

66992

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

KABLOLU KÖPRÜLERİN STOKASTİK ANALİZİ

İnş. Müh. Kurtuluş SOYLUK

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce

"İnşaat Yüksek Mühendisi"

Ünvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 18.12.1996

Tezin Sözlü Savunma Tarihi : 24.01.1997

Tezin Danışmanı : Prof. Dr. A. Aydın DUMANOĞLU

Jüri Üyesi : Prof. Dr. Ragıp ERDÖL

Jüri Üyesi : Prof. Dr. Ahmet DURMUŞ

Enstitü Müdürü : Doç. Dr. Asım KADIOĞLU

Ocak 1997

TRABZON

ÖNSÖZ

Bu çalışma Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Ana Bilim Dalı'nda Yüksek Lisans tezi olarak gerçekleştirilmiştir.

Kablolu Köprülerin Stokastik Analizi konulu çalışmayı bana önererek, Rektörlük gibi önemli ve yoğun görevine rağmen çalışmamı başlangıcından sonuna kadar sürekli takip edip, çalışmam boyunca bana araştırma zevki ve bilimsel düşünce disiplini aşıl原因, tezimin her aşamasında bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım yönetici Hocam Sayın Prof. Dr. A. Aydın DUMANOĞLU'na şükran ve saygılarımı sunmayı zevkli bir görev sayarım.

Çalışmamın başlangıç aşamasında büyük yardımlarını gördüğüm ve tecrübelerinden yararlandığım Hocam, Sayın Prof. Dr. İ. İlhan SUNGUR'a teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Tez konuma ilgilerinden ötürü Prof. Dr. Ahmet DURMUŞ'a teşekkür ederim.

Öğrenim hayatım boyunca bana emeği geçen tüm hocalarımı saygıyla anar kendilerine minnettar olduğumu belirtmek isterim.

Bu çalışmayı Karadeniz Teknik Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Bölümünde yürütebilmem için görevlendirilmem konusunda her zaman anlayışlı davranan, Gümüşhane Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölüm Başkanı Sayın Yrd. Doç. Dr. Şükrü YETGİN'e teşekkür ederim.

Çalışmalarım sırasında bilgi ve tecrübelerinden büyük ölçüde yararlandığım Doç. Dr. Ümit UZMAN, Doç. Dr. Alemdar BAYRAKTAR, Yrd. Doç. Dr. Hulusi KARGI ve Doktora Öğrencisi A. Vatani OSKOUEI'ye teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca tezimin yazım aşamasında yardımlarını gördüğüm Bölüm Sekreteri Sevinç ERAYDIN'a teşekkür ederim.

Çalışmalarım süresince beni sabır ve şefkatle destekleyen ailemin tüm fertlerine müteşekkir olduğumu belirtir, bu çalışmanın ülkemize yararlı olmasını gönülden dilerim.

İÇİNDEKİLER

| | <u>Sayfa No</u> |
|--|-----------------|
| ÖNSÖZ..... | II |
| ÖZET..... | VII |
| SUMMARY..... | VIII |
| ŞEKİL LİSTESİ..... | IX |
| TABLO LİSTESİ..... | XII |
| SEMBOL LİSTESİ..... | XIII |
| | |
| 1. GENEL BİLGİLER..... | 1 |
| 1.1. Giriş..... | 1 |
| 1.1.1. Kablolu Köprülerin İnşasında Tarihsel Gelişim..... | 1 |
| 1.1.2. Kablolu Köprülerin Statik ve Dinamik Analizi..... | 6 |
| 1.1.3. Stokastik Analiz ve Kablolu Köprülere Uygulanışı..... | 10 |
| 1.1.4. Çalışmanın Kapsamı..... | 12 |
| 1.2. Deterministik Analiz..... | 13 |
| 1.2.1. Davranış Spektrum Analizi..... | 15 |
| 1.2.2. Zaman Süreci Analizi..... | 16 |
| 1.3. Stokastik Analiz..... | 16 |
| 1.4. Rastgele Değişken..... | 19 |
| 1.4.1. Yığılımlı Olasılık Dağılım Fonksiyonu..... | 19 |
| 1.4.2. Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu..... | 20 |
| 1.4.3. Gauss Rastgele Değişkeni..... | 20 |
| 1.4.4. Rastgele Değişkenin Ortalamaları..... | 21 |
| 1.4.4.1. Rastgele Değişkenin Ortalama Değeri..... | 22 |
| 1.4.4.2. Orjine Dair Momentler..... | 22 |
| 1.4.4.3. Merkezi Momentler..... | 22 |
| 1.4.4.4. Rastgele Değişkenin Ortalamasının Karesi Değeri..... | 22 |
| 1.4.4.5. Rastgele Değişkenin Varyansı ve Standart Sapması..... | 23 |

| | <u>Sayfa No</u> |
|--|-----------------|
| 1.4.5. Ortak Yığışımli Dağılım Fonksiyonu ve Nitelikleri..... | 23 |
| 1.4.6. Ortak Yoğunluk Fonksiyonu ve Nitelikleri..... | 24 |
| 1.4.7. İstatistiksel Bağımsızlık..... | 24 |
| 1.4.8. Çok Rastgele Değişkenlerin Ortalamaları..... | 25 |
| 1.4.8.1. Ortak Orjine Dair Momentler..... | 25 |
| 1.4.8.2. Ortak Merkezi Momentler..... | 26 |
| 1.4.9. N Rastgele Değişken..... | 27 |
| 1.5. Rastgele İşlem..... | 28 |
| 1.5.1. Dağılım ve Yoğunluk Fonksiyonları..... | 32 |
| 1.5.2. İstatistiksel Bağımsızlık..... | 32 |
| 1.5.3. Rastgele İşlemi Tanımlayan Temel Fonksiyonlar..... | 33 |
| 1.5.4. Rastgele İşlemin Ortak Özellikleri..... | 33 |
| 1.5.5. Stasyoner İşlem..... | 33 |
| 1.5.6. Otokorelasyon Fonksiyonu..... | 36 |
| 1.5.7. Karşit Korelasyon Fonksiyonu..... | 37 |
| 1.5.8. Kovaryans Fonksiyonları..... | 38 |
| 1.5.9. Fourier Dönüşümleri..... | 39 |
| 1.5.10. Güç Spektral Yoğunluk Fonksiyonu..... | 40 |
| 1.5.10.1. Stasyoner Bir İşleme Ait Spektral Yoğunluk Fonksiyonunun Özellikleri..... | 42 |
| 1.5.11. Beyaz Gürültü..... | 45 |
| 1.5.12. Filtre Edilmiş Beyaz Gürültü..... | 47 |
| 1.5.13. Ergodik İşlem..... | 48 |
| 1.5.14. Zaman Otokorelasyonu..... | 49 |
| 1.5.15. Stasyoner Olmayan İşlem..... | 51 |
| 1.6. Lineer Sistemlerin Stokastik Analizi..... | 51 |
| 1.6.1. Lineer Bir Serbestlik Dereceli Sistemlerin Stokastik Analizi..... | 51 |
| 1.6.1.1. Transfer Fonksiyonları..... | 52 |
| 1.6.1.1.1. Zaman Alanında Çözüm..... | 54 |
| 1.6.1.1.2. Fekans Alanında Çözüm..... | 56 |

| | |
|--|-----|
| 1.6.1.2. Birim İmpuls ve Frekans Davranış Fonksiyonları | |
| Arasındaki İlişki..... | 57 |
| 1.6.1.3. Stokastik Etkiye Karşılık Gelen Tepki..... | 58 |
| 1.6.1.4. Etki ve Tepki Otokorelasyon Fonksiyonları Arasındaki | |
| İlişki..... | 59 |
| 1.6.1.5. Etki ve Tepki Spektral Yoğunluk Fonksiyonları Arasındaki | |
| İlişki..... | 60 |
| 1.6.1.6. Dar Bant İşlemleri İçin Tepki Karakteristikleri..... | 60 |
| 1.6.2. Lineer Çok Serbestlik Dereceli Sistemlerin Stokastik Analizi..... | 61 |
| 1.6.3. Deprem Etkileri Durumunda Stokastik Analiz..... | 69 |
| 1.6.4. Spektral Momentler..... | 71 |
| 1.6.5. Ortalama Maksimum Değer..... | 73 |
| 1.6.6. Oluşma Frekansı..... | 74 |
| 1.6.7. Yığışımlı olasılık dağılım fonksiyonu..... | 77 |
| 1.7. Kablolü Köprüler..... | 78 |
| 1.7.1. Kablolü Köprülerin Temel Özellikleri ve Elemanları..... | 78 |
| 1.7.2. Eşdeğer Elastisite Modülü..... | 86 |
| 1.7.3. Kablolü Köprülerle Asma Köprülerin Karşılaştırılması..... | 87 |
| 2. YAPILAN ÇALIŞMALAR..... | 89 |
| 2.1. Jindo Köprüsünün Yapısal Özellikleri..... | 89 |
| 2.2. Jindo Köprüsünün Analitik Modeli..... | 93 |
| 2.3. Yer Hareketinin Seçimi..... | 94 |
| 2.4. Yer Hareketi İçin Güç Spektral Yoğunluk Fonksiyonunun | |
| Belirlenmesi..... | 96 |
| 3. BULGULAR ve İRDELEMELER..... | 99 |
| 3.1. Mod Sayısı..... | 99 |
| 3.2. Döşeme Noktalarındaki Düşey Yerdeğıştirmeler..... | 104 |
| 3.2.1. Ortalama Maksimum Yerdeğıştirmeler..... | 104 |
| 3.2.2. Oluşma Frekansları..... | 106 |
| 3.2.3. Döşeme Orta Noktası İçin Yığışımlı Olasılık Dağılım Fonksiyonu..... | 110 |

| | |
|--|-----|
| 3.2.4. Döşeme Orta Noktası İçin Güç Spektral Yoğunluk Fonksiyonu..... | 110 |
| 3.3. Döşeme Noktalarındaki Eğilme Momentleri..... | 113 |
| 3.3.1. Ortalama Maksimum Eğilme Momentleri ve Oluşma Frekansları..... | 113 |
| 3.3.2. Döşeme Orta Noktası İçin Yığışımlı Olasılık Dağılım Fonksiyonu.... | 113 |
| 3.4. Döşeme Noktalarındaki Kesme Kuvvetleri..... | 116 |
| 3.4.1. Ortalama Maksimum Kesme Kuvvetleri ve Oluşma Frekansları..... | 116 |
| 3.4.2. Döşeme Orta Noktası İçin Yığışımlı Olasılık Dağılım Fonksiyonu.... | 116 |
| 3.5. Kule Noktalarına Ait Yatay Yerdeğıştirmeler..... | 119 |
| 3.5.1. Ortalama Maksimum Yerdeğıştirme ve Oluşma Frekansları..... | 119 |
| 3.5.2. Kule Tepe Noktası İçin Yığışımlı Olasılık Dağılım Fonksiyonu ve Güç Spektral Yoğunluk Fonksiyonu..... | 119 |
| 3.6. Kule Üzerindeki Noktalara Ait Eğilme Momentleri İçin Ortalama Maksimum Değerler ve Oluşma Frekansları..... | 127 |
| 3.7. Kule Noktalarına Ait Kesme Kuvvetleri..... | 127 |
| 3.7.1. Ortalama Maksimum Kesme Kuvvetleri ve Oluşma Frekansları..... | 127 |
| 3.7.2. Kule Tepe Noktası İçin Yığışımlı Olasılık Dağılım Fonksiyonu..... | 127 |
| 4. SONUÇLAR ve ÖNERİLER..... | 133 |
| 5. KAYNAKLAR..... | 136 |
| 6. ÖZGEÇMİŞ..... | 144 |

ÖZET

Kablolu köprüler; özellikle son yıllarda, birçok bakımdan uzun açıklıklı (150-600 m) köprüler için tercih edilmektedirler. İlk kablolu köprüler genelde sismik olmayan bölgelerde inşa ediliyor iken, son yıllarda yüksek dereceden sismik bölgelerde de inşa edilmektedirler. Bu bakımdan söz konusu köprü sistemlerinin dinamik analizleri büyük önem arz etmektedir. Kablolu köprüler dahil çoğu yapı sisteminin dinamik analizi davranış spektrum ve zaman süreci analizi gibi deterministik yöntemler ile yapılmaktadır. Yapı dinamiği problemlerinin deterministik ele alınışında tüm dinamik parametrelerin, başlangıç koşullarının ve dinamik etkinin tam olarak bilindiği kabul edilmektedir. Ancak, deprem hareketi gibi kuvvetler rastgele olduklarından, bu kuvvetlerin önceden tam olarak bilinmesi mümkün değildir. Dolayısı ile yapı sistemlerinin dinamik analizleri, rastgele kuvvetlerin istatistiksel ortalamalar ve olasılık terimleriyle tanımlandığı stokastik analiz ile yapılması daha gerçekçi bir yaklaşımdır.

Bu çalışmada 1982 yılında Güney Kore'de inşa edilen Jindo Kablolu Köprüsü fiziksel model seçilerek stokastik analiz yöntemi uygulanmıştır. Bu amaçla, birinci bölümde önce kablolu köprülerin inşa ve analizindeki tarihsel gelişim incelenmiştir. Daha sonra stokastik analizin temel ilkeleri açıklanarak, lineer sistemlerin stokastik analiz formülasyonu sunulmuştur. Birinci bölümde ele alınan diğer bir konu ise kablolu köprülerin ve elemanlarının temel özellikleridir. İkinci bölümde, bir kablolu köprü tanıtılmış ve köprünün matematik modeli oluşturulmuştur. Jindo Kablolu Köprüsünün stokastik analizinden elde edilen bulgular ve bulgularla ilgili irdelemeler üçüncü bölümde sunulurken, stokastik analizinden çıkarılabilecek sonuçlar ve öneriler dördüncü bölümde açıklanmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Kablolu Köprü, Dinamik Analiz, Stokastik Analiz, Rastgele İşlem, Deprem, Güç Spektral Yoğunluk Fonksiyonu, Ortalama Maksimum Değer, Oluşma Frekansı, Yiğışimli Olasılık Dağılım Fonksiyonu.

SUMMARY

STOCHASTIC ANALYSIS OF CABLE-STAYED BRIDGES

Cable-stayed bridges have become popular for long span bridges in the recent years. While the first cable-stayed bridges were generally built in nonseismic zones, recently they have also been constructed in zones of high seismicity. This is why the dynamic analysis of cable-stayed bridges have become extremely important. Dynamic analysis of structures, including cable-stayed bridges, are based on deterministic such as response spectrum and time history analysis. For deterministic analysis, all the dynamic parameters, initial conditions and dynamic excitations are assumed to be exactly known. But, earthquake ground motions are random in nature and it is impossible to predict these motions exactly. So, dynamic analysis of structural systems should be carried out using stochastic analysis, in which random forces are demonstrated in terms of statistical averages and probability.

In this study, the Jindo Bridge which was built in South Korea in 1982 is chosen as a practical example to apply the stochastic method. With this aim, the historical development of cable-stayed bridges in terms of construction and analysis are explained in the chapter one. Then the basic principles and the formulation of stochastic analysis of linear systems are presented. The basic features of cable-stayed bridges and their members are also included in the chapter one. Jindo bridge is introduced and it is mathematically modelled in the chapter two. While the findings obtained from the stochastic analysis of the cable-stayed bridge are presented and discussed in the chapter three, conclusions drawn from the stochastic analysis of a chosen bridge and suggestions are presented in the chapter four.

Key Words: Cable-Stayed Bridge, Dynamic Analysis, Stochastic Analysis, Random Process, Earthquake, Power Spectral Density Function, Mean of Maxima Value, Frequency of Occurrence, Probability Distribution Function.

ŞEKİL LİSTESİ

| | <u>Sayfa No</u> |
|--|-----------------|
| Şekil 1 : Deterministik verinin sınıflandırılması..... | 14 |
| Şekil 2 : Rastgele dalga hareketi..... | 21 |
| Şekil 3 : Rastgele işlem..... | 29 |
| Şekil 4 : Rastgele işlemin sınıflandırılması..... | 31 |
| Şekil 5 : İki rastgele değişken için karşıt korelasyon grafiği..... | 38 |
| Şekil 6 : Güç spektral yoğunluk fonksiyonu..... | 41 |
| Şekil 7 : Dar bant işlemi için spektral yoğunluk fonksiyonu..... | 43 |
| Şekil 8 : Geniş bant işlemi için spektral yoğunluk fonksiyonu..... | 44 |
| Şekil 9 : Beyaz gürültü işlemi güç spektral yoğunluk fonksiyonu..... | 45 |
| Şekil 10: Beyaz gürültü işlemine ait örnek fonksiyon..... | 46 |
| Şekil 11: Beyaz gürültü işlemi için otokorelasyon fonksiyonu..... | 46 |
| Şekil 12: Filtre edilmiş beyaz gürültü için güç spektral yoğunluk fonksiyonu..... | 47 |
| Şekil 13: Etki ve tepki işlemleri..... | 52 |
| Şekil 14: Rastgele yükleme..... | 54 |
| Şekil 15: Darbant işlemleri için güç spektral yoğunluk fonksiyonu..... | 61 |
| Şekil 16: Darbant işlemi için örnek fonksiyon..... | 75 |
| Şekil 17: Örnek tepki işlemi..... | 76 |
| Şekil 18: Kablolü köprülerin temel elemanları | 78 |
| Şekil 19: Ortotropik plaklı döşemeye sahip kablolü bir köprünün genel görünüşü.... | 80 |
| Şekil 20: Açık tipteki boylama şekilleri, Kutu kesitli boylama şekilleri..... | 80 |
| Şekil 21: Kablolü köprülerde kullanılan çeşitli kule türleri..... | 82 |
| Şekil 22: Kablo düzenlemesine bağlı sistemler..... | 83 |
| Şekil 23: Enine doğrultudaki kablo düzenlemesi..... | 84 |
| Şekil 24: Jindo köprüsünün genel görünümü..... | 90 |
| Şekil 25: Jindo köprüsüne ait elemanların numaralandırılması..... | 92 |
| Şekil 26: Jindo kablolü köprüsünün iki boyutlu matematik modeli..... | 95 |
| Şekil 27: San Fernando Depremi S16E bileşeni..... | 96 |
| Şekil 28: San Fernando Depremi S16E bileşeninin otokorelasyon fonksiyonu..... | 97 |

| | |
|--|-----|
| Şekil 29: San Fernando Depremi S16E Bileşeninin güç spektral yoğunluk fonksiyonu..... | 97 |
| Şekil 30: Döşeme orta noktasına ait düşey yerdeğiştirmenin mod sayısına bağlı değişimi..... | 100 |
| Şekil 31: A kulesi tepe noktasının yatay yerdeğiştirmesinin mod sayısına bağlı değişimi..... | 100 |
| Şekil 32: İki boyutlu analiz sonucu bulunan doğal frekanslar ve mod şekilleri..... | 103 |
| Şekil 33: Döşeme noktalarına ait düşey yerdeğiştirmeler..... | 105 |
| Şekil 34: Döşeme orta noktasına ait düşey yerdeğiştirmeler için oluşma frekansları..... | 107 |
| Şekil 35: Döşeme orta noktası düşey yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi..... | 107 |
| Şekil 36: Deprem kaydı süresinin artırılmasının orta döşemeye ait düşey yerdeğiştirmeler üzerindeki etkisi..... | 109 |
| Şekil 37: Sıfır değerler eklenerek deprem süresinin artırılmasının orta açıklık düşey yerdeğiştirmeleri üzerindeki etkisi..... | 109 |
| Şekil 38: Döşeme orta noktasına ait düşey yerdeğiştirme için yığışımlı olasılık dağılım fonksiyonu..... | 111 |
| Şekil 39: Köprü orta noktası düşey yerdeğiştirmesi için güç spektral yoğunluk fonksiyonu..... | 111 |
| Şekil 40: Döşeme noktalarına ait eğilme momentleri..... | 114 |
| Şekil 41: Döşeme orta noktası eğilme momentinin zamanla değişimi..... | 115 |
| Şekil 42: Döşeme noktalarına ait eğilme momentleri için oluşma frekansları..... | 115 |
| Şekil 43: Döşeme orta noktasına ait eğilme momentleri için yığışımlı olasılık dağılım fonksiyonu..... | 116 |
| Şekil 44: Döşeme noktalarına ait kesme kuvvetleri..... | 117 |
| Şekil 45: Döşeme noktalarında kesme kuvvetleri için hesaplanan oluşma frekansları..... | 117 |
| Şekil 46: Döşeme orta noktası kesme kuvvetinin zamanla değişimi..... | 118 |
| Şekil 47: Döşeme orta noktasına ait kesme kuvvetinin yığışımlı olasılık dağılım fonksiyonu..... | 118 |

| | <u>Sayfa No</u> |
|--|-----------------|
| Şekil 48: A Kulesine ait yatay yerdeğiştirmeler..... | 120 |
| Şekil 49: B Kulesine ait yatay yerdeğiştirmeler..... | 120 |
| Şekil 50: A Kulesi yatay yerdeğiştirmeleri için oluşma frekansları..... | 121 |
| Şekil 51: B Kulesi yatay yerdeğiştirmeleri için oluşma frekansları..... | 121 |
| Şekil 52: A Kulesi yatay tepe noktası yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi..... | 122 |
| Şekil 53: B Kulesi yatay tepe noktası yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi..... | 122 |
| Şekil 54: A Kulesi tepe noktası yatay yerdeğiştirmesi için yığışımlı olasılık dağılım fonksiyonu..... | 123 |
| Şekil 55: B Kulesi tepe noktası yatay yerdeğiştirmesi için yığışımlı olasılık dağılım fonksiyonu..... | 123 |
| Şekil 56: A Kulesi tepe noktasının yatay yerdeğiştirmesi için güç spektral yoğunluk fonksiyonu..... | 126 |
| Şekil 57: B Kulesi tepe noktasının yatay yerdeğiştirmesi için güç spektral yoğunluk fonksiyonu..... | 126 |
| Şekil 58: A Kulesine ait eğilme momentleri..... | 128 |
| Şekil 59: B Kulesine ait eğilme momentleri..... | 128 |
| Şekil 60: A Kulesine ait eğilme momentleri için hesaplanan oluşma frekansları..... | 129 |
| Şekil 61: B Kulesine ait eğilme momentleri için hesaplanan oluşma frekansları..... | 129 |
| Şekil 62: A Kulesine ait kesme kuvvetleri..... | 130 |
| Şekil 63: B Kulesine ait kesme kuvvetleri..... | 130 |
| Şekil 64: A Kulesine ait kesme kuvvetleri için hesaplanan oluşma frekansları..... | 131 |
| Şekil 65: B Kulesine ait kesme kuvvetleri için hesaplanan oluşma frekansları..... | 131 |
| Şekil 66: A Kulesi tepe noktasına ait kesme kuvveti için yığışımlı olasılık dağılım fonksiyonu..... | 132 |
| Şekil 67 : B Kulesi tepe noktasına ait kesme kuvveti için yığışımlı olasılık dağılım fonksiyonu..... | 132 |

TABLO LİSTESİ

| | <u>Sayfa No</u> |
|--|-----------------|
| Tablo 1 : Jindo Köprüsüne ait çeşitli elemanların kesit özellikleri..... | 91 |
| Tablo 2 : Jindo Köprüsünde kullanılan kabloların kesit özellikleri..... | 91 |
| Tablo 3 : Döşeme orta noktasının düşey yerdeğiştirmesinin 13.5 s, 20 s ve 27 s'lik deprem kaydı süreleri için bulunan yığışımlı olasılık dağılım fonksiyonlarının karşılaştırılması..... | 112 |
| Tablo 4 : A Kulesi tepe noktası yatay yerdeğiştirmesinin 13.5 s, 20 s ve 27 s'lik deprem kaydı süreleri için bulunan yığışımlı olasılık dağılım fonksiyonlarının karşılaştırılması..... | 124 |
| Tablo 5 : B Kulesi tepe noktası yatay yerdeğiştirmesinin 13.5 s, 20 s ve 27 s'lik deprem kaydı süreleri için bulunan yığışımlı olasılık dağılım fonksiyonlarının karşılaştırılması..... | 125 |

SEMBOL LİSTESİ

| | |
|-----------------|---|
| c | : Sönüm |
| $[C]$ | : Sistem sönüm matrisi |
| C_j | : Genelleştirilmiş sönüm |
| $C_{XX}(\tau)$ | : Kovaryans fonksiyonu |
| E | : Elastisite modülü |
| E_i | : Eşdeğer elastisite modülü |
| $E[X^n]$ | : n. dereceden moment |
| $E[X], \bar{X}$ | : Rastgele değişken X'in ortalama değeri |
| $E(T)$ | : $x(t)$ fonksiyonunda -T ve T zaman aralığındaki mevcut enerji |
| $F_R(r)$ | : Yığılımlı olasılık dağılım fonksiyonu |
| f_0 | : Oluşma Frekansı |
| $F_X(x)$ | : Yığılımlı olasılık dağılım fonksiyonu |
| $f_X(x)$ | : Olasılık yoğunluk fonksiyonu |
| $F_X(x_1; t_1)$ | : t_1 anında $X_1 = X(t_1)$ rastgele değişkeni için yığılımlı olasılık dağılım fonksiyonu |
| $f_X(x_1; t_1)$ | : t_1 anında $X_1 = X(t_1)$ rastgele değişkeni için olasılık yoğunluk fonksiyonu |
| $F_{X,Y}(x, y)$ | : Ortak yığılımlı olasılık dağılım fonksiyonu |
| $f_{X,Y}(x, y)$ | : Ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu |
| $f(t)$ | : Dış yük |
| $\tilde{f}(t)$ | : Rastgele değişen kuvvet fonksiyonu |
| $h(t-\tau)$ | : Birim İmpuls Tepkisi |
| $H(w)$ | : Frekans davranış fonksiyonu |
| k | : Rijitlik |
| $[K]$ | : Sistem rijitlik matrisi |
| K_j | : Genelleştirilmiş rijitlik |
| l | : Kablo yatay izdüşümü |

| | |
|------------------------|--|
| m | : Kütle |
| $[M]$ | : Sistem kütle matrisi |
| M_j | : Genelleştirilmiş kütle |
| m_n | : n. dereceden moment |
| m_{nk} | : Ortak orjine dair momentler |
| p | : Yer hareketinin fonksiyonu olan maksimum büyüklük faktörü |
| $P_j(t)$ | : Genelleştirilmiş kuvvet |
| $P_j(w)$ | : $P_j(t)$ kuvvet fonksiyonunun fourier dönüşümü |
| P_{xx} | : Rastgele işlem için ortalama güç |
| $p(t)$ | : Kuvvet fonksiyonu |
| $\{P(t)\}$ | : Kuvvet vektörü |
| $P(T)$ | : $x(t)$ fonksiyonunda $-T$ ve T zaman aralığındaki ortalama güç |
| q | : Sıfır seviyesinin ortalama geçiş sayısının fonksiyonu olan maksimum büyüklük faktörü |
| \bar{R} | : Maksimum tepki |
| $R_{ij}(\tau)$ | : Karşıt korelasyon fonksiyonu |
| Re | : Gerçel kısım |
| \bar{R}_r, \bar{R}_s | : Modlara ait maksimum tepkiler |
| $R_{rs}(t_1 - t_2)$ | : Modal karşıt korelasyon fonksiyonu |
| $R_{xy}(\tau)$ | : Karşıt korelasyon fonksiyonu |
| $R_{xx}(\tau)$ | : Otokorelasyon fonksiyonu |
| $R_y(\tau)$ | : Tepki işleminin otokorelasyon fonksiyonu |
| $S_{ij}(w)$ | : i ve j noktalarındaki yerdeğiştirmelere ait karşıt spektral yoğunluk fonksiyonu |
| $S_{in}(w)$ | : Yer ivmesinin güç spektral yoğunluk fonksiyonu |
| S_0 | : Beyaz gürültü işlemi için güç spektral yoğunluk fonksiyonunun değeri |
| $S_p(w)$ | : Etki kuvvetinin güç spektral yoğunluk fonksiyonu |
| $S_{xx}(w)$ | : Rastgele işlem için güç spektral yoğunluk fonksiyonu |
| $S_{xy}(w)$ | : Karşıt spektral yoğunluk fonksiyonu |
| $S_y(w)$ | : Tepki işleminin güç spektral yoğunluk fonksiyonu |

| | |
|---------------------|---|
| t | : Zaman |
| T | : Analiz süresi |
| TF | : Transfer fonksiyonu |
| $\{U\}$ | : Yerdeğiştirme vektörü |
| $[U]$ | : Modal matris |
| $\{u\}$ | : Yerdeğiştirme |
| U_{ij} | : i düğüm noktasında j numaralı doğal frekanstan meydana gelen genlik |
| $\{U\}_j$ | : j . doğal frekanstan meydana gelen genlik vektörü |
| $\{U_r\}$ | : Özvektörler |
| $\{\dot{U}\}$ | : Hız vektörü |
| $\{\ddot{U}\}$ | : İvme Vektörü |
| $\ddot{u}_g(t)$ | : Yer hareket ivmesi |
| w | : Dairesel Frekans |
| w_g | : Filtre doğal frekansı |
| w_n | : Doğal dairesel frekans |
| $W_{XX}(w)$ | : Zaman spektral yoğunluk fonksiyonu |
| X | : Rastgele değişken |
| $x_T(t)$ | : Rastgele bir işlem için $x(t)$ örnek fonksiyonunun $-T$ ve T zaman aralığında kalan kısmı |
| $\overline{X^2}(t)$ | : Karesel ortalama değer |
| Y | : Rastgele değişken |
| $\{Y\}$ | : Modal koordinat vektörü |
| y | : Yerdeğiştirme |
| $y(t)$ | : Tepki işlemi |
| Y_j | : Genelleştirilmiş koordinat |
| $Y_j(w)$ | : Genelleştirilmiş noktasal koordinatların fourier dönüşümü |
| $Y_r(t)$ | : Modal koordinat |
| δ | : Tepkinin güç spektral yoğunluk fonksiyonunun dağılımını ölçen parametre |

| | |
|-------------------|---|
| $\{\delta\}$ | : Deprem doğrultu vektörü |
| $\{\phi\}$ | : Her bir kolonu mod şeklini içeren modal matris |
| $[\phi]$ | : Normalleştirilmiş modal matris |
| $\Phi_{XX}(\tau)$ | : Zaman otokorelasyon fonksiyonu |
| γ | : Kablo birim ağırlığı |
| λ | : Özdeğerler |
| $\lambda_{m,ij}$ | : Spektral moment |
| $\lambda_{m,rr}$ | : Etkiye bağlı olarak, ξ_r sönüm oranlı ve w_r frekanslı tek serbestlik dereceli sistemin tepkisine ait spektral moment |
| $\lambda_{m,rs}$ | : r ve s modlarına ait normal koordinatların karşıt spektral momenti |
| μ | : Ortalama maksimum değer |
| μ_n | : Ortalamaya dair n. dereceden merkezi moment |
| μ_{nk} | : Ortak merkezi momentler |
| ν | : Birim zamanda sıfır seviyesinin ortalama geçiş sayısı |
| ν_e | : Sıfır seviyesinin indirgenmiş geçiş sayısı |
| θ | : Faz açısı |
| ρ | : Korelasyon katsayısı |
| σ_x | : Standart sapma |
| σ_x^2 | : Varyans |
| ξ | : Sönüm oranı |
| ξ_g | : Filtre sönüm oranı |
| Ψ_{jr} | : R. modun $U_j(t)$ yerdeğiştirmesine katkısı |
| * | : Kompleks eşlenik |

1.GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

1.1.1. Kablolu Köprülerin İnşasında Tarihsel Gelişim

Kablolu köprülerin tarihine genel bir bakış, bir kirişin eğik halatlar ya da zincirler ile bir kuleye asılarak desteklenmesi düşüncesinin eski çağlardan beri bilindiğini göstermektedir. Tropik bölgelerde asmaların nehirlerin her iki kıyısındaki ağaçlara bağlanması suretiyle, bambu ve ahşaptan yapılmış karşıdan karşıya geçmeyi sağlayan ilkel tipteki kablolu asma köprü sistemleri oluşturulmuştur [1, 2].

