

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FİZİK ANABİLİM DALI**

**ÇİFT-ÇİFT  $^{88-106}_{42}Mo$  ÇEKİRDEKLERİNİN RELATİVİSTİK ORTALAMA ALAN  
TEORİSİNDE İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Ziya ZENGİN**

**HAZİRAN 2010  
TRABZON**

**KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FİZİK ANABİLİM DALI**

**ÇİFT-ÇİFT  $^{88-106}_{42}Mo$  ÇEKİRDEKLERİNİN RELATİVİSTİK ORTALAMA ALAN  
TEORİSİNDE İNCELENMESİ**

**Ziya ZENGİN**

**Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde  
"Yüksek Lisans (Fizik)"  
Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 07.06.2010  
Tezin Sözlü Savunma Tarihi : 24.06.2010**

**Tez Danışmanı : Doç.Dr. A.Hakan YILMAZ  
Jüri Üyesi : Yrd. Doç. Dr. Çoşkun AYDIN  
Jüri Üyesi : Yrd. Doç. Dr. Selçuk Han AYDIN**

**Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Salih TERZİOĞLU**

**Trabzon 2010**

## ÖNSÖZ

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalında yapılan ve yüksek lisans tezi olarak sunulan bu çalışma, geniş bir çift-çift molibden çekirdek zincirinin taban durum nükleer yapısını açıklamaya yöneliktir.

Bu çalışmada NL-SH kuvveti kullanılarak, çift-çift  $^{88-106}_{42}Mo$  çekirdeklerinin nükleon başına bağlanma enerjileri,  $\beta_2$  kuadrupol deformasyon parametresi, yük ve nötron kok (rms) yarıçapları,  $E_\sigma, E_{\sigma nl}, E_\omega, E_\rho, E_C, E_{çift}, E_{km}, E_{toplama}$  enerjileri ve nötron, proton bir-parçacık kuadrupol momentleri de hesaplandı. Elde edilen sonuçların deneysel verilerle ve diğer yöntemlerle elde edilenlerle çok iyi bir uyum içinde olduğu görüldü.

Bu çalışmanın planlanmasında ve yürütülmesinde bana her konuda yardımcı olan Doç. Dr. A. Hakan Yılmaz'a şükranlarımı sunmayı bir borç bilirim.

Ziya ZENGİN  
Trabzon 2010

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ.....	II
İÇİNDEKİLER.....	III
ÖZET .....	V
SUMMARY .....	VI
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	VII
TABLolar DİZİNİ.....	VIII
SEMBOLLER DİZİNİ .....	IX
1. GENEL BİLGİLER .....	1
1.1. Giriş.....	1
1.2. Nükleer Modeller .....	1
1.2.1. Sıvı Damlası Modeli .....	1
1.2.2. Nükleer Fermi Gaz Modeli .....	2
1.2.3. Nükleer Tabaka Modeli .....	3
1.2.4. Geometrik Kolektif Model.....	3
1.2.5. Cebirsel Kolektif Modeller .....	4
1.2.6. Etkileşen Bozon Yaklaşıklığı.....	5
1.3. Nükleer Deformasyon .....	7
1.3.1. Deformasyon Parametreleri ve Kuadrupol Deformasyon.....	7
1.3.2. Deforme Kabuk Modeli .....	11
1.3.2.1. Anizotropik Harmonik Salıncı.....	13
1.3.2.2. Nilsson Modeli.....	15
1.4. Relativistik Ortalama Alan Teorisinin Genel Formalizmi.....	19
1.4.1. RMF 'in Temel Kavramları .....	19
1.4.2. Etkin Lagrangian Yoğunluğu.....	24
1.4.3. Relativistik Ortalama Alan Denklemleri.....	25
1.5. RMF Teorisi Çerçevesinde Deformasyon ve Çiftlenim Korelasyonu .....	28
1.5.1. Eksenel Deforme Olmuş Çekirdek İçin RMF Metodu .....	28
1.5.2. Temel Genişleme Metodu.....	30

1.5.3.	Çiftlenim Korelasyonları .....	40
1.5.3.1	RMF Teorisinde Kullanılan BCS Yaklaşımı .....	41
1.5.4	RMF Parametre Setleri .....	44
2.	YAPILAN ÇALIŞMALAR .....	47
2.1.	Giriş.....	47
2.1.1.	Programın Özeti .....	47
2.1.2	Fiziksel Programın Doğası.....	48
2.1.3	Çözüm Metodu.....	48
2.1.4.	Problemin Karmaşıklığı Üzerine Sınırlamalar.....	49
2.1.5.	Tipik Çalışma Zamanı.....	49
2.2.1.	Taban Durum Özelliklerinin Hesaplanması.....	49
2.3.1.	Program Yapısı .....	50
3.	BULGULAR VE TARTIŞMA .....	52
3.1.	$^{88-106}_{42}Mo$ Çekirdeklerinin İncelenmesi .....	52
4.	SONUÇLAR VE ÖNERİLER .....	60
5.	KAYNAKLAR .....	61
ÖZGEÇMİŞ		

## ÖZET

Bu çalışmada; NL-SH kuvvetleri setinde aksenal deforme Relativistik Ortalama Alan (RMF) teorisi kullanılarak çift-çift  $^{88-106}_{42}Mo$  çekirdeklerinin nükleer yapısı incelendi. Molibden çekirdeklerinin taban durum özelliklerinin üzerinde duruldu. Çok sayıda nötron içeren çekirdekler için de, relativistik ortalama alan (RMF) teorisinde, nükleer özellikler doğru olarak elde edildi. Genel olarak RMF teorisi molibden çekirdeklerinin taban durumunu iyi bir şekilde açıklamaktadır.

İncelenen molibden çekirdeklerinin, hesaplanan taban durum nükleer özellikleri ve deneysel verileri uyum içindedir.

**Anahtar Kelimeler:** Relativistik Ortalama Alan Teorisi, RMF, Bağlanma Enerjisi, Kuadrupol Moment, Deformasyon Parametresi, Nükleer Yapı

## SUMMARY

### **An Investigation of Even-Even $^{88-106}_{42}\text{Mo}$ Nuclei in Relativistic Mean Field Theory**

In this work, the structures of the nuclei on isotopes chain of even-even Mo are investigated in the axially deformed relativistic mean-field theory with the NL-SH forces. We put an emphasis on the ground state properties of molybdenum nuclei. With high neutron number nuclear properties are correctly reproduced in the relativistic mean-field theory (RMF). In general, the RMF theory can give a good description of the isotope chain of molybdenum nuclei.

The calculations were carried out by using an improved version of the NPBOS and NPBTRN codes.

The calculated nuclear properties for Mo nuclei as well as the experimental ones are agree.

**Key Words** : Relativistic Mean-Field Theory, RMF, Binding Energy, QuadrupoleMoment, Deformation Parameter, Nuclear Structure

## ŞEKİLLER DİZİNİ

### Sayfa No

- Şekil 1. Çekirdekteki nötron ve protonlar için taban durum enerji düzeyleri ..... 2
- Şekil 2. Kuadropol ( $\lambda = 2$ ), oktopol ( $\lambda = 3$ ) ve hegzadepol ( $\lambda = 4$ ) deformasyonlu nükleer şekiller..... 7
- Şekil 3.  $\beta - \gamma$  düzleminde çeşitli nükleer şekiller..... 10
- Şekil 4. (a) Simetri ekseninin açısal momentumunun iz düşümü (K).  
(b) Deformasyonun fonksiyonu olarak ( $\beta > 0$  sağ tarafa göre prolate) z-simetrik eksenini üzerinde ( $\theta$  yönelimlerine karşılık gelen) farklı K izdüşümlü  $i_{13/2}$  yörüngelerinin çeşitli tek-parçacık enerjileri ..... 11
- Şekil 5. (a)  $\delta$  'nın fonksiyonu olarak anizotropik harmonik salıncının seviyeleri, z-ekseni ( $n_z$ ) boyunca çok sayıda değişken kuanta için  
(b) Aynı simetrik iki seviye için geçiş kuralı yok ..... 16
- Şekil 6. Nilsson diyagramının taban kısmı (Greiner vd., 1996 ..... 17
- Şekil 7.  $z=82-126$  bölgesi için Nilsson diyagramı. Tek-parçacık durumları  $K^\pi [Nn_z m_i]$  ile etiketlenir (Greiner vd., 1996 ..... 17
- Şekil 8. Kararlı ve Drip line çekirdeğin çiftlenim korelasyonundaki farklılık için şematik bir gösterim..... 40
- Şekil 9.  $^{88-106}_{42}Mo$  çekirdekleri için nükleon başına bağlanan enerjilerinin A kütle numarası ile değişim ..... 52
- Şekil 10.  $^{88-106}_{42}Mo$  çekirdekleri için  $\beta_2$  kuadropol deformasyon parametresinin A kütle numarası ile değişimi ..... 54
- Şekil 11.  $^{88-106}_{42}Mo$  çekirdekleri için yük ve nötron kok (rms) yarıçap değerlerinin A kütle numarasına göre değişimi..... 56



## TABLULAR DİZİNİ

### Sayfa No

Tablo 1. $j=13/2$ için nükleer ekvatora göre klasik yörünge açıları.....	11
Tablo 2. NL1, NLSH, NL3 Lagrangian parametreleri, nükleer maddenin özellikleri $\rho$ (baryon yoğunluğu) ile birlikte, $E/A$ (parçacık başına bağlanma enerjisi), $K$ (nükleer sıkıştırılmazlık), $J$ (asimetri parametresi), $m^*/m$ (etkin kütle).....	44
Tablo 3. NL-SH kuvvetinin parametreleri. Bütün kütleler Mev cinsindedir, $g_2$ ise $\text{fm}^{-1}$ cinsinden. Diğer çiftlenim sabitleri boyutsuzdur.....	49
Tablo 4. $^{88-106}_{42}\text{Mo}$ çekirdekleri için nükleon başına bağlanan enerjileri.....	53
Tablo 5. $^{88-106}_{42}\text{Mo}$ çekirdekleri için hesaplanan ve deneysel $\beta_2$ kuadrupol deformasyon parametreleri.....	53
Tablo 6. $^{88-106}_{42}\text{Mo}$ çekirdekleri için yük ve nötron kok (rms) yarıçap değerlerinin $A$ kütle numarasına göre değişimi.....	55
Tablo 7. $^{88-106}_{42}\text{Mo}$ çekirdekleri için hesaplanan bazı enerji değerleri.....	57
Tablo 8. $^{88-106}_{42}\text{Mo}$ çekirdekleri için hesaplanan kuadrupol değerleri. * değerleri (Lalazissis ve Raman,1999)'den alındı.....	57

## SEMBOLLER VE KISALTMALAR DİZİNİ

RMF	: Relativistik Ortalama Alan
Mo	: Molibden
B/A	: Bağlanma Enerjisi
$\beta_2$	: Kuadropol Deformasyon Parametresi
RMFAXIAL	: Eksenel Relativistik Ortalama Alan Bilgisayar Programı
NL-SH	: Non-Linear Simple Harmonic
$\vec{V}(\vec{r})$	: Vektör potansiyeli
$S(\vec{r})$	: Skaler potansiyel
$\rho_v$	: $\omega$ alanı için vektör yoğunluğu (Baryon yoğunluğu)
$\rho_s$	: $\sigma$ alanı için skaler yoğunluk
$\rho_3$	: $\rho$ alanı için izovektör yoğunluğu
$\rho_c$	: Foton alanı için yük yoğunluğu
$Q_{20}$	: Kuadropol moment
$H_{n,p}$	: Hegzadekopol moment

## 1. GENEL BİLGİLER

### 1.1. Giriş

Yapılan deneyler, nükleer kuvvetin karakterinin, daha önce klasik fizikte karşılaşılan herhangi bir olgudan tamamen farklı olduğunu açıkça göstermiştir. Öte yandan, bu çalışmalar nükleer kuvvetin nicel bir tanımını karmaşık bir şekilde ortaya koymuştur. Atom fiziğindeki benzer doğru bir seviye yapısı bulunmuştur. Bu bulgu, kuantum mekaniği yolu ile atomik bölgeye genişletilen çekirdek ve elektronlar arasındaki klasik Coulomb etkileşmesinden hemen sonra elde edilmiştir. Nükleer kuvvetin özelliklerinin bilinmesi, gelişen bir yapı kuramında sadece ilk adımı oluşturuyordu. Her ne kadar nötronlar veya protonlar nükleer bileşenler olarak bilinse de nükleer kuvvetin anlaşılmasındaki temel eksiklik, çekirdek yapısının belirlenmesinde ortaya çıkan ciddi bir güçlüktür. Bununla beraber çekirdekleri açıklamak için, teori yerine pek çok dikkate değer deneysel bulguları içeren çekirdeğin olgusal modelleri oluşturulmuştur (Bohr,1999).

Dört bölümden oluşan bu çalışmada birinci bölümde genel bilgiler başlığı altında 1.2.'de nükleer modeller, 1.3.'de nükleer deformasyon 1.4.'de relativistik ortalama alan teorisinin genel formalizmi, 1.5.'de RMF teorisi çerçevesinde deformasyon ve çiftlenim korelasyonu, ikinci bölümde, kullanılan program ve yapısı özetlenerek  $^{88-106}_{42}Mo$  çekirdeklerinin nükleon başına bağlanma enerjileri,  $\beta_2$  kuadrupol deformasyon parametresi, yük ve nötron kok (rms) yarıçapları, NL-SH kuvveti kullanılarak  $E_\sigma, E_{\sigma n}, E_\omega, E_\rho, E_C, E_{çift.}, E_{km}, E_{toplam}$  enerjileri ve ayrıca n ve p bir-parçacık kuadrupol momentleri hesaplanarak üçüncü bölümde bulgular ve tartışmalar yapıldı, dördüncü bölümde ise sonuçlar ve öneriler verildi.

### 1.2. Nükleer Modeller

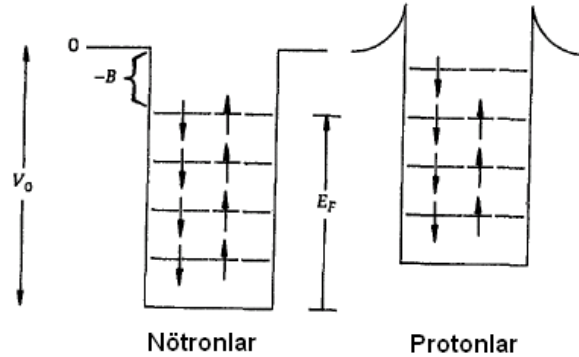
#### 1.2.1. Sıvı Damlası Modeli

Çekirdeğin sıvı damlası modeli, bağlanma enerjisini hesaplamada göstermiş olduğu başarı ile ortaya çıkan en eski olgusal modeldir. Deneyler hemen hemen, nükleon

sayısından bağımsız olan nükleer yoğunluğu öneren ve çekirdek yarıçapının  $A^{1/3}$  ile orantılı boyutlarda olmasıyla karakterize edilen küresel cisimler olduğunu ortaya çıkarmıştır. Bu olgu, çekirdeğin sıkıştırılamaz bir sıvı damlası gibi olduğunu dikkate alan bir düşüncenin oluşmasına yol açmıştır. Böylece normal bir sıvı damlasındaki moleküllere benzer şekilde, nükleonların çekirdek içinde hareket ettiği varsayılır. Sıvı damlası modeli olarak bilinen modelde nükleonların kuantum özellikleri göz ardı edilir.

### 1.2.2. Nükleer Fermi Gaz Modeli

Fermi gaz modelinde, çekirdek potansiyeli içindeki nükleonların belirli düzeylere sahip olacakları ve bu düzeylere belirli enerji öz değerlerinin ya da belirli açısal momentum öz değerlerinin karşılık geldiği varsayılır. Çekirdek içindeki nükleonlar bu düzeyleri ancak serbest olursa ve çekirdek içinde çarpışma yapmadan hareket ederlerse gerçekleştirebilirler. O halde bu davranış sıvı davranışından çok ideal gazların davranışına benzemektedir. Sıvılarla gazların davranışları arasındaki bu çelişkiyi ortadan kaldırmak için, potansiyel çukurunda spini  $\frac{1}{2}$  olan parçacıklardan oluşan bir sistem (dikkate) alınır. Bu varsayımın en önemli noktası şudur: Taban durumundaki bir çekirdeğin Pauli ilkesine göre olası bütün düzeyleri dolmuştur. Böylece hiçbir nükleon hareket durumunu yani kuantum sayılarını dıştan bir enerji aktarımı olmadan değiştiremez. Nükleonlar hareket durumlarını değiştiremeyeceklerine göre birbirleriyle çarpışamazlar ve etkileşmesiz parçacıklar gibi düşünülebilirler.



Şekil 1. Çekirdekteki nötron ve protonlar için taban durum enerji düzeyleri.

### 1.2.3. Nükleer Tabaka Modeli

Nükleer yapının temel modeli Maria Goeppert Mayer ve J.H.D. Jensen tarafından 1955 yılında öngörülen tabaka modelidir. Bir-parçacık modeli olarak da adlandırılan bu modelin en basit şeklinde her bir nükleon çekirdeğin diğer nükleonlarının ortak etkileşmesini temsil eden küresel simetrik bir potansiyelde bağımsız olarak hareket eder. Bu basitleştirilmiş model nükleer tabaka modelinin sihirli sayılarının varlığını açıklayabilir ve dolu ana tabaka çekirdeklerinin veya dolu ana kabukların bir fazla ya da bir eksik çekirdeklerin alçak düzey durumlarının spin ve paritelerini tanımlayabilir. Fakat dolu ana tabakaların dışındaki bazı nükleonlara sahip çekirdeklerin spektrumunu gerçekçi bir görünümünü elde etmek için, konfigürasyon karışımına neden olan 2 cisim artık etkileşmelerini dikkate almalıdır. Tabaka modelinin bu genişletilmiş biçimde dolu ana tabakaların eylemsiz olduğu kabul edilir ve çekirdek özellikleri değerlik nükleonlarının davranışından ileri gelir. s ve d-tabakaları için bu model iyi sonuçlar vermektedir. Bununla beraber yüksek tabakalarda konfigürasyon uzayı çok hızlı bir şekilde artar ve hesaplamalar günümüz bilgisayarları için bile oldukça büyük boyutlara ulaşır. Pek çok değerlik nükleonları yardımıyla çekirdeklerin pratik bir tanımını elde etmek için bazı kolektif parametrelere gerek vardır. Bu parametreler bu çekirdeklerin en önemli özelliklerini içerir ve deneyle oldukça iyi bir uyum içinde öngörülerde verir.

Şans eseri, dolu ana tabakalardan uzaktaki çekirdeklerin alçak düzey spektrumları kolektif olgunun oluşumuyla ilgili olabilen oldukça basit bir yapı gösterir. Bu spektrumlar, birkaç kolektif parametreler cinsinden tanımlanabilirler. Bunların spektrumları kolektif durumların bantları içinde düzenlenebilirler. Böylesi bir bantın elemanları şiddetli kuadropol geçişlere bağlıdır. Moleküler spektrumlara benzerlik olarak bu spektrumlar eğer seviyeler arası mesafe hemen hemen sabitse titreşimsel (vibrasyonel) veya mesafeler  $J(J+1)$  kuralına uyuyorsa dönme (rotasyonel) çekirdekleri olarak adlandırılırlar. Burada J durumun nükleer spinidir. Çift-çift çekirdeklerdeki böylesi bantlar için deneysel veriler Sakai tarafından bir araya getirilmiştir (Sakai,1984).

### 1.2.4. Geometrik Kolektif Model

Bu görünümünün tatminkar bir tanımını verebilecek ilk kapsamlı olgusal model 1952 yılında A. Bohr ve B. R. Mottelson (1999) tarafından önerilmiştir. Geometrik modelde

çekirdek iyi tanımlanmış bir yüzeye sahip olarak kabul edilir ve küçük yüzeysel veya şekil titreşimlerine sahip olabileceği varsayılır. Bu modelde, kuadropol deformasyon kolektif hareketin en önemli modu olarak dikkate alınır. Hamiltonyendeki sadece karşılık gelen terimleri tutarak 5-boyutlu kuadropol harmonik osilatörün Hamiltonyeni basitçe elde edilir. Bu Hamiltonyen kuadropol bozon yaratma ve yok etme işlemcileri kullanılarak kuantize edilebilir. Böylece en düşük mertebeye bozon sayısı işlemcisi ile orantılı hale gelir. Bu durumda titreşim spektrumunda kabaca tanımlandığı gibi her bir fonon çoklusu dejenerelik ve çoklular arasındaki eş uzaylı ayırım öngörülür.

Nükleer rotasyonların tanımı için, bu teori deforme olmuş çekirdeğin daimi bir elipsoidal şekle sahip olduğunu öngörür. Bu durumda, doğal referans çerçevesi sabitleştirilmiş cisim sistemi (özünü çerçeve)dir. Sabitleştirilmiş cisim eksenleri elipsoidin ana eksenleri olarak seçilerek yeni  $\beta$  ve  $\gamma$  değişkenleri tanımlanır. Burada,  $\beta$  çekirdeğin toplam deformasyonunun bir ölçüsü,  $\gamma$  ise çekirdeğin şekli ile ilgilidir. Bu şekil prolate (iki ucu uzatılmış) veya oblate (kutupları yassılaştırmış) gibidir. Hamiltonyen, son tanımın kuantizasyonu için kinetik enerjinin kolektif kısmı  $\beta$  ve  $\gamma$  titreşim enerjisinin bir toplamı olarak tanımlanabilir. Taban durum bandının özel hali için  $J(J+1)$  kuralı yeniden ortaya çıkar. Deneyle kaba bir uyum söz konusudur. Deneysel verilerle daha iyi bir uyum elde edebilmek için, titreşim modlarının zayıf çiftlenimi pertürbe olmuş düzeltme terimleri cinsinden dönme hareketini içermelidir.

$\beta$  ve  $\gamma$  parametrelerinin daha ileri düzeyde tartışılması bu noktada gerekmektedir.  $\beta$  küresel şekiller için ortadan kalkarken deforme olmuş şekiller için bu değer sıfırdan farklıdır. Yukarıda anlatılan  $\beta$  bandları  $\beta$  serbestlik derecesinin titreşimlerinden ortaya çıkar.  $\gamma$ -prolate şekiller için sıfır olurken, oblate şekillerde  $\pi/3$  değerini alır. Bu değerler üç eksenli şekillerde görüldüğü gibi  $0 < \gamma < \pi/3$  dür. Geçiş bölgesindeki çekirdekler üç eksenli  $\gamma$  kararlı olmayan çekirdekler olarak düşünülür. Bu çekirdekler prolate şekilden oblate şekle geçerken sürekli olarak şekil değişikliğine uğrarlar.

