

17924.

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI
FİZİK PROGRAMI

İSTİFLİ POLİVİNİLKORÜR (PVC) YAPISININ MEKANİKSEL
ANİZOTROPİSİNİN ULTRASONİK TEKNİKLE İNCELENMESİ

Y. G.
Yükseköğretim Kurulu
Dokümantasyon Merkezi

DOKTORA TEZİ

H.Sinan ÖZKAN

AĞUSTOS 1991
TRABZON

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI
FİZİK PROGRAMI

İSTİFLİ POLİVİNİLKORÜR (PVC) YAPISININ MEKANİKSEL
ANİZOTROPİSİNİN ULTRASONİK TEKNİKLE İNCELENMESİ

H.Sinan ÖZKAN

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde
"Doktor"
Ünvanının Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 8.8.1991
Tezin Sözlü Savunma Tarihi : 29.11.1991

Tez Danışmanı : Yrd.Doç.Dr. Taner OSKAY

Jüri Üyesi : Prof.Dr. Mustafa ALTUNBAŞ

Jüri Üyesi : Prof.Dr. Yahya Kemal YOĞURTCU

Enstitü Müdürü : Doç.Dr. Temel SAVAŞKAN Y.

AĞUSTOS 1991
TRABZON

ÖNSÖZ

Bu çalışmada; farklı çekme oranlarında tek yönlü çekilmiş polivinilklorür örnekleri, çekme eksenleri paralel ve dik olacak şekilde istiflenmiştir. İstiflenmiş yapıların, kazandığı mekaniksel anizotropinin elastik simetrisi kuramsal ve deneysel olarak araştırılmıştır. Deneysel çalışmada, ultrasonik dalga tekniği kullanılmıştır.

Deneysel çalışmanın tüm aşamaları, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fizik Bölümündeki Katıhal Fiziği Araştırma Laboratuvarının olanakları ile gerçekleştirilmiştir.

Problemin ortaya konuluşundan çözümlenmesine değin; destek ve yardımını gördüğüm, Hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Taner OSKAY'a ve emeği geçen tüm arkadaşlara teşekkür ederim.

H. Sinan ÖZKAN

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	11
ÖZET	1v
SUMMARY	vi
BÖLÜM 1.	1
1.1. GİRİŞ	1
1.2. POLİMERLERİN FİZİKSEL YAPILARI	2
BÖLÜM 2. KATILARIN ELASTİK ÖZELLİKLERİ	5
2.1. LİNEER ESNEKLİK	5
2.2. ZORLAMA	6
2.3. ZORLANMA.....	8
2.4. HAREKET DENKLEMİ VE DENGE	11
2.5. ELASTİK SERTLİK VE UYUM	12
BÖLÜM 3. SONSUZ BİR ELASTİK KATIDA DALGA YAYILIMI	15
BÖLÜM 4. İSTİFLİ ORTAMLAR	24
4.1. SINIR KOŞULLARI	24
4.2. İSTİFLİ ORTAMLARDA ORTALAMA ELASTİK SABİTLERİ ..	27
BÖLÜM 5. DENEYSSEL ÇALIŞMA	46
5.1. GİRİŞ	46
5.2. YÖNLENDİRME İŞLEMİ VE ÖRNEKLERİN HAZIRLANIŞI ...	46
5.3. ÇEKİLMİŞ ÖRNEKLERİN İSTİFLENMESİ	51
5.4. ÖLÇÜM METODU VE DENEY DÜZENEGİ	53
5.5. HIZ ÖLÇÜMLERİ	54
BÖLÜM 6. ÖLÇÜM SONUÇLARI VE DEĞERLENDİRİLMELERİ	67
BÖLÜM 7. SONUÇ VE TARTIŞMA	102
KAYNAKLAR	107
EKLER	110
EK-1. DEĞİŞİK KRİSTAL SİMETRİLERİ İÇİN ELASTİK UYUM VE SERTLİK TENSÖRLERİ	110
EK-2. BOND MATRİSLERİ	113
EK-3. İZOTROP VE ANİZOTROP KATILAR İÇİN CHRISTOFFEL EŞİTLİKLERİ	114
ÖZGEÇMİŞ	116

ÖZET

Polimerler; molekül zincirlerinin çeşitli yöntemlerle yönlendirilmeleri sonucunda, anizotrop fiziksel özellik kazanmaktadırlar. Tek başlarına izotrop fiziksel davranış gösteren materyallerin; jeolojik oluşumlar sonucunda tabakalaşmaları (stratified) ya da birleşik (composite) hale getirilmeleri veya kontrplak (plywood) yapısında olduğu gibi istiflenmeleri, yapıya anizotrop fiziksel özellik kazandırmaktadır.

Bu çalışma; kuramsal ve deneysel olmak üzere iki aşamada yapılmıştır. Enine izotrop iki ortamın, izotrop düzlemleri birbirine paralel ve birbirine dik olacak şekilde istiflenmeleri halinde, her iki istif şeklinin ortalama elastik sertlik sabitleri için, istifi meydana getiren tabakaların kalınlıklarına ve elastik sertlik sabitlerine bağlı ifadeleri kuramsal olarak türetilmiştir. Günlük yaşantımızda sıkça karşılaştığımız ve geniş bir kullanım alanına sahip olan PVC (polivinilklorür) tabakalarının; farklı çekme oranlarında tek yönlü çekilip, çekme eksenleri birbirine paralel ve dik olarak istiflenmeleriyle elde edilen her iki yapının kazanacağı mekaniksel anizotropi deneysel olarak araştırılmıştır. Hazırlanan istif örneklerinin, çekme eksenlerine göre tanımlanmış olan esas eksen doğrultularında ve üç esas düzlemde ultrasonik dalgaların yayılma hızları, daldırma tekniği kullanılarak 2 Mhz frekansta ve 22°C sabit sıcaklıkta ölçülmüştür. İstiflenmiş örneklerde ultrasonik hız ölçümlerinin, daldırma tekniği ile de yapılabileceği gösterilmiştir. Boyuna dalga hızı ölçümleri, 0°-30° aralığında; enine dalga hızı ölçümleri ise, boyuna dalgaların iç tam yansımaya uğradığı kritik gelme açısından sonra yapılmıştır. PVC de kritik açı değerinin oldukça büyük olmasından ötürü, enine dalga hızı ölçümleri 50°-60° aralığında yapılabilmektedir. Boyuna hız ölçümleri ±%1, enine hız ölçümleri ise enine atmaların gözlenen şekillerinin basıklığından ötürü ±%2 doğrulukla gerçekleştirilmiştir.

Tek yönlü çekilmiş örneklerin ve istiflenmiş örneklerin elastik sertlik sabitleri, örneklerin üç esas düzleminde belirli yayılma açılarında ölçülmüş hız değerlerinden deneysel olarak hesaplanmıştır. Sonuçlar, istiflenmiş örnekler için kuramsal olarak türetilen ifadelerden elde edilenler ile kıyaslandı. Tek yönlü yönlendirilmiş örneklerde, hegzagonal simetriye uygun olarak beş bağımsız elastik sertlik sabiti hesaplandı ve bu sabitlerin çekme oranı cinsinden ifadeleri verildi. Tabaka kalınlıkları değişmeyen ancak çekme oranları farklı olan örneklerin, çekme eksenleri paralel olacak şekilde istiflenmeleri ile elde edilen yeni örneklerin, tek yönlü yönlendirilmiş örneklerde olduğu gibi beş bağımsız ortalama elastik sertlik sabitine sahip oldukları gösterildi. Böylece bu tür yapıların enine izotrop, yani hegzagonal elastik simetriye sahip olacakları doğrulanmış oldu. Tek yönlü çekilmiş PVC tabakaları gibi davranan bu tür istiflenmiş yapıların

eşdeğeri olabilecek bir PVC örneğinin, tek yönlü çekme ile elde edilip edilemeyeceği araştırıldı. İstifi meydana getiren tabakaların çekme oranlarına ve yüzdelerine bağlı olarak istiflenmiş yapı ile aynı anizotropiye sahip olacak tek yönlü yönlendirilmiş örneğe ait etkin çekme oranı tanımlandı. Farklı çekme oranlarındaki örneklerin, çekme eksenleri dik olacak şekilde istiflenmeleri ile elde edilen istif örneklerinin farklı iki elastik simetriye sahip olacakları gösterilmiştir. Bunlardan biri, eşit çekme oranlarına sahip iki tabakanın istiflenmesi durumunda yapının altı bağımsız ortalama elastik sabitine, yani tetragonal elastik simetriye; diğeri de, farklı çekme oranına sahip iki tabakanın istiflenmesi halinde de yapının dokuz bağımsız ortalama elastik sertlik sabitine, yani ortorombik elastik simetriye sahip olacaktır.

SUMMARY

Polymers gain physical anisotropy due to the orientation of the molecular chains by various techniques. Materials showing the behaviour of physical isotropy themselves may develop physical anisotropy in their structure as a result of stratification or composition in geological formations or stratification as in plywood.

This study has been carried out in two categories, theoretical and experimental. Considering two transversely isotropic mediums stratified either their isotropy planes parallel or perpendicular to each other, theoretical expressions of the average elastic stiffness constants have been derived for both stratifications depending on the thicknesses and elastic stiffness constants of the layers forming the stratifications. Experimentally first drawing PVC (Polyvinyl Chloride) sheets, which we often come across in everyday life and have wide range of usage, uniaxially with different draw ratios then stratifying them with draw axes parallel and perpendicular to each other the mechanical anisotropy gained by both structures has been investigated. For the prepared stratification samples, ultrasonic wave propagation velocities along the principal axes and in the three principal planes defined with respect to draw axes are measured using the immersion technique at a frequency 2Mhz and a constant temperature 22°C. It is shown that ultrasonic velocity measurements in the stratified samples can also be done with the immersion technique. Longitudinal wave velocity measurements are carried out in the range 0°-30°, but transverse wave velocity measurements are done at angles greater than the critical angle at which longitudinal waves undergo complete inner reflection. In PVC, because of the rather big critical angle value transverse wave velocity measurements could only be done in the range 50°-60°. While the accuracy of longitudinal velocity measurements turn out to be ±1%, for transverse velocity measurements due to the lowness of observed transverse pulse figures the accuracy is only ±2%.

Elastic stiffness constants of samples stretched in one direction and stratified samples are calculated phenomenally from velocities measured at certain propagation angles in the three principal planes. The results are compared with the ones obtained from theoretical expressions which is derived for stratified samples. In uniaxially oriented samples, five independent elastic stiffness constants appropriate to the hexagonal symmetry are calculated and expressions of these in terms of draw ratio are given. It is shown that new samples obtained by stratifying samples the same thickness but different draw ratios have again five independent average elastic stiffness constants as in the uniaxially oriented samples. Thus, it is confirmed that this type of structures will have the transversal isotropy, i.e. hexagonal elastic symmetry. It

is investigated that by stretching in one direction whether it is possible to obtain a PVC sample equivalent to this type of stratified structure and behaving like uniaxially oriented PVC sheets. Depending on draw ratios and percentages of layers forming the stratification, an effective draw ratio related to the uniaxially oriented sample which has the same anisotropy with the stratified structure has been defined. It is shown that stratification samples obtained from samples of different draw ratios with their draw axes perpendicular to each other will have two different elastic symmetry. One of these, which is obtained by stratifying two sheets with equal draw ratios, has six independent average elastic constants and the other, which is obtained by stratifying two sheets with different draw ratios, has nine independent average elastic stiffness constants, i.e. orthorhombic elastic symmetry.



1.BÖLÜM

1.1 GİRİŞ

Yiyeceklerin, giyeceklerin, yapı ve taşıt malzemelerinin temel ögesi olan polimerik maddeler, son derece karmaşık ve büyük moleküllerden oluşurlar. Moleküllerin büyük ve karmaşık oluşu, bu maddelerin son derece değişik ve üstün özellik göstermelerine yol açar. Doğal organik moleküllerin yapıları 1920 yıllarından sonra, çağdaş fiziksel ölçme yöntemleri ve kimyasal analiz yöntemlerinin gelişimi ile aydınlatılmış ve bu moleküllerin özelliklerini betimleyen ilkelerin bulunmasından sonra, değişik polimerizasyon reaksiyonları ile yapay polimerlerin üretimine geçilmiştir. Üretim maliyetlerinin düşük olması, hava şartlarından pek etkilenmemeleri, kolay işlenebilir olmaları v.b. özelliklerinden dolayı alışıl gelmiş materyallerin yerini almışlardır.

Molekül zincirlerinin birbirlerine göre olan düzeni (yönelme ve kristalinlik), yapının fiziksel özelliklerinin yöne bağlı olarak değişimine neden olur. Doğal polimerler de moleküler yönelme, büyüme aşamasında oluşur. Örneğin, gürgen ağacında bu olay, ağacın büyüme doğrultusundaki ve ona dik düzlemdeki fiziksel özelliklerini değiştirip yapının ortorombik simetri sergilemesini sağlar. Diğer taraftan; izotrop özellik gösteren kumtaşı ve kireçtaşı jeolojik oluşumlar sırasında tabakalaşmaları sonucunda yapı enine izotrop özellik, yani hegzagonal simetri gösterir. Polimerler; PVC de olduğu gibi ticari işlemler ile hazırlanırken genellikle yönelmezler. Ancak, yapay polimerlerin bazılarında polimerizasyon sırasında yönelme oluşumları gözlenir. Yönlendirme, bir takım işlemler sonucunda meydana getirilir. Örneğin; tek yönlü çekme, iki yönlü çekme, yapraklaştırma (laminated), haddelme (rolling), haddelme ve tavlama, kıvrırma (corrugate) işlemleri sonucunda

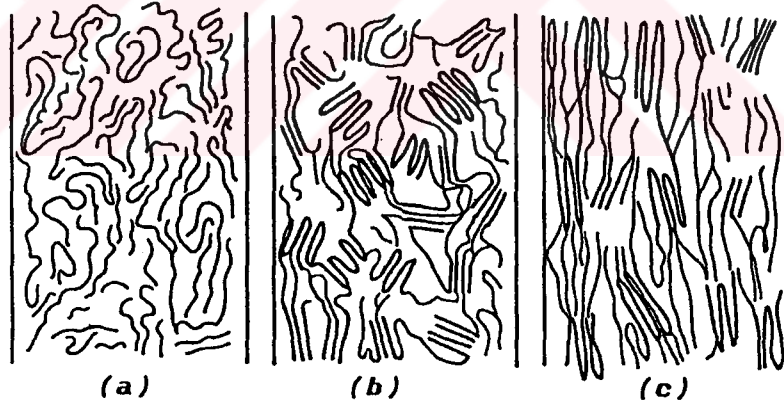
yapıların, fiziksel özelliklerinde yöne bağlı olarak değişmeler olup, farklı simetri özellikleri sergilerler. Polimer, camsı geçiş sıcaklığının (the glass transition temperature) üstünde ve erime sıcaklığının altında çekilerek karmaşık halde bulunan molekül zincirlerinin çekme yönü boyunca yönelmeleri sağlanır. Polimerler; tek yönlü yönlendirme ile yönelme eksenini içeren tüm düzlemlerde mekaniksel anizotropi kazanırken, yönelme eksenine dik düzlemler izotrop kalmaktadır. Enine izotrop olarak adlandırılan böyle bir yapı hekzagonal simetriye uygun olarak beş bağımsız elastik sertlik sabiti (elastic stiffness constant) ile betimlenir. Haddelene, haddelene ve tavlama veya bazı ticari tek yönlü çekme işlemleri ile yönlendirilmiş polimer filmler, enine izotrop simetriden ziyade ortorombik simetriye sahiptirler [1]. Kontrplak yapısı enine izotropdur [2]. Kıvrılmış ve takviye edilmiş tabakalar için gerçek tabakanın, düzgün kalınlıklı eşdeğer bir tabaka ile değiştirilebileceği varsayılmış ve elastik özellikleri de uygun bir şekilde düzeltilmiştir [2]. Kontrplak için ise gerçek tabaka, eşdeğer kalınlıklı homojen bir tabaka ile kendisine uygulanmış zorlama sistemine baştan başa aynı yanıtı verecek elastik sabitlerine sahip, homojen bir tabaka ile yer değiştirir. Kalınlığı yanal boyutlarına göre çok küçük olacak şekilde tabakalanmış ortam homojen olup anizotropdur. Simetri karakteri hekzagonal bir kristalinki gibidir, yani elastik davranışlarının tam bir tanımı için beş elastik sabiti vermek yeterli ve gereklidir [3,4].

1.2.POLİMERLERİN FİZİKSEL YAPILARI

Polimerler genellikle kovalent bağlarla bağlanmış atomlardan oluşan uzun molekül zincirlerinden meydana gelmiştir. Molekül zincirlerin uzaydaki düzeni, polimerin fiziksel yapısını ortaya koyar. Bu yapı, bir tek molekül zincirinin dönme farkı ile düzenlenişi veya molekül zincirlerinin birbirlerine göre yerleşimleriyle belirlenir. Zincirlerin; bir izomerik biçimden diğerine geçiş yapabilmesi için bir potansiyel

engelinin ya termal enerji ya da uygulanan zorlama ile aşılması gerekir. Molekül zincirlerinin birbirlerine göre düzenlenişleri gözönüne alındığında iki farklı durum ortaya çıkar. Bunlardan biri, molekülün yönelmesi diğeri de kristalliktir.

Pekçok polimer eriyik halinden soğutulduğu zaman, molekül zincirlerinin birbirlerine göre dizilişi; zincir dizilişi bakımından hiçbir özellik taşımayan çoğunlukla rastgele oluşmuş molekül yumakları şeklindedir (Şekil 1.1.a). Böyle yapılar amorf yapı olarak adlandırılır. Polimetilmetakrilat, polistiren, polivinilklorür bu tür yapılara örnektir. Böyle polimerlere, değişik çekme işlemleri uygulanırsa molekül zincirleri çekme yönü boyunca karmaşık yapıdan uzaklaşarak dizi-
lim eğilimi gösterirler. Dışardan uygulanan zorlama ile az da olsa bir düzenin sağlandığı böyle polimerlere yönlendirilmiş amorf polimerler denir ve bu yönelme optik yöntemlerle gözle-
nebilir.

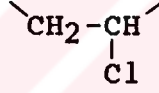


Şekil 1.1. (a) Yönlendirilmemiş amorf, (b) kristalin ve (c) yönlendirilmiş kristalin polimerin şematik gösterimi.

Polietilenteraftalat da olduğu gibi bir çok polimer eriyiği yavaşça soğutulunca kristalleşme görülebilir. Böyle polimerlere ise kristalin polimerler denir (Şekil 1.1.b). Bu tür polimerler çekildiklerinde, moleküler yönelme belirlediği gibi, yönelmiş polimerlerin yanyana gelerek uygun üç boyutlu bir yerleşimle küçük bölgesel lamel kristallerin bükülmüş kümeleri de oluşabilir (Şekil 1.1.c). Kristalin yapıya sahip

polimerler, x-ışınları altında kristal kümelerinden kesikli yansımalar, amorf bölgelerden yayınlık saçılmalar verir [5]. x-ışını çalışmaları, normal olarak ticari yöntemlerle hazırlanmış PVC polimerinin esasen amorf olduğunu bununla beraber %5 gibi az miktarda kristalinlik içerdiğini göstermiştir [6]. Bazı araştırmacılar, PVC için dönüşümlü (syndiotactic) yapı ile uyuşan 5.1 Å luk bir tekrarlamaya mesafesi belirleyen kristalin zonlarını incelemişlerdir [6]. Daha sonraki araştırmacılar NMR tekniği kullanarak ticari PVC nin yaklaşık olarak %55 syndiotactic ve kalan miktarın çoğunlukla atactic yapıda olduğunu belirlemişlerdir.

Lineer bir zincir yapısına sahip ve termoplastik bir materyal olan PVC nin zincir yapı taşı,



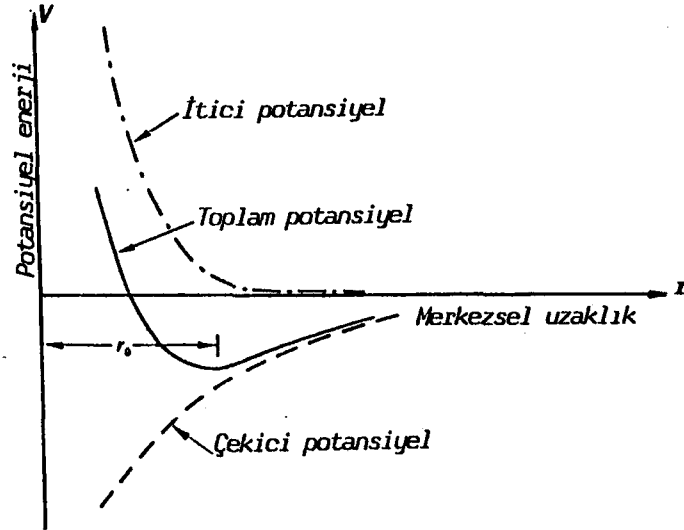
vinilklorür monomeridir. Klor atomunun varlığı zincirler arası çekimi arttırdığı gibi, polimerin sertlik ve katılığında artışa neden olur. C-Cl dipollerinden dolayı yapı polar özelliğe, yani yüksek düzeyde dielektrik sabitine sahip olup iyi bir yalıtkan maddesidir. Camı geçiş sıcaklığı 80°C olan PVC, -55°C ile 80°C arasındaki sıcaklıklarda çok kullanışlı bir polimerdir [6].

2.BÖLÜM

KATILARIN ELASTİK ÖZELLİKLERİ

2.1. LINEER ESNEKLİK

Katı bir cisime dış kuvvetler uygulandığı zaman katının genel hareketi; lineer öteleme, dönme ve şekil değişimini içerir. Lineer esneklik teorisinde, sadece zorlamanın zorlanma ile lineer olarak değiştiği şekil değişimleri dikkate alınır. Daha ileri teoriler; yüksek mertebede zorlanmalar, termal zorlanmalar, viskoz akışlar ve benzerleri için geliştirilmiştir. Geniş amaçlı sürekli bir teori için, esnek olayları geniş bir skalada açıklamak daha doyurucudur. Esnekliğin atomik bazlı teorisi; şekil değişimi etkilerinin ilgili atomlara çok yakın bölgede (bir veya iki atomik bölgede) incelenmesi istendiği zaman gerekli olur.



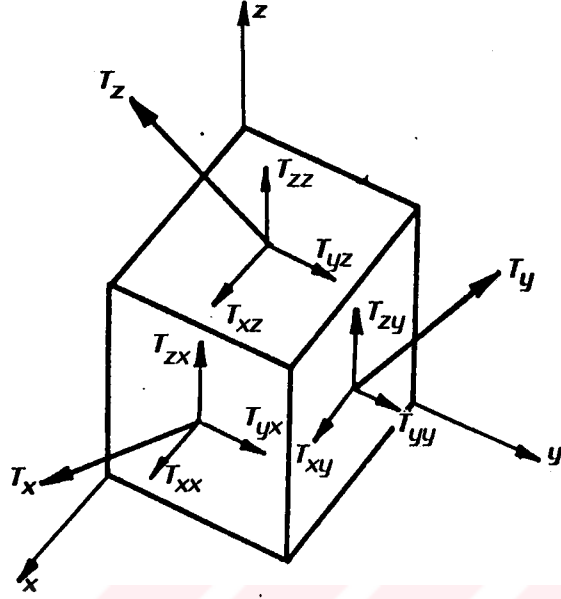
Şekil 2.1: Katıdaki atomlar arasındaki merkezsiz uzaklık ve potansiyel enerji arasındaki bağıntının şematik gösterimi. r_0 , minimum potansiyel enerjiye karşı gelen denge uzaklığıdır.

Katıdaki atomlar arasındaki V potansiyel enerjisinin, r mesafesi ile değişimi, Şekil 2.1 de verilmektedir. $F = -\partial V / \partial r$ olduğundan, başlangıçta r ile azalan uzun erişimli çekici bir potansiyel vardır. Ancak, atomik yörüngeler aşılmaya başlandığında, ortaya çıkan şiddetli kısa erişimli itici bir kuvvetle atomlar daha yakına itilirler. r_0 mesafesinde potansiyel enerji eğrisindeki minimumda ortaya çıkan itici ve çekici kuvvetler arasında denge vardır. Lineer esneklik teorisinin sınırları içinde; materyallerin elastik sabitlerinin, $V=f(r)$ eğrisinin r_0 denge noktasındaki eğriliğine bağlı olduğu gösterilebilir. Eğrilik sezilebilir oranda değişmiyor ise, sadece r_0 ın her bir tarafındaki küçük yer değiştirmelere izin verilebilir [7].

2.2. ZORLAMA (stress)

Bir katı cismin, küçük bir hacim elemanında genelde iki tip mekaniksel kuvvet etkindir. Bunlardan biri, kuvvetin cismin hacmine orantılı olduğu cisim kuvvetleri; diğeri de, kuvvetin yüzey alanı ile orantılı olduğu yüzey kuvvetleridir. Cismin herbir parçacığı üzerinde etkin olan yerçekimi kuvveti ilk tip kuvvete örnektir. Elastik bir cisme uygulanmış yüzey kuvvetleri ikinci tip kuvvete örnektir. Yüzey kuvvetlerinin etkisi altında kalan bir materyal cisim akustik olarak titreşir. Bu durumda uygulanan uyarım cisim içindeki parçacıkları doğrudan doğruya değil, komşu parçacıklar arasında etkin olan elastik kuvvetler (veya zorlamalar) aracılığı ile etkiler. Parçacıklar arasındaki zorlamalar; çekme kuvvetleri gibi (traction force) hacimden çok yüzey üzerinde etkilidir. Zorlama ve çekme kuvvetleri Newton/metre^2 (N/m^2) boyutundadır.

Titreşen bir ortamdaki zorlamalar; dik koordinat sistemlerinde, hacim elemanı olarak alınan, materyal parçacıkları üzerinde tanımlanırlar. Şekil 2.2 böyle bir kartezyen koordinat sistemini göstermektedir. Çekme kuvveti veya birim alan başına kuvvetler x, y ve z doğrultuları için;



Şekil 2.2: Bir cisim üzerindeki düzgün kuvvet varlığında hacim elemanın her bir yüzeyindeki zorlama bileşenleri.

$$\bar{T}_x = \hat{x}T_{xx} + \hat{y}T_{yx} + \hat{z}T_{zx}$$

$$\bar{T}_y = \hat{x}T_{xy} + \hat{y}T_{yy} + \hat{z}T_{zy} \quad (2.1)$$

$$\bar{T}_z = \hat{x}T_{xz} + \hat{y}T_{yz} + \hat{z}T_{zz}$$

dir. Bu kuvvetlerin T_{ij} ($i, j=x, y, z$) bileşenleri "zorlama bileşenleri" diye adlandırılır ve hacim elemanın $+j$ doğrultusuna dik olan yüzeyine etki eden kuvvetin i bileşeni diye tanımlanır.

T_{xx} , T_{yy} ve T_{zz} zorlamanın dik bileşenleri, T_{yx} , T_{zx} , T_{zy} v.b. zorlamanın makaslama bileşenleri diye adlandırılır. T_{ij} bileşenler takımı, zorlama tensörü diye adlandırılan ikinci mertebeli tensörün bileşenleridirler [8,9,10]. Cisim torunun olmadığı katı bir cismin koordinat eksenlerinin biri etrafında moment almakla, zorlama tensörünün simetrik olduğu ($T_{ij}=T_{ji}$) gösterilebilir. Böylece yalnız altı bağımsız zorlama bileşeni vardır. Dokuz elemanlı zorlama tensörü, kısaltılmış indis gösteriminde (Voigt gösterimi)

$$[T_{ij}] = \begin{bmatrix} T_{xx} & T_{yx} & T_{zx} \\ T_{xy} & T_{yy} & T_{zy} \\ T_{xz} & T_{yz} & T_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 & T_6 & T_5 \\ T_6 & T_2 & T_4 \\ T_5 & T_4 & T_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

şeklinde yazılır.

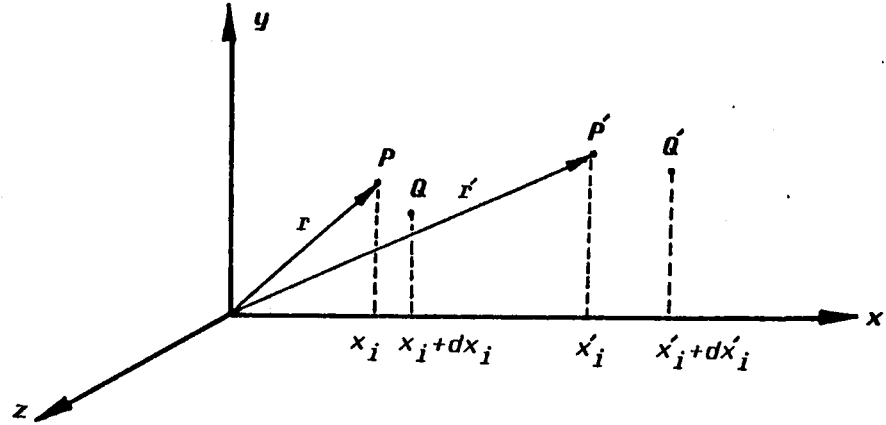
2.3. ZORLANMA (strain)

Şekilce değişebilir bir cisim; biçiminde veya hacminde veya her ikisinde birden değişime neden olan parçacıkları arasında görelî hareketlerin olabildiği bir cisimdir. Genelde, uygulanan kuvvetle meydana getirilen değişimler; örneğin uzunluğunda (boyuna), biçim değişmeksizin hacminde (hacim sıkışabilirliği) ve paralel tabakalarında (teğetsel veya makaslama) görelî bir değişimi içerebilir. Kuvvet kaldırıldıktan sonra, cisim orijinal büyüklüğünü ve biçimini yeniden kazanıyorsa şekil değişiminin "elastik" olduğu söylenir. Uygulanan kuvvetler tanımlanmış elastik limiti aşarsa, cisim üzerinde kalıcı bir değişme gerçekleşir. Kuvvetler yeteri derecede büyük olursa, cisim "plastik akış" veya "kopma" gösterecektir.

Katı bir cisimde yaratılmış zorlanmanın genel bir ifadesini türetmek için cisimde, konum koordinatları kartezyen eksenlere göre x_i olan bir P noktası düşünelim. P, x'_i koordinatlı yeni bir P' konumuna yerdeğişir ise, \bar{u} yerdeğiştirme vektörünün i. bileşeni,

$$u_i = x'_i - x_i \quad (2.3)$$

olarak tanımlanır. Şekil 2.3 deki gibi P noktasına yakın $x_i + dx_i$ koordinatlı ikinci bir Q noktası düşünelim. Cisim,



Şekil 2.3: Elastik bir cismin PQ elemanının şekil değişiminden sonra P'Q' elemanı oluşu.

şekil değişimine uğrarsa; PQ elemanı, P'Q' elemanı olur. P ; P' ye Q ; x'_i + dx'_i koordinatlı Q' ye hareket eder. O zaman Q nun yerdeğişimi,

$$\begin{aligned}
 u'_i &= (x'_i + dx'_i) - (x_i + dx_i) \\
 &= (x'_i - x_i) + (dx'_i - dx_i) \\
 &= u_i + du_i
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

dir. Böylece du_i , şekil değişiminin bir ölçümüdür. Çünkü $du_i = 0$ ise PQ elemanı, şekil değişimine uğramamıştır.

Taylor teoremini kullanarak ve yüksek dereceli terimler önemsenmeyerek

$$\begin{aligned}
 u'_i &= u_i + du_i = u_i + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dx_j + \dots \\
 &= u_i + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) dx_j - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) dx_j \\
 &= u_i + S_{ij} dx_j - W_{ij} dx_j
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

elde edilir. (2.5) denklemindeki ilk terim, bir vektörü gösterirken S_{ij} ve W_{ij} ikinci mertebeden bir tensörü gösterir.

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad i, j = x, y, z \quad (2.6)$$

simetrik bir tensör ($S_{ij}=S_{ji}$) olup, "zorlanma tensörü" diye adlandırılır. Böylece zorlanma tensörünün, dokuz olası bileşeninden yalnız altı bileşeni bağımsızdır. Üç bağımsız bileşenli W_{ij} tensörü, anti simetrik olup ($W_{ij}=-W_{ji}$) cismin saf bir dönmesi ile ilgilidir [8]. (2.5) denklemindeki son ifade Helmholtz teoremine göre ifade edilir. Bu teorem, cismin PQ elemanının keyfi bir yerdeğişimini; saf bir ötelenmesi (u_i), şekil değişmesi ($S_{ij}dx_j$) ve saf bir dönmesi ($-W_{ij}dx_j$) şeklinde üç farklı kısımda ifade eder.

Zorlanma tensörü simetrik olduğundan, zorlama tensörüne benzer şekilde tek bir indisle gösterilebilir:

$$[S_{ij}] = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xz} \\ S_{yx} & S_{yy} & S_{yz} \\ S_{zx} & S_{zy} & S_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 & \frac{1}{2}S_6 & \frac{1}{2}S_5 \\ \frac{1}{2}S_6 & S_2 & \frac{1}{2}S_4 \\ \frac{1}{2}S_5 & \frac{1}{2}S_4 & S_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Zorlanma yerdeğiştirme bağıntısı,

$$S_I = \nabla_{Ij} u_j \quad I=1,2,\dots,6 \quad (2.8)$$

biçiminde ifade edilir. Burada ∇_{Ij} ,

$$\nabla_{Ij} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

biçiminde matris gösterimine sahip simetrik gradient işlemcisidir.

2.4. HAREKET DENKLEMİ ve DENGE

Cismi çevreleyen yüzeye uygulanmış T_{ij} zorlamasının etkisinde kalan bir hacim elemanı düşünelim. F_i birim hacim başına iç kuvvetlerin bileşkesini göstermek üzere, cismin dV hacim elemanına etki eden bileşke kuvvet $F_i dV$ dir. Tüm cisim üzerindeki bileşke kuvvet,

$$\int_V F_i dV$$

dir. Hacim kuvvetleri, Gauss'un diverjans teoremi yardımı ile yüzey kuvvetlerine bağlanabilir.

$$\int_V F_i dV = \int_S T_{ij} dA_j \quad (2.10)$$

burada dA_j yüzey alanı elemanıdır. Diğer bir deyişle bu denklem, keyfi bir hacim üzerinden vektör integralinin, yüzey üzerinden bir ikinci mertebe tensör integraline dönüştürülebileceğini ifade eder. İç kuvvetlerin bileşkesi F_i ,

$$F_i = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.11)$$

tensörün diverjansıdır. Burada toplama kuralına göre, i nin her bir değeri için üç terimin toplamı vardır.

Hareket denklemi; iç zorlamadan oluşan bileşke kuvvetin, birim hacim başına kütle (ρ) ve ivmenin (\ddot{u}_i) çarpımına eşitlenmesi ile,

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = \rho \ddot{u}_i \quad (2.12)$$

elde edilir. Φ_i cisim kuvvetlerinin dikkate alınması ile

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} + \Phi_i = \rho \ddot{u}_i \quad (2.13)$$

elde edilir. (2.12) ve (2.13) ifadeleri kısaltılmış indis

gösteriminde,

$$\nabla_{iJ} T_J = S \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (2.14)$$

$$\nabla_{iJ} T_J = S \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - \phi_i \quad J=1,2,\dots,6 \quad (2.15)$$

şeklinde yazılabilir. ∇_{iJ} , diverjans matris işlemcisi olarak adlandırılır ve

$$\nabla_{iJ} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 & 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \\ 0 & \partial/\partial y & 0 & \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \\ 0 & 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

biçimindedir. Çoğunlukla cisim kuvveti, $\phi_i = \rho g_i$ şeklinde ifade edilen gravitasyonel çekim kuvvetidir. Dengede iç kuvvetlerin bileşkesi sıfır olacağından (2.14) eşitliği,

$$\nabla_{iJ} T_J = 0 \quad (2.17)$$

ve cisim kuvvetlerinin varlığında (2.15) eşitliği,

$$\nabla_{iJ} T + \phi_i = 0 \quad (2.18)$$

denge denklemlerine dönüşür.

2.5. ELASTİK SERTLİK ve UYUM

Hooke yasası, zorlanmanın zorlamaya veya zorlamanın zorlanmaya lineer orantılı olduğunu ifade eder. Matematiksel olarak bu ilişki; zorlama tensör bileşenlerinin her birini, zorlanma tensör bileşenlerinin herbirinin lineer fonksiyonu olarak yazılması ile kurulur. Örneğin;

$$T_{xx} = c_{xxxx} S_{xx} + c_{xxyy} S_{yy} + c_{xxzz} S_{zz} + c_{xxxz} S_{xz} + \dots$$

$$S_{xx} = s_{xxxx} T_{xx} + s_{xxyy} T_{yy} + s_{xxzz} T_{zz} + s_{xxxz} T_{xz} + \dots \quad (2.19)$$

dir. (2.19) ifadeleri indis gösteriminde

$$\begin{aligned} T_{ij} &= c_{ijkl} S_{kl} \\ S_{ij} &= s_{ijkl} T_{kl}, \end{aligned} \quad i, j, k, l = x, y, z \quad (2.20)$$

kısaltılmış indis gösteriminde ise

$$\begin{aligned} T_I &= c_{IJ} S_J \\ S_I &= s_{IJ} T_J \end{aligned} \quad I, J = 1, 2, \dots, 6 \quad (2.21)$$

biçiminde yazılırlar.