Kablolu Köprülere ait ilk örnek 1784 yılında Alman marangoz C. T. Loesher tarafından Friburg'da inşa edilen 32 m açıklığındaki köprüdür. Söz konusu köprü tamamen ahşaptan inşa edilmiştir [3, 4].

Eğik zincirler ile desteklenen ilk köprü Dryburgh Abbey'de Tweed Nehri üzerine inşa edilen 79.3 m açıklığındaki ve 1.2 m genişliğindeki köprü olmuştur. Bu köprü yapımından kısa bir süre sonra yıkılmıştır [5].

1821 yılında Fransız Mimar Poyet, kirişlerin oldukça yüksek kulelere dövme demir çubuklarla asıldığı sistemleri önermiştir. Önerilen sistemlerde çubuk destekler yelpaze şeklinde düzenlenmiş olup, tüm çubuklar kule tepe noktalarında toplanmıştır. Poyet'in ortaya koyduğu sistem Fransız Mühendis Navier tarafından geliştirilmiş ve 1823 yılında eğik zincirler ile rijitlenmiş köprü sistemleri oluşturulmuştur. 1868 yılında Ordish ve Le Feuvre tarafından asma ve kablolu köprülerin birleşimi olarak tasarlanan Franz Joseph Köprüsü Çekoslavakyada Moldau Nehri üzerine inşa edilmiştir [4, 6].

Kablolar ilk ve yaygın olarak 19. yüzyılın başında İngiltere'de kullanılmaya başlanmıştır. Fakat eğik kabloları sahip birkaç köprünün rüzgâr dirençlerinin düşük olmasından dolayı yıkılması, bu sistemlerin İngilterede ki inşasını kısmen durdurmuştur [6].

İlk inşa edilen kablolu köprülerin çoğu yıkılmış olup, 20. yüzyıla kadar başarılı bir şekilde uygulanamamışlardır. Yıkılma sebepleri; kablolu köprülerin gerçek yapı

davranışının yanlış anlaşılmasından ve yapım aşamasındaki bazı hatalardan kaynaklanmıştır. Örneğin, kabloları oluşturmak için demir ve zincir gibi uygun olmayan malzemelerin kullanılması ve kullanılan malzemelerin alanlarının genelde yetersiz oluşu, söz konusu sistemlerin büyük ölçüde yıkılmasına neden olmuştur. Bu sistemlerde kullanılan kablolar yapım aşamasında gerginleştirilmemiş ve kablolar görevlerini etkileyen yükler altında ancak bütün sistem önemli derecede deformasyon yaptıktan sonra yerine getirmeye başlamışlardır. Böylelikle, kablolu köprülerin fazla esnek olmalarının yanı sıra güvenli olmadıkları sonucuna varılmış ve kablolu köprülerin inşası bırakılmıştır. Kablolu köprülerde ki hatalar üzerinde çalışan ve kablolu köprü inşası yerine asma köprüleri öneren Navier olmuştur. Navier'in önerisi ile köprü mühendisliğinde asma köprü inşasına yönelim olmuştur [5, 6, 7, 8].

19. yüzyılın ikinci yarısında kablolar ünlü köprü mühendisi Roebling tarafından Amerika'da tekrar ele alınmıştır. Roebling'in tasarladığı asma köprülerde destek kabloları kullanılarak köprü sistemi desteklenmeye çalışılmıştır. Bu kablolar hem köprünün desteklenmesi için ana kabloları yardımcı olmuş, hemde rüzgârdan kaynaklanabilecek titreşimler için döşemenin en etkili ve ekonomik olarak rijitlenmesini sağlamıştır.

Roebling 1855 yılında dünyadaki ilk demiryolu asma köprüsünü Niagara Nehri üzerinde inşa etmiştir. Bu sistemde toplam yük ana kablo ve destek kabloları arasında bölüşülmüştür. Söz konusu sistem, taşıtların geçebilmesi için gerekli olan rijitliği ve rüzgâra karşı köprünün stabilitesini sağlamıştır. Roebling ayrıca Ohia Köprüsünün inşasında da destek kabloları kullanmıştır. Ohia köprüsünde yol ve hareketli yük ağırlığının yarıya yakını, kulelerin tepelerinden döşeme noktalarına kadar uzanan diyagonal destek kabloları ile taşınmıştır. Destek kabloları; döşemenin rijitlendirilmesini sağlamış olup, ağır yükler altında ve rüzgâr etkisinde köprünün titreşimini kontrol imkânı vermiştir [1].

1883 yılında asma köprülerin en görkemlisi olarak kabul edilen ünlü Brooklyn Asma Köprüsü inşa edilmiştir. Brooklyn Köprüsü de Roebling tarafından Niagara köprüsündeki prensipler kullanılarak projelendirilmiştir. Merkez açıklığı 486.5 m ve toplam uzunluğu 1060 m olan Brooklyn Köprüsü, demirin yerine çeliğin kullanıldığı ilk büyük yapı sistemidir. Brooklyn Köprüsünün Amerika'da yarattığı hayranlık sayesinde, bu

ülkedeki tüm uzun açıklıklı köprüler için asma köprüler tercih edilmiştir. Böylece asma köprüler konusunda Amerikalı Mühendisler dünyada önde gelen isimler olmuşturlar [2, 3].

Günümüzde, eski mühendislerin kablolardaki kuvvetleri doğru olarak hesaplayamadıkları ve kabloların sehim ve hiperstatik davranışlarını tam olarak belirleyemedikleri anlaşılmaktadır. Böylelikle kablolu köprüler kullanılmaz bulunmuş ve inşası bırakılmıştır. Ancak 20. yüzyılın başında; gerçek anlamda kablo, yüksek mukavemetli çelik kullanımının başlaması ve yapı teorisindeki diğer gelişmeler kablolardan oluşan sistemlerin yeniden kullanılmaya başlanmasını sağlamıştır.

19. yüzyılda ünlü mühendis Arnodin tarafından Fransada asma ve kablolu köprü karışımı birkaç köprü inşa edilmiştir. Bu sistemlerde diyagonal kabloların kule tepelerinden itibaren uzandıkları bölgelerde düşey askılar kullanılmamıştır. Böylece sistemde asal kirişin deformasyonu azalmış ve kiriş yüksekliğinin daha küçük tutulabilmesi sağlanmıştır. Ancak karma sistem köprüler estetik görünümünden dolayı pek fazla uygulama alanı bulamamışlardır. Asma ve kablolu köprüler ayrı ayrı karma sistem köprülerden daha tatmin edici bulunmuştur.

Poyet tarafından ortaya konulan kabloların yelpaze şeklinde desteklenmesi düşüncesi, Arnodin'in 1903 yılında Nant'da inşa ettiği Transporter köprüsü ile geliştirilmiş ve başarı ile uygulanmıştır.

Kablolu köprülerde gerekli rijitlik ve ekonomiyi sağlayan ilk uygulama, 1899 yılında Fransız Mühendis Gishlard tarafından tasarlanmıştır. Gishlard eğik ve yatay kablolardan oluşan bir sistem önermiştir. Önerdiği sistemde eğik kabloların oluşturduğu kuvvetlerin yatay bileşenleri asal kirişe aktarılmamıştır. Böylece döşemede basınç kuvvetlerinin oluşmasına mani olunmuştur. Gishlard'ın önerdiği sistem göze pek hoş gelmemesine rağmen, demiryolu için uygun bir sistem olmuş ve Fransada geniş bir kullanım alanı bulmuştur [3].

Gishlard'ın geliştirdiği sistemin temel ilkelerini kullanan Fransız Mühendis Leinekugel le Cocq, kablolardan oluşan ve kablo kuvvetlerinin yatay bileşenlerini asal kirişe aktaran sistemleri geliştirmiştir. Bu sistem; çok ekonomik olduğu gibi, oldukça az deformasyon yapmıştır. Söz konusu sisteme ait örnek köprü 1925 yılında Fransada

Trieaux Nehri üzerine inşa edilen Lezardrieux Köprüsüdür. Lezardrieux köprüsü yelpaze şeklindeki çağdaş kablolu köprülerin modeli olarak düşünülebilir [3].

1938 yılında Dischinger Almanya'da Elbe Nehri üzerinde 753 m açıklığındaki asma demiryolu köprüsü için kablolar kullanmıştır. Dischinger ağır demiryolu yükü altında asma köprünün deformasyonunu azaltmak için, kablo sehimini azaltacak yüksek mukavemetli tellerden oluşan kablolar kullanmıştır. Araştırmaları sonucu Dischinger; rijitlik ve dinamik stabilitenin sağlanabilmesi için ana asma kabloların destek kabloları ile birleştirilmesinin gerekli olduğu sonucuna varmıştır. Bu amaçla eğik kablolarla başlangıçta çekme verilmesi gerekmiştir [3, 5, 8].

İkinci Dünya Savaşından dolayı birçok köprünün yıkılması, savaş sonrası sözkonusu köprülerin yeniden inşasını gerektirmiştir. Bu periyot içerisinde çeliğin zor bulunur bir malzeme olmasından dolayı minimum ağırlık gerektirecek sistemler üzerinde durulması, köprü mühendisliğinde yeni bir sistemin gerekliliğini ortaya koymuştur. Böylece malzeme ve maliyetten ekonomi sağlamak amacı ile kablolu köprülerin inşasına tekrar dönüş yapılmıştır. Kablolu köprülerin yeniden inşasındaki öncülüğü Dishinger yapmıştır [5].

1950'den sonra Almanyada Rhine Nehri üzerinde kablolu köprü yapımı tercih edilmiştir. Kablolu köprülerin asma köprüler ile karşılaştırılmasından, kablolu köprülerin 600 m'ye kadar küçük açıklıklar için daha ekonomik olduğu anlaşılmıştır [5].

Aynı periyot içinde, Alman Demag şirketi Dischinger ile işbirliği yaparak 1955 yılında İsveçteki Strömsund köprüsünü inşa etmiştir. Strömsund köprüsü ilk modern kablolu köprü olarak kabul edilmektedir [1, 8, 9].

İlk modern kablolu köprülerin trafik yükleri altında oldukça rijit davranması, estetik olarak hoş görünmesi, ekonomik ve yapımının kolay olması kablolu köprü sistemlerinin uygulama alanını artırmıştır. Yeni sistem kablolu köprüler önce Alman mühendisler arasında, daha sonrada birçok ülkede kabul görmüştür [6].

Kablolu köprülerin en güzel ve başarılı uygulamalarından bir tanesi, 1959 yılında Köln'de Rhine Nehri üzerinde inşa edilen 700 m uzunluğundaki Severin Köprüsüdür. Sözkonusu köprü A-Çerçeve şeklindeki kule ile kablo düzlemlerinin birlikte kullanıldığı ilk kablolu köprü örneğidir. Severin Köprüsü; nehirin sadece bir yakasında kule

kullanılması ile de, ilk asimetrik özellikteki kablolu köprü uygulamasıdır. Köprü döşemesi ortotropik çelik plak ile birleşen kutu kesitli iki kirişten oluşmaktadır. Severin Köprüsü, (49.1+89.0+47.9+302.0+150.7+52.5 m)'lik 6 açıklığa sahiptir ve en uzun iki açıklık kule tepe noktalarında birleşen 12 adet kablo ile rijitlenmiştir. Böylece köprüde oldukça yüksek bir burulma rijitliği sağlanmıştır. Severin Köprüsü ilk inşa edilen kablolu köprülerden olmasına rağmen, halen kablolu köprüler arasında en başarılı uygulamalardan bir tanesi olarak kabul edilmektedir [1, 6, 10].

Kablolu köprülerin geniş ve başarılı uygulamaları; yüksek mukavemetli çeliklerin ve ortotropik döşemelerin kullanılmasıyla, kaynak tekniklerinde ki gelişmeler ile ve yapı analizindeki ilerlemeler ile ancak son yıllarda olmuştur. Bilgisayarların gelişimi, kablolu köprü gibi yüksek dereceden statik olarak belirsiz sistemlerin çözümü için ve üç boyutlu davranışının analizi için büyük imkânlar sağlamıştır. Böylece, son yıllarda rüzgâr etkilerine karşı aerodinamik olarak dayanıklı kablolu köprüler yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır. Güney Kore'de 1982 yılında inşa edilen, 344 m ana açıklığa ve 70'er m olan iki kenar açıklığa sahip Jindo Köprüsü ve 1983 yılında inşa edilen 280 m ana açıklığa ve 85'er m olan iki kenar açıklığa sahip Dolsan Köprüsü, son yıllarda inşa edilen kablolu köprülere ait örneklerdir [11, 12].

Özet olarak aşağıdaki faktörler kablolu köprülerin hızlı gelişimine yardımcı olmuştur.

- 1- Yüksek dereceden statik olarak belirsiz yapıların analiz metodlarındaki gelişmeler ve bilgisayarların kullanılması,
- 2- Ortotropik çelik döşemelerin gelişimi,
- 3- Kablolu köprülerin temel elemanlarını içeren, önceden yapılmış köprülerden kazanılan tecrübe,
- 4- Yüksek mukavemetli çelik kullanılması, yapım metodlarındaki gelişmeler,
- 5- Kablolu köprülerin model çalışmaları ile analiz edilebilme imkânı.

Kablolu köprüler, açıklıkları 150 m ile 600 m arasında değişen köprüler için ekonomik olarak tüm dünyada giderek artan bir şekilde uygulanmaktadır. İlk kablolu köprüler genelde sismik olmayan bölgelerde inşa ediliyor iken, son zamanlarda yüksek dereceden sismik bölgelerde de inşa edilmeye başlanmıştır [13].

Kablolu köprüler; yapımının kolay, ekonomik ve yük taşıma kapasitesinin fazla olması nedeni ile orta açıklıktaki köprüler için ön plana çıkmışlardır. Böylece yüksek dereceden sismik bölgelerdeki köprü inşalarında ilk tercih olmuşlardır. Kablolu köprülerin projelendirilmesinin yaygınlaştırılmasında, yapılan statik ve dinamik analizlere güvenilmesinin büyük payı olmaktadır.

1.1.2. Kablolu Köprülerin Statik ve Dinamik Analizi

Kablolu köprülerin statik analizleri konusunda günümüze dek birçok yöntem kullanılmıştır. Kablolu köprüler bazı analistler tarafından, bir yaklaşım olarak lineer çekme ye çalışan kablolarla sahip, lineer yapı sistemleri olarak kabul edilmiştir [9, 14]. Bu kabulün yetersiz olduğu birçok araştırmacı tarafından ispatlanmıştır [1, 15-20]. Kablolar, kendi ağırlıklarından kaynaklanan sehimlerindeki değişim nedeni ile lineer olmayan bir davranış göstermektedirler. Kablolu köprü sistemlerinde var olan asal kirişte, kablolardaki çekme kuvvetini karşılamak üzere büyük eksenel kuvvetler oluşmaktadır. Asal kirişteki bu büyük eksenel kuvvet ile eğilme deformasyonu arasındaki etkileşimden dolayı, geometrik olarak lineer olmayan etki ortaya çıkmaktadır [15, 18, 19, 21]. Kablolarla ön çekme verilmesinin etkisi de bazı analistler tarafından dikkate alınmıştır [15].

Kablolu köprülerin üç boyutlu yapı olarak analizi oldukça kompleks bir problemdir. Bununla birlikte, köprü döşemesinin sınır şartları ile ilgili olarak yapı analistleri tarafından yapılan basitleştirici kabuller ile, problem iki boyutlu analiz durumuna indirgenmek istenmiştir [16, 18, 19]. Analizlerde tesir çizgileri kullanılması çok az sayıdaki araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu araştırmacıların çoğu tepkinin lineer bölgede olduğunu kabul etmişlerdir [9]. Araştırmacıların bir kısmı ise, hareketli yüklerin yaklaşık konumunu tespit için lineer analiz ile elde edilen tesir çizgilerini kullanarak ve daha sonra lineer olmayan statik analiz ile, yarı-lineer olmayan analizler yapmışlardır [15, 19, 21].

Kablolu köprülerin dinamik analizleri, son yıllara kadar nispeten az çalışılmış iken, son yıllarda pek çok araştırmacının üzerinde dikkatle durdukları konu haline gelmiştir.

Goschy [22], kablolu köprülerin lineer dinamik analizini çalışan ilk araştırmacı olarak kabul edilmektedir. Goschy'nin analiz yöntemi, enerji metoduna dayanmış; doğal

frekansların belirlenmesi için Ritz metodu kullanılmıştır. Kablolardaki sehim etkisi ise eşdeğer elastisite modülü ile dikkate alınmıştır.

Baron ve Lien [15], inşasından tamamlanışına kadar çeşitli aşamalarda kablolu bir köprünün üç boyutlu aerodinamik ve lineer sismik davranışını incelemişlerdir. Titreşim mod şekillerinin ve frekansların elde edilmesinde, elemanların kütleleri düğüm noktalarında toplanmış ve sabit yükten kaynaklanan deforme durumdaki köprüye ait tanjant rijitlik matrisi kullanılmıştır. İlk sabit yük durumu lineer olmayan statik analiz ile elde edilmesine rağmen, seçilen yer hareketine bağlı köprünün dinamik tepkisi, sadece ilk on mod kullanılmak suretiyle modal süperpozisyon yöntemi ile lineer olarak elde edilmiştir. Baron ve Lien ayrıca köprüye ait serbest titreşim frekanslarını, elastik rijitlik kullanılması durumunda hesaplamışlardır. Karşılaştırma sonucu; sabit yükten kaynaklanan deforme durumdaki köprüye ait tanjant rijitlik matrisi kullanılmak suretiyle elde edilen frekansların, elastik rijitlik esas alınarak belirlenen frekanslardan daha büyük olduğu anlaşılmaktadır. Böylece frekanslardaki bu değişimin nedeninin, yükün artmasıyla genelde tanjant rijitliğinin artmasından kaynaklandığı sonucuna varılmıştır.

Morris [16], iki kablolu köprünün lineer ve lineer olmayan dinamik tepkisinin hesabı için bir metod üzerinde durmuştur. Morris köprü sistemlerini toplu kütleli sistemler şeklinde modellemiş ve yüklerin sadece düğüm noktalarına etkidiğini kabul etmiştir. Lineer olmayan dinamik denklemler, Newmark lineer ivme metodu kullanılarak çözülmüştür. Morris tarafından çalışılan örnek köprü sistemlerinin nispeten küçük açıklıklara sahip olmalarından dolayı, lineer ve lineer olmayan tepkiler arasındaki fark fazla değildir. Ayrıca sönüm etkisinin lineer olmayan tüm etkilerden daha önemli olduğu anlaşılmaktadır. Morris [23] bir başka çalışmasında, yukarıda açıklanan metodu üç boyutlu kablolu bir köprünün lineer olmayan dinamik analizi için kullanmıştır.

Fleming [17] kablolu köprülerin lineer olmayan analizleri üzerinde durmuş ve kablodaki başlangıç çekmesinin, eleman ağırlığının ve hareketli yüklerin etkilerini dikkate alan bir bilgisayar programı ile kablolu köprülerin analizini yapmayı amaçlamıştır.

Fleming ve Egeseli [24]; rüzgâr, deprem ve yapay olarak oluşturulmuş trafik yükleri etkisindeki kablolu bir köprünün dinamik analizin üzerinde durmuşlardır. Bu çalışmada vurgulanmak istenen analiz yöntemi değil, iki boyutlu matematik modele sahip

kablolu bir köprünün lineer ve lineer olmayan davranışları dikkate alınarak yapılan dinamik analizlerinden elde edilen sonuçlarının karşılaştırılmasıdır. Lineer olmayan dinamik analizde kullanılan metod Argyris tarafından geliştirilen adım adım integrasyon algoritmasıdır. Kullanılan analiz yöntemi, çekme etkisi ile sehim değişen kabloların lineer olmayan davranışı ile, aksenel ve eğilme deformasyonları arasındaki etkileşimden kaynaklanan eğilme elemanlarının lineer olmayan davranışını dikkate almaktadır. Çeşitli dinamik yükler etkisinde, lineer ve lineer olmayan davranış dikkate alınarak, matematik model analiz edilmiştir. Bu çalışmadan iki önemli sonuç çıkarılmıştır. Bunlardan birincisi; lineer olmayan statik-lineer analiz ile lineer olmayan statik-lineer olmayan analizlerin hemen hemen aynı sonucu vermesidir. İkinci önemli sonuç ise; sönüm oranının değiştirilmesinin, dinamik yükler etkisindeki köprünün tepkisi üzerinde önemli etkileri olabileceğidir. Dolayısı ile analizlerde gerçek sönüm oranı değerleri kullanılmalıdır.

Fleming, deprem-tepki analizlerinde analiz yöntemlerini kolaylaştırmak için birtakım basitleştirici kabuller yapmıştır. Yapılan kabuller şu şekilde sıralanabilir:

- 1- Sadece iki boyutlu köprü modeli kullanılmıştır.
- 2- Matematik model düzleminde sadece ötelenme serbestlik dereceleri dahil edilmiştir.
- 3- Lineer olmayan dinamik analizlerde, lineer olmayan etki olarak sadece kablolardaki sehim etkisi dikkate alınmıştır.
- 4- Yer hareketinin düşey veya uzunlamasına doğrultudaki bileşenlerinden sadece bir bileşeni dikkate alınmıştır.
- 5- Yer hareket ivmesi köprünün tüm mesnetlerine üniform olarak etkimektedir.

Fleming'in çalışmalarından çıkan sonuç şu şekilde özetlenebilir: Dinamik analizlere, sabit yük durumundan kaynaklanan ve lineer olmayan statik analiz ile elde edilen deforme olmuş konumdan başlanması ile, lineer ve lineer olmayan deprem davranışları pek farklı olmayacaktır.

Pandey [25], güçlü bir yer hareketine maruz uzun açıklıklı kablolu bir köprü için detaylı bir lineer dinamik analiz üzerinde çalışmıştır. Bu çalışmada iki farklı deprem hareketi kombinasyonu kullanılmıştır. Birincisi, yer hareketinin trafik doğrultusundaki yatay bileşeni ile birleştirilen düşey bileşendir. İkincisi ise, yer hareketinin trafik doğrultusuna dik doğrultudaki yatay bileşeni ile birleştirilen düşey bileşendir. Köprü uygun bir temel zemini modellenmesi ile, iki ve üç boyutlu toplu kütleli sistem olarak

modellendirilmiştir. Çalışma sonucunda zemin özelliklerinin sistemin davranışını önemli ölçüde etkilemediği anlaşılmaktadır.

Hegab [26] çalışmasında lineer analizlerin konu edildiği, basit ve hızlı olduğu kadar elektronik bilgisayarlar ve hesap makineleri ile çözüm için uygun olan, bir metod üzerinde durmuştur. Yazar tarafından hazırlanan bilgisayar programı ile herhangi bir kablolu köprü çok kısa bir sürede çözülebilmektedir. Bu çalışmada sadece lineer analizler konu edilmesine rağmen, çeşitli lineer olmayan etkiler de dahil edilebilmektedir. Fakat, lineer olmayan etkilerin çözülen problemlerin sonuçları üzerinde pek fazla etkisi olmadığı görülmüştür.

Garevski, Dumanoglu ve Severn [27] tarafından belirli bir hızla yayılan asinkronize deprem hareketi için kablolu bir köprünün lineer dinamik analizi yapılmıştır. Bu çalışmada önce kablolu bir köprünün dinamik karakteristikleri belirlenmiştir. Mod şekillerinin ve doğal frekansların hesabı için iki ve üç boyutlu analizler yapılmıştır. Daha sonra kullanılan çeşitli metodlar ile yapının dinamik davranışı belirlenmiştir. Dinamik davranışın belirlenmesinde iki boyutlu modeller kullanılmıştır. Çalışmada kullanılan dinamik metodlar; asinkronize dinamik analiz, zaman süreci analizi, CQC ve davranış spektrum analizidir. Asinkronize dinamik analiz için yer hareketinin dalga hızı 250 m/s olarak seçilmiştir. Söz konusu çalışmada; kablolu köprüler yüzlerce metre uzunluğunda olduğundan, yer hareketinin bir mesnetten diğerine birkaç saniyede ulaşacağı ve böylece yapının dinamik etkiler yanında zahiri statik etkilere de maruz kalacağı belirtilmekte ve her iki etkininde analizlerde dikkate alınması gereği vurgulanmaktadır.

Nazmy ve Abdel-Ghaffar [28] sismik yük etkisindeki üç boyutlu, uzun açıklıklı, kablolu köprülerin lineer olmayan dinamik davranışlarını çalışmışlardır. Bu tür uzun açıklıklı ve eğilebilir yapıların, üniform ve çok mesnetli (multiple-support) yer hareketleri durumlarındaki davranışları da çalışmaya dahil edilmiştir. Kablolu köprülerin çeşitli lineer olmayan etkileri analizlerde dikkate alınmıştır. Analizlerde lineer olmayan sismik tepkinin hesaplanması için tanjant rijitlik yöntemi kullanılmıştır. Söz konusu çalışmada yer hareketine maruz kablolu köprülerin tepkilerinin hesabı için lineer olmayan analizin gerekli olduğu belirtilmektedir. Bu tür uzun, kompleks ve üç boyutlu yapıların deprem analizi yapılırken, üniform olmayan sismik kuvvetlerin önemli etkilerinin olabileceği ve

analizlerde dikkate alınması gerektiği çalışmada vurgulanmaktadır. Nazmy ve Abdel-Ghaffar [29] başka bir çalışmalarında sismik yükleme etkisindeki üç boyutlu, uzun açıklıklı kablolu köprülerin lineer olmayan dinamik analizlerini formüle etmişlerdir. Analizlerde; kablolardaki sehimlerden, kule ve kirişlerdeki eğilme-eksenel kuvvet etkileşiminden ve büyük yerdeğiştirmelerden kaynaklanabilecek tüm lineer olmayan etkiler dikkate alınmıştır. Problemlerin lineer olmayan formülasyonunda üniform ve çok mesnetli (multiple-support) yer hareketleri de dahil edilmiştir.

Nazmy ve Abdel-Ghaffar [30], çalışmalarında çok mesnetli yer hareketi (multiple-support excitation) analizini tanımlayarak, modern kablolu köprülerin sismik tepki karakteristiklerinin bazı özelliklerini göstermek amacıyla iki tane üç boyutlu model kullanmışlardır. Köprü doğrultusu boyunca kırılmaksızın belirli doğrultuda yayılan sismik dalgalar konusu da çalışmaya dahil edilmiştir. Bu çalışmada üç ortogonal deprem bileşeninin köprü eksenine boyunca, farklı yayılma hızlarında, dalga doğrultusu değişimsiz yayıldıkları kabul edilmiştir. Çalışma sonucunda, sismik dalgaların köprü boyunca yayılışının yapı davranışını önemli derecede etkileyebileceği belirtilmekte ve mesnet noktalarındaki ve köprü civarındaki zeminin dinamik özelliklerinin çalışılması gerektiği vurgulanmaktadır. Sismik dalgaların, mesnetlerdeki zaman gecikmeleri ve faz farklılıkları gibi, yayılma karakteristiklerinin de sismik analizlerde dahil edilmesi gerektiği çalışmada belirtilmektedir. Lineer dinamik analiz yapılmadan önce, yapının sabit yükten kaynaklanan deforme olmuş konumu üzerinde, tanjant rijitliğinin hesaplanabilmesi için lineer olmayan dinamik analiz yapılması gerektiği çalışmada vurgulanan başka bir noktadır. Ayrıca çok mesnetli sismik yer hareketinin, bu tür uzun ve kompleks üç boyutlu yapıların eleman kuvvetleri ve yerdeğiştirme gibi tepki büyüklükleri üzerinde önemli etkilerinin olabileceği ve bu tepki büyüklüklerinin, özellikle rijitliği fazla olan ve mesnet noktalarında zayıf ve değişken zemin şartlarına sahip kablolu köprülerde üniform olmayan yer hareketleri ile önemli derecede artabileceği belirtilmektedir.

1.1.3. Stokastik Analiz ve Kablolu Köprülere Uygulanışı

Kablolu köprülerin dinamik analizleri konusunda çeşitli çalışmalar yapılmış olmasına rağmen, deprem etkileri durumunda kablolu köprülerin stokastik analizleri

yeterince ele alınmamıştır. Yapılan çalışmalarda, kablolu köprülerin dinamik analizleri ya zaman süreci yöntemi ile ya da davranış spektrum yöntemi ile yapılmıştır. Uzun yıllar kablolu köprüler dahil, yapı sistemlerinin dinamik analizlerinde deterministik yöntemler kullanılmıştır ve halen de büyük oranda kullanılmaktadır. Deterministik yöntemlerde kullanılan temel düşünce, geçmişte kaydedilen rastgele yük fonksiyonunun gelecekte de aynı şekilde tekrarlanacağı şeklindedir. Deterministik yöntemlerle yapı sisteminin davranışı bir belirsizliğe düşülmeden kolayca hesaplanmaktadır. Ancak, deprem hareketi gibi dinamik etkiler rastgele olduğundan, dinamik analizde kullanılan metod dinamik yüklemenin bu belirsizliğini de hesaba katmalıdır. Başka bir ifade ile dinamik bir analiz gelecekte olması muhtemel dinamik yükleri de hesaba katmalıdır. Dolayısı ile dinamik analiz sonucu anlamlı sonuçlar çıkarılmak isteniyorsa; problemler yüklerin önceden tamamen belirlenemeyip istatistiksel olarak beklenildiği stokastik analiz ile incelenmelidir.

Yapıların güvenlik ve ekonomilerindeki endişelerin artması ve çoğu dinamik yükün rastgele olduğunun bilinmesi, önemli yapıların analiz ve projelendirilmesi için rastgele titreşim teorisini esas hale getirmiştir. Rastgele dinamik yükler rüzgârdan, yer hareketinden, trafikten, atmosferik türbülânstan, dalga hareketlerinden vb. kaynaklanabilir. Bu tür yüklerin yüksek dereceden rastgele olmasından dolayı, mühendislik sistemlerinde kullanılan deterministik yaklaşımın güvenilir sonuçlar vermesi mümkün değildir.

Stokastik analiz konusunda günümüze kadar birçok çalışma yapılmıştır. ABD’de rastgele titreşimin öğretimi hususunda M.I.T.’den S. H. Crandall yıllardır çalışmalar yapmaktadır. Stokastik analiz konusunda 1958’de yazdığı ilk kitap ve 1963’de yazdığı ikinci kitap bu alandaki gelişmeyi önemli derecede etkilemiştir. Y.K.Lin [31] tarafından yayınlanan kitap ise konunun ilk kez geniş kapsamlı ve sistematik olarak incelenmesini sağlamıştır. Bu alandaki büyük gelişmelere rağmen, Lin’in kitabı halen ana kaynak ve vazgeçilmez bir referanstır. 1960’lardan sonra rastgele titreşimin ABD üniversitelerindeki yüksek lisans programlarında öğretimi yaygınlaşmıştır. Ayrıca bilgisayarların hızındaki ve gücündeki artışlar rastgele titreşim teorisinin çalışılması hususunda büyük bir kolaylık sağlamıştır. Çünkü rastgele titreşim teorisinde basit problemler için dahi uzun analitik ifadeler ve el ile yapılması mümkün olmayan yorucu hesaplamalar mevcuttur. Son yıllarda stokastik analiz ile ilgili birçok yeni kitap yayınlanmıştır. Clough ve Penzien [32],

Newland [33], Bolotin [34], Elishakoff [35] ve Yang [36] gibi. Ayrıca Der Kiureghian ve Vanmarcke tarafından bu konu ile ilgili olarak yayınlanmış birçok çalışma mevcuttur [37-46].