### 1.2.5. Cebirsel Kolektif Modeller

Çekirdeklerin kolektif spektrumlarının bir geometrik model kullanılarak tanımlanabildiğini gördük. Buna alternatif olarak cebirsel modeller de aynı amaç için kullanılabilir. Çekirdek yapısındaki ilk cebirsel model 1958 yılında J.P.Elliott tarafından

geliştirilen SU(3) modelidir (Bonatsos,1988). Bu modelde harmonik osilatörün SU(3) simetrisi kullanır. Böylece bu model sadece s ve d-tabaka bölgesinde uygulanır. Burada bu simetri hala mevcuttur. Daha yüksek tabakalardaki spin-yörünge etkileşmesi tamamen bu simetriyi bozar. Bu sebeple, bu model artık uygulanamaz. Elliotte SU(3) modelinin bir geliştirilmiş hali yüksek tabakalar için sanki-spin ve sanki-SU(3) simetrisinin kavramları kullanılarak daha sonra elde edilmiştir.

### 1.2.6. Etkileşen Bozon Yaklaşıklığı

Etkileşen Bozon Yaklaşıklığı (IBA) modelinde (Arima ve Iachello, 1975) makroskopik formülasyon ve modelin mikroskopik temellerini ayırarak incelemek uygun bir yoldur. IBA-1'de ilgili grup yapısı ve olgusal düzeyde kolektif nükleer özelliklerin tanımlanması IBA modeli kullanılarak gerçekleştirilir. Nötron ve proton bozonlarının birbirinden ayırt edildiği ve mikroskopik görünümle ilgilenildiği versiyonu IBM-2 (Iachello vd,1979) olarak adlandırılır. Etkileşen bozon modeli-1'in önemli özelliği toplam bozon sayısının korunması ve bunun belli bir sayı olmasıdır.

Bozon durumları setinin bir sonucu olarak, sonlu bir matristeki gibi Hamiltonyenin temsil edilmesini mümkün kılan bu model uzayının yayıldığı alan sonludur. Bu matris çok büyük boyutlarda olmadığından (çoğu durumda 50x50'den daha küçük) öz değerler ve öz vektörler sayısal yöntemler kullanılarak elde edilebilir. Öz vektörler bulunduktan sonra örneğin, elektromagnetik geçiş olasılıkları gibi diğer özellikler bu vektörler arasındaki ilgili işlemcinin matris elemanlarını değerlendirerek hesaplanır.

Hamiltonyenin özel formlarının yani Hamiltonyendeki parametrelerin belli değer setleri için bu problem analitik olarak çözülebilir. Hamiltonyen dinamik simetriye sahip olduğunda bu gerçekleşir.

Çekirdeklerdeki gözlenen spektrumların üç farklı türü harmonik olmayan titreşken (Arima ve Iachello,1976), aksenal döneç (Arima ve Iachello,1978) ve  $\gamma$ - kararsız döneç (Arima ve Iachello,1979) şeklinde ortaya çıkar. Bu üç durum sadece çok genel bir Hamiltonyenin limit durumları olarak ortaya çıkmaktadır. IBA-1 modelinde temel vektörler sonlu boyutta olduğundan bu Hamiltonyen sayısal olarak köşegenleştirilebilir. Bu işlem, üç limit arasındaki herhangi bir yerdeki çekirdeklerin basit fakat ayrıntılı tanımını mümkün kılmaktadır. Böylesi bir çalışma kaynak (Küçükömeroğlu,1992)'de gösterilmiştir. Son yıllarda Cd ve Pb çekirdeklerinin (Yılmaz,1998), Mo çekirdeklerinin (Özdemir, 2003)

ve Ru çekirdeklerinin IBM-2 ile incelenmesi ile yapıldı (Yılmaz ve Kuruoğlu,2006; Kuruoğlu 2009).

Dönme ve titreşim çekirdeklerini bir bütün olarak tanımlamak için pek çok girişim gerçekleştirilmiştir. Bununla beraber tüm bozon modellerinde ortaya konulan çabalar, Hamiltonyendeki yüksek ( ve daha da yüksek ) mertebeli terimleri içeren dönme bölgesi içine genişletmek yönündedir (Das, 2005). Alternatif olarak Kumar ve Baranger (Eisenberg,1975) bozonları dikkate almaksızın ilk kuantumlamada Bohr Hamiltonyenini incelediler ve kolektif hareketin birleştirilmiş geometrik tanımını geliştirdiler. Bu yaklaşım her bir çekirdek için ayrıntılı ve zor hesaplamaları içermektedir.

Arima ve Iachello, IBA modeli çerçevesinde çekirdeğin titreşim (Arima,1976) aksenal simetrik bozunmuş (Arima,1978) ve  $\gamma$ -kararsız (Iachello,1979) gibi üç farklı sınıfta özelliklerini oluşturmanın mümkün olduğunu göstermişlerdir. Bu limit durumlarında sistem analitik olarak çözülebilir.

Otsuka, Arima, Iachello ve Talmi (Otsuka,1978) IBA modelinin klasik tabaka modeli (De-Shalit,1963) ile ilişkisini göstermişlerdir. IBA modelinin serbestlik derecesi bozon özellikleri ile nükleon çiftlerinin üst üste gelmesi şeklinde (süperpozisyon) gözlemlenir ve kaynak (Otsuka,1978)'deki öngörüler IBA modelinin parametrelerinin nötron ve proton sayılarına bağlılığı için yapılabilir. Bu çalışmanın temelini oluşturan IBA modeli birbirinden farklı nötron ve proton bozonlarını işin içine dahil etmektedir. Modelin bu uyarlanması (IBM-2) periyodik tablonun farklı bölgelerindeki pek çok çift-çift çekirdeğe, çift kripton dan çift toryum izotoplarına kadar başarı ile uygulanmıştır (Scholten,1979).

IBM modelinin parametreleri IBM-1 modelinin parametrelerinden daha doğru fiziksel içeriğe sahiptir. IBM-2' nin şekilsel bir tasviri köşegenleştirilebilen bir matrisi IBM-1' dekinden çok daha büyüktür. Bu model kullanılarak basit IBA-1 modelindeki hesaplamaları mümkün kılabilen olan IBA modelinin iki versiyonunun ilgili parametreleri arasında ilişki kurmak mümkündür.



### 1.3. Nükleer Deformasyon

#### 1.3.1. Deformasyon Parametreleri ve Kuadrupol Deformasyon

Basit bir betimleme için nükleer yüzey tabakasının kalınlığı ihmal edilir. Bu nedenle, sabit yoğunluklu sıvı-damla modeli ve keskin bir yüzey ele alarak başlanır. Örneğin bu varsayımlar altında, bağımsız nükleonların varlığında ve nükleer madde homojen bir akışkan gibi düşünüldüğünde, içyapı ihmal edilir. Nükleer yüzey, genel itibariyle katsayılar gibi şekil parametrelili küresel harmoniklerde bir genişleme sayesinde tanımlanabilir, böylece deforme çekirdeğin yarıçapı

$$R(\theta, \phi) = R_0 \left( 1 + \sum_{\lambda=2}^{\infty} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} \alpha_{\lambda\mu}^* Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \right) \quad (1)$$

şeklinde ifade edilebilir (Win 2007).

Buradaki  $R(\theta, \phi)$  orjinden yüzeye uzanan nükleer yarıçap vektörünü temsil eder ve  $R_0$  aynı hacimli kürenin yarıçapıdır.

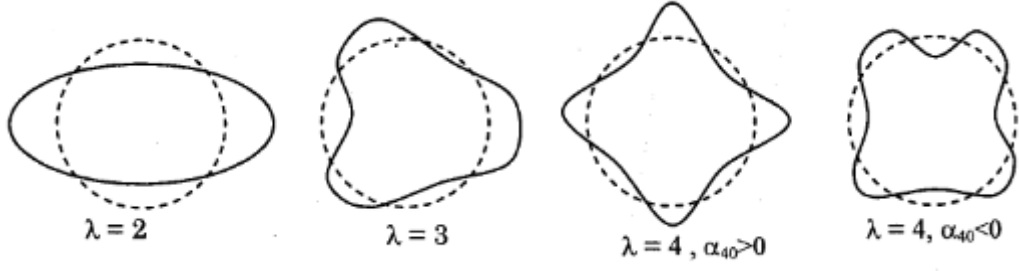
Nükleer yarıçap gerçeldir, örneğin  $R(\theta, \phi) = R^*(\theta, \phi)$ 'dir. Bunu Denklem (1)'e uygulayarak ve  $Y_{\lambda\mu}^* = (-1)^\mu Y_{\lambda-\mu}$  özelliğini kullanarak,  $\alpha_{\lambda\mu}^* = (-1)^\mu \alpha_{\lambda-\mu}$ 'yü elde ederiz. Yarıçap, koordinat sisteminin dönmesi ve yansıması altında değişmezdir. Bu nedenle,  $\alpha_{\lambda\mu}$  koordinat sisteminin dönmesi altında

$$\alpha'_{\lambda\mu} = \sum_{\mu'} D_{\mu'\mu}^{\lambda}(\Omega) \alpha_{\lambda\mu'}, \quad \mu = -\lambda, \dots, \dots, \lambda \quad (2)$$

şekline dönüştürülür.

Buradaki  $D_{\mu'\mu}^{\lambda}(\Omega)$  dönmenin Wigner fonksiyonları ve  $\alpha'_{\lambda\mu}$  yeni sistemdeki deformasyon parametreleridir.

Denklem (1)'de nükleer yüzeyin genel genişlemesi şekil (2)'de gösterildiği gibi keyfi şekil bozulmalarına olanak verir.



Şekil 2. Kuadrupol ( $\lambda = 2$ ), oktipol ( $\lambda = 3$ ) ve hegzadekupol ( $\lambda = 4$ ) deformasyonlu nükleer şekiller

İçlerinden en önemlisi  $\lambda = 2$ 'li kuadrupol olarak karşımıza çıkar. Bu deformasyon elipsoidal deformasyona benzer. Saf kuadrupol deformasyon durumu için, nükleer yüzey

$$R(\theta, \phi) = R_0 \left( 1 + \sum_{\mu} \alpha_{2\mu}^* Y_{2\mu}(\theta, \phi) \right). \quad (3)$$

şeklinde verilir.

Bu durumda, beş tane  $\alpha_{2\mu}$  parametresi vardır.

Çekirdeğin gerçek biçimini hesaplamak için, küresel harmonikler kartezyen bileşenler cinsinden

$$\zeta = \sin \theta \cos \phi, \quad \eta = \sin \theta \sin \phi, \quad \xi = \cos \theta \quad (4)$$

$$Y_{20}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1) = \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (2\zeta^2 - \xi^2 - \eta^2)$$

$$Y_{2\pm 1}(\theta, \phi) = \mp \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{\pm i\phi} = \mp \sqrt{\frac{15}{8\pi}} (\xi\zeta \pm i\eta\zeta) \quad (5)$$

$$Y_{2\pm 2}(\theta, \phi) = \mp \sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2 \theta e^{\pm 2i\phi} = \sqrt{\frac{15}{32\pi}} (\xi^2 - \eta^2 \pm 2i\xi\eta)$$

şeklinde yazılır.

Bu ifadeler denklem (1)'de yerine yazılırsa

$$R(\xi, \eta, \zeta) = R_0 \left( 1 + \alpha_{\xi\xi} \xi^2 + \alpha_{\eta\eta} \eta^2 + \alpha_{\zeta\zeta} \zeta^2 + 2\alpha_{\xi\eta} \xi\eta + 2\alpha_{\xi\zeta} \xi\zeta + 2\alpha_{\eta\zeta} \eta\zeta \right) \quad (6)$$

elde edilir. Burada deformasyonun kartezyen ile küresel bileşenleri

$$\begin{aligned}
 \alpha_{2\pm 2} &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi}{15}} (\alpha_{\xi\xi} - \alpha_{\eta\eta} \pm 2i\alpha_{\xi\eta}) \\
 \alpha_{2\pm 1} &= \mp \sqrt{\frac{8\pi}{15}} (\alpha_{\xi\zeta} \pm 2i\alpha_{\xi\eta}) \\
 \alpha_{20} &= \frac{1}{6} \sqrt{\frac{16\pi}{15}} (2\alpha_{\zeta\zeta} - \alpha_{\xi\xi} - \alpha_{\eta\eta})
 \end{aligned} \tag{7}$$

şeklinde ilişkilendirilir. Eğer çekirdeğin herhangi bir simetri ekseni varsa, çekirdek uzayda keyfi bir yönelime sahip olabilir. Bundan dolayı  $\alpha_{2\mu}$ 'de, çekirdeğin şekli ve yöneliminin birleşimini barındırır. Statik deformasyon için, eğer bu yönelim sabit cisim sistemine geçilerek ayrıştırılırsa biz bunu uygun bir dönmeyle yeni koordinat çerçevesine dönüştürürüz ve bu yeni koordinat çerçevesini üstlü sembolle temsil edilir. Simetriden dolayı sadece  $\xi, \zeta$  ve  $\eta$  'lara göre köşegen olan bileşenleri alınır. Böylece denklem (6)

$$R(\xi', \eta', \zeta') = R_0(1 + \alpha'_{\xi\xi}\xi^2 + \alpha'_{\eta\eta}\eta^2 + \alpha'_{\zeta\zeta}\zeta^2) \tag{8}$$

şekline dönüşür.

$$\alpha'_{\xi\eta} = \alpha'_{\xi\zeta} = \alpha'_{\eta\xi} = 0$$

koşulu

$$\alpha'_{2\pm 1} = 0 \tag{9}$$

olmasını gerektirir. Sonra  $\alpha_{2\mu}$ 'nün beş katsayısı,  $\alpha'_{20}$  ve  $\alpha'_{20} = \alpha'_{2-2}$  ( $\alpha'_{2\pm 1} = 0$  ile) iki gerçel bağımsız değişkene indirgenir. Bu değişkenler  $x', y', z'$  üç eksen ile karakterize edilen sabit cisim çerçevesinin laboratuvar çerçevesine göre sabitlenmiş  $x, y, z$  eksenlere göre yönelimini belirleyen üç Euler açısı  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)$  ile birlikte çekirdeğin şeklini belirler.

Eğer sadece  $\lambda = 2$  göz önüne alınırsa

$$R(\theta, \phi) = R_0 \left( 1 + \alpha'_{20} Y_{20}(\theta, \phi) + \alpha'_{22} (Y_{22}(\theta, \phi) + Y_{2-2}(\theta, \phi)) \right) \quad (10)$$

elde edilir.

Uygulamada  $\beta$  ve  $\gamma$  deformasyon parametreleri ( bu parametreler Hill-Wheeler koordinatları olarak adlandırılır ) çok sık kullanılır. Bu parametreler

$$\alpha'_{20} = \beta \cos \gamma, \quad \alpha'_{22} = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma. \quad (11)$$

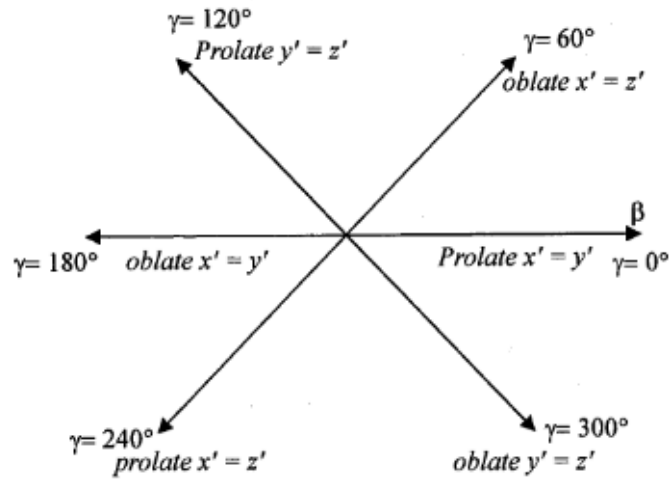
dir. Burada, şu ifadeye dikkat çekmek gerekir:

$$\sum_{\mu} |\alpha'_{2\mu}|^2 = \alpha'^2_{20} + 2\alpha'^2_{22} = \beta^2 \quad (12)$$

$\beta$  ve  $\gamma$  'ların fonksiyonları olarak sabit-cisim çerçevesinde üç yarı-eksenin değerlerinin artışları hesaplanabilir.  $\kappa=1,2,3$  'lerin x', y' ve z' yönlerine karşılık geldiği  $\delta R_{\kappa}$  gösterimini kullanarak;

$$\delta R_{\kappa} = R_0 \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta \cos \left( \gamma - \frac{2\pi}{3} \kappa \right). \quad (13)$$

elde edilir.



Şekil 3.  $\beta - \gamma$  düzleminde çeşitli nükleer şekiller

Şekil 3. ( $\beta, \gamma$ ) düzleminde çeşitli nükleer şekilleri ve bunların her  $\Delta\gamma=60^\circ$ 'de nasıl tekrarlandığını göstermektedir. Üç-eksenli ( Triaxial ) şekil birbirinden farklı üç eksen boyunca uzanan uzunluklara karşılık gelir. Birçok çekirdek aksenal simetrik şekle sahiptir. Burada prolate şeklin ekseni bir uzun ve iki kısa uzunluğa karşılık gelirken, oblate şeklin ekseni iki uzun ve bir kısa uzunluğa karşılık gelir. Örneğin, prolate  $x'=y'$ , uzun aksis olarak  $z'$  ekseni prolate şekle karşılık gelir. Şekil 3'den, şunlar çıkarılabilir: (i)  $z'$ ,  $x'$  ve  $y'$  simetri ekseni prolate şekil sırasıyla  $\gamma=0^\circ$ ,  $120^\circ$  ve  $240^\circ$ 'lere karşılık gelir; (ii)  $180^\circ$ ,  $300^\circ$  ve  $60^\circ$  'lerin değeri sırasıyla  $z'$ ,  $x'$  ve  $y'$  simetri ekseni oblate şekli verir; (iii)  $60^\circ$  'nın katlarına eşit olmayan değerli, triaxial şekil sonuçları; (iv) Olası bütün kuadrupol bozulmuş şekiller  $0 \leq \gamma \leq 60^\circ$  aralığında tanımlanabilir.

### 1.3.2. Deforme Kabuk Modeli

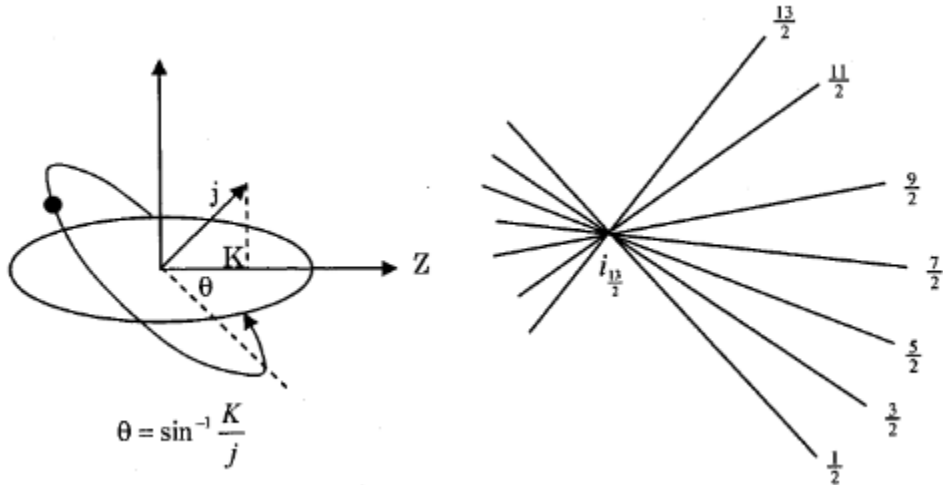
1995'de İsveçli nükleer fizikçi Sven Gösta Nilsson, Nilsson modeli olarak da bilinen "deforme kabuk modelini" geliştirdi. Bu model hemen hemen bütün deforme çekirdeklere uygulanabilen temel tek-parçacık modelidir. Nilsson diyagramı, deforme çekirdeğin birçok özelliğini anlamak için gereklidir (Ring vd. 2000; Greiner vd.,1996; Casten, 2000).

Önce şekil 4-a' da gösterildiği gibi, prolate deforme potansiyelde tek  $j$  yörüngesindeki değerlik nükleonu göz önüne alındı. Bu değerlik nükleonu, eğer değerlik nükleonunun yörüngesi nükleer maddeye yaklaşırsa nükleer maddeden çok uzak olmasına

göre, daha düşük enerjiye sahip olacaktır. Örneğin nükleonun enerjisi nükleer simetri eksenine göre yönelime bağlıdır. Bu yönelim şekil 4-a' da gösterildiği üzere simetri ekseninde K ile gösterilen toplam açısal momentumun izdüşümü göz önüne alınarak belirlenebilir. Prolate kuadrupol deformasyon için düşük K değerleri nükleer maddenin hacmine yakın ekvatorial harekete karşılık gelir ve daha düşük enerjiye sahiptir.

Tablo 1.  $j=13/2$  için nükleer ekvatora göre klasik yörünge açıları.

K	1/2	3/2	5/2	7/2	9/2	11/2	13/2
$\theta$ (derece)	4.4	13.3	22.6	32.6	43.8	57.8	90
$\Delta\theta$ (derece)	8.9	9.3	10.0	11.2	14.0	32.2	



Şekil 4. (a) Simetri ekseninin açısal momentumunun izdüşümü (K).  
 (b) Deformasyonun fonksiyonu olarak ( $\beta > 0$  sağ tarafa göre prolate) z-simetrik eksen üzerinde ( $\theta$  yönelimlerine karşılık gelen) farklı K izdüşümlü  $i_{13/2}$  yörüngelerinin çeşitli tek-parçacık enerjileri

Farklı K değerlerine karşılık gelen yörünge açılarını göz önüne almak için, yörünge düzleminin açısını  $\sin\theta = K/j$  alabiliriz. Bu açılar tablo 1'de verildi. Düşük K değerleri için  $\theta$  yavaşça ve büyük K değerleri için hızlıca değişmesi ilgi çekicidir. Bu nedenle, prolate

deformasyonda ( $\beta > 0$ ), küçük K değerleri için enerji  $\beta$  ile çok hızlı düşer ve büyük K değeri için enerji çok hızlı artar (Şekil (4-b)).