Dördüncü mertebeden tensör olan c_{ijkl} ve s_{ijkl} , elastik sertlik ve uyum sabitleri diye adlandırılırlar. c_{ijkl} , $N.m^{-2}$; s_{ijkl} , $N^{-1}.m^2$ boyutunda olup, çoğunlukla metaller ve tek kristal yalıtkanlar için; c_{ijkl} , $10^{11} N.m^{-2}$, polimerik maddeler için de $10^9 N.m^{-2}$ mertebesindedir. En genel durumda, c_{ijkl} $3^4=81$ bileşene sahiptir. Yapılan bir deneyde, görelî yönelimleri seçerek veya simetri koşullarını kullanarak bu sayıyı azaltmak daima olasıdır. Örneğin; T_{ij} nin simetrik oluşundan,

$$c_{ijkl} = c_{jikl} \quad (2.22.a)$$

ve S_{kl} nin simetrikliğinden,

$$c_{ijkl} = c_{ijlk} \quad (2.22.b)$$

dir. Bu iki koşul bağımsız sabitlerin sayısını 36 ya indirir. Daha fazla bir indirgeme, enerji yorumundan yapılabilir. Süreçler, termodinamiksel olarak tersinir ve izotermal koşullar altında meydana gelirse; elastik serbest enerji A (Helmholtz fonksiyonu),

$$A = \frac{1}{2} c_{ijkl} S_{ij} S_{kl} \quad (2.23)$$

zorlanmanın ikinci dereceden bir foksiyonudur [8,9,11]. $S_{ij}S_{kl}$ çarpımının, ij ve kl ve de ik ve jl çiftlerinin değiştiği zaman değişmeyeceği açıktır, yani

$$C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} = C_{klij} \quad (2.24)$$

dir. (2.24) simetri koşulu, en genel anizotrop bir cisim için bağımsız sabitlerin sayısını 21 e indirger. Simetrisi yüksek katılarda bu sayı daha da azdır [8,9]. Değişik yapılar için elastik uyum tensörleri Ek-1 de verildi. Elastik sertlik ve uyum tensörleri arasında

$$[c] = [s]^{-1} \quad (2.25)$$

bağıntısı vardır. Kristal yapılı materyaller için elastik sertlik ve uyum sabitleri, kristal eksenlerine göre tanımlandığından bazı özel problemlerin çözümünde bu eksenler kullanışlı olmayabilir. Hooke yasası tüm koordinat sistemlerinde geçerli olduğundan, $[a]$ ortogonal bir dönüşüm matrisi olmak üzere zorlama ve zorlanma matrisleri yeni koordinatlarda,

$$[T'] = [a][T][\tilde{a}] \quad (2.26)$$

$$[S'] = [a][S][\tilde{a}]$$

dönüşümleri ile elde edilir. $[M]$ ve $[N]$ Bond matrisleri olmak üzere, elastik sertlik ve uyum tensörleri için de

$$[c'] = [M][c][\tilde{M}] \quad (2.27)$$

$$[s'] = [N][s][\tilde{N}] \quad (2.28)$$

bağıntıları geçerlidir. Bond matrisleri arasında,

$$[\tilde{M}] = [N]^{-1} \quad (2.29)$$

bağıntısı geçerli olup matrisler Ek-2 de verilmiştir.

3.BÖLÜM

SONSUZ BİR ELASTİK KATIDA DALGA YAYILIIMI

Ultrasonik tekniklerin en önemli uygulamalarından biri malzemenin elastik sabitlerinin ölçümüdür. Sonsuz bir katıda keyfi bir uyarım yaratıldığı zaman, iki tip oylum dalgasının (bulk wave) bulunması olasıdır. Birinci tip; boyuna dalga hareketine karşı gelir ve ortamın hacim değişimini içerir. İkinci tip ise, hacimde herhangi bir değişimi içermeyip makaslama hareketlerini içerir ve enine dalga hareketleri ile bir tutulur. Boyuna dalgaların hızı enine dalgaların hızından daha büyüktür.

Kayıpsız ortam için; (2.15) akustik alan denklemi ve (2.8),(2.21) elastik temel eşitlikleri, parçacık yerdeğiştirme hızının

$$\vec{v} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \quad (3.1)$$

şeklinde tanımlanması ile

$$\nabla_{iJ} T_J = \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} - \phi_i \quad (3.2)$$

$$\nabla_{Ki} v_i = s_{JI} \frac{\partial T_I}{\partial t} \quad (3.3)$$

akustiğin temel iki alan büyüklüğü olan, T ve \vec{v} cinsinden iki esas eşitliğe indirgenir. Akustik dalga denklemi ise (3.2) ve (3.3) eşitliklerinin, T veya \vec{v} cinsinden ifade edilmesi ile

elde edilir. Genellikle altı bileşen ($T_{xx}, T_{yy}, T_{zz}, T_{yz}, T_{zx}, T_{xy}$) içeren T zorlama alanı yok edilir, çünkü \vec{v} hız alanı üç bileşen (v_x, v_y, v_z) içerir. (3.2) ve (3.3) eşitlikleri \vec{v} hız alanını içerecek şekilde düzenlenirse,

$$\nabla_{iK} C_{KL} \nabla_{Lj} v_j = \frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2} - \frac{\partial \phi_i}{\partial t} \quad (3.4)$$

akustik dalga denklemi elde edilir. Burada ∇_{iK} ve ∇_{Lj} önceden tanımlandığı gibi matris diferansiyel işlemcileridir. Cisim kuvvetleri olmayan ($\phi_i=0$) bir bölgede,

$$\vec{l} = \hat{x}l_x + \hat{y}l_y + \hat{z}l_z \quad (3.5)$$

doğrultusu boyunca düzgün düzlem dalga yayılımı $e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$ ile orantılı bir alana sahiptir. Bu durumda (3.4) eşitliğindeki ∇_{iK} ve ∇_{Lj} işlemcileri,

$$-ik_{iK} = -ik_{l_i K} \longrightarrow -ik \begin{bmatrix} l_x & 0 & 0 & 0 & l_z & l_y \\ 0 & l_y & 0 & l_z & 0 & l_x \\ 0 & 0 & l_z & l_y & l_x & 0 \end{bmatrix} \quad (3.6.a)$$

$$-ik_{Lj} = -ik_{l_L j} \longrightarrow -ik \begin{bmatrix} l_x & 0 & 0 \\ 0 & l_y & 0 \\ 0 & 0 & l_z \\ 0 & l_z & l_y \\ l_z & 0 & l_x \\ l_y & l_x & 0 \end{bmatrix} \quad (3.6.b)$$

matrisleriyle yerdeğişir ise; dalga denklemi,

$$k^2 (l_{iK} C_{KL} l_{Lj}) v_j = k^2 \Gamma_{ij} v_j = 3W^2 v_i \quad (3.7)$$

ifadesine indirgenir. Bu eşitlik 'Christoffel Denklemi' diye

bilinir ve sađ taraftaki matris,

$$\Gamma_{ij} = l_i k^C k^L l_j = \Gamma_{ji} \quad (3.8)$$

'Christoffel Matrisi' diye adlandırılıp, elemanları yalnız düzlem dalga yayılım doğrultusunun ve ortamın elastik sertlik sabitlerinin fonksiyonudur. δ_{ij} birim tensörü göstermek üzere $v_i = v_j \delta_{ij}$ tanımı yapılarak (3.7) denklemi,

$$[k^2 \Gamma_{ij} - \rho w^2 \delta_{ij}] [v_j] = 0 \quad (3.9)$$

homojen bir biçimde yazılmış olur. Bu ifade v_x , v_y ve v_z hız bileşenleri içeren birinci dereceden üç homojen denklem setini verir. v_x , v_y ve v_z sadece katsayılar determinantı,

$$|k^2 \Gamma_{ij} - \rho w^2 \delta_{ij}| = 0 \quad (3.10)$$

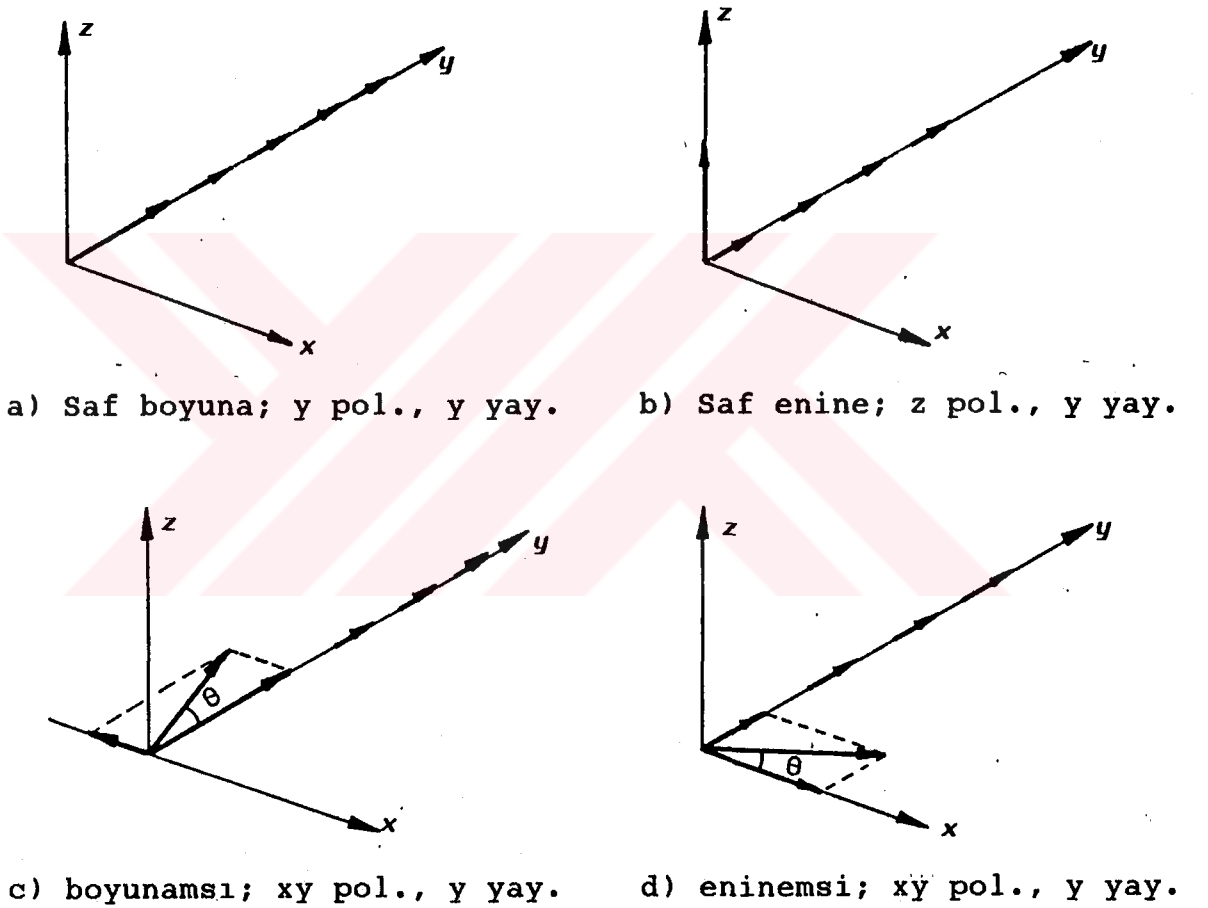
ise sıfırdan farklıdır. (3.10) denklemi, $w^2 \backslash k^2$ cinsinden üçüncü dereceden bir denklem olup, genelde farklı olan üç kökü,

$$\begin{aligned} (v_i)_1 &\longrightarrow \left(\frac{w}{k}\right)_1 \\ (v_i)_2 &\longrightarrow \left(\frac{w}{k}\right)_2 \\ (v_i)_3 &\longrightarrow \left(\frac{w}{k}\right)_3 \end{aligned} \quad (3.11)$$

üç farklı yayılma hızı verir. Akustik dalgaların yayılmasında bu üç farklı polarizasyon birbirine diktir [10]. Bu çözümler ortamın anizotropisine bağlı olarak;

- i) saf boyuna (dalga polarizasyonu yayılma yönüne paralel ise)
- ii) saf enine (dalga polarizasyonu yayılma yönüne dik ise)
- iii) boyunamsı (polarizasyonun boyuna bileşeni enine bileşeninden büyük ise)
- iiii) eninemsiz (polarizasyonun enine bileşeni boyuna bileşeninden büyük ise)

olarak adlandırılırlar ve yayılma biçimleri, şekil 3.4 deki gibidir. İzotrop elastik katılarda; saf boyuna (PL) ve saf enine (PT) dalgaların yayılmasına karşın, anizotrop katılarda; saf enine, boyunamsı (QL) ve eninemsiz (QT) dalga yayılımı vardır. Bundan dolayı, izotrop ortamlarda akustik 'çift kırılma' (birefringence), anizotrop ortamlarda ise akustik 'üçlü kırılma' (trirefringence) oluşur.



Şekil 3.4: Akustik dalgaların yayılma biçimleri.

Anizotropik katıların en geneli olan, triklinik yapılar için Christoffel denklemi,

$$k^2 \begin{bmatrix} \alpha & \delta & \epsilon \\ \delta & \beta & \mu \\ \epsilon & \mu & \sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \rho w^2 \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

şeklinde olup,

$$\begin{aligned}
 \alpha &= c_{11}l_x^2 + c_{66}l_y^2 + c_{55}l_z^2 + 2c_{56}l_y l_z + 2c_{15}l_z l_x + 2c_{16}l_x l_y \\
 \beta &= c_{66}l_x^2 + c_{22}l_y^2 + c_{44}l_z^2 + 2c_{24}l_y l_z + 2c_{46}l_z l_x + 2c_{26}l_x l_y \\
 \sigma &= c_{55}l_x^2 + c_{44}l_y^2 + c_{33}l_z^2 + 2c_{34}l_y l_z + 2c_{35}l_z l_x + 2c_{45}l_x l_y \\
 \delta &= c_{16}l_x^2 + c_{26}l_y^2 + c_{45}l_z^2 + (c_{46} + c_{25})l_y l_z + (c_{14} + c_{56})l_z l_x \\
 &\quad + (c_{12} + c_{66})l_x l_y \\
 \epsilon &= c_{15}l_x^2 + c_{46}l_y^2 + c_{35}l_z^2 + (c_{45} + c_{36})l_y l_z + (c_{13} + c_{55})l_z l_x \\
 &\quad + (c_{14} + c_{56})l_x l_y \\
 \mu &= c_{56}l_x^2 + c_{24}l_y^2 + c_{34}l_z^2 + (c_{44} + c_{23})l_y l_z + (c_{36} + c_{45})l_z l_x \\
 &\quad + (c_{25} + c_{46})l_x l_y
 \end{aligned}
 \tag{3.13}$$

dirler. Burada,

$$\begin{aligned}
 l_x &= k_x \backslash k \\
 l_y &= k_y \backslash k \\
 l_z &= k_z \backslash k
 \end{aligned}
 \tag{3.14}$$

yayıma doğrultusunun doğrultu kosinüsleridirler. Bu sonuçlar Ek-3 de verilmiş olan elastik sertlik matrislerinin alınması ile tüm kristal sistemlerine uygulanabilir.

Bu uygulama; izotrop, hegzagonal ve ortorombik simetriye sahip ortamlar için yapılırsa aşağıdaki hız bağıntıları elde edilir [10].

a) İzotrop Ortam

İzotrop ortamların mekaniksel özellikleri, seçilen yöne ve düzleme bağlı değildir. Böylece yapı, iki bağımsız elastik sertlik sabitiyle ($c_{11}, c_{12}=c_{11}-2c_{44}$) betimlenir. Yapıda

yayıma yönüne paralel polarize olmuş saf boyuna ve yayılma yönüne dik yönde polarize olmuş iki saf enine dalga vardır. Bunların hızları,

$$v_L = \left(\frac{c_{11}}{S}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.15)$$

$$v_{T1,T2} = \left(\frac{c_{44}}{S}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.16)$$

dır.

b) Hekzagonal Simetrikli Ortam

Yapı beş bağımsız elastik sertlik sabitiyle ($c_{11}, c_{33}, c_{44}, c_{13}, c_{12}=c_{11}-2c_{66}$) betimlenir. Dispersiyon bağıntısının yayılma doğrultusundan bağımsız olduğu z simetri eksenine dik xy düzleminde;

z eksenine paralel polarize olmuş saf enine dalga,

$$v_{T2} = \left(\frac{c_{44}}{S}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.17)$$

z eksenine dik polarize olmuş saf enine dalga,

$$v_{T1} = \left(\frac{c_{66}}{S}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.18)$$

x eksenine paralel polarize olmuş saf boyuna dalga,

$$v_L = \left(\frac{c_{11}}{S}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.19)$$

hızları ile yayılırlar.

θ doğrultu açısı z ekseninden ölçülmek koşulu ile, yz düzleminde;

x eksenine dik polarize olmuş eninemsiz dalga,

$$v_{T1} = (2S)^{-\frac{1}{2}} \{c_{11}\sin^2\theta + c_{33}\cos^2\theta + c_{44} - [(c_{11}-c_{44})\sin^2\theta + (c_{44}-c_{33})\cos^2\theta]^2 + (c_{13}+c_{44})^2\sin^2 2\theta\}^{\frac{1}{2}} \quad (3.20)$$

x eksenine paralel polarize olmuş saf enine dalga,

$$V_{T2} = [(c_{66}\sin^2\theta + c_{44}\cos^2\theta) / \rho]^{1/2} \quad (3.21)$$

x eksenine dik polarize olmuş boyunamsı dalga,

$$V_L = (2\rho)^{-1/2} \{c_{11}\sin^2\theta + c_{33}\cos^2\theta + c_{44} + [(c_{11} - c_{44})\sin^2\theta + (c_{44} - c_{33})\cos^2\theta]^2 + (c_{13} + c_{44})^2 \sin^2 2\theta\}^{1/2} \quad (3.22)$$

hızları ile yayılırlar.

c) Ortorombik Simetrili Ortam

Böyle bir ortam, dokuz bağımsız elastik sertlik sabiti ile ($c_{11}, c_{22}, c_{33}, c_{12}, c_{13}, c_{23}, c_{44}, c_{55}, c_{66}$) betimlenir. Dik kartezyen koordinat eksenleri x, y ve z kristal eksenlerini göstermek üzere, xy düzleminde ;

z eksenine paralel polarize olmuş saf enine dalga,

$$V_{T2} = [(c_{44}\cos^2\theta + c_{55}\sin^2\theta) / \rho]^{1/2} \quad (3.23)$$

z eksenine dik polarize olmuş eninemi dalga,

$$V_{T1} = (2\rho)^{-1/2} \{c_{66} + c_{11}\cos^2\theta + c_{22}\sin^2\theta - [(c_{66} + c_{11}\cos^2\theta + c_{22}\sin^2\theta)^2 - 4K]^2\}^{1/2} \quad (3.24)$$

z eksenine dik polarize olmuş boyunamsı dalga,

$$V_L = (2\rho)^{-1/2} \{c_{66} + c_{11}\cos^2\theta + c_{22}\sin^2\theta + [(c_{66} + c_{11}\cos^2\theta + c_{22}\sin^2\theta)^2 - 4K]^2\}^{1/2} \quad (3.25)$$

hızları ile yayılırlar. Burada; θ , dalga yayılım yönünün x eksenine yaptığı açı ve

$$K = (c_{11}\cos^2\theta + c_{66}\sin^2\theta)(c_{66}\cos^2\theta + c_{22}\sin^2\theta) - (c_{12} + c_{66})^2\cos^2\theta\sin^2\theta$$

dır. xz düzleminde yayılma için;

y eksenine paralel polarize olmuş saf enine dalga,

$$V_{T2} = [(c_{66}\sin^2\theta + c_{44}\cos^2\theta) / G]^{1/2} \quad (3.26)$$

y eksenine dik polarize olmuş eninemsiz dalga,

$$V_{T1} = (2G)^{-1/2} \{c_{55} + c_{11}\sin^2\theta + c_{33}\cos^2\theta - [(c_{55} + c_{11}\sin^2\theta + c_{33}\cos^2\theta)^2 - 4L]^{1/2}\}^{1/2} \quad (3.27)$$

y eksenine dik polarize olmuş boyunamsız dalga,

$$V_L = (2G)^{-1/2} \{c_{55} + c_{11}\sin^2\theta + c_{33}\cos^2\theta + [(c_{55} + c_{11}\sin^2\theta + c_{33}\cos^2\theta)^2 - 4L]^{1/2}\}^{1/2} \quad (3.28)$$

hızıyla yayılır. Burada, θ dalga yayılım yönünün z eksenine ile yaptığı açı ve

$$L = (c_{11}\sin^2\theta + c_{55}\cos^2\theta)(c_{55}\sin^2\theta + c_{33}\cos^2\theta) - (c_{13} + c_{55})\sin^2\theta\cos^2\theta$$

dır. yz düzleminde;

x eksenine paralel polarize olmuş saf enine dalga,

$$V_{T2} = [(c_{66}\sin^2\theta + c_{55}\cos^2\theta) / G]^{1/2} \quad (3.29)$$

x eksenine dik polarize olmuş eninemsiz dalga,

$$V_{T1} = (2G)^{-1/2} \{c_{44} + c_{22}\sin^2\theta + c_{33}\cos^2\theta - [(c_{44} + c_{22}\sin^2\theta + c_{33}\cos^2\theta)^2 - 4M]^{1/2}\}^{1/2} \quad (3.30)$$

x eksenine dik polarize olmuş boyunamsız dalga,

$$V_L = (2g)^{-\frac{1}{2}} \{c_{44} + c_{22}\sin^2\theta + c_{33}\cos^2\theta + [(c_{44} + c_{22}\sin^2\theta + c_{33}\cos^2\theta)^2 - 4M]^{\frac{1}{2}}\}^{\frac{1}{2}} \quad (3.31)$$

hızı ile yayılır. Burada, θ dalga yayılım yönünün z eksenine yaptığı açı ve

$$M = (c_{22}\sin^2\theta + c_{44}\cos^2\theta)(c_{44}\sin^2\theta + c_{33}\cos^2\theta) - (c_{23} + c_{44})^2 \sin^2\theta \cos^2\theta$$

dır.

4.BÖLÜM

İSTİFLİ ORTAMLAR

4.1. SINIR KOŞULLARI

Elektromagnetizma ve akustikte farklı özelliklere sahip materyaller arasındaki sınır bölgelerini içermeyen pek az problem vardır. Bu tür problemleri çözmek için; farklı ortamlar arasındaki süreksizlik yüzeylerini geçen alanların nasıl birleşebileceği veya eşleşebileceği bilinmelidir. İlk olarak, homojen bölgelerin her birinde alan çözümlerini bulmak gerekir ve sonra süreksiz bölgelerde uygun sınır koşullarına göre esas çözümlerin birleştirilmesi ile problem için tam bir çözüm yapılır. Elektromagnetizma ve akustik arasında bir benzerlik olduğundan, elektromagnetik ve akustik alanlar için sınır koşulları incelendi.

Elektromagnetik alan için; materyal özellikleri farklı ortamlar arasındaki süreksizlikler ile eşleştirilmiş sınır koşulları, sınırı çevreleyen dörtgensel alan üzerinden

$$-\vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4.1)$$

veya

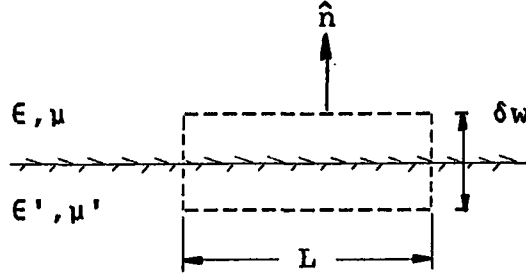
$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}_c + \vec{J}_s \quad (4.2)$$

alan denklemlerini integre ederek çıkarılır. $\vec{\nabla} \times$ işlemcisinin alan integrali çizgi integraline dönüşür ve dörtgenin genişliği hesaba katılmaz ise,

$$\hat{n} \times \vec{E} = \hat{n} \times \vec{E}' \quad (4.3)$$

$$\hat{n} \times \vec{H} = \hat{n} \times \vec{H}'$$

ifadeleri elde edilir. Burada \hat{n} , şekil 4.1 de gösterildiği gibi sınıra dik birim vektördür. Üssüz alan nicelikleri birinci, üslü alan nicelikleri ikinci ortam içindir.



$\delta w \rightarrow 0$ iken

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \rightarrow \hat{n}_x (\vec{E} - \vec{E}') = 0 \quad ; \quad \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} \rightarrow \hat{n}_x (\vec{H} - \vec{H}') = 0 \quad (4.4)$$

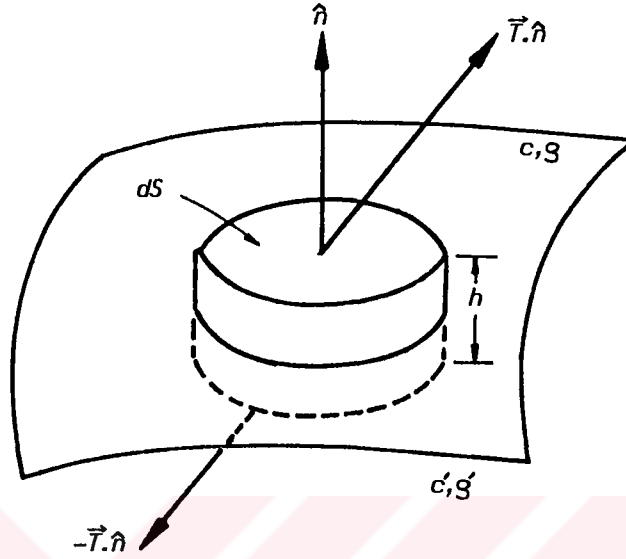
Şekil 4.1: Elektromagnetik sınır koşullarının çıkarılışı.

Akustik problemlerde; farklı katı ortamlar arasındaki yüzeyler, genellikle birinin diğerine göre kayma mesafesi olmayacak şekilde bağlıdırlar. Bu, parçacık yerdeğiştirme hızının süreksizlik yüzeyi boyunca sürekli olacağını,

$$\vec{v} = \vec{v}' \quad (4.5)$$

ifade eder. Katı ve viskoz olmayan bir sıvı arasındaki sınırda, sıvı özgürce sınıra paralel hareket eder ve (4.5) sınır koşulu, yalnız parçacık hızının yüzeye dik bileşenine uygulanır. Elektromagnetik duruma aksine akustik durumda hareketli olan ara yüzeyinden dolayı (4.5) sınır koşulunun değerlendirilmesine dikkat edilmelidir. Bununla beraber; yüksek mertebeli terimlerin, lineerleştirilmiş küçük sinyal teorisinde hiçbir önemi yoktur. Sınır hareketi bundan dolayı önemsenmez. Zorlama alanı için sınır koşulları; ara yüzeyinin dS alanını

kapsayan küçük bir diskimsi hacim alınması ile (Şekil 4.2) çıkarılır.



Şekil 4.2: Akustik zorlama, sınır koşulunun çıkarılışı.

Disk üzerindeki çekme kuvvetleri; üst yüzeyde,

$$\vec{T} \cdot \hat{n} dS$$

alt yüzeyde,

$$-\vec{T}' \cdot \hat{n} dS$$

şeklindedir. Yan yüzeylerdeki çekme kuvvetleri, diskin yüksekliği olan h ile orantılıdır ve cisim kuvveti $\Phi h dS$ dir.

$$\int_{\delta S} \vec{T} \cdot \hat{n} dS + \int_{\delta V} \vec{\Phi} dV = \int_{\delta V} \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} dV \quad (4.6)$$

ifadesinden,

$$(\vec{T} - \vec{T}') \cdot \hat{n} dS + \vec{\Phi} h dS = \left(\frac{S + S'}{2} \right) \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} h dS \quad (4.7)$$

dir. $h \rightarrow 0$ iken cisim kuvveti ve eylemsizlik terimleri düşer

ve sınır koşulu,

$$\bar{T} \cdot \hat{n} = \bar{T}' \cdot \hat{n} \quad (4.8)$$

elde edilir. Bu, çekme kuvvetinin sınır boyunca sürekli olacağını ifade eder. Akustik sınır koşulları olan, (4.5) ve (4.8) eşitliklerinin herbiri, üç vektör bileşenini içerirken; elektromagnetik sınır koşulları olan (4.3) eşitlikleri iki vektör bileşenini içerir.

Elektromagnetizma ve akustikte en önemli sınır değer problemlerinden biri, süreksizlik düzlem yüzeyine gelen düzgün düzlem dalga halidir. Bu durumda ara yüzey şartları sadece gelen dalga ile sağlanmayabilir. Çünkü bir veya daha fazla yansımış ve iletilmiş dalga yaratılabilir. Dalga süreksizlik yüzeyine eğik olarak gelmiş ise iletilmiş dalgalar farklı doğrultulara kırılır. Ara kesitteki ikinci ortam; izotrop ise (çift kırıcı) farklı doğrultularda yayılan iki dalga, anizotrop ise (üçlü kırıcı) üç dalga vardır.

4.2. İSTİFLİ ORTAMLARDA ORTALAMA ELASTİK SERTLİK SABİTLERİ

Istiflenmiş ortamlarda akustik dalga yayılımı ve ortalama elastik sabitlerini hesaplama problemi değişik araştırmacılar tarafından ele alınmıştır [3,4,12,13]. Istiflenmiş yapı anizotrop bir ortam gibi düşünülür. Çok küçük bir ölçekte izotrop olarak gözönüne alınan paralel materyal tabakalarının yerini alabilecek düzlem bir yapı düşünülür ve teori enine izotrop olarak bilinen anizotropi tipi gösterir.

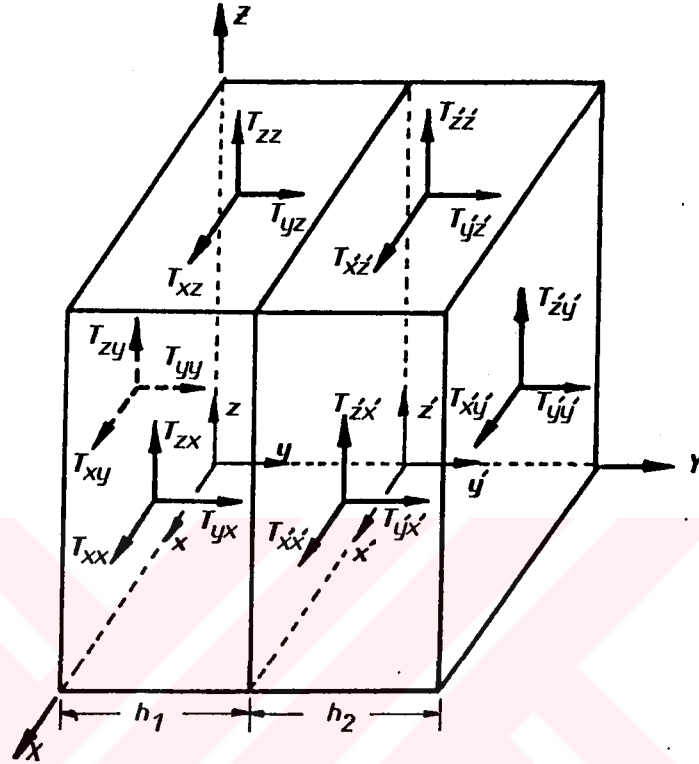
Izotrop tabakaların ve eşdeğer homojenliğin (enine izotrop ortam) kalınlıkları ve elastik özellikleri arasındaki ilişkiyi bulmak için iki farklı yol izlenmiştir. Bunlardan biri; istifli ortamın birim hücresi için zorlama-zorlanma bağıntılarını kurmaktır. Bu bağıntıların ve hareket denklemlerinin yardımı ile düzlem dalgaların yayılımını tanımlayan denklemler çıkarılır. Bu düzlem dalgaların hızı, dalga cephelerine dik doğrultuların bir fonksiyonudur [13]. İkinci

yaklaşım ise; izotrop tabakalarda yansıyan ve iletilen düzlem harmonik dalgaların yayılımı için Bloch teoremini kullanarak, ses yayılımının çeşitli modlarını incelemek ve farklı yayılma doğrultuları ve polarizasyonlar için uzun dalga boyu limitinde ortamdaki çıkan dalga hareketinden faz hızını hesaplayarak ortalama elastik sabitlerini bulmaktır [3]. Tabakaların kalınlıklarının dalga boyuna oranı sıfıra yaklaşma limitinde, faz hızı birinci yöntemdeki yayılma hızına yaklaşır. Birinci yol, sadece limit değeri veren basit bir avantaja; ikinci yöntem ise tabaka kalınlıklarının dalga boyuna sonlu oranları ile ilgili yaklaşım derecesini gösterme avantajına sahiptir.

Çalışılan dalga boyunun, tabakalar arasındaki boşluktan yeterince büyük olması gerekir. Aksi halde boşluk üçüncü bir ortam gibi rol oynar. Teoriye sağlamak için en uygun yöntemler statik veya uzun dalga boyu rezonans deneyleridir. Ultrasonik atmalar ara yüzeylerinin yansıma yüzeyleri gibi rol oynamayacağı uzun dalga boylarında kullanılır.

Şimdiye değin yapılan çalışmalarda; genellikle periyodik bir yapı biçiminde ve birbirini izleyen iki ayrı cins izotrop tabakada ortalama elastik sabitlerinin değerleri, değişik yöntemlerle aynı tarzda verilmiştir. Bu çalışmada; Postma'nın [13] izlediği yol, tek yönlü çekme işlemi sonunda hegzagonal simetri gösteren PVC plakalarının çekme doğrultuları paralel ve dik olacak şekilde istiflenmesi ile yapının kazanacağı simetrinin ne olduğunu anlamak ve ortalama elastik sertlik sabitlerini çıkarmak için izlendi.

4.2.a) z simetri eksenleri paralel olacak biçimde istifleme



Şekil 4.3: h_1 ve h_2 kalınlıklı, farklı çekme oranına sahip istiflenmiş iki ortam üzerindeki zorlama bileşenleri.

X eksenine dik yüzey üzerindeki, zorlama ve zorlanmalar:

x eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın

x bileşeni: T_{xx} , S_{xx}

x' eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın

x' bileşeni: $T'_{x'x'}$, $S'_{x'x'}$

dir. O halde, X eksenine dik yüzeye etki eden ortalama zorlanmanın X bileşeni,

$$T_{XX} = \frac{h_1 T_{xx} + h_2 T'_{x'x'}}{h_1 + h_2} \quad (4.9.a)$$

dir. Bu ortalama zorlama altında her iki ortam eşit olarak yerdeğiştireceğinden, zorlanma

$$S_{XX} = S_{xx} = S_{x'x'} \quad (4.9.b)$$

dir.

x eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın

y bileşeni: T_{yx} , S_{yx}

x' eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın

y' bileşeni: $T_{y'x'}$, $S_{y'x'}$

dir. Bu iki zorlama bileşeni, sınır koşulu gereği (zorlamanın sürekliliğinden) eşit olmak zorundadır. O halde, X eksenine dik yüzeye etki eden zorlamanın Y bileşeni,

$$T_{YX} = T_{yx} = T_{y'x'} \quad (4.10.a)$$

dir. Bu zorlama altında, ortalama zorlanma ise

$$S_{YX} = \frac{h_1 S_{yx} + h_2 S_{y'x'}}{h_1 + h_2} \quad (4.10.b)$$

dir.

x eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın

z bileşeni: T_{zx} , S_{zx}

x' eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın

z' bileşeni: $T_{z'x'}$, $S_{z'x'}$

dir. X eksenine dik yüzeye etki eden ortalama zorlanmanın Z bileşeni,

$$T_{ZX} = \frac{h_1 T_{zx} + h_2 T_{z'x'}}{h_1 + h_2} \quad (4.11.a)$$

dir. Zorlanma ise,

$$S_{ZX} = S_{zx} = S_{z'x'} \quad (4.11.b)$$

dir.

