

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FİZİK ANABİLİM DALI**

**ÜÇ-NOKTA KRD TOPLAMA KURALLARININ HADRON FİZİĞİNE**  
**UYGULAMASI**

**DOKTORA TEZİ**

**Melahat BAYAR**

**NİSAN 2007**

**TRABZON**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FİZİK ANABİLİM DALI**

**ÜÇ-NOKTA KRD TOPLAMA KURALLARININ HADRON FİZİĞİNE  
UYGULAMASI**

**Melahat BAYAR**

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'nce  
“Doktor”**

**Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 09.04.2007  
Tezin Savunma Tarihi : 24.04.2007**

**Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Coşkun AYDIN**

**Jüri Üyesi : Prof. Dr. Takhmasib ALİEV**

**Jüri Üyesi : Prof. Dr. Rıza ABBASOĞLU**

**Jüri Üyesi : Doç. Dr. A. Hakan YILMAZ**

**Jüri Üyesi : Doç. Dr. Belgin KÜÇÜKÖMEROĞLU**

**Enstitü Müdürü: Prof. Dr. Emin Zeki BAŞKENT**

**Trabzon 2007**

## ÖNSÖZ

Temel parçacık bilindiği gibi bağıl bir kavramdır. Fiziğin gelişmesinde her çağda kararlı olduğu kabul edilen sistemlere “temel parçacık” denilmiştir. Örneğin çekirdek fiziğinde proton ve nötron kararlıdır. Günümüzde ise leptonlar ve kuarklar maddenin yapıtaşları yani temel parçacıklar olarak biliniyor. Maddenin yapıtaşlarının neler olduğu ve bunların arasındaki etkileşmeler yüksek enerji fiziğinin konusudur.

Prof. Asım Orhan Barut “Fikrimce tam olarak kuantum teorisini bugün bile kimse anlamıyor. Anladıklarını zannedenler Bergen Davis’in sözü ile hep bir araya gelip aynı şeyi tekrar ediyorlar.” demiş olmasına karşın, ayar alan kuramları çerçevesinde doğadaki dört temel kuvveti birleştirme çalışmaları devam etmekte hedef, doğanın basit fakat bütün olayları içine alan bir modelini bulmaktır. Maxwell’in sözü ile teorik fizikçilerin kendilerini ortaya çıkan matematik problemlerin inceliklerinde kaybetmeleri veya hoşlarına giden fenomenolojide ısrar etmeleri çok kolaydır. İkisinin ortasını bulmak basit fakat açık olmayan, elle kolay kolay tutulamayan nicelikleri (mefhumları), bağlantıları görmek zordur. Doğa böyle ilkelerle çalışıyor. Bilimsel çalışmayı seçen insanlar için kuşkusuz öğrenme bitmiyor. Fakat öğrenirken bu arada insanlığın ortak bilim dünyasının içinde olmak ve küçüğe olsa katkıda bulunmak büyük bir mutluluk olsa gerek.

Prof. John Von Neumann’ın “Kaynaklardan uzak matematik ve fizik, kaynaklardan uzak parçalanmış küçük dereler gibi sonunda kururlar.” sözünün doğru olduğu kanısındayım. Lisans eğitimim sonrası çalışmalarım sırasında “kaynaklardan uzak” olmanın zorluklarını yaşamış olmama karşın, yurtiçi ve yurt dışında kısa süreli görevlendirilmelerimde çok şey öğrendim.

Yüksek enerji fiziğini bana sevdiren, doktora tez danışmanlığımı üstlenerek güncel olan bu problemi öneren ve çalışmalarımın her aşamasında ilgisini ve desteğini esirgemeyen, yüksek lisans ve doktora öğrenimim süresince fizik adına öğrendiklerimin ötesinde, örnek kişiliği, dürüstlüğü, iyiyi ve doğruyu ilke edinişi, insanlara ve ülkesine duyduğu sevgisi ile bana her zaman yol gösterici olan sayın hocam Yrd. Doç. Dr. Coşkun AYDIN’a teşekkürü borç bilirim.

Tez çalışmam boyunca yardımlarını esirgemeyen ODTÜ Fizik Bölümü öğretim üyeleri Sayın Prof. Dr. Takhmasib ALİEV, Sayın Prof. Dr. Osman YILMAZ ve Sayın Doç. Dr. Altuğ ÖZPİNECİ’ye ve KTÜ fizik bölümü öğretim üyesi Sayın Doç. Dr. A.

Hakan YILMAZ'a teŖekkürü borç bilirim. Doktora öğrenimim süresince burs olanakları sağlayarak bilgiye ulaşmamı sağlayan Avrupa Teorik Fizik Merkezi (ECT\*) ve Uluslararası Teorik Fizik Merkezi (ICTP)'ye teŖekkür ederim.

Tezimin yazılması sırasında yaşadığım sıkıntıları benimle paylaşan Arş. Gör. Aslı KURNAZ'a ve çalışmalarım sırasında yardımlarını esirgemeyen tüm hocalarıma, araştırma görevlisi arkadaşlarıma, sağladıkları olanaklar nedeni ile KTÜ Fizik Bölümü ve Fen Bilimleri Enstitüsü yöneticilerine teŖekkür ederim. Ayrıca bu tez Karadeniz Teknik Üniversitesi araştırma projeleri fonunun 2002.111.001.2 nolu projesi tarafından desteklenmiştir.

Tüm hayatım boyunca maddi ve manevi desteğini esirgemeyen aileme sonsuz minnettarlığımı sunarım.

Melahat BAYAR  
Trabzon 2007

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ.....	II
İÇİNDEKİLER.....	IV
ÖZET .....	VI
SUMMARY .....	VII
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	VIII
SEMBOLLER DİZİNİ .....	X
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1. Giriş .....	1
1.2. Kuantum Renk Dinamiği (KRD).....	9
1.3. Etkin Çiftlenim Sabiti .....	13
1.4. Asimtotik Özgürlük ve Hapsolme .....	16
1.5. KRD Toplama Kuralları .....	19
1.6. Göreli Olmayan Durumda Vektör Mezonların Işımsal Bozunmaları.....	45
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	48
2.1. $V \rightarrow P\gamma$ 'nın Çiftlenim Sabitinin Fiziksel Kısmı.....	49
2.2. $V \rightarrow P\gamma$ 'nın Çiftlenim Sabitinin Teorik Kısmı.....	50
2.2.1. $g_{\rho\eta\gamma}$ 'nın Hesabı.....	52
2.2.1.1. $g_{\rho\eta\gamma}$ 'nın Pertürbatif Kısmının Hesabı.....	52
2.2.1.2. $g_{\rho\eta\gamma}$ 'nın Pertürbatif Olmayan Kısmının Hesabı .....	54
2.2.2. $g_{K^{0*}K^0\gamma}$ 'nın Hesabı.....	66
2.2.2.1. $g_{K^{0*}K^0\gamma}$ 'nın Pertürbatif Kısmının Hesabı .....	66
2.2.2.2. $g_{K^{0*}K^0\gamma}$ 'nın Pertürbatif Olmayan Kısmının Hesabı .....	69
2.3. $S \rightarrow V\gamma$ 'nın Çiftlenim Sabitinin Fiziksel Kısmı.....	84
2.4. $S \rightarrow V\gamma$ 'nın Çiftlenim Sabitinin Teorik Kısmı .....	85
3. SONUÇ VE TARTIŞMA.....	91
3.1. $V \rightarrow P\gamma$ Süreci İçin $g_{VP\gamma}$ 'nın İrdelenmesi .....	91
3.2. $S \rightarrow V\gamma$ Süreci İçin $g_{SV\gamma}$ 'nın İrdelenmesi .....	101

4.	ÖNERİLER .....	110
5.	KAYNAKLAR.....	111
6.	EKLER .....	114
	ÖZGEÇMİŞ.....	139

## ÖZET

Bilindiği gibi, hadron bölgesinde kuvvetli etkileşme sabitinin büyük olması nedeniyle pertürbasyon kuramı kullanılamıyor. Bu bölgede pertürbatif olmayan yaklaşımlardan biri olan üç-nokta kuantum renk dinamiği toplama kuralı (KRD) formalizmi çerçevesinde  $g_{\rho\eta\gamma}$ ,  $g_{K^0 K^0 \gamma}$ ,  $g_{f_0\rho\gamma}$ ,  $g_{f_0\omega\gamma}$ ,  $g_{a_0\rho\gamma}$  ve  $g_{a_0\omega\gamma}$  çiftlenim sabitleri hesaplandı. Elde edilen sonuçlar literatürdeki deneysel ve kuramsal sonuçlarla karşılaştırılarak uyumlu oldukları görüldü.

**Anahtar Kelimeler:** KRD Toplama Kuralları, Mezon Bozunmaları, Çiftlenim Sabiti, Vektör Mezon, Skaler Mezon, Sözde Skaler Mezonlar.

## SUMMARY

### Application of Three-Point QCD Sum Rules to Hadron Physics

As is known the perturbation theory can not be used in the hadron region, because of strong interaction coupling is large.  $g_{\rho\eta\gamma}$ ,  $g_{K^{0*}K^0\gamma}$ ,  $g_{f_0\rho\gamma}$ ,  $g_{f_0\omega\gamma}$ ,  $g_{a_0\rho\gamma}$  and  $g_{a_0\omega\gamma}$  coupling constants are calculated in the framework of three-point quantum chromodynamics (QCD) sum rules which is one of the non-perturbative approaches in that region. The results obtained in this thesis are agreement with the experimental data and the other theoretical results.

**Key Words:** QCD Sum Rules, Meson Decays, Coupling Constant, Vector Meson, Scalar Meson, Pseudoscalar Meson.



## ŞEKİLLER DİZİNİ

### Sayfa No

Şekil 1.1. Kuark-glüyon köşesi.....	13
Şekil 1.2. Kuark-kuark saçılmasında kuantum ilmek düzeltmelerine karşılık gelen bazı Feynman çizimleri.....	14
Şekil 1.3. KRD'de $\alpha_s(Q)$ etkin çiftlenim sabiti .....	18
Şekil 1.4. Farklı ölçeklerde $\alpha_s$ 'nin Q ile değişimi .....	19
Şekil 1.5. Üç nokta ilintili fonksiyonuna perturbatif katıklar (a) en düşük seviye yalın ilmek Feynman çizimi (b) sanal bir glüyonlu yalın ilmek Feynman çizimi, $O(\alpha_s)$ düzeltmeleri. Sürekli kuarkları, kesikli çizgi glüyonları ve dalgalı çizgiler dış akımları gösteriyor .....	22
Şekil 1.6. Değiştirilmiş glüyon ileticisi.....	23
Şekil 1.7. $d \leq 6$ boyutlu olası bütün üç nokta ilintili fonksiyonu için Feynman çizimleri: (a) en düşük seviye yalın ilmek veya serbest kuark ilmek çizimi , (b) sanal bir glüyonlu yalın ilmek çizimleri, (c) kuark yoğunlaşma çizimleri, (d) bir dış alanlı kuark yoğunlaşma çizimleri, (e) glüyon yoğunlaşma çizimleri ve (f) İki kuark çizgisinin aynı anda kırılması ile elde edilen Feynman çizimleri.....	25
Şekil 1.8. En düşük seviye yalın ilmek Feynman çizimi .....	26
Şekil 1.9. Kuark yoğunlaşma Feynman çizimleri .....	26
Şekil 1.10. Bir dış alanlı kuark yoğunlaşma Feynman çizimleri.....	30
Şekil 1.11. Glüyon yoğunlaşma Feynman çizimleri .....	35
Şekil 1.12. İki kuark çizgisinin aynı anda kırılması ile elde edilen Feynman çizimleri...	38
Şekil 2.1. En düşük seviye yalın ilmek Feynman çizimi.....	66
Şekil 3.1. $g_{K^0 K^0 \gamma}$ çiftlenim sabitinin (a) $Q^2 = 0.6 GeV^2$ , (b) $Q^2 = 0.7 GeV^2$ , (c) $Q^2 = 0.8 GeV^2$ , (d) $Q^2 = 0.9 GeV^2$ değerleri için $M_1^2$ ve $M_2^2$ 'ye göre değişimi .....	93
Şekil 3.2. $g_{K^0 K^0 \gamma}$ çiftlenim sabitinin $M_2^2 = 0.9 GeV^2$ 'de farklı $Q^2$ değerleri için $M_1^2$ ile değişimi.....	94
Şekil 3.3. $g_{K^0 K^0 \gamma}$ çiftlenim sabitinin $M_2^2 = 1 GeV^2$ 'de farklı $Q^2$ değerleri için $M_1^2$ ile değişimi .....	95
Şekil 3.4. $g_{\rho\eta\gamma}$ çiftlenim sabitinin $\theta = -19^\circ \pm 2^\circ$ 'de $M_2^2 = 2.1 GeV^2$ ve farklı $Q^2$ değerleri için $M_1^2$ ile değişimi.....	96

Şekil 3.5. $g_{\rho\eta\gamma}$ çiftlenim sabitinin $\theta = -19^\circ \pm 2^\circ$ 'de $M_2^2 = 2.2 \text{ GeV}^2$ ve farklı $Q^2$ değerleri için $M_1^2$ ile değişimi .....	97
Şekil 3.6. $g_{\rho\eta\gamma}$ çiftlenim sabitinin (a) $Q^2 = 0.4 \text{ GeV}^2$ , (b) $Q^2 = 0.5 \text{ GeV}^2$ , değerleri için $M_1^2$ ve $M_2^2$ 'ye göre değişimi .....	98
Şekil 3.7. $g_{\rho\eta\gamma}$ çiftlenim sabitinin $\theta = 35.3^\circ \pm 5.5^\circ$ 'de $M_2^2 = 2.5 \text{ GeV}^2$ ve farklı $Q^2$ değerleri için $M_1^2$ ile değişimi .....	99
Şekil 3.8. $g_{\rho\eta\gamma}$ çiftlenim sabitinin $\theta = 35.3^\circ \pm 5.5^\circ$ 'de $M_2^2 = 2.6 \text{ GeV}^2$ ve farklı $Q^2$ değerleri için $M_1^2$ ile değişimi .....	100
Şekil 3.9. $g_{\rho\eta\gamma}$ çiftlenim sabitinin (a) $Q^2 = 0.4 \text{ GeV}^2$ , (b) $Q^2 = 0.5 \text{ GeV}^2$ , değerleri için $M_1^2$ ve $M_2^2$ 'ye göre değişimi.....	100
Şekil 3.10. $g_{a_0\rho\gamma}$ çiftlenim sabitinin farklı $M_1^2$ değerleri için $M_2^2$ Borel parametresine göre değişimi .....	102
Şekil 3.11. $g_{f_0\rho\gamma}$ çiftlenim sabitinin $\theta = 30^\circ$ 'de farklı $M_1^2$ değerleri için $M_2^2$ Borel parametresine göre değişimi .....	103
Şekil 3.12. $g_{a_0\rho\gamma}$ çiftlenim sabitinin $M_1^2$ ve $M_2^2$ Borel parametrelerine göre değişimi göre değişimi .....	104
Şekil 3.13. $g_{f_0\rho\gamma}$ çiftlenim sabitinin $\theta = 30^\circ$ 'de $M_1^2$ ve $M_2^2$ Borel parametrelerine göre değişimi.....	105
Şekil 3.14. $g_{a_0\rho\gamma}$ çiftlenim sabitinin farklı $M_2^2$ değerleri için $M_1^2$ 'nin fonksiyonu olarak değişimi.....	106
Şekil 3.15. $g_{a_0\rho\gamma}$ çiftlenim sabitinin $M_1^2$ ve $M_2^2$ Borel parametrelerine göre değişimi .	107
Şekil 3.16. $g_{f_0\rho\gamma}$ çiftlenim sabitinin $\theta = 30^\circ$ 'de farklı $M_2^2$ değerleri için $M_1^2$ 'nin fonksiyonu olarak değişimi .....	108
Şekil 3.17. $g_{f_0\rho\gamma}$ çiftlenim sabitinin $M_1^2$ ve $M_2^2$ Borel parametrelerine göre.....	109

## SEMBOLLER DİZİNİ

$A_\rho^a(k)$	: Potansiyel alanı
$C_I^{AB}, C_n^{AB}$	: Wilson katsayıları
$C_n(q^2)$	: Katsayı fonksiyonları
d	: Boyut
$e_q$	: Kuark yükü
$g_{\mu\nu}$	: Metrik tensör
$G_{\mu\nu}$	: Glüyon alan tensörü
I	: Özdeşlik işlemcisi
$j_\mu$	: Arakeştirim akımlar
KRD	: Kuantum Renk Dinamiği
M	: Borel kütlesi
$m_q$	: Kuark kütlesi
$N_c$	: Kuark renk sayısı
$O_n$	: Alan işlemcileri
OPE	: Operatör çarpım açılımı
P	: Sözdde vektör mezon
S	: Skaler mezon
V	: Vektör mezon
$\alpha_s(Q)$	: Etkin Çiftlenim sabiti
$\delta_{\mu\nu}$	: Delta fonksiyonu
$\varepsilon_\nu$	: Kutuplanma vektörü
$\varepsilon_{\mu\nu\beta\gamma}$	: Levi-Civita tensörü
$\kappa(q^2)$	: Yapı çarpanı
$\lambda^a$	: $SU(3)$ Gell-Mann matrisleri
$\lambda_{\omega, \rho, \dots}$	: Çakışma genliği

$\rho_{\mu\nu}(s)$  : İzgesel (spektral) yoğunluk

$\psi_{\beta}(x)$  : Fermiyon alanı

## 1. GENEL BİLGİLER

### 1. 1. Giriş

Yüksek enerji veya parçacık fiziği maddenin en temel yapıtaşlarının ne olduğunu ve bu yapıtaşlarının kendi aralarında ve diğer parçacıklarla nasıl etkileştiklerini konu alan fizik dalıdır.

19. yüzyıla değin, Newton'un mekanik ve kütleçekim yasalarının evrendeki her olayı açıklayabileceği varsayıyordu. 19. yüzyılın başında yeni bir kuvvetin varlığı deneysel ve kuramsal olarak incelenmeye başlandı. Faraday'ın elektrik, magnetizma ve bunların birleştirilmesi üzerine yaptığı çalışmalar başarılı olmadı. Fakat kısa bir süre sonra J. C. Maxwell, farklı gibi görünen elektrik ve magnetik kuvvetlerin aslında aynı kuvvetin farklı görünüşleri olduklarını gösterdi. 19. yüzyılın sonunda ve 20. yüzyılın başında, fizikteki bir diğer yenilikse evrendeki küçük ölçekli yapılar hakkındaki kuramların geliştirilmesi oldu. 19. yüzyılda atomun doğası hakkında fiziksel bir kuram oluşturulamamış ve atom maddenin bölünemez en küçük yapıtaşı olarak kabul ediliyordu. Ancak 1897'de J. J. Thompson tarafından elektronun gözlenmesi ile atomun parçacıklardan oluştuğu fikri ortaya çıktı. Bu nedenle 1897 yılı parçacık fiziğinin başlangıç yılı olarak kabul edilir. 19. yüzyılın sonunda Max-Planck kuantum fikrini ortaya attı. Kuantum fikrini kullanarak Einstein, ışığın enerji paketleri halinde taşınması gerektiğini ileri sürdü. Fakat bu öngörü Maxwell'in elektromagnetizma kuramına göre ışığın dalga biçiminde yayılması fikri ile çelişiyordu. Ancak bu çelişki 1927 yılında Brüksel'de toplanan konferansta N. Bohr ve W. Heisenberg'in dalga-parçacık ikilemini açıklamasıyla çözüldü.

Böylece 1930'lu yıllara gelindiğinde fizikte iki önemli teori vardı: Genel görelilik teorisi evrendeki büyük ölçekli yapılarla, kuantum teorisi ise evrendeki küçük ölçekli yapılarla ilgiliydi.

Fizikte bu gelişmeleri takiben, elektronu betimleyen denklem P. Dirac tarafından yazıldı. 1932'de nötron Chadwick tarafından bulundu ve atomun elektron, proton ve nötronlardan oluştuğu anlaşıldı. Diğer yandan, Fermi ve arkadaşları atomun çekirdeğinde proton ve nötronların birbirleri ile yalnızca kütleçekimsel ve

elektromagnetik kuvvetlerle değil, aynı zamanda zayıf ve yeğin (şiddetli) kuvvetlerle de etkileştiklerini ileri sürdüler.

Kuantum mekaniği dalga-parçacık ikilemi üzerine kurulmuştu. Elektromagnetik dalgaların parçacık özellikleri, fotonun enerji kuantumları ile açığa çıkar. Elektronun dalga özellikleri ise kuantum mekaniğinin temel denklemi olan Schrödinger denklemini sağlayan elektron dalga fonksiyonları ile gösterilir. Elektromagnetik alan içinde bulunan hidrojen atomu, elektron-foton etkileşmeleri ile açıklayabilmek için nasıl elektronu kuantumluyorsak elektromagnetik alanlar da kuantumlanmalıdır. Yani, kuantum dünyasında klasik parçacıkları ve klasik kuvvet alanlarını birlikte kuantumlamalıyız. Bu teoriye, kuantumlu elektromagnetik alan teorisi ya da kısaca kuantum elektrodinamiği (KEDİ) adı verilir. Kuantumlu alan teorilerinin kuantum mekaniğinden farkı, bir kuantum yok olmasını veya var olmasını tarif edebiliyor olmasındandır. Schörödinger mekaniği kapsamında bir elektron dalga fonksiyonu varsa hep vardır. Yoksa var edilemez. Yani parçacık yaratılıp yok edilemez! Oysa kuantumlu alan teorilerinde, örneğin bir foton gelip hidrojen atomunda taban düzeyinde bulunan bir elektrona çarparsa foton ve taban düzeyindeki elektron yok olur ve uyarılmış düzeylerin birinde bir elektron ortaya çıkar. Bu süreçte enerji, momentum ve açısal momentum korunmuştur. P. A. M. Dirac, E. Fermi ve P. Jordan'ın 1928'de başlayan fakat 1939'da II. Dünya Savaşının başlaması ile kesintiye uğrayan çabalarıyla kuantum elektrodinamiği ve sonsuzlukları kabaca ortaya çıkarılmış oldu.

İkinci Dünya savaşı ile fizik sekteye uğramış ve savaş sonrası fiziğin merkezi artık ABD'ye kaymıştır.

Savaş sonrasında J. Schwinger'in geliştirdiği görelî (relativistik) hesap yöntemleri ile, kuantumlu alan teorilerinde yeni atılımlar başladı. Schwinger, elektronun magnetik momentine kuantum mekaniğinden gelen katkıyı, pertürbasyon hesabı ile ilk yaklaşıklıkta belirledi. Deneysel fizikçi N. Kroll ve arkadaşları bu ölçümü yaparak kuantum elektrodinamiğinin ilk ve en çarpıcı başarısını gerçekleştirdiler. Çünkü hesaplanan ve ölçülen değerler, virgülden sonraki 10. haneye dek uyuşmaktaydı. Öte yandan R. Feynman iz integralleri ile kuantumlama yöntemleri üzerinde çalışırken pertürbasyon açılımındaki her bir terimin fiziksel yorumuna olanak veren Feynman çizimlerini buldu ve adıyla anılan hesap kurallarını çıkardı. 1947'de Shelter adasında ki konferansta Schwinger ve Feynman çalışmalarını fizik dünyasına açıkladılar (Dereli , 2000).

Yirminci yüzyılda kuantum mekaniğinin gelişmesiyle birlikte, elektronu ve elektromagnetizmayı tek bir tutarlı kuram içinde birleştirme çalışmalarına başlandı; burada ayar değişmezliği simetrisi temel bir işlev oynuyordu. Aslında bu fikir, yirminci yüzyıl fiziğinin her alanında etkin bir işlev üstlenmişti. Bugün tüm kuvvetlerin ayar simetrisi tarafından yönetildiği bilinmekte ve bu simetrisi açıklama girişimlerine de ayar kuramları denmektedir.

Kuantum mekaniği etkileşimleri gibi ayar kuramı dinamikleri en iyi Feynman çizimleri aracılığı ile anlaşılabilir. Bu çizimler yalnızca fiziksel bir sürecin basit resimleri değil aynı zamanda bize etkileşimler biliniyorsa ve çok büyük değillerse, bir sürecin olasılığını yani kuantum sonucunun nasıl hesaplanabileceğini söylerler.

Fotonlarla etkileşen elektronların, görelilikçi olan kuantum açıklaması, kuantum elektrodinamiği olarak bilinir.

Savaş sebebi ile 1943'te S. Tomonaga'nın kuantum elektrodinamiğinin görelilik formülasyonu üzerine yaptığı çalışmalar bilim dünyası tarafından hemen duyulmadı. S. Tomonaga savaş koşulları altında dünyadan kopuk çalışmış ve kuantum elektrodinamiğinin görelilik formülasyonuna herkesten önce ulaşmıştı. J. Schwinger, R. Feynman ve S. Tomonaga kuantum elektrodinamiğini bulmuş olmaları nedeniyle 1965 yılı Nobel ödülünü paylaştılar.

Bu çalışmalarla kuantum elektrodinamiğinin sonsuzluklarının pertürbasyon açılımındaki üç Feynman çiziminden kaynaklandığı ortaya çıktı: Elektronun öz enerjisi, foton öz enerjisi ve elektron-foton köşesi düzeltimi Feynman çizimi sonsuz kuantum geçiş genlikleri vermekteydiler. Ancak Schwinger ve diğerleri, bu sonsuzlukları formel olarak elektronun kütle, elektrik yükü ve kuantum dalga vektörü tanımları içine atarak sonlu terimler hesapladılar. Bu yöntem renormalizasyon dendi ve 1949'da F. Dyson, Feynman çizimlerinin sonsuzluk mertebelerini sıfırladı.

Kuantumlu alan teorilerinin renormalizasyonu için, sonsuz integralleri hesaplamaya yarayan bir regülarizasyon kuralı bulmak şarttır. En basit yol integralleri alt/üst sınırlarında keserek hesaplamak ve sonra limit almaktır. Kuantum elektrodinamiğinin 4-boyutlu momentum uzayında alınan Feynman integralleri için, üst sınırdan patlayan integrallere morötesi (UV) kesimi (katof), alt sınırdan patlayan integrallere ise kızılötesi (IR) kesimi gerekir. Hem UV hem de IR kesimi gerektiren kuantum elektrodinamiği, sonsuzluklar konusunda özellikle sorunludur. UV kesimi, Pauli-Villors denen bir regülarizasyon yöntemiyle halledilirken renormalizasyon kütlesi adı verilen ve fiziksel olmayan bir kütle

ölçeği teoriye getirilmiş oldu. Diğer yandan fotonun kütesiz olması nedeniyle IR kesimi şarttır. IR kesimi için, fotona kütle verilmesi demek, elektromagnetik dalgaların fiziksel olan iki tane enine salınım kipi yanında, fiziksel olmayan iki boyuna salınım kipinin daha getirilmesi demektir. Gupta-Bleuler adı verilen yöntemle, bu teknik sorun aşılır.

1954'te C. N. Yang ve R. L. Mills tarafından klasik ayar alanları olan Yang-Mills teorileri bulundu. Ayar teorileri, 20. yüzyılın kuantum mekaniğinden sonra en önemli teorisi. Ancak, teoride çözülmesi gereken birkaç sorun vardı. Teorinin kuantumlanması ve renormalizasyonu nasıl sağlanacaktı ve teoride ayar bozonlarına nasıl kütle kazandırılacaktı? 1967'de L. Faddeev ve V. Popov tarafından Yang-Mills alanlarının kuantumlanması, iz integralleri yöntemi ile çözüldü. Böylece Feynman kuralları tutarlı olarak elde edildi. Ayar teorisinin renormalizasyonunu 't Hooft, momentum uzayında Feynman integrallerini 4 boyutta değil,  $4-n$  boyutta hesaplayarak, sonsuzlukları  $\frac{1}{4-n}$  ve bunların katları halinde  $n \rightarrow 4$  limitinde yakaladıklarının fark edilmesiyle çözüldü. Bu yönetime boyutsal regülarizasyon adı verildi. Ayar değişmezliğine dokunmayan boyutsal regülarizasyon yardımıyla, 't Hooft ve Veltman, Yang-Mills teorilerinin renormalizasyonunu gösterebildiler.

Kuantumlu alan teorilerinin renormalizasyonu sırasında yapılan UV kesimi renormalizasyon kütleleri ( $\mu$ ) denilen bir ölçek belirler ve bu ölçek parametresi yalnızca sonsuzlukları çıkaran bir referans parametresidir. Kuantum elektrodinamiğinde renormalizasyon sonrasında konformal ölçek değişmezliğini koruyabilmek için, teorinin fiziksel parametrelerinin, Callan-Symanzik denklemi adı verilen aşağıdaki birinci dereceden diferansiyel denklemi sağlamaları istenir:

$$\mu \frac{d g(\mu)}{d \mu} = \beta(g(\mu)) \quad (1.1)$$

Burada  $\beta(g(\mu))$ , Callan-Symanzik  $\beta$ -fonksiyonudur,  $g(\mu)$  ise etkin çiftlenim (bağlanma) sabitidir. Korunumlu elektrik yük çiftlenim sabitinin tanımıyla ilgilidir. Örneğin bir atom çekirdeğinin toplam elektrik yükünün ölçümünde, artı işaretli  $q$  birim elektrik yükü taşıyan bir test parçacığı, sonda (prob) olarak kullanılabilir. Yani  $E$  enerjisi ile atom üzerine yollanıp, enerji korunumuyla minimum yaklaşma mesafesi belirlenir. Prob enerjisi düşükse, çekirdeğin elektrik yükü çıplak yükünden küçük olur. Çünkü atomun elektronları,



perdeleme yaparak, probun geçmesine engel olur. Prob enerjisi arttıkça ölçülen çekirdek yükü  $Q$ , o oranda artar. Dolayısıyla bir prob yardımıyla ölçülen çekirdeğin elektrik yükü, prob enerjisinin fonksiyonu haline gelir ve  $Q(E)$  olarak yazılabilir. Etkin elektrik yükünün limit değeri olarak  $Q_\infty$  çekirdeğin çıplak elektrik yükü adını alır. Çünkü bu limitte elektronların perdelemesi kalkmıştır.

Kuantum elektrodinamiğinin renormalizasyonu için, elektronun çıplak elektrik yükünün bir sanal foton bulutuyla perdelendiği kabul edilir. Elektronun çıplak elektrik yükü,

$$\lim_{\mu \rightarrow \infty} Q = -\infty \quad (1.2)$$

alınırsa,  $\mu_0$  ile gösterilen sonlu bir referans parametresindeki renormalize edilmiş yükü fiziksel elektrik yüküdür:

$$\lim_{\mu \rightarrow \mu_0} Q = e_0 \quad (1.3)$$

Callan-Symanzik denkleminin çözümleri etkin çiftlenim sabitini renormalizasyon kütesinin fonksiyonu olarak belirler. 1972'de 't Hooft ve Yang-Mills  $\beta$ -fonksiyonunun işaretinin, pertürbasyon açılımında kuantum elektrodinamiğinde bulunana göre ters işaretli olduğunu öngördü. Bunun anlamı, statik Yang-Mills ayar kuvvetlerinin, ters kare Coulomb kuvvet yasasından tamamen farklı bir nitelikte olması demektir. Sanal bozonlar, aralarındaki etkileşmeler nedeniyle çıplak yüke perdeleme değil, antiperdeleme yapıyor. Yani, bu kuvvetler duran iki yük arasındaki mesafe azalırken sifira gitme, mesafe artarken sonsuza gitme eğilimindedir. D. Politzer ve F. Wilczek çalışmalarının neticesinde, kuantumlu Yang-Mills ayar alanlarının asimtotik özgürlüğünü kanıtladılar. Bu buluşla birlikte Murray'ın 1961'de hadronların yapıtaşları olarak kuarkları öngörmesi yardımıyla Gell-Mann tarafından şiddetli kuvvetlerin kuantum alan teorisi şeklinde yazılması sağlandı. Gell-Mann hadron sınıfından olan proton, nötron gibi parçacıkların belli bir simetri grubu içinde sınıflandırılacaklarını keşfetti. Ayrıca Gell-Mann kuarkların üç değişik renk durumuna sahip olması gerektiğini ileri sürdü. Gell-Mann'ın teorisi yalnız kuarkları değil, aynı zamanda şiddetli kuvvetlerin taşıyıcısı olarak sekiz adet glüyonun varlığını da öngördü.

Günümüzde Kuantum Renk Dinamiği (KRD) olarak bilinen teoride hadronları oluşturan kuarkları bir arada tutan kuvvetler, glüyonların (Yang-Mills ayar bozonlarının) alınıp verilmesinden kaynaklanır. Bu kuvvetler asimtotik özgürlüğe sahiptir. Yani, hadronların içinde serbest olduğu düşünülen kuarkların birisini ayırarak, hadronlardan dışarı çekmek istersek, hemen şiddetlenen kuvvetler buna engel olur. Asimtotik özgürlük ilkesinden yola çıkarak Y. Nambu kuarkların sürekli hapsini öngördü. Böylece yalıtılmış olarak tek kuarkın gözlenmemesi açıklanmış oldu.

Yeğin kuvvetin bir kuantum alan teorisi olarak tanımlanmasından sonra, kuantum alan teorisi olarak yazılmamış yalnız iki kuvvet kalmıştı: zayıf kuvvet ve kütle çekim kuvveti. Bu kuvvetlerden zayıf kuvvetin kuantum alan kuramı şeklinde ifadesi, 60'lı yılların sonunda birbirlerinden bağımsız olarak S. Weinberg ve A. Salam tarafından yapıldı. Zayıf kuvvetlerin taşıyıcı parçacıkları yeğin ve elektromagnetik kuvvetlerin tersine kütleli  $W^+$ ,  $W^-$  ve  $Z^0$ 'dır. Bu parçacıkların kütle taşıması nedeniyle zayıf kuvvetler çok kısa mesafelerde etkilidir. Zayıf kuvvetlerin kuantum alan teorisi oluşturulurken kuvvet taşıyıcı parçacıklara kütle kazandırma mekanizması P. Higgs ve T. Kibble tarafından geliştirildi.

Ayar bozonlarına ayar değişmezliğini bozmadan kütle kazandırabilmek, elektromagnetik ve zayıf etkileşmeleri birleştirmek için simetrinin kendiliğinden bozulmasından hareket edilir. Bir karmaşık skaler alan, aslında iki gerçel salınım kipi (serbestlik derecesi) demektir. Bunlar  $\phi_1$  ve  $\phi_2$  olsun. Karmaşık toplamlar kutupsal gösterime geçirilirse  $\phi_1 + i\phi_2 = \rho e^{i\theta}$  yazarak  $\rho$  ve  $\theta$  diye iki skaler serbestlik derecesi tanımlanır. Kutupsal serbestlik derecelerinden  $\rho$ , tek serbestlik dereceli fiziksel bir skaler alana karşılık gelirken,  $\theta$  kütsüz bir skaler alan olup, fiziksel olamaz. Buna Goldstone skaleri denir. Goldstone türü skaler, model tarafından indüklenen her kendiliğinden simetri bozulması süreci, bir kütsüz Goldstone skalerinin varlığını gerektirir. Dolayısıyla kendiliğinden simetri bozulması fikri tek başına pek gerçekçi değildir.

Ara bozonlara kütle kazandıracak diğer bir yöntem 1964'de P. Higgs tarafından geliştirildi ve bu yöntemde sorun klasik alanlar düzeyinde ele alındı. Bu yöntemde yukarıda karmaşık skaler alan için verilmiş serbestlik dereceleri analizinin benzeri elektromagnetik alanlar için yapıldı. Elektromagnetik dalgaların fiziksel salınım kiplerinin sayısı ikidir. Fotonun kütsüz olması nedeniyle, yalnızca iki kutuplanması vardır. Bunların her ikisi de dalganın yayılma yönüne dik olan düzlem içerisinde tanımlıdır ve enine serbestlik derecelerini temsil ederler. Kütleli vektör alanının ise, üç serbestlik derecesi

bulunur. İki enine salınım kipine ek olarak, bir de dalganın hareket yönüne paralel salınımlarını temsil eden, bir boyuna serbestlik derecesi daha vardır. Higgs'in önerisi, elektromagnetik alanlara minimal bağlanmış bir karmaşık skaler alanla işe başlamak. Modelin yerel ayar dönüşümleri altında değişmezliği bulunur. Kuantumlu alan teorisi olarak renormalizasyonu yapılabilmesi bakımından bu haline R-fazı denir. Bu fazda iki serbestlik derecesi elektromagnetik potansiyelden, iki serbestlik derecesi de karmaşık skaler bozondan gelmek üzere, toplam dört fiziksel serbestlik derecesi vardır. Skaler alanın kutupsal gösterimine geçildiğinde ve elektromagnetik potansiyel yeniden tanımlandığında,  $\theta$  skaleri bir vektör bozon alanının boyuna bileşeni olarak yorumlanır. S. Coleman, bunu "kütlesiz vektör alanı Goldstone skalerini yiyerek şişmanlar" diye açıklamıştır.

Modelin bu fazına ise fiziksel serbestlik derecelerini açıkça gösterdiği için U-fazı denir. Toplam serbestlik dereceleri yine dördtür fakat bu durumda kütleli vektör alanının üç serbestlik derecesinin yanı sıra Higgs bozonu adı verilen bir serbestlik derecesi taşıyan skaler bozon kalır. Higgs mekanizması Weinberg ve Salam tarafından ustaca kullanıldı ve elektromagnetik ve zayıf kuvvetlerin kuantum ifadeleri aynı teoride birleştirildi. Bu nedenle bu teoriye elektrozayıf teori adı verildi.

Weinberg-Salam modelinde, R-fazında 4 adet kütlesiz ayar bozonu bulunur. Bunlardan izospin simetrisi ile ilgili olanlarını  $A^1, A^2, A^3$  ve hiperyük ile ilgili olanını  $B$  diye gösterilirse, her birinin iki adet enine serbestlik derecesinden toplam sekiz serbestlik derecesi eder. Kendiliğinden simetri bozulmasını indüklemek için, bir karmaşık Higgs skaler çifti alınır ki, buradan da dört gerçel serbestlik derecesi gelir. Böylece bozon serbestlik derecelerinin R-fazındaki toplamı 12 olur. Higgs mekanizmasını çalıştırıp, ara bozonlarına kütle kazandırdıktan sonra U-fazında serbestlik dereceleri şöyle dağılır: Kütleli  $W_{\pm} \equiv A^1 \pm i A^0$  ve  $Z^0$  ara vektör bozonlarının üçerden toplam dokuz serbestlik derecesine, kütlesiz kalan fotonun iki enine serbestlik derecesini ekleyince, bir gerçel serbestlik derecesi daha kalır ki bunu Higgs skaler bozonu taşır. Ara bozonların kütlesi modelden bellidir. Ancak Higgs bozonunun kütlesi hakkında modelin bir öngörüsü yoktur. Bu ara bozonların alınıp verilmesinden kaynaklanan elektrozayıf etkileşmelere giren leptonlar üç nesil halinde bulunurlar. Birinci nesil elektron ve elektron nötrinosundan, ikinci nesil müon ve müon nötrinosundan, üçüncü nesil ise tau ve tau nötrinosundan oluşur. Kütlesiz kabul edilen nötrinolar sadece sol ellidirler. Elektronlar ise kütle kazanacakları için hem sol elli hem de sağ elli olabilirler. Weinberg-Salam modelinde elektron alanının sol elli bileşeniyle, elektron nötrino alanı, bir izospin çifti gibi, elektronun sağ elli

bileşeniye, bir izospin teklisi olarak alınır. Higgs mekanizması ile leptonların da kütle kazanımını sağlamak için, Higgs alanlarıyla leptonların özel bir biçimde etkileşmeleri gerekir. Buna Yukawa bağlanması adı verilir. Ancak Yukawa bağlanmasının ne olacağını belirleyen bir kural olmadığından, lepton kütleleri modele yine elle konmuş olmaktadır. Bu ve gözlemlere uydurularak değerleri belirlenen 26 tane serbest parametrenin bulunması Weinberg-Salam modelinin eksikliğidir.

1971'de Veltman ve 't Hooft kuantumlu Yang-Mills alanları teorisinin renormalizasyonunu gösterdi. Bunun hemen ardından 't Hooft, Higgs mekanizması ile kütle kazandırmanın, teorisinin renormalizasyonunu etkilemeyeceğini gösterince ve 1973'te CERN laboratuvarlarında gözlenen yüksüz akım etkilerinin analizi sonunda Weinberg – Salam modelinin çelişkileri açıklanmış oldu. Glashow, Weinberg ve Salam bu çalışmalarlarıyla 1979'da Nobel fizik ödülünü kazandılar. 1999'da ise 't Hooft ve Veltman elektrozayıf etkileşmeler teorisine katkılarından dolayı Nobel fizik ödülü ile onurlandırıldılar.

Elektrozayıf kuram ve Gel-Mann'ın yeğin (kuvvetli) kuvveti betimleyen Kuantum Renk Dinamiği kuramı doğada gözlenen üç kuvveti ve maddeyi oluşturan temel parçacıkları başarıyla açıklar. Bu iki kurama birlikte Standart Model (SM) deniyor. SM'ye göre madde leptonlar, kuarklar, kuvvet taşıyıcı parçacıklar ve Higgs parçacıklarından oluşuyor.

Yeğin etkileşmelerin teorisi olan Kuantum Renk Dinamiği (KRD), maddenin temel yapıtaşları olan kuarklar ve glüyonlar arasındaki etkileşmeleri betimleyen teoridir. KRD'ye göre şiddetli etkileşmeleri ifade eden Lagranjiyen  $SU(3)$  yerel ayar simetrisine sahiptir. Kısaca, KRD renormalize edilebilen abelyen olmayan bir kuantum alan teorisidir. Lagranjiyenin abelyen olmayan yerel simetriye sahip olmasından dolayı diğer teorilerden farklı olarak bir takım yeni özellikler ortaya çıkmaktadır. KRD'de  $g$  çiftlenim sabiti enerji momentum skalasına bağlıdır. Bu skala büyükse,  $g$  çiftlenim sabiti sıfıra yaklaşır, kuark ve glüyonlar arasındaki etkileşme zayıflar. Yani kuarkın renk yükü, kuarkı saran glüyon bulutu içine doğru gidildikçe küçülür. Kuarklar arasındaki mesafe sonsuz küçük olduğunda aralarındaki etkileşmelerinin çok küçük olduğu yani daha önce bahsettiğimiz asimtotik özgürlük durumunun ortaya çıktığı görülür. Büyük mesafelerde ise kuarklar arasındaki çekim oldukça büyük olduğundan serbest halde bulunmazlar. Büyük mesafelerde çiftlenim sabiti büyük olduğundan artık pertürbatif açılım uygulanamaz ve bu durumda pertürbatif olmayan yöntemlere gereksinme vardır. Literatürde birçok pertürbatif olmayan yöntem ve

model vardır. Örneğin, Ağır kuark Etkin Modeli (HQET) (Grozin,2004), KRD toplama kuralları (Shifmann vd., 1979), örgü KRD v.s.

Günümüz fiziğinde etkileşmelerin ayar alanları tarafından gerçekleştiğini kabul etmekteyiz. Kuarkları bağlayarak hadronları meydana getiren kuvvetli etkileşmeler (renk etkileşmeleri) bir  $SU(3)$  ayar teorisi, zayıf ve elektromagnetik etkileşmeler ise karmaşık bir Higgs ikilisi aracılığıyla yalnız bir elektromagnetik  $U(1)$  ayar grubu kalacak şekilde kendiliğinden bozulan bir  $SU(2)_L \times U(1)$  ayar teorisi ile betimlenmektedir. Ayar etkileşmeleri, ayar grubunun Lie cebirinin bir elemanı olup ayar grubu altında belirli bir şekilde dönüşen ve ayar bozonları elektromagnetik etkileşmeleri taşıyan foton, zayıf etkileşmeleri taşıyan  $W^\pm$ ,  $Z_0$  ve renk etkileşmelerini taşıyan sekiz glüyon adıyla anılan vektör alanları tarafından taşınır.

Birleştirilmiş ayar teorilerinde, bugün gözlediğimiz etkileşmeleri veren  $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)$  ayar grubu daha yüksek boyutlu bir basit grubun içine yerleştirilmektedir. Bu birleştirilmiş ayar gruplarının en küçüğü  $SU(5)$  grubudur.

Bu çalışmada, I. Bölümde KRD Lagranjien ve toplama kuralları özetlenerek, II. Bölümde  $S$  skaler,  $V$  vektör ve  $P$  sözde vektör mezon olmak üzere  $S \rightarrow V\gamma$ ,  $V \rightarrow P\gamma$  bozunmalarının çiftlenim sabitleri üç nokta toplama kuralları kullanılarak hesaplandı. III. Bölümde sonuç ve tartışma ve IV. Bölümde ise öneriler yapıldı.

## 1. 2. Kuantum Renk Dinamiği (KRD)

F çeşni,  $\alpha$  renk olmak üzere  $q_f^\alpha$  kuark alanı ve renk uzayındaki vektör gösterimi

$q \equiv \begin{pmatrix} q_f^1 \\ q_f^2 \\ q_f^3 \end{pmatrix}$  dir. Böylece, kuarklar için serbest Lagranjien

$$L_0 = \sum_{f=1}^3 \bar{q}_f (i \partial - m_f) q_f \quad (1.4)$$

olarak yazılır. Bu serbest Lagranjien renk uzayında isteksel yerel olmayan

$$q_f^\alpha \rightarrow (q_f^\alpha)' = U_\beta^\alpha q_f^\alpha, \quad U = \exp\left\{-ig_s \frac{\lambda_a}{2} \theta_a\right\} \quad (1.5)$$

$SU(3)_C$  dönüşümleri altında değişmez kalır. Burada  $\theta_a$  isteksel parametreler ve  $\lambda^a$  ( $a = 1, 2, \dots, 8$ ),  $SU(3)_C$  cebiri gösteriminin üreticileridir.  $\lambda^a$  Gell-Mann matrisleri ve  $f^{abc}$ ,  $SU(3)_C$ 'nin yapı sabitleri olmak üzere

$$[\lambda^a, \lambda^b] = 2i f^{abc} \lambda^c \quad (1.6)$$

sıra değişim bağıntılarını sağlarlar (Ecker, 2006).

Lagranjiyenin,  $(\theta_a \rightarrow \theta_a(x))$  yerel  $SU(3)_C$  dönüşümleri altında değişmez kalması için türevler, kovaryant türevle yer değiştirir.  $n^2 - 1$  tane bağımsız ayar parametresi olduğundan, glüyon olarak adlandırılan 8 farklı  $G_a^\mu(x)$  ayar bozonuna gereksinme vardır. Bu gerekliliği sağlayan kovaryant türev

$$D^\mu q_f \equiv \left[ \partial^\mu - ig_s \frac{\lambda^a}{2} G_a^\mu(x) \right] q_f \equiv \left[ \partial^\mu - ig_s G^\mu(x) \right] q_f, \quad (1.7)$$

$$[G^\mu(x)]_{\alpha\beta} \equiv \left( \frac{\lambda^a}{2} \right)_{\alpha\beta} G_a^\mu(x) \quad (1.8)$$

şeklinde tanımlanır.  $D^\mu q_f$  de  $q_f$  renk-vektörü gibi dönüşmelidir. Sonsuz küçük dönüşümler altında bu alanlar

$$q_f^\alpha \rightarrow (q_f^\alpha)' = q_f^\alpha - ig_s \left( \frac{\lambda^a}{2} \right)_{\alpha\beta} \delta\theta_a q_f^\beta, \quad (1.9)$$

$$G_a^\mu \rightarrow (G_a^\mu)' = G_a^\mu - \partial^\mu(\delta\theta_a) + g_s f^{abc} \delta\theta_b G_c^\mu \quad (1.10)$$

şeklinde dönüşür.