### 1.3.2.1. Anizotropik Harmonik Salıncı

Bu bölümde, Nilsson modelinin ve  $n_z$  kuantum sayısının rolünün anlaşılması için üç-boyutlu harmonik salıncının bazı özelliklerini gözden geçireceğiz. Öncelikle Nilsson diyagramının önemini göstermek için

$$\hat{H}_0 = \frac{P_x^2}{2m} + \frac{P_y^2}{2m} + \frac{P_z^2}{2m} + \frac{1}{2}m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2). \quad (14)$$

denklemini içerisinde yer alan üç-boyutlu harmonik potansiyeli göz önüne alacağız.

Çekirdeğin ekstenel simetrik elipsoidal dağılımında deforme olduğu varsayılır. Nükleer madde, normal koşullar altında sıkıştırılmaz olduğundan elipsoidin hacminin küreninkiyle aynı olması gerekir. Yani  $a_x, a_y, a_z$  'ler elipsoidin yarı eksenleri olmak üzere

$$V = \text{sabit} = \frac{4\pi}{3} R_0^3 = \frac{4\pi}{3} a_x a_y a_z. \quad (15)$$

şeklindedir. Bu hacim korunumu, salıncı frekansları üzerine bir koşul getirir:

$$\omega_x \omega_y \omega_z = \omega_0^3 = \text{sabit} \quad (16)$$

$$\omega_v = \omega_0 \cdot \frac{R_0}{a_v}, \text{ örneğin, frekans} \propto \frac{1}{\text{yarı eksen}}, v=x, y, z$$

Denklem (14)'deki Hamiltoniyen x, y, z bileşenlerine ayrılabilir. Öz durumlar  $n_x, n_y, n_z$  kuantum sayıları ile karakterize edilir ve öz değerler:

$$\varepsilon(n_x, n_y, n_z) = \hbar\omega_x \left(n_x + \frac{1}{2}\right) + \hbar\omega_y \left(n_y + \frac{1}{2}\right) + \hbar\omega_z \left(n_z + \frac{1}{2}\right). \quad (17)$$

olur. Ekstenel simetrik şekillerin durumunda, z-ekseni simetri eksenini olarak seçilir ve  $\delta$  deformasyon parametresi aşağıdaki gibi verilir:

$$\omega_1^2 = \omega_x^2 = \omega_y^2 = \omega_0^2 \left(1 + \frac{2}{3} \delta\right) \quad (18)$$

$$\omega_z^2 = \omega_0^2 \left(1 - \frac{4}{3} \delta\right) \quad (19)$$

Buradaki  $\omega_0$  salınıcı frekansıdır ( $\hbar\omega_0=41A^{-1/3}$ ).

Denklem (16)'dan

$$\omega_0 \left(1 - \frac{4}{3} \delta^2 - \frac{16}{27} \delta^3\right)^{-1/6} = \text{sabit} \quad (20)$$

sonucuna ulaşırız. Nilsson deformasyon bağımlı salınıcı uzunluğu  $b(\delta) = (\hbar/m\omega_0(\delta))^{1/2}$  'yi ve boyutsuz koordinatlar  $\mathbf{r}' = \mathbf{r}/b$  ve  $\theta', \phi'$  'leri verir. Boyutsuz koordinatları ve  $Y_{20}$  küresel harmonik için kesin ifadeyi kullanarak, denklem (14)'deki potansiyel

$$V(r') = \frac{1}{2} \hbar\omega_0 r'^2 - \beta \hbar\omega_0 r'^2 Y_{20}(\theta', \phi') \quad (21)$$

şeklinde yazılabilir.

Buradaki  $\beta$ ,  $\delta$  ile ilişkilidir:

$$\beta = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}} \delta \quad (22)$$

Eş potansiyel yüzeyler elipsoittirler. Birinci mertebe  $\delta$  deformasyonunda, bunlar

$$r' \sim \left(1 + \beta Y_{20}(\theta', \phi')\right). \quad (23)$$

şeklinde temsil edilebilir. Böylece, Hamiltoniyen

$$\hat{H}_0 = \hbar\omega_0 \left(-\frac{1}{2} \Delta' + \frac{1}{2} r'^2 - \beta r'^2 Y_{20}(\theta', \phi')\right). \quad (24)$$

biçimini alır.



Küresel simetri bozulurken aksenal simetri korunduğundan, denklem (24) ile verilen hamiltonyenin çözümü  $n_z, n_r, m_l$  kuantum sayıları ile ilişkili silindirik koordinatlar kullanılarak elde edilebilir.

$$N = n_z + 2n_r + m_l = n_x + n_y + n_z \quad (25)$$

Buradaki N büyük kabuğu gösteren ana kuantum sayısını,  $n_z$  z-yönünde dalga fonksiyonundaki düğümlerin sayısını,  $n_r$  x, y yönündeki kuantanın sayısını ve  $m_l$  simetri eksenine üzerine açısal momentum izdüşümünü temsil etmektedir.

Sonra, silindirik koordinatlarda enerji öz değerleri bu kuantum sayılarını denklem (17)'ye koyarak

$$\varepsilon(n_z, n_r, m_l) = \hbar\omega_z \left( n_z + \frac{1}{2} \right) + \hbar\omega_{\perp} (2n_r + m_l + 1). \quad (26)$$

elde edilir.

Prolate çekirdeğin en yaygın durumu için, ekvatorial yörüngeler nükleer maddeye yakındır ve en düşüğe uzanır. Nükleer dalga fonksiyonu genellikle z-yönünde uzanır ve dalga fonksiyonları z-yönünde ( $n_z$ 'nin en büyük değerleri) düğümlerin büyük sayısına sahiptir. Sonuç olarak, şekil 5-a'da gösterildiği gibi denklem (25) ve denklem (26)'dan en düşük uzanan yörüngenin en yüksek mümkün  $n_z$  kuantum sayısına sahip olduğu söylenebilir. Verilen ana kuantum sayısı N için  $n_z$ 'nin maksimum değeri  $n_z=N$ 'dir. Hem de  $n_z$  ve  $m_l$ 'nin izinli değerleri arasında bir ilişki vardır. Şöyle ki bunların toplamının N çiftse (artı parite) çift ve N tekse (eksi parite) tek olmak zorunda olduğuna dikkat çekmek gerekir.

### 1.3.2.2. Nilsson Modeli

Nilsson modeli deforme çekirdek için kabuk modelidir. Bunun anlamı, nükleonların küresel-olmayan potansiyelde hareket etmesidir ve ilk olarak Nilsson tarafından tanıtılmıştır. Bu potansiyel küresel kabuk modeli potansiyelinin genişletilmiş halidir.  $V(r) = \frac{1}{2}m\omega^2r^2$  ve silindirik koordinatları kullanan aksenal simetrik durum altında ele alınır. Bu durumda, doğru sihirli sayıları türetmek için kuvvetli spin-yörünge teriminin

denklem (14) ve (24)'e ilave edilmesi gerekir. Simetri eksenini z olan bir çekirdek için Hamiltoniyen

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + \frac{1}{2}m[\omega_{\perp}^2(x^2 + y^2) + \omega_z^2 z^2] + C\vec{l}\cdot\vec{s} + D\vec{l}^2 \quad (27)$$

$$= \hbar\omega_0\left(-\frac{1}{2}\Delta' + \frac{1}{2}r'^2 - \beta r'^2 Y_{20}(\theta', \phi')\right) + C\vec{l}\cdot\vec{s} + D\vec{l}^2 \quad (28)$$

ile verilir. Buradaki  $\omega_{\perp} = \omega_x, \omega_y$  ve  $\omega_z$  'ler x, y ve z yönlerindeki tek-boyutlu salıncı frekanslarıdır.  $C = -2\hbar\omega_0 k$  terimi spin-yörünge çiftleniminin büyüklüğünü belirler ve çekirdek merkezinden çok uzak mesafelerde,  $D = \hbar\omega_0 \kappa \mu$  'li  $Dl^2$  terimi harmonik salıncıya kıyasla realistik durumda nükleonların daha derin potansiyele maruz kalışından sorumludur, böylece büyük  $l$  değerli seviyeleri düşük enerjiye kaydırır.  $\kappa$  ve  $\mu$ 'lerin farklı değerleri, deneysel verilerin ayarlanmasıyla kabuklar için kullanılır.

$\delta$ 'nın fonksiyonu olarak Nilsson Hamiltoniyeninin özdeğerini elde etmek için, denklem (27) uygun bir tabanla köşegenleştirilmek zorundadır. Küçük deformasyon için,  $j$  yaklaşık olarak iyi bir kuantum sayısıdır. Nilsson orijinal makalesinde enerji matrisini düzenlemek için  $|Nl_jK\rangle$  tabanını göz önüne aldı. Küçük deformasyon bölgesinde,  $r^2 Y_{20}$  kuadrupol terimi pertürbasyon olarak kullanılabilir ve  $l^2$  ile  $l_s$  terimlerinin köşegen olduğu  $|Nl_jK\rangle$  tabanında değerlendirilebilir.

Bir tanımlamayla

$$K = m_l + m_s = m_l \pm 1/2, \quad (29)$$

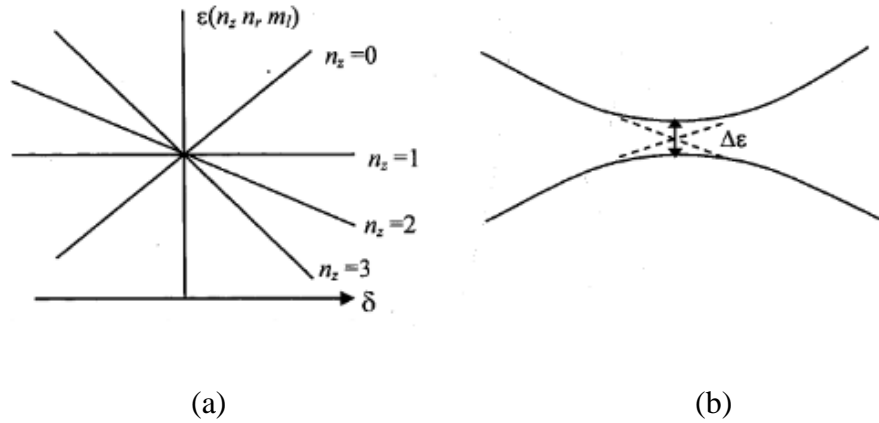
olur. Buradaki  $m_s$  simetri eksenini üzerinde, nükleonun iç spininin iz düşümüdür.

Büyük deformasyon için (27) ve (28) denklemlerindeki  $\vec{l}\cdot\vec{s}$  ve  $\vec{l}^2$  terimleri  $\beta Y_{20}$  kuadrupol deformasyona kıyasla ihmal edilebilir. Bu durumda kuantum sayıları  $N, n_z, m_l$  ve  $K$  iyi kuantum sayıları olur. Bunlar asimtotik kuantum sayıları olarak da bilinir. Böylece, paritenin  $\pi = (-1)^N$  olduğu  $K^{\pi}[Nn_z m_l]$  setli tek-parçacık seviyeleri etiketlenebilir. Tek parçacık enerjilerinin sonuçları şekil 6'da deformasyonun fonksiyonları olarak çizilmiştir. Biraz daha detay göstermek için, şekil 7 kurşun için kabuğun yukarısında Nilsson diyagramını gösterir. Burada seviyeler  $K^{\pi}[Nn_z m_l]$  kuantum sayıları ile etiketlenir.

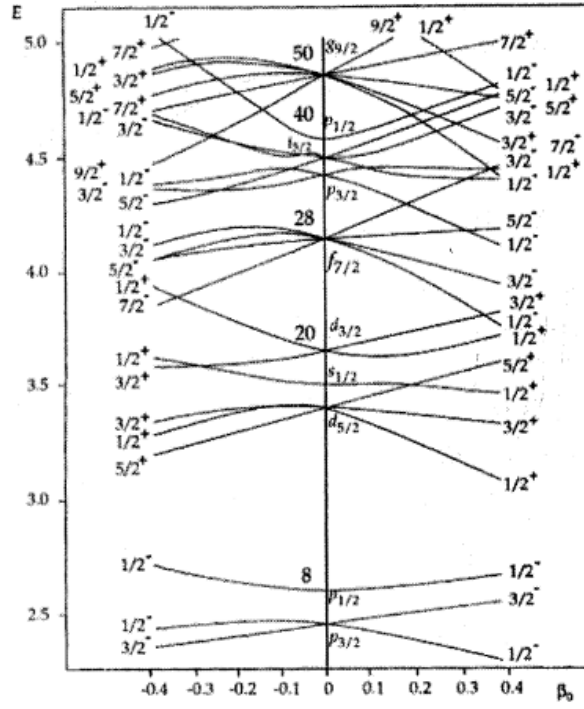
Bundan başka, Nilsson diyagramının bazı genel özelliklerine aşağıda değinilmektedir.

Küresel bir durum için, nükleon durumu  $(2j+1)$  katlı dejeneredir. Bu dejenerelik deformasyon sayesinde kaldırılır, (örneğin nükleon deforme potansiyelde hareket ederken). Böylece,  $j$  değerli durumun deformasyon altında farklı  $K$  değerlerine sahip  $\frac{1}{2}(2j+1)$  seviyeleri haline bölündüğüne dikkat edilmelidir. Çekirdekdeki yansıma simetrisi nedeniyle  $\frac{1}{2}(2j+1)$  'ye  $\frac{1}{2}$  çarpanı gelir. Bu,  $+K$  ve  $-K$  durumlarının aynı enerjiye karşılık geldiğini ifade eder. Bunların her biri  $+K$ ,  $-K$  'li iki katlı dejeneredir ve paritedir. Her bir  $K$  değeri enerji seviyesini belirler. Düşük  $K$  değerleri prolate kuadropol bozulma için nükleer maddenin hacmine yakın ekvatorial harekete karşılık gelir ve düşük enerjiye sahiptir. Deforme çekirdekte,  $j$  ve  $l$  artık korunumlu değildir ve sadece kalan iyi kuantum sayısı  $K$ 'dır. Sonra,  $K$  yarılması üzerinde farklı  $j$  değerlerinin karma konfigürasyonlarını göz önüne almak için, Nilsson diyagramında olmayan iki çizgi aynı  $K$  değeri (aynı parite) geçişine karşılık gelir. Şekil 5-a'da her bir çizgi Nilsson durumunu temsil eder ve doğru çizgiyle işe koyulur ve çekirdeğin ana kütesine ait yörüngenin açısına göre aşağı veya yukarı eğilir.

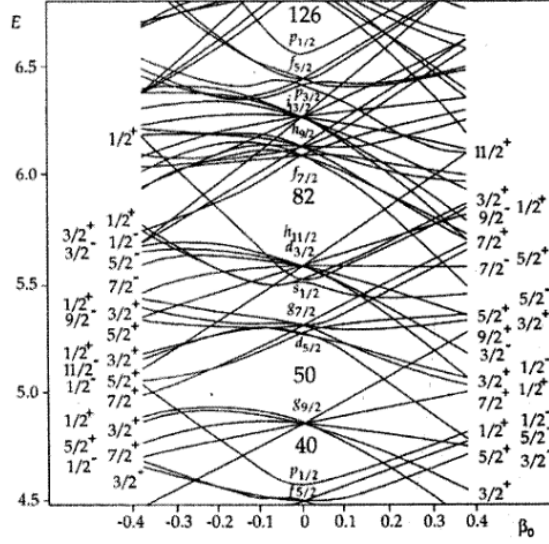
Bu sadece aynı  $K$  ve pariteli (şekil 5-b) diğer bir seviyeye yaklaşınca kıvrılmaya başlar. Geçiş noktasındaki itici  $\Delta\epsilon$  aynı  $K^\pi$  'li iki seviyenin etkileşme şiddetiyle orantılıdır.



Şekil 5. (a)  $\delta$  'nın fonksiyonu olarak anizotropik harmonik salıncımın seviyeleri, z-ekseni ( $n_z$ ) boyunca çok sayıda değişken kuantum için (b) Aynı simetrik iki seviye için geçiş kuralı yok.



Şekil 6. Nilsson diyagramının taban kısmı (Greiner vd., 1996)



Şekil 7.  $z=82-126$  bölgesi için Nilsson diyagramı.  
Tek-parçacık durumları  $K^\pi [Nn_z m_l]$  ile etiketlenir (Greiner vd., 1996).

#### 1.4. Relativistik Ortalama Alan Teorisinin Genel Formalizmi

Bu tezin amacı, bir önceki bölümde gözden geçirdiğimiz deformasyon özelliklerini Relativistik Ortalama Alan Teorisi (RMF) çerçevesinde kullanarak Mo çekirdeğini incelemektir. Relativistik Ortalama Alan Teorisi periyodik tabloyu kapsayan bütün sonlu çekirdeklerin nükleer özelliklerini tanımlamada başarılı olmuştur. RMF teorisi nükleer çok-cisim probleminin betimlenmesi için fenomenolojik bir modeldir. RMF teorisinin formalizmini türetebilmek için, bu tezde öncelikle relativistik kuantum mekaniği ve relativistik kuantum alan teorisi incelendi. Ayrıca kısım (1.4.1)'de relativistik parçacıklar için kullanılan başlıca gösterim özetlendi. Kısım (1.4.2) ve (1.4.3)'de, nükleon ve mezonlar için hareket denklemleri ve etkin Lagranjiyen yoğunluğu verildi.

##### 1.4.1. RMF 'in Temel Kavramları

Araştırmalarımızın çatısı Serot ve Walecka tarafından önerilen relativistik kuantum alan teorisine dayanmaktadır (Serot vd. 1986). Bu model, çekirdeği mezon ve foton alanlarının değiş-tokuşu aracılığıyla etkileşen Dirac nükleonlarının sistemi olarak tasvir eder. Yüksüz skaler  $\sigma$ -mezonunun baryonların skaler yoğunluğuna  $g_\sigma \bar{\Psi} \sigma \Psi$  aracılığıyla çiftlendiği ve yüksüz vektör  $\omega_\mu$  mezonunun korunumlu baryon akımına  $g_\omega \bar{\Psi} \gamma_\mu \Psi \omega_\mu$  aracılığıyla çiftlendiği varsayılır.  $\psi$  baryon alanı,  $g_\sigma$  ve  $g_\omega$ 'ler çiftlenim sabitleri olmak üzere:

Ele aldığımız bu model için toplam Lagranjiyen yoğunluğu

$$L = L_N^{serbest} + L_M^{serbest} + L_{çiftlenim}. \quad (30)$$

ile verilir. Denklem (30)'un ilk terimi

$$L_N^{serbest} = \bar{\Psi} (i\gamma_\mu \partial_\mu - M) \Psi \quad (31)$$

M kütleli serbest nükleonları tasvir eder.

(30)' un ikinci terimi

$$L_M^{serbest} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) - \frac{1}{4} \Omega^{\mu\nu} \Omega_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\nu^2 \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \quad (32)$$

serbest mezonları ve fotonları tanımlar. Nükleon-mezon çiftlenimi, çiftlenim terimi

$$L_{\text{çiftlenim}} = -g_\omega \bar{\Psi} \gamma_\mu \omega^\mu \Psi - g_\sigma \bar{\Psi} \sigma \Psi \quad (33)$$

ile tanımlanır. Vektör mezonlarının ve fotonların alan tensörleri

$$\Omega_{\mu\nu} = \partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu, \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (34)$$

biçimindedir. Burada kullanılan  $\gamma_\mu$  dörtlü matris  $\gamma$  (Dirac matrisleri) olup  $\mu = 0,1,2,3$  değerini alabilir. Ve kısaca özelliklerini verecek olursak;

$$\gamma^0 = \beta, \quad \boldsymbol{\gamma} = \beta \boldsymbol{\alpha} = (\gamma^1, \gamma^2, \gamma^3) \quad (35)$$

$$\beta = \gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^0 \cdot \gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (36)$$

dir. Dörtlü vektör türevi  $\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \left( \frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla} \right)$  ve eşlenik dalga fonksiyonu  $\bar{\psi} \equiv \psi^\dagger \gamma^0$  'dır. Klasik relativistik alan teorisi,  $q_i$  sayısına alanlar karşılık getirilerek kurulur. Alanların dinamiği Lagranjiyen yoğunluğu  $L(q, \partial_\mu q, t)$  ile belirlenir. Varyasyon ilkesi

$$\delta \int dt L = \delta \int d^4x L(q_i, \partial_\mu q_i, t) = 0. \quad (37)$$

kullanılarak

$$\partial_\mu \left( \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu q_i)} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, \quad (38)$$

Euler-Lagrange denklemleri elde edilir.

Enerji momentum tensörü

$$T^{\mu\nu} = -g^{\mu\nu}L + \frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu q_i)} \partial^\nu q_i . \quad (39)$$

ile verilir. Denklem (37), bu tensörün korunduğunu ve süreklilik denklemini sağladığını garantiler.

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} T^{\mu\nu} = \partial_\mu T^{\mu\nu} = 0 \quad (40)$$

$$\text{ve '4-momentum', } P^\mu = \int d^3r T^{0\mu} \quad (41)$$

korunur. Enerji, momentumun sıfırcı bileşeni olup Hamiltoniyen yoğunluğu üzerinden integral alınarak

$$P^0 = E = \int d^3r H(r) \quad (42)$$

elde edilir.

$$H = T^{00} = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i - L . \quad (43)$$

Denklem (30)'u Euler-Lagrange denklemi (38)'de yerine koyduğumuzda

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_\sigma^2)\sigma = g_\sigma \bar{\Psi}\Psi \quad (44)$$

$$\partial_\mu \Omega^{\mu\nu} + m_\nu^2 \omega^\nu = g_\sigma \bar{\Psi} \gamma^\nu \Psi \quad (45)$$

$$[\gamma^\mu (i\partial_\mu - g_\omega \omega_\mu) - (M - g_\sigma \sigma)]\Psi = 0. \quad (46)$$

alan denklemlerini elde ederiz.

Denklem (44) sadece skaler kaynaklı Klein-Gordon denklemdir. Denklem (45) baryon akımlı kuantum elektrodinamiğine benzer. Burada kaynak olarak

$$B^\mu = \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi \quad (47)$$

$$\text{ve bunun korunumu } \partial_\mu B^\mu = 0 \quad (48)$$

dır. Denklem (46) vektör ve skaler alanlı Dirac denklemdir.