Y eksenine dik yüzey üzerindeki, zorlama ve zorlanmalar:

y eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın

x bileşeni: T_{xy} , S_{xy}

y' eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın x' bileşeni: $T_{x'y'}$, $S_{x'y'}$
dir. Y eksenine dik yüzeye etki eden ortalama zorlanmanın X bileşeni,

$$T_{XY} = \frac{h_1 T_{x'y'} + h_2 T_{x'y'}}{h_1 + h_2} \quad (4.12.a)$$

dir. Bu yöndeki zorlanma ise,

$$S_{XY} = S_{xy} = S_{x'y'} \quad (4.12.b)$$

dir.

y eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın y bileşeni: T_{yy} , S_{yy}
 y' eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın y' bileşeni: $T_{y'y'}$, $S_{y'y'}$
dir. Y eksenine dik yüzeye etki eden zorlamalar sınır koşullardan eşit olduğundan,

$$T_{YY} = T_{yy} = T_{y'y'} \quad (4.13.a)$$

ve bu zorlama altında, Y yönündeki ortalama zorlanma ise

$$S_{YY} = \frac{h_1 S_{yy} + h_2 S_{y'y'}}{h_1 + h_2} \quad (4.13.b)$$

dir.

y eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın z bileşeni: T_{zy} , S_{zy}
 y' eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın z' bileşeni: $T_{z'y'}$, $S_{z'y'}$
olup; Y eksenine dik yüzeye etki eden ortalama zorlanmanın Z bileşeni,

$$T_{ZY} = \frac{h_1 T_{zy} + h_2 T_{z'y'}}{h_1 + h_2} \quad (4.14.a)$$

zorlanma ise,

$$S_{ZY} = S_{zy} = S_{z'y'} \quad (4.14.b)$$

dir.

Z eksenine dik yüzey üzerindeki, zorlama ve zorlanmalar:

z eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın

x bileşeni: T_{xz} , S_{xz}

z' eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın

x' bileşeni: $T_{x'z'}$, $S_{x'z'}$

dir. Z eksenine dik olan yüzeye etki eden ortalama zorlamanın X bileşeni,

$$T_{XZ} = \frac{h_1 T_{xz} + h_2 T_{x'z'}}{h_1 + h_2} \quad (4.15.a)$$

ve zorlanma ise,

$$S_{XZ} = S_{xz} = S_{x'z'} \quad (4.15.b)$$

dir.

z eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın

y bileşeni: T_{yz} , S_{yz}

z' eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın

y' bileşeni: $T_{y'z'}$, $S_{y'z'}$

dir. Z eksenine dik olan yüzeye etki eden zorlamanın Y bileşeni sınır koşulundan,

$$T_{YZ} = T_{yz} = T_{y'z'} \quad (4.16.a)$$

olmak zorundadır ve karşı gelen ortalama zorlanma ise,

$$S_{YZ} = \frac{h_1 S_{yz} + h_2 S_{y'z'}}{h_1 + h_2} \quad (4.16.b)$$

dir.

z eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın

z bileşeni: T_{zz} , S_{zz}

z' eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın

z bileşeni: T_{zz} , S_{zz}
dir. Ortalama zorlamanın Z bileşeni,

$$T_{ZZ} = \frac{h_1 T_{zz} + h_2 T_{zz'}}{h_1 + h_2} \quad (4.17.a)$$

ve zorlanma ise,

$$S_{ZZ} = S_{zz} = S_{zz'} \quad (4.17.b)$$

dir. Birinci ortam için Hooke yasasının,

$$\begin{bmatrix} T_{xx} \\ T_{yy} \\ T_{zz} \\ T_{yz} \\ T_{xz} \\ T_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{zz} \\ S_{yz} \\ S_{xz} \\ S_{xy} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

şeklinde yazılması ile,

$$T_{xx} = c_{11}S_{xx} + c_{12}S_{yy} + c_{13}S_{zz} \quad (4.18.a)$$

$$T_{yy} = c_{12}S_{xx} + c_{11}S_{yy} + c_{13}S_{zz} \quad (4.18.b)$$

$$T_{zz} = c_{13}S_{xx} + c_{13}S_{yy} + c_{33}S_{zz} \quad (4.18.c)$$

$$T_{yz} = c_{44}S_{yz} \quad (4.18.d)$$

$$T_{xz} = c_{44}S_{xz} \quad (4.18.e)$$

$$T_{xy} = c_{66}S_{xy} \quad (4.18.f)$$

eşitlikleri elde edilir. İkinci ortam için de benzer şekilde,

$$T_{x'x'} = c'_{11}S_{x'x'} + c'_{12}S_{y'y'} + c'_{13}S_{z'z'} \quad (4.19.a)$$

$$T_{y'y'} = c'_{12}S_{x'x'} + c'_{11}S_{y'y'} + c'_{13}S_{z'z'} \quad (4.19.b)$$

$$T_{zz'} = c'_{13}S_{xx} + c'_{13}S_{yy} + c'_{33}S_{zz} \quad (4.19.c)$$

$$T_{y'z'} = c'_{44}S_{yz} \quad (4.19.d)$$

$$T_{x'z'} = c'_{44}S_{xz} \quad (4.19.e)$$

$$T_{x'y'} = c'_{66}S_{xy} \quad (4.19.f)$$

ifadeleri elde edilir.

(4.13.a), (4.9.b), (4.17.b), (4.18.b), (4.19.b) ve (4.13.b) ifadelerinden yararlanarak;

$$S_{yy} = \frac{h_2(c'_{12}-c_{12})S_{xx} + (h_1+h_2)c'_{11}S_{yy} + h_2(c'_{13}-c_{13})S_{zz}}{(h_2c_{11} + h_1c'_{11})} \quad (4.20.a)$$

ve

$$S_{y'y'} = \frac{h_1(c_{12}-c'_{12})S_{xx} + (h_1+h_2)c_{11}S_{yy} - h_1(c'_{13}-c_{13})S_{zz}}{(h_2c_{11} + h_1c'_{11})} \quad (4.20.b)$$

bağıntıları elde edilir.

Denklem (4.20.a) ve (4.20.b) nin, denklem (4.18.a), (4.18.b), (4.18.c), (4.19.a), (4.19.b) ve (4.19.c) de yerine konması ve çıkan ifadelerinde, denklem (4.9.a), (4.13.a) ve (4.17.a) da yerine yazılması ile

$$\begin{aligned} T_{xx} = & \frac{(h_2c_{11}+h_1c'_{11})(h_1c_{11}+h_2c'_{11})-h_1h_2(c'_{12}-c_{12})^2}{(h_1+h_2)(h_2c_{11}+h_1c'_{11})} S_{xx} \\ & + \frac{(h_1c_{12}c'_{11}+h_2c_{11}c'_{12})}{(h_2c_{11}+h_1c'_{11})} S_{yy} \\ & + \frac{h_1h_2(c'_{13}-c_{13})(c_{12}-c'_{12})+(h_2c_{11}+h_1c'_{11})(h_1c_{13}+h_2c'_{13})}{(h_1+h_2)(h_2c_{11}+h_1c'_{11})} S_{zz} \end{aligned} \quad (4.21.a)$$

$$\begin{aligned} T_{yy} = & \frac{(h_1c_{12}c'_{11}+h_2c_{11}c'_{12})}{(h_2c_{11}+h_1c'_{11})} S_{xx} + \frac{(h_1+h_2)c_{11}c'_{11}}{(h_2c_{11}+h_1c'_{11})} S_{yy} \\ & + \frac{(h_1c'_{11}c_{13}+h_2c_{11}c'_{13})}{(h_2c_{11}+h_1c'_{11})} S_{zz} \end{aligned} \quad (4.21.b)$$

$$\begin{aligned}
T_{ZZ} = & \frac{h_1 h_2 (c'_{13} - c_{13}) (c_{12} - c'_{12}) + (h_2 c_{11} + h_1 c'_{11}) (h_1 c_{13} + h_2 c'_{13})}{(h_1 + h_2) (h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} S_{XX} \\
& + \frac{(h_1 c'_{11} c_{13} + h_2 c_{11} c'_{13})}{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} S_{YY} \\
& + \frac{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11}) (h_1 c_{33} + h_2 c'_{33}) - h_1 h_2 (c'_{13} - c_{13})^2}{(h_1 + h_2) (h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} S_{ZZ}
\end{aligned} \tag{4.21.c}$$

bağıntıları elde edilir.

Denklem (4.18.d), (4.19.d) ve (4.16.b) den,

$$T_{YZ} = \frac{(h_1 + h_2) c_{44} c'_{44}}{(h_1 c'_{44} + h_2 c_{44})} S_{YZ} \tag{4.21.d}$$

ve denklem (4.18.e), (4.19.e) ve (4.11.a) dan,

$$T_{ZX} = \frac{h_1 c_{44} + h_2 c'_{44}}{h_1 + h_2} S_{ZX} \tag{4.21.e}$$

ve denklem (4.18.f), (4.19.f) ve (4.12.a) dan,

$$T_{XY} = \frac{(h_1 + h_2) c_{66} c'_{66}}{(h_1 c'_{66} + h_2 c_{66})} S_{XY} \tag{4.21.f}$$

elde edilir. (4.21.a),, (4.21.f) eşitliklerinin zorlama katsayıları, istiflenmiş ortamın ortalama elastik sertlik sabitlerini verir. Bunlar,

$$C_{11} = \frac{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11}) (h_1 c_{11} + h_2 c'_{11}) - h_1 h_2 (c'_{12} - c_{12})^2}{(h_1 + h_2) (h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} \tag{4.22.a}$$

$$C_{12} = \frac{(h_1 c_{12} c'_{11} + h_2 c_{11} c'_{12})}{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} \tag{4.22.b}$$

$$C_{13} = \frac{h_1 h_2 (c'_{13} - c_{13}) (c_{12} - c'_{12}) + (h_2 c_{11} + h_1 c'_{11}) (h_1 c_{13} + h_2 c'_{13})}{(h_1 + h_2) (h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} \tag{4.22.c}$$

$$C_{21} = \frac{(h_1 c_{12} c'_{11} + h_2 c_{11} c'_{12})}{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} \tag{4.22.d}$$

$$C_{22} = \frac{(h_1+h_2)c_{11}c'_{11}}{(h_2c_{11}+h_1c'_{11})} \quad (4.22.e)$$

$$C_{23} = \frac{(h_1c'_{11}c_{13}+h_2c_{11}c'_{13})}{(h_2c_{11}+h_1c'_{11})} \quad (4.22.f)$$

$$C_{31} = \frac{h_1h_2(c'_{13}-c_{13})(c_{12}-c'_{12})+(h_2c_{11}+h_1c'_{11})(h_1c_{13}+h_2c'_{13})}{(h_1+h_2)(h_2c_{11}+h_1c'_{11})} \quad (4.22.g)$$

$$C_{32} = \frac{(h_1c'_{11}c_{13}+h_2c_{11}c'_{13})}{(h_2c_{11}+h_1c'_{11})} \quad (4.22.h)$$

$$C_{33} = \frac{(h_2c_{11}+h_1c'_{11})(h_1c_{33}+h_2c'_{33})-h_1h_2(c'_{13}-c_{13})^2}{(h_1+h_2)(h_2c_{11}+h_1c'_{11})} \quad (4.22.i)$$

$$C_{44} = \frac{(h_1+h_2)c_{44}c'_{44}}{(h_1c'_{44}+h_2c_{44})} \quad (4.22.j)$$

$$C_{55} = \frac{(h_1c_{44}+h_2c'_{44})}{(h_1+h_2)} \quad (4.22.k)$$

$$C_{66} = \frac{(h_1+h_2)c_{66}c'_{66}}{(h_1c'_{66}+h_2c_{66})} \quad (4.22.l)$$

Bu ifadelere dikkatle bakılırsa,

$$C_{12}=C_{21} , C_{13}=C_{31} \text{ ve } C_{23}=C_{32}$$

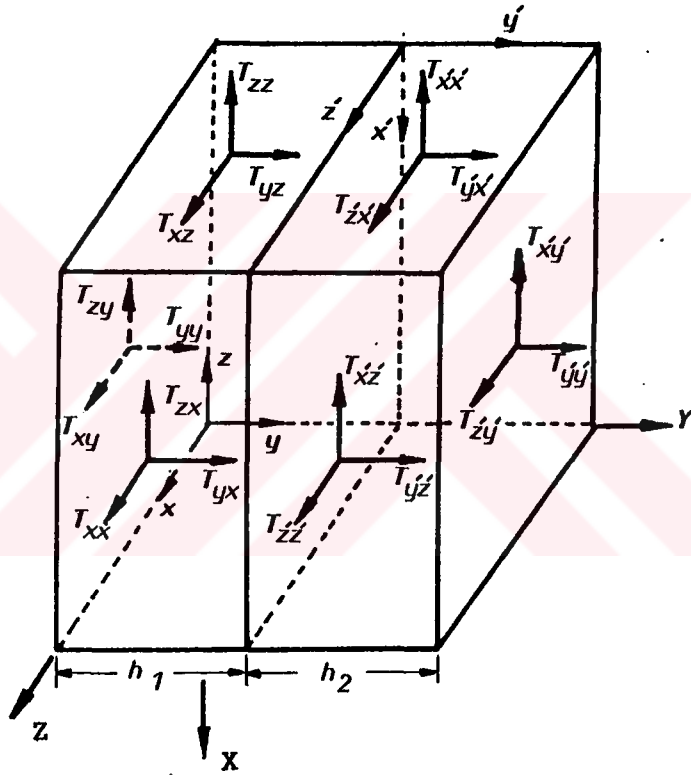
olduğu kolayca görülür. Sonuç olarak; ortalama elastik sertlik tensörü $[C_{IJ}]$,

$$[C_{IJ}] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

biçiminde yazılır. Dikkat edilirse bu tensör dokuz bağımsız

ortalama elastik sertlik sabiti içerir, bu ise ortorombik simetriye sahip ortamı işaret eder. O halde, hegzagonal simetriye sahip iki tabaka çekme doğrultuları paralel olacak şekilde istiflenirse yapı ortorombik simetri gösterir.

4.2.b) z simetri eksenleri dik olacak şekilde istifleme



Şekil 4.4: h_1 ve h_2 kalınlıklı, farklı çekme oranlarına sahip istiflenmiş iki ortam üzerindeki zorlama bileşenleri.

X eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmalar:

z eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın z bileşeni; T_{zz} , S_{zz}

x' eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın x' bileşeni; $T_{x'x'}$, $S_{x'x'}$

olup, X eksenine dik olan yüzeye etki eden ortalama zorlanmanın normal bileşeni,

$$T_{XX} = \frac{h_1 T_{ZZ} + h_2 T_{X'X'}}{h_1 + h_2} \quad (4.24.a)$$

dir. Ortalama zorlamanın etkisi altında X doğrultusunda iki malzemede eşit miktarda yerdeğişeceğinden z ve x' doğrultusundaki zorlanmalar,

$$S_{XX} = S_{ZZ} = S_{X'X'} \quad (4.24.b)$$

eşit olmalıdır.

z eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın y bileşeni; T_{yz} , S_{yz}

x' eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın y' bileşeni; $T_{y'x'}$, $S_{y'x'}$

dir. Bu iki zorlama bileşeni sınır koşulundan eşit olmak zorundadır. O halde, X eksenine dik yüzeye etki eden zorlamanın Y bileşeni,

$$T_{YX} = T_{yz} = T_{y'x'} \quad (4.25.a)$$

dir. T_{YX} zorlaması altında her iki malzeme farklı miktarda yerdeğişeceğinden, Y yönündeki ortalama zorlanma,

$$S_{YX} = \frac{h_1 S_{yz} + h_2 S_{y'x'}}{h_1 + h_2} \quad (4.25.b)$$

olur.

z eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın x bileşeni: T_{xz} , S_{xz}

x' eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın z' bileşeni: $T_{z'x'}$, $S_{z'x'}$

dir. X eksenine dik yüzeye etki eden ortalama zorlamanın Z bileşeni,

$$T_{ZX} = \frac{h_1 T_{xz} + h_2 T_{z'x'}}{h_1 + h_2} \quad (4.26.a)$$

olup bu zorlama altında x ve z' doğrultusunda yerdeğişimler eşit olacağından Z yönündeki zorlanma ise,

$$S_{ZX} = S_{xz} = S_{z'x'} \quad (4.26.b)$$

dir.

Y eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmalar:

y eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın

z bileşeni: T_{zy} , S_{zy}

y' eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın

x' bileşeni: $T_{x'y'}$, $S_{x'y'}$

dir. O halde, Y eksenine dik yüzeye etki eden ortalama zorlanmanın X bileşeni,

$$T_{XY} = \frac{h_1 T_{zy} + h_2 T_{x'y'}}{h_1 + h_2} \quad (4.27.a)$$

zorlanmanın X bileşeni ise,

$$S_{XY} = S_{zy} = S_{x'y'} \quad (4.27.b)$$

dir.

y eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın

y bileşeni: T_{yy} , S_{yy}

y' eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın

y' bileşeni: $T_{y'y'}$, $S_{y'y'}$

dir. Sınır koşulundan, Y eksenine dik yüzeye etki eden zorlanmanın normal bileşeni,

$$T_{YY} = T_{yy} = T_{y'y'} \quad (4.28.a)$$

ve Y yönündeki ortalama zorlanma ise,

$$S_{YY} = \frac{h_1 S_{yy} + h_2 S_{y'y'}}{h_1 + h_2} \quad (4.28.b)$$

dir.

y eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın

x bileşeni: T_{xy} , S_{xy}

y' eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın

z' bileşeni: T_{zy} , S_{zy}
 olup, Y eksenine dik yüzey üzerindeki ortalama zorlanmanın Z bileşeni,

$$T_{ZY} = \frac{h_1 T_{xy} + h_2 T_{z'y'}}{h_1 + h_2} \quad (4.29.a)$$

ve bu doğrultudaki zorlanma ise,

$$S_{ZY} = S_{xy} = S_{z'y'} \quad (4.29.b)$$

dir.

Z eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmalar:

x eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın z bileşeni; T_{zx} , S_{zx}

z' eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın x' bileşeni; $T_{x'z'}$, $S_{x'z'}$

dir. O halde yine Z eksenine dik yüzey üzerindeki ortalama zorlamanın X bileşeni,

$$T_{XZ} = \frac{h_1 T_{zx} + h_2 T_{x'z'}}{h_1 + h_2} \quad (4.30.a)$$

ve zorlanmanın X bileşeni,

$$S_{XZ} = S_{zx} = S_{x'z'} \quad (4.30.b)$$

dir.

x eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın y bileşeni: T_{yx} , S_{yx}

z' eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın y' bileşeni: $T_{y'z'}$, $S_{y'z'}$

dir. Z eksenine dik yüzey üzerindeki zorlamanın Y bileşeni sınır koşulundan,

$$T_{YZ} = T_{yx} = T_{y'z'} \quad (4.31.a)$$

ve Y doğrultusundaki ortalama zorlanma ise,

$$S_{YZ} = \frac{h_1 S_{yx} + h_2 S_{y'z'}}{h_1 + h_2} \quad (4.31.b)$$

olacaktır.

x eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın x bileşeni: T_{xx} , S_{xx}

z' eksenine dik yüzey üzerindeki zorlama ve zorlanmanın z' bileşeni: $T_{z'z'}$, $S_{z'z'}$

dir. Z eksenine dik yüzey üzerindeki ortalama zorlamanın normal bileşeni,

$$T_{ZZ} = \frac{h_1 T_{xx} + h_2 T_{z'z'}}{h_1 + h_2} \quad (4.32.a)$$

ve Z yönündeki zorlanma ise,

$$S_{ZZ} = S_{xx} = S_{z'z'} \quad (4.32.b)$$

dir.

Birinci ortam için Hooke yasasının,

$$\begin{bmatrix} T_{xx} \\ T_{yy} \\ T_{zz} \\ T_{yz} \\ T_{xz} \\ T_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{zz} \\ S_{yz} \\ S_{xz} \\ S_{xy} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

biçiminde yazılıp açılması ile,

$$T_{xx} = c_{11}S_{xx} + c_{12}S_{yy} + c_{13}S_{zz} \quad (4.34.a)$$

$$T_{yy} = c_{12}S_{xx} + c_{11}S_{yy} + c_{13}S_{zz} \quad (4.34.b)$$

$$T_{zz} = c_{13}S_{xx} + c_{13}S_{yy} + c_{33}S_{zz} \quad (4.34.c)$$

$$T_{yz} = c_{44}S_{yz} \quad (4.34.d)$$

$$T_{xz} = c_{44}S_{xz} \quad (4.34.e)$$

$$T_{xy} = c_{66}S_{xy} \quad (4.34.f)$$

bağıntıları elde edilir. İkinci ortam için de benzer şekilde,

$$T_{x'x'} = c'_{11}S_{x'x'} + c'_{12}S_{y'y'} + c'_{13}S_{z'z'} \quad (4.35.a)$$

$$T_{y'y'} = c'_{12}S_{x'x'} + c'_{11}S_{y'y'} + c'_{13}S_{z'z'} \quad (4.35.b)$$

$$T_{z'z'} = c'_{13}S_{x'x'} + c'_{13}S_{y'y'} + c'_{33}S_{z'z'} \quad (4.35.c)$$

$$T_{y'z'} = c'_{44}S_{y'z'} \quad (4.35.d)$$

$$T_{x'z'} = c'_{44}S_{x'z'} \quad (4.35.e)$$

$$T_{x'y'} = c'_{66}S_{x'y'} \quad (4.35.f)$$

ifadeleri elde edilir. (4.28.a), (4.24.b), (4.32.b), (4.34.b), (4.35.b) ve (4.28.b) eşitliklerinden yararlanarak,

$$S_{yy} = \frac{h_2(c'_{12}-c_{13})S_{xx} + (h_1+h_2)c'_{11}S_{yy} + h_2(c'_{13}-c_{12})S_{zz}}{(h_2c_{11} + h_1c'_{11})} \quad (4.36.a)$$

ve

$$S_{y'y'} = \frac{h_1(c_{13}-c'_{12})S_{xx} + (h_1+h_2)c_{11}S_{yy} - h_1(c'_{13}-c_{12})S_{zz}}{(h_2c_{11} + h_1c'_{11})} \quad (4.36.b)$$

bağıntıları elde edilir.

Denklem (4.36.a) ve (4.36.b) yi; denklem (4.34.a), (4.34.b), (4.34.c), (4.35.a), (4.35.b) ve (4.35.c) de yerine koyarak ve çıkan ifadeleride, denklem (4.24.a), (4.28.a) ve (4.32.a) da yerine yazarak,

$$\begin{aligned}
T_{XX} = & \frac{(h_1 c_{33} + h_2 c'_{11})(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11}) - h_1 h_2 (c'_{12} - c_{13})^2}{(h_1 + h_2)(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} S_{XX} \\
& + \frac{(h_1 c_{13} c'_{11} + h_2 c'_{12} c_{11})}{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} S_{YY} \\
& + \frac{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})(h_1 c_{13} + h_2 c'_{13}) + h_1 h_2 (c'_{13} - c_{12})(c_{13} - c'_{12})}{(h_1 + h_2)(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} S_{ZZ}
\end{aligned} \quad (4.37.a)$$

$$\begin{aligned}
T_{YY} = & \frac{(h_1 c'_{11} c_{13} + h_2 c_{11} c'_{12})}{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} S_{XX} + \frac{(h_1 + h_2) c_{11} c'_{11}}{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} S_{YY} \\
& + \frac{(h_1 c_{12} c'_{11} + h_2 c_{11} c'_{13})}{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} S_{ZZ}
\end{aligned} \quad (4.37.b)$$

$$\begin{aligned}
T_{ZZ} = & \frac{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})(h_1 c_{13} + h_2 c'_{13}) + h_1 h_2 (c'_{13} - c_{12})(c_{13} - c'_{12})}{(h_1 + h_2)(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} S_{XX} \\
& + \frac{(h_1 c_{12} c'_{11} + h_2 c_{11} c'_{13})}{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} S_{YY} \\
& + \frac{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})(h_1 c_{11} + h_2 c'_{33}) - h_1 h_2 (c'_{13} - c_{12})^2}{(h_1 + h_2)(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} S_{ZZ}
\end{aligned} \quad (4.37.c)$$

denklem (4.34.d), (4.35.d) ve (4.31.b) den;

$$T_{YZ} = \frac{(h_1 + h_2) c_{66} c'_{44}}{(h_1 c'_{44} + h_2 c_{66})} S_{YZ} \quad (4.37.d)$$

denklem (4.34.e), (4.35.e) ve (4.26.a) dan;

$$T_{ZX} = \frac{(h_1 c_{44} + h_2 c'_{44})}{(h_1 + h_2)} S_{ZX} \quad (4.37.e)$$

denklem (4.34.f), (4.35.f) ve (4.27.a) dan;

$$T_{XY} = \frac{(h_1 + h_2) c_{44} c'_{66}}{(h_1 c'_{66} + h_2 c_{44})} S_{XY} \quad (4.37.f)$$

eşitlikleri elde edildi.

(4.37.a),.....,(4.37.f) denklemlerinin zorlanma katsayıları istiflenmiş ortamın,

$$C_{11} = \frac{(h_1 c_{33} + h_2 c'_{11})(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11}) - h_1 h_2 (c'_{12} - c_{13})^2}{(h_1 + h_2)(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} \quad (4.38.a)$$

$$C_{12} = \frac{(h_1 c_{13} c'_{11} + h_2 c'_{12} c_{11})}{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} \quad (4.38.b)$$

$$C_{13} = \frac{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})(h_1 c_{13} + h_2 c'_{13}) + h_1 h_2 (c'_{13} - c_{12})(c_{13} - c'_{12})}{(h_1 + h_2)(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} \quad (4.38.c)$$

$$C_{21} = \frac{(h_1 c'_{11} c_{13} + h_2 c_{11} c'_{12})}{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} \quad (4.38.d)$$

$$C_{22} = \frac{(h_1 + h_2) c_{11} c'_{11}}{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} \quad (4.38.e)$$

$$C_{23} = \frac{(h_1 c_{12} c'_{11} + h_2 c_{11} c'_{13})}{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} \quad (4.38.f)$$

$$C_{31} = \frac{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})(h_1 c_{13} + h_2 c'_{13}) + h_1 h_2 (c'_{13} - c_{12})(c_{13} - c'_{12})}{(h_1 + h_2)(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} \quad (4.38.g)$$

$$C_{32} = \frac{(h_1 c_{12} c'_{11} + h_2 c_{11} c'_{13})}{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} \quad (4.38.h)$$

$$C_{33} = \frac{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})(h_1 c_{11} + h_2 c'_{33}) - h_1 h_2 (c'_{13} - c_{12})}{(h_1 + h_2)(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} \quad (4.38.i)$$

$$C_{44} = \frac{(h_1 + h_2) c_{66} c'_{44}}{(h_1 c'_{44} + h_2 c_{66})} \quad (4.38.j)$$

$$C_{55} = \frac{(h_1 c_{44} + h_2 c'_{44})}{(h_1 + h_2)} \quad (4.38.k)$$

$$C_{66} = \frac{(h_1 + h_2) c_{44} c'_{66}}{(h_1 c'_{66} + h_2 c_{44})} \quad (4.38.l)$$

ortalama elastik sertlik sabitlerini verir. Bu ifadelere dikkatle bakılırsa

$$C_{12} = C_{21} , C_{13} = C_{31} \quad \text{ve} \quad C_{23} = C_{32}$$

olduğu görülür. Ortalama elastik sertlik tensörü böylece,

$$[C_{IJ}] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

dokuz bağımsız ortalama elastik sertlik sabiti içerip, istif yapısının ortorombik simetriye sahip olacağını gösterir.

Sonuç olarak; çekme eksenleri paralel veya dik olacak şekilde istiflenmiş yapıların, elastik sertlik tensörlerinin dokuz bağımsız ortalama elastik sertlik sabiti içermeleri yapıları ortorombik elastik simetri özelliği kazandırır. Paralel istiflemenin ortalama elastik sertlik sabitlerini veren (4.22.a),..., (4.22.1) eşitlikleri ile dik istiflemenin ortalama elastik sertlik sabitlerini veren (4.38.a),..., (4.38.1) eşitliklerinin karşılaştırılmasından, bu dokuzar sabitten sadece C_{22} ve C_{55} lerin eşit olduğu görülür. Paralel istiflenmiş ortamın C_{22} si ile dik istiflenmiş ortamın C_{22} sinin eşit olması, her iki istif durumunda da y ve y' eksenlerinin paralel olmasındandır. Çünkü C_{22} terimi y ve y' eksenlerinin oluşturduğu Y eksenine ile ilgilidir. Her iki istif durumunda da xz ve $x'z'$ düzlemlerinin paralel oluşu, bu düzlemlerin oluşturduğu XZ düzlemi ile ilgili olan C_{55} lerin eşit olmasını sağlar.

5.BÖLÜM

DENEYSEL ÇALIŞMA

5.1. GİRİŞ

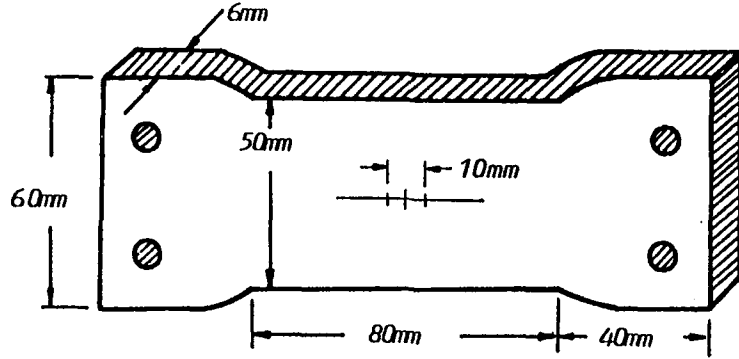
Yönlendirme işlemleri ile anizotrop fiziksel özellik kazandırılan polimerlerin, yönelme eksenini yönündeki termal iletkenlikleri, termal genleşmeleri, kırılma indisleri ve elastik özellikleri; yönelme eksenine dik yöndekinden farklıdır [1,14,15,16,17,18,19]. Yapı; karmaşık halde bulunan molekül zincirlerinin yönlendirme eksenini boyunca yeniden düzenlenmeleri sonucunda mekaniksel anizotropi kazanır.

Bu çalışmada, yönlendirme işlemi tek yönlü çekme işlemi sonucunda yapıldığından, yapının kazanacağı simetri yönlendirme eksenlerine göre tanımlanan makroskobik yapı için geçerlidir. Tek yönlü yönlendirme sonucunda enine izotrop elastik simetri kazanan katı polimer yapısına makroskobik anlamda bakıldığında, yönelme eksenine dik düzlemlerin izotrop kaldığı, yönelme eksenine paralel düzlemlerin anizotrop olduğu görülür. Bu özellikler ise hegzagonal simetrikli kristallerdeki gibi beş bağımsız elastik sabiti ile belirlenir. Ortorombik elastik simetri gösteren bir yapı ise ortorombik kristal yapılarıdaki gibi dokuz bağımsız elastik sabit ile betimlenir.

Polimerik materyal olarak; günlük yaşamımızda hemen hemen her yerde karşılaştığımız PVC çalışılmıştır.

5.2. YÖNLENDİRME İŞLEMİ ve ÖRNEKLERİN HAZIRLANIŞI

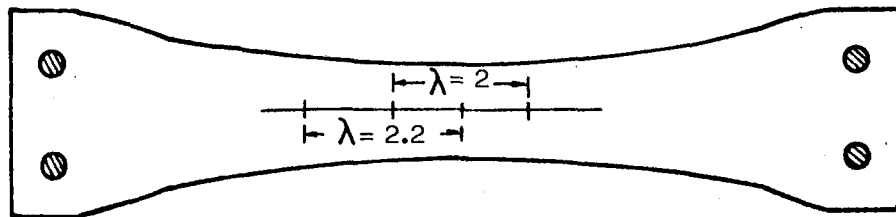
PVC su borularından kesilen 6mm kalınlıklı örnekler 80°C ye kadar ısıtılıp preste düz plaka haline getirildikten sonra, şekil 5.1 deki boyutlara uygun olan çekme örnekleri hazırlandı.



Şekil 5.1: Çekme örneğinin boyutları.

Bu kalınlıktaki örnekler çekme işlemi sonunda daha da inceleneceklerinden, örneklerin yx, yz ve zx düzlemlerindeki hız ölçümlerini yapabilmek için aynı koşullarda eşit çekme oranlarına sahip örnekler elde edebilmek gerekiyordu. Bu zorluğu aşabilmek için üç seçenek düşünüldü:

i) Çekilmiş örneğin orta noktasının sağından ve solundan aynı çaplı iki örnek çıkarmak. Bunun sakıncası çekme oranının orta noktanın sağından ve solundan belli bir mesafeden sonra orta noktaya göre aynı olmayışı ve yönelmenin, orta bölgede daha homojen olup diğer taraflarda olmamasıdır (Şekil 5.2).

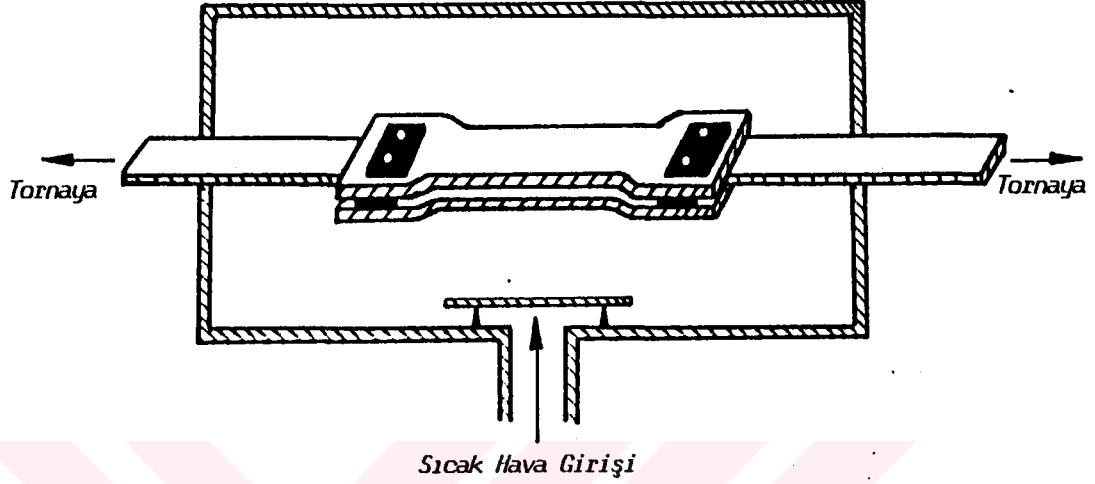


Şekil 5.2: Çekme oranının, orta noktaya göre değişimi

ii) Çekilmiş örneğin orta noktasını merkez kabul eden yuvarlak bir disk çıkarıp, onu ortadan iki diske ayırmaktır. 6mm kalınlıklı örnek; çekme, yarma ve zımparalama işlemlerinden sonra haliyle daha da inceleyecektir. İncelme, geciktirme zamanının ölçüm duyarlılığında hataya neden olur.

iii) İki örneği; çekme oranları eşit olacak şekilde aynı anda ve ortamda eşit koşullar altında çekmektir. Bunun için

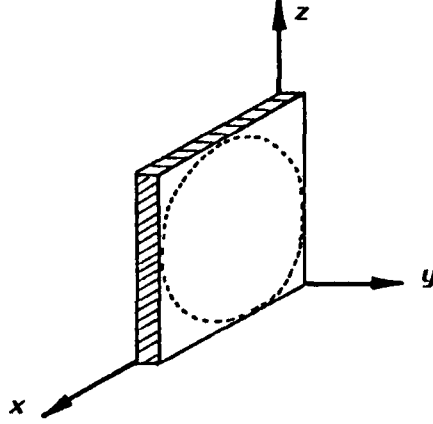
iki çekme örneğinin bağlanabileceği bir sistem tasarlandı. Bu sistem, ısı yalıtımı sağlanmış içine denetimli sıcak hava üflenen çekme hücresine yerleştirildi (Şekil 5.3).



Şekil 5.3: Çekme hücresi.

Örnek tutucuları su dolaşımı ile soğutuldu. Çekme işlemi PVC nin camsı geçiş sıcaklığının üstünde olan, 83°C de yapıldı. Sıcaklık kromel-alumel termo çifti ile her iki örnek için denetlendi. Tornanın dakikadaki devir sayısı 33.5 dev/dak, devir başına ilerlemesi 0.0125 mm/sn olduğundan çekme işlemi ≈ 0.01 mm/sn lik sabit hızda yapıldı. İstenilen çekme oranına ulaşıldığında çekme işlemine ve sıcak hava üflemesine son verilip, çekme hücresi içinde örnekler 4 saat bekletildi. Çekme oranları, örneklerin orta bölgesinde önceden işaretlenen 1 cm lik uzunluğa göre tanımlandı (Şekil 5.1). Daha sonra çekilmiş örneklerin orta bölgelerinden 30mm çaplı örnekler çıkarıldı. Örnek yüzeylerinin paralelsizliği hız ve yoğunluk ölçümlerini olumsuz yönde etkileyeceğinden, aşındırma işlemi; örneğin aşındırma adaptörü içine koyulup, cam üzerine yerleştirilen 400-600-800 nolu su zımparaları ile yapıldı. Zımparalama işleminde örneğin ısınmaması, zımparadan ve örnekten kopan parçalardan arındırılması için su kullanıldı. 0.002 mm duyarlıklı mikrometre ile örnek çapı boyunca ölçülen kalınlık değişimi, 0.01 mm den daha iyi oluncaya kadar zımparalama işlemine devam edildi. Örneğin; z eksenine çekme doğrultusu, kalınlığı y

ekseni ve genişliği ise x eksenini olarak Şekil 5.4 teki gibi tanımlandı.