Asma Köprülerin stokastik analizleri konusunda Dumanoglu ve Severn [47] ve Dumanoglu, Brownjohn ve Severn [48] tarafından yapılan çalışmalar vardır. Ayrıca kablolu köprülerin stokastik analizleri konusunda Sungur [49] tarafından yapılmış bir çalışma mevcuttur. Bu çalışmalarda yapı sistemlerinin dinamik davranışlarını hesaplamak için kullanılmış olan stokastik yöntemden bahsedilmiştir. Stokastik yöntemin etkinliğini vurgulamak için, uygulamalar tabii periyodu yüksek olan kablolu ve asma köprüler üzerinde gerçekleştirilmiştir. Dinamik dış etki olan deprem hareketi için 1971 San Fernando depremine ait bir kayıt kullanılmıştır. Çalışmalarda ayrıca stokastik analiz ile bulunan sonuçlar, deterministik yöntemler ile bulunan sonuçlar ile karşılaştırılarak, stokastik yaklaşımın geçerliliği gösterilmeye çalışılmıştır.

1.1.4. Çalışmanın Kapsamı

Bu tez çalışmasında kablolu köprülerin stokastik analizi konusu incelenmektedir. Bu amaçla önce stokastik analiz konusu geniş olarak açıklanmış ve gegili köprülerin temel özelliklerinden bahsedilmiştir. Daha sonra örnek sistem olarak Güney Kore' de inşa edilmiş Jindo Kablolu Köprüsü seçilerek, stokastik analizi yapılmıştır.

Kablolu köprülerin stokastik analizi konusu ele alınırken konular bölümler halinde incelenmiştir.

1. bölümde önce kablolu köprülerin inşası ve analizindeki tarihsel gelişmeler incelenmiş ve stokastik analizin temel ilkelerinden bahsedilmiştir. Daha sonra deterministik ve stokastik analizler tanımlanarak, deterministik analizin eksiklikleri ve stokastik analizin gerekliliği üzerinde durulmuştur. Tek ve çok serbestlik dereceli lineer sistemlerin stokastik etki ve tepkileri arasındaki ilişkiler ve deprem etkileri durumunda stokastik yapı analizi konuları da bu bölümde ele alınmaktadır. Bu konuların yanısıra, stokastik analiz sonucu elde edilecek spektral momentler, ortalama maksimum değer, oluşma frekansı ve yığılımlı olasılık dağılım fonksiyonu konuları da birinci bölümde

açıklanmaktadır. Bölümün sonunda ise kablolu köprülerin ve elemanlarının temel özellikleri açıklanarak, kablolu köprüler asma köprüler ile karşılaştırılmaktadır.

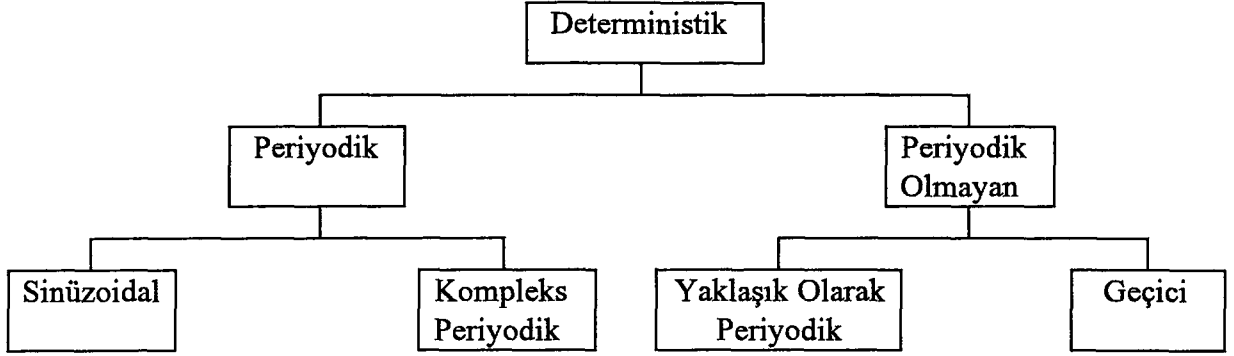
2. bölümde tez çalışmasına konu olacak Güney Kore’de inşa edilen Jindo Köprüsü tanıtılmış ve köprünün matematik modeli oluşturulmuştur. Ayrıca rastgele deprem kuvveti olarak Jindo köprüsüne uygulanmak üzere San Fernando depremi S16E bileşeni seçilerek, söz konusu deprem hareketinin otokorelasyon ve güç spektral yoğunluk fonksiyonları oluşturulmuştur.

3. bölümde Jindo Kablolu Köprüsünün stokastik analizi ile elde edilen bulgular sunulmuş ve irdelenmiştir. Bu bölümde önce sonuçların yeterli doğrulukta olabilmesi için dahil edilmesi gereken mod sayısı parametrik bir çalışma ile tespit edilmiştir. Daha sonra Jindo Köprüsünün stokastik analizi ile, döşeme ve kuleler için ortalama maksimum yerdeğiştirmeler, eğilme momentleri ve kesme kuvvetleri elde edilmiştir. Elde edilen ortalama maksimum değerler, stokastik yaklaşımın geçerliliğini göstermek amacıyla deterministik yöntemlerle bulunan maksimum değerler ile karşılaştırılmıştır. Ortalama maksimum değerler için hesaplanan oluşma frekansları ve yığılımlı olasılık dağılım fonksiyonları yanında, maksimum yerdeğiştirmeler için hesaplanan güç spektral yoğunluk fonksiyonları bu bölümde sunulmuş ve irdelenmiştir. Kanai tarafından tavsiye edilen filtre edilmiş beyaz gürültü etkisi için elde edilen ortalama maksimum yerdeğiştirmeler de çalışmaya dahil edilmiştir. Ayrıca, sonuçların irdelenmesi için depremden sonra oluşan yapı davranışlarını değerlendirebilmek amacıyla, deprem hareket süresi 20sn ve 27sn’ye genişletilerek elde edilen sonuçlar irdelenmiştir.

Jindo Kablolu Köprüsünün stokastik analizi sonucu çıkarılabilecek sonuçlar ve öneriler 4. bölümde sunulmuştur.

1.2. Deterministik Analiz

Bir yapının önceden tamamen belirlenmiş yüke göre analizi deterministik analiz olarak adlandırılır. Uygulamada kesin matematiksel ifadelerle gerçeğe çok yakın olarak belirlenebilen birçok fiziksel olay vardır. Örneğin; dünyanın yörüngesinde hareket eden bir uydunun hareketi, ısıtılan bir suyun sıcaklığı temel olarak deterministik olaylardır. Deterministik veriler Şekil 1’de ki gibi sınıflandırılabilir [50].



Şekil 1. Deterministik verinin sınıflandırılması [50]

Günümüzde yapı analizlerinin büyük bir kısmı deterministik olarak yapılmaktadır. Eğer dinamik yük önceden tamamen tanımlanabiliyor ise deterministik olarak adlandırılır. Yapı dinamiği problemlerinin deterministik olarak ele alınışında sistemin tüm dinamik parametrelerinin, başlangıç koşullarının ve zorlayıcı etkinin tamamen bilindiği kabul edilir. Bütün parametrelerin tam olarak bilinmesi sonucu, sistemin davranışı herhangi bir belirsizliğe düşülmeden hesaplanabilir. Başka bir ifade ile geçmişte kaydedilen yük fonksiyonunun gelecekte de aynı şekilde tekrarlanacağı kabul edilmektedir. Sismik çalışmalarda kaydedilen yer hareketleri için modal analiz, spektrum analizi veya zaman süreci analizleri kullanılarak yapıların deterministik analizi yapılmaktadır [51].

Böylece tanımlanan deterministik yöntemler ile tamamen deterministik olan sonuçlara (yer değiştirme, kuvvet, gerilme vb.) varılmaktadır. Bu tarzda seçilen matematik modelin gerçek yükler altında sistem davranışlarını temsil edebilecekleri yoruma açıktır.

Eğer belirsizlikler az ve temel unsur değil ise, daha basit olan deterministik analiz tatmin edici sonuçlar verebilir. Örneğin, uygun denetimle yapım aşamasında yapının dinamik özelliklerindeki belirsizlikler en aza indirilebilir. Fakat dinamik etkiden gelen belirsizlikler hem daha fazladır hem de bu belirsizlikler üzerinde bir denetim şansı yoktur. Buna rağmen bazen uygun yük seçilerek veya en büyük yük alınarak yapılan deterministik analizler, optimum çözümü vermese dahi uygun projelendirme sağlayabilirler [52].

1.2.1. Davranış Spektrum Analizi

Davranış spektrum analizi, deprem etkisindeki yapıların maksimum tepkisini bulmak amacıyla kullanılan yaygın bir yöntemdir. Verilen bir yer hareket ivmesi için davranış spektrumu; w_n dairesel doğal frekansının ve ξ_n sönüm oranının fonksiyonu olan tek serbestlik dereceli sistemin, yer değiştirme spektrumu (S_d), hız spektrumu (S_v) ve ivme spektrumu (S_a) ile gösterilen maksimum tepkisinin grafiksel gösterimidir. Yapının her modundaki maksimum tepkisi, modal frekanslardaki davranış spektrum genlikleriyle belirlenir. Daha sonra yapının yaklaşık maksimum tepkisi, maksimum modal tepkiler toplanarak elde edilir. Burada yapı davranışını belirleyen yerdeğiştirme, gerilme gibi özellikler tepki olarak adlandırılmıştır [53].

Modal tepkilerin toplanması için çeşitli yöntemler mevcuttur. Davranış spektrum yönteminin en çok bilinen şekli, modlara ait tepkilerin karelerinin toplamının karekökünü alarak tepki büyüklüklerinin maksimumlarını hesaplayan SRSS (Karelerin toplamının karekökü) yöntemidir. SRSS yöntemi, modal tepkilerin istatistiksel olarak bağımsız olduğunu kabul etmektedir. Dolayısı ile SRSS yöntemi karşıt korelasyon etkilerinin ($\rho_{0,rs}$ ($r \neq s$)) önemsiz olduğu, doğal frekansları birbirine yakın olmayan yapılar için geçerlidir. Bu durumda (1) nolu denklem SRSS metodunu vermektedir.

$$\bar{R} = \sum_{r=1}^M \sum_{s=1}^M (\rho_{0,rs} \bar{R}_r \bar{R}_s)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

Burada;

$\rho_{0,rs}$: Korelasyon katsayısı,

M : Mod sayısı,

\bar{R}_r, \bar{R}_s : Modlara ait maksimum tepkiler,

\bar{R} : Maksimum tepkiyi göstermektedir.

Sismik analizlerde maksimum tepkinin belirlenmesi için modlara ait maksimumların kombinasyonu, SRSS metodu kullanılarak yapıyor ise maksimum değerlerin bulunmasında önemli hatalar yapılabilir [37].

Eğer modal frekanslar birbirine yakın ise, karşıt korelasyon terimleri ($\rho_{0,rs}$ ($r \neq s$)) dahil edilmelidir. Davranış spektrumu metodunun bu özel hali CQC (Tam kuadratik

kombinasyon) metodu olarak bilinir. CQC metodu modal kombinasyondaki hataları azaltmaktadır [38].

Davranış spektrum metodunda dinamik yük, sadece istenen tepki büyüklüğünün maksimumu oluşturulacak şekilde düzenlenmiştir [47].

1.2.2. Zaman Süreci Analizi

Zaman süreci analizinde ivme kaydı her mod için kısa zaman aralıklarına bölünerek, her zaman aralığındaki tepki hesaplanır. Daha sonra her zaman aralığı için hesaplanan değerler toplanarak modlara ait toplam zaman süreci tepkisi bulunur. Zaman süreci yöntemi oldukça uzun hesaplamalar gerektirmektedir.

1.3. Stokastik Analiz

Eğer dinamik yük önceden tamamen belirlenemiyor ancak istatistiksel olarak ifade edilebiliyorsa, söz konusu dinamik yük rastgele olarak adlandırılır. Rastgele yük dikkate alınarak yapılan analiz de stokastik analiz olarak adlandırılır.

Deprem hareketi, dalgalı bir denizdeki dalga yüksekliği, bir radyo vericisinin yaydığı dalgalar ve roket motorlarından çıkan sesler kesin matematiksel ifadelerle tanımlanamayan rastgele işlemlerdir. Rastgele işlemlerin geçmişteki değerleri için bir matematik denklem yazılsa bile, gelecekteki değerlerinin tam olarak belirlenmesi mümkün değildir. Dolayısı ile rastgele bir işlemi bir denklem ile ifade etmek imkânsızdır. Söz konusu işlemler rastgeledirler ve kesin denklemler yerine olasılık terimleriyle ve istatistiksel ortalamalarla tanımlanabilirler. Rastgele etkiyi temsil eden bir denklem yazılamadığından, zamanın fonksiyonu olan bir tepki bulmakta mümkün değildir.

Her zaman verileri oluşturan olayları gelecekte etkileyebilecek, başlangıçta hesaba katılmamış beklenmedik olaylar olabileceğinden, uygulamada hiçbir olayın gerçekte deterministik olamayacağı düşünülebilir. Ayrıca, verileri oluşturan olayların temel mekanizmaları hakkında yeterli bilgi mevcutsa, kesin matematiksel ifadeler mümkün olabileceğinden hiçbir olayın gerçekte rastgele olamayacağı da söylenebilir. Bir olayın deterministik mi yoksa rastgele mi olduğu, belirli bir veriyi tekrarlanan deneylerle yeniden oluşturup oluşturamamakla anlaşılabilir. Belirli bir veriyi oluşturan bir deney aynı

sonuçlarla birçok kez tekrarlanabiliyorsa (deneysel hatalar hariç), bu veri genel olarak deterministik kabul edilebilir. Eğer tekrarlandıkça aynı sonuçları verecek bir deney yapılamıyorsa, veri rastgele kabul edilmek zorundadır [50] .

Dinamik yükleme altında gerçek bir yapı sistemindeki temel belirsizliklerden birisi yapının kendi gerçek özelliklerinden kaynaklanan belirsizliklerdir (Bir yapıdaki beton dayanımı ile projede kabul edilen dayanım arasındaki fark gibi). Diğer belirsizlik ise genelde birinciden daha büyük olan, yapının etkisinde kaldığı dinamik yükten kaynaklanan belirsizliktir (Deprem hareketi, rüzgar kuvveti gibi). Birinci belirsizlik üzerinde bir takım kontrol imkânları olmasına rağmen (kalite kontrolü gibi), ikincisi üzerinde hiçbir kontrol imkânı yoktur. Dinamik analizde en önemli adım dinamik yükün belirlenmesi aşamasındadır. Çünkü dinamik yük belirlenebiliyorsa, yapının dinamik tepki kuvvetleri de (yerdeğiştirmesi vb.) belirlenmiş olur. Yapı analizinde dinamik yükler için temel zorluk, bu yüklerin belirlenmesindeki yetersizlikten kaynaklanmaktadır.

Dinamik etkinin belirsizliğini anlamak için belirli bir bölgedeki deprem hareketleri ele alınırsa, bu hareketlerin tamamı sadece bir olayın yer ivmesi ile temsil edilmektedir. Halbuki, bir sonraki depremde belirli bir yeri etkileyecek depremin ivme kaydını önceden bilmek imkânsızdır. Dolayısı ile bir yapıyı, geçmişte farklı bir yerde olmuş bir depreme göre analiz ederek projelendirmek pek doğru değildir. Bununla birlikte, ileride olabilecek hareketlerin muhtemel frekans içerikleri hakkında belirli tahminler yapılabilir ve hareketlerin tümü için frekans alanında bir gösterim mümkün olabilir. Bu hareket gösterimi esas alınırsa, analizler tepki büyüklükleri için tek değerler oluşturmazlar. Daha ziyade her tepkinin maksimum değeri için olasılık dağılımı oluşturulur. Olasılık dağılımı, ortalama maksimum değer ve maksimum değerın standart sapması ile tarif edilir [52].

Rastgele etkiler altındaki dinamik sistemleri konu alan rastgele titreşim teorisi, rastgele yüklere karşı koymaya çalışan araç, malzeme ve yapıların güvenilirliğini artırmak için sağlam bir temel oluşturmaktadır. Rastgele titreşim teorisi, yapı dinamiği ve olasılık teorisinin birleşimi olarak düşünülebilir. Bir yapıya etkiyen kuvvet, istatistiksel ortalamalar ile tanımlanabilen bir karakterde ise rastgele titreşimden bahsedilebilir. Böylece yapı tepkileri, rastgele titreşim teorisi kullanılarak olasılık terimleri ile ifade edilir.

Rastgele titreşim teorisinin temel problemlerinin çözümü, malzemenin elastik özelliklerin uygunluğundan dolayı bir zorluk içermez. Asıl zorluk, deprem gibi rastgele etkilerin olasılık özellikleri hakkındaki yetersiz bilgidir. Bundan dolayı, minimum miktarda ampirik veriyi gerektirecek ve yapı ömrünün yeterli güvenlikle bulunabilmesini sağlayacak bir teoriye ihtiyaç vardır. Buradaki en önemli adım, rastgele kuvvetin matematiksel tanımı için uygun metodun seçilmesidir. Deprem hareketinin rastgele olması iki ana kaynağa bağlıdır. Birincisi, her bir deprem ayrı ayrı rastgele bir olaydır. Merkez üstü, odak derinliği, açığa çıkan enerji, enerjinin çıkış süresi vb. bütün bunlar depremi karakterize eden stokastik değişkenlerdir. İkincisi ise deprem hareketinin düzgün olmayan faylar boyunca çok değişik kaymalar sonucunda meydana gelmesi ve ortaya çıkan yerdeğiştirme dalgalarının rastgele sayılabilecek sayısız yansıma ve kırılmalardan geçmesidir.

Gerçekçi bir dinamik analiz, bir bölgede gelecekte olması muhtemel depremlerin belirsizliklerini de hesaba katmalıdır. Maksimum ivmenin, titreşim karakteristiklerinin (frekans gibi) ve zamanın belirsizliklerini hesaba katmak için, yer ivmesinin belirli bir zaman fonksiyonu olarak alındığı deterministik yaklaşım, daha doğru bir şekilde tanımlanmak zorundadır. Yer ivmesi ile ilgili belirsizlikler, rastgele işlem olarak bilinen rastgele zaman fonksiyonları ile incelenmelidir. Rastgele bir işlem için karakteristikler kesin olarak belirli olmayıp, istatistik ve olasılık terimleri ile ifade edilmektedirler. Eğer dinamik etkiler rastgele zaman fonksiyonu olarak incelenirse, doğal olarak yapı tepkileri de rastgele zaman fonksiyonları olacaktırlar. Bu durumda yapılara etkiyen rastgele etki fonksiyonlarını karakterize eden, rastgele yapı tepkilerini belirleyen ve rastgele etkiler altında yapı güvenliğinin sağlanmasını amaçlayan yapıların rastgele titreşimi ile çalışılması gerekmektedir.

Rastgele değişkene ait dağılım fonksiyonu ve parametreler bilinse dahi, belirli bir olayın oluşma olasılığı kesin olarak belirlenemez. Bir olayın sadece belirli bir olasılıkla gerçekleşebileceği söylenebilir. Bu belirsizlikler, olayın rastgele olmasından kaynaklandığı gibi parametrelerin bulunmasındaki hatalardan ve dağılım fonksiyonunun seçilmesinden de kaynaklanabilir. Yeterince veri yoksa hesaplanan ortalama ve varyans doğru olmayabileceği gibi, mümkün olan verilerden belirlenen dağılım fonksiyonu da en uygun dağılım olamayabilir. Parametrelerin belirlenmesindeki hatalardan kaynaklanan

belirsizlikler rastgele işleme ait veri sayısı arttırılarak azaltılabilir. Fakat verilerin artması ile birlikte doğal olaydan kaynaklanan belirsizlik değişmeyeceği gibi artabilmesi de mümkündür.

Bir mühendislik sistemini tanımlamak için idealize edilmiş bir matematiksel denklem kullanılmışsa, matematik modelin eksikliği de belirsizliği arttıracaktır. Söz konusu eksiklikler bir takım faktörlerin matematik modelde tam olarak yansıtılmamasından kaynaklanmaktadır. Bu nedenle belirsizliklerin doğal olayın kendisinden kaynaklanabileceği gibi işlem hatalarından da kaynaklanabileceğinin bilinmesi gerekir.

Deprem hareketi gibi dinamik etkilerin rastgele olacağı bilindiğinden, analizlerde dinamik yüklemenin belirsizliğini dikkate alacak bir metoda ihtiyaç vardır. Dolayısıyla anlamlı sonuçlar çıkarılmak isteniyorsa, problemler stokastik olarak incelenmelidirler [33].

1.4. Rastgele Değişken (Random Variable)

Bir değişkenin alacağı sayısal değer önceden tam olarak belirlenemiyorsa, bu değişken rastgele değişken olarak kabul edilebilir. Böyle bir değişkenin belirli bir değeri alması veya aldığı değer belirlenmiş bir aralıkta bulunması olasılığı belirlenebilir. Rastgele değişkenin olasılık problemlerinin çözümünde önemli bir yeri vardır.

Rastgele bir değişken, sadece S örnek uzayının elemanlarının gerçel bir fonksiyonudur. Bu çalışmada rastgele değişken büyük harflerle (X, Y), rastgele değişkenin alacağı değerler küçük harflerle (x, y) gösterilecektir. Bu durumda, s elemanlı S örnek uzayı ile tanımlanmış bir veride her gerçel s için X (s) rastgele değişken olacaktır [54].

1.4.1. Yığılımlı Olasılık Dağılım Fonksiyonu

$P\{ X \leq x \}$, $\{ X \leq x \}$ olayının oluşma olasılığıdır ve x' in bir fonksiyonudur. $F_X (x)$ ile gösterilen dağılım fonksiyonu, X rastgele değişkeninin yığılımlı olasılık dağılım fonksiyonu (olasılık dağılım fonksiyonu) olarak adlandırılır. Böylece,

$$F_X(x) = P\{ X \leq x \} \quad (2)$$

ifadesi yazılabilir. x argümanı, $-\infty < x < \infty$ aralığında herhangi bir gerçel sayıdır.

1.4.2. Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu

$f_X (x)$ ile gösterilen olasılık yoğunluk fonksiyonu yığılımlı olasılık dağılım fonksiyonunun türevidir.

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (3)$$

$f_X(x)$, X rastgele değişkeninin yoğunluk fonksiyonu olarak adlandırılır.

Rastgele bir değişkenin olasılık yoğunluk fonksiyonu, değişkenin herhangi bir zaman aralığında belirli bir bölgede bulunma olasılığını tanımlar. Olasılık yoğunluk fonksiyonu bir kez elde edilince, rastgele değişken X ' in bilinmeyen karakteristikleri artık tamamen biliniyordur [36 ,55].

1.4.3. Gauss Rastgele Değişkeni

Gauss dağılımı, kullanılan diğer dağılımlar arasında en önemlisi ve en kullanılır olanıdır. Mühendislik ve bilimin hemen hemen her alanına girmiştir. Uygulamada birçok rastgele değişken ya normal rastgele değişkendir, ya da normal rastgele değişkene dönüştürülebilir. Eğer rastgele değişken X ' in yoğunluk fonksiyonu,

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu_X}{\sigma_X} \right)^2} \quad (4)$$

şeklinde ise rastgele değişken Gauss dağılımına (normal dağılım) uyar.

Burada, standart sapma $\sigma_X > 0$ ve ortalama ($-\infty < \mu_X < \infty$) değerleri gerçel sabitlerdir. Normal dağılım için olasılık dağılım fonksiyonu, olasılık yoğunluk fonksiyonunun $-\infty$ ile x arasında integrasyonu ile elde edilmektedir.

$$F_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{v-\mu_X}{\sigma_X} \right)^2} dv \quad (5)$$

Normal rastgele değişken X ' in $a < x < b$ aralığında olma olasılığı da şu şekilde ifade edilir.

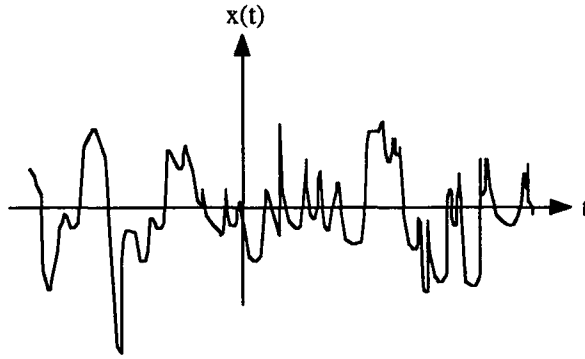
$$P\{ a < X \leq b \} = F(b) - F(a) = F_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{v-\mu_X}{\sigma_X} \right)^2} dv \quad (6)$$

Gauss rastgele değişkeni, ilk iki momenti ile (μ_x , σ_x^2) tamamen karakterize edilebilir. Eğer Gauss rastgele değişkeninin ortalaması ve varyansı biliniyorsa, dağılım fonksiyonları da biliniyordur [45 ,56].

Merkez limit teoremi gauss dağılımının kullanılabilirliğinin ispatı için teorik bir yoldur [50, 54]. Bu teorem gauss rastgele değişkeninin doğadaki bir çok rastgele olay için uygun model olduğunu kabul etmektedir. Merkez limit teoremine göre, bir çok bağımsız rastgele değişkenin toplamlarının olasılık dağılımı, rastgele değişkenlerin sayısının limitsiz olarak artması ile gauss dağılımına yakınsamaktadır .

1.4.4. Rastgele Değişkenin Ortalamaları

Rastgelelik için sebep ne olursa olsun, rastgele olayların olduğu bir çok durumda sonuçların ortalamalarının kesin olması, olayın bir çok kez tekrarlanması ile mümkündür. Şekil 2'de ki gibi rastgele bir dalga hareketi düşünülürse, bu dalga hareketinin matematiksel olarak tanımlanabilmesi mümkün değildir. Dalga hareketini tanımlayabilmek için dalga hareketine ait ortalamaların belirlenmesi gerekmektedir. Rastgele bir değişkenin alacağı değerleri kesin olarak belirlemek mümkün değildir. Ancak dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonunun bilinmesi, rastgele değişkenin tamamen karakterize edilmesi için yeterlidir. Fakat bir çok pratik problemde rastgele değişkenin tam karakterize edilmesi kolay olmamakla birlikte gerekli de değildir. Bunun yerine, ortalama değer ve standart sapma gibi rastgele değişkenin önemli özeliklerini belirleyen, istatistiksel bir takım parametreler kullanılabilir [54].



Şekil 2. Rastgele dalga hareketi

Rastgele analizlerde ortalamalarla çalışmak tüm olasılık ifadesi ile çalışmaktan çok daha kolay olduğu gibi, rastgele olaydan elde edilmeleri de daha kolaydır.

1.4.4.1. Rastgele Değişkenin Ortalama Değeri

Rastgele değişken X 'in ortalaması $E [X]$ veya \bar{X} ile gösterilmektedir. Ortalama değer sadece kısmi bir olasılık bilgisi sağlamakla birlikte, birçok soruya cevap vermek için yeterlidir [54].

$$E [X] = \bar{X} = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx \quad (7)$$

1.4.4.2. Orjine Dair Momentler

n . momenti m_n ile gösterilirse,

$$m_n = E [X^n] = \bar{X} = \int_{-\infty}^{\infty} x^n f_X(x) dx \quad (8)$$

ifadesi elde edilir. Burada n pozitif bir tam sayıdır. $f_X(x)$ fonksiyonunun altında kalan alanın 1 olması gerektiğinden, $m_0 = 1$ olacağı açıktır. Ayrıca X rastgele değişkeninin ortalama değeri de $m_1 = \bar{X}$ olacaktır.

1.4.4.3. Merkezi Momentler

Ortalamaya dair momentler merkezi momentler olarak adlandırılır ve μ_n ile gösterilirler.

$$\mu_n = E [(X - \bar{X})^n] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{X})^n f_X(x) dx \quad (9)$$

Burada $\mu_0 = 1$, $f_X(x)$ fonksiyonunun alanının birim olduğunun göstergesidir.

1.4.4.4. Rastgele Değişkenin Ortalamasının Karesi Değeri

Ortalamanın karesi değeri, rastgele değişkenin ortalaması ile ilgili ilk temel bilgileri sağlar ve şu şekilde gösterilir.

$$m_2 = E [X^2] = \bar{X}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_X(x) dx \quad (10)$$

X rastgele değişkeninin ortalama değeri 1. dereceden moment, karesel ortalama değeri 2. dereceden moment ile elde edilir.

1.4.4.5 Rastgele Değişkenin Varyansı ve Standart Sapması

Diğer bir önemli moment de (11) nolu denklem ile gösterilen varyansdır.

$$\sigma_X^2 = E [(X - \bar{X})^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{X})^2 f_X(x) dx \quad (11)$$

2. mertebeden merkezi moment (μ_2) varyans olarak adlandırılır. Varyans 1. ve 2. dereceden momentlerin bilinmesiyle bulunabilir.

$$\sigma_X^2 = E [X^2] - \bar{X}^2 = m_2 - m_1^2 \quad (12)$$

Varyansın karekökü X'in standart sapması (σ_X) olarak adlandırılır ve X rastgele değişkeninin $f_X(x)$ fonksiyonunda, ortalama etrafındaki dağılımının ölçüsünü verir [57].

$$\sigma_X = \sqrt{\sigma_X^2} \quad (13)$$

Sonuç olarak rastgele bir değişken olan X için en önemli istatistikler; ortalaması $E [X]$, karesel ortalama değeri $E [X^2]$, varyansı σ_X^2 ve standart sapması σ_X dir.

1.4.5. Ortak Yığılımlı Dağılım Fonksiyonu ve Nitelikleri

{ $X \leq x, Y \leq y$ } şeklindeki x ve y' nin fonksiyonu olan ortak olayın olasılığı, ortak yığılımlı olasılık dağılım fonksiyonu ile şu şekilde gösterilir.

$$F_{X,Y}(x,y) = P \{ X \leq x, Y \leq y \} \quad (14)$$

X_n ($n = 1, 2, \dots, N$) gibi N tane rastgele değişken için, $F_{X_1, X_2, \dots, X_N}(x_1, x_2, \dots, x_N)$ ile gösterilen ortak yığılımlı dağılım fonksiyonu, { $X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_N \leq x_N$ } ortak olayının olasılığıdır ve (14) ifadesinin genişletilmesi ile şu şekilde elde edilir.

$$F_{X_1, X_2, \dots, X_N}(x_1, x_2, \dots, x_N) = P \{ X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_N \leq x_N \} \quad (15)$$

1.4.6. Ortak Yoğunluk Fonksiyonu ve Nitelikleri

İki rastgele değişkenin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu, her iki rastgele değişkenin herhangi bir zaman aralığında, belirli bölgelerde aynı anda bulunma olasılığını tanımlar.

X ve Y gibi iki rastgele değişken için $f_{X,Y}(x, y)$ ile gösterilen ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu, ortak yığılımlı dağılım fonksiyonunun ikinci türevi alınarak elde edilmiştir.

$$f_{X,Y}(x, y) = \frac{\partial^2 F_{X,Y}(x, y)}{\partial x \partial y} \quad (16)$$

Eğer N tane rastgele değişken X_1, X_2, \dots, X_N söz konusu ise, ortak yoğunluk fonksiyonu N boyutlu ortak yığılımlı dağılım fonksiyonunun N. kısmi türevi olacaktır.

$$f_{X_1, X_2, \dots, X_N}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\partial^N F_{X_1, X_2, \dots, X_N}(x_1, x_2, \dots, x_N)}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_N} \quad (17)$$

İki rastgele değişken içeren bir olayın olasılık tarifinin yapılabilmesi, ortak olasılık yoğunluk fonksiyonunu ile mümkündür. Örneğin, birbirleriyle korelasyonu olan ve rastgele titreşen iki komşu yapının aralarındaki çarpışmanın belirlenmeye çalışılması, ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu için bir uygulamadır.