(44)-(46) denklemleri lineer olmayan kuantum alan denklemleridir ve bunların çözümleri oldukça karmaşıktır. Bu yüzden bazı yaklaşımların yapılması gerekir. Eğer baryon yoğunluğu artarsa, (44) ve (45) denklemlerinin sağ tarafındaki kaynak terimleri de artar. Kaynak terimleri büyük olduğunda, alan işlemcileri beklenen değeriyle yer değiştirebilir:

$$\sigma \rightarrow \langle \sigma \rangle \equiv \sigma_0 \quad (49)$$

$$\omega_\mu \rightarrow \langle \omega_\mu \rangle \equiv \delta_{\mu 0} \omega_0 \quad (50)$$

Önce sonlu çekirdeği tartıştık, statik ve düzenli sistemi göz önüne almak daha yararlıdır. Statik ve düzenli sistem için  $\sigma_0$  ve  $\omega_0$ ,  $x_\mu$ 'den bağımsızdır ve bu nicelikler sabittir  $\langle \vec{\omega} \rangle$  dönmeler altında değişmezliği nedeniyle yok olur.

Şimdi, (44)-(46) mezonsal alan denklemleri aşağıdaki

$$\sigma_0 = \frac{g_\sigma}{m_s^2} \langle \bar{\Psi} \Psi \rangle \equiv \frac{g_\sigma}{m_s^2} \rho_s \quad (51)$$

$$\omega_0 = \frac{g_v}{m_v^2} \langle \Psi^+ \Psi \rangle \equiv \frac{g_v}{m_v^2} \rho_B . \quad (52)$$

sabit klasik alanlar için çözülebilir.

Denklem (47) ve (48)'a göre, baryon yoğunluğu  $\rho_B = \frac{B}{V}$ ,  $V$  hacminde  $B$  baryonlarının düzenli sisteminde hareket sabitidir. Bu nedenle,  $\omega_0$  hareket denklemlerinden doğrudan bilinir.  $\phi_0$  Lorentz skaler yoğunluğu  $\langle \bar{\psi} \psi \rangle = \rho_s$  'yi içerir ve öz-uyumlu bir biçimde çözülebilir.

Denklem (51) ve (52) 'leri denklem (46)'da yerine yazarsak, Dirac denklemi lineer olur ve aşağıdaki gibi doğrudan çözülebilir.

$$[i\gamma_\mu \partial^\mu - g_\omega \gamma^0 \omega_0 - M^*] \Psi = 0 \quad (53)$$

Burada  $M^* = M - \rho_\sigma \sigma_0$  etkin küttedir. Yoğunlaşmış skaler alan  $\phi_0$ 'ın baryonların kütle kaymasına sebep olduğunu buluruz. Aşağıdaki denklem (54)'ü kullanarak denklem (53)'ün kararlı durum çözümlerini bulabiliriz.



$$\Psi = \Psi(\vec{k}, \lambda) e^{(i\vec{k}\cdot\vec{x} - iz(k)t)} \quad (54)$$

Burada  $\psi(\vec{k}, \lambda)$  dört-bileşenli Dirac spinorudur ve  $\lambda$  spin durumunu ifade eder.

Dirac denklemi (53) şu hali alır:

$$(\vec{\alpha} \cdot \vec{k} + \beta M^*) \Psi(\vec{k}, \lambda) = [\varepsilon(k) - g_\omega \omega_0] \Psi(\vec{k}, \lambda). \quad (55)$$

Bu denklem şimdi  $M$ 'nin  $M^*$  ile yer değiştirdiği serbest Dirac denklemi gibidir ve çözümlerin frekansı (enerjisi) vektör alanı sayesinde yer değiştirir. Matrislerin özellikleri kullanıldığında (55)'in karesi alındığında

$$\alpha_i^2 = \beta_i^2 = 1, \quad \beta \alpha_i + \alpha_i \beta = 0, \quad \alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i = 2\delta_{ij}, \quad (56)$$

ve özdeğeri

$$\begin{aligned} \varepsilon(k) &\equiv \varepsilon^\pm(k) = g_\omega \omega_0 \pm (\vec{k}^2 + M^{*2})^{1/2} \\ &\equiv g_\omega \omega_0 \pm E^*(k) \end{aligned} \quad (57)$$

olur. Denklem (57)'de artı ve eksi karekökler olduğundan, her iki artı ve eksi enerjinin spin yukarı ve aşağı parçacıklarına karşılık gelen dört çözümüne sahiptir.

Sonra, artı enerji spinoru ve eksi enerji spinoru aşağıdaki Denklem (58)'i sağlar.

$$\begin{aligned} (\vec{\alpha} \cdot \vec{k} + \beta M^*) U(\vec{k}, \lambda) &= [\varepsilon^{(+)}(k) - g_\omega \omega_0] U(\vec{k}, \lambda) \\ &= E^*(k) U(\vec{k}, \lambda) \end{aligned} \quad (58)$$

$$\begin{aligned} (\vec{\alpha} \cdot \vec{k} + \beta M^*) V(\vec{k}, \lambda) &= -[\varepsilon^{(-)}(k) - g_\omega \omega_0] V(\vec{k}, \lambda) \\ &= E^*(k) V(\vec{k}, \lambda) \end{aligned} \quad (59)$$

Burada ilişkili spinorlar

$$U(\vec{k}, \lambda) = \left( \frac{E(k)+M}{2E(k)} \right)^{1/2} \begin{pmatrix} 1 \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \\ E(k)+M \end{pmatrix} \chi_\lambda \quad (60)$$

$$V(\vec{k}, \lambda) = \left( \frac{E(k)+M}{2E(k)} \right)^{1/2} \left( \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{k}}{E(k)+M} \right) \chi_\lambda \quad (61)$$

ile verilir. Burada,  $\chi_\lambda$  spin izdüşümü  $\lambda$ 'nın iki bileşenli Pauli spinorudur.

Spinorlar normalizedir. Şöyle ki nükleonlar ve karşıt-nükleonlar için denklem (54) ile verilen alan denkleminin genel çözümü aşağıdaki gibi nükleon alanının tam setini oluşturur.

$$\begin{aligned} \Psi(\vec{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{k\lambda} [ & A_{\vec{k}\lambda} U(\vec{k} \cdot \lambda) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{x} - i\varepsilon^{(+)}(k)t) \\ & + B_{\vec{k}\lambda}^+ V(\vec{k}, \lambda) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{x} \\ & - i\varepsilon^{(+)}(k)t)] \end{aligned} \quad (62)$$

$A_{\vec{k}\lambda}$  ( $B_{\vec{k}\lambda}$ ) katsayıları, fermiyonlar için uygun anti-komütasyon kurallarına uyan  $\omega_0, \sigma_0$  alanlarında  $M^*$  kütesinin kuazi-nükleonları (kuazi-karşıt nükleonları) için yokediciler olarak yorumlanabilir.

$$\{A_{\vec{k}\lambda}^+, A_{\vec{k}\lambda'}\} = \delta_{\vec{k}\vec{k}'} \delta_{\lambda\lambda'} \quad , \quad \{B_{\vec{k}\lambda}^+, B_{\vec{k}\lambda'}\} = \delta_{\vec{k}\vec{k}'} \delta_{\lambda\lambda'} \quad (63)$$

Bu ortalama alan yaklaşımında, Lagranjiyen yoğunluğu aşağıdaki denklem (64) e indirgenir.

$$L_{OAT} = \bar{\Psi} [i\gamma_\mu \partial^\mu - g_\omega \gamma^0 \omega_0 - (M - g_\sigma \sigma_0)] \Psi - \frac{1}{2} m_s^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2} m_v^2 \omega_0^2. \quad (64)$$

#### 1.4.2. Etkin Lagrangian Yoğunluğu

Bu bölümde, sonlu çekirdek için RMF teorisinin formülasyonunu tartışacağız. Bu nükleonik kısım için,  $\sigma$ -alanı lineer olmayan terimi ve  $\sigma, \omega$  ve  $\rho$ -mezon alanlarına nükleon çiftlenimlerini dahil eden Lagranjiyen yoğunluğunu kullanacağız. Bu durumda, skaler  $\sigma$  mezonu nükleonlara  $\bar{\psi}\sigma\psi$  Yukawa terimi sayesinde çiftlenir ve kuvvetli çekim üretir aksine izoskaler ( $\omega$ ) vektör mezonu korunumlu nükleon akımına çiftlenir ve genellikle kuvvetli itmeye neden olur.

Bunların yanında, izovektör akıma çiftlenen izovektör  $\rho$ -mezonu ve iyi-bilinen elektromagnetik etkileşimi türetmek için fotonlar vardır. Böylece Lagranjiyen yoğunluğu aşağıdaki biçimde yazılır:

$$\begin{aligned}
L = & \bar{\Psi} [i\gamma^\mu \partial_\mu - M] \Psi + \frac{1}{2} \partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - U(\sigma) - g_\sigma \bar{\Psi} \sigma \Psi - \frac{1}{4} \Omega^{\mu\nu} \Omega_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega^\mu \omega_\mu \\
& - g_\omega \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi \omega_\mu - \frac{1}{4} \vec{R}^{\mu\nu} \vec{R}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \vec{\rho}^\mu \vec{\rho}_\mu - g_\rho \bar{\Psi} \gamma^\mu \vec{\tau} \Psi \vec{\rho}_\mu \\
& - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - e \bar{\Psi} \gamma_\mu \frac{(1-\tau_3)}{2} \Psi A_\mu
\end{aligned} \tag{65}$$

M nükleonlar  $m_\sigma$ ,  $m_\omega$  ve  $m_\rho$  'ler ise  $\sigma$ ,  $\omega$  ve  $\rho$  'ler için sırasıyla mezon kütleleridir.  $g_\sigma$ ,  $g_\omega$ ,  $g_\rho$  ve  $e^2/4\pi = 1/137$  'ler sırasıyla mezonlara ve fotonlara karşılık gelen çiftlenim sabitleridir. Vektör mezonların ve elektromagnetik alanın alan tensörleri

$$\Omega^{\mu\nu} = \partial^\mu \omega^\nu - \partial^\nu \omega^\mu \tag{66}$$

$$R^{\mu\nu} = \partial^\mu \rho^\nu - \partial^\nu \rho^\mu \tag{67}$$

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu. \tag{68}$$

ile verilir. Lagranjiyen  $\sigma$ -mezonunun lineer olmayan kendisiyle-etkileşimini de içerir. RMF'in basit uyarlamasında, mezonlar kendi aralarında etkileşmezler ve bu durumda nükleer maddenin sıkıştırılmazlığı çok büyük olur. Bu nedenle, Boguta ve Bodmer  $\sigma$ -mezonu için (Boguta ve Bodmer, 1977) modelde nükleer maddenin sıkıştırılabilirliğini geliştirmek için lineer-olmayan kendi çiftlenimini dahil ettiler:

$$U(\sigma) = \frac{1}{2} m_\sigma \sigma^2 + \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 + \frac{1}{4} g_3 \sigma^4 \tag{69}$$

### 1.4.3. Relativistik Ortalama Alan Denklemleri

Çekirdeğin taban durum özelliklerini tasvir etmek için, yukarıdaki Lagranjiyenin statik çözümüne ihtiyaç duyarız. Kısım (1.4.1)'de gördüğümüz üzere, klasik varyasyon ilkesi mezon ve elektromagnetik alanlar için hareket denklemlerini verir. Bu durumda, mezon ve foton alanları klasik alanlar olarak düşünülür ve bunlar zamandan bağımsızdır. Nükleonlar bağımsız parçacıklar gibi (ortalama alan yaklaşımı) klasik alanlarda hareket

ederler. Sonuç olarak bu denklemler, RMF denklemleri olarak bilinir ve çiftlenmiş denklem setidirler. Bu set nükleonlar için Dirac denklemi ve mezonlar için Klein-Gordon denklemlerini içerir. Kendi pseudo-skaler doğası nedeniyle  $\pi$  mezonu ele alınan bu RMF yaklaşımına katkıda bulunmaz.

Hesaplamaları basitleştirmek için, zaman tersinirliği simetrisini ve yük korunumunu göz önüne aldık. Zaman tersinirliği simetrisi altında çift-çift çekirdeğin taban durumu pariteye sahip olduğundan,  $\vec{\omega}, \vec{\rho}$  vektör alanının uzaysal bileşenleri ve  $\vec{A}$  akımları kaybolur. Bu nedenle bu vektörlerin sadece zamansal bileşenleri  $\omega^0, \rho^0$  ve  $A^0$  'lar kalır. Dahası, nükleon tek-parçacık durumları izospini karıştırmadığından, yük korunumu sadece izovektör mezon alanının üçüncü bileşenini garantiler,  $\rho_3^0$  kalır.

Nükleon için potansiyel terimli Dirac denklemi

$$\{-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + V(\vec{r}) + \beta[M + S(\vec{r})]\psi_i = \varepsilon_i \psi_i\} \quad (70)$$

ile verilir. Burada  $V(\vec{r})$  vektör potansiyelini temsil eder.

$$V(\vec{r}) = g_\omega \omega_0(\vec{r}) + g_\rho \tau_3 \vec{\rho}_0(r) + e \frac{(1-\tau_3)}{2} A_0(\vec{r}) \quad (71)$$

ve  $S(\vec{r})$  skaler potansiyeldir.

$$S(\vec{r}) = g_\sigma \sigma(\vec{r}) \quad (72)$$

Bu skaler potansiyel etkin kütleyle

$$M^*(\vec{r}) = M + S(\vec{r}) \quad (73)$$

şeklinde katkı sağlar.

Kaynak olarak nükleon yoğunluklu mezonlar ve elektromagnetik alan için Klein-Gordon denklemleri:

$$\{-\Delta + m_\sigma^2\}\sigma(\vec{r}) = -g_\sigma \rho_s(\vec{r}) - g_2 \sigma^2(\vec{r}) - g_3 \sigma^3(\vec{r}) \quad (74)$$

$$\{-\Delta + m_\omega^2\}\omega_0(\vec{r}) = g_\omega \rho_v(\vec{r}) \quad (75)$$

$$\{-\Delta + m_\rho^2\}\rho_3^0(\vec{r}) = g_\rho\rho_3(\vec{r}) \quad (76)$$

$$-\Delta A^0(\vec{r}) = e\rho_c(\vec{r}) \quad (77)$$

Burada  $\rho_s$ ,  $\sigma$ -alanı için skaler yoğunluktur.

$$\rho_s(\vec{r}) = \sum_i n_i \bar{\Psi}_i(\vec{r})\Psi_i(\vec{r}) \quad (78)$$

$\rho_v$ ,  $\omega$ -alanı için vektör yoğunluğudur ve baryon yoğunluğu olarak da bilinir.

$$\rho_v(\vec{r}) = \sum_i n_i \Psi_i^+(\vec{r})\Psi_i(\vec{r}) \quad (79)$$

$\rho_3$ ,  $\rho$ -alanı için izovektör yoğunluktur,

$$\rho_3(\vec{r}) = \sum_p n_i \Psi_p^+(\vec{r})\Psi_p(\vec{r}) - \sum_n n_i \Psi_n^+(\vec{r})\Psi_n(\vec{r}) \quad (80)$$

ve  $\rho_c$  foton alanı için yük yoğunluğudur,

$$\rho_c(\vec{r}) = \sum_p n_i \Psi_p^+(\vec{r})\Psi_p(\vec{r}). \quad (81)$$

Burada,  $n_i$  açık kabuklu çekirdekler için önemli olan çiftlenimden sorumlu işgal sayısı olarak ifade edilir (Çiftlenim korelasyonu kısım 1.5.3 'de tartışılacak). Burada toplamlar sadece parçacık durumları üzerinden alınır. Ayrıca bu yaklaşımın eksi-enerji durumlarının (deniz-yok) katkılarını ihmal ettiğine dikkat çekmek gerekir. Örneğin, vakum polarizedir.

Çiftlenmiş denklemler, iterasyon metodu ile öz uyumlu bir şekilde çözülebilir. V ve S potansiyelleri için (örneğin aksenal deforme Woods-Saxon potansiyeli ile üretilir) tahmini bir başlangıç değeri seçilerek, Dirac denklemi çözülür ve bu  $\psi_i$  spinorunu verir. Nükleon spinorları mezon alanlarının hesaplanması için denklem (74)-(77)'de sırasıyla kaynakları veren yoğunlukları hesaplamak için kullanılır. Alanların bu yeni setleri denklem (71) ve (72) yeni potansiyel terimleri elde etmek için kullanılırlar. Sonra Dirac denklemi spinorları elde etmek için yeni potansiyellerle çözülür ve bu spinorlar mezon alanları için yeni kaynaklar edinmede kullanılacaktır. Bu döngü öz-uyum başarılıncaya kadar tekrarlanır.

## 1.5. RMF Teorisi Çerçevesinde Deformasyon ve Çiftlenim Korelasyonu

### 1.5.1. Eksenel Deforme Olmuş Çekirdek İçin RMF Metodu

Dönme simetrisinin, (70), (74)-(77) diferansiyel denklemlerinin bir radyal boyuta indirgenmesine izin veren küresel çekirdek için birçok araştırma yapıldı. Gambhir ve arkadaşları bu işleyişi eksenel simetrik şekilli deforme çekirdeğe genişletti (Gambhir vd., 1990). Bu eksenel simetrik durumda, dönme simetrisi kırılır ve bu nedenle toplam açısız momentum artık iyi bir kuantum sayısı değildir. Fakat yoğunluklar z-ekseni olarak alınan simetrik ekseni etrafında dönmeye göre hala değişmezdir. Böylesi çekirdek için, Dirac denklemi  $r_{\perp}$  ve  $z$  gibi iki silindirik değişkene bağlı olan çiftlenmiş diferansiyel denklemlerin setine indirgenebilir:

$$x = r_{\perp} \cos \varphi, \quad y = r_{\perp} \sin \varphi, \quad z \quad (82)$$

Özellikle,  $i$  indisli  $\psi_i$  spinoru şimdi  $\Omega_i, \pi_i$  ve  $t_i$  kuantum sayıları sayesinde karakterize edilir. Burada  $\Omega_i = m_{li} + m_{si}$  simetrik operatör  $j_z$ 'nin öz değeridir (z-ekseni üzerinde tek parçacık açısız momentum  $j_i$ 'nin iz düşümüdür),  $\pi_i$  paritedir ve  $t_i$  izospinin z-bileşenidir

Spinor aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$\psi_i(\vec{r}, t) = \begin{pmatrix} f_i(\vec{r}) \\ i g_i(\vec{r}) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \begin{pmatrix} f_i^+(z, r_{\perp}) e^{i(\Omega_i - \frac{1}{2})\varphi} \\ f_i^-(z, r_{\perp}) e^{i(\Omega_i + \frac{1}{2})\varphi} \\ i g_i^+(z, r_{\perp}) e^{i(\Omega_i - \frac{1}{2})\varphi} \\ i g_i^-(z, r_{\perp}) e^{i(\Omega_i + \frac{1}{2})\varphi} \end{pmatrix} \chi_i(t). \quad (83)$$

Dörtlü bileşenler  $f_i^{\pm}(r_{\perp}, z)$  ve  $g_i^{\pm}(r_{\perp}, z)$  'ler Dirac denklemlerine uyarlar:

$$(M^* + V)f_i^+ + \partial_z g_i^+ + \left( \partial_{r_{\perp}} + \frac{\Omega + 1/2}{r_{\perp}} \right) g_i^- = \varepsilon_i f_i^+ \quad (84)$$

$$(M^* + V)f_i^- - \partial_z g_i^- + \left( \partial_{r_{\perp}} - \frac{\Omega + 1/2}{r_{\perp}} \right) g_i^+ = \varepsilon_i f_i^- \quad (85)$$

$$(M^* - V)g_i^+ + \partial_z f_i^+ + \left( \partial_{r_{\perp}} + \frac{\Omega + 1/2}{r_{\perp}} \right) f_i^- = -\varepsilon_i g_i^+ \quad (86)$$

$$(M^* - V)g_i^- - \partial_z f_i^- + \left( \partial_{r_\perp} - \frac{\Omega - 1/2}{r_\perp} \right) f_i^+ = -\varepsilon_i g_i^- \quad (87)$$

Her bir  $\psi_i$  çözümü için, pozitif  $\Omega$ 'lı

$$\psi_i \equiv \{f_i^+, f_i^-, g_i^+, g_i^-, \Omega_i\} \quad (88)$$

Spinora zaman tersinir operatör  $T = i\sigma_y$ ' yı uygulayarak

$$T\Psi_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \begin{pmatrix} -f_i^+(z, r_\perp) e^{i(-\Omega_i - \frac{1}{2})\varphi} \\ f_i^+(z, r_\perp) e^{i(-\Omega_i + \frac{1}{2})\varphi} \\ i g_i^-(z, r_\perp) e^{i(-\Omega_i - \frac{1}{2})\varphi} \\ -i g_i^+(z, r_\perp) e^{i(-\Omega_i + \frac{1}{2})\varphi} \end{pmatrix} \chi_i(t) \quad (89)$$

aynı enerjili zaman tersinir çözüme sahip oluruz.

$$\Psi_{\bar{i}} = T\Psi_i \equiv \{-f_i^-, f_i^+, g_i^-, -g_i^+, -\Omega_i\}. \quad (90)$$

Zaman tersinir simetrlili çekirdek için  $i$  ve  $\bar{i}$  iki zaman terslenmiş durumlarının yoğunluklarına katkılar özdeştir. Bu nedenle yoğunlukları şu şekilde buluruz.

$$\rho_{s,v} = 2 \sum_{i>0} n_i \{ (|f_i^+|^2 + |f_i^-|^2) \mp (|g_i^+|^2 + |g_i^-|^2) \} \quad (91)$$

ve benzer şekilde  $\rho_3$  ve  $\rho_c$ 'ler bulunur.  $n_i$  doluluk ( occupancies ) olasılığı olmak üzere sadece artı  $\Omega_i$  değerli durumlar üzerinden toplam alınır. Silindirik koordinatlarda Klein-Gordon denklemi yazıldığında  $\phi = \sigma, \omega^0, \rho^0$  ve  $A^0$  alanları için bu yoğunluklar kaynak terimleri olurlar:

$$\left( -\frac{1}{r} \partial_{r_\perp} r_\perp \partial_{r_\perp} - \partial_z^2 + m_\phi^2 \right) \phi(z, r_\perp) = s_\phi(z, r_\perp) \quad (92)$$

Burada aşağıdaki gibi verilen  $S_\phi$  homojen olmayan kısımlardır.

$$S_\phi(z, r_\perp) = \left\{ \begin{array}{ll} -g_\sigma \rho_s(z, r_\perp) - g_2 \sigma^2(z, r_\perp) - g_3 \sigma^3(z, r_\perp) & \sigma - \text{alanı için} \\ g_\omega \rho_v(z, r_\perp) & \omega - \text{alanı için} \\ g_\rho \rho_3(z, r_\perp) & \rho - \text{alanı için} \\ e \rho_c(z, r_\perp) & \text{Coulomb alanı için} \end{array} \right\} \quad (93)$$

### 1.5.2. Temel Genişleme Metodu

Deforme çekirdek için RMF denklemlerinin çözümü temel genişleme metoduyla elde edilebilir. Metod ve notasyonun detayları (Gambhir vd., 1990 ve Lwin, 2004) tarafından ele alındığı şekliyle verilmiştir. Eksenel simetrik durum için, denklem (83)'deki spinorlar silindiriksel simetrisinin öz fonksiyonları cinsinden genişletirler, örneğin eksenel deforme salınıcı potansiyel

$$V_{\text{salınıcı}}(z, r_\perp) = \frac{1}{2} M \omega_z^2 z^2 + \frac{1}{2} M \omega_\perp^2 r_\perp^2 \quad (94)$$

ile verilir. Bunun enerji özdeğerleri denklem (17)'de tartışıldığı gibi üç kuantum sayısı içerir.