Şekil 5.4: Yönlendirilmiş örneğin esas eksenleri.

Doğru bir yoğunluk ölçümü yapabilmek için, örnekler topluca merkezleri çakışacak şekilde ALTECO-ACE yapıştırıcısı ile yapıştırılarak, 25mm çaplı silindirik disk haline getirildi. Daha sonra birbirinden ayrılan örneklerdeki yapıştırma ve ayırma izlerinin giderilmesi için, önceden bahsedilen zımparalama işlemi bir kez daha tekrarlandı. Örnek yoğunlukları, silindirik disklerin kütlelerinin hacimlerine oranıyla hesaplandı. Çekme işlemi ile yoğunluğun artması beklenmesine rağmen, çekilen örneklerde sistematik bir azalma gözlenmiştir. Bunun nedeni, çekme işlemi ile malzeme içindeki boşlukların hacminin artması veya malzeme içinde bulunabilecek kirliliklerin çekme işlemi sırasında boşluk hacmi oluşturacağıdır. Bu tür davranış, amorf ve kristalin bölgeleri etkili olarak içeren polimerik maddelerin bazılarında da gözlenmiştir [20,21]. \pm %0.1 lik hata ile ölçülmüş yoğunluk değerlerinin değişik çekme oranlarındaki değerleri Tablo 5.1 de verildi. Çekme oranına karşın yoğunluk değişimi ise Şekil 5.5 deki gibidir.

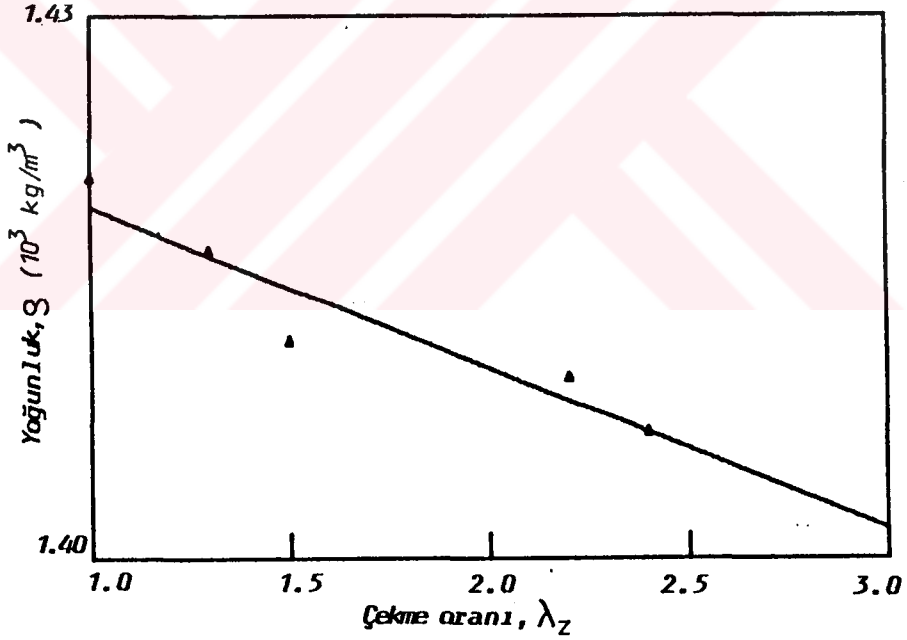
Çekme oranına bağlı olarak yoğunluk değişimi; kullanılan PVC örneği için birinci mertebeden,

$$S = - 0.088\lambda_z + 1.428 \quad (5.1)$$

ifadesi ile $\pm \%0.1$ doğrulukla verilebilir.

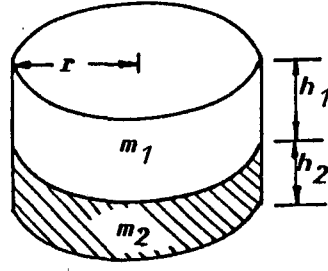
Tablo 5.1 Çekme oranlarına karşı gelen yoğunluk değerleri

λ_z	$S (10^3 \text{ kg/m}^3)$
1	1.421
1.3	1.417
1.5	1.412
2.2	1.410
2.4	1.407



Şekil 5.5: Çekme oranına karşın yoğunluk değişimi.

Farklı çekme oranlarından dolayı, farklı yoğunluklara sahip iki örneğin istiflenmesi durumunda, istif örneği için ortalama yoğunluk aşağıdaki gibi tanımlandı. Yoğunlukları S_1 ve S_2 , kalınlıkları h_1 ve h_2 , yarıçapları $r_1=r_2=r$ ve kütleleri m_1 , m_2 olan iki örnek Şekil 5.6 daki gibi istiflenirse; istif örneğinin ortalama yoğunluğu,



Şekil 5.6: İstiflenmiş yapı

$$\bar{S} = \frac{m_1 + m_2}{V} \quad (5.2)$$

dir. Burada,

$$m_1 = S_1 \pi r^2 h_1 \quad , \quad m_2 = S_2 \pi r^2 h_2 \quad \text{ve} \quad V = \pi r^2 (h_1 + h_2) \quad (5.3)$$

dir. (5.3) eşitliklerinin, (5.2) eşitliğinde yerine konması ile istif örneği için ortalama yoğunluk,

$$\bar{S} = \frac{S_1 h_1 + S_2 h_2}{h_1 + h_2} \quad (5.4)$$

eşitliğinden hesaplandı.

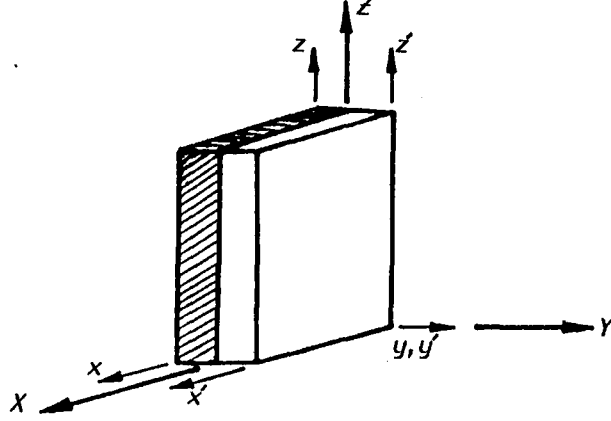
5.3. ÇEKİLMİŞ ÖRNEKLERİN İSTİFLENMESİ

Örnekler işlendikten sonra iki şekilde istiflendi.

i) Çekme doğrultuları paralel olacak şekilde

Esas eksenleri Şekil 5.4 deki gibi tanımlanmış iki örneğin istiflenmesi halinde, elde edilen örneğin esas eksenleri (X,Y ve Z) her bir örneğin esas eksenleri ile X//x//x', Y//y//y' ve Z//z//z' olacak şekilde tanımlandı (Şekil 5.7). Daha sonra; kenarları ALTECO-ACE yapıştırıcısı içine katılan PVC tozları ile hazırlanan macun ile sıvanıp kurumaya bırakıldı.

Her bir örneğin çekme doğrultularına (z,z' eksenleri) dik düzlemler izotrop, paralel düzlemler anizotrop olduğundan XY düzlemini meydana getiren xy ve x'y' düzlemleri izotropdur. YZ

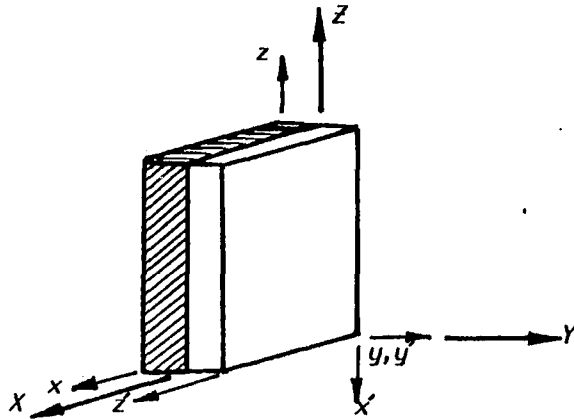


Şekil 5.7: Çekme doğrultuları paralel olacak şekilde istifleme

düzlemini ve XZ düzlemini oluşturan yz , $y'z'$, ve xz , $x'z'$ düzlemleri ise anizotropdur.

ii) Çekme doğrultuları dik olacak şekilde

Örnekler; esas eksenleri $x//z'$, $y//y'$ ve $z//x'$ olacak şekilde istiflendikten sonra kenarları önceden bahsedilen biçimde yapıştırıldı. İstiflenmiş örnek için esas eksen tanımı, çekme oranı büyük olan örneğin esas eksenleri ile uyuşacak şekilde yapıldı. Birinci örneğin çekme oranı λ_z , ikinci örneğin çekme oranı λ_z den büyük ise istif örneği için esas eksenler birinci örneğin esas eksenleri ile $X//x//z'$, $Y//y//y'$ ve $Z//z//x'$ olacak şekildedir (Şekil 5.8).

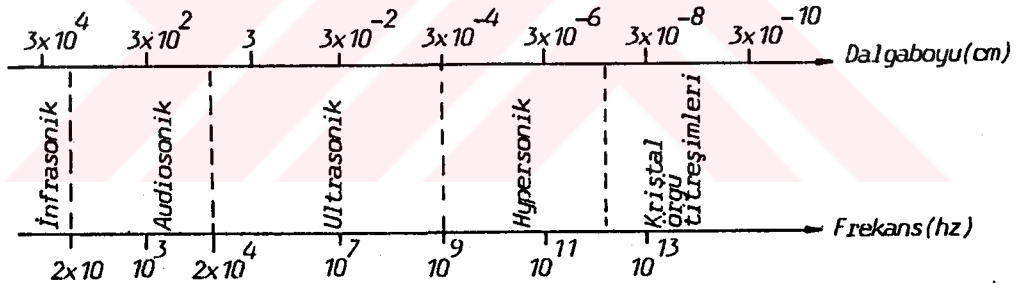


Şekil 5.8: Çekme doğrultuları dik olacak şekilde istifleme

Çekme eksenleri dik olacak şekilde istiflenmiş bir örneğin; XY düzlemini oluşturan xy düzlemi izotrop, yz düzlemi ise anizotropdur. YZ düzlemini oluşturan, yz düzlemi anizotrop x'y düzlemi ise izotropdur. XZ düzlemini meydana getiren xz ve x'z' düzlemlerinin her ikisinde anizotropdur.

5.4. ÖLÇÜM METODU ve DENEY DÜZENEGİ

Dalga ölçümlerindeki temel amaç, göz önüne alınan özel dalga tipi için hız ve zayıflamayı belirlemektir. Bu ölçümler materyalin yapısal özellikleri ile ilgilidir. Zayıflama genellikle dış alanların varlığı, tane büyüklüğü, frekans aralığı, materyalin tipi ve diğer dağıtılan mekanizmalar aracılığı ile belirlenir iken hız; elastik sabitlerinin ve yoğunluğun fonksiyonu olarak belirlenir. Dalga ölçümleri için dalga spektrumu aşağıdaki gibidir.



Katıların ultrasonik özelliklerinin incelenmesinde; ilerleyen dalga yöntemi, rezonans yöntemi, puls yöntemi v.b kullanılır [19,22,23,24,25,26,27,28]. Polimerlerin ultrasonik özelliklerinin incelenmesinde genelde; puls eko, puls eko overlap ve daldırma teknikleri kullanılır. Bu tekniklerin birbirine göre ayrı ayrı üstünlükleri vardır [7,18].

Bu çalışmada daldırma tekniği esasına dayalı Ultrasonik Engineering CO. LTD. yapımı UAC 9 ultrasonik spektrometresi kullanıldı. Bu spektrometre elektronik düzenek ve ölçü hücresi olmak üzere iki kısımdan meydana gelmiştir.

1- Elektronik Düzenek

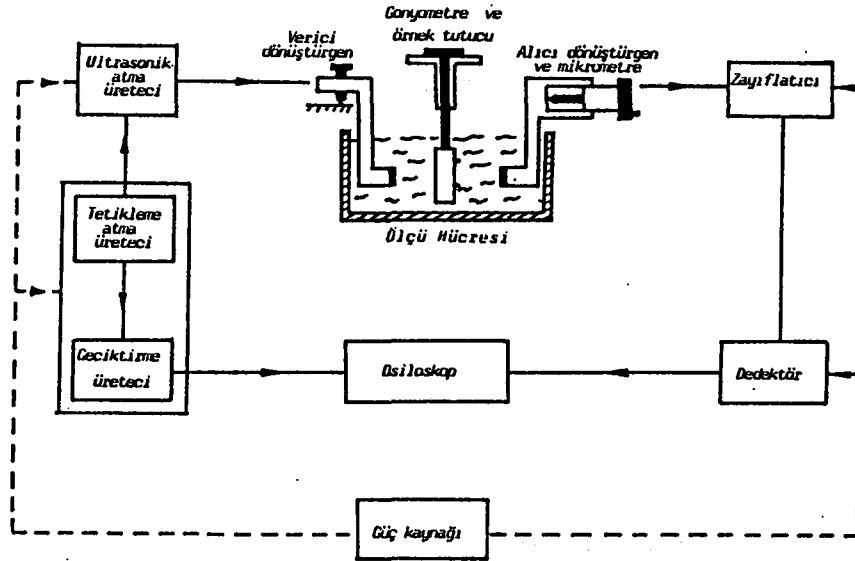
- a) Atma çıkış gerilimi : Max. 1000 V_{p-p}
- b) Frekans bandı : 0.5-22 Mhz (11 kademe)

c) Zayıflama oranı	: 132 dB (1 dB lik adımlarla)
d) Atma genişliği	: 0-20 μ sn
e) Geciktirme zamanı	: Atma çıkışına göre 0-100 μ sn
g) Osiloskop	: Tektronix 475
Band genişliği	: 250 Mhz
Maksimum tarama hızı	: 10 nsn/cm x 10 büyütme
Gecikme süresi duyarlılığı:	1/100 cm

2- Ölçü hücresi

Sıvı tankı, paralellığın sağlanması için ayarlanabilir bir düzenek üzerine bağlı verici ve alıcı dönüştürgen ve örnek tutucusundan meydana gelmiştir. Örnek tutucusuna bağlı bir gonyometre $\pm 60^\circ$ dönebilmekte ve açılar 0.1° duyarlıklı okunabilmektedir. Verici ve alıcı dönüştürgenler arasındaki uzaklık 30 mm den 50 mm ye kadar değişebilmekte ve alıcı dönüştürgenin hareketi 0.005 mm duyarlıkla okunabilmektedir.

0.5, 1.5, 2.5, 3.5, 4.5, ve 5.5 Mhz lik frekanslar için 0.5 Mhz PZT ; 2, 6, 10, 14, 18, 22 Mhz lik frekanslar için de 2 Mhz kuartz verici ve alıcı dönüştürgen çifti kullanılmaktadır. Ölçüm düzeneğinin blok şeması şekil 5.9 da verilmiştir.



Şekil 5.9: Ölçüm Düzeneğinin Blok Şeması

5.5. HIZ ÖLÇÜMLERİ

Akustik dalga hızının sıcaklığa bağımlılığı bilinen bir gerçektir [29,30]. Bu nedenle ölçümler, sıvı tankındaki damıtık su $22^{\circ}\text{C} \pm 0.5^{\circ}\text{C}$ de sabit sıcaklıkta tutularak 2 Mhz lik frekansta yapıldı. Daha önceden de değinildiği gibi katılarda farklı polarizasyonlara sahip bir boyuna ve iki enine dalga yayılmaktadır. Kullandığımız ölçüm düzeneği; katılarda yayılan bir boyuna ve iki enine dalgadan yalnız, polarizasyonu örnek tutucu eksenine dik düzlem içinde kalan boyunayı ve enine dalgalardan birini uyarmakta diğer enine dalgayı (polarizasyonu örnek tutucu eksenine paralel düzlem içinde kalan) uyaramamaktadır. Örnek tutucu eksenine paralel polarize olmuş dalgaların hızı M.F.Markham tarafından verilen bir yöntemle ölçülmüştü [26]. Esas eksen doğrultusundaki hızlar kritik açı değerlerinin ölçülmesiyle de hesaplanabilir [19]. Ancak PVC de kritik gelme açısı değerinde, enine ve boyuna atmaların birbirinden ayırıt edilememeyişinin, kritik açı değerinin duyarlı bir şekilde belirlenmesini güçleştirmesinden dolayı bu teknik x ve z eksenleri doğrultusundaki hızların ölçülmesinde büyük hatalara neden olur. Bu nedenle ölçümler daha önceden geliştirilen dilimleme tekniği ile yapıldı [31].

Daldırma tekniğinde verici dönüştürgen tarafından uyarılmış boyuna dalgalar tanktaki sıvı aracılığı ile alıcı dönüştürgene iletilmektedir. Atmaların alıcı dönüştürgene ulaşması için geçen zaman, dönüştürgenler arasında örnek varken ve yokken ayrı ayrı osiloskoptan ± 5 nsn duyarlılıkla ölçülüp örnek içindeki gecikme zamanı ve buna bağlı olarak istenilen ultrasonik büyüklükler hesaplanır. Bu işlem örneğin dalga yayılım yönüne dik veya belli bir açıda konmasına bağlı olarak iki şekilde yapılır.

Sıvıdaki Yayılma Hızının Ölçülmesi

Alıcı dönüştürgen mikrometre ile belli bir d_1 konumuna getirilir ve osiloskopta gözlenen atmalardan herhangi birinin yeri belirlenir. Sonra alıcı dönüştürgen d_2 konumuna getirilir.

İşaretlenmiş atmanın yeni konumu ile önceki konumu arasındaki zaman farkı ölçülür. Böylece sıvı içindeki yayılma hızı,

$$V_0 = \frac{d_2 - d_1}{t} \quad (5.5)$$

bağıntısı ile hesaplanır. Daldırma sıvısı olarak saf su kullanıldı ve 22°C de $V_0 = 1497 \pm 15$ m/sn olarak ölçüldü.

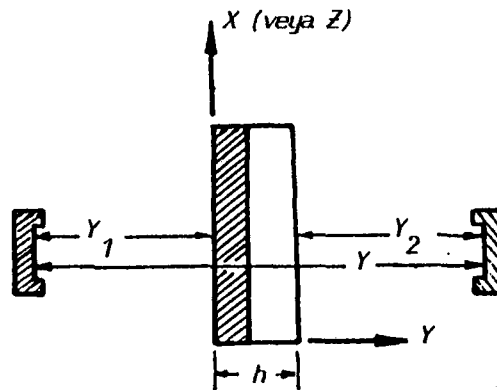
Istiflenmiş Örneklerde Hız Ölçümleri

Daha öncedende belirtildiği gibi örnekleri çekme doğrultuları paralel veya dik olacak şekilde istifleme olanağı vardı. Bu iki durumdan en geneli şekil 5.8 deki gibi çekme eksenleri dik olma hali olduğundan kuramsal inceleme bu durumdaki hız ölçümleri için yürütüldü.

Örneğin Z eksenine, örnek tutucu eksenine paralel yerleştirilirse; i gelme açısı, sudaki boyuna dalgaların yayılma doğrultusunun Y eksenine ile yaptığı açı, dik olarak yerleştirilirse yine Y eksenine ile yaptığı açı olmak üzere değişik gelme açılarında, YX ve YZ düzlemlerindeki gecikme zamanı ölçülür ve bundan yararlanılarak hızlar hesaplanır.

Bu düzlemlerde yayılma hızları dik ve herhangi bir açı ile gelme durumlarında incelendi.

1) $i = 0^\circ$ ise;



Şekil 5.10: İstif örneğinin dik konma hali

Bu durumda, örnek içinde dalga geliş yönünde saf boyuna dalga yayılacaktır. Örnek yokken dalga Y yolunu t_0 zamanında, örnek varken (Y_1+h+Y_2) yolunu t' zamanında alacaktır (Şek. 5.10). Dalganın örnek içindeki yayılma zamanı,

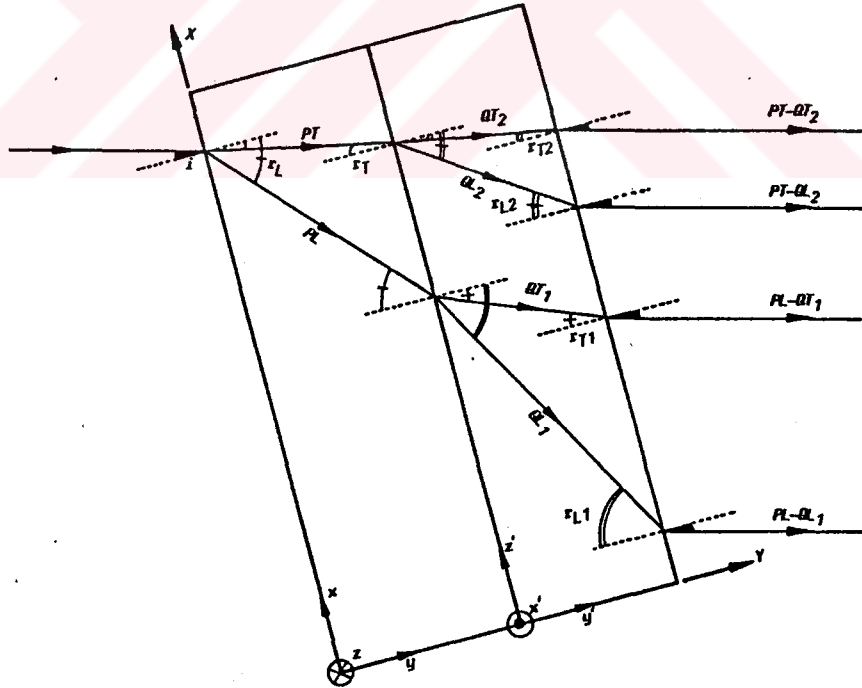
$$t = t_0 - t' \quad (5.6)$$

olacaktır. Denklem (5.6) nın yol ve hız cinsinden ifade edilmesi ile $h (=h_1+h_2)$ kalınlıklı örnek içindeki ortalama saf boyuna dalga hızı,

$$V_L = \frac{V_0}{1 - \frac{V_0}{h} t} \quad (5.7)$$

olacaktır.

2) $i \neq 0^\circ$ ise;



Şekil 5.11: İstiflenmiş ortamın Y eksenine i açısında gelen akustik dalganın, YX düzleminde yayılımının üstten görünüşü.

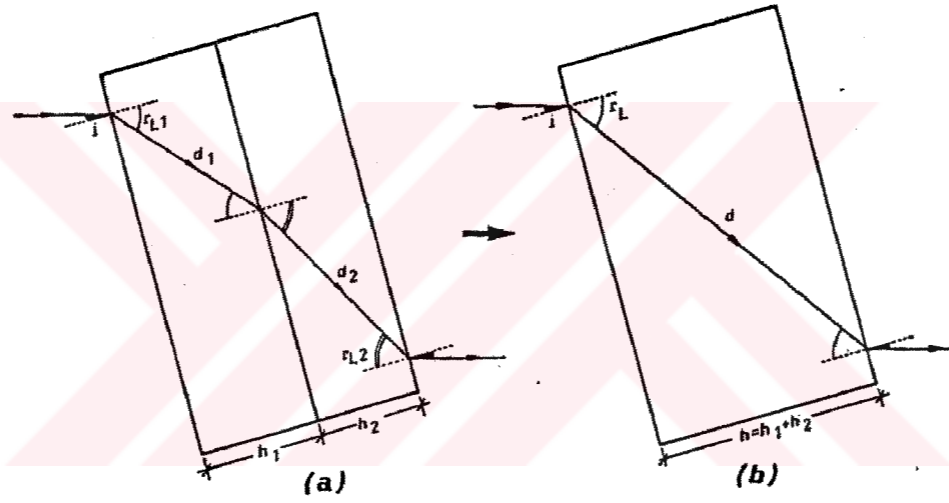
İstiflenmiş ortam yüzeyine i açısında gelen dalga (Şek. 5.11) xy izotrop düzleminde, r_L açısında V_L hızı ile yayılan saf

boyuna dalga (PL) ve r_T açısında V_T hızı ile yayılan saf enine dalga (PT) yaratır. Bu dalgalar ara yüzeye geldiklerinde, $z'y$ anizotrop düzleminde; r_{L1} , r_{L2} açılarında ve V_{L1} , V_{L2} hızlarında yayılan iki tane boyunamsı dalga (QL_1 ve QL_2), r_{T1} , r_{T2} açılarında V_{T1} , V_{T2} hızlarında yayılan iki tane eninemsiz dalga (QT_1 ve QT_2) yaratırlar. Bu dalgalar ortamı terk ettikten sonra aralarında zaman cinsinden bir faz farkı ile öncelik sırasına göre; PL- QL_1 , PL- QT_1 , PT- QL_2 , PT- QT_2 sırasında alıcı dönüştürgeye ulaşır, osiloskobun yatay taramasında farklı zaman konumlarında bulunurlar.

Eğer $z'y$ anizotrop düzlemi, izotrop olsaydı (yani çekme doğrultuları birbirine paralel istifleme durumunda olduğu gibi, $z'y$ anizotrop düzlemi yerine $x'y$ izotrop düzlemi karşı gelir) bu düzlemde, $r_{L1}=r_{L2}=r_L$ yayılma açısında $V_{L1}=V_{L2}=V_L$ hızında iki tane saf boyuna dalga (PL) ve $r_{T1}=r_{T2}=r_T$ açısında, $V_{T1}=V_{T2}=V_T$ hızında iki tane saf enine dalga (PT) yayılacaktı. Yine bu dalgalar ortamı terk ettikten sonra, aralarında zaman cinsinden bir faz farkı ile, öncelik sırasına göre; PL-PL, PL-PT, PT-PL ve PT-PT sırasında alıcı dönüştürgeye ulaşır. Örnek büyük gelme açılarında doğru döndürülmeye devam edildiğinde boyuna atmaların genliğinde gittikçe azalma ve atma zarfında yarılma gözlenecektir. Gelme açısının kritik bir değerinde saf boyuna dalga (PL) iç tam yansımaya uğrayacak ve örnek içinde sadece PT, QL_2 ve QT_2 dalgaları (ikinci ortamın izotrop olması durumunda ise; PT, PT ve PL dalgaları) yayılacaktır. Döndürme işlemine devam edildikçe PT dalgasının ara yüzeye gelme açısı (r_T) gittikçe büyüyecek ve bir kritik değerinde ikinci ortamda meydana getirdiği QL_2 (izotrop durumda PL) dalgası iç tam yansımaya uğrayacaktır. Böylece istiflenmiş ortamda iki kritik açı değerinden sonra sadece PT ve QT_2 (izotrop durumda PT) dalgaları yayılacaktır. Sonuç olarak; çekme eksenleri dik olacak şekilde istiflenmiş bir ortamda safboyuna-boyunamsı, safboyuna-eninemsiz, safenine-boyunamsı ve safenine-eninemsiz, çekme eksenleri paralel olacak şekilde istiflenmiş ortamda ise safboyuna-safboyuna, safboyuna-safenine, safenine-safboyuna ve safenine-safenine dalgaları yayılır. Bu çalışmada; safboyuna-boyunamsı (veya safboyuna

-safboyuna) ve safenine-eninemsî (veya safenine-safenine) dalgalarının yayılma hızlarını ölçmek gerektiğinden, osiloskopta birinci kritik açı değerinden önce gözlenen safboyuna-boyunamsı (veya safboyuna-safboyuna) ikinci kritik açı değerinden sonra gözlenen safenine-eninemsî (veya safenine-safenine) dalgalarının gecikme zamanları okundu.

Ortalama bir kırılma açısı tanımlamak için, kalınlığı örneklerin toplam kalınlığına eşit, aynı gelme açısında aynı gecikme zamanını veren istiflenmiş ortamın eşdeğeri tek bir ortam düşünüldü (Şekil 5.12).



Şekil 5.12: Aynı gelme açısında, aynı gecikme zamanını verecek istiflenmiş ortamın eşdeğeri tek bir ortam.

Şekil 5.12.b için boyuna ve enine kırılma açıları,

$$r_{L,T} = \text{tg}^{-1} \frac{\sin i}{\cos i \pm \frac{v_0}{h} t} \quad (5.8)$$

ifadesi ile verilir [32]. Burada (-) işareti boyuna, (+) işareti enine dalgaların kırılma açıları için hesaplanmasında kullanılır. Boyuna ve enine dalgaların yayılma hızı, r_L ve r_T nin hesaplanmasından sonra Snell yasasının kullanılması ile,

$$v_{L,T} = \frac{\sin r_{L,T}}{\sin i} \quad (5.9)$$

ifadesinden hesaplanır.

Şekil 5.12.a daki her bir ortamın, ayrı ayrı geciktirme zamanları t_1 ve t_2 ise, eşdeğer ortamın geciktirme zamanı

$$t = t_1 + t_2 \quad (5.10)$$

olur. Denklem (5.8) den geciktirme zamanı; birinci ortam için

$$t_1 = \pm \frac{h_1}{V_0} \left(\frac{\sin i}{\operatorname{tgr}_{L1,T1}} - \cos i \right) \quad (5.11)$$

ikinci ortam için,

$$t_2 = \pm \frac{h_2}{V_0} \left(\frac{\sin i}{\operatorname{tgr}_{L2,T2}} - \cos i \right) \quad (5.12)$$

ve eşdeğer ortam için ise,

$$t = \pm \frac{(h_1+h_2)}{V_0} \left(\frac{\sin i}{\operatorname{tgr}_{L,T}} - \cos i \right) \quad (5.13)$$

elde edildi. Denklem (5.11), (5.12) ve (5.13) ün; denklem (5.10) da yerine yazılması ile,

$$\frac{(h_1+h_2)}{\operatorname{tgr}_{L,T}} = \frac{h_1}{\operatorname{tgr}_{L1,T1}} + \frac{h_2}{\operatorname{tgr}_{L2,T2}} \quad (5.14)$$

elde edildi. Denklem (5.14) ün yeniden düzenlenmesi ile

$$\operatorname{r}_{L,T} = \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{(h_1+h_2) \operatorname{tgr}_{L1,T1} \operatorname{tgr}_{L2,T2}}{h_1 \operatorname{tgr}_{L2,T2} + h_2 \operatorname{tgr}_{L1,T1}} \right] \quad (5.15)$$

ifadesi elde edilir. (5.15) denklemi eşdeğer ortamdaki boyuna ve enine dalgaların yayılma açılarıнын, tabakalarda yayılan boyuna ve enine dalgaların kırılma açıları ile olan ilişkisini ifade eder.

İstiflenmiş örneğin ilk tabakasinda boyuna yayılma hızına V_{L1} , alınan yola d_1 ; ikinci tabakadaki boyuna yayılma hızına V_{L2} , alınan yola d_2 ve eşdeğer ortamdaki boyuna yayılma hızına V_L , alınan yola d denilir ise; birinci ortamdaki gecikme zamanı,

$$t_1 = \frac{d_1}{V_{L1,T1}} = \frac{\frac{h_1}{\cos r_{L1,T1}}}{V_{L1,T1}} \quad (5.16)$$

ikinci ortamdaki gecikme zamanı,

$$t_2 = \frac{d_2}{V_{L2,T2}} = \frac{\frac{h_2}{\cos r_{L2,T2}}}{V_{L2,T2}} \quad (5.17)$$

eşdeğer ortamdaki gecikme zamanı,

$$t = \frac{d}{V_{L,T}} = \frac{\frac{h}{\cos r_{L,T}}}{V_{L,T}} \quad (5.18)$$

dir. (5.16), (5.17) ve (5.18) ifadelerinin (5.10) eşitliğinde yerine yazılması ile

$$V_{L,T} = \frac{(h_1+h_2)(V_{L1,T1} V_{L2,T2} \cos r_{L1,T1} \cos r_{L2,T2})}{(h_1 V_{L2,T2} \cos r_{L2,T2} + h_2 V_{L1,T1} \cos r_{L1,T1}) \cos r_{L,T}} \quad (5.19)$$

eşdeğer ortamda boyuna veya enine dalgaların yayılma hızının, tabakalardaki boyuna veya enine yayılma hızları ile olan ilişkisi elde edildi. Gelme açısının, $i=0$ olması durumunda bütün kırılma açıları sıfır olacağından (5.19) ifadesi,

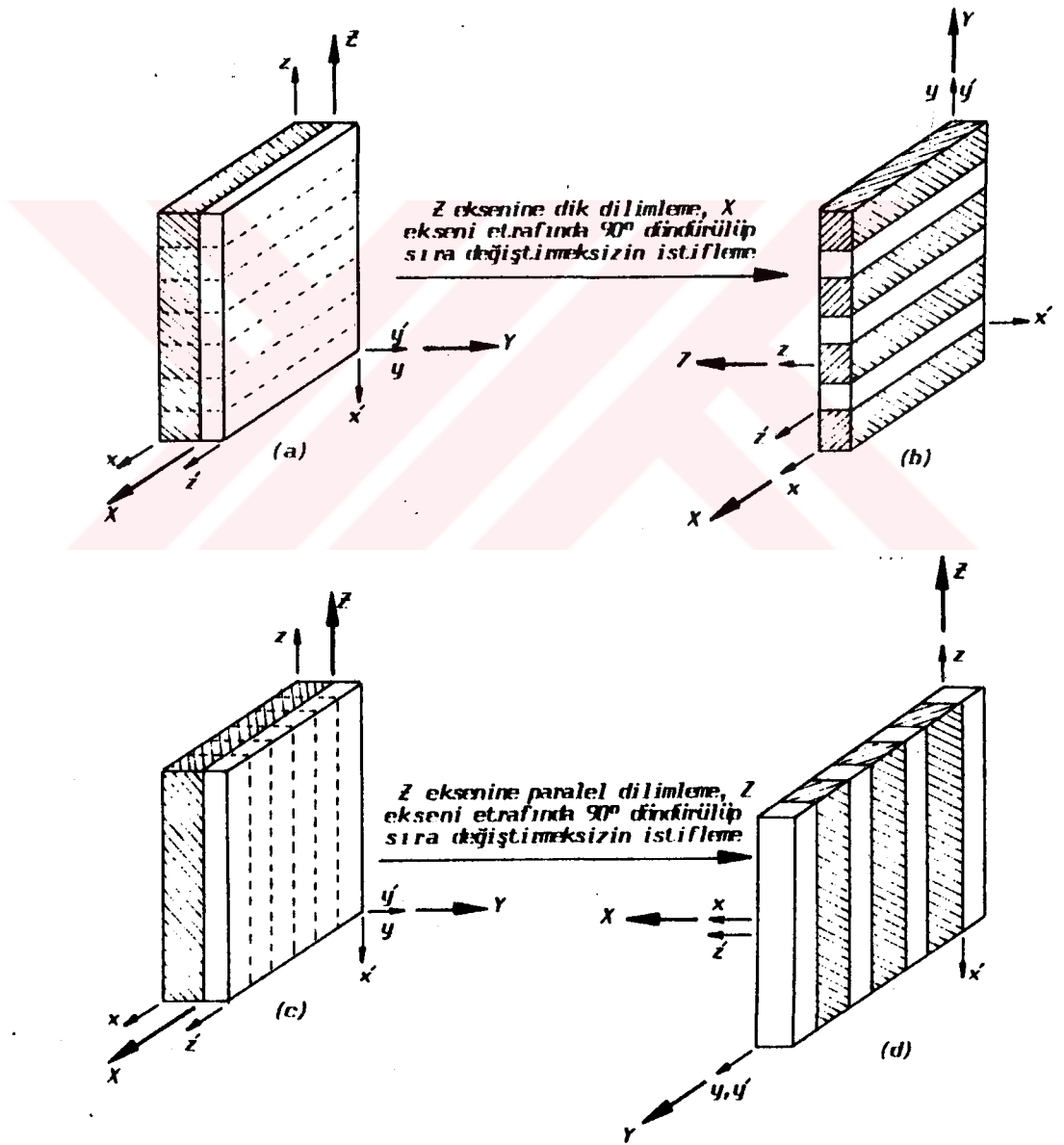
$$V_L = \frac{(h_1+h_2) V_{L1} V_{L2}}{h_1 V_{L2} + h_2 V_{L1}} \quad (5.20)$$

ifadesine indirgenir.