Glüyon alanlarını içerecek şekilde ayar-değişmez kinetik terimi yazmak için,

$$G^{\mu\nu}(x) \equiv \frac{i}{g_s} [D^\mu, D^\nu] = \partial^\mu G^\nu - \partial^\nu G^\mu - i g_s [G^\mu, G^\nu] \equiv \frac{\lambda^a}{2} G_a^{\mu\nu}(x) \quad (1.11)$$

alan tensörleri tanımlanır.

$$G_a^{\mu\nu}(x) = \partial^\mu G_a^\nu - \partial^\nu G_a^\mu + g_s f^{abc} G_b^\mu G_c^\nu \quad (1.12)$$

ayar dönüşümü altında

$$G^{\mu\nu} \rightarrow (G^{\mu\nu})' = U G^{\mu\nu} U^\dagger \quad (1.13)$$

şeklinde dönüşür ve renk izi  $\text{Tr}(G^{\mu\nu} G_{\mu\nu}) = \frac{1}{2} G_a^{\mu\nu} G_{\mu\nu}^a$  değişmez kalır (Pich, 1994).

Glüyon kinetik terimi için uygun normalizasyondan sonra,  $SU(3)_C$  değişmez KRD Lagranjyeni

$$\Lambda_{KRD} \equiv -\frac{1}{4} G_a^{\mu\nu} G_{\mu\nu}^a + \sum_f \bar{q}_f (i \not{D} - m_f) q_f \quad (1.14)$$

olur. Serbest Lagranjiyene eklenen terim, üç ve dört glüyonun bir noktada etkileşebileceği sonucunu verir. Bu, KRD'nin en temel özellikleri arasında olan, yüksek enerjilerde asimtotik özgürlüğü, düşük enerjilerde ise kuark hapsini gerektirir. Terimlerin daha iyi görülebilmesi için Lagranjiyen

$$\begin{aligned} \Lambda_{KRD} \equiv & -\frac{1}{4} (\partial^\mu G_a^\nu - \partial^\nu G_a^\mu) (\partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a) + \sum_f \bar{q}_f^\alpha (i \not{\partial} - m_f) q_f^\alpha \\ & + g_s G_a^\mu \sum_f \bar{q}_f^\alpha \gamma_\mu \left( \frac{\lambda^a}{2} \right)_{\alpha\beta} q_f^\beta \\ & - \frac{g_s^2}{2} f^{abc} (\partial^\mu G_a^\nu - \partial^\nu G_a^\mu) G_\mu^b G_\nu^c - \frac{g_s^2}{4} f^{abc} f_{ade} G_b^\mu G_c^\nu G_\mu^d G_\nu^e \end{aligned} \quad (1.15)$$

şeklinde yazılır. Birinci satır, ilgili ileticilerin verdiği farklı alanlar için doğru kinetik terimleri, ikinci satır kuark ve glüyonlar arasındaki renk etkileşmelerini, son satır da renk gruplarının abeliyen olmayan yapısından dolayı  $G_a^{\mu\nu} G_{\mu\nu}^a$  terimi, üçlü ve dörtlü glüyon öz-etkileşme terimini içerir. KRD Lagranjyeninde, tüm etkileşmeler kuvvetli çiftlenim sabiti olarak adlandırılan evrensel  $g_s$  çiftlenimi cinsinden verilir.

KRD Lagranjyenini uygun şekilde kuantize etmek için ayar-sabitlenme ve Faddeev-Popov hayalet (ghosts) terimleri de  $\Lambda_{KRD}$ 'ye eklenmelidir. Kovaryant ayarda

$$\Lambda_{ayar-sabitlenme} = -\frac{1}{2\lambda} (\partial^\mu G_\mu^a)^2 \quad (1.16)$$

olur. Ayar sabitlemesi yapılırken fiziksel olmayan serbestlik derecelerinin ortaya çıkması olasıdır. Bu serbestlik derecelerini ortadan kaldırmak için hayalet Lagranjyeni getirilir. Böylece KRD Lagranjyeni

$$\Lambda_{KRD} \equiv -\frac{1}{4} G_a^{\mu\nu} G_{\mu\nu}^a + \sum_f \bar{q}_f (i \not{D} - m_f) q_f - \frac{1}{2\lambda} (\partial^\mu G_\mu^a)^2 + \Lambda_{ghost} \quad (1.17)$$

olur (Seymour, 2004).

Özetlenirse, KRD kuvvetli etkileşmeleri betimleyen kuantum alan teorisidir. Diğer bir deyişle, yeğin, elektromagnetik ve zayıf etkileşmeleri birleştiren temel parçacık ve kuvvetler için Standart Model  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)$  ayar teorisidir. Sekiz korunumlu yüke sahip olan KRD simetri grubudur. Kuantum alan teorilerinin karakteristiğindeki gibi her alan, kuantum alanlar veya parçacıklar cinsinden betimlenebilir.

Ayar teorisinden dolayı, KRD kuvvetlerini taşıyan alanlar Lorentz grubu altında vektör gibi dönüşür. Bu vektör alanları “glüyon” olarak adlandırılan parçacıklardır ve açısal momentum (spin) taşırlar. Glüyonlar  $\frac{1}{2}$ -spinli Dirac parçacıkları olan kuarklarla ve kendi aralarında etkileşirler.

KRD'de Feynman çizimleri köşeler, ileticiler ve kuark-glüyon ileticilerinden oluşur. Ancak  $g_s$  pertürbatif açılımı anlamlıysa, bu Feynman çizimleri anlam taşır. Kuark-glüyon çiftlenimi

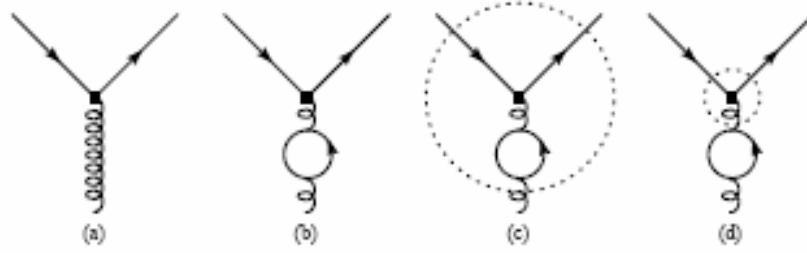


$$\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi} \quad (1.18)$$

olarak tanımlanır. Bu durumda  $\alpha_s$ , yeteri kadar küçük olmalıdır ( $\alpha_s \ll 1$ ). Fakat KRD'de  $\alpha_s$ 'nin büyüklüğü önemli bir problemdir.

### 1. 3. Etkin Çiftlenme Sabiti

Kuark kütleleri ve  $g_s$ , KRD Lagranjiyeninin parametreleridir. Lagranjiyendeki tüm parametreler fiziksel gözlenebilir olmalıdır (Seymour, 2004).



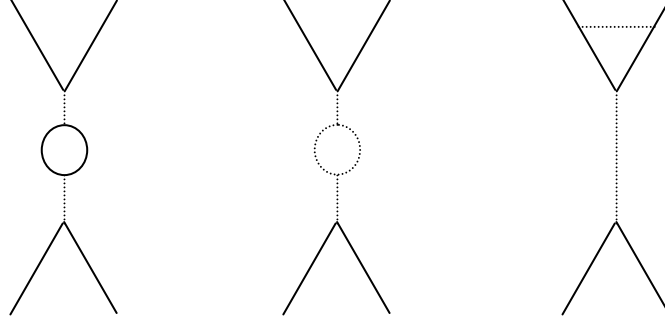
Şekil 1.1. Kuark-glüyon köşesi

Kuark-glüyon çiftlenimi için  $g_s$  yeniden tanımlandığında en düşük mertebede pertürbasyon teorisi için Şekil 1.(a) ve Şekil 1.(b)'nin her ikisi de aynıdır. Fakat daha yüksek mertebeye pertürbasyon teorisi hesaplarında, ilmek düzeltmeleri hesaba katkı verir. Aynı şeyi iki kez hesaplamaktan kaçınmak için Şekil 1.(c)'de olduğu gibi ilmek düzeltmeleri köşenin bir parçası mıdır? Ya da Şekil 1.(d)'de olduğu gibi Feynman çiziminin diğer bir kısmı mıdır? Karar vermek gerekir. Bunu başarmanın bir yolu  $\mu$  renormalizasyon ölçeği tanımlamaktır. Büyük skalalarda (kısa mesafe)  $\mu$  köşenin bir parçası, küçük skalada (uzun mesafe)  $\mu$  Feynman çiziminin diğer kısmının parçasıdır. Doğal olarak bu durum fiziği değiştirmez, yalnızca her fiziksel niceliğin bir kez hesaplanmasını sağlar.  $\mu$  tamamen isteksel bir skala olduğu için fiziksel değerleri etkilemez. Burada ortaya çıkan sonuç çiftlenme sabitinin  $\mu$ 'ye bağlı olduğudur.

KRD'de kuark-glüyon ilmekleri  $\alpha_s$  'nin belirlenmesinde önemli rol oynar. En düşük mertebe de kuark-kuark saçılma genliği

$$A = \frac{4 \pi \alpha_s}{q^2} \left( \bar{\psi}_{si} \gamma_\mu \frac{(\lambda^a)_k^i}{2} \psi_s^k \right) \left( \bar{\psi}_{dj} \gamma^\mu \frac{(\lambda^a)_\ell^j}{2} \psi_d^\ell \right) \quad (1.19)$$

şeklinde yazılır. (1.19) genliğinde  $O(\alpha_s)$  düzeltmeleri için Şekil 1. 2'deki Feynman çizimleri hesaplanır. Bu çizimler kuark ve glüyon ilmekleri içerir ve  $\alpha_s$  hesabı için önemlidirler.



Şekil 1.2. Kuark-kuark saçılmasında kuantum ilmek düzeltmelerine karşılık gelen bazı Feynman çizimleri

Bu hesaba ilmek çizimlerinden başlanıp, sanal parçacıkların ileticileri yerine yazıldığında,  $k$  (dörtlü) momentumu üzerinden dört boyutlu

$$I_{ilmek}(q, m_q) = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{k^\alpha, k^\alpha k^\beta, \dots}{(k^2 - m_q^2)((k+q)^2 - m_q^2)} \quad (1.20)$$

Feynman integrali elde edilir. Burada hesabı basitleştirmek için kuark kütleleri sıfır alınabilir. İlmek integrallerini hesaplarırken boyutsal düzenleme kullanılır ve boyut sayısını düşürerek (1.19) integrali yakınsak yapılır. 4 ile  $D$  yer değiştirilir,  $D$ 'nin fonksiyonu olarak integral hesaplanır ve isteksel tamsayı olmayan  $D = 4 - \varepsilon$  boyutu için sonuç formel olarak

$$I_{ilmek}(q, 0) = \int d^4 k f(k, q) \rightarrow \mu^{(4-D)} \int d^D k f(k, q) = I(q, \mu, D) \rightarrow I(q, \mu, 4 - \varepsilon)$$

yazılabilir. Burada yardımcı kütle skalası  $\mu$ , integralin fiziksel boyutunun değişmez kalmasını sağlar. Boyutsal düzenlemenin avantajı, hesabın her adımında genliğin ayar simetrisini korumasıdır. İlmek integralleri için genel ifade

$$I_{ilmek}(q,0) \rightarrow \mu^{(4-D)} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k^\alpha, k^\alpha k^\beta, \dots}{k^2(k+q)^2} = I_1 \log(-q^2/\mu^2) + \frac{1}{\epsilon} + I_2 \quad (1.21)$$

şeklinde yazılır. Burada  $I_{1,2}$  hesaplanabilir sonlu katsayılar ve  $\frac{1}{\epsilon}$  integralin ıraksak kısmı ile orantılı kısımlardır (KRD renormalize edilebilir bir teori olduğundan tüm ıraksak  $\frac{1}{\epsilon}$  terimleri yutulabilir.) (Khodjamirian, 2003).

Ağaç seviyesi genliğini hesaplamak için Şekil 1. 2'deki  $O(\alpha_s)$  mertebesindeki çizimlerin katkılarını hesaba katarsak (1.19) ile aynı sonuç elde edilir. Fakat  $\alpha_s$ , momentum skalasına bağlı etkin çiftlenim ile yer değiştirir:

$$\alpha_s^{etkin}(Q) \equiv \alpha_s \left( 1 - \frac{\alpha_s}{4\pi} \left( \beta \log \frac{Q^2}{\mu^2} + sabit \right) \right) \quad (1.22)$$

Burada  $\beta = 11 - \frac{2}{3} N_f$ , düşük derecede Gell-Mann-Low fonksiyonu sabitidir. Yalnız  $m_q \ll Q$  kütleline sahip kuarklar  $\alpha_s^{etkin}(Q^2)$ 'e katkı verir. Diğer bir skalada örneğin  $Q_0$ 'a göre  $\alpha_s^{etkin}$

$$\alpha_s^{etkin}(Q_0) \equiv \alpha_s \left( 1 - \frac{\alpha_s}{4\pi} \left( \beta \log \frac{Q_0^2}{\mu^2} + sabit \right) \right) \quad (1.23)$$

olur. (1.22), (1.23)'e bölünerek

$$\alpha_s^{etkin}(Q) \equiv \alpha_s^{etkin}(Q_0) \left( 1 - \frac{\alpha_s^{etkin}(Q_0)}{4\pi} \beta \log \frac{Q^2}{Q_0^2} \right) \quad (1.24)$$

elde edilir. (1.24) ifadesi, yalnız  $\alpha_s^{etkin}(Q_0)$  yeteri kadar küçük ve yüksek mertebe düzeltmelerinin ihmal edilebilmesi durumunda geçerlidir. (1.24);  $Q$  momentumu artarken  $\alpha_s^{etkin}(Q)$ 'nin azaldığını gösterir. Böylece  $\alpha_s$ 'deki pertürbatif açılım belli bir momentum değerine kadar geçerlidir ( $Q > Q_0$ ). Momentumun bu sınır değerini bulabilmek için bir referans skalasına gereksinme vardır. Pertürbasyon teorisinin geçerli olmadığı bölgede  $\alpha_s$  kuvvetli çiftlenim bölgesine girer.  $Q \gg Q_0$  durumunda  $\alpha_s^{etkin}(Q) \rightarrow 0$  olur ve asimtotik özgürlük geçerlidir. Düşük enerjilerde ( $Q \rightarrow Q_0$ ) etkin çiftlenim sabiti büyür ( $\alpha_s^{etkin}(Q) \rightarrow \infty$ ) ve artık pertürbasyon teorisi geçerli değildir. Bu kuvvetli çiftlenimin patlama noktası genelde  $\Lambda$  ( $\Lambda \approx Q_0$ ) ile gösterilir.  $\Lambda$  skalasına bağlı

$$\alpha_s(Q) \equiv \frac{2\pi}{\beta \log\left(\frac{Q}{\Lambda}\right)} \quad (1.25)$$

şeklinde ifade edilir. Çiftlenim sabiti ifadesinde de hapsolma olayı açıkça görülmesine karşın, bu çiftlenim sabiti  $Q \rightarrow Q_0$  skalasında neden pertürbasyon teorisinin geçerli olmadığını açıklamaz (Pich,1999).  $\Lambda \rightarrow Q$ 'de,  $\alpha_s(Q)$ 'nin patlayan davranışı pertürbasyon teorisinin kırılması anlamına gelir. Uzun mesafelerde, kuark ve karşıkuarklar kuvvetli etkileşir ve hadronları oluştururlar. Hadronik etkileşmelerin belirgin (karakteristik) enerji ölçeği  $O(\Lambda)$ 'de son bulur. Bu nedenle ( $\approx \Lambda$ )-momentumunda KRD'de yeğin, pertürbatif olmayan kuark-glüyon kuvvetinden dolayı hadronların oluşması oldukça doğaldır. Uzun mesafelerde hadronlar, kuark ve glüyonların gözlenebilir formudur.

Asimtotik özgürlük ve hapsolma olaylarını geniş bir şekilde incelemek yukarıda özetlemeye çalıştığımız konuların anlaşılmasını kolaylaştırır.

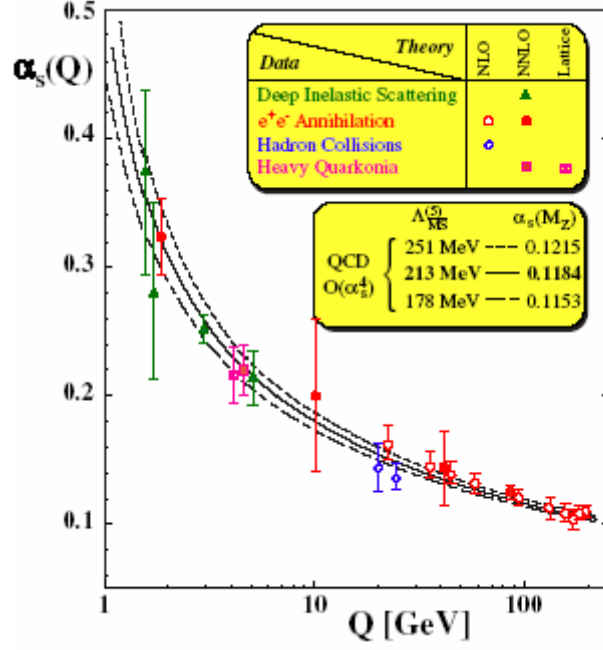
#### 1. 4. Asimtotik Özgürlük ve Hapsolma

Kuarklar glüyonlar aracılığı ile etkileşir. Fakat yüksek enerjilerde derin elastik olmayan çarpışmalarda, kuarkların birbirleri ile çok az etkileştikleri gözlenmiştir. Bu çelişkili durum 1973'de Politzer, t'Hooft ve Wilczek'in abelyen olmayan teorilerin asimtotik özgürlük adını alan bir özellik taşıdığını göstermesi ile çözülmüştür. Bu özelliğe

göre, küçük mesafelerde kuarklar arası etkileşme zayıflar, büyük mesafelerde ise kuarklar arasındaki etkileşme kuvveti büyür. Diğer bir deyişle asimtotik özgürlük, çok küçük mesafelerde kuarkların serbest parçacıklar gibi davrandığını söyler.

Kuvvetli etkileşmelerin bu özelliğinin nedeni, glüyonların renk yükü taşımasıdır. Renk yükleri sayesinde glüyonlar diğer bir glüyonu yayıp soğurabilir. Kuarklar arası etkileşme ise yalnız kuarkların renk yüküne bağlı değil ayrıca bu kuarkları çevreleyen glüyon bulutunun renk yüküne de bağlıdır. Kuarklar arasındaki mesafe büyüdükçe glüyon bulutlarının katkısından dolayı etkileşme kuvveti büyür. Sonuçta kuarkların etkin renk yükleri (kuarkla çevresindeki glüyon ve kuark-karşıtkuark bulutlarının toplamını ifade eden renk yükü), kuarklar arası mesafenin artmasıyla büyür. Bu durum, kuark ve glüyonların hapsine neden olur. KRD'ye göre, yalnız renksiz parçacıklar gözlenebilir. Renksiz bir hadronu bileşenlerine ayırmaya çalışırsak, hadronu oluşturan kuarklar arası etkileşme alanındaki enerji bir kuark-karşıtkuark çifti oluşturmak için yeterli olduğunda, bu enerji yeni kuark-karşıtkuark çiftinin oluşumuna neden olur. Ortaya çıkan kuark ve karşıtkuarklar, hadronlardaki kuark ve karşıtkuarklarla birleşerek yeni parçacıklar oluşturur. Sonuç olarak, hadronları bileşenlerine ayırmak için verdiğimiz enerji, kuark ve karşıtkuarkların ayrılmalarına değil, yeni oluşumlara neden olur. Bu nedenle kuarkları serbest halde gözlemlememiz olası değildir (Yılmazkaya, 2004).

Deneylerden ve teorik (1.24'den) elde edilen  $\alpha_s$  etkin çiftlenim sabiti Şekil 1.3.'te veriliyor.

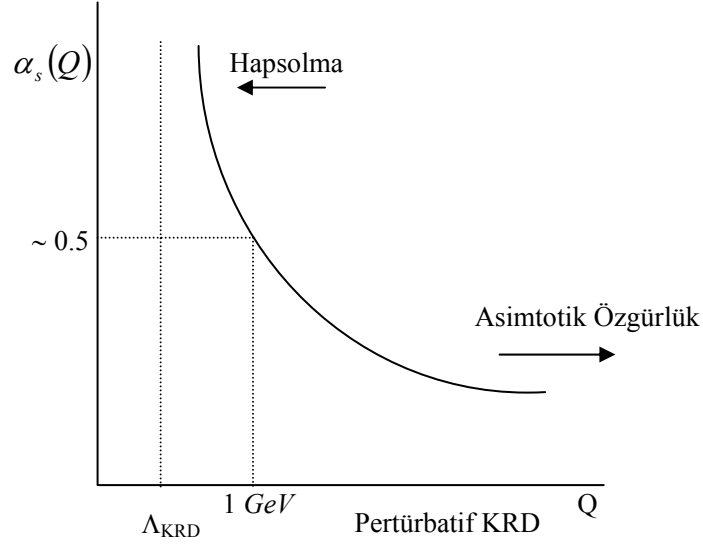


Şekil 1.3. KRD’de  $\alpha_s(Q)$  etkin çiftlenim sabiti (Bethke, 2000)

Deneysel sonuç, KRD öngürüsü ile uyum içindedir. Aralarındaki sonsuz küçük mesafeler limitinde, kuarklar arasındaki kuvvetli etkileşme ortadan kalkar. Bunun anlamı, kuarklar küçük mesafelerde yaklaşık serbesttir (asimtotik özgürlük). Kuarklar arasındaki renk potansiyeli, Coulomb tipinde  $\alpha_s/r$  terimi ile doğrusal bir terimin toplamı olan ve genelde görelî olmayan,  $V(r) = (-4/3)\alpha_s/r + br$  potansiyel olarak kullanılır. Etkin çiftlenim sabiti

$$\alpha_s(Q) \equiv \frac{2\pi}{\beta \log\left(\frac{Q}{\Lambda_{KRD}}\right)} \quad (1.26)$$

ile verilir.  $\Lambda_{KRD}$  ( $\Lambda \approx \Lambda_{KRD}$ ) sabiti KRD’de önemli bir rol oynar. Şekil 1.4’te görülebileceği gibi  $\alpha_s(Q)$  ifadesi  $Q \approx \Lambda_{KRD}$  olduğu zaman çok büyük bir değer verir ve hadronlaşma oluşur.



Şekil 1.4. Farklı ölçeklerde  $\alpha_s$  'nin  $Q$  ile değişimi (Khodjamirian, 2004)

Özetlenirse, Şekil 1.4'den de görülebileceği gibi, KRD'de kuark glüyon etkileşmelerinde iki farklı görüntü verir:

- Kısa mesafeler ya da yüksek momentum bölgesinde, KRD'nin asimtotik özgürlük özelliğinden dolayı kuarklar yaklaşık serbest hareket ederler ve bu özellik  $\alpha_s$  terimine göre pertürbatif açılım yapılmasına izin verip pertürbasyon teorisi geçerli olur.
- Uzun mesafelerde ya da düşük momentum bölgesinde, kuark glüyon etkileşmeleri kuvvetli ve pertürbatif olmayan etkiler etkin olur. Ve bu bölgede pertürbasyon teorisi başarısız olup pertürbasyon ile güvenilir hesaplar yapılamaz.

### 1. 5. KRD Toplama Kuralları

Kuantum renk dinamiğinde, kısa mesafelerde (veya büyük momentum) asimtotik özgürlük özelliğinden dolayı yeğin çiftlemim sabiti  $\alpha_s$  'ye göre pertürbatif açılım mümkündür ve bu bölgede pertürbasyon teorisi kullanılabilir. Uzun mesafeler (veya küçük momentumlar)'de ise kuark-glüyon etkileşmeleri kuvvetli olur ve bu nedenle pertürbatif olmayan etkiler etkindir. Böylece pertürbasyon teorisi ile güvenli hesaplar

yapılamadığından pertürbatif olmayan bir yaklaşım gerekir. Örgü teorisi, torba modeli, etkin Lagrange yöntemi, potansiyel model, fenomenolojik kuark modeli ve KRD toplama kuralları yöntemi bu yöntemlerden bazılarıdır.

Bu yöntemlerden biri olan KRD toplama kuralları yöntemi KRD parametreleri ile hadronik parametreleri ilişkilendiren, KRD Lagrange fonksiyonunu temel alan, kendiliğinden simetri kırılması, kuark-hadron ikilemi ve asimtotik özgürlük ilkeleri üzerine oturtularak, uzun mesafe (küçük momentum) olaylarını açıklayan Shifmann, Vainshtain ve Zakharov (1979) tarafından mezonlar için geliştirilmiş ve daha sonra Ioffe (1981) tarafından baryonlara genişletilen çok güçlü bir yöntemdir.

Bu yöntem kuarkların kısa mesafelerde geçerli olan asimtotik özgürlük halinden başlayarak KRD'deki bağlı durumların olduğu uzun mesafelere adım adım yaklaşımdan ibarettir. Bu süreçte, asimtotik özgürlük durumu bozulmaya başlar ve hadronlar içinde hapsolan bağlı kuark durumlarına karşılık gelen rezonanslar ortaya çıkar. Asimtotik özgürlüğün bozulması ile KRD boşluğunda pertürbatif olmayan etkiler oluşur. Bunlar, kuark ve glüyon yoğunluk işlemcilerinin boşluktaki sıfırdan farklı değerleri olarak ortaya çıkar (Yılmaz, 2005).

Boşlukta kuarkların özelliklerini anlamak için  $x = 0$  uzay-zaman noktasında KRD boşluğuna kuarklar yerleştirilir (enjekte edilir) ve bunun gelişimi incelenir. Bu süreç

$$\Pi(q^2) = i \int d^4x e^{-i q \cdot x} \langle 0 | T j(x) \bar{j}(0) | 0 \rangle \quad (1.27)$$

ilintili (korelasyon) fonksiyonu ile betimlenir. Bu, ilintili fonksiyon KRD toplama kurallarının temelini oluşturur. Burada T sağdan sola doğru zamana ait argümanlar artacak şekilde çarpanların düzenlendiği zaman düzenleme işlemcisi,  $j(x)$ , Dirac-gamma matrisleri ve kuark alanları ile oluşturulan akım,  $|0\rangle$  taban durumu ve  $q$  kuarkların toplam momentumudur.  $q^2 > 0$  için  $\Pi(q^2)$ 'nin tekillikleri  $j$  kuantum sayılı hadronik uyarılmalar ile ilgilidir. İlintili fonksiyon iki farklı şekilde yazılarak uzun ve kısa-mesafe nicelikleri birleştirilebilir. Bir yanda,  $j$ 'nin kuark yapısına girmeden,  $j(x)$  alanının spinorlar ile betimlendiği, fermiyon ileticilerine benzer terimler ve yüksek enerji uyarılmalarından gelen katkıların oluşturduğu çift dağılım (dispersiyon) bağıntısı ile betimlenen hadronik kısım. Diğer yanda,  $j$ 'nin kuark yapısı, kuark-glüyon bölgesi ile ilişki kurmakta kullanılarak, zaman düzenleme işlemcisi için KRD parametrelerini içeren işlemci çarpım



açılımı (OPE) yazılır. Sonuçta, çok farklı bölgelerde olmalarına rağmen, Borel dönüşümü uygulanarak bu iki farklı ilintili fonksiyon birbirine eşitlenir.

(1.27) ilintili fonksiyonu yüksek enerjilerde yorumlayabilmek için işlemci çarpım açılımı (OPE) uygulanır. OPE, yerel işlemciler setinde iki (ya da üç) yerel işlemcinin zaman sıralı çarpımının açılımıdır. Yalın (pure) pertürbasyon kuramında OPE, K. G. Wilson (1969) tarafından geliştirildi.  $C_I^{AB}, C_n^{AB}$  Wilson katsayıları olarak adlandırılan fonksiyonlar, I özdeşlik işlemcisi ve  $O_n$  alan işlemcileri olmak üzere OPE'nin genel yapısı

$$i \int d^4x e^{iq \cdot x} T(A(x), B(0)) = C_I^{AB} I + \sum_n C_n^{AB}(x) O_n(0) \quad x \rightarrow 0 \text{ için} \quad (1.28)$$

dir. OPE'nin yazılmasında uygulanan yöntem  $x \rightarrow 0$ 'da zaman sıralı çarpımdaki teklikler,  $x^2$ 'nin tersinin kuvvetleri  $((1/x^2)^n)$  olarak Wilson katsayılarına çarpan olarak getirilir ve işlemciler buna uygun seçilir. KRD'de, pertürbatif olmayan etkilerden dolayı saf pertürbasyon kuramı artık geçerli değildir. Bu nedenle, OPE'yi pertürbasyon kuramının geçerli olduğu bölge dışında kullanabilmek için, işlemciler ve Wilson katsayıları normalizasyon noktası  $\mu$ 'yü içermelidir:

$$i \int d^4x e^{iq \cdot x} T(A(x), B(0)) = C_I^{AB} I + \sum_n C_n^{AB}(x, \mu) O_n(0, \mu) \quad x \rightarrow 0 \text{ için} \quad (1.29)$$

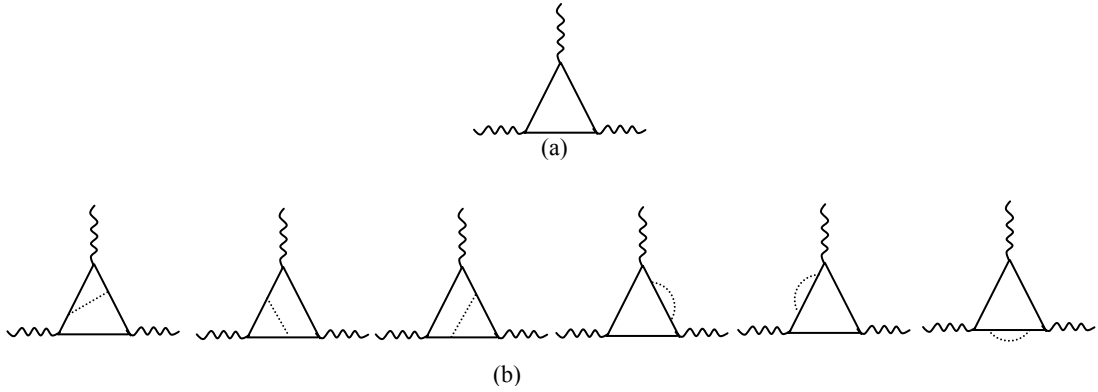
$\mu$ 'den büyük momentumlu bölgenin fiziği  $C_n^{AB}$ 'nin,  $\mu$ 'den küçük momentumlu bölgenin fiziği ise  $O_n$ 'nin içindedir. Yani, KRD toplama kuralları hesabında pertürbatif hesapların yapılabildiği bölgeden elde edilen sonuçlar Wilson katsayılarının içinde iken, tüm pertürbatif olmayan etkiler işlemcilerin boşluk beklenen değerleri içine konur. Bu pertürbatif ve pertürbatif olmayan etkilerin aynı ifade de yazılması başlangıçta hatalı gibi görülebilir fakat bu basitleştirme, KRD toplama kurallarının başarısıyla doğrulanır. Bu basitleştirmenin nedeni,  $C_n$  katsayılarına eklenen pertürbatif olmayan düzeltmelerin ihmal edilebildiği  $\mu$ 'nün yeterince büyük olduğu bir bölgenin olması ve aynı zamanda; işlemcilerin beklenen değerlerini (condansate)  $\mu$ 'den bağımsız bırakmak için  $\mu$ 'nün yeterince küçük olduğu bir bölgenin var olmasıdır.

Böylece Fourier dönüşümünden sonra, OPE (correlator)

$$\Pi_{\mu\nu}^{OPE}(q^2) = C_I^{AB} \langle 0|I|0\rangle + \sum_n C_n(q^2) \langle 0|O_n|0\rangle \quad (1.30)$$

formunu alır. Burada  $O_n$  işlemcisinin boyutu artarken  $C_n(q^2)$  katsayı fonksiyonlarının boyutu azalır. Bu  $-q^2 \rightarrow \infty$  yüksek enerji limitinde OPE yakınsaklığını sağlar. (1.27) ilintili fonksiyon için OPE, işlemciler ve katsayılar yöntemi kullanırken kendiliğinden ortaya çıkar.

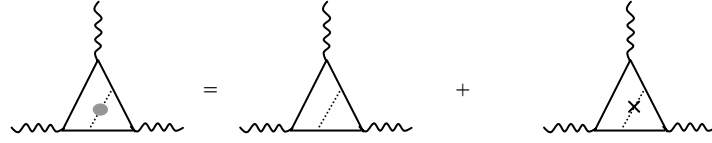
Pertürbasyon kuramında  $\langle 0|O_n|0\rangle$  sıfır olarak tanımlanır ve (1.30) eşitliğinde sadece ilk terim sıfır olmaz. Fakat KRD'de pertürbatif olmayan etkilerin boşluğun yapısını değiştirdiği ve böylece yüksek mertebeye boyutlu işlemciler için sıfır olmayan boşluk beklenen değerlerine neden olur. Bu matris elemanları uzun mesafelerde, kuark ve glüyonların serbest parçacık ileticilerinin pertürbatif olmayan etkiler ile değiştirildiği gerçeğini ifade eder. Örneğin  $\alpha_s$  mertebesinde pertürbatif katkı Şekil 1.5.'de veriliyor.



Şekil 1.5. Üç nokta ilintili fonksiyonuna pertürbatif katılar (a) en düşük seviye yalın ilmek Feynman çizimi (b) sanal bir glüyonlu yalın ilmek Feynman çizimi,  $O(\alpha_s)$  düzeltmeleri. Sürekli kuarkları, kesikli çizgi glüyonları ve dalgalı çizgiler dış akımları gösteriyor.

Öklityen (euclidean) bölgede  $p^2, p'^2 < 0$  'da momentum büyük olduğundan  $q^2 - m^2$  farkı büyüktür yani sanallık (virtualite) büyüktür. Bu öklityen bölgede  $\Pi_{\mu\nu}^{kuramsal}$  ifadesi pertürbatif KRD çerçevesinde hesaplanabilir. Fakat sanallık yeterince büyük değil ise, en düşük derece sonucuna iki farklı düzeltme gelir: 1) Şekil 1.5.(b)'de gösterilen  $\alpha_s$  'nin birinci derece pertürbatif düzeltmeler ve 2) boşluk alanları ile olan karmaşık

etkileşmelerden ortaya çıkan pertürbatif olmayan düzeltmeler. Büyük mesafelere karşı gelen momentumun sıfıra gitmesi durumunda ise pertürbatif olmayan etkilere göre glüyon ileticisi hesabına değişiklik ilave edilir. Ayrıca, hafif kuarkların kuark ileticilerinin pertürbatif olmayan dalgalanmalar tarafından değiştirilmesi göz önüne alınır. Şekil 1.6.'da glüyon ileticisinin uzun mesafe etkileriyle değiştirildiği görülüyor.



Şekil 1.6. Değiştirilmiş glüyon ileticisi

KRD toplama kurallarının teorik kısmı, üç-nokta ilintili fonksiyona farklı boyutlardaki işlemcilerden gelen pertürbatif ve pertürbatif olmayan katkılar hesaplanarak elde edilir. Pertürbatif katkı için, en düşük seviye yalın-ilmek Feynman çiziminden gelen katkı öncelikle göz önüne alınır. Pertürbatif olmayan düzeltmeler ise  $\langle q\bar{q} \rangle$ ,  $\langle q\sigma \cdot G \bar{q} \rangle$ ,  $\langle G_{\mu\nu} G_{\mu\nu} \rangle$  ve  $\langle (q\bar{q})^2 \rangle$  boşluk yoğunlaşmaları ile orantılı farklı boyutlardaki işlemcilerden hesaplanır. Kuark alanı  $q$ 'nin  $d = 3/2$  boyutlu ve glüyon alanı  $A_\mu$ 'nin boyutunun  $d = 2$  olduğu anımsanırsa,  $d \leq 6$  boyutlu işlemciler seti

I (birim İşlemci)	d=0	
$O_3 = \bar{\psi}\psi$	d=3	
$O_4 = m\bar{\psi}\psi$	d=4	
$O_4 = G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}$	d=4	(1.31)
$O_5 = \bar{\psi} \sigma_{\mu\nu} \frac{\lambda^a}{2} G^{a\mu\nu} \psi$	d=5	
$O_6^\psi = (\bar{\psi} \Gamma_r \psi) (\bar{\psi} \Gamma_s \psi)$	d=6	
$O_6^G = f_{abc} G_{\mu\nu}^a G_\sigma^{b\nu} G^{c\sigma\mu}$	d=6	

dir. Burada  $m$  kuark kütlesi,  $\lambda^a$ ,  $SU(3)$ , Gell-Mann matrisleri,  $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$  ve  $G_{\mu\nu}^a$  glüyon alan tensörüdür.

Feynman çizimleri dilinde, ortaya çıkan asimtotik özgürlüğe gelen düzeltmeler önemlidir ve bu hesaplar uygun bir ayar kullanılarak yapılmalıdır. Hadronlarda, renk serbestlik dereceleri gizlendiğinden arakesitirim (interpolating) alanlar da renksizdir ve ilintili fonksiyon ayar değişmezdir (Langwallner, 2005). Böylece hesabı basitleştirmek için istenilen ayarı seçme serbestliği vardır. En önemli ve kullanılması kolay ayar,

$$x^\mu A_\mu(x) = 0 \quad (1.32)$$

sabit-nokta (Fock, 1937; Schwinger, 1970) ayarıdır. Bunun en önemli özelliği fermiyon ve potansiyel alanlarının ayar değişmez Taylor açılımı kullanılarak seriye açılmasına izin vermesidir. Böylece isteksel fermiyon alanı

$$\begin{aligned} \psi_\beta(x) = & \psi_\beta(0) + x_\lambda \nabla_\lambda \psi_\beta(x) \Big|_{x=0} + \frac{1}{2} x_\lambda x_{\lambda'} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta(x) \Big|_{x=0} \\ & + \frac{1}{6} x_\lambda x_{\lambda'} x_{\lambda''} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \nabla_{\lambda''} \psi_\beta(x) \Big|_{x=0} + \dots \end{aligned} \quad (1.33)$$

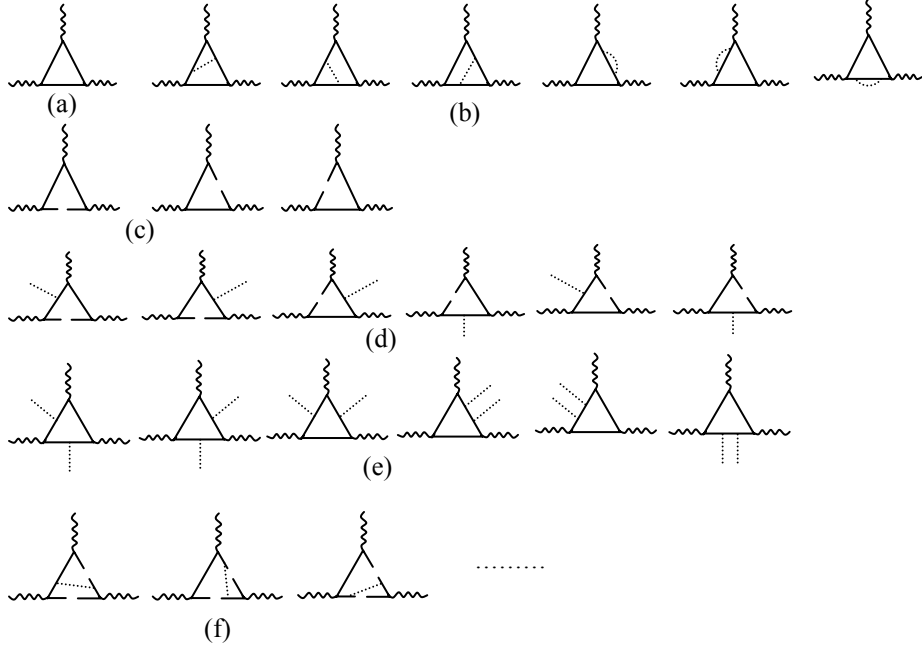
ve potansiyel alanı

$$\begin{aligned} A_\rho^a(k) = & -\frac{i}{2} (2\pi)^4 G_{\rho\sigma}(0) \frac{\partial}{\partial k_\rho} \delta^4(k) \\ & - \frac{1}{3} (2\pi)^4 (D_\theta G_{\rho\sigma}(0))^a \frac{\partial^2}{\partial k_\theta \partial k_\rho} \delta^4(k) + \dots \end{aligned} \quad (1.34)$$

şeklinde seriye açılır.

Sabit-nokta ayarının bir diğer özelliği ise; bu ayarda momentum korunmamasıdır. Fakat hesaplamalardan sonra dış alanın momentumu sıfır alınarak momentumun korunması sağlanır ve ayar değişmez sonuçlar elde edilir. Dikkat edilecek nokta, bütün Feynman çizimleri için sabit nokta olarak aynı nokta seçilmesidir.

Toplama kurallarının teorik kısmı için altı ve daha küçük boyutlu tüm katkı veren Feynman çizimleri Şekil 1.7'de verilmiştir.



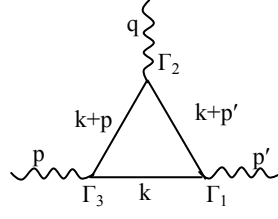
Şekil 1.7.  $d \leq 6$  boyutlu olası bütün üç nokta ilintili fonksiyonu için Feynman çizimleri: (a) en düşük seviye yalın ilmek veya serbest kuark ilmek çizimi, (b) sanal bir glüyonlu yalın ilmek çizimleri, (c) kuark yoğunlaşma çizimleri, (d) bir dış alanlı kuark yoğunlaşma çizimleri, (e) glüyon yoğunlaşma çizimleri ve (f) İki kuark çizgisinin aynı anda kırılması ile elde edilen Feynman çizimleri

Şekil 1.7.'deki Feynman çizimlerinin analitik ifadeleri ayrıntılı olarak hesaplanacaktır. Bu hesapta kullanılan köşeler, kuark ve glüyon ileticileri Ek 4'te verilmektedir. KRDLagranjyeninde, kuark-glüyon Lagrange terimi  $\Lambda = g \bar{\psi} T^a \gamma_\mu \psi A_\mu^a$  şeklinde olup, buna göre kuark-glüyon köşesi  $i g \gamma_\mu (\lambda^a/2)$  olarak tanımlanır.

Şekil 1.8'de verilen en düşük düzey yalın kuark ilmek Feynman çiziminden elde edilen pertürbatif katkının analitik ifadesi şöyle olur:

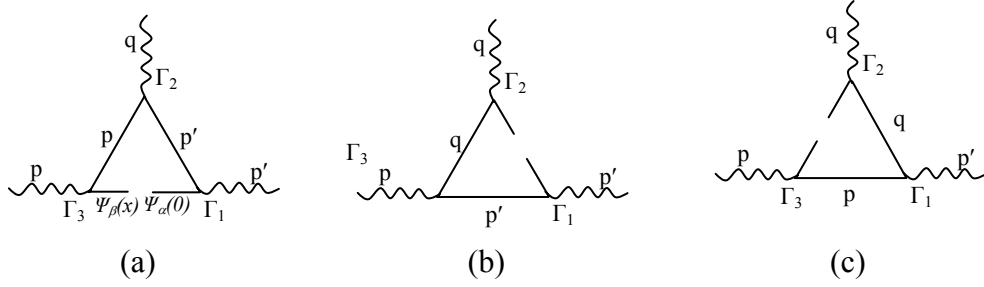
$$M_2 = N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} i Z [D(k) \Gamma_1 D(k+p) \Gamma_2 D(k+p) \Gamma_3] \quad (1.35)$$

Burada  $N_c$  kuark renk sayısı,  $D(k_1) = i/(k_1 - m_q)$  kuark ileticisi ve  $\Gamma_i$  ise köşeye karşılık gelen (dış akımlarla ilgili) terimdir.



Şekil 1.8. En düşük seviye yalın ilmek Feynman çizimi

Kuark ve glüyon yoğunlaşmalarına uygun pertürbatif olmayan düzeltmelerin analitik ifadeleri, Ek.2'de tartışılan boşluk matris elemanı terimleri cinsinden verilir. Hesaplar, sabit-nokta ayarında yapılır. Hesaplarda  $\Gamma_2$  köşesi bütün Feynman çizimleri için sabit nokta seçildi. Başlangıçta momentum bu noktada korunmaz, fakat türevleri alındıktan sonra dış alanın momentumu sıfır alınır ve böylece momentumun korunumu bu noktada sağlanmış olur.



Şekil 1.9. Kuark yoğunlaşma Feynman çizimleri

Şekil 1.9.(a) için analitik ifade

$$M_2 = N_c \left\langle 0 \left| \bar{\psi}_\alpha^a(0) [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3]_{\alpha\beta} \psi_\beta^a(x) \right| 0 \right\rangle \quad (1.36)$$

şeklindedir. Bu ifadede  $\psi_\beta(x)$  yerine (1.33) eşitliğindeki seriye açılmış fermiyon alanını yerine yazarak farklı boyutlar için analitik ifadeler hesaplanır:

$$\begin{aligned}
M_2 &= N_c \left\langle 0 \left| \bar{\psi}_\alpha^a(0) [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3]_{\alpha\beta} (\psi_\beta(0) + x_\lambda \nabla_\lambda \psi_\beta(x) \right|_{x=0} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} x_\lambda x_{\lambda'} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta(x) \right|_{x=0} + \frac{1}{6} x_\lambda x_{\lambda'} x_{\lambda''} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \nabla_{\lambda''} \psi_\beta(x) \Big|_{x=0} + \dots \Big\rangle |0\rangle \\
&= N_c [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3]_{\alpha\beta} \left( \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \psi_\beta^a(0) | 0 \rangle \right. \\
&\quad + x_\lambda \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \psi_\beta^a(x) \Big|_{x=0} | 0 \rangle + \frac{1}{2} x_\lambda x_{\lambda'} \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta^a(x) \Big|_{x=0} | 0 \rangle \\
&\quad \left. + \frac{1}{6} x_\lambda x_{\lambda'} x_{\lambda''} \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \nabla_{\lambda''} \psi_\beta^a(x) \Big|_{x=0} | 0 \rangle + \dots \right)
\end{aligned} \tag{1.37}$$

(1.37) eşitliği  $d \leq 6$  için yazıldı ve daha yüksek boyutlu katkılar “...” ile gösterildi. Burada her bir terim ayrı ayrı yazılarak 3, 4, 5 ve 6 boyutlu katkılar için analitik ifadeler yazılır.