Hacim korunumunu uygulayarak  $\omega_\perp$  ve  $\omega_z$  iki salınıcı frekansları  $\beta_0$  deformasyon parametresi cinsinden ifade edilebilirler:

$$\omega_z = \omega_0 e^{\left(-\sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta_0\right)} \quad \text{ve} \quad \omega_\perp = \omega_0 e^{\left(+\frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta_0\right)} \quad (95)$$

Bunlar harmonik salınıcı sabitlerine  $b_\perp$  ve  $b_z$  ile denklem (96)'daki gibi ilişkilidirler.

$$b_z = \sqrt{\frac{\hbar}{M \omega_z}} \quad \text{ve} \quad b_\perp = \sqrt{\frac{\hbar}{M \omega_\perp}}. \quad (96)$$

Kısım (1.3.2.1.)'de tartışıldığı gibi denklem (95)' in hacim korunum koşulu  $b_\perp^2 b_z = b_0^3$  'ı veya  $\omega_x \omega_y \omega_z = \omega_0^3 = \text{sbt}$  'i sağladığına dikkat çekmek gerekir. Temel fonksiyonlar şimdi  $\hbar \omega_0 = 41A^{-1/3}$  ve  $\beta_0$  ile tanımlanırlar.

Silindirik koordinat uzayında harmonik salınıcı öz fonksiyonun açık formu şudur:



$$\Phi_\alpha(z, r_\perp, \varphi, s, t) = \Phi_{n_z}(z)\Phi_{n_r}(r_\perp)\Phi_{m_l}(\varphi)\chi_{m_s}(s)\chi_{t_a}(t) \quad (97)$$

$$\text{ile } \alpha = |n_z, n_r, m_l, m_s\rangle$$

ve

$$\Phi_{n_z}(z) = \frac{N_{n_z}}{\sqrt{b_z}} H_{n_z}(\xi) e^{-\frac{\xi^2}{2}}, \quad (98)$$

$$\Phi_{n_r}^{m_l}(r_\perp) = \frac{N_{n_r}^{m_l}}{b_\perp} \sqrt{2} \eta^{\frac{m_l}{2}} L_{n_r}^{m_l}(\eta) e^{-\frac{\eta}{2}}, \quad (99)$$

$$\Phi_{m_l}(\varphi) = \frac{N_{n_z}}{\sqrt{2\pi}} e^{im_l\varphi} \quad (100)$$

dir. Yardımcı değişkenlerle,

$$\xi = z/b_z, \quad \eta = r_\perp^2/b_\perp^2 \quad (101)$$

$H_n(z)$  ve  $L_n^m(\eta)$  sırasıyla Hermite ve assosiyel Laguerre polinomlarıdır (Abramowitz vd. 1970).  $N_{n_z}$  ve  $N_{n_r}^{m_l}$  nicelikleri aşağıdaki ifadeyle verilen normalizasyon sabitleridir.

$$N_{n_z} = \frac{1}{\sqrt{2^{n_z} n_z! \sqrt{\pi}}} \quad \text{ve} \quad N_{n_r}^{m_l} = \sqrt{\frac{n_r!}{(n_r + m_l)!}}. \quad (102)$$

Bu temel fonksiyonlarla, denklem (5.2)'deki spinorlar şu şekilde genişlerler.

$$\psi_i(\vec{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \begin{pmatrix} f_i^\pm(\vec{r}, s) \\ i g_i^\pm(\vec{r}, s) \end{pmatrix} \chi_{t_i}(t) = \begin{pmatrix} \sum_{\alpha}^{\alpha_{max}} f_{\alpha}^i \Phi_{\alpha}(\vec{r}, s) \\ \sum_{\tilde{\alpha}}^{\tilde{\alpha}_{max}} g_{\tilde{\alpha}}^i \Phi_{\tilde{\alpha}}(\vec{r}, s) \end{pmatrix} \chi_{t_i}(t). \quad (103)$$

Yukarıdaki denklemde,  $\alpha_{max}$  ve  $\tilde{\alpha}_{max}$  kuantum sayıları şöyle seçilirler, yani  $N = n_z + 2n_r + m_l$  büyük kuantum sayılarına karşılık gelen büyük bileşen  $f^+$ 'nin genişlemesi için  $N_F(N_{max}=N_F)$ 'den büyük değildir ve küçük bileşen  $g^+$ 'nin genişlemesi için  $N_F + 1$  ( $\tilde{N}_{max} = N_F + 1$ ) 'den büyük değildir.

Temel genişleme metodu ile Dirac denklemlerini (84-87) çözmek için, aşağıdaki gibi önce bu denklemleri matris formunda ifade ederiz.

$$\begin{bmatrix} (M^* + V) & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & (\frac{\partial}{\partial r_\perp} + \frac{\Omega+1/2}{r_\perp}) \\ 0 & (M^* + V) & (\frac{\partial}{\partial r_\perp} - \frac{\Omega+1/2}{r_\perp}) & -\frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial z} & (\frac{\partial}{\partial r_\perp} + \frac{\Omega+1/2}{r_\perp}) & (M^* - V) & 0 \\ (\frac{\partial}{\partial r_\perp} - \frac{\Omega+1/2}{r_\perp}) & -\frac{\partial}{\partial z} & 0 & (M^* - V) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_i^+ \\ f_i^- \\ g_i^+ \\ g_i^- \end{bmatrix} = \varepsilon_i \begin{bmatrix} f_i^+ \\ f_i^- \\ -g_i^+ \\ -g_i^- \end{bmatrix} \quad (104)$$

Yukarıda verilen denklem (104)' de her 2x2 matrisi A, B, C ve D (D=B) olarak adlandırırız.

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_i^\pm \\ g_i^\pm \end{pmatrix} = \Sigma i \begin{pmatrix} f_i^\pm \\ g_i^\pm \end{pmatrix}$$

Üst kısmın matris çarpımı şunu verir:

$$A|\Sigma_\alpha^{\alpha_{max}} f_\alpha^i \Phi_\alpha(\vec{r}, s) \rangle + B|\Sigma_{\tilde{\alpha}}^{\tilde{\alpha}_{max}} g_{\tilde{\alpha}}^i \Phi_{\tilde{\alpha}}(\vec{r}, s) \rangle = \varepsilon_i |\Sigma_\alpha^{\alpha_{max}} f_\alpha^i \Phi_\alpha(\vec{r}, s) \rangle. \quad (105)$$

Soldan  $\langle \Phi_{\alpha'}(\vec{r}, s) |$ 'li skaler çarpanı işleme koyarsak denklem (106)'yı elde ederiz:

$$\langle \Phi_{\alpha'}(\vec{r}, s) | A |\Sigma_\alpha^{\alpha_{max}} f_\alpha^i \Phi_\alpha(\vec{r}, s) \rangle + \langle \Phi_{\alpha'}(\vec{r}, s) | B |\Sigma_{\tilde{\alpha}}^{\tilde{\alpha}_{max}} g_{\tilde{\alpha}}^i \Phi_{\tilde{\alpha}}(\vec{r}, s) \rangle = \varepsilon_i f_{\alpha'}^i \quad (106)$$

Denklem (106)'nın sol tarafındaki birinci terim aşağıda verildiği gibi hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} 1. \text{ terim} &= \sum_\alpha \frac{1}{2\pi} \int dz 2\pi r dr d\varphi \phi_{n_z'}(z) \phi_{n_z'}^{m_l'}(r_\perp) \frac{e^{-im_l'\varphi}}{\sqrt{2\pi}} \chi_{m_l'}^+ [M^*(z, r_\perp) + V(z, r_\perp)] \\ &\times \phi_{n_z}(z) \phi_{n_r}^{m_l}(r_\perp) \frac{e^{im_l\varphi}}{\sqrt{2\pi}} \chi_{m_l} f_\alpha^i. \end{aligned} \quad (107)$$

Denklem (98)-(100)'ü yukarıdaki denklemde yerine koyarak ve (108) ile (109) da verilen eşitlikleri kullanarak:

$$2\pi \int r dr = \int \pi b^2 d\eta \quad \text{ve} \quad (108)$$

$$\int dz = \int b_z d\xi, \quad (109)$$

Şunu elde ederiz:

$$1. \text{ terim} = \sum_{\alpha} N_{n_z'} N_{n_z} N_{n_r'}^{m_l} N_{n_r}^{m_l} \delta_{m_l' m_l} \delta_{m_s' m_s} \int d\xi e^{-\xi^2} H_{n_z'}(\xi) H_{n_z}(\xi) \int d\eta e^{-\eta} \eta^{m_l} L_{n_r'}^{m_l}(\eta) L_{n_r}^{m_l}(\eta) \times [M^*(b_{\xi}\xi, b\sqrt{\eta}) + V(b_{\xi}\xi, b\sqrt{\eta})] f_{\alpha}^i . \quad (110)$$

Sonra, denklem (105)'ün sol tarafındaki ikinci terim matris formuna sahiptir.

$$2. \text{ terim} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\Omega + \frac{1}{2}}{r} \\ \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\Omega + \frac{1}{2}}{r} & \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum_{\alpha}^{\tilde{\alpha}_{max}} g_{\tilde{\alpha}}^i \Phi_{\tilde{\alpha}}(\vec{r}, s) \\ \sum_{\alpha}^{\tilde{\alpha}_{max}} g_{\tilde{\alpha}}'^i \Phi_{\tilde{\alpha}}(\vec{r}, s) \end{pmatrix} \quad (111)$$

Burada farklı indis spin yukarı ve spin aşağı spinor için kullanılır. Denklem (111)'e  $\langle \Phi_{\alpha'}(\vec{r}, s) |$  'li skaler çarpanı işleme koyarak, spin yukarı için çarpım durumu

$$\sum_{\alpha}^{\tilde{\alpha}_{max}} \int d\vec{r} \Phi_{\alpha'}(\vec{r}) g_{\tilde{\alpha}}^i \frac{\partial}{\partial z} \Phi_{\tilde{\alpha}}(\vec{r}) + \sum_{\alpha}^{\tilde{\alpha}_{max}} \int d\vec{r} \Phi_{\alpha'}(\vec{r}) g_{\tilde{\alpha}}'^i \left( \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\Omega + \frac{1}{2}}{r} \right) \Phi_{\tilde{\alpha}}(\vec{r}) \quad (112)$$

ve spin aşağı için çarpım durumu,

$$\sum_{\alpha}^{\tilde{\alpha}_{max}} \int d\vec{r} \Phi_{\alpha'}(\vec{r}) g_{\tilde{\alpha}}^i \left( \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\Omega + \frac{1}{2}}{r} \right) \Phi_{\tilde{\alpha}}(\vec{r}) - \sum_{\alpha}^{\tilde{\alpha}_{max}} \int d\vec{r} \Phi_{\alpha'}(\vec{r}) g_{\tilde{\alpha}}'^i \frac{\partial}{\partial z} \Phi_{\tilde{\alpha}}(\vec{r}). \quad (113)$$

ifadesini elde ederiz. Eğer denklem (112) ve (113)'teki  $\frac{\partial}{\partial z}$  terimlerini göz önüne alırsak, işareti spin yukarı durum için artı ve spin aşağı durum için eksidir. Böylece z-bileşeninin işareti  $(-)^{\frac{1}{2}-m_s}$  olarak tanımlanabilir. Sonra, denklem (109)'u kullanarak bu denklemlerde z-bağımlı kısmı ve takip eden denklem (114), (115) ve (116) bağıntılarını

$$\frac{\partial}{\partial z} = \sqrt{\frac{m\omega_z}{2\hbar}} (\hat{a} - \hat{a}^+) = \frac{1}{\sqrt{2}b_z} (\hat{a} - \hat{a}^+) \quad (114)$$

$$\hat{a}\varphi_n = \sqrt{n}\varphi_{n-1} , \hat{a}^+\varphi_n = \sqrt{n+1}\varphi_{n+1} \quad (115)$$

assosiye Laguarre polinomları için çözeriz.

$$\int_0^\infty e^{-x} x^m L_{n'}^m(x) L_n^m(x) dx = \frac{(n+m)!}{n!} \delta_{nn'}. \quad (116)$$

Denklem (112) ve (113)'nin z-koordinat kısmının integralini elde ederiz:

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha}^{\tilde{\alpha}max} \int d\vec{r} \Phi_{\alpha'}(\vec{r}) g_{\tilde{\alpha}}^i \frac{\partial}{\partial z} \Phi_{\tilde{\alpha}}(\vec{r}) = (-1)^{1/2-m_s} \delta_{m'_s m_s} \delta_{m'_l m_l} \frac{1}{b_z} \left( \sqrt{\frac{n_z}{2}} \delta_{n'_z n_z-1} - \right. \\ \left. \sqrt{\frac{n'_z}{2}} \delta_{n'_z n_z+1} \right) \end{aligned} \quad (117)$$

Denklem (112) ve (113)'ün  $\left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\Omega+1/2}{r}\right)$  ve  $\left(\frac{\partial}{\partial r} - \frac{\Omega+1/2}{r}\right)$  kısımları şu şekilde yazılırlar.

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha}^{\tilde{\alpha}max} \int \delta_{m'_s m_s+1} \int \pi b_{\perp}^2 d\eta dz \Phi_{n'_z}(z) \Phi_{n_r}^{m'_l}(r_{\perp}) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im'_l \phi} g_{\tilde{\alpha}}^i \\ \left( \frac{\partial}{\partial r_{\perp}} + \frac{\Omega+1/2}{r_{\perp}} \right) \phi_{n_z}(z) \Phi_{n_r}^{m_l}(r_{\perp}) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im_l \phi} \\ + \sum_{\alpha}^{\tilde{\alpha}max} \int \delta_{m'_s m_s-1} \int \pi b_{\perp}^2 d\eta dz \Phi_{n'_z}(z) \Phi_{n_r}^{m'_l}(r_{\perp}) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-im'_l \phi} g_{\tilde{\alpha}}^i \\ \left( \frac{\partial}{\partial r_{\perp}} - \frac{\Omega+1/2}{r_{\perp}} \right) \phi_{n_z}(z) \Phi_{n_r}^{m_l}(r_{\perp}) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im_l \phi} \end{aligned} \quad (118)$$

Sonra, matris elemanlarını değerlendirmek için, türevler sayesinde tanımlanan  $\tilde{L}_{n_r}^{m_l}$  ve  $\tilde{H}_{n_z}$  polinomlarına ihtiyaç duyarız.

$$\partial_z \Phi_{n_z}(z) = \frac{N_{n_z}}{b_z^{3/2}} \tilde{H}_{n_z}(\xi) e^{-\xi^2/2} \quad (119)$$

$$\partial_{r_{\perp}} \Phi_{n_r}^{m_l}(r_{\perp}) = \frac{N_{n_r}^{m_l}}{b_{r_{\perp}}^2} \sqrt{2} \eta^{(m_l-1)/2} \tilde{L}_{n_r}^{m_l}(\eta) e^{-\eta/2} \quad (120)$$

Burada,

$$\tilde{H}_{n_z}(\xi) = \xi H_{n_z}(\xi) - H_{n_z-1}(\xi) \quad (121)$$

$$\tilde{L}_{n_r}^{m_l}(\eta) = (2n_r + m_l - \eta)L_{n_r}^{m_l}(\eta) - 2(n_r + m_l)L_{n_r-1}^{m_l}(\eta) \quad (122)$$

dir.

Denklem (120)' yi kullanarak, denklem (118) in  $\left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\Omega+1/2}{r}\right)$  ve  $\left(\frac{\partial}{\partial r} - \frac{\Omega+1/2}{r}\right)$  kısımlarını şu şekilde elde ederiz:

$$\begin{aligned} & \delta_{m'_s m_s+1} \delta_{m'_l m_l-1} \delta_{n'_z n_z} \frac{N_{n'_z}^{m'_l} N_{n_r}^{m_l}}{b_\perp} \int_0^\infty d\eta e^{-\eta} \eta^{(m'_l+m_l-1)/2} L_{n'_r}^{m'_l}(\eta) [\tilde{L}_{n_r}^{m_l}(\eta) + m'_l L_{n_r}^{m_l}(\eta)] g_{\tilde{\alpha}}^i \\ & + \delta_{m'_s m_s+1} \delta_{m'_l m_l+1} \delta_{n'_z n_z} \frac{N_{n'_z}^{m'_l} N_{n_r}^{m_l}}{b_\perp} \int_0^\infty d\eta e^{-\eta} \eta^{(m'_l+m_l-1)/2} L_{n'_r}^{m'_l}(\eta) [\tilde{L}_{n_r}^{m_l}(\eta) - \\ & m_l L_{n_r}^{m_l}(\eta)] g_{\tilde{\alpha}}^i \end{aligned} \quad (123)$$

Denklem (104) ün alt matrisinin, matris çarpanı benzer sonuçlar verdiğiinden, Dirac denkleminin  $\alpha_{max}$  ve  $\tilde{\alpha}_{max}$  boyutunun kompleks matris köşegenleştirme problemine indirgeniğini buluruz.

$$\begin{pmatrix} A_{\alpha,\alpha'} & B_{\alpha,\tilde{\alpha}'} \\ B_{\tilde{\alpha},\alpha'} & -C_{\alpha,\tilde{\alpha}'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{\alpha'}^i \\ g_{\tilde{\alpha}'}^i \end{pmatrix} = \varepsilon_i \begin{pmatrix} f_{\alpha}^i \\ g_{\tilde{\alpha}}^i \end{pmatrix} \quad (124)$$

Şimdi matris elemanlarını şu şekilde yazabiliriz.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A_{\alpha,\alpha'} \\ C_{\tilde{\alpha},\tilde{\alpha}'} \end{pmatrix} &= \sum_{\alpha} N_{n'_z} N_{n_z} N_{n'_r}^{m'_l} N_{n_r}^{m_l} \delta_{m'_l m_l} \delta_{m'_s m_s} \int d\xi e^{-\xi^2} H_{n'_z}(\xi) H_{n_z}(\xi) \\ &\times \int d\eta e^{-\eta} \eta^{m_l} L_{n'_r}^{m'_l}(\eta) L_{n_r}^{m_l}(\eta) [M^*(b_\xi \xi, b\sqrt{\eta}) \pm V(b_\xi \xi, b\sqrt{\eta})] \end{aligned} \quad (125)$$

$$B_{\alpha\alpha'} = (-1)^{\frac{1}{2}-m_s} \delta_{m'_s m_s} \delta_{m'_l m_l} \delta_{n'_r n_r} \frac{1}{b_z} \left( \sqrt{\frac{n_z}{2}} \delta_{n'_z n_z-1} - \sqrt{\frac{n'_z}{2}} \delta_{n'_z n_z+1} \right) \quad (126)$$

$$\begin{aligned} & \delta_{m'_s m_s+1} \delta_{m'_l m_l-1} \delta_{n'_z n_z} \frac{N_{n'_r}^{m'_l} N_{n_r}^{m_l}}{b_\perp} \int_0^\infty d\eta e^{-\eta} \eta^{(m'_l+m_l-1)/2} L_{n'_r}^{m'_l}(\eta) (\tilde{L}_{n_r}^{m_l}(\eta) + m'_l L_{n_r}^{m_l}(\eta)) \\ & + \delta_{m'_s m_s+1} \delta_{m'_l m_l+1} \delta_{n'_z n_z} \frac{N_{n'_r}^{m'_l} N_{n_r}^{m_l}}{b_\perp} \int_0^\infty d\eta e^{-\eta} \eta^{(m'_l+m_l-1)/2} L_{n'_r}^{m'_l}(\eta) (\tilde{L}_{n_r}^{m_l}(\eta) - m_l L_{n_r}^{m_l}(\eta)). \end{aligned}$$

Yukarıdaki köşegenleştirmeden bileşke spinorları kullanarak, yoğunluk matrisleri spinor dalga fonksiyonunun genişleme katsayıları cinsinden ifade edilebilir.

$$\begin{aligned}\rho_{\alpha'\alpha}^{s,v} &= 2 \sum_{i>0} n_i (f_{\alpha}^i f_{\alpha'}^i \mp g_{\alpha}^i g_{\alpha'}^i) \\ \rho_{\alpha\alpha'}^3 &= 2 \sum_{i>0} n_i t_i (f_{\alpha}^i f_{\alpha'}^i + g_{\alpha}^i g_{\alpha'}^i) \\ \rho_{\alpha\alpha'}^c &= 2 \sum_{i>0} n_i \left(\frac{1-t_i}{2}\right) (f_{\alpha}^i f_{\alpha'}^i + g_{\alpha}^i g_{\alpha'}^i)\end{aligned}\quad (127)$$

Burada proton ve nötron için izospin  $t_i = \pm 1/2$  'dir. Koordinat uzayında, yoğunluk matrisleri denklem (128) ile verilir:

$$\rho_{s,v}(z, r_{\perp}) = \frac{1}{b_0^3} \frac{1}{\pi} e^{-\xi^2 - \eta}$$

$$x \sum_{\alpha\alpha'} \rho_{\alpha\alpha'}^{s,v} \delta_{m'_l m_l} \delta_{m'_s m_s} N_{n'_z} N_{n_z} H_{n'_z}(\xi) H_{n_z}(\xi) N_{n'_r}^{m'_l} N_{n_r}^{m_l} \eta^{m_l} L_{n'_r}^{m'_l}(\eta) L_{n_r}^{m_l}(\eta) \quad (128)$$

$\rho^3$  ve  $\rho^c$  benzer şekilde elde edilebilir.

