirsiz bir şekilde yerleştirilirse, sistem konformal simetriye sahip olacaktır.



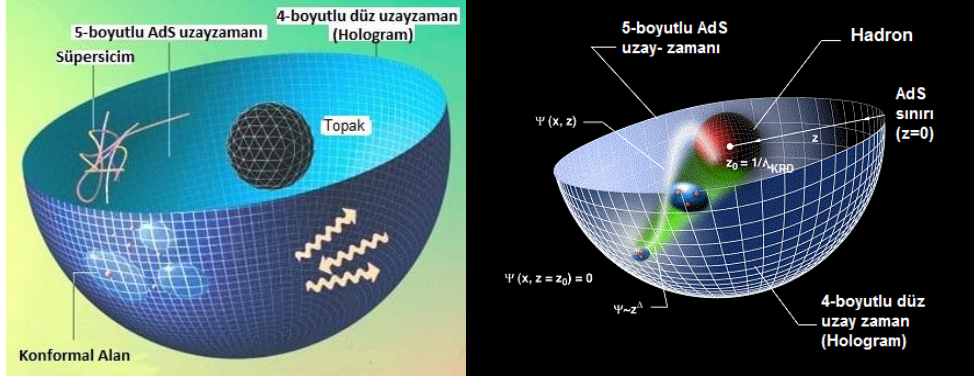
Şekil 2. Konformal simetrinin kırılması için gerekli şekil

$D3$  ve  $D7$  zarların Şekil 2’de gösterildiği gibi sıfırdan farklı ve belirli bir konumda ( $D7$  zarların dünya-hacmi)  $r_5 - r_6$  düzlemine yerleştirilirse  $D3$ - $D7$  zar yığınına bağlayan  $\mathcal{N} = 2$  kiral süperçokluğu (supermultiplet) oluşur ve  $D3$  zarların yüzeyinde  $\mathcal{N} = 4$  süperçokluğu ile etkileşime girer (Nastase 2003; Rold ve Pomarol, 2005). Sisteme bir ölçek girmiş olduğundan, konformal simetri kırılır (Schottenloher, 2012) ve  $\mathcal{N} = 2$  çokluğundaki tüm fermiyonlar ve skalerler kütle kazanır.

$\mathcal{N} = 4$  Süper Yang-Mills kuramlarında, sonda  $D7$ -zarlar kullanılarak, kuarkların betimlenmesi önemli bir gelişme olup (Erlich vd., 2005; Karch vd., 2002) bu model ile

elde edilen mezon alanları KR D deki hafif mezonları deneyle uyuşacak şekilde betimliyor (Kruczenski vd., 2003; Hong vd., 2004; Witten, 1998).

O halde, AdS/KAK yaklaşımı mezon ve baryonların ışık-cephesi (light front) dalga fonksiyonlarının analitik olarak hesaplanmasına olanak sağlıyor ve dolayısıyla büyük momentum geçişlerinde ekslusif saçılma genlikleri yazılabilir.



Şekil 3. AdS/KAK yaklaşımının simgesel gösterimi. Hadronun kompakt  $AdS_5$  uzayı  $z$ -boyutunda, farklı uzunluk ölçeklerindeki evreleri

AdS metriği 5. boyuttaki koordinatın ölçek değişimleri altında değişmez kalacaktır. AdS/KAK uyuşması,  $AdS_5$  uzay-zamanı üzerinde tanımlanan sicim durumları ile fiziksel uzay-zamandaki konformal alan kuramları arasındaki ikiliği ifade ettiğinden fiziksel uzay-zamandaki hadronların içerdiği kuark ve glüyon bileşenlerinin bağımsızlığının bir ölçüsü olan  $\zeta$ -değişkeni ve AdS uzayının, beşinci boyutunu betimleyen  $z$ -koordinatı arasında tam bir uyuşma olduğundan mezon ve baryonların, gözlem çerçevesinden bağımsız, ışık-cephesi dalga fonksiyonlarının analitik çözümleri için AdS/KAK öngörüler sağlar.

Şekil 3’de gösterildiği gibi, fiziksel (3+1) boyutlu uzay-zamandaki ölçek değişmeler  $AdS_5$  metriği ile matematiksel beşinci boyutta elde edilen dinamiklerle betimlenebilir.

AdS/KAK’nin temel denklemi görelî, kovaryant olup ışınsal Schrödinger denklemi görünümündedir ve analitik çözülebilir.  $V(\zeta)$  konformal potansiyeli,  $\zeta^2 = x(1-x)b^2$  ve  $x = k^+/P^+$  için,

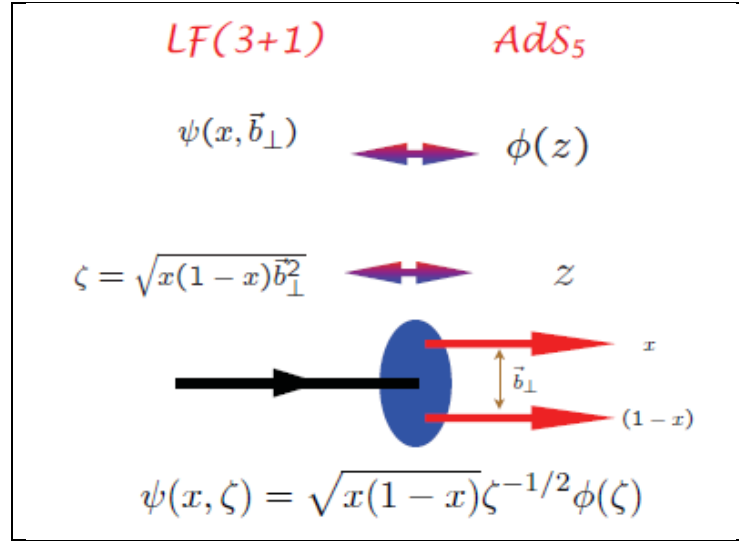
$$V(\zeta) = -\frac{(1-4\mathcal{L}^2)}{4\zeta^2}, \quad (27)$$

olmak üzere mezonlar için etkin iki parçacık ışık–cephesi ışınsal AdS/KAK denklemi,

$$P_\mu P^\mu |\phi\rangle = M^2 |\phi\rangle, \quad (28)$$

$$\left[ -\frac{d^2}{d\zeta^2} + V(\zeta) \right] \phi(\zeta) = M^2 \phi(\zeta), \quad (29)$$

AdS/KAK çözümleri verir.



Şekil 4.  $\zeta = \{x(1-x)\}^{1/2} b_\perp$  kovaryant çarpan (impact) koordinatının fonksiyonu olan ışık–cephesi dalga fonksiyonu için  $z$ 'de  $\phi(z)$  fonksiyonunun holografik eşleştirilmesi

(29)' denkleminin özdeğerleri hadronik spektrumu, özvektörleri ise verilen ölçekte hadronik bileşenlerin olasılık dağılımını verir.  $\zeta$  –değişkeni,  $0 \leq \zeta \leq (\Lambda_{\text{KRD}})^{-1}$  aralığında olmak üzere, noktasal bileşenler arasındaki değişmez ayrışmayı betimler. Diğer bir deyişle  $\zeta$ , AdS–uzayında holografik  $z$ –değişkenidir ( $\zeta = z$ ).

Denklem (29)'nin çözümü,

$$\phi(z) = z^{-3/2} \phi(z) = C_z^{1/2} J_L(zM), \quad (30)$$

dir (Brodsky, 2008). Şekil 4’de gösterildiği gibi, AdS/KAK denkleminin öz çözümleri fiziksel uzay–zamandaki hadronların ışık–cephesi denklemleri ( $LF(3+1)$ ) ile eşleştirilebilir ve böylece hafif hadronların tam bir betimlemesi elde edilir.

Hadronik ölçekte, AdS/KAK yaklaşımı için yukarıdaki adımlar uygulandığında, farklı modellerde holografik piyon dağılım genliği elde edilir (Brodsky, 2008). Örneğin,

$$f_{\pi} = \frac{1}{8} \sqrt{\frac{3}{2}} R^{3/2} \lim_{\zeta \rightarrow 0} \frac{\Phi(\zeta)}{\zeta^2}, \quad (31)$$

olmak üzere,

$$\phi_{\pi}^{hol}(x, Q \rightarrow \infty) = (4/\sqrt{3}\pi) f_{\pi} \sqrt{x(1-x)}, \quad (32)$$

olarak (Brodsky ve Teramond, 2008) ya da  $A$  normalizasyon sabiti  $\kappa = 894 \text{ MeV}$ , olmak üzere,

$$\Phi_{VSBGL}^{hol}(x, Q \rightarrow \infty) = \frac{A\kappa_1}{2\pi} \sqrt{x(1-x)} \exp\left(-\frac{m^2}{2\kappa_1^2 x(1-x)}\right), \quad (33)$$

elde edilir (Vega vd., 2009). Holografik mezon dalga fonksiyonlarındaki  $\Lambda_{KRD}$  ve  $\kappa$  değerleri uzay–zaman form faktör verilerinden belirlenir. KRD’ne Holografik yaklaşımla elde edilen piyon dalga fonksiyonları, tedirgemeli KRD yaklaşımı ile elde edilen (Lepage, ve Brodsky, 1979),

$$\phi_{\pi}^{asy}(x, Q \rightarrow \infty) = \sqrt{3} f_{\pi} x(1-x), \quad (34)$$

genlik dağılımından oldukça farklıdır.



### 1.3. Renormalizasyon ve Renormalizasyon Grup Denklemi

Genel anlamda renormalizasyon, ilgili kuramdaki fiziksel gözlenemez yalın (bare) büyüklüklerin bunlara karşılık gelen ve fiziksel olarak gözlenebilir değerlerle yer değiştirilmesi işlemidir.

Kuantum alan kuramında hesaplarda çoğu kez ıraksaklıklar ortaya çıkar. Sonlu sayıda serbestlik derecesi olan kuantum mekaniğinden sonsuz sayıda serbestlik derecesi olan kuantum alan kuramına geçiş yapıldığından kuantum alan kuramında ortaya çıkan sonsuzluklar gerçekte bir zorunluluk. KED’de sonsuzluklar genel anlamda tedirgemeli açılımında elektron öz–enerji düzeltme terimleri, foton öz–enerji düzeltme terimleri ve elektron–foton köşe düzeltme terimlerinden yani 3 terimden kaynaklandığını Schwinger, Tomonaga, Feynman vd. (Dereli, 2000) ortaya konmuş ve bu sonsuzlukları elektronun sırası ile kütle, elektrik yükü ve kuantum dalga fonksiyonları içine katarak sonlu terimler hesaplanmış, Dyson eğer yukarıdaki üç terimin renormalizasyonu yapılırsa KED’de başka sonsuzluk kalmayacağını kanıtlamıştır (Dereli, 2000).

Kuantum alan kuramının renormalizasyonu için, ıraksayan integralleri hesaplamaya yarayan, bir regülarizasyon kuralı bulunmalıdır. 4–boyutlu momentum uzayında alınan Feynman integrallerinde görece büyük momentum değerlerinde ortaya çıkan ıraksaklıklar morötesi ıraksaklıklar (UV), küçük momentum değerlerindeki ıraksaklıklar ise kıvıltötesi ıraksaklıklar (IR) olarak adlandırılır (Mueller, 1993).

Bir ayar kuramı olan KRD’de de yüksek mertebe hesapları ıraksaklıklar içermekte fakat hesaplar renormalize edilebilirler (Zakharov, 1992). Örneğin boyutsal regülarizasyon kullanıldığında,  $D = 4 - \varepsilon$  boyuta giderek hesaplar yapılır ve sonunda  $\varepsilon$  sifıra yaklaştırılır. Böylece sonsuzluklardan kurtulunulur. Yeni boyutta Lagranjiyen  $\mathcal{L}(G_\mu^a, q_\mu^a, g\mu^{\varepsilon/2})$  şeklinde betimlenir. Kütle boyutuna sahip bir parametre  $\mu$  kurama girer. Bu boyutta uygun karşıt fermiyonlar Lagranjiyene eklendikten sonra yapılacak hesaplamalar sonlu sonuçlar verir. Böyle bir yöntem  $G_\mu^{0a} = Z_G^{1/2} G_\mu^a$ ,  $q_\nu^{0a} = Z_q^{1/2} q_\nu^a$  ve  $g_0 = \mu^{\varepsilon/2} g Z_g$  ve yalın alanlar ve yalın etkileşme terimleri olmak üzere,

$$\mathcal{L}(G_\mu^a, q_\nu^a, g^2 \mu^\varepsilon) + \mathcal{L}_{karşıt}(\varepsilon) = \mathcal{L}(G_\mu^{0a}, q_\nu^{0a}, g_0^2) \quad (35)$$

denklemleri ile özetlenebilir.  $Z_G$ ,  $Z_q$ ,  $Z_g$  renormalizasyon sabitleri  $\varepsilon$  parametresine bağlı büyüklükler olarak ortaya çıkar, ancak fiziksel sonuçlar  $\varepsilon$  sıfır için sonsuza giderken bu sabitlerden bağımsız olur.

Denklem (11)'de KRD Lagranjyenindeki  $m$  kuark kütlesi,  $g$  KRD etkileşme sabiti ve  $A_\mu$  alanları, sonsuz varsayılır ve bu büyüklükler yalın değerler olarak adlandırılır. (11) Lagranjyeni ile Feynman genlikleri hesaplandığında sonuçlar  $\mu$  -parametresine bağlı olarak ortaya çıkar. Fiziksel sonuçlar ise, böyle bir parametreye bağlı olamaz. Etkileşme sabitleri ve alan işlemcilerinde oluşan değişiklikler sonuçları bu parametrelerden bağımsız yapmaktadır. Bu gerçek, Stueckelberg–Peterman (1953), Gell–Mann–Low (1954) tarafından geliştirilen renormalizasyon grup denklemleri ile özetlenebilir. Örneğin alan işlemcileri  $\phi$  olan parçacıklar için  $n$ -bacaklı Green fonksiyonu,

$$G^{(\phi)}(p_1, \dots, p_{n-1}) = \int \pi dx_i e^{\sum p_i x_i} \langle 0 | T(\phi(x_1) \dots \phi(x_n)) | 0 \rangle \quad (36)$$

şeklinde tanımlanır. (36)'de yalnızca  $(n-1)$  dış momentum değişkeni bağımsız kalmaktadır.  $R$ , ilgili büyüklüğün renormalize edilmiş olduğunu  $n_q$  ve  $n_G$ , fermiyon ve glüyon bacaklarının sayısı olmak üzere dış kolları budanmış Green fonksiyonu ile çalışmak daha uygun olduğundan,

$$\Gamma_R^{(n_q, n_G)} = (G_R^{(n_q, n_G)} / \pi^{n_q} G_R^{(2,0)} \pi^{n_G} G_R^{(0,2)}) \quad (37)$$

tanımlanır.  $\mathcal{L}(G_\mu^a, q_\nu^a, g_0^2)$  Lagranjyeninden elde edilen ve  $\mu$  parametresine bağlı olmayan, renormalize olmayan Green fonksiyonları  $\Gamma_0$  ile gösterilirse,

$$\Gamma_R^{(n_q, n_G)} = Z_q^{n_q/2} Z_G^{n_G/2} \Gamma_0^{(n_q, n_G)} \quad (38)$$

olur ve bu bir diferansiyel denklem verir. Böylece,

$$\frac{d}{d\mu} (\Gamma_0^{(n_q, n_G)}) = \frac{d}{d\mu} \left[ Z_q^{n_q/2} Z_G^{n_G/2} \Gamma_R^{(n_q, n_G)} \right] \quad (39)$$

bağıntısı elde edilir. (39)'daki çarpanların  $\mu$ -parametresine bağlılıkları göz önüne alınarak  $\Gamma_R^{(n_q, n_G)}$  için, etkin etkileşme sabitinin davranışını belirleyen çarpan,

$$\beta(g) = \mu \frac{\partial g}{\partial \mu}, \quad (40)$$

fermion alanlarının anomal boyutları,

$$\gamma_q = \frac{1}{2} \mu \frac{\partial}{\partial \mu} \ln(Z_q), \quad (41)$$

glüyon alanlarının anomal boyutları,

$$\gamma_G = \frac{1}{2} \mu \frac{\partial}{\partial \mu} \ln(Z_G), \quad (42)$$

olmak üzere, renormalizasyon grup denklemi,

$$\left( \mu \frac{d}{d\mu} + \beta(g) \frac{\partial}{\partial g} - \gamma_q - \gamma_G \right) \Gamma_R^{(n_q, n_G)} = 0 \quad (43)$$

elde edilir.

$g(\mu)$  renormalize etkileşme sabiti,  $\mu$  -parametresine bağlıdır. Örneğin bir diğer  $\bar{\mu}$  noktasında renormalizasyon yapılırsa, etkileşme sabiti  $g(\bar{\mu})$  gibi bir fonksiyon olacaktır. Bu iki farklı noktayı birbirine bağlayan dönüşüm  $\bar{\mu} = e^t \mu$  şeklinde yazılırsa (40),

$$\frac{\partial \bar{g}}{\partial t} = \beta(\bar{g}), \quad \bar{g}(0) = g_0, \quad (44)$$

bağıntısına dönüşür.  $t$  -parametresine bağlı etkileşme sabiti bir yörünge tanımlar. Bu yörünge için  $\beta(\bar{g}_0) = 0$  veren  $\bar{g}_0$  noktalarına kuramın sabitlenmiş (fixed) noktaları

denilmektedir. Böyle noktalar, kararlılık durumlarına göre de ayrı adlar alırlar. Örneğin,  $\bar{g} > \bar{g}_0$  için  $\beta(\bar{g}) < 0$  ve  $\bar{g} < \bar{g}_0$  için  $\beta(\bar{g}) > 0$  koşullarını sağlayan  $\bar{g}_0$  noktalarına “kızılötesi kararlı” sabitlenmiş nokta adı verilir.

KRD'nin  $\beta$  -fonksiyonu birinci basamaktan tedirgeme yöntemiyle Politzer, Gross ve Wilczek hesaplamış,  $f$ -çeşni sayısı ve  $\beta = 11 - (2/3)f$  olmak üzere,

$$\beta(\bar{g}) = -\beta_0 \frac{\bar{g}^3}{16\pi^2}, \quad (45)$$

bağıntısı elde edilmiş,  $f < 33/2$  değerleri için  $\bar{g}_0 = 0$  noktasının, kuramın kızılötesi kararlı bir sabitlenmiş noktası olduğu görülmüştür.  $\beta$  -fonksiyonunun bu değeri için çözüm, yani koşan (running) etkileşme sabiti,  $b = \beta_0 (1/16 \pi^2)$ ,  $t = \ln(Q^2/\mu^2)$  ve  $\ln(\Lambda^2) = \ln(\mu^2) - 1/(2bg^2)$  olmak üzere,

$$\bar{g}(Q^2) = \frac{1}{2b \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)} \quad (46)$$

dir. Bu ifade yüksek enerjilerde KRD'nin asimptotik özgürlüğü verir.

Asimptotik özgürlük için en önemli kanıtlar sert elektron ve nötrino saçılma deneylerinden elde edilmiş, bunun anlamı temel alan işlemcileri dışında, elektromagnetik ve zayıf işlemciler gibi işlemcilerle de çalışmanın zorunlu olmasıdır. Gerçekten, Bjorken limiti denilen bölgede yapı fonksiyonlarını incelemek, iki alan işlemcileri çarpımlarının ışık konisi üzerindeki davranışına bakmak demektir. Böyle iki genel işlemcinin çarpımı olan nesnelere ışık konisi üzerindeki davranışları için Wilson'un geliştirdiği “işlemci çarpım açılımı” yöntemine benzer bir yöntem geliştirilmiş, örneğin iki alan işlemcisinin çarpımı için simgesel olarak,

$$J^a(x)J^b(0) = \sum_i C_i(x) \sum_n x^{t_i} \dots x^{t_n} O_{t_1 \dots t_n} \quad (47)$$

şeklinde bir açılım yapılır. Bu eşitlikte  $O_n(x)$ 'ler bir takım yerel işlemcileri göstermektedir.  $x \rightarrow e^t x$ , dönüşümü altında bu denklem incelenirse  $C_n(x)$  ile gösterilen ve Wilson katsayıları denilen fonksiyonların ışık konisi limitinde  $(1/x^2)^d$  şeklinde davranması gerektiği sonucu çıkar. Buradaki  $d_a, d_b, d_i$ , ilgili işlemcilerin ölçek dönüşümüne göre boyutlarını göstermek üzere,

$$2d=(d_a+d_b+n-d_i) \quad (48)$$

ile tanımlanır. En büyük katkı  $(d_i - n)$  çarpanı (twist) en büyük işlemcilerden gelir. (47)'deki toplamdan alanların boyutları göz önüne alınarak ( $d_a = 3/2, d_b = 1$ ) hangi terimlerle yetinileceğine karar verilir.

(47) açılımındaki işlemcilerin Green fonksiyonları yazılır ve renormalizasyon denklemi her biri için uygulanırsa, Wilson katsayıları için  $O^n$  işlemcisinin “anomal boyutu  $\gamma$ ” olmak üzere,

$$\left( \mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \beta \frac{\partial}{\partial g} - \gamma^n \right) C_n = 0, \quad (49)$$

renormalizasyon grup denklemi elde edilir.

Esnek olmayan derin saçılma yapı fonksiyonlarının momentlerini Wilson katsayıları cinsinden,

$$\langle p | O_{\mu_1 \dots \mu_n} | p \rangle = A_n^i(\mu^2) p_{\mu_1} \dots p_{\mu_n}, \quad (50)$$

Wilson açılımındaki işlemcilerin  $|p\rangle$ , hadronik durumları arasındaki matris öğeleri olmak üzere,

$$\int_0^1 dx x^{n-2} F_k(x, Q^2) = \sum_i A_n^i(\mu^2) C_{k,n}^i \left( \frac{Q^2}{\mu^2}, g^2 \right), \quad (51)$$

$$\int_0^1 dx x^{n-1} F_z(x, Q^2) = \sum_i A_n^i(\mu^2) C_{z,n}^i \left( \frac{Q^2}{\mu^2}, g^2 \right), \quad (52)$$

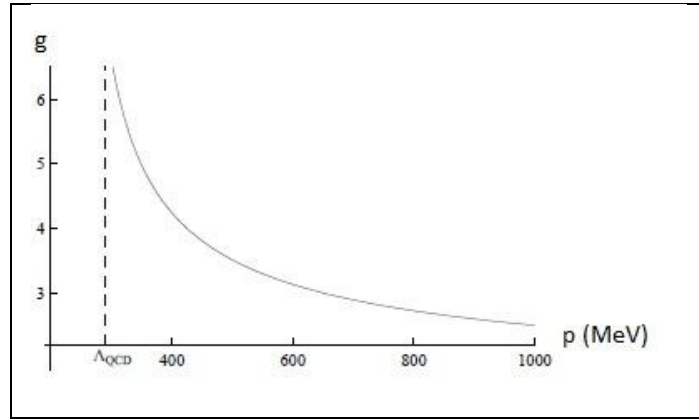
ile betimlenir.  $A_n^i(\mu^2)$ 'ler kuramdan hesaplanamazlar, ancak  $C_n$  katsayıları tedirgeme kuramıyla hesaplanabilirler. İşlemciler  $\bar{q}\lambda^i\gamma_{\mu_1}D_{\mu_1}\dots D_{\mu_n}q$ , şeklinde olabilirler ve bu işlemciler tekli olmadığından (non-singlet)  $O_{NS}$ , simgesi kullanılırsa Wilson katsayıları,

$$\left(\mu\frac{\partial}{\partial\mu} + \beta\frac{\partial}{\partial g} - \gamma_{NS}^n\right)C_{k,n}^{NS} = 0, \quad (53)$$

denklemini sağlarlar.  $\gamma_{NS}^n$ 'yi Georgi ve Politzer hesaplamışlar ve

$$\gamma_{NS}^n = \gamma_{NS}^{(0)n} \frac{g^2}{16\pi^2} + \gamma_{NS}^{(1)n} \frac{g^4}{(16\pi^2)^2} + \dots, \quad (54)$$

etkileşme sabitine bağlı olduğu görülmüş.



Şekil 5. KRD'nin  $g_s$  fonksiyonunun enerjiye göre değişimi

Eğer kuramda etkileşme sabiti etkisiz ise ve başka bir ölçü kaynağı yoksa (örneğin kuarkların kütleleri bir kütle ölçeği belirler) bu tür kuramlar ölçek değişmez, metrik yeniden ölçeklendirmeler için değişmez ise bu türlü kuramlar konformal alan olarak adlandırılır. Konformal alan kuramlarında metrik yeniden ölçeklendirilebilir olduğundan uzunluk tanımlamak olanaklı değildir. Her konformal alan kuramı ölçek değişmez olup, her ölçek değişmez kuram konformal değildir (Belavin vd., 1984; Ginsparg, 1988).

$\beta(\bar{g})=0$  için, etkileşme sabiti tüm enerjilerde yalın etkileşme sabiti, renormalize etkileşme sabitine eşit olur. Bu durum, ölçek değişmez bazı süpersimetrik kuramlarda görülür. Ayrıca bu durum konformal alan ve ölçek değişmez alan kuramı durumuna karşılık gelir.

KRD Lagranjiyeninde kütleler sıfır alındığında hiçbir boyutsal parametre kalmayacaktır, kütleless KRD Lagranjiyeni ölçek değişmez olur. Ancak fenomenolojik KRD açıkça kütle ölçeği içerir. Hodranik kütleler sürekli değildir, bu nedenle hadronlardan herhangi biri ölçek belirlemede kullanılabilir. Şekil 5, açıkça kurama bir ölçek ekler ve ölçek genellikle  $\Lambda_{KRD}$  olarak adlandırılır. Etkileşme sabitinin sonsuz varsayıldığı yerde, enerji  $\sim 246 \text{ MeV}$  dir.

$\Lambda_{KRD}$ 'nin komşuluğunda (46)'daki etkileşme sabiti artık geçersizdir. Diğer bir deyişle bu komşulukta,  $g_s \geq 1$  için tedirgemeli yaklaşımlar geçersiz olur. KRD, kuarkların üç renk yüküne sahip olduğu  $SU(3)$  grubuna dayanan, ayar kuramıdır. 't Hooft,  $N$  renk sayısının daha büyük alındığı durumlarda ilgili kuramın basitleşeceği düşüncesi ile 1974 yılında KRD'nin ikinci bir boyutsuz parametre içerdiği fikrini ileri sürerek ('t Hooft, 1974). büyük  $N$  değerleri için ayar kuramlarının,  $1/N$  terimlerinde, tedirgemeli açılımının yapılabileceğini gösterdi (Aharony vd., 2000).  $SU(N_c)$  ayar kuramı için  $\beta$ -fonksiyonu,

$$\beta(g_s) = -\frac{11}{3} N_c \frac{g_s^3}{16\pi^2} + \mathcal{O}(g_s^5), \quad (55)$$

ile verilir (Tedler, 2008).  $\lambda = g_s^2 N$  sabit kalacak şekilde  $N \rightarrow \infty$  için, (55)'de ilk terim, tedirgeme kuramı ile elde edilen (45) ile aynı olacaktır.  $N \rightarrow \infty$  limitinde daha yüksek mertebe terimler de aynı kalır ve bu limit 't Hooft limiti olarak bilinir.

Büyük  $N$  limitlerinde ayar kuramları, etkileşme sabiti  $1/N$  alınan, serbest sicim kuramları ile betimlenebilir. Diğer bir deyişle, büyük  $N$  limitleri sicim kuramlarını ayar kuramları ile ilişkilendirir (Aharony, 2000; Manohar, 1998).