(E.45) eşitliği kullanılarak  $d = 3$  boyutlu terim için analitik ifade

$$\begin{aligned}
M_2(3d) &= N_c [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3]_{\alpha\beta} \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \psi_\beta^a(x) | 0 \rangle \\
&= N_c \langle \psi \bar{\psi} \rangle \frac{1}{4} \dot{I}z [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3]
\end{aligned} \tag{1.38}$$

ve ilerleticiler yerlerine yazıldığında

$$M_2(3d) = N_c \langle \psi \bar{\psi} \rangle \frac{1}{4} \dot{I}z \left[ \Gamma_1 \frac{i}{p' - m_q} \Gamma_2 \frac{i}{p - m_q} \Gamma_3 \right] \tag{1.39}$$

elde edilir.  $M_2$  ifadesindeki ikinci terim  $d = 4$  boyutlu katkıyı verir. (E.47) eşitliği kullanılarak analitik ifade

$$\begin{aligned}
M_2(4d) &= N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \psi_\beta^a(0) | 0 \rangle x_\lambda [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3]_{\alpha\beta} \\
&= N_c \frac{im_q}{48} \langle \psi \bar{\psi} \rangle \frac{\partial}{\partial p_\lambda} \dot{I}z [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3 \gamma_\lambda]
\end{aligned} \tag{1.40}$$

olur. Burada  $x_\lambda = -i \partial / \partial p_\lambda$  'dir. İlerleticiler yazıldığında ise

$$M_2(4d) = N_c \frac{im_q}{48} \langle \psi \bar{\psi} \rangle \frac{\partial}{\partial p_\lambda} \dot{I}z \left[ \Gamma_1 \frac{i}{p' - m_q} \Gamma_2 \frac{i}{p - m_q} \Gamma_3 \gamma_\lambda \right] \quad (1.41)$$

elde edilir.  $d = 5$  boyutlu katkı  $M_2$  ifadesindeki üçüncü terimden gelir. (E.54) eşitliği kullanılarak  $d = 5$  boyut için analitik ifade

$$\begin{aligned} M_2(5d) &= \frac{N_c}{2} \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta^a(0) | 0 \rangle x_\lambda x_{\lambda'} [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3] \\ &= \frac{N_c}{2} \frac{1}{16} m_q^2 \langle \bar{\psi} \psi \rangle \frac{\partial}{\partial p_\lambda} \frac{\partial}{\partial p_{\lambda'}} \dot{I}z [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3] \\ &\quad + \frac{N_c}{2} \frac{1}{32} \langle \bar{\psi} g \frac{\lambda^a}{2} G_{\lambda\lambda'}^a \sigma_{\lambda\lambda'} \psi \rangle g_{\lambda\lambda'} 1_{\alpha\beta} \\ &\quad \times \frac{\partial}{\partial p_\lambda} \frac{\partial}{\partial p_{\lambda'}} \dot{I}z [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3 \sigma_{\lambda\lambda'}] \end{aligned} \quad (1.42)$$

ve ilerletici ifadeleri yerlerine yazılarak

$$\begin{aligned} M_2(5d) &= \frac{N_c}{2} \frac{1}{16} m_q^2 \langle \bar{\psi} \psi \rangle \frac{\partial}{\partial p_\lambda} \frac{\partial}{\partial p_{\lambda'}} \dot{I}z \left[ \Gamma_1 \frac{i}{p' - m_q} \Gamma_2 \frac{i}{p - m_q} \Gamma_3 \right] \\ &\quad + \frac{N_c}{2} \frac{1}{32} \langle \bar{\psi} g \frac{\lambda^a}{2} G_{\lambda\lambda'}^a \sigma_{\lambda\lambda'} \psi \rangle g_{\lambda\lambda'} 1_{\alpha\beta} \\ &\quad \times \frac{\partial}{\partial p_\lambda} \frac{\partial}{\partial p_{\lambda'}} \dot{I}z \left[ \Gamma_1 \frac{i}{p' - m_q} \Gamma_2 \frac{i}{p - m_q} \Gamma_3 \sigma_{\lambda\lambda'} \right] \end{aligned} \quad (1.43)$$

olur.  $d = 6$  boyutlu katkı ise  $M_2$  ifadesindeki dördüncü terimden gelir. (E.72) kullanılarak  $d = 6$  boyut için analitik ifade

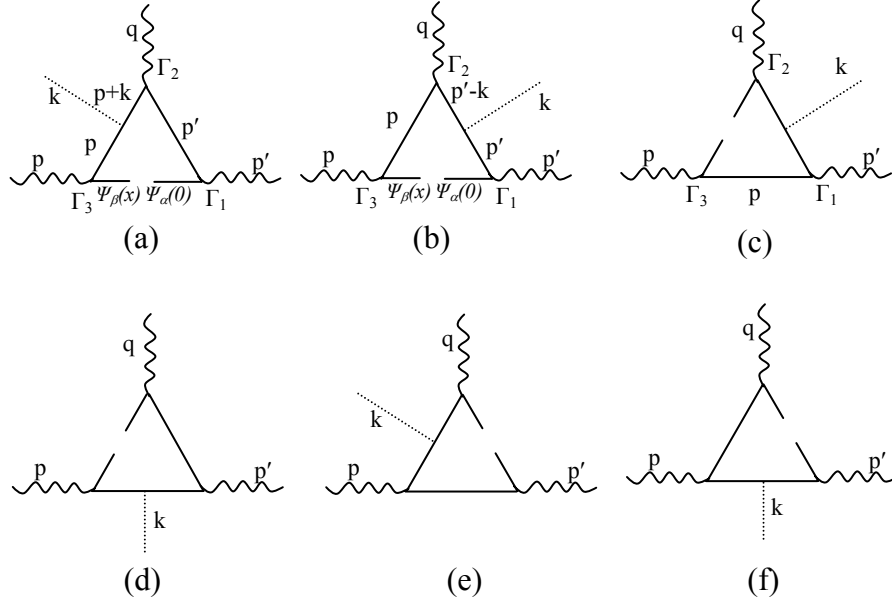


$$\begin{aligned}
M_2(6d) &= \frac{N_c}{6} \left( \frac{-i \mathbf{g}^2}{3^5 2^4} \right) \delta^{aa} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \gamma_\lambda \delta_{\lambda' \lambda''} + \gamma_{\lambda'} \delta_{\lambda \lambda''} - 5 \gamma_{\lambda'} \delta_{\lambda \lambda''} \right)_{\beta\alpha} \\
&\quad x_\lambda x_{\lambda'} x_{\lambda''} \left[ \Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3 \right]_{\alpha\beta} \\
&= \frac{i N_c}{6} \frac{\partial}{\partial p_\lambda} \frac{\partial}{\partial p_{\lambda'}} \frac{\partial}{\partial p_{\lambda''}} \delta^{aa} \left( \frac{-i \mathbf{g}^2}{3^5 2^4} \right) \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \\
&\quad \times \left( \delta_{\lambda' \lambda''} \dot{I}z \left[ \Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3 \gamma_\lambda \right] + \delta_{\lambda \lambda''} \dot{I}z \left[ \Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3 \gamma_{\lambda'} \right] \right. \\
&\quad \left. - 5 \delta_{\lambda \lambda''} \dot{I}z \left[ \Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3 \gamma_{\lambda'} \right] \right)
\end{aligned} \tag{1.44}$$

ve ilerleticiler yerlerine yazıldıktan sonra

$$\begin{aligned}
M_2(6d) &= \frac{i N_c}{6} \frac{\partial}{\partial p_\lambda} \frac{\partial}{\partial p_{\lambda'}} \frac{\partial}{\partial p_{\lambda''}} \delta^{aa} \left( \frac{-i \mathbf{g}^2}{3^5 2^4} \right) \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \\
&\quad \left( \delta_{\lambda' \lambda''} \dot{I}z \left[ \Gamma_1 \frac{i}{p' - m_q} \Gamma_2 \frac{i}{p - m_q} \Gamma_3 \gamma_\lambda \right] \right. \\
&\quad + \delta_{\lambda \lambda''} \dot{I}z \left[ \Gamma_1 \frac{i}{p' - m_q} \Gamma_2 \frac{i}{p - m_q} \Gamma_3 \gamma_{\lambda'} \right] \\
&\quad \left. - 5 \delta_{\lambda \lambda''} \dot{I}z \left[ \Gamma_1 \frac{i}{p' - m_q} \Gamma_2 \frac{i}{p - m_q} \Gamma_3 \gamma_{\lambda'} \right] \right)
\end{aligned} \tag{1.45}$$

elde edilir. Şekil b, c Feynman çizimleri yalnız  $1/p^2 q^2$  ve  $1/p'^2 q^2$  terimleri içerir. Bu ifadeler  $p^2$  ve  $p'^2$  momentumlarına göre alınan çift Borel dönüşümünden sonra sıfır verir. Bu nedenle bu çizimlerin analitik ifadeleri yazılmadı.



Şekil 1.10. Bir dış alanlı kuark yoğunlaşma Feynman çizimleri

Şekil 1.10'da Feynman çizimleri yumuşak kuark ve yumuşak glüyon çiftleri içerir. Bu çizimlerin analitik ifadelerinin yazılması için kuark alanı ve glüyon alanının açılım ifadeleri kullanılır. Şekil 1.10.(a)'da verilen Feynman çizimi için analitik ifade

$$\begin{aligned}
 M_3 = N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) & \left[ \Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p+k) (-i g \gamma_\rho \lambda^c / 2)^{ij} \right. \\
 & \left. \times A_\rho^a(y) D(p) \Gamma_3 \right]_{\alpha\beta} \psi_\beta^a(x) | 0 \rangle
 \end{aligned} \tag{1.46}$$

olur. (1.33) eşitliğinde verilen  $\psi_\beta^b(x)$  ve (1.34) eşitliğinde verilen  $A_\rho^a(k)$  açılımları kullanılırsa,

$$\begin{aligned}
M_{3a} &= N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p+k) (-i g \gamma_\rho \lambda^c / 2)^{ij} \\
&\quad \times A_\rho^a(y) D(p) \Gamma_3 ]_{\alpha\beta} \psi_\beta^a(x) | 0 \rangle \\
&= N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p+k) (-i g \gamma_\rho \lambda^c / 2)^{ij} \\
&\quad \times \left( -\frac{i}{2} (2\pi)^4 G_{\rho\sigma}(0) \frac{\partial}{\partial k_\rho} \delta^4(k) \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{3} (2\pi)^4 (D_\theta G_{\rho\sigma}(0))^a \frac{\partial^2}{\partial k_\theta \partial k_\rho} \delta^4(k) + \dots \right) D(p) \Gamma_3 ]_{\alpha\beta} \\
&\quad \left( \psi_\beta(0) + x_\lambda \nabla_\lambda \psi_\beta(x) \Big|_{x=0} + \frac{1}{2} x_\lambda x_{\lambda'} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta(x) \Big|_{x=0} + \dots \right) | 0 \rangle \\
&= M_{3a}(5d) + M_{3a}(6d)_1 + M_{3a}(6d)_2 + \dots
\end{aligned} \tag{1.47}$$

elde edilir.  $\psi_\beta^b(x)$  ve  $A_\rho^a(k)$  açılım ifadelerinin ilk terimleri kullanılarak d=5 boyut için

$$\begin{aligned}
M_{3a}(5d) &= N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ \Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p+k) \left( -i g \gamma_\rho \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \right. \\
&\quad \left. \times \left( -\frac{i}{2} (2\pi)^4 G_{\rho\sigma}(0) \frac{\partial}{\partial k_\rho} \delta^4(k) \right) \Big|_{k=0} D(p) \Gamma_3 \right]_{\alpha\beta} \psi_\beta^a(0) | 0 \rangle \\
&= -N_c \frac{1}{2} \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) G_{\rho\sigma}^a(0) \psi_\beta^a(0) \rangle \left( \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \\
&\quad \times \frac{\partial}{\partial k_\lambda} [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p+k) \gamma_\rho D(p) \Gamma_3]_{\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{1.48}$$

elde edilir. (E.77) eşitliği kullanılarak

$$\begin{aligned}
M_{3a}(5d) &= -N_c \frac{2g}{48 \cdot 4} \langle \bar{\psi} G_{\rho\sigma}^c(\lambda^c/2) \sigma_{\rho\sigma} \psi \rangle \\
&\quad \times \frac{\partial}{\partial k_\lambda} i z [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p+k) \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \sigma_{\rho\sigma}]_{\alpha\beta} \Big|_{k=0}
\end{aligned} \tag{1.49}$$

ve ileticilerin değerleri yerine yazıldığında

$$\begin{aligned}
M_{3a}(5d) = & -N_c \frac{2g}{48 \cdot 4} \langle \bar{\psi} G_{\rho\sigma}^c (\lambda^c/2) \sigma_{\rho\sigma} \psi \rangle \\
& \times \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \dot{I}z \left[ \Gamma_1 \frac{i}{p' - m_q} \Gamma_2 \frac{i}{p + k - m_q} \gamma_\rho \frac{i}{p - m_q} \Gamma_3 \sigma_{\rho\sigma} \right] \Big|_{\alpha\beta} \Big|_{k=0}
\end{aligned} \tag{1.50}$$

olur. Burada eksi işareti  $\int (2\pi)^4 \partial / \partial k_\lambda \delta(k) f(k-a) = -\partial / \partial k_\lambda f(a)$  integral eşitliğinden gelir. Boyutu  $d = 6$  olan  $\langle \bar{\psi} \psi \rangle^2$  boşluk ortalaması ile orantılı olan terimler iki şekilde karşımıza çıkar.  $\psi_\beta^b(x)$  açılımında ki ikinci terim ve  $A_\rho^a(k)$  açılımındaki ilk terim kullanılarak;

$$\begin{aligned}
M_{3a}(6d)_1 = & N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ \Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p+k) \left( -i g \gamma_\rho \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \right. \\
& \times \left. \left( -\frac{i}{2} (2\pi)^4 G_{\rho\sigma}(0) \frac{\partial}{\partial k_\rho} \delta^4(k) \right)_{k=0} D(p) \Gamma_3 \right]_{\alpha\beta} \\
& \times x_\sigma \nabla_\sigma \psi_\beta^a(0) | 0 \rangle \\
= & i N_c \frac{g}{2} \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) G_{\lambda\rho}^a(0) \nabla_\sigma \psi_\beta^a(0) \rangle \left( \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \\
& \times \frac{\partial}{\partial p_\sigma} \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \left[ \Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p+k) \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \right]_{\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{1.51}$$

elde edilir. (E.85) eşitliği kullanılarak

$$\begin{aligned}
M_{3a}(6d)_1 = & i N_c \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \frac{g^2}{3^3 2^4} \frac{\partial}{\partial p_\sigma} \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \\
& \times \dot{I}z \left[ \Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p+k) \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 (\delta_{\sigma\lambda} \gamma_\rho - \delta_{\sigma\rho} \gamma_\lambda - i \varepsilon_{\sigma\lambda\rho\xi} \gamma_5 \gamma_\xi) \right]_{k=0}
\end{aligned} \tag{1.52}$$

ve ilerleticiler yerine yazıldığında ise

$$\begin{aligned}
M_{3a}(6d)_1 &= i N_c \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \frac{g^2}{3^3 2^4} \frac{\partial}{\partial p_\sigma} \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \\
&\times \dot{I}z \left[ \Gamma_1 \frac{i}{p' - m_q} \Gamma_2 \frac{i}{p + k - m_q} \gamma_\rho \frac{i}{p - m_q} \Gamma_3 (\delta_{\sigma\lambda} \gamma_\rho - \delta_{\sigma\rho} \gamma_\lambda - i \varepsilon_{\sigma\lambda\rho\xi} \gamma_5 \gamma_\xi) \right]_{k=0}
\end{aligned} \tag{1.53}$$

bulunur.

İkinci, 6 boyutlu katkı için ise, kuark alanın ilk terimi ve glüyon alanının ikinci terimin kullanılır. Buradan

$$\begin{aligned}
M_{3a}(6d)_2 &= N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ \Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p+k) \left( -i g \gamma_\rho \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \right. \\
&\quad \times \left. \left( -\frac{1}{3} (2\pi)^4 (D_{\lambda'} G_{\lambda\rho}(0))^a \frac{\partial^2}{\partial k_{\lambda'} \partial k_\rho} \delta^4(k) + \dots \right)_{k=0} D(p) \Gamma_3 \right]_{\alpha\beta} \psi_\beta^a(0) | 0 \rangle \\
&= i N_c \frac{g}{3} \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) G_{\lambda\rho}^a(0) D_{\lambda'} \psi_\beta^a(0) \rangle \left( \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \\
&\quad \times \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \frac{\partial}{\partial k_{\lambda'}} \left[ \Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p+k) \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \right]_{\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{1.54}$$

olur. (E.88) eşitliği kullanılarak

$$\begin{aligned}
M_{3a}(6d)_2 &= -i N_c 4 \frac{1}{3} \frac{g^2}{3^3 2^4} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \frac{\partial}{\partial k_{\lambda'}} \\
&\quad \times \dot{I}z \left[ \Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p+k) \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 (\delta_{\lambda'\rho} \gamma_\lambda - \delta_{\lambda\lambda'} \gamma_\rho) \right]_{k=0}
\end{aligned} \tag{1.55}$$

ve iletici değerleri yerlerine yazılırsa

$$\begin{aligned}
M_{3a}(6d)_2 &= -i N_c 4 \frac{1}{3} \frac{g^2}{3^3 2^4} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \frac{\partial}{\partial k_{\lambda'}} \\
&\quad \times \dot{I}z \left[ \Gamma_1 \frac{i}{p' - m_q} \Gamma_2 \frac{i}{p + k - m_q} \gamma_\rho \frac{i}{p - m_q} \Gamma_3 (\delta_{\lambda'\rho} \gamma_\lambda - \delta_{\lambda\lambda'} \gamma_\rho) \right]_{k=0}
\end{aligned} \tag{1.56}$$

elde edilir. Benzer yollarla Şekil 1.10.(b)'de verilen Feynman çizimi için genel analitik ifade

$$M'_3 = N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ \Gamma_1 D(p') (-i g \gamma_\rho \lambda^c / 2)^{ij} \right. \\ \left. \times A_\rho^a(y) D(p' - k) \Gamma_2 D(p) \Gamma_3 \right]_{\alpha\beta} \psi_\beta^a(x) | 0 \rangle \quad (1.57)$$

olarak yazılır. d=5 ve d=6 boyutları için yukarıdaki işlemler tekrarlandığında

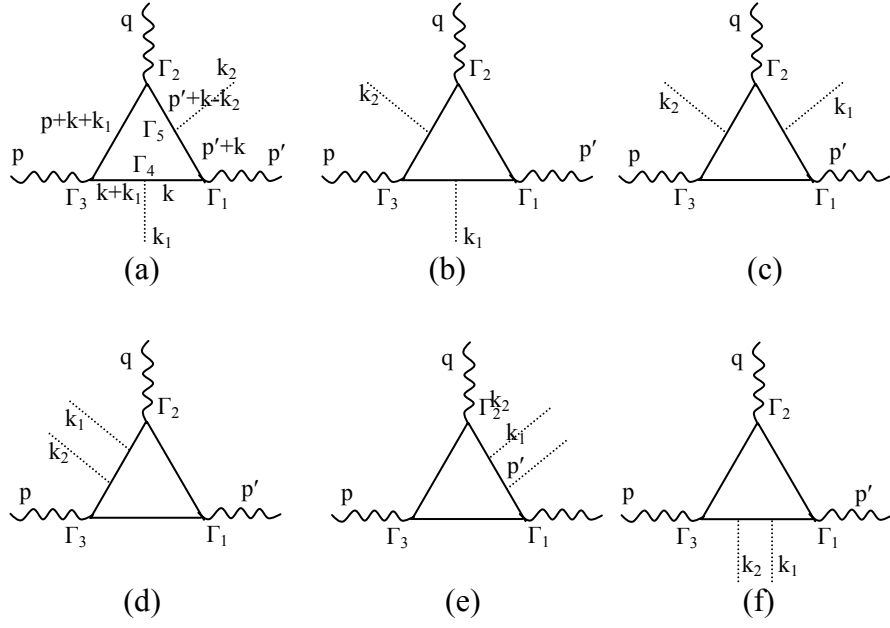
$$M'_{3a}(5d) = -N_c \frac{2g}{48 \cdot 4} \langle \bar{\psi} G_{\rho\sigma}^c (\lambda^c / 2) \sigma_{\rho\sigma} \psi \rangle \\ \times \frac{\partial}{\partial k_\sigma} \dot{I}z \left[ \Gamma_1 \frac{i}{p' - m_q} \gamma_\rho \frac{i}{p' - k - m_q} \Gamma_2 \frac{i}{p - m_q} \Gamma_3 \sigma_{\rho\sigma} \right]_{\alpha\beta} \Big|_{k=0} \quad (1.58)$$

$$M_{3a}(6d)_1 = iN_c \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \frac{g^2}{3^3 2^4} \frac{\partial}{\partial p_\sigma} \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \dot{I}z \left[ \Gamma_1 \frac{i}{p' - m_q} \gamma_\rho \right. \\ \left. \times \frac{i}{p' - k - m_q} \Gamma_2 \frac{i}{p - m_q} \Gamma_3 (\delta_{\sigma\lambda} \gamma_\rho - \delta_{\sigma\rho} \gamma_\lambda - i \varepsilon_{\sigma\lambda\rho\xi} \gamma_5 \gamma_\xi) \right]_{k=0} \quad (1.59)$$

$$M_{3a}(6d)_2 = -iN_c 4 \frac{1}{3} \frac{g^2}{3^3 2^4} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \frac{\partial}{\partial k_{\lambda'}} \\ \times \dot{I}z \left[ \Gamma_1 \frac{i}{p' - m_q} \gamma_\rho \frac{i}{p' - k - m_q} \Gamma_2 \frac{i}{p - m_q} \Gamma_3 (\delta_{\lambda'\rho} \gamma_\lambda - \delta_{\lambda'\lambda} \gamma_\rho) \right]_{k=0} \quad (1.60)$$

elde edilirler. Şekil 1.10.(c-f) Feynman çizimlerinin sonuçları çift Borel dönüşümünden sonra sıfır vereceğinden bu çizimlerinden gelen ilgili ifadeler yazılmadı.

Glüyon yoğunlaşma Feynman çizimleri Şekil 1. 11'de verilmektedir.



Şekil 1.11. Glüyon yoğunlaşma Feynman çizimleri

Şekil 1.11.(a)'da gösterilen ilk Feynman çizimi için analitik ifade

$$M_4 = N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} \quad (1.61)$$

$$\times \langle 0 | \text{Tr} [D(k+k_1)\Gamma_4 D(k)\Gamma_1 D(k+p')\Gamma_5 D(p'+k-k_2)\Gamma_2 D(p+k+k_1)\Gamma_3] | 0 \rangle$$

olur. Burada  $\Gamma_4 = -ig(\lambda^a/2)\gamma_\tau A_\tau^a$  ve  $\Gamma_5 = -ig(\lambda^b/2)\gamma_\tau A_\tau^b$  şeklindedirler.  $\Gamma_4$  ve  $\Gamma_5$  ifadelerinde yer alan  $A_\rho$  terimleri yerine, (1.34) eşitliğindeki açılımın ilk terimi alınarak  $d = 4$  boyutlu,  $\langle G^2 \rangle$  ile orantılı boşluk yoğunlaşması içeren ifade şöyle olur:

$$\begin{aligned}
M_{4a}(4d) &= N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} \\
&\times \langle 0 | \dot{I}z \left\{ D(k+k_1) \left[ -ig(\lambda^a/2)\gamma_\tau \right] \left[ -\frac{i}{2} G_{\lambda\tau}^a(0) \frac{\partial}{\partial k_{1\lambda}} (2\pi)^4 \delta^4(k_1) \right] \right. \\
&\times D(k)\Gamma_1 D(p'+k) \left[ -ig(\lambda^b/2)\gamma_\rho \right] \left[ -\frac{i}{2} G_{\lambda'\rho}^b(0) \frac{\partial}{\partial k_{2\lambda'}} (2\pi)^4 \delta^4(k_2) \right] \\
&\times D(p'+k-k_2)\Gamma_2 D(p+k+k_1)\Gamma_3 | 0 \rangle \} \\
&= N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} \delta^4(k_1) \delta^4(k_2) (2\pi)^8 \frac{g^2}{4} \\
&\times \langle 0 | G_{\lambda\tau}^a G_{\lambda'\rho}^b | 0 \rangle \dot{I}z \left[ (\lambda^a/2)(\lambda^b/2) \right] \dot{I}z \left\{ D(k+k_1)\gamma_\tau \frac{\partial}{\partial k_{1\lambda}} D(k)\Gamma_1 \right. \\
&\times D(p'+k)\gamma_\rho \frac{\partial}{\partial k_{2\lambda'}} D(p'+k-k_2)\Gamma_2 D(p+k+k_1)\Gamma_3 \left. \right\}
\end{aligned} \tag{1.62}$$

(E.96) eşitliği ve  $\dot{I}z \left[ (\lambda^a/2)(\lambda^b/2) \right] \delta^{ab} = 4$  sonuçları kullanılıp, kısmi integral alındıktan sonra, sonuç şöyle elde edilir:

$$\begin{aligned}
M_{4a}(4d) &= -N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} \delta^4(k_1) \delta^4(k_2) (2\pi)^8 \frac{g^2 \langle G^2 \rangle}{96} \\
&\times \left( g_{\lambda\lambda'} g_{\rho\tau} - g_{\lambda\tau} g_{\rho\lambda'} \right) \frac{\partial}{\partial k_{1\lambda}} \frac{\partial}{\partial k_{2\lambda'}} \dot{I}z \left\{ D(k+k_1)\gamma_\tau D(k)\Gamma_1 \right. \\
&\times D(p'+k)\gamma_\rho D(p'+k-k_2)\Gamma_2 D(p+k+k_1)\Gamma_3 \left. \right\}
\end{aligned} \tag{1.63}$$

Eksi işareti  $k_1$  momentumuna göre alınan kısmi integralden gelir.  $g^2 \langle G^2 \rangle = 4\pi \alpha_s \langle G^2 \rangle$  'dır.

Şekil 1.11.'de verilen b, c, d, e ve f Feynman çizimleri için aynı yöntem izlenerek aşağıdaki ifadeler elde edilir:



$$\begin{aligned}
M_{4b}(4d) = & -N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} \delta^4(k_1) \delta^4(k_2) (2\pi)^8 \frac{g^2 \langle G^2 \rangle}{96} \\
& \times \left( g_{\lambda\lambda'} g_{\rho\tau} - g_{\lambda\tau} g_{\rho\lambda'} \right) \frac{\partial}{\partial k_{1\lambda}} \frac{\partial}{\partial k_{2\lambda'}} \dot{I}z \{ D(k) \gamma_\tau D(k - k_1) \Gamma_1 \\
& \times D(p'+k - k_1) \Gamma_2 D(p+k+k_2) \gamma_\rho D(p+k) \Gamma_3 \}
\end{aligned} \tag{1.64}$$

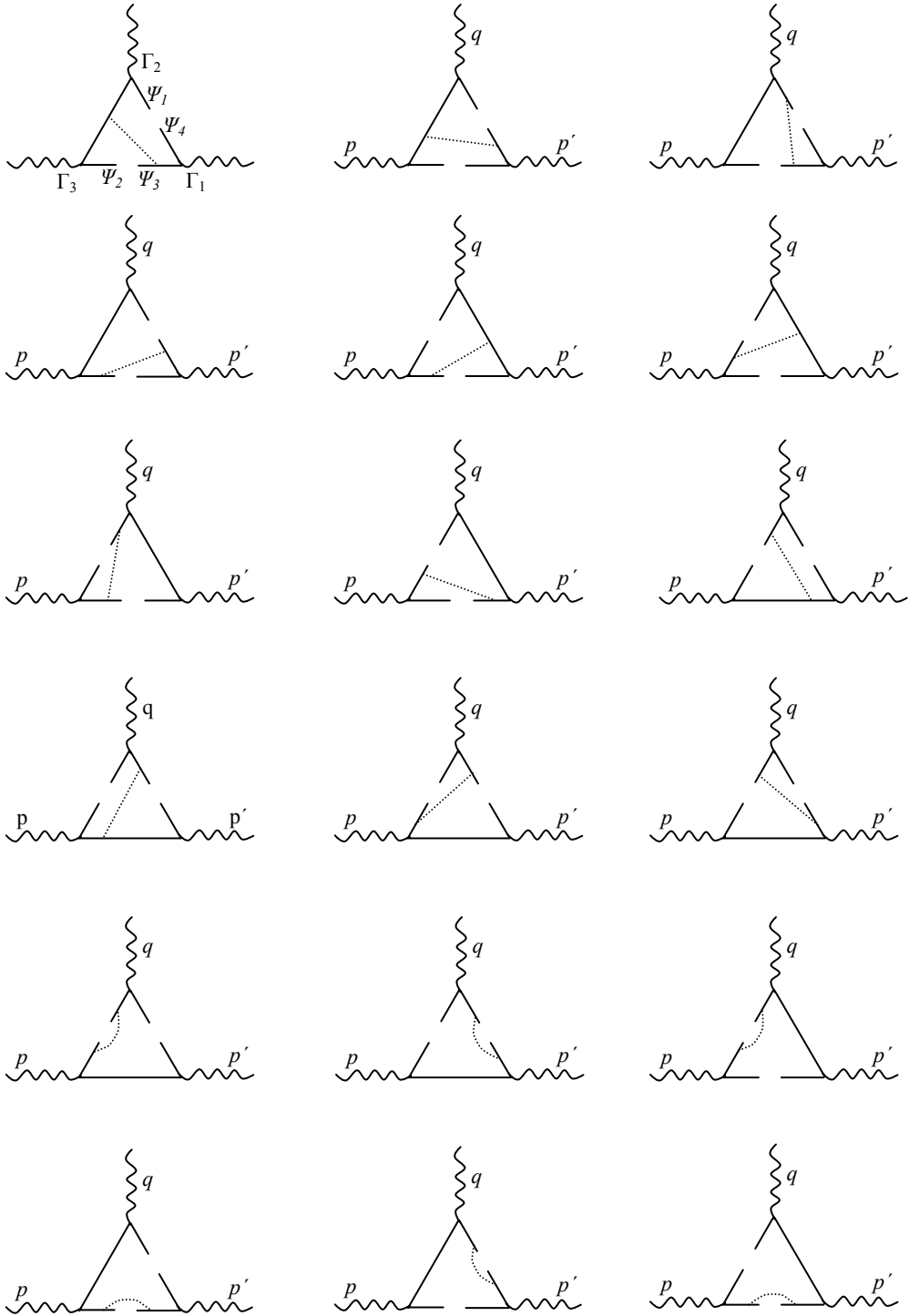
$$\begin{aligned}
M_{4c}(4d) = & -N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} \delta^4(k_1) \delta^4(k_2) (2\pi)^8 \frac{g^2 \langle G^2 \rangle}{96} \\
& \times \left( g_{\lambda\lambda'} g_{\rho\tau} - g_{\lambda\tau} g_{\rho\lambda'} \right) \frac{\partial}{\partial k_{1\lambda}} \frac{\partial}{\partial k_{2\lambda'}} \dot{I}z \{ D(k) \Gamma_1 D(p'+k) \gamma_\tau \\
& \times D(p'+k - k_1) \Gamma_2 D(p+k+k_2) \gamma_\rho D(p+k) \Gamma_3 \}
\end{aligned} \tag{1.65}$$

$$\begin{aligned}
M_{4d}(4d) = & -N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} \delta^4(k_1) \delta^4(k_2) (2\pi)^8 \frac{g^2 \langle G^2 \rangle}{96} \\
& \times \left( g_{\lambda\lambda'} g_{\rho\tau} - g_{\lambda\tau} g_{\rho\lambda'} \right) \frac{\partial}{\partial k_{1\lambda}} \frac{\partial}{\partial k_{2\lambda'}} \dot{I}z \{ D(k) \Gamma_1 D(p'+k) \Gamma_2 \\
& \times D(p+k+k_1+k_2) \gamma_\tau D(p+k+k_2) \gamma_\rho D(p+k) \Gamma_3 \}
\end{aligned} \tag{1.66}$$

$$\begin{aligned}
M_{4e}(4d) = & -N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} \delta^4(k_1) \delta^4(k_2) (2\pi)^8 \frac{g^2 \langle G^2 \rangle}{96} \\
& \times \left( g_{\lambda\lambda'} g_{\rho\tau} - g_{\lambda\tau} g_{\rho\lambda'} \right) \frac{\partial}{\partial k_{1\lambda}} \frac{\partial}{\partial k_{2\lambda'}} \dot{I}z \{ D(k) \Gamma_1 D(p'+k) \gamma_\tau \\
& \times D(p'+k - k_1) \gamma_\rho D(p'+k - k_1 - k_2) D(p+k) \Gamma_3 \}
\end{aligned} \tag{1.67}$$

$$\begin{aligned}
M_{4f}(4d) = & -N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} \delta^4(k_1) \delta^4(k_2) (2\pi)^8 \frac{g^2 \langle G^2 \rangle}{96} \\
& \times \left( g_{\lambda\lambda'} g_{\rho\tau} - g_{\lambda\tau} g_{\rho\lambda'} \right) \frac{\partial}{\partial k_{1\lambda}} \frac{\partial}{\partial k_{2\lambda'}} \dot{I}z \{ D(k+k_1) \gamma_\tau D(k) \gamma_\rho \\
& \times D(p'+k - k_1) \Gamma_1 D(p'+k - k_2) D(p+k+k_1) \Gamma_3 \}
\end{aligned} \tag{1.68}$$

İki kuark çizgisinin aynı anda kırılması ile oluşturulan Feynman çizimleri Şekil 1.12.'de gösteriliyor.



Şekil 1.12. İki kuark çizgisinin aynı anda kırılması ile elde edilen Feynman çizimleri

Şekil 1.12.'deki Feynman çizimlerinden  $d = 6$  boyutlu  $\langle \bar{\psi}\psi \rangle^2$  terimler türetilir. Ek.4'te verilen köşe ve iletici ifadeleri kullanılarak Şekil 1.12.(a) çizimi için

$$M_{6a} = N_c \langle 0 | \bar{\psi}_{1\alpha}^a \left[ \Gamma_2 D(p-p') \left( -i g \frac{\lambda^i}{2} \gamma_\rho \right)^{ab} D(p) \Gamma_3 \right]_{\alpha\beta} \times \psi_{2\beta}^b \bar{\psi}_{3\gamma}^c \left[ \left( -i g \frac{\lambda^i}{2} \gamma_{\rho'} \right)^{cd} D(-p') \Gamma_1 \right]_{\gamma\delta} \psi_{4\delta}^d D_{G,\rho\rho'}^{ij} | 0 \rangle \quad (1.69)$$

elde edilir. Bu ifadeye glüyon ileticisi

$$D_{G,\rho\rho'}^{ij}(p') = -i \delta^{ij} g_{\rho\rho'} / p'^2 \quad (1.70)$$

ve

$$\langle 0 | \bar{\psi}_{1\alpha}^a \psi_{2\beta}^b \bar{\psi}_{3\gamma}^c \psi_{4\delta}^d | 0 \rangle = \frac{1}{144} \langle 0 | \bar{\psi}\psi | 0 \rangle^2 (\delta^{ad} \delta^{cb} g_{\alpha\delta} g_{\beta\gamma} - \delta^{ab} \delta^{cd} g_{\alpha\beta} g_{\gamma\delta}) \quad (1.71)$$

eşitliği kullanılarak

$$M_{6a} = N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2 \left( \frac{i}{p'^2} \right) \text{İz} \left[ \Gamma_2 D(p-p') \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \gamma_\rho D(-p') \Gamma_1 \right] \quad (1.72)$$

elde edilir.  $\text{İz}(\lambda^n/2) = 0$  olduğundan,  $\langle 0 | \bar{\psi}_{1\alpha}^a \psi_{2\beta}^b \bar{\psi}_{3\gamma}^c \psi_{4\delta}^d | 0 \rangle$  ifadesindeki ikinci terim katkı vermez. Benzer şekilde, Şekil b-v çizimleri için de hesaplar yapıldığında aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$M_{6b} = -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \text{İz} \left[ \Gamma_2 D(p-p') \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \Gamma_1 D(p') \gamma_\rho \right] \quad (1.73)$$

$$M_{6c} = -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \text{İz} \left[ \gamma_\rho D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3 \gamma_\rho D(-p') \Gamma_1 \right] \quad (1.74)$$

$$M_{6d} = -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(p-p') \Gamma_3 D(-p') \gamma_\rho \Gamma_1 D(p') \Gamma_1 \right] \quad (1.75)$$

$$M_{6e} = -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_1 D(p') \gamma_\rho D(-p+p') \Gamma_2 \Gamma_3 D(-p) \gamma_\rho \right] \quad (1.76)$$

$$M_{6f} = -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_1 D(p') \gamma_\rho D(-p+p') \Gamma_2 \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \right] \quad (1.77)$$

$$M_{6g} = -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \gamma_\rho \Gamma_3 D(-p) \gamma_\rho \right] \quad (1.78)$$

$$M_{6h} = -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(-p) \Gamma_1 D(-p+p') \Gamma_2 \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \right] \quad (1.79)$$

$$M_{6i} = -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(p-p')^2} \right) \times \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(p-p') \gamma_\rho \Gamma_3 D(-p) \gamma_\rho D(-p') \Gamma_1 \right] \quad (1.80)$$

$$M_{6k} = -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(p-p')^2} \right) \times \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(-p+p') \Gamma_2 \Gamma_3 D(-p) \gamma_\rho D(-p') \Gamma_1 \right] \quad (1.81)$$

$$M_{6j} = -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(p-p')^2} \right) \times \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(-p+p') \Gamma_2 \gamma_\rho D(p-p') \Gamma_3 D(-p') \Gamma_1 \right] \quad (1.82)$$

$$M_{6l} = -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(p-p')^2} \right) \times \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(-p') \gamma_\rho \Gamma_3 D(-p) \Gamma_1 D(-p+p') \gamma_\rho \right] \quad (1.83)$$

$$M_{6o} = -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(p-p')^2} \right) \times \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(p-p') \gamma_\rho \gamma_\rho D(p-p') \Gamma_3 D(-p') \Gamma_1 \right] \quad (1.84)$$

$$M_{6p} = -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \gamma_\rho \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \right] \quad (1.85)$$

$$M_{6r} = -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(p-p') \Gamma_3 D(-p') \gamma_\rho \gamma_\rho D(p') \Gamma_1 \right] \quad (1.86)$$

$$M_{6s} = -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(-p) \Gamma_1 D(-p+p') \Gamma_2 \Gamma_3 D(-p) \gamma_\rho \right] \quad (1.87)$$

$$M_{6t} = -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3 \Gamma_1 D(p') \gamma_\rho \right] \quad (1.88)$$

$$M_{6v} = -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(-p+p')^2} \right) \times \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(-p+p') \Gamma_2 \Gamma_3 D(-p) \Gamma_1 D(-p+p') \gamma_\rho \right] \quad (1.89)$$

Böylece toplama kurallarının teorik kısmı hesaplandı. Şimdide fiziksel kısmı hesaplayalım.

İlintili fonksiyon çift dağılım (dispersiyon) bağıntısı ile de ifade edilebilir. Genel çift dağılım bağıntısı

$$\Pi^{pert}(p, p', Q^2) = \int_0^\infty ds \int_0^\infty d s' \frac{\rho^{pert}(s, s')}{(s-p^2)(s'-p'^2)} + \text{kalan terimler} \quad (1.90)$$

şeklinde yazılır. Burada  $Q^2 = -q^2$  ve  $\rho_{\mu\nu}(s)$  izgesel (spektral) yoğunluk fonksiyonudur. Bu fonksiyon, farklı frekanslarda akımlardan soğurulan enerji yoğunluğunu ölçer. Böylece teorik kısım

$$\Pi^{teorik}(p, p', Q^2) = \Pi^{pert}(p, p', Q^2) + \sum_{d=3,4} C_d(p, p', Q^2) \langle 0 | O_d | 0 \rangle \quad (1.91)$$

olur.

İlintili fonksiyon, hadron durumlarını içerecek şekilde de yazılabilir.  $p, p'$  momentumlar olmak üzere çift dağılım bağıntısı

$$\Pi_i^{fiziksel}(p^2, p'^2; q^2) = \int_0^\infty ds \int_0^\infty ds' \frac{\rho(s, s')}{(s + p^2)(s' - p'^2)} + \text{kalan terimler} \quad (1.92)$$

şeklindedir. Burada izgesel yoğunluk fonksiyonu

$$\rho(s, s') = \frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi_i \quad (1.93)$$

olarak ifade edilir. İzgesel fonksiyon iki kısma ayrılır.  $A(p) \rightarrow B(p') + C(q)$  bozunmasında küçük  $s$  ve  $s'$  değerleri için  $\rho(s, s')$  keskin rezonanslar içerdiğinden olan  $\delta(s - m_A^2) \delta(s' - m_B^2)$  kullanılır.  $s$  ve  $s'$ 'nin büyük değerleri için ise izgesel fonksiyon  $\rho(s, s')$  daha yüksek durumları veren bir sürekli spektruma sahip olduğundan  $\theta(s - s_0) \theta(s' - s'_0)$  formunda yazılır. Burada  $s_0$  ve  $s'_0$  sürekli spektrumun eşik değerleridir. Böylece izgesel yoğunluk fonksiyonu keskin rezonanslı durumlar ve sürekli spektrum durumlarının toplamından oluşur:

$$\rho = \sum \langle 0 | j_1 | n \rangle \langle n | j_2 | m \rangle \delta(s - m_A^2) \delta(s' - m_B^2) + \rho^{\text{sürekli}} \theta(s - s_0) \theta(s' - s'_0) \quad (1.94)$$

$|n\rangle$  ve  $|m\rangle$  durumları, kuark akımı  $j_i$  tarafından yaratılan hadron durumlarını gösterir.

Minkowsky bölgesi de denen fiziksel bölgede  $p^2, p'^2 > 0$ , temel durumdan başlayarak hadron durumları üzerinden tam bir toplam yapılır. Böylece fiziksel kısım için ilintili fonksiyon

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu,\lambda}^{fiziksel}(p, p'; q) &= \frac{\langle 0 | j_v^A | A(p) \rangle \langle A(p) | j_\mu^C | B(p') \rangle \langle B(p') | j_\lambda^B | 0 \rangle}{(p^2 - m_A^2)(p'^2 - m_B^2)} \\ &+ \int_{s_0}^{\infty} ds \int_{s'_0}^{\infty} ds' \frac{\rho_{\mu\nu,\lambda}^{fiziksel}(s, s')}{(s - p^2)(s' - p'^2)} + \text{kalan terimleri} \end{aligned} \quad (1.95)$$

olarak yazılır. Burada, hadronik izgesel yoğunluk  $\rho^{sürekli}(s, s')$  kuantum sayıları geçerli olan bütün yüksek rezonansları ve rezonans olmayan sürekli spektrumu içerir.

Sonuçta elimizde ilintili fonksiyonun iki farklı gösterimde hesaplanmış sonuçları vardır. Bunlardan biri Wilson katsayılarını içeren teorik kısım ve diğeri genel çift dağılım bağıntısını içeren fiziksel kısımdır. Bu iki farklı gösterim birbirlerine eşitlenir:

$$\begin{aligned} \Pi^{fiziksel} &= \Pi^{teorik} \\ &\frac{\langle 0 | j_v^A | A(p) \rangle \langle A(p) | j_\mu^C | B(p') \rangle \langle B(p') | j_\lambda^B | 0 \rangle}{(p^2 - m_A^2)(p'^2 - m_B^2)} \\ &+ \int_{s_0}^{\infty} ds \int_{s'_0}^{\infty} ds' \frac{\rho_{\mu\nu,\lambda}^{fiziksel}(s, s')}{(s - p^2)(s' - p'^2)} + \text{kalan terimler} \\ &= \int_0^{\infty} ds \int_0^{\infty} ds' \frac{\rho^{pert}(s, s')}{(s - p^2)(s' - p'^2)} + \sum_{d=3,4} C_d(p, p', Q^2) \langle 0 | O_d | 0 \rangle + \text{kalan terimler} \end{aligned} \quad (1.96)$$

(1.96) eşitliği KRD toplam kuralı ifadesi, bilinmeyen kalan (çıkarma) terimlerini içerdiğinden bu ifade çok kullanışlı değildir. Bilinmeyen, kalan terimleri atmak ve sürekli ve daha yüksek durumların katkılarını bastırmak için (1.96) ifadesinin her iki yanına  $Q^2 = -q^2$  'de Borel (ters Laplace) dönüşümü uygulanır. Borel dönüşümü  $1/(q^2 + m^2)$  ifadesini  $B_{M^2}(1/(q^2 + m^2)) \rightarrow e^{-s/M^2}$  olacak şekilde, hadronik gösterimi üstel azalanlar üzerinden toplama dönüştürür ve böylece dağılım bağıntısındaki kalan terimler elenir. (1.96) eşitliğinin her iki yanına çift Borel dönüşümü uygulandığında

$$\begin{aligned} &\langle 0 | j_v^A | A(p) \rangle \langle A(p) | j_\mu^C | B(p') \rangle \langle B(p') | j_\lambda^B | 0 \rangle e^{-s/M_1^2} e^{-s'/M_2^2} \\ &+ \int_{s_0}^{\infty} ds \int_{s'_0}^{\infty} ds' \rho_{\mu\nu,\lambda}^{sürekli}(s, s') e^{-s/M_1^2} e^{-s'/M_2^2} \\ &= \int_0^{\infty} ds \int_0^{\infty} ds' \rho^{pert}(s, s') e^{-s/M_1^2} e^{-s'/M_2^2} + B_{M_1^2} B_{M_2^2} \Pi^{pert. olmayan} \end{aligned} \quad (1.97)$$

elde edilir. Yukarıdaki eşitlikteki pertürbatif katkılar, spektrum parametrelerinin eşik değerlerine kadar ve daha yüksek değerleri olmak üzere iki parçaya ayrılır:

$$\int_0^\infty ds \int_0^\infty d s' \rho^{pert}(s, s') e^{-s/M_1^2} e^{-s'/M_2^2} = \int_0^{s_0} ds \int_0^{s'_0} d s' \rho^{pert}(s, s') e^{-s/M_1^2} e^{-s'/M_2^2} + \int_{s_0}^\infty ds \int_{s'_0}^\infty d s' \rho^{pert}(s, s') e^{-s/M_1^2} e^{-s'/M_2^2} \quad (1.98)$$

Bu eşitlikteki ikinci integral, daha yüksek rezonans ve sürekli spektrum katkılarını içerir.

Dağılım bağıntısındaki hadron izgesel fonksiyonu  $\rho^{sürekli}(s, s')$  tarafından içerilen daha yüksek hadron durumlarına kuark-hadron ikilemi uygulanır. Bu durumda,  $p^2, p'^2 < 0$  bölgesinde pertürbatif olarak hesaplanan  $\rho^{pert}(s, s')$  izgesel fonksiyonu ile daha yüksek rezonans ve sürekli spektrumların  $\rho^{sürekli}(s, s')$  ifadesi yer değiştirilebilir, yani;

$$\begin{aligned} & \langle 0 | j_v^A | A(p) \rangle \langle A(p) | j_\mu^C | B(p') \rangle \langle B(p') | j_\lambda^B | 0 \rangle e^{-s/M_1^2} e^{-s'/M_2^2} \\ &= \int_0^{s_0} ds \int_0^{s'_0} d s' \rho^{pert}(s, s') e^{-s/M_1^2} e^{-s'/M_2^2} + B_{M_1^2} B_{M_2^2} \Pi^{pert. olmayan} \end{aligned} \quad (1.99)$$

olur. Yukarıda yapılan yer değiştirme işleminden sonra  $\rho^{pert}$  için bazı düzeltmeler yapılmalıdır. Feynman çizimlerinden hesaplanan pertürbatif katkı içindeki  $(M^2)^{n+1}$  ( $n \geq 0$ ) terimlerinin

$$f_n(s_0/M^2) = \left[ 1 - e^{-s_0/M^2} \sum_{k=0}^n \frac{(s_0 - M^2)^k}{k!} \right] \quad (1.100)$$

çarpanı ile çarpılmasıyla bu düzeltmeler gerçekleştirilir. Pertürbasyon katkısının sıfır olması durumunda ise KRD toplama kuralları

$$\begin{aligned} & \langle 0 | j_v^A | A(p) \rangle \langle A(p) | j_\mu^C | B(p') \rangle \langle B(p') | j_\lambda^B | 0 \rangle e^{-s/M_1^2} e^{-s'/M_2^2} \\ &= B_{M_1^2} B_{M_2^2} \Pi^{pert. olmayan} \end{aligned} \quad (1.101)$$



olarak elde edilir.