1.4.7. İstatistiksel Bağımsızlık

$$P \{ X \leq x, Y \leq y \} = P \{ X \leq x \} P \{ Y \leq y \} \quad (18)$$

şartı sağlanıyor ise X ve Y istatistiksel olarak bağımsız rastgele değişkenlerdir. X ve Y bağımsız iseler, (18) nolu denklemden ve yığılımlı dağılım fonksiyonunun tanımından,

$$F_{X,Y}(x, y) = F_X(x) F_Y(y) \quad (19)$$

eşitliği ve yoğunluk fonksiyonunun tanımından,

$$f_{X,Y}(x, y) = f_X(x) f_Y(y) \quad (20)$$

eşitliği yazılabilir.

Başka bir ifade ile, X ve Y rastgele değişkenlerinin değerleri oluşturulurken x değeri y değerinden ve y değeri x değerinden etkilenmemiş ise, bu iki rastgele değişken istatistiksel olarak bağımsızdır denilir [54].

1.4.8. Çok Rastgele Değişkenlerin Ortalamaları

1.4.8.1. Ortak Orjine Dair Momentler

Ortak orjine dair momentler m_{nk} ile gösterilmiş olup, X ve Y gibi iki rastgele değişken için şu şekilde ifade edilmiştir.

$$m_{nk} = E [X^n Y^k] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^n y^k f_{X,Y} (x , y) dx dy \quad (21)$$

$m_{n0} = E [X^n]$, X'in momentleri iken $m_{0k} = E [Y^k]$, Y'nin momentleridir. n+k momentin mertebesini gösterdiğinden m_{02} , m_{20} ve m_{11} X ve Y' nin ikinci dereceden momentleridir. Birinci dereceden momentler olan $m_{01} = E [Y] = \bar{Y}$ ve $m_{10} = E [X] = \bar{X}$, sırası ile Y ve X'in ortalamalarıdır.

İkinci dereceden $m_{11} = E [XY]$ moment, X ve Y'nin korelasyonudur ve şu şekilde yazılabilir.

$$R_{XY} = m_{11} = E [XY] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xy f_{X,Y} (x , y) dx dy \quad (22)$$

Korelasyon ifadesi,

$$R_{XY} = E [X] E [Y] \quad (23)$$

şeklinde yazılabiliyor ise X ve Y rastgele değişkenleri arasında bir korelasyon yoktur yada lineer olarak bağımsızdırlar . Eğer $R_{XY} = 0$ ise, X ve Y rastgele değişkenleri ortogondur. X ve Y'in istatistiksel bağımsızlığı aralarında korelasyon olmadığının göstergesidir. Fakat, X ve Y arasında korelasyon yok ise, X ve Y bağımsızdır hükmü her zaman doğru değildir. N tane rastgele değişken X_1, X_2, \dots, X_N için, $(n_1 + n_2 + \dots + n_N)$. mertebeden moment şu şekilde tanımlanır.

$$\begin{aligned} m_{n_1 n_2 \dots n_N} &= E [X_1^{n_1} X_2^{n_2} \dots X_N^{n_N}] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} X_1^{n_1} X_2^{n_2} \dots X_N^{n_N} f_{X_1, \dots, X_N} (x_1, \dots, x_N) dx_1 \dots dx_N \end{aligned} \quad (24)$$

Burada, n_1, n_2, \dots, n_N tam sayıdırlar.

1.4.8.2 Ortak Merkezi Momentler

μ_{nk} ile gösterilen ortak merkezi momentler, X ve Y gibi iki rastgele değişken için aşağıdaki gibi ifade edilirler.

$$\begin{aligned}\mu_{nk} &= E [(X - \bar{X})^n (Y - \bar{Y})^k] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{X})^n (y - \bar{Y})^k f_{X,Y} (x , y) dx dy\end{aligned}\quad (25)$$

İkinci dereceden merkezi momentler olan,

$$\mu_{20} = E [(X - \bar{X})^2] = \sigma_X^2 \quad (26)$$

$$\mu_{02} = E [(Y - \bar{Y})^2] = \sigma_Y^2 \quad (27)$$

sırası ile X ve Y' nin varyanslarıdır.

İkinci dereceden ortak moment olan μ_{11} , X ve Y rastgele değişkenlerinin kovaryansı adını alır ve C_{XY} sembolü ile gösterilir.

$$\begin{aligned}C_{XY} = \mu_{11} &= E [(X - \bar{X}) (Y - \bar{Y})] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{X}) (y - \bar{Y}) f_{X,Y} (x , y) dx dy\end{aligned}\quad (28)$$

(22) denklemi kullanılarak (28) integrali aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$C_{XY} = R_{XY} - \bar{X} \bar{Y} = R_{XY} - E[X] E[Y] \quad (29)$$

X ve Y bağımsız ise ya da araların da bir korelasyon yoksa, (23) ve (28) ifadelerine bağlı olarak bu rastgele değişkenlerin kovaryansı sıfır olacaktır. $C_{XY} = 0$ ifadesi, X ve Y' nin bağımsız olduğu, ya da aralarında korelasyon olmadığı anlamına gelmektedir. Normalleştirilmiş ikinci dereceden moment,

$$\rho = \mu_{11} / \sqrt{\mu_{20} \mu_{02}} = C_{XY} / \sigma_X \sigma_Y \quad (30)$$

ile gösterilir ve korelasyon katsayısı adını alır. ρ , $-1 \leq \rho \leq 1$ aralığında değişim gösterir. Korelasyon katsayısı ρ_{XY} , rastgele değişkenler X ve Y arasındaki istatistiksel bağımlılığın derecesini verir. Eğer $\rho_{XY} = +1$ ise rastgele değişkenler birbirlerine tam bağımlıdır. Başka bir ifade ile, bu durumda sadece bir tane rastgele değişken vardır. $\rho_{XY} = 0$ ise rastgele değişkenler tamamen bağımsızdır.

X_1, X_2, \dots, X_N gibi N tane rastgele değişken için $(n_1 + n_2 + \dots + n_N)$. mertebeden ortak merkezi moment şu şekilde tanımlanır [54].

$$m_{n_1 n_2 \dots n_N} = E [(X_1 - \bar{X}_1)^{n_1} (X_2 - \bar{X}_2)^{n_2} \dots (X_N - \bar{X}_N)^{n_N}]$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} (x_1 - \bar{X}_1)^{n_1} (x_2 - \bar{X}_2)^{n_2} \dots (x_N - \bar{X}_N)^{n_N} f_{X_1, \dots, X_N}(x_1, \dots, x_N) dx_1 \dots dx_N \quad (31)$$

1.4.9. N Rastgele Değişken

N tane rastgele değişkenin X_1, X_2, \dots, X_N ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabiliyorsa bu rastgele değişkenlerin ortak gauss dağılımına sahip oldukları söylenir.

$$f_{X_1, \dots, X_N}(x_1, \dots, x_N) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} |[C_X]|^{1/2}} \exp\left\{-\frac{[x - \bar{X}]^T [C_X]^{-1} [x - \bar{X}]}{2}\right\} \quad (32)$$

Burada matrisleri tanımlamak gerekirse,

$$[x - \bar{X}] = \begin{bmatrix} x_1 - \bar{X}_1 \\ x_2 - \bar{X}_2 \\ \dots \\ x_N - \bar{X}_N \end{bmatrix} \quad (33)$$

ve

$$[C_X] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1N} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{N1} & C_{N2} & \dots & C_{NN} \end{bmatrix} \quad (34)$$

$[C_X]$ kovaryans matrisidir. $[.]^T$ notasyonu matrisin transpozesi için, $[.]^{-1}$ matrisin tersi için ve $||.||$ determinant için kullanılmıştır. $[C_X]$ 'in elemanları, N rastgele değişkenlerinin kovaryans matrisi olarak adlandırılırlar ve şu şekilde gösterilirler.

$$C_{ij} = E[(X_i - \bar{X}_i)(X_j - \bar{X}_j)] = \begin{cases} \sigma_{X_i}^2 & i = j \\ C_{X_i X_j} & i \neq j \end{cases} \quad (35)$$

X_i ve X_j arasındaki istatistiksel bağımlılık korelasyon katsayısı ile şu şekilde gösterilir.

$$\rho_{ij} = \frac{C_{ij}}{\sqrt{C_{ii}C_{jj}}} = \frac{C_{ij}}{\sigma_{ii}\sigma_{jj}} \quad (36)$$

(32) ifadesi N değişkenli gauss yoğunluk fonksiyonu olarak adlandırılır. Eğer tüm rastgele değişkenler (N) istatistiksel olarak bağımsız ise, kovaryans matrisi diyagonal matris olur [32].

1.5. Rastgele İşlem (Random Process)

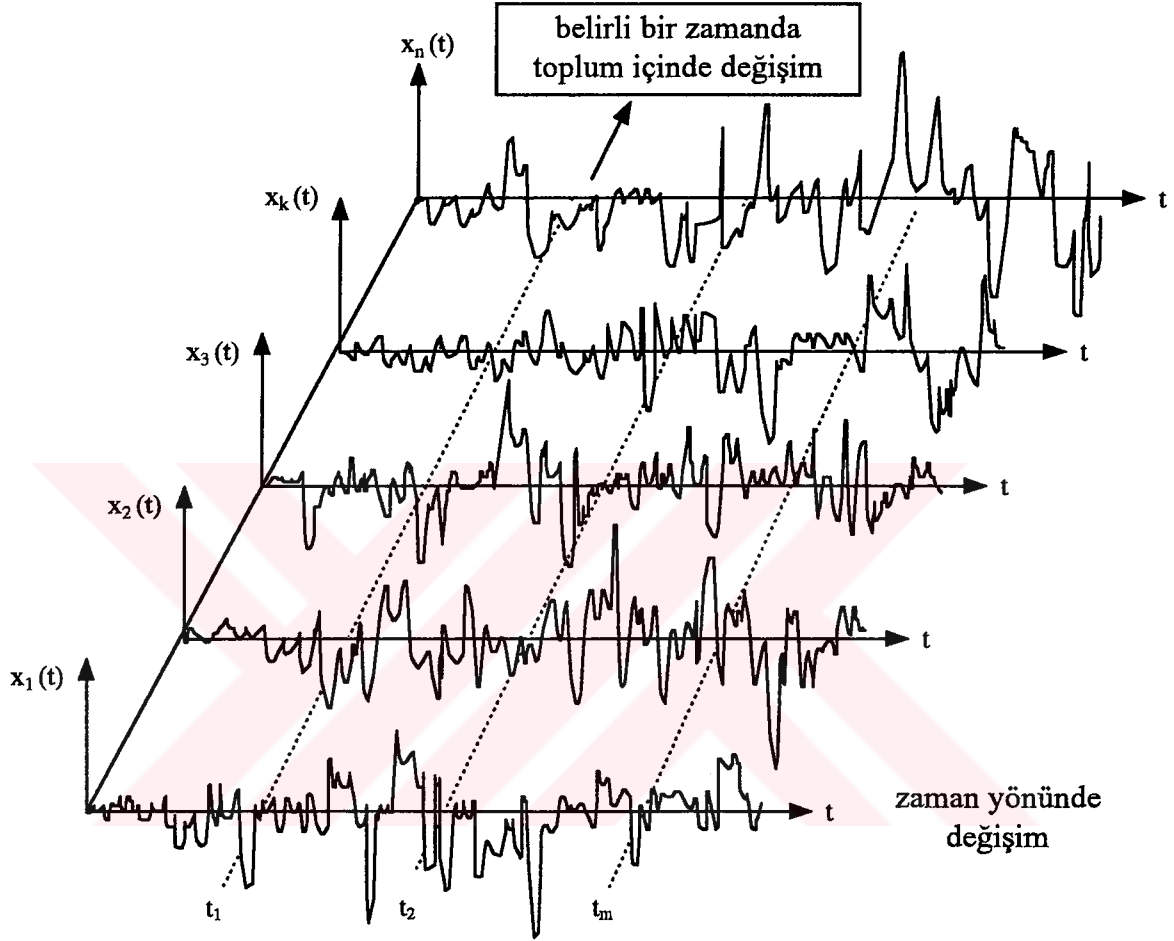
Rastgele bir olayı temsil eden veri, olayın her tekrarı için farklı olacağından kesin bir matematiksel ifadeyle tanımlanamaz. Örnek olarak, bir sismografta kaydedilen deprem hareketleri düşünülürse, elde edilecek ivme - zaman kayıtları Şekil 3' de ki gibi olacaktır.

Şekildeki kayıtlar ($x_k(t)$, ($k = 1, 2, \dots, n$)), bağımsız bir değişken olan zamanın fonksiyonları olup herbiri birbirinden farklı olacağından ($r = s$ için $x_r(t) \neq x_s(t)$), bir sismografta kaydedilecek ivme zaman grafiği, olabilecek sonsuz sayıdaki kayıttan sadece bir tanesi olacaktır. Rastgele bir olayı temsil eden tek bir zaman süreci, örnek fonksiyon olarak adlandırılır [58].

Bu kayıtlar istatistiksel özellikler ile karakterize edilebilirse, rastgele bir değişkene ait kayıtların tamamı ($\{x(t)\}$ ($k=1,2,\dots, n$)), rastgele işlem $X(t)$ olarak tanımlanır. Kısaca rastgele işlem, rastgele değişkenin zamanı kapsayacak şekilde genişletilmesidir.

$x(t)$, $X(t)$ ile temsil edilen rastgele işlemin özel bir dalga şeklini temsil edecektir. Ayrıca t bir sabit olarak düşünülürse, rastgele işlem rastgele bir değişkeni gösterecektir. $X(t_1)$ rastgele değişkeni, rastgele işlemde zaman t_1 alınarak elde edilebilir. $X_1 = X(t_1)$ 'in istatistiksel özellikleri rastgele işlemin t_1 anındaki istatistiksel özelliklerini tanımlar. X_1 'in ortalaması toplum ortalaması ve aynı zamanda t_1 anındaki rastgele işlemin ortalamasıdır. t_1 bir çok farklı değer alabileceğinden rastgele işlemin ortalaması sabit

olmayıp, genelde zamanın fonksiyonu olacaktır. t_i anında rastgele işlemden elde edilmiş herangi bir rastgele değişken, $X_i = X_i(t)$ şeklinde gösterilecektir [54].



Şekil 3. Rastgele işlem [51]

Sismografta kaydedilen kayıtların t_1 zaman anındaki değerleri ($x(t_1)$) ölçülürse, ölçümler $-\infty \leq x(t_1) \leq \infty$ aralığında olacaktır. Bu ölçümlere karşılık gelen örnek uzay $-\infty \leq x(t_1) \leq \infty$ gerçel doğrusu olacaktır. Bu verilerden, $[x_1 < X(t_1) \leq x_1 + dx_1]$ şeklindeki olayların oluşma frekansları belirlenebilir. Böylece elde edilen frekanslar, $P[x_1 < X(t_1) \leq x_1 + dx_1]$ olasılıklarının ve dolayısı ile $f_X(x_1; t_1)$ olasılık yoğunluk fonksiyonunun belirlenmesine imkân verir. Benzer şekilde, $X(t_1)$ 'den $X(t_N)$ 'e kadar olan rastgele değişkenlerin, t_1 'den t_N 'e kadar N zaman anlarındaki örnek değerlerini veren

ölçümler yapılabilir ve böyle bir işlemi ihtimali olarak tamamen karakterize etmek için gerekli olan $f_X (x_1 , \dots, x_N ; t_1 , \dots, t_N)$ çok değişkenli ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu belirlenebilir [59].

$$f_X (x_1 , \dots, x_N ; t_1 , \dots, t_N) dx_1 dx_2 \dots dx_N =$$

$$P \{ x_1 < X_1 \leq x_1 + dx_1, x_2 < X_2 \leq x_2 + dx_2, \dots, x_N < X_N \leq x_N + dx_N \} \quad (37)$$

Mühendislik uygulamalarında bu fonksiyonlardan ilk ikisinin bilinmesi genelde yeterli olmaktadır.

$$f_X (x_1 ; t_1) = P (x_1 < X_1 \leq x_1 + dx_1) \quad (38)$$

$$f_X (x_1 , x_2 ; t_1 , t_2) = P (x_1 < X_1 \leq x_1 + dx_1 , x_2 < X_2 \leq x_2 + dx_2) \quad (39)$$

Rastgele işlemi karakterize etmek için toplumda gerekli olan eleman sayısı “n”, işlemin türüne ve istenen doğruluk derecesine bağlıdır.

Olasılık yoğunluk fonksiyonu istatistiksel olarak rastgele değişkenin örnek değerlerinin toplum boyunca alınmasıyla bulunabilir. Kesin sonuçlar ancak $n \rightarrow \infty$ ’a yaklaştıkça elde edilebileceği halde, yeterli doğruluk sonlu sayıda eleman kullanarak sağlanabilir.

Bazı rastgele işlemler için, her işlemin istenen olasılık yoğunluk fonksiyonu tek bir elemanın analizi ile belirlenebilmektedir. Böyle durumlarda işlemin tam karakterize edilişi, ancak işlemin süresinin sonsuza gitmesi ile sağlanabilir. Pratikte işlemler genelde zaman ile sınırlandırıldığından, rastgele bir işlemin bu şekilde karakterize edilişi ancak bir yaklaşım olabilmektedir. Fakat, mühendislik açısından yeterli doğruluk genelde kısa süreli kayıtlarla sağlanabilmektedir.

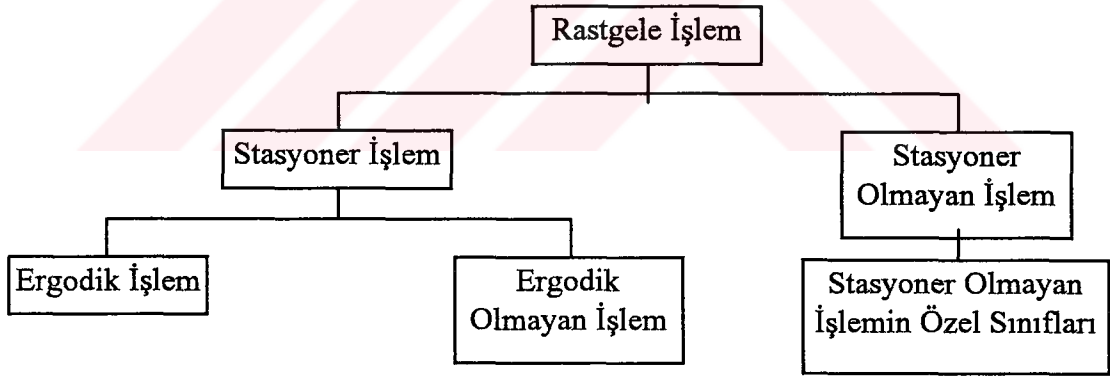
Rastgele değişken zaman olabileceği gibi, herhangi başka bir yada birden fazla büyüklük de olabilir. Örneğin, bir endüstri bacasına kasırga sırasında etkiyen kuvvet düşünülürse, söz konusu kuvvet türbülans nedeni ile rastgele olacaktır. Türbülanslar zamana göre rastgele olan rüzgâr kuvvetleri yanında, düşey koordinat doğrultusunda da rastgele olan rüzgâr kuvvetleri oluşturacaklardır. Böylece bahsedilen işlem iki bağımsız değişken içerecektir. Rastgele bir işlemdeki bağımsız değişkenlerin sayısı arttıkça işlemi karakterize etmekte o kadar zorlaşacaktır [32].

Aslında, stokastik işlemle ilgili hiçbirsey rastgele olmadığı gibi, rastgele değişkenle

ilgili de hiçbir şey rastgele değildir. Rastgelelik olayın bizzat kendisinden kaynaklanmaktadır.

Eğer etkiler yüksek dereceden rastgele iseler, stokastik işlem modelleri hem etkiyi hem de etkiye karşılık gelecek tepkiyi karakterize etmekte çok kullanışlıdır. Stokastik metodlar frekans alanında çalıştıklarından, uygulanabilirlikleri yapının doğal frekansına, dolayısı ile yapının şekline bağlıdır.

Rastgele bir işlem, her t_1, t_2, \dots, t_k anı için F_X gauss dağılımına sahip ise, rastgele işlem gauss işlemi olarak adlandırılır. Rastgele titreşim teorisinde çalışılan çoğu rastgele işlem gauss işlemidir. Çünkü, doğal olaylardan kaynaklanan işlemlerin büyük bir kısmı hakikatten gauss'dur ya da yaklaşık olarak gauss işlemi şeklinde gösterilebilir. Olasılık analizi oldukça basit olan Gauss işlemi lineer dönüşümlerle sınırlandırıldığından, gauss dağılımına sahip bir etkiye maruz lineer bir sistemin tepkisi de Gauss dağılımına sahip olacaktır. Ayrıca, deprem hareketlerini kaydeden sismografların istatistiksel analizleri, deprem yer hareketlerinin gauss işlemleri olarak incelenebileceğini göstermektedir.



Şekil 4. Rastgele işlemin sınıflandırılması [50]

Rastgele işlemler Şekil 4'de görüldüğü gibi stasyoner ve stasyoner olmayan işlemler olarak iki ana sınıfa ayrılırlar. Stasyoner işlemde kendi içerisinde ergodik ve ergodik olmayan stasyoner işlemler olarak ikiye ayrılır. Stasyoner olmayan işlemler ise stasyoner olmayan işlemin özelliklerine bağlı olarak özel sınıflara ayrılırlar [50].

1.5.1. Dağılım ve Yoğunluk Fonksiyonları

t_1 anında $X_1 = X(t_1)$ rastgele değişkeni için yığışımlı olasılık dağılım fonksiyonu, $F_X(x_1; t_1)$ ile gösterilecektir.

$$F_X(x_1; t_1) = P\{X(t_1) \leq x_1\} \quad (40)$$

Bu tanım, tek rastgele değişken için kullanılan fonksiyon tanımının zamanı kapsayacak şekilde genişletilmiş halidir. $X_1 = X(t_1)$ ve $X_2 = X(t_2)$ gibi iki rastgele değişken için ikinci dereceden ortak yığışımlı dağılım fonksiyonu (40) ifadesinin iki boyutlu şeklidir.

Benzer şekilde, N rastgele değişken için ($X_i = X(t_i)$, $x_i = 1, 2, \dots, N$), N . dereceden ortak yığışımlı dağılım fonksiyonu,

$$F_X(x_1, \dots, x_N; t_1, \dots, t_N) = P\{X(t_1) \leq x_1, X(t_2) \leq x_2, \dots, X(t_N) \leq x_N\} \quad (41)$$

şeklinde olacaktır. Eğer F_X her t_1, \dots, t_k anı için belirlenebiliyorsa, rastgele işlem tamamen belirlenmiş olur.

Ortak olasılık yoğunluk fonksiyonları da, yukarıdaki ifadelerin türevlerinin alınması ile elde edilmişlerdir.

$$f_X(x_1; t_1) = dF_X(x_1; t_1) / dx_1 \quad (42)$$

$$f_X(x_1, \dots, x_N; t_1, \dots, t_N) = \partial^N F_X(x_1, \dots, x_N; t_1, \dots, t_N) / (\partial x_1 \dots \partial x_N) \quad (43)$$

1.5.2. İstatistiksel Bağımsızlık

$X(t)$ ve $Y(t)$ işlemleri için $X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_N)$ rastgele değişkenleri, seçilen t_1, t_2, \dots, t_N , t'_1, t'_2, \dots, t'_M zamanlarında $Y(t'_1), Y(t'_2), \dots, Y(t'_M)$ değişkenlerinden bağımsız ise, rastgele değişkenler istatistiksel olarak bağımsızdır ve aralarında aşağıdaki gibi bir ilişki vardır.

$$\begin{aligned} f_{X,Y}(x_1, \dots, x_N, y_1, \dots, y_M; t_1, \dots, t_N, t'_1, \dots, t'_M) \\ = f_X(x_1, \dots, x_N; t_1, \dots, t_N) f_Y(y_1, \dots, y_M; t'_1, \dots, t'_M) \end{aligned} \quad (44)$$

1.5.3. Rastgele İşlemi Tanımlayan Temel Fonksiyonlar

Rastgele işlemin olasılık özelliklerini tanımlayan en önemli fonksiyonlar şu şekilde sıralanabilir [55].

- 1 - Ortalama Değer
- 2 - Otokorelasyon Fonksiyonu
- 3 - Ortalamanın Karesi Değeri
- 4 - Varyans
- 5 - Olasılık yoğunluk fonksiyonu
- 6 - Güç spektral yoğunluk fonksiyonu

Otokorelasyon ve Güç spektral yoğunluk fonksiyonları olasılık yoğunluk fonksiyonunun verdiği bilgiyi, zaman alanında ve frekans alanında verirler. Güç spektral yoğunluk fonksiyonu, otokorelasyon fonksiyonuna ek olarak yeni bir bilgi sağlamaz. Çünkü bu ikisi Fourier dönüşüm çiftidir [50].

1.5.4. Rastgele İşlemlerin Ortak Özellikleri

Bir çok durumda iki yada daha fazla rastgele işleme ait farklı verilerin ortak özelliklerinin belirlenmesi, önemli bilgiler sağlar. İki rastgele işleme ait örnek kayıtların ortak özelliklerinin tanımı için üç temel istatistiksel fonksiyon kullanılmaktadır.

- 1- Ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu
- 2- Karşıt - Korelasyon fonksiyonu
- 3- Karşıt - Spektral yoğunluk fonksiyonu

Bu fonksiyonlar ortak özellikler hakkında sırasıyla genlik alanında, zaman alanında ve frekans alanında bilgi sağlamaktadırlar [50].

1.5.5. Stasyoner İşlem

Stasyonerlik, istatistiksel özelliklerin zamandan bağımsız olduğunu ifade etmektedir. Deprem hareketi gibi rastgele bir işlem, farklı zamanlarda farklı istatistiklere sahip ise bu işlem stasyoner olmayan işlem olarak adlandırılır. Diğer taraftan, denizlerdeki dalga salınımları ve rüzgar basınçları gibi rastgele etkilerin istatistiksel özelliklerinin

zamanla değişimi küçük olduğundan, sözkonusu rastgele titreşimler yaklaşık olarak stasyoner kabul edilebilirler. Deprem hareketi stasyoner olmamasına rağmen, analitik basitliğinden ve belirli şartlar altında uygun yaklaşımlar oluşturmasından dolayı stasyoner olarak kabul edilebilir. Nitekim, deprem hareketleri tüm hareket boyunca stasyoner olmayabilir, fakat maksimum yapı tepkilerinin oluştuğu saniyeler boyunca stasyoner olarak kabul edilmesi uygun bir yaklaşımdır. Verilen rastgele bir örnek fonksiyonun stasyoner bir işleme ait olup olmadığı, ancak sonsuza giden sonsuz sayıdaki örnek fonksiyon ile kesinlik kazanabilir. Aksi takdirde işlemin istatistiksel özelliklerinin bir sonraki örnekte, yada bir sonraki zaman aralığında değişme olasılığı her zaman vardır.

Mühendislikteki tüm rastgele işlemlerin bir başlangıç ve sonlarının olması sebebiyle gerçekte stasyoner olamazlar. Fakat pratik amaçlar doğrultusunda bir işlem, hareketinin önemli bir bölümünde yaklaşık olarak stasyoner kabul edilebilir. Ayrıca tek bir örnek kayıt stasyoner olarak adlandırılıyorsa, kısa zaman aralıklarında hesaplanan istatistiksel özelliklerinin birinden diğerine önemli derecede değişmemesi gerekir. Birçok pratik problemin uygun yaklaşımlarla stasyoner olarak kabul edilebileceği belirtildikten sonra, stasyoner işlem için şu şekilde bir örnek verilebilir. Jet motorlarından çıkan sesin neden olduğu uçak panellerindeki titreşimler göz önüne alınırsa, panellere gelen ana etki motorların maksimum güce ulaştığı kalkış anında olmaktadır. Motor gücü aşama aşama maksimum seviyeye geldikten ve uçak hız kazandıktan sonra, uçuş için gerekli olan seviyeye aşama aşama inilir. Bundan dolayı, gerçekte oluşturulan akustik basınç stasyoner değildir. Fakat, 1 - 2 dakika süren maksimum motor gücü sırasında, uçak gövdesinde yada kanat yüzeyinde bir nokta da ölçülen akustik basınçlar stasyoner bir model göstermektedir. Bundan dolayı, amaç panellerde oluşacak yorulma etkilerini bulmaksa, fazla bir katkısı olmayan etkinin stasyoner olmayan kısmı ihmal edilebilir. Yalnız, rastgele işlemi oluşturan mekanizma başlangıç zamanına bağlı ise stasyonerlik iyi bir yaklaşım olmayacaktır.

Rastgele bir işlemin ($X (t)$) tüm dereceden olasılık yoğunluk fonksiyonları ($N = 1,2,\dots, n$) zamandan bağımsız ise, bu işlem kuvvetli stasyoner (strongly stationary) işlem olarak adlandırılır ve her t_1, \dots, t_N ve τ için,

$$f_X (x_1 ; t_1) = f_X (x_1 , t_1 + \tau) \quad (45)$$

$$f_X (x_1, \dots, x_N ; t_1, \dots, t_N) = f_X (x_1, \dots, x_N ; t_1 + \tau, \dots, t_N + \tau) \quad (46)$$

eşitlikleri yazılabilir.

Stasyonere rastgele titreşim problemlerinde, genelde işlemle ilgili az sayıdaki istatistiğın (ortalama değeri ve otokorelasyon fonksiyonu) zamanla stasyonere olduğu zayıf stasyonere (weakly stationary) işlemlerle karşılaşılmaktadır [55]. Zayıf stasyonere işlem için t_1 anındaki tek rastgele değışkene $X (t_1)$ veya t_2 anındaki rastgele değışkene $X (t_2)$ ait aşğıdaki sabit istatistikler mevcuttur.

$$\text{Ortalama} \quad : \quad \bar{X} = E [X (t_1)] = E [X (t_2)] \quad (47)$$

$$\text{Ortalamanın Karesi} \quad : \quad E [X^2 (t_1)] = E [X^2 (t_2)] \quad (48)$$

$$\text{Varyans} \quad : \quad \sigma_X^2 = E [(X (t_1) - \bar{X}(t_1))^2] = E [(X (t_2) - \bar{X}(t_2))^2] \quad (49)$$

t_1 anındaki $X (t_1)$ veya t_2 anındaki $X (t_2)$ gibi iki rastgele değışken için $\tau = t_2 - t_1$ aralığında kovaryans ve korelasyon fonksiyonları sadece τ 'nın fonksiyonudurlar.

$$\text{Korelasyon Fonksiyonu} \quad : \quad R_{XX} (\tau) = E [X (t_1) X (t_1 + \tau)] \quad (50)$$

$$\text{Kovaryans Fonksiyonu} \quad : \quad C_{XX} (t_1 , t_2) = E [X (t_1) X (t_2)] - \bar{X}^2 \quad (51)$$

$$C_{XX} (\tau) = E [X (t_1) X (t_1 + \tau)] - \bar{X}^2 \quad (52)$$

t_1 zamanından bağımsızdırlar.