Bir sonraki adım aynı temel genişleme metodu ile Klein-Gordon denklemini çözmektir. Bozon alanlarını ele almada, sıfır yörünge momentumlu salınıcı fonksiyonları kullanırız. Burada, bilgisayar hesaplamaları ve nümerik uygunluk için, aynı deformasyon parametresi  $\beta_0$  ve aynı salınıcı uzunluğu  $b_0$  denklem (95) ve (96)'da olduğu gibi kullanıldı.

Sonra mezon alanları şu şekilde verilir:

$$\Phi(z, r_{\perp}) = \sum_{n_z n_r}^{N_b} \Phi_{n_z n_r} \Phi_{n_z}(z) \Phi_{n_r}(r_{\perp}). \quad (129)$$

ile

$$\Phi_{n_z} = \frac{N_{n_z}}{\sqrt{b_z}} e^{-\xi^2/2} H_{n_z}(\xi) \text{ ve } \Phi_{n_r}(r_{\perp}) = \frac{\sqrt{2}}{b_{\perp}} N_{n_r}^0 L_{n_r}^0(\eta) e^{-\eta/2} \quad (130)$$

Yukarıdaki dalga fonksiyonlarını Klein-Gordon denklemi (92)'de yerleştirerek, homojen olmayan lineer denklemlerin setini elde ederiz:

$$\sum_{n'_z n'_r}^{N_B} H_{n_z n_r n'_z n'_r} \Phi_{n'_z n'_r} = S_{n_z n_r}^{\Phi} \quad (131)$$

matris elemanlarıyla,

$$\begin{aligned} H_{n_z n_r n'_z n'_r} &= \delta_{n'_z n_z} \delta_{n'_r n_r} \left( \frac{1}{b_z} \left( n_z + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{b_1^2} (2n_r + 1) + m_0^2 \right) \\ &\quad - \frac{1}{2b_z^2} \delta_{n'_r n_r} \left( \sqrt{(n'_z + 1)n_z} \delta_{n'_z n_z - 2} - \sqrt{n'_z(n_z + 1)} \delta_{n'_z n_z + 2} \right) \\ &\quad + \frac{1}{b_1^2} \delta_{n'_z n_z} (n_r \delta_{n'_r n_r - 1} + n'_r \delta_{n'_r n_r + 1}) \end{aligned} \quad (132)$$

Klein-Gordon denklemini çözmeye, müteakip bağıntı ve Laguerre fonksiyonlarının [denklemler(116)] ortogonalite özellikleri, çözümü oldukça basitleştirir:

$$\left\langle \Phi_{n'_z} \left| \frac{\partial}{\partial z} \right| \Phi_{n_z} \right\rangle = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} (\sqrt{n_z} \delta_{n'_z n_z - 1} - \sqrt{n_z + 1} \delta_{n'_z n_z + 1}) \quad (133)$$

Coulomb alanı için, Coulomb kuvvetinin sonsuz erimli karakterinden dolayı, salınıcı fonksiyonlarının sonlu seti sayesinde (genişleme ile) Coulomb alanı için denklemleri çözemeyiz. Bu, (Vautherin,1973) tarafından ifade edildiği gibi ele alınır. Coulomb alanı  $V_c(\vec{r})$  şu şekilde yazılabilir:

$$V_c(\vec{r}) = e^2 \int d^3 r' \frac{\rho_p(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (134)$$

Burada  $\rho_p(\vec{r}')$  proton yoğunluğudur.

$$\nabla_{\vec{r}}^2 |\vec{r} - \vec{r}'| = \frac{2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (135)$$

bağıntısını kullanarak integrali alındığında.

$$V_c(\vec{r}) = \frac{e^2}{2} \int d^3 r' |\vec{r} - \vec{r}'| \nabla^2 \rho_p(\vec{r}'). \quad (136)$$

elde edilir. Bu yolla, denklem (84)'den denklem(87)'ya kadar ve denklem(92) mezon ve nükleon denklemleri kısım (1.4.3)'de ifade edildiği gibi iterasyon yoluyla çözülür. Bu çözümden, toplam bağlanma enerjisi, çapın beklenen değeri, kuadrupol moment ve hegzadekupol momentler gibi fiziksel nicelikleri hesaplayabiliriz. Zaman tersinir simetrlili ve çiftlenimli mevcut durumda, toplam bağlanma enerjisi şu şekilde verilir:

$$E = E_{tek\ parçacık} + E_{\sigma} + E_{\omega} + E_{\rho} + E_c + E_{çiftlenim} + E_{KM} - AM \quad (137)$$

Burada toplam E enerjisinin farklı katkıları aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

Nükleonların tek-parçacık enerjisi:

$$E_{tek\ parçacık} = \sum_i n_i \int d^3r \Psi_i^+ \{ -\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta M^* + V(\vec{r}) \} \Psi_i = \sum_i n_i \varepsilon_i. \quad (138)$$

ve mezon alanlarının ve Coulomb alanının katkıları:

$$\begin{aligned} E_{\sigma} &= \int d^3r \left\{ \frac{1}{2} (\nabla \sigma)^2 + U(\sigma) \right\} \\ &= -\frac{1}{2} \left( g_{\sigma} \int d^3r \rho_s(\vec{r}) \sigma(\vec{r}) + \int d^3r \left\{ \frac{2}{3} g_2 \sigma(\vec{r})^3 + \frac{1}{2} g_2 \sigma(\vec{r})^4 \right\} \right) \end{aligned} \quad (139)$$

$$E_{\omega} = - \int d^3r \left\{ \frac{1}{2} (\nabla \omega^0)^2 + \frac{1}{2} m_{\omega}^2 \omega^{02} \right\} = -\frac{g_{\omega}}{2} \int d^3r \rho_v(\vec{r}) \omega^0(\vec{r}) \quad (140)$$

$$E_{\rho} = - \int d^3r \left\{ \frac{1}{2} (\nabla \rho^0)^2 + \frac{1}{2} m_{\rho}^2 \rho^{02} \right\} = -\frac{g_{\rho}}{2} \int d^3r \rho_3(\vec{r}) \rho^0(\vec{r}) \quad (141)$$

$$E_c = - \int d^3r \frac{1}{2} (\nabla A^0)^2 = -\frac{e^2}{8\pi} \iint d^3r \rho_c(\vec{r}) A^0(\vec{r}) \quad (142)$$

ile verilir. Çiftlenim enerjisi:

$$E_{çiftlenim} = -\Delta \sum_i \sqrt{v_i^2 (1 - v_i^2)} = -\Delta \sum_i u_i v_i. \quad (143)$$

$$E_{KM} = -\frac{3}{4} \hbar \omega_0 = -\frac{3}{4} 41A^{-1/3} \quad (144)$$



Denklem(144) kütle merkezi hareketinin kesin enerjisine relativistik olmayan yaklaşımdır ve denklem (137)' de son terim  $AM'$  dir, nükleon sayısı  $A$  ile serbest nükleon kütlesi  $M'$ 'nin çarpımı sadece etkin bağlanmayı vermek için çıkarılır.

Nötron, proton ve nükleer maddenin kök ortalama kare (rms) çapı doğrudan vektör yoğunluk dağılımından çıkarılabilir.

$$\langle r_i^2 \rangle^{1/2} = \left( \frac{\int \rho_i r^2 d\vec{r}}{\int \rho_i d\vec{r}} \right)^{1/2} = \left( \frac{\int \rho_v^{(i)} r^2 d\vec{r}}{\int \rho_v^{(i)} d\vec{r}} \right)^{1/2} \quad (145)$$

Burada  $i=n, p$  indisi, karşılık gelen nötron ve proton yoğunluk dağılımını gösterir. Madde çapı (toplam rms çapı) şu şekilde hesaplanır:

$$\sqrt{\langle r_{rms}^2 \rangle} = \sqrt{\frac{Z\langle r_p^2 \rangle + N\langle r_n^2 \rangle}{A}} \quad (146)$$

Burada  $Z$  ve  $N$  protonların ve nötronların sayısıdır.

Yük yarıçapı denklem (146)' daki formülü kullanarak hesaplanır:

$$r_c = \sqrt{r_p^2 + 0.64} \quad (fm). \quad (147)$$

Yukarıdaki denklemde 0,64 faktörü protonların sonlu boyut etkilerinden kaynaklanır. Kuadrupol  $Q_{n,p}$  ve hegzadekupol  $H_{n,p}$  momentler aşağıdaki ifadeler kullanılarak hesaplanır.

Kartezyen kuadrupol moment,

$$Q_{n,p} = \langle 2Z^2 - x^2 - y^2 \rangle_{n,p} = \frac{\int d\vec{r} \rho_v(\vec{r})(2Z^2 - x^2 - y^2)}{\int d\vec{r} \rho_v(\vec{r})} \quad (148)$$

İlişkili küresel kuadrupol moment  $Q_{20}$ , denklem(149)'de gösterildiği şekilde bağlıdır.

$$Q_{n,p} = \sqrt{16\pi/5} Q_{20}, \quad Q_{20} = r^2 Y_{20} \text{ ile,} \quad (149)$$

Tekrar, hegzadekupol moment;

$$H_{n,p} = \langle 8z^4 - 24z^2(x^2 + y^2) + 3(x^2 + y^2) \rangle_{n,p}$$

$$H_{n,p} = 8\sqrt{\frac{16\pi}{9}} Q_{40}, \text{ ile } Q_{40} = r^4 Y_{40} . \quad (150)$$

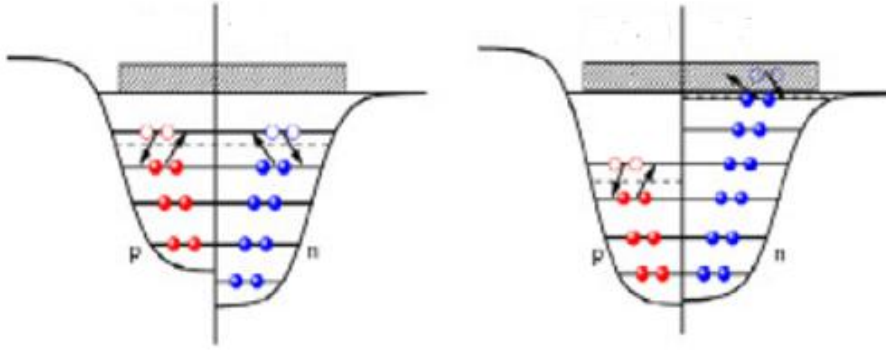
Geleneksel deformasyon parametresi  $\beta$  denklem (151) aracılığıyla hesaplanmış kuadrupol momentlerden elde edilir.

$$Q = Q_n + Q_p = \sqrt{\frac{16\pi}{5} \frac{3}{4\pi}} AR_0^2 \beta \quad R_0 = 1.2A^{1/3} \quad (151)$$

### 1.5.3. Çiftlenim Korelasyonları

Özellikle periyodik tablonun ağır kütle bölgesi için çekirdek yapısının tanımlanmasında, çiftlenim açık-kabuk çekirdek üzerinde önemli etkiye sahiptir. Çiftlenim korelasyonu çekirdekteki deformasyonun niceliksel anlatımı için önemlidir. Çiftlenimin, deforme RMF yaklaşımını (Patra, 1993) kullanan hafif çekirdeğin şekillerini incelemek için önemli olduğu ortaya çıkarıldı. Bu kısımda, şu anki hesaplarda kullanılan çiftlenim korelasyonu için BCS yaklaşımını kısaca gözden geçireceğiz.

Hartree-Fock yaklaşımında, taban-durum özellikleri taban durumdan Fermi seviyesine kadar olan tek-parçacık seviyeleri doldurularak tasvir edilebilir. Her bir tek-parçacık seviyelerinin işgal olasılığı ya 0 ya da 1'dir. Çiftlenim etkileşiminin varlığında, nükleonların çifti Fermi yüzeyi aşağısından yukarı seviyelerine kadar yerleşebilirler. Böylece, açık kabuk çekirdek için, sıfırdan bire uzanan işgal olasılıklarıyla ilgilenilmelidir. Kararlı çekirdek için, çiftlenim aralığı deneysel tek-çift kütle farkından belirlenebilir. Diğer taraftan, drip line yaklaşıldığında, örneğin protonların ve nötronların sayısı arttığında, karşılık gelen Fermi seviyesi sıfıra ve uygun yukarı seviyelerin sayısına yaklaşır. Bu, açıkça, Şekil 8 de gösterildiği gibi azalır. Normalde kararlı çekirdekte son dolu nükleon 8 MeV bağlanma enerjisine sahiptir, aksine bu drip line çekirdekte eşiğe yakındır. Böylece egzotik çekirdek çiftlenim korelasyonu süreklilikte ileri geri saçılma değerlik nükleonuna imkan sağlar.



Şekil 8. Kararlı ve Drip line çekirdeğin çiftlenim korelasyonundaki farklılık için şematik bir gösterim

### 1.5.3.1. RMF Teorisinde Kullanılan BCS Yaklaşımı

Çiftlenim korelasyonları nükleon-nükleon etkileşiminin kısa-menzilli olmasından kaynaklanır. Orijinal olarak 1957'de Bardeen, Cooper ve Schrieffer tarafından metallerde süperiletkenliği açıklamak için geliştirildi (Bardeen, 1957). Formalizm,  $k$  ve  $-k$  durumlarının çiftleri üzerinden toplam sayesinde sıfır açısız momentuma iki fermiyonun çiftlenimine dayanır, bu  $k$  durumları her birine zaman-tersinir operasyon ile bağlıdır. Burada,  $k$  asıl eksen üzerine açısız momentum izdüşümüdür ve  $-k$ ,  $k$ 'nın zaman terslenmiş durumudur. Önce, aşağıdaki çiftlenim Hamiltoniyenini göz önüne alalım,

$$\hat{H} = \sum_k \varepsilon_k^0 \hat{a}_k^+ \hat{a}_k + \sum_{kk' > 0} \langle k, -k | V | k', -k' \rangle \hat{a}_k^+ \hat{a}_{-k}^+ \hat{a}_{-k'} \hat{a}_{k'} \quad (152)$$

Burada birinci terim saf tek-parçacık Hamiltoniyen ve ikinci terim  $k$  ve  $-k$  durumları üzerine etkiyen artık etkileşmedir.  $\hat{a}_k^+$  ve  $\hat{a}_{-k}^+$  her bir durum için yaratma işlemcisidir. İkinci terimde,  $k > 0$  üzerinden toplam, sadece artı iz düşüm toplamını ifade eder. Çiftlenim potansiyelinin matris elemanı basitlik için sabit matris elemanı  $-G$  olduğunu varsayalım. Sonra Hamiltoniyen şu hali alır:

$$\hat{H} = \sum_k \varepsilon_k^0 \hat{a}_k^+ \hat{a}_k - G \sum_{kk' > 0} \hat{a}_k^+ \hat{a}_{-k}^+ \hat{a}_{-k'} \hat{a}_{k'} \quad (153)$$

Bu hamiltoniyenin taban durum dalga fonksiyonu yaklaşık olarak, farklı parçacık sayısı durumlarının süper pozisyonunu olarak ele alınıp elde edilebilir.

$$|BCS\rangle = \prod_{k > 0}^{\infty} (u_k + v_k \hat{a}_k^+ \hat{a}_{-k}^+) |0\rangle \quad (154)$$

Bu dalga fonksiyonlarında, tek-parçacık seviyelerinin (k,-k) her bir çifti  $|v_k^2|$  olasılığıyla işgal edilir ve  $|u_k^2|$  olasılığıyla işgal edilmez.  $v_k$  ve  $u_k$  parametreleri varyasyon ilkesi aracılığıyla belirlenecektir ve bunların gerçek sayılar olduğu varsayılır. BCS dalga fonksiyonunun normalizasyon koşulu denklem(155)' i gerektirir.

$$u_k^2 + v_k^2 = 1. \quad (155)$$

BCS durumu aşağıdaki verilen parçacık sayısı işlemcisinin öz durumu değildir;

$$\hat{N} = \sum_{k>0} (\hat{a}_k^+ \hat{a}_k + \hat{a}_{-k}^+ \hat{a}_{-k}). \quad (156)$$

Sadece parçacık sayısı operatörünün beklenen değeri denklem(157)' de verilen,

$$\langle BCS | \hat{N} | BCS \rangle = \sum_{k>0} 2v_k^2 = N \quad (157)$$

dir. Burada N sistemin parçacık sayısıdır.

$|BCS\rangle$ ,  $\hat{N}$ 'nin öz durumu olmadığından, örneğin bu , parçacıkların kesin sayısını içermez,  $v_k$  ve  $u_k$  'ları belirlemek için parçacık sayısına kısıtlama getirerek varyasyon prensibini kullanmak zorundayız.

$$\hat{H}' = \hat{H} - \lambda \hat{N}. \quad (158)$$

Lagranjiyen çarpanı  $\lambda$ , denklem (157) koşulu sayesinde saptanır. Bu, kimyasal potansiyel veya Fermi enerjisi olarak adlandırılır. Çünkü parçacık sayısının artmasıyla  $E = \langle BCS | H | BCS \rangle$  enerjisinin artışı şimdi  $\lambda = \frac{dE}{dN}$  'dir.

Sonra,  $v_k$  'ya göre varyasyon koşulu sınırlanmış Hamiltoniyenin beklenen değeri için, denklem (158) göz önüne alınır.

$$\frac{\partial}{\partial v_k} \langle BCS | \hat{H} - \lambda \hat{N} | BCS \rangle = 0 \quad (159)$$

Bu, her bir çiftlenmiş durumun işgal olasılığını verir:

$$v_k^2 = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\varepsilon_k}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2}} \right), \quad u_k^2 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\varepsilon_k}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2}} \right) \quad (160)$$

Burada  $\varepsilon_k = \varepsilon_k^0 - \lambda$  kısaltmasını kullandık ve çiftlenim aralığı

$$\Delta = G \sum_{k' > 0} u_{k'} v_{k'} \quad (161)$$

Denklem (160)'ı, denklem (161)'in içine koyarak elde ettiğimiz denklem (162) boşluk (gap) denklemi olarak adlandırılır.

$$\Delta = \frac{G}{2} \sum_{k > 0} \frac{\Delta}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2}}. \quad (162)$$

Bu denklem  $G$ 'nin bilinen değerleri ve  $\varepsilon_k^0$  tek-parçacık enerjileri kullanılarak iteratif bir yolla çözülebilir. Sistemin enerjisi Hamiltoniyenin beklenen değeri olarak hesaplanabilir,

$$\begin{aligned} E &= \langle BCS | \hat{H} | BCS \rangle \\ &= 2 \sum_{k > 0} v_k^2 \varepsilon_k - G (\sum_{k, k' > 0} u_k v_k)^2 \\ &= 2 \sum_{k > 0} v_k^2 \varepsilon_k - \frac{\Delta^2}{G} \end{aligned} \quad (163)$$

Burada  $-\Delta^2/G$  çiftlenim enerjisi olarak adlandırılır ve şu şekilde yazılır:

$$\begin{aligned} E_{\text{çiftlenim}} &= -G (\sum_{k > 0} u_k v_k)^2 \\ &= -\Delta \sum_{k > 0} u_k v_k \\ &= -\Delta \sum_{k > 0} \sqrt{v_k^2 (1 - v_k^2)}. \end{aligned} \quad (164)$$

Denklem (78)-(81) ve (91) de gösterildiği gibi yoğunluklar işgal sayısı  $n_k = v_k^2$  içine dahil edilirler.

Sabit boşluk (gap) yaklaşımında,  $\Delta$  parametresi ölçülmüş tek-çift kütle farkından elde edilir. Eğer deneysel kütlelere ulaşamıyorsa, herhangi bir uygun kütle formülü kullanarak verilen kütlelerin ekstrapolasyonundan elde edilebilir. Örneğin;

$$\Delta_n = \frac{4.8}{N^{1/3}}, \Delta_p = \frac{4.8}{Z^{1/3}} \quad \text{veya} \quad \Delta_{n,p} = \frac{12}{A^{1/2}} \quad (165)$$

Yukarıda bahsedildiği gibi, sabit boşluk (gap) yaklaşımı BCS formalizmi çiftlenim korelasyonlarını hesaba katmak için RMF hesaplarına kolayca uygulanabilir.  $\beta$ - kararlılık çizgisinden çok uzak olmayan çekirdek için, bu süreç basittir ve kullanışlıdır. Nitekim nötron-zengini veya drip line yakın proton-zengini çekirdek için, Fermi seviyesi sıfıra yaklaşır ve model bağlı durumlar ve sürekli durumlar arasında çiftlenimin kesin tasvirini sağlamaz. Bu durumda, konum bağlı çiftlenim aralığı  $\Delta_i$  kullanılmalıdır. Buna örnek olarak Geng vd., 2003 ve Geng vd., 2004 verilebilir.

#### 1.5.4. RMF Parametre Setleri

Denklem (64) ile verilen Lagranjiyen yoğunluğunda,  $m_\sigma, m_\omega, m_\rho$  mezon kütleleri ve  $g_\sigma, g_\omega, g_\rho$  mezon-nükleon çiftlenim sabitleridir. Mezon alanlarının lineer olmayan öz-çiftlenimleri göz önüne alınmadılar. Bunlar, nükleer maddenin özelliklerine ve bazı çift-çift sihirli çekirdeğe uyarlanarak belirlenir. Bunlar parametre setleri olarak adlandırılır.

RMF teorisi için var olan etkin etkileşmelerin arasında, en sık kullanılanlar NL1, NLSH, TM1 ve mezonların lineer olmayan özünü-çiftlenimli NL3 parametre setleridir. Tablo 2' de bazı standart parametre setleri gösterilmektedir. TM1 ve TM2 parametre setleri ağır çekirdeğin ( $A > 40$ ; TM1) ve hafif çekirdeğin ( $A < 40$ ; TM2) (Sugahara vd., 1994) taban durum özelliklerini tasvir etmek için keşfedildi. Diğer parametre seti TMA (Sugahara vd., 1995) geniş kütle merkezinde deneysel veriye uyarlamak için sunuldu. Bu parametre setinin önemli özelliği kendi kütle bağımlılığıdır. Bu kütle bağımlılığı hafif kütle bölgesinden süper-ağır çekirdeğe nükleer özellikleri niceliksel olarak türetmek içindir.