$i=0^\circ$ için hızlar; Tablo 6.3 den $V_{L1}=2305$ m/sn, Tablo 6.11 den $V_{L2}=2223$ m/sn ve Tablo 6.27 den $V_L=2261$ m/sn olarak ölçülmüştür. Örnek kalınlıkları $h_1=1.722$ mm ve $h_2=1.672$ mm olduğuna göre, denklem (5.20) den $V_L=2264$ m/sn olarak hesaplanır. $i=15^\circ$ için hızlar ve kırılma açıları; Tablo 6.3 den $V_{L1}=2314$ m/sn $r_{L1}=23.58^\circ$, Tablo 6.11 den $V_{L2}=2240$ m/sn $r_{L2}=22.78^\circ$ ve Tablo 6.27 den $V_L=2273$ m/sn $r_L=23.14^\circ$ olarak ölçülmüştür.

Denklem (5.15) den $r_L=23.18^\circ$ ve denklem (5.19) dan $V_L=2277$ m/sn olarak hesaplanır. Sonuçlardan görüldüğü gibi, kuramsal ifadelerden elde edilen sonuçlarla deneysel olarak ölçülmüş olanlar uyum içindedir. Aynı hesaplamalar enine hızlar için de geçerlidir.

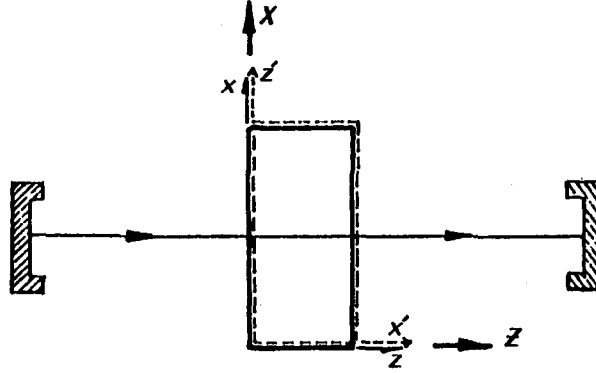
Istif örneğinin, ZX ve XZ düzlemlerindeki gecikme zamanını dolayısıyla yayılma hızını ölçmek için örneği Şekil 5.13 deki gibi dilimleyip istiflemek gerekir.



Şekil 5.13: Eşdeğer iki istif örneğinin (a,c) ZX ve XZ düzlemlerinde hız ölçümlerinin yapılabilmesi için dilimlenip yeniden şekillendirilmeleri (b,d)

Şekil 5.13.b deki gibi istiflenmiş örneğin Y eksenine örnek tutucusuna paralel olacak şekilde yerleştirilmesi ile XZ düzlemindeki hızlar ölçüldü.

1) $i = 0^\circ$ durumu;



Şekil 5.14: XZ düzleminin üstten görünüşü
(zx ve xz düzlemleri anizotropdur)

zx anizotrop düzleminde $i=0^\circ$ için Tablo 6.15 den geciktirme zamanı $0.709 \mu\text{sn}$, birim uzunluk (mm) başına geciktirme ise $t_1 = 0.31 \mu\text{sn}$ dir. $x'z'$ anizotrop düzleminde $i=0^\circ$ için Tablo-6.5 den birim uzunluk (mm) başına geciktirme zamanı $t_2 = 0.234 \mu\text{sn}$ dir. Bu iki örneğin istiflenmesi durumunda, ZX düzleminde $i=0^\circ$ için, zx ve $x'z'$ düzlemlerinde yayılan saf boyuna dalgalar arasında birim uzunluk (mm) başına $t=(t_1-t_2)=0.076 \mu\text{sn}$ lik zaman cinsinden faz farkı olacaktır. Bu faz farklı iki dalgayı, alıcı dönüştürgen tek bir dalga olarak algıladığından, osiloskopta farklı iki atma zarfı gözlenmedi. Osiloskobun yatay tarama ekseninde $0.5 \mu\text{sn}$, 1 cm ye karşılık geldiğinden $0.076 \mu\text{sn}$ lik bir faz farkı, $\approx 1.5 \text{ mm}$ ye karşılık gelir. PVC örneklerinin hız ölçümlerinde osiloskopta gözlenen atma tepelerinin tam olarak belirlenmesindeki hata, 1 mm mertebindedir. O halde; 1.5 mm lik farklılık bu hata limitine yakın olduğundan osiloskopta iki atma zarfı oluşsa bile bunları çıplak gözle birbirinden ayırt etmek olanaksızdır. Tablo 6.31 de ZX düzleminde $i=0^\circ$ gelme açısında ölçülen gecikme $0.669 \mu\text{sn}$ dir. Birim uzunluk başına (mm) gecikme ise $t=0.28 \mu\text{sn}$ olarak hesaplanır. Bu ise her bir örneğin, birim uzunluk başına gösterdikleri gecikme zamanlarının aritmetik ortalamasıdır. Yani

$$\bar{t} = \frac{t_1 + t_2}{2} \quad (5.21)$$

denir ise $\bar{t}=(0.31+0.234)/2 = 0.272$ μ sn olur. Görüldüğü gibi $t=\bar{t}$ dir.

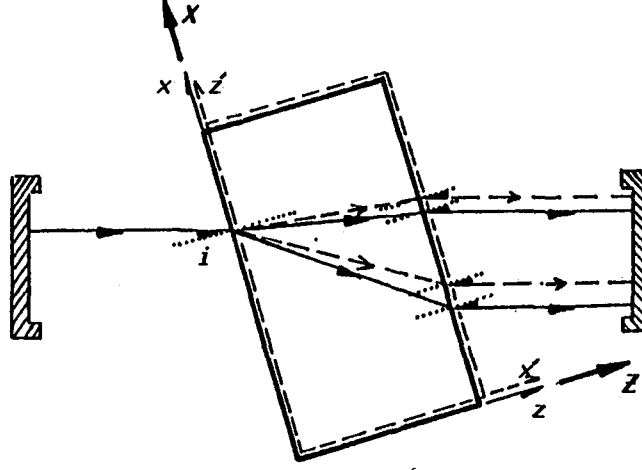
Istiflenmiş ortamdaki gecikme zamanı ölçüldükten sonra Z doğrultusundaki saf boyuna dalga hızı denklem (5.7) den hesaplandı. Kuramsal olarak saf boyuna dalga yayılım hızı ise denklem (5.21) in, yol ($h=h_1=h_2$) ve hız cinsinden ifade edilmesi ile

$$V_L = \frac{2V_{L1} V_{L2}}{V_{L1} + V_{L2}} \quad (5.22)$$

bağıntısından hesaplandı. Deneysel olarak; z eksenini doğrultusundaki saf boyuna dalga hızı $V_{L1} = 2797$ m/sn (Tablo 6.15 de), x doğrultusundaki saf boyuna dalga hızı $V_{L2} = 2310$ m/sn (Tablo 6.4 de) olarak ölçüldü. O halde; Z doğrultusunda yayılan saf boyuna dalga hızı denklem (5.22) den $V_L = 2530$ m/sn olarak hesaplanır. Deneysel olarak bu hız, Tablo 6.31 den görüleceği gibi $V_L = 2600$ m/sn olarak ölçülmüştür. Deneysel ve kuramsal sonuçlar %2.7 lik bir fark ile uyumaktadır.

Şekil-5.13.d için, örneğin Z eksenini örnek tutucusuna paralel olarak yerleştirilmesi ile, X eksenini doğrultusunda $i=0^\circ$ için saf boyuna dalga yayılma hızı benzer şekilde hesaplanır. Bu durum için; deneysel olarak, z doğrultusundaki saf boyuna dalga hızı $V_{L2} = 2475$ m/sn (Tablo 6.7 de), x doğrultusunda saf boyuna dalga hızı $V_{L1} = 2245$ m/sn (Tablo 6.12 de) olarak ölçülmüştür. Denklem (5.22) den, $V_L = 2354$ m/sn olarak hesaplanır; diğer taraftan X eksenini doğrultusundaki saf boyuna dalga hızının $V_L = 2380$ m/sn olarak ölçüldüğü Tablo 6.32 den görülür. Deneysel ve kuramsal sonuçlar, %1.1 lik bir fark ile uyumaktadır. Bu farklar içinde, hız ölçümlerinde yapılan $\pm\%$ 1-2 lik hata payı da göz önünde bulundurulursa deneysel ve kuramsal sonuçların iyi bir uyum içinde oldukları görülür.

2) $i \neq 0^\circ$ durmu için;



Şekil 5.15: zx ve $x'z'$ düzlemlerinin oluşturduğu ZX düzleminde yayılan eninemsiz ve boyunamsız dalgaların üstten görünüşü (örnekler alt altadır)

zx anizotrop düzleminde $i=20^\circ$ için Tablo 6.15 den geciktirme zamanı $0.720 \mu\text{sn}$, birim uzunluk (mm) başına geciktirme ise $0.315 \mu\text{sn}$ dir. $x'z'$ anizotrop düzleminde aynı gelme açısında Tablo 6.5 den birim uzunluk başına geciktirme zamanı $0.269 \mu\text{sn}$ dir. Bu iki örneğin istiflenmesi halinde $i=20^\circ$ lik geliş açısında ZX düzlemindeki boyunamsız dalgalar arasındaki, birim uzunluk başına geciktirme farkı $0.046 \mu\text{sn}$ ($=0.315-0.269$) dir. Zaman cinsinden $0.046 \mu\text{sn}$ lik bir faz farkı osiloskobun yatay tarama ekseninde 0.92mm ye karşılık gelir. $i=50^\circ$ lik geliş açısında eninemsiz dalgalar için Tablo 6.15 ve 6.5 den geciktirme zamanları birim uzunluk başına $0.252 \mu\text{sn}$ ve $0.300 \mu\text{sn}$, geciktirme zaman farkı ise $0.048 \mu\text{sn}$ dir. Zaman cinsinden bu faz farkı, osiloskobun yatay tarama ekseninde 0.96mm ye karşılık gelir. Her iki durumdaki bu zaman farkları atma tepelerinin belirlenmesindeki, 1mm lik hata sınırları içindedir. Diğer taraftan; Tablo 6.15 ve 6.5 e dikkatle bakılırsa zx düzleminde gelme açılarının artması ile boyuna hız değerleri azalmakta, $x'z'$ düzleminde ise artmaktadır. Dolayısıyla istifli ortamın ZX düzleminde gelme açısı büyüdükçe, tabakaların geciktirme zamanları arasındaki fark daha da azalacağından

algılanan atmada yarıma gözlenmemiştir.

Tablo 6.31 de ZX düzleminde $i = 20^\circ$ için ölçülmüş gecikme zamanı $0.701 \mu\text{sn}$, birim uzunluk başına gecikme ise $0.297 \mu\text{sn}$ dir. Bu ise $i = 0^\circ$ durumunda değinildiği gibi her bir örneğin birim uzunluk başına gösterdikleri gecikmelerin aritmetik ortalamasına $(0.315+0.269)/2 = 0.292 \mu\text{sn}$ ye eşit alınabilir. O halde denklem (5.21) burada da geçerlidir. Osiloskoptan istiflenmiş ortam için okunan gecikme zamanı, örneklerin ayrı ayrı geciktirme zamanlarının ortalamasıdır.

Geciktirme zamanı deneysel olarak ölçüldükten sonra; denklem (5.8) den kırılma açıları, denklem (5.9) dan karşı gelen hızlar hesaplandı. Kuramsal ifadeler ise $h=h_1=h_2$ alınarak; denklem (5.11), (5.12) ve (5.13) ü , denklem (5.21) de yerine yazarak boyuna ve enine kırılma açıları için

$$r_{L,T} = \text{tg}^{-1} \left(\frac{2 \text{tgr}_{L1,T1} \text{tgr}_{L2,T2}}{\text{tgr}_{L1,T1} + \text{tgr}_{L2,T2}} \right) \quad (5.23)$$

ve denklem (5.16), (5.17) ve (5.18) in (5.21) ifadesinde yerine yazılması ile boyunamsı ve eninemsı yayılma hızları için

$$V_{L,T} = \frac{2(V_{L1,T1}V_{L2,T2} \cos r_{L1,T1} \cos r_{L2,T2})}{(V_{L1,T1} \cos r_{L1,T1} + V_{L2,T2} \cos r_{L2,T2}) \cos r_{L,T}} \quad (5.24)$$

elde edilir. Deneysel ve kuramsal sonuçları karşılaştırmak için $i=25^\circ$ lik geliş açısı durumu incelendi. Bu durum için zx düzlemindeki kırılma açısı ve boyunamsı hız; Tablo 6.15 den $r_{L1} = 44.76^\circ$, $V_{L1} = 2494 \text{ m/sn}$, x'z düzleminde Tablo 6.5 den $r_{L2} = 42.26^\circ$ $V_{L2} = 2382 \text{ m/sn}$ dir. Bu ortamların istiflenmesi durumunda $i=25^\circ$ lik gelme açısında kırılma açısı ve boyunamsı hız kuramsal olarak denklem (5.23) ve (5.24) den $r_L = 43.48^\circ$, $V_L = 2436 \text{ m/sn}$ olarak hesaplanır. Deneysel olarak ise, $i=25^\circ$ için Tablo 6.31 de $r_L=44^\circ$ ve $V_L= 2460 \text{ m/sn}$ olarak ölçülmüştür. Bu sayısal örnekten, kuramsal ve deneysel ifadelerin uyum içinde oldukları görülür.

6.BÖLÜM

ÖLÇÜM SONUÇLARI ve DEĞERLENDİRİLMELERİ

Dalga yayılım yönüne bağlı olarak yapılan hız ölçümleri sonucunda, çekilmiş ve çekilmemiş PVC örneklerinin ne tür mekaniksel anizotropi kazandıkları açıkça görülebilir.

Bu çalışmada kullanılan çekilmemiş, çekilmiş ve farklı şekilde istiflenmiş PVC örneklerinin sergiledikleri anizotropiye uygun elastik simetrileri için elastik sertlik sabitleri aşağıdaki gibi hesaplandı.

1) Çekilmemiş Örnek

Tablo 6.1 çekilmemiş PVC de, dalga yayılma yönüne bağlı olarak hız dağılımını göstermektedir. Tablodan, örneğin oldukça düzgün bir izotropiye sahip olduğu görülmektedir.

Tablo 6.1: Çekilmemiş ($\lambda_z=1$) PVC örneğinde enine ve boyuna hızlar.

($S=1.421 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $h=5.130 \text{ mm}$, $T_C=83^\circ\text{C}$, $T_0=22^\circ\text{C}$, $f=2 \text{ Mhz}$)

$i(^{\circ})$	$t(\mu\text{sn})$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(\text{m/sn})$	$V_T(\text{m/sn})$
0	1.238	-	-	2344	-
5	1.246	7.84	-	2344	-
10	1.268	15.77	-	2343	-
15	1.312	23.94	-	2347	-
17	1.335	27.29	-	2347	-
20	1.374	32.41	-	2346	-
22	1.408	35.96	-	2347	-
25	1.467	41.47	-	2346	-
27	1.520	45.42	-	2348	-
30	1.620	51.81	-	2353	-
50	1.620	-	34.48	-	1106
52	1.653	-	35.67	-	1108
55	1.717	-	37.32	-	1108
57	1.754	-	38.45	-	1110
60	1.841	-	39.86	-	1108

$\bar{V}_L=2347 \text{ m/sn}$

$\bar{V}_T=1108 \text{ m/sn}$

izotrop bir katının elastik sertlik tensörü Ek-1 de verilmiş olup, sahip olduğu iki bağımsız elastik sertlik sabiti (3.15) ve (3.16) eşitlikleri kullanılarak

$$c_{11} = 3 \bar{v}_L^2 \quad (6.1)$$

$$c_{44} = 3 \bar{v}_T^2 \quad (6.2)$$

bağıntılarından elde edildi. Buradaki \bar{v}_L ve \bar{v}_T , Tablo 6.1 deki boyuna ve enine dalga yayılım hızlarının ortalama değerleridir. Ölçüm sonuçlarından elde edilen elastik sertlik sabitleri Tablo 6.2 de verildi.

Tablo 6.2: Yönlendirilmemiş örneğin, elastik sertlik sabitleri, c_{ij} (10^9 N/m²)

c_{ij}	c_{11}	c_{12}	c_{44}
λ_z	7.81	4.33	1.74

2) Tek yönlü yönlendirilmiş örnek

Yönelme eksenini etrafında dönme simetrisine sahip olan enine izotrop yapının elastik özellikleri, Ek-1 de verilmiş beş bağımsız elastik sertlik sabiti içeren elastik sertlik tensörü ile betimlenir. c_{66} , c_{11} ve c_{12} arasında xy düzleminin izotrop olduğunu gösteren $c_{66} = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12})$ bağıntısı vardır.

c_{33} ; z eksen doğrultusunda yayılan saf boyuna dalga hız ölçümünü kullanarak,

$$c_{33} = 3 v_z^2 \quad (6.3)$$

eşitliğinden elde edildi. c_{11} ve c_{66} xy düzleminde yayılan saf boyuna ve saf enine dalga hızı ölçümlerinin ortalama

değerleri kullanılarak,

$$c_{11} = S \bar{v}_L^2 \quad (6.4)$$

$$c_{66} = S \bar{v}_T^2 \quad (6.5)$$

bağıntılarından elde edildi. c_{13} ve c_{44} değerleri ise; yz düzleminde, eşit kırılma açılarında yayılan boyunamsı ve eninmsi dalgaların hız değerlerinin, (3.20) ve (3.22) eşitliklerinde yerine konması ile hesaplandı. Boyunamsı ve eninmsi dalgaların kırılma açılarının eşit olan değerlerini ayarlamak zordur. Onun için; eşit kırılma açılarında v_{T1} ve v_L nin belirlenmesinde daha önceden kullanılan lineer bir yaklaşım yöntemi burada da kullanıldı [31].

Değişik çekme oranlarına sahip örneklerin, değişik gelme açılarında yx, yz, ve zy düzlemlerinde yayılma hızlarının ölçülmüş değerleri aşağıdaki tablolarda verildi. Tüm tablolar-
daki i , r_L ve r_T açıları ölçümün yapıldığı (ij) düzleminin i eksenine göre tanımlanmıştır.

Tablo 6.3: $\lambda_z = 1.3$ oranında çekilmiş (A) örneğinin yx düzleminde ölçülmüş hız değerleri

($S = 1.417 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $h = 3.122 \text{ mm}$, $T_C = 83^\circ\text{C}$, $T_0 = 22^\circ\text{C}$, $f = 2 \text{ Mhz}$)

$i(^{\circ})$	$t(\mu\text{sn})$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$v_L(\text{m/sn})$	$v_T(\text{m/sn})$
0	0.731	-	-	2305	-
5	0.736	7.72	-	2306	-
10	0.746	15.48	-	2301	-
15	0.778	23.58	-	2314	-
17	0.792	26.89	-	2316	-
20	0.811	31.84	-	2309	-
22	0.837	35.47	-	2319	-
25	0.870	40.83	-	2316	-
27	0.903	44.75	-	2321	-
45	1.062	-	30.17	-	1064
47	1.073	-	31.44	-	1068
50	1.087	-	33.35	-	1074
52	1.111	-	34.46	-	1075
55	1.143	-	36.14	-	1078
57	1.168	-	37.21	-	1079

$$\bar{v}_L = 2312 \text{ m/sn} \quad \bar{v}_T = 1073 \text{ m/sn}$$

Tablo 6.4: $\lambda_z=1.3$ oranında çekilmiş (B) örneğinin
yx düzleminde ölçülmüş hız değerleri

($S=1.417 \times 10^3$ kg/m³, $h=3.068$ mm, $T_C=83^\circ\text{C}$, $T_0=22^\circ\text{C}$, $f=2$ Mhz)

$i(^{\circ})$	$t(\mu\text{sn})$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(\text{m/sn})$	$V_T(\text{m/sn})$
0	0.717	-	-	2303	-
5	0.725	7.73	-	2309	-
10	0.734	15.49	-	2302	-
15	0.760	23.51	-	2307	-
17	0.774	26.81	-	2309	-
20	0.801	31.93	-	2315	-
22	0.814	35.25	-	2307	-
25	0.854	40.80	-	2315	-
27	0.887	44.74	-	2321	-
45	1.052	-	30.09	-	1061
47	1.061	-	31.37	-	1065
50	1.078	-	33.24	-	1071
52	1.090	-	34.48	-	1075
55	1.132	-	36.04	-	1075
57	1.150	-	37.18	-	1079

$\bar{V}_L=2310$ m/sn

$\bar{V}_T=1071$ m/sn

Tablo 6.5: $\lambda_z=1.3$ oranında çekilmiş (A) örneğinin,
yz(=xz) düzleminde ölçülmüş hız değerleri

($S=1.417 \times 10^3$ kg/m³, $h=3.122$ mm, $T_C=83^\circ\text{C}$, $T_0=22^\circ\text{C}$, $f=2$ Mhz)

$i(^{\circ})$	$t(\mu\text{sn})$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(\text{m/sn})$	$V_T(\text{m/sn})$
0	0.730	-	-	2303	-
5	0.738	7.73	-	2309	-
10	0.762	15.66	-	2327	-
15	0.787	23.74	-	2328	-
17	0.814	27.32	-	2350	-
20	0.841	32.52	-	2353	-
22	0.870	36.30	-	2366	-
25	0.920	42.26	-	2382	-
27	0.960	46.51	-	2392	-
42	0.903	-	29.64	-	1106
45	0.912	-	31.71	-	1113
47	0.918	-	33.09	-	1118
50	0.939	-	35.02	-	1122
52	0.963	-	36.18	-	1121

$r_L = r_T = 34^\circ$

$V_L=2358$ m/sn

$V_{T1}=1119$ m/sn

Tablo 6.6: $\lambda_z = 1.3$ oranında çekilmiş (B) örneğinin
yz(=xz) düzleminde ölçülmüş hız değerleri
($\rho = 1.417 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $h = 3.068 \text{ mm}$, $T_C = 83^\circ\text{C}$, $T_0 = 22^\circ\text{C}$, $f = 2 \text{ Mhz}$)

$i(^{\circ})$	$t(\mu\text{sn})$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(\text{m/sn})$	$V_T(\text{m/sn})$
0	0.716	-	-	2301	-
5	0.730	7.75	-	2318	-
10	0.747	15.64	-	2324	-
15	0.776	23.78	-	2333	-
17	0.802	27.36	-	2353	-
20	0.831	32.63	-	2360	-
22	0.863	36.51	-	2378	-
25	0.903	42.22	-	2380	-
27	0.948	46.66	-	2398	-
42	0.881	-	29.70	-	1109
45	0.892	-	31.76	-	1114
47	0.909	-	33.02	-	1115
50	0.927	-	34.97	-	1120
52	0.940	-	36.26	-	1124

Tablo 6.7: $\lambda_z = 1.3$ oranında çekilmiş (A) örneğinin
zy(=xz) düzleminde ölçülmüş hız değerleri
($\rho = 1.417 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $h = 2.212 \text{ mm}$, $T_C = 83^\circ\text{C}$, $T_0 = 22^\circ\text{C}$, $f = 2 \text{ Mhz}$)

$i(^{\circ})$	$t(\mu\text{sn})$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(\text{m/sn})$	$V_T(\text{m/sn})$
0	0.584	-	-	2475	-
5	0.587	8.27	-	2472	-
10	0.591	16.54	-	2454	-
15	0.600	24.81	-	2427	-
17	0.608	28.21	-	2420	-
20	0.628	33.60	-	2422	-
22	0.634	36.94	-	2402	-
25	0.656	42.44	-	2390	-
27	0.674	46.22	-	2381	-
30	0.709	52.33	-	2370	-
48	0.670	-	33.51	-	1112
50	0.669	-	34.97	-	1120
52	0.675	-	36.32	-	1125
55	0.691	-	38.20	-	1130
57	0.699	-	39.49	-	1135
60	0.726	-	41.15	-	1137

$$V_z = 2475 \text{ m/sn}$$

Tablo 6.8: $\lambda_z=1.5$ oranında çekilmiş örneğin yx düzleminde ölçülmüş hız değerleri

($S=1.412 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $h=2.900 \text{ mm}$, $T_G=83^\circ\text{C}$, $T_Ö=22^\circ\text{C}$, $f=2 \text{ Mhz}$)

$i(^{\circ})$	$t(\mu\text{sn})$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(\text{m/sn})$	$V_T(\text{m/sn})$
0	0.667	-	-	2283	-
5	0.675	7.66	-	2290	-
10	0.685	15.38	-	2287	-
15	0.712	23.39	-	2296	-
17	0.721	26.59	-	2292	-
20	0.739	31.50	-	2287	-
22	0.762	35.06	-	2295	-
25	0.788	40.23	-	2288	-
27	0.811	43.86	-	2285	-
30	0.862	49.90	-	2290	-
48	1.029	-	31.76	-	1060
50	1.044	-	32.95	-	1063
52	1.060	-	34.12	-	1066
55	1.095	-	35.73	-	1067
57	1.120	-	36.76	-	1068
60	1.173	-	38.07	-	1066

$$\bar{V}_L = 2289 \text{ m/sn}$$

$$\bar{V}_T = 1065 \text{ m/sn}$$

Tablo 6.9: $\lambda_z=1.5$ oranında çekilmiş örneğin yz(=xz) düzleminde ölçülmüş hız değerleri

($S=1.412 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $h=2.900 \text{ mm}$, $T_G=83^\circ\text{C}$, $T_Ö=22^\circ\text{C}$, $f=2 \text{ Mhz}$)

$i(^{\circ})$	$t(\mu\text{sn})$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(\text{m/sn})$	$V_T(\text{m/sn})$
0	0.670	-	-	2288	-
5	0.672	7.65	-	2285	-
10	0.692	15.47	-	2299	-
15	0.727	23.66	-	2321	-
17	0.740	26.98	-	2323	-
20	0.780	32.49	-	2351	-
22	0.803	36.16	-	2358	-
25	0.870	42.75	-	2404	-
27	0.920	47.49	-	2431	-
45	0.800	-	32.26	-	1130
47	0.806	-	33.67	-	1135
50	0.828	-	35.60	-	1138
52	0.844	-	36.85	-	1139
55	0.883	-	38.51	-	1138
57	0.916	-	39.50	-	1135
60	0.954	-	41.11	-	1137

$$r_L = r_T = 34^\circ$$

$$V_L = 2362 \text{ m/sn}$$

$$V_{T1} = 1135 \text{ m/sn}$$

Tablo 6.10: $\lambda_z=1.5$ oranında çekilmiş örneğin zy(=xz) düzleminde ölçülmüş hız değerleri

($\rho=1.412 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $h=1.652 \text{ mm}$, $T_C=83^\circ\text{C}$, $T_0=22^\circ\text{C}$, $f=2 \text{ Mhz}$)

$i(^{\circ})$	$t(\mu\text{sn})$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(\text{m/sn})$	$V_T(\text{m/sn})$
0	0.456	-	-	2551	-
5	0.456	8.50	-	2540	-
10	0.459	16.97	-	2517	-
15	0.466	25.46	-	2486	-
17	0.470	28.86	-	2472	-
20	0.484	34.31	-	2467	-
22	0.488	37.68	-	2443	-
25	0.500	43.00	-	2416	-
27	0.514	46.87	-	2407	-
30	0.528	52.22	-	2366	-
35	0.586	63.33	-	2332	-
50	0.496	-	35.04	-	1122
52	0.506	-	36.26	-	1124
55	0.509	-	38.36	-	1134
57	0.513	-	39.72	-	1141
60	0.538	-	41.25	-	1140

$$\bar{V}_z = 2551 \text{ m/sn}$$

Tablo 6.11: $\lambda_z=2.2$ oranında çekilmiş (A) örneğinin yx düzleminde ölçülmüş hız değerleri

($\rho=1.410 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $h=2.192 \text{ mm}$, $T_C=83^\circ\text{C}$, $T_0=22^\circ\text{C}$, $f=2 \text{ Mhz}$)

$i(^{\circ})$	$t(\mu\text{sn})$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(\text{m/sn})$	$V_T(\text{m/sn})$
0	0.478	-	-	2223	-
5	0.483	7.45	-	2228	-
10	0.492	14.98	-	2229	-
15	0.512	22.78	-	2240	-
17	0.522	25.99	-	2243	-
20	0.536	30.80	-	2241	-
22	0.549	34.15	-	2243	-
25	0.575	39.45	-	2251	-
27	0.594	43.09	-	2253	-
50	0.908	-	31.24	-	1013
52	0.917	-	32.40	-	1018
55	0.938	-	34.01	-	1022
57	0.956	-	35.00	-	1024
60	0.980	-	36.53	-	1029

$$\bar{V}_L = 2239 \text{ m/sn}$$

$$\bar{V}_T = 1021 \text{ m/sn}$$

Tablo 6.12: $\lambda_z=2.2$ oranında çekilmiş (B) örneğinin
yx düzleminde ölçülmüş hız değerleri

($\rho=1.410 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $h=2.308 \text{ mm}$, $T_c=83^\circ\text{C}$, $T_0=22^\circ\text{C}$, $f=2 \text{ Mhz}$)

$i(^{\circ})$	$t(\mu\text{sn})$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(\text{m/sn})$	$V_T(\text{m/sn})$
0	0.511	-	-	2239	-
5	0.516	7.51	-	2244	-
10	0.527	15.11	-	2248	-
15	0.541	22.82	-	2243	-
17	0.553	26.07	-	2250	-
20	0.568	30.91	-	2248	-
22	0.577	34.12	-	2241	-
25	0.601	39.29	-	2243	-
27	0.622	42.96	-	2247	-
50	0.932	-	31.56	-	1023
52	0.943	-	32.70	-	1026
55	0.962	-	34.37	-	1032
57	0.992	-	35.22	-	1029
60	1.025	-	36.63	-	1031

$\bar{V}_L = 2245 \text{ m/sn}$

$\bar{V}_T = 1028 \text{ m/sn}$

Tablo 6.13: $\lambda_z=2.2$ oranında çekilmiş (A) örneğinin
yz(=xz) düzleminde ölçülmüş hız değerleri

($\rho=1.410 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $h=2.192 \text{ mm}$, $T_c=83^\circ\text{C}$, $T_0=22^\circ\text{C}$, $f=2 \text{ Mhz}$)

$i(^{\circ})$	$t(\mu\text{sn})$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(\text{m/sn})$	$V_T(\text{m/sn})$
0	0.478	-	-	2223	-
5	0.487	7.48	-	2237	-
10	0.505	15.18	-	2258	-
15	0.545	23.55	-	2311	-
17	0.565	27.14	-	2335	-
20	0.599	32.80	-	2371	-
22	0.640	37.39	-	2427	-
25	0.700	44.62	-	2488	-
27	0.770	51.19	-	2569	-
40	0.444	-	31.01	-	1200
42	0.450	-	32.50	-	1202
45	0.446	-	34.95	-	1213
47	0.458	-	36.32	-	1212
50	0.464	-	38.60	-	1219
52	0.475	-	39.97	-	1220
55	0.506	-	41.71	-	1216

$r_L = r_T = 34^\circ$

$V_L = 2382 \text{ m/sn}$

$V_{T1} = 1210 \text{ m/sn}$

Tablo 6.14: $\lambda_z=2.2$ oranında çekilmiş (B) örneğinin $yz(=xz)$ düzleminde ölçülmüş hız değerleri

($S=1.410 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $h=2.308 \text{ mm}$, $T_C=83^\circ\text{C}$, $T_Ö=22^\circ\text{C}$, $f=2 \text{ Mhz}$)

$i(^{\circ})$	$t(\mu\text{sn})$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(\text{m/sn})$	$V_T(\text{m/sn})$
0	0.510	-	-	2237	-
5	0.521	7.54	-	2254	-
10	0.537	15.26	-	2269	-
15	0.577	23.63	-	2318	-
17	0.600	27.27	-	2346	-
20	0.639	33.07	-	2388	-
22	0.671	37.29	-	2421	-
25	0.736	44.58	-	2486	-
27	0.802	50.76	-	2554	-
40	0.475	-	30.90	-	1196
42	0.472	-	32.53	-	1203
45	0.478	-	34.81	-	1208
47	0.489	-	36.20	-	1209
50	0.506	-	38.27	-	1210
52	0.515	-	39.68	-	1213
55	0.544	-	41.48	-	1211

Tablo 6.15: $\lambda_z=2.2$ oranında çekilmiş (B) örneğinin $zy(=xz)$ düzleminde ölçülmüş hız değerleri

($S=1.410 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $h=2.282 \text{ mm}$, $T_C=83^\circ\text{C}$, $T_Ö=22^\circ\text{C}$, $f=2 \text{ Mhz}$)

$i(^{\circ})$	$t(\mu\text{sn})$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(\text{m/sn})$	$V_T(\text{m/sn})$
0	0.709	-	-	2797	-
5	0.707	9.30	-	2775	-
10	0.706	18.40	-	2721	-
15	0.714	27.48	-	2669	-
17	0.714	30.93	-	2632	-
20	0.720	36.20	-	2585	-
22	0.725	39.68	-	2551	-
25	0.732	44.76	-	2494	-
27	0.740	48.22	-	2459	-
50	0.575	-	36.91	-	1174
52	0.583	-	38.29	-	1177
55	0.585	-	40.55	-	1188
57	0.587	-	42.05	-	1196
60	0.608	-	43.93	-	1199

$$V_z = 2797 \text{ m/sn}$$

Tablo 6.16: $\lambda_z=2.4$ oranında çekilmiş örneğin yz düzleminde ölçülmüş hız değerleri

($\rho=1.407 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $h=2.192 \text{ mm}$, $T_C=83^\circ\text{C}$, $T_0=22^\circ\text{C}$, $f=2 \text{ Mhz}$)

$i(^{\circ})$	$t(\mu\text{sn})$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(\text{m/sn})$	$V_T(\text{m/sn})$
0	0.460	-	-	2183	-
5	0.464	7.31	-	2186	-
10	0.470	14.66	-	2182	-
15	0.485	22.18	-	2184	-
17	0.492	25.24	-	2183	-
20	0.510	30.04	-	2191	-
22	0.526	33.41	-	2200	-
25	0.540	38.18	-	2189	-
27	0.563	41.87	-	2201	-
30	0.586	47.03	-	2191	-
35	0.659	57.24	-	2195	-
50	0.951	-	30.66	-	996
52	0.959	-	31.81	-	1001
55	0.985	-	33.32	-	1004
57	1.005	-	34.27	-	1005
60	1.040	-	35.59	-	1006

$$\bar{V}_L = 2190 \text{ m/sn}$$

$$\bar{V}_T = 1002 \text{ m/sn}$$

Tablo 6.17: $\lambda_z=2.4$ oranında çekilmiş örneğin yz (=xz) düzleminde ölçülmüş hız değerleri

($\rho=1.407 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $h=2.192 \text{ mm}$, $T_C=82^\circ\text{C}$, $T_0=22^\circ\text{C}$, $f=2 \text{ Mhz}$)

$i(^{\circ})$	$t(\mu\text{sn})$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(\text{m/sn})$	$V_T(\text{m/sn})$
0	0.460	-	-	2183	-
5	0.470	7.35	-	2199	-
10	0.485	14.88	-	2214	-
15	0.528	23.15	-	2274	-
17	0.550	26.72	-	2303	-
20	0.598	32.77	-	2369	-
22	0.636	37.24	-	2418	-
25	0.710	45.08	-	2508	-
40	0.441	-	31.06	-	1202
42	0.449	-	32.51	-	1203
45	0.453	-	34.83	-	1209
47	0.462	-	36.26	-	1210
50	0.470	-	38.48	-	1216
52	0.485	-	39.77	-	1215
55	0.510	-	41.62	-	1214
57	0.533	-	42.72	-	1211
60	0.563	-	44.41	-	1210

$$r_L = r_T = 34^{\circ}$$

$$V_L = 2384 \text{ m/sn}$$

$$V_{T1} = 1209 \text{ m/sn}$$

Tablo 6.18: $\lambda_z=2.4$ oranında çekilmiş örneğin zy
(=zx) düzleminde ölçülmüş hız değerleri

($\rho=1.407 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $h=1.653 \text{ mm}$, $T_C=83^\circ\text{C}$, $T_0=22^\circ\text{C}$, $f=2 \text{ Mhz}$)

$i(^{\circ})$	$t(\mu\text{sn})$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(\text{m/sn})$	$V_T(\text{m/sn})$
0	0.532	-	-	2889	-
5	0.532	9.62	-	2869	-
10	0.530	18.98	-	2804	-
15	0.532	28.13	-	2727	-
17	0.532	31.64	-	2686	-
20	0.534	36.87	-	2626	-
22	0.536	40.30	-	2585	-
25	0.538	45.24	-	2515	-
27	0.540	48.48	-	2469	-
53	0.427	-	38.94	-	1178
55	0.431	-	40.36	-	1183
57	0.434	-	41.81	-	1190
60	0.433	-	44.15	-	1204

$$V_z = 2889 \text{ m/sn}$$

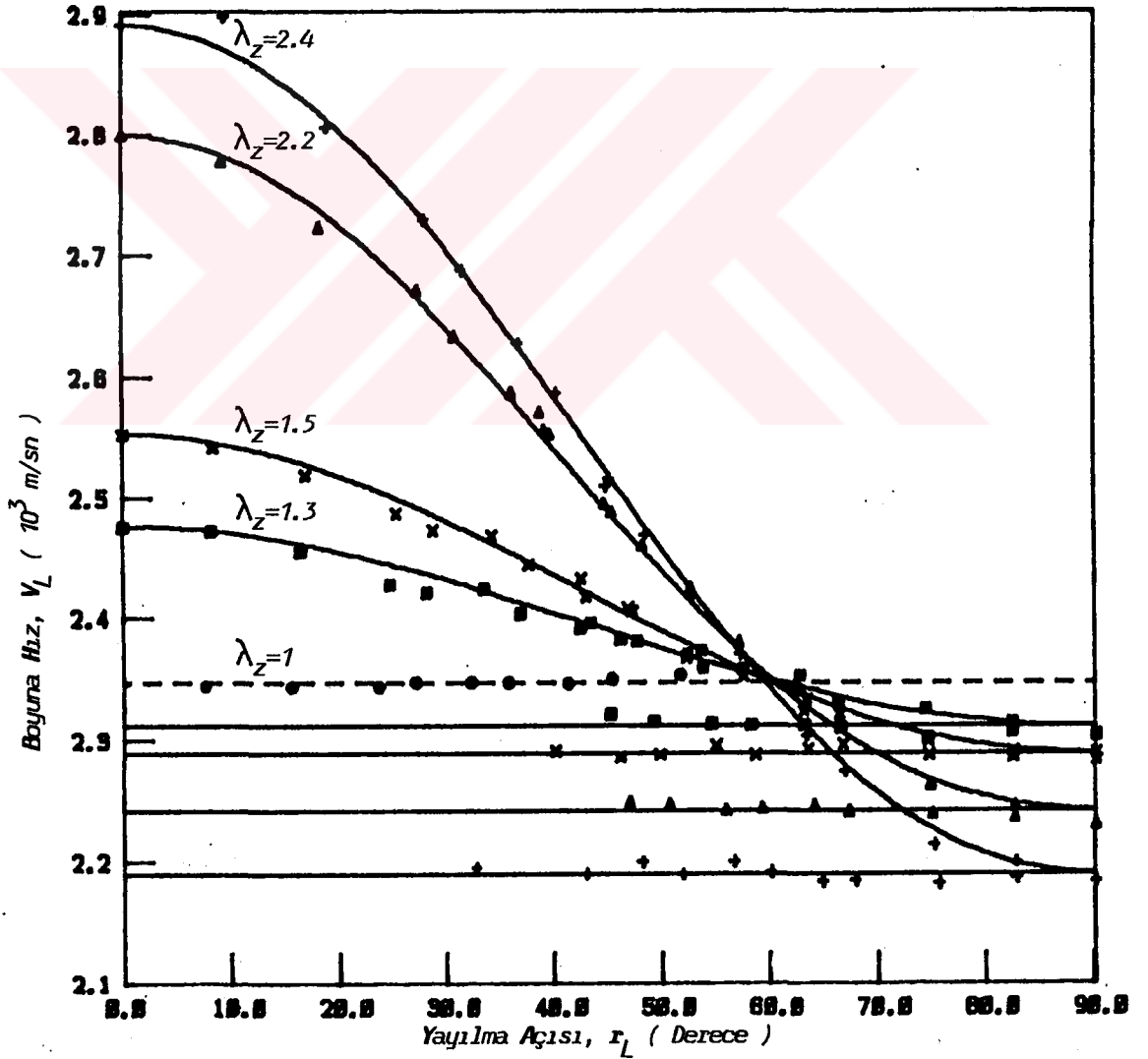
Tablolardan da görüldüğü gibi; çekme doğrultusuna dik düzlemler (yx) izotrop kalmakta, paralel düzlemler ise [yz(=xz), zy(=zx)] anizotropi göstermektedir. Ayrıca yz düzleminde, y yönünden z ye doğru ve z yönünden y ye doğru hız ölçümleri yapılarak yz düzleminin tamamı $0^\circ-90^\circ$ arasındaki gelme açıları için taranmıştır. Yine tablolarda, 1.3 ve 2.2 çekme oranlarına sahip ikişer örnek (A ve B) vardır. Bunlar daha önceden de belirtildiği gibi çekme eksenleri dik olacak şekilde istiflenmiş iki örneğin [(1.3A+2.2A) ve (1.3B+2.2B)], Şekil 5.13 deki gibi dilimlenmesi ile ZX ve XZ düzlemlerindeki yayılma hızlarını (Z den X e doğru, X den Z ye doğru) ölçmek için hazırlanmışlardı. 1.3 ve 2.2 oranlarında çekilmiş A ve B örneklerinin ne derecede aynı özelliklere sahip oldukları Tablo 6.3 ile 6.4 ün, Tablo 6.5 ile 6.6 nın, Tablo 6.11 ile 6.12 nin ve Tablo 6.13 ile 6.14 ün karşılaştırılması ile anlaşılır.