τ 'nın bu korelasyon fonksiyonu rastgele titreşimde otokorelasyon fonksiyonu olarak adlandırılır ve $R_{XX} (\tau)$ ile gösterilir. Çünkü burada korelasyon ifadesi aynı işlemin iki rastgele değışkeni ($X (t_1)$ ve $X (t_2)$) içindir. Eğer iki işlem söz konusu olursa, karşıt korelasyon ifadesi kullanılacaktır. Rastgele işlemlerin istatistiksel olarak tanımlanabilmesi için gerekli olan fonksiyonlar, spektral yoğunluk fonksiyonu ve otokorelasyon fonksiyonudur. Bu iki fonksiyon hemen hemen tüm rastgele titreşim problemlerinin odak noktasını oluşturmaktadır.

Çoğu rastgele titreşim probleminde ortalama değeri rastgele işlemde ayrılar, bir güçlkle karşılaşılmadan statik olarak ayrı bir biçimde incelenebilir. Böylece rastgele işlem, özü aynı kalacak şekilde basitleştirilmektedir. Bu durumda,

$$C_{XX} (\tau) = R_{XX} (\tau) \quad (53)$$

$$\sigma_X^2 = E [X^2 (t)] \quad (54)$$

ifadeleri yazılabilir [36].

1.5.6. Otokorelasyon Fonksiyonu

Otokorelasyon fonksiyonu $R_{XX}(\tau)$, rastgele işlemin bir zamandaki değerinin başka bir zamandaki değerine olan bağıllığını gösterir ve daha önce de belirtildiği gibi $R_{XX}(\tau) = E[X(t)X(t+\tau)]$ ifadesi ile gösterilir. Belirli bir zamana ait toplum içindeki değişim dikkate alınarak hesaplanan ortalamalar, toplum ortalamaları olarak isimlendirilirler. Hesaplanmaları için çok sayıda örnek fonksiyona ihtiyaç vardır. Eğer işlem stasyoner ise, otokorelasyon fonksiyonu zamandan bağımsız olup sadece τ 'nin fonksiyonu olacaktır.

Deterministik bir işlem için otokorelasyon fonksiyonu, tüm τ 'lar için sürekli olarak devam ederken, rastgele bir işlem için τ büyüdükçe sıfıra yaklaşmaktadır. Böylece otokorelasyon fonksiyonu, rastgele bir ortamda gizlenmiş olan deterministik verinin belirlenmesini sağlayabilir [50].

Rastgele bir işleme ($X(t)$) ait otokorelasyon fonksiyonunun ($R_{XX}(\tau)$) önemli özellikleri şu şekilde sıralanabilir.

$$1- R_{XX}(0) = E[X(t)X(t)] = E[X^2(t)] \quad (55)$$

$$E[X] = 0 \text{ ise } R_{XX}(0) = \sigma_X^2 \quad (56)$$

$$2- R_{XX}(\tau) = R_{XX}(-\tau) \quad (57)$$

$$3- |R_{XX}(\tau)| \leq R_{XX}(0) \quad (58)$$

Çoğu stasyoner işlem için otokorelasyon fonksiyonu, τ 'nun artan değeri ile birlikte hızla azalmaktadır. Bu olay zamanla ayrılmış olan iki rastgele değişkenin istatistiksel bağımlılıklarının hızla azaldığının göstergesidir.

İşleme bağlı olmaksızın, $X(t)$ ve $X(t+\tau)$ rastgele değişkenleri $\tau \rightarrow 0$ 'a yaklaştıkça birbirlerine yakınsamaktadırlar. Böylece, söz konusu değişkenler korelasyon katsayısı ile gösterildiği gibi tamamen birbirlerine bağlı hale gelmektedir.

$$\rho(0) = \frac{R_{XX}(0)}{\sigma_X^2} = 1 \quad (59)$$

Eğer dikkate alınan $X(t)$ rastgele işlemi; stasyoner, $E[X(t)] = 0$ ortalamalı ve gauss dağılımına sahip ise otokorelasyon fonksiyonu ($R_{XX}(\tau)$) rastgele işlemi tamamen karakterize eder. Bu ifadenin doğruluğu (35) denklemi ile verilen varyans ve kovaryans

fonksiyonlarının otokorelasyon fonksiyonuna şu şekilde bağlı olması ile anlaşılabilir [32].

$$C_{ik} = \begin{cases} R_{XX}(0) & i = k \\ R_{XX}(\tau) & i \neq k \end{cases} \quad \text{ve} \quad \tau = t_k - t_i \quad (60)$$

1.5.7. Karşıt Korelasyon Fonksiyonu

İki veri sınıfının karşıt korelasyonu, bir veri sınıfının değerlerinin diğerine olan genel bağılılığını gösterir. İki rastgele işlem için karşıt korelasyon fonksiyonu şu şekilde yazılabilir.

$$R_{XY}(\tau, t + \tau) = E[X(t)Y(t + \tau)] \quad \tau = t_2 - t_1 \quad (61)$$

Eğer $X(t)$ ve $Y(t)$ stasyoner iseler, $R_{XY}(\tau, t + \tau)$ zamandan bağımsızdır ve

$$R_{XY}(\tau) = E[X(t)Y(t + \tau)] \quad (62)$$

ifadesi yazılabilir. $R_{XY}(\tau)$ negatif yada pozitif olabilen, daima gerçel değerli bir fonksiyondur. Ayrıca $R_{XY}(\tau)$ için $\tau = 0$ 'da maksimum olmak zorunluluğu yok iken, otokorelasyon fonksiyonu için gerekli olan çift fonksiyon olmak zorunluluğu da yoktur.

Eğer $R_{XY}(\tau, t + \tau) = 0$ ise $X(t)$ ve $Y(t)$ ortogonal işlemlerdir. İki işlem istatistiksel olarak bağımsız ise karşıt korelasyon fonksiyonu,

$$R_{XY}(\tau, t + \tau) = E[X(t)]E[Y(t + \tau)] \quad (63)$$

şeklini alacaktır. Bağımsız olmalarına ek olarak $X(t)$ ve $Y(t)$ stasyoner iseler,

$$R_{XY}(\tau) = \overline{XY} \quad (64)$$

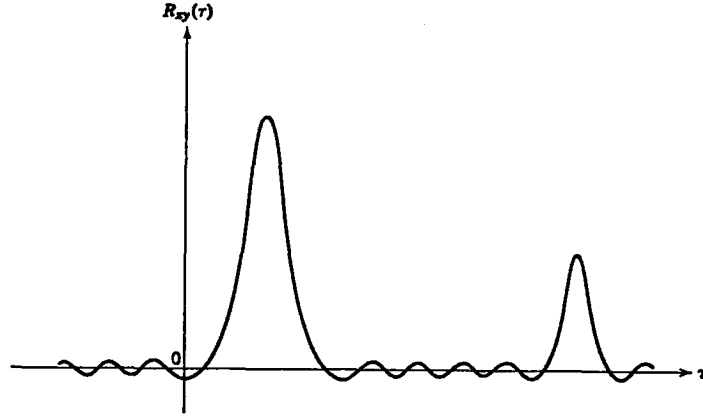
ifadesi yazılabilir. Karşıt korelasyon fonksiyonunun stasyoner işlem için geçerli olan özellikleri şu şekilde sıralanabilir [54].

$$1- R_{XY}(-\tau) = R_{YX}(\tau) \quad (65)$$

$$2- |R_{XY}(\tau)| \leq \sqrt{R_{XX}(0)R_{YY}(0)} \quad (66)$$

$$3- |R_{XY}(\tau)| \leq \frac{1}{2} [R_{XX}(0) + R_{YY}(0)] \quad (67)$$

Şekil 5'de iki rastgele işlem için karşıt korelasyon grafiği görülmektedir. Zaman zaman oluşan maksimumlar, belirli τ 'lar için $X(t)$ ve $Y(t)$ arasındaki korelasyonun varlığını göstermektedir [50, 60].



Şekil 5. İki rastgele değişken için karşıt korelasyon grafiği [50]

1.5.8. Kovaryans Fonksiyonları

Otokovaryans fonksiyonu,

$$C_{XX}(\tau, t+\tau) = R_{XX}(\tau, t+\tau) - E[X(t)]E[X(t+\tau)] \quad (68)$$

şeklinde yazılırken karşıt kovaryans fonksiyonu,

$$C_{XY}(\tau, t+\tau) = R_{XY}(\tau, t+\tau) - E[X(t)]E[Y(t+\tau)] \quad (69)$$

şeklinde yazılır. Stasyonery işlemler için (91) ve (92) ifadeleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$C_{XX}(\tau) = R_{XX}(\tau) - \bar{X}^2 \quad (70)$$

$$C_{XY}(\tau) = R_{XY}(\tau) - \bar{X}\bar{Y} \quad (71)$$

Stasyonery işlemler için varyans ifadesi, (70) ifadesinde $\tau = 0$ yazılarak bulunabilir.

Böylece bulunan varyans ifadesi zamandan bağımsız olacaktır.

$$\sigma_X^2 = E[\{X(t) - E[X(t)]\}^2] = R_{XX}(0) - \bar{X}^2 \quad (72)$$

İki rastgele işlem için $C_{XY}(\tau) = 0$ ise işlemler arasında bir korelasyon yoktur. Bu durumda (69) ifadesinden,

$$R_{XY}(\tau, t+\tau) = E[X(t)]E[Y(t+\tau)] \quad (73)$$

sonucu çıkarılabilir. Başka bir ifade ile, bağımsız işlemler arasında korelasyon yoktur.

Bilindiği gibi zaman alanında ve frekans alanında analizler, lineer sistemlerin ve deterministik fonksiyonların analizinde kullanılmaktadır. O halde rastgele titreşimlerin de

frekans alanında gösterimi mümkündür. Rastgele titreşimlerin spektral özellikleri ile karakterize edilmişinde fourier dönüşümlerinden önemli ölçüde yararlanılmaktadır [54].

1.5.9. Fourier Dönüşümleri

Bir operatör olan fourier dönüşümü; zaman fonksiyonunu frekansa, frekans fonksiyonunu da zaman fonksiyonuna dönüştürür. Fourier operatörü şu şekilde gösterilebilir [61].

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i2\pi ft} dt \quad (74)$$

veya

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt \quad (75)$$

Ters operatör ise,

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f)e^{i2\pi ft} df \quad (76)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (77)$$

şeklinde gösterilebilir.

Fourier operatöründe örnek uzayı belirleyen şartlar aynı şekilde ters fourier operatörü içinde geçerlidir.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty \quad (78)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt < \infty \quad (79)$$

(74) denklemi ile gösterilen fourier dönüşümüne sahip $x(t)$ için (78) ve (79) denklemlerinin sağlanması gerekir. (79) denklemi sağlanıyor, fakat (78) denklemi sağlanmıyor ise $x(t)$ fonksiyonunun fourier dönüşümü vardır, fakat (74) nolu denklem

ile gösterilmeyebilir. $x(t)$ fonksiyonu (78) ve (79) denklemlerini sağlıyorsa, (75) nolu denklem ile gösterilen fourier dönüşümü vardır. Fourier dönüşümleri rastgele titreşim analizinde önemli ölçüde kullanılmaktadır. Örneğin, stasyonere işlemin otokorelasyon ve güç spektral yoğunluk fonksiyonları birer fourier dönüşüm çiftidir.

1.5.10. Güç Spektral Yoğunluk Fonksiyonu (Power Spectral Density Function)

Güç spektral yoğunluk fonksiyonu $S_{XX}(w)$, ikinci dereceden istatistiklerin alternatif bir şekli olup otokorelasyon fonksiyonundan $R_{XX}(\tau)$ çok daha kullanışlıdır. Rastgele bir işlem ($X(t)$) için $x(t)$ örnek fonksiyonunun $-T$ ve T zaman aralığında kalan kısmını $x_T(t)$ ile gösterilsin.

$$x_T(t) = \begin{cases} x(t) & -T < t < T \\ 0 & t \geq T \text{ ve } t \leq -T \end{cases} \quad (80)$$

T sonlu olduğu müddetçe $x_T(t)$,

$$\int_{-T}^T |x_T(t)| dt < \infty \quad (81)$$

şartını sağlar ve fourier dönüşümü $X_T(w)$ vardır.

$$X_T(w) = \int_{-T}^T x_T(t) e^{-iwt} dt = \int_{-T}^T x(t) e^{-iwt} dt \quad (82)$$

$x(t)$ fonksiyonunda ($-T, T$) aralığındaki mevcut enerji,

$$E(T) = \int_{-T}^T x_T^2(t) dt = \int_{-T}^T x^2(t) dt \quad (83)$$

ifadesi ile gösterilir. $x_T(t)$ 'nin fourier dönüşümü olduğundan, enerjisi $X_T(w)$ ile ilişkili olmalıdır. Parseval teoremi [54] kullanılarak,

$$E(T) = \int_{-T}^T x^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X_T(w)|^2 dw \quad (84)$$

ifadesi elde edilir ve ifade $2T$ 'ye bölünürse $x(t)$ fonksiyonunun ($-T, T$) aralığındaki ortalama gücü $P(T)$ elde edilir.

$$P(T) = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|X_T(w)|^2}{2T} dw \quad (85)$$

İntegrasyon gücü verdiği için, $|X_T(w)|^2/2T$ güç spektral yoğunluk fonksiyonudur. Fakat iki nedenden dolayı aranan fonksiyon değildir. Nedenlerden biri (85) ifadesi tüm örnek fonksiyondaki gücü temsil etmemektedir. T'nin toplum elemanındaki tüm gücü içerecek şekilde büyük tutulması gerekmektedir. İkinci neden ise, (85) ifadesi sadece bir örnek fonksiyondaki gücü içermektedir ve işlemi temsil etmemektedir. Başka bir ifade ile, P (T) rastgele işlemle ilgili gerçek bir rastgele değişkendir. Bahsedilen eksiklikler giderilerek rastgele işlem için ortalama güç P_{XX} bulunabilir. $T \rightarrow \infty$ alınır ve (85) ifadesinin ortalaması bulunursa, rastgele işlem için uygun bir güç spektral yoğunluk fonksiyonu elde edilebilir. Bu işlemler yapıldıktan sonra,

$$P_{XX} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T E[X^2(t)] dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E[|X_T(w)|^2]}{2T} dw \quad (86)$$

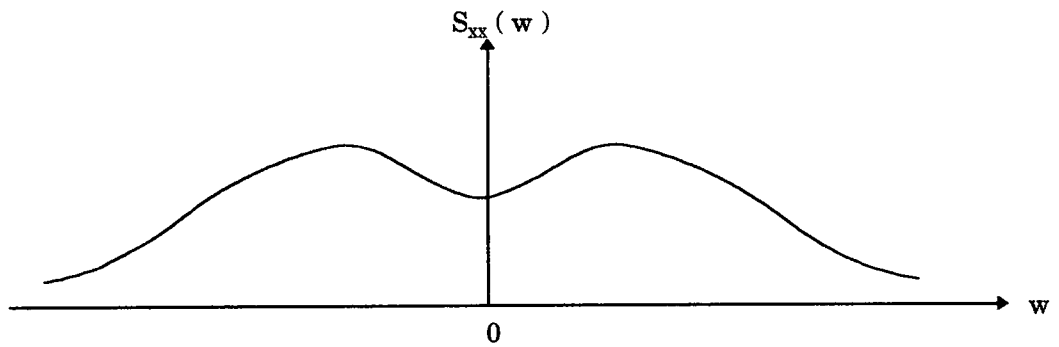
ifadesi elde edilir. Stasyonery bir işlem için, $E[X^2(t)] = \overline{X^2}$ ve $P_{XX} = \overline{X^2}$ olacaktır. Eğer rastgele işlem için spektral yoğunluk fonksiyonu,

$$S_{XX}(w) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E[|X_T(w)|^2]}{4\pi T} \quad (87)$$

olarak tanımlanırsa,

$$P_{XX} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{XX}(w) dw \quad (88)$$

ifadesi elde edilir. Burada $S_{XX}(w)$, $X(t)$ rastgele işlemin güç spektral yoğunluk fonksiyonu olarak isimlendirilir [54].



Şekil 6. Güç spektral yoğunluk fonksiyonu [54]

1.5.10.1. Stasyonere Bir İşleme Ait Spektral Yoğunluk Fonksiyonunun Özellikleri

Güç spektral yoğunluk fonksiyonu rastgele titreşim konusunda en önemli tanımlayıcı olarak kullanıldığından, özelliklerinin ve mühendislik öneminin anlaşılması gereklidir. Özellikleri şu şekilde sıralanabilir.

$$1- S_{XX}(w) \geq 0 \quad (89)$$

$S_{XX}(w)$ her birim frekans için toplumun karesel ortalamasını temsil ettiğinden, tüm frekanslar için sıfıra eşit yada sıfırdan büyük olmalıdır.

$$2- S_{XX}(-w) = S_{XX}(w) \quad (90)$$

$S_{XX}(-w)$, simetrik karşılığı olan $S_{XX}(w)$ ile birlikte tanımlanmasına rağmen, negatif frekansın fiziksel bir anlamı yoktur.

3- $S_{XX}(w)$, w 'nin gerçel ve çift fonksiyonudur (Şekil 6).

$$4- R_{XX}(0) = \overline{X^2} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{XX}(w)dw \quad (91)$$

Frekans alanında çözümün rastgele titreşim problemlerinde kullanılışı, analitik basitliğinden ve rastgele titreşim problemlerinde frekansın parametre olarak öneminin büyüklüğünden kaynaklanmaktadır. Güç spektral yoğunluk fonksiyonu $S_{XX}(w)$, toplumun karesel ortalamasının dağılımını frekans alanında temsil etmektedir.

$\overline{X^2}(t)$ karesel ortalaması, stokastik işlemin ortalama gücü ile orantılı olduğundan, $S_{XX}(w)$; $w, w + dw$ frekans bölgesinde var olan güce karşılık gelmektedir [36]. Başka bir ifade ile, güç spektral yoğunluk fonksiyonu bir dalganın gücünün frekansa karşı olan dağılımını gösterir ve integre edilirse toplam gücü verir. Güç spektrum hesaplamaları rastgele değişen dalga biçimlerinin tanımlanmasını kolaylaştırmaktadır.

Dinamik analizlerin çoğunda deprem hareketi ile ilgili olarak istenen bilgiler, davranış spektrumu ve deprem kaydı süresidir. Stokastik analizde ise, rastgele kuvvetin spektral yoğunluk fonksiyonunun ve zamanın belirlenmesi gerekmektedir. Zaman süreci kayıtları deterministik dinamik analizler için etki işlemini tanımlarken, güç spektral yoğunluk fonksiyonları da stokastik analizler için aynı görevi yapar.

Rastgele titreşim analizlerinde deprem hareketi, $S_{XX}(w)$ spektral yoğunluk fonksiyonu ile verilen stasyonere rastgele bir fonksiyonun belirli bir zaman aralığında

sınırlandırılmasıyla temsil edilebilir. Stasyoner işlemlerde yer hareketinin en etkili olduğu zamanlardaki frekans içeriğini yansıtan $S_{XX}(\omega)$, sismik tepkilerin bulunması amacı için yeterli doğruluktadır.

Stasyoner rastgele işlemin, $R_{XX}(\tau) / 2\pi$ ile gösterilen otokorelasyon fonksiyonunun fourier dönüşümü, güç spektral yoğunluk fonksiyonu $S_{XX}(\omega)$ olarak tanımlanır ve otokorelasyon fonksiyonuna aşağıdaki fourier integral dönüşümü ile bağlıdır.

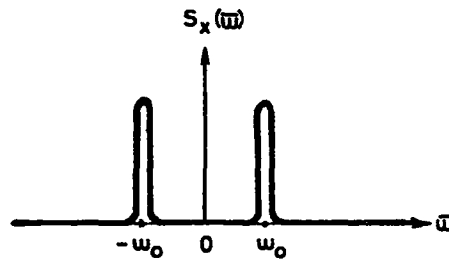
$$S_{XX}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{XX}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (92)$$

$$R_{XX}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{XX}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (93)$$

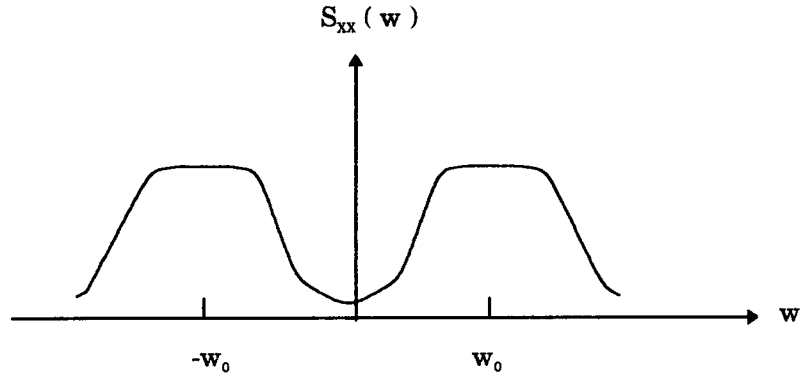
Burada, $R_{XX}(\tau) / 2\pi$ ve $S_{XX}(\omega)$ fourier dönüşüm çiftidir. $R_{XX}(\tau) / 2\pi$, $X(t)$ periyodik bileşenler içermedikçe ve sıfır ortalama değere sahip oldukça integre edilebileceğinden, yukarıdaki ifade doğrudur.

Spektral yoğunluk fonksiyonu, bir rastgele işlemin frekans içeriğini gösterdiğinden dolayı rastgele işlemler spektral yoğunluk fonksiyonun değişimine göre isimlendirilirler. Eğer rastgele işlem bir dar bant işlemi ise, $S_{XX}(\omega)$ fonksiyonu belirli bir frekans civarında çok büyük değerler alırken, bunun dışında sıfıra yakın bir değişim gösterir (Şekil 7) [61].

Rastgele işlemin örnek fonksiyonunun $x(t)$ ve $R_{XX}(\tau)$ otokorelasyon fonksiyonunun değişimi ise, söz konusu frekansa çok yakın frekanslı titreşimler olarak belirir. Buna karşılık geniş bant işleminde, $S_{XX}(\omega)$ fonksiyonu çok geniş bir frekans aralığında yavaş değişim gösterir (Şekil 8).



Şekil 7. Dar bant işlemi için spektral yoğunluk fonksiyonu [32]



Şekil 8. Geniş bant işlemi için spektral yoğunluk fonksiyonu [32]

Güç spektral yoğunluk fonksiyonu her gerçel işlem için çift fonksiyon olduğundan, ortalama değeri sıfırdır. Daha önce, sıfır ortalamalı stasyonier bir işlemin gauss olması halinde otokorelasyon fonksiyonu ile tamamen karakterize edilebileceği belirtilmişti. Güç spektral yoğunluk fonksiyonu otokorelasyon fonksiyonunun fourier dönüşümü olduğundan, güç spektral yoğunluk fonksiyonu da işlemi tamamen karakterize edecektir [51].

Eğer $X(t)$ işleminin güç spektral yoğunluk fonksiyonu ve otokorelasyon fonksiyonu biliniyor ise, bu fonksiyonlar işlemin türevleri için de bulunabilir.

$$R_{\dot{X}\dot{X}}(\tau) = w^2 R_{XX}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} w^2 S_{XX}(w) e^{iw\tau} dw \quad (94)$$

$$R_{\ddot{X}\ddot{X}}(\tau) = w^4 R_{XX}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} w^4 S_{XX}(w) e^{iw\tau} dw \quad (95)$$

$$R_{\dot{X}\dot{X}}(0) = w^2 R_{XX}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} w^2 S_{XX}(w) dw \quad (96)$$

(96) ifadesi aynı zamanda rastgele işlemin ikinci spektral momentidir. Ayrıca,

$$S_{\dot{X}\dot{X}}(w) = w^2 S_{XX}(w) \quad (97)$$

$$S_{\ddot{X}\ddot{X}}(w) = w^4 S_{XX}(w) \quad (98)$$

ifadeleri de yazılabilir. İki rastgele veri sınıfı için karşıt spektral yoğunluk fonksiyonu, karşıt korelasyon fonksiyonundan belirlenebilir. Karşıt spektral yoğunluk fonksiyonu da

karşit korelasyon fonksiyonunun fourier dönüşümü olacaktır [32].

$$S_{XY}(w) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{XY}(\tau) e^{-i w \tau} d\tau \quad (99)$$

$$R_{XY}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{XY}(w) e^{i w \tau} dw \quad (100)$$

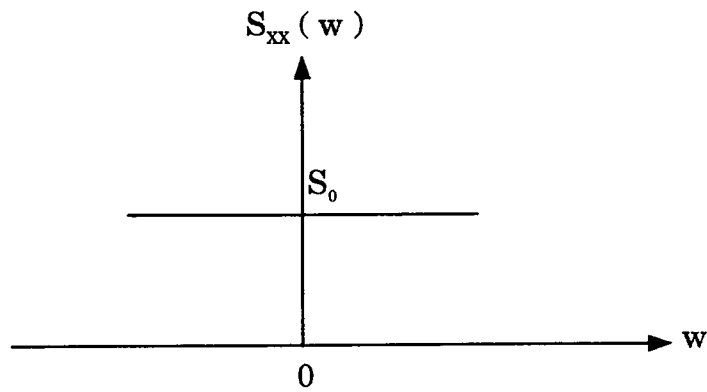
1.5.11. Beyaz Gürültü

Frekans bandı genişliği sonsuz olan işlem beyaz gürültü işlemi olarak adlandırılır. Böylece, bir işlemde tüm frekans değerleri eşit bir şekilde temsil edilmiş olur. Güç spektral yoğunluk fonksiyonu, beyaz ışıkta olduğu gibi tüm frekans bölgesini yaklaşık olarak üniform bir şekilde kapladığından, beyaz gürültü olarak isimlendirilmiştir. Tüm frekans bölgesi boyunca üniform bir ordinata sahip (S_0), idealleştirilmiş bir spektral yoğunluk fonksiyonu Şekil 9'da ve spektral yoğunluk fonksiyonuna ait örnek fonksiyon ($x(t)$) Şekil 10'da görülmektedir [51].

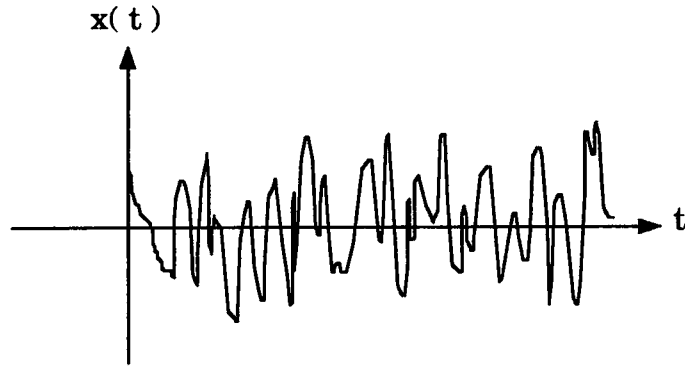
Fiziksel olarak beyaz gürültü mümkün değildir. Çünkü,

$$R_{XX}(0) = E[X^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{XX}(w) dw \quad (101)$$

ifadesine göre beyaz gürültü, sonsuz karesel ortalama değerine sahip stasyonere rastgele bir işleme karşılık gelmektedir. Başka bir ifade ile beyaz gürültü sonsuz güç içermektedir.



Şekil 9. Beyaz gürültü işlemi için spektral yoğunluk fonksiyonu [54]

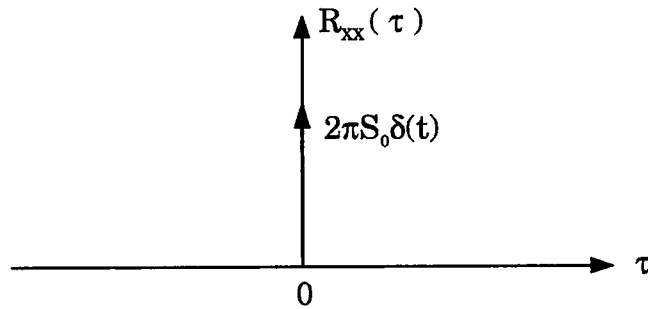


Şekil 10. Beyaz gürültü işlemeine ait bir örnek fonksiyon [32]

Uygulamada, S_{XX} fonksiyonu göz önüne alınan kritik frekanslar civarında yavaş değişim gösteriyorsa, $S_{XX}(w) = S_0$ alınarak işlem beyaz gürültü olarak kabul edilebilir. Beyaz gürültü işlemleri genelde fiziksel olarak gerçek gözükmemelerine rağmen, matematiksel analizleri önemli ölçüde kolaylaştıran özelliklere sahiptirler ve birçok rastgele fiziksel olayı modellemede geniş ölçüde kullanılmaktadırlar [62].

Beyaz gürültü aynı zamanda otokorelasyon fonksiyonu için, $2\pi S_0 \delta(t)$ şiddetli Dirac Delta fonksiyonuna karşılık gelmektedir (Şekil 11).

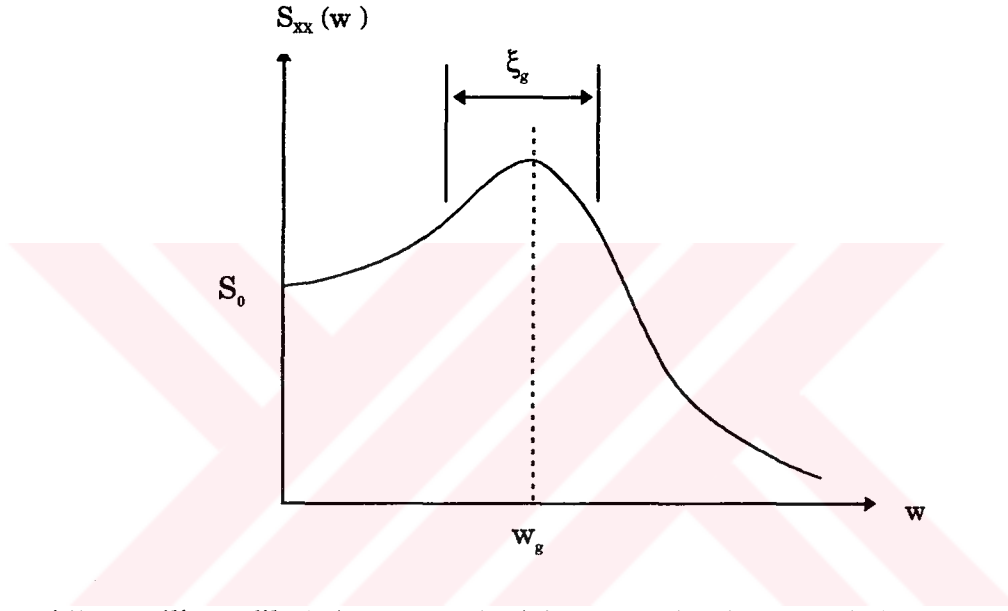
Beyaz gürültü tüm $\tau \neq 0$ 'lar için otokorelasyon fonksiyonunun sıfır olmasını gerektirdiğinden, t ve $t + \tau$ 'daki rastgele değişkenler arasındaki istatistiksel bağımsızlığı göstermektedir. İdeal beyaz gürültü, rastgele işlemin karesel ortalamasının sonsuz olmasına neden olduğundan, fiziksel olarak mümkün değildir. Bununla birlikte sistemde bir miktar sönüm olması durumunda, etkinin karesel ortalaması sonsuz olsa bile, tepkinin karesel ortalaması sonlu olacaktır [36].



Şekil 11. Beyaz gürültü işleminin için otokorelasyon fonksiyonu [54]

1.5.12. Filtre Edilmiş Beyaz Gürültü

Beyaz gürültüden farklı olarak, diğer bir stasyonær girdi modeli de filtre edilmiş beyaz gürültüdür. Lin ve Kanai maksimum değerlerin bulunması için, ortalama davranış spektrum eğrilerinden yararlanıldığı gibi, rastgele etkilerin genelini temsil edebilecek bir model kurmaya çalışmışlar ve bu amaçla filtre edilmiş beyaz gürültüyü tavsiye etmişlerdir.