Tablo 2. NL1, NLSH, NL3 Lagrangian parametreleri, nükleer maddenin özellikleri  $\rho$  (baryon yoğunluğu) ile birlikte, E/A (parçacık başına bağlanma enerjisi), K (nükleer sıkıştırılabilirlik), J (asimetri parametresi),  $m^*/m$  (etkin kütle).

	NL3	NL1	NLSH
M (MeV)	939	938	939
$m_\sigma$ (MeV)	508.194	492.250	526.059
$m_\omega$ (MeV)	782.501	783.000	783.000
$m_\rho$ (MeV)	763.000	763.000	763.000
$g_\sigma$	10.217	10.138	10.4444
$g_\omega$	12.868	13.285	12.945
$g_\rho$	4.474	4.976	4.383
$g_2(fm^{-1})$	-10.431	-12.172	-6.9099
$g_3$	-28.885	-36.265	-15.8337
Nükleer madde özellikleri			
$\rho_0(fm^{-1})$	0.148	0.153	0.146
E/A (MeV)	-16.299	-16.488	-16.346
K (MeV)	271.76	211.29	355.36
J (MeV)	37.4	43.7	36.1
$m^*/m$	0.60	0.57	0.60

NL1 parametre seti kararlılık çizgisi civarındaki çekirdek için makul iyi sonuçlar sağlamaktadır (Reinhard vd., 1986). Nitekim yarı-denel değere kıyasla NL1 'in oldukça büyük asimetri enerjisi  $J \approx 44MeV$  nedeniyle, NL1 kararlı çizgiden uzak çekirdeğin iyi

tasvirini sağlamaz. Bu sorun, NLSH kuvveti kullanılarak çözüldü. Bu sayede  $\rho$ - mezon çiftlenim sabiti ve böylece asimetri enerjisi yarı-denel değere oldukça yakın getirildi. NLSH parametre seti  $\beta$ - kararlılık çizgisinden çok uzak egzotik çekirdek için iyi sonuçlar sağlar (Danysz vd., 1953).

Diğer taraftan, NL3 (Lalazissis vd., 1997) parametre seti bütün kütle bölgesinde nükleer özelliklerin tasviri için oldukça başarılı diğer bir parametre setidir. Bu parametre seti orijinal lineer-olmayan parametre seti NL1 'den elde edilmiştir. Kütlelerin rms sapmalarını azaltarak, NL3'ün deneysel taban durum nükleer özelliklerle mükemmel uyum sağladığı ve NL1 ve NLSH'den daha gelişmiş sonuçlar sağlayabildiği bulundu. Bu nedenle bu parametre setleriyle elde edilen RMF modelinin teorik sonuçlarını kıyaslamak oldukça ilginçtir.



## 2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

### 2.1.Giriş

Relativistik ortalama alan çatısı altında aksenel deforme çift-çift çekirdeğin taban durum özelliklerinin hesaplanması için Ring ve arkadaşları tarafından (Ring vd., 1997) bir Fortran programı geliştirilmiştir. Bu yaklaşımda çiftlenmiş kısmi diferansiyellerin seti öz uyumlu bir şekilde çözülmektedir. Öz-uyumlu alanlarda hareket eden nükleonlar için Dirac denklemi ve mezon alanları ile elektromagnetik alan için Klein-Gordon denklemi ki bu alanların kaynakları nükleonların tespit edilmiş skaler ve vektörel yoğunluklarıdır. Bu amaç doğrultusunda mezon alanlarında olduğu gibi Dirac spinorları silindirik koordinatlarda anizotropik salıncı dalga fonksiyonları cinsinden genişler. Bu, Dirac denklemlerinin çözümü için matris köşegenleştirmesini ve mezon alanları için homojen olmayan matris denkleminin çözümünü gerektirir. Coulomb alanının tespiti için Green fonksiyonu kullanılır.

#### 2.1.1. Programın Özeti

Programın başlığı: RMFAXIAL.f

Katalog tanımlayıcı: ADFR

Programın elde edilebildiği yer: CPC Program Library, Queen's University of Belfast, N. Ireland

Lisans Hükümü: Yok

Program için tasarlanan ve programın kullanıldığı bilgisayar: Herhangi Unix work-station veya mainframe veya PC.

Programın test edildiği sistemler: UNIX, VMS veya MS-DOS

Kullanılan program dili: Fortran 77

Dağılım Formatı: ASCII

### 2.1.2. Fiziksel Programın Doğası

Relativistik ortalama alan teorisi (RMF), (Serot vd., 1986; Seort, 1992) kararlılık çizgisinden uzak çekirdekleri kapsayan bütün periyodik tabloya yayılan sonlu çekirdeğin taban durum özelliklerini ve nükleer madde özelliklerini doğru bir şekilde tanımlamada oldukça başarılıdır (Gambhir vd., 1990; Sharma vd., 1993a; Sharma vd., 1993b; Sharma vd., 1994; Lalazissis vd., 1995; Lalazissis vd., 1996 ve Ring, 1996). Nükleonik ve mezonik serbestlik dereceleri relativistik ortalama alan çatısı altında açıkça dahil edilir. Sonuç olarak nükleer doyum ve doğru spin-yörünge ayrışması kendiliğinden ortaya çıkar. Başlarda RMF teorisi küresel çekirdeğin özelliklerinin betimlenmesinde başarılı bir şekilde uygulanmıştır. Çekirdeklerin çoğu deforme olduğu için RMF denklemlerinin çözümünün genelleştirilmesi bu durum için gereklidir ki bu önemli bir iştir. Bu nedenle, aksel deforme çekirdeğin taban durum özelliklerinin hesaplanması için uygun olan bu bilgisayar programı RMF denklemlerini çözmek için geliştirildi (Pannert vd., 1987; Gambhir vd., 1988). Bu program geliştirilmiş sürümdür ve de PC'ler için uyumludur.

### 2.1.3. Çözüm Metodu

RMF teorisi bu nükleonlar için potansiyel terimli Dirac denklemi ve mezonlar ile fotonlar için kaynaklı Klein-Gordon tipi çiftlenmiş denklemler setini öz-uyumlu bir şekilde çözmeyi gerektirir. Bu amaç doğrultusunda iyi-test edilmiş temel genişleme metodu kullanılır (Vautherin, 1973). Burada kullanılan tabanla anizotropik (eksenel simetrik) harmonik salınıcı potansiyel sayesinde oluşturulur. Nükleon spinorlarının üst ve alt bileşenleri, baryon akımları ve yoğunluklarında olduğu gibi alanlar bu tabanlarda ayrı bir şekilde genişler. Büyük salınıcı kabuk kuantum sayısının kesin sonlu değerine kadar olan bütün konfigürasyonları dahil etmek için genişleme kesilir. Bu genişleme metodunda Dirac denkleminin çözümü simetrik matris köşegenleştirme problemine indirgenir, diğer taraftan Klein-Gordon denkleminin çözümü homojen-olmayan denklemler setine indirgenir. Çözüm, bütün ilgili taban durum nükleer özelliklerin hesaplandığı spinor alanlarını ve nükleon akım ile yoğunluklarını ( alanların kaynaklarını ) sağlar.

#### 2.1.4. Problemin Karmaşıklığı Üzerine Sınırlamalar

Zaman tersinirliği değişmezliğinin kullanımı ve yük korunumu nedeniyle şu an ki program sürümü çift-çift çekirdeğe uygulanabilir. Zaman tersinirliği kırılması nedeniyle kaynaklanan ilave akımları birleştirerek tek kütle çekirdeğini kapsayan genel durumlar için program modifiye edilebilir.

#### 2.1.5. Tipik Çalışma Zamanı

Genişlemede dikkate alınan kabuk sayısına ve bilgisayarın genel durumuna bağlı olarak bir dakikadan birkaç saate kadar değişebilir. Çalışma zamanı, eğer salıncı kabuklarının sayısı büyük alınırsa, oldukça artar (örneğin, kabuk sayısı 20 olarak alınırsa).

#### 2.2.1. Taban Durum Özelliklerinin Hesaplanması

Bu program, kararlılık çizgisinden çok uzak çekirdeği de kapsayan bütün periyodik tabloya yayılan aksel deforme çift-çift çekirdeğin taban durum özelliklerini hesaplamak için kullanılabilir

Sayısal hesaplar için, aşağıdaki giriş bilgilerine gerek duyulur.

*i)* Denklem (1) de verilen Lagrangian da görülen baryon ile mezon kütleleri ve nükleonlarla mezon alanlarının çiftlenim sabitleri.

*ii)*  $N_F$  ve  $N_B$  salıncı kabukların sayısı, örneğin Dirac spinorları ( Fermiyon dalga fonksiyonları), mezon alanları (serbestlik bozonik derecelerini açıklayan ), ve böylece de yoğunluklara kadar olan kesilme, büyük salıncı kabuk kuantum sayılarına genişler.

*iii)* Dirac spinorlarının ve alanların genişlemesi için kullanılan  $\hbar\omega_o$  ve  $\beta_o$  temel parametreler. (Gambhir vd., 1990) ı izleyerek, fermiyonlar için  $\hbar\omega_o = 41A^{-1/3}$  ve  $\beta_o$  herhangi makul bir değer olarak alınabilir ( tercihen deneysel değere yakın olan ).

Daha önce bahsedildiği üzere, karşılık gelen deformasyon parametresinde olduğu gibi mezon alanlarının (ve yoğunluklar) genişlemesi için salıncı boyut parametresi karşılık gelen Fermiyon parametrelerinininkine özdeş olarak uyarlanır. Bu, hesapları basitleştirir ve ilave parametreler eklenmesi gereksiniminden kurtarır.

Tablo 3. NL-SH kuvvetinin parametreleri. Bütün kütleler Mev cinsindedir,  $g_2$  ise  $\text{fm}^{-1}$  cinsinden. Diğer çiftlenim sabitleri boyutsuzdur

M=939.0	$m_\sigma=526.069$	$m_\omega=783.0$	$m_\rho=763.0$
	$g_\sigma=10.444$	$g_\omega=12.945$	$g_\rho=4.383$
	$g_2=-6.9099$	$g_3=-15.8337$	

Örnekleme için (Ring vd.,1997)  $A=70$  'den  $A=110$ 'a kadar uzanan geniş bir kütle numarası bölgesinde Sr izotoplarının taban durum özelliklerinin (Lalazissis vd., 1995) hesaplarının sonuçları verilmiştir. Hesaplamalar, kararlılık çizgisinin (Sharma vd., 1993b) her iki yanında da iyi sonuçlar sağlayan NL-SH Lagrangian parametre setini kullanarak, elde edildi. Bu parametre seti Tablo 3. de listelenmektedir.

Genişlemede hesaba katılan kabukların sayısı fermiyonlar için 12 bozonlar için 20'dir ( $N_F = N_B = 20$ ). Yakınsama için 14 fermiyon kabuğu ele alındığında dikkat çekmek gerekir. Toplam enerjinin dışında bu iki setin sonuçları arasında herhangi farkın mevcut olmadığı gözlemlendi. Bu gözlem ağır çekirdekler için de tutar. Bu nedenle, toplam bağlanma enerjisinin mutlak değerine ilgi duyulmadığı takdirde, pratik çözümlerde 12 fermiyon kabuklarını göz önüne almak yeterlidir. Sadece Süper-ağır çekirdekler çalışılacağı zaman, kabuk sayısının yüksek tutulması zorunludur.

Açık kabuk çekirdek için, çiftlenim bu programda BCS formalizminin kullanılmasıyla eklendi. BCS hesaplarında, komşu çekirdeğin yarı-denel parçacık ayrışma enerjilerinden (Audi vd., 1993) alınan sabit çiftlenim aralıkları kullanılır.

### 2.3.1. Program Yapısı

Bu bilgisayar kodu iki dosyadan ve Fortran programından oluşur: DIZ.PAR ve DIZ.DAT. DIZ.PAR dosyası boyutlar ile ilgili bilgileri içerir, hesaba katılan salınıcı kabukların sayısına bağlıdır. DIZ.PAR'ın standart biçimi fermiyonlar için 12, bozonlar için 20 kabuktur ( $N_F=N_B=20$ ). DIZ20.PAR dosyası fermiyon salınıcı kabuklarının ( $N_F \leq 20$  ve  $N_B \leq 20$ ) büyük sayılı hesapları için karşılık gelen bilgiyi içerir. DIZ.DAT giriş dosyası hesaplanan özel durumla ilgili gerekli bilgiyi sağlar. Program iteratif olarak çalışır. Üç iterasyondan sonra kullanıcı bir sonraki iterasyonda eski alanlara karıştırılan yeni

alanların ne kadar genişleyeceğini belirleyen  $x_{mix}$  parametre değerini ve iterasyonların giriş sayısını sağlamak zorundadır.

$$\phi_{n+1}(\mathbf{r}) = x_{mix}\phi(\mathbf{r}) + (1 - x_{mix})\phi_n(\mathbf{r})$$

Örnek olarak  $maxit=100$  iterasyonu ve  $x_{mix}=0.3$  değeri için, kullanıcı 0.3 'den sonra 100 yazmalıdır. İterasyon esnasında  $X_{mix}$  parametresi otomatik olarak değişirse, 100 yerine -100  $maxit$  vermek zorundadır.  $Maxit=0$  iterasyonu aniden durdurur ve programın sonuçları ve alanları DIZ.OUT ve DIZ.WEL dosyalarına yazmasını sağlar. Ana program DIZ, veriyi okuyan ve işlemi gerçekleştiren çeşitli alt yolları çağırır. Operasyon esas itibariyle iki kısımdan oluşur. DIZ.DAT'ı kullanan birinci kısım programı başlatır, konuyla ilgili bilgileri üretir ve baş harflerini yazar. Bu, alt yolları PREP, READER, START, DEFAULT ve GAUSS 'ları kullanır. Ana kısım ikinci kısımdır ve birinci kısım ile temin edilen başlangıç bilgisini kullanarak bütün işlemi gerçekleştirir.

İteratif süreç ITER alt yolu sayesinde başarılıdır. Birinci iterasyonda bu, alanların başlangıç tahmini değerleri ile hesaplanan potansiyel terimleri kullanarak Dirac denklemini çözer. Çözümler (Dirac spinorları) Klein-Gordon denklemlerini çözümede kullanılan kaynakları hesaplamak için kullanılır. Bu çözümler Dirac denkleminin çözümü için bir sonraki iterasyonda kullanılır. Bu süreç arzu edilen doğruluğun yakınsaması elde edilinceye kadar sürer. Bu operasyonda ITER POTGH, DIRAC, FIELD, OCCUP, DENSIT, EXPECT gibi çeşitli alt yolları çağırır. Çıktı dosyası ( DIZ.OUT) RESU ve INOUT 'da hazırlanır. Kullanıcıya, yakınsamayı elde ettikten sonra, bir kere daha programı koşturması tavsiye edilir. Bu çıktı dosyası DIZ.OUT 'u sıkıştıracaktır. DIZ.OUT dosyası çeşitli açıklamalar için belirgin başlıklar içerir. Kullanıcıya alt yolların farklı fonksiyonlarını ve aynı zamanda programın önemli adımlarında neler olduğunu anlamasına yardımcı olması için birkaç detaylı yorum bu programda farklı yerlerde sunulmaktadır.

Relativistik ortalama alan teorisinin bir uygulaması olarak, rmfaxial (Ring vd., 1997) bilgisayar programı NL-SH kuvveti kullanılarak çift-çift  $^{88-106}_{42}Mo$  çekirdeklerinin nükleon başına bağlanma enerjileri,  $\beta_2$  kuadrupol deformasyon parametresi, yük ve nötron kok (rms) yarıçapları,  $E_\sigma$ ,  $E_{\sigma nl}$ ,  $E_\omega$ ,  $E_\rho$ ,  $E_C$ ,  $E_{çift}$ ,  $E_{km}$ ,  $E_{toplama}$  enerjileri ve nötron, proton bir-parçacık kuadrupol momentleri hesaplandı (Bayram T. vd. 2010). Elde edilen sonuçların deneysel verilerle ve diğer yöntemlerle elde edilenlerle çok iyi bir uyum içinde olduğu görüldü.

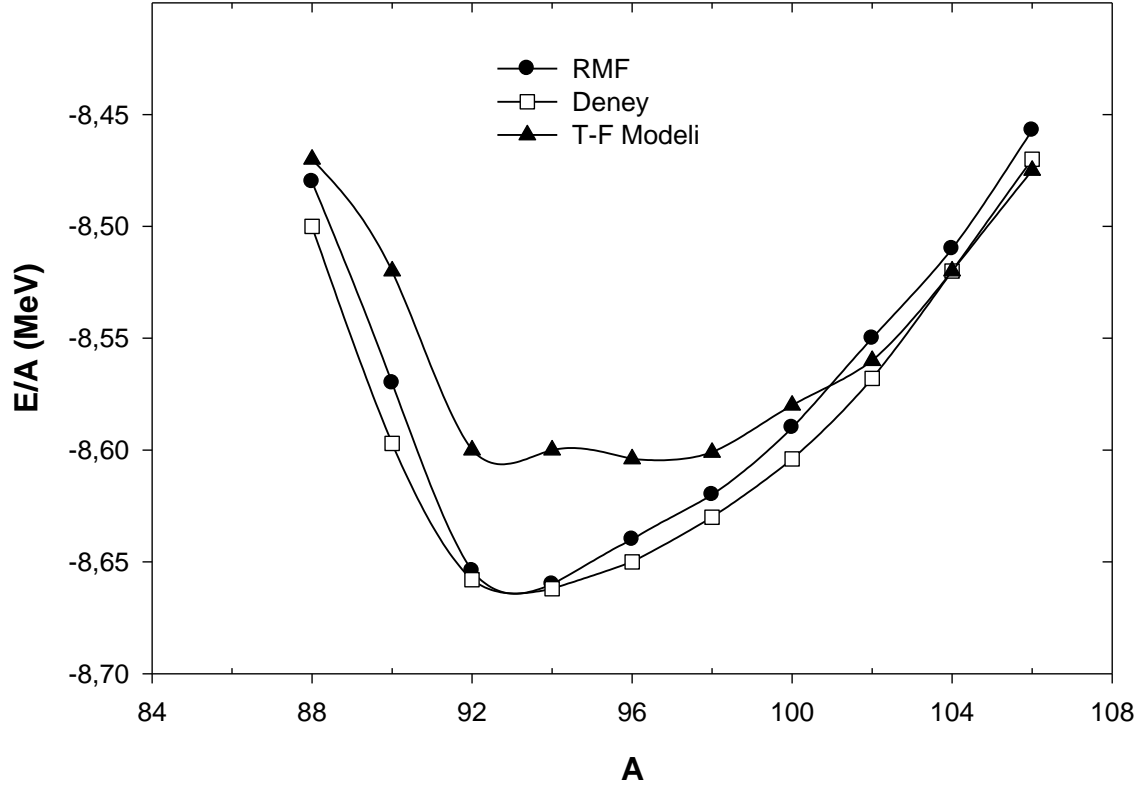
### 3. BULGULAR VE TARTIŞMA

#### 3.1. $^{88-106}_{42}Mo$ Çekirdeklerinin İncelenmesi

Bu çalışmada araştırılan molibden çekirdeklerinin proton sayısı 42 kütle numaraları  $A = 88-106$  arasında değişmektedir. Bütün bu izotoplar hem proton hem de nötron bakımından açık-kabuk çekirdekler olup böylece çiftlenim koşulunu sağlamaktadır. Parametre seti olarak NL-SH (Sharma,1993b) kullanıldı. Bu set pek çok çekirdeğin taban durum özellikleri için çok başarılı sonuçlar vermektedir. Dikkate alınan kabuk sayısı  $N_F$  fermiyonik ve  $N_B$  bozonik açılım için sırasıyla 12 ve 20 dir. Hesaplamalarda kullanılan  $\hbar\omega$  ve  $\beta_0$  baz parametreleri sırasıyla  $41A^{-1/3}$  ve 0.0 alındı. İncelenen Mo çekirdekleri için Saxon-Woods başlangıç dalga fonksiyonları kullanıldı.

Nükleer taban durum özelliklerini hesaplamakta kullanılan çok sayıda parametre seti (Ring, 1996) bulunmaktadır.

Molibden çekirdeklerinin nükleon başına bağlanma enerjisi ( $E/A$ ) şekil 9.'da gösterilmektedir. Hesaplanan değerler, Thomas-Fermi (T-F) modeli (Aboussir vd., 1995) ve deneysel değerlerle karşılaştırıldığında iyi bir uyumun olduğu görülmektedir. Özellikle hesaplanan değerlerle deneysel değerler hemen hemen örtüşmektedir. Nükleon başına bağlanma enerjisindeki minimum, relativistik ortalama alan (RMF) teorisinde  $N = 50$  sihirli nötron sayısında gözlemlendi. Hesaplanan RMF bağlanma enerjileri deneysel değerlere (Audi ve Wapstra, 1993) çok iyi uyum gösterdi.



Şekil 9.  $^{88-106}_{42}\text{Mo}$  çekirdekleri için nükleon başına bağlanan enerjilerinin  $A$  kütle numarası ile değişimi.

Tablo 4.  $^{88-106}_{42}Mo$  çekirdekleri için nükleon başına bağlanan enerjileri.