#### 1.4. Renormalonlar, Önder–Twist ve Yüksek–Twist Katkıları

KED ve KRD'de Feynman çizimlerinin matris öğeleri yazılıp gerekli hesaplar yapılırken,  $\alpha$  renormalize etkileşme sabiti olmak üzere,

$$R \sim \sum_n r_n \alpha^n, \quad (56)$$

şeklinde, tedirgemeli seri açılımlarıyla sıkça karşılaşılr ve çoğunlukla bu seriler ıraksaktır. Bu serisinin doğruluk derecesi etkileşme sabitinin mertebesi ile yakın ilişkili olup  $r_n$ - katsayılarının  $K$  ve  $a$  sabitler olmak üzere,

$$r_n = K a^n n!, \quad (57)$$

şeklindeki katsayılardan oluştuğu düşünülürse, (56) eşitliğindeki her bir  $r_n$ -katsayısı,  $r_0$  'dan başlayarak hesaplandığında,

$$\left| \frac{r_n}{r_{n-1}} \right| \geq \frac{1}{a}, \quad (58)$$

koşulunu sağlayan  $r_n$  sınır değerine kadar, yakınsak kalır.  $n \geq 1/(|a|\alpha)$  serinin yakınsaklık koşulu ile etkileşme sabitinin mertebesi arasındaki ilişkiyi göstermektedir. İraksak seri asimptotik davranışlı ise, bir karmaşık  $\alpha$ -düzleminin  $C$  bölgesinde fiziksel büyüklüğe olabildiğince yaklaşılarak bir mertebede kesilebilir. Tedirgeme kuramı serisinde kesme hatasını en aza indirecek sonucu belirleyen katsayılar  $K_N$  olmak üzere asimptotik davranışlı ıraksak bir seri için,

$$\left| R(\alpha) - \sum_{n=0}^N r_n \alpha^n \right| < K_{N+1} \alpha^{N+1}, \quad (59)$$

yazılabilir.  $K, a, b$  sabitler olmak üzere,  $r_n$  -katsayıları,

$$r_n \stackrel{n \rightarrow \infty}{\sim} K a^n n! n^b, \quad (60)$$

şeklinde seçilirse  $K_N$ , katsayıları,



$$K_N \propto \alpha^N N! N^p \quad (61)$$

olur. Genel olarak, alan kuramlarında ilgili serinin katsayılarının,

$$r_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} K \alpha^n n! n^p, \quad (62)$$

şeklinde nasıl genelleştirilebileceği açık değildir. Burada temel sorun, ilgili seriye sayısal bir toplam vermek ve bu toplamın  $R(\alpha)$  fonksiyonu ile ilişkisini belirlemek, diğer bir deyişle ilgili seri için bulunan toplam değerini ilk fonksiyonla özdeşliğini göstermektir. Bu nedenle önce ilgili ıraksak serinin toplanması gerekir. Ardıl çarpım (faktöriyel) ıraksak seriler için Borel yöntemi kullanışlı olup, (56)'daki serinin Borel dönüşümü,

$$B[R](t) = \sum_{n=0}^{\infty} r_n \frac{t^n}{n!}, \quad (63)$$

ile verilir.  $t > 0$  ve gerçel değerlerinde, tekil nokta içermiyorsa artı  $\alpha$  değerleri için,

$$\int_0^{\infty} dt t^n e^{(-t/\alpha)} = n! \alpha^{n+1}, \quad (64)$$

integrali yardımıyla  $R$  serisine özdeş olan Borel integrali,

$$R = \int_0^{\infty} dt e^{(-t/\alpha)} B[R](t) \quad (65)$$

elde edilir.  $A$  bir sabit olmak üzere, (56) seri açılımındaki katsayılar,

$$r_n = A(-k)^n \quad (66)$$

şeklinde seçilirse, Borel dönüşümü,

$$B[R](t) = A \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-kt)^n}{n!} = Ae^{(-kt)}, \quad (67)$$

ve  $r_n$  katsayılı seri açılımı ile verilen tedirgemeli serisiyle özdeş olan Borel integrali,

$$R = \int_0^{\infty} dt e^{(-t/\alpha)} Ae^{(-kt)} = A \frac{\alpha}{1+\alpha k}, \quad (68)$$

elde edilir. (68) denklemindeki integral sonucu,

$$R = A \frac{\alpha}{1+\alpha k} + e^{(-1/\alpha)} \quad (69)$$

şeklinde seçilirse, (68)'den farklı olmasına karşın tedirgemeli serileri aynıdır. Diğer bir deyişle,  $\exp(-1/\alpha)$ , gibi tedirgemersiz terimler Borel toplamı yaklaşımında görülmez. (56)'daki seri açılımındaki katsayılar,

$$r_n = A(-k)^n n! \quad (70)$$

şeklinde seçilirse, Borel dönüşümü,

$$B[R](t) = A \sum_{n=0}^{\infty} (-kt)^n = A \frac{1}{1+kt}, \quad (71)$$

ve  $Ei(x)$  ekponansiyel integral fonksiyonu

$$Ei(x) = - \int_{-x}^{\infty} \frac{e^{(-t)}}{t} dt, \quad (72)$$

kullanıldığında, Borel integrali

$$R = \int_0^{\infty} dt e^{(-t/\alpha)} A \frac{1}{1+kt} = -\frac{A}{k} e^{1/(k\alpha)} Ei(-1/(k\alpha)), \quad (73)$$

olur. Borel integrali  $t = -1/k$  için tanımlı olmadığı (ıraksadığı) görülüyor. İlgili seri katsayıları  $r_n = Ak^n n!$  şeklinde seçilirse Borel dönüşümü ve Borel integrali sırasıyla,

$$B[R](t) = A \sum_{n=0}^{\infty} (kt)^n = A \frac{1}{1-kt}, \quad (74)$$

$$R = \int_0^{\infty} dt e^{(-t/\alpha)} A \frac{1}{1-kt} = \frac{A}{k} e^{-1/(k\alpha)} Ei(1/(k\alpha)), \quad (75)$$

olur. (75) integralinin  $t = 1/k$  noktasında bir tekil noktası var.

Yukarıdaki iki örnekten de görüldüğü gibi bir tedirgeme kuramı serisinde, ardıl çarpım ıraksaklıktan kaynaklanan, Borel düzlemi tekil noktası karşımıza çıkar. İşte bunlar da 't Hooft tarafından renormalon olarak adlandırıldılar ('t Hooft, 1974). O halde genel anlamda, kuantum alan kuramlarında,

$$B[R](t) = \frac{A}{(1 \pm kt)^{1+\gamma}}, \quad (76)$$

Borel dönüşümleri Borel düzleminde, renormalon olarak adlandırılan, tekil noktalara neden oluyor. (76)'deki Borel dönüşümleri, ilgili seri için,

$$r_n = Ak^n (n+\gamma)! / \gamma!, \quad (77)$$

katsayılarıyla ilişkilidir. Sözü edilen katsayılar, ardıl çarpım ıraksaklığın baskın olduğu büyük  $n$  sınırında,

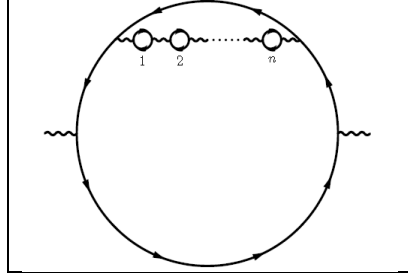
$$r_n \approx Ak^n n! / \gamma! \quad (78)$$

alınabilir. Eğer  $\gamma$  tamsayı değilse  $\gamma! = \Gamma(\gamma+1)$  (Gamma fonksiyonu) olduğundan,

$$\gamma! = \Gamma(\gamma+1) = \int_0^\infty e^{-t} t^\gamma dt, \quad (79)$$

ile hesaplanabilir.

Şimdide KED'deki boşluk kutuplanmasında karşılaşılan renormalonu özetleyelim. İlmeğin içinde de ilmeklerin olduğu, (Aşağıdaki şekli) alındığında ıraksak serilere katkı veren iç foton ileticisine eklenen fermiyon ilmeklerine sahip foton köşe terimleri  $2n$  fermiyon içerdiğinden, buradan  $\alpha^n$  -katkı terimi gelir ve ardıl çarpım ıraksaklığa neden olur.



Şekil 6. KED'de ıraksak serilere yapılan katkı terimlerine örnek çizim

$n$  -zincirden oluşan durum için,  $C$  bir sabit olmak üzere,

$$\int_0^\infty \frac{dk^2}{k^2} F(k^2) \left[ \beta_0 \alpha \left( \ln \left( k^2 \frac{Q^2}{\mu^2} \right) + C \right) \right]^n, \quad (80)$$

logaritmik integrali elde edilir (Howe, 2004). (80)'deki köşeli parantez içindeki terim,  $\mu$ -renormalizasyon ölçeği olmak üzere,  $n$  tane fermiyon ilmeğinden geliyor.  $Q^2 = -q^2$  ölçeği,  $q$  dış sanal foton momentumu,  $k$  foton zinciri boyunca taşınan momentumu gösterir. Yeterince büyük  $n$  değerlerinde ( $Q^2 \sim \mu^2$ ) fermiyon ilmekleri için belli  $k^2$  değerlerinde integral baskın hale gelir ve fonksiyonu,  $A, B, B'$  sabitler olmak üzere,

$$F(k^2) = Ak^4 + O(k^6 \ln k^2), \quad \text{küçük } k^2 \text{ için}, \quad (81)$$

$$F(k^2) = \frac{1}{k^2} (B \ln k^2 + B') + O\left(\frac{\ln k^2}{k^4}\right), \text{ büyük } k^2 \text{ için,} \quad (82)$$

olur (Howe, 2004).  $F(k^2)$ 'ler (80) integralinde yerlerine yazılır ve yeterince büyük  $n$  ardıl çarpım ıraksaklıklar için çözülürse,

$$\begin{aligned} & \frac{A \left( \frac{Q^2 e^C}{\mu^2} \right)^{-2} \left( -\frac{\beta_0 \alpha}{2} \right)^n n!}{+B \left( \frac{Q^2 e^C}{\mu^2} \right) (\beta_0 \alpha)^n n! \left( n+1 + \frac{B'}{B} - \ln \left( \frac{Q^2 e^C}{\mu^2} \right) \right)}, \end{aligned} \quad (83)$$

elde edilir. (83)'deki A ile orantılı terim küçük momentum değerlerinden gelir ve bunlar kızılötesi (IR) renormalonlar, B ile orantılı terim büyük momentum değerlerinden gelir ve morötesi (UV) renormalonlar olarak adlandırılır.

KRD için yukarıdaki adımlar tekrarlanır. Kütleli kuarklar için  $j_\mu = \bar{q} \gamma_\mu q$  vektör akımı ve  $\Pi^{\mu\nu}(q)$  boşluk kutuplanmasını betimlemek üzere, ilişkilendirme (correlation) fonksiyonu,

$$\Pi^{\mu\nu}(q) = (-i) \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | T \{ j^\mu(x) j^\nu(0) \} | 0 \rangle. \quad (84)$$

alınırsa, akım korunan bir büyüklük olduğundan,

$$q^\mu \Pi^{\mu\nu}(q) = 0, \quad (85)$$

özdeşliği gereği, skalar  $\Pi(Q)$ , fonksiyonuna bağlı olarak,  $Q^2 = -q^2$  olmak üzere,

$$\Pi^{\mu\nu}(q) = (g^{\mu\nu} q^2 - q^\mu q^\nu) \Pi(Q^2) \quad (86)$$

yazılabilir. Adler fonksiyonu için,

$$D(Q^2) = 4\pi^2 \frac{d\Pi(Q^2)}{dQ}, \quad (87)$$

tanımı kullanılarak, KRD'de boşluk kutuplanması için fermiyon ilmek katkıları hesaplanabilir.  $C = \text{sabit}$ ,  $\beta_{0f} = N_f T / (3\pi)$ , olmak üzere bir ilmek  $\beta$  -fonksiyonu için fermiyon katkıları,

$$\beta_{0f} \alpha_s \left[ \ln \left( -\frac{k^2}{\mu^2} \right) + C \right], \quad (88)$$

ve  $\hat{k}^2 = -k^2 / Q^2$  olmak üzere,

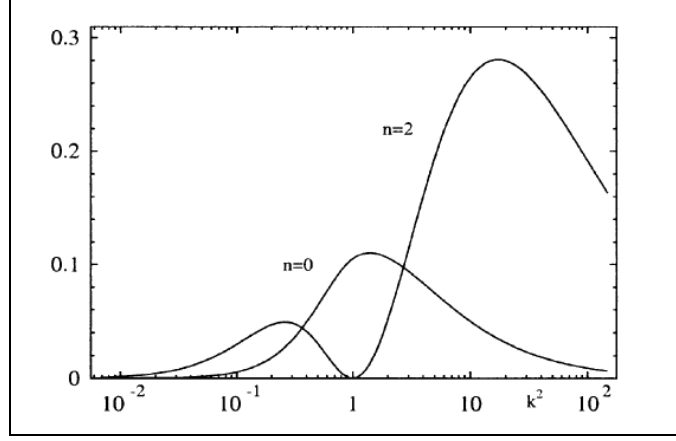
$$D = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_s^n \int_0^{\infty} \frac{d\hat{k}^2}{\hat{k}^2} F(\hat{k}^2) \left[ \beta_{0f} \alpha_s \ln \left( \hat{k}^2 \frac{Q^2 e^{-5/3}}{\mu^2} \right) \right]^n \quad (89)$$

elde edilir. Burada  $C_F = 4/3$  olmak üzere, küçük  $-\hat{k}$  ve büyük  $-\hat{k}$  değerlerindeki için sırası ile,

$$F(\hat{k}^2) = \frac{3C_F}{2\pi} \hat{k}^4 + O(\hat{k}^6 \ln \hat{k}^2), \quad \text{küçük } \hat{k}^2 \text{ için}, \quad (90)$$

$$F(\hat{k}^2) = \frac{C_F}{3\pi} \frac{1}{\hat{k}^2} \left( \ln \hat{k}^2 + \frac{5}{6} \right) + O\left( \frac{\ln \hat{k}^2}{\hat{k}^4} \right), \quad \text{büyük } k^2 \text{ için}, \quad (91)$$

elde edilir (Howe, 2004).



Şekil 7. Denklem (89) integralinin  $\hat{k}^2$ 'nin fonksiyonu olarak  $n=0$  ve  $n=2$  için çizimi

(Şekil 7)'de görüldüğü gibi (89) integralinde  $n=0$  için,  $Q$  ilmek momentumu baskındır. Ancak  $n=2$  için, biri küçük  $\hat{k}^2$  değerlerinde, diğeri büyük  $\hat{k}^2$  değerinde olmak üzere iki pik vardır. Bu nedenle (89) integrali  $\hat{k}^2 = \mu^2 / (Q^2 e^{-5/3})$  olmak üzere küçük  $\hat{k}^2$  değerleri (90) ve büyük  $\hat{k}^2$  değeri için (91) kullanılarak (89) integrali ayrıştırılabilir ve (89) integrali alındığında,

$$D = \frac{C_F}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_s^{n+1} \left[ \frac{3}{4} \left( \frac{Q^2}{\mu^2} e^{-5/3} \right)^{-2} \left( -\frac{\beta_{0f}}{2} \right)^n n! + \frac{1}{3} \frac{Q^2}{\mu^2} e^{-5/3} \beta_{0f}^n n! \left( n + \frac{11}{6} \right) \right], \quad (92)$$

elde edilir. (92)'deki ilk kısım küçük  $\hat{k}^2$  değerlerinden, ikinci kısım büyük  $\hat{k}^2$  değerinden gelir. (92)'de  $u = -\beta_{0f} t$  olmak üzere Borel dönüşümü uygulandığında, küçük  $\hat{k}^2$  değerleri kısmından kızılötesi (IR) renormalon ve büyük  $\hat{k}^2$  değerli kısımdan da morötesi (UV) renormalonlar karşılaşırlar:

$$B[D](u) = \underbrace{\frac{3C_F}{2\pi} \left( \frac{Q^2}{\mu^2} e^{-5/3} \right)^{-2}}_{(IR) \text{ renormalon}} \frac{1}{2-u} + \underbrace{\frac{C_F}{3\pi} \left( \frac{Q^2}{\mu^2} e^{-5/3} \right)^{-2} \left[ \frac{1}{(1+u)^2} + \frac{5}{6} \frac{1}{(1+u)} \right]}_{(UV) \text{ renormalon}}. \quad (93)$$

Özetlenirse, Borel dönüşümleri, Borel düzleminde renormalon olarak adlandırılan tekil noktalara neden oluyor. KRD’de, yüksek sanallıklarda, ( $k_E^2 \gg Q^2$ ) Borel düzleminde eksi eksenindeki tekillikler morötesi (UV) renormalonlar, görece düşük momentumlar, ( $k_E^2 < Q^2$ ) Borel düzleminde artı eksenindeki tekillikler kıvılcığı (IR) renormalonlar olarak adlandırılır. Renormalonların temel yararı, ilgili tedirgeme yöntemi dağılımları Borel düzlemindeki kutup hesaplamalarına dönüştürülmesidir.

Tedirgeme kuramların yüksek mertebelerdeki davranışları üzerine ilk çalışmalar Dyson (1952) vd. tarafından, tedirgemeli bağıntılardan tedirgemeli olmayan ifadeler elde etme amacıyla ilgili tedirgeme kuramı bağıntıların Green fonksiyonlarının analizini ile yapılmıştır.  $e^+e^-$  –yok olmasında üçüncü mertebe tedirgemeli hesaplamalar Gorishny (1991) vd. tarafından hesaplanmış ve sonuçlar deneylerle uyumlu sonuçlar vermiştir.

Renormalon ıraksaklıklar KED ve KRD boşluk kutuplanmasında ilmek sayısının yüksek alındığı hesaplarda başarıyla kullanılmakla birlikte, genel bir uygulama alanına sahiptir. Bunlar alan kuramlarının kısa–mesafe ve uzun–mesafe davranışlarının doğal bir sonucudur. Uzun–mesafe davranışlar özellikle KRD gibi mesafe arttıkça etkileşme sabiti  $\alpha_s$ ’nin arttığı ve sonunda tedirgemeli davranışın geçersiz olduğu durumlarda önemlidir. Yüksek enerjili elektron–pozitron ya da büyük momentumlu esnek olmayan derin lepton–nükleon saçılmaları gibi süreçlerde, kısa–mesafe hesaplamalarda bile, tedirgemeli yaklaşımlar geçersiz olabilmekte. Tedirgemeli yaklaşım  $Q$  –büyük momentum ölçeği ile betimlenen kısa–mesafe terimlerinin,  $\Lambda \sim 1 GeV$ ’den düşük momentum ölçeği ile betimlenen uzun–mesafe terimlerinden ayrı yazılmasına olanak sağlar. Bu durum  $\mu$  ölçek (factorization ölçeği) olmak üzere,

$$R(Q, \Lambda) = C(Q, \mu) \otimes \langle O \rangle(\mu, \Lambda) + \text{kuvvet düzeltmeleri} \left( \frac{\Lambda}{Q} \right)^p, \quad (94)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada tedirgemeli yaklaşım kuvvet düzeltme (corrections) terimleri ile ilgili ayrıntılı bilgi vermez. Kuvvet düzeltme terimleri, orta enerji bölgesinde vektör bozonları ( $M_Z \sim 90 GeV$ ) içeren süreçlerde görece büyük değerler alabilir. Renormalonlarla ilgili en ilginç durumlardan biri,  $C(Q, \mu)$  fonksiyonunun kıvılcığı renormalon davranışının kuvvet düzeltmeleri ile ilişkisinden gelmektedir.  $Q$ ’nun kuvvet düzeltmelerinin ölçeklenmesi renormalon ıraksaklıklar ile türetilebilir (Beneke, 1999) (Örneğin, sayfa 47’de  $\lambda = Q^2 = (1-x)$  seçiliyor).



İşlemci çarpım açılımında yapı fonksiyonları,

$$\int_0^1 dx x^{n-2} F(x, Q^2) = C_n \left( \alpha_s, \frac{Q^2}{\mu^2} \right) V_n(\mu^2) + \mathcal{O}(1/Q^2), \quad (95)$$

şeklinde yazılabilir.  $C_n(\alpha_s, Q^2/\mu^2)$  Wilson katsayıları,  $\alpha_s$  etkileşme sabiti,  $1/\ln(Q^2)$  terimleri cinsinden yazılabilir ve tedirgeme kuramı ile hesaplanabilir. Derin esnek olmayan çarpışmalarda  $(1/Q^2)$  katkı terimleri deneylerle uyuşan önemli sonuçlar veriyor. Genel anlamda, bastırılmış kuvvetler (power-suppressed) nükleonun kuarklarının sanal glüyonlarla etkileşmelerinden kaynaklanan yüksek-twist katkıları olarak adlandırılır (Bagger ve Gunion, 1982). Boyut (işlemcilerin kanonik boyutu) ve spin (işlemcilerin ilgili Lorentz grubu dönüşümleri ile ilişkili olmak üzere) *twist = boyut-spin* olarak tanımlanır.

Hadron–hadron çarpışmalarının en basit örneği Rutherford saçılmasıdır. Alfa parçacıklarının çekirdekte saçılma sürecinin (klasik elektrodinamik sınırlarında) diferansiyel tesir kesiti (Griffiths, 2008),

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4E \sin^2(\theta/2)} \right)^2, \quad (96)$$

olmak üzere, toplam saçılma tesir kesiti ( $\theta = 0$  için) doğal olarak sonsuz olur. Bu sonsuzluk elektromagnetik etkileşmelerin sonsuz erişimli oluşunun bir sonucudur.

Hadron–hadron çarpışmaları kuark ve glüyon bileşenleri düzeyinde çok daha karmaşık olup, klasik kuramlardaki gibi noktasal parçacıklar olmayıp, bunların bir içyapıları vardır. Deneysel olarak  $3 \text{ GeV} \leq (s)^{1/2} \leq 100 \text{ GeV}$  bölgesinde toplam tesir kesiti  $\sigma_{top} \sim 40 \text{ mb} = \sigma_{esnek} + \sigma_{esnek olmayan}$  değerindedir. Kütle merkezi enerjisi  $(s)^{1/2}$ 'nin yaklaşık yarısı parçacık üretiminde kullanılır. Üretilen ilk parçacıklar % 90 oranında pilyonlardır. Saçılma bölgesinde ( $x \sim 1$ ) üretilen benzer parçacıklar önder parçacıklar olarak adlandırılır. Serbest etkileşen kuarkların (partonların) oluşturduğu çağlayan, parton çağlayanı bölgesi olarak tanımlanır. Bu bölgede parton dağılım fonksiyonları tedirgeme kuantum renk dinamiğinden (pKRD) hesaplanır. Temel yaklaşım, çarpışmalar sürecinde, birbirleri ile etkileşmeyen partonlar için faktörizasyon yaklaşımıdır (Geiger ve Muller, 1992). Bu yaklaşımda, hadron–hadron çarpışması ile üretilen sert partonlar faz uzayında kümelenmiş

hadronlarla ilişkili jetler üretir. Hadronik jetler  $p\bar{p}$  çarpışmalarında  $5 \text{ GeV} \leq p_T \leq 440 \text{ GeV}$  arasında gözlenmiştir. Yarı–sert (semi–hard) süreçler birkaç  $\text{GeV}$  düzeyinde üretilen partonlar için KRD süreçleridir.

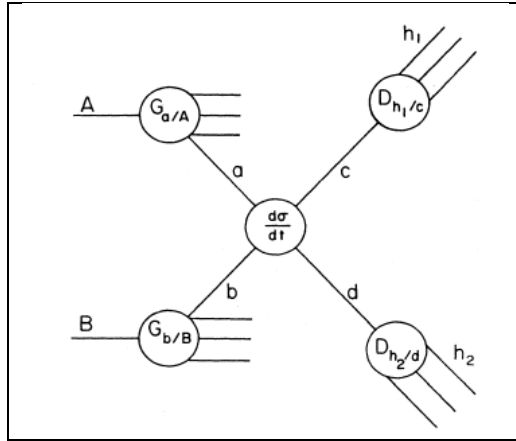
Büyük harfler hadronları, küçük harfler ise hadron bileşenlerini betimlemek üzere,

$$A+B \rightarrow C+X, \quad (97)$$

şeklinde bir süreç alınır.  $A$  ve  $B$  başlangıç hadronları ve  $C$  gözlenen son durum hadronları için 4'lü vektör momentumları sırasıyla  $p_A, p_B, p_C$  olmak üzere Mandelstam değişkenleri,

$$s=(p_A+p_B)^2, \quad t=(p_A-p_C)^2, \quad u=(p_B-p_C)^2, \quad (98)$$

şeklinde tanımlanır (Owens, 1987).  $s$ , değişkeni kütle merkezi gözlem çerçevesinde enerji karesidir.  $t$  ve  $u$ , ise sırasıyla,  $A$  ve  $B$  parçacıklarından  $C$  parçacığına aktarılan 4–momentum karesidir. Şekil 8’de gösterildiği gibi, hadronların bileşenleri de  $a+b \rightarrow c+d$  şeklinde alt süreç olarak yazılır.



Şekil 8.  $G_{q/p}(x_q)$  dağılım fonksiyonları,  $D_{M/q}(z)$  paylaşım fonksiyonları ve sert-saçılma alt süreçlerinin sembolik gösterimi

Alt süreçlerin Mandelstam değişkenleri, değişken üzerine konulan şapka ile gösterilmiştir. Bu çalışmadaki kuarklar hafif kuark olduklarından kütleleri göz ardı

ediliyor,  $\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = 0$  olur. Momentum bileşenleri demet doğrultusuna dik (transverse) ya da boyuna (longitudinal) olabilir, bunlar sırasıyla  $p_T$  ve  $p_L$  ile gösterilir. Örneğin  $p_T$  dik bileşeni,

$$p_c = (p_0, p_x, p_y, p_z) = (p_0, p_T, p_z). \quad (99)$$

ile ifade edilir. Genel olarak,  $p_T \ll 1 \text{ GeV}/c$  bölgesi çarpışmalar esnek olarak adlandırılır ve bu durumda fenomenolojik KRD,  $p_T \gg 1 \text{ GeV}/c$  bölgesi çarpışmalar sert olarak adlandırılır ve tedirgemeli KRD uygulanır.

Parton seviyesinde,  $G_{q/p}(x_q)$  partonun hadrondaki dağılım oranını betimleyen dağılım (distribution) fonksiyonları, mezonun partonda paylaşım oranını betimleyen paylaşım (fragmentation) fonksiyonu da  $D_{M/q}(z)$  olmak üzere (parton dağılım fonksiyonları (lepton-nükleon saçılmasından) paylaşım fonksiyonları ( $e^-e^+$  yok olmasından) deneysel olarak hesaplanırlar), hadron-hadron çarpışmasında inklüsif parton üretimi tesir kesiti,

$$E_C \frac{d\sigma}{d^3p_C} (AB \rightarrow C + X) = \sum_{abcd} \int dx_a dx_b dz_c G_{a/A}(x_a) G_{b/B}(x_b) D_{C/c}(z_c) \times \frac{\hat{s}}{z_c^2 \pi} \frac{d\sigma}{d\hat{t}} (ab \rightarrow cd) \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) \quad (100)$$

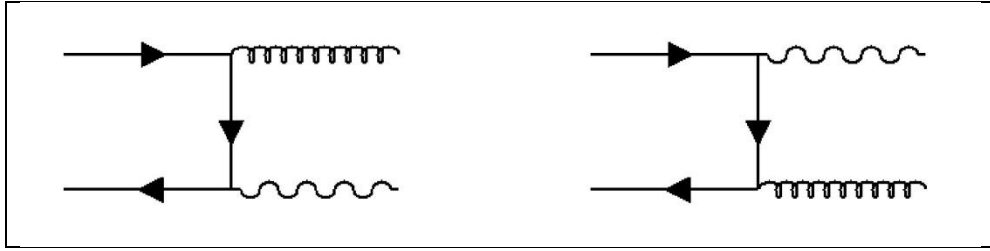
ile verilir (Owens, 1987). (100) hadron ya da jet üretimi için  $ab \rightarrow cd$  alt süreçlerinden olası tüm iki cisim kuark-kuark, kuark-glüyon ve glüyon-glüyon saçılmaları içerir.