Şekil 12. Filtre edilmiş beyaz gürültü için güç spektral yoğunluk fonksiyonu [52]

Esas olarak filtre edilmiş beyaz gürültü, beyaz gürültü etkisine maruz sistemin tepkisi olarak ortaya çıkar. Filtre edilmiş beyaz gürültü için güç spektral yoğunluk fonksiyonu,

$$S_{XX}(w) = \frac{w_g^4 + 4\xi_g^2 w_g^2 w^2}{(w_g^2 - w^2)^2 + 4\xi_g^2 w_g^2 w^2} S_0 \quad (102)$$

ifadesi ile gösterilmiştir (Şekil 12). Burada w_g ve ξ_g , filitrenin doğal frekansı ve sönüm oranıdır. Kanai ve Tajimi tarafından depremler esnasında yer ivmesinin modellendirilmesi için, $w_g = 5\pi$ ve $\xi_g = 0.6$ olarak önerilmiştir. Bununla birlikte, w_g ve ξ_g 'nin uygun seçimi, (102) denkleminin değişen güç spektral yoğunluk fonksiyon şekline sahip etkiler için

kullanılabilmesini sağlar. Ayrıca $w_g \rightarrow \infty$ 'a yaklaştıkça filtre edilmiş beyaz gürültü, beyaz gürültüye yakınsar [39].

1.5.13. Ergodik İşlem

Topluluk içinde $x_1(t_1), x_2(t_1), \dots, x_N(t_1)$ gibi tüm değerler incelenerek, teorik olarak $(f_X(x_1; t_1))$ olasılık yoğunluk fonksiyonu belirlenebilir. Benzer şekilde, $X(t_1)$ rastgele değişkeni için toplum ortalaması $E[X(t_1)]$ ve karesel ortalaması $E[X^2(t_1)]$ toplumdaki sonsuz örnek değerlerinden belirlenebilir. Aynı işlem, $X(t)$ rastgele işlemine ait $X(t_1)$ ve $X(t_2)$ rastgele değişkenlerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonunun $f_X(x_1, x_2; t_1, t_2)$ ve korelasyon fonksiyonunun $E[X(t_1)X(t_2)]$ belirlenmesi için de yapılabilir.

Uygulamada bir çok örnek fonksiyon elde edilebilir, fakat hiçbir zaman sonsuz sayıda örnek elde edilemez. Bazende tek bir örnek fonksiyon ile çalışmak zorunda kalınabilir. Bu durumda $X(t)$ rastgele işleminin olasılık ve istatistiksel özelliklerinin, yaklaşık olarak mümkün olan tek örnek fonksiyondan belirlenmesi gerekmektedir.

Stasyoner bir işlem için zamanın ötelenmesi ile bulunan tüm toplum istatistiklerinin stasyoner kalmasına ek olarak, tek bir örnek boyunca bulunan zaman istatistikleri, toplum boyunca bulunan istatistiklere eşit ise, bu işlem ergodik işlem olarak adlandırılır. Yüksek dereceden ortalamalara gitmeden \bar{x} ve $\phi_{XX}(\tau)$ dikkate alınarak ergodikliğe karar verilebilir. Tanımın sonucu olarak ergodik bir işlemde, belirli bir zamanda toplum içinde değişim göz önüne alınarak hesaplanan ortalamalar ile, zaman yönündeki değişim dikkate alınarak hesaplanan ortalamalar aynıdır. Başka bir ifade ile her örnek fonksiyon, rastgele işlemi oluşturan toplumu tamamen temsil edebilmektedir. Böylece ergodik stasyoner işlemler için, zaman ortalama değeri $\langle x(t) \rangle$ ve zaman otokorelasyon fonksiyonu $\phi_{XX}(\tau)$ şu şekilde yazılır.

$$1- \bar{x} = \langle x(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt \quad (103)$$

$$2- \phi_{XX}(\tau) = \langle x(t) x(t+\tau) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) x(t+\tau) dt \quad (104)$$

Ergodik işlem için,

$$1- \bar{x} = \bar{X} \quad (105)$$

$$2- \phi_{XX}(\tau) = R_{XX}(\tau) \quad (106)$$

eşitlikleri yazılabilir. (105) ve (106) ifadelerinden toplum boyunca bulunan ortalamalar ile zaman yönünde bulunan ortalamaların aynı olacağı anlaşılmaktadır. (105) ifadesinden ergodik işlemin sabit bir ortalama değer aldığı ve dolayısı ile stasyoner olması gerektiği anlaşılmaktadır. Her ergodik işlem stasyoner olduğu halde, her stasyoner işlemin ergodik olduğu söylenemez. Başka bir ifade ile bir örneğe ait zaman istatistikleri, aynı işleme ait başka bir örnekte önemli derecede farklı olabilir.

Uygulamada stasyoner fiziksel bir olayı temsil eden rastgele verinin genelde ergodik olması bir şanstır. Ergodiklik kabulü ile bir rastgele işlemin incelenmesinde, tüm toplumu incelemek yerine, rastgele işlemin tek bir örnek fonksiyonunu incelemek yeterli olmaktadır. Yapı dinamiği ile ilgili problemlerde rastgele fonksiyona, örneğin yer hareketine ait ivme fonksiyonuna ait verilerin sınırlı sayıda olması toplum ortalamalarının hesaplanmasında güçlükler doğurur. Ancak işlemin ergodik olarak kabul edilmesi, problemin incelenmesinde tek bir örnek fonksiyon alınmasını mümkün kılmaktadır. Dolayısı ile her rastgele fonksiyon değişimi ait olduğu rastgele işlemi temsil edebilmektedir [32]. Bu ifadelerden sonra rastgele titreşim teorisinin zayıf bir temele dayandığı düşünülebilir. Ancak durum tam olarak böyle değildir. Çünkü, kabuller gerçek durumun matematik modelinin sadece detayını yansıtır. Eğer verilen model gerçek durumu yansıtıyor ise ergodiklik kabulü yapıp yapılmaması o kadar önemli değildir [36].

1.5.14. Zaman Otokorelasyonu

Stasyoner ve ergodik bir işlemin ($X(t)$) sadece uzun süreli bir örnek fonksiyonu mümkünse, toplum otokorelasyon fonksiyonu zaman otokorelasyonu ile belirlenebilir.

$$\phi_{XX}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau)dt \quad (107)$$

Zaman otokorelasyon fonksiyonu $\phi_{XX}(\tau)$, $T \rightarrow \infty$ için toplum otokorelasyon fonksiyonuna yakınsar. Eğer $X(t)$ ve $X(t+\tau)$ hemen hemen lineer bağımlı ise $\phi_{XX}(\tau)$ '

nun alacağı değer büyük olacaktır. Diğer taraftan, işlemler hemen hemen birbirinden bağımsız ise, $\phi_{XX}(\tau)$ sifira yakın değer alacaktır. $\phi_{XX}(\tau)$, t zamanına bağlı olmayıp τ 'ya bağlı olduğundan, t zamanının ötelenmesinin $\phi_{XX}(\tau)$ üzerinde bir etkisi yoktur. Sonuç olarak $\phi_{XX}(\tau)$, τ 'nun çift fonksiyonu olmak zorundadır.

$$\phi_{XX}(\tau) = \phi_{XX}(-\tau) \quad (108)$$

Eğer $\tau = 0$ ise,

$$\phi_{XX}(0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (109)$$

olacaktır. Zaman spektral yoğunluk fonksiyonu $W_{XX}(w)$, zaman otokorelasyon fonksiyonunun fourier dönüşümü alınarak bulunabilir.

$$W_{XX}(w) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{XX}(\tau) e^{-iw\tau} d\tau \quad (110)$$

ve ters dönüşümü,

$$\phi_{XX}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} W_{XX}(w) e^{iw\tau} dw \quad (111)$$

şeklinde olacaktır. Eğer $\tau = 0$ ise,

$$\phi_{XX}(0) = \langle x^2(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} W_{XX}(w) dw \quad (112)$$

ifadesi yazılabilir. Burada zaman spektral yoğunluk fonksiyonu $W_{XX}(w)$, zaman karesel ortalamasının $\langle x^2(t) \rangle$ frekans dağılımını göstermektedir.

Zaman spektral yoğunluk fonksiyonunun (110) ile gösterilen ifadesi, ancak $\phi_{XX}(\tau)$ 'nin periyodik bileşen içermemesi ve zaman ortalamasının $\langle x(t) \rangle$ sıfır olması durumunda geçerlidir. Aksi takdirde $\phi_{XX}(\tau) / 2\pi$ 'nin fourier dönüşümü olmayacaktır. Eğer $\phi_{XX}(\tau)$ periyodik bir bileşen içeriyorsa yada sıfır olmayan zaman ortalaması mevcut ise, bu değerler örnekten ayrılmalı ve ayrı olarak incelenmelidir.

Ergodik stasyonier bir işlem için; zaman spektral yoğunluk fonksiyonu $W_{XX}(w)$, toplum spektral yoğunluk fonksiyonu $S_{XX}(w)$ ile aynı olmalıdır ve $S_{XX}(w)$ 'nin sahip olduğu özelliklerin aynısına sahip olmalıdır [36].

1.5.15. Stasyoner Olmayan İşlem

Stasyonerliğin gerektirdiği özellikleri sağlamayan rastgele işlemlerin hepsi stasyoner olmayan rastgele işlemler sınıfına girer. Stasyoner olmayan işlemlerin topluluk ortalamaları genelde zamana bağlı fonksiyonlar olacaktır. Aslında, fiziksel olayların büyük bir kısmı bu sınıfa girer. Rastgele işlemin stasyoner kabul edilmesi birçok durumda bir yaklaşım veya basitleştirme değildir. Eğer stasyonerlik kabulü geçerli değilse, stokastik işlemin istatistiksel özelliklerinin belirlenmesi çok zordur. Bu durumda, ergodiklik stasyonerliği gerektirdiği için sadece bir örnek fonksiyon ile çalışma ihtimalinde kalmamaktadır. Sözkonusu istatistikler ancak işlemi oluşturan örnek fonksiyonlar boyunca ortalamalar almakla belirlenebilir. Uygulamada, toplum ortalaması alınarak istatistiksel özelliklerin doğru olarak belirlenmesine imkân verecek yeterli sayıda örnek fonksiyon pek yoktur. Bu gerçek, stasyoner olmayan rastgele işlemin analizi için pratik tekniklerin gelişimine mani olmuştur. Dolayısı ile analiz problemlerini kolaylaştıran, stasyoner olmayan işlemlerin özel kategorileri detayları ile çalışılmıştır. Mühendislikte stasyoner olmayan $Y(t)$ işlemi şu ifade ile tanımlanabilir.

$$Y(t) = A(t) X(t) \quad (113)$$

Burada, $X(t)$ stasyoner bir işlemi, $A(t)$ ise deterministik bir çarpım faktörünü göstermektedir. Eğer stasyoner olmayan rastgele işlem bu modele uyuyor ise, işlemi tanımlamak için toplum ortalaması almak gerekli değildir. Ergodik stasyoner işlemde olduğu gibi, bazen istenen özellikler tek bir örnek fonksiyondan elde edilebilir. Eğer $X(t)$ gauss işlemi ise, $Y(t)$ 'de gauss işlemi olacaktır. Bu durumda,

$$E[Y(t)Y(t+\tau)] = A(t)A(t+\tau)R_{XX}(\tau) \quad (114)$$

ifadesi işlemi tamamen karakterize eder [32, 50, 63].

1.6. Lineer Sistemlerin Stokastik Analizi

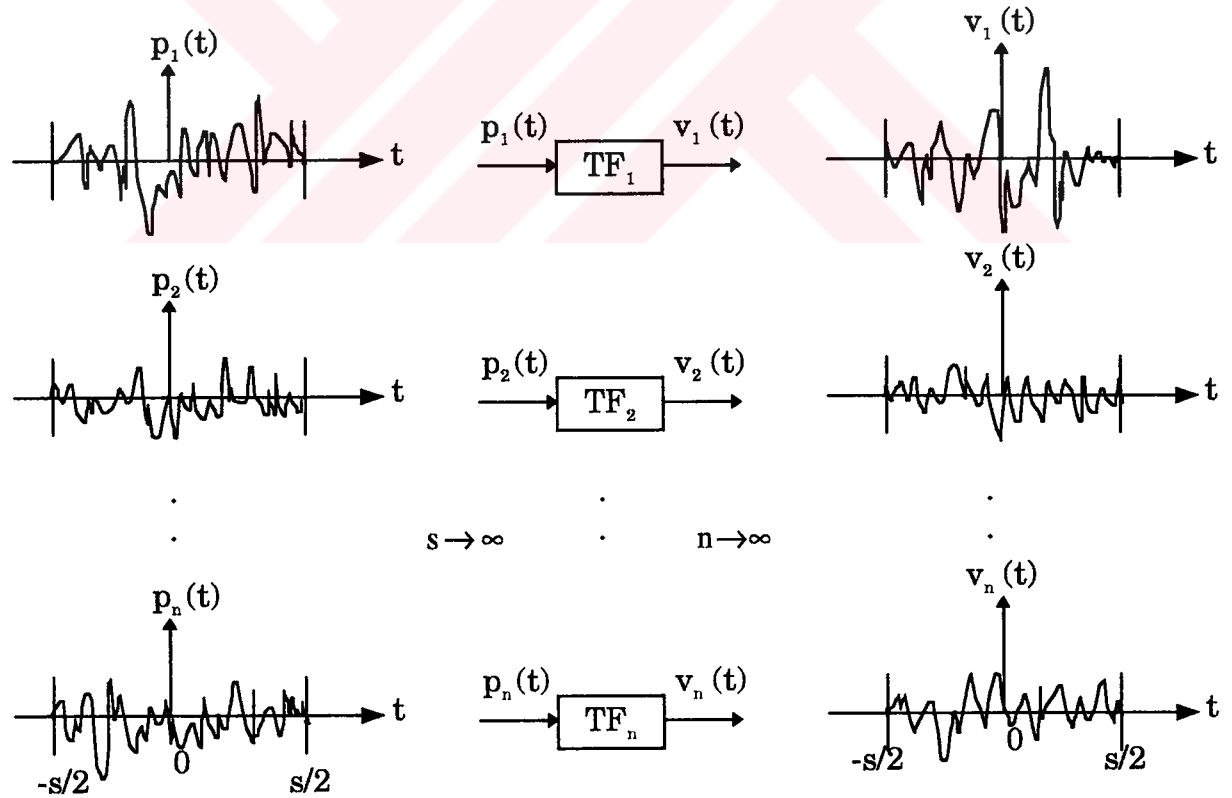
1.6.1. Lineer Bir Serbestlik Dereceli Sistemlerin Stokastik Analizi

Bu bölümde tek serbestlik dereceli lineer sistemlerin etki ve tepkileri arasındaki ilişkilerden bahsedilecektir. Ayrıca bu tür işlemler için stasyoner tepki işlemleri, aynı işlemin stasyoner etki işlemleri ve transfer ilişkileri ile karakterize edilecektir.

1.6.1.1. Transfer Fonksiyonları

Lineer tek serbestlik dereceli bir sisteme stasyonere bir gauss işleminin $f(t)$ etkidiği ve istenilen tepki işleminde $y(t)$ olduğu kabul edilsin.

Şekil 13'de gösterilen TF_1, TF_2, \dots, TF_n , 1, 2, ..., n sistemlerinin transfer fonksiyonlarıdır. Gerçek sistemlerin yapımı sırasında kontrol edilemeyen rastgele değişkenlerden dolayı, sözü edilen fonksiyonlar da rastgelelik içerecektirler. Fakat titreşim analizlerinde bu rastgelelik etkininkine ($f(t)$) oranla çok daha küçüktür ve ihmal edilebilir. Böylece $TF_1 = TF_2 = \dots = TF_n = TF$ eşitliği yazılabilir. Başka bir ifade ile transfer fonksiyonu TF_r , her durumda r 'den bağımsız olarak alınacaktır. Eğer transfer fonksiyonu ile birlikte otokorelasyon fonksiyonu veya spektral yoğunluk fonksiyonundan biri biliniyor ise, tepki işlemi $y(t)$ tamamen karakterize edilebilir.



Şekil 13. Etki ve tepki işlemleri [32]

Tek serbestlik dereceli bir sistemin hareket denklemi aşağıdaki gibi olacaktır.

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = p(t) \quad (115)$$

Burada; m , c , k sırası ile kütle, sönüm ve rijitliği gösterirken, $p(t)$ kuvvet fonksiyonunu ve y yerdeğiştirmeyi göstermektedir. Eğer sistem yer hareketine maruz bırakılırsa hareket denklemi,

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = -m\ddot{u}_g(t) \quad (116)$$

şeklinde yazılır. Burada, $\ddot{u}_g(t)$ yer hareket ivmesini ve y rölatif yerdeğiştirmeyi göstermektedir.

$$w_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (117)$$

dairesel doğal frekansı ve

$$\xi = \frac{C}{2\sqrt{mk}} \quad (118)$$

sönüm oranı yerlerine yazılırsa (118) ve (119) genel halleriyle şu şekilde yazılır.

$$\ddot{y} + 2\xi w_n \dot{y} + w_n^2 y = f(t) \quad (119)$$

Dış yük için,

$$f(t) = \frac{p(t)}{m} \quad (120)$$

ve yer hareketi için,

$$f(t) = -\ddot{u}_g(t) \quad (121)$$

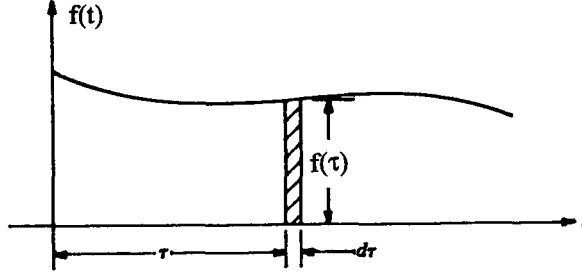
ifadeleri yazılır. Burada, w_n ve ξ sırası ile dairesel doğal frekansı ve sönüm oranını göstermektedir. Yapı mühendisliği uygulamalarında ξ genelde sıfırdan büyüktür ($\xi > 0$), fakat birden de çok küçüktür. (115) denklemi ile gösterilen tek serbestlik dereceli lineer sistemlerin tepkisi iki şekilde bulunabilir [32].

1- Zaman alanında çözüm ile

2- Frekans alanında çözüm ile

1.6.1.1.1. Zaman Alanında Çözüm

Şekil 14'de rastgele genel bir yüklemeye görülmektedir.



Şekil 14. Rastgele yüklemeye [32]

Özellikle $t = \tau$ anındaki yüklemeye ($f(\tau)$) dikkat edilirse, kısa $d\tau$ süresi boyunca etkiyen yük yapıda kısa süreli bir impuls ($f(\tau) d\tau$) oluşturmaktadır. Bu yöntem sonlu süreli impulslar için sadece bir yaklaşım olsa bile, yüklemeye süresi sifıra yaklaştıkça kesin olmaktadır. Böylece $d\tau$ diferansiyel zaman aralığı için, $f(\tau)$ yüklemesinden oluşan tepki $t > \tau$ için ,

$$dy(t) = \frac{f(\tau)d\tau}{mw_n} \sin w_n(t-\tau) \quad (122)$$

şeklinde olacaktır. Bu ifadede $dy(t)$ terimi, tüm tepki süresi boyunca ($t > \tau$) diferansiyel impulsun oluşturduğu diferansiyel tepkiyi gösterir. Tüm yüklemeye süreci, her biri (122) ile gösterilen ve kendi diferansiyel tepkilerini oluşturan bu tür kısa impulslardan oluşturulabilir. O halde lineer elastik sistem için toplam tepki, yüklemeye süreci boyunca oluşturulan diferansiyel tepkilerin toplamı olarak elde edilebilir. Böylelikle (122) denklemini integre edilirse,

$$y(t) = \frac{1}{mw_n} \int_0^t f(\tau) \sin w_n(t-\tau) d\tau \quad (123)$$

ifadesi elde edilir. Bu denklem genelde sönümsüz sistem için Duhamel integrali olarak bilinir ve herhangi bir dinamik yüklemeye şekli için sönümsüz tek serbestlik dereceli sistemin tepkisi bulunurken kullanılır. (123) ifadesi şu şekilde de yazılabilir,

$$y(t) = \int_0^t f(\tau) h(t-\tau) d\tau \quad (124)$$

Burada,

$$h(t - \tau) = \frac{1}{m\omega_n} \sin \omega_n(t - \tau) d\tau \quad (125)$$

iken, (124) integrali konvolüsyon integrali adını alır. Rastgele bir yükleme etkisi altındaki bir yapının tepkisinin (124) nolu integral ile bulunması, tepkinin zaman alanında çözümü olarak adlandırılır. $h(t - \tau)$ ifadesi ise birim - impuls tepkisi olarak nitelendirilir. Çünkü, $t = \tau$ anında etkiyen birim genlikli impulsa karşılık gelen, sistemin tepkisini ifade eder. (123) nolu denklemde yüklemenin $t = 0$ anında başladığı ve sistemin sükunette olduğu kabul edilmiştir. Fakat $y(0) \neq 0$ ve $\dot{y}(0) \neq 0$ başlangıç koşulları için tepki ifadesi şu şekilde yazılacaktır.

$$y(t) = \frac{\dot{y}(0)}{\omega_n} \sin \omega_n t + y(0) \cos \omega_n t + \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t f(\tau) \sin \omega_n(t - \tau) d\tau \quad (126)$$

(126) denkleminde sönümün etkisi dahil edilmemiştir. Sönümün etkisi de dahil edilirse denklem,

$$y(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left(\frac{\dot{y}(0) + \xi\omega_n y(0)}{\omega_d} \sin \omega_d t + y(0) \cos \omega_d t \right) + \frac{1}{m\omega_d} \int_0^t f(\tau) e^{-\xi(t-\tau)} \sin \omega_n(t - \tau) d\tau \quad (127)$$

şeklinde yazılır. Eğer (127) denklemini, (125) denklemini ile ifade edilen integral ile karşılaştırılırsa, sönümlü sistem için birim impuls tepkisi şu hali alır.

$$h(t - \tau) = \frac{1}{m\omega_d} \int_0^t f(\tau) e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \sin \omega_n(t - \tau) \quad (128)$$

Zorlanmış titreşimin özeliğine, hareketin başlangıç koşullarının da etkisi olacaktır. Ancak sistemde sönüm mevcut ise, zamanla başlangıç koşullarının etkisi zayıflayarak önemsiz duruma geçer ve harekete neden olan dış yükün etkisi belirgin olarak kalır. Böyle bir görüşle, sistemin hareketini; ‘‘Geçici Titreşim’’ ve ‘‘Kararlı Titreşim’’ olarak ikiye ayırmak mümkündür. Eğer başlangıç koşullarının tüm hareket üzerindeki etkisi ihmal edilebilecek miktarda ise, tepkinin kararlı titreşim özeliğine sahip olduğu söylenir. Ancak çarpma, patlama, vb. etkilerden ortaya çıkan ve başlangıçtaki veya başlangıca yakın değerlerinin en büyük olması beklenen dinamik yüklemde geçici titreşim ifadesinin

kullanılması gerekir. Eğer sadece kararlı titreşim ile ilgileniliyorsa, yüklemenin $-\infty$ 'dan başladığı kabul edilebilir. Şu halde kararlı-titreşim çözümü,

$$y(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (129)$$

şeklinde olacaktır. Eğer $f(\tau)$ rastgele stasyonier bir işlem ise, $y(t)$ 'de rastgele stasyonier bir işlem olacaktır [32].

1.6.1.1.2. Frekans Alanında Çözüm

Herangi bir rastgele etkiye maruz, lineer tek serbestlik dereceli sistemlerin tepkilerinin bulunması zaman alanında çözüm ile mümkün olmasına rağmen, bazen frekans alanında çözüm yapmak daha uygun olmaktadır. Bu yaklaşıma göre, uygulanan yük harmonik frekans bileşenlerine ayrılır, her bir bileşenin yapıda oluşturduğu tepki belirlenir ve toplam yapı tepkisi harmonik tepkiler süperpoze edilerek bulunur. Böylece,

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(w)\bar{f}(w)e^{iwt}dw \quad (130)$$

ifadesi yazılabilir. Frekans alanında çözüm, özellikle sistemin kararlı titreşim tepkisinin belirlenmesinde kullanılır. Verilen her yük için (129) ve (130) ifadeleri aynı sonucu vermelidir. Burada w değişken frekansı, $H(w)$ frekans davranış fonksiyonunu, $\bar{f}(w)$ ise kuvvet fonksiyonunun fourier dönüşümünü yada başka bir ifade ile harmonik genlik fonksiyonunu göstermektedir.

$$\bar{f}(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-iwt}dt \quad (131)$$

(131) nolu denklemin ters fourier dönüşümü ise,

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{f}(w)e^{iwt}dw \quad (132)$$

şeklinde olacaktır. (132) nolu denklemini ile yazılan fourier integrali, rastgele bir yüklemeyi sonsuz harmonik bileşenlerin toplamı olarak göstermektedir. Burada $\frac{1}{2\pi}\bar{f}(w)$, w frekans noktasında her birim w için yük bileşeninin genliğini göstermektedir ve $H(w)$

ile çarpılırsa, w frekans noktasında her birim w için tepki bileşeninin genliği elde edilir. Toplam tepki, tüm frekans bölgesi boyunca tepki bileşenlerinin toplanmasıyla elde edilir. Bu tanımın matematik gösterilimi, tepkinin frekans alanında bulunmasını sağlayan (130) denklemdir.

(131) denklemi ile, $f(t)$ kuvvet fonksiyonu tüm zaman bölgesini kapsayan ($-\infty < t < \infty$) harmonik bileşenlere ayrılmaktadır. Ayrıca (130) ile (132) denklemlerinin birbirinden farkları, (132) denkleminde $H(w)$ 'nin olmayışıdır. Yukarıdaki ifadelere göre stabil bir sistemin frekans tepki fonksiyonu, kararlı titreşim tepkisinin harmonik etkiye oranıdır.

$$f(t) = \bar{f}(w)e^{iwt} \quad (133)$$

$$y(t) = H(w)\bar{f}(w)e^{iwt} \quad (134)$$

(133) ve (134) denklemleri (124) denkleminde yerine yazılır ve frekans davranış fonksiyonu için çözüm yapılırsa,

$$H(w) = \frac{1}{w_n^2 - w^2 + 2i\xi_n w w_n}, \quad 0 < \xi_n \quad (135)$$

ifadesi elde edilir [50].

1.6.1.2. Birim İmpuls ve Frekans Davranış Fonksiyonları Arasındaki İlişki

Önceki bölümlerde geçici yada kararlı titreşim problemleri için zaman alanında ve frekans alanında çözümün mümkün olabileceğinden bahsedilmiştir. Etki geçici karakterde ise zaman alanında çözüm yapmak daha uygundur. Ancak, etki kararlı titreşim özeliğine sahip ise frekans alanında çözüm daha kolaydır. İki yaklaşımdaki temel düşünce, birim etkilerin oluşturduğu tepkilerin süperpozisyonlarının alınması şeklindedir. Zaman alanında çözümde süperpozisyon impuls tepki fonksiyonu $h(t)$ temel alınarak yapılmıştır. Frekans alanında çözümde ise temel unsur frekans davranış fonksiyonu $H(w)$ olmuştur. Bahsedilen iki fonksiyon yapı modelinin aynı dinamik karakteristiklerini farklı formlarda ifade ederler. Birim impuls ve frekans davranış fonksiyonunun fourier dönüşüm çifti olduğu gösterilebilir [31].

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(w) e^{iwt} dw \quad (136)$$

$$H(w) = \int_{t=-\infty}^{\infty} f(t) e^{-iwt} dt \quad (137)$$

1.6.1.3. Stokastik Etkiye Karşılık Gelen Tepki

Rastgele dinamik bir $f(t)$ kuvveti her zaman bir ortalama yüklemeye $E[f(t)]$ ve sıfır ortalamalı rastgele değişen bir bileşene $\tilde{f}(t)$ ayrılabilir.

$$f(t) = E[f(t)] + \tilde{f}(t) \quad (138)$$

(138) denklemi (127) denkleminde yerine yazılırsa,

$$y(t) = e^{-\xi w_n t} \left(\frac{\dot{y}(0) + \xi w_n y(0)}{w_d} \sin w_d t + y(0) \cos w_d t \right) + \int_0^t E[f(\tau)] h(t-\tau) d\tau + \int_0^t \tilde{f}(\tau) h(t-\tau) d\tau \quad (139)$$

denklemi ile gösterilen lineer sistemin tepkisi bulunur. Deterministik başlangıç koşulları kabul edilerek (139) denkleminin sağ tarafının ilk üç terimi geleneksel deterministik dinamik analiz metodları ile bulunabilirken, sadece 4. terim deterministik metodlarla bulunamaz. Bundan sonraki bölümlerde bu 4. terimin istatistiksel karakteristiklerinin hesabından bahsedilecektir. Ayrıca etkinin ortalama değerinin ve başlangıç koşullarının sıfır olduğu kabul edilecektir. Sıfır olmayan başlangıç koşulları veya sıfır ortalamaya sahip olmayan etkiler söz konusu ise, deterministik çözüm ve (139) denklemi tüm tepkinin hesabı için yeterlidir. Kolaylık için $\tilde{f}(t) = f(t)$ şeklinde gösterilecektir.

Rastgele titreşim analizinde lineer sistemlerin tepkileri genellikle ikinci dereceden momentler ile ifade edilir. Sıfır ortalamaya sahip etki için bu tanımlama otokorelasyon, karşıt korelasyon, güç spektral yoğunluk ve karşıt spektral yoğunluk fonksiyonları ile yapılabilir. Ayrıca, stasyonier işlemler için birçok sonuç spektral momentler ile verilmektedir [53].

1.6.1.4. Etki ve Tepki Otokorelasyon Fonksiyonları Arasındaki İlişki

Duhamel integraline dayalı zaman alanında çözüm metodu düşünülürse, lineer tek serbestlik dereceli sistemin tepkisi ($y(t)$) etki fonksiyonuna ($f(t)$) konvolüsyon integrali ile bağlıdır.

$$y(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (140)$$

Burada $y(t)$ ve $f(t)$ işlemlerinin her ikisinde stasyonere rastgele işlemler olduğu kabul edilmektedir. (140) denkleminin her iki tarafının toplum boyunca ortalaması alınır, tepki işleminin ortalama değeri bulunabilir.

$$E[y(t)] = E\left[\int_{-\infty}^t f(\tau)h(t-\tau)d\tau\right] = \int_{-\infty}^t E[f(\tau)]h(t-\tau)d\tau \quad (141)$$

$y(t)$ ve $f(t)$ işlemlerinin ortalamaları sırası ile m_y ve m_f ile gösterilirse,

$$m_y = m_f \int_{-\infty}^t h(t-\tau)d\tau \quad (142)$$

ifadesi elde edilir. (165) nolu denklem ile gösterilen ifade stasyonere etki ile stasyonere tepki arasındaki en basit istatistiksel bağıntıdır.