Ölçüm sonuçlarından hesaplanan deneysel elastik sertlik sabitleri Tablo 6.19 da verildi.

Tablo 6.19: Değişik çekme oranlarına karşın elastik sertlik sabitleri, c_{ij} (10^9 N/m²)

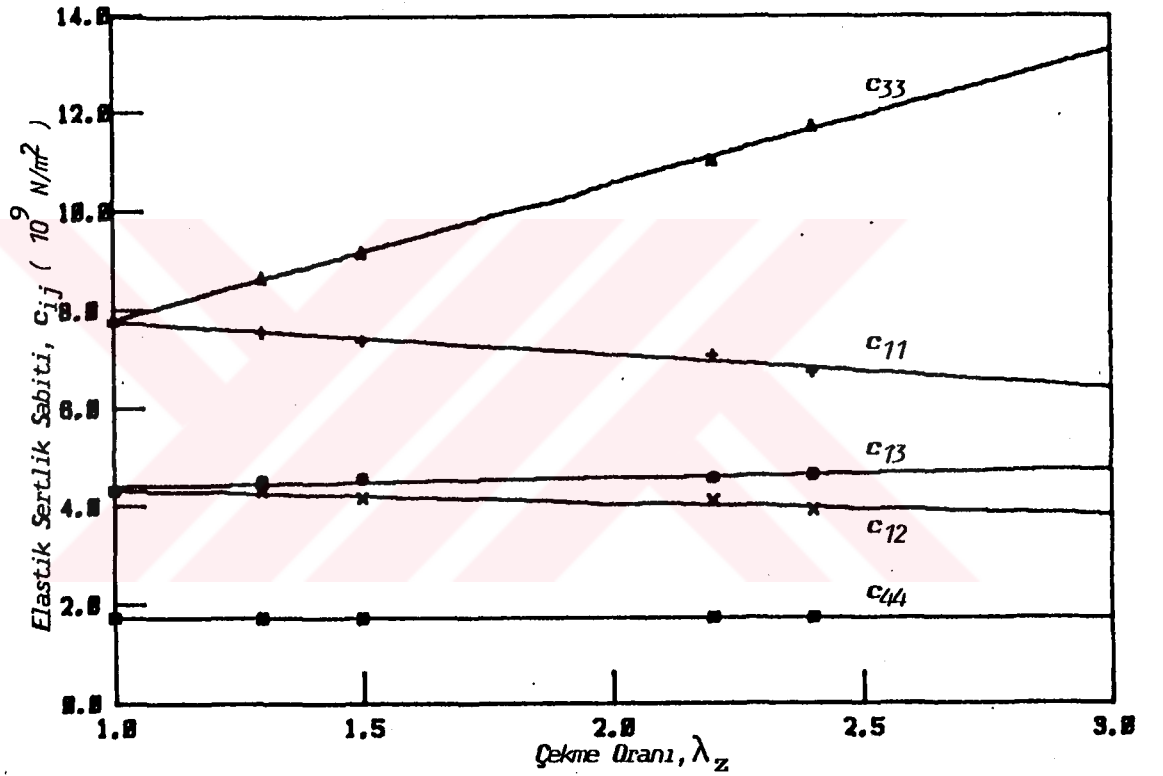
c_{ij} λ_z	c_{11}	c_{33}	c_{12}	c_{13}	c_{44}	c_{66}
1.3	7.57	8.68	4.31	4.54	1.74	1.63
1.5	7.40	9.19	4.20	4.58	1.74	1.60
2.2	7.09	11.03	4.13	4.60	1.75	1.48
2.4	6.75	11.74	3.92	4.65	1.75	1.42

Tek yönlü çekilmiş örneklerde eksenler arasında, hızın yayılma açısına karşın değişimi Şekil 6.1 de verilmiştir.



Şekil 6.1: İzotrop ve tek yönlü çekilmiş örneklerde; yx, yz düzleminde yayılma açısına karşın boyuna hız değişimi (—:kuramsal; ●, ■, x, ▲, +:deneysel)

ICI Ltd. in $1.39 \pm 0.01 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ yoğunluklu, tek yönlü yönlendirilmiş PVC Darvic tabakalarının elastik sertlik sabitlerinin çekme oranına göre değişimi, grafiksel olarak verilmiştir [24]. Bu çalışmada kullanılan Pimaş ürünü PVC tabakalarının 1.3, 1.5, 2.2, 2.4 oranlarında tek yönlü çekilmesiyle, çekme oranına bağlı olarak elastik sertlik sabitlerinin davranışı Şekil 6.2 de görüldüğü gibidir.



Şekil 6.2: Çekme oranına karşın elastik sertlik sabitlerinin davranışı (— :kuramsal; +, Δ , x, \bullet , \blacksquare :deneysel)

Elastik sertlik sabitlerinin çekme oranına bağımlılıkları, aşağıdaki birinci mertebeden denklemlerle ± 0.3 doğrulukla verildi.

$$c_{11} = - 0.686 \lambda_z + 8.476 \quad (6.6)$$

$$c_{33} = 2.747 \lambda_z + 5.074 \quad (6.7)$$

$$c_{12} = -0.255 \lambda_z + 4.604 \quad (6.8)$$

$$c_{13} = 0.176 \lambda_z + 4.243 \quad (6.9)$$

$$c_{44} = 1.742 \quad (6.10)$$

a) Çekme eksenlerini birbirine paralel istifleme

Tek yönlü çekilmiş örneklerin, çekme eksenlerinin birbirine paralel olacak şekilde istiflenmesiyle yapının kazanacağı elastik simetriyi araştırmak için; 1.5 ve 2.4 oranlarında çekilen PVC örneklerinin, şekil 5.7 deki gibi istiflenmesi ile elde edilen (1.5//2.4) örneğinin YX, YZ ve ZY düzlemlerindeki dalga yayılım hızları değişik gelme açılarında, $T_0=22^\circ\text{C}$ ve $f=2$ Mhz frekansında ölçülmüştür. 1.5 oranında çekilmiş örnek kalınlığı $h_1=1.142$ mm, 2.4 oranında çekilen örnek kalınlığı $h_2=1.088$ mm olarak alınmıştır. Toplam kalınlığı $h=2.230$ mm olan istif örneği için ortalama yoğunluk, denklem (5.4) den $\bar{\rho} = 1.4095 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ olarak hesaplanmıştır. Ölçülen hız değerleri aşağıdaki tablolarda verildiği gibidir.

Tablo 6.20: (1.5//2.4) istif örneğinin YX düzleminde ölçülmüş hız değerleri

$i(^{\circ})$	$t(\mu\text{sn})$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(\text{m/sn})$	$V_T(\text{m/sn})$
0	0.498	-	-	2249	-
5	0.500	7.52	-	2247	-
10	0.508	15.10	-	2245	-
15	0.526	22.90	-	2250	-
17	0.535	26.09	-	2252	-
20	0.546	30.83	-	2243	-
22	0.560	34.20	-	2246	-
25	0.582	39.34	-	2245	-
55	0.915	-	34.59	-	1037
57	0.940	-	35.50	-	1037
60	0.975	-	36.87	-	1037

$$\bar{V}_L = 2248 \text{ m/sn}$$

$$\bar{V}_T = 1037 \text{ m/sn}$$

Tablo 6.21: (1.5//2.4) istif örneğinin YZ düzleminde ölçülmüş hız değerleri

$i(^{\circ})$	$t(\mu sn)$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(m/sn)$	$V_T(m/sn)$
0	0.498	-	-	2249	-
5	0.505	7.55	-	2258	-
10	0.519	15.26	-	2269	-
15	0.550	23.45	-	2302	-
17	0.568	26.95	-	2321	-
20	0.606	32.69	-	2364	-
22	0.635	36.79	-	2393	-
25	0.688	43.56	-	2441	-
27	0.730	48.55	-	2472	-
50	0.591	-	36.39	-	1159
52	0.598	-	37.77	-	1163
55	0.618	-	39.65	-	1166
57	0.630	-	40.92	-	1169
60	0.645	-	42.87	-	1176

$$r_L = r_T = 45^{\circ}$$

$$V_L = 2445 \text{ m/sn}$$

$$V_{T1} = 1184 \text{ m/sn}$$

Tablo 6.22: (1.5//2.4) istif örneğinin ZY düzleminde ölçülmüş hız değerleri

$i(^{\circ})$	$t(\mu sn)$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(m/sn)$	$V_T(m/sn)$
0	0.665	-	-	2704	-
5	0.666	9.02	-	2693	-
10	0.669	17.96	-	2658	-
15	0.670	26.63	-	2593	-
17	0.675	30.16	-	2572	-
20	0.685	35.48	-	2540	-
22	0.690	38.92	-	2510	-
25	0.700	44.08	-	2464	-
27	0.715	47.84	-	2444	-
55	0.625	-	39.52	-	1163
57	0.630	-	40.92	-	1169
60	0.650	-	42.77	-	1174

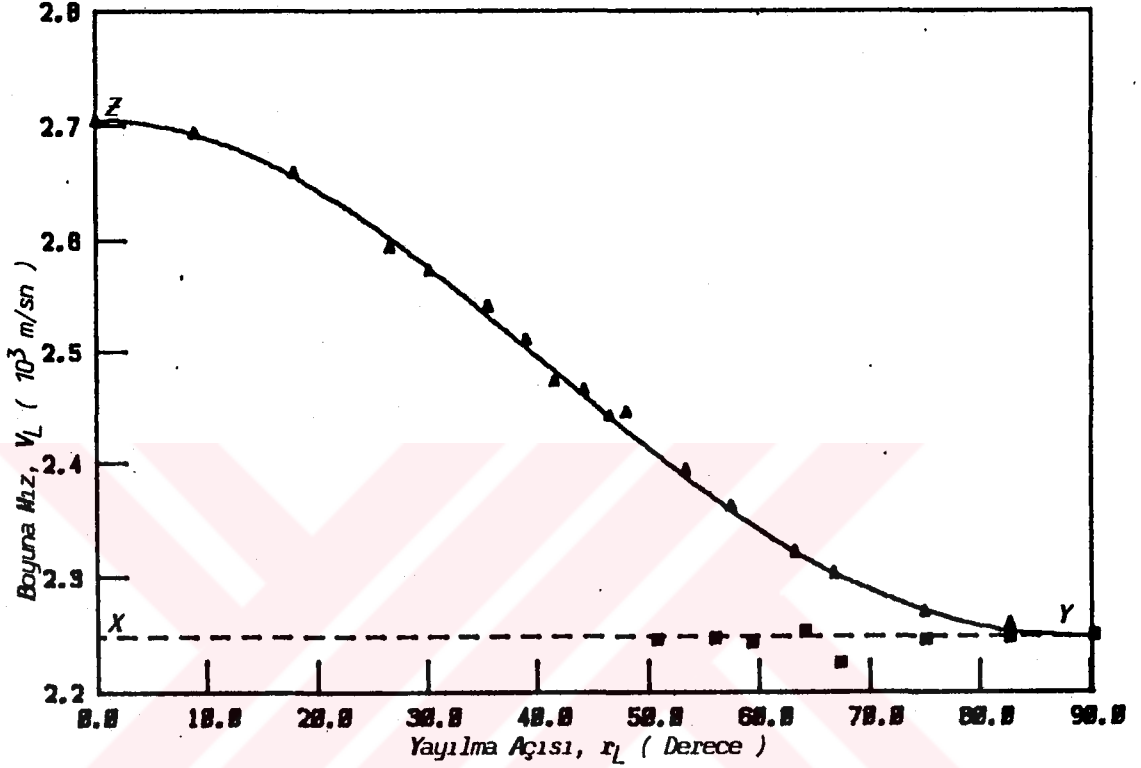
$$r_L = r_T = 45^{\circ}$$

$$V_L = 2459 \text{ m/sn}$$

$$V_{T1} = 1179 \text{ m/sn}$$

Tablo 6.20 ye bakılacak olursa, YX düzlemindeki yayılma hızı kırılma açısı ile değişmediğinden, bu düzlem izotrop kalmaktadır. Tablo 6.21 ve 6.22 ye bakılacak olursa YZ (veya ZY) düzlemi anizotrop davranış göstermektedir. Şekil 6.3 yayılma açısına karşın, hegzagonal simetrisinin öngördüğü hız değişimi

ile deneysel olarak ölçülen hız değişimlerini göstermektedir. O halde bu tür istiflemenin yapıya hegzagonal elastik simetri kazandırdığı doğrulanmış olur.



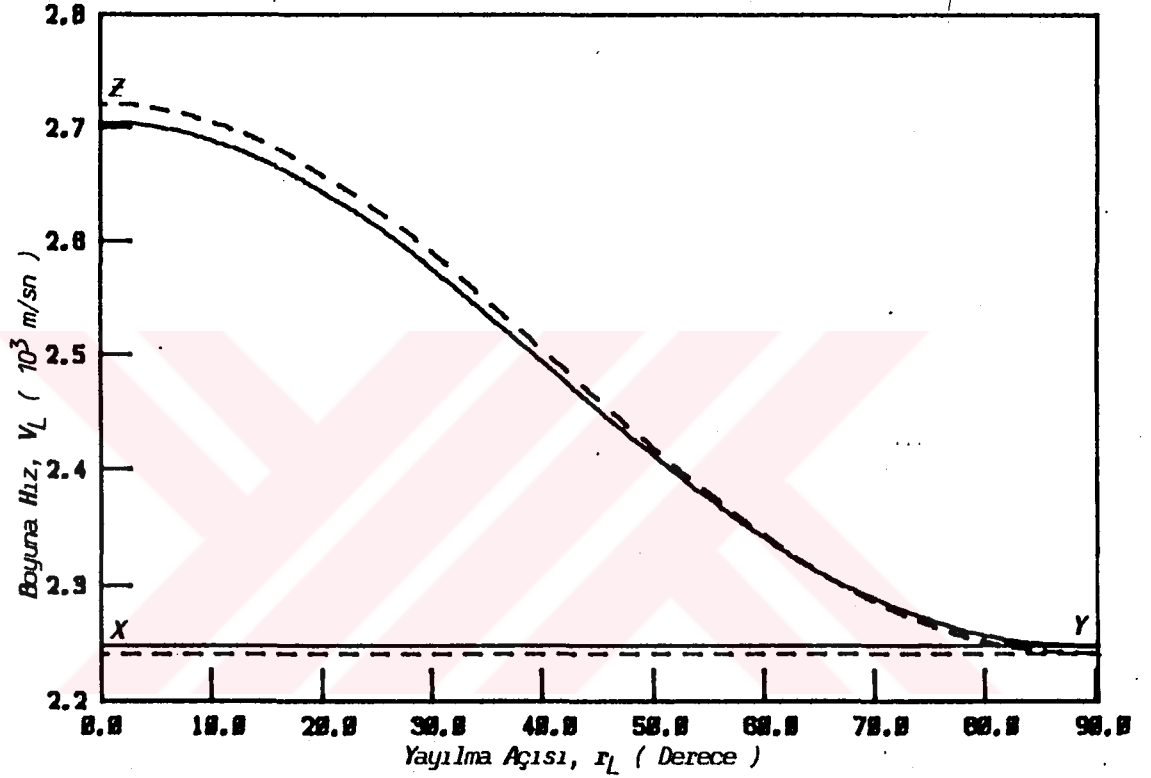
Şekil 6.3: (1.5//2.4) örneğinde yayılma açısına karşın; —: kuramsal olarak hesaplanmış, ■:XY, ▲:ZY düzleminde ölçülmüş hız değişimi.

Ölçülmüş hızlardan, elde edilen elastik sertlik sabitleri ile kuramsal ifadelerden [(4.22.a), ..., (4.22.l)] hesaplanan ortalama elastik sertlik sabitleri Tablo 6.23 de verilmiştir.

Tablo 6.23: (1.5//2.4) istif örneğinin C_{IJ} (10^9 N/m²) değerleri (d : deneysel, k : kuramsal)

İstif	C_{IJ}									
	C_{11}	C_{22}	C_{33}	C_{12}	C_{13}	C_{23}	C_{44}	C_{55}	C_{66}	
(1.5//2.4) ^d	7.12	7.12	10.31	4.09	4.58	4.58	1.73	1.73	1.52	
(1.5//2.4) ^k	7.08	7.07	10.43	4.06	4.62	4.62	1.75	1.75	1.51	

(1.5//2.4) örneğinin Tablo 6.23 de kuramsal ve deneysel olarak hesaplanmış elastik sertlik sabitlerinden faydalanılarak, YX ve YZ düzlemlerinde yayılma açısına göre çizilmiş hız değişimleri şekil 6.4 deki gibidir.



Şekil 6.4: Kuramsal ve deneysel C_{1J} değerlerinden hesaplanan hızların, YX ve YZ düzlemlerinde yayılma açısına karşın değişimi (— : Deneysel , -- : Kuramsal)

Şekil 6.4 den, deneysel ve kuramsal değişimlerin uyum içinde oldukları görülmektedir.

1.3, 1.5, 2.2 ve 2.4 oranlarında çekilen ve deneysel olarak elastik sabitleri Tablo 6.19 daki gibi hesaplanan örneklerin çekme eksenleri birbirine paralel olacak şekilde değişik kombinasyonlarda istiflenmeleri halinde elde edilecek, kuramsal ortalama elastik sertlik sabitleri Tablo 6.24 de verilmiştir.

Tablo 6.24: Çekme eksenleri paralel olacak şekilde istifli örneklerin kuramsal, C_{IJ} (10^9 N/m²) değerleri

C_{IJ} İstif	C_{11}	C_{22}	C_{33}	C_{12}	C_{13}	C_{23}	C_{44}	C_{55}	C_{66}
(1.3//1.5)	7.49	7.49	8.93	4.26	4.56	4.56	1.74	1.74	1.62
(1.3//2.2)	7.34	7.33	9.83	4.22	4.57	4.57	1.75	1.75	1.55
(1.3//2.4)	7.17	7.15	10.17	4.11	4.60	4.60	1.75	1.75	1.52
(1.5//2.2)	7.25	7.25	10.09	4.17	4.59	4.59	1.75	1.75	1.54
(1.5//2.4)	7.08	7.07	10.43	4.06	4.62	4.62	1.75	1.75	1.51
(2.2//2.4)	6.92	6.92	11.38	4.03	4.63	4.63	1.75	1.75	1.45

Çekme eksenleri paralel olacak şekilde istiflenmiş yapının ortalama elastik sertlik sabitleri için elde edilen (4.23) matrisine bakılacak olursa, ortorombik simetrisinin sahip olduğu dokuz bağımsız elastik sertlik sabiti içerdiği görülür. Oysa, tek yönlü çekip çekme eksenleri paralel olacak şekilde istiflenen PVC örneklerinin kuramsal olarak hesaplanmış elastik sertlik sabitleri arasında, Tablo 6.24 den görüleceği gibi $C_{11} \approx C_{22}$, $C_{13} \approx C_{23}$ ve $C_{44} = C_{55}$ eşitlikleri geçerlidir. Tablo 6.23; elastik sertlik sabitleri arasındaki bu ilişkinin doğruluğunu kanıtlamaktadır. Sonuç olarak; bu şekilde istiflenecek bir PVC yapısının beş bağımsız ortalama elastik sertlik sabiti ile ifade edilebileceğini yani hegzagonal elastik simetriye sahip olacağı söylenebilir.

$C_{11} \approx C_{22}$ olduğunu görebilmek için denklem (4.22.a) ve (4.22.e) farkına bakılır ise;

$$C_{11} - C_{22} = \frac{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})(h_1 c_{11} + h_2 c'_{11}) - h_1 h_2 (c'_{12} - c_{12})^2}{(h_1 + h_2)(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})}$$

$$= \frac{(h_1 + h_2) c_{11} c'_{11}}{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})}$$

gerekli işlemler yapıldıktan sonra

$$C_{11} - C_{22} = \frac{h_1 h_2 [(c_{11} - c'_{11})^2 - (c_{12} - c'_{12})^2]}{(h_1 + h_2)(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} \quad (6.11)$$

elde edilir. Tablo 6.19 dan seçilecek herhangi iki örneğe ait elastik sertlik sabitlerinin $h_1 = h_2$ alınarak (6.11) de yerine konması ile bu farkın 10^7 N/m^2 $h_1 \gg h_2$ veya $h_1 \ll h_2$ alınması ile de 10^6 N/m^2 mertebesinde olduğu görülür. O halde, 10^9 N/m^2 mertebesinde olan elastik sertlik sabitlerine göre bağıl fark %1 ile %0.1 dir. Dolayısıyla $C_{11} \approx C_{22}$ dir.

$C_{13} \approx C_{23}$ olduğunu görebilmek için ise, denklem (4.22.c) ve (4.22.f) farkına bakılır ise;

$$C_{13} - C_{23} = \frac{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})(h_1 c_{13} + h_2 c'_{13}) - h_1 h_2 (c_{13} - c'_{13})(c_{12} - c'_{12})}{(h_1 + h_2)(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} - \frac{(h_1 c'_{11} c_{13} + h_2 c_{11} c'_{13})}{(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})}$$

gerekli işlemler yapılırsa,

$$C_{13} - C_{23} = \frac{h_1 h_2 (c_{13} - c'_{13}) [(c_{11} - c'_{11}) - (c_{12} - c'_{12})]}{(h_1 + h_2)(h_2 c_{11} + h_1 c'_{11})} \quad (6.12)$$

elde edilir. Yine, Tablo 6.19 dan seçilecek herhangi iki örneğe ait elastik sertlik sabitlerinin $h_1 = h_2$, $h_1 \gg h_2$ ve $h_1 \ll h_2$ alınmasıyla da bağıl farkın %1 ile %0.01 arasında kaldığı ve böylece $C_{13} \approx C_{23}$ olacağı kolayca görülür.

$C_{44} = C_{55}$ olduğunu görebilmek için, denklem (4.22.j) ve (4.22.k) farkına bakılır ise;

$$C_{44} - C_{55} = \frac{h_1 h_2 (c_{44} - c'_{44})^2}{(h_1 + h_2)(h_1 c'_{44} + h_2 c_{44})} \quad (6.13)$$

dir. Elastik sertlik sabitlerinin çekme oranı ile değişim ifadelerinden görüleceği gibi c_{44} çekme oranından bağımsızdır. Dolayısıyla $c_{44}-c'_{44}$ farkı daima sıfır ve $C_{44}=C_{55}$ olacaktır.

Sonuç olarak çekme eksenleri paralel olacak şekilde istiflenmiş PVC örneklerinin çekme oranları ve kalınlıkları ne olursa olsun $(C_{11}-C_{22})\approx 0$, $(C_{13}-C_{23})\approx 0$, $(C_{44}-C_{55})=0$ ve $C_{66}=\frac{1}{2}(C_{11}-C_{12})$ olduğu kuramsal olarak doğrulanmış olur. Ultrasonik spektrometre ile yapılan hız ölçümlerindeki duyarlılık %1 ile %2 mertebesinde, elastik sertlik sabitlerinde öngörülen hata ise %2 ile %4 dir. Bu duyarlılık ile ortalama sertlik sabitleri arasındaki %1 ile %0.01 lik farkı saptamak olanaksızdır. Bu edenle, çekme eksenleri paralel olacak şekilde istiflenmiş PVC örneklerinin hız ölçümlerinin (Tablo 6.20-21-22) yorumlanmasından yapının ortorombik simetriden çok hekzagonal simetri kazanacağı açıkça görülür.

Çekme eksenleri paralel olacak şekilde istiflenmiş PVC yapısının elastik sertlik sabitlerine sahip olabilecek, tek bir PVC tabakasının hangi oranda çekilmesi gerektiği hesaplanabilir. Şöyleki; tabakalardan birinin çekme oranı λ_{12} ve kalınlığı h_1 , diğerinin çekme oranı λ_{22} ve kalınlığı h_2 olsun. Bu iki tabakanın istiflenmesi halinde, istif yapısının etkin çekme oranı λ_z ve kalınlığı h olsun. h kalınlığının %A sını h_1 ve geri kalanında yani $\%(100-A)$ sını h_2 meydana getirsin. İstif örneğinin ortalama elastik sertlik sabiti C_{11} için, denklem (4.22.a) daki $h_1h_2(c'_{12}-c_{12})^2$ terimi $[(h_2c_{11}+h_1c'_{11})(h_1c_{11}+h_2c'_{11})]$ teriminden çok çok küçük olduğundan bu terimin önemsenmemesi ile denklem (4.22.a)

$$C_{11} = \frac{h_1c_{11}+h_2c'_{11}}{h_1+h_2} \quad (6.14)$$

denklemine indirgenir. İstifli ortam hekzagonal simetri gösterdiğinden C_{11} in çekme oranı ile değişimi de (6.6) eşitliğine uymak zorundadır. Denklem (6.14) ün, (6.6) eşitliği cinsinden ifade edilmesi ile

$$-0.686 \lambda_z + 8.476 = \frac{\%A h (-0.686 \lambda_{1z} + 8.476)}{h} + \frac{\% (100-A) h (-0.686 \lambda_{2z} + 8.476)}{h}$$

buradan da,

$$\lambda_z = \%A \lambda_{1z} + \%(100-A) \lambda_{2z} \quad (6.15)$$

eşitliği elde edilir. Sayısal örnek olarak; $\lambda_{1z}=1.5$ oranında çekilmiş $h_1=1.142$ mm kalınlıklı örneklerle $\lambda_{2z}=2.4$ oranında çekilmiş $h_2=1.088$ mm kalınlıklı örneklerin istiflendiği durum düşünüldü. $h=2.23$ mm kalınlığındaki istifin %51 (%A) ini 1.5 oranında çekilmiş örnek %49 unu ise 2.4 oranında çekilmiş örnek meydana getirir. O halde bu yapının eşdeğeri olabilecek tek bir PVC tabakası, (6.15) ifadesine göre $\lambda_z=1.94$ oranında çekilmelidir. $\lambda_z=1.94$ için (6.6), ..., (6.10) ifadelerinden elde edilecek elastik sertlik sabitleri ile (1.5//2.4) istif örneğinin deneysel olarak ölçülmüş olan elastik sertlik sabitleri Tablo 6.25 de verilmiştir. Tablonun incelenmesinden (6.15) bağıntısının doğruluğu açıkça görülür.

Tablo 6.25: (1.5//2.4) istifinin ve $\lambda_z=1.94$ oranında çekilmiş eşdeğerinin elastik sertlik sabitleri

C_{IJ} Çökme Oranı	C_{11}	C_{22}	C_{33}	C_{12}	C_{13}	C_{23}	C_{44}	C_{55}	C_{66}
(1.5//2.4)	7.12	7.12	10.31	4.09	4.58	4.58	1.73	1.73	1.52
$\lambda_z = 1.94$	7.15	7.15	10.40	4.11	4.58	4.58	1.74	1.74	1.52

Istifli örneğin yoğunluğu, denklem (5.4) de $h_1=\%A h$ ve $h_2=\%(100-A) h$ yazarak,

$$\bar{S} = \%A S_1 + \%(100-A) S_2 \quad (6.16)$$

elde edilir. Istifli ortamın YX düzleminde, dalga yayılım hızı $i=0$ gelme açısı durumunda, denklem (5.20) den

$$V_Y = \frac{V_{1Y} \cdot V_{2Y}}{\%AV_{2Y} + \%(100-A)V_{1Y}} \quad (6.17)$$

olur. Çekme oranları $\lambda_{1Z}=1.5$ ve $\lambda_{2Z}=2.4$ olan iki örneğin çekme eksenleri paralel olacak şekilde, değişik istif yüzdelere göre istiflenmesi ile oluşan (1.5//2.4) örneklerinin yoğunluk, hız, ortalama elastik sertlik sabiti ve etkin çekme oranları Tablo (6.26) de verildi. Orada, * işaretli değerler deneysel olarak ölçülmüş değerlerdir. λ_Z in ilk değeri 1.57 son değeri ise 2.52 dir; oysa ilk ve son sütunlar $\lambda_{1Z} = \lambda_Z = 1.5$ ve $\lambda_{2Z} = \lambda_Z = 2.4$ oranlarında çekilmiş örneklerdir. λ_Z in C_{11} e bağlı olan ifadesine [denk.(6.6)] %0.3 lük bir hata ile lineer olarak yaklaşıldığından, bu hata λ_Z in hesabında %4.5 luk bir hataya neden olmaktadır. Bu hata payı göz önünde tutulursa λ_Z ve λ_Z arasında uyum olduğu görülür.

Tablo 6.26: (1.5//2.4) istif örneğinin değişik istif yüzdelere göre, \bar{g} (10^3 kg/m^3), V_Y (m/sn), C_{11} (10^9 N/m^2), λ_Z ve λ_Z değerleri.

	1.Örnek $\lambda_{1Z}=1.5$ $h_1=h$				1.5//2.4 $h=2.23\text{mm}$				(1.5 2.4) $h=1.722\text{mm}$			2.Örnek $\lambda_{2Z}=2.4$ $h_2=h$
h_1	%100 h	%90 h	%80 h	%70 h	%51 h	%50 h	%40 h	%37 h	%20 h	%10 h	%0 h	
h_2	%0 h	%10 h	%20 h	%30 h	%49 h	%50 h	%60 h	%63 h	%80 h	%90 h	%100 h	
$\bar{g} = \frac{A_1 \bar{g}_1 + \% (100-A) \bar{g}_2}{100}$	1.412	1.4115	1.411	1.4105	1.4095	1.4095	1.409	1.4088	1.408	1.4075	1.407	
$V_Y = \frac{V_{1Y} V_{2Y}}{\%AV_{2Y} + \%(100-A)V_{1Y}}$	2289*	2279	2268	2258	2248	2238	2220	2226	2209	2199	2190*	
$C_{11} = \bar{g} V_Y^2$	7.40*	7.33	7.25	7.19	7.12*	7.06	6.99	7.01*	6.87	6.8	6.75*	
$\lambda_Z = \frac{0.472 \cdot C_{11}}{0.686}$	1.57	1.67	1.78	1.87	1.97	2.06	2.16	2.16	2.34	2.44	2.52	
$\lambda_Z = \frac{A \lambda_{1Z} + \% (100-A) \lambda_{2Z}}{100}$	1.5	1.59	1.68	1.77	1.94	1.95	2.04	2.13	2.22	2.31	2.4	

b) Çekme eksenleri dik olacak şekilde istifleme

Bu tür istiflenmiş (1.3A+2.2A) ve (1.3B+2.2B) örnekleri ile, YX ve YZ düzlemlerinde değişik gelme açılarında ölçülen

yayıma hızları, Tablo 6.27-28-29-30 da verilmiştir. Ölçümler $T_0=22^\circ\text{C}$ sıcaklıkta ve $f=2\text{Mhz}$ frekansta yapılmıştır.