## 2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

### 2.1. Proton-Proton Çarpışması İnkusif Piyon Üretilmesi Sürecinin Tesir Kesiti

#### 2.1.1. $p+p \rightarrow \pi^+(\pi^-) + \gamma$ 'nin Diferansiyel Tesir Kesitine Önder-Twist Katkılar

Proton–proton çarpışmasında inkusif piyon üreten  $q_1\bar{q}_2 \rightarrow \pi^+(\pi^-) + \gamma$  alt süreçleri için önder (leader)–twist katkı veren olası iki Feynman çizimi,  $q\bar{q} \rightarrow g\gamma$  ve  $qg \rightarrow q\gamma$  Şekil 9’de veriliyor (bu çizimlerde  $\pi$  mezonu salan  $q\bar{q} \rightarrow g\gamma$  için,  $g \rightarrow \pi^+(\pi^-)$ , glüyon ve  $qg \rightarrow q\gamma$  için, mezonun bileşenlerinden birini oluşturan,  $q \rightarrow \pi^+(\pi^-)$ , giden kuarktır).



Şekil 9.  $q\bar{q} \rightarrow g\gamma$  ve  $qg \rightarrow q\gamma$  önder–twist alt süreçleri için Feynman çizimleri

Önder-twist alt süreçleri için Ek 1’deki Feynman kuralları kullanılarak gerekli adımlardan sonra,

$$\frac{d\sigma}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow g\gamma) = \frac{8\pi e_q^2 \alpha_E \alpha_s(Q^2)}{9\hat{s}^2} \left( \frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right), \quad (101)$$

$$\frac{d\sigma}{d\hat{t}}(qg \rightarrow q\gamma) = -\frac{\pi e_q^2 \alpha_E \alpha_s(Q^2)}{3\hat{s}^2} \left( \frac{\hat{s}}{\hat{t}} + \frac{\hat{t}}{\hat{s}} \right), \quad (102)$$

şeklinde elde edilir (Ek 2). Bunların toplamı yerine yazılırsa,  $D_g^\pi(z)$  glüyonlar için,  $D_q^\pi(z)$  kuarklar için paylaşım fonksiyonları ve  $G_{q/h}$  patrondaki kuarkların dağılım oranı olmak üzere, önder–twist katkıları,

$$\begin{aligned}
\left(\Sigma_M^{LT}\right)_{pp} \equiv E \frac{d\sigma}{d^3p} = \sum_q \int_0^1 dx_1 dx_2 dz \left\{ G_{q_1/h_1}(x_1) G_{q_2/h_2}(x_2) D_g^r(z) \frac{\hat{s}}{\pi z^2} \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow g\gamma) \right. \\
\left. + G_{q_1/h_1}(x_1) G_{g/h_2}(x_2) D_q^r(z) \frac{\hat{s}}{\pi z^2} \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(qg \rightarrow q\gamma) \right\} \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}), \quad (103)
\end{aligned}$$

elde edilir.  $x_1, x_2$  partonların taşıdığı momentum kesirleri,  $z = -(x_1 t + x_2 u) / x_1 x_2 s$  ve alt sürecin Mandelstam değişkenleri  $\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}$  sırasıyla,

$$\hat{s} = x_1 x_2 s, \quad \hat{t} = \frac{x_1 t}{z}, \quad \hat{u} = \frac{x_2 u}{z}, \quad (104)$$

kullanılarak, (103) eşitliğinde  $z$  –değişkeni üzerinden integral alınır,

$$\begin{aligned}
\left(\Sigma_M^{LT}\right)_{pp} \equiv E \frac{d\sigma}{d^3p} \\
= \sum_q \int_{x_{1\min}}^1 dx_1 \int_{x_{2\min}}^1 dx_2 \left\{ G_{q_1/h_1}(x_1) G_{q_2/h_2}(x_2) D_g^r(z) \frac{\hat{s}}{\pi z} \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow g\gamma) \right. \\
\left. + G_{q_1/h_1}(x_1) G_{g/h_2}(x_2) D_q^r(z) \frac{\hat{s}}{\pi z} \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(qg \rightarrow q\gamma) \right\}, \quad (105)
\end{aligned}$$

$z = -(x_1 t + x_2 u) / x_1 x_2 s$  yerine yazılırsa,  $p + p \rightarrow \pi^+(\pi^-) + \gamma$  tesir kesiti,

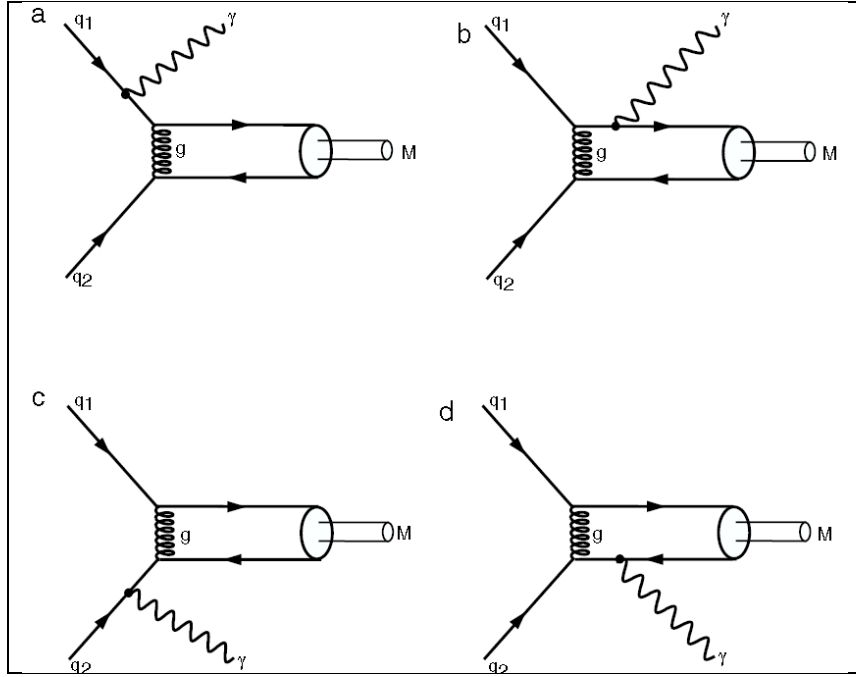
$$\begin{aligned}
\left(\Sigma_M^{LT}\right)_{pp} \equiv E \frac{d\sigma}{d^3p} = \sum_q \int_{x_{1\min}}^1 dx_1 \int_{x_{2\min}}^1 dx_2 \frac{1}{-(x_1 t + x_2 u)} \\
\times \left\{ x_1 G_{q_1/h_1}(x_1) x_2 G_{q_2/h_2}(x_2) \frac{D_g^r(z)}{\pi} \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow g\gamma) \right. \\
\left. + x_1 G_{q_1/h_1}(x_1) x_2 G_{g/h_2}(x_2) \frac{D_q^r(z)}{\pi} \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(qg \rightarrow q\gamma) \right\} \quad (106)
\end{aligned}$$

elde edilir (Ahmadov ve Burjaliyev, 2011).

### 2.1.2. pKRD ve hKRD Piyon Dalga Fonksiyonları için $p+p \rightarrow \pi^+(\pi^-) + \gamma$ 'nın Yüksek-Twist Katkıları Ve Kızılötesi Renormalonlar

Proton–proton çarpışması inklusif piyon üretiminde,  $q_1 + \bar{q}_2 \rightarrow \pi^+(\pi^-) + \gamma$  alt süreci için olası yüksek–twist Feynman çizimleri Şekil 10’de verilmektedir. Yüksek–twist yaklaşımlar, önder–twist tesir kesitinde kuvvet düzeltme terimleri olarak partonların saçılmalarını betimler.

Gözlenen piyon (Şekil 10) yüksek–twist çizimlerinde proton kuarklarından oluşur (önder-twistte durum farklıydı). Alt süreçlerde  $1/Q^2$ , terimleri piyon bileşenleri arasında sert glüyon etkileşimlerine neden olur.



Şekil 10.  $q_1 + \bar{q}_2 \rightarrow \pi^+(\pi^-) + \gamma$ , yüksek–twist alt süreçleri için Feynman çizimleri

Proton–proton çarpışması inklusif piyon üretiminde,  $p+p \rightarrow \pi^+(\pi^-) + \gamma$  süreci için (100) eşitliği,

$$\left(\Sigma_M^{HI}\right)_{pp} \equiv E \frac{d\sigma}{d^3p} = \int_0^1 \int_0^1 dx_1 dx_2 G_{q_1/h_1}(x_1) G_{q_2/h_2}(x_2) \frac{\hat{s}}{\pi} \left\{ \frac{d\sigma}{dt} (q\bar{q} \rightarrow \pi\gamma) \right\} \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}), \quad (107)$$

olarak elde edilir (Owens, 1987).

Alt süreçlerin  $T_H$ , sert-saçılma kısımlarından gelen katkıların toplamı ve  $\Phi_\pi$  piyon dalga fonksiyonu olmak üzere genlik

$$M(\hat{s}, \hat{t}) = \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \delta(1-x_1-x_2) \Phi_\pi(x_1, x_2, Q^2) T_H(\hat{s}, \hat{t}; x_1, x_2), \quad (108)$$

Brodsky–Lepage formülü ile verilir (Brodsky, 2007). Sert saçılma genliği  $T_H$ , tedirgemeli kuramlarla hesaplanır. Üretilen mezon 4'lü momentumu  $p_M$ ,  $s$ –spin durumları  $N^s_{s_1, s_2}$ , kütle merkezi gözlem çerçevesinde  $\varepsilon_\pm = \mathbb{R}(1/2)^{1/2} (0, 1, \pm i, 0)$  olmak üzere,  $T_H$  fonksiyonunun hesaplanmasında kullanılan  $q_1 q_2$  spin durumu,

$$\sum_{s_1, s_2} \frac{u_{s_1}(x, p_M) \bar{v}_{s_2}}{\sqrt{x_1} \sqrt{x_2}} \cdot N^s_{s_1, s_2} = \begin{cases} \frac{\gamma_5 p_\pi}{\sqrt{2}} & , \pi, \\ \frac{p_M}{\sqrt{2}} & , \rho_L \text{ helisiti } 0, \\ \frac{\varepsilon_\mp p_M}{\sqrt{2}} & , \rho_T \text{ helisiti } \pm 1 \end{cases} \quad (109)$$

ile verilir. Şekil 10'deki sert glüyonlar tarafından taşınan momentum kareleri  $\hat{Q}^2 = (x_1 - 1)\hat{u}$ ,  $\hat{Q}_2^2 = -x_1 \hat{t}$  dir. Mandelstam değişkenleri,

$$\hat{s} = (p_1 + p_2)^2, \quad \hat{t} = (p_1 - p_\pi)^2, \quad \hat{u} = (p_1 - p_\gamma)^2, \quad (110)$$

$C_F = 4/3$ , kuarkların yükleri  $e_1$  ve  $e_2$ , piyon dalga fonksiyonu  $\Phi_\pi$ , olmak üzere,

$$I_{\pi(pp)}(Q^2) = \int_0^1 dx \left[ \frac{\alpha_s(Q^2) \Phi_\pi(x, Q^2)}{(1-x)} \right], \quad (111)$$

ve

$$D_{pp}(\hat{t}, \hat{u}) = e_1 \hat{t} I_{\pi(pp)}(\mathcal{Q}_1^2) + e_2 \hat{u} I_{\pi(pp)}(\mathcal{Q}_2^2), \quad (112)$$

alınırsa,  $q_1 + \bar{q}_2 \rightarrow \pi^+(\pi^-) + \gamma$  alt sürecinin Ek 1'deki Feynman kurallarını kullanarak Şekil 10'daki Feynman çizimlerinin analitik ifadeleri (Ek 3) yazılıp gerekli işlemler yapıldığında diferansiyel tesir kesiti,

$$\frac{d\sigma}{d\hat{t}}(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) = \frac{8\pi^2 \alpha_E C_F}{27} \frac{[D_{pp}(\hat{t}, \hat{u})]^2}{\hat{s}^3} \left[ \frac{1}{\hat{u}^2} + \frac{1}{\hat{t}^2} \right] \quad (113)$$

olarak elde edilir.  $pp \rightarrow \pi^+(\pi^-) + \gamma + X$  sürecinde büyük  $-p_T$  piyon üretimi yüksek-twist katkıları, önder-twist katkılara benzer olarak (113), (100) ifadesinde yerine yazıldığında

$$\left( \Sigma_M^{HF} \right)_{pp} \equiv E \frac{d\sigma}{d^3p} = \int_0^1 \int_0^1 dx_1 dx_2 G_{q_1/h_1}(x_1) G_{q_2/h_2}(x_2) \frac{8\pi \alpha_E C_F}{27 \hat{s}^2} [D_{\pi(pp)}(\hat{t}, \hat{u})]^2 \left[ \frac{1}{\hat{u}^2} + \frac{1}{\hat{t}^2} \right] \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) \quad (114)$$

elde edilir. Bu eşitlikteki  $D_{pp}(\hat{t}, \hat{u})$ , (112) integrali farklı piyon dalga fonksiyonları seçilerek hesaplanıp, sayısal değerler elde edilecektir (grafiklerde verildi).

$$D_{pp}(\hat{t}, \hat{u}) = e_1 \hat{t} I_{\pi(pp)}(\mathcal{Q}_1^2) + e_2 \hat{u} I_{\pi(pp)}(\mathcal{Q}_2^2), \quad (115)$$

olduğundan koşan etkileşme sabiti kullanıldığında  $\alpha_s$  integral değişkeninden bağımsız değildir ve öncelikle regülarize edilmelidir. Bunun için  $\mathcal{Q}^2 \rightarrow \lambda \mathcal{Q}^2 = \lambda \mu_F^2$  şeklinde bir  $\lambda$ -parametresi ( $\lambda = 1 - x$  ya da  $\lambda = x$ ) tanımlanırsa renormalizasyon ölçeği  $\mathcal{Q}_1^2 = (x-1)\hat{u}$  ve  $\mathcal{Q}_2^2 = -x\hat{t}$  olarak seçilebilir. Bu durumda  $D_{pp}(\hat{t}, \hat{u})$ 'de integrali alınacak kısım (111) integrali aşağıdaki şekle dönüşür:

$$I(\mu_{R_0}^2) = \int_0^1 \frac{\alpha_s(\lambda \mu_{R_0}^2) \Phi_M(x, \mu_F^2) dx}{1-x}. \quad (116)$$



KRD'de koşan etkileşme sabiti  $Q^2 \rightarrow \lambda Q^2$  için,  $\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f$  olmak üzere

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{g_s^2(Q^2)}{4\pi} = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)} \Rightarrow \alpha_s(\lambda Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln\left(\frac{\lambda Q^2}{\Lambda^2}\right)}, \quad (117)$$

olduğundan, örneğin,  $\lambda = 1-x$  ve  $\Phi_{asy}^p$  piyon dalga fonksiyonu seçilirse (116) integrali

$$I(\lambda Q^2) = \int_0^1 dx \frac{\alpha_s((1-x)Q^2) \Phi_{asy}^p}{1-x}, \quad (118)$$

$$= \int_0^1 dx \frac{4\pi \sqrt{3} f_\pi x(1-x)}{\beta_0 \ln\left(\frac{(1-x)Q^2}{\Lambda^2}\right)(1-x)} \sim \int_0^1 dx \frac{x}{\ln\left[\frac{(1-x)Q^2}{\Lambda^2}\right]}, \quad (119)$$

olur. Bu durumda,  $x \rightarrow 1$  için (119) integralinin ıraksak olduğu görülüyor (benzer şekilde (116) eşitliğinde  $\lambda = x$  alındığında  $x \rightarrow 0$  için yine ıraksaklık doğar).  $x=0$  ve  $x=1$  kızılotesi Renormalonlarla karşılaşıldığı görülüyor.

$\alpha = \alpha_s / \pi$  olmak üzere, renormalizasyon grup denklemi çözüldüğünde koşan etkileşme sabiti (Contopanagos, 1994),

$$\frac{\partial \alpha(\lambda Q^2)}{\partial \ln \lambda} = -\frac{\beta_0}{4} (\alpha(\lambda Q^2))^2, \quad (120)$$

$$\alpha(\lambda) \Big|_{\lambda=1} = \alpha \equiv \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi}, \quad (121)$$

$$\frac{\alpha(\lambda)}{\alpha} = \left[ 1 + \alpha \frac{\beta_0}{4} \ln \lambda \right]^{-1}, \quad (122)$$

ve  $t = 4\pi / (\alpha_s(Q^2) \beta_0) = 4 / (\alpha \beta_0)$  olmak üzere

$$\alpha(\lambda Q^2) = \frac{\alpha_s}{1 + \ln \lambda / t}, \quad (123)$$

ve (123) denklemini (115)'de yerine yazılırsa,

$$D_{\pi(pp)}(\hat{t}, \hat{u}) = e_1 \hat{t} \int_0^1 dx \frac{\alpha_s(\lambda \mu_{R_0}^2) \Phi_M(x, Q_1^2)}{1-x} + e_2 \hat{u} \int_0^1 dx \frac{\alpha_s(\lambda \mu_{R_0}^2) \Phi_M(x, Q_2^2)}{1-x}, \quad (124)$$

elde edilir.

$$t_1 = \frac{4\pi}{\alpha_s(-\hat{u})\beta_0} \quad \text{ve} \quad t_2 = \frac{4\pi}{\alpha_s(-\hat{t})\beta_0}, \quad (125)$$

olmak üzere,

$$D(\hat{t}, \hat{u}) = e_1 \hat{t} \alpha_s(-\hat{u}) t_1 \int_0^1 dx \frac{\Phi_M(x, Q_1^2)}{(1-x)(t_1 + \ln \lambda)} + e_2 \hat{u} \alpha_s(-\hat{t}) t_2 \int_0^1 dx \frac{\Phi_M(x, Q_2^2)}{(1-x)(t_2 + \ln \lambda)}, \quad (126)$$

olur. Ancak (126)'deki integral yine ıraksaklık içermekte olup  $\ln \lambda = z$  alındığında

$$\frac{1}{(t+z)} = \int_0^\infty du e^{-(t+z)u}, \quad (127)$$

olmak üzere (Zinn–Justin, 1981),

$$D = e_1 \hat{t} \alpha_s(-\hat{u}) t_1 \int_0^1 \int_0^\infty dx du \frac{\Phi_\pi(x, Q_1^2) e^{-(t_1+z)u}}{(1-x)} + e_2 \hat{u} \alpha_s(-\hat{t}) t_2 \int_0^1 \int_0^\infty dx du \frac{\Phi_\pi(x, Q_2^2) e^{-(t_2+z)u}}{(1-x)} \quad (128)$$

olur. Bu integral farklı piyon dalga fonksiyonları alınarak hesaplanabilir.

AdS/CFT (holografik KRD) piyon dalga fonksiyonu,

$$\Phi_{asy}^{hol}(x) = \frac{4}{\sqrt{3\pi}} f_{\pi} \sqrt{x(1-x)}, \quad (129)$$

olarak seçilirse (128)'deki  $D(\hat{t}, \hat{u})$  integrali

$$\begin{aligned} D(\hat{t}, \hat{u}) = & \frac{4f_{\pi}}{\sqrt{3\pi}} e_1 \hat{t} \alpha_s(-\hat{u}) t_1 \int_0^1 \int_0^{\infty} dx du x^{1/2} (1-x)^{-1/2} e^{-t_1 u} e^{-zu} \\ & + \frac{4f_{\pi}}{\sqrt{3\pi}} e_2 \hat{u} \alpha_s(-\hat{t}) t_2 \int_0^1 \int_0^{\infty} dx du x^{1/2} (1-x)^{-1/2} e^{-t_2 u} e^{-zu}, \end{aligned} \quad (130)$$

ve  $t_1$  ve  $t_2$  yerine yazılıp  $z = \ln \lambda = \ln(1-x)$  olduğu anımsanırsa

$$\begin{aligned} D(\hat{t}, \hat{u}) = & \frac{16f_{\pi}}{\sqrt{3\beta_0}} e_1 \hat{t} \int_0^1 \int_0^{\infty} dx du x^{3/2-1} (1-x)^{1/2-u-1} e^{-t_1 u} \\ & + \frac{16f_{\pi}}{\sqrt{3\beta_0}} e_2 \hat{u} \int_0^1 \int_0^{\infty} dx du x^{1/2} (1-x)^{-1/2} e^{-t_2 u}, \end{aligned} \quad (131)$$

olur. Euler Beta fonksiyonu,

$$B(\alpha, \beta) = \int_0^1 x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} dx, \quad \text{Re}(\alpha) > 0, \quad \text{Re}(\beta) > 0, \quad (132)$$

kullanıldığında, (131) eşitliği aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$D_{pp}^{hol}(\hat{t}, \hat{u}) = \frac{16f_{\pi}}{\sqrt{3\beta_0}} e_1 \hat{t} \int_0^{\infty} du e^{-t_1 u} B\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2} - u\right) + \frac{16f_{\pi}}{\sqrt{3\beta_0}} e_2 \hat{u} \int_0^{\infty} du e^{-t_2 u} B\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2} - u\right). \quad (133)$$

Benzer adımlar, AdS/CFT (holografik KRD) piyon dalga fonksiyonu,

$$\Phi_{VSBGL}^{hol}(x) = \frac{A_1 \kappa_1}{2\pi} \sqrt{x(1-x)} \exp\left(-\frac{m^2}{2\kappa_1^2 x(1-x)}\right), \quad (134)$$

olarak seçilir ve ara adımlar çözümlerse (128)'deki  $D(\hat{t}, \hat{u})$  integrali aşağıdaki gibi elde edilir:

$$D_{pp}^{hol(VSBGL)}(\hat{t}, \hat{u}) = \frac{4A_1\kappa_1}{2\beta_0} e_1 \hat{t} \int_0^\infty du e^{-t_1 u} B\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2} - u\right) + \frac{4A_1\kappa_1}{2\beta_0} e_2 \hat{u} \int_0^\infty du e^{-t_2 u} B\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2} - u\right) \quad (135)$$

Holografik hKRD ile elde edilen sonuçların pKRD ile karşılaştırılmasını sağlamak amacıyla, tedirgemeli KRD piyon dalga fonksiyonu

$$\Phi_{asy}^p(x) = \sqrt{3} f_\pi \chi(1-x), \quad (136)$$

(128)'de yerine yazılır ve

$$D(\hat{t}, \hat{u}) = \sqrt{3} f_\pi e_1 \hat{t} \alpha_s(-\hat{u}) t_1 \int_0^1 \int_0^\infty dx du x e^{-t_1} e^{-zu} + \sqrt{3} f_\pi e_2 \hat{u} \alpha_s(-\hat{t}) t_2 \int_0^1 \int_0^\infty dx du x e^{-t_2} e^{-zu} \quad (137)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{3} f_\pi e_1 \hat{t} \alpha_s(-\hat{u}) t_1}{\beta_0} \int_0^1 \int_0^\infty dx du x (1-x)^{-u} e^{-t_1 u} \\ &+ \frac{\sqrt{3} f_\pi e_2 \hat{u} \alpha_s(-\hat{t}) t_2}{\beta_0} \int_0^1 \int_0^\infty dx du x (1-x)^{-u} e^{-t_2 u}, \end{aligned} \quad (138)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{3} f_\pi e_1 \hat{t} \alpha_s(-\hat{u}) t_1}{\beta_0} \int_0^\infty du e^{-t_1 u} \left( -\frac{1}{1-u} \right) \int_0^1 x d(1-x)^{1-u} \\ &+ \frac{\sqrt{3} f_\pi e_2 \hat{u} \alpha_s(-\hat{t}) t_2}{\beta_0} \int_0^\infty du e^{-t_2 u} \left( -\frac{1}{1-u} \right) \int_0^1 x d(1-x)^{1-u}, \end{aligned} \quad (139)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{3} f_\pi e_1 \hat{t} \alpha_s(-\hat{u})}{\beta_0} \frac{4\pi}{\alpha_s(-\hat{u})} \int_0^\infty du e^{-t_1 u} \left( \frac{1}{(1-u)(2-u)} \right) \\ &+ \frac{\sqrt{3} f_\pi e_2 \hat{u} \alpha_s(-\hat{t})}{\beta_0} \frac{4\pi}{\alpha_s(-\hat{t})} \int_0^\infty du e^{-t_2 u} \left( \frac{1}{(1-u)(2-u)} \right), \end{aligned} \quad (140)$$

işlemlerinden sonra, (140) eşitliği de düzenlendiğinde,

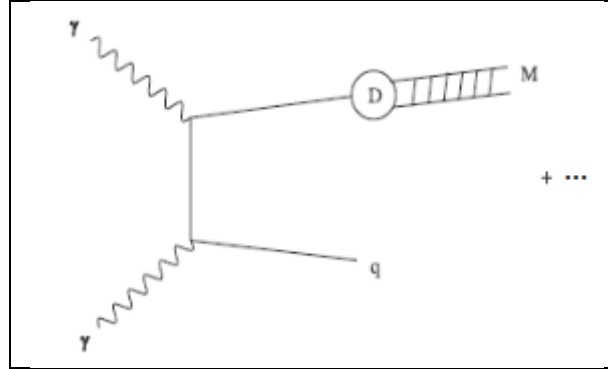
$$D_{pp}^p(\hat{t}, \hat{u}) = \frac{4\sqrt{3}\pi f_\pi e_1 \hat{t}}{\beta_0} \int_0^\infty du e^{-t_1 u} \left( \frac{1}{1-u} - \frac{1}{2-u} \right) + \frac{4\sqrt{3}\pi f_\pi e_2 \hat{u}}{\beta_0} \int_0^\infty du e^{-t_2 u} \left( \frac{1}{1-u} - \frac{1}{2-u} \right), \quad (141)$$

elde edilir.

## 2.2. Foton-Foton Çarpışması İnklsif Piyon Üretimi Sürecinin Tesir Kesiti

### 2.2.1. $\gamma^+ \gamma^- \rightarrow \pi^+(\pi^-)$ 'nin Diferansiyel Tesir Kesine Önder-Twist Katkılar

Foton-foton çarpışmasında mezon üretimi için önder-twist katkılarını veren  $\mathcal{N} \rightarrow q\bar{q}$  alt sürecinin Feynman çizimi Şekil 11' de veriliyor. Burada mezonun momentumunun  $z$ -kesrini taşıyan kuarktan dolayı olarak mezon salınıyor. Ek 1'deki Feynman kurallarından yararlanarak gerekli işlemler yapılarak bu sürecin diferansiyel tesir kesiti hesaplandığında



Şekil 11.  $\mathcal{N} \rightarrow M$  süreçlerinde önder-twist katkıları

$$\frac{d\sigma}{d\hat{t}}(\mathcal{N} \rightarrow q\bar{q}) = \frac{\pi\alpha_s^2(Q^2)}{\hat{s}} \frac{2}{3} e_q^4 \left[ \frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right], \quad (142)$$

elde edilir (Owens, 1987). Süreçte  $\hat{s}=s$ ,  $\hat{t}=t/z$ ,  $\hat{u}=u/z$  ve  $D_q^M(x, -\hat{t})$  piyonun kuark paylaşım fonksiyonu olmak üzere, (142) eşitliği (100) genel eşitliğinde yerine yazıldığında, önder–twist katkıları parton kinematik değişkenleri cinsinden,

$$\left(\Sigma_M^{LT}\right)_\gamma \equiv \frac{d\sigma}{d^3p} = \frac{3}{\pi} \sum_{q,\bar{q}} \int_0^1 \frac{dz}{z^2} \delta(\hat{s}+\hat{t}+\hat{u}) \hat{s} D_q^M(z, -\hat{t}) \frac{d\sigma}{dt}(\gamma\gamma \rightarrow q\bar{q}) \quad (143)$$

elde edilir (Ahmadov vd., 2012). Bu çalışmada  $\pi^+$  için  $D_{\pi^+/u} = D_{\pi^+/\bar{d}}$  alındı. (143)'de, proton–proton çarpışmasındakine benzer olarak,  $z$  –değişkeni üzerinden integral alınır,

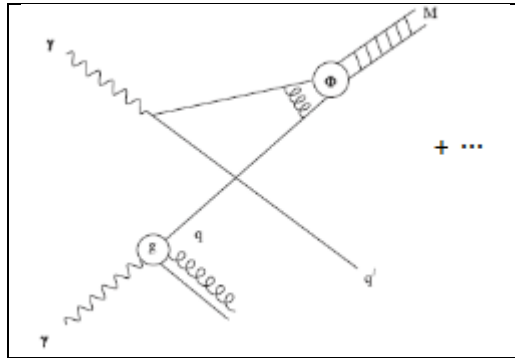
$$\left(\Sigma_M^{LT}\right)_\gamma \equiv E \frac{d\sigma}{d^3p} = \frac{3}{\pi} \sum_{q,\bar{q}} \int_0^1 d\frac{1}{z} \delta\left(\hat{s} + \frac{1}{z}(\hat{t} + \hat{u})\right) \hat{s} D_q^M(z, -\hat{t}) \frac{d\sigma}{dt}(\gamma\gamma \rightarrow q\bar{q}), \quad (144)$$

$$= \frac{34}{27} \alpha_E^2 \frac{1}{z} D_q^M(z) \frac{1}{s^2} \left[ \frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right], \quad (145)$$

elde edilir.