(1.101) eşitliğinde iki bilinmeyen vardır:  $M^2$ , Borel kütle parametresi ve  $s_0$  sürekli eşik. Sürekli eşik uyarılmış durumların enerjisi ile ilgili olduğundan, tamamen istekseldir değildir. Genelde,  $(m_H + 0.5 GeV)^2$  civarında alınır, fakat sonuç bu niceliğin küçük değişimi ile kararlı olmalıdır.  $M^2$  genelde tamamen istekseldir. Fakat kullanılan yaklaşıklardan ötürü bir bölgede sınırlanır, bu bölge dışında ya sürekli katkılar ya da ihmal edilen daha yüksek işlecilerin katkıları büyük olur. Bu durum çok küçük olamaz,  $M^2$ 'nin kuvvetleri ile ters orantılı daha yüksek boyutlu işlecilerin katkısı önemli olur ve böylece ihmal edilemezler.  $M^2$ 'nin alt sınırı, açılımda toplam sonucun küçük bir kesrinden daha büyük olmayan, en yüksek boyutlu işlemcinin katkısından elde edilir. Diğer yandan, Borel kütlelerinin çok büyük olduğu bölgede, kuark-hadron ikilemine güvenilmez.  $s_0$ 'dan büyük durumların üstel olarak azalan katkısının, toplam çift dağılım integralinin küçük bir kısmı olarak kalması için,  $M^2$ 'ye bir üst sınır belirlenmesi gerekir.  $M^2$ 'nin üst sınırı, uyarılmış durumların katkısından elde edilir. Bu sınırlar arasındaki bölgede herhangi bir fiziksel nicelik  $M^2$ 'nin değerlerinden tamamen bağımsız toplama kuralları kullanılarak hesaplanır (Colangelo ve Khodjamirian, 2000).

Hadronların kütleleri ve çiftlenimleri, dış alanlarda hadronların durgun özellikleri (magnetik, dipol, kuadrupol moment v.b.) ağır ve hafif hadronların zayıf bozunmalarının form faktörleri ve bozunma sabitleri, mezon dalga ve yapı fonksiyonları, hadronların elektromagnetik form faktörleri gibi birçok konu KRD toplama kuralları kullanılarak araştırılabilir.

## 1. 6. Görelî Olmayan Durumda Vektör Mezonların İşımasal Bozunmaları

Mezonların kuark ve karşıt kuarktan yani iki parçacıktan oluştuğu göz önüne alındığında mezonlar için görelî olmayan durumda Hamiltonyen

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} + V(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \\
 &= \frac{(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1)(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}_1)}{2m_1} + \frac{(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{p}_2)(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{p}_2)}{2m_2} + V(\vec{r}_1, \vec{r}_2)
 \end{aligned} \tag{1.102}$$

ile verilir. Elektromagnetik alan halinde

$$\vec{p} \rightarrow \vec{p} - eQ\vec{A} \quad (1.103)$$

olacağından yukarıdaki Hamiltonyen düzenlenirse

$$H_0 = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2m_i} p_i^2 + V(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \quad (1.104)$$

$$H_{etk} = -e \sum_i \frac{Q_i}{2m_i} \left[ 2\vec{A} \cdot \vec{p}_i + i\vec{\sigma}_i \cdot (-i\vec{\nabla}_i \times \vec{A}) \right] \quad (1.106)$$

olmak üzere

$$H = H_0 + H_{etk} \quad (1.106)$$

yazılabilir.

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2V}} \sum_{k'} \sum_{\lambda'} \frac{1}{\sqrt{\omega'}} \left[ \varepsilon^{\lambda'} a_{\lambda'}(\vec{k}) e^{i\vec{k}' \cdot \vec{r} - i\omega' t} + \varepsilon^{*\lambda'} a_{\lambda'}^+(\vec{k}) e^{-i\vec{k}' \cdot \vec{r} + i\omega' t} \right] \quad (1.107)$$

vektör potansiyeli olmak üzere ve

$$\left[ a_{\lambda}(\vec{k}), a_{\lambda'}^+(\vec{k}') \right] = \delta_{kk'} \delta(\vec{k} - \vec{k}') \quad (1.108)$$

sıra değişim bağıntısı da kullanıldığında yukarıdaki etkileşme Hamiltonyeni

$$H_{ba} = -e \sum_i \langle b | \frac{Q_i}{2m_i} \frac{1}{2\sqrt{2V\omega}} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}_i} \left[ 2\varepsilon^{*\lambda} \cdot \vec{p}_i - i\vec{\sigma}_i \cdot (\vec{k} \times \varepsilon^{*\lambda}) \right] a | e^{i\omega t} \quad (1.109)$$

olarak yazılabilir. Bu Hamiltonyende ki birinci terim (E) elektrik geçişler, ikinci terim ise (M) magnetik geçişlerdir. Kütle merkezi çerçevesinde,  $E_1$  geçişi için

$$H_{ba}^{E_1} = \frac{ie\mu\omega}{\sqrt{2V\omega}} \left[ \langle b | \left( \frac{Q_1}{m_1} - \frac{Q_2}{m_2} \right) \vec{r} | a \rangle \varepsilon^{*\lambda} \right] e^{i\omega t} \quad (1.110)$$

$\vec{\mu}_z = \sum_i \frac{Q_i}{2m_i} \vec{\sigma}_{i+}$  olmak üzere  $M_1$  geçişi için

$$H_{ba}^{M_1} = \frac{ie}{\sqrt{2V\omega}} \langle b | \sum_i \frac{Q_i}{2m_i} \sigma_i \cdot (\vec{k} \times \varepsilon^{*\lambda}) | a \rangle e^{i\omega t} \quad (1.111)$$

dir.  $V$  vektör ve  $P$  sözde vektör mezon olmak üzere Fermi altın kuralından  $V \rightarrow P \gamma$  için

$$\Gamma = \frac{4\alpha}{3} \left| \langle P | \mu_z | V \rangle \right|^2 k^3 \frac{E_P}{m_V} \quad (1.112)$$

ya da  $P \rightarrow V \gamma$  için

$$\Gamma = 4\alpha \left| \langle P | \mu_z | V \rangle \right|^2 k^3 \frac{E_V}{m_P} \quad (1.113)$$

elde edilir.

## 2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

Hadronların etkileşmelerini ve hadronların özelliklerini araştırmak ve özellikle ışımsal bozunmalarını incelemek yüksek enerji fiziğinin güncel konularından biridir.

$V \rightarrow P\gamma$  ışımsal geçişi  $g_{VP\gamma}$  çiftlenim sabitleri ile betimlenir ve bu çiftlenim sabitleri hadron etkileşmelerinin şiddetinin belirlenmesini sağlar. Ayrıca, vektör mezon-sözdeskaler mezon-foton  $VP\gamma$  -köşesi nükleonlardaki vektör mezonların foton üreten reaksiyonlarda önemli rol oynar.

Aynı şekilde, hafif skaler mezonlar da düşük enerji hadron fenomenolojisinde önemli rol oynarlar. Fakat skaler mezonların özellikleri ve etkileşmeleri günümüzde tam olarak açıklanamamaktadır. Örneğin  $J^{PC} = 0^{++}$  kuantum sayılarına sahip hafif skaler mezonların kütle ve bozunma genişliği kuark modeline uygun bir  $I = 1$  dokuzlu (sekizli + tekli) üyesinin beklenen değeri ile uyumlu değildir. İzoskaler  $f_0(980)$  ve izovektör  $a_0(980)$  skaler mezonlarının doğası ve kuark iç yapıları henüz aydınlatılamamıştır (Gökalp vd., 2005; Jaffe, 1977; Weinstein ve Isgur, 1990; Close ve Kirk, 2000).

Bu tür soruların cevaplarını araştırmada  $V \rightarrow P\gamma$  ve  $S \rightarrow V\gamma$  ışımsal geçişleri araştırılmaktadır. Bu tür hesaplar pertürbatif olmayan yöntemler kullanılarak yapılır. Bu bölümde üç nokta KRD toplam kuralları yöntemi ile sırasıyla  $\rho \rightarrow \eta\gamma$ ,  $K^{0*} \rightarrow K^0\gamma$ ,  $f_0 \rightarrow \rho(\omega)\gamma$  ve  $a_0 \rightarrow \rho(\omega)\gamma$  çiftlenim sabiti hesapları ayrıntılı şekilde hesaplanacaktır.

KRD Toplama kuralları yönteminde hesaba, ilintili fonksiyon yazılarak başlanır. Üç nokta ilintili fonksiyon

$$\Pi_{\mu\nu}(p, p') = d^4x d^4y e^{i p' \cdot y} e^{-i p \cdot x} \langle 0 | T \{ J_\mu^\gamma(0) J_\nu^V(x) J^P(y) \} | 0 \rangle \quad (2.1)$$

ile verilir. Burada  $V$  vektör mezonu göstermek üzere  $J_\nu^V$  vektör mezonun ve  $P$  sözde vektör mezonu göstermek üzere  $J_\nu^P$  sözde vektör mezonun arakes tirim akımlarıdır.

## 2. 1. $V \rightarrow P\gamma$ 'nın Çiftlenim Sabitinin Fiziksel Kısımı

Hadron durumları terimleri cinsinden toplam kurallarının fenomenolojik kısmını yazmak için, çift dağılım bağıntısı

$$\Pi_{\mu\nu}(p, p') = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty ds \int_0^\infty ds' \frac{\rho_{\mu\nu}^{\text{sürekli}}(s, s'; Q^2)}{(s-p^2)(s'-p'^2)} + \text{kalan terimler} \quad (2.2)$$

olarak yazılır. Burada hadronik izgesel (spektral) yoğunluk  $\rho_{\mu\nu}^{\text{sürekli}}(s, s'; Q^2)$ , daha yüksek rezonansların ve sürekli spektrum durumlarının katkılarını içerir. Vektör ve sözde vektör kanalları seçilir ve akımlar boşluk durumu arasına yazıldığında toplam kuralları için fiziksel kısım

$$\Pi_{\mu\nu}(p, p') = \frac{\langle 0 | J_\nu^V | V(p) \rangle \langle V(p) | J_\mu^\gamma | P(p') \rangle \langle P(p') | J_\alpha^P | 0 \rangle}{(p^2 - m_V^2)(p'^2 - m_P^2)} + \dots \quad (2.3)$$

olur. Burada “...” ile gösterilen terimler, sürekli ve daha yüksek katkıları gösterir. Sonuçta fenomenolojik kısım

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}(p, p') = & \frac{\langle 0 | J_\nu^V | V(p) \rangle \langle V(p) | J_\mu^\gamma | P(p') \rangle \langle P(p') | J_\alpha^P | 0 \rangle}{(p^2 - m_V^2)(p'^2 - m_P^2)} + \dots \\ & + \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty ds \int_0^\infty ds' \frac{\rho_{\mu\nu}^{\text{sürekli}}(s, s'; Q^2)}{(s-p^2)(s'-p'^2)} + \text{kalan terimler} \end{aligned} \quad (2.4)$$

şeklinde yazılır.  $\varepsilon_\nu^V$ ,  $V$  mezonunun kutuplanma (polarizasyon) vektörü,  $\lambda_V$  çakışma genliği (overlap), olmak üzere,

$$\langle 0 | J_\delta^V | V \rangle = \lambda_V \varepsilon_\delta^V \quad (2.5)$$

ve aksiyal vektörün momentumu  $p'$  ve çakışma genliği  $\lambda_P$  olmak üzere

$$\langle 0|J_\alpha^P|P\rangle = \lambda_P p'_\alpha \quad (2.6)$$

dir.  $g_{VP\gamma}$  çiftlenim sabiti olmak üzere, elektromagnetik akımın matris elemanı ise

$$\langle V(p)|J_\mu^\gamma(q)|P(p')\rangle = e g_{VP\gamma} K(q^2) \varepsilon_{\delta\sigma\mu\nu} \varepsilon^{\nu\delta} \varepsilon_\mu^\gamma \lambda_P p'_\alpha p'^\delta p'^\sigma \quad (2.7)$$

ile verilir. (2.5), (2.6) ve (2.7), (2.4) eşitliğinde yerine yazıldığında ilintili fonksiyonunun fiziksel kısmı için

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}(p, p') &= \frac{e g_{VP\gamma} K(q^2) \varepsilon_{\delta\sigma\mu\nu} \varepsilon^{\nu\delta} \varepsilon_\mu^\gamma \lambda_P \varepsilon_\delta^V \lambda_P p'_\alpha p'^\delta p'^\sigma}{(p^2 - m_V^2)(p'^2 - m_P^2)} \\ &+ \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty ds \int_0^\infty ds' \frac{\rho_{\mu\nu}^{\text{sürekli}}(s, s'; Q^2)}{(s - p^2)(s' - p'^2)} + \text{kalan terimler} \end{aligned} \quad (2.8)$$

elde edilir. Burada  $K(q^2)$ , yapı sabitidir ve  $K(0)=1$  'dir. Çift Borel dönüşümü uygulandıktan sonra

$$\begin{aligned} B_{M_1^2} B_{M_2^2} \Pi_{\mu\nu}(p, p') &= -e \lambda_V \lambda_P g_{VP\gamma} e^{-m_V^2/M_1^2} e^{-m_P^2/M_1^2} \\ &+ \int_{s_0}^\infty ds \int_{s'_0}^\infty ds' \rho^{\text{sürekli}}(s, s'; Q^2) e^{-s/M_1^2} e^{-s'/M_2^2} \end{aligned} \quad (2.9)$$

haline gelir.

O halde aradığımız çiftlenim sabiti  $\varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha$  ile orantılı, olası matris elemanlarını yazıp katkı verecek hesapları yaparken bu tür terimleri seçeceğiz.

## 2. 2. $V \rightarrow P\gamma$ 'nın Çiftlenim Sabitinin Teorik Kısımı

$V(p) \rightarrow P(p')\gamma(q)$  için teorik kısım, pertübatif ve pertübatif olmayan kısımları içerir. Sanal bir glüyonlu yalın ilmek Feynman çizimlerinden gelen  $\alpha_s^2$  katkısı çok küçük olduğundan bu Feynman çizimlerinin katkılarını hesaplamaya gerek yoktur. Pertübatif katkı için yalnız serbest kuark ilmek Feynman çizimini hesaplamak yeterlidir. Benzer

şekilde pertürbatif olmayan kısım için glüyon yoğunlaşma Feynman çizimleri  $\alpha_s^2$  katkısı vereceğinden bunların da katkılarını hesaplamaya gerek yoktur. Burada  $\rho \rightarrow \eta\gamma$  ve  $K^{0*} \rightarrow K^0\gamma$  süreçleri ayrı ayrı hesaplanacaktır.

$\eta - \eta'$  karışımı  $g_{\rho\eta\gamma}$  çiftlenim sabiti için önemli olduğundan bu konuyu açıklamakta yarar vardır.  $SU(3)$  tam bir simetri olduğundan, izospin  $I = 0$  tekli ve sekizli durumları karışabilir. Yani, tekli durum ve sekizli durum aynı kuantum sayılarına sahip ve  $SU(3)$  grubunun öz durumlarıdır. Böylece fiziksel izoskalerler,  $SU(3)$  dalga fonksiyonları olan  $|\eta_1\rangle$  ve  $|\eta_8\rangle$ 'in karışımı olur. Her dokuzludaki karışım deneysel olarak belirlenen bir dokuzlu karışım açısı ile açıklanır (Feldmann vd, 1999; Feldmann, 2000; Nasrallah, 2007).

Fiziksel öz durumlar  $|\eta\rangle$  ve  $|\eta'\rangle$ ,  $|\eta_1\rangle$  ve  $|\eta_8\rangle$  durumlarının lineer kombinasyonu olarak yazılabilir.  $|\eta_1\rangle = 1/\sqrt{3}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})$  ve  $|\eta_8\rangle = 1/\sqrt{6}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$  olmak üzere

$$\begin{pmatrix} \eta \\ \eta' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_{PS} & -\sin\theta_{PS} \\ \sin\theta_{PS} & \cos\theta_{PS} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\eta_8\rangle \\ |\eta_1\rangle \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

dir. Bu durumda

$$\begin{aligned} \langle 0|J_\mu^{(8)}|\eta(p)\rangle &= i\eta_8 \cos\theta_{PS} p_\mu \\ \langle 0|J_\mu^{(1)}|\eta(p)\rangle &= -i\eta_1 \sin\theta_{PS} p_\mu \\ \langle 0|J_\mu^{(8)}|\eta'(p)\rangle &= i\eta_8 \sin\theta_{PS} p_\mu \\ \langle 0|J_\mu^{(1)}|\eta'(p)\rangle &= i\eta_1 \cos\theta_{PS} p_\mu \end{aligned} \quad (2.11)$$

olur. Burada sözde vektör akımları kuark alanları cinsinden  $J_\mu^{(8)} = \frac{1}{2\sqrt{3}}(\bar{u}i\gamma_\mu\gamma_5u + \bar{d}i\gamma_\mu\gamma_5d - 2\bar{s}i\gamma_\mu\gamma_5s)$  ve  $J_\mu^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{6}}(\bar{u}\gamma_\mu\gamma_5u + \bar{d}\gamma_\mu\gamma_5d + \bar{s}\gamma_\mu\gamma_5s)$ 'dir.

Böylece hesaplarda kullanılan arakesirim akımlar,  $\eta$  mezunu için  $J_\eta = 1/\sqrt{6}(\bar{u}i\gamma_\alpha\gamma_5u + \bar{d}i\gamma_\alpha\gamma_5d)\cos\theta - (\bar{s}i\gamma_\alpha\gamma_5s)\sin\theta$  ve  $K^0$  için  $J_{K^0} = \bar{s}i\gamma_\alpha\gamma_5d$ 'dir.

Vektör mezon  $\rho$  ve  $K^{0*}$  için akımlar ise sırasıyla  $J_\rho^\rho = 1/\sqrt{2}(\bar{u}\gamma_\nu u - \bar{d}\gamma_\nu d)$  ve

$J_v^{K^{0*}} = \bar{s}\gamma_v d$  'dir.  $e_u$ ,  $e_d$  kuark yükleri olmak üzere elektromagnetik kuark akımı  $J_\mu^\gamma = e_u \bar{u}\gamma_\mu u + e_d \bar{d}\gamma_\mu d$  'dir. Yukarıda görüldüğü gibi akımlar  $u$ ,  $d$  ve  $s$  kuarklarını içeriyor.  $u$  ve  $d$  kuarklarının kütlelerinin çok küçük olmaları nedeniyle  $u$  ve  $d$  kuarkları için  $m_d = m_u = 0$ ,  $m_s \neq 0$  alındı.

### 2.2.1. $g_{\rho\eta\gamma}$ 'nın Hesabı

Pertürbatif ve pertürbatif olmayan katkıları sırasıyla hesaplayalım.

#### 2.2.1.1. $g_{\rho\eta\gamma}$ 'nın Pertürbatif Kısımının Hesabı

$\rho \rightarrow \eta\gamma$  için pertürbatif kısım için serbest kuark ilmek Feynman çiziminin katkısını hesaplamak yeterlidir. Şekil 1.8.'deki en düşük seviye yalın ilmek Feynman çizimi için analitik ifade

$$\begin{aligned} M &= N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \langle 0 | \text{Iz} [D(k)\Gamma_1 D(p'+k)\Gamma_2 D(p+k)\Gamma_3] | 0 \rangle \\ &= N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Iz} \left\{ \frac{i}{k - m_q} \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{p' + k - m_q} \gamma_\mu \frac{i}{p + k - m_q} \gamma_\nu \right\} \end{aligned} \quad (2.12)$$

şeklinde yazılır.  $u$  ve  $d$ -kuarklarının kütleleri çok küçük olduğundan hesaplarda göz ardı edilebilirler. Böylece analitik ifade

$$M = N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Iz} \left\{ \frac{i}{k} \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{p' + k} \gamma_\mu \frac{i}{p + k} \gamma_\nu \right\} \quad (2.13)$$

olur. Bu tür integrallerin çözümleri Cutkosky kuralı (Ramond. 1981; Polkinghore, 1980) kullanılarak, hesaplandı (Ek.1). (2.12) eşitliğindeki integraller

$$I_{0,\alpha,\beta} = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1; k_\alpha; k_\alpha k_\beta}{(k^2 - m_3^2)[(k+p')^2 - m_2^2][(k+p)^2 - m_1^2]} \quad (2.14)$$



şeklinde yazılabilir.

$$I_0 = \frac{i}{4} \frac{I}{\sqrt{(s+s'-q^2)^2 - 4ss'}} \quad (2.15)$$

olmak üzere

$$I_\alpha = Ap_\alpha + Bp'_\alpha \quad (2.16)$$

$$I_{\alpha\beta} = A^* g_{\alpha\beta} + B^* p_\alpha p_\beta + C p_\alpha p'_\beta + D p'_\alpha p_\beta + E p'_\alpha p'_\beta \quad (2.17)$$

olarak ifade edilebilir.  $m_1^2 \cong m_2^2 \cong m_3^2 = 0$  olmak üzere  $A, B, C, D, E, F, G$ , hesaplandığında

$$\begin{aligned} A &= \frac{-s'(Q^2 + s + s') + 2ss'}{(s + s' + Q^2)^2 - 4ss'} I_0 \\ B &= \frac{-s(Q^2 + s + s') + 2ss'}{(s + s' + Q^2)^2 - 4ss'} I_0 \\ C &= \frac{-s s' Q^2}{2(Q^4 + (s - s')^2 + 2Q^2(s + s'))} I_0 \\ D &= \frac{s'^2(Q^4 + (s - s')^2 + Q^2(-4s + 2s'))}{(Q^4 + (s - s')^2 + 2Q^2(s + s'))^2} I_0 \\ E &= \frac{ss'(2Q^4 - (s - s')^2 + Q^2(s + s'))}{(Q^4 + (s - s')^2 + 2Q^2(s + s'))^2} I_0 \\ F &= \frac{2ss'(2Q^4 - (s - s')^2 + Q^2(s + s'))}{(Q^4 + (s - s')^2 + 2Q^2(s + s'))^2} I_0 \\ G &= \frac{s^2(Q^4 + 2Q^2(s - 2s') + (s - s')^2)}{(Q^4 + (s - s')^2 + 2Q^2(s + s'))^2} I_0 \end{aligned} \quad (2.18)$$

bulunur. Böylece (2.12) ifadesinden gelen katkı

$$\begin{aligned}
K &= -i N_c 8i(E - G + B) \\
&= -i N_c \int_0^\infty ds \int_0^\infty ds' \frac{\rho^{pert}(s, s'; Q^2)}{(s-p)^2 (s'-p')^2}
\end{aligned} \tag{2.19}$$

olarak hesaplanır. Burada

$$\rho^{pert} = \frac{s(Q^6 + 2s(s-s')^2 + Q^4(4s-s') + Q^2(5s^2 - 7ss' - 2s'^2))}{4(Q^4 + (s-s')^2 + 2Q^2(s+s'))^{5/2}} \tag{2.20}$$

dır.

### 2.2.1.2. $g_{\rho\eta\gamma}$ 'nin Pertürbatif Olmayan Kısımının Hesabı

$\rho \rightarrow \eta\gamma$  sürecinin kuark yoğunlaşma Feynman çizimleri (Şekil 1.9) için analitik ifadesi

$$M_2 = N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3]_{\alpha\beta} \psi_\beta^a(x) | 0 \rangle \tag{2.21}$$

şeklinde yazılır. Fermiyon alanı yerine yazıldığında

$$\begin{aligned}
M_2 &= N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3]_{\alpha\beta} (\psi_\beta(0) + x_\lambda \nabla_\lambda \psi_\beta(x) \Big|_{x=0} \\
&\quad + \frac{1}{2} x_\lambda x_{\lambda'} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta(x) \Big|_{x=0} + \frac{1}{6} x_\lambda x_{\lambda'} x_{\lambda''} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \nabla_{\lambda''} \psi_\beta(x) \Big|_{x=0} + \dots) | 0 \rangle
\end{aligned} \tag{2.22}$$

ve bu ifadede ilerletici ve köşeleri yerlerine yazıp terimleri ayrı ayrı yazacak olursak 3, 4, 5, 6 boyutlu ifadeleri elde ederiz. İlk terim

$$\begin{aligned}
M_2(3d) &= (-ie_q) N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{\not{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\not{p}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} \psi_\beta^a(0) | 0 \rangle \\
&= (-ie_q) N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) | \psi_\beta^a(0) \rangle \left[ \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{\not{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\not{p}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{2.23}$$

dir. (E.43) eşitliği yukarıdaki ifadede yerine yazıldığında

$$\begin{aligned} M_2(3d) &= (-ie_q)N_c \frac{1}{4} \langle \bar{\psi} \psi \rangle \hat{I}z \left[ \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}} \gamma_\nu \right] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.24)$$

elde edilir. Fermiyon alanının ikinci terimi için

$$\begin{aligned} M_2(4d) &= (-ie_q)N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} x_\lambda \nabla_\lambda \psi_\beta^a(0) | 0 \rangle \\ &= (-ie_q)N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \psi_\beta^a(0) \rangle x_\lambda \left[ \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} \end{aligned} \quad (2.25)$$

olur. Burada  $x_\lambda = -i \frac{d}{d p_\lambda}$  dir. (E.47) eşitliği, (2.23)'te yerine yazıldığında

$$\begin{aligned} M_2(4d) &= (-ie_q)N_c \frac{m_q}{16} \langle \bar{\psi} \psi \rangle \\ &\quad \hat{I}z \left\{ \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\lambda \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{1}{\mathbf{p}} \gamma_\nu \gamma_\lambda + \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{1}{\mathbf{p}} \gamma_\lambda \frac{1}{\mathbf{p}} \gamma_\nu \gamma_\lambda \right\} \end{aligned} \quad (2.26)$$

elde edilir. İz hesapları yapıldıktan sonra

$$K_2(4d) = (-ie_q)N_c \frac{m_q}{16} \langle \bar{\psi} \psi \rangle \frac{1}{\mathbf{p}'^4 \mathbf{p}^2} 16 i \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha \quad (2.27)$$

sonucu bulunur. Fermiyon alanının üçüncü terimi için

$$\begin{aligned} M_2(5d) &= (-ie_q)N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} \frac{1}{2} x_\lambda x_{\lambda'} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta^a(0) | 0 \rangle \\ &= (-ie_q)N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta^a(0) \rangle x_\lambda x_{\lambda'} \left[ \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} \end{aligned} \quad (2.28)$$

dir. Bu ifadede türevler alınıp, (E.54) eşitliği yukarıdaki eşitlikte yerine yazıldığında

$$\begin{aligned}
M_2(5d) &= (-ie_q) \frac{N_c}{2} \left\{ -\frac{1}{16} m^2 \langle \bar{\psi} \psi \rangle (g_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} + \frac{i}{32} \langle \bar{\psi} g G_{\lambda\lambda'}^a \frac{\lambda^a}{2} \sigma_{\lambda\lambda'} \psi \rangle (g_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} \right. \\
&\quad - \frac{i}{96} \langle \bar{\psi} g G_{\lambda\lambda'}^a \frac{\lambda^a}{2} \sigma_{\lambda\lambda'} \psi \rangle (\sigma_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} \left. \left\{ \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\lambda \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_{\lambda'} \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\nu \right. \right. \\
&\quad + \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_{\lambda'} \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\lambda \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\nu + \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_{\lambda'} \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\lambda \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\nu \\
&\quad + \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\lambda \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_{\lambda'} \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\nu + \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\lambda \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_{\lambda'} \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\nu \\
&\quad \left. \left. + \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_{\lambda'} \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\lambda \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\nu \right\} \right\}_{\alpha\beta} \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.29}$$

sonucu bulunur. Fermiyon alanının dördüncü terimi için analitik ifade

$$\begin{aligned}
M_2(6d) &= -ie_q N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} \frac{1}{6} x_\lambda x_{\lambda'} x_{\lambda''} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \nabla_{\lambda''} \psi_\beta^a(0) | 0 \rangle \\
&= -ie_q N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \nabla_{\lambda''} \psi_\beta^a(0) \rangle x_\lambda x_{\lambda'} x_{\lambda''} \left[ \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{2.30}$$

dir. (E.72) eşitliği yukarıdaki eşitlikte yerine yazılır ve iz hesapları yapıldığında 6-boyut için

$$K_2(6d) = -\frac{N_c e_q}{6} \left( \frac{-i g^2}{3^5 2^4} \right) \delta^{aa} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 384 i \left\{ \frac{1}{p'^6 p^2} + \frac{1}{p'^4 p^4} \right\} \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha \tag{2.31}$$

sonucu elde edilir. Böylece kuark yoğunlaşma Feynman çizimi için toplam katkı

$$K_2 = -\frac{N_c e_q}{6} \left( \frac{-i g^2}{3^5 2^4} \right) \delta^{aa} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 384 i \left\{ \frac{1}{p'^6 p^2} + \frac{1}{p'^4 p^4} \right\} \tag{2.32}$$

ve bu ifadeye çift Borel dönüşümü uygulandığında

$$B_p B_{p'} K_2 = (-ie_q) \frac{384 N_c}{6} \left( \frac{-i g^2}{3^5 2^4} \right) \delta^{aa} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2$$

$$\left\{ \left( -\frac{1}{M'^6} \right) \left( -\frac{1}{M^2} \right) + \left( \frac{1}{M'^4} \right) \left( \frac{1}{M^4} \right) \right\}$$
(2.33)

elde edilir.

Bir dış alanlı kuark yoğunlaşma Feynman çizimlerinden bir 5 ve iki 6-boyutlu katkı gelir. Şekil 1.10.(a) için analitik ifade

$$M_3 = N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p+k)$$

$$\times (-i g \gamma_\rho \lambda^c / 2)^{ij} A_\rho^a(y) D(p) \Gamma_3 ]_{\alpha\beta} \psi_\beta^a(x) | 0 \rangle$$
(2.34)

dir. Bu eşitlikte köşe ve ileticileri yerine yazıp, fermiyon ve potansiyel alanını da yerine yazdığımızda 5-boyut için

$$M_3(5d) = (-ie_q) N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) | \left[ \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{\not{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\not{p}+k} \left( -i g \gamma_\rho \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \right.$$

$$\left. \times \left( -\frac{i}{2} \frac{\partial}{\partial k_\lambda} G_{\lambda\rho}^a(0) \right) \frac{i}{\not{p}'} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} | \psi_\beta^a(0) \rangle$$
(2.35)

$$= 0$$

katkı vermediği görülür. 6-boyutlu katılardan ilki fermiyon alanının ikinci terimi ile potansiyel alanının birinci terimi alınıp,

$$\begin{aligned}
M_3(6d)_1 &= (-ie_q)N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}+k} \left( -i g \gamma_\rho \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \right. \\
&\quad \left. \times \left( -\frac{i}{2} \frac{\partial}{\partial k_\lambda} G_{\lambda\rho}^a(0) \right)_{k=0} \frac{i}{\mathbf{p}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} x_\sigma \nabla_\sigma \psi_\beta^a(0) \rangle \\
&= -(-ie_q) \frac{g}{2} \left( \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) G_{\lambda\rho}^a(0) \nabla_\sigma \psi_\beta^a(0) \rangle \\
&\quad \times \left( -i \frac{\partial}{\partial p_\sigma} \right) \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \left( \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}+k} \gamma_\rho \frac{i}{\mathbf{p}} \gamma_\nu \right)_{\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{2.36}$$

ve (E.85) eşitliği yerine yazılır, türev alınıp gerekli işlemler yapıldığında

$$K_3(6d)_1 = (-ie_q) i g^2 \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \frac{N_c}{9} \frac{1}{p'^4 p^4} \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha \tag{2.37}$$

elde edilir.

6-boyutlu ikinci katkı, fermiyon alanının birinci terimi ile potansiyel alanının ikinci terimi alınıp

$$\begin{aligned}
M_3(6d)_2 &= (-ie_q)N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}+k} \left( -i g \gamma_\rho \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \right. \\
&\quad \left. \times \left( -\frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \frac{\partial}{\partial k_{\lambda'}} D_{\lambda'} G_{\lambda\rho}^a(0) \right)_{k=0} \frac{i}{\mathbf{p}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} \psi_\beta^a(0) \rangle \\
&= e_q \frac{g}{3} \left( \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) D_{\lambda'} G_{\lambda\rho}^a(0) \psi_\beta^a(0) \rangle \\
&\quad \times \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \frac{\partial}{\partial k_{\lambda'}} \left( \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}+k} \gamma_\rho \frac{i}{\mathbf{p}} \gamma_\nu \right)_{\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{2.38}$$

ve (E.89) eşitliği yerine yazılıp, türev ve iz hesapları yapıldıktan sonra

$$K_3(6d)_2 = 0 \tag{2.39}$$

olarak elde edilir.

Şekil 1.10.(b) için analitik ifade

$$M'_3 = N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ \Gamma_1 D(p') (-i g \gamma_\rho \lambda^c / 2)^{ij} \right. \\ \left. \times A_\rho^a(y) D(p' - k) \Gamma_2 D(p) \Gamma_3 \right]_{\alpha\beta} \psi_\beta^a(x) | 0 \rangle \quad (2.40)$$

dir. Bu eşitlikte köşe ve ileticileri, fermiyon ve potansiyel alanını da yerine yazdığımızda 5-boyut için

$$M'_3(5d) = (-ie_q) N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{\not{p}'} \left( -i g \gamma_\rho \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \left( -\frac{i}{2} \frac{\partial}{\partial k_\lambda} G_{\lambda\rho}^a(0) \right) \right]_{k=0} \\ \times \frac{i}{\not{p}' - k} \gamma_\mu \frac{i}{\not{p}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} | \psi_\beta^a(0) \rangle \\ = 0 \quad (2.41)$$

yani katkı vermediği görülür.

6-boyutlu katkılardan ilki fermiyon alanının ikinci terimi ile potansiyel alanının birinci terimi alınıp,

$$M'_3(6d)_1 = (-ie_q) N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{\not{p}'} \left( -i g \gamma_\rho \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \left( -\frac{i}{2} \frac{\partial}{\partial k_\lambda} G_{\lambda\rho}^a(0) \right) \right]_{k=0} \\ \times \frac{i}{\not{p}' - k} \gamma_\mu \frac{i}{\not{p}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} x_\sigma \nabla_\sigma \psi_\beta^a(0) \rangle \\ = -(-ie_q) \frac{g}{2} \left( \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) G_{\lambda\rho}^a(0) \nabla_\sigma \psi_\beta^a(0) \rangle \\ \times \left( -i \frac{\partial}{\partial p_\sigma} \right) \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \left( \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{\not{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\not{p} + k} \gamma_\rho \frac{i}{\not{p}} \gamma_\nu \right)_{\alpha\beta} \quad (2.42)$$

ve (E.85) eşitliği yerine yazılır, türev alınıp iz hesapları yapıldıktan sonra

$$K'_3(6d)_1 = i(-ie_q) g^2 \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \frac{2 N_c}{9} \frac{1}{p'^6 p^2} \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha \quad (2.43)$$

elde edilir.

6-boyutlu ikinci katkı, fermiyon alanının birinci terimi ile potansiyal alanının ikinci terimi alınıp, gerekli işlemler yapılarak

$$\begin{aligned}
M'_3(6d)_2 &= (-ie_q)N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{\mathbf{p}'} \left( -i \mathbf{g} \gamma_\rho \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \right. \\
&\quad \times \left. \left( -\frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \frac{\partial}{\partial k_{\lambda'}} D_{\lambda'} G_{\lambda\rho}^a(0) \right)_{k=0} \frac{i}{\mathbf{p}'-k} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} \psi_\beta^a(0) \rangle \\
&= (-ie_q) i \frac{\mathbf{g}}{3} \left( \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) D_{\lambda'} G_{\lambda\rho}^a(0) \psi_\beta^a(0) \rangle \\
&\quad \times \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \frac{\partial}{\partial k_{\lambda'}} \left( \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\rho \frac{i}{\mathbf{p}'-k} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}} \gamma_\nu \right)_{\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{2.44}$$

ve (E.89) yerine yazılıp, türev ve iz hesapları yapıldıktan sonra

$$K'_3(6d)_2 = -i(-ie_q)g^2 \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2 \frac{4N_c}{3^4} \frac{1}{p'^6 p^2} \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha \tag{2.45}$$

olarak elde edilir. Böylece bir dış alanlı kuark yoğunlaşma Feynman çizimleri için toplam sonuç

$$K_3 = i g^2 (-ie_q) \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2 \frac{N_c}{3^2} \left\{ \frac{1}{p'^4 p^4} - \frac{22}{3^2} \frac{1}{p'^6 p^2} \right\} \tag{2.46}$$

olur. (2.46)'ya çift Borel dönüşümü uygulanırsa

$$B_p B_{p'} K_3 = i g^2 (-ie_q) \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2 \frac{N_c}{3^2} \left\{ \frac{1}{M'^4 M^4} - \frac{22}{3^2} \left( -\frac{1}{M'^6} \right) \left( -\frac{1}{M^2} \right) \right\} \tag{2.47}$$

sonucuna ulaşılır.

İki kuark çizgisinin aynı anda kırıldığı (Şekil 1.12) 6-boyut için hesaplar yapıldığında  $M$  analitik ifade,  $K$  katkı olmak üzere aşağıdaki sonuçlar elde edildi:



$$\begin{aligned}
M_{6a}(6d) &= N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(p-p') \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \gamma_\rho D(-p') \Gamma_1 \right] \\
&= -i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\mu \frac{i}{p-p'} \gamma_\rho \frac{i}{p} \gamma_\nu \gamma_\rho \frac{i}{-p'} \gamma_5 \gamma_\alpha \right] \quad (2.48) \\
K_{6a} &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{6b}(6d) &= N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(p-p') \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \Gamma_1 D(p') \gamma_\rho \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\mu \frac{i}{p-p'} \gamma_\rho \frac{i}{p} \gamma_\nu \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{p'} \gamma_\rho \right] \quad (2.49) \\
K_{6b} &= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \left( \frac{1}{(p-p')^2 p'^2 p^2} \right) 16i \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{6c} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3 \gamma_\rho D(-p') \Gamma_1 \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho \frac{i}{p'} \gamma_\mu \frac{i}{p} \gamma_\nu \gamma_\rho \frac{i}{-p'} \gamma_5 \gamma_\alpha \right] \quad (2.50) \\
K_{6c} &= -e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \left( \frac{1}{p'^4 p^2} \right) 16i \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{6d} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(p-p') \Gamma_3 D(-p') \gamma_\rho \Gamma_1 D(p') \gamma_\rho \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\mu \frac{i}{p-p'} \gamma_\nu \frac{i}{-p'} \gamma_\rho \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{p} \gamma_\rho \right] \quad (2.51) \\
K_{6d} &= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{p'^2} \right) \left( \frac{1}{p'^4 (p-p')^2} \right) 16i \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{6e} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_1 D(p') \gamma_\rho D(-p+p') \Gamma_2 \Gamma_3 D(-p) \gamma_\rho \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{p'} \gamma_\rho \frac{i}{-p+p'} \gamma_\mu \gamma_\nu \frac{i}{-p} \gamma_\rho \right] \quad (2.52) \\
K_{6e} &= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{p^2} \right) \left( \frac{1}{p'^2 p^2 (-p+p')^2} \right) 16i \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{6f} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_1 D(p') \gamma_\rho D(-p+p') \Gamma_2 \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\rho \frac{i}{-\mathbf{p}+\mathbf{p}'} \gamma_\mu \gamma_\rho \frac{i}{\mathbf{p}} \gamma_\nu \right] \\
K_{6f} &= -e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \left( \frac{1}{p'^2 p^2 (-\mathbf{p}+\mathbf{p}')^2} \right) 16i \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha
\end{aligned} \tag{2.53}$$

$$\begin{aligned}
M_{6g} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \gamma_\rho \Gamma_3 D(-p) \gamma_\rho \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}} \gamma_\rho \gamma_\nu \frac{i}{-\mathbf{p}} \gamma_\rho \right] \\
K_{6g} &= 0
\end{aligned} \tag{2.54}$$

$$\begin{aligned}
M_{6h} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(-p) \Gamma_1 D(-p+p') \Gamma_2 \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho \frac{i}{-\mathbf{p}} \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{-\mathbf{p}+\mathbf{p}'} \gamma_\mu \gamma_\rho \frac{i}{\mathbf{p}} \gamma_\nu \right] \\
K_{6h} &= 0
\end{aligned} \tag{2.55}$$

$$\begin{aligned}
M_{6i} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(p-p') \gamma_\rho \Gamma_3 D(-p) \gamma_\rho D(-p') \Gamma_1 \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}-\mathbf{p}'} \gamma_\rho \gamma_\nu \frac{i}{\mathbf{p}} \gamma_\rho \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_5 \gamma_\alpha \right] \\
K_{6i} &= 0
\end{aligned} \tag{2.56}$$

$$\begin{aligned}
M_{6j} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(-p+p') \Gamma_2 \Gamma_3 D(-p) \gamma_\rho D(-p') \Gamma_1 \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho \frac{i}{-\mathbf{p}+\mathbf{p}'} \gamma_\mu \gamma_\nu \frac{i}{-\mathbf{p}} \gamma_\rho \frac{i}{-\mathbf{p}'} \gamma_5 \gamma_\alpha \right] \\
K_{6j} &= -e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(p-p')^2} \right) \left( \frac{1}{(-\mathbf{p}+\mathbf{p}')^2 p'^2 p^2} \right) 16i \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha
\end{aligned} \tag{2.57}$$

$$\begin{aligned}
M_{6k} &= N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(-p+p') \Gamma_2 \gamma_\rho D(p-p') \Gamma_3 D(-p') \Gamma_1 \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho \frac{i}{-p+p'} \gamma_\mu \gamma_\rho \frac{i}{p-p'} \gamma_\nu \frac{i}{-p'} \gamma_5 \gamma_\alpha \right] \\
K_{6k} &= -e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{(p-p')^2} \right) \left( \frac{1}{(-p+p')^2 (p-p')^2 p'^2} \right) 16i \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha
\end{aligned} \tag{2.58}$$

$$\begin{aligned}
M_{6l} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(-p') \gamma_\rho \Gamma_3 D(-p) \Gamma_1 D(-p+p') \gamma_\rho \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\mu \frac{i}{-p'} \gamma_\rho \gamma_\nu \frac{i}{-p} \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{-p+p'} \gamma_\rho \right] \\
K_{6l} &= -e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{(p-p')^2} \right) \left( \frac{1}{(-p+p')^2 p^2 p'^2} \right) 16i \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha
\end{aligned} \tag{2.59}$$

$$\begin{aligned}
M_{6o} &= N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(p-p') \gamma_\rho \gamma_\rho D(p-p') \Gamma_3 D(-p') \Gamma_1 \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\mu \frac{i}{p-p'} \gamma_\rho \gamma_\rho \frac{i}{p-p'} \gamma_\nu \frac{i}{-p'} \gamma_5 \gamma_\alpha \right] \\
K_{6o} &= -e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{(p-p')^2} \right) \left( \frac{1}{(p-p')^4 p'^2} \right) 32i \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha
\end{aligned} \tag{2.60}$$

$$\begin{aligned}
M_{6p} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \gamma_\rho \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{p'} \gamma_\mu \frac{i}{p} \gamma_\rho \gamma_\rho \frac{i}{-p} \gamma_\nu \right] \\
K_{6p} &= 0
\end{aligned} \tag{2.61}$$

$$\begin{aligned}
M_{6r} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(p-p') \Gamma_3 D(-p') \gamma_\rho \gamma_\rho D(p') \Gamma_1 \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\mu \frac{i}{p-p'} \gamma_\nu \frac{i}{-p'} \gamma_\rho \gamma_\rho \frac{i}{p'} \gamma_5 \gamma_\alpha \right] \\
K_{6r} &= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \frac{i}{p'^2} \left( \frac{1}{(p-p')^2 p'^4} \right) 16i \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha
\end{aligned} \tag{2.62}$$

$$\begin{aligned}
M_{6s} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(-p) \Gamma_1 D(-p+p') \Gamma_2 \Gamma_3 D(-p) \gamma_\rho \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho \frac{i}{-p} \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{-p+p'} \gamma_\mu \gamma_\nu \frac{i}{-p} \gamma_\rho \right] \quad (2.63)
\end{aligned}$$

$$K_{6s} = 0$$

$$\begin{aligned}
M_{6t} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3 \Gamma_1 D(p') \gamma_\rho \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho \frac{i}{p'} \gamma_\mu \frac{i}{p} \gamma_\nu \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{p'} \gamma_\rho \right] \quad (2.64)
\end{aligned}$$

$$K_{6t} = -e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \frac{i}{p'^2} \left( \frac{1}{p^2 p'^4} \right) 32i \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha$$

$$\begin{aligned}
M_{6v} &= N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{(-p+p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(-p+p') \Gamma_2 \Gamma_3 D(-p) \Gamma_1 D(-p+p') \gamma_\rho \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{1}{(-p+p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho \frac{i}{-p+p'} \gamma_\mu \gamma_\nu \frac{i}{-p} \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{-p+p'} \gamma_\rho \right]
\end{aligned}$$

$$K_{6v} = -e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \frac{i}{(-p+p')^2} \left( \frac{1}{p^2 (-p+p')^4} \right) 32i \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha \quad (2.65)$$

Çift kırık Feynman çizimlerden elde edilen tüm bu sonuçlar toplandığında

$$\begin{aligned}
K_{\text{çiftkırık}}(6d) &= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 16 \left\{ \frac{1}{(p-p')^2 p^2 p'^4} + \frac{1}{p^2 p'^6} \right. \\
&\quad - \frac{1}{(p-p')^2 p'^6} - \frac{1}{(p'-p)^2 p^4 p'^2} - \frac{1}{(p-p')^2 p^4 p'^2} \\
&\quad - \frac{1}{(p'-p)^2 (p-p')^2 p^2 p'^2} + \frac{1}{(p'-p)^2 (p-p')^4 p'^2} \\
&\quad + \frac{1}{(p'-p)^2 (p-p')^2 p^2 p'^2} + \frac{1}{(p-p')^6 p'^2} \\
&\quad \left. - \frac{1}{(p-p')^2 p'^2} + \frac{1}{p^2 p'^6} - \frac{1}{(p'-p)^6 p^2} \right\} \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha \quad (2.66)
\end{aligned}$$

ve bu ifadeye çift Borel dönüşümü uygulandığında

$$B_p B_p' K_{\text{çiftkırık}}(6d) = \frac{4}{3} e_q g^2 \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left\{ \frac{1}{M'^4 M^2 Q^2} + \frac{3}{M'^6 M^2} - \frac{2}{M'^2 M^4 Q^2} \right\} \quad (2.67)$$

olur. Böylece  $\rho \rightarrow \eta\gamma$  için pertürbatif olmayan kısımdan gelen katkı

$$K_{\text{TOPLAM}} = \frac{4}{3} e_q g^2 \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left\{ \frac{1}{M'^4 M^2 Q^2} + \frac{3}{M'^6 M^2} - \frac{2}{M'^2 M^4 Q^2} \right\} \\ + i g^2 (-ie_q) \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \frac{1}{3^2} \left\{ \frac{5}{M'^4 M^4} - \frac{26}{M'^6 M^2} \right\} \quad (2.67)$$

olur. Pertürbatif ve pertürbatif olmayan kısımlar toplanıp, toplama kurallarının fiziksel ve teorik kısımları birbirine eşitlenerek  $\rho \rightarrow \eta\gamma$  için çiftlenim sabiti

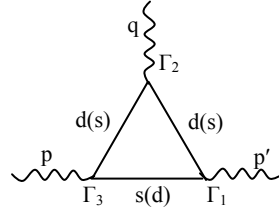
$$g_{\rho\eta\gamma} = (e_u - e_d) \frac{N_c M^2 M'^2}{2\sqrt{3} f_\rho f_\eta m_\rho} e^{m_\rho^2/M^2} e^{m_\eta^2/M'^2} \left\{ \left( \frac{3}{4\pi^2} \int_0^{s_0} ds \int_0^{s'_0} ds' \right) \right. \\ \left. \times \frac{s(Q^6 + 2s(s-s')^2 + Q^4(4s-s') + Q^2(5s^2 - 7ss' - 2s'^2))}{4(Q^4 + (s-s')^2 + 2Q^2(s+s'))^{5/2}} e^{-s/M^2} e^{-s'/M'^2} \right\} \quad (2.69) \\ + \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 g^2 \left( \frac{4}{3} \left\{ \frac{1}{M'^4 M^2 Q^2} + \frac{3}{M'^6 M^2} - \frac{2}{M'^2 M^4 Q^2} \right\} \right. \\ \left. + \frac{1}{27} \left\{ \frac{5}{M'^4 M^4} - \frac{26}{M'^6 M^2} \right\} \right) \cos \theta$$

olarak elde edilir.