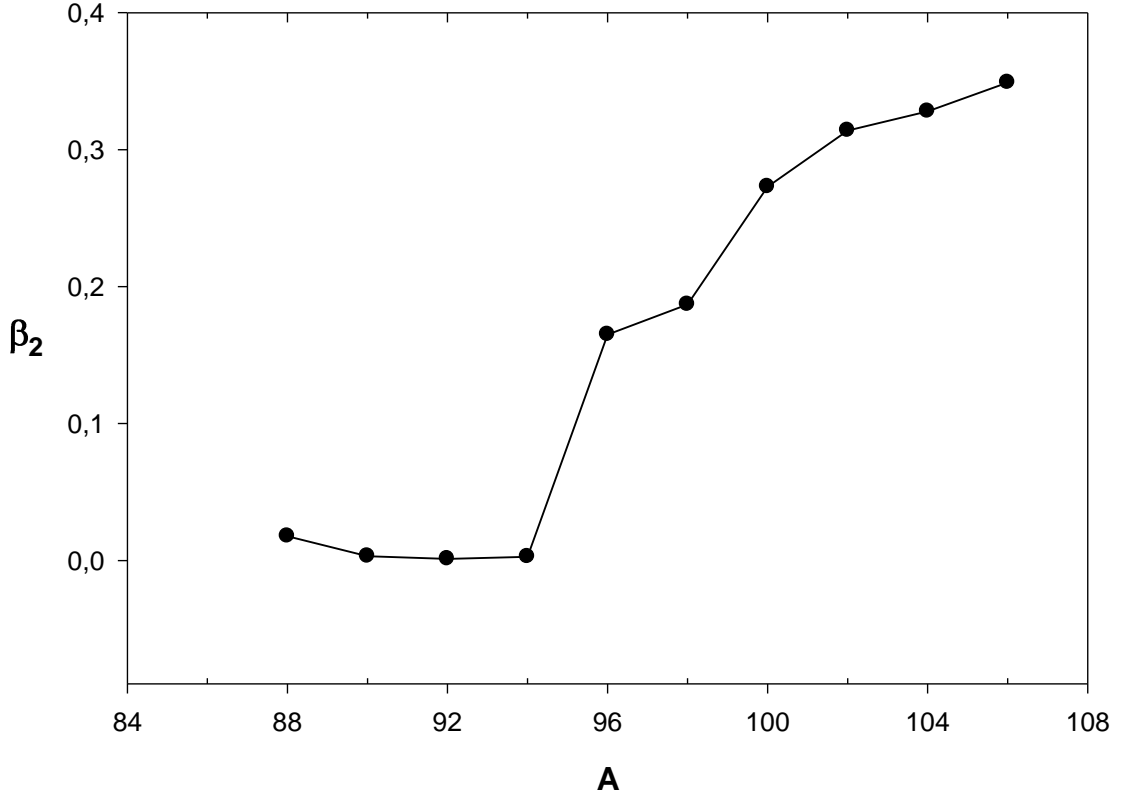
A	RMF	Deney	T-F modeli
88	-8.4800	-8.5000	-8.4700
90	-8.5700	-8.5970	-8.5200
92	-8.6540	-8.6580	-8.6000
94	-8.6600	-8.6620	-8.6000
96	-8.6400	-8.6500	-8.6040
98	-8.6200	-8.6300	-8.6010
100	-8.5900	-8.6040	-8.5800
102	-8.5500	-8.5680	-8.5600
104	-8.5100	-8.5200	-8.5200
106	-8.4570	-8.4700	-8.4750

Şekil 10'da en-düşük enerjiye karşılık gelen nükleer şekil için  $\beta_2$  kuadrupol deformasyon parametresi verildi. Molibdenin hafif izotoplarında  $\beta_2$ 'nin sifira yakın olduğu görüldü. Bu, böylesi çekirdeklerin N = 50 sihirli sayı civarında küresel oldukları anlamına gelmektedir. Bu sihirli sayının üstündeki çekirdekler prolata biçimindedir.

Tablo 5.  $^{88-106}_{42}Mo$  çekirdekleri için hesaplanan ve deneysel  $\beta_2$  kuadrupol deformasyon parametreleri.

A	$\beta_2$	Deney (Raman vd.,1987)
88	0.0178	---
90	$3.2 \times 10^{-3}$	---
92	$1.2 \times 10^{-3}$	---
94	$2.8 \times 10^{-3}$	---
96	0.165	0.165
98	0.187	0.180
100	0.237	0.230
102	0.314	0.320
104	0.328	0.320
106	0.349	0.320



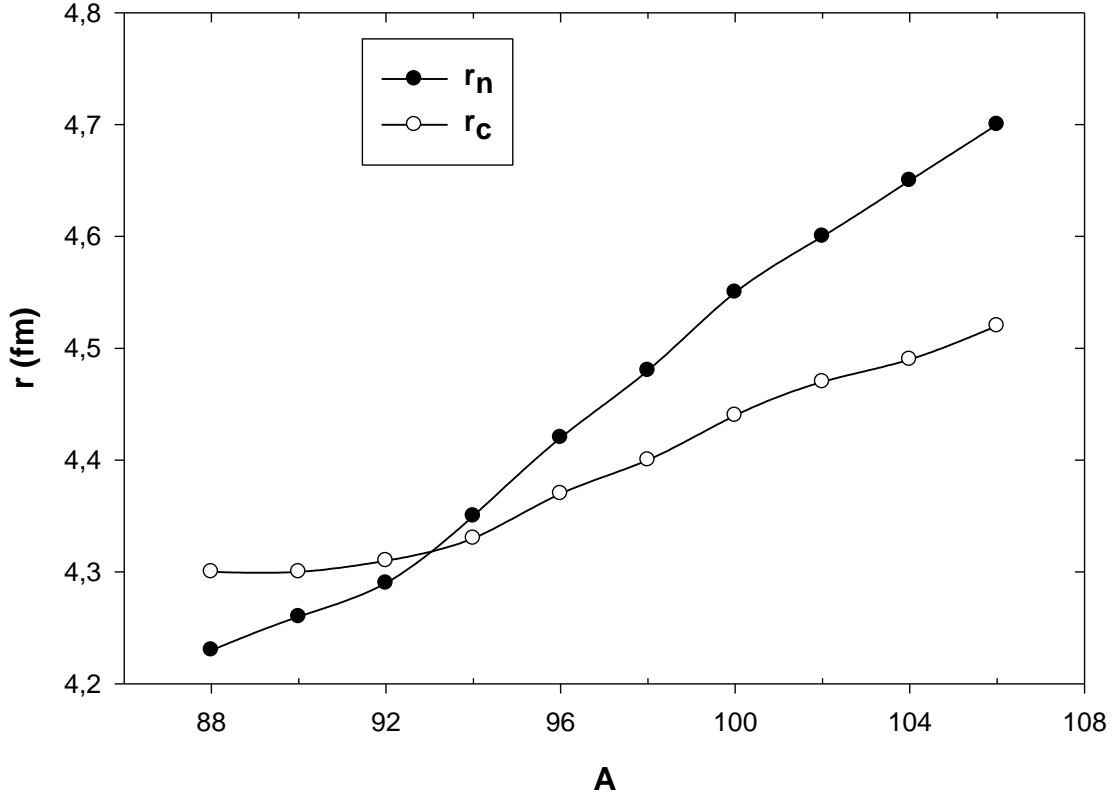


Şekil 10.  $^{88-106}_{42}\text{Mo}$  çekirdekleri için  $\beta_2$  kuadrupol deformasyon parametresinin A kütle numarası ile değişimi.

Şekil 11’de incelediğimiz molibden çekirdeklerinin yük ve nötron kok (rms) yarıçap değerlerinin A kütle numarasına göre değişimi verildi. Hafif izotoplardan ağır izotoplara doğru giderken, yük yarıçapı, sihirli sayıdan itibaren, nötron yarıçapına göre azalan bir değişim göstermektedir. Yani daha hafif izotoplar daha ağır kapalı nötron tabakalı çekirdeklerden daha büyük yarıçapa sahiptir. Nötron yarıçapı yaklaşık 100 kütle numarasında yani kapalı nötron tabakasında bir çıkıntı yapmaktadır.

Tablo 6.  $^{88-106}_{42}Mo$  çekirdekleri için yük ve nötron kok (rms) yarıçap değerlerinin A kütle numarasına göre değişimi.

A	$r_n$	$r_c$	$r_c$ (Geng, 2005)	$r_n$ (Geng, 2005)
88	4.230	4.300	4.325	4.255
90	4.260	4.300	4.310	4.269
92	4.290	4.310	4.315	4.304
94	4.350	4.330	4.354	4.372
96	4.420	4.370	4.392	4.436
98	4.480	4.400	4.420	4.502
100	4.550	4.440	4.463	4.560
102	4.600	4.470	4.500	4.634
104	4.650	4.490	4.520	4.689
106	4.700	4.520	4.533	4.720



Şekil 11.  $^{88-106}_{42}\text{Mo}$  çekirdekleri için yük ve nötron kok (rms) yarıçap değerlerinin A kütle numarasına göre değişimi.

Tablo 7’de molibden çekirdekleri için hesaplanan bazı enerji değerleri verildi.

Tablo 8’de ise  $^{88-106}_{42}Mo$  çekirdekleri için hesaplanan nötron ve proton bir-parçacık kuadrupol değerleri karşılaştırmalı olarak verildi. Sonuçların genellikle uyumlu olduğu görüldü.

Tablo 7.  $^{88-106}_{42}Mo$  çekirdekleri için hesaplanan bazı enerji değerleri.

$E$ (MeV)	$E_{\sigma}$	$E_{\sigma nl}$	$E_{\omega}$	$E_{\rho}$	$E_C$	$E_{\text{çiftlenim}}$	$E_{K.M}$	$E_{\text{Toplam}}$
$^{88}Mo$	-12493.1	-236.88	10526.7	2.59	281.84	-12.63	-6.91	-744.06
$^{90}Mo$	-12897.9	-244.16	10869.5	5.02	281.53	-12.32	-6.86	-770.72
$^{92}Mo$	-13289.6	-251.12	11201.2	8.26	281.09	-11.39	-6.81	-796.16
$^{94}Mo$	-13489.6	-255.87	11365.1	11.79	279.68	-13.31	-6.76	-810.37
$^{96}Mo$	-13763.9	-261.53	11591.1	16.13	277.50	-12.48	-6.72	-827.34
$^{98}Mo$	-13969.7	-266.17	11759.3	20.87	275.99	-12.74	-6.67	-841.91
$^{100}Mo$	-14256.3	-271.56	11995.9	26.39	274.19	-12.48	-6.62	-857.76
$^{102}Mo$	-14536.5	-277.06	12225.7	32.57	272.82	-12.55	-6.58	-871.25
$^{104}Mo$	-14783.2	-282.20	12427.8	39.15	271.52	-12.75	-6.54	-884.11
$^{106}Mo$	-15017.1	-287.07	12619.2	46.06	270.18	-12.82	-6.49	-896.49

Tablo 8.  $^{88-106}_{42}\text{Mo}$  çekirdekleri için hesaplanan kuadrupol değerleri. \* değerleri (Lalazissis ve Raman,1999)'den alındı.

A	$Q_n(b)$	$Q_p(b)$	$Q(b)$	$Q_n(b)^*$	$Q_p(b)^*$
88	0.180	0.150	0.33	0.489	0.422
90	0.032	0.031	0.063	0.030	0.030
92	0.011	0.013	0.240	0.013	0.013
94	0.032	0.027	0.059	0.035	0.028
96	2.022	1.597	3.619	2.292	1.755
98	2.467	1.775	4.242	2.673	1.869
100	3.761	2.665	6.425	3.851	2.698
102	4.577	3.051	7.628	5.334	3.544
104	5.009	3.212	8.221	5.095	3.810
106	5.559	3.477	9.036	---	---

#### 4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Molibden izotoplarının nükleer yapısı uzun yıllardan beri değişik modeller (Tabaka modeli, Hartree-Fock-Bogoliubov metodu, IBM-1, Geometrik kolektif model, ...) altında incelenmektedir.

Bu çalışmada çift-çift molibden çekirdeklerinden 88-106 kütle numaralı olanların sistematik incelenmesi relativistik ortalama alan (RMF) teorisi çerçevesinde yapılmıştır. Böylece  $^{88-106}_{42}Mo$  çekirdeklerinin nükleon başına bağlanma enerjileri,  $\beta_2$  kuadrupol deformasyon parametresi, yük ve nötron kok (rms) yarıçapları, NL-SH kuvveti kullanılarak  $E_\sigma, E_{\sigma nl}, E_\omega, E_\rho, E_C, E_{çift.}, E_{km}, E_{toplam}$  enerjileri ve ayrıca n ve p bir-parçacık kuadrupol momentleri de hesaplandı. Elde edilen sonuçlar deneysel verilerle ve diğer yöntemlerle elde edilen sonuçlarla uyumludur.

İncelenen  $^{88-106}_{42}Mo$  çekirdeklerinin taban durum özelliklerinin deneysel verilerle uyum içinde olması kullanılan relativistik ortalama alan (RMF) teorisinin tutarlı olduğunu ve seçilen NL-SH kuvvetinin bu tür hesaplamalarda doğru değerler verdiğini göstermektedir.

Bu çalışmanın devamı olarak, molibden çekirdeklerinin RMF içinde başka parametre seti kullanılarak yeniden hesaplarının yapılması ve sonuçların karşılaştırılması yapılabilir.

## 5. KAYNAKLAR

- Aboussir Y., Pearson J.M. ve Dutta A.K., 1995. Nuclear Mass Formula Via An Approximation To The Hartree-Fock Method, Atomic Data and Nuclear Data Tables 61,127-176.
- Abramowitz M. ve Stegun I. A., 1970. Handbook of Mathematical Functions, Dower, New York.
- Arima, A. ve Iachello F., 1975. Collective Nuclear States As Representations Of A SU(6) Group, Phys. Rev. Lett. 35, 1069-1072.
- Arima, A. ve Iachello, F.,1976. Interacting Boson Model of Collective States: I. The Vibrational Limit, Annals of Physics (N.Y), 99, 253 – 317.
- Arima, A. ve Iachello, F.,1979. Interacting Boson Model Of Collective Nuclear States: IV. The O(6) Limit, Annals of Physics , N.Y. 123, 468-492.
- Arima, A. ve Iachello, F., 1978. Interacting Boson Model of Collective Nuclear States: II. The Rotational Limit, Annals of Physics (N.Y), 111, 201-238.
- Audi G. ve Wapstra A. H., 1993. The 1993 Atomic Mass Evaluation(I) Atomic Mass Table, Nucl. Phys. A 565, 1-65.
- Bardeen J., Cooper L. N. ve Schrieffer J. R., 1957. Theory of Superconductivity, Phys. Rev. 108, 1175-1204.
- Bayram T., Zengin Z., Demirci M. ve Yılmaz A.H., 2010. Investigation of some even-even Mo nuclei in relativistic mean field theory. Balkan Phys.Lett. 18, 118-125.
- Boguta J. ve Bodmer A. R., 1977. Relativistic Calculation of Nuclear Matter And The Nuclear Surface, Nucl. Phys. A, 292, 413-428
- Bohr B. R., Mottelson B. R. ve Pines D.,1958. Possible analogy between the excitation spectra of nuclei and those of the superconducting metallic state., Phys. Rev. 110, 936-938.
- Bohr, A. ve Mottelson, B.R., 1999 Nuclear Structure, Second Editon, World Scientific Publishing Co.Pte.Ltd., Singapore.
- Bonatsos, D., 1988. Interacting Boson Models of Nuclear Structure, Oxford University Press (N.Y.).
- Casten R. F., 2000. Nuclear Structure from a Simple Perspective, Oxford University.
- Das, A. ve Ferbel, T., 2005. Introduction To Nuclear And particle Physics, Second Editon, World Scientific Publishing Co.Pte.Ltd., Singapore.

- Eisenberg, M.J. ve Greiner, W., 1975. Nuclear Models, North-Holland Publ. Comp. Amsterdam.
- Gambhir Y. K. ve Ring P., 1988. Relativistic Description of Deformed Rare Earth Nuclei, Phys. Lett. B 202, 5-9
- Gambhir Y. K., Ring P. ve Thimet A., 1990. Relativistic Mean Field Theory For Finite Nuclei, Ann. Phys. (U.S.A) 198,Nucl. Phys. A 292, 132-179.
- Geng L., 2005. Ground State Properties of Finite Nuclei in RMF Model, Doktora Tezi,Osaka Üniversitesi, Japonya.
- Geng L., Toki H., Sugimoto S. ve Meng J., 2003. Relativistic Mean Field Theory For Deformed Nuclei with Pairing Correlations, Prog. Theo. Phys. 110, 5, 921-936.
- Geng L., Toki H., Sugimoto S. ve Meng J., 2004. Proton and Neutron Skins of Light, Nuclei Within The Relativistic Mean Field Theory, Nucl Phys. A 730, 80-94.
- Greiner W. ve Maruhn J. A.,1996. Nuclear Models, Springer-Verlag, New York.
- Iachello, F., Puddu, G., Scholten, O., Arima, A., Otsuka, T., 1979. A Calculation of Low-Lying Collective States in Even-Even Nuclei, Phys. Lett. B 89,1-4.
- Kuruoğlu, M., 2009 Çift-Çift  $^{88-116}_{44}Ru$  Çekirdeklerinin Etkileşen Bozon Modeli-2 ile İncelenmesi. Doktora Tezi. K.T.Ü., Fen-Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Küçükömeroğlu, B., 1992. Etkileşen Bozon Yaklaşıklığının U ve Dy İzotoplarına Uygulamaları, Doktora Tezi, K.T.Ü., Fen-Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Lalazissis G.A. ve Raman S., 1999. Ground-state properties of even-even nuclei in the relativistic mean field theory. Atomic Data and Nuclear Data Tables 71, 1-40.
- Lalazissis G. A., ve Sharma M. M.,1995. Ground-State Properties of Exotic Nuclei Near  $Z=40$  In The Relativistic Mean Field Theory, Nucl. Phys. A 586, 201-218.
- Lalazissis G. A., Sharma M. M. ve Ring P., 1996. Rare Earth Nuclei: Radii, Isotope-Shifts and Deformation Properties In the Relativistic Mean Field Theory, Nucl. Phys. A 597, 35-65.
- Lalazissis G. A., König J. ve Ring P., 1997. New Parametrization For The Lagrangian Density Of Relativistic Mean Field Theory, Phys. Rev. C, 55, 540-543.
- Lwin N. W.,2004 Study of Nuclear Structure Using Relativistic Mean Field Theory. Yüksek Lisans Tezi, Tohoku Üniversitesi, Japonya.
- Otsuka, T., Arima, A., Iachello, F., Talmi, I. 1978. Shell Model Description of Interacting Bosons , Phys. Lett. B 76, 139-143.



- Özdemir Ö., 2003. Çift-Çift  $^{88-106}_{42}Mo$  İzotoplarının Nükleer Özelliklerinin Etkileşen Bozon Modeli-2 ile İncelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, KTÜ, Fen-Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Pannert W., Ring P. ve Boguta I., 1987. Relativistic Mean-Field Theory and Nuclear Deformation Deformation, Phys. Rev. Lett. 59, 2420-2422.
- Patra S. K., 1993. Effects of pairing correlation in light nuclei. Phys. Rev. C, 48, 1449-1451.
- Raman S., Malarkey C.H., Milner W.T., Nestor C.W. ve Stelson P.H., 1987. Atomic Data and Nuclear Data Tables 36, 1-96.
- Reinhard P. G., Rufa M., Maruhn J. Greiner W. ve Friedrich J., 1986. Nuclear Ground-State Properties In a Relativistic Meson-Field Theory, Z. Phys. A 323, 13-25.
- Ring P., 1996. Relativistic Mean Field Theory In Finite Nuclei, Part. Nucl. Phys. 37, 193-263.
- Ring P., Gambhir Y. K. ve Lalazissis G. A., 1997. Computer Program For The Relativistic Mean-Field Description Of The Ground State Properties Of Even-Even Axially Deformed Nuclei, Comp. Phys. Commun. 105, 77-97.
- Ring P. ve Schuck P., 2000. The Nuclear Many-Body Problem, Springer-Verlag, New York.
- Sakai, M., 1984. Members of Quasi-Ground, Quasi-Beta, Quasi-Gamma and Octupole Bands in Even-Even Nuclei, Atomic Data and Nuclear Data Tables 31, 399-426.
- Scholten, O., 1979. A Phenomenological Study of Even-Even Nuclei in the Neutron-Proton IBA, in Interacting Bosons in Nuclear Physics, ed. by Iachello, F., Plenum Press, N.Y., 17-35.
- Serot B. D. ve Walecka J. D., 1986. The Relativistic Nuclear Many-Body Problem. Adv. Nucl. Phys., 161-323.
- Serot B. D., 1992. Quantum Hadrodynamics. Rep. Prog. Phys. 55, 1855-1946.
- Sharma M. M., Lalazissis G. A. ve Ring P., 1993a. Anomaly In The Charge Radii Of Pb Isotopes, Phys. Lett. B 317, 9-13.
- Sharma M. M., Nagarajan M. A. ve Ring P., 1993b. Rho Meson Coupling In The Relativistic Mean-Field Theory And Description Of The Exotic Nuclei, Phys. Lett. B 312, 377-381.
- Sharma M. M., Lalazissis G. A., Hillebrandt W. ve Ring P., 1994. Shell effects in nuclei near the neutron-drip line. Phys. Rev. Lett. 72, 1431-1434.

- Sugahara Y. ve Toki H., 1994. Relativistic Mean-Field Theory For Unstable Nuclei With Non-Linear  $\sigma$  ve  $\omega$  terms, Nucl. Phys. A 579, 557-572.
- Sugahara Y., 1995. Relativistic Mean Field Theory For Lambda Hypernuclei and Neutron Stars. Doktora Tezi, Tokyo Metropolitan Üniversitesi, Japonya.
- Vautherin D., 1973. Hartree-Fock Calculations with Skyrme's Interaction. II. Axially Deformed Nuclei. Phys. Rev. C, 7, 296-316.
- Win M.T., 2007. Application of Relativistic Mean-Field Approach to Deformed Hypernuclei, Yüksek Lisans Tezi, Tohoku Üniversitesi, Japonya.
- Yılmaz, A. H., 1998. Etkileşen Bozon Modeli-2'nin Kadmiyum ve Paladyum İzotoplarına Uygulanması. Doktora tezi. K.T.Ü., Fen-Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Yılmaz, A.H. ve Kuruoğlu, M., 2006. Investigation of Even-Even Ru Isotopes in Interacting Boson Model-2. Commun.Theor.Phys. 46, 697-703.

## ÖZGEÇMİŞ

1985 yılında Trabzon'un Çaykara ilçesinde doğdu. Ortaokul ve Lise öğrenimini Karabük Anadolu Lisesinde tamamladı. 2007 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik bölümünü birincilikle bitirdi. 2007 yılında Fen-Bilimleri Enstitüsü Nükleer Fizik Bilim Dalında yüksek lisansa başladı.

2009 yılından beri Karadeniz Teknik Üniversitesi Tıp-Fakültesi Biyofizik Anabilim Dalında Arş Gör. olarak çalışmakta olan ZENGİN, İngilizce bilmektedir.