### 2.2.2. pKRD ve hKRD Piyon Dalga Fonksiyonları için $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+(\pi^-)$ 'nin Yüksek-Twist Katkıları Ve Kızılötesi Renormalonlar

Foton–foton çarpışmasında  $\gamma\gamma \rightarrow MX$  inklusif mezon üretimi sürecinin yüksek–twist Feynman çizimi Şekil 12'de veriliyor.



Şekil 12.  $\gamma\gamma \rightarrow M X$  sürecinin yüksek–twist katkısı veren Feynman çizimi

$\gamma\gamma \rightarrow \pi X$  sürecine katkı sağlayan yüksek–twist katkıları için alt süreç  $\gamma q \rightarrow \pi q$  olup, Mandelstam değişkenleri,

$$\hat{s}=(p_1+p_\gamma)^2, \quad \hat{t}=(p_\gamma-p_M)^2, \quad \hat{u}=(p_1-p_M)^2, \quad (146)$$

olmak üzere, Brodsky–Lepage formülü ile elde edilen genlik,

$$M(\hat{s},\hat{t})=\int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \delta(1-x_1-x_2) \Phi_\pi(x_1,x_2,Q^2) T_H(\hat{s},\hat{t};x_1,x_2), \quad (147)$$

ile verilir (Lepage ve Brodsky, 1980 ). Fotonun kuark renk dağılım fonksiyonu  $G_{q/\gamma}$  olmak üzere, Feynman çizimlerinin analitik ifadeleri yazılıp gerekli işlemler yapıldığında, derin esnek olmayan saçılma için toplam tesir kesiti,

$$\begin{aligned} \left(\Sigma_M^{HI}\right)_{\gamma\gamma} &\equiv E \frac{d\sigma}{d^3p}(\gamma\gamma \rightarrow MX) = \\ &\frac{3}{\pi} \sum_{q\bar{q}} \int_0^1 dx \delta(\hat{s}+\hat{t}+\hat{u}) \hat{s} G_{q/\gamma}(x,-\hat{t}) \frac{d\sigma}{dt}(\gamma q \rightarrow Mq) + (\hat{t} \leftrightarrow \hat{u}) \end{aligned} \quad (148)$$

elde edilir.

Piyon elektromagnetik form faktörü,

$$F_\pi(Q^2) = \int_0^1 \int_0^1 dx_1 dx_2 \Phi_\pi^*(x_1,x_2,Q^2) T_H(x_1,x_2,\alpha_s(\lambda Q^2),Q^2) \Phi_\pi(x_1,x_2,Q^2) \quad (149)$$

ile verilir. Foton–foton çarpışmasında inklusif piyon yaratılması sürecinde önemli problemlerden biri yüksek–twist alt süreçler için tesir kesiti normalizasyonudur. Piyonun elektromagnetik yapı çarpanı (form factor),

$$\frac{Q^2 F_\pi(Q^2)}{4\pi C_F \alpha_s(Q^2)} = F_\pi^2(Q^2), \quad (150)$$

eşitliğini sağladığından (Ek 5) alt sürecinin tesir kesitinin normalizasyonu bunun yardımıyla gerçekleştirilir.  $\Phi_\pi$  piyon dalga fonksiyonu olmak üzere,

$$I_{\pi(\gamma\gamma)}(\mathcal{Q}^2) = \int_0^1 dx \left[ \frac{\alpha_s(\mathcal{Q}^2) \Phi_\pi(x, \mathcal{Q}^2)}{x(1-x)} \right], \quad (151)$$

olur (Ahmadov vd, 2010).

$$D_{\pi(\gamma\gamma)}(\hat{s}, \hat{u}) = e_1 \hat{u} I_{\pi(\gamma\gamma)}(\mathcal{Q}^2) + e_2 \hat{s} I_{\pi(\gamma\gamma)}(\mathcal{Q}^2), \quad (152)$$

alındığında Şekil 12'deki sert glüyonun taşıdığı momentum karesi  $\mathcal{Q}^2 = \hat{s}/2$ ,  $\mathcal{Q}^2 = -\hat{u}/2$  olmak üzere, alt sürecin diferansiyel tesir kesiti,

$$\frac{d\sigma}{d\hat{t}}(\gamma q \rightarrow M q) = \frac{8\pi^2 \alpha_E C_F}{9} \left[ D_{\pi(\gamma\gamma)}(\hat{s}, \hat{u}) \right]^2 \frac{1}{\hat{s}^2(-\hat{t})} \left[ \frac{1}{\hat{s}^2} + \frac{1}{\hat{u}^2} \right] \quad (153)$$

elde edilir. (153) eşitliği (148)'de yerine yazılırsa sürecin diferansiyel tesir kesiti aşağıda veriliyor (Keskin, 2012);

$$\begin{aligned} \left( \Sigma_M^{HF} \right)_\gamma \equiv E \frac{d\sigma}{d^3 p}(\gamma\gamma \rightarrow M X) &= \frac{s}{s+u} \sum_{q\bar{q}} G_{q/\gamma}(x, -\hat{t}) \frac{8\pi\alpha_E C_F}{3} \frac{\left[ D_{\pi(\gamma\gamma)}(\hat{s}, \hat{u}) \right]^2}{\hat{s}^2(-\hat{t})} \left[ \frac{1}{\hat{s}^2} + \frac{1}{\hat{u}^2} \right] \\ &+ \frac{s}{s+t} \sum_{q\bar{q}} G_{q/\gamma}(x, -\hat{u}) \frac{8\pi\alpha_E C_F}{3} \frac{\left[ D_{\pi(\gamma\gamma)}(\hat{s}, \hat{u}) \right]^2}{\hat{s}^2(-\hat{u})} \left[ \frac{1}{\hat{s}^2} + \frac{1}{\hat{t}^2} \right]. \end{aligned} \quad (154)$$

Bu eşitlikteki  $D_{\pi(\gamma\gamma)}(\hat{s}, \hat{u})$  (152) integrali farklı piyon dalga fonksiyonları seçilerek hesaplanıp sayısal değerler elde edilecektir (grafiklerde verildi).

$$D_{\pi(\gamma\gamma)}(\hat{s}, \hat{u}) = e_1 \hat{u} I_{\pi(\gamma\gamma)}(\mathcal{Q}^2) + e_2 \hat{s} I_{\pi(\gamma\gamma)}(\mathcal{Q}^2), \quad (155)$$



Bu tür süreçlerde etkileşme sabiti  $\alpha_s$  yalnız ilmek integralleri için değil aynı zamanda, ilgili genlik elemanında oluşan hadron bileşenlerinin taşıdıkları ışık konisi momentum kesirleri üzerinden integrallerde de yer alır. Bu nedenle kuvvet düzeltmeleri ilmek integrallerinden ve hadron bileşenlerinin ışık konisi momentumlarından gelir. Şekil 12 ile ilişkili olarak, renormalizasyon ölçeği  $Q^2 = (1-x)\hat{s} = \hat{s}/2$  ve  $Q^2 = -x\hat{u} = -\hat{u}/2$  seçilebilir.

Koşan etkileşme sabiti kullanılarak,

$$I(\mu_{R_0}^2) = \int_0^1 dx \frac{\alpha_s(\lambda\mu_{R_0}^2)\Phi_M(x, \mu_F^2)}{x(1-x)} \quad (156)$$

yazıldığında,  $\alpha_s(\mu_{R_0}^2)$  etkileşme sabiti  $\lambda=1-x$  için  $x \rightarrow 1$ 'de ya da  $\lambda=x$  için  $x \rightarrow 0$ 'da kızılötesi tekil noktaya sahiptir. Daha önce yapıldığı gibi (bölüm 2.1.2'de) koşan etkileşme sabiti için renormalizasyon grup denkleminin çözümü (Contopanagos, 1994),

$$\alpha(\lambda Q^2) = \frac{\alpha_s}{1 + (\ln \lambda)/t}, \quad (157)$$

yapılır ve

$$t_1 = \frac{4\pi}{\alpha_s(\hat{s}/2)\beta_0} \quad \text{ve} \quad t_2 = \frac{4\pi}{\alpha_s(-\hat{u}/2)\beta_0}, \quad (158)$$

(155)'de yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} D_{\pi(\gamma)}(\hat{s}, \hat{u}) &= e_1 \hat{u} \int_0^1 dx \frac{\alpha_s(Q_1^2)\Phi_M(x, Q_1^2)}{x(1-x)} + e_2 \hat{s} \int_0^1 dx \frac{\alpha_s(\lambda\mu_{R_0}^2)\Phi_M(x, Q_2^2)}{x(1-x)}, \\ &= e_1 \hat{u} \alpha_s(\hat{s}/2) \int_0^1 dx \frac{\Phi_M(x, Q_1^2)}{x(1-x)(1 + \ln \lambda/t_1)} + e_2 \hat{s} \alpha_s(-\hat{u}/2) \int_0^1 dx \frac{\Phi_M(x, Q_2^2)}{x(1-x)(1 + \ln \lambda/t_2)}, \end{aligned} \quad (159)$$

sonucuna ulaşılır. (159)'da görüldüğü gibi  $\alpha_s(Q^2)$  artık “dondurulmuş” olduğundan integral dışına alındı. Bu integral farklı piyon dalga fonksiyonları alınarak hesaplanabilir.

AdS/CFT piyon dağılım genliği  $\Phi_{asy}^{hol}(x)$  seçilirse,  $D(\hat{s}, \hat{u})$  integrali,

$$D(\hat{s}, \hat{u}) = \frac{e_1 \hat{u} \alpha_s (\hat{s}/2) 4f_\pi}{\sqrt{3}\pi} \int_0^1 dx \frac{\sqrt{x(1-x)}}{x(1-x)(1+\ln \lambda/t_1)} + \frac{e_2 \hat{s} \alpha_s (-\hat{u}/2) 4f_\pi}{\sqrt{3}\pi} \int_0^1 dx \frac{\sqrt{x(1-x)}}{x(1-x)(1+\ln \lambda/t_2)}, \quad (160)$$

$$= \frac{e_1 \hat{u} \alpha_s (\hat{s}/2) 4f_\pi t_1}{\sqrt{3}\pi} \int_0^1 dx x^{-1/2} (1-x)^{-1/2} \frac{1}{(t_1 + \ln \lambda)} + \frac{e_2 \hat{s} \alpha_s (-\hat{u}/2) 4f_\pi t_2}{\sqrt{3}\pi} \int_0^1 dx x^{-1/2} (1-x)^{-1/2} \frac{1}{(t_2 + \ln \lambda)}, \quad (161)$$

$$= \frac{e_1 \hat{u} \alpha_s (\hat{s}/2) 4f_\pi t_1}{\sqrt{3}\pi} \int_0^\infty \int_0^1 dx du x^{1/2-u-1} (1-x)^{1/2-1} e^{-t_1 u} + \frac{e_2 \hat{s} \alpha_s (-\hat{u}/2) 4f_\pi t_2}{\sqrt{3}\pi} \int_0^\infty \int_0^1 dx du x^{1/2-u-1} (1-x)^{1/2-1} e^{-t_2 u}, \quad (162)$$

ve (bölüm 2.1.2 deki) benzer adımlar tekrarlanırsa,

$$D_{\pi(\gamma\gamma)}^{hol}(\hat{s}, \hat{u}) = \frac{16f_\pi \hat{u} e_1}{\sqrt{3}\beta_0} \int_0^\infty du e^{-t_1 u} B\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} - u\right) + \frac{16f_\pi \hat{s} e_2}{\sqrt{3}\beta_0} \int_0^\infty du e^{-t_2 u} B\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} - u\right), \quad (163)$$

sonucuna ulaşılır.

Benzer adımlar, AdS/CFT (holografik KRD) piyon dalga fonksiyonu,

$$\Phi_{VSBGL}^{hol}(x) = \frac{A\kappa_1}{2\pi} \sqrt{x(1-x)} \exp\left(-\frac{m^2}{2\kappa_1^2 x(1-x)}\right), \quad (164)$$

olarak seçilir ve ara adımlar çözümlerse,

$$D_{\pi(\gamma\gamma)}^{hol(VSBGL)}(\hat{s}, \hat{u}) = \frac{4A\kappa_1 \hat{u} e_1}{2\beta_0} \int_0^\infty du e^{-t_1 u} B\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} - u\right) + \frac{4A\kappa_1 \hat{s} e_2}{2\beta_0} \int_0^\infty du e^{-t_2 u} B\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} - u\right), \quad (165)$$

elde edilir.

Holografik KRD ile elde edilen sonuçların pKRD ile karşılaştırılmasını sağlamak amacıyla, tedirgemeli KRD piyon dalga fonksiyonu

$$\Phi_{asy}^p(x) = \sqrt{3} f_\pi x(1-x), \quad (166)$$

kullanılarak benzer adımlar tekrarlanırsa,

$$D(\hat{s}, \hat{u}) = e_1 \hat{u} \int_0^1 dx \frac{\alpha_s(\lambda \mu_{R_0}^2) \Phi_{asy}^p(x)}{x(1-x)} + e_2 \hat{s} \int_0^1 dx \frac{\alpha_s(\lambda \mu_{R_0}^2) \Phi_{asy}^p(x)}{x(1-x)}, \quad (167)$$

$$= e_1 \hat{u} \alpha_s(\hat{s}/2) \sqrt{3} f_\pi t_1 \int_0^1 dx \frac{1}{t_1 + \ln \lambda} + e_2 \hat{s} \alpha_s(-\hat{u}/2) \sqrt{3} f_\pi t_2 \int_0^1 dx \frac{1}{t_2 + \ln \lambda}, \quad (168)$$

$\ln \lambda = z$ , değişken dönüşümü yapıldıktan sonra,

$$D(\hat{s}, \hat{u}) = \sqrt{3} e_1 \hat{u} \alpha_s(\hat{s}/2) f_\pi t_1 \int_0^1 \int_0^1 dx dz e^{-(t_1+z)u} + \sqrt{3} e_2 \hat{s} \alpha_s(-\hat{u}/2) f_\pi t_2 \int_0^1 \int_0^1 dx dz e^{-(t_2+z)u}, \quad (169)$$

$$D_{\pi(\gamma)}^p(\hat{s}, \hat{u}) = \frac{4\sqrt{3}\pi f_\pi e_1 \hat{u}}{\beta_0} \int_0^\infty du e^{-t_1 u} \left( \frac{1}{1-u} \right) + \frac{4\sqrt{3}\pi f_\pi e_2 \hat{s}}{\beta_0} \int_0^\infty du e^{-t_2 u} \left( \frac{1}{1-u} \right), \quad (170)$$

olarak elde edilir. Koşan etkileşme sabiti yaklaşımında elde edilen yüksek-twist katkıları  $(\Sigma_\pi^{HF})_{\gamma\gamma}^{res}$  ile gösterilmiştir.

Bölüm 2.1 ve Bölüm 2.2 de hesaplanan yüksek-twist katkıları koşan etkileşme sabiti kullanılarak yapıldı. Özetlenirse, koşan etkileşme sabiti kullanıldığında hesapları yapılan (112) ve (152) integrallerinde  $\alpha_s(Q^2)$  integral değişkeninden bağımsız değildi. Bu nedenle (renormalizasyon grup denklemlerinin çözümü kullanılarak)  $\alpha_s(Q^2)$ , dondurulmuş etkileşme sabitine dönüştürülerek integral dışına alındı. Dondurulmuş etkileşme sabiti kullanılarak elde edilen sonuçlar yukarıdaki işlemlerde  $\alpha_s(Q^2)$  sabit olduğundan doğrudan integralin dışına alınarak benzer işlemler tekrarlanır (Ahmadov vd., 2012).

### 3. BULGULAR

#### 3.1. $p+p \rightarrow \pi^+(\pi^-)+\gamma+X$ Süreci

$p+p \rightarrow \pi^+(\pi^-)+\gamma+X$  sürecinin, (101) ve (102) diferansiyel tesir kesitleri (106)'da yerine yazılarak, önder-twist katkıları,

$$\begin{aligned} \left(\Sigma_M^{LT}\right)_{pp} &\equiv E \frac{d\sigma}{d^3p} = \sum_q \int_{x_{1\min}}^1 dx_1 \int_{x_{2\min}}^1 dx_2 \frac{1}{-(x_1 t + x_2 u)} \\ &\times \left\{ x_1 G_{q_1/h_1}(x_1) s x_2 G_{q_2/h_2}(x_2) D_g^x(z) \frac{8e^2 \alpha_E \alpha_s(Q^2)}{9\hat{s}^2} \left( \frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right) \right. \\ &\left. + x_1 G_{q_1/h_1}(x_1) s x_2 G_{g/h_2}(x_2) D_q^x(z) \frac{(-1)e^2 \alpha_E \alpha_s(Q^2)}{3\hat{s}^2} \left( \frac{\hat{s}}{\hat{t}} + \frac{\hat{t}}{\hat{s}} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (171)$$

elde edildi.

$p+p \rightarrow \pi^+(\pi^-)+\gamma+X$  sürecinin, (133) eşitliği (114)'de yerine yazılarak, hKRD'de elde edilmiş  $\Phi_{asy}^{hol}(x)$  holografik piyon dalga fonksiyonu için, yüksek-twist katkıları,

$$\begin{aligned} \left(\Sigma_M^{HT}\right)_{pp}^{hol} &\equiv E \frac{d\sigma}{d^3p} = \int_0^1 \int_0^1 dx_1 dx_2 G_{q_1/h_1}(x_1) G_{q_2/h_2}(x_2) \frac{2048\pi\alpha_E C_F f_\pi^2}{81\beta_0^2 \hat{s}^2} \times \\ &\times \left[ e_1 \hat{t} \int_0^\infty du e^{-t_1 u} B\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2} - u\right) + e_2 \hat{u} \int_0^\infty du e^{-t_2 u} B\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2} - u\right) \right]^2 \left[ \frac{1}{\hat{u}^2} + \frac{1}{\hat{t}^2} \right] \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}), \end{aligned} \quad (172)$$

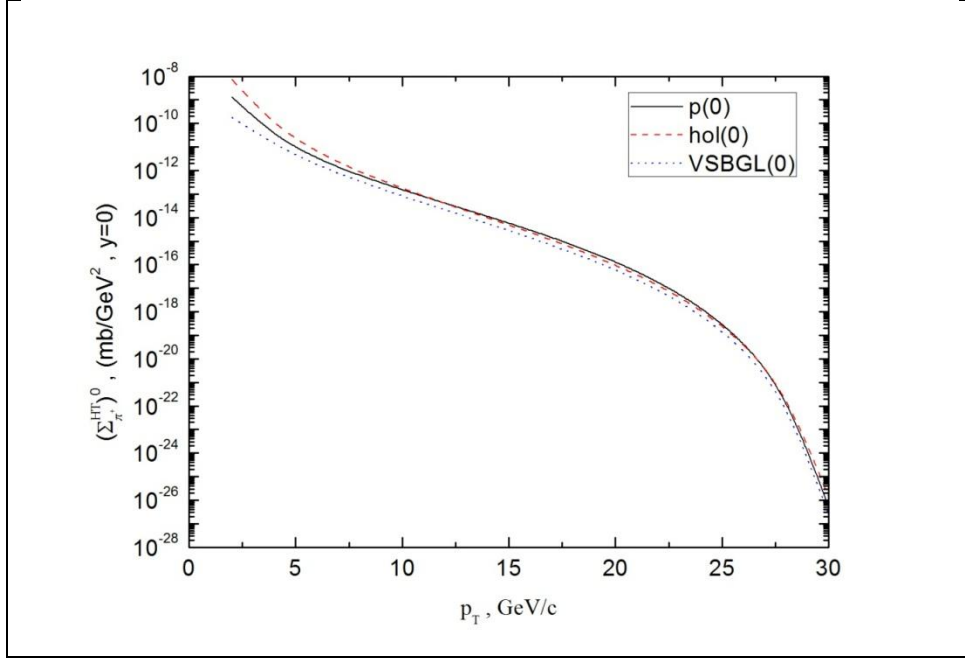
(135) eşitliği (114)'de yerine yazılarak, hKRD'de elde edilmiş  $\Phi_{VSBG}^{hol}(x)$  holografik piyon dalga fonksiyonu için, yüksek-twist katkıları,

$$\begin{aligned} \left(\Sigma_M^{HI}\right)_{pp}^{hol(VSBGL)} &\equiv E \frac{d\sigma}{d^3p} = \int_0^1 \int_0^1 dx_1 dx_2 G_{q_1/h_1}(x_1) G_{q_2/h_2}(x_2) \frac{32\pi\alpha_E C_F A_1^2 \kappa_1^2}{27\beta_0^2 \hat{s}^2} \times \\ &\times \left[ e_1 \hat{t} \int_0^\infty du e^{-t_1 u} B\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2} - u\right) + e_2 \hat{u} \int_0^\infty du e^{-t_2 u} B\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2} - u\right) \right]^2 \left[ \frac{1}{\hat{u}^2} + \frac{1}{\hat{t}^2} \right] \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}), \quad (173) \end{aligned}$$

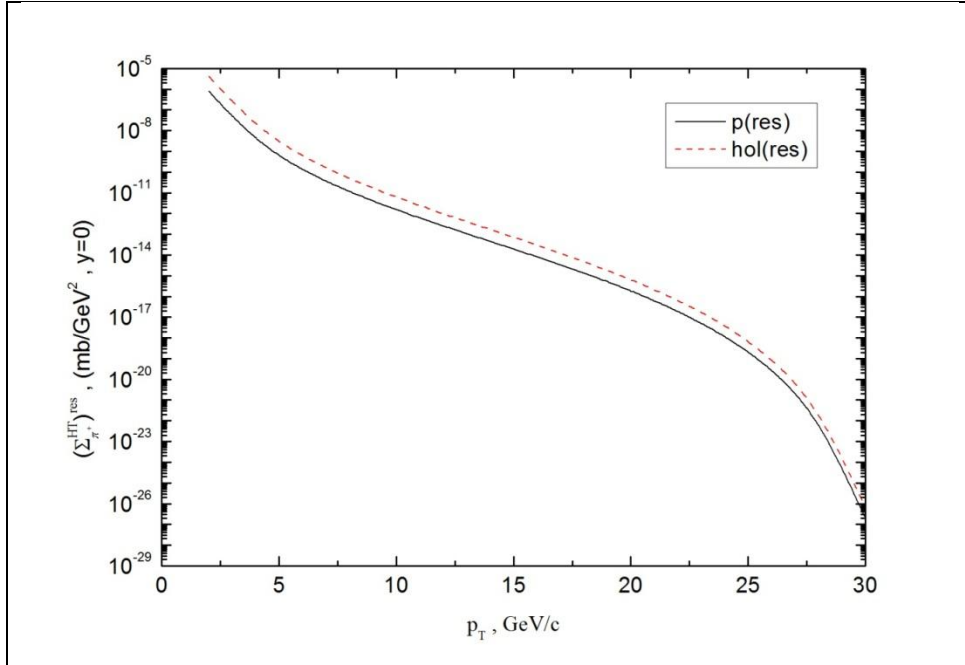
elde edildi ve (141) eşitliği (114)'de yerine yazılarak, pKRD'de elde edilmiş  $\Phi_{asy}^p(x)$  tedirgemeli piyon dalga fonksiyonu için, yüksek-twist katkıları,

$$\begin{aligned} \left(\Sigma_M^{HI}\right)_{pp}^p &\equiv E \frac{d\sigma}{d^3p} = \int_0^1 \int_0^1 dx_1 dx_2 G_{q_1/h_1}(x_1) G_{q_2/h_2}(x_2) \frac{128\pi^3 f_\pi^2 \alpha_E C_F}{9\beta_0^2 \hat{s}^2} \left( \frac{1}{\hat{u}} + \frac{1}{\hat{t}} \right) \times \\ &\times \left[ e_1 \hat{t} \int_0^\infty du e^{-t_1 u} \left( \frac{1}{1-u} - \frac{1}{2-u} \right) + e_2 \hat{u} \int_0^\infty du e^{-t_2 u} \left( \frac{1}{1-u} - \frac{1}{2-u} \right) \right]^2 \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}), \quad (174) \end{aligned}$$

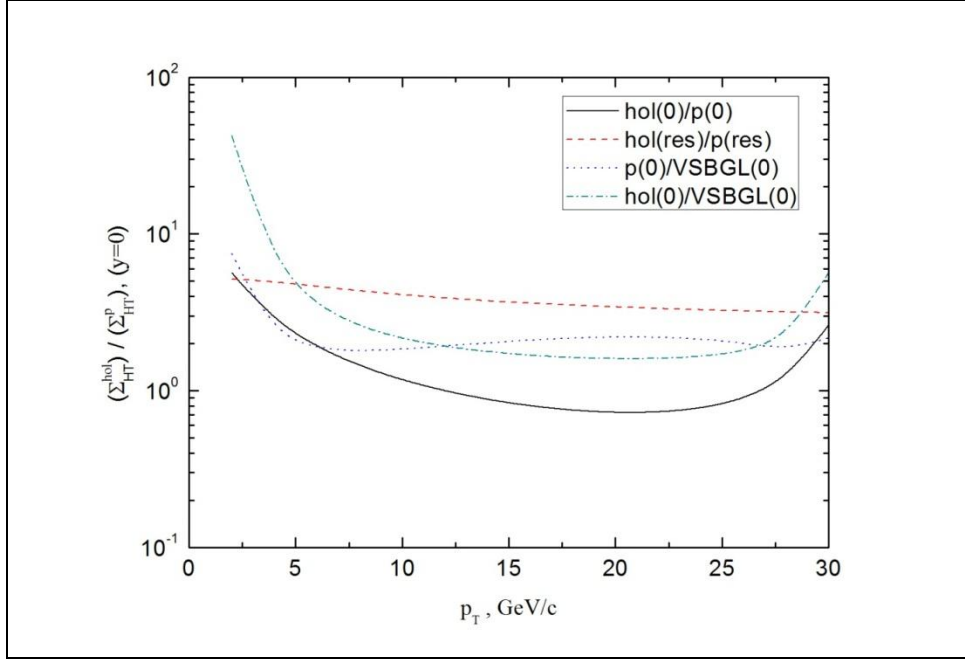
(172), (173) ve (174)'deki (genel olarak (111) integralindeki) kızılötesi renormalon kutupların yapısı, seçilen piyon dalga fonksiyonuna bağlıdır. Protondaki bağlı kuarkların dağılım fonksiyonları için MSTW dağılım fonksiyonları (Martin, 2009) ve piyonun kuark ve glüyondaki paylaşım fonksiyonları (Albino vd., 2005) kullanılarak, Cauchy temel değer yöntemiyle (Agaev, 1995) (Mathematica 7.1 ve Orijin Pro 8.0 bilgisayar programı ile sayısal sonuçlar ve grafikler) hesaplandı. Elde edilen sayısal sonuçlar Şekil 13–21'de ( $\sqrt{s} = 62,4 \text{ GeV}$  için), Şekil 22-25'de ( $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$  için) verildi.