## 2.2.2. $g_{K^{0^*}K^0\gamma}$ 'nın Hesabı

### 2.2.2.1. $g_{K^{0^*}K^0\gamma}$ 'nın Pertürbatif Kısımının Hesabı

$K^{0^*} \rightarrow K^0\gamma$  pertürbatif kısım için serbest kuark ilmek Feynman çizimini hesaplamamızın yeterli olduğu vurgulanmıştı.  $K^{0^*}$ ,  $K^0$  mezonları  $s$  ve  $d$  kuarklarından oluştuğu için en düşük seviye kuark ilmek Feynman çizimi Şekil 2.1. ile verilir.



Şekil 2.1. En düşük seviye yalın ilmek Feynman çizimi

Şekil 2.1. için analitik ifade

$$\begin{aligned}
 M &= N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \langle 0 | \hat{I}z [D(k)\Gamma_1 D(p'+k)\Gamma_2 D(p+k)\Gamma_3] | 0 \rangle \\
 &= N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \hat{I}z \left\{ \frac{i}{k - m_s} \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{p' + k - m_d} \gamma_\mu \frac{i}{p + k - m_d} \gamma_\nu \right\}
 \end{aligned} \tag{2.70}$$

olur. Burada  $m_s$ ,  $s$  kuarkının ve  $m_d$ ,  $d$  kuarkının kütleleridir. İkinci olası Feynman çiziminde  $d \leftrightarrow s$  ile yer değiştirecektir.  $m_3^2 = m_s^2$ ,  $m_1^2 = m_2^2 = m_d^2 = 0$  olduğu birinci durumda  $M$

$$M_a = N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \hat{I}z \left\{ \frac{i}{k - m_s} \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{p' + k} \gamma_\mu \frac{i}{p + k} \gamma_\nu \right\} \tag{2.71}$$

olur.  $\rho \rightarrow \eta\gamma$  sürecine benzer şekilde  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ ,  $D'$ ,  $E'$ ,  $F'$ ,  $G'$  katsayıları burada da hesaplandığında sırasıyla

$$A' = \frac{(-m_3^2 - s')(Q^2 + s + s') - 2s'(-m_3^2 - s)}{[(s + s' + Q^2)]^2 - 4ss'} I_0$$

$$B' = \frac{(-m_3^2 - s)(Q^2 + s + s') - 2s(-m_3^2 - s')}{[(s + s' + Q^2)]^2 - 4ss'} I_0$$

$$C' = \frac{Q^2(-m_s^4 - s s' + m_s^2(Q^2 + s + s'))}{2(Q^4 + (s - s')^2 + 2Q^2(s + s'))} I_0$$

$$D' = I_0 \left( m_s^4(Q^4 + 2Q^2(s - 2s') + (s - s')^2) + 2m_s^2 s'(2Q^4 - (s - s')^2 + Q^2(s + s')) \right. \\ \left. + s'^2(Q^4 + (s - s')^2 + Q^2(-4s - 2s')) \right) / (Q^4 + (s - s')^2 + 2Q^2(s + s'))^2 \quad (2.72)$$

$$E' = I_0 \left( m_s^4(2Q^4 - (s - s')^2 + Q^2(s + s')) + 2ss'(2Q^4 - (s - s')^2 + Q^2(s + s')) \right. \\ \left. - m_s^2(Q^6 + Q^4(s + s') - (s - s')^2(s + s')) \right. \\ \left. - Q^2(s^2 - 6ss' + s'^2) \right) / (Q^4 + (s - s')^2 + 2Q^2(s + s'))^2$$

$$F' = I_0 \left( m_s^4(2Q^4 - (s - s')^2 + Q^2(s + s')) + 2ss'(2Q^4 - (s - s')^2 + Q^2(s + s')) \right. \\ \left. - m_s^2(Q^6 + Q^4(s + s') - (s - s')^2(s + s')) \right. \\ \left. - Q^2(s^2 - 6ss' + s'^2) \right) / (Q^4 + (s - s')^2 + 2Q^2(s + s'))^2$$

$$G' = I_0 \left( s^2(Q^4 + 2Q^2(s - 2s') + (s - s')^2) + 2m_s^2 s(2Q^4 - (s - s')^2 + Q^2(s + s')) \right. \\ \left. + m_s^4(Q^4 + (s - s')^2 + Q^2(-4s + 2s')) \right) / (Q^4 + (s - s')^2 + 2Q^2(s + s'))^2$$

elde edilir. Böylece (2.70) ifadesinden

$$L_a = -i N_c 8i(E' - G' + B') \\ = -i N_c \int_0^\infty ds \int_0^\infty ds' \frac{\rho_a^{pert}(s, s'; Q^2)}{(s - p)^2 (s' - p')^2} \quad (2.73)$$

olur. Burada

$$\rho_a^{pert} = \frac{1}{4(Q^4 + (s-s')^2 + 2Q^2(s+s'))^{5/2}} \left( m^4(-Q^4 + 2(s-s')^2 + Q^2(-5s-s')) \right. \\ \left. + 2m^2(Q^6 + 2s(s-s')^2 + Q^2s'(3s+s') + Q^4(3s+2s')) \right) \\ \left. + s(Q^6 + 2s(s-s')^2 + Q^4(4s-s') + Q^2(5s^2 - 7ss' - 2s'^2)) \right) \quad (2.74)$$

dır.

İkinci olası Feynman çiziminden ( $m_3^2 = m_d^2 = 0$ ,  $m_1^2 \cong m_2^2 \cong m_s^2$  olduğu durum için)

$$M_b = N_c \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \hat{I}z \left\{ \frac{i}{k} \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{p' + k - m_s} \gamma_\mu \frac{i}{p + k - m_s} \gamma_\nu \right\} \quad (2.75)$$

olur. Daha önce yapılan hesaplara benzer şekilde  $A''$ ,  $B''$ ,  $C''$ ,  $D''$ ,  $E''$ ,  $F''$ ,  $G''$  katsayıları (2.75) için hesaplanırsa

$$A'' = \frac{(m_2^2 - s')(Q^2 + s + s') - 2s'(m_1^2 - s)}{[(s + s' + Q^2)]^2 - 4ss'} I_0$$

$$B'' = \frac{(m_1^2 - s)(Q^2 + s + s') - 2s(m_2^2 - s')}{[(s + s' + Q^2)]^2 - 4ss'} I_0$$

$$C'' = -\frac{(m_s^4 Q^2 + s s' Q^2 - m_s^2((s-s')^2 + Q^2(s+s')))}{2(Q^4 + (s-s')^2 + 2Q^2(s+s'))} I_0$$

$$D'' = I_0 \left( m_s^4 (Q^4 + 2Q^2(s-2s') + (s-s')^2) + 2m_s^2 s' (-Q^4 + (s-s')^2 + Q^2(s+s')) \right) \\ \left. + s'^2 (Q^4 + (s-s')^2 + Q^2(-4s+2s')) \right) / (Q^4 + (s-s')^2 + 2Q^2(s+s'))^2 \quad (2.76)$$

$$E'' = I_0 \left( m_s^4 (2Q^4 - (s-s')^2 + Q^2(s+s')) + ss' (2Q^4 - (s-s')^2 + Q^2(s+s')) \right) \\ \left. - 2m_s^2 (Q^4(s+s') + (s-s')^2(s+s')) \right) \\ \left. + 2Q^2 (s^2 - ss' + s'^2) \right) / (Q^4 + (s-s')^2 + 2Q^2(s+s'))^2$$



$$\begin{aligned}
F'' &= I_0 \left( m_s^4 \left( 2Q^4 - (s-s')^2 + Q^2(s+s') \right) + ss' \left( 2Q^4 - (s-s')^2 + Q^2(s+s') \right) \right. \\
&\quad \left. - 2m_s^2 \left( Q^4(s+s') + (s-s')^2(s+s') \right) \right. \\
&\quad \left. + 2Q^2(s^2 - ss' + s'^2) \right) / \left( Q^4 + (s-s')^2 + 2Q^2(s+s') \right)^2 \\
G'' &= I_0 \left( s^2 \left( Q^4 + 2Q^2(s-2s') + (s-s')^2 \right) + 2m_s^2 s \left( -Q^4 - (s-s')^2 + Q^2(s+s') \right) \right. \\
&\quad \left. + m_s^4 \left( Q^4 + (s-s')^2 + Q^2(-4s+2s') \right) \right) / \left( Q^4 + (s-s')^2 + 2Q^2(s+s') \right)^2
\end{aligned}$$

elde edilir ve böylece (2.75) ifadesinden gelen katkı

$$\begin{aligned}
L_b &= -i N_c 8i (E'' - G'' + B'') \\
&= -i N_c \int_0^\infty ds \int_0^\infty ds' \frac{\rho_a^{pert}(s, s'; Q^2)}{(s-p)^2 (s'-p')^2}
\end{aligned} \tag{2.77}$$

olur. Burada

$$\begin{aligned}
\rho_b^{pert} &= \frac{1}{4 \left( Q^4 + (s-s')^2 + 2Q^2(s+s') \right)^{5/2}} \left( m^4 \left( -Q^4 + 2(s-s')^2 \right) \right. \\
&\quad \left. + Q^2(-5s-s') + m^2 \left( -Q^6 - Q^4(s+s') + (s-s')^2 7(s+s') + Q^2(7s^2 + s'^2) \right) \right) \\
&\quad \left. + s \left( Q^6 + 2s(s-s')^2 + Q^4(4s-s') + Q^2(5s^2 - 7ss' - 2s'^2) \right) \right)
\end{aligned} \tag{2.78}$$

dır. Böylece ilmek Feynman çizimleri için toplam katkı  $L_i = L_a + L_b$  olur.

### 2.2.2.2. $g_{K^{0*}K^0\gamma}$ 'nin Pertürbatif Olmayan Kısmının Hesabı

En düşük seviye kuark ilmek Feynman çiziminde olduğu gibi  $K^{0*}$ ,  $K^0$  mezonları  $s$  ve  $d$  kuarklarından oluştuğundan, pertürbatif olmayan Feynman çizimleri için foton köşesinde  $d\bar{d}$  ve  $s\bar{s}$  olmak üzere iki tane Feynman çizimi vardır. Bunları *i.* ve *ii.* alt başlıklarında ayrı ayrı inceliyoruz.

*i.*  $d\bar{d}\gamma$  Köşeli Katkılar

$d\bar{d}$  için pertürbatif olmayan kısmın hesabı ayrıntılara girmeden aşağıda verilmektedir. Kuark yoğunlaşma Feynman çizimleri için analitik ifade

$$M_2 = N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3]_{\alpha\beta} \psi_\beta^a(x) | 0 \rangle \quad (2.79)$$

şeklinde yazılır. Fermiyon alanı yerine yazılırsa

$$M_2 = N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3]_{\alpha\beta} \left( \psi_\beta(0) + x_\lambda \nabla_\lambda \psi_\beta(x) \Big|_{x=0} + \frac{1}{2} x_\lambda x_{\lambda'} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta(x) \Big|_{x=0} + \frac{1}{6} x_\lambda x_{\lambda'} x_{\lambda''} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \nabla_{\lambda''} \psi_\beta(x) \Big|_{x=0} + \dots \right) | 0 \rangle \quad (2.80)$$

ve bu ifadede ilerletici ve köşeleri yerine yazıp, 3, 4, 5, 6-boyutlu ifadeleri elde edilir. Fermiyon alanının birinci, ikinci ve üçüncü terimi, 3, 4 ve 5-boyut için

$$\begin{aligned} K_2(3d) &= 0 \\ K_2(4d) &= 0 \\ K_2(5d) &= 0 \end{aligned} \quad (2.81)$$

olarak elde ediliyor. Fermiyon alanının dördüncü teriminden 6-boyut için

$$K_2(6d) = -e_d \frac{4 N_c}{3^5} g^2 \delta^{aa} \langle \bar{d}d \rangle^2 \left\{ \frac{1}{p^2 p'^6} + \frac{1}{p^4 p'^4} \right\} \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha \quad (2.82)$$

elde edilir.

Bir dış alanlı kuark yoğunlaşma Feynman çizimlerinden bir tane 5 ve iki tane 6-boyutlu katkı geliyor. Şekil 1.10.(a)'da 5-boyut için hesaplar yapıldığında

$$K_3(5d) = 0 \quad (2.83)$$

olduğu görülüyor. Fermiyon alanının ikinci terimi ile potansiyel alanının ilk terimi 6-boyutlu katkılardan birincisini verir:

$$K_3(6d)_1 = -e_d \frac{2}{9} N_c g^2 \langle \bar{d}d \rangle^2 \frac{1}{p'^6 p^2} \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha \quad (2.84)$$

6-boyutlu ikinci katkı ise, fermiyon alanının ilk terimi ile potansiyel alanının ikinci terimi alınıp, gerekli hesaplar yapıldığında

$$K_3(6d)_2 = -e_d \frac{8}{3^4} N_c g^2 \langle \bar{d}d \rangle^2 \frac{1}{p'^6 p^2} \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha \quad (2.85)$$

olarak elde edilir.

Şekil 1.10. (b) için benzer şekilde 5-boyutlu terimden

$$K'_3(5d) = 0 \quad (2.86)$$

6-boyutlu katkılar ise sırasıyla hesaplandığında

$$K'_3(6d)_1 = -\frac{i}{9} (-ie_d) N_c g^2 \langle \bar{d}d \rangle^2 \frac{1}{p'^4 p^4} \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha \quad (2.87)$$

$$K'_3(6d)_2 = 0$$

olur.

Aynı anda iki kuark çizgisinin kırılmasından elde edilen Feynman çizimlerinden 6-boyutta katkılar gelir. Gerekli hesaplar yapıldığında aşağıdaki sonuçlar elde edildi:

$$\begin{aligned} M_{6a}(6d) &= N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2 \left( \frac{i}{p'^2} \right) \hat{I}z \left[ \Gamma_2 D(p-p') \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \gamma_\rho D(-p') \Gamma_1 \right] \\ &= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2 \left( \frac{1}{p'^2} \right) \hat{I}z \left[ \gamma_\mu \frac{i}{p-p'} \gamma_\rho \frac{i}{p} \gamma_\nu \gamma_\rho \frac{i}{-p'-m_s} \gamma_5 \gamma_\alpha \right] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.88)$$

$$\begin{aligned}
M_{6b}(6d) &= N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(p-p') \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \Gamma_1 D(p') \gamma_\rho \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\mu \frac{i}{p-p'} \gamma_\rho \frac{i}{p} \gamma_\nu \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{p'} \gamma_\rho \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \left( \frac{1}{(p-p')^2 p'^4 p^2} \right) 16i \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha
\end{aligned} \tag{2.89}$$

$$\begin{aligned}
M_{6c} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3 \gamma_\rho D(-p') \Gamma_1 \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho \frac{i}{p'} \gamma_\mu \frac{i}{p} \gamma_\nu \gamma_\rho \frac{i}{-p'-m_s} \gamma_5 \gamma_\alpha \right] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.90}$$

$$\begin{aligned}
M_{6d} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(p-p') \Gamma_3 D(-p') \gamma_\rho \Gamma_1 D(p') \gamma_\rho \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\mu \frac{i}{p-p'} \gamma_\nu \frac{i}{-p'-m_s} \gamma_\rho \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{p} \gamma_\rho \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( \frac{i}{p'^2} \right) \left( \frac{1}{(p-p')^2 p'^4 (p'^2 - m_s^2)} \right) 16i \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha
\end{aligned} \tag{2.91}$$

$$\begin{aligned}
M_{6e} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_1 D(p') \gamma_\rho D(-p+p') \Gamma_2 \Gamma_3 D(-p) \gamma_\rho \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( \frac{1}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{p'} \gamma_\rho \frac{i}{-p+p'} \gamma_\mu \gamma_\nu \frac{i}{-p-m_s} \gamma_\rho \right] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.92}$$

$$\begin{aligned}
M_{6f} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_1 D(p') \gamma_\rho D(-p+p') \Gamma_2 \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{p'} \gamma_\rho \frac{i}{-p+p'} \gamma_\mu \gamma_\rho \frac{i}{p} \gamma_\nu \right] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.93}$$

$$\begin{aligned}
M_{6g} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \gamma_\rho \Gamma_3 D(-p) \gamma_\rho \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}} \gamma_\rho \gamma_\nu \frac{i}{-\mathbf{p} - m_s} \gamma_\rho \right] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.94}$$

$$\begin{aligned}
M_{6h} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(-p) \Gamma_1 D(-p+p') \Gamma_2 \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho \frac{i}{-\mathbf{p} - m_s} \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{-\mathbf{p} + \mathbf{p}'} \gamma_\mu \gamma_\rho \frac{i}{\mathbf{p}} \gamma_\nu \right] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.95}$$

$$\begin{aligned}
M_{6i} &= N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(p-p') \gamma_\rho \Gamma_3 D(-p) \gamma_\rho D(-p') \Gamma_1 \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{1}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p} - \mathbf{p}'} \gamma_\rho \gamma_\nu \frac{i}{\mathbf{p} - m_s} \gamma_\rho \frac{i}{\mathbf{p}' - m_s} \gamma_5 \gamma_\alpha \right] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.96}$$

$$\begin{aligned}
M_{6j} &= N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(-p+p') \Gamma_2 \Gamma_3 D(-p) \gamma_\rho D(-p') \Gamma_1 \right] \\
&= \frac{e_q N_c g^2}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{1}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho \frac{i}{-\mathbf{p} + \mathbf{p}'} \gamma_\mu \gamma_\nu \frac{i}{-\mathbf{p} - m_s} \gamma_\rho \frac{i}{-\mathbf{p}' - m_s} \gamma_5 \gamma_\alpha \right] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.97}$$

$$\begin{aligned}
M_{6k} &= N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(-p+p') \Gamma_2 \gamma_\rho D(p-p') \Gamma_3 D(-p') \Gamma_1 \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{1}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho \frac{i}{-\mathbf{p} + \mathbf{p}'} \gamma_\mu \gamma_\rho \frac{i}{\mathbf{p} - \mathbf{p}'} \gamma_\nu \frac{i}{-\mathbf{p}' - m_s} \gamma_5 \gamma_\alpha \right] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.98}$$

$$\begin{aligned}
M_{6l} &= N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(-p') \gamma_\rho \Gamma_3 D(-p) \Gamma_1 D(-p+p') \gamma_\rho \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{1}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\mu \frac{i}{p-p'} \gamma_\rho \gamma_\nu \frac{i}{-p-m_s} \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{-p+p'} \gamma_\rho \right] \\
&= -e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{(p-p')^2} \right) \left( \frac{1}{(p-p')^4 (p^2 - m_s^2) (p' - p)^2} \right) 16i \varepsilon_{\rho\rho'\mu\nu} p'_\alpha
\end{aligned} \tag{2.99}$$

$$\begin{aligned}
M_{6o} &= N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(p-p') \gamma_\rho \gamma_\rho D(p-p') \Gamma_3 D(-p') \Gamma_1 \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{1}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\mu \frac{i}{p-p'} \gamma_\rho \gamma_\rho \frac{i}{p-p'} \gamma_\nu \frac{i}{-p'-m_s} \gamma_5 \gamma_\alpha \right] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.100}$$

$$\begin{aligned}
M_{6p} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \gamma_\rho \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{p'} \gamma_\mu \frac{i}{p} \gamma_\rho \gamma_\rho \frac{i}{-p} \gamma_\nu \right] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.101}$$

$$\begin{aligned}
M_{6r} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(p-p') \Gamma_3 D(-p') \gamma_\rho \gamma_\rho D(p') \Gamma_1 \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( \frac{1}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\mu \frac{i}{p-p'} \gamma_\nu \frac{i}{-p'-m_s} \gamma_\rho \gamma_\rho \frac{i}{p'-m_s} \gamma_5 \gamma_\alpha \right] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.102}$$

$$\begin{aligned}
M_{6s} &= N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(-p) \Gamma_1 D(-p+p') \Gamma_2 \Gamma_3 D(-p) \gamma_\rho \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( \frac{1}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho \frac{i}{-p-m_s} \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{-p+p'} \gamma_\mu \gamma_\nu \frac{i}{-p-m_s} \gamma_\rho \right] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.103}$$

$$\begin{aligned}
M_{6t} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3 \Gamma_1 D(p') \gamma_\rho \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho \frac{i}{p'} \gamma_\mu \frac{i}{p} \gamma_\nu \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{p'} \gamma_\rho \right] \\
&= -e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \frac{i}{p'^2} \left( \frac{1}{p'^6 p^2} \right) 32i \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha
\end{aligned} \tag{2.104}$$

$$\begin{aligned}
M_{6v} &= N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{(-p+p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(-p+p') \Gamma_2 \Gamma_3 D(-p) \Gamma_1 D(-p+p') \gamma_\rho \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{1}{(-p+p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho \frac{i}{-p+p'} \gamma_\mu \gamma_\nu \frac{i}{-p-m_s} \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{-p+p'} \gamma_\rho \right] \\
&= -e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \frac{i}{(-p+p')^2} \left( \frac{1}{(p'-p)^6 (p^2 - m_s^2)} \right) 32i \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha
\end{aligned} \tag{2.105}$$

Çift kırık, Feynman çizimlerinden elde edilen sonuçlar toplandığında

$$\begin{aligned}
K_{\text{çift kırık}}(6d) &= (-ie_q) N_c g^2 \frac{1}{36} \left\{ -32i \frac{\langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2}{p'^6 p^2} - 16i \frac{\langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2}{p'^4 (p-p')^2 p^2} \right. \\
&\quad - 32i \frac{\langle \bar{\psi} \psi \rangle^2}{(p^2 - m_s^2) (p-p')^6} - 16i \frac{\langle \bar{\psi} \psi \rangle^2}{(p^2 - m_s^2) (p-p')^4 (p'-p)^2} \\
&\quad \left. + 16i \frac{\langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2}{p'^4 (p-p')^2 (p'^2 - m_s^2)} \right\} \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha
\end{aligned} \tag{2.106}$$

elde edilir. Burada  $\langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 = \langle \bar{d} d \rangle^2$  ve  $\langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 = \langle \bar{d} d \rangle \langle \bar{s} s \rangle$  dir. Bütün katkılar toplanıp, çift Borel dönüşümü uygulandığında

$$\begin{aligned}
K_{\text{TOPLAM}}^{\bar{d}d\gamma} &= N_c g^2 (-ie_d) \frac{1}{9} \left\{ -\frac{15i}{9} \langle \bar{d} d \rangle^2 \frac{1}{M^2 M'^6} \right. \\
&\quad - \frac{13i}{9} \langle \bar{d} d \rangle^2 \frac{1}{M'^4 M^4} - 4i \langle \bar{d} d \rangle \langle \bar{s} s \rangle \frac{1}{M^2 M'^6} \\
&\quad \left. + 4i \langle \bar{d} d \rangle \langle \bar{s} s \rangle \frac{1}{M^2 M'^4 q^2} \right\}
\end{aligned} \tag{2.107}$$

olur.

ii.  $s\bar{s}\gamma$  Köşeli Katkılar

Kuark yoğunlaşma Feynman çizimleri Şekil 1.9. (a) için ilk terim

$$M_2(3d) = (-ie_q)N_c \frac{1}{4} \langle \bar{s}s \rangle \not{I} z \left[ \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{p' - m_s} \gamma_\mu \frac{i}{p - m_s} \gamma_\nu \right] = 0 \quad (2.108)$$

katkı vermiyor. Fermiyon alanının ikinci terimi 4-boyutlu katkı

$$M_2(4d) = -e_q N_c \frac{m_s}{16} \langle \bar{s}s \rangle \frac{1}{(p'^2 - m_s^2)(p^2 - m_s^2)} 16 \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha \quad (2.109)$$

olur. Fermiyon alanının üçüncü terimini 5-boyut için ise katkı vermiyor:

$$M_2(5d) = 0 \quad (2.110)$$

Fermiyon alanının dördüncü terimi 6-boyutludur ve katkısı hesaplandığında

$$M_2(6d) = -e_q \frac{4 N_c}{3^5} g^2 \delta^{aa} \langle \bar{s}s \rangle^2 \left\{ \frac{1}{(p'^2 - m_s^2)^3 (p^2 - m_s^2)} + \frac{1}{(p'^2 - m_s^2)^2 (p^2 - m_s^2)^2} \right\} \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha \quad (2.111)$$

elde edilir.

Şekil 1.10.(a)'da bir dış alanlı kuark yoğunlaşma Feynman çizimlerinden bir tane 5-boyutlu ve iki tane 6-boyutlu terimi vardır. 5-boyut için

$$M_3(5d) = 0 \quad (2.112)$$



olur. 6-boyutlu katkılardan birincisi fermiyon alanının ikinci terimi ile potansiyel alanının ilk terimi alındığında

$$M_3(6d)_1 = -2 e_q \frac{N_c}{9} g^2 \langle \bar{s}s \rangle^2 \frac{1}{(p'^2 - m_s^2)^3 (p^2 - m_s^2)} \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha \quad (2.113)$$

elde edilir.

6-boyutlu ikinci katkı ise, fermiyon alanının birinci terimi ile potansiyel alanının ikinci terimi alınarak

$$M_3(6d)_2 = -e_q \frac{8}{3^4} N_c g^2 \langle \bar{s}s \rangle^2 \frac{1}{(p'^2 - m_s^2)^3 (p^2 - m_s^2)} \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha \quad (2.114)$$

elde edilir.

Şekil 1.10.(b)'de 5-boyut için

$$M'_3(5d) = 0 \quad (2.115)$$

katkı gelmez. Fermiyon alanının ikinci terimi ile potansiyel alanının ilk terimi alınıp 6-boyutlu katkılardan birincisi

$$M'_3(6d)_1 = -\frac{i}{9} (-ie_q) N_c g^2 \langle \bar{s}s \rangle^2 \frac{1}{(p'^2 - m_s^2)^2 (p^2 - m_s^2)^2} \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha \quad (2.116)$$

olarak elde edilir. 6-boyutlu katkılardan ikincisi ise,

$$M'_3(6d)_2 = 0 \quad (2.117)$$

olur.

İki kuark çizgisinin aynı anda kırıldığı Feynman çizimlerinden 6-boyutlu katkılar gelir. Gerekli işlemler yapıldığında aşağıdaki sonuçlar elde edilir:

$$\begin{aligned}
M_{6a}(6d) &= N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(p-p') \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \gamma_\rho D(-p') \Gamma_1 \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( \frac{1}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\mu \frac{i}{p-p'-m_s} \gamma_\rho \frac{i}{p-m_s} \gamma_\nu \gamma_\rho \frac{i}{-p'} \gamma_5 \gamma_\alpha \right] \quad (2.118) \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{6b}(6d) &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(p-p') \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \Gamma_1 D(p') \gamma_\rho \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( \frac{1}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\mu \frac{i}{p-p'-m_s} \gamma_\rho \frac{i}{p-m_s} \gamma_\nu \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{p'-m_s} \gamma_\rho \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( \frac{1}{((p-p')^2 - m_s^2) p'^2 (p'^2 - m_s^2) (p^2 - m_s^2)} \right) 16i \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha \quad (2.119)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{6c} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3 \gamma_\rho D(-p') \Gamma_1 \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( \frac{1}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho \frac{i}{p'-m_s} \gamma_\mu \frac{i}{p-m_s} \gamma_\nu \gamma_\rho \frac{i}{-p'} \gamma_5 \gamma_\alpha \right] \quad (2.120) \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{6d} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(p-p') \Gamma_3 D(-p') \gamma_\rho \Gamma_1 D(p') \gamma_\rho \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( \frac{1}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\mu \frac{i}{p-p'-m_s} \gamma_\nu \frac{i}{-p'} \gamma_\rho \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{p-m_s} \gamma_\rho \right] \quad (2.121) \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( \frac{1}{((p-p')^2 - m_s^2) p'^4 (p'^2 - m_s^2)} \right) 16i \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{6e} &= N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_1 D(p') \gamma_\rho D(-p+p') \Gamma_2 \Gamma_3 D(-p) \gamma_\rho \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( \frac{1}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{p'-m_s} \gamma_\rho \frac{i}{-p+p'-m_s} \gamma_\mu \gamma_\nu \frac{i}{-p} \gamma_\rho \right] \quad (2.122) \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{6f} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_1 D(p') \gamma_\rho D(-p+p') \Gamma_2 \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( \frac{1}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{\mathbf{p}' - m_s} \gamma_\rho \frac{i}{-p + \mathbf{p}' - m_s} \gamma_\mu \gamma_\rho \frac{i}{p - m_s} \gamma_\nu \right] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.123}$$

$$\begin{aligned}
M_{6g} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \gamma_\rho \Gamma_3 D(-p) \gamma_\rho \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{\mathbf{p}' - m_s} \gamma_\mu \frac{i}{p - m_s} \gamma_\rho \gamma_\nu \frac{i}{-p} \gamma_\rho \right] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.124}$$

$$\begin{aligned}
M_{6h} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(-p) \Gamma_1 D(-p+p') \Gamma_2 \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho \frac{i}{-p} \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{-p + \mathbf{p}' - m_s} \gamma_\mu \gamma_\rho \frac{i}{p - m_s} \gamma_\nu \right] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.125}$$

$$\begin{aligned}
M_{6i} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(p-p') \gamma_\rho \Gamma_3 D(-p) \gamma_\rho D(-p') \Gamma_1 \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\mu \frac{i}{p - \mathbf{p}' - m_s} \gamma_\rho \gamma_\nu \frac{i}{p} \gamma_\rho \frac{i}{p'} \gamma_5 \gamma_\alpha \right] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.126}$$

$$\begin{aligned}
M_{6j} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(-p+p') \Gamma_2 \Gamma_3 D(-p) \gamma_\rho D(-p') \Gamma_1 \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{1}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho \frac{i}{-p + \mathbf{p}' - m_s} \gamma_\mu \gamma_\nu \frac{i}{-p} \gamma_\rho \frac{i}{-p'} \gamma_5 \gamma_\alpha \right] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.127}$$

$$\begin{aligned}
M_{6k} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(-p+p') \Gamma_2 \gamma_\rho D(p-p') \Gamma_3 D(-p') \Gamma_1 \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{1}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho \frac{i}{-p+p'-m_s} \gamma_\mu \gamma_\rho \frac{i}{p-p'-m_s} \gamma_\nu \frac{i}{-p'} \gamma_5 \gamma_\alpha \right] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.128}$$

$$\begin{aligned}
M_{6l} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(-p') \gamma_\rho \Gamma_3 D(-p) \Gamma_1 D(-p+p') \gamma_\rho \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\mu \frac{i}{p-p'-m_q} \gamma_\rho \gamma_\nu \frac{i}{-p} \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{-p+p'-m_s} \gamma_\rho \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{-i}{(p-p')^2} \right) \left( \frac{1}{p^2 ((p-p')^2 - m_s^2) (p-p')^2 ((p'-p)^2 - m_s^2)} \right) 16i \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha
\end{aligned} \tag{2.129}$$

$$\begin{aligned}
M_{6o} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(p-p') \gamma_\rho \gamma_\rho D(p-p') \Gamma_3 D(-p') \Gamma_1 \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{(p-p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\mu \frac{i}{p-p'-m_s} \gamma_\rho \gamma_\rho \frac{i}{p-p'-m_s} \gamma_\nu \frac{i}{-p'} \gamma_5 \gamma_\alpha \right] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.130}$$

$$\begin{aligned}
M_{6p} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \gamma_\rho \gamma_\rho D(p) \Gamma_3 \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( -\frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{p'-m_s} \gamma_\mu \frac{i}{p-m_s} \gamma_\rho \gamma_\rho \frac{i}{-p-m_s} \gamma_\nu \right] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.131}$$

$$\begin{aligned}
M_{6r} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \Gamma_2 D(p-p') \Gamma_3 D(-p') \gamma_\rho \gamma_\rho D(p') \Gamma_1 \right] \\
&= i e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\mu \frac{i}{p-p'-m_s} \gamma_\nu \frac{i}{-p'} \gamma_\rho \gamma_\rho \frac{i}{p'} \gamma_5 \gamma_\alpha \right] \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.132}$$

$$\begin{aligned}
M_{6s} &= N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(-p) \Gamma_1 D(-p+p') \Gamma_2 \Gamma_3 D(-p) \gamma_\rho \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{1}{p^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho \frac{i}{-p} \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{-p+p'-m_s} \gamma_\mu \gamma_\nu \frac{i}{-p} \gamma_\rho \right] \quad (2.133) \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{6t} &= -N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( -\frac{i}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3 \Gamma_1 D(p') \gamma_\rho \right] \\
&= e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{1}{p'^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho \frac{i}{p'-m_s} \gamma_\mu \frac{i}{p-m_s} \gamma_\nu \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{p'-m_s} \gamma_\rho \right] \quad (2.134) \\
&= -e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_1^2 \frac{i}{p'^2} \left( \frac{1}{p'^2 (p'^2 - m_s^2)^2 (p^2 - m_s^2)} \right) 32i \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{6v} &= N_c g^2 \frac{4}{144} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{i}{(-p+p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho D(-p+p') \Gamma_2 \Gamma_3 D(-p) \Gamma_1 D(-p+p') \gamma_\rho \right] \\
&= e_q N_c \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{g^2}{(-p+p')^2} \right) \dot{I}z \left[ \gamma_\rho \frac{i}{-p+p'-m_s} \gamma_\mu \gamma_\nu \frac{i}{-p} \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{i}{-p+p'-m_s} \gamma_\rho \right] \\
&= -e_q N_c g^2 \frac{1}{36} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \frac{i}{(-p+p')^2} \left( \frac{1}{p^2 (p'-p)^2 ((p'-p)^2 - m_s^2)^2} \right) 32i \varepsilon_{pp'\mu\nu} p'_\alpha \quad (2.135)
\end{aligned}$$

Çift kırık Feynman çizimlerinden elde edilen tüm bu sonuçlar toplandığında

$$\begin{aligned}
M_{\text{çift kırık}}(6d) = & (-ie_q)N_c g^2 \frac{1}{36} \left\{ -32i \frac{\langle \bar{\psi}\psi \rangle_1^2}{(p^2 - m_s^2)p'^2(p'^2 - m_s^2)^2} \right. \\
& + 16i \frac{\langle \bar{\psi}\psi \rangle_1^2}{((p-p')^2 - m_s^2) p'^4(p'^2 - m_s^2)} \\
& - 16i \frac{\langle \bar{\psi}\psi \rangle_1^2}{(p^2 - m_s^2)((p-p')^2 - m_s^2) p'^2(p'^2 - m_s^2)} \\
& - 32i \frac{\langle \bar{\psi}\psi \rangle^2}{p^2(p'-p)^2((p'-p)^2 - m_s^2)^2} \\
& \left. - 16i \frac{\langle \bar{\psi}\psi \rangle^2}{p^2((p-p')^2 - m_s^2)(p-p')^2((p'-p)^2 - m_s^2)} \right\} \varepsilon_{pp'\mu\nu} P'_\alpha
\end{aligned} \tag{2.136}$$

elde edilir. Burada  $\langle \bar{\psi}\psi \rangle^2 = \langle \bar{s}s \rangle^2$  ve  $\langle \bar{\psi}\psi \rangle_1^2 = \langle \bar{d}d \rangle \langle \bar{s}s \rangle$  dir. Bütün katkılar toplanıp çift Borel dönüşümü uygulandığında

$$\begin{aligned}
K_{\text{TOPLAM}}^{\bar{s}s\gamma} = & (-ie_s) \left( -i N_c m_s \langle \bar{\psi}\psi \rangle \frac{1}{M^2 M'^4} e^{-m_s^2/M^2} e^{-m_s^2/M'^2} \right. \\
& - \frac{15i}{81} N_c g^2 \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2 \frac{1}{M^2 M'^6} e^{-m_s^2/M^2} e^{-m_s^2/M'^2} \\
& - \frac{13i}{81} N_c g^2 \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2 \frac{1}{M^4 M'^4} e^{-m_s^2/M^2} e^{-m_s^2/M'^2} \\
& - \frac{8i}{9} N_c g^2 \langle \bar{\psi}\psi \rangle_1^2 \left( \frac{1}{m_s^4 M^2 M'^2} e^{-m_s^2/M^2} \right. \\
& - \frac{1}{m_s^4 M^2 M'^2} e^{-m_s^2/M^2} e^{-m_s^2/M'^2} \\
& \left. - \frac{1}{m_s^2 M^2 M'^4} e^{-m_s^2/M^2} e^{-m_s^2/M'^2} \right) \\
& \left. - \frac{4i}{9} N_c g^2 \langle \bar{\psi}\psi \rangle_1^2 \frac{1}{m_s^2} \left( \frac{1}{M'^2} - \frac{1}{M'^2} e^{-m_s^2/M'^2} \right) \right)
\end{aligned} \tag{2.137}$$

elde edilir.  $g_{\rho\eta\gamma}$  için yapıldığı gibi, fiziksel ve teorik kısımlar eşitlendiğinde  $g_{K^0 K^0 \gamma}$  için

$$\begin{aligned}
g_{K^{0*}K^0\gamma} &= \frac{3}{f_{K^{0*}}f_{K^0}m_{K^{0*}}} M^2 M'^2 e^{m_{K^{0*}}^2/M^2} e^{m_{K^0}^2/M'^2} \\
&\times \left\{ \left( \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{s_0} ds \int_0^{s'_0} ds' \left( e_d \left( \frac{1}{4(Q^4 + (s-s')^2 + 2Q^2(s+s'))^{5/2}} \right. \right. \right. \right. \\
&\times (m^4(-Q^4 + 2(s-s')^2 + Q^2(-5s-s')) \\
&+ 2m^2(Q^6 + 2s(s-s')^2 + Q^2s'(3s+s') + Q^4(3s+2s')) \\
&+ s(Q^6 + 2s(s-s')^2 + Q^4(4s-s') + Q^2(5s^2 - 7ss' - 2s'^2))) \\
&+ e_s \left( \frac{1}{4(Q^4 + (s-s')^2 + 2Q^2(s+s'))^{5/2}} \right. \\
&\times (m^4(-Q^4 + 2(s-s')^2 + Q^2(-5s-s')) \\
&+ m^2(-Q^6 - Q^4(s+s') + (s-s')^2 7(s+s') + Q^2(7s^2 + s'^2)) \\
&+ s(Q^6 + 2s(s-s')^2 + Q^4(4s-s')) \\
&+ Q^2(5s^2 - 7ss' - 2s'^2))) e^{-s/M^2} e^{-s'/M'^2} \\
&+ N_c g^2 (-i e_d) \frac{1}{9} \left\{ -\frac{15i}{9} \langle \bar{d}d \rangle^2 \frac{1}{M^2 M'^6} \right. \\
&- \frac{13i}{9} \langle \bar{d}d \rangle^2 \frac{1}{M'^4 M^4} - 4i \langle \bar{d}d \rangle \langle \bar{s}s \rangle \frac{1}{M^2 M'^6} \\
&+ 4i \langle \bar{d}d \rangle \langle \bar{s}s \rangle \frac{1}{M^2 M'^4 q^2} \\
&+ (-i e_s) \left( -i N_c m_s \langle \bar{\psi}\psi \rangle \frac{1}{M^2 M'^4} e^{-m_s^2/M^2} e^{-m_s^2/M'^2} \right. \\
&- \frac{15i}{81} N_c g^2 \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2 \frac{1}{M^2 M'^6} e^{-m_s^2/M^2} e^{-m_s^2/M'^2} \\
&- \frac{13i}{81} N_c g^2 \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2 \frac{1}{M^4 M'^4} e^{-m_s^2/M^2} e^{-m_s^2/M'^2} \\
&- \frac{8i}{9} N_c g^2 \langle \bar{\psi}\psi \rangle_1^2 \left( \frac{1}{m_s^4 M^2 M'^2} e^{-m_s^2/M^2} \right. \\
&- \frac{1}{m_s^4 M^2 M'^2} e^{-m_s^2/M^2} e^{-m_s^2/M'^2} \\
&- \left. \frac{1}{m_s^2 M^2 M'^4} e^{-m_s^2/M^2} e^{-m_s^2/M'^2} \right) \\
&\left. - \frac{4i}{9} N_c g^2 \langle \bar{\psi}\psi \rangle_1^2 \frac{1}{m_s^2} \left( \frac{1}{M'^2} - \frac{1}{M'^2} e^{-m_s^2/M'^2} \right) \right\}
\end{aligned} \tag{2.138}$$

elde edilir.

### 2.3. $S \rightarrow V\gamma$ 'nın Çiftlenim Sabitinin Fiziksel Kısım

$V$  vektör mezonu göstermek üzere  $J_\nu^V$  vektör mezonun ve  $S$  skaler mezonu göstermek üzere  $J_\nu^S$  skaler mezonun arakesirim akımları olmak üzere üç nokta ilintili fonksiyon

$$\Pi_{\mu\nu}(p, p') = d^4x d^4y e^{i p' \cdot y} e^{-i p \cdot x} \langle 0 | T \{ J_\mu^\gamma(0) J_\nu^S(x) J_\nu^V(y) \} | 0 \rangle \quad (2.139)$$

dir.

$V \rightarrow P\gamma$  'ya benzer şekilde  $S \rightarrow V\gamma$  için fiziksel kısım

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}(p, p') = & \frac{\langle 0 | J_\nu^V | V(p) \rangle \langle V(p) | J_\mu^\gamma | S(p') \rangle \langle S(p') | J_\alpha^S | 0 \rangle}{(p^2 - m_V^2)(p'^2 - m_S^2)} + \dots \\ & + \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty ds \int_0^\infty ds' \frac{\rho_{\mu\nu}^{\text{sürekli}}(s, s'; Q^2)}{(s - p^2)(s' - p'^2)} + \text{kalan terimler} \end{aligned} \quad (2.140)$$

şeklinde yazılır.  $\varepsilon_\nu^V$ ,  $V$  mezonunun kutuplanma (polarizasyon) vektörü,  $\lambda_V$  ve  $\lambda_S$  çakışma genlikleri olmak üzere,

$$\langle 0 | J_\mu^V | V \rangle = \lambda_V \varepsilon_\mu^V \quad (2.141)$$

$$\langle 0 | J_S | S \rangle = \lambda_S \quad (2.142)$$

ve  $g_{SV\gamma}$  çiftlenim sabiti olmak üzere,

$$\langle V(p) | J_\mu^\gamma(q) | S(p') \rangle = -i \frac{e}{m_V} g_{SV\gamma} K(q^2) (p \cdot q \varepsilon_\mu - \varepsilon \cdot q p_\mu) \quad (2.143)$$



ile verilir. (2.141), (2.142) ve (2.143), (2.140) eşitliğinde yerine yazıldığında ilintili fonksiyonunun fiziksel kısmı için

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}(p, p') = & \frac{-ie g_{SV\gamma} K(q^2) \lambda_S \lambda_V \varepsilon_\mu^V (p \cdot q \varepsilon_\mu - \varepsilon \cdot q p_\mu)}{m_V (p^2 - m_V^2) (p'^2 - m_A^2)} \\ & + \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty ds \int_0^\infty ds' \frac{\rho_{\mu\nu}^{\text{sürekli}}(s, s'; Q^2)}{(s - p^2)(s' - p'^2)} + \text{kalan terimler} \end{aligned} \quad (2.144)$$

elde edilir. Burada  $K(q^2)$ , yapı sabitidir ve  $K(0)=1$  'dir. Çift Borel dönüşümü uygulandıktan sonra

$$\begin{aligned} B_{M_1^2} B_{M_2^2} \Pi_{\mu\nu}(p, p') = & -ie \lambda_V \lambda_S g_{SV\gamma} e^{-m_S^2/M_1^2} e^{-m_V^2/M_2^2} \\ & + \int_{s_0}^\infty ds \int_{s'_0}^\infty ds' \rho^{\text{sürekli}}(s, s'; Q^2) e^{-s/M_1^2} e^{-s'/M_2^2} \end{aligned} \quad (2.145)$$

haline gelir.

#### 2. 4. $S \rightarrow V\gamma$ 'nın Çiftlenim Sabitinin Teorik Kısmı

$S(p) \rightarrow V(p')\gamma(q)$  için teorik kısım, pertübatif ve pertürbatif olmayan kısımları içerir. Pertürbatif kısmın hesabı için sanal bir glüyonlu yalın ilmek çizimlerinden gelen  $\alpha_s^2$  katkısı, çok küçük olduğundan, serbest kuark ilmek Feynman çiziminin katkısını hesaplamak yeterlidir. Serbest kuark ilmek Feynman çizimi tek sayıda  $\gamma$  -matrisi içerdiğinden iz'ler sıfır oluyor ve katkı vermiyor.  $S \rightarrow V\gamma$  süreci için yalnız pertürbatif olmayan kısım hesaplanır. Bu başlık altında  $a_0 \rightarrow \rho(\omega)\gamma$ ,  $f_0 \rightarrow \rho(\omega)\gamma$  'nın çiftlenim sabitleri hesaplanacaktır.

$\eta - \eta'$  karışımına benzer şekilde  $f_0 - \sigma$  karışımı da önemlidir. Fiziksel öz durumlar  $|\sigma\rangle$  ve  $|f_0\rangle$ , iki  $|f\rangle$  ve  $|f'\rangle$  durumlarının lineer kombinasyonu olarak yazılır.  $\theta_s$  karışım açısı olmak üzere

$$\begin{pmatrix} \sigma \\ f_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_s & -\sin \theta_s \\ \sin \theta_s & \cos \theta_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |f\rangle \\ |f'\rangle \end{pmatrix} \quad (2.146)$$

dir. Burada  $|f\rangle = 1/\sqrt{2}(u\bar{u} + d\bar{d})$  ve  $|f'\rangle = s\bar{s}$  'dir ( Gökalp vd., 2005; Aliev ve Savcı, 2007)

Bu süreçte arakeştirim akımlar  $f_0 - \sigma$  karışım açısı  $\theta$  olmak üzere  $f_0$  için  $J_{f_0} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{u}u + \bar{d}d)\sin\theta + \bar{s}s\cos\theta$ ,  $a_0$  için  $J_{a_0} = \frac{1}{2}(\bar{u}u - \bar{d}d)$  ve vektör mezon  $\rho$  ve  $\omega$  için akımlar ise sırasıyla  $J_\nu^\rho = \frac{1}{2}(\bar{u}\gamma_\nu u - \bar{d}\gamma_\nu d)$  ve  $J_\nu^\omega = \frac{1}{2}(\bar{u}\gamma_\nu u + \bar{d}\gamma_\nu d)$  olarak seçilmiştir.  $e_u$ ,  $e_d$  kuark yükleri olmak üzere elektromagnetik kuark akımı ise  $J_\mu^\gamma = e_u\bar{u}\gamma_\mu u + e_d\bar{d}\gamma_\mu d$  'dir. Yukarıda görüldüğü gibi skaler mezon akımları  $u$ ,  $d$  ve  $s$  kuarklarından, vektör mezon akımları ise yalnız  $u$  ve  $d$  kuarklarından oluşur. Bu nedenle  $f_0$  'ın  $\cos\theta$  'lı kısmından katkı gelmiyor. Ayrıca,  $u$  ve  $d$  kuarklarının kütlelerinin çok küçük olmaları nedeniyle  $u$  ve  $d$  kuarkları için  $m_d = m_u = 0$  alındı. Ayrıca bu süreç için köşeler  $\Gamma_1 = C_1\gamma_\nu$ ,  $\Gamma_2 = -ie_q\gamma_\mu$ ,  $\Gamma_3 = C_2I$  olarak seçilmiştir.