Tablo 6.27: (1.3A \perp 2.2A) istif örneğinin YX düzleminde ölçülmüş hız değerleri

[$\bar{\rho}=1.4135 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $h=3.394 \text{ mm}$ ($h_1=1.722 \text{ mm}$, $h_2=1.672 \text{ mm}$)]

$i(^{\circ})$	$t(\mu\text{sn})$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(\text{m/sn})$	$V_T(\text{m/sn})$
0	0.766	-	-	2261	-
5	0.773	7.58	-	2265	-
10	0.790	15.26	-	2269	-
15	0.817	23.14	-	2273	-
17	0.832	26.39	-	2276	-
20	0.860	31.40	-	2280	-
22	0.885	34.91	-	2287	-
25	0.930	40.43	-	2297	-
27	0.963	44.22	-	2300	-
50	1.255	-	32.63	-	1054
52	1.265	-	33.88	-	1059
55	1.300	-	35.53	-	1062
57	1.325	-	36.61	-	1064
60	1.370	-	38.11	-	1067

$$r_L=r_T=45^\circ \quad V_L=2298 \text{ m/sn} \quad V_{T1}=1080 \text{ m/sn}$$

Tablo 6.28: (1.3B \perp 2.2B) istif örneğinin YX düzleminde ölçülmüş hız değerleri

[$\bar{\rho}=1.4135 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $h=3.438 \text{ mm}$ ($h_1=1.744 \text{ mm}$, $h_2=1.694 \text{ mm}$)]

$i(^{\circ})$	$t(\mu\text{sn})$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(\text{m/sn})$	$V_T(\text{m/sn})$
0	0.777	-	-	2262	-
5	0.783	7.57	-	2264	-
10	0.798	15.24	-	2266	-
15	0.825	23.10	-	2270	-
17	0.840	26.34	-	2272	-
20	0.870	31.37	-	2279	-
22	0.893	34.82	-	2282	-
25	0.935	40.25	-	2289	-
27	0.971	44.12	-	2295	-
50	1.265	-	32.69	-	1056
52	1.275	-	33.94	-	1061
55	1.315	-	35.55	-	1063
57	1.335	-	36.68	-	1066
60	1.383	-	38.16	-	1068

$$r_L=r_T=45^\circ \quad V_L=2300 \text{ m/sn} \quad V_{T1}=1082 \text{ m/sn}$$

Tablo 6.29: (1.3A \perp 2.2A) istif örneğinin YZ düzleminde ölçülmüş hız değerleri

$i(^{\circ})$	$t(\mu sn)$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(m/sn)$	$V_T(m/sn)$
0	0.766	-	-	2261	-
5	0.773	7.57	-	2264	-
10	0.800	15.36	-	2284	-
15	0.833	23.38	-	2295	-
17	0.852	26.73	-	2303	-
20	0.890	32.01	-	2320	-
22	0.940	36.16	-	2358	-
25	1.000	42.25	-	2382	-
27	1.068	47.22	-	2420	-
47	1.008	-	33.00	-	1115
50	1.015	-	35.09	-	1123
52	1.028	-	36.40	-	1127
55	1.065	-	38.14	-	1129
57	1.095	-	39.22	-	1129
60	1.138	-	40.84	-	1130

$$r_L=r_T=45^{\circ} \quad V_L=2404 \text{ m/sn} \quad V_{T1}=1134 \text{ m/sn}$$

$$V_Y=2262 \text{ m/sn}$$

Tablo 6.30: (1.3B \perp 2.2B) istif örneğinin YZ düzleminde ölçülmüş hız değerleri

$i(^{\circ})$	$t(\mu sn)$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(m/sn)$	$V_T(m/sn)$
0	0.777	-	-	2262	-
5	0.783	7.58	-	2265	-
10	0.810	15.36	-	2284	-
15	0.840	23.33	-	2290	-
17	0.865	26.77	-	2306	-
20	0.900	31.98	-	2318	-
22	0.940	35.88	-	2342	-
25	1.010	42.17	-	2378	-
27	1.073	46.96	-	2410	-
47	1.018	-	33.03	-	1116
50	1.030	-	35.07	-	1123
52	1.048	-	36.32	-	1125
55	1.085	-	38.07	-	1127
57	1.105	-	39.27	-	1130
60	1.150	-	40.87	-	1131

$$r_L=r_T=45^{\circ} \quad V_L=2397 \text{ m/sn} \quad V_{T1}=1137 \text{ m/sn}$$

$$V_Y=2262 \text{ m/sn}$$

Z eksenine dik olacak şekilde dilimlenen (1.3A \pm 2.2A) örneği X eksenini etrafında 90° döndürülüp sıra değişmeksizin istiflenmesinden sonra [Şek. 5.13 (a) ve (b)], Z doğrultusundaki yayılma hızı ve ZX düzleminde, değişik gelme açılarındaki ölçülen yayılma hızları, Tablo 6.31 de verilmiştir.

Tablo 6.31: (1.3A \pm 2.2A) istif örneğinin ZX düzleminde ölçülmüş hız değerleri

($\bar{\rho}$ = 1.4135x10³ kg/m³, h = h₁ = h₂ = 2.360 mm)

$i(^{\circ})$	$t(\mu sn)$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(m/sn)$	$V_T(m/sn)$
0	0.669	-	-	2600	-
5	0.671	8.68	-	2593	-
10	0.675	17.33	-	2567	-
15	0.679	25.81	-	2519	-
17	0.686	29.29	-	2505	-
20	0.701	34.64	-	2488	-
22	0.715	38.34	-	2479	-
25	0.739	44.00	-	2460	-
27	0.762	48.07	-	2453	-
30	0.802	54.43	-	2435	-
32	0.826	58.53	-	2409	-
45	0.639	-	32.44	-	1136
47	0.640	-	33.92	-	1142
50	0.650	-	35.99	-	1148
52	0.656	-	37.37	-	1153
55	0.667	-	39.42	-	1160
57	0.679	-	40.69	-	1164
60	0.709	-	42.36	-	1165

$r_L=r_T=45^{\circ}$ $V_L=2464$ m/sn $V_{T1}=1168$ m/sn
 $V_Z=2600$ m/sn

X doğrultusu ve XZ düzleminde değişik gelme açılarındaki hız ölçümlerini (1.3A \pm 2.2A) örneği ile yapmak mümkün değildir. Bu ölçüm; Tablo 6.27 ile 6.28 nin ve Tablo 6.29 ile Tablo 6.30 un karşılaştırılmasından görüleceği gibi, (1.3A \pm 2.2A) örneği ile aynı özelliklere sahip (1.3B \pm 2.2B) örneği ile yapıldı. Bu örneğin Şekil 5.13 (b) ve (d) deki gibi dilimlenip istiflenmesi ile X eksenini doğrultusunda ve XZ düzleminde hız ölçümleri yapıldı. Sonuçlar Tablo 6.32 de verildi.

Tablo 6.32: (1.3B ± 2.2B) istif örneğinin XZ düzleminde ölçülmüş hız değerleri

($\bar{\rho} = 1.4135 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $h = h_1 = h_2 = 2.272 \text{ mm}$)

$i(^{\circ})$	$t(\mu\text{sn})$	$r_L(^{\circ})$	$r_T(^{\circ})$	$V_L(\text{m/sn})$	$V_T(\text{m/sn})$
0	0.563	-	-	2380	-
5	0.570	7.99	-	2389	-
10	0.582	16.11	-	2392	-
15	0.606	24.55	-	2403	-
17	0.620	28.09	-	2411	-
20	0.642	33.50	-	2416	-
22	0.664	37.42	-	2428	-
25	0.700	43.52	-	2439	-
27	0.740	48.38	-	2465	-
50	0.590	-	36.60	-	1165
52	0.610	-	37.75	-	1163
55	0.620	-	39.83	-	1171
57	0.630	-	41.15	-	1175
60	0.655	-	42.91	-	1177

$$r_L = r_T = 45^{\circ}$$

$$V_L = 2452 \text{ m/sn}$$

$$V_{T1} = 1180 \text{ m/sn}$$

$$V_X = 2380 \text{ m/sn}$$

Böylece, bu iki farklı şekillendirme ile örneğe ait XZ düzleminin tüm yayılma yönleri için hız ölçümleri gerçekleştirilmiş oldu. (1.3A ± 2.2A) ve (1.3B ± 2.2B) örnekleri aynı özellikleri gösterdiklerinden dolayı bu iki örnek tek bir örnek olarak (1.3 ± 2.2) şeklinde kodlandı.

Tablo 6.30, 6.31 ve 6.32 den, (1.3 ± 2.2) örneğinin X, Y ve Z esas eksen doğrultularındaki dalga yayılma hızları birbirinden farklı olduğu görülür. Dolayısıyla üç esas eksen farklı sertliğe sahiptir. Bu deneysel olarak da gözlenmek istenen sonuçtur. Çünkü; 4. Bölümde çekme eksenleri dik olacak şekilde istiflenmiş yapılar için kuramsal olarak hesaplanan ortalama elastik sertlik tensörü, ortorombik simetri göstermişti.

Ortorombik simetriye sahip bir katının elastik sertlik tensörü Ek-1 de verildiği gibi dokuz bağımsız elastik sertlik sabitini içerir. Bunlardan C_{11} , C_{22} ve C_{33} esas eksen doğrultusunda ölçülen saf boyuna dalga yayılma hızları kullanılarak,

$$C_{11} = 3V_X^2 \quad (6.18)$$

$$C_{22} = 3V_Y^2 \quad (6.19)$$

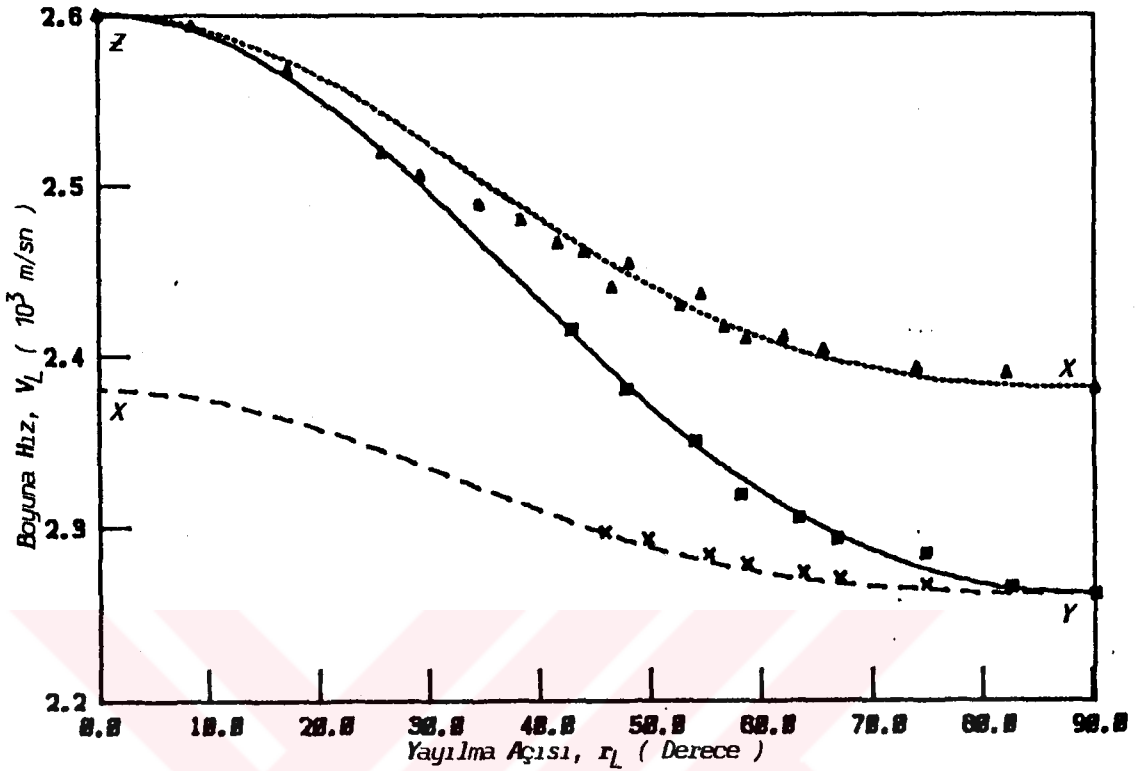
$$C_{33} = 3V_Z^2 \quad (6.20)$$

bağıtlarından hesaplandı. C_{66} , C_{12} , C_{44} , C_{23} , C_{13} ve C_{55} ise XY, XZ ve YZ düzlemlerinde aynı açıda yayılan ($r_L = r_T = 45^\circ$) boyunamsı ve eninensi dalgaların ölçülen hızlarının; (3.24), (3.25), (3.27), (3.28), (3.30) ve (3.31) eşitliklerinde yerine konması ile hesaplandı. Kuramsal ortalama elastik sertlik sabitleri ise (4.38.a),.....,(4.38.l) denklemlerinden hesaplanırlar. Sonuçlar, Tablo 6.33 deki gibidir.

Tablo 6.33: (1.3 + 2.2) istif örneğinin C_{IJ} (10^9 N/m²) değerleri (d : deneysel, k : kuramsal)

C_{IJ} Istif	C_{11}	C_{22}	C_{33}	C_{12}	C_{13}	C_{23}	C_{44}	C_{55}	C_{66}
(1.3+2.2) ^d	8.01	7.23	9.56	4.30	4.84	4.64	1.57	1.71	1.50
(1.3+2.2) ^k	7.89	7.33	9.27	4.33	4.57	4.46	1.69	1.75	1.60

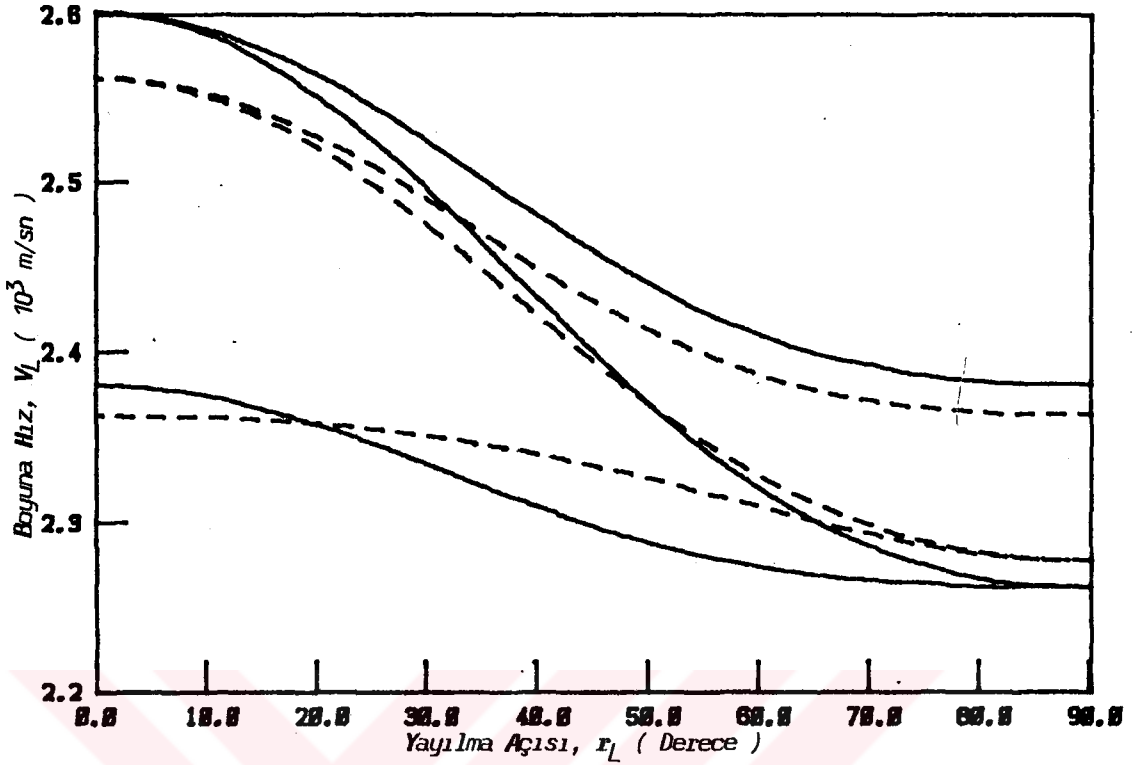
Tablo 6.27, 6.29 ve 6.32 in incelenmesinden XY, YZ ve XZ düzlemlerinin anizotrop fiziksel davranış sergiledikleri deneysel olarak görülür. Bu düzlemlerde; yayılma açısına karşın boyuna dalga yayılım hızlarının değişimleri ile ortorombik simetrinin öngördüğü değişim şekil 6.5 de verilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi yöne bağlı olarak ölçülen hız değerleri ortorombik simetrinin öngördüğü hız değişimi ile uyum içindedir. Böylece; böyle bir yapının 4. Bölümde ortorombik simetri kazanacağı öngörüsü deneysel olarak kanıtlanmış olur.



Şekil 6.5 : $(1.3 \perp 2.2)$ istifinin XY, XZ ve YZ düzleminde yayılma açısına karşın boyuna hız değişimi (x, Δ , \blacksquare : deneysel; ---, , — : ortorombik simetrisinin öngördüğü değişim)

Deneysel ve kuramsal olarak hesaplanmış elastik sertlik sabitlerinin arasındaki uyumu görebilmek için, bu sabitlerden hesaplanan boyuna hızların yayılma açısına karşın değişimleri şekil 6.6 daki gibi çizilmiştir.

Tablo 6.19 da; 1.3, 1.5, 2.2 ve 2.4 oranlarında tek yönlü çekilen örneklerin deneysel olarak hesaplanan elastik sertlik sabitleri verilmişti. Tablo 6.33 de ise $(1.3 \perp 2.2)$ istif örneğinin deneysel olarak ölçülen elastik sertlik sabitleri verilmişti. Tek yönlü çekilen örneklerin bu kezde çekme eksenleri dik olacak şekilde değişik kombinasyonlarda istiflenmesi durumunda elde edilecek ortalama elastik sertlik sabitleri Tablo 6.34 de verildi. Tablonun hazırlanmasında $(4.38.a), \dots, (4.38.l)$ ifadeleri ve Tablo 6.19 daki elastik sertlik sabitleri kullanıldı.

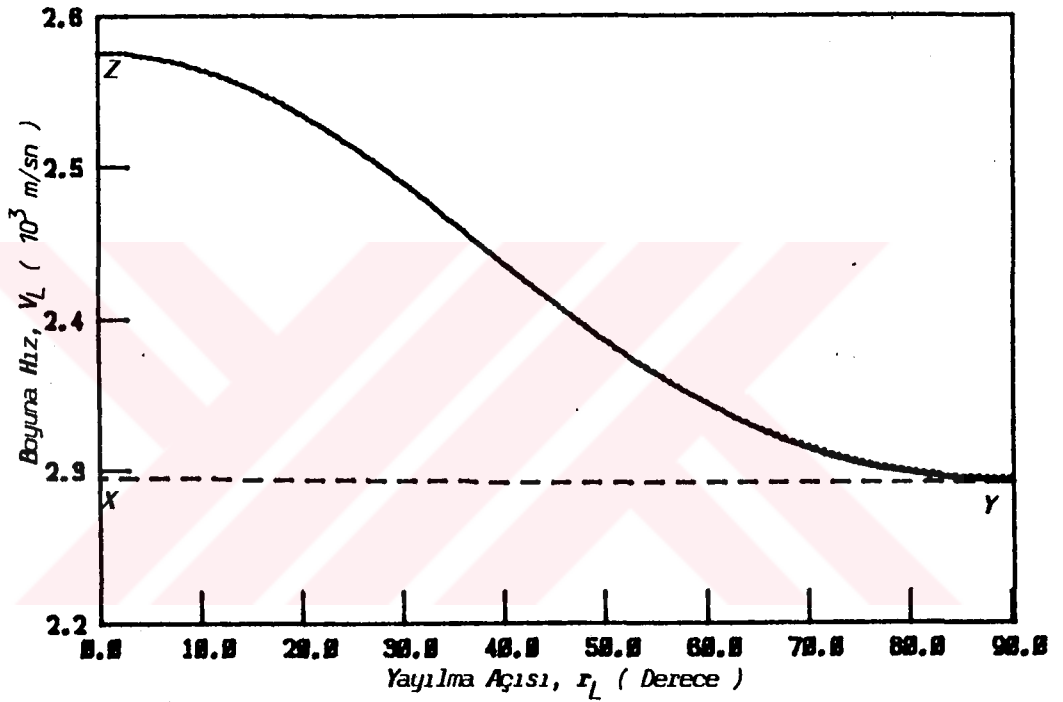


Şekil 6.6: Deneysel ve kuramsal elastik sertlik sabitlerinden hesaplanan hızların yayılma açısı ile değişimi
[(—): deneysel, (---): kuramsal verilerden]

Tablo 6.34: İstiflenmiş örneklerin C_{ij} (10^9 N/m²) değerleri
($h_1=1.722$ mm, $h_2=1.672$ mm)

İstif	C_{IJ}									
	C_{11}	C_{22}	C_{33}	C_{12}	C_{13}	C_{23}	C_{44}	C_{55}	C_{66}	
(1.1 \perp 2.2)	7.45	7.44	9.39	4.23	4.47	4.47	1.75	1.75	1.60	Hexagonal
(1.3 \perp 1.3)	8.13	7.57	8.13	4.43	4.54	4.42	1.68	1.74	1.68	Tetragonal
(2.4 \perp 2.4)	9.26	6.75	9.19	4.29	4.67	4.29	1.57	1.75	1.57	
(1.3 \perp 1.5)	8.05	7.49	8.37	4.37	4.56	4.45	1.68	1.74	1.67	Ortorombik
(1.3 \perp 2.2)	7.89	7.33	9.27	4.33	4.57	4.46	1.69	1.75	1.60	
(1.3 \perp 2.4)	7.72	7.14	9.62	4.22	4.60	4.49	1.69	1.75	1.57	
(1.5 \perp 2.2)	8.15	7.24	9.18	4.35	4.60	4.40	1.67	1.75	1.60	
(1.5 \perp 2.4)	7.97	7.07	9.53	4.24	4.63	4.43	1.67	1.75	1.57	
(2.2 \perp 2.4)	8.91	6.92	9.37	4.26	4.64	4.39	1.60	1.75	1.57	

Tablodan görüleceği gibi, (1 ± 2.2) örneğinin ortalama elastik sertlik sabitleri arasında $C_{11} \approx C_{22}$, $C_{13} = C_{23}$ ve $C_{44} = C_{55}$ eşitliklerinin yanısıra $C_{66} = \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12})$ izotropluk koşulu geçerli olup, yapı hegzagonal elastik simetri göstermektedir. Örneklerin ortalama elastik sabitlerinden hesaplanan boyuna hız değerlerinin yayılma açısına karşın XY, XZ ve YZ düzlemlerindeki değişimi şekil 6.7 deki gibidir.



Şekil 6.7: (1 ± 2.2) örneğinin XY, XZ ve YZ düzleminde yayılma açısına karşın boyuna hız dağılımı

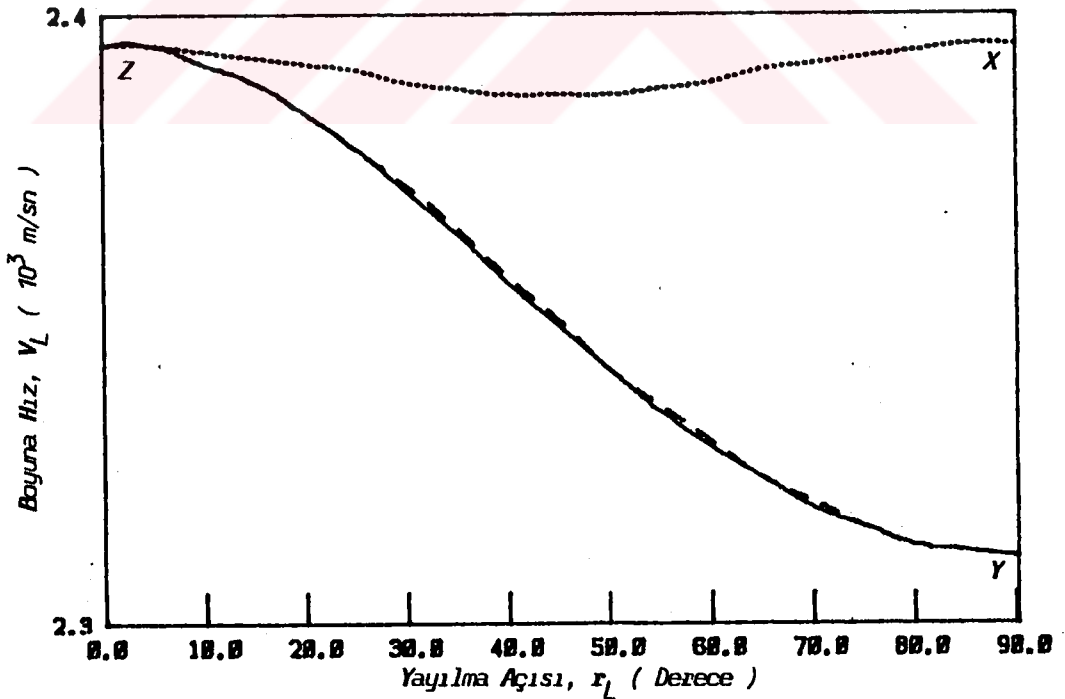
(1.3 ± 1.3) ve (2.4 ± 2.4) örneklerinin ortalama elastik sertlik sabitleri arasında $C_{11} \approx C_{33}$, $C_{12} \approx C_{23}$ ve $C_{44} = C_{66}$ eşitlikleri mevcuttur. O halde; yapıların elastik sertlik tensörü

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

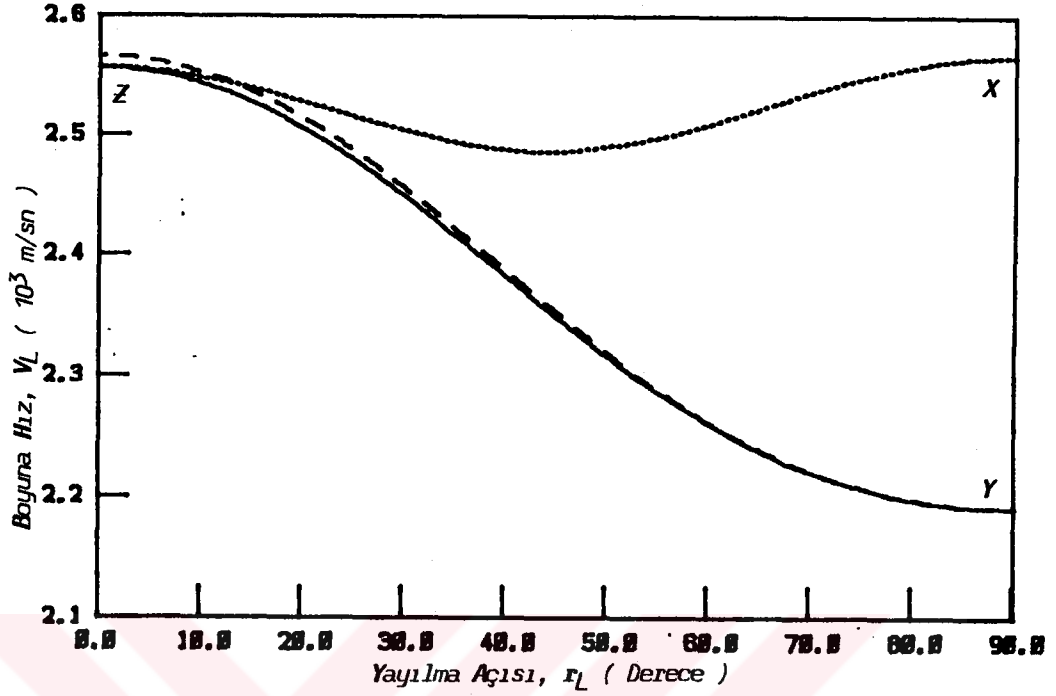
biçimine sahip olup, altı tane bağımsız ortalama elastik sertlik sabiti içerir.

(6.21) elastik sertlik tensöründen görüldüğü gibi, Y eksenini simetri eksenini olup X ve Z eksen doğrultularındaki yayılma hızları eşittir. Eğer; $C_{55} = \frac{1}{2}(C_{11}-C_{13})$ izotropluk koşulu sağlanırsa, yapı hekzagonal simetriye, sağlanmazsa altı bağımsız elastik sertlik sabiti içeren tetragonal simetriye sahip olur. C_{11} ve C_{13} değerleri izotropluk koşulunda yerine yazıldığında, bu koşulun sağlanmadığı görülür. O halde çekme oranları eşit olan iki PVC örneğinin; çekme eksenleri dik olacak şekilde istiflenmeleri, yapıya tetragonal elastik simetri özelliği kazandırır.

(1.3 ± 1.3) ve (2.4 ± 2.4) istif örneklerinin ortalama elastik sertlik sabitlerinden hesaplanan boyuna dalga yayılım hızlarının, yayılma açısı ile XZ ve YZ düzlemlerindeki değişimleri Şekil 6.8 ve 6.9 da verildi.



Şekil 6.8: (1.3 ± 1.3) örneğinin XZ ve YZ düzleminde yayılma açısına karşın hız değişimi



Şekil 6.9: (2.4 ± 2.4) örneğinin XZ ve YZ düzleminde yayılma açısına karşın hız değişimi

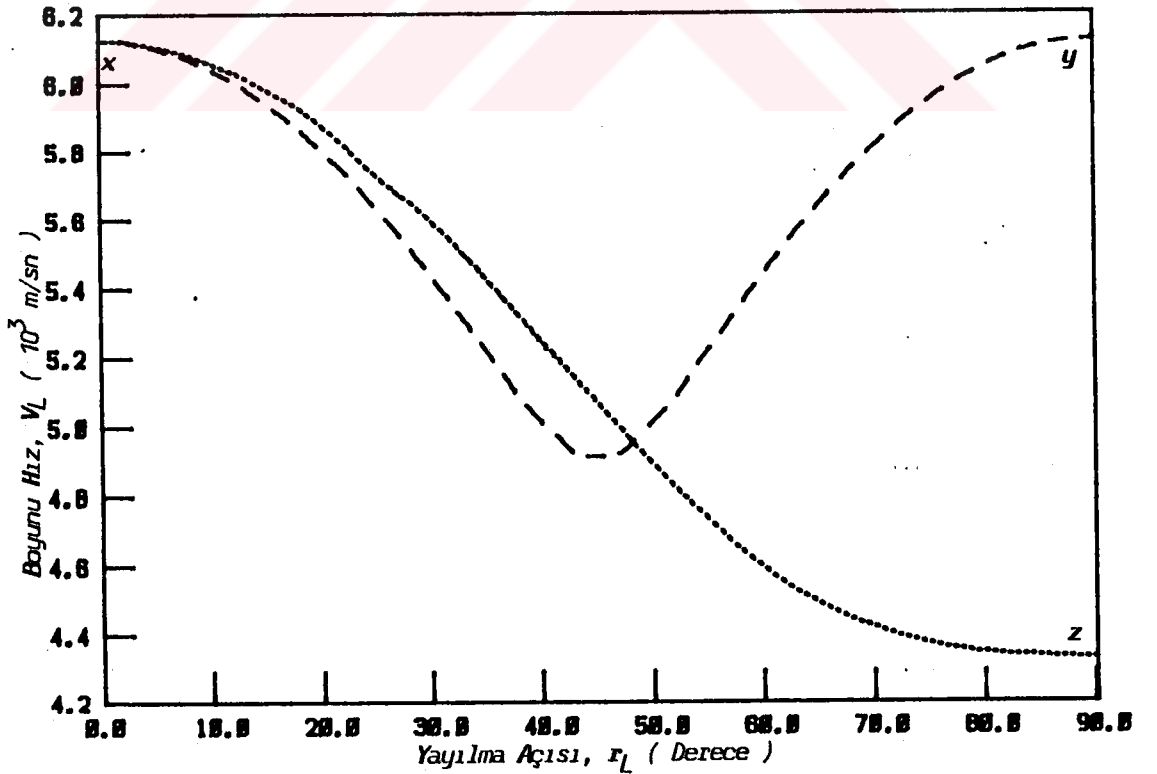
Şekil 6.8 ve 6.9 un incelenmesinden görüleceği gibi küçük çekme oranlarında $C_{55} - \frac{1}{2}(C_{11}-C_{13})$ farkı küçülmekte $[(1.3 \pm 1.3)$ örneğinde bu fark 0.055 dir], dolayısıyla XZ düzlemi izotrop düzlem gibi davranmaktadır. Büyük çekme oranlarında ise $C_{55} - \frac{1}{2}(C_{11}-C_{13})$ farkı artmakta olup $[(2.4 \pm 2.4)$ örneğinde bu fark 0.55 dir], XZ düzlemi izotrop davranıştan uzaklaşarak tetragonal davranış sergilemektedir.

Tetragonal simetrideli ortam için $(4mm, 422, 42m, 4/mmm)$ elastik sertlik tensörünün alışılmış biçimi,

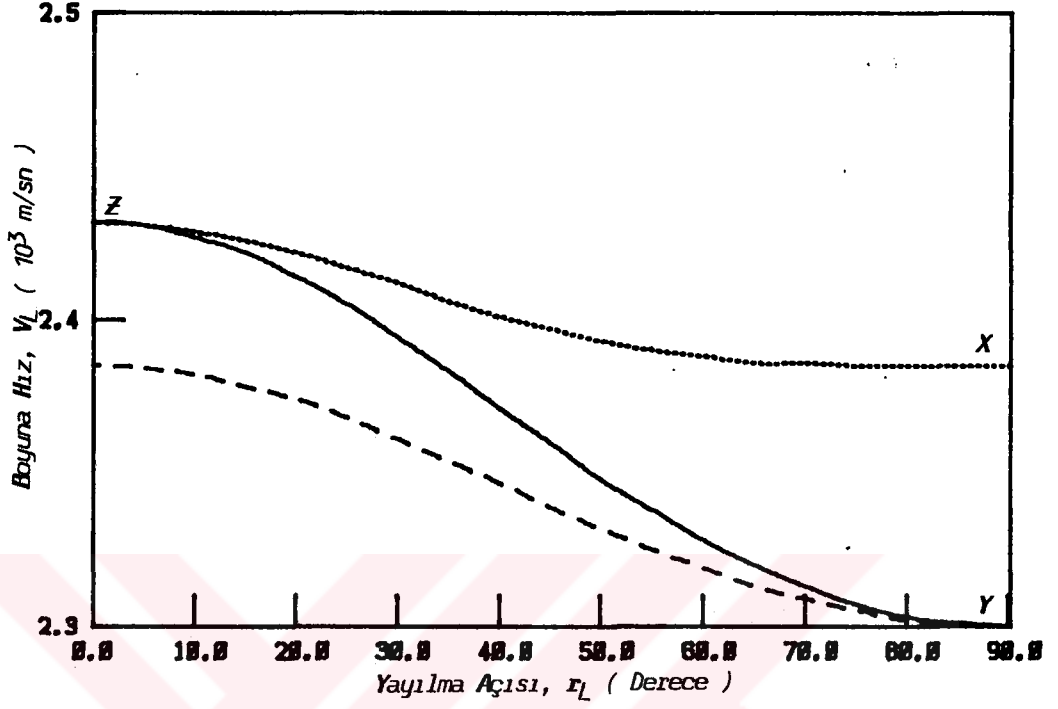
$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \quad (6.22)$$

şeklindedir. Burada z ekseni simetri ekseni olup x ve y eksen doğrultularındaki yayılma hızları eşittir. Bir örnek olarak,

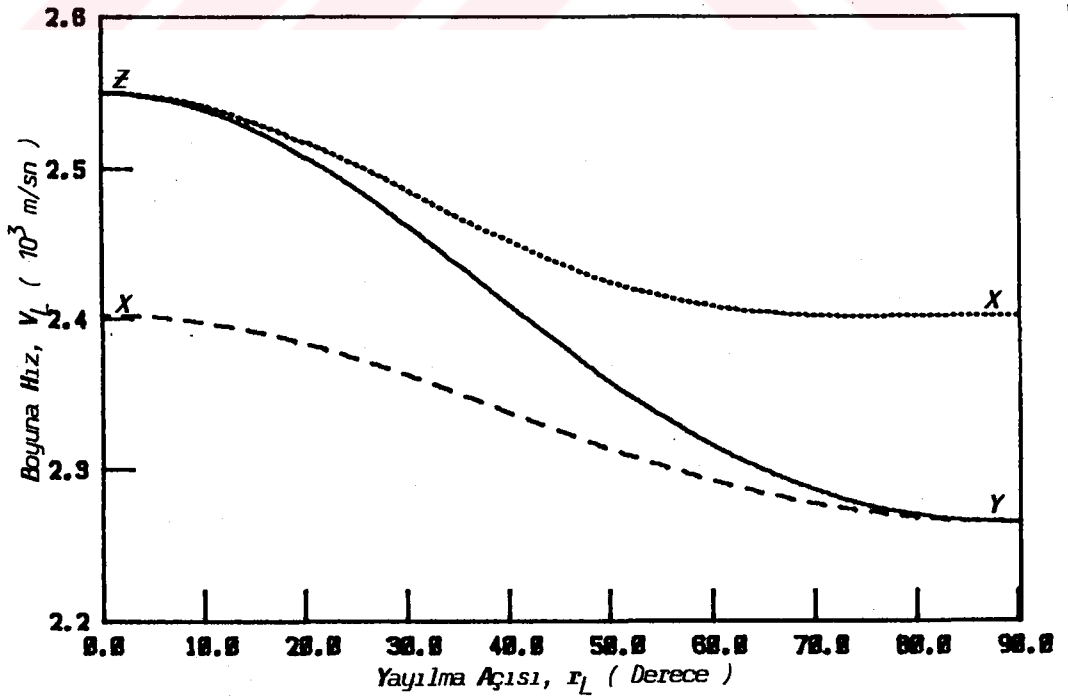
materyal olan ADP (Ammonium Dihydrogen Phosphate) ın yoğunluğu $1.803 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, elastik sertlik sabitleri $c_{11}=6.76 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, $c_{33}=3.38 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, $c_{44}=0.867 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, $c_{66}=0.608 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, $c_{12}=0.59 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ ve $c_{13}=2.0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ dir [10]. Bu değerleri kullanarak hesaplanan dalga yayılım hızlarının, yayılma açısına karşın düzlemlerdeki değişimi şekil 6.10 da verildi. Şekil 6.10 dan görüleceği gibi simetri eksenini z eksenini olan ADP nin xy düzleminde boyuna hız değişimi keskin bir minimumdan geçmektedir. Benzer değişim istiflenerek elde edilmiş (1.3 ± 1.3) ve (2.4 ± 2.4) örneklerinin XZ düzlemlerinde de belirgin bir şekilde görülmektedir (Şekil 6.8, 6.9). İstiflenmiş PVC örneklerinde bu değişim keskinliği çekme oranları büyüdükçe daha belirgin olarak ortaya çıkmaktadır. Böylece aynı çekme oranlarında çekilerek dik olarak istiflenmiş yapının, gerçek tetragonal kristal simetrisine sahip yapılar gibi tetragonal elastik simetrisine sahip olacağı gösterilmiş olur.