$E[y(t_1)y(t_2)]$ toplum ortalaması (140) denklemini kullanılarak bulunabilir.

$$E[y(t_1)y(t_2)] = E\left[\int_{-\infty}^{t_1} f(\tau_1)h(t_1-\tau_1)d\tau_1 \int_{-\infty}^{t_2} f(\tau_2)h(t_2-\tau_2)d\tau_2\right] \quad (143)$$

Buradan,

$$E[y(t_1)y(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E[f(\tau_1)f(\tau_2)]h(t_1-\tau_1)h(t_2-\tau_2)d\tau_1d\tau_2 \quad (144)$$

ifadesi elde edilebilir. (144) ifadenin sağ tarafının toplum ortalaması, stasyonere işlem için otokorelasyon fonksiyonudur ve zamandan bağımsızdır. Dolayısıyla, sol tarafın toplum ortalaması da zamandan bağımsız olmak zorundadır. Bu ifadeye göre, tepki işlemi de stasyonere dir ve otokorelasyon fonksiyonu şu ifade ile gösterilir.

$$R_y(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_f(\tau_1 - \tau_2) h(t_1 - \tau_1) h(t_2 - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (145)$$

Burada $\tau = t_1 - t_2$ ' dir.

Eğer $f(t)$ gauss işlemi ise, $y(t)$ tepki işlemi de lineer sistemler için gauss işlemi olacaktır. Böylelikle (145) denklemi ile verilen otokorelasyon fonksiyonu, rastgele işlemi tamamen karakterize eder [53].

1.6.1.5. Etki ve Tepki Spektral Yoğunluk Fonksiyonları Arasındaki İlişki

$y(t)$ tepki işlemi için güç spektral yoğunluk fonksiyonu, otokorelasyon fonksiyonuna fourier dönüşümü ile bağlıdır.

$$S_y(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_y(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (146)$$

(145) ifadesi (146) denkleminde yerine yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa tepkinin güç spektral yoğunluk fonksiyonu,

$$S_y(\omega) = |H(\omega)|^2 S_f(\omega) \quad (147)$$

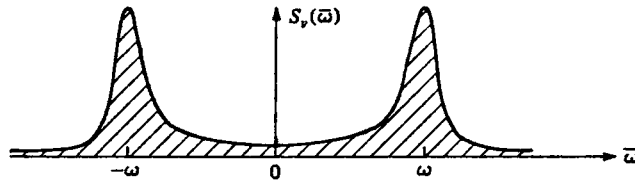
olarak bulunur. (147) nolu denklem, integral denklemleri ile ifade edilen otokorelasyon fonksiyonları ($R_y(\tau)$ ve $R_f(\tau)$) ile karşılaştırıldığında, frekans alanında çözümün daha cazip olduğu görülmektedir [53].

1.6.1.6. Dar Bant İşlemleri İçin Tepki Karakteristikleri

Çoğu yapı sistemi düşük sönüme ($\xi < 0.1$) sahiptir ve darbant sistemleri olarak adlandırılırlar. Bu sınıflandırma, tepki güç spektral yoğunluk fonksiyonunun altında kalan alanın Şekil 15'de görüldüğü gibi büyük bir oranda sistemin doğal frekansı civarında toplanmasından kaynaklanmıştır.

Şekil 15'de ki tepki spektral yoğunluk fonksiyonu, aynı şekle sahip $|H(\omega)|^2$ transfer fonksiyonu ile beyaz gürültüye ait sabit güç spektral yoğunluk fonksiyonu (S_0) çarpılarak elde edilmiş ise, tepki esas olarak etki işlemindeki sistemin doğal frekansına

($\pm w_n$) yakın olan frekans bileşenlerinden meydana gelmiştir. Bundan dolayı $S_f(w)$ 'nin sabit olmadığı, ancak sistemin doğal frekansı w_n civarında w 'nin yavaş değişen fonksiyonu olduğu durumlarda, tepkinin bulunmasında az bir hata ile de olsa, güç spektral yoğunluk fonksiyonu, $w = w_n$ 'de $S_f(w)$ 'ye eşit alınarak ($S_f(w) = S_0$), beyaz gürültü etki işlemi kabulü yapılabilir.



Şekil 15. Darbant sistemleri için güç spektral yoğunluk fonksiyonu [32]

Böylece, tepki güç spektral yoğunluk fonksiyonu şu ifade ile gösterilebilir [32].

$$S_y(w) = \frac{S_f(w)}{k^2 [1 + (4\xi^2 - 2)(w/w_n)^2 + (w/w_n)^4]} \quad \xi \ll 1 \quad (148)$$

Eğer $|H(w)|^2$ transfer fonksiyonu dar bir frekans genişliğine sahipse, etki geniş bir güç spektral yoğunluk fonksiyonuna sahip olsa dahi, tepki güç spektral yoğunluk fonksiyonu dar bir frekans genişliğine sahip olacaktır.

$\xi \rightarrow 0$ 'a yaklaştıkça güç spektral yoğunluk fonksiyonu altında kalan alan, doğal frekans w_n civarında daha da yığılmakta ve limite sonsuza gitmektedir [58].

1.6.2. Lineer Çok Serbestlik Dereceli Sistemlerin Stokastik Analizi

Çok serbestlik dereceli bir sistemin hareket denklemi,

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{P(t)\} \quad (149)$$

ifadesi ile verilir. Bu denklemde;

$[M]$: sistem kütle matrisi,

$[C]$: sistem sönüm matrisi,

$[K]$: sistem rijitlik matrisi,

$\{\ddot{U}\}$: ivme vektörü,

$\{\dot{U}\}$: hız vektörü,

$\{U\}$: yerdeğiştirme vektörü,

$\{P(t)\}$: kuvvet vektörünü göstermektedir.

Çok serbestlik dereceli bir sistemde serbest titreşim,

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = 0 \quad (150)$$

denklemini tarafından belirlenir. Hafif sönümlü sistemler için, sönümün doğal frekanslar ve mod biçimleri üzerindeki etkisi ihmal edildiğinden (150) denklemini modları bulmak için,

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = 0 \quad (151)$$

şekline indirgemek mümkündür. (151) denkleminin çözümü,

$$\{u\} = \{U\} \sin(\omega t + \theta) \quad (152)$$

şeklindeki basit harmonik hareket olarak kabul edilir. Bu ifadede;

θ : faz açısı,

ω : dairesel frekans,

t : zaman,

$\{U\}$: harmonik hareketin genliği,

$\{u\}$: yerdeğiştirmeyi göstermektedir.

(152) nolu denklem (151) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$[[K] - \omega^2 [M]]\{U\} = 0 \quad (153)$$

homojen lineer denklem sistemi elde edilir. Bu sistemin sıfırdan farklı çözümü ancak katsayılar matrisinin determinantının sıfır olmasıyla mümkündür. Öyleki,

$$| [K] - \omega^2 [M] | = 0 \quad (154)$$

şeklinde elde edilen bu ifadeye sistemin frekans denklemi adı verilir. Bu denklemin çözümünden sistem serbestlik derecesi kadar, $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ ile gösterilebilecek N tane modun serbest titreşim frekansları elde edilir. En düşük frekansa sahip mod birinci mod olarak adlandırılır. Modal frekanslar büyüklüklerine göre sıralanarak,

$$\omega = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n] \quad (155)$$

frekans vektörü elde edilir.

$$[[\mathbf{K}] - w_j^2 [\mathbf{M}]] \{U\}_j = 0 \quad (156)$$

denkleminin çözümü ile bulunan $\{U\}_j$ ($j=1,2,\dots,n$), w_j 'ye karşılık gelen j . titreşim modudur.

$$\{U\}_j = \begin{Bmatrix} U_{1j} \\ U_{2j} \\ \vdots \\ U_{nj} \end{Bmatrix} \quad (157)$$

Her sistemin serbestlik derecesi kadar mod şekli vardır. Modların kolonlara yerleştirilmesi ile bulunan,

$$[U] = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & \dots & U_{1n} \\ U_{21} & U_{22} & \dots & U_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ U_{n1} & U_{n2} & \dots & U_{nn} \end{bmatrix} \quad (158)$$

matrise modal matris denilir.

Mod vektörlerinin hesabında elemanların oranı sabit kalmak üzere değişik çözümler yapılabilir. Şekil aynı olduğu halde farklı genlikler elde edilir. Bu keyfilik bir normalize işlemi kabul edilerek ortadan kaldırılabilir. Genellikle bütün genlikler en büyük genlik esas alınarak normalize edilir. Maxwell - Betti teoremi kullanılarak normalleştirilmiş modlar bulunabilir. Bu teoriye göre i . ve j . doğal titreşim modları arasındaki ortogonallik, $i \neq j$

$$\{U\}_i^T [\mathbf{M}] \{U\}_j = 0 \quad (159)$$

ile gösterilir.

Serbest titreşimin normalleştirilmiş j . modu,

$$\phi_{ij} = \frac{U_{ij}}{\sqrt{\{U\}_j^T [\mathbf{M}] \{U\}_j}} \quad (160)$$

şeklinde yazılabilir. Burada;

U_{ij} : i. düğüm noktasında j numaralı doğal frekanstan meydana gelen genlik,

$[M]$: kütle matrisi,

$\{U\}_j$: j. doğal frekanstan meydana gelen genlik vektörüdür.

Bu durumda normalleştirilmiş modal matris şu şekilde yazılır.

$$[\phi] = [\{\phi\}_1, \{\phi\}_2, \dots, \{\phi\}_n] \quad (161)$$

Bu ifadeden normalleştirilmiş modal matris,

$$[\phi] = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \dots & \phi_{1n} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \dots & \phi_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n1} & \phi_{n2} & \dots & \phi_{nn} \end{bmatrix} \quad (162)$$

şeklinde yazılabilir.

Lineer sistemlerin dinamik analizinde, sistemin genellikle klasik sönümlü olduğu kabul edilir. Klasik sönüm kabulüne göre hareket denklemleri, sönümsüz sistemin gerçel değerli özvektörleri ve özdeğerleri kullanılarak bağımsız modal denklemlere dönüştürülebilir. Bununla birlikte çoğu gerçek sistem, modal denklemlerin sönüm matrisi ile birbirlerine bağlı oldukları klasik sönümlü olmayan sistemler grubundadır. Uygulamada, klasik sönümlü olmayan sistemler bir yaklaşım olarak klasik sönümlü sistemler olarak kabul edilebilirler ve elde edilen sonuçlar da genelde yeterli doğruluktadır. Sönüm matrisi ile birleştirilmiş modal denklemlerdeki sönüm terimlerinin ihmal edilmesi bu yaklaşıma bir örnektir. Ayrıca, klasik olmayan sönümün önemli olduğu ve analizlerde dahil edilmesi gereken durumlar da vardır [40].

(154) nolu denklemden,

$$[[K] - w^2 [M]] \{U\} = \{0\} \quad (163)$$

veya

$$[[M]^{-1} [K] - w^2] \{U\} = \{0\} \quad (164)$$

ifadeleri elde edilir. $\lambda = w^2$ eşitliği yazılarak,

$$|[M]^{-1} [K] - \lambda| = 0 \quad (165)$$

ifadesi yazılabilir. Bu denklemin çözümünden elde edilen λ değerleri özdeğerler olarak adlandırılırlar. $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ özdeğerlerine karşılık gelen $\{U_r\}$ 'ler ise özvektörlerdir.

Klasik sönüm kabulü ile hareket denklemi, n tane modal denkleme ayrılabilir. Bu ayrışma, (149) nolu denklemde $\{U\} = [\phi] \{Y\}$ dönüşümünün yazılması ile sağlanır [51].

Yerdeğiştirme vektörü $U(t)$ 'nin çözümü için yaygın olarak modların süperpozisyonu yöntemi uygulanır. Bu yöntemde önce sistemin sönümsüz serbest titreşimi ele alınır. Verilen (154) ve (156) bağıntılarından serbest titreşim frekansları (w_j) ve bunlara karşılık gelen mod vektörleri $\{\phi\}_j$ bulunur. Daha sonra sistemin sönümlü ve zorlanmış davranışı ele alınarak çözüm vektörlerinin, mod vektörlerinin uygun katsayılarla çarpılıp toplanmasından oluştuğu kabul edilir. Başka bir ifade ile modların süperpozisyonu yöntemi, birbirine bağlı n tane denklemin çözümü yerine, birbirinden bağımsız n tane denklemin çözümünün uygun oranlarda süperpoze edilmesi olarak düşünülebilir. Böylece çok serbestlik dereceli ve dolayısıyla çok modlu sistem, bir dizi eşdeğer tek modlu sistemlerin süperpozisyonu şeklinde hesaplanabilmektedir.

Genel olarak yapının tepki istatistiklerinin belirlenebilmesi için bulunması gereken büyüklükler, istenen tepki büyüklüğü için sistemin doğal frekansları, modal sönüm oranları ve katkı faktörleridir. Ayrıca etki işleminin tam istatistiksel tanımının da yapılmış olması gerekir.

Böylece yapı davranışının belirlenmesi problemi; doğal frekansların, mod biçimlerinin, katkı faktörlerinin ve tek serbestlik dereceli sistemlerin tepkilerinin belirlenmesi problemine indirgenmiş olur.

Modların süperpozisyonu yönteminde $U(t)$ yerdeğiştirme vektörü, mod vektörlerinin uygun katsayılarla çarpılmasıyla,

$$\{U\} = [\phi] \{Y\} \quad (166)$$

denklemleri ile ifade edilir.

Bu denklemde;

$\{U\}$: yerdeğiştirme vektörü,

$[\phi]$: modal matris,

$\{Y\}$: modal koordinat vektörü olarak adlandırılır.

$\{Y\}$ aşağıdaki gibi bir matris’de toplanabilir.

$$Y^T = [Y_1, Y_2, \dots, Y_n] \quad (167)$$

Bu katsayılar, mod şekillerinin çözüme olan katkılarını göstermektedirler. Katkı payı genellikle karşı gelen titreşim frekansları arttıkça azalır. Bu sebeple, sayısal çözümlerde ilk birkaç modla hesap yapmak yeterli yaklaşım sağlar. Yerdeğiştirme için yazılan (166) nolu demklem, (149) nolu denklemde yerine yazılır ve $\{\phi\}_j^T$ ile çarpılırsa,

$$\{\phi\}_j^T [M][\phi]\{\ddot{Y}\} + \{\phi\}_j^T [C][\phi]\{\dot{Y}\} + \{\phi\}_j^T [K][\phi]\{Y\} = \{\phi\}_j^T \{P(t)\} \quad (168)$$

ifadesi elde edilir.

Mod vektörlerinin ortogonallik bağıntıları yanında, benzer ortogonallik bağıntısının sönüm matrisi için de geçerli olduğu kabul edilirse, mod numaraları $i \neq j$ olmak üzere,

$$\{\phi\}_j^T [M] \{\phi\}_i = 0 \quad (169)$$

$$\{\phi\}_j^T [K] \{\phi\}_i = 0 \quad (170)$$

$$\{\phi\}_j^T [C] \{\phi\}_i = 0 \quad (171)$$

şeklindeki ifadeler yazılabilir. Ortogonallik bağıntılarından faydalanarak (168) nolu denklem ayrı olarak,

$$\{\phi\}_j^T [M] \{\phi\}_j \ddot{Y}_j + \{\phi\}_j^T [C] \{\phi\}_j \dot{Y}_j + \{\phi\}_j^T [K] \{\phi\}_j Y_j = \{\phi\}_j^T \{P(t)\} \quad (172)$$

şeklinde ifade edilir. Bu ifade,

$$M_j = \{\phi\}_j^T [M] \{\phi\}_j \quad (173)$$

$$C_j = \{\phi\}_j^T [C] \{\phi\}_j \quad (174)$$

$$K_j = \{\phi\}_j^T [K] \{\phi\}_j \quad (175)$$

$$P_j(t) = \{\phi\}_j^T \{P(t)\} \quad (176)$$

olmak üzere yeniden düzenlenirse,

$$M_j \ddot{Y}_j + C_j \dot{Y}_j + K_j Y_j = P_j(t) \quad (177)$$

veya

$$\ddot{Y}_j + 2\xi_j w_j \dot{Y}_j + w_j^2 Y_j = \frac{P_j(t)}{M_j} \quad (178)$$

ifadeleri elde edilir. Burada,

$$\xi_j = \frac{C_j}{2\sqrt{K_j M_j}} \quad (179)$$

ve

$$w_j = \sqrt{\frac{K_j}{M_j}} \quad (180)$$

denklemleri, sırası ile j. moda ait kritik sönüm oranı ve sönümsüz doğal frekanstır.

Böylece (149) denklemi ile verilen ve sistemin dinamik davranışını gösteren diferansiyel denklem sistemi, genelleştirilmiş koordinat Y_j , kütle M_j , sönüm C_j , rijitlik K_j ve kuvvet $P_j(t)$ kullanılarak ayrık duruma getirilmiş olunur [51].

Eğer (176) nolu denklem ile tanımlanan her modal kuvvet ($P_j(t)$), rastgele stasyonere bir işlemi temsil ediyorsa fourier dönüşümü alınarak,

$$P_j(w) = \{\phi\}_j^T \{P(w)\} \quad (181)$$

ifadesi elde edilir [64]. Bu ifadede $P_j(w)$ ve $\{P(w)\}$, sırası ile modal kuvvetin ve kuvvet vektörünün fourier dönüşümleridir.

$P_j(w)$ fourier dönüşümü,

$$P_j(w) = \int_0^{\infty} P_j(t) e^{-iwt} dt \quad (182)$$

şeklinde yazılırken, genelleştirilmiş noktasal koordinatların (Y_j) fourier dönüşümü,

$$Y_j(w) = \int_0^{\infty} Y_j(t) e^{-iwt} dt \quad (183)$$

ifadesi ile gösterilir. (182) ve (183) denklemleri (178) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$(-w^2 + 2i\xi_j w_j + w_j^2) Y_j(w) = P_j(w) \quad (184)$$

ifadesi elde edilir. Daha sonra,

$$H_j(w) = \frac{1}{(w_j^2 - w^2 + 2i\xi_j w_j)} \quad (185)$$

ile gösterilen frekans davranış fonksiyonu yardımı ile (184) denklemi kullanılarak, j. moda ait noktasal koordinatlar ile kuvvetler arasında şu şekilde bir ilişki yazılabilir.

$$Y_j(w) = H_j(w) P_j(w) \quad (186)$$

Frekans davranış fonksiyonunun tanımından, birim kuvvete karşılık gelen tepki olduğu anlaşılmaktadır. Çok serbestlik dereceli sistemler için modal genliklerin fourier dönüşümleri, matris gösterimle (181) ve (186) ifadelerinden elde edilebilir.

$$\{ Y(w) \} = [H(w)] [\phi]^T \{ P(w) \} \quad (187)$$

Burada, $\{ Y(w) \}$ ve $\{ P(w) \}$ sırası ile modal koordinat vektörünün $\{ Y \}$ ve kuvvet vektörünün $\{ P(t) \}$ fourier dönüşümleridir. $H(w)$ diyagonal matris olup, diyagonal terimler $H_j(w)$ 'lerden oluşur.

Herhangi bir yapı tepkisi ($U_j(t)$), modların süperpozisyonu yöntemi kullanılarak modal tepkiler cinsinden ifade edilebilir.

$$U_j(t) = \sum_{r=1}^N \psi_{jr} Y_r(t) = \{ \psi_j \}^T \{ Y(t) \} \quad (188)$$

Bu ifadede;

N : davranışa katkısı olan mod sayısı,

ψ_{jr} : r. modun $U_j(t)$ yerdeğiştirmesine katkısı (katkı faktörü),

$Y_r(t)$: modal koordinatı göstermektedir.

(188) ifadesinin fourier dönüşümü,

$$U_j(w) = \{ \psi_j \}^T \{ Y(w) \} \quad (189)$$

şeklinde olacaktır. Daha sonra (187) denklemi (189) denkleminde yerine yazılırsa,

$$U_j(w) = \{ \psi_j \}^T [H(w)] [\phi]^T \{ P(w) \} \quad (190)$$

ifadesi elde edilir.

$U_i(t)$ ve $U_j(t)$ gibi i ve j noktalarındaki yerdeğiştirmeler için güç ve karşıt spektral yoğunluk fonksiyonları $S_{ij}(w)$, (87) ile tanımlanan ifadeden elde edilebilir.

$$S_{ij}(w) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E[U_{i,k}(w) U_{j,k}^*(w)]}{4\pi T} \quad (191)$$

Bu ifadede;

* : kompleks eşleniği,

T : analiz süresini göstermektedir.

(190) nolu denklem (191) nolu denklemde yerine yazılırsa,

$$S_{ij} (w) = \{ \psi_i \}^T [H (w)] [\phi]^T [S_p (w)] [\phi] [H (w)] \{ \psi_j \} \quad (192)$$

denklemini elde edilir. Burada;

$S_p (w)$: Etki kuvvetinin spektral yoğunluk fonksiyonudur.

(192) denklemi aşağıdaki gibi de düzenlenebilir.

$$S_{ij} (w) = \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^N \psi_{ir} \psi_{js} H_{ir} (w) H_{js}^* (w) \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N \phi_{lr} \phi_{ms} S_{plpm} (w) \quad (193)$$

Eğer kuvvet vektörünün elemanları arasında korelasyon yok ise, (192) nolu denklemdeki [$S_p (w)$] ifadesi diyagonal matris olur. $i = j$ için (193) denklemi, i noktasındaki yer değiştirmenin güç spektral yoğunluk fonksiyonunu verir. (193) nolu denklem daha basit olarak,

$$S_{ij} (w) = \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^N \psi_{ir} \psi_{js} H_{ir} (w) H_{js}^* (w) S_{prps} (w) \quad (194)$$

şeklinde yazılabilir. Burada;

$$S_{prps} (w) = \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N \phi_{lr} \phi_{ms} S_{plpm} (w) = \phi_r^T S_p \phi_s \quad (195)$$

şeklinde olacaktır.

Eğer kuvvet vektörünün elemanları arasında korelasyon yok ise, i ve j gibi herangi iki noktaya ait yer değiştirmelerin karşıt spektral yoğunluk fonksiyonu dahada basitleştirilebilir. Bu durumda $r \neq s$ için $S_{prps} (w) = 0$ olacaktır [32].

1.6.3. Deprem Etkileri Durumunda Stokastik Analiz

Deprem hareketleri rastgele dinamik etki olduklarından, deprem kuvvetlerinin yapıda oluşturduğu dinamik etkilerin belirlenmesi için stokastik yaklaşımın kullanılması daha uygundur.

Eğer yapı $\ddot{u}_g (t)$ yer ivmesine maruz ise (149) nolu denklem,

$$[M] \{ \ddot{U} \} + [C] \{ \dot{U} \} + [K] \{ U \} = - [M] \{ \delta \} \ddot{u}_g (t) \quad (196)$$

şeklinde yazılır. Burada;

$\{ \delta \}$: Deprem doğrultu vektörüdür.

Bu durumda (176) nolu deklemler ile gösterilen j. moda ait modal kuvvet,

$$P_j(t) = \{\phi\}_j^T [M] \{\delta\} \ddot{u}_g(t) \quad (197)$$

şeklinde yazılır ve fourier dönüşümü alınır,

$$P_j(\omega) = \{\phi\}_j^T [M] \{\delta\} A(\omega) \quad (198)$$

ifadesi elde edilir. Burada;

$A(\omega)$: Yer hareketine ait ivmenin fourier dönüşümüdür.

Bütün modal kuvvetler birlikte göz önüne alınır,

$$\{P(\omega)\} = \{\phi\}^T [M] \{\delta\} A(\omega) \quad (199)$$

ifadesi yazılır. Burada;

$\{\phi\}$: Her bir kolonu mod şeklini içeren modal matrisi göstermektedir.

(199) nolu denklem (190) nolu denklemde yerine yazılır ve (191) ifadesi kullanılırsa, etki işleminin bir yer ivmesi olması durumundaki tepki işleminin karşıt spektral yoğunluk fonksiyonu şu şekilde bulunur.

$$S_{ij}(\omega) = S_{in}(\omega) \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^N \psi_{ir} \psi_{js} H_{ir}(\omega) H_{js}^*(\omega) \quad (200)$$

Burada;

$S_{in}(\omega)$: Yer ivmesinin güç spektral yoğunluk fonksiyonudur.

(200) nolu denklemde $i = j$ alınır, tek bir yerdeğiştirme için güç spektral yoğunluk fonksiyonu elde edilir [47].

Çok serbestlik dereceli bir sistemin stasyonær tepkisinin otokorelasyon veya karşıt korelasyon fonksiyonunun bulunmasındaki temel ifade (145) denklemine benzer olarak,

$$R_{rs}(t_1 - t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_f(\tau_1 - \tau_2) h_r(t_1 - \tau_1) h_s(t_2 - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \quad (201)$$

elde edilen modal karşıt korelasyon fonksiyonudur. Etki kuvvetinin otokorelasyon fonksiyonu, güç spektral yoğunluk fonksiyonu cinsinden ifade edilirse (201) denklemi,

$$R_{rs}(t_1 - t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{in}(\omega) H_r(\omega) H_s^*(\omega) e^{i\omega(t_1 - t_2)} d\omega \quad (202)$$

halini alır. Bu durumda i ve j noktalarına ait yer değiştirmeler için ($U_i(t)$ ve $U_j(t)$) karşıt korelasyon fonksiyonu,

$$R_{ij}(\tau) = \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^N \psi_{ir} \psi_{js} R_{rs}(\tau) \quad (203)$$

şeklinde yazılır [53].

1.6.4. Spektral Momentler

Stasyonere işlemler için yapı davranışı ile ilgili istatistikler; tepki işleminin sıfırncı, birinci, ve ikinci spektral moment terimleri kullanılarak elde edilmektedir. Spektral momentler güç spektral yoğunluk fonksiyonu ve frekans terimleri ile ifade edilmiş olup, (200) denklemini kullanarak bulunabilirler.

$$\lambda_{m,ij} = 2 \int_0^{\infty} w^m S_{ij}(w) dw, \quad m = 0,1,2 \quad (204)$$

(200) nolu deklemin (204) denkleminde yerine yazılırsa,

$$\lambda_{m,ij} = \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^N \psi_{ir} \psi_{js} \lambda_{m,rs} \quad (205)$$

ifadesi elde edilir. Burada;

$$\lambda_{m,rs} = 2 \operatorname{Re} \int_0^{\infty} w^m S_{in}(w) H_{ir}(w) H_{jr}^*(w) dw \quad (206)$$

ifadesi, r ve s modlarına ait normal koordinatların ($Y_r(t)$ ve $Y_s(t)$) karşıt spektral momentidir. Re ise gerçel kısmı göstermektedir.

$$\rho_{m,rs} = \frac{\lambda_{m,rs}}{\sqrt{\lambda_{m,rr} \lambda_{m,ss}}}, \quad m = 0,1,2 \quad (207)$$

katsayıları dahil edilirse (205) denklemini,

$$\lambda_{m,ij} = \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^N \psi_{ir} \psi_{js} \rho_{m,rs} \sqrt{\lambda_{m,rr} \lambda_{m,ss}}, \quad m = 0,1,2 \quad (208)$$

şeklinde elde edilir. Burada;

$\lambda_{m,rr}$: Etkiye bağlı olarak, ξ_r sönüm oranlı ve w_r frekanslı tek serbestlik dereceli sistemin tepkisinin spektral momentini göstermektedir.

$i = j$ için sıfıncı ve ikinci spektral momentler,

$$\lambda_0 = E [u_i^2 (t)] \quad (209)$$

$$\lambda_2 = E [\dot{u}_i^2 (t)] \quad (210)$$

sırası ile $u_i (t)$ ve $\dot{u}_i (t)$ tepkilerinin karesel ortalama değerleridir. Sıfır ortalama için,

$$\lambda_0 = E [u_i^2 (t)] = \sigma_{ui}^2 \quad (211)$$

$$\lambda_2 = E [\dot{u}_i^2 (t)] = \sigma_{\dot{u}i}^2 \quad (212)$$

eşitlikleri yazılabilir.

Ayrıca $\lambda_{0,rr}$ ve $\lambda_{2,rr}$ sırası ile, r . normal koordinatın $Y_r (t)$ ve türevinin $\dot{Y}_r (t)$ karesel ortalamalarıdır. Karesel ortalama tepkilerinin bulunması için (207) ve (208) ifadelerinin belirlenmesi gerekir. Eğer etki beyaz gürültü veya filtre edilmiş beyaz gürültü ise bu ifadelerin belirlenmesi çok kolaydır. Çünkü, beyaz gürültü veya filtre edilmiş beyaz gürültü işlemleri için güç spektral yoğunluk fonksiyonları belirlidir.

$\rho_{m,rs}$ ile tanımlanan katsayılar; $m = 0$ için $Y_r (t)$ ve $Y_s (t)$ normal koordinatları arasındaki ve $m = 2$ için normal koordinatların türevleri arasındaki karşıt korelasyon sayılarıdır.

Spektral momentlerin bulunması ile tepki işlemi için istenen birtakım istatistikler de belirlenmiş olur. λ_0 , λ_1 ve λ_2 'nin bilinmesi ile aşağıdaki istatistiksel büyüklükler elde edilebilir.

1- $\sqrt{\lambda_0}$ ile gösterilen karesel ortalamanın karekökü değeri (RMS)

2- Tepkinin türevinin karesel ortalama değerinin karekökü $\sqrt{\lambda_2}$

3- Eğer işlem gauss işlemi ise sıfır seviyesinin ortalama geçiş sayısı (görünen frekans)

$$v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_0}} \quad (213)$$

$$4- \delta = \sqrt{1 - \frac{\lambda_1^2}{\lambda_0 \lambda_2}}, \quad 0 < \delta < 1 \quad (214)$$

(214) denklemleri ile gösterilen ifade, tepkinin güç spektral yoğunluk fonksiyonunun dağılımını ölçen parametredir. δ küçük ise dar bant işlemi, büyük ise geniş bant işlemi gösterir.

Bu parametreler daha sonra işlemin maksimum ortalama değeri, varyansı ve yığılımlı olasılık dağılım fonksiyonu belirlenirken kullanılacaktır. Ayrıca başka istatistiksel büyüklükler de, belirli bir seviyenin geçiş sayısı gibi, spektral moment terimleri ile ifade edilebilir.

Der Kiureghian [39], $\lambda_{m,rs}$ 'nin genelde etkinin güç spektral yoğunluk fonksiyonunun şekline duyarlı iken, $\rho_{m,rs}$ 'nin geniş bant etkileri için nispeten duyarsız olduğunu ve bu katsayıların modal frekanslar w_r ve w_s birbirinden uzaklaştıkça hızla azaldığını göstermiştir. Böylece, geniş bant işlemleri için (208) ifadesindeki karşıt terimler sadece birbirine yakın frekanslı modlar için önemli olmaktadır.

Bulunan $S_{ij}(w)$, $R_{ij}(\tau)$ ve $\lambda_{m,ij}$ terimleri, modal yaklaşımın kullanıldığı stasyonere rastgele titreşim analizleri için gerekli olan genel çözümlerdir [47 ,53].

1.6.5. Ortalama Maksimum Değer

Dinamik yüklerin etkisi altındaki yapıların dinamik analizinde en çok aranılan parametre yapı tepkilerinin ortalama maksimum değerleridir. Geleneksel yapılar maksimum yüklere karşı koyacak şekilde projelendirilirken, rastgele işlemde tüm maksimum değerler incelenir ve maksimum değerler için olasılık yoğunluk fonksiyonları bulunur. Çünkü, tepkilerin en büyük değerleri yanında veya onlardan daha çok ortalama maksimum değerlerin, oluşma frekanslarının ve oluşma varsayımlarının bilinmesine ihtiyaç duyulmaktadır.