$S \rightarrow V\gamma$  'nın teorik kısmının hesabında, fiziksel kısımda elde edilen  $(p_\mu p'_\nu - p \cdot p' g_{\mu\nu})$  yapısı seçildi. Kuark yoğunlaşma Feynman çizimleri için analitik ifade

$$M_2 = N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3]_{\alpha\beta} \psi_\beta^a(x) | 0 \rangle \quad (2.147)$$

şeklinde yazılır. Fermiyon alanı (2.147)'de yerine yazıldığında

$$\begin{aligned} M_2 = N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3]_{\alpha\beta} & (\psi_\beta(0) + x_\lambda \nabla_\lambda \psi_\beta(x)) \Big|_{x=0} \\ & + \frac{1}{2} x_\lambda x_{\lambda'} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta(x) \Big|_{x=0} + \dots \dots \dots | 0 \rangle \end{aligned} \quad (2.148)$$

ve bu ifadede ilerletici ve köşeler yazılıp, terimler ayrı ayrı yazılacak olursa ilk terim

$$\begin{aligned}
M_2(3d) &= (-ie_q)N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ \gamma_\nu \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}} \right]_{\alpha\beta} \psi_\beta^a(0) | 0 \rangle \\
&= (-ie_q)N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) | \psi_\beta^a(0) \rangle \left[ \gamma_\nu \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}} \right]_{\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{2.149}$$

olur. (E.43) eşitliği (2.149)'da yerine yazıldığında

$$M_2(3d) = (-ie_q)N_c \frac{1}{4} \langle \bar{\psi} \psi \rangle \dot{I}z \left[ \gamma_\nu \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}} \right] \tag{2.150}$$

ve iz hesaplarından sonra

$$M_2(3d) = \frac{ie_q N_c}{12 \mathbf{p}'^2 \mathbf{p}^2} \delta^{aa} (-4p_\mu p'_\nu + 4p \cdot p' g_{\mu\nu}) \tag{2.151}$$

olur. Fermiyon alanının ikinci terimi için

$$\begin{aligned}
M_2(4d) &= (-ie_q)N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ \gamma_\nu \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}} \right]_{\alpha\beta} x_\lambda \nabla_\lambda \psi_\beta^a(0) | 0 \rangle \\
&= (-ie_q)N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \psi_\beta^a(0) \rangle x_\lambda \left[ \gamma_\nu \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}} \right]_{\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{2.152}$$

olur. Burada  $x_\lambda = -i \frac{d}{d p_\lambda}$  dir. (E.47) eşitliği (2.152)'de yerine yazılıp türev alındığında

$$M_2(4d) = (-ie_q)N_c \frac{m_q}{16} \langle \bar{\psi} \psi \rangle \dot{I}z \left\{ \gamma_\nu \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\lambda \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{1}{\mathbf{p}} \gamma_\lambda + \gamma_\nu \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{1}{\mathbf{p}} \gamma_\lambda \frac{1}{\mathbf{p}} \gamma_\lambda \right\} \tag{2.153}$$

ve burada  $m_d = m_u = 0$  olduğundan,

$$M_2(4d) = 0 \tag{2.154}$$

4-boyutlu terimin katkı vermediği görülüyor.

Fermiyon alanının üçüncü terimi için

$$\begin{aligned}
M_2(5d) &= -ie_q N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ \gamma_\nu \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}} \right]_{\alpha\beta} \frac{1}{2} x_\lambda x_{\lambda'} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta^a(0) | 0 \rangle \\
&= -ie_q N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta^a(0) \rangle x_\lambda x_{\lambda'} \left[ \gamma_\nu \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}} \right]_{\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{2.155}$$

dir. Bu ifade de türev işlemleri yapıлып, (E.54) eşitliği yerine yazıldığında

$$\begin{aligned}
M_2(5d) &= -ie_q N_c \left\{ -\frac{1}{16} m^2 \langle \bar{\psi} \psi \rangle (g_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} + \frac{i}{32} \langle \bar{\psi} g G_{\lambda\lambda'}^a \frac{\lambda^a}{2} \sigma_{\lambda\lambda'} \psi \rangle (g_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} \right. \\
&\quad \left. - \frac{i}{96} \langle \bar{\psi} g G_{\lambda\lambda'}^a \frac{\lambda^a}{2} \sigma_{\lambda\lambda'} \psi \rangle (\sigma_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} \right\} \left\{ \gamma_\nu \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\lambda \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_{\lambda'} \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{1}{\mathbf{p}} \right. \\
&\quad + \gamma_\nu \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_{\lambda'} \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\lambda \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{1}{\mathbf{p}} + \gamma_\nu \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_{\lambda'} \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{1}{\mathbf{p}} \gamma_\lambda \frac{1}{\mathbf{p}} \\
&\quad + \gamma_\nu \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\lambda \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{1}{\mathbf{p}} \gamma_{\lambda'} \frac{1}{\mathbf{p}} + \gamma_\nu \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{1}{\mathbf{p}} \gamma_\lambda \frac{1}{\mathbf{p}} \gamma_{\lambda'} \frac{1}{\mathbf{p}} \\
&\quad \left. + \gamma_\nu \frac{1}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{1}{\mathbf{p}} \gamma_{\lambda'} \frac{1}{\mathbf{p}} \gamma_\lambda \frac{1}{\mathbf{p}} \right\}_{\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{2.156}$$

ve iz hesapları yapıldığında

$$\begin{aligned}
M_2(5d) &= -e_q N_c 16 \frac{1}{32} \langle \bar{\psi} g G_{\lambda\lambda'}^a \frac{\lambda_a}{2} \sigma_{\lambda\lambda'} \psi \rangle \left( \frac{1}{p'^4 p^2} + \frac{1}{p'^2 p^4} \right) \\
&\quad \times (p_\nu p'_\mu - p \cdot p' g_{\mu\nu})
\end{aligned} \tag{2.157}$$

elde edilir.

Bir dış alanlı kuark yoğunlaşma Feynman çizimlerinden Şekil 1.10.(a) için analitik ifade

$$\begin{aligned}
M_3 &= N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p+k) \\
&\quad (-i g \gamma_\rho \lambda^c / 2)^{ij} A_\rho^a(y) D(p) \Gamma_3]_{\alpha\beta} \psi_\beta^a(x) | 0 \rangle
\end{aligned} \tag{2.158}$$

dir. Bu eşitlikte köşeler, ileticiler, fermiyon ve potansiyel alanları yerine yazıldığında 5-boyut için

$$M_3(5d) = (-ie_q)N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) | \left[ \gamma_\nu \frac{i}{\mathbf{p}'} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}+k} \left( -i g \gamma_\rho \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \right. \right. \\ \left. \left. \times \left( -\frac{i}{2} \frac{\partial}{\partial k_\lambda} G_{\lambda\rho}^a(0) \right)_{k=0} \frac{i}{\mathbf{p}'} \right]_{\alpha\beta} | \psi_\beta^a(0) \rangle \right. \quad (2.159)$$

ve izler hesaplandığında

$$M_3(5d) = -\frac{2e_q N_c}{p'^2 p^4} \frac{1}{192} \langle \bar{\psi} g G_{\lambda\lambda'}^a \frac{\lambda_a}{2} \sigma_{\lambda\lambda'} \psi \rangle 24i (p_\nu p'_\mu - p \cdot p' g_{\mu\nu}) \quad (2.160)$$

elde edilir.

Şekil 1.10.(b) için analitik ifade

$$M'_3 = N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ \Gamma_1 D(p') \left( -i g \gamma_\rho \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \right. \\ \left. A_\rho^a(y) D(p'-k) \Gamma_2 D(p) \Gamma_3 \right]_{\alpha\beta} \psi_\beta^a(x) | 0 \rangle \quad (2.161)$$

dir. Yukarıdaki işlemlere benzer şekilde, hesaplar yapıldığında

$$M'_3(5d) = -ie_q N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) | \left[ \gamma_\alpha \gamma_5 \frac{i}{\mathbf{p}'} \left( -i g \gamma_\rho \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ij} \right. \\ \left. \times \left( -\frac{i}{2} \frac{\partial}{\partial k_\lambda} G_{\lambda\rho}^a(0) \right)_{k=0} \frac{i}{\mathbf{p}'-k} \gamma_\mu \frac{i}{\mathbf{p}} \gamma_\nu \right]_{\alpha\beta} | \psi_\beta^a(0) \rangle \right. \quad (2.162)$$

ve son olarak iz hesapları yapıldığında

$$M'_3(5d) = -\frac{2e_q N_c}{p'^4 p^2} \frac{1}{192} \langle \bar{\psi} g G_{\lambda\lambda'}^a \frac{\lambda_a}{2} \sigma_{\lambda\lambda'} \psi \rangle 8i (-p_\nu p'_\mu + p \cdot p' g_{\mu\nu}) \quad (2.163)$$

elde edilir.

Yukarıda hesaplanan sonuçlarda,  $\left\langle \bar{\psi} g G_{\lambda\lambda'}^a \frac{\lambda_a}{2} \sigma_{\lambda\lambda'} \psi \right\rangle = m_0^2 \langle \bar{\psi} \psi \rangle$  değeri yerine yazıldığında ilintili fonksiyon

$$\Pi_{\mu\nu} = C_1 C_2 N_c \langle \bar{\psi} \psi \rangle \left[ -\frac{1}{p'^2 p^2} + \frac{m_0^2}{4} \left( \frac{1}{p'^4 p^2} + \frac{1}{p'^2 p^4} - \frac{1}{6} \frac{1}{p'^4 p^2} - \frac{1}{2} \frac{1}{p'^2 p^4} \right) \right] (p_\nu p'_\mu - p \cdot p' g_{\mu\nu}) \quad (2.164)$$

olur. (2.164)'e çift Borel dönüşümü uygulanıp, fiziksel durumdaki sonuçla eşitlenirse;

a)  $f_0 \rightarrow \rho(\omega)\gamma$  'nin çiftlenim sabiti için

$$C_1 = -\frac{i}{2} \text{ ve } C_2 = -\frac{i}{\sqrt{2}} \sin \theta \text{ olmak üzere}$$

$$g_{f_0\rho(\omega)\gamma} = (e_u \mp e_d) \frac{3m_{\rho(\omega)}}{2\sqrt{2}\lambda_{\rho(\omega)}\lambda_{f_0}} e^{m_{f_0}^2/M_1^2} e^{m_{\rho(\omega)}^2/M_2^2} \langle \bar{u}u \rangle \left( -3 - \frac{3m_0^2}{8M_1^2} - \frac{5m_0^2}{8M_2^2} \right) \sin \theta \quad (2.165)$$

(Burada  $g_{f_0\rho\gamma}$  için  $(e_u - e_d) = 1$  ve  $g_{f_0\omega\gamma}$  için  $(e_u + e_d) = 1/3$  'dir.)

b)  $a_0 \rightarrow \rho(\omega)\gamma$  'nin çiftlenim sabiti için

$$\text{Bu süreç için ise } C_1 = C_2 = -\frac{i}{2} \text{ olmak üzere}$$

$$g_{a_0\rho(\omega)\gamma} = (e_u \mp e_d) \frac{3m_{\rho(\omega)}}{4\lambda_{\rho(\omega)}\lambda_{a_0}} e^{m_{a_0}^2/M_1^2} e^{m_{\rho(\omega)}^2/M_2^2} \langle \bar{u}u \rangle \left( -3 - \frac{3m_0^2}{8M_1^2} - \frac{5m_0^2}{8M_2^2} \right) \quad (2.166)$$

(Burada  $g_{a_0\rho\gamma}$  için  $(e_u + e_d) = 1/3$  ve  $g_{a_0\omega\gamma}$  için  $(e_u - e_d) = 1$  'dir.)

elde edilir.

### 3. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu tezde perturbatif olmayan yöntemlerden birisi olan QCD toplama kuralları tartışılarak  $g_{K^{0^*}K^0\gamma}$ ,  $g_{\rho\eta\gamma}$ ,  $g_{a_0\rho\gamma}$ ,  $g_{f_0\rho\gamma}$ ,  $g_{a_0\omega\gamma}$  ve  $g_{f_0\omega\gamma}$  çiftlenim sabitleri hesaplandı.

#### 3.1. $V \rightarrow P\gamma$ Süreci İçin $g_{VP\gamma}$ 'nin İrdelenmesi

Bu daha önce  $K^0$ ,  $\eta$  ile ilgili akımlar  $(\bar{q}\gamma_5 q)$  sözde skaler alınıp hesaplar 5-boyuta kadar yapılarak  $g_{VP\gamma}$  hesaplandı (Aliev vd., 1996; Aydın ve Yılmaz, 2003). Bu çalışmada  $K^0$ ,  $\eta$  için akımlar  $(\bar{q}\gamma_5\gamma_\mu q)$  sözde vektör alınarak hesaplar 6-boyuta kadar yapıldı, bu durumda hesaplardan da görüldüğü gibi perturbatif kısım (ilmek çizimleri) da çiftlenim sabitine katkı vermektedir.  $V$ ,  $K^{0^*}$ ,  $\rho$  ve  $P$  ise  $K^0$ ,  $\eta$  parçacıklarını göstermek üzere  $g_{K^{0^*}K^0\gamma}$  ve  $g_{\rho\eta\gamma}$  çiftlenim sabitlerinin sayısal değerinin hesabı için  $m_0^2 = 0.82 \pm 0.02 \text{ GeV}^2$ ,  $\langle \bar{u}u \rangle = \langle \bar{d}d \rangle = -(0.24)^3 \text{ GeV}^3$ ,  $\langle \bar{s}s \rangle = 0.8 \langle \bar{d}d \rangle \text{ GeV}^3$ ,  $m_{K^0} = 0.497 \text{ GeV}$ ,  $m_{K^{0^*}} = 0.892 \text{ GeV}$ ,  $m_\rho = 0.770 \text{ GeV}$ ,  $m_\eta = 0.55 \text{ GeV}$ ,  $m_s = 0.15 \text{ GeV}$ ,  $\alpha_s \langle \bar{d}d \rangle^2 = 1.5 \cdot 10^{-4} \text{ GeV}^6$ ,  $f_{K^{0^*}} = 0.217 \pm 0.005 \text{ GeV}$ ,  $f_{K^0} = 159.8 \pm 1.4 \pm 0.44 \text{ MeV}$  (Yao vd., 2006), deneysel leptonik bozunma genişliği  $V \rightarrow e^+e^-$

$$\Gamma = \frac{4\pi\alpha^2}{3} \frac{\lambda_V^2}{m_V^3}, \quad (\lambda_V = m_V f_V) \quad (3.1)$$

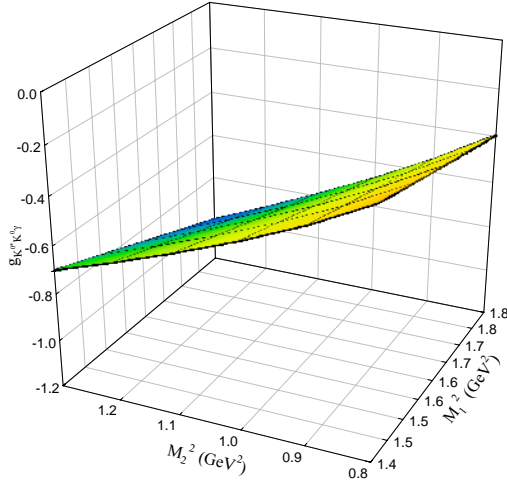
kullanılarak elde edilen  $f_\rho = 0.15 \text{ GeV}$  ve  $f_\eta^8 = 0.159 \text{ GeV}$  (Feldmann, 2000) değerleri kullanıldı.

i)  $g_{K^{0^*}K^0\gamma}$  çiftlenim sabiti için Borel kütleleri bölgesi  $1.4 \text{ GeV}^2 \leq M_1^2 \leq 1.8 \text{ GeV}^2$ ,  $M_2^2 = 0.9, 1.1 \text{ GeV}^2$  ve  $s = 1 \text{ GeV}^2$ ,  $s' = 2 \text{ GeV}^2$ ,  $Q^2 = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 \text{ GeV}^2$  değerleri için  $g_{K^{0^*}K^0\gamma}$ 'nin  $M_1^2$  ve  $M_2^2$ 'ye göre değişimi

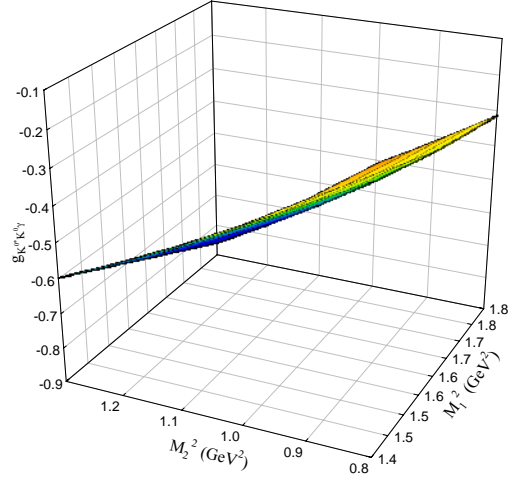
Şekil 3.1’de ve farklı  $Q^2$  ve  $M_2^2$  değerleri için  $g_{K^{0*}K^0\gamma}$  çiftlenim sabitinin  $M_1^2$  ile değişimi Şekil 3.2-3’de gösterilmektedir.

(3.1) bozunma genişliği ve  $\Gamma(K^{0*} \rightarrow K^0 \gamma) = 116 \pm 10 \text{ keV}$  deneysel sonucu kullanılarak çiftlenim sabiti  $g_{K^{0*}K^0\gamma}^{\text{deneysel}} = 0.39$  ve üç-nokta toplama kuralları ile  $|g_{K^{0*}K^0\gamma}^{\text{teorik}}| = 0.42 \pm 0.05$  değerleri hesaplandı (Aliev vd., 2002) ve Parçacık Veri Grubu (PDG)  $g_{K^{0*}K^0\gamma} = 0.34$  (Yao vd., 2006) değerini belirledi. Şekil 3.2-3 incelendiğinde çiftlenim sabitinin sayısal değerinin  $0.29 \pm 0.008 \leq |g_{K^{0*}K^0\gamma}| \leq 0.66 \pm 0.02$  aralığında değiştiği görülmektedir. Şekil 3.2’de  $Q^2 = 0.6 \text{ GeV}^2$  ve  $M_1^2 = 1.6 \text{ GeV}^2$  ve Şekil 3.3’de  $Q^2 = 0.6 \text{ GeV}^2$ ,  $M_1^2 = 1.4 \text{ GeV}^2$  için Aliev ve diğerlerinin üç-nokta toplama kuralları ile hesapladıkları değer, Şekil 3.3’de  $Q^2 = 0.8 \text{ GeV}^2$ ,  $M_1^2 = 1.5 \text{ GeV}^2$  için PDG’nin değeri ve Şekil 3.2’de  $Q^2 = 0.7 \text{ GeV}^2$ ,  $M_1^2 = 1.7 \text{ GeV}^2$  için ise (3.1) bozunma genişliğinden hesaplanan deneysel çiftlenim sabiti değeri elde edilmektedir.

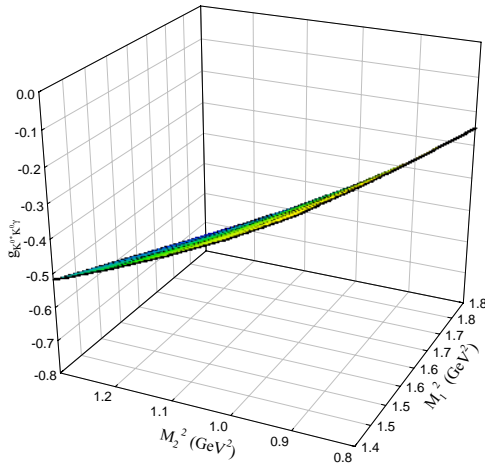




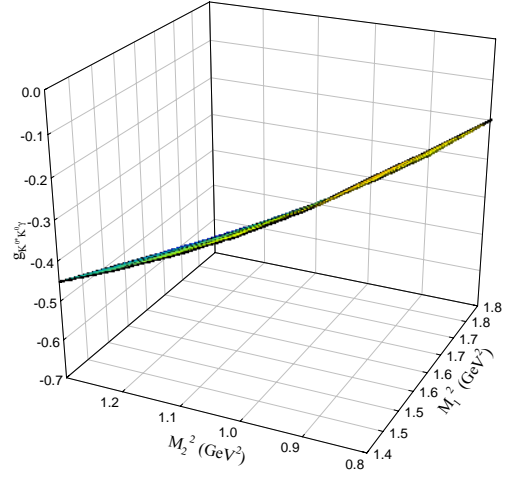
(a)



(b)

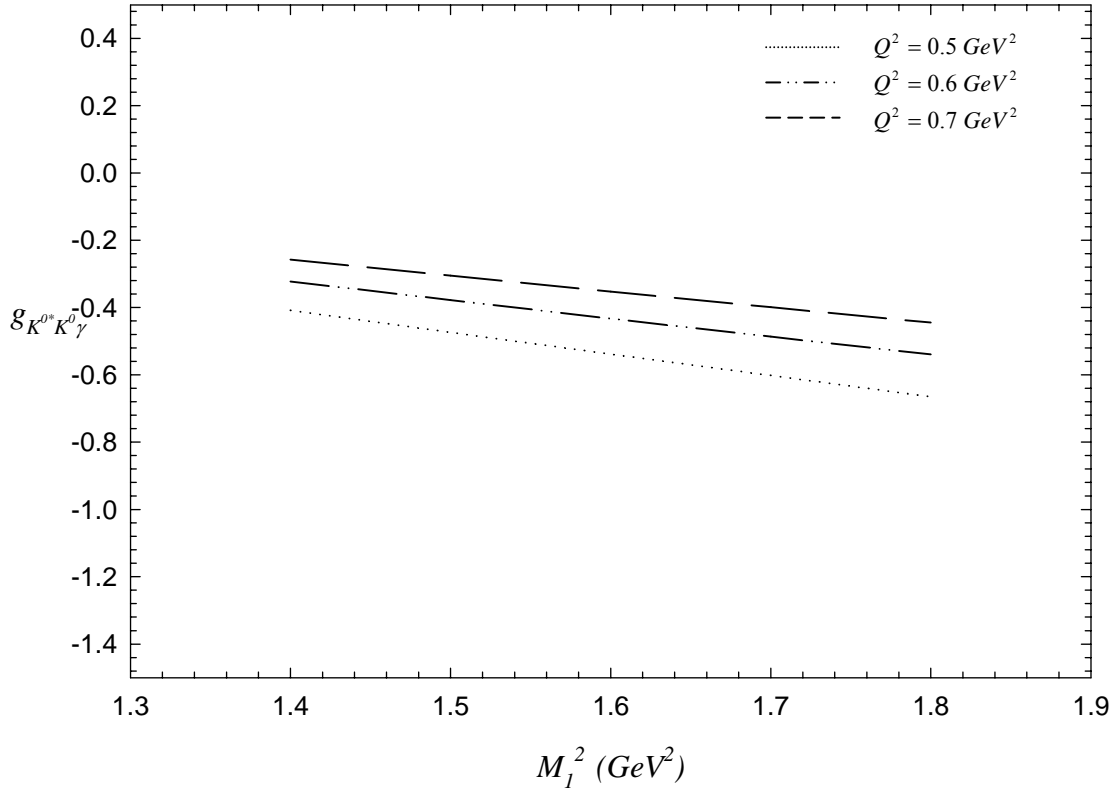


(c)

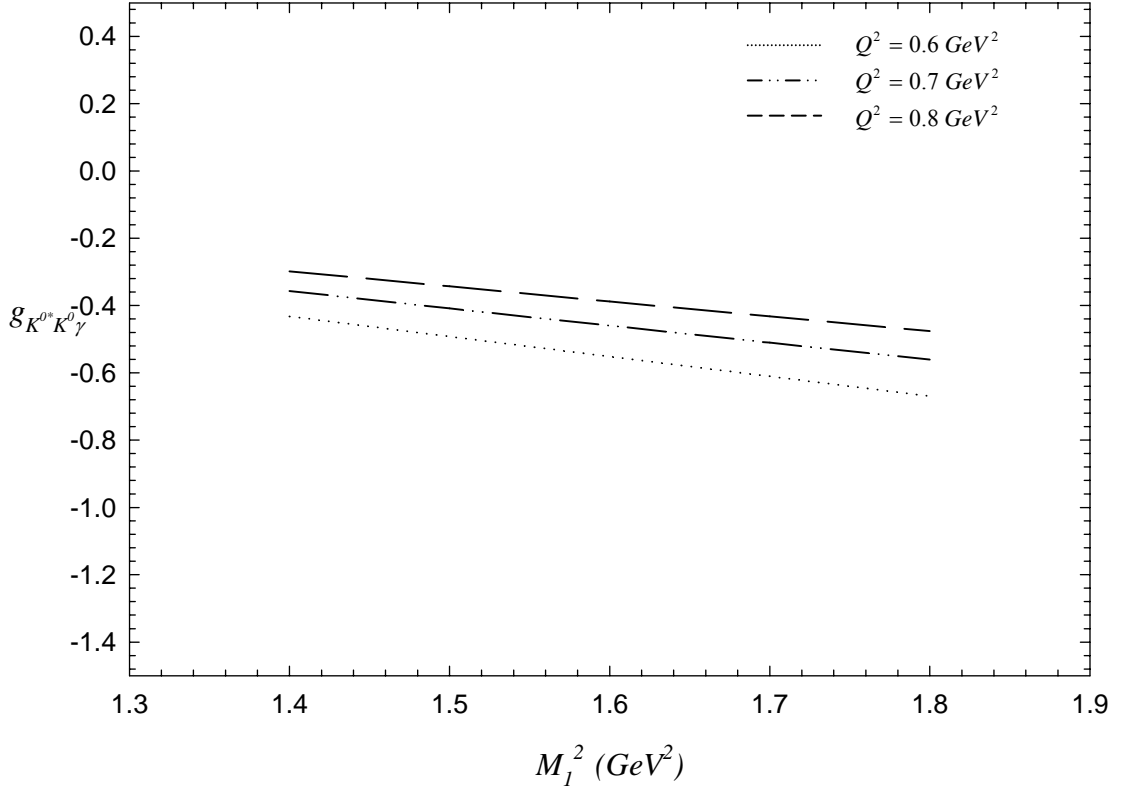


(d)

Şekil 3.1.  $g_{K^0 K^0 \gamma}$  çiftlenim sabitinin (a)  $Q^2 = 0.6 \text{ GeV}^2$ , (b)  $Q^2 = 0.7 \text{ GeV}^2$ , (c)  $Q^2 = 0.8 \text{ GeV}^2$ , (d)  $Q^2 = 0.9 \text{ GeV}^2$  değerleri için  $M_1^2$  ve  $M_2^2$ 'ye göre değişimi

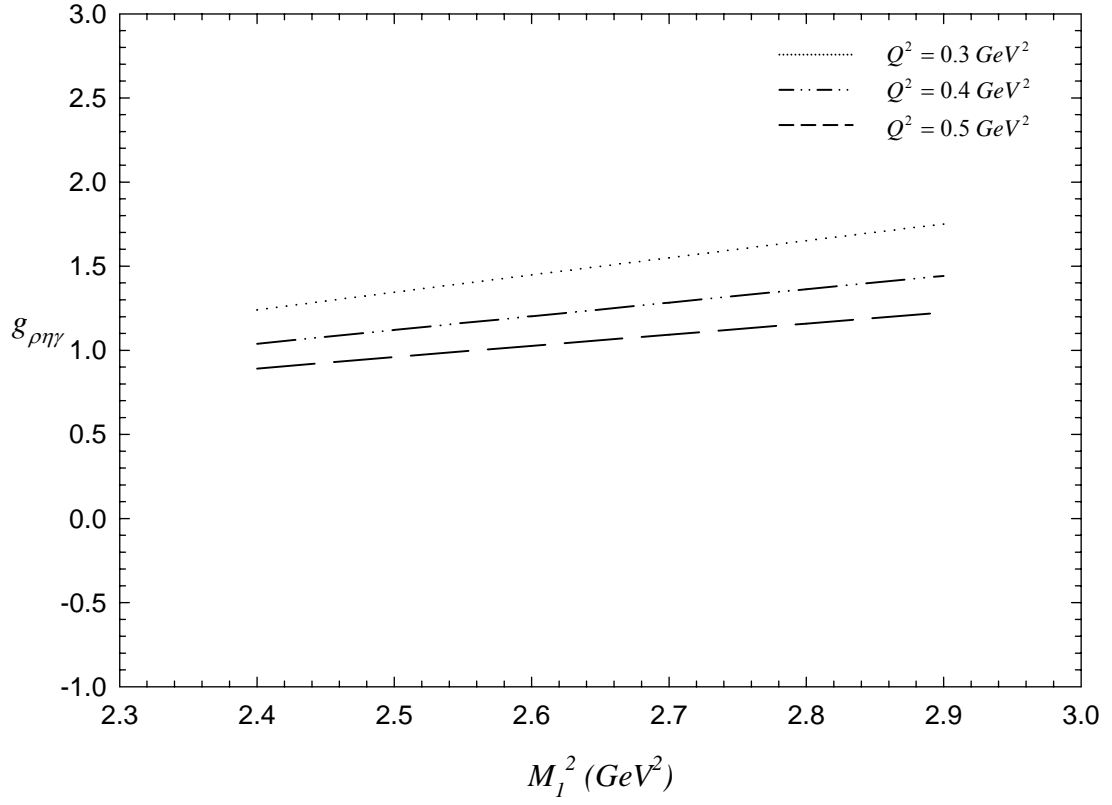


Şekil 3.2.  $g_{K^{*0}K^0\gamma}$  çiftlenim sabitinin  $M_2^2 = 0.9$  GeV<sup>2</sup>'de farklı  $Q^2$  değerleri için  $M_1^2$  ile değişimi

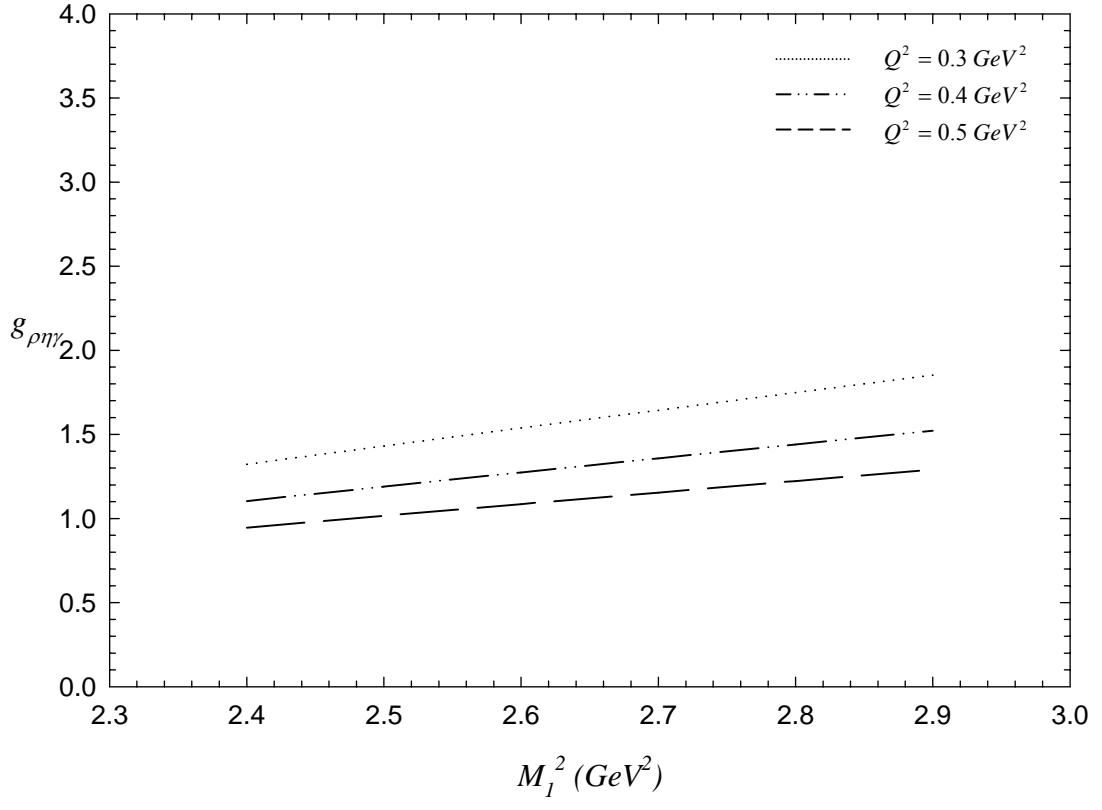


Şekil 3.3.  $g_{K^{0*}K^0\gamma}$  çiftlenim sabitinin  $M_2^2 = 1 \text{ GeV}^2$  'de farklı  $Q^2$  değerleri için  $M_1^2$  ile değişimi

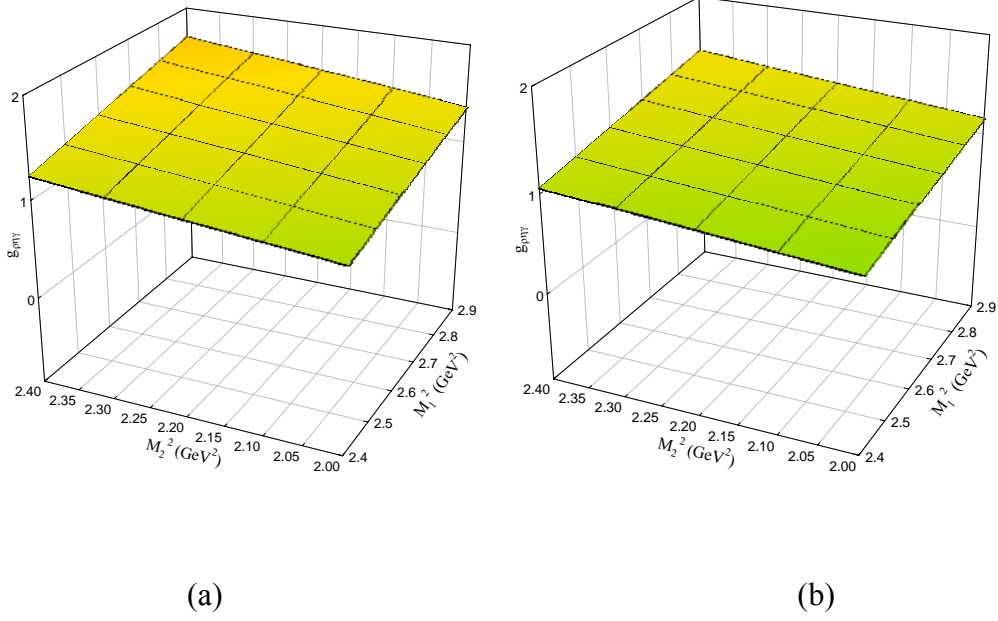
ii)  $g_{\rho\eta\gamma}$  çiftlenim sabitinin hesabında,  $\eta - \eta'$  karışım açısı  $\theta = -19^\circ \pm 2^\circ$  (Zhu vd., 1998) ve  $\theta = 35.3^\circ \pm 5.5^\circ$  (Feldmann, 2000) için ayrı ayrı hesaplandı.  $s = 1,4 \text{ GeV}^2$ ,  $s' = 1.8 \text{ GeV}^2$  olmak üzere  $\theta = -19^\circ \pm 2^\circ$  Borel parametreleri için  $2.4 \text{ GeV}^2 \leq M_1^2 \leq 2.9 \text{ GeV}^2$  ve  $M_2^2 = 2.1, 2.2 \text{ GeV}^2$  aralığı seçildi. Bu bölgede  $Q^2 = 0.3, 0.4, 0.5 \text{ GeV}^2$  için  $g_{\rho\eta\gamma}$ 'nin  $M_1^2$ 'ye göre değişimi Şekil 3.4,5'de ve  $g_{\rho\eta\gamma}$ 'nin  $M_1^2$  ve  $M_2^2$ 'ye göre değişimi Şekil 3.6'da gösterilmektedir.  $\theta = 35.3^\circ \pm 5.5^\circ$  için Borel parametreleri  $M_2^2 = 2.5, 2.6 \text{ GeV}^2$  ve  $2.4 \text{ GeV}^2 \leq M_1^2 \leq 3 \text{ GeV}^2$  aralığı seçildi.  $Q^2 = 0.3, 0.4, 0.5, 0.6 \text{ GeV}^2$  için  $g_{\rho\eta\gamma}$ 'nin  $M_1^2$ 'ye göre değişimi Şekil 3.7,8'de ve  $g_{\rho\eta\gamma}$ 'nin  $M_1^2$  ve  $M_2^2$ 'ye göre değişimi Şekil 3.9'da gösterilmektedir.



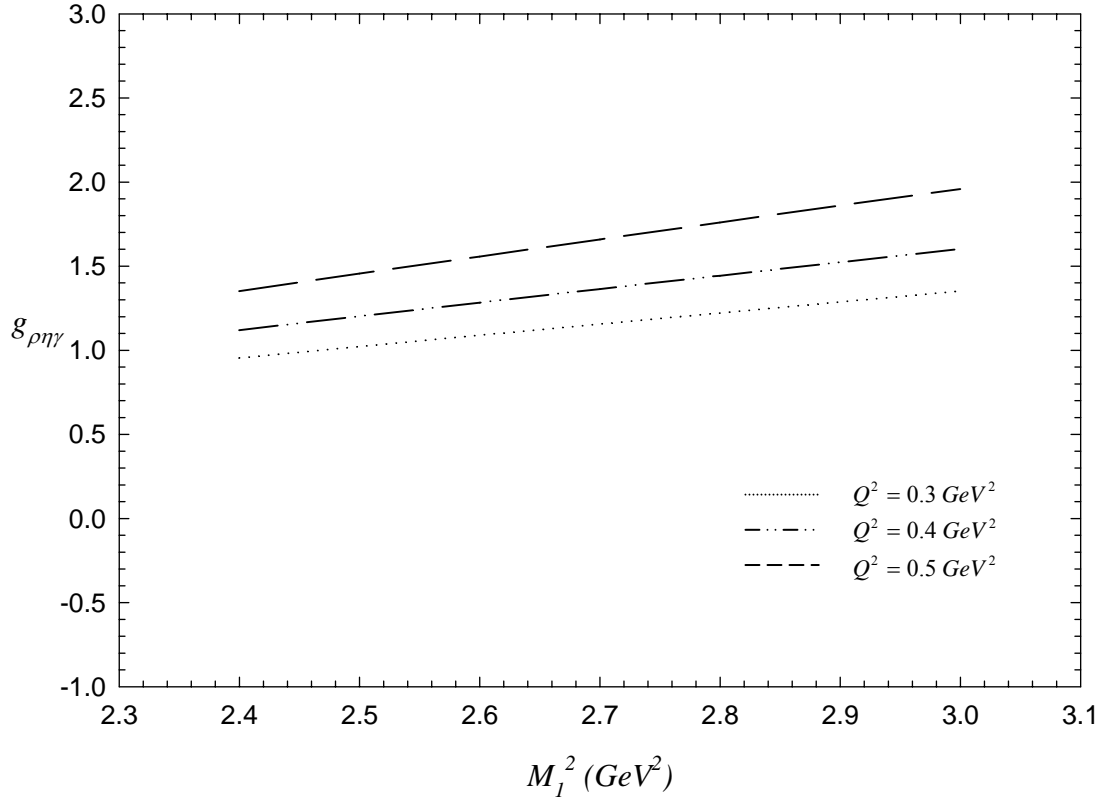
Şekil 3.4.  $g_{\rho\eta\gamma}$  çiftlenim sabitinin  $\theta = -19^\circ \pm 2^\circ$  'de  $M_2^2 = 2.1 \text{ GeV}^2$  ve farklı  $Q^2$  değerleri için  $M_1^2$  ile değişimi



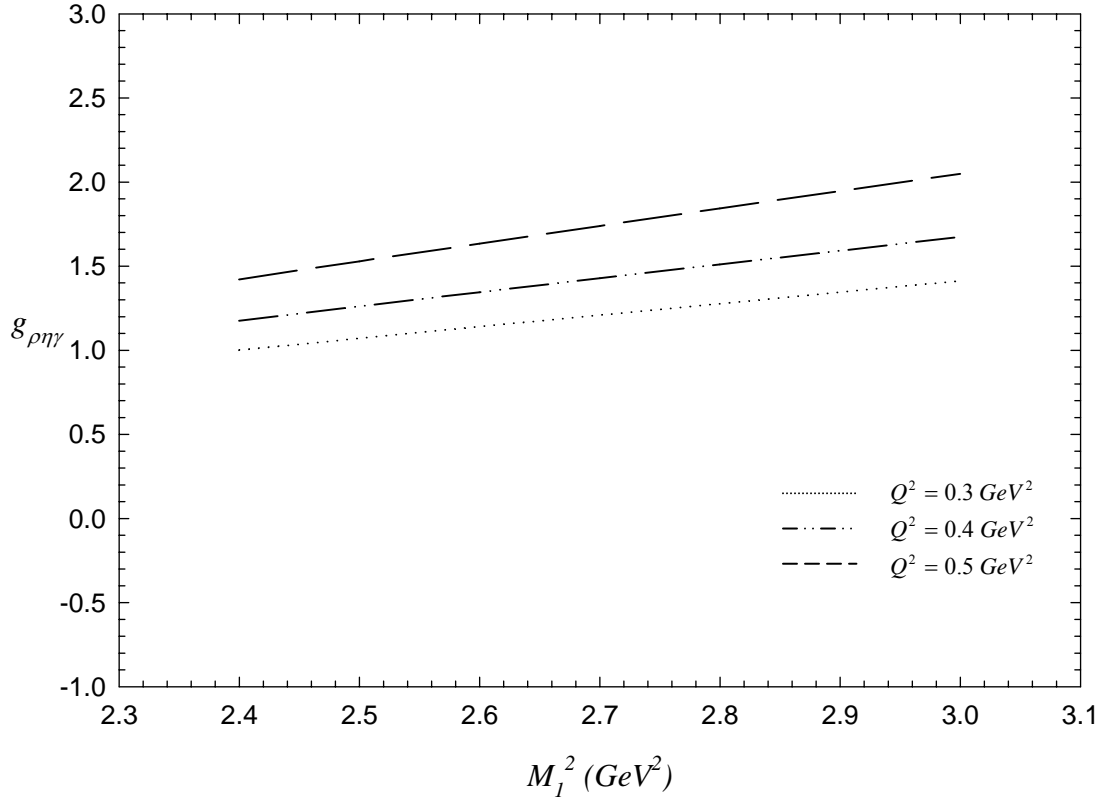
Şekil 3.5.  $g_{\rho\eta\gamma}$  çiftlenim sabitinin  $\theta = -19^\circ \pm 2^\circ$  'de  $M_2^2 = 2.2$  GeV<sup>2</sup> ve farklı  $Q^2$  değerleri için  $M_1^2$  ile değişimi



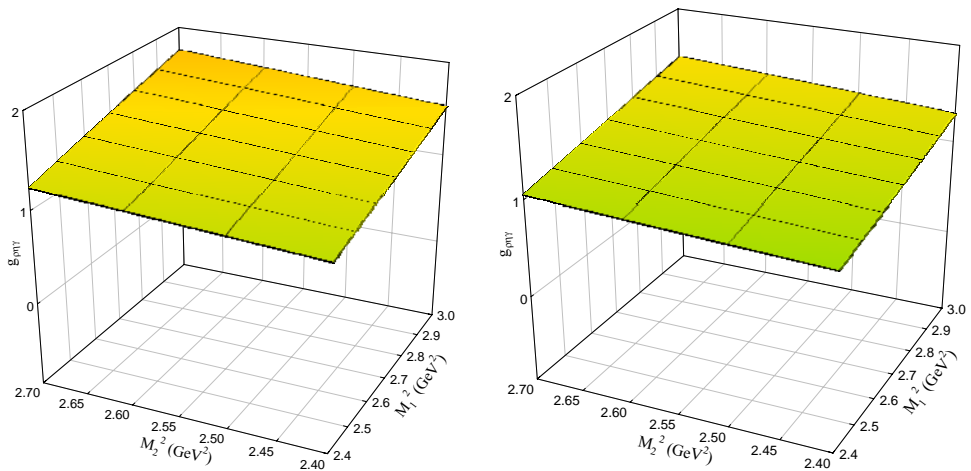
Şekil 3.6.  $g_{\rho\gamma}$  çiftlenim sabitinin (a)  $Q^2 = 0.4$  GeV<sup>2</sup>, (b)  $Q^2 = 0.5$  GeV<sup>2</sup>, değerleri için  $M_1^2$  ve  $M_2^2$ 'ye göre değişimi



Şekil 3.7.  $g_{\rho\eta\gamma}$  çiftlenim sabitinin  $\theta = 35.3^\circ \pm 5.5^\circ$  'de  $M_2^2 = 2.5$  GeV<sup>2</sup> ve farklı  $Q^2$  değerleri için  $M_1^2$  ile değişimi



Şekil 3.8.  $g_{\rho\eta\gamma}$  çiftlenim sabitinin  $\theta = 35.3^\circ \pm 5.5^\circ$  'de  $M_2^2 = 2.6 \text{ GeV}^2$  ve farklı  $Q^2$  değerleri için  $M_1^2$  ile değişimi



Şekil 3.9.  $g_{\rho\eta\gamma}$  çiftlenim sabitinin (a)  $Q^2 = 0.4 \text{ GeV}^2$ , (b)  $Q^2 = 0.5 \text{ GeV}^2$ , değerleri için  $M_1^2$  ve  $M_2^2$ 'ye göre değişimi



$\rho \rightarrow \eta \gamma$  sürecinin bozunma genişliği

$$\Gamma(\rho \rightarrow \eta \gamma) = \frac{\alpha g_{\rho\eta\gamma}^2}{24} m_\rho \left(1 - m_\eta^2/m_\rho^2\right)^3 \quad (3.2)$$

ve deneysel  $\Gamma(\rho^0 \rightarrow \eta \gamma) = 57 \pm 10 \text{ keV}$  (Hagiwara, 2002) değeri kullanılarak çiftlenim sabiti  $g_{\rho\eta\gamma} = 1.42 \pm 0.12$  olarak hesaplanır.  $\rho \rightarrow \eta \gamma$  'nın çiftlenim sabitini Aydın ve Yılmaz (2003)  $\eta$  'yı " $\gamma_5$ " (sözde skaler) seçerek üç nokta toplam kuralları ile ve Aliev vd., (2002) ışık-konisi toplam kuralları yöntemi ile hesapladı ve sırasıyla  $g_{\rho\eta\gamma} = 1.2 \pm 0.3$  ve  $g_{\rho\eta\gamma} = 1.4 \pm 0.2$  sonuçları elde edildi.