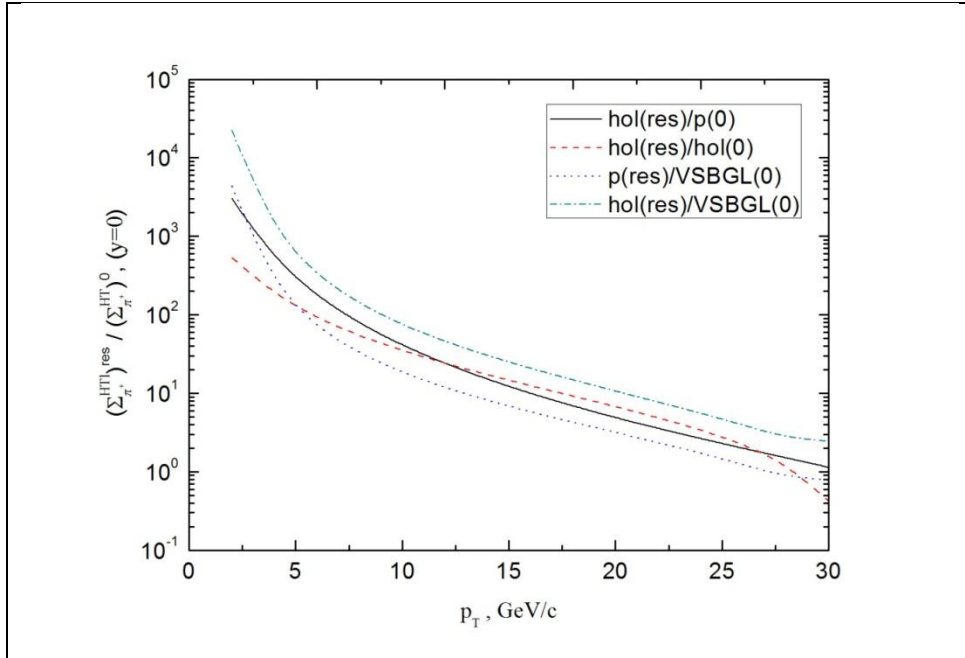
Şekil 13. Yüksek twist  $\pi^+$  üretim tesir kesiti  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^0$  nin,  $\sqrt{s}=62.4 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon enine momentumu  $p_T$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi



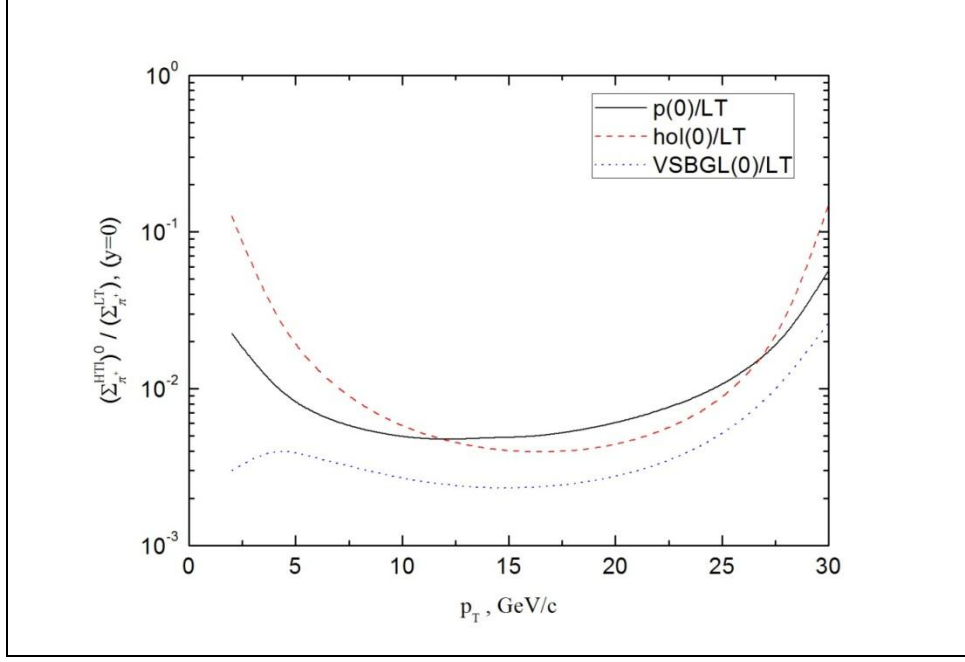
Şekil 14. Yüksek twist  $\pi^+$  üretim tesir kesiti  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^{res}$  nin,  $\sqrt{s}=62.4 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi



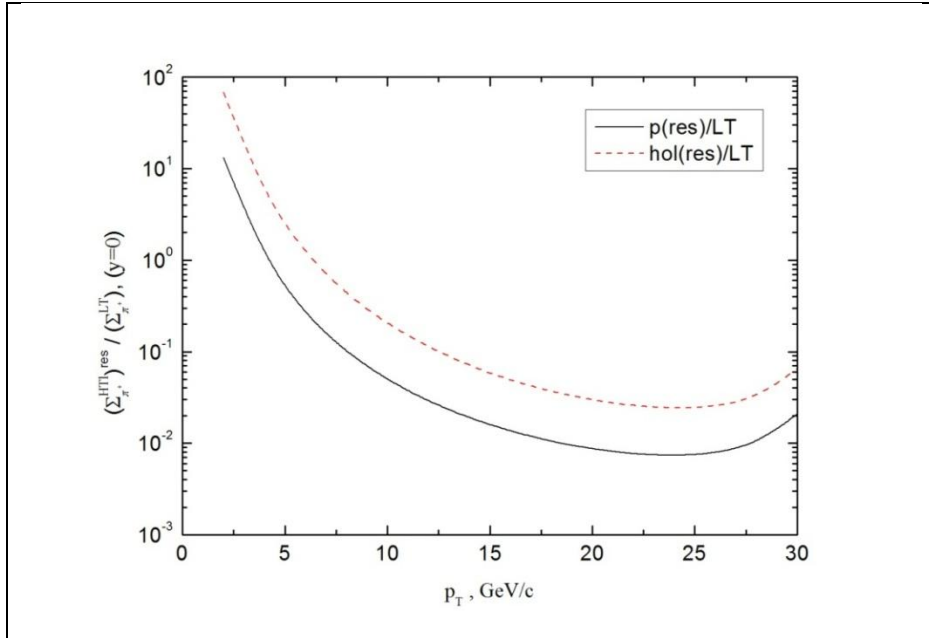
Şekil 15.  $(\Sigma_{\pi^+}^{hol}) / \Sigma_{\pi^+}^p$  oranının,  $\sqrt{s}=62.4 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi.



Şekil 16.  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^{res} / (\Sigma_{\pi^+}^{HT})^0$  oranının,  $\sqrt{s}=62.4 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi

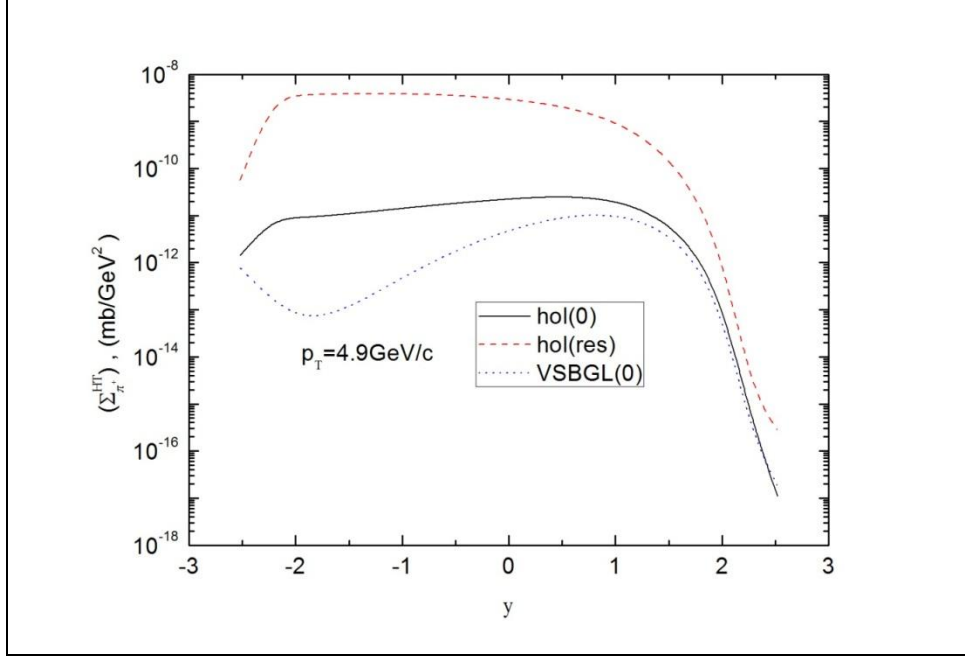


Şekil 17.  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^0 / (\Sigma_{\pi^+}^{LT})^0$  oranının,  $\sqrt{s}=62.4 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi

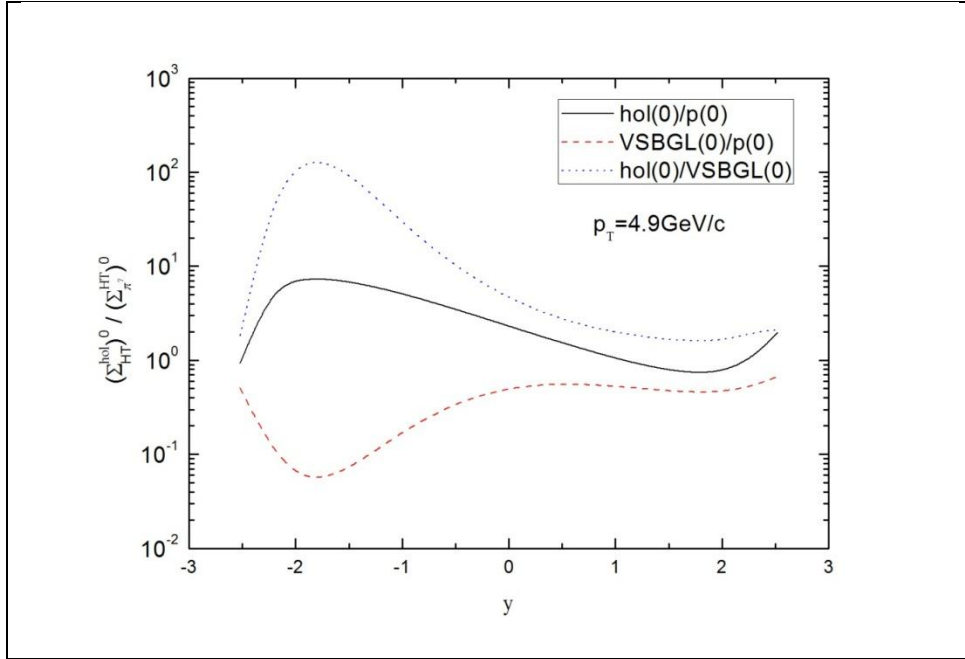


Şekil 18.  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^{res} / (\Sigma_{\pi^+}^{LT})^0$  oranının,  $\sqrt{s}=62.4 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi

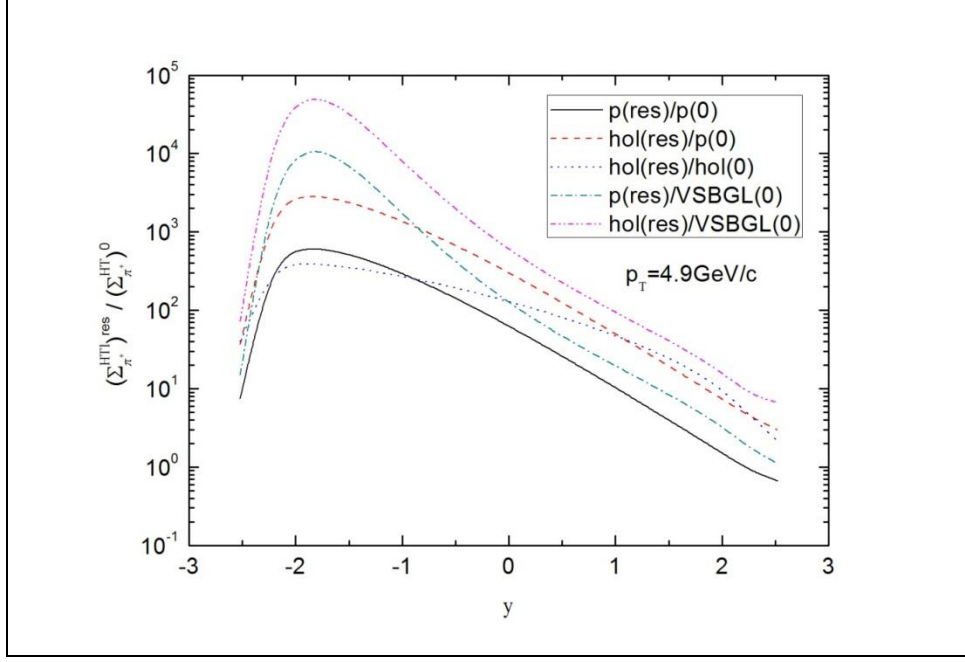




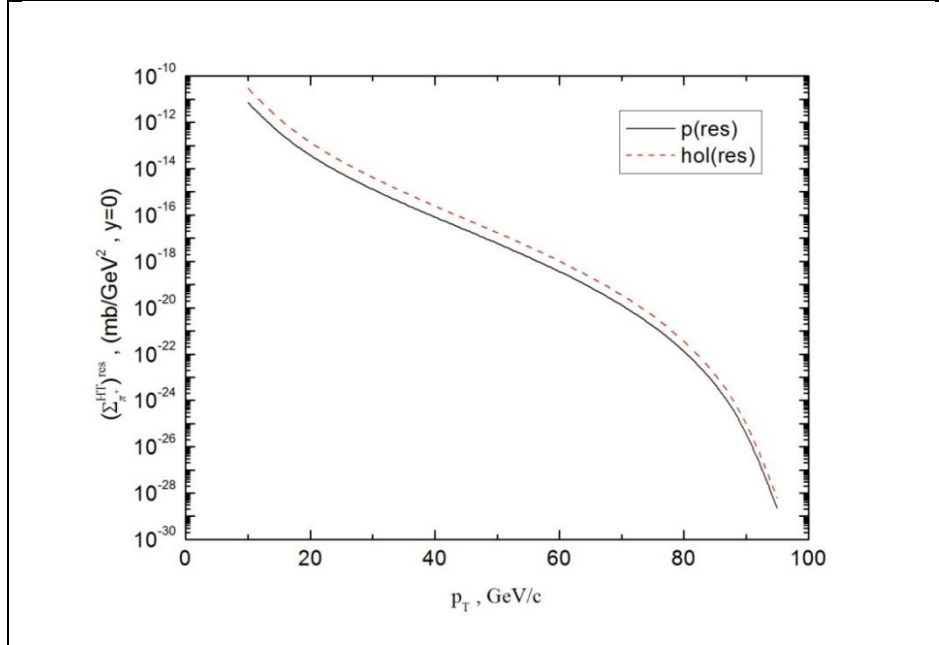
Şekil 19. Yüksek twist  $\pi^+$  üretimi tesir kesiti  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})$ 'nin,  $\sqrt{s}=624 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde piyon geçiş momentumun  $p_T=4.9 \text{ GeV}/c$  değerinde,  $y$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi



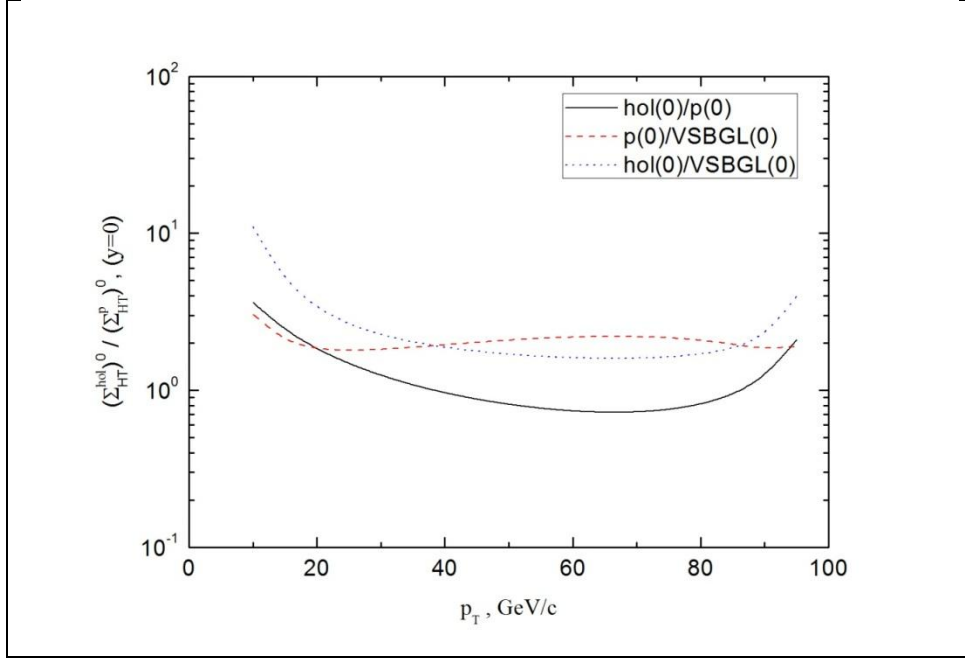
Şekil 20.  $(\Sigma_{HT}^{hol})^0 / (\Sigma_{\pi^+}^{HT})^0$  oranının,  $\sqrt{s}=624 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde piyon geçiş momentumun  $p_T=4.9 \text{ GeV}/c$  değerinde,  $y$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi



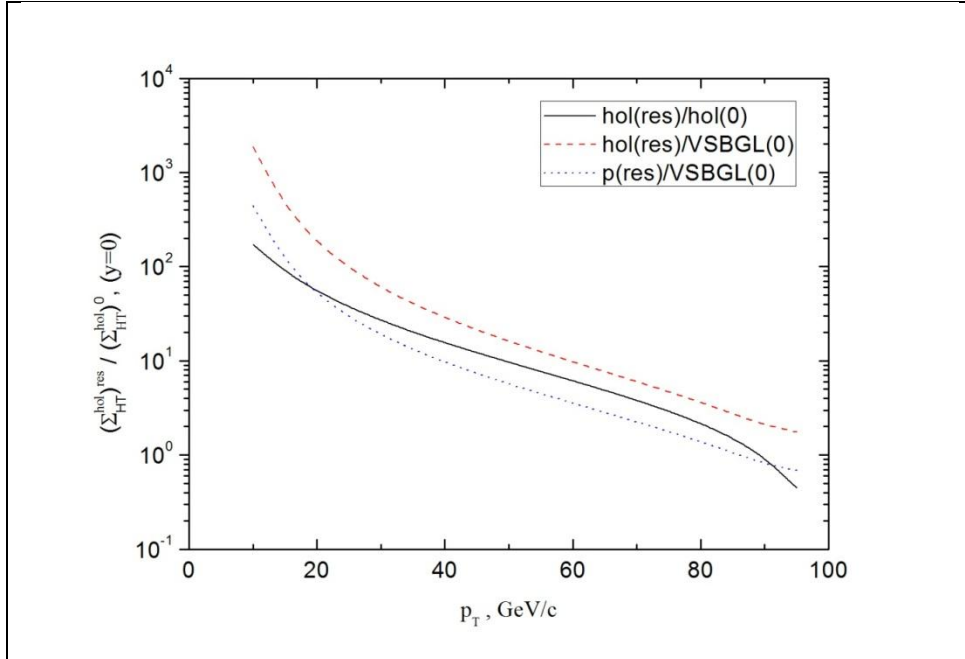
Şekil 21.  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^{res} / (\Sigma_{\pi^+}^{HT})^0$  oranının,  $\sqrt{s} = 62.4 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde piyon geçiş momentumun  $p_T = 4.9 \text{ GeV}/c$  değerinde,  $y$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi



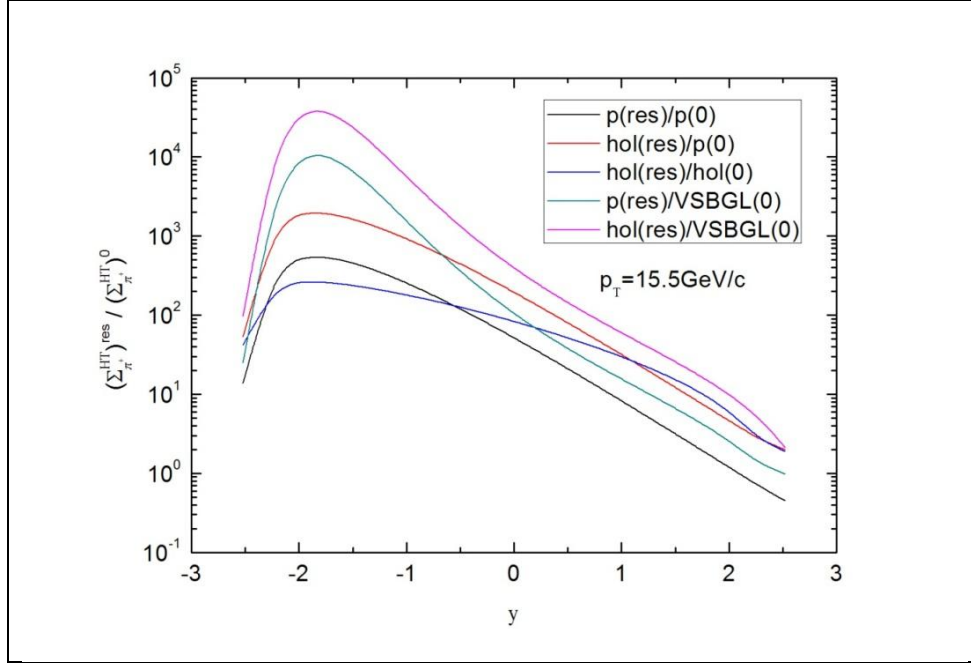
Şekil 22. Yüksek twist  $\pi^+$  üretim tesir kesiti  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^{res}$ 'nin,  $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi



Şekil 23.  $(\Sigma_{HT}^{hol})^0 / (\Sigma_{HT}^p)^0$  oranının,  $\sqrt{s}=200 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi



Şekil 24.  $(\Sigma_{HT}^{hol})^{res} / (\Sigma_{HT}^{hol})^0$  oranının,  $\sqrt{s}=200 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi



Şekil 25.  $(\Sigma_{\pi^\pm}^{HT})^{res} / (\Sigma_{\pi^\pm}^{HT})^0$  oranının,  $\sqrt{s}=200 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde piyon geçiş momentumunun  $p_T=15.5 \text{ GeV}/c$  değerinde,  $y$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi

### 3.2. $\gamma+\gamma \rightarrow M+X$ Süreci

$\gamma+\gamma \rightarrow M+X$  sürecinin, (142) diferansiyel tesir kesiti (144)'de yerine yazılarak, önder-twist katkıları

$$\left(\Sigma_M^{LT}\right)_\gamma \equiv E \frac{d\sigma}{d^3p} = \frac{34}{27} \alpha_E^2 \frac{1}{z} D_q^M(z) \frac{1}{\hat{s}^2} \left[ \frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right], \quad (175)$$

elde edildi.

$\gamma+\gamma \rightarrow M+X$  sürecinin, (163) eşitliği (154)'de yerine yazılarak, hKRD'de elde edilmiş  $\Phi_{asy}^{hol}(x)$  piyon dalga fonksiyonu için yüksek-twist katkıları,

$$\begin{aligned}
\left(\Sigma_M^{HT}\right)_{\gamma\gamma} \equiv E \frac{d\sigma}{d^3p}(\gamma\gamma \rightarrow MX) = & \frac{s}{s+u} \sum_{q\bar{q}} G_{q/\gamma}(x, -\hat{t}) \frac{8\pi\alpha_E C_F}{3} \frac{\left[D_{\pi(\gamma\gamma)}^{hol}(\hat{s}, \hat{u})\right]^2}{\hat{s}^2(-\hat{t})} \left[\frac{1}{\hat{s}^2} + \frac{1}{\hat{u}^2}\right] \\
& + \frac{s}{s+t} \sum_{q\bar{q}} G_{q/\gamma}(x, -\hat{u}) \frac{8\pi\alpha_E C_F}{3} \frac{\left[D_{\pi(\gamma\gamma)}^{hol}\right]^2}{\hat{s}^2(-\hat{u})} \left[\frac{1}{\hat{s}^2} + \frac{1}{\hat{t}^2}\right], \quad (176)
\end{aligned}$$

elde edildi.

(165) eşitliği (154)'de yerine yazılarak, hKRD'de elde edilmiş  $D_{\pi(\gamma\gamma)}^{hol(VSBGL)}$  piyon dalga fonksiyonu için yüksek-twist katkıları,

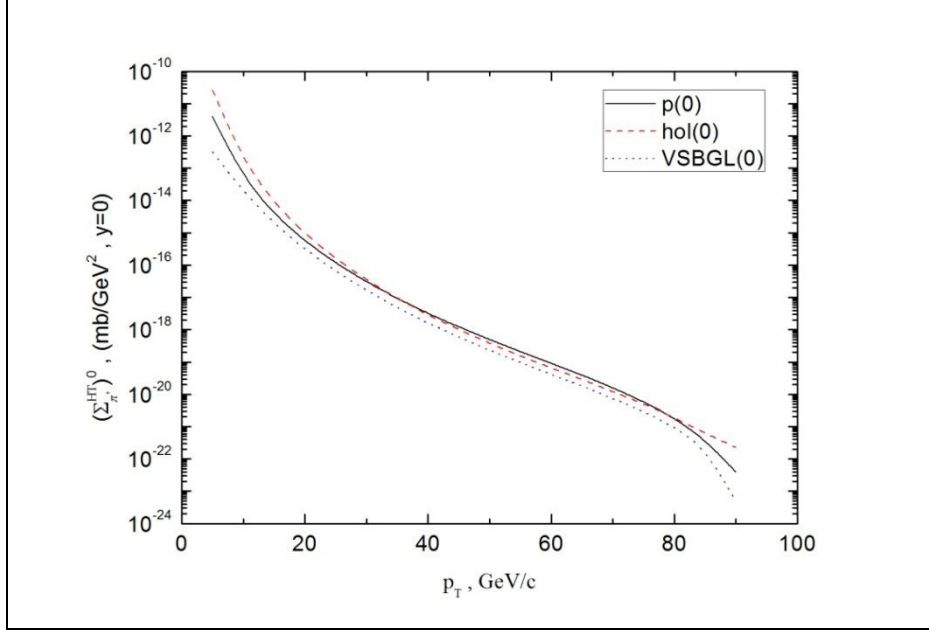
$$\left(\Sigma_M^{HT}\right)_{\gamma\gamma} \equiv E \frac{d\sigma}{d^3p}(\gamma\gamma \rightarrow MX) = \frac{s}{s+u} \sum_{q\bar{q}} G_{q/\gamma}(x, -\hat{t}) \frac{8\pi\alpha_E C_F}{3} \frac{\left[D_{\pi(\gamma\gamma)}^{hol(VSBGL)}\right]^2}{\hat{s}^2(-\hat{t})} \left[\frac{1}{\hat{s}^2} + \frac{1}{\hat{u}^2}\right], \quad (177)$$

(170) eşitliği (154)'de yerine yazılarak, pKRD'de elde edilmiş  $\Phi_{asy}^p(x)$  piyon dalga fonksiyonu için yüksek-twist katkıları,

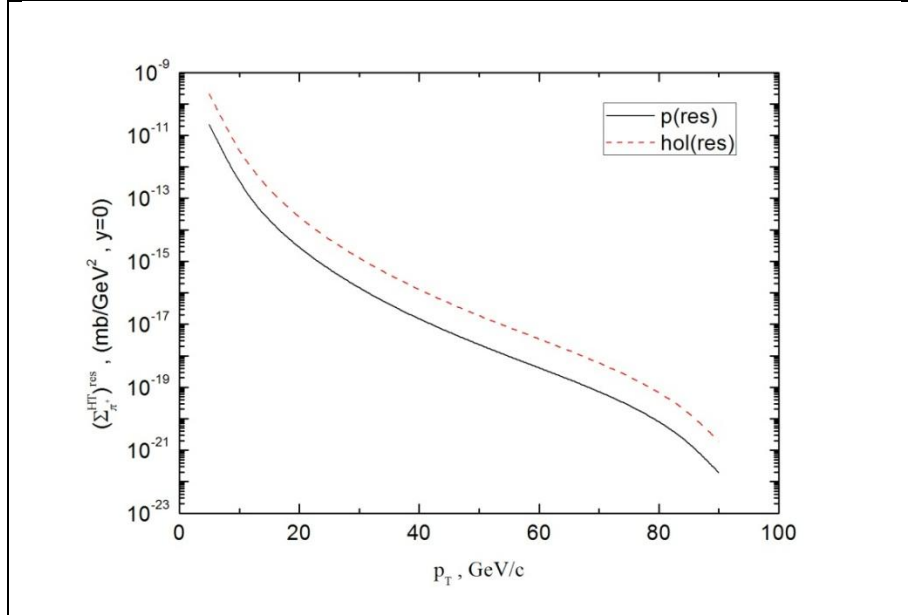
$$\left(\Sigma_M^{HT}\right)_{\gamma\gamma} \equiv E \frac{d\sigma}{d^3p}(\gamma\gamma \rightarrow MX) = \frac{s}{s+u} \sum_{q\bar{q}} G_{q/\gamma}(x, -\hat{t}) \frac{8\pi\alpha_E C_F}{3} \frac{\left[\Phi_{asy}^p(x)\right]^2}{\hat{s}^2(-\hat{t})} \left[\frac{1}{\hat{s}^2} + \frac{1}{\hat{u}^2}\right], \quad (178)$$

elde edildi.