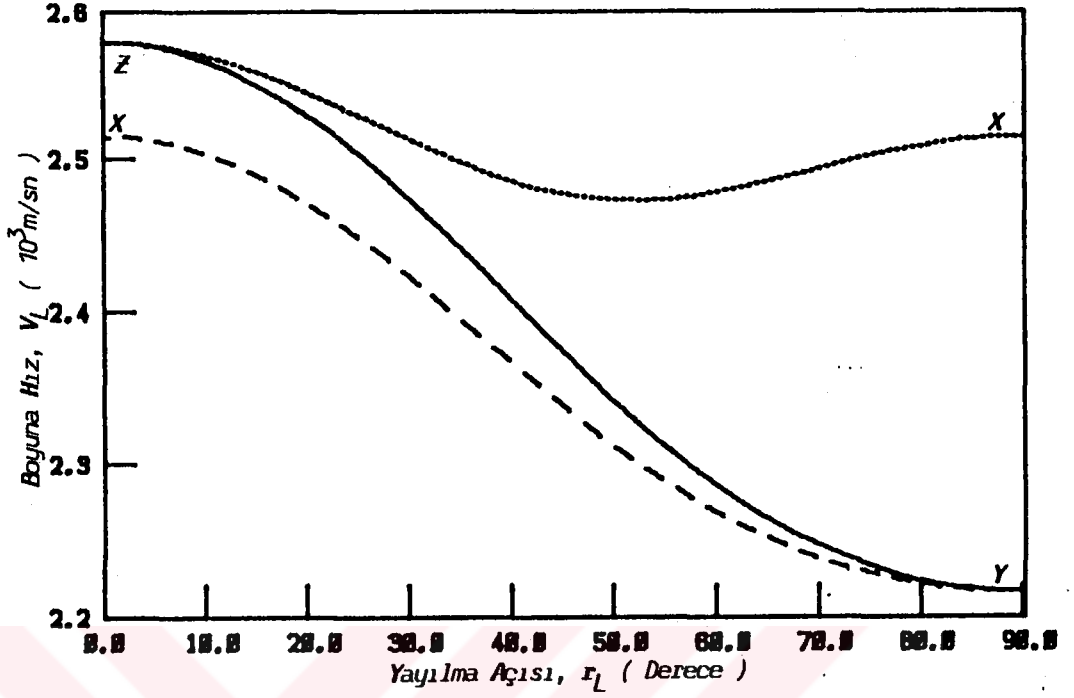
Şekil 6.10: ADP için $zx(=zy)$ ve xy düzlemlerindeki boyuna dalga hızının yayılma açısı ile değişimi



Şekil 6.11: (1.3 ± 1.5) örneğinin; XY, XZ ve YZ düzleminde boyuna dalga hızının yayılma açısı ile değişimi



Şekil 6.12: (1.5 ± 2.2) örneğinin; XY, XZ ve YZ düzleminde boyuna dalga hızının yayılma açısı ile değişimi



Şekil 6.13: (2.2 ± 2.4) örneğinin; XY, XZ ve YZ düzleminde boyuna dalga hızının yayılma açısı ile değişimi

Şekil 6.11, 6.12 ve 6.13 Tablo 6.33 de dokuz bağımsız elastik sertlik sabitine sahip olan örneklerin bazıları için çizilmiştir. Çizim, örneklerin dokuz bağımsız ortalama elastik sertlik sabitinden hesaplanan boyuna hız değerlerinin XY, XZ ve YZ düzlemlerinde yayılma açısına karşın yapılmıştır. Şekillerden de görüldüğü gibi düzlemlerdeki boyuna dalga hızı değişimleri ortorombik simetrisinin öngördüğü değişim gibidir.

Sonuç olarak; çekme eksenleri birbirine dik olacak şekilde istiflenen PVC örnekleri çekme oranlarına bağlı olarak üç tip elastik simetri sergilerler. İzotrop ile çekilmiş bir PVC nin istiflenmesinde yapı hegzagonal, eşit çekme oranlarında istiflenen PVC lerde tetragonal ve çekme oranları birbirinden farklı olacak şekilde istiflenmiş PVC örneklerinde ise ortorombik elastik simetri davranışı görülür.

7.BÖLÜM

SONUÇ ve TARTIŞMA

Bu çalışmada; farklı çekme oranlarında tek yönlü çekilmiş PVC örneklerinin, çekme eksenleri paralel ve dik olacak şekilde istiflenmeleriyle, elde edilen yapının kazanacağı mekaniksel anizotropinin elastik simetrisinin ne olacağı kuramsal ve deneysel olarak araştırılmıştır.

Polimerlerin; polimerizasyon sırasında ve özellikle ticari işlemler sonucu (tek yönlü ve iki yönlü çekme, haddeleme) anizotrop fiziksel özellik kazandıkları bilinmektedir [1]. Tek yönlü yönlendirme sonucu yapının enine izotrop elastik simetri, iki yönlü yönlendirme ve rolled işlemleri sonucunda da ortorombik elastik simetri kazandığı bilinmektedir [1,31]. Problemin ele alınışındaki temel amaç; polimerlere anizotropinin sadece yönlendirme işlemi ile değil istifleme işlemi ile de kazandırılacağı öngörüsüydü. Bunu araştırırken elde edilecek yapının sadece anizotropi gösterip göstermediğini belirlemek yeterli olmamakta, aynı zamanda bu anizotropinin ne tür bir elastik simetriye sahip olduğunun araştırılması gerekmektedir. Ancak bu tarzda, diğer işlemler ile elde edilen anizotropi istifleme işlemi ile elde edilen anizotropi ile karşılaştırılabilir.

Diğer taraftan; yoğunlukları ve Lamé sabitleri ($\lambda=c_{12}$, $\mu=c_{44}$, $\lambda+2\mu=c_{11}$) birbirinden farklı iki materyalin tabakalaşması sonucunda, eşdeğer yapının enine izotrop simetri kazandığı bilinmektedir. Böyle yapıların ortalama elastik sertlik sabitlerinin, tabakaların kalınlıklarına ve Lamé sabitlerine bağlı olarak hesaplanması problemi değişik yazarlar tarafından farklı yöntemlerle ele alınmıştır [3,4,13]. Yoğunlukları ve Lamé sabitleri birbirine çok yakın materyallerin tabakalaşması sonucu oluşan ortam, enine izotrop simetriden

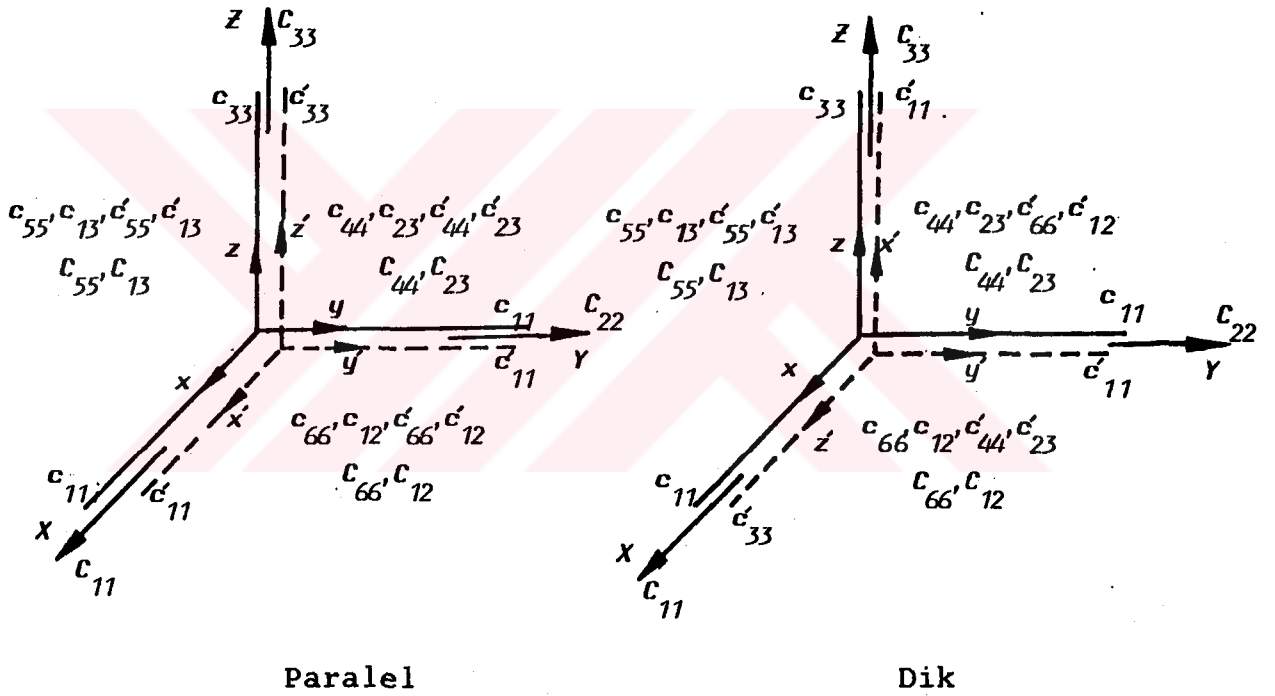
çok izotrop simetri sergiler [13].

Tek yönlü ve iki yönlü çekme ile kazandırılan anizotropinin özellikleri PVC için önceden yapılan çalışmalar ile belirlenmişti [24,31]. Bu nedenle; polimer materyal olarak PVC nin çalışılması amaçlandı. Çalışmada, ısıtıldıktan sonra preste düzeltilen Pimaş ürünü PVC su borusu kullanıldı. Örnek; içinde yapısal bozukluklar ve yabancı maddelerin homojen olmayan katkıları ile oluşan kirlilikler olmadığı sürece izotropdur. Kullanılan PVC örneklerinin bu tür homojensizliğe sahip olmadığı ve oldukça düzgün bir izotropi gösterdiği yöne bağlı hız ölçümleri ile gösterildi. Ancak, örnek yoğunluklarının çekme işlemiyle sistematik olarak azaldığı gözlenmiştir. İzotropluğu etkilemeyecek derecedeki boşlukların çekme işlemi sonucunda hacimlerdeki artma veya az da olsa bulunabilecek kirliliklerin çekme işleminde boşluk hacmi yaratmalarını yoğunlukta azalmaya neden olmuştur.

Hekzagonal simetri gösteren iki yapının, simetri eksenleri paralel ve dik olacak şekilde istiflenmeleri sonucunda, istifin kazanacağı mekaniksel anizotropinin ne olacağını ve eşdeğer yapının ortalama elastik sertlik sabitlerinin istif tabakaların elastik sertlik sabitleri ve kalınlıkları cinsinden değerlerini veren ve bu yapının tek yönlü çekilmiş PVC tabakalarına uygulanışını içeren bir çalışmaya şimdiye değin rastlanmamıştır. İstifli yapılar için ortalama elastik sertlik sabitlerinin hesabında, Postma' nın [13] izotrop ortamlar için izlediği basit ve sade bir gösterime sahip olan yol izlenmiştir. Bulunan sonuçların, deneysel verilerden elde edilenlerle iyi bir uyum içinde olduğu görülmüştür.

İki enine izotrop örnek z simetri eksenleri, paralel ve dik olacak şekilde istiflendiğinde kuramsal olarak hesaplanan ortalama elastik sertlik sabiti matrisleri, dokuz bağımsız ortalama elastik sertlik sabiti içerirler. Dolayısıyla; bu iki biçim istifleme, yapılara ortorombik simetri kazandırır. Paralel ve dik istiflemenin, ortalama elastik sertlik sabitleri arasında; $C_{22}^p = C_{22}^d$ ve $C_{55}^p = C_{55}^d$ (p: paralel, d: dik istifleme durumundaki ortalama elastik sertlik sabitlerini gösterir) eşitlikleri geçerli olup diğer sabitler birbirlerinden

farklıdırlar. C_{22} lerin eşit olması, her iki istif şeklinde de tabakaların y eksenlerinin çakışık olmasındandır. C_{55} lerin eşit olması ise, bir istifin diğer istife göre tabakalarından birinin y eksenini etrafında diğer tabakaya göre 90° döndürülüp istiflenmesi ile elde edilmesindedir. Yani, paralel ve dik istiflemelerde xz ve $x'z'$ düzlemlerinin çakışık olması C_{55} makaslama teriminin, her iki istif biçiminde eşit olmasını sağlar. Aşağıdaki şekillerde bu daha iyi bir şekilde görülür.



Şekil 7.1: Eşdeğer yapının Z simetri eksenini $C_{33} > C'_{33}$ ü sağlayan örneğin z eksenine göre tanımlanmıştır.

Şayet istiflenen örnekler, burada yapıldığı gibi tek yönlü çekme işlemi ile yönlendirilip, enine izotrop fiziksel özellik kazandırılan farklı çekme oranlarına sahip iki PVC tabakasının çekme eksenleri paralel olacak şekilde istiflenmesi ile elde edilirse, eşdeğer yapının fiziksel özellikleri dokuz bağımsız elastik sertlik sabitinden ziyade beş bağımsız

elastik sertlik sabiti ile ifade edilebilir. Çekme oranı ile elastik sertlik sabitlerinin değişimi olan şekil 6.2 den, c_{11} , c_{13} ve c_{12} nin çekme oranı ile hızlı bir şekilde değişmediği ve c_{44} ün sabit olduğu görülür. Bu ise, kuramsal olarak hesaplanacak ortalama elastik sertlik sabitlerinde $C_{11} \approx C_{22}$, $C_{13} \approx C_{23}$, $C_{44} = C_{55}$ ve $C_{66} \approx \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12})$ olmasını sağlar. Bu şekilde istiflenen bir PVC yapısında, deneysel olarak hız ölçümü yaparken boyuna hız ölçümlerinde yapılan ± 1 lik bir hata limitinde en büyük ve en küçük oranda çekilmiş iki farklı PVC örneğinin istiflenmesi durumunda, ortalama elastik sertlik sabitleri C_{11} ve C_{22} arasındaki 1 ile 0.1 lik bir farkı ölçmek olanaksızdır. Dolayısıyla böyle bir PVC yapısı üzerinde deneysel çalışma yapan bir çalışmacı, eşdeğer yapının XY düzlemini izotrop olarak ve yapıyı enine izotrop olarak algılamış olur.

Çekme eksenleri dik olacak şekilde, değişik çekme oranlarında istiflenen PVC örnekleri için iki durum söz konusu olmaktadır.

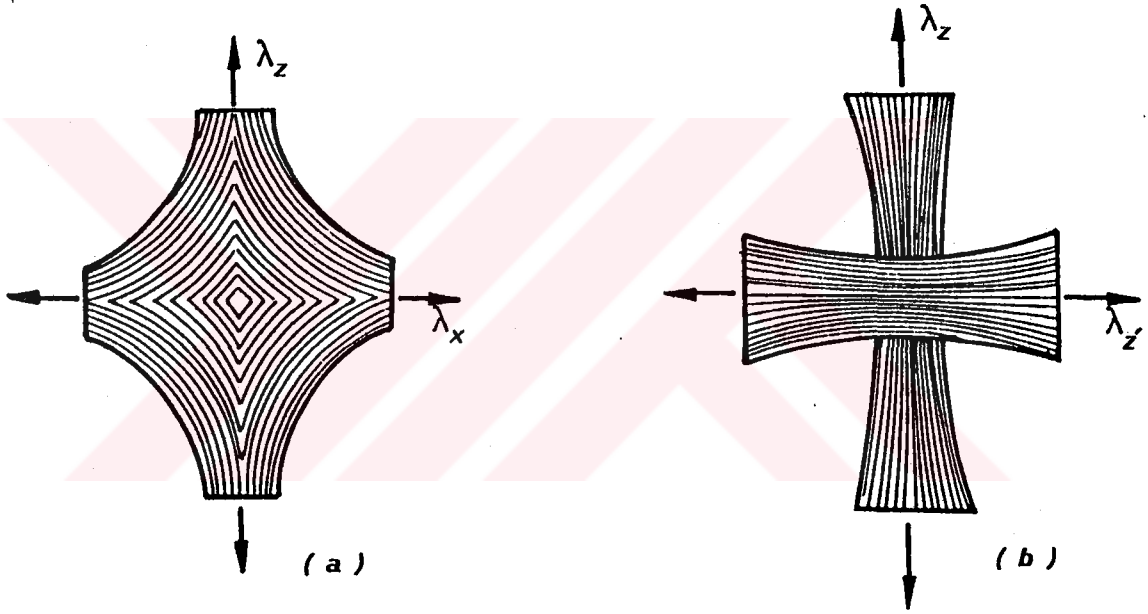
i) Çekme oranları eşit iki PVC örneğini, çekme eksenleri dik olacak şekilde istifleme; bu durumda eşdeğer yapının ortalama elastik sertlik sabiti matrisinde $C_{11} \approx C_{33}$, $C_{12} \approx C_{23}$, $C_{44} \approx C_{66}$ ve $C_{55} = \frac{1}{2}(C_{11} - C_{13})$ olduğundan yapının fiziksel davranışı altı bağımsız elastik sertlik sabiti ile yani elastik özellikleri tetragonal simetri ile ifade edilir.

ii) Çekme oranları farklı iki PVC tabakasını, çekme eksenleri dik olacak şekilde istiflemek; bu durumda ise yapının ortalama elastik sertlik sabiti matrisi dokuz bağımsız elastik sertlik sabiti içermekle ortorombik simetri gösterir.

İzotrop PVC ile çekilmiş PVC yi istiflemek halinde yapı ortorombik simetriden ziyade hegzagonal simetri davranışı gösterir.

Değişik çekme oranlarında çekilmiş iki PVC tabakasının, çekme eksenleri birbirine paralel olacak şekilde istiflenmesi ile elde edilen yapının, fiziksel eşdeğeri olabilecek bir PVC tabakasının, hangi oranda çekilmesi gerektiğini veren bir çekme oranı; istifi meydana getiren tabakaların yüzdeleri ve çekme oranları cinsinden tanımlandı.

İki yönlü çekme işlemi (x ve z eksen doğrultularında) PVC örneklerinde x ve z eksen doğrultularında molekül zincirlerinin yönelmesini, y doğrultusunda sıkışmasını sağlayarak yapıya xy, yz ve zx düzleminde mekaniksel anizotropi kazandırmıştı [33]. Bu çalışma, tek yönlü çekilerek yönlendirilen PVC örneklerinin, çekme eksenleri dik olacak şekilde istiflenmeleri halinde elde edilen yapı ile iki yönlü yönlendirilmiş yapı ilk yaklaşımda aynı davranışı gösterir mi sorusunu uyardırmıştı. İki yönlü çekme işleminde ve dik istifleme durumunda, yönelim şekillenimi aşağıdaki gibi gösterilebilir.



Şekil 7.2. (a): İki yönlü çekmede, (b): Dik istiflemeye yönelim şekillenimleri.

Bu iki yapı fiziksel davranış olarak, aynı davranış biçimini gösterir mi sorusunun yanıtı, yapılan çalışmanın desteğinde evettir. Ancak; iki yönlü çekme işleminde elde edilen anizotropinin hangi oranlardaki tek yönlü yönlendirilmiş örneklerin istifi ile elde edilebileceği sorusuna yanıt verebilmek için aynı koşullarda ve aynı anda hem tek yönlü ikişer örnek ve iki yönlü tek örnek çekebilene bir düzeneğe çok sayıda çekilmiş örnek elde etmek gerekir. Bu ise ayrı bir çalışma konusudur.

KAYNAKLAR

- 1- Ward, I.M., Mechanical Properties of Solid Polymers, John Wiley & Sons Ltd., London, 1971
- 2- Hearmon, R.F.S., An Introduction to Applied Anisotropic Elasticity, Oxford University Press, 1961
- 3- Behrens, E., Sound Propagation in Lamellar Composite Materials and Averaged Elastic Constants, J.Acoust.Soc. Am., 42, (1967), 378-383
- 4- Brekhovskikh, L.M., Waves in Layered Media, Second Edition, Academic Press, Inc., Orlando, 1980
- 5- Alexander, L.E., x-Ray Diffraction Methods in Polymer Science, John Wiley & Sons Ltd., New York, 1960
- 6- Jenkins, A.D., Stannett, V.T., Progress in Polymer Science Vol.9, Pergamon Press Oxford, 1983
- 7- Pollard, H.F., Sound Waves in Solids, Pion Ltd., London, 1977
- 8- Nye, J.F., Physical Properties of Crystals, Clarendon Press, Oxford, 1967
- 9- Landau, L.D., Lifshitz, E.M., Theory of Elasticity, Pergamon Press, Oxford, 1970
- 10- Auld, B.A., Acoustic Fields and Waves in Solids, Vol. 1, John Wiley & Sons, New York, 1973
- 11- Mason, W.P., Physical Acoustics, Vol. 1, Part A, Academic Press, New York, 1964
- 12- Rytov, S.M., Acoustical Properties of Finely Layered Medium, Akust. Zh., 2, (1956), 71-78
- 13- Postma, G.W., Wave Propagation in Stratified Medium, Geophysics, 20, (1955), 780-806
- 14- Nakamura, K., Imada, K., Takayanagi, M., Polymer, 15, (1974), 446-450
- 15- Choy, C.L., Luk, W.H., Chen, F.C., Polymer, 19, (1978), 155-162
- 16- Takayanagi, M., Imada, K., Kajiyama, T., Mechanical Properties and Fine Structure of Drawn Polymers, J. Polym. Sci., Part C, 13, (1966), 263-274

- 17- Schultz, J.M., Properties of Solid Polymeric Materials, Part A, Acad. Press, New York, 1977
- 18- Fava, R., Methods of Experimental Physics, Vol. 16, Part B, Acad. Press, New York, 1980
- 19- Wright, H., Faraday, C.S.N., White, E.F.T., Treloar, L.R.G., The Elastic Constants of Oriented Glassy Polymers J. Phys. D., Appl. Phys., 4, (1971), 2002-2014
- 20- Leung, W.P., Choy, C.L., Ultrasonic Measurements of the Elastic Moduli of Ultradrawn Polyoxymethylene, J. Polym. Sci., Part B: Polym. Phys., Vol. 25, (1987), 2059-2072
- 21- Choy, C.L., Leung, W.P., Ong, E.L., Mechanical Anisotropy in Rolled Nylon 66, J. Polym. Sci. Part B: Polym. Phys., Vol. 26, (1988), 1569-1584
- 22- McSkimin, H.J., Andereatch, P., A Water Immersion Technique for Measuring Attenuation and Phase Velocity of Longitudinal Waves in Plastics, J. Acoust. Soc. Am., 49, (1971), 713-722
- 23- Thomas, K., Meyer, D.E., Fleet, E.C., Abrahams, M., Ultrasonic Anisotropy Measurements and The Mechanical Properties of Polymeric Materials, J. Phys. D., Appl. Phys., 6, (1973), 1336-1352
- 24- Rawson, F.F., Rider, J.G., The Elastic Constants of Oriented Polyvinyl Chloride, J. Phys. D., Appl. Phys., 7, (1974), 41-49
- 25- Rider, J.G., Watkinson, K.M., Ultrasonic Measurements of The Elastic Stiffness Constants of Oriented Polyethylene Polymer, 19, (1978), 645-654
- 26- Markham, M.F., Composites, 1, (1970), 145-149
- 27- Chan, O.K., Chem, F.C., Choy, C.L., Ward, I.M., The Elastic Constants of Extruded Polypropylene and Polyethylene Terephthalate, J. Phys. D., Appl. Phys., 11, (1978), 617-629
- 28- Wilkinson, S.J., Reynolds, W.N., The Propagation of Ultrasonic Waves in carbon-fibre-reinforced plastics, J. Phys. D: Appl. Phys., Vol. 7, (1974), 50-57
- 29- Wada, Y., Yamamoto, K., Temperature Dependence of Velocity and Attenuation of Ultrasonic Waves in High Polymers,

- J. Phys. Soc. Jap., 11, (1956), 887-892
- 30- Hartman, B., Jarzynski, J., Immersion Apparatus for Ultrasonic Measurements in polymers, J. Acoust. Soc. Am., 15, (1974), 1469-1476
- 31- Güney, H.Y., Tek Yönlü ve İki Yönlü Yönlendirilmiş PVC de Mekaniksel Anizotropinin Ultrasonik Teknikle İncelenmesi, Doktora Tezi, K.T.Ü. Fen-Ed. Fak., Trabzon, 1989
- 32- Gümüş, C., Çekme İle Yönlendirilmiş PMMK ve POM nin Elastik Sabitlerinin Ultrasonik Yöntemle İncelenmesi, Doçentlik Tezi, K.T.Ü. Temel Bilimler Fakültesi, Trabzon, 1980
- 33- Güney, H.Y., Oskay, T., Özkan, H.S., Mechanical Anisotropy in Biaxially Oriented Polyvinyl Chloride, J. Poly. Sci., Part B, Poly. Phys., 29, (1991), 897-906

EK-1

**DEĞİŞİK KRİSTAL SİMETRİLERİ İÇİN ELASTİK UYUM
VE SERTLİK TENSÖRLERİ**

Burada; elastik sertlik tensörleri ile aynı biçime sahip olan, elastik uyum tensörleri verilmiştir.

Triklinik Sistem:

$$21 \text{ Sabit} \quad \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} & s_{34} & s_{35} & s_{36} \\ s_{14} & s_{24} & s_{34} & s_{44} & s_{45} & s_{46} \\ s_{15} & s_{25} & s_{35} & s_{45} & s_{55} & s_{56} \\ s_{16} & s_{26} & s_{36} & s_{46} & s_{56} & s_{66} \end{bmatrix}$$

Monoklinik Sistem:

$$13 \text{ Sabit} \quad \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & s_{15} & 0 \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} & 0 & s_{25} & 0 \\ s_{12} & s_{23} & s_{33} & 0 & s_{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & s_{46} \\ s_{15} & s_{25} & s_{35} & 0 & s_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{46} & 0 & s_{66} \end{bmatrix}$$

Ortorombik Sistem:

$$9 \text{ Sabit} \quad \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{bmatrix}$$

Tetragonal Sistem (4, 4, 4/m Sınıfları):

$$7 \text{ Sabit} \quad \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & s_{16} \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & -s_{16} \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ s_{16} & -s_{16} & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{bmatrix}$$

Tetragonal Sistem (4mm, 422, 42m, 4/mmm Sınıfları):

$$6 \text{ Sabit} \quad \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{bmatrix}$$

Trigonal Sistem (3, 3 Sınıfları):

$$7 \text{ Sabit} \quad \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & -s_{25} & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & -s_{14} & s_{25} & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ s_{14} & -s_{14} & 0 & s_{44} & 0 & 2s_{25} \\ -s_{25} & s_{25} & 0 & 0 & s_{44} & 2s_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 2s_{25} & 2s_{14} & 2(s_{11}-s_{12}) \end{bmatrix}$$

$$c_{46}=c_{25} , c_{56}=c_{14} , c_{66}=\frac{1}{2}(c_{11}-c_{12})$$

Trigonal Sistem (32, 3m, 3m Sınıfları):

$$6 \text{ Sabit} \quad \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & -s_{14} & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ s_{14} & -s_{14} & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 2s_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2s_{14} & 2(s_{11}-s_{12}) \end{bmatrix}$$

$$c_{46}=c_{25} , c_{56}=c_{14} , c_{66}=\frac{1}{2}(c_{11}-c_{12})$$

Hekzagonal Sistem:

5 Sabit

$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{bmatrix}$$

$$c_{66} = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12})$$

Kübik Sistem:

3 Sabit

$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{12} & s_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} \end{bmatrix}$$

izotrop:

2 Sabit

$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{12} & s_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} \end{bmatrix}$$

$$s_{12} = s_{11} - \frac{1}{2}s_{44} \quad , \quad c_{12} = c_{11} - 2c_{44}$$

EK-2

BOND MATRİSLERİ

$$[a] = \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} & a_{xz} \\ a_{yx} & a_{yy} & a_{yz} \\ a_{zx} & a_{zy} & a_{zz} \end{bmatrix}$$

matrisi iki farklı koordinat sistemi arasında dönüşümü sağlayan dik dönüşüm matrisi olmak üzere; Bond matrisleri,

$$[M] = \begin{bmatrix} a_{xx}^2 & a_{xy}^2 & a_{xz}^2 & 2a_{xy}a_{xz} & 2a_{xz}a_{xx} & 2a_{xx}a_{xy} \\ a_{yx}^2 & a_{yy}^2 & a_{yz}^2 & 2a_{yy}a_{yz} & 2a_{yz}a_{yx} & 2a_{yx}a_{yy} \\ a_{zx}^2 & a_{zy}^2 & a_{zz}^2 & 2a_{zy}a_{zz} & 2a_{zz}a_{zx} & 2a_{zx}a_{zy} \\ a_{yx}a_{zx} & a_{yy}a_{zy} & a_{yz}a_{zz} & a_{yy}a_{zz} + a_{yz}a_{zy} & a_{yx}a_{zz} + a_{yz}a_{zx} & a_{yy}a_{zx} + a_{yx}a_{zy} \\ a_{zx}a_{xx} & a_{zy}a_{xy} & a_{zz}a_{xz} & a_{xy}a_{zz} + a_{xz}a_{zy} & a_{xz}a_{zx} + a_{xx}a_{zz} & a_{xx}a_{zy} + a_{xy}a_{zx} \\ a_{xx}a_{yx} & a_{xy}a_{yy} & a_{xz}a_{yz} & a_{xy}a_{yz} + a_{xz}a_{yy} & a_{xz}a_{yx} + a_{xx}a_{yz} & a_{xx}a_{yy} + a_{xy}a_{yx} \end{bmatrix}$$

$$[N] = \begin{bmatrix} a_{xx}^2 & a_{xy}^2 & a_{xz}^2 & a_{xy}a_{xz} & a_{xz}a_{xx} & a_{xx}a_{xy} \\ a_{yx}^2 & a_{yy}^2 & a_{yz}^2 & a_{yy}a_{yz} & a_{yz}a_{yx} & a_{yx}a_{yy} \\ a_{zx}^2 & a_{zy}^2 & a_{zz}^2 & a_{zy}a_{zz} & a_{zz}a_{zx} & a_{zx}a_{zy} \\ 2a_{yx}a_{zx} & 2a_{yy}a_{zy} & 2a_{yz}a_{zz} & a_{yy}a_{zz} + a_{yz}a_{zy} & a_{yx}a_{zz} + a_{yz}a_{zx} & a_{yy}a_{zx} + a_{yx}a_{zy} \\ 2a_{zx}a_{xx} & 2a_{zy}a_{xy} & 2a_{zz}a_{xz} & a_{xy}a_{zz} + a_{xz}a_{zy} & a_{xz}a_{zx} + a_{xx}a_{zz} & a_{xx}a_{zy} + a_{xy}a_{zx} \\ 2a_{xx}a_{yx} & 2a_{xy}a_{yy} & 2a_{xz}a_{yz} & a_{xy}a_{yz} + a_{xz}a_{yy} & a_{xz}a_{yx} + a_{xx}a_{yz} & a_{xx}a_{yy} + a_{xy}a_{yx} \end{bmatrix}$$

şeklinde tanımlanırlar.

EK-3

İZOTROP VE ANİZOTROP KATILAR İÇİN CHRISTOFFEL EŞİTLİKLERİ

Izotrop ve Kübik

$$k^2 \begin{bmatrix} c_{11}l_x^2 + c_{44}(1 - l_x^2) & (c_{12} + c_{44})l_x l_y & (c_{12} + c_{44})l_x l_z \\ (c_{12} + c_{44})l_x l_y & c_{11}l_y^2 + c_{44}(1 - l_y^2) & (c_{12} + c_{44})l_y l_z \\ (c_{12} + c_{44})l_x l_z & (c_{12} + c_{44})l_y l_z & c_{11}l_z^2 + c_{44}(1 - l_z^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \rho\omega^2 \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}$$

izotrop halde; $c_{11} = c_{12} + 2c_{44}$

Hekzagonal

$$k^2 \begin{bmatrix} c_{11}l_x^2 + c_{66}l_y^2 + c_{44}l_z^2 & (c_{12} + c_{66})l_x l_y & (c_{13} + c_{44})l_x l_z \\ (c_{12} + c_{66})l_x l_y & c_{66}l_x^2 + c_{11}l_y^2 + c_{44}l_z^2 & (c_{13} + c_{44})l_y l_z \\ (c_{13} + c_{44})l_x l_z & (c_{13} + c_{44})l_y l_z & c_{44}l_x^2 + c_{44}l_y^2 + c_{33}l_z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \rho\omega^2 \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}$$

$$c_{66} = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12}).$$

Trigonal (32, 3m, 3m sınıfları)

$$k^2 \begin{bmatrix} c_{11}l_x^2 + c_{66}l_y^2 + c_{44}l_z^2 + 2c_{14}l_y l_z & (c_{12} + c_{66})l_x l_y + 2c_{14}l_x l_z & (c_{13} + c_{44})l_x l_z + 2c_{14}l_x l_y \\ (c_{12} + c_{66})l_x l_y + 2c_{14}l_x l_z & c_{66}l_x^2 + c_{11}l_y^2 + c_{44}l_z^2 - 2c_{14}l_y l_z & (c_{13} + c_{44})l_y l_z + c_{14}(l_x^2 - l_y^2) \\ (c_{13} + c_{44})l_x l_z + 2c_{14}l_x l_y & (c_{13} + c_{44})l_y l_z + c_{14}(l_x^2 - l_y^2) & c_{44}(l_x^2 + l_y^2) + c_{33}l_z^2 \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \rho\omega^2 \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}$$

$$c_{66} = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12}).$$

Tetragonal (4, 4, 4/m sınıfları)

$$k^2 \begin{bmatrix} c_{11}l_x^2 + c_{66}l_y^2 + c_{44}l_z^2 + 2c_{16}l_xl_y & c_{16}(l_x^2 - l_y^2) + (c_{12} + c_{66})l_xl_y & (c_{13} + c_{44})l_zl_x \\ c_{16}(l_x^2 - l_y^2) + (c_{12} + c_{66})l_xl_y & c_{66}l_x^2 + c_{11}l_y^2 + c_{44}l_z^2 - 2c_{16}l_xl_y & (c_{13} + c_{44})l_yl_z \\ (c_{13} + c_{44})l_zl_x & (c_{13} + c_{44})l_yl_z & c_{44}(l_x^2 + l_y^2) + c_{33}l_z^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \rho\omega^2 \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}$$

Ortorombik

$$k^2 \begin{bmatrix} c_{11}l_x^2 + c_{66}l_y^2 + c_{55}l_z^2 & (c_{12} + c_{66})l_xl_y & (c_{13} + c_{55})l_zl_x \\ (c_{12} + c_{66})l_xl_y & c_{66}l_x^2 + c_{22}l_y^2 + c_{44}l_z^2 & (c_{23} + c_{44})l_yl_z \\ (c_{13} + c_{55})l_zl_x & (c_{23} + c_{44})l_yl_z & c_{55}l_x^2 + c_{44}l_y^2 + c_{33}l_z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \rho\omega^2 \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}$$

ÖZGEÇMİŞ

1955 yılında Trabzon'da doğdu. Lise öğrenimini Trabzon Lisesinde tamamladı. 1980 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Temel Bilimler Fakültesi Fizik Mühendisliği bölümünden mezun oldu. Aynı yıl, Yüksek Lisans eğitimine başlamanın yanı sıra Katıhal Fiziği Anabilim Dalına araştırma görevlisi olarak girdi. 1982 yılında yüksek lisans eğitimini tamamladı. 1983 yılında doktora eğitimine başladı ve 1985 yılında doktora yeterlilik sınavına girdi. Halen, K.T.Ü Fizik Bölümünde Araştırma Görevlisi olup evli ve bir çocuk babasıdır.

V. C.
Yükseköğretim Kurumu
Dokümantasyon Merkezi