Şekil 3.4,5 incelendiğinde  $\theta = -19^\circ \pm 2^\circ$  için  $1.2 \pm 0.05 \leq g_{\rho\eta\gamma} \leq 1.79 \pm 0.08$  ve Şekil 3.7,8'de  $\theta = 35.3^\circ \pm 5.5^\circ$  için  $1.35 \pm 0.06 \leq g_{\rho\eta\gamma} \leq 1.95 \pm 0.09$  aralığında değerler elde edildi.  $Q^2 = 0.3 \text{ GeV}^2$  değeri için Şekil 3.4'de  $M_1^2 = 2.6 \text{ GeV}^2$ , Şekil 3.5'de  $M_1^2 = 2.5 \text{ GeV}^2$ , Şekil 3.7'de  $M_1^2 = 2.8 \text{ GeV}^2$  ve Şekil 3.8'de  $M_1^2 = 2.4 \text{ GeV}^2$  için  $g_{\rho\eta\gamma} = 1.42 \pm 0.12$  deneysel değerine yakın değerler elde edilir.

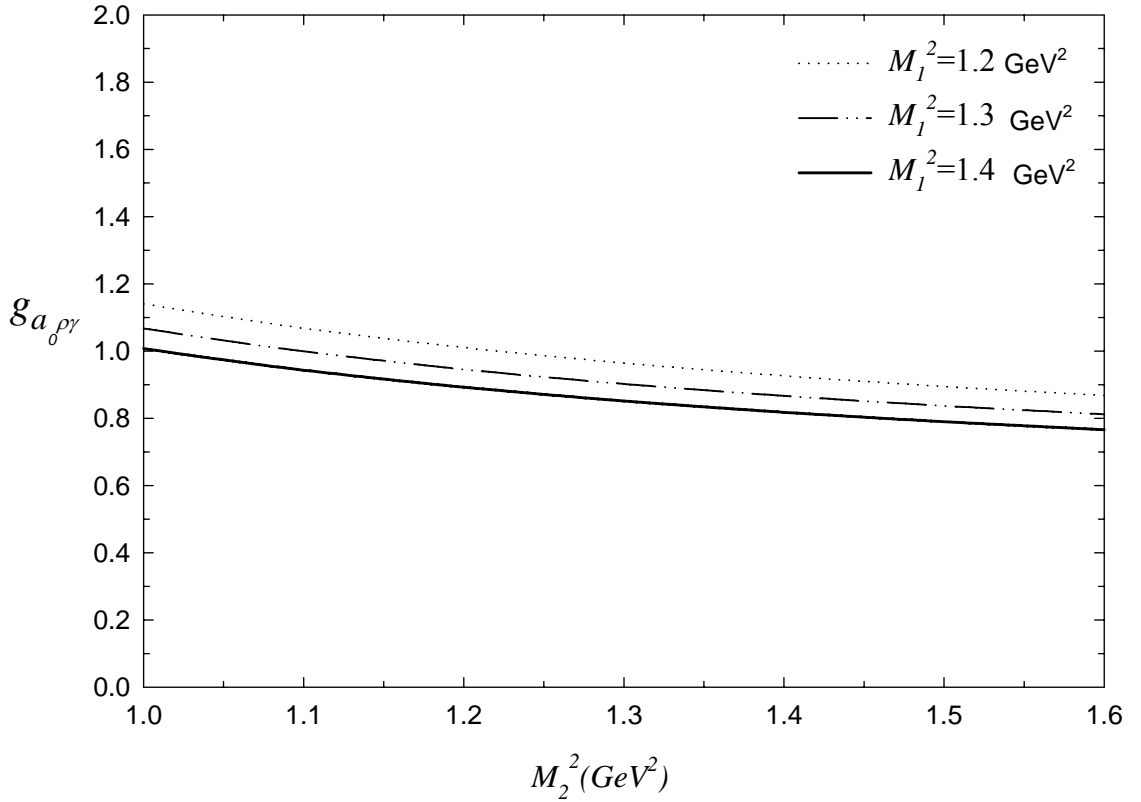
### 3.2. $S \rightarrow V \gamma$ Süreci İçin $g_{SV\gamma}$ 'nın İrdelenmesi

$S$ ,  $a_0$  ve  $f_0$ ,  $V$ 'de  $\rho$ ,  $\omega$  parçacıklarını göstermek üzere  $g_{a_0\rho\gamma}$ ,  $g_{f_0\rho\gamma}$ ,  $g_{a_0\omega\gamma}$  ve  $g_{f_0\omega\gamma}$  çiftlenim sabitlerinin sayısal hesabı için  $m_{a_0} = m_{f_0} = 0.98 \text{ GeV}$ ,  $m_\rho = 0.770 \text{ GeV}$ ,  $m_\omega = 0.782 \text{ GeV}$ ,  $\lambda_{f_0} = 0.18 \pm 0.02 \text{ GeV}^2$  (Fazio ve Pennington, 2001),  $\lambda_{a_0} = 0.21 \pm 0.05 \text{ GeV}^2$  (Gökalp ve Yılmaz, 2001) kullanıldı.  $\rho$  ve  $\omega$  mezону için deneysel leptonik bozunma genişliği (Hagiwara vd., 2002)

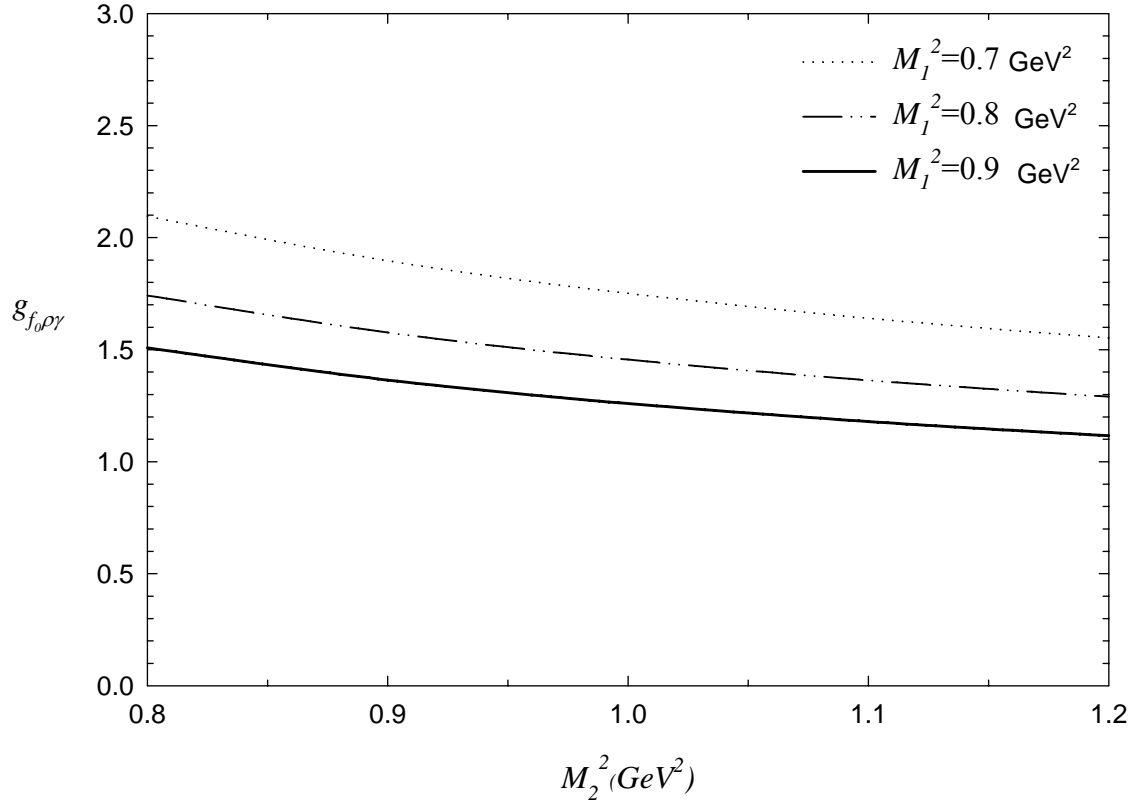
$$\Gamma(\rho \rightarrow e^+ e^-) = 6.85 \pm 0.11 \text{ keV} \quad (3.3)$$

$$\Gamma(\omega \rightarrow e^+ e^-) = 0.60 \pm 0.02 \text{ keV} \quad (3.4)$$

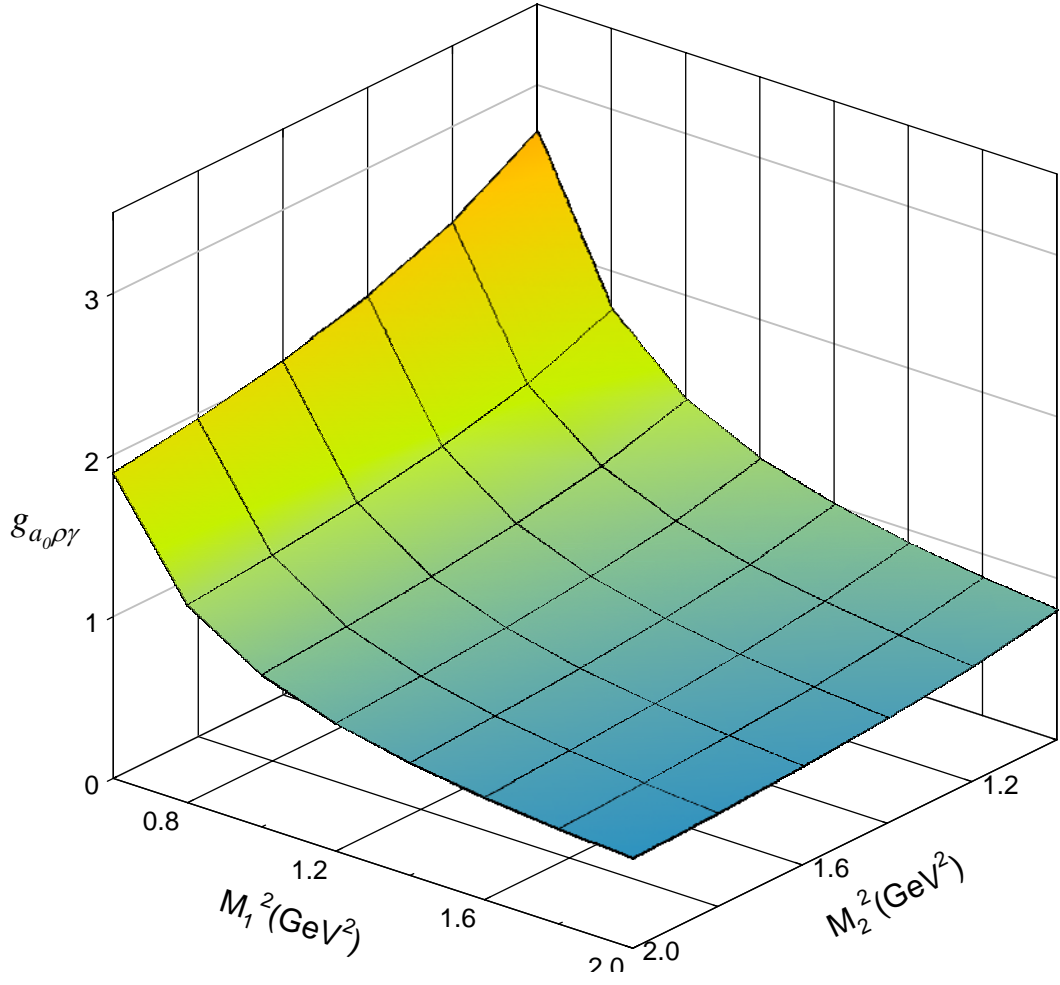
dir. (3.1), (3.3) ve (3.4)'den  $\lambda_\rho = 0.117 \pm 0.003 \text{ GeV}^2$  ve  $\omega$  mezonu için  $\lambda_\omega = 0.108 \pm 0.002 \text{ GeV}^2$  elde edilir. Çiftlenim sabitinin Borel parametrelerinden bağımsız olduğu bölgeler  $g_{a_0\rho\gamma}$  için  $1.0 \text{ GeV}^2 \leq M_2^2 \leq 1.6 \text{ GeV}^2$  ve  $M_1^2 = 1.2, 1.3, 1.4 \text{ GeV}^2$  ve  $g_{f_0\rho\gamma}$  için  $0.8 \text{ GeV}^2 \leq M_2^2 \leq 1.2 \text{ GeV}^2$  ve  $M_1^2 = 0.7, 0.8, 0.9 \text{ GeV}^2$  olarak belirlendi. Şekil 3.10 ve Şekil 3.11'de  $g_{a_0\rho\gamma}$  ve Şekil 3.12 ve Şekil 3.13'de  $g_{f_0\rho\gamma}$  çiftlenim sabitlerinin  $\theta = 30^\circ$  ve farklı  $M_1^2$  değerleri için  $M_2^2$ 'nin fonksiyonu olarak değişimi veriliyor.



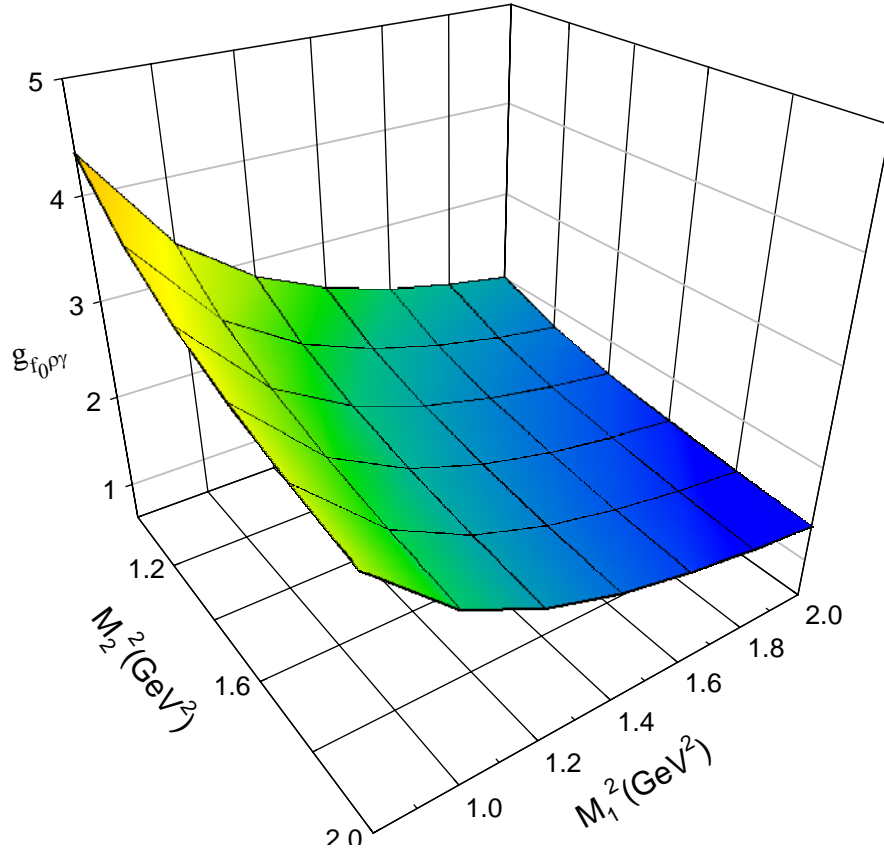
Şekil 3.10.  $g_{a_0\rho\gamma}$  çiftlenim sabitinin farklı  $M_1^2$  değerleri için  $M_2^2$  Borel parametresine göre değişimi



Şekil 3.11.  $g_{f_0\rho\gamma}$  çiftlenim sabitinin  $\theta = 30^\circ$  'de farklı  $M_1^2$  değerleri için  $M_2^2$  Borel parametresine göre değişimi



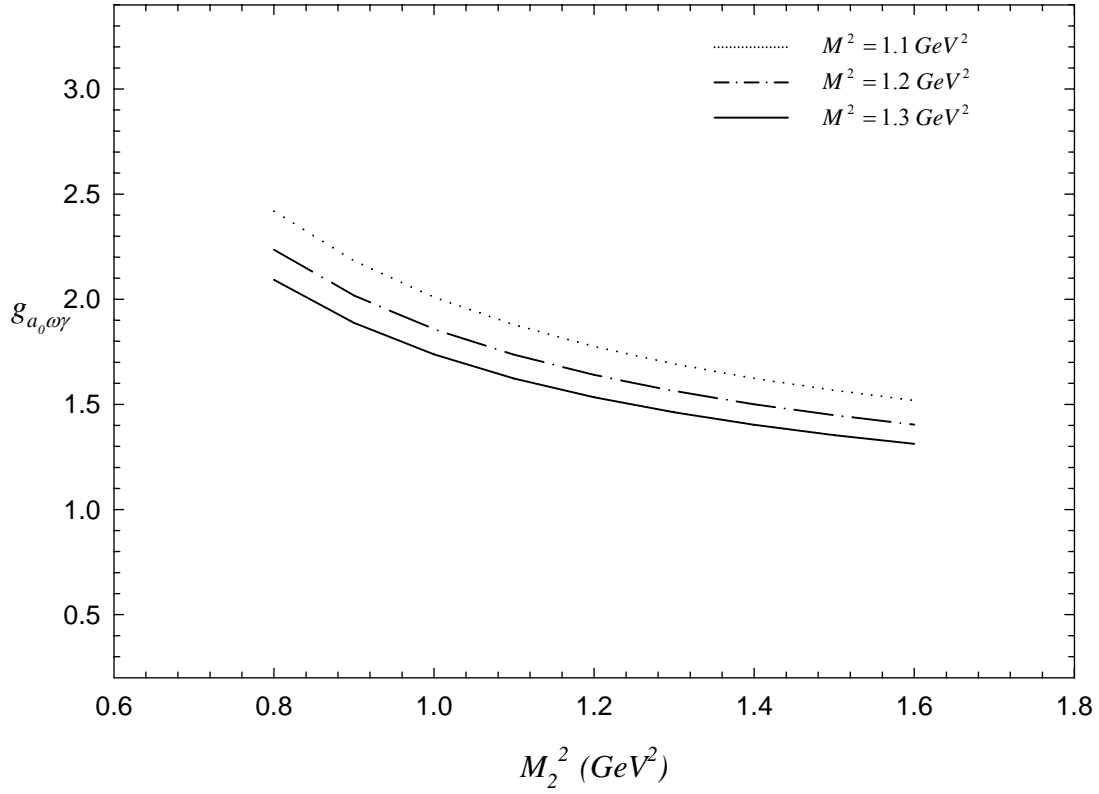
Şekil 3.12.  $g_{a_0 \rho \gamma}$  çiftlenim sabitinin  $M_1^2$  ve  $M_2^2$  Borel parametrelerine göre değişimi



Şekil 3.13.  $g_{f_0\rho\gamma}$  çiftlenim sabitinin  $\theta = 30^\circ$  'de  $M_1^2$  ve  $M_2^2$  Borel parametrelerine göre değişimi

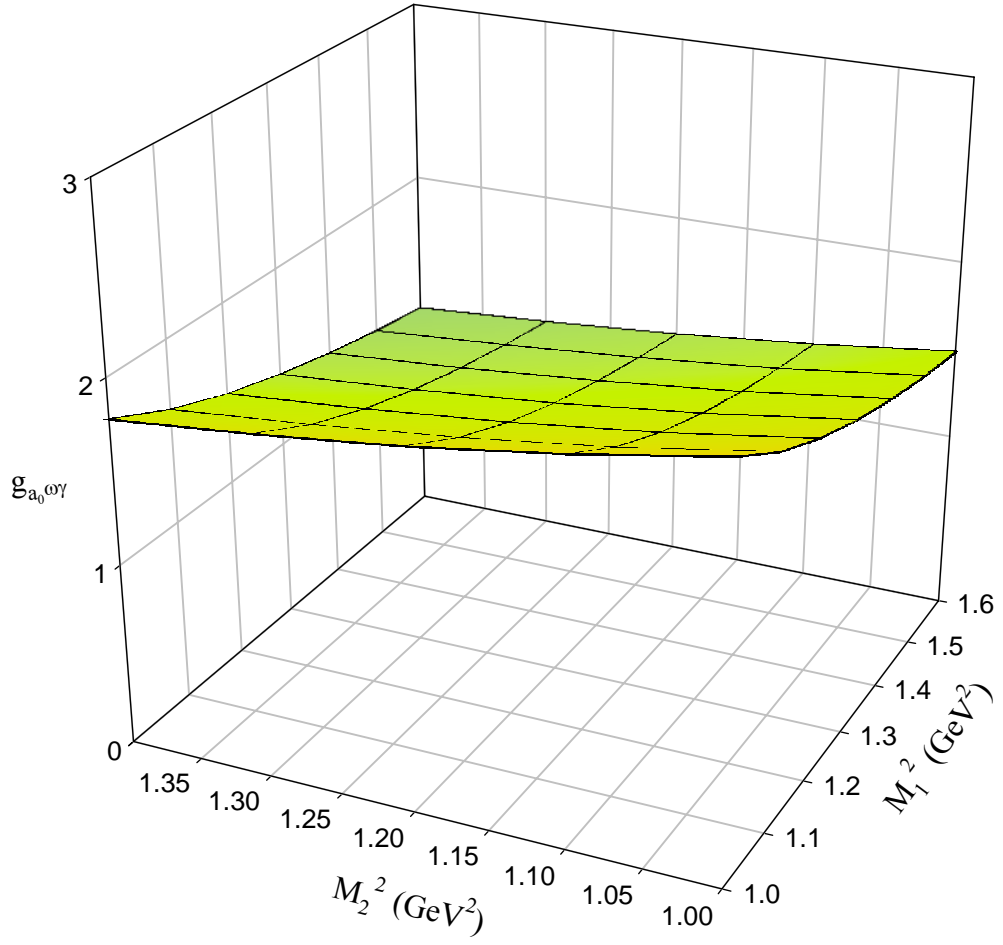
Şekil 3.10'da  $M_2^2 = 1.2 \text{ GeV}^2$  değeri seçildiğinde, çiftlenim sabiti  $0.85 \pm 0.22 < g_{a_0\rho\gamma} < 0.96 \pm 0.25$  elde edildi.  $\theta = 30^\circ$  'de  $M_2^2 = 1.0 \text{ GeV}^2$  seçilirse  $g_{f_0\rho\gamma}$  çiftlenim sabiti  $1.12 \pm 0.16 < g_{f_0\rho\gamma} < 1.75 \pm 0.24$  elde edilir (Aydın vd., 2006).  $g_{a_0\rho\gamma}$  ve  $g_{f_0\rho\gamma}$  çiftlenim sabitleri ışık konisi toplama kuralları yöntemi ile de hesaplandı ve  $1.18 \pm 0.27 < g_{a_0\rho\gamma} < 1.22 \pm 0.36$  ,  $2.69 \pm 0.32 < g_{f_0\rho\gamma} < 2.85 \pm 0.34$  (Aydın vd., 2006) değerleri elde edildi.

$g_{a_0\omega\gamma}$  ve  $g_{f_0\omega\gamma}$  'nin hesabında,  $g_{a_0\omega\gamma}$  için  $0.6 \text{ GeV}^2 \leq M_1^2, M_2^2 \leq 1.4 \text{ GeV}^2$  ve  $g_{f_0\omega\gamma}$  için  $1.0 \text{ GeV}^2 \leq M_1^2, M_2^2 \leq 1.4 \text{ GeV}^2$  'dir.  $g_{a_0\omega\gamma}$  'nin farklı  $M_2^2$  değerleri için  $M_1^2$  'nin fonksiyonu olarak değişimi Şekil 3.14'de gösteriliyor.



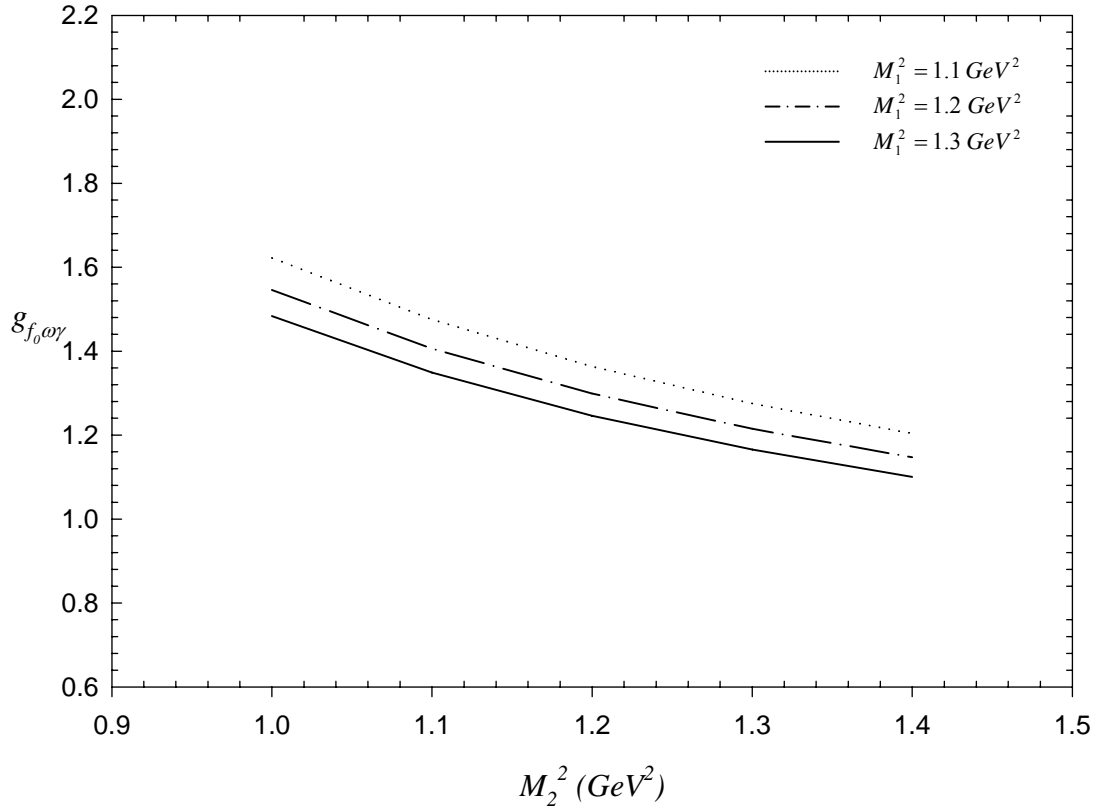
Şekil 3.14.  $g_{a_0\omega\gamma}$  çiftlenim sabitinin farklı  $M_2^2$  değerleri için  $M_1^2$ 'nin fonksiyonu olarak değişimi

Şekil 3.14'te  $M_2^2 = 1.3$  GeV<sup>2</sup> orta değeri için  $g_{a_0\omega\gamma} = 1.46 \pm 0.37$  elde edilir. Ayrıca  $g_{a_0\omega\gamma}$ 'nin  $M_2^2$  ve  $M_1^2$ 'ye göre değişimi Şekil 3.15'de gösteriliyor.



Şekil 3.15.  $g_{a_0\omega\gamma}$  çiftlenim sabitinin  $M_1^2$  ve  $M_2^2$  Borel parametrelerine göre değişimi

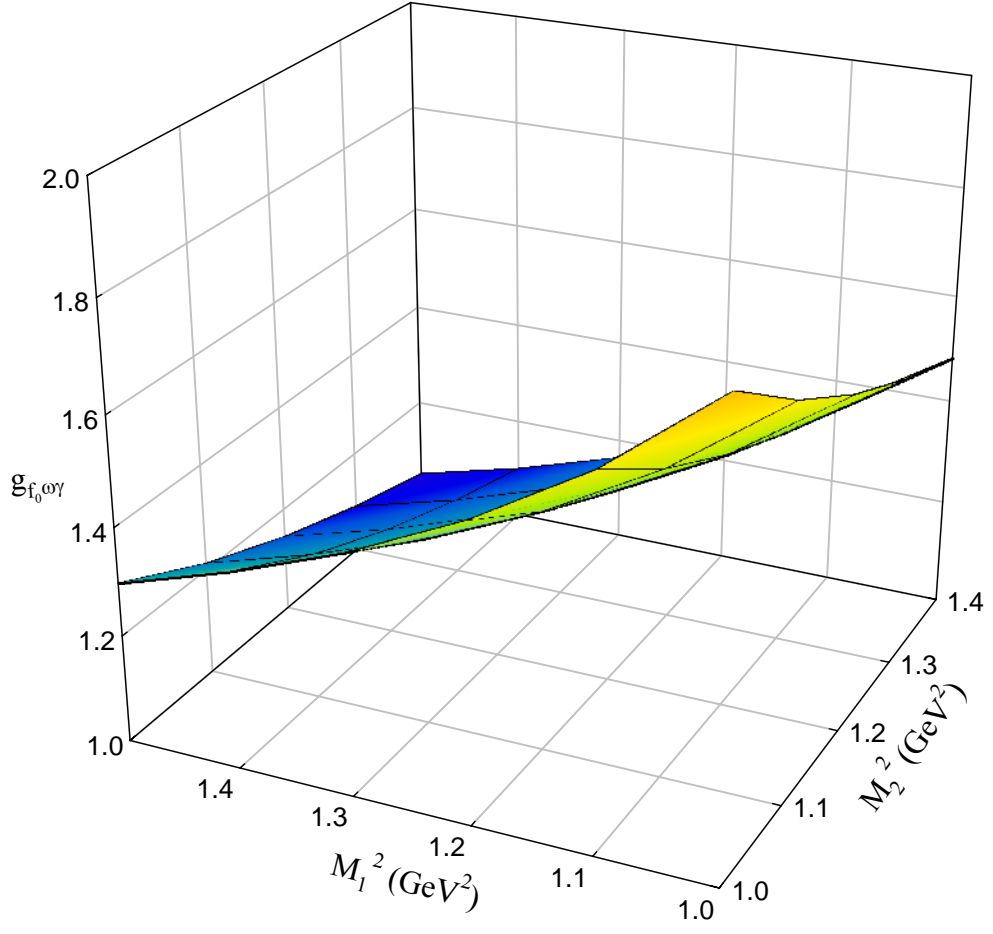
$g_{f_0\omega\gamma}$ 'nin  $\theta = 30^\circ$ 'de farklı  $M_2^2$  değerleri için  $M_1^2$  Borel parametrelerinin fonksiyonu olarak değişimi Şekil 3.16.'da gösteriliyor.



Şekil 3.16.  $g_{f_0\omega\gamma}$  çiftlenim sabitinin  $\theta = 30^\circ$  'de farklı  $M_2^2$  değerleri için  $M_1^2$  'nin fonksiyonu olarak değişimi

Şekil 3.16'de  $M_1^2 = 1.2$  GeV<sup>2</sup> ,  $M_2^2 = 1.4$  GeV<sup>2</sup> için  $g_{f_0\omega\gamma} = 1.21 \pm 0.15$  olur. Aynı zamanda  $g_{f_0\omega\gamma}$  'nın  $\theta = 30^\circ$  için  $M_2^2$  ,  $M_1^2$  Borel parametrelerine göre değişimi Şekil 3.17'de gösteriliyor.





Şekil 3.17.  $g_{f_0 \omega \gamma}$  çiftlenim sabitinin  $M_1^2$  ve  $M_2^2$  Borel parametrelerine göre değişimi

#### 4. ÖNERİLER

Pertürbatif KRD'nin geçerli olmadığı bölgede, KRD toplama kuralları geniş bir uygulama alanına (yapı sabiti, kütle vb., hesapları) sahiptir.

Bu çalışmada KRD toplama kuralları ile bazı hafif mezonların elektromagnetik çiftlenim sabitleri (M1 geçişli) hesaplanmıştır. Hesaplanan birçok fiziksel niceliğin deneyle daha uyumlu bir sonuç vermesi için bu yöntemin daha yüksek boyutlu terimlerini hesaba katacak şekilde uygulanmasını öneriyoruz. Aynı yöntemle kuvvetli etkileşme çiftlenim sabitleri, yapı çarpanları, v.s. gibi nicelikler hesaplanabilir.

$\eta - \eta'$ ,  $f_0 - \sigma$  ve  $\omega - \phi$  gibi karışımlardaki bazı problemleri açıklamak için bu yöntem yol gösterici olabilir.

Son yıllarda fiziğe giren pentakuarklar için aynı yöntem uygulanabilir.

Ağır kuarklar halinde ışık-konisi KRD toplama kurallarının daha iyi sonuçlar verdiği bilinmesine rağmen ağır kuarkları içeren mezonlar ve hadronların diğer bir sınıfı olan baryonların çiftlenim sabiti, form faktörü, kütle vb., niceliklerinin hesaplanması için kullanılabilir.

## 5. KAYNAKLAR

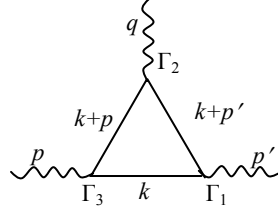
- Aliev, T.M., Demir, D.A. ve İltan, E., 1996. The Radiative  $K^*$  Meson Decays in QCD, Z. Phys. C, 71, 107-109.
- Aliev, T.M., ve Savcı M., 2007. Semileptonic Decays of Pseudoscalar Mesons to Scalar  $f_0$  Meson, arXiv: hep-ph/0701108v1.
- Aliev, T.M., Kanık, İ. ve Özpıneçi, A., 2002. Radiative  $\rho \rightarrow \eta\gamma$  Decay in Light Cone QCD, arXiv: hep-ph/0212187v1.
- Aydın, C. ve Yılmaz, A.H., 2003. QCD Sum Rules Analysis of The Coupling Constants  $g_{\rho\eta\gamma}$  and  $g_{\omega\eta\gamma}$ , Acta Phys. Polon. B, 34,8, 4145-4150., 2006. Investigation of  $g_{f_0\omega\gamma}$  Coupling Constant in Three Point QCD Sum Rules and Light-Cone Sum Rules, Acta Phys. Polon. B, 37, 1769-1780.
- Aydın, C., Bayar M. ve Yılmaz, A.H., 2006. Investigation of  $g_{f_0\rho\gamma}$  and  $g_{a_0\rho\gamma}$  coupling constants in light cone sum rules, Eur. Phys. J. C. 48,1,111-115., 2006.  $g_{a_0\rho\gamma}$  and  $g_{f_0\rho\gamma}$  coupling constants in three point QCD sum rules, Phys. Rev. D 73, 074020-074020.
- Bethke, S., 2000. Determination of The QCD Coupling  $\alpha_s$ , J. Phys. G, 26, R22-R66.
- Close, F.E., Kirk, A., 2000. Isospin Breaking Exposed in  $f_0(980) - a_0(980)$  mixing, Phys. Lett. B. 489, 24-28.
- Colangelo, P. ve Khodjamirian, A., 2001. QCD Sum Rules, A Modern Perspective, CERN-TH/2000-296, BARI-TH/2000-394, arXiv: hep-ph/0010175v1.
- De Fazio, F., and Pennington, 2001. Probing The Structure of  $f_0(980)$  Through Radiative  $\phi$  Decays, Phys. Lett. B, 521, 15-21.
- Dereli, T., 2000. Elektromagnetik Etkileşmelerin Kuantumlu Yapısı, Bilim ve Teknik Dergisi, 387.
- Ecker, G., 2005. Quantum Chromodynamics, European School of High Energy Physics, Austria, CERN Yellow Report, Report No:UWThPh-2006-9.
- Feldmann, T., 2000. Quark Structure of Pseudoscalar Mesons, Int. J. Mod. A, 15,2, 159-207.
- Feldman, T., Kroll, P., Stech, B., 1999. Mixing and Decay Constants of Pseudoscalar Mesons: The Sequel, Phys. Lett. B, 449, 339-346.
- Fock, V.A., 1937. The Eigen-Time in Classical and Quantum Mechanics, Sov. Phys., 12, 404.
- Gökulp, A., Saraç, Y., and Yılmaz, O., 2005. An Analysis of  $f_0 - \sigma$  Mixing in Light-Cone QCD Sum Rules, Phys. Lett. B, 609, 291-297.

- Gökalp, A., ve Yılmaz, O., 2001. Coupling Constants  $g_{a_0\omega\gamma}$  ve  $g_{a_0\rho\gamma}$  as Derived from QCD Sum Rules, Eur. Phys. J. C, 22, 323-326.
- Groom, D.E., vd., 2000. Review of Particle Physics. Particle Data Group, Eur. Phys. J. C, 15, 1-878.
- Grozin, G., 2004. Heavy Quark Effective Theory, Springer, 213 s.
- Hagiwara K., vd., 2002. Review of Particle Physics. Particle Data Group, Phys. Rev. D, 66.
- Ioffe, B.L., 1981. Calculation of Baryon Masses in Quantum Chromodynamics, Nucl. Phys. B, 188, 317-341. Erratum, 191,591.
- Jaffe, R. J., 1977. Multiquark Hadrons. I Phenomenology of  $Q^2\bar{Q}^2$  Mesons, Phys. Rev. D, 15,1, 281-289.
- Khodjamirian, A., 2003. Quantum Chromodynamics and Hadrons: An Elementary Introduction, European School of High Energy Physics, Armenia, arXiv: hep-ph/0403145.
- Langwallner, B., 2005. Improved QCD Sum Rules for The Nucleon, Diploma Thesis, Technische Universität München, Germany.
- Nasrallah, N.F., 2007. Coupling of The  $\eta$  and  $\eta'$  Mesons to The Nucleon, Phys. Lett. B, 645, 335-338.
- Pich, A., 1994. Quantum Chromodynamics, European School of High energy Physics, Sorrento., 1999. Aspect of Quantum Chromodynamics, ICTP Summer School in Particle Physics, Trieste.
- Polkinghore, J. C., 1980. Model of High Energy Process, Cambridge Univ. Press, Cambridge.
- Ramond, P., 1981. Field Theory a Modern Primer, Benjamin Cummings Pub. Comp., London.
- Schwinger, J. S., 1989. Particles, Sources and Fields Vol.1, Addison-Wesley, Massachusetts, 444 s.
- Seymour, M. H., 2005. Quantum Chromodynamics, European School of High-Energy Physics, Barcelona, CERN-PH-TH/2005-083.
- Shifman, M. A., Vainstein, A. I., Zakharov, V. I., 1979. QCD and Resonance Physics. Theoretical Foundations, Nucl. Phys. B, 147, 385-447., 1979, QCD and Resonance Physics. Applications, Nucl. Phys. B, 147, 448-518.
- Weinstein, J., Isgur, N., 1990.  $K\bar{K}$  Molecules, Phys. Rev. D, 41,7, 2236-3357.
- Wilson, K. G., 1969. Non-Lagrangian Models of Current Algebra, Phys. Rev. D, 179, 1499-1512.
- Yao, W. M., vd., 2006. Review of Particle Physics. Particle Data Group, J. Phys. G, 33,1-1232.
- Yılmaz, B., 2005. Skaler  $a_0(980)$  Mezon Bozunmalarının QCD Toplama Kuralları Çerçevesinde İncelenmesi, Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

- Yılmazkaya, J., 2004. Kuark Glüon Plazmanın Ternodinamik Potansiyelinin Işık Koni Ayarında Hesaplanması, Doktora Tezi, Kocaeli Üniversitesi, Kocaeli.
- Zhu, S-L., Hwang W-Y. P., Hwang ve Yang, Z-S., 1998. Electromagnetic Decay of Vector Mesons as Derived from QCD Sum Rules, Phys. Lett. B, 420, 8-12.

## 6. EKLER

### 6.1. Ek 1. Kuark Halka Feynman Çiziminin Hesabı



Ek Şekil 1. En düşük seviye kuark ilmek Feynman çizimi

Şekil 1.'de verilen kuark ilmek Feynman çiziminin genel ifadesi

$$M_1 = N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} Tr[D(k)\Gamma_1 D(k+p')\Gamma_2 D(k+p)\Gamma_3] \quad (E.1)$$

ile verilir. Burada,  $D(k_i) = i/(k_i - m_q)$  kuark ileticisidir. Momentumu  $k$  ile gösterilen kuarkın kütlesi  $m_3$ ,  $k+p$  ile gösterilen  $m_2$  ve  $k+p'$  ile gösterilenin  $m_1$  olsun. Bu tanımlamaya göre (E.1) ifadesi

$$M_1 = N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{Iz[(k+m_3)\Gamma_1(k+p'+m_2)\Gamma_2(k+p+m_1)\Gamma_3]}{(k^2 - m_3^2)[(k+p')^2 - m_2^2][(k+p)^2 - m_1^2]} \quad (E.2)$$

olarak yazılır. Dört boyutlu integralin alınabilmesi için, (E.2) ifadesindeki kuark iletici terimleri Cutkosky kuralına göre  $\delta$ -fonksiyonları ile yer değiştirilir. Cutkosky kuralına göre bu yer değiştirme ilgili ifadeler üzerine uygulanır ise,  $1/(k^2 - m_3^2) \rightarrow -2\pi i \delta(k^2 - m_3^2)$ ,  $1/[(k+p')^2 - m_2^2] \rightarrow -2\pi i \delta[(k+p')^2 - m_2^2]$  ve  $1/[(k+p)^2 - m_1^2] \rightarrow -2\pi i \delta[(k+p)^2 - m_1^2]$  olur. Böylece (E.2) ifadesi aşağıdaki hale gelir:

## “Ek-1’in devamı”

$$M_1 = N_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Iz}[(k + m_3) \Gamma_1 (k + p' + m_2) \Gamma_2 (k + p + m_1) \Gamma_3] \quad (\text{E.3})$$

$$\times (-2i\pi)^3 \delta(k^2 - m_3^2) \delta[(k + p')^2 - m_2^2] \delta[(k + p)^2 - m_1^2]$$

İz kısmından gelen değişik yapılar için bu integraller hesaplanır. Burada  $p_\mu p'_\nu$ ,  $p'_\mu p'_\nu$ ,  $p_\mu p'_\nu p'_\alpha$  gibi yapılara karşılık gelen integraller var. Bunları hesaplamak için öncelikle

$$I_0 = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (-2i\pi)^3 \delta(k^2 - m_3^2) \delta[(k + p')^2 - m_2^2] \delta[(k + p)^2 - m_1^2] \quad (\text{E.4})$$

olarak tanımlanır. Burada 4 boyutlu momentum için  $\int d^4 k = \int d^3 k dk_0$  ve  $k^2 - m_3^2 = k_0^2 - \vec{k}^2 - m_3^2 = k_0^2 - (\vec{k}^2 + m_3^2) = k_0^2 - E_0^2$  olduğundan, integranttaki  $\delta(k^2 - m_3^2) = \delta(k_0^2 - E_0^2)$ ,  $\delta[(k + p')^2 - m_2^2] = \delta(k^2 + p'^2 + 2k \cdot p' - m_2^2)$  ve  $\delta[(k + p)^2 - m_1^2] = \delta(k^2 + p^2 + 2k \cdot p - m_1^2)$  eşitlikleri yazılabilir. İlk parçacığın durgun olduğu sistemde,  $\vec{p} = 0$ ,  $k \cdot p' = k_0 p'_0 - \vec{k} \cdot \vec{p}' = k_0 p'_0 - |\vec{k}| |\vec{p}'| \cos\theta$  ve  $k \cdot p = k_0 p_0 - \vec{k} \cdot \vec{p} = k_0 p_0$ ,  $\delta[(k + p')^2 - m_2^2] = \delta[k^2 + p'^2 + 2(k_0 p'_0 - |\vec{k}| |\vec{p}'| \cos\theta) - m_2^2]$  ve  $\delta[(k + p)^2 - m_1^2] = \delta[k^2 + p^2 + 2k_0 p_0 - m_1^2]$  (E.4) 'de yerlerine yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$I_0 = \frac{i}{2\pi} \int d^3 k \int dk_0 \delta(k_0^2 - E_0^2) \quad (\text{E.5})$$

$$\times \delta[k^2 + p'^2 + 2(k_0 p'_0 - |\vec{k}| |\vec{p}'| \cos\theta) - m_2^2] \delta[k^2 + p^2 + 2k_0 p_0 - m_1^2].$$

(E.5) integralinde,  $\delta(k_0^2 - E_0^2) = (1/2E_0) \delta(k_0 - E_0)$  yerine yazılır,  $k_0$  integrali alınırsa, dört boyutlu integral üç boyutlu hale indirgenir:

“Ek-1’in devamı”

$$I_0 = \frac{i}{2\pi} \int d^3k \frac{1}{2E_0} \delta \left[ k^2 + p'^2 + 2(E_0 p'_0 - |\vec{k}| |\vec{p}'| \cos\theta) - m_2^2 \right] \times \delta \left[ k^2 + p^2 + 2E_0 p_0 - m_1^2 \right] \quad (\text{E.6})$$

$\delta(k_0 - E_0)$ 'den  $k^2 - m_3^2 = 0$  olması gerektiğinden  $k^2 = m_3^2$  olur. Diğer yandan  $p^2 \equiv s$  ve  $p'^2 \equiv s'$  alınırsa integral bunlar cinsinden

$$I_0 = \frac{i}{2\pi} \int d^3k \frac{1}{2E_0} \delta \left[ m_3^2 + s' + 2E_0 p'_0 - 2|\vec{k}| |\vec{p}'| \cos\theta - m_2^2 \right] \times \delta \left[ m_3^2 + s + 2E_0 p_0 - m_1^2 \right] \quad (\text{E.7})$$

olarak yazılır.  $|\vec{k}|^2 dk$  ifadesi yerine  $|\vec{k}|^2 dk = \frac{1}{2} |\vec{k}| d|\vec{k}|^2 = |\vec{k}| EdE$  kullanılarak,  $I_0$  aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$I_0 = i \frac{1}{2} \int |\vec{k}| dE_0 d(\cos\theta) \delta \left[ m_3^2 + s' + 2E_0 p'_0 - 2|\vec{k}| |\vec{p}'| \cos\theta - m_2^2 \right] \times \delta \left[ m_3^2 + s + 2E_0 p_0 - m_1^2 \right] \quad (\text{E.8})$$

$\delta \left[ m_3^2 + s + 2E_0 p_0 - m_1^2 \right] = \frac{1}{2p_0} \delta \left[ \frac{m_3^2 - m_1^2 + s}{2p_0} + E_0 \right]$  ve  $|\vec{k}| = \sqrt{E_0^2 - m_3^2}$  eşitlikleri

kullanılarak  $E_0$  üzerinden integral alındığında

$$I_0 = \frac{i}{2} \int \frac{1}{2p_0} \sqrt{\left( \frac{m_1^2 - m_3^2 - s}{2p_0} \right)^2 - m_3^2} d(\cos\theta) \times \delta \left[ m_3^2 - m_2^2 + s' + 2p'_0 \frac{m_1^2 - m_3^2 - s}{2p_0} - 2|\vec{k}| |\vec{p}'| \cos\theta \right] \quad (\text{E.9})$$

bulunur. (E.9) ifadesindeki  $\delta$  -fonksiyonu,



“Ek-1’in devamı”

$$\begin{aligned} & \delta \left[ m_3^2 - m_2^2 + s' + 2p'_0 \frac{m_1^2 - m_3^2 - s}{2p_0} - 2|\vec{k}| |\vec{p}'| \cos\theta \right] \\ &= \frac{1}{2|\vec{k}| |\vec{p}'|} \delta \left[ \frac{m_3^2 - m_2^2 + s' + 2p'_0 (m_1^2 - m_3^2 - s) / 2p_0}{2|\vec{k}| |\vec{p}'|} - \cos\theta \right] \end{aligned} \quad (\text{E.10})$$

yazılır ve  $\cos\theta$  'ya göre integral alındığında

$$I_0 = \frac{i}{2} \frac{I}{2p_0} \frac{1}{2|\vec{k}| |\vec{p}'|} \sqrt{\left( \frac{m_1^2 - m_3^2 - s}{2p_0} \right)^2 - m_3^2} \quad (\text{E.11})$$

ve (E.11)'de  $p^2 = s$ ,  $p'^2 = s'$  bolmak üzere

$$\begin{aligned} q^2 &= (p - p')^2 = p^2 + p'^2 - 2p \cdot p' \\ &= s + s' - 2(p_0 p'_0 - \vec{p} \cdot \vec{p}') \\ &= s + s' - 2\sqrt{s} p'_0 \end{aligned} \quad (\text{E.12})$$

ve  $|\vec{k}| = \sqrt{\left[ (m_1^2 - m_3^2 - s) / 2p_0 \right]^2 - m_3^2}$  yerlerine yazıldığında

$$I_0 = \frac{i}{4} \frac{I}{\sqrt{(s + s' - q^2)^2 - 4ss'}} \quad (\text{E.13})$$

elde edilir.