Stokastik analizde ortalama maksimum değer μ , tüm maksimum değerlerin ortalaması olarak tanımlanır ve genelde maksimum büyüklük faktörüne ve tepkinin karesel ortalamasının kareköküne bağlı olarak şu şekilde ifade edilir.

$$\mu = p \sqrt{\lambda_0} \quad (215)$$

μ 'nün standart sapması ise,

$$\sigma = q \sqrt{\lambda_0} \quad (216)$$

ile ifade edilir [65]. Burada p ve q sırası ile, yer hareket ivmesinin ve sıfır seviyesinin ortalama geçiş sayısının fonksiyonu olan maksimum büyüklük faktörleridir. Bu faktörlerin belirlenmesi için literatürde pek çok metod tavsiye edilmiştir. Der Kiureghian [39],

deprem mühendisliği uygulamaları için uygun olan şu ifadeleri tavsiye etmiştir.

$$p = \sqrt{(2 \ln v_e \tau)} + \frac{0.5772}{\sqrt{(2 \ln v_e \tau)}} \quad (217)$$

$$q = \frac{1.2}{\sqrt{(2 \ln v_e \tau)}} - \frac{5.4}{13 + (2 \ln v_e \tau)^{3.2}} \quad (218)$$

Burada;

$$v_e = \begin{cases} (1.63\delta^{0.45} - 0.38)v & \delta < 0.69 \\ v & \delta \geq 0.69 \end{cases} \quad (219)$$

sıfır seviyesinin indirgenmiş ortalama geçiş sayısıdır. (219) denklemini ile temsil edilen ifade, geçişler arasındaki bağımlılığın ortalama ve varyansa etkisini gösterir. (217) ve (218) ifadeleri $10 \leq v\tau \leq 1000$ ve $0.11 \leq \delta \leq 1$ aralığında geçerlidir.

Rüzgâr ve okyanus gibi mühendislik uygulamalarında karşılaşılabilecek $v\tau$ 'nun büyük değerleri için ($v\tau \geq 5000$) Davenport şu ifadeleri önermiştir.

$$p = \sqrt{(2 \ln v_e \tau)} + \frac{0.5772}{\sqrt{(2 \ln v\tau)}} \quad (220)$$

$$q = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \frac{1}{\sqrt{(2 \ln v\tau)}} \quad (221)$$

δ 'dan bağımsız olan bu ifadeler işlemdeki geçişler arasındaki bağımlılığı ihmal etmektedir. Bundan dolayı, söz konusu ifadeler bağımlılığın ortalama ve varyans üzerindeki etkisinin önemsiz olduğu büyük $v\tau$ 'lar için geçerlidir [53, 65].

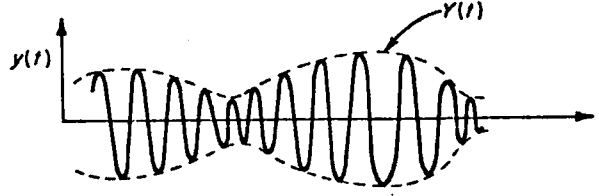
1.6.6. Oluşma Frekansı

Titreşim hareketlerinde hareketin kendini bir kere tekrarı için geçen zaman periyot ve birim zamanda yapılan periyodik hareket sayısı frekans olarak tarif edilir. Periyot ve frekans için zaman birimi olarak saniye kullanılır ve bir saniyede yapılan periyodik hareket

sayısı Hz olarak isimlendirilir. Göz önüne alınan titreşim hareketi, $w = \sqrt{\frac{k}{m}}$ olmak üzere

$T = \frac{2\pi}{w}$ periyoduyla ve $f = 1/T$ frekansıyla meydana gelir.

Geniş bant işleme maruz hafif sönümlü sistemin tepkisi ($y (t)$) dar bant işlemi olacağından, $y (t)$ 'nin tipik örnek fonksiyonu Şekil 16'da görüldüğü gibi yavaş değişen genlik ve faz açısı ile sinüzoidal bir görünüme sahip olacaktır.



Şekil 16. Darbant işlemi için örnek fonksiyon [66]

Bu durumda pozitif eğimli iki ardışık geçiş arasında, örnek fonksiyon periyodik hareket yaparak değişecektir. Dolayısı ile darbant rastgele işlemleri için sıfır seviyesinin pozitif eğimli ortalama geçiş sayısı, birim zamandaki ortalama periyodik hareket sayısına eşittir. Dar bant işlemleri için yukarıdaki ifadenin doğruluğu, sıfır seviyesinin pozitif eğimli geçiş sayısı ile maksimumların geçiş sayısının yaklaşık olarak birbirlerine eşit olması ile gösterilebilir.

Oluşma frekansı, tepki işlemi tarafından kesilen sıfır seviyesinin $y (t) = 0$ birim zamandaki ortalama geçiş sayısıdır. Sıfır ortalama gauss işlemi için birim zamandaki sıfır seviyesinin ortalama geçiş sayısı aşağıdaki gibi yazılabilir [53, 66].

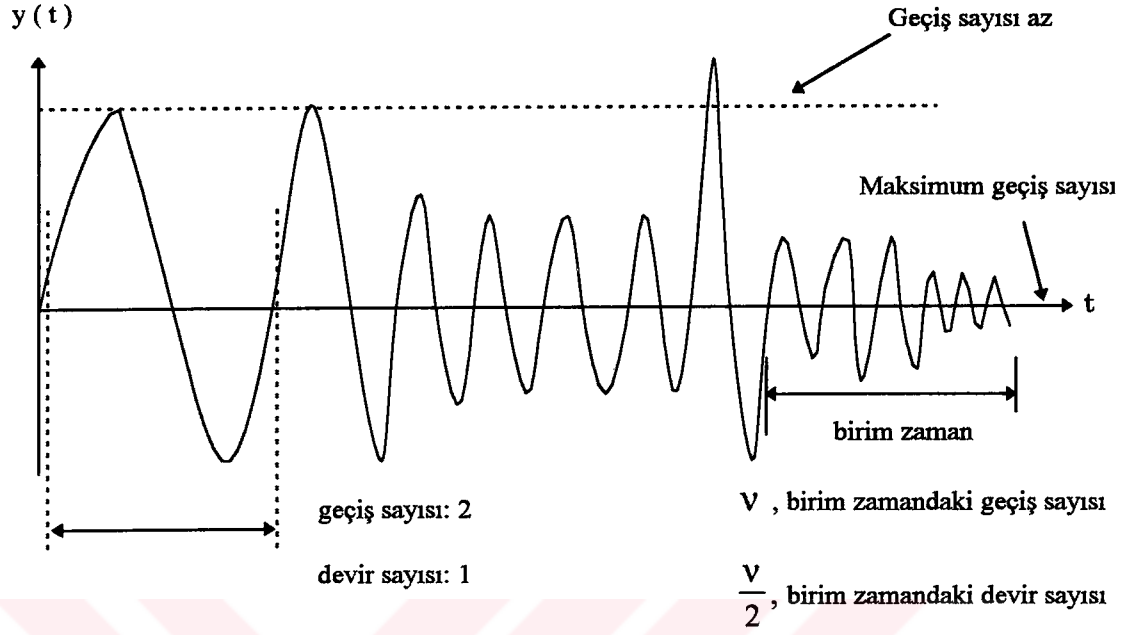
$$v = \frac{1}{\pi} \frac{\sigma_y}{\sigma_y} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_0}} \quad (222)$$

$y (t)$ işleminin özel bir değeri için ($y (t) = a$) birim zamandaki ortalama geçiş sayısı,

$$v_y (a) = \frac{1}{\pi} \frac{\sigma_y}{\sigma_y} \exp \left(- \frac{a^2}{2\sigma_y^2} \right) \quad (223)$$

ifadesi ile gösterilir.

(223) nolu denklemden, birim zamandaki ortalama maksimum geçiş sayısının $y = 0$ 'da olacağı ($v_y (0) = v$) ve $y (t) = a$ büyüdükçe birim zamandaki ortalama geçiş sayısının azalacağı beklenmelidir.



Şekil 17. Örnek tepki işlemi [66]

Her periyodik hareket için, sıfır seviyesi iki kez geçildiğinden tepki işlemi $y(t)$ için oluşma frekansı $\frac{v}{2}$ olacaktır (Şekil 17).

$$f_0 = \frac{v}{2} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_0}} \quad (224)$$

w frekanslı ve ξ sönüm oranına sahip bir sistemin tepkisi için sıfır seviyesinin ortalama geçiş sayısı; etki geniş bant işlemi ise ve sistemin frekansı etkinin asıl frekans bölgesinden fazla ötede değilse, etkinin güç spektral yoğunluk fonksiyonuna fazla duyarlı değildir. Bu gerçekten ve tepkinin sıfır seviyesinin ortalama geçiş sayısındaki küçük farklılıklardan fazla etkilenmeyeceği gerçeğiyle, beyaz gürültü etkisi esas alınarak v değerleri bulunabilir. Bulunan v değerleri, rastgele bir güç spektral yoğunluk fonksiyonu şekline sahip geniş bant etkisi durumunda bulunan tepkiler için oldukça uygundur [66].

Geniş bant işlemi etkisindeki sistemlerin tepkileri için [39] nolu kaynakta,

$$v = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_0}} \equiv \frac{w}{\pi} \quad (225)$$

olduğu gösterilmiştir. Bu ifade beyaz gürültü etkine maruz sistemlerin tepkileri için tam olarak doğru iken, deprem türündeki geniş bant işlemleri için iyi bir yaklaşımdır. Böylece tepkinin oluşma frekansı,

$$f_0 = \frac{v}{2} = \frac{w}{2\pi} \quad (226)$$

şeklinde yazılır. f_0 , beklendiği gibi birim zamanda yapılan periyodik hareket sayısını gösteren sistemin doğal frekansdır.

1.6.7. Yığılımlı Olasılık Dağılım Fonksiyonu

Stokastik yöntemin diğer bir özeliğide, seçilmiş bir tepki değerinin oluşma ihtimalinin belirlenebilmesidir. Oluşma ihtimalin hesaplanması yığılımlı olasılık dağılım fonksiyonları ile mümkündür.

Bilindiği gibi, sıfır ortalamalı gauss etkisine maruz lineer bir yapı sisteminin tepkisi de sıfır ortalamaya ve gauss dağılımına sahip olacaktır. Böyle bir işlemin,

$$R_\tau = \max_{\tau} |R(t)| \quad (227)$$

ile gösterilen maksimum mutlak değerinin, Vanmarcke [41] tarafından oluşturulan yığılımlı olasılık dağılım fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilir [67].

$$F_{R_\tau}(r) = \left[1 - \exp(-s^2/2) \right] \exp \left[-v\tau \frac{1 - \exp(-\sqrt{\pi/2} \delta_e s)}{\exp(s^2/2) - 1} \right], \quad r > 0 \quad (228)$$

Burada;

$$s = \frac{r}{\lambda_0} \quad (229)$$

$$v = \frac{1}{\pi} \sqrt{\lambda_2 / \lambda_0} \quad (230)$$

$$\delta_e = \delta^{1.2} \quad (231)$$

$$\delta = \sqrt{1 - \frac{\lambda_1^2}{\lambda_0 \lambda_2}} \quad (232)$$

şeklinde ifade edilirler.

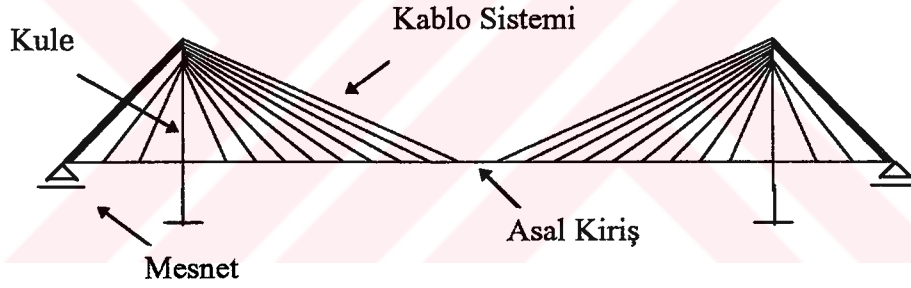
1.7. Kablolü Köprüler

1.7.1. Kablolü Köprülerin Temel Özellikleri ve Elemanları

Köprünün genel bir tarifini yapmak gerekirse; ana hatları itibatiyle köprü, iki ucunda iki kenar ayağa ve varsa orta ayaklara oturan bir tabliyeden ibaret bir sanat yapısıdır.

Çoğu kablolü köprü için yapı sistemi Şekil 18’de görüldüğü gibi dört temel bileşene ayrılabilir [1].

- 1- Döşeme ile birlikte çalışan asal kiriş
- 2- Asal kirişi destekleyen kablo sistemi
- 3- Kabloları taşıyan kuleler
- 4- Kabloları düşey veya yatay olarak destekleyen mesnetler



Şekil 18. Kablolü köprülerin temel elemanları [1]

Kablo köprüler; kabloların asal kirişe bağlandıkları noktalardan, kablolar ile elastik olarak desteklenen lineer olmayan sistemlerdir [17]. Modern kablolü köprüler asal kirişlerden, enleme ve boylamalardan, ortotropik tipteki döşemeden ve destekleyici kısımları olan basınca çalışan kuleler ile çekmeye çalışan kablolardan oluşan üç boyutlu sistemlerdir. Üç boyutlu bir yapının en önemli özelliklerinden biri, enine doğrultudaki yapı kısımlarının yapının uzunlamasına doğrultudaki asıl hareketine tam katılımıdır. Böylece yapının atalet momenti önemli derecede artmakta ve kiriş yükseklikleri daha küçük tutulabilmektedir. Ayrıca çelikte de ekonomi sağlanmaktadır [6].

Kablolu sistemlerin temel yapısal karakteristiği; kulelerin tepelerinden asal kirişlere uzanan öngerilmeli ya da sonradan çekme verilmiş kablolar ile, asal kirişlerin bir bütün olarak çalışmasıdır. Çekmeye çalışan kablolardan gelen yatay basınç kuvvetlerinin kirişler tarafından alınması, alt yapıda önemli bir ekonomi sağlamaktadır. Kablolu köprülerdeki kulelerin ve asal kirişin; kabloların neden olduğu büyük aksenal basınç kuvvetleri ile birlikte eğilmeye maruz kalması kablolu köprülerin ayırt edici özeliğidir [68, 69].

Geleneksel kısa açıklıklı ve kablolar ile desteklenmeyen köprüler, servis yüklerine karşı koyabilecek şekilde projelendirilirler. Bunun yanında ikinci adım olarak sözkonusu köprülerin; rüzgâr, deprem yükü gibi çevresel yüklere karşı dirençlerinin sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilir. Ancak, kablolardan oluşan köprü sistemlerinde çevresel yükler servis yükleri kadar önemlidir.

Karma ve üç boyutlu yapı sistemleri olmaları nedeni ile, uzun açıklıklı kablolu köprüler tamamen birleştirilmiş titreşim hareketine sahiptirler. Asma köprülerde titreşim hareketi eğilme, burulma vb. olarak sınıflandırılabilirken; kablolu köprüler hemen hemen her titreşim modunda üç boyutlu bir hareket içerirler. Dolayısı ile deprem hareketleri; üç boyutlu etki hareketi ile tüm yapı arasındaki karmaşık etkileşimden dolayı, bu tür yapıların tepki analizlerinde bir takım farklı özelliklere neden olurlar. Örneğin, sözkonusu yapıların düşey doğrultudaki titreşimi; düşey doğrultudaki hareketin yanısıra, uzunlamasına ve yatay doğrultudaki yer hareketine bağlıdır [70].

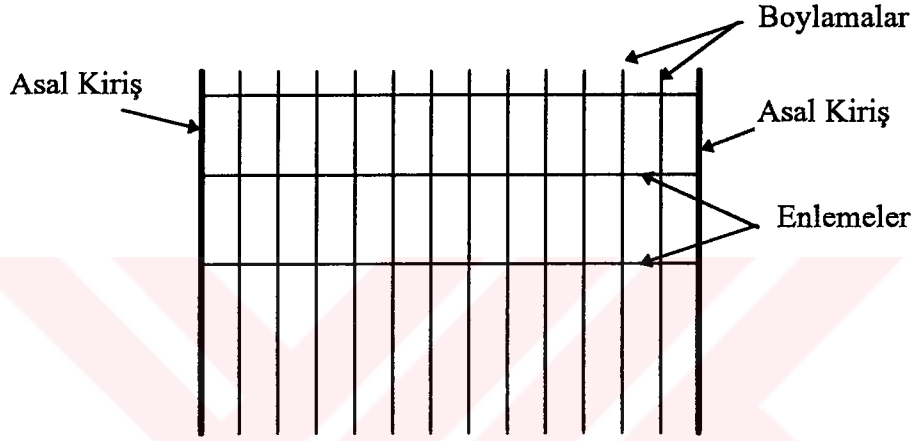
Uzun açıklıklı kablolu köprülerin hakim periyodu genellikle 2sn ile 5 sn arasında değişmektedir. Hakim periyodun büyük olması, kablolu köprülerin yüksek dereceden deforme olabilen yapı sistemleri grubuna dahil olduğunu gösterir.

Kablolu köprüler genelde, nispeten yumuşak zemin üzerine inşa edilmektedirler. Eğer yüzeyin doğal hakim periyodu 1-2 sn civarında ise, söz konusu periyot köprünün alt yapısının ve diğer kısımlarının doğal periyoduna yakın olabilir. Böyle bir durumda zeminin ve köprünün titreşimleri arasındaki etkileşim dikkate alınmalıdır [70].

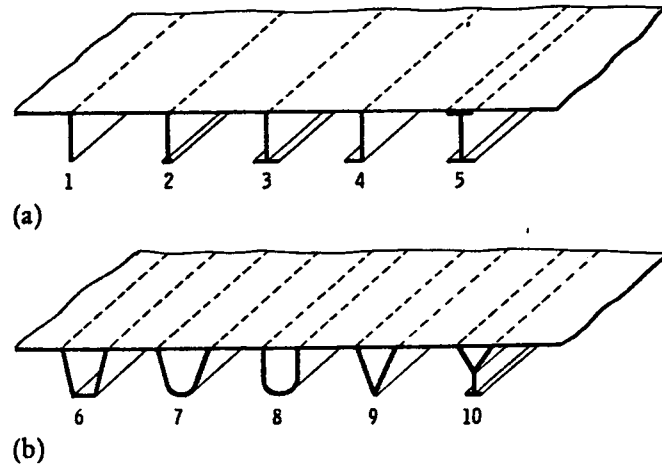
Döşeme plakı karşılıklı iki dik doğrultuda uzanan enlemeler ve boylamalar ile rijitlenmiş olup; döşeme plakı, enlemeler ve boylamalar asal kirişlerle birleşerek tabliyeyi meydana getirir. Döşeme plakı örtü elamanı görevini yapar ve rulman yüzeylerini ve taşıt yüklerini taşır. Ayrıca, daimi ve hareketli yükleri boylamalara, enmelere ve asal kirişlere

iletir. Enlemeler ise asal kirişleri birbirine bağlayarak yük dağıtımını sağlar ve köprünün enine rijitliğini oluşturur [6].

Rijitlenmiş plaklı döşeme davranışı, karşılıklı iki dik doğrultuda farklı özellikleri olan, ortogonal ve anizotropik yada kısaca ortotropik olarak bilinen plaka benzetilebilir. Bu şekilde tanımlanan köprüler, ortotropik plaklı döşemeye sahip köprüler olarak adlandırılırlar [10]. Ortotropik plaklı döşemeye sahip bir köprünün genel bir şekli, Şekil 19'da görülmektedir.



Şekil 19. Ortotropik plaklı döşemeye sahip kablolu bir köprünün genel görünüşü [10]



Şekil 20. (a) Açık tipteki boylama şekilleri (b) Kutu kesitli boylama şekilleri [6]

Ortotropik döşemeler, boylamaların alanlarının farklılığı ve enlemeler arasındaki mesafelerin farklılığı ile birbirlerinden ayrılırlar. Ortotropik döşemelerde kullanılan tipik boylamalar Şekil 20'de görülmektedir.

Şekildeki boylamalar arasındaki temel fark burulmaya karşı olana dirençleridir. Kutu kesitli boylamaların burulma rijitliği, açık tiptekine oranla daha fazladır.

Ortotropik sistemlerin kullanılması ile yeni tip üst yapılar ortaya çıkmıştır. Bu sistemler, kabloların yatay etki kuvvetlerini uzun köprülerde dahi hemen hemen ek malzeme gerektirmeden karşılarlar. Eski tip üst yapılarda yapı elemanları bağımsız hareket ederken, ortotropik döşemelerin kullanılması ile birlikte büyük kesit alanıyla rijitlenmiş plak sadece asal kirişlerin ve enlemelerin örtü elemanı görevini yapmaz; aynı zamanda modern köprülere eski sistemlerde kullanılan rüzgâr kirişlerinden daha fazla yatay rijitlik kazandıran yatay plak kirişi olarak çalışır.

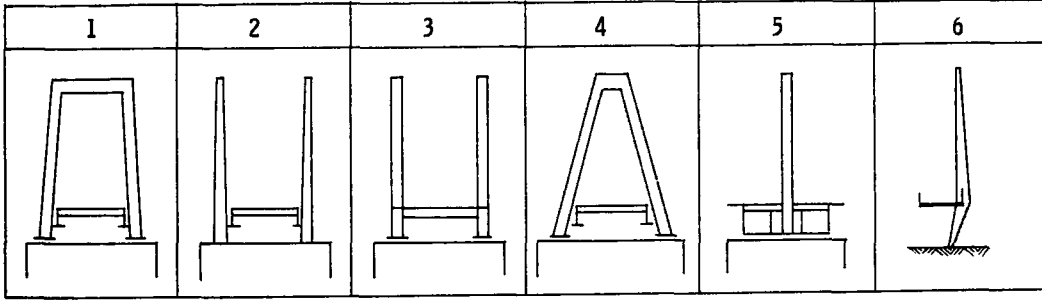
Yüksek mukavemetli çelikten oluşan ortotropik plak döşeme kullanılması ile, özellikle son yıllarda, çelik asal kirişli kablolu köprülerin merkez açıklığı artırılmıştır [70]. Kablolu köprülerde sabit yükten kaynaklanan ağırlığı azaltmak amacıyla ortotropik tipteki döşemeler kullanılmaktadır. Bilindiği gibi uzun açıklıklı köprülerde sabit yükten kaynaklanan ağırlık oldukça önemlidir [4].

Ortotropik sistem, döşemenin kulelerde ve ana açıklığın ortasında sürekliliğini sağlar. Köprü üst yapısının birçok açıklık boyunca sürekliliğinin birçok avantajı vardır ve iyi bir kablolu köprü için gereklidir.

Kuleler genelde birkaçbinton kadar olan ağır yükleri taşımak zorundadırlar. Bundan dolayı, kutu kesitler kullanılarak minimum malzemeyle burkulmaya karşı güvenlik sağlanmaya çalışılmaktadır. Kuleler çelikten, betondan veya öngerilmeli betondan yapılabilirler. Çelik kulelerin avantajı hızlı yapımıdır. Bununla birlikte büyük kablolu köprülerde kulelerin betonla inşası, çeliğe oranla % 40 ekonomi sağlar [3].

Kulelerin davranışı; kabloları, döşemeye ve ayaklara bağlantı şekline göre değişir. Bağlantılar eğilme momentini indirgeyecek şekilde yapılabilirler. Kablo ile asal kiriş arasındaki eğimin açısı arttıkça, kablolardaki gerilmeler azalır. Bununla birlikte kulenin yüksekliği arttıkça, kablo uzunlukları ve dolayısıyla eksenel deformasyonlar da artar. Kuleler köprü ağırlığını taşımanın yanında rüzgârdan veya depremden dolayı oluşacak

yatay kuvvetlere de karşı koyabilmelidir. Kule, kablo kuvvetlerini temele iletebilecek şekilde projelendirilmelidir ve taşıt yoluna engel olmamalıdır [6, 71]. Kuleler enlemesine ve uzunlamasına doğrultuda farklı şekillerde olabilirler. Mümkün olabilecek çeşitli kule türleri Şekil 21’de görülmektedir.



Şekil 21. Kablolu köprülerde kullanılan çeşitli kule türleri [6]

Kabloların tepelerinde toplandığı A - Çerçeve tipindeki kulelerde yapı rijitliği ve stabilitesi artmaktadır. Böylece döşeme ve her iki düzlemdeki kablo sistemleri eğilmeye karşı birbirine rijit olarak bağlanmış bir sistem şeklinde çalışırlar. A - Çerçeve tipindeki kuleler, yüksek burulma rijitlikleri sayesinde kablolu köprüler için ilk tercih olmuşlardır [28].












Kablolar temel yük taşıyıcı elemanlar olup, kulelere ve asal kirişlere bağlanmıştır. Dolayısı ile kabloların asal kirişlere, kulelere ve altyapıya bağlantısı son derece önemlidir. Kablo bağlantıları yüklerin tam transferini sağlamalıdır ve iklim şartlarına karşı korunmalıdır [3].

Çekmeye çalışan kablolar için yüksek mukavemetli kabloların kullanılması malzemede ve ağırlıkta ekonomi sağlar. Daha önce belirtildiği gibi kablolar döşemeye birleştirilmişlerdir ve döşemede basınç kuvvetleri oluştururlar. Ekonomik bir köprü için döşeme yüzeyi bu kuvvetleri taşımada yardımcı olmalıdır.

Kablo geometrisi, asal kirişin tipi ve kuleler çok farklı şekillerde olabileceğinden tipik bir kablolu köprünün tanımlanması oldukça zordur. Bunlardan başka kablo

düzenlemesine ve sınır şartlarında da farklılıklar olabilir. Kabloların düzenlenişi enlemesine ve uzunlamasına doğrultuda farklılık gösterebilir.

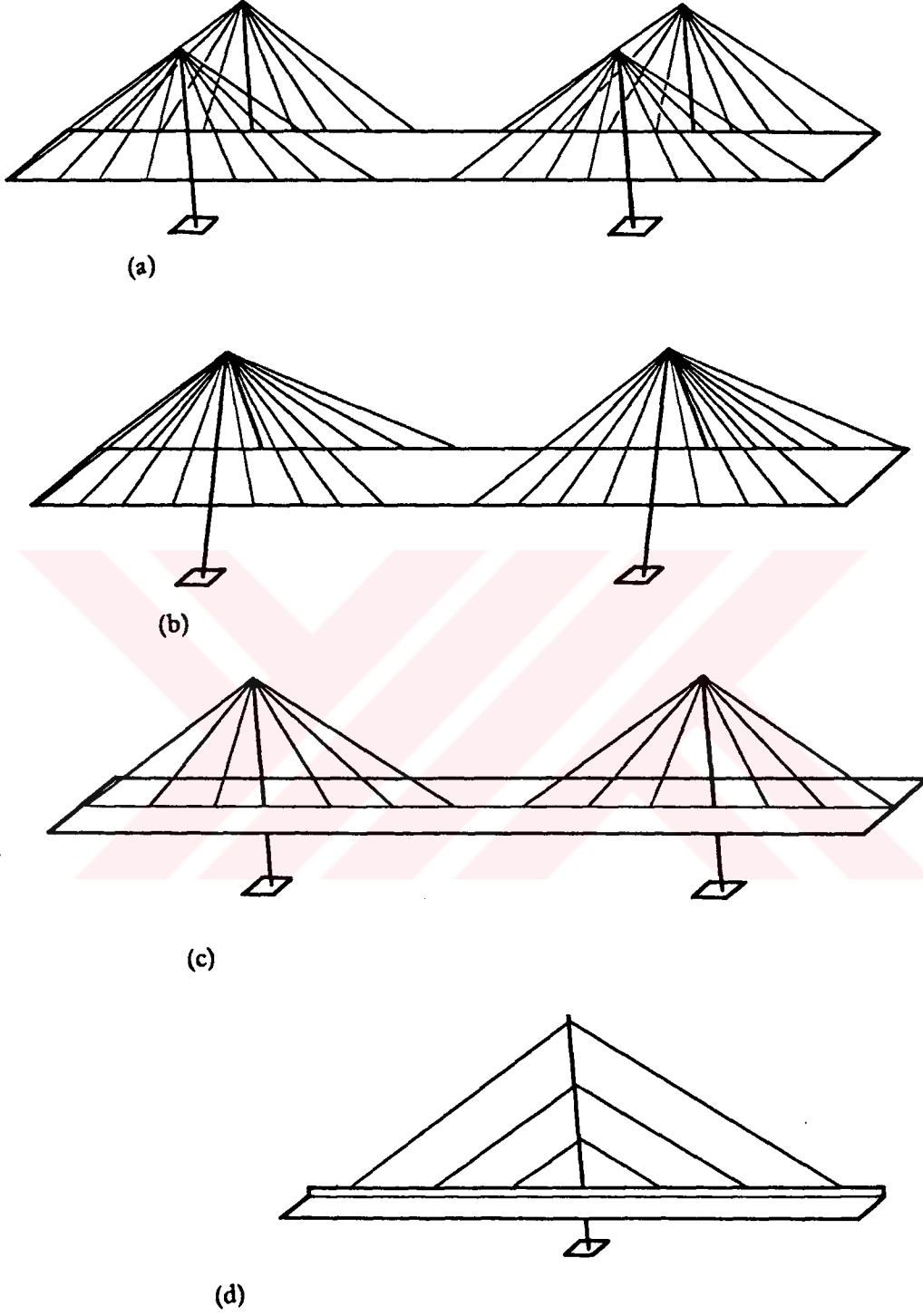
Kabloların köprü eksenine doğrultusundaki düzenlenmesine bağlı olarak kablolu köprüler Şekil 22'deki dört temel sisteme ayrılabilirler [3, 72].

| Gergi Sistemi | | Tekil | İkili | Üçlü | Çoğul | Değişken |
|---------------|---------|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | Radyal |  |  |  |  |  |
| 2 | Paralel | |  |  |  | |
| 3 | Yelpaze | | |  |  | |
| 4 | Yıldız | |  | | | |

Şekil 22. Kablo düzenlenmesine bağlı sistemler [6]

Kabloların yelpaze şeklinde düzenlenmesi ile, kablolardan dolayı döşemede oluşacak yatay kuvvetler diğer düzenlemelere oranla daha az olacaktır [6].

Enine doğrultuda olan kablo düzeninde ise kablolar tek düzleme sahip olabileceği gibi iki düzleme de sahip olabilirler (Şekil 23) [72].



Şekil 23. Enine doğrultudaki kablo düzenlemesi [3]

Kablolu köprülerde kullanılan kablolar için temel eleman, normal yapı çeliğinden çok daha mukavemetli olan çelik tellerdir. Kablolar içinde var olan teller korozyona karşı korunmalıdır. En etkili koruma şekli tellerin galvanizlenmesidir. Korozyona karşı iyi koruma büyük bir önemle yapılmalıdır.

Kablolu köprülerin döşeme sistemine ait asal kirişler, genelde eğilme momentleri ve kablolardan gelen normal kuvvet bileşenleri etkisi altındadırlar. Asal kirişler bu moment ve kuvvetlere bağlı olarak projelendirilmelidirler. Tecrübeler optimum çözümün, ortotropik tipteki döşeme ile asal kirişlerin bir bütün içinde çalışması ile sağlanabileceğini göstermiştir.

Ana kirişler, genelde kablolar için uygun bağlantılar oluşturacak şekilde kutu kesitli yapılırlar. Böylece burulma etkilerine karşı önemli bir rijitlik sağlanmış olur ve köşegen kullanmaya gerek kalmaz [6]. Eğer kablo düzlemi tek düzlem olarak inşa edilmiş ise, simetrik olmayan hareketli yüklerden kaynaklanacak burulma momentleri kutu kesitli asal kirişler tarafından alınır ve mesnetlere iletilir. Asal kiriş birlikte çalıştığı döşeme ile birlikte, kablolu köprülere etkileyen dış yüklerin önemli bir bölümüne maruz kalmaktadır. Çünkü toplam trafik yükü asal kirişe ait döşeme üzerine etkimektedir. Ayrıca sabit yüklerden ve yatay kuvvetlerden gelen yükler de kablo sistemine oranla daha çok asal kirişe etkimektedir. Bu bakımdan asal kiriş yükleri transfer edebilmek zorundadır.