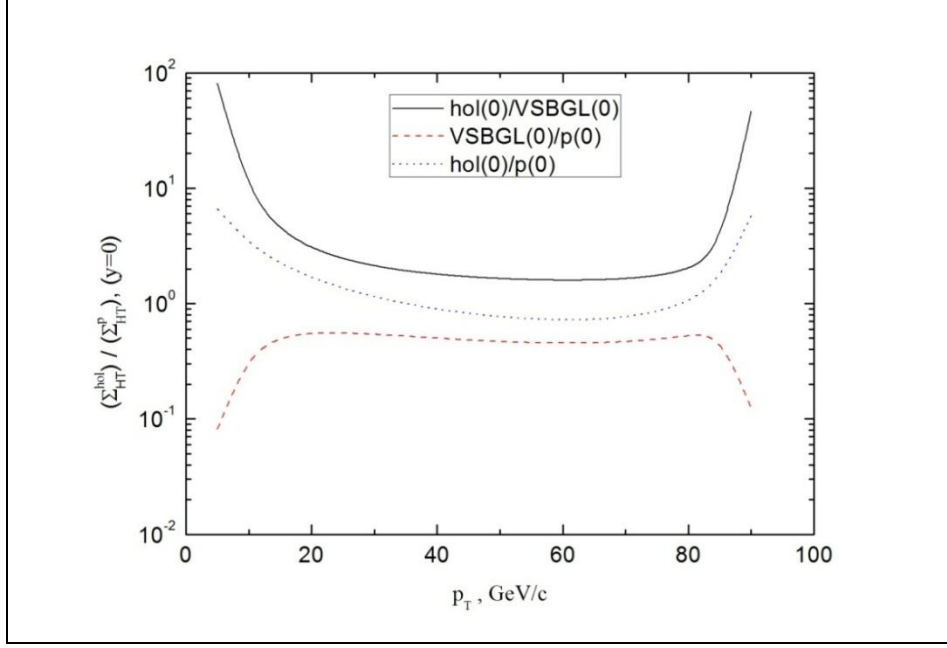
$\gamma + \gamma \rightarrow M + X$  sürecinde, seçilen piyon dalga fonksiyona bağlı olarak, koşan etkileşme sabiti ve dondurulmuş etkileşme sabiti kullanılarak yüksek twist katkılarının sonuçları, protondaki bağlı kuarkların dağılım fonksiyonları için MSTW dağılım fonksiyonları (Martin, 2009) ve piyonun kuark ve glüyondaki paylaşım fonksiyonları (Albino vd., 2005) sonuçları kullanılarak elde edilen sayısal sonuçlar, Şekil 26–31'de  $\sqrt{s} = 183 \text{ GeV}$  için Şekil 32–36'da  $\sqrt{s} = 209 \text{ GeV}$  için gösterilmiştir.



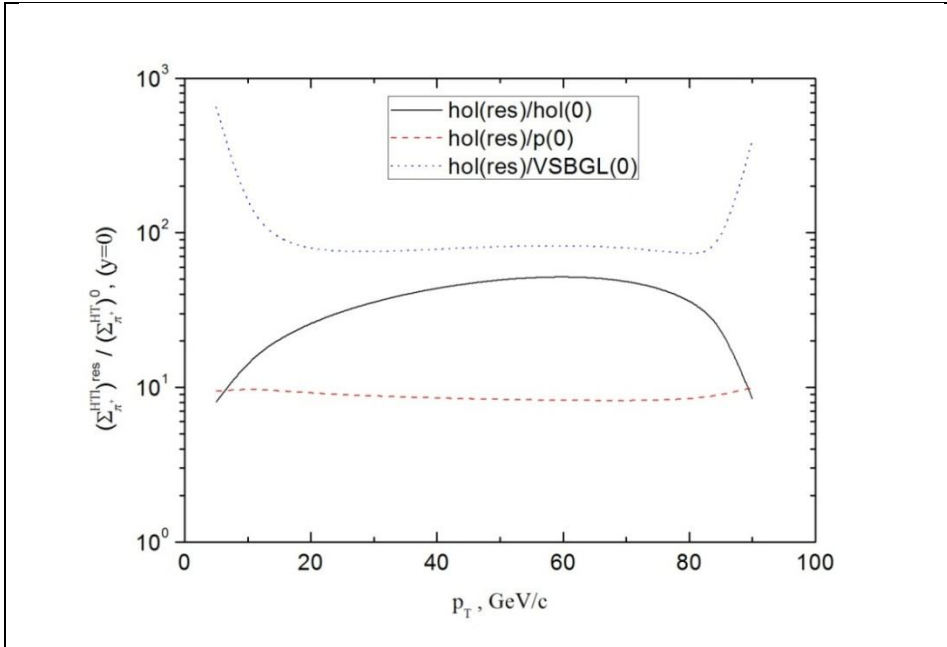
Şekil 26.  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^0$ , yüksek-twist  $\pi^+$  üretimi tesir kesitinin,  $\sqrt{s}=183 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi



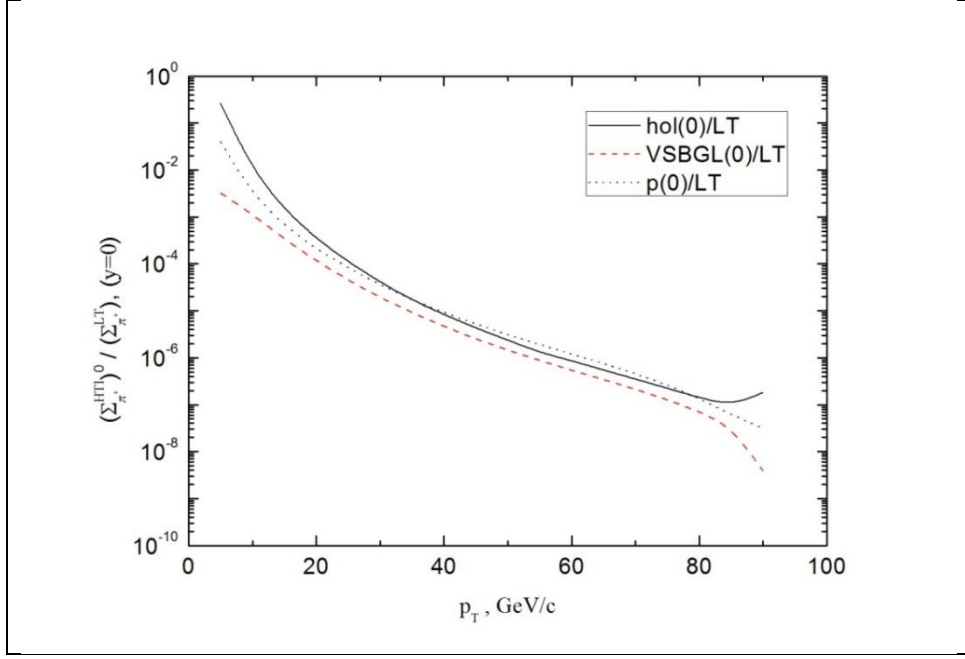
Şekil 27.  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^{res}$ , yüksek-twist  $\pi^+$  üretimi tesir kesitinin,  $\sqrt{s}=183 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi



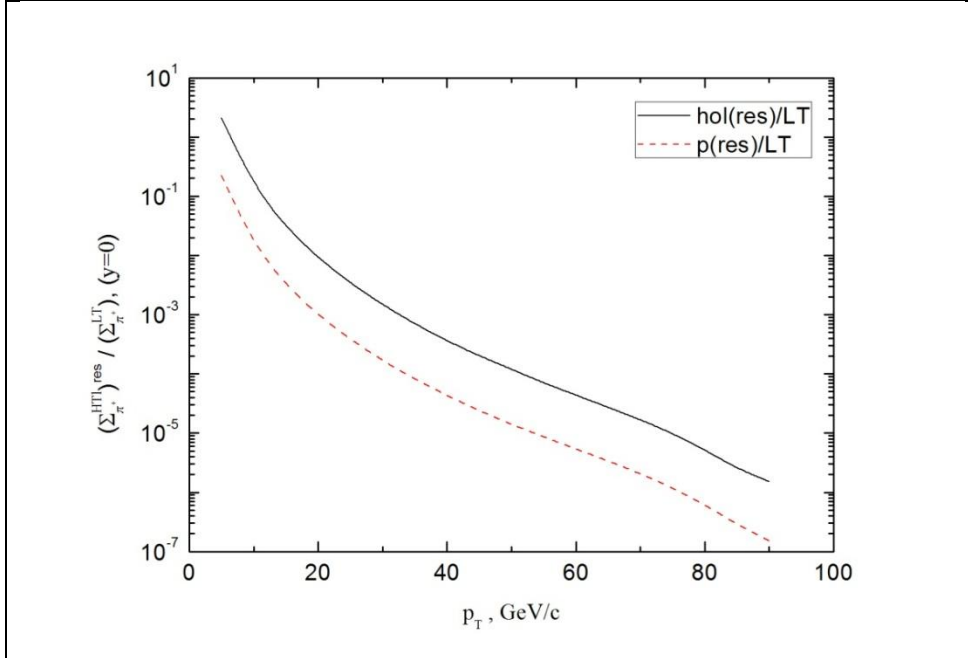
Şekil 28.  $(\Sigma_{HT}^{hol})^0 / (\Sigma_{\pi^+}^{hol})^0$  oranının,  $\sqrt{s}=183 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi



Şekil 29.  $(\Sigma_{HT}^{hol})^{res} / (\Sigma_{\pi^+}^{hol})^0$  oranının,  $\sqrt{s}=183 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi

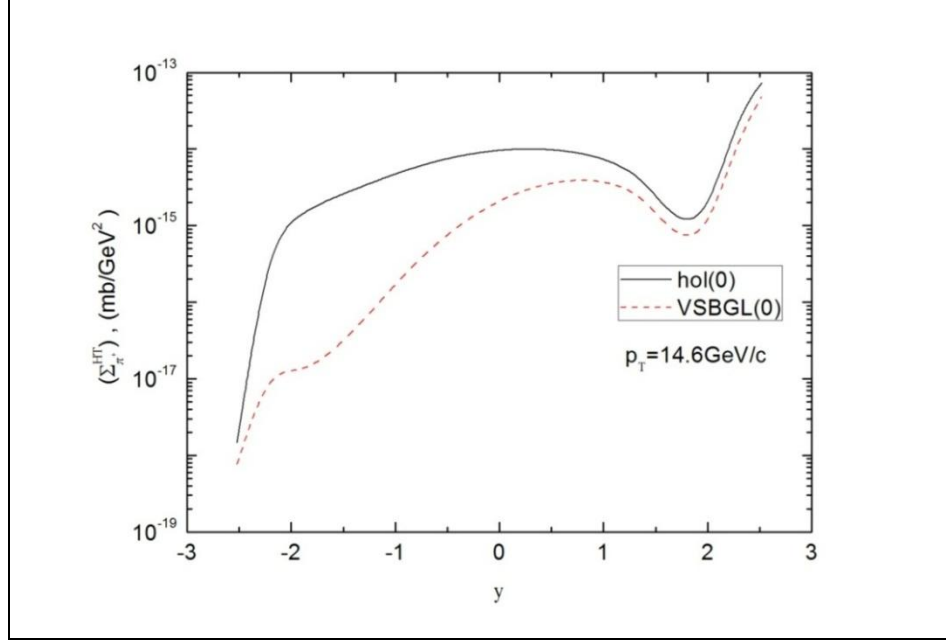


Şekil 30.  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^0 / (\Sigma_{\pi^+}^{LT})$  oranının,  $\sqrt{s}=183 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi

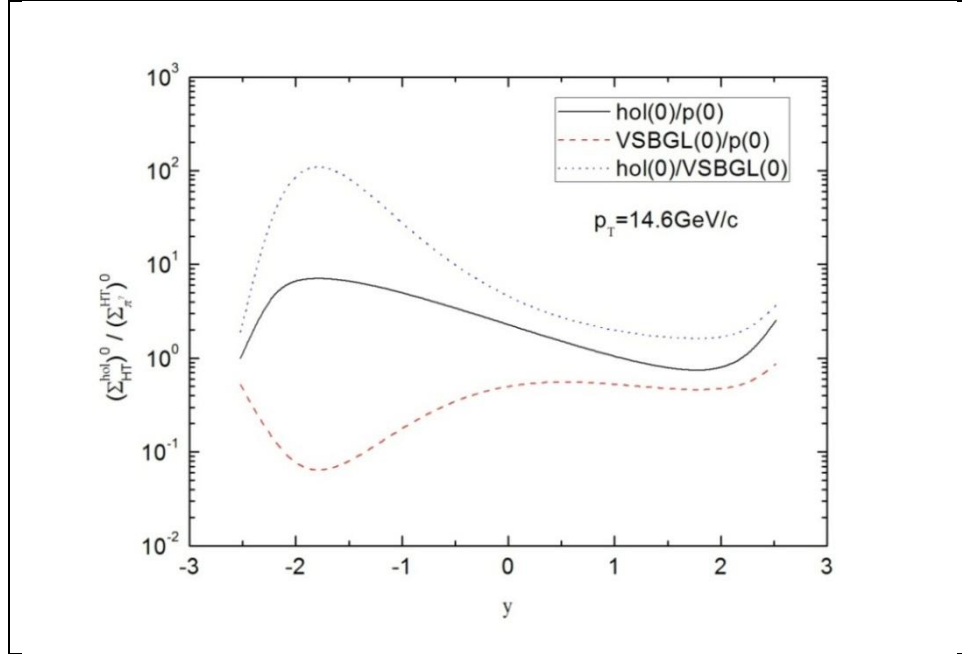


Şekil 31.  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^{res} / (\Sigma_{\pi^+}^{LT})$  oranının,  $\sqrt{s}=183 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi

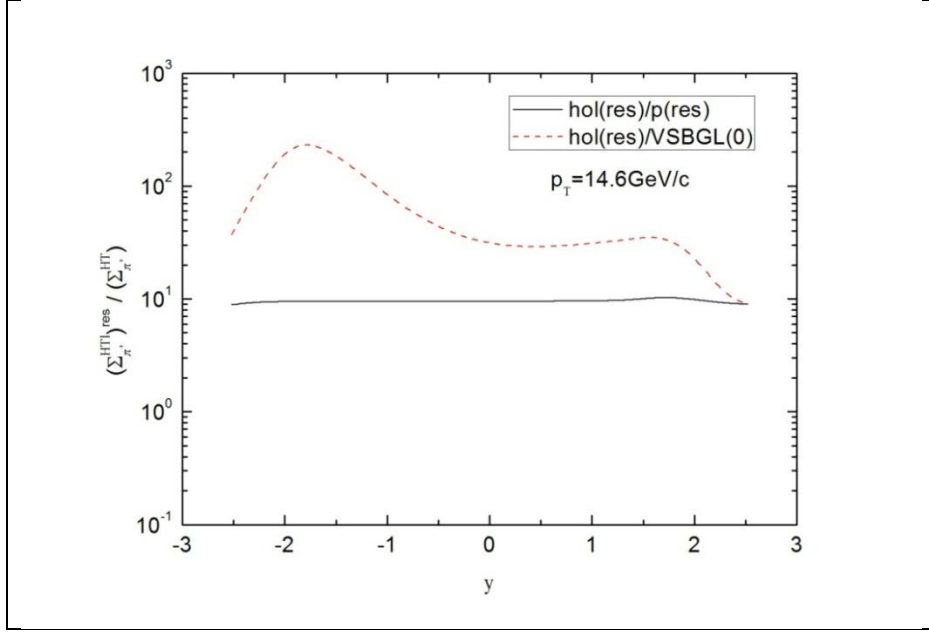




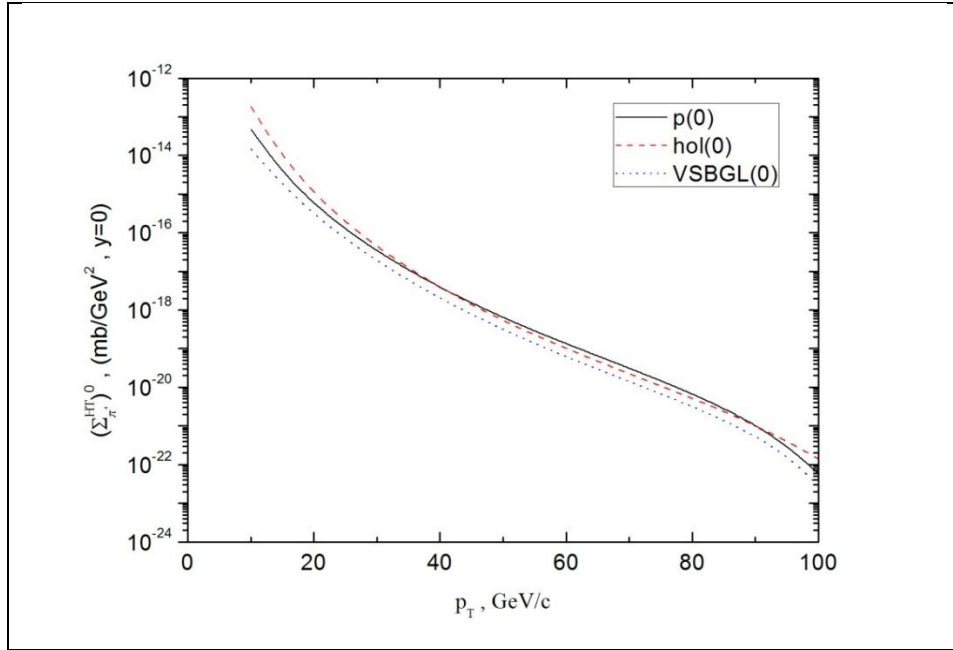
Şekil 32.  $(\Sigma_{HT}^{hol})^0$ , yüksek-twist  $\pi^+$  üretimi tesir kesitinin,  $\sqrt{s}=183 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde,  $p_T=14.6 \text{ GeV}$  için, piyon geçiş momentumunun  $y$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi



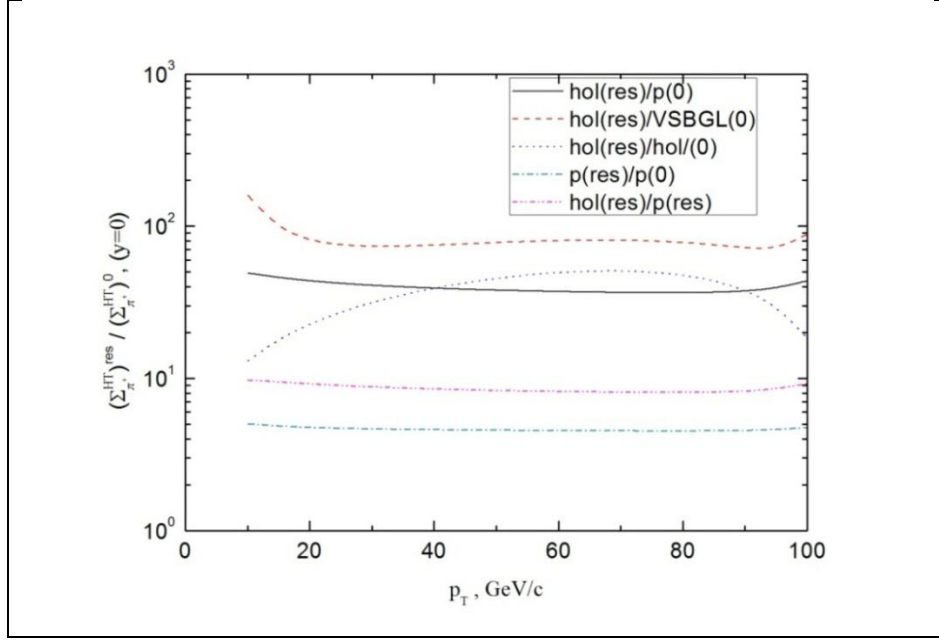
Şekil 33.  $(\Sigma_{HT}^{hol})^0 / (\Sigma_{\pi^+}^{HT})^0$  oranının,  $\sqrt{s}=183 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde piyon geçiş momentumun  $p_T=14.6 \text{ GeV}/c$  değerinde,  $y$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi



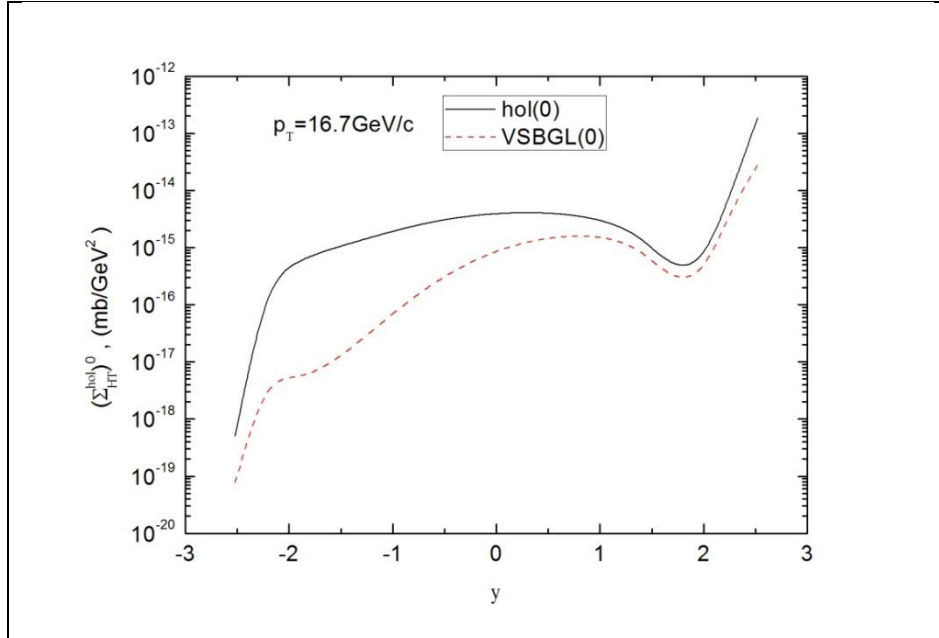
Şekil 34.  $(\Sigma_{\pi^+}^{HI})^{res} / (\Sigma_{\pi^+}^{HI})^0$  oranının,  $\sqrt{s} = 183 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde piyon geçiş momentumunun  $p_T = 14.6 \text{ GeV}/c$ , değerinde,  $y$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi



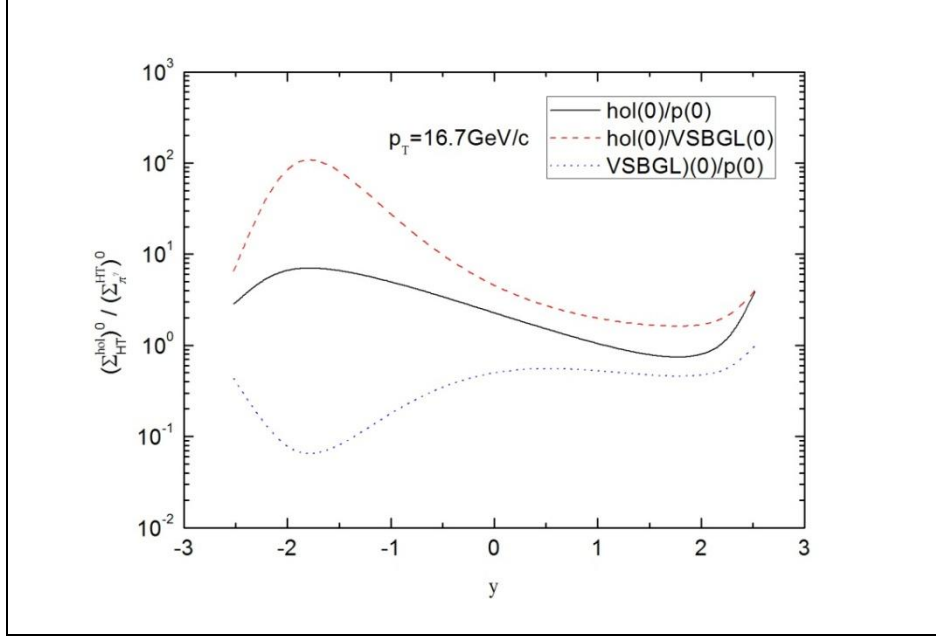
Şekil 35.  $(\Sigma_{\pi^+}^{HI})^0$ , yüksek-twist  $\pi^+$  üretimi tesir kesitinin,  $\sqrt{s} = 209 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$ 'nin fonksiyonu olarak çizim



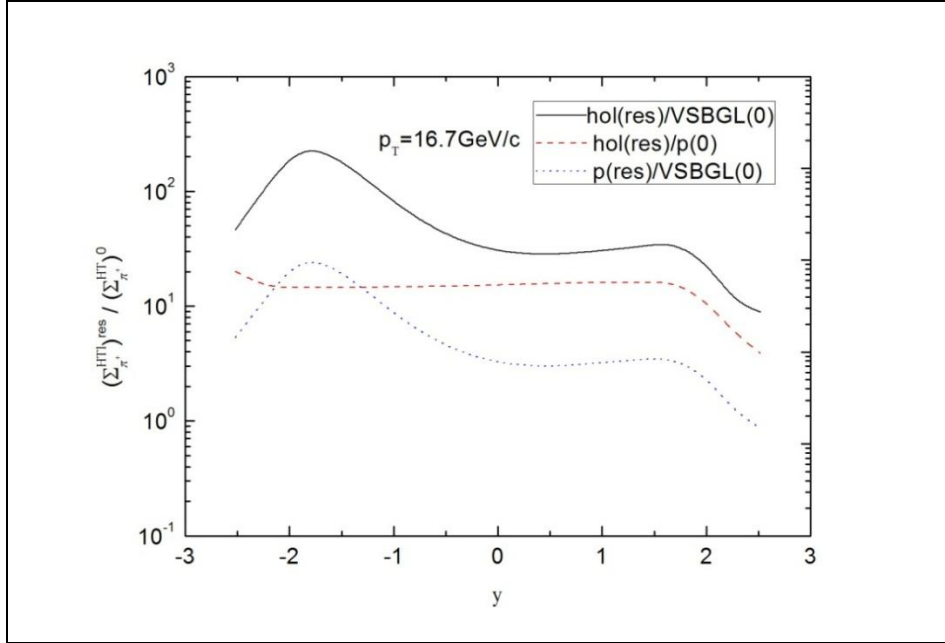
Şekil 36.  $(\Sigma_{HT}^{hol})^{res} / (\Sigma_{HT}^{0})^0$  oranının,  $\sqrt{s}=209 \text{ GeV}$  kütle merkezi gözlem çerçevesinde, piyon geçiş momentumu  $p_T$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi



Şekil 37. Yüksek twist  $\pi^+$  üretimi tesir kesiti  $(\Sigma_{HT}^{hol})^0$ 'nin,  $\sqrt{s}=209 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde piyon geçiş momentumun  $p_T=16.7 \text{ GeV}/c$  değerinde,  $y$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi



Şekil 38.  $(\Sigma_{\pi^+}^{hol})^0 / (\Sigma_{\pi^+}^{HI})^0$  oranının,  $\sqrt{s} = 209 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde pilyon geçiş momentumun  $p_T = 16.7 \text{ GeV}/c$ , değerinde,  $y$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi



Şekil 39.  $(\Sigma_{\pi^+}^{HI})^{res} / (\Sigma_{\pi^+}^{HI})^0$  oranının,  $\sqrt{s} = 209 \text{ GeV}$  için kütle merkezi gözlem çerçevesinde pilyon geçiş momentumun  $p_T = 16.7 \text{ GeV}/c$ , değerinde,  $y$ 'nin fonksiyonu olarak çizimi

#### 4. İRDELEME

$pp \rightarrow \pi^+(\pi^-) + \gamma + X$  süreci için, Şekil 13’da görüldüğü gibi holografik KRD çerçevesinde dondurulmuş etkileşme sabiti kullanılarak elde edilen yüksek–twist katlıların  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})_{pp}^0$  tesir kesiti, tedirgemeli KRD ile elde edilen sonuçlarla tam uyum içindedir. Şekil 13 ve 14,  $y=0$  için  $(\Phi_{asy}^p(x), \Phi_{asy}^{hol}(x), \Phi_{VSBGL}^{hol}(x))$  piyon dalga fonksiyonlarının  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})_{pp}^0$  ve  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})_{pp}^{res}$  tesir kesitleri ile ilişkisini göstermekte olup yüksek–twist tesir kesiti piyonun  $p_T$  momentumundaki artışla düzenli şekilde azalmaktadır. Şekil 15–16–17 ve 18,  $\Phi_{\pi^+}^{hol}(x)$ ,  $\Phi_{asy}^p(x)$ ,  $\Phi_{VSBGL}^{hol}(x)$  piyon dalga fonksiyonları için sırasıyla  $(\Sigma_{\pi^+}^{hol})/\Sigma_{\pi^+}^p$ ,  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^{res}/(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^0$ ,  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^0/(\Sigma_{\pi^+}^{LT})$ ,  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^{res}/(\Sigma_{\pi^+}^{LT})^0$  oranlarını göstermektedir. Şekil 17,  $p_T \sim 13 \text{ GeV}/c$ ’de en küçük değerine kadar oranların azalmakta olduğunu daha sonra piyonun enine momentumunun artmasıyla bu oranın büyümekte olduğunu gösteriyor. Şekil 18 en küçük değer,  $p_T \simeq 25 \text{ GeV}/c$ ’dedir. Şekil 19–20 ve 21’de,  $p_T = 4.9 \text{ GeV}/c$  değerinde  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})$  ve  $(\Sigma_{HT}^{hol})/(\Sigma_{\pi^+}^{HT})$  oranları hızlılığın (rapidity) fonksiyonu olarak çizilmiş ve burada yüksek–twist etkileri önemli ölçüde farklılık gösteriyor.  $\Phi_{\pi^+}^{hol}(x)$  için yüksek–twist tesir kesiti,  $y = -1.92$  değerinde en büyük değere ve  $\Phi_{VSBGL}^{hol}(x)$  için yüksek–twist tesir kesiti en küçük değere sahiptir. Şekil 20’de,  $-2.52 < y < -1.92$  bölgesinde  $(\Sigma_{HT}^{hol})^0/(\Sigma_{\pi^+}^p)^0$  ve  $(\Sigma_{VSBGL}^{hol})^0/(\Sigma_{HT}^p)^0$  oranları  $y$ ’deki artışla büyümekte ve  $y = -1.92$  değerinde en büyük,  $(\Sigma_{HT}^{hol})^0/(\Sigma_{VSBGL}^{HOL})^0$  oranı ise aynı noktada en küçük olmaktadır. Şekil 21’de  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^{res}/(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^0$  oranı tüm dalga fonksiyonları için yaklaşık  $y = -1.92$  değerinde en büyük değerde ve  $-2.52 < y < -1.92$  bölgesinde yüksek–twist tesir kesiti, dondurulmuş etkileşme sabiti kullanılarak hesaplanan yüksek–twist tesir kesitinden önemli ölçüde ayrılmaktadır. Şekil 22–23–24 ve 25’de kütle merkezi enerjisi  $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$  (deneyde planlanan enerji) alınmıştır.

$\sqrt{s}=62.4\text{GeV}$  (LHC’de çarpışma enerjisi) ve  $\sqrt{s}=200\text{GeV}$  enerji değerlerinde sonuçlar, demet enerjisinin artmasıyla, tesir kesitindeki yüksek–twist katkılarının azaldığını bu da yüksek twistlerin verdiği katkıların düşük enerjilerde ayrışmasının deneysel olarak daha kolay olduğunu gösteriyor.

$\gamma+\gamma\rightarrow M+X$  süreci için, holografik KRD çerçevesinde elde edilen yüksek–twist tesir kesiti ile tedirgemeli KRD’nin tesir kesiti karşılaştırıldığında önemli sonuçlar görülüyor. Şekil 26 ve 27 sırasıyla  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^0$  ve  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^{res}$  tesir kesitlerinin ( $y=0$ ’da) farklı dalga fonksiyonları kullanılarak  $p_T$  piyon enine momentumu ile değişimi veriliyor. Şekillerden  $p_T$  büyüdükçe, her iki tesir kesiti de, seçilen tüm piyon dalga fonksiyonları için, düzenli şekilde azalmaktadır. Şekil 28–29–30 ve 31’de,  $\Phi_{\pi}^{hol}(x)$ ,  $\Phi_{asy}^p(x)$ ,  $\Phi_{VSBGL}^{hol}(x)$  piyon dalga fonksiyonları için sırasıyla  $(\Sigma_{HT}^{hol})^0 / (\Sigma_{\pi^+}^{hol})^0$ ,  $(\Sigma_{HT}^{hol})^{res} / (\Sigma_{\pi^+}^{hol})^0$ ,  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^0 / (\Sigma_{\pi^+}^{LT})$  ve  $(\Sigma_{\pi^+}^{HT})^{res} / (\Sigma_{\pi^+}^{LT})$  oranları verilmekte ve yüksek–twist katkıların tedirgemeli değerlere oranla, önemli farklılıkları olduğu görülüyor. Şekil 33’de  $(\Sigma_{asy}^{hol})^0 / (\Sigma_{VBS}^{HT})^0$  oranı, dondurulmuş etkileşme sabiti,  $y=-1.92$  de en büyük değerde, ancak  $(\Sigma_{VBS}^{hol})^0 / (\Sigma_{asy}^{HT})^0$  aynı noktada en küçük değerde olup, artan  $y$  değerlerinde birbirleri ile uyum içinde olduğu görülüyor. Şekil 34’den yüksek–twist tesir kesiti iki farklı durum için farklı sonuçlar verdi (holografik dalga fonksiyonlarının oranı hızlılık arttıkça azalıyor).

Şekil 35–39 incelendiğinde, kütle merkezi enerjisindeki artışın yüksek–twist katkılarının,  $\sqrt{s}=209\text{GeV}$  (deneyde planlanan enerji) alındığında daha küçük enerjiye göre, 1–2 mertebe küçüldüğü görülüyor.

Proton–proton ve foton–foton çarpışmasında piyon üretimi tesir kesiti için, kızılötesi renormalon etkilerin, tedirgeme yöntemindeki değerleri önemli ölçüde artırdığı görüldü.

## 5. SONUÇLAR

Bu çalışma, holografik KRD çerçevesinde hesaplanan  $\Phi_{asy}^{hol}(x)$  mezon dalga fonksiyonu alınarak, yüksek-twist ve renormalon etkileri, koşan ve dondurulmuş  $\alpha_s$  etkileşme sabiti kullanılarak, inklusif mezon üreten,

$$p+p \rightarrow \pi^+(\pi^-) + \gamma + X,$$

$$\gamma + \gamma \rightarrow M + X,$$

süreçlerinin tesir kesitinin hesaplandığı ilk çalışma olup, kızılötesi renormalonlar temel değer yöntemi ile regülarize edilmiştir. Her iki süreç için, yüksek-twist ve renormalon etkilerin, sürecin tesir kesitine verdiği katkılar mezonun enine momentumuna ve  $y$  (hızlılık) fonksiyonuna bağlı olarak hesaplanmıştır. Kızılötesi renormalon etkilerin tedirgeme yöntemi ile elde edilen sonuçları önemli ölçüde artırdığı görüldü.

## 6. ÖNERİLER

Proton–proton ve foton–foton saçılmasında inklusif mezon yaratılan süreçlerde yüksek twistlerin önemli fenomenolojik sonuçları var. Tesir kesiti, piyonun dalga fonksiyonuna bağlı olup bu tür çalışmalar piyon dalga fonksiyonlarının elde edilmesi için kullanılabilir.

Hadronların dinamiğinin kurulmasında, yani partonların hadronlarda paylaşım fonksiyonlarının belirlenmesinde de önemlidir. İleri çalışmalar, KRD’de yüksek–twist etkilerin rolünün irdelenmesi açısından gereklidir. Özellikle önümüzdeki yıllarda, RHIC ve LHC’de elde edilecek deneysel verilerin, önder–twist katkıların ötesinde büyük  $p_T$  hadron üretim dinamiklerinin test edileceği yeni sonuçlar sağlayacağı kanısındayız. Büyük hadron çarpıştırıcısında yapılan deneylerin analizinde de büyük işlev üstlenebilir.

Holografik KRD’de şimdilik yalnızca sözde mezonların (piyonlar) dalga fonksiyonunu biliyoruz. Vektör mezonların (örneğin  $\rho$  mezonu) dalga fonksiyonları için çalışmalar devam ediyor, ancak şimdilik elde edilen fonksiyonlar  $\rho$ ’yu tam betimleyemiyor.  $\rho$  mezonu için dalga fonksiyonu bilindiğinde yaptığımız hesapları  $\rho$  için de tekrarlanabilir. Bu hesapların da önemli sonuçlar vereceğini umuyoruz.



## 7. KAYNAKLAR

- Abers, E.S. ve Lee, B.W., 1973. Gauge Theories, Phys. Rept., 9, 1–141.
- Agaev, S.S., 1995. Electromagnetic Pion Form-Factor in the Context of the Principal Value Method, Phys. Lett., B, 360, 117–122.
- Aharony, O., Gubser, S.S., Maldacena, J. M., Ooguri, H. ve Oz Y., 2000. Large N Field Theories, String Theory and Gravity, Phys. Rept., 323, 183–386.
- Ahmadov, A.I., Aydın C. ve Keskin, F., 2012. Meson Wave Functions From Holographic Qcd and the Role Of Infrared Renormalons in Proton–Proton Collisions, Annals of Physics, 327, 1472–1483.
- Ahmadov, A.I., Nagiyev, S.M. ve Dadashov, E.A., 2012. Meson Production in Proton–Proton Collisions in the Naive Non–Abelianization Approximation and the Role of Infrared Renormalons, Int.J. of Mod.Phys.E 21, 2, 1250014.
- Ahmadov, A.I., ve Burjaliyev, R.M., 2011. The Meson Production in Proton–Proton Collisions in Next–To–Leading Order and Infrared Renormalons, Internat. J. Modern Phys., E, 20, 1243.
- Ahmadov, A.I., Coskun A., Dadashov, E.A. ve Nagiyev, S.M., 2010. Single Meson Production in Photon–Photon collisions and infrared renormalons, Phys. Rev. D, 81, 054016.
- Albino, S., Kniehl, B.A. ve Kramer, G., 2005. Fragmentation Functions for Light Charged Hadrons with Complete Quark Flavour Separ, Nuclear Phys., B, 725, 181–206.
- Ananthanarayan, B., 2003. Review of Chiral Perturbation Theory, Pramana, 61, 911–920.
- Bagger, J.A. ve Gunion, J.F., 1982. Higher–Twist Contributions, Quantum Chromodynamics, and Inclusive Meson Photoproduction at High  $p_T$ , Phys. Rev., D, 25, 2287.
- Belavin, A.A., Polyakov A.M. ve Zamolodchikov, A.B., 1984. Infinite Conformal Symmetry in Two–Dimensional Quantum Field Theory, Nucl. Phys., B, 241, 333–380.
- Beneke, M., 1999. Renormalons, Phys. Rep., 317, 1–142,
- Bjorken, J.D., 1969. Asymptotic Sum Rules at Infinite Momentum, Phys. Rev., 179, 1547–1553.
- Brodsky, S.J., 2007. Novel QCD Phenomena, PoS LHC07, 002.

- Brodsky, S.J. ve Teramond, G.F., 2008. Light-Front Dynamics and AdS/QCD Correspondence: The Pion Form Factor in the Space and Time-Like Regions, Phys. Rev., D, 77, 056007.
- Brodsky, S.J. ve Teramond, G.F., 2006. Hadronic Spectra and Light-Front Wave Functions in Holographic QCD, Phys. Rev. Lett., 96, 201601.
- Brodsky, S.J. ve Teramond, G.F., 2004. Light-Front Hadron Dynamics and AdS/CFT Correspondence, Phys. Lett., B, 582, 211–221.
- Buchbinder, I.L. ve Kuzenko, S.M., 1998. Ideas And Methods of Supersymmetry and Supergravity: Or A Walk Through Superspace, Bristol, UK: IOP, 656 s.
- Contopanagos, H., Alvero L. ve Sterman, G., 1994. Principal-Value Resummation for Dilepton Production, Nuclear Phys. B, 419, 77.
- Değer, S., 2002. Sicim Kuramı, Yeni Ufuklara, Tübitak Bilim ve Teknik Derg., 537, 1–5.
- Deliduman C., 2002. M Kuramı, Yeni Ufuklara, Tübitak Bilim ve Teknik Derg., 537, 8–15.
- Dereli, T., 2000. Elektrozayıf Etkileşmelerin Kuantumlu Yapısı. Tübitak Bilim ve Teknik Derg., 33, 387, 54–60.
- Dirac, P.A.M., 1960. A Reformulation of the Born-Infeld Electrodynamics, Proc. Roy. Soc. Lond., A, 23, 257, 1288, 32–43.
- Donoghue, J.F., Golowich, E. ve Holstein, B.R., 1992. Dynamics of the Standard Model, Camb. Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol., 2, 1–540.
- Ecker, G., 1995. Chiral Perturbation Theory, Prog.Part.Nucl.Phys., 35, 1–80.
- Edelstein, J.D., Shock, J.P. ve Zoakos, D., 2009. The AdS/CFT Correspondence and Non-Perturbative QCD, AIP Conf. Proc., 1116, 265–284
- Erlich, J., Katz, E., Son, D.T. ve Stephanov, M. A., 2005. Qcd and a Holographic Model of Hadrons, Phys. Rev. Lett., 95, 261602.
- Erdelyi, A., 1953. Higher Transcendental Functions, 2, McGraw-Hill Book Company, New York-Toronto-London.
- Evans, N., Shock, J.P. ve Waterson, T., 2005. D7 Brane Embeddings and Chiral Symmetry Breaking, JHEP, 03, 005.
- Francesco, P., Mathieu, P. ve Senechal, D., 1997. Conformal Field Theory, Springer, New York, USA.
- Crew, H. ve Salvio, A., 1914. Dialogues Concerning Two New Sciences, Translation from the Italian and Latin into English., New York: Macmillan.

- Geiger, K. ve Muller, B., 1992. Parton Cascade in Highly Relativistic Nuclear Collisions, Nucl. Phys. A, 544, 467.
- Ginsparg, P.H., 1988. Applied Conformal Field Theory, in Les Houches Summer School.
- Gosdzinsky, P. ve Kivel, N., 1998. Resummation of  $(-b_0\alpha_s)^n$  Corrections to the Photon–Meson Transition Form Factor  $\gamma^* + \gamma \rightarrow \pi^0$ , Nucl. Phys. B, 521, 274.
- Göckeler, M., Horsley, R., Linke, V., Rakow, P., Schierholz, G. ve Stüben, H., 1998. Is There a Landau Pole Problem in QED?, Phys. Rev. Lett., 80, 4119–4122.
- Grainer, W., Schramm S. ve Stein, E., 2007. Quantum Chromodynamics, 3.ed., Springer–Verlag Berlin Heidelberg.
- Grand T. ve Detar, C.E., 2006. Lattice Methods for Quantum Chromodynamics, New Jersey, World Scientific, USA, 345 s.
- Green, M.B., Schwarz, J.H. ve Witten, E., 1987. Superstring Theory, Cambridge, Uk: Univ. 1, (Cambridge Monographs On Mathematical Physics).
- Green, M. B., Schwarz, J. H. ve Witten, E., 1987. Superstring theory, 2, Loop Amplitudes, Anomalies and Phenomenology, Cambridge, Uk, Univ. Pr., (Cambridge Monographs On Mathematical Physics).
- Griffiths D., 2008. Introduction to Elementary Particles, Wiley–Vch Verlag GmbH, Co. KGaA. Weinheim
- Gubser, S.S., Klebanov, I.R. ve Polyakov, A.M., 1998. Gauge Theory Correlators from Non–Critical String Theory, Phys. Lett., B, 428, 105–114.
- Gupta, S., 1981. Renormalization Group for Many–Particle Exclusive and Exclusive Semi–Inclusive Processes, Phys. Rev., D, 24, 1169.
- Hong, S., Yoon, S., ve Strassler, M.J., 2004. On the Couplings of Vector Mesons in AdS/QCD, JHEP 0604 003.
- Hong, S., Yoon, S., ve Strassler, M.J., 2004. Adjoint Trapping: A New Phenomenon at Strong 't Hooft Coupling, JHEP 0603, 012.
- Horowitz, G.T. ve Strominger, A., 1991. Black Strings and P–Branes, Nucl. Phys., B, 360, 197–209.
- Howe D.M., 2004. Infrared Behaviour of QCD Observables, University of Durham, Thesis.
- Janik, R.A., ve Peschanski, R., 2000. High Energy Scattering and the Ads/CFT Correspondence, Nuclear Phys., B, 565, 193.

- Karch A. ve Katz, E., 2002. Adding Flavor to AdS/CFT, JHEP, 06, 043.
- Karch, A., Katz, E., Son, D.T. ve Stephanov, M.A., 2006. Linear Confinement and AdS/QCD, Phys. Rev. D, 74, 015005.
- Keskin, F., A.I., Aydın C. ve Ahmadov, A., 2012. Pion Wave Functions from hQCD and the Role of Infrared Renormalons in Photon–Photon Collisions, Phys. Rev. D 85, 034009.
- Kovtun, P.D., Son, T. ve Starinets, A.O., 2005. Viscosity in Strongly Interacting Quantum Field Theories from Black Hole Physics, Phys. Rev. Lett. 94, 111601.
- Kruczenski, M., Mateos, D., Myers R.C. ve Winters D.J., 2003. Meson Spectroscopy in AdS/CFT with Flavour, JHEP 07, 049.
- Leigh, R.G., 1989. Dirac–Born–Infeld Action from Dirichlet Sigma Model, Mod. Phys. Lett. A, 4, 2767.
- Lepage, G.P. ve Brodsky, S.J., 1979. Exclusive Processes in QCD: Evolution Eq.for Hadronic Wavefunc.and the Form Factors of Mesons, Phys. Lett. B, 87, 359–365.
- Lepage, G.L. ve Brodsky, S.J., 1980. Exclusive processes in perturbative quantum chromodynamics, Phys. Rev., D, 22, 2157–2198.
- Mason S., 2001. Bilimler Tarihi, T.C. Kültür Bakanlığı, Çev: Umur Daybelge Ankara.
- Maldacena, J.M., 1998. The Large N Limit of Superconformal Field Theories and Supergravity, Adv. Theor. Math. Phys. 2, 231–252.
- Manohar, A.V., 1998. Large N QCD, UCSD/PTH 98, 06.
- Martin, A.D., Stirling, W.J., Thorne, R.S. ve Watt, G., 2009. Parton Distributions for the LHC, Eur.Phys.J., 63189–285.
- Mueller, A.H., 1985. On the Structure of Infrared Renormalons in Physical Processes at High Energies, Nuclear Phys. B, 250, 327–350.
- Mueller, A.H., 1993. Combining Higher Twist Terms with Finite Order Perturbative Contributions, Phys. Lett. B, 308, 355–359.
- Naboulsi, R., 2003. A Review of Heavy–Quark and Chiral Perturbation Theory.
- Nastase, H., 2003. On  $D_p$ – $D_{p+4}$  Systems, QCD Dual and phenomenology.
- Neubert, M., 1995. Scale Setting in QCD and the Momentum Flow in Feynman Diagrams, Phys. Rev. D 51,5924.
- Owens, J.F., 1987. Large Momentum Transfer Production of Direct Photons, Jets, and Particles, Rev. Modern Phys. 59, 465–503.

- Peskin, M.E., 1982. Introduction to High–Energy Physics, Reading, USA, Addison–Wesley 437.
- Peskin M.E. ve Schroder, D.V., 1995. An introduction to Quantum Field Theory, Reading, Usa, Addison–Wesley, 842.
- Polchinski, J. ve Strassler, M.J., 2002. Hard Scattering and Gauge/String Duality, Phys. Rev. Lett. 88, 031601.
- Polchinski, J., 2003. String Theory, 1, CUP 402, California, USA.
- Rold L.D., ve Pomarol, A., 2005. Chiral Symmetry Breaking from Five Dimensional Spaces, Nucl. Phys. B, 721, 79–97.
- Schottenloher, M., 2012. A Mathematical Introduction to Conformal Field, Springer Verlag, Sunbelt Pubns.
- Tedler, A., 2008. Holographic Descriptions of QCD, University of Southampton, Thesis.
- Vega, A., Schmidt, I., Branz, T., Gutsche, T. ve Lyubovitskij, V., 2009. Meson Wave Function from Holographic Models, Phys. Rev. D, 80, 055014.
- Witten, E., 1979. Baryons in the  $1/n$  Expansion, Nucl. Phys. B, 160, 57.
- Witten, E., 1998. Anti–de Sitter Space and Holography, Adv. Theor. Math. Phys., 2, 253–291.
- Yang, C.N. ve Mills, R.L., 1954. Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance, Phys. Rep., 96, 191–195.
- Zakharov, V.I., 1992. QCD Perturbative Expansions in Large Orders, Nuclear Phys. B, 385, 452–480.
- Zinn–Justin, J., 1981. Perturbation Series at Large Orders in Quantum Mechanics and Field Theories: Application to the Problem of Resummation, Phys. Rep. 70, 109–167.
- Zwiebach, B., 2009. A First Course in String Theory, Cambridge, UK: Univ. Pr. 558.
- 't Hooft G., 1974. A Two–Dimensional Model for Mesons, Nucl. Phys., B, 75, 461.
- 't Hooft, G, 1974. A Planar Diagram Theory for Strong Interactions, Nucl. Phys., B, 72, 461.
- 't Hooft, G., 1979. The Whys of Subnuclear Physics, Proceedings of Erice Summer School 1977, ed. A. Zichichi (Plenum Press, New York, 1979), 943.

## 8. EKLER

### Ek 1. Feynman Kuralları (Ağaç Seviyesi)

Dış çizgiler,

Spin (1/2) parçacıklar için; gelen parçacık  $u$ , gelen karşıt –parçacık  $\bar{v}$ , giden parçacık  $\bar{u}$ , giden karşıt –parçacık  $v$  ile betimlenmiştir. Benzer şekilde, spin 1 parçacıklar için; gelen parçacık  $\mathcal{E}_\mu$ , giden parçacık  $\mathcal{E}_\mu^*$  ile betimlenmiştir.

İlerleticiler,

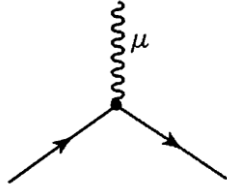
$$\text{spin 0 parçacıklar için: } \frac{i}{q^2 - (mc)^2} \quad (\text{Ek.1})$$

$$\text{spin } \frac{1}{2} \text{ parçacıklar için: } \frac{i(q + mc)}{q^2 - (mc)^2} \quad (\text{Ek.2})$$

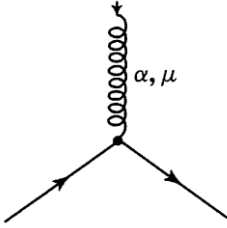
$$\text{spin 1 parçacıklar için: } \begin{cases} -\frac{ig_{\mu\nu}}{q^2}, & \text{kütesiz ise,} \\ -\frac{i[g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / (mc)^2]}{q^2 - (mc)^2}, & \text{kütleli ise,} \end{cases} \quad (\text{Ek.3})$$

Ek 1.'in devamı,

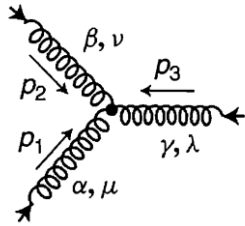
Köşe çarpanları,



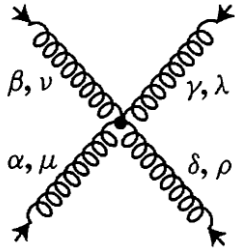
$$ig_e \gamma^\mu \quad (g_e = \sqrt{4\pi\alpha})$$



$$\frac{-ig_s}{2} \lambda^a \gamma^\mu$$

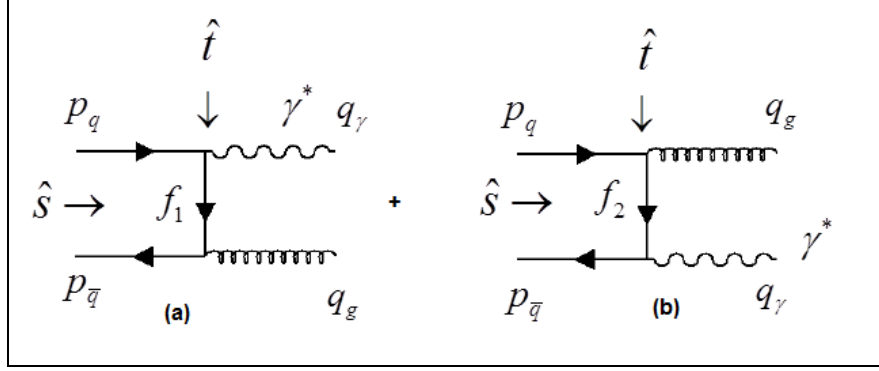


$$-g_s f^{\alpha\beta\gamma} [g_{\mu\nu}(q_1 - q_2)_\lambda + g_{\nu\lambda}(q_1 - q_2)_\mu + g_{\lambda\mu}(q_1 - q_2)_\nu]$$



$$-g_s^2 \{ f^{\alpha\beta\eta} f^{\gamma\delta\eta} (g_{\mu\lambda} g_{\nu\rho} - g_{\mu\rho} g_{\nu\lambda}) + f^{\alpha\delta\eta} f^{\beta\gamma\eta} (g_{\mu\nu} g_{\lambda\rho} - g_{\mu\lambda} g_{\rho\nu}) + f^{\alpha\gamma\eta} f^{\delta\beta\eta} (g_{\mu\rho} g_{\nu\lambda} - g_{\mu\nu} g_{\lambda\rho}) \}$$

**Ek 2.  $q+\bar{q}\rightarrow g+\gamma$  Alt Sürecinin Diferansiyel Tesir Kesitinin Hesaplanması**  
aşağıdaki gibidir.



Ek Şekil 1.  $q+\bar{q}\rightarrow g+\gamma$  alt süreci Feynman çizimleri

Ek Şekil 1'deki  $q+\bar{q}\rightarrow g+\gamma$  alt sürecinin diferansiyel tesir kesiti kütle-merkezi gözlem çerçevesinde,

$$\frac{d\hat{\sigma}_{DY}}{d\hat{t}}(\hat{s},\hat{t})=\frac{1}{16\pi\hat{s}^2}|M(q+\bar{q}\rightarrow\gamma+g)|^2 \quad (\text{Ek.4})$$

şeklindedir. Mandelstam değişkenleri tanımlanırsa,

$$\hat{s}=(p_q+p_{\bar{q}})^2=2p_q p_{\bar{q}} \quad (\text{Ek.5})$$

$$\hat{t}=(q_\gamma-p_q)^2=-2q_\gamma p_q+q_\gamma^2=M^2-2q_\gamma p_q \quad (\text{Ek.6})$$

$$\hat{u}=(q_g-p_q)^2=-2q_g p_q \quad (\text{Ek.7})$$

$\hat{s}+\hat{t}+\hat{u}=M^2$ ,  $q_\gamma^2=M^2$  olmak üzere, Ek Şekil 1'deki (a) ve (b) Feynman çizimlerinin matris elemanları  $M_a$  ve  $M_b$  olmak üzere sırası ile

$$M_a=\bar{v}(p_{\bar{q}})(-ig_s)\hat{\epsilon}_g i\frac{\hat{f}_1}{f_1}(-iee_q)\gamma_\mu\epsilon_\mu(p_q), \quad (\text{Ek.8})$$

$$M_b=\bar{v}(p_{\bar{q}})(-iee_q)\gamma_\mu\epsilon_\mu\frac{\hat{f}_2}{f_2}(-ig_s)\hat{\epsilon}_g u(p_q), \quad (\text{Ek.9})$$



Ek 2.'nin devamı,

şeklindedir. foton ve glüyon için kutuplanma vektörleri,

$$\varepsilon_{\mu}\varepsilon_{\mu'} = -g_{\mu\mu'}, \hat{\varepsilon}_g = \gamma_{\nu}\varepsilon_{\nu}, \hat{\varepsilon}_g^* = \gamma_{\nu'}\varepsilon_{\nu'}^*, \varepsilon_{\nu}\varepsilon_{\nu'}^* = -g_{\nu\nu'} \quad (\text{Ek.10})$$

ifadeleri yazılır ve  $M_a$  matris elemanı için genlik,

$$|M_a|^2 = M_a M_a^\dagger = e^2 e_q^2 g_s^2 v(p_q) \hat{\varepsilon}_g \frac{\hat{f}_1}{f_1^2} \gamma_{\mu} u(p_q) \varepsilon_{\mu} \bar{u}(p_q) \gamma_{\mu'} \frac{\hat{f}_1}{f_1^2} \hat{\varepsilon}_g^* v(p_q) \varepsilon_{\mu'}^*, \quad (\text{Ek.11})$$

$$|M_a|^2 = \frac{2e^2 e_q^2 g_s^2}{f_1^4} \hat{L} \left\{ \gamma_{\nu} \hat{f}_1 \hat{p}_q \hat{f}_1 \gamma_{\nu'} \hat{p}_q \right\} \varepsilon_{\nu} \varepsilon_{\nu'}^*, \quad (\text{Ek.12})$$

$$= \frac{4e^2 e_q^2 g_s^2}{f_1^4} \hat{L} \left\{ \hat{f}_1 \hat{p}_q \hat{f}_1 \hat{p}_q \right\}, \quad (\text{Ek.13})$$

$$= \frac{4e^2 e_q^2 g_s^2}{f_1^4} \hat{L} \left\{ \hat{f}_1 \hat{p}_q \hat{f}_1 \hat{p}_q \right\}, \quad (\text{Ek.14})$$

$$= \frac{4e^2 e_q^2 g_s^2}{f_1^4} \hat{L} \left\{ (\hat{p}_q - \hat{q}_\nu) \hat{p}_q (\hat{p}_q - \hat{q}_\nu) \hat{p}_q \right\}, \quad (\text{Ek.15})$$

$$= \frac{4e^2 e_q^2 g_s^2}{f_1^4} \hat{L} \left\{ (\hat{p}_q - \hat{q}_\nu) \hat{p}_q (\hat{p}_q - \hat{q}_\nu) \hat{p}_q \right\}, \quad (\text{Ek.16})$$

$$= \frac{16e^2 e_q^2 g_s^2}{f_1^4} \left\{ (q_\nu p_q)(q_\nu p_q) - q_\nu^2 (p_q p_q) + (q_\nu p_q)(p_q q_\nu) \right\}, \quad (p_q^2 = 0), \quad (\text{Ek.17})$$

$$= \frac{16e^2 e_q^2 g_s^2}{f_1^4} \left\{ (M^2 - \hat{t}) \frac{(M^2 - \hat{u})}{2} - M^2 \frac{\hat{s}}{2} \right\}, \quad (\text{Ek.18})$$

$$= 8e^2 e_q^2 g_s^2 \frac{\hat{u}}{\hat{t}} \quad (\text{Ek.19})$$

olarak elde edilir. Benzer işlemler  $M_b$  matris elemanında tekrarlanırsa,

$$|M_b|^2 = \frac{16e^2 e_q^2 g_s^2}{f_2^4} \left\{ (q_g p_q)(q_g p_q) - q_g^2 (p_q p_q) + (q_g p_q)(q_q p_q) \right\} \quad (\text{Ek.20})$$

$$= 8e^2 e_q^2 g_s^2 \frac{\hat{t}}{\hat{u}} \quad (\text{Ek.21})$$

olarak ve

$$M_a M_b^\dagger = 8e^2 e_q^2 g_s^2 \frac{M^2 (M^2 - \hat{t} - \hat{u})}{\hat{t}\hat{u}}, \quad (\text{Ek.22})$$

şeklinde elde edilir. Şimdi toplam genlik için  $M = M_a + M_b$  kullanılarak,

Ek 2.'nin devamı,

$$|M^2| = MM^\dagger = |M_a|^2 + 2M_a M_b^\dagger + |M_b|^2, \quad (\text{Ek.23})$$

hesaplanırsa,  $q+\bar{q} \rightarrow g+\gamma$  alt sürecinin genlik elemanı

$$|M|^2 = 8e^2 e_q^2 g_s^2 \left\{ \frac{\hat{u}}{\hat{t}} + \frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{2M^2(M^2 - \hat{t} - \hat{u})}{\hat{t}\hat{u}} \right\} \left(\frac{4}{9}\right) \left(\frac{1}{4}\right) \quad (\text{Ek.24})$$

olur. (Ek.24)'e eklenen (4/9) renk çarpanı, (1/4) başlangıç kuark ve karşıt kuarklarının spinleri üzerinden ortama alındığı için getirilir. Bu (Ek.4)'de yerine yazıldığında,

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(\hat{s}, \hat{t}) = \frac{1}{16\pi^2} \frac{\pi}{\hat{s}} e^2 e_q^2 g_s^2 \frac{8}{9} \left\{ \frac{\hat{u}}{\hat{t}} + \frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{2M^2(M^2 - \hat{t} - \hat{u})}{\hat{t}\hat{u}} \right\} \quad (\text{Ek.25})$$

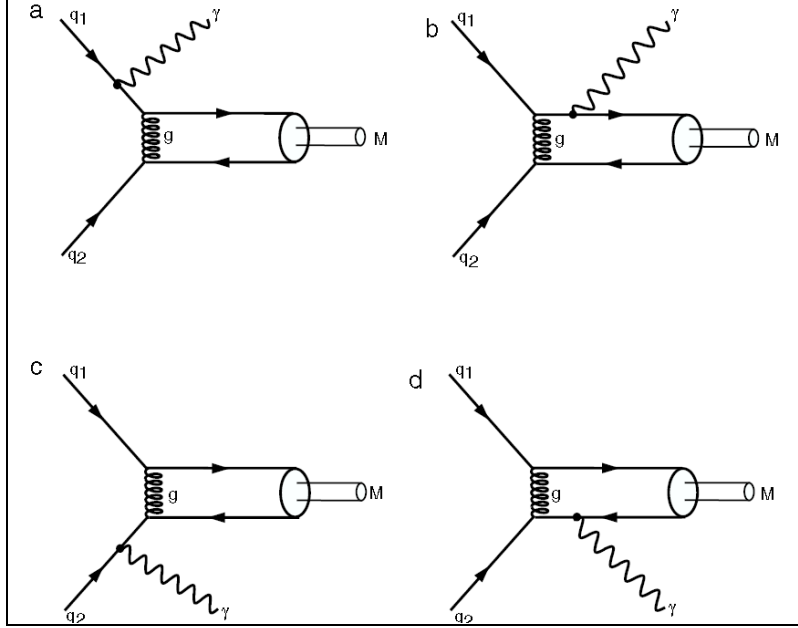
olarak elde edilir.

Benzer şekilde,  $q+g \rightarrow q+\gamma$  süreci için yukarıdaki işlemler tekrarlandığında,

$$\frac{d\sigma}{d\hat{t}}(qg \rightarrow q\gamma) = -\frac{\pi e_q^2 \alpha_E \alpha_s(Q^2)}{3\hat{s}^2} \left( \frac{\hat{s}}{\hat{t}} + \frac{\hat{t}}{\hat{s}} \right) \quad (\text{Ek.26})$$

elde edilir.

**Ek 3.  $q_1 + \bar{q}_2 \rightarrow \pi^+ (\pi^-) + \gamma$  Alt Sürecinin Matris Elemanları**



Ek Şekil 2.  $q_1 + \bar{q}_2 \rightarrow \pi^+ (\pi^-) + \gamma$  alt sürecinin Feynman çizimleri

Ek Şekil 2 deki Feynman çizimlerinin matris elemanları,

$$f_1 = p_1 + q, f_2 = k + p_1, f_3 = p_2 - q, f_4 = p_2 - k, \quad (\text{Ek.27})$$

olmak üzere (alt süreçler) için sırası ile aşağıdaki gibidir:

$$M_a = -iee_q g_s^2 t_{ij}^{a_1} t_{ke}^{a_2} \gamma_5 \hat{p}_\mu \frac{f_1}{f_1^2} \hat{e}_\rho \hat{e} \bar{u}(p_1) \frac{g_{\mu\nu}}{k^2} \gamma_\nu v(p_2), \quad (\text{Ek.28})$$

$$M_b = -iee_q g_s^2 t_{ij}^{a_1} t_{ke}^{a_2} \gamma_5 \hat{p}_\mu \frac{\hat{e} f_2}{f_2^2} \gamma_\mu \bar{u}(p_1) \frac{g_{\mu\nu}}{k^2} \gamma_\nu v(p_2), \quad (\text{Ek.29})$$

$$M_c = -iee_q g_s^2 t_{ij}^{a_1} t_{ke}^{a_2} \gamma_5 \hat{p}_\mu \gamma_\mu \bar{u}(p_1) \frac{g_{\mu\nu}}{k^2} \gamma_\nu \frac{f_3}{f_3^2} \hat{e} v(p_2), \quad (\text{Ek.30})$$

$$M_d = -iee_q g_s^2 t_{ij}^{a_1} t_{ke}^{a_2} \gamma_5 \hat{p}_\mu \gamma_\mu \bar{u}(p_1) \frac{g_{\mu\nu}}{k^2} \gamma_\nu \frac{f_4}{f_4^2} \hat{e} v(p_2). \quad (\text{Ek.31})$$

#### Ek 4. Parton–Parton İki –Cisim Saçılma Süreçleri için Tesir Kesiti İfadeleri

$e_q$ , ilgili kuarkın taşıdığı yük ve  $\hat{s}$ ,  $\hat{t}$ ,  $\hat{u}$  parton seviyesinde Mandelstam değişkenleri olmak üzere, parton–parton saçılmaları için bazı tesir kesiti ifadeleri aşağıdaki gibidir (Owens, 1987).

$$q\bar{q} \rightarrow g\gamma \quad \frac{d\sigma}{d\hat{t}} = \frac{\pi}{\hat{s}^2} e_q^2 \alpha_E \alpha_s (Q^2) \frac{8}{9} \left( \frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right) \quad (\text{Ek.32})$$

$$qg \rightarrow q\gamma \quad \frac{d\sigma}{d\hat{t}} = -\frac{\pi}{\hat{s}^2} e_q^2 \alpha_E \alpha_s (Q^2) \frac{1}{3} \left( \frac{\hat{s}}{\hat{t}} + \frac{\hat{t}}{\hat{s}} \right) \quad (\text{Ek.33})$$

$$\gamma\gamma \rightarrow q\bar{q} \quad \frac{d\sigma}{d\hat{t}} = \frac{\pi}{\hat{s}^2} e_q^4 \alpha_s^2 (Q^2) \frac{2}{3} \left[ \frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right] \quad (\text{Ek.34})$$

$$q\bar{q} \rightarrow q\bar{q} \quad \frac{d\sigma}{d\hat{t}} = \frac{\pi}{\hat{s}^2} \left\{ 4 \left( \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^2} + \frac{\hat{s}^2 + \hat{t}^2}{\hat{u}^2} \right) - \frac{8}{27} \frac{\hat{s}^2}{\hat{t}\hat{u}} \right\} \quad (\text{Ek.35})$$

$$q\bar{q} \rightarrow q\bar{q} \quad \frac{d\sigma}{d\hat{t}} = \frac{\pi}{\hat{s}^2} \left\{ 4 \left( \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^2} + \frac{\hat{u}^2 + \hat{t}^2}{\hat{s}^2} \right) - \frac{8}{27} \frac{\hat{u}^2}{\hat{t}\hat{s}} \right\} \quad (\text{Ek.36})$$

$$gq \rightarrow gq \quad \frac{d\sigma}{d\hat{t}} = -\frac{\pi}{\hat{s}^2} \alpha_s^2 (Q^2) \left\{ \frac{4}{9} \left( \frac{\hat{s}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{s}} \right) + \frac{8}{27} \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^2} \right\} \quad (\text{Ek.37})$$

$$q\bar{q} \rightarrow gg \quad \frac{d\sigma}{d\hat{t}} = \frac{\pi}{\hat{s}^2} \alpha_s^2 (Q^2) \left\{ \frac{32}{27} \left( \frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right) - \frac{8}{3} \frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}^2} \right\} \quad (\text{Ek.38})$$

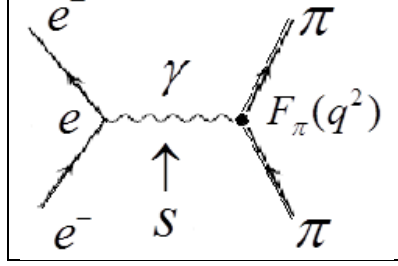
$$gg \rightarrow q\bar{q} \quad \frac{d\sigma}{d\hat{t}} = \frac{\pi}{\hat{s}^2} \alpha_s^2 (Q^2) \left\{ \frac{1}{6} \left( \frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right) - \frac{8}{3} \frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}^2} \right\} \quad (\text{Ek.39})$$

$$gg \rightarrow gg \quad \frac{d\sigma}{d\hat{t}} = \frac{\pi}{\hat{s}^2} \alpha_s^2 (Q^2) \frac{9}{2} \left( 3 - \frac{\hat{t}\hat{u}}{\hat{s}^2} - \frac{\hat{s}\hat{u}}{\hat{t}^2} - \frac{\hat{s}\hat{t}}{\hat{u}^2} \right) \quad (\text{Ek.40})$$

$$gq \rightarrow \gamma q \quad \frac{d\sigma}{d\hat{t}} = -\frac{\pi}{\hat{s}^2} e_q^2 \alpha_E \alpha_s^2 (Q^2) \frac{1}{3} \left( \frac{\hat{u}}{\hat{s}} + \frac{\hat{s}}{\hat{u}} \right) \quad (\text{Ek.41})$$

$$q\bar{q} \rightarrow \gamma\gamma \quad \frac{d\sigma}{d\hat{t}} = \frac{\pi}{\hat{s}^2} e_q^2 \alpha_E^2 \frac{2}{3} \left( \frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right) \quad (\text{Ek.42})$$

### Ek 5. Piyon için Yapı Çarpanı



Ek Şekil 3. Piyon yapı çarpanı

Piyon yapı çarpanı piyondaki etkin yük dağılımı ile ölçülür. Ek Şekil deki Feynman çiziminin diferansiyel tesir kesiti, fotonun 4'lü momentum karesi  $Q^2 = -q$  olmak üzere,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(e+\pi \rightarrow e+\pi) = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{noktasal}} |F_{\pi}(Q^2)|^2, \quad (\text{Ek.43})$$

olarak yazılabilir. Noktasal (Mott saçılması) tesir kesiti,

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{noktasal}} = \frac{\alpha^2}{2|q|^4} (8E_i E_f - 4p_i p_f + 4m_e^2) \quad (\text{Ek.44})$$

ve kütle merkezi gözlem çerçevesinde,  $\beta = p_{cm} / E_{cm}$  olmak üzere,

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{noktasal}} = \frac{\alpha^2}{4p_{cm}^2 \beta^2 \sin^4(\theta/2)} (1 - \beta^2 \sin^2(\theta/2)) \quad (\text{Ek.45})$$

olur. Piyon yapı çarpanı,  $\rho(r)$  yük dağılımı olmak üzere,

$$\int \rho(r) d^3r = 1 \quad (\text{Ek.46})$$

koşulu da kullanılarak Fourier dönüşümü yapıldığında,

$$F_{\pi}(q) = \int \rho(r) e^{iqr} d^3r \quad (\text{Ek.47})$$

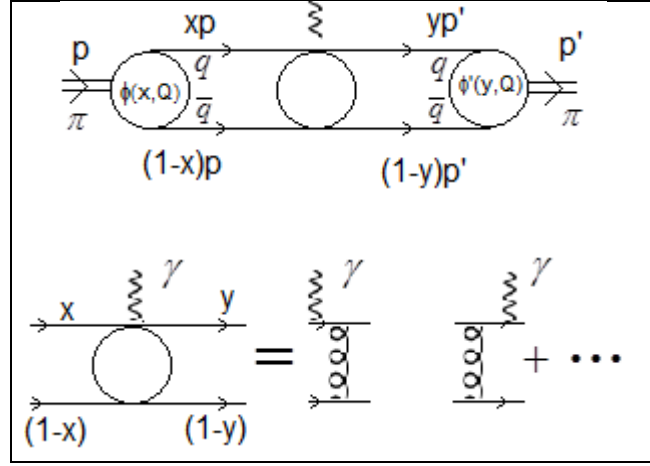
olarak yazılabilir ( $F_{\pi^+}(0) = 1$ ).

Ek 5'in devamı,

Tedirgemeli KRD'de piyon yapı çarpanı (Ek Şekil 4),  $x$  ve  $(1-x)$  piyonun sırasıyla kuark ( $\phi(x, Q^2)$ ) dalga fonksiyonu ile verilen) ve karşıt kuark ( $\phi(y, Q^2)$ ) dalga fonksiyonu ile verilen) tarafından taşınan momentum kesirleri olmak üzere,

$$F_\pi(Q^2) = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \phi(y, Q^2) T(x, y, Q^2) \phi(x, Q^2) \quad (\text{Ek.48})$$

dir (kütle/ $Q^2$  terimleri göz ardı edildi). Yüksek mertebe düzeltme terimleri, m iraksaklıkları regülarize etmek için seçilen kütle olmak üzere  $[\alpha_s \log(Q^2/m^2)]^n$  şeklinde ve  $\phi(x, Q^2)$  fonksiyonunun içindedir (yüksek-twist katkılar  $(1/Q^2)^n$  düzeltme terimleri olarak adlandırılıyor).



Ek Şekil 4. Tedirgemeli KRD'de piyon yapı çarpanı Feynman çizimi

$T(x, y, Q^2)$  fonksiyonu sert saçılma bölgesinin genlik elemanı olarak düşünülebilir ve

$$F_\pi(Q^2) = 16\pi \frac{4}{3} \frac{\alpha_s(Q^2)}{Q^2} \left| \int_0^1 dx \frac{\phi(x, Q^2)}{(1-x)} \right|^2 \quad (\text{Ek.49})$$

şeklinde yazılabilir.  $C_n^{8/2}(2x-1)$ , Gegenbauer fonksiyonları olmak üzere,

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2(2n+3)}{(n+1)(n+2)} C_n^{8/2}(2x-1), \quad (\text{Ek.50})$$

özellği kullanılırsa,

$$F_{\pi}(Q^2) = 4\pi \frac{4\alpha_s(Q^2)}{3} \frac{1}{Q^2} \left| \sum_{n=0}^{\infty} \phi_n(Q_0^2) \left[ \alpha_s(Q^2) / \alpha_s(Q_0^2) \right]^{d_n} \right|^2, \quad (\text{Ek.51})$$

olur ve ilk terimle yetinilirse

$$F_{\pi}(Q^2) = 4\pi \frac{4\alpha_s(Q^2)}{3} \frac{1}{Q^2} \left\{ |\phi_0(Q_0^2)|^2 + 2\text{Re}(\phi_0(Q_0^2)\phi_0^*(Q_0^2)) \left[ \alpha_s(Q^2) / \alpha_s(Q_0^2) \right]^{d_1} + \dots \right\} \quad (\text{Ek.52})$$

elde edilir. Büyük  $Q^2$  değerlerinde,

$$F_{\pi}(Q^2)_{Q^2 \rightarrow \infty} \sim 4\pi \frac{4\alpha_s(Q^2)}{3} \frac{1}{Q^2} |\phi_0(Q_0^2)|^2 \quad (\text{Ek.53})$$

olur.  $\phi(x, Q^2)$  dalga fonksiyonu  $\phi(x, Q^2) = C_0 x(1-x)$  olarak seçildiğinde,

$$\phi_n(Q_0^2) = \begin{cases} C_0 & n=0 \text{ için,} \\ 0 & n>0 \text{ için,} \end{cases} \quad (\text{Ek.54})$$

$$F_{\pi}(Q^2) = 4\pi \frac{4\alpha_s(Q^2)}{3} \frac{1}{Q^2} |C_0|^2, \quad (\text{Ek.55})$$

olarak elde edilir. Genel olarak  $\phi(x, Q^2)$  bilinmeyen bir fonksiyondur ve tedirgemeli kuramlarla hesaplanamaz. İlk  $\phi_0(Q^2)$  Gegenbauer momenti ve piyon dalga fonksiyonu arasındaki

$$\phi_0 = \phi_0(Q^2) = C_0 \int_0^1 dx \phi(x, Q^2), \quad (\text{Ek.56})$$

özdeşliği ve  $\phi_0 = \sqrt{3}f_{\pi}$ , ( $f_{\pi} \approx 93 \text{ MeV}$  örneğin,  $\pi \rightarrow \mu \nu$ ,  $\pi$ -zayıf bozunma süreci ile deneyde belirlenebilir) sabiti kullanırsa,

$$C_0 = \sqrt{3}f_{\pi}, \quad (\text{Ek.57})$$

$$F_{\pi}(Q^2) = 16\pi \frac{\alpha_s(Q^2)}{3} f_{\pi}^2, \quad (\text{Ek.58})$$

elde edilir.

### Ek 6. Piyonun Parton ve Glüyondaki Dağılım Fonksiyonları

$D_a^h(x, M_0^2) = N x^a (1-x)^\beta$  (şeklinde genelleştirilmiş), bir kuark ya da glüyondan (parton) salınan inklusif hadron için paylaşım fonksiyonu (FFs) olmak üzere  $N$ ,  $a$ ,  $\beta$  değerleri ve hata payları Ek Şekil 5. verilmiştir (Albino, 2005; Martin, 2009).

Hadron	Flavour	$N$	$\alpha$	$\beta$
$\pi^\pm$	$d$	$0.833 \pm 0.012$	$-1.17 \pm 0.01$	$1.39 \pm 0.02$
	$u$	$0.447 \pm 0.007$	$-1.58 \pm 0.01$	$1.01 \pm 0.02$
	$s$	$0.519 \pm 0.035$	$-0.365 \pm 0.066$	$1.96 \pm 0.10$
	$c$	$1.56 \pm 0.03$	$-1.03 \pm 0.01$	$3.58 \pm 0.07$
	$b$	$0.139 \pm 0.001$	$-2.24 \pm 0.01$	$2.77 \pm 0.05$
	$g$	$429 \pm 3$	$2.00 \pm 0.01$	$5.82 \pm 0.01$
$K^\pm$	$d$	$2245 \pm 465$	$4.14 \pm 0.18$	$12.0 \pm 0.5$
	$u$	$10.9 \pm 0.7$	$1.72 \pm 0.08$	$3.44 \pm 0.08$
	$s$	$0.529 \pm 0.012$	$-0.787 \pm 0.027$	$0.915 \pm 0.027$
	$c$	$2.28 \pm 0.09$	$-0.488 \pm 0.028$	$3.79 \pm 0.09$
	$b$	$1.13 \pm 0.03$	$-0.960 \pm 0.016$	$6.22 \pm 0.09$
	$g$	$15.9 \pm 0.5$	$2.72 \pm 0.05$	$2.45 \pm 0.03$
$p/\bar{p}$	$d$	$146 \pm 22$	$2.30 \pm 0.12$	$10.4 \pm 0.4$
	$u$	$0.0182 \pm 0.0014$	$-2.37 \pm 0.05$	$0.507 \pm 0.125$
	$s$	$1859 \pm 648$	$6.67 \pm 0.49$	$9.17 \pm 0.53$
	$c$	$12.0 \pm 1.4$	$0.860 \pm 0.089$	$7.50 \pm 0.28$
	$b$	$1571 \pm 103$	$2.19 \pm 0.04$	$19.0 \pm 0.3$
	$g$	$0.867 \pm 0.023$	$1.13 \pm 0.06$	$0.854 \pm 0.020$

Ek Şekil 5. Partondan salınan inklusif hadron için  $N$ ,  $a$ ,  $\beta$  değerleri



## ÖZGEÇMİŞ

1971 yılında Erzurum ilinde doğdu. Üniversite lisans eğitimini, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Fizik bölümünde, 1990 -1994 yılları arasında tamamladı. Yüksek lisans eğitimini, aynı üniversitenin Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim dalı, Yüksek Enerji Fiziği Bilim dalında, 1995 -1998 yılları arasında tamamladı.

2007 yılında, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim dalı, Yüksek Enerji Fiziği Bilim dalında doktora öğrenimine başladı. Evli ve bir Duygu babasıdır, (iyi) derecede İngilizce bilmektedir. Yüksek enerji fiziği konusunda A grubu dergilerde yayınlanmış,

1. Aydın, C., Aydın S.H., Keskin F., Yılmaz A.H., 2011.  $g_{V\bar{S}\gamma}$  coupling constant in light cone QCD. Physical Rev. D 84, 096010
2. Ahmadov, A., Aydın C., Keskin F., 2012. Pion wave function from holographic QCD and the role of infrared renormalons in photon –photon collisions, Physical Rev. D 85, 034009
3. Ahmadov, A., Aydın C., Keskin F., 2012. Mezon wave function from holographic QCD and the role of infrared renormalons in proton –proton collisions, Annals of Physics 327 1472-1483

3 çalışması vardır.