Şimdi de,  $k_\alpha$  terimli ( $I_\alpha$  tipindeki) integrallerin çözümünü araştıralım. Bu türlü integraller aşağıdaki şekilde

$$I_\alpha = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} k_\alpha \frac{1}{(k^2 - m_3^2) [(k + p')^2 - m_2^2] [(k + p)^2 - m_1^2]} \quad (\text{E.14})$$

## “Ek-1’in devamı”

verilir. Bu integral ifadesinden  $p_\alpha$  ve  $p'_\alpha$  yapısında ifadeler elde etmek için  $I_\alpha \equiv Ap_\alpha + Bp'_\alpha$  olarak yazılır. Önce (1.14) integralinin her iki yanını  $p_\alpha$  ile çarpılırsa

$$\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} k \cdot p \frac{1}{(k^2 - m_3^2)[(k + p')^2 - m_2^2][(k + p)^2 - m_1^2]} \equiv Ap^2 + Bp' \cdot p \quad (\text{E.15})$$

olur.  $k \cdot p = (1/2)[(k + p)^2 - k^2 - p^2] = (1/2)(m_1^2 - m_3^2 - s)$  ve

$p \cdot p' = (1/2)[-(p + p')^2 + p^2 + p'^2] = (1/2)(Q^2 + s + s')$  olduğundan, (E.15),  $I_0$  integrali cinsinden

$$\frac{1}{2}(m_1^2 - m_3^2 - s)I_0 = As + B\frac{1}{2}(Q^2 + s + s') \quad (\text{E.16})$$

olarak elde edilir. Burada  $Q^2 = -q^2$  olarak alındı.  $A$  ile  $B$ 'yi belirlemek için ikinci bir ifadeye gerek vardır.  $I_\alpha$  integralinin her iki yanını  $p'_\alpha$  ile çarpılırsa

$$\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} k \cdot p' \frac{1}{(k^2 - m_3^2)[(k + p')^2 - m_2^2][(k + p)^2 - m_1^2]} \equiv Ap' \cdot p + Bp'^2 \quad (\text{E.17})$$

elde edilir.  $k \cdot p' = (1/2)[(k + p')^2 - k^2 - p'^2] = (1/2)(m_2^2 - m_3^2 - s')$  kullanılarak (E.17)  $I_0$  cinsinden

$$\frac{1}{2}(m_2^2 - m_3^2 - s')I_0 = A\frac{1}{2}(Q^2 + s + s') + Bs' \quad (\text{E.18})$$

elde edilir. (E.16) ve (E.17) denklemlerinden  $A$  ve  $B$  katsayıları  $I_0$  cinsinden

“Ek-1’in devamı”

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{(m_2^2 - m_3^2 - s')(Q^2 + s + s') - 2s'(m_1^2 - m_3^2 - s)}{[(s + s' + Q^2)]^2 - 4ss'} I_0 \\
 B &= \frac{(m_1^2 - m_3^2 - s)(Q^2 + s + s') - 2s(m_2^2 - m_3^2 - s')}{[(s + s' + Q^2)]^2 - 4ss'} I_0
 \end{aligned} \tag{E.19}$$

olarak bulunur.

İkinci olarak,  $k_\alpha k_\beta$  terimli  $I_{\alpha\beta}$  integrallerin

$$I_{\alpha\beta} = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} k_\alpha k_\beta \frac{1}{(k^2 - m_3^2)[(k + p')^2 - m_2^2][(k + p)^2 - m_1^2]} \tag{E.20}$$

çözümünü araştıralım.  $I_{\alpha\beta} \equiv C g_{\alpha\beta} + D p_\alpha p_\beta + E p_\alpha p'_\beta + F p'_\alpha p_\beta + G p'_\alpha p'_\beta$  şeklindedir.

Bu ifadedeki katsayıları elde etmek için önce eşitliğin her iki yanını  $g_{\alpha\beta}$  ile çarpılır.

$$\begin{aligned}
 g_{\beta\alpha} I_{\alpha\beta} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} k^2 \frac{1}{(k^2 - m_3^2)[(k + p')^2 - m_2^2][(k + p)^2 - m_1^2]} \\
 &= C g_{\alpha\beta} g_{\beta\alpha} + D p^2 + E p \cdot p' + F p \cdot p' + G p'^2
 \end{aligned} \tag{E.21}$$

elde edilir. Burada  $p \cdot p' = (1/2)[-(p + p')^2 + p^2 + p'^2] = (1/2)(Q^2 + s + s')$ ,  $p^2 = s$  ve  $p'^2 = s'$  yerlerine yazıldığında

$$m_3^2 I_0 = 4C + s D + \frac{1}{2}(Q^2 + s + s')(E + F) + s' G \tag{E.22}$$

elde edilir. (E.20) eşitliğinin her iki yanını  $p_\alpha p_\beta$  ile çarpıldığında

$$\begin{aligned}
 p_\alpha p_\beta I_{\alpha\beta} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (k \cdot p)(k \cdot p) \frac{1}{(k^2 - m_3^2)[(k + p')^2 - m_2^2][(k + p)^2 - m_1^2]} \\
 &= C p^2 + D p^2 p^2 + E p^2 p \cdot p' + F p^2 p \cdot p' + G (p \cdot p')^2
 \end{aligned} \tag{E.23}$$

## “Ek-1’in devamı”

elde edilir. Bu ifadede  $p \cdot p', p^2$  nin yerlerine yazıldığında

$$\frac{1}{4}(m_1^2 - m_3^2 - s)^2 I_0 = sC + s^2 D + \frac{s}{2}(Q^2 + s + s')(E + F) + \frac{1}{4}(Q^2 + s + s')^2 G \quad (\text{E.24})$$

elde edilir. (E.20) eşitliğinin her iki yanını  $p_\alpha p'_\beta$  ile çarpıldığında

$$\begin{aligned} p_\alpha p'_\beta I_{\alpha\beta} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (k \cdot p)(k \cdot p') \frac{1}{(k^2 - m_3^2)[(k + p')^2 - m_2^2][(k + p)^2 - m_1^2]} \\ &= C p \cdot p' + D p^2 p \cdot p' + E p^2 p'^2 + F (p \cdot p')^2 + G p \cdot p' p'^2 \end{aligned} \quad (\text{E.25})$$

elde edilir. Bu ifadede  $p \cdot p', p^2, p'^2$  yerlerine yazıldığında

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}(m_1^2 - m_3^2 - s)(m_2^2 - m_3^2 - s)I_0 &= \frac{1}{2}(Q^2 + s + s')C + \frac{s}{2}(Q^2 + s + s')D \\ &+ s s' E + \frac{1}{2}(Q^2 + s + s')^2 F + \frac{s'}{2}(Q^2 + s + s')G \end{aligned} \quad (\text{E.26})$$

sonucuna ulaşılır. (E.20) eşitliğinin her iki yanını  $p'_\alpha p_\beta$  ile çarpıldığında

$$\begin{aligned} p'_\alpha p_\beta I_{\alpha\beta} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (k \cdot p)(k \cdot p') \frac{1}{(k^2 - m_3^2)[(k + p')^2 - m_2^2][(k + p)^2 - m_1^2]} \\ &= C p \cdot p' + D p^2 p \cdot p' + E (p \cdot p')^2 + F p^2 p'^2 + G p \cdot p' p'^2 \end{aligned} \quad (\text{E.27})$$

olur. İfadede  $p \cdot p', p^2, p'^2$  yerlerine yazıldığında ise

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}(m_1^2 - m_3^2 - s)(m_2^2 - m_3^2 - s)I_0 &= \frac{1}{2}(Q^2 + s + s')C + \frac{s}{2}(Q^2 + s + s')C \\ &+ \frac{1}{2}(Q^2 + s + s')^2 E + s s' F + \frac{s'}{2}(Q^2 + s + s')G \end{aligned} \quad (\text{E.28})$$

## “Ek-1’in devamı”

elde edilir. Son olarak, (E.20) eşitliğinin her iki yanını  $p'_\alpha p'_\beta$  ile çarpıldığında

$$p'_\alpha p'_\beta I_{\alpha\beta} = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (k \cdot p')(k \cdot p') \frac{1}{(k^2 - m_3^2)[(k + p')^2 - m_2^2][(k + p)^2 - m_1^2]} \quad (\text{E.29})$$

$$= C p'^2 + D(p \cdot p')^2 + E p^2 p \cdot p' + F p'^2 p \cdot p' + G p'^4$$

olur. İfadede  $p \cdot p'$ ,  $p^2$ ,  $p'^2$  yerlerine yazıldığında ise

$$\frac{1}{4}(m_2^2 - m_3^2 - s)^2 I_0 = s' C + \frac{1}{4}(Q^2 + s + s')^2 D + \frac{s'}{2}(Q^2 + s + s')E$$

$$+ \frac{s'}{2}(Q^2 + s + s')F + s'^2 G \quad (\text{E.30})$$

elde edilir. Elde edilen beş denklem setinden  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $F$ ,  $G$  katsayıları hesaplanır:

$$C = I_0 (m_2^4 s + m_1^4 s' + m_2^2 (s(Q^2 + s - s') + m_3^2 (Q^2 - s + s'))) + m_1^2 (m_3^2 (Q^2 + s - s') + s'(Q^2 - s + s') + m_2^2 (Q^2 + s + s')) + Q^2 (-m_3^4 - s s' + m_3^2 (Q^2 + s + s')) / (2(Q^4 + (s - s')^2 + 2Q^2(s + s'))) \quad (\text{E.31})$$

$$D = I_0 (m_3^4 (Q^4 + 2Q^2(s - 2s') + (s - s')^2) + 2m_3^2 s'(2Q^4 - (s - s')^2) + 3m_1^2 (Q^2 + s - s') + Q^2(s + s') + m_2^4 (Q^4 + s^2 + 4s s' + s'^2 + 2Q^2(s + s'))) + s'^2 (6m_1^4 + Q^4 + (s - s')^2 + 6m_1^2 (Q^2 - s + s') + Q^2(-4s + 2s')) - 2m_2^2 (m_3^2 (Q^4 + s^2 + Q^2(2s - s') + s s' + 2s'^2) + s'(Q^4 - 2s^2 + Q^2(s - 2s')) + s s' + s'^2 + 3m_1^2 (Q^2 + s + s'))) / (Q^4 + (s - s')^2 + 2Q^2(s + s'))^2 \quad (\text{E.32})$$

“Ek-1’in devamı”

$$\begin{aligned}
E = & -I_0(-2m_3^4Q^4 + m_3^2Q^6 - m_3^4Q^2s + m_3^2Q^4s + m_3^4s^2 - m_3^2Q^2s^2 - m_3^2s^3 \\
& - m_3^4Q^2s' + m_3^2Q^4s' - 2m_3^4ss' + m_3^2Q^2ss' - 2Q^4ss' + m_3^2s^2s' - Q^2s^2s' \\
& + s^3s' + m_3^4s'^2 - m_3^2Q^2s'^2 + m_3^2ss'^2 - Q^2ss'^2 - 2s^2s'^2 - m_3^2s'^3 \\
& + ss'^3 + 3m_2^4s(Q^2 + s + s') + 3m_1^4s'(Q^2 + s + s') + 2m_2^2(s(Q^4 + s^2 \\
& + Q^2(2s - s') + ss' - 2s'^2) + m_3^2(Q^4 - 2s^2 - Q^2(s - 2s') + ss' + s'^2)) \\
& - 2m_1^2(-(m_3^2(Q^4 + s^2 + Q^2(2s - s') + ss' - 2s'^2))) \\
& - s'(Q^4 - 2s^2 - Q^2(s - 2s') + ss' + s'^2) + m_2^2(Q^4 + s^2 + 4ss' + s'^2 \\
& + 2Q^2(s + s')))) / (Q^4 + (s - s')^2 + 2Q^2(s + s'))^2
\end{aligned} \tag{E.33}$$

$$\begin{aligned}
F = & -I_0(-2m_3^4Q^4 + m_3^2Q^6 - m_3^4Q^2s + m_3^2Q^4s + m_3^4s^2 - m_3^2Q^2s^2 \\
& - m_3^2s^3 - m_3^4Q^2s' + m_3^2Q^4s' - 2m_3^4ss' + m_3^2Q^2ss' - 2Q^4ss' \\
& + m_3^2s^2s' - Q^2s^2s' + s^3s' + m_3^4s'^2 - m_3^2Q^2s'^2 + m_3^2ss'^2 \\
& + Q^2ss'^2 - 2s^2s'^2 - m_3^2s'^3 + ss'^3 + 3m_2^4s(Q^2 + s + s') \\
& + 3m_1^4s'(Q^2 + s + s') + 2m_2^2(s(Q^4 + s^2 + Q^2(2s - s') + ss' - 2s'^2) \\
& + m_3^2(Q^4 - 2s^2 - Q^2(s - 2s') + ss' + s'^2)) \\
& - 2m_1^2(-(m_3^2(Q^4 + s^2 + Q^2(2s - s') + ss' - 2s'^2))) \\
& - s'(Q^4 - 2s^2 - Q^2(s - 2s') + ss' + s'^2) + m_2^2(Q^4 + s^2 + 4ss' + s'^2 \\
& + 2Q^2(s + s')))) / (Q^4 + (s - s')^2 + 2Q^2(s + s'))^2
\end{aligned} \tag{E.34}$$

$$\begin{aligned}
G = & I_0(s^2(6m_2^4 + Q^4 + 2Q^2(s - 2s') + (s - s')^2) + 6m_2^2(Q^2 + s - s') \\
& + 2m_3^2s(2Q^4 - (s - s')^2) + 3m_2^2(Q^2 - s + s') + Q^2(s + s')) \\
& + m_1^4(Q^4 + s^2 + ss' + s'^2 + 2Q^2(s + s')) + m_3^4(Q^4 + (s - s')^2 \\
& + Q^2(-4s - 2s')) - 2m_1^2(m_3^2(Q^4 - 2s^2 - Q^2(s - 2s') + ss' + s'^2) \\
& + s(Q^4 + s^2 + Q^2(2s - s') + ss' - 2s'^2 \\
& + 3m_2^2(Q^2 + s + s')))) / (Q^4 + (s - s')^2 + 2Q^2(s + s'))^2
\end{aligned} \tag{E.35}$$

## 6.2. Ek 2. İşlemci Çarpım İfadeleri (OPE)

KRD Lagranjiyeni

$$L_{KRD} = -\frac{1}{2}G_{\mu\nu}G^{\mu\nu} + \sum_q \bar{\psi} (i \mathcal{D}\gamma^\mu - m_q) \psi_q \quad (\text{E.36})$$

şeklindedir. Burada

$$G_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + g_s f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (\text{E.37})$$

$$D_\mu = \partial_\mu - i g_s \frac{\lambda_a}{2} A_\mu^a \quad (\text{E.38})$$

dir.

Boşlukta kuarkların özelliklerini çalışmak için  $x = 0$  uzay-zaman noktasında, KRD boşluğuna kuarklar enjekte edilir ve bunun gelişim süreci incelenir. Bu süreç;

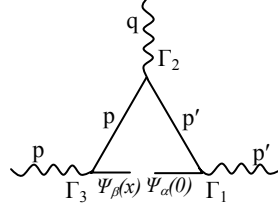
$$\Pi(p, p'; q) = i \int d^4x e^{-ip \cdot x} d^4x e^{ip' \cdot x} \langle 0 | T \{ J_A J_B J_C \} | 0 \rangle \quad (\text{E.39})$$

ile betimlenir ve burada

$$\begin{aligned} \langle 0 | T \{ j_A j_B j_C \} | 0 \rangle &= \sum_i C_i \langle 0 | O_i | 0 \rangle \\ &= C_I \langle 0 | O_I | 0 \rangle = \sum_n C_n \langle 0 | O_n | 0 \rangle \end{aligned} \quad (\text{E.40})$$

dir. Şimdi buradaki  $C_n$  katsayılarını ve  $\langle 0 | O_n | 0 \rangle$ 'leri hesaplayacağız.

“Ek-2’nin devamı”



Ek Şekil 2. Kuark yoğunlaşma Feynman çizimi

Yukarıdaki Feynman çiziminin matris elemanı

$$M_2 = N_c \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3]_{\alpha\beta} \psi_\beta^b(x) | 0 \rangle \quad (\text{E.41})$$

şeklindedir. Bu ifadede, fermiyon alanının ilk terimi yazıldığında

$$\begin{aligned} M_2(3d) &= N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3]_{\alpha\beta} \psi_\beta^b(0) \rangle \\ &= N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \psi_\beta^b(0) \rangle [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3]_{\alpha\beta} \end{aligned} \quad (\text{E.42})$$

elde edilir.

$$\langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \psi_\beta^b(0) \rangle = \frac{1}{12} g_{\alpha\beta} \delta^{ab} \langle \bar{\psi} \psi \rangle \quad (\text{E.43})$$

dir. (E.41) ifadesinde fermiyon alanının ikinci terimi yazıldığında

$$\begin{aligned} M_2(4d) &= N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3]_{\alpha\beta} x_\lambda \nabla_\lambda \psi_\beta^b(0) \rangle \\ &= N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \psi_\beta^a(0) \rangle x_\lambda [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3 \gamma_\lambda]_{\alpha\beta} \end{aligned} \quad (\text{E.44})$$

olur.



“Ek-2’nin devamı”

$$\langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \psi_\beta^b(0) \rangle = C (\gamma_\lambda)_{\beta\alpha} \delta^{ab} \quad (\text{E.45})$$

dir. Bu eşitlik  $(\gamma_\lambda)_{\alpha\beta}$  ile çarpıldığında C katsayısı

$$\begin{aligned} (\gamma_\lambda)_{\alpha\beta} \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \psi_\beta^b(0) \rangle &= C \cdot 16 \cdot 3 \\ \langle \bar{\psi} \nabla \psi \rangle &= 48 C \\ i m \langle \bar{\psi} \psi \rangle &= 48 C \\ C &= \frac{i m}{48} \langle \bar{\psi} \psi \rangle \end{aligned} \quad (\text{E.46})$$

olarak hesaplanır. C katsayısı (E.45) eşitliğinde yerine yazıldığında

$$\langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \psi_\beta^b(x) | 0 \rangle = \frac{i m}{48} \langle \bar{\psi} \psi \rangle (\gamma_\lambda)_{\beta\alpha} \delta^{ab} \quad (\text{E.47})$$

elde edilir. (E.41) ifadesinde fermiyon alanının üçüncü terimi yazılırsa

$$\begin{aligned} M_2(5d) &= \frac{N_c}{2} \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3]_{\alpha\beta} x_\lambda x_{\lambda'} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta^b(0) | 0 \rangle \\ &= \frac{N_c}{2} \langle 0 | \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta^b(0) | 0 \rangle x_\lambda x_{\lambda'} [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3]_{\alpha\beta} \end{aligned} \quad (\text{E.48})$$

olur.

$$\langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta^b(0) \rangle = A (g_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} + B (\sigma_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} \quad (\text{E.49})$$

dir. Bu ifade  $(g_{\lambda\lambda'})_{\alpha\beta}$  ile çarpıldığında

$$(g_{\lambda\lambda'})_{\alpha\beta} \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \psi_\beta^b(0) \rangle = A (g_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} (g_{\lambda\lambda'})_{\alpha\beta} + B (\sigma_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} (g_{\lambda\lambda'})_{\alpha\beta}$$

“Ek-2’nin devamı”

$$A = \frac{1}{16} \langle \bar{\psi} \nabla_{\lambda} \nabla_{\lambda'} \psi \rangle \quad (\text{E.50})$$

ve  $g_{\lambda\lambda'} = \gamma_{\lambda} \gamma_{\lambda'} + i \sigma_{\lambda\lambda'}$  özdeşliği kullanıldığında

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{16} \langle \bar{\psi} \nabla_{\lambda} \nabla_{\lambda'} g_{\lambda\lambda'} \gamma_{\lambda} \gamma_{\lambda'} \psi \rangle + \frac{i}{16} \langle \bar{\psi} \nabla_{\lambda} \nabla_{\lambda'} g_{\lambda\lambda'} \sigma_{\lambda\lambda'} \psi \rangle \\ &= -\frac{1}{16} m^2 \langle \bar{\psi} \psi \rangle + \frac{i}{32} \left\langle \bar{\psi} g G_{\lambda\lambda'}^a \frac{\lambda^a}{2} \sigma_{\lambda\lambda'} \psi \right\rangle \end{aligned} \quad (\text{E.51})$$

elde edilir. (E.49) ifadesi  $(\sigma_{\lambda\lambda'})_{\alpha\beta}$  ile çarpıldığında ise

$$\begin{aligned} (\sigma_{\lambda\lambda'})_{\alpha\beta} \langle \bar{\psi}_{\alpha}^a(0) \nabla_{\lambda} \nabla_{\lambda'} \psi_{\beta}^b(0) \rangle &= A (g_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} (\sigma_{\lambda\lambda'})_{\alpha\beta} + B (\sigma_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} (\sigma_{\lambda\lambda'})_{\alpha\beta} \\ \langle \bar{\psi} \nabla_{\lambda} \nabla_{\lambda'} \sigma_{\lambda\lambda'} \psi \rangle &= 48 B \end{aligned} \quad (\text{E.52})$$

ve buradan

$$B = -\frac{i}{96} \left\langle \bar{\psi} g G_{\lambda\lambda'}^a \frac{\lambda^a}{2} \sigma_{\lambda\lambda'} \psi \right\rangle \quad (\text{E.53})$$

olarak hesaplanır. (E.50) ve (E.53), (E.49) ifadesinde yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} \langle \bar{\psi}_{\alpha}^a(0) \nabla_{\lambda} \nabla_{\lambda'} \psi_{\beta}^b(0) \rangle &= -\left( \frac{1}{16} m^2 \langle \bar{\psi} \psi \rangle + \frac{i}{32} \left\langle \bar{\psi} g G_{\lambda\lambda'}^a \frac{\lambda^a}{2} \sigma_{\lambda\lambda'} \psi \right\rangle \right) (g_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} \\ &\quad - \frac{i}{96} \left\langle \bar{\psi} g G_{\lambda\lambda'}^a \frac{\lambda^a}{2} \sigma_{\lambda\lambda'} \psi \right\rangle (\sigma_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} \end{aligned} \quad (\text{E.54})$$

sonucu elde edilir.

(E.41) ifadesine fermiyon alanının dördüncü terimi yazıldığında

“Ek-2’nin devamı”

$$\begin{aligned}
 M_2(6d) &= \frac{N_c}{6} \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3]_{\alpha\beta} x_\lambda x_{\lambda'} x_{\lambda''} \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \nabla_{\lambda''} \psi_\beta^b(0) \rangle \\
 &= \frac{N_c}{6} \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \nabla_{\lambda''} \psi_\beta^b(0) \rangle x_\lambda x_{\lambda'} x_{\lambda''} [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p) \Gamma_3]_{\alpha\beta}
 \end{aligned} \tag{E.55}$$

olur. Burada

$$\langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \nabla_{\lambda''} \psi_\beta^b(0) \rangle = \delta^{ab} (B \gamma_\lambda \delta_{\lambda\lambda''} + C \gamma_{\lambda'} \delta_{\lambda\lambda''} + D \gamma_{\lambda''} \delta_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} \tag{E.56}$$

dir. Bu eşitlik  $(\gamma_{\lambda'})_{\alpha\beta}$  ile çarpılır

$$(\gamma_{\lambda'})_{\alpha\beta} \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \nabla_{\lambda''} \psi_\beta^b(0) \rangle = \delta^{ab} (\gamma_{\lambda'})_{\alpha\beta} (B \gamma_\lambda \delta_{\lambda\lambda''} + C \gamma_{\lambda'} \delta_{\lambda\lambda''} + D \gamma_{\lambda''} \delta_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha} \tag{E.57}$$

ve  $i \gamma_\mu \nabla_\mu \psi = 0$  ifadesi kullanılırsa

$$\begin{aligned}
 4B g_{\lambda\lambda'} \delta_{\lambda\lambda''} + 4C g_{\lambda''\lambda'} \delta_{\lambda\lambda''} + 16D \delta_{\lambda\lambda'} &= 0 \\
 B = D, C = -5B
 \end{aligned} \tag{E.58}$$

elde edilir.

(E.56) eşitliği  $(\gamma_{\lambda'})_{\alpha\beta} \delta^{ba} \delta_{\lambda\lambda''}$  ile çarpılırsa

$$\begin{aligned}
 (\gamma_{\lambda'})_{\alpha\beta} \delta^{ba} \delta_{\lambda\lambda''} \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\lambda \nabla_{\lambda'} \nabla_{\lambda''} \psi_\beta^b(0) \rangle &= \delta^{ab} (\gamma_{\lambda'})_{\alpha\beta} \delta^{ba} \delta_{\lambda\lambda''} \\
 &\times (B \gamma_\lambda \delta_{\lambda\lambda''} + C \gamma_{\lambda'} \delta_{\lambda\lambda''} + D \gamma_{\lambda''} \delta_{\lambda\lambda'})_{\beta\alpha}
 \end{aligned} \tag{E.59}$$

olur. Yukarıda hesaba benzer şekilde ara işlemler yapıldığında

$$B = \frac{1}{3^3 5^5} \langle \bar{\psi} \nabla_\lambda \nabla \nabla_\lambda \psi \rangle \tag{E.60}$$

“Ek-2’nin devamı”

elde edilir.

$$\nabla \nabla_{\lambda} = \nabla_{\lambda} \nabla + [\nabla, \nabla_{\lambda}] \quad (\text{E.61})$$

ve

$$[\nabla, \nabla_{\lambda}] = \frac{1}{2} i g \lambda^n G_{\lambda\lambda}^n \quad (\text{E.62})$$

eşitlikleri kullanılarak

$$\langle \bar{\psi} \nabla_{\lambda} \nabla \nabla_{\lambda} \psi \rangle = i g \left\langle \bar{\psi} \nabla_{\lambda} \gamma_{\lambda'} \frac{\lambda^n}{2} G_{\lambda\lambda}^n \psi \right\rangle \quad (\text{E.63})$$

eşitliği bulunur ve

$$\left[ \nabla_{\lambda}, \frac{1}{2} \lambda^n G_{\lambda\lambda}^n \right] = \frac{1}{2} \lambda^n (D_{\lambda} G_{\lambda\lambda})^n \quad (\text{E.64})$$

kullanılarak

$$\begin{aligned} \langle \bar{\psi} \nabla_{\lambda} \nabla \nabla_{\lambda} \psi \rangle &= i g \left\langle \bar{\psi} \gamma_{\lambda'} \frac{\lambda^n}{2} G_{\lambda\lambda}^n \nabla_{\lambda} \psi \right\rangle \\ &\quad + i g \left\langle \bar{\psi} \gamma_{\lambda'} \frac{\lambda^n}{2} \psi (D_{\lambda} G_{\lambda\lambda})^n \right\rangle \end{aligned} \quad (\text{E.65})$$

olur. Bu ifadenin sağ tarafına  $\nabla_{\lambda} \nabla$  ’nın değeri yazıldığında

$$\langle \bar{\psi} \nabla_{\lambda} \nabla \nabla_{\lambda} \psi \rangle = -i g \left\langle \bar{\psi} \gamma_{\lambda'} \frac{\lambda^n}{2} G_{\lambda\lambda}^n \nabla_{\lambda} \psi \right\rangle \quad (\text{E.66})$$

“Ek-2’nin devamı”

olur. (E.65) ve (E.66) karşılaştırılırsa

$$\left\langle \bar{\psi} \gamma_{\lambda'} \frac{\lambda^n}{2} G_{\lambda'\lambda}^n \nabla_{\lambda} \psi \right\rangle = \frac{1}{2} \left\langle \bar{\psi} \gamma_{\lambda'} \frac{\lambda^n}{2} \psi (D_{\lambda} G_{\lambda'\lambda}^n)^n \right\rangle \quad (\text{E.67})$$

elde edilir. Bu ifadede (E.66) eşitliği yerine yazılırsa

$$\langle \bar{\psi} \nabla_{\lambda} \nabla_{\lambda} \psi \rangle = \frac{i g}{2} \left\langle \bar{\psi} \gamma_{\lambda'} \frac{\lambda^n}{2} \psi (D_{\lambda} G_{\lambda'\lambda}^n)^n \right\rangle \quad (\text{E.68})$$

sonucuna varılır ve burada

$$D_{\lambda} G_{\lambda'\lambda}^n = \frac{1}{2} g \bar{\psi} \gamma_{\lambda'} \lambda^n \psi \quad (\text{E.69})$$

dir. (E.68)’de bu ifade yerine yazıldığında

$$\langle \bar{\psi} \nabla_{\lambda} \nabla_{\lambda} \psi \rangle = \frac{i g^2}{2} \left\langle \bar{\psi} \gamma_{\lambda'} \frac{\lambda^n}{2} \psi \cdot \bar{\psi} \gamma_{\lambda'} \frac{\lambda^n}{2} \psi \right\rangle \quad (\text{E.70})$$

olur. Bu eşitlik (E.60)’de yerine yazıldığında

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{3^3 2^5} \frac{i g^2}{2^3} \langle \bar{\psi} \lambda^n \gamma_{\lambda'} \psi \cdot \bar{\psi} \lambda^n \gamma_{\lambda'} \psi \rangle \\ &= -\frac{i g^2}{3^5 2^4} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \end{aligned} \quad (\text{E.71})$$

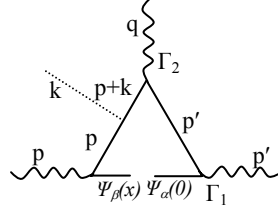
bulunur. (E.71), (E.58)’de yerine yazıldığında

$$\langle \bar{\psi}_{\alpha}^a(0) \nabla_{\lambda} \nabla_{\lambda'} \nabla_{\lambda'} \psi_{\beta}^b(0) \rangle = -\frac{i g^2}{3^5 2^4} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \delta^{ab} (\gamma_{\lambda} \delta_{\lambda'\lambda''} - 5 \gamma_{\lambda'} \delta_{\lambda\lambda''} + \gamma_{\lambda''} \delta_{\lambda'\lambda})_{\beta\alpha} \quad (\text{E.72})$$

“Ek-2’nin devamı”

elde edilir.

Bir dış alanlı kuark yoğunlaşma Feynman çizimi Ek Şekil 3.’de verilmiştir.



Ek Şekil 3. Bir dış alanlı kuark yoğunlaşma Feynman çizimi

Şekil 3.’deki Feynman çiziminin matris elemanı

$$M_3 = N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p+k) \Gamma_4 A_\rho^a(y) D(p) \Gamma_3]_{\alpha\beta} \psi_\beta^a(x) \rangle \quad (\text{E.73})$$

dir. Bu ifadede fermiyon alanının birinci terimi ve potansiyel alanının birinci terimi yazıldığında

$$\begin{aligned} M_3(5d) &= N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ \Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p+k) \Gamma_4 \left( -\frac{i}{2} G_{\mu\nu}^c(0) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \frac{\partial}{\partial k_\nu} (2\pi)^4 \delta^4(k) \right) D(p) \Gamma_3 \right]_{\alpha\beta} \psi_\beta^b(0) \rangle \quad (\text{E.74}) \\ &= N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) G_{\mu\nu}^c(0) \psi_\beta^b(0) \rangle [\dots] \end{aligned}$$

olur. Burada

$$\langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) G_{\mu\nu}^c(0) \psi_\beta^b(0) \rangle = D(\sigma_{\mu\nu})_{\beta\alpha} \left( \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ji} \quad (\text{E.75})$$

dir. Bu eşitlik  $(\sigma_{\mu\nu})_{\alpha\beta}$  ile çarpılır ve ara işlemler yapıldığında

“Ek-2’nin devamı”

$$(\sigma_{\mu\nu})_{\alpha\beta} \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) G_{\mu\nu}^c(0) \psi_\beta^b(0) \rangle = D(\sigma_{\mu\nu})_{\beta\alpha} \left( \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ji} (\sigma_{\mu\nu})_{\alpha\beta}$$

$$D = \frac{1}{192} \left\langle \bar{\psi} G_{\mu\nu}^c \sigma_{\mu\nu} \frac{\lambda^c}{2} \psi \right\rangle \quad (\text{E.76})$$

olarak hesaplanır. (E.76), (E.74)’de yerine yazıldığında

$$\langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) G_{\mu\nu}^c(0) \psi_\beta^b(0) \rangle = \frac{1}{192} \left\langle \bar{\psi} G_{\mu\nu}^c \sigma_{\mu\nu} \frac{\lambda^c}{2} \psi \right\rangle (\sigma_{\mu\nu})_{\beta\alpha} \left( \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ji} \quad (\text{E.77})$$

elde edilir.

(E.73) eşitliğinde fermiyon alanının ikinci terimi ve potansiyel alanının birinci terimi yazılırsa

$$\begin{aligned} M_3(6d)_1 &= N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \left[ \Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p+k) \Gamma_4 \left( -\frac{i}{2} G_{\mu\nu}^c(0) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \frac{\partial}{\partial k_\nu} (2\pi)^4 \delta^4(k) \right) D(p) \Gamma_3 \right]_{\alpha\beta} x_\sigma \nabla_\sigma \psi_\beta^b(0) \rangle \\ &= N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\sigma G_{\mu\nu}^c(0) \psi_\beta^b(0) \rangle [\dots] \end{aligned} \quad (\text{E.78})$$

olur. Burada

$$\langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\sigma G_{\mu\nu}^c(0) \psi_\beta^b(0) \rangle = \left[ E(\delta_{\zeta\mu} \gamma_\nu - \delta_{\sigma\nu} \gamma_\mu) + iF \varepsilon_{\sigma\mu\nu\lambda} \gamma_5 \gamma_\lambda \right]_{\beta\alpha} (\lambda^c)^{ba} \quad (\text{E.79})$$

dir. Bu eşitlik  $(\gamma_\sigma)_{\alpha\beta}$  ile çarpıldığında

$$\begin{aligned} (\gamma_\sigma)_{\alpha\beta} \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\sigma G_{\mu\nu}^c(0) \psi_\beta^b(0) \rangle &= E(\gamma_\sigma)_{\alpha\beta} (\delta_{\zeta\mu} \gamma_\nu - \delta_{\sigma\nu} \gamma_\mu)_{\beta\alpha} \\ &\quad + iF(\gamma_\sigma)_{\alpha\beta} (\varepsilon_{\sigma\mu\nu\lambda} \gamma_5 \gamma_\lambda)_{\beta\alpha} \end{aligned} \quad (\text{E.80})$$

“Ek-2’nin devamı”

elde edilir.

$$\varepsilon_{\sigma\mu\nu\lambda}\gamma_{\sigma}\gamma_{\lambda}\gamma_5 = i(\gamma_{\mu}\gamma_{\nu} - \gamma_{\nu}\gamma_{\mu}) \quad (\text{E.81})$$

eşitliği kullanılarak

$$F = -E \quad (\text{E.84})$$

sonucuna varılır. (E.79) eşitliği  $\delta_{\sigma\mu}(\gamma_{\sigma})_{\alpha\beta}(\lambda^c)^{ab}$  ile çarpıldığında

$$\begin{aligned} \delta_{\sigma\mu}(\gamma_{\sigma})_{\alpha\beta}(\lambda^c)^{ab}\langle\bar{\psi}_{\alpha}^a(0)\nabla_{\sigma}G_{\mu\nu}^c(0)\psi_{\beta}^b(0)\rangle &= [E(\delta_{\sigma\mu}\gamma_{\nu} - \delta_{\sigma\nu}\gamma_{\mu}) + iF\varepsilon_{\sigma\mu\nu\lambda}\gamma_5\gamma_{\lambda}]_{\beta\alpha} \\ &\times \delta_{\sigma\mu}(\gamma_{\sigma})_{\alpha\beta}(\lambda^c)^{ab}(\lambda^c)^{ba} \end{aligned}$$

olur. Burada yukarıda yapılan hesaplara benzer şekilde gerekli işlemler tamamlandıktan sonra

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{3 \cdot 2^8} \langle \bar{\psi} \lambda^c \gamma_{\nu} \nabla_{\sigma} \psi G_{\mu\nu}^c \rangle \\ &= \frac{1}{3 \cdot 2^8} \left\langle \bar{\psi} \frac{\lambda^c}{2} \gamma_{\nu} \psi (D_{\nu} G_{\mu\nu})^c \right\rangle \end{aligned} \quad (\text{E.83})$$

olarak hesaplanır. (E.69) eşitliği kullanılarak

$$\begin{aligned} E &= \frac{g}{3 \cdot 2^{10}} \langle \bar{\psi} \lambda^c \gamma_{\nu} \psi \cdot \bar{\psi} \lambda^c \gamma_{\nu} \psi \rangle \\ &= \frac{g}{3^3 \cdot 2^6} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \end{aligned} \quad (\text{E.84})$$

elde edilir. (E.84) eşitliği (E.79)’da yerine yazılırsa



“Ek-2’nin devamı”

$$\langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) \nabla_\sigma G_{\mu\nu}^c(0) \psi_\beta^b(0) \rangle = \frac{g}{3^3 \cdot 2^6} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left[ \delta_{\sigma\mu} \gamma_\nu - \delta_{\sigma\nu} \gamma_\mu - i \varepsilon_{\sigma\mu\nu\lambda} \gamma_5 \gamma_\lambda \right]_{\beta\alpha} (\lambda^c)^{ba} \quad (\text{E.85})$$

sonucuna ulaşılır.

(E.73) eşitliğinde (1.33) fermiyon alanının birinci terimi ve (1.34) potansiyel alanının ikinci terimi yazılırsa

$$\begin{aligned} M_3(6d)_2 &= N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) [\Gamma_1 D(p') \Gamma_2 D(p+k) \Gamma_4 \\ &\quad \times \left( -\frac{1}{3} (2\pi)^4 (D_{\lambda'} G_{\lambda\rho}(0))^a \frac{\partial^2}{\partial k_{\lambda'} \partial k_\lambda} \delta^4(k) + \dots \right) D(p) \Gamma_3 \Big]_{\alpha\beta} \psi_\beta^b(0) \rangle \quad (\text{E.86}) \\ &= N_c \langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) D_{\lambda'} G_{\lambda\rho}(0) \psi_\beta^b(0) \rangle [\dots] \end{aligned}$$

olur. Burada

$$\langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) D_{\lambda'} G_{\lambda\rho}(0) \psi_\beta^b(0) \rangle = G (\delta_{\lambda'\rho} \gamma_\lambda - \delta_{\lambda\lambda'} \gamma_\rho) (\lambda^c)^{ab} \quad (\text{E.87})$$

dir. (E.87) ifadesinin her iki yanını  $\delta_{\lambda'\rho} (\gamma_\sigma)_{\alpha\beta} (\lambda^c)^{ba}$  ile çarpılıp,  $D_{\lambda'} G_{\lambda\rho}^c = \frac{1}{2} g \bar{\psi} \gamma_\lambda \lambda^c \psi$

ifadesi kullanılarak

$$G = \frac{g}{3^2 \cdot 2^5} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \quad (\text{E.88})$$

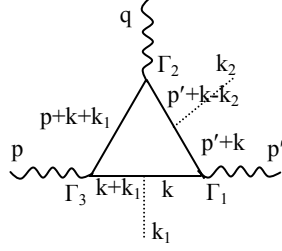
elde edilir. (E.88), (E.87) eşitliğinde yerine yazıldığında

$$\langle \bar{\psi}_\alpha^a(0) G_{\lambda\rho}^a(0) D_{\lambda'} \psi_\beta^a(0) \rangle = -\frac{g^2}{3^3 2^4} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2 \left( \frac{\lambda^c}{2} \right)^{ji} (\delta_{\lambda'\rho} \gamma_\lambda - \delta_{\lambda\lambda'} \gamma_\rho)_{\beta\alpha} \quad (\text{E.89})$$

olur.

“Ek-2’nin devamı”

Glüon yoğunlaşma Feynman çizimi Ek Şekil 4.’de verilmiştir. Bu Feynman çiziminden 4-boyutlu katkı gelir.



Ek Şekil 4. Glüon yoğunlaşma Feynman çizimi

Ek Şekil 4.’deki Feynman çizimi için analitik ifade

$$M_4 = N_c \langle 0 | D(k+k_1) \Gamma_4 A_\rho^a D(k) \Gamma_1 D(k+p') \times \Gamma_5 A_\rho^b D(p'+k-k_2) \Gamma_2 D(p+k+k_1) \Gamma_3 | 0 \rangle \quad (\text{E.90})$$

dir. Bu eşitlikte fermiyon alanının birinci terimi ve potansiyel alanının birinci terimi yazılırsa

$$M_4(4d) = \langle 0 | G_{\mu\nu}^a G_{\rho\sigma}^b | 0 \rangle [\dots] \quad (\text{E.91})$$

elde edilir. Burada  $a, b = 1, 2, \dots, 8$  olmak üzere

$$\langle 0 | G_{\mu\nu}^a G_{\rho\sigma}^b | 0 \rangle = A \delta^{ab} (\delta_{\mu\rho} \delta_{\nu\sigma} - \delta_{\mu\sigma} \delta_{\nu\rho}) \quad (\text{E.92})$$

dir. (E.92) eşitliği  $\delta^{ba} \delta_{\rho\mu} \delta_{\sigma\nu}$  ile çarpıldığında

$$\delta^{ba} \delta_{\rho\mu} \delta_{\sigma\nu} \langle 0 | G_{\mu\nu}^a G_{\rho\sigma}^b | 0 \rangle = A \delta^{ab} \delta^{ba} \delta_{\rho\mu} \delta_{\sigma\nu} (\delta_{\mu\rho} \delta_{\nu\sigma} - \delta_{\mu\sigma} \delta_{\nu\rho}) \quad (\text{E.93})$$

**“Ek-2’nin devamı”**

olur. Daha önceki hesaplara benzer hesaplar yapıldığında

$$A = \frac{1}{96} \langle G^2 \rangle \quad (\text{E.94})$$

elde edilir. (E.94) eşitliği (E.92)’de yerine yazıldığında ise

$$\langle 0 | G_{\mu\nu}^a G_{\rho\sigma}^b | 0 \rangle = \frac{1}{96} \langle G^2 \rangle \delta^{ab} (\delta_{\mu\rho} \delta_{\nu\sigma} - \delta_{\mu\sigma} \delta_{\nu\rho}) \quad (\text{E.95})$$

sonucuna ulaşılır.

### 6.3. Ek 3. Borel (Ters Laplace) Dönüşümü

Borel dönüşümünün özü  $Q^2$ 'ye göre yeterli sayıda türev almaktır. Fakat  $Q^2$  sonsuza giderse türevlerin sayısı  $n$  isteksel olarak büyür. Bundan dolayı  $Q^2 \rightarrow \infty$ ,  $n \rightarrow \infty$ ,  $(Q^2/n) \equiv M^2$  limiti alınabilir. Bu şekilde  $Q^2$ 'nin Borel kütlesi adıyla yeni bir değişken  $M^2$  kullanılır. Borel dönüşümü

$$B_{M^2} \Pi(q^2) = \lim_{\substack{-q^2, n \rightarrow \infty \\ (-q^2/n) = M^2}} \frac{(-q^2)^{(n+1)}}{n!} \left( \frac{d}{d q^2} \right)^n \Pi(q^2) \quad (\text{E.96})$$

olarak tanımlanır. Örneğin,

$$B_{M^2} (q^2)^k = 0 \quad (\text{E.97})$$

$$B_{M^2} \left( \frac{1}{(-q^2)^k} \right) = \frac{1}{(k-1)!} \frac{1}{(M^2)^{(k-1)}} \quad (\text{E.98})$$

$$B_{M^2} \left( \frac{1}{(m^2 - q^2)^k} \right) = \frac{1}{(k-1)!} \frac{e^{\frac{m^2}{M^2}}}{(M^2)^{(k-1)}} \quad (\text{E.99})$$

$$B_{M^2} e^{-\alpha q^2} = \delta \left( \frac{1}{M^2} - \alpha \right) \quad (\text{E.100})$$

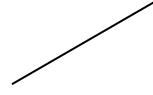
$$B_{M^2} \left( \frac{1}{s + Q^2} \right) = e^{\frac{-s}{M^2}} \quad (\text{E.101})$$

dir.

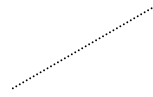
## 6.4. Ek4. Bazı Feynman Kuralları

### 6.4.1. Dış parçacıklar

a) Kuark ileticisi:



b) Glüon ileticisi



c) Dış akımlar



### 6.4.2. İleticiler ve Köşeler

a) Kuark ileticisi

$$D(p) = \frac{i}{p - m} \quad (\text{E.101})$$

b) Glüon ileticisi

$$D_{G\alpha\beta}^{ab}(k) = -g_{\alpha\beta} \delta^{ab} \frac{i}{k^2} \quad (\text{E.102})$$

**“Ek-4’ün devamı”**

c) Kuark-glüon köşesi  $ig \gamma_\mu \left( \frac{\lambda^a}{2} \right)$  (E.103)

d) Kuark-foton köşesi  $-ie_q \gamma_\mu$  (E.104)

## ÖZGEÇMİŞ

Melahat Bayar 19.07.1976 tarihinde Rize’de doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini İstanbul’da sırasıyla Ergenekon İlkokulu, Semiha Şakir Ortaokulu ve Kadir Has Lisesi’nde tamamladı. 1993-1994 eğitim-öğretim yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü’nü kazandı. Üniversite öğrenimi sırasında Dağcılık ve Paraşütçülük eğitimi aldı. Temmuz 1997’de Fen-Edebiyat Fakültesi üçüncüsü ve Fizik Bölüm birincisi olarak mezun oldu. Aynı yıl Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Programı’na başladı. İngilizce hazırlık programından sonra kaydını iki yarıyıl dondurup Milli Eğitim Bakanlığı kadrosunda Mardin Merkez Nur Mahallesi İlköğretim Okulu ve Arsin Çardaklı İlköğretim Okulu’nda görev yaptı. Aralık 1999’da Fen Bilimleri Enstitü’sü tarafından araştırma görevlisi olarak atandı. Ocak 2002 tarihinde Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Programı’ndan mezun oldu. Şubat 2002’de Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı Doktora Programı’na başladı. İngilizce bilmektedir.

### SCI Yayınları

- 1) C. Aydın, M. Bayar, “ $Z \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  Decay in Beyond Standard Model” Mod. Phys. Lett. A, vol. **17**, no.13(2002).
- 2) C. Aydın, A. H. Yılmaz, and M. Bayar, “ $g_{\phi\pi\gamma}$  coupling constant in light cone QCD sum rules” , J. Phys. G**31** (2005) 611-616.
- 3) C. Aydın, M. Bayar, A. H. Yılmaz, “ $g_{a_0\rho\gamma}$  and  $g_{f_0\rho\gamma}$  coupling constants in three point QCD sum rules”, Phys. Rev. D **73**, 074020 (2006).
- 4) C. Aydın, M. Bayar, A. H. Yılmaz, “Investigation of  $g_{f_0\rho\gamma}$  and  $g_{a_0\rho\gamma}$  coupling constants in light cone sum rules” Eur. Phys. J. C. **48** 1 (2006) 111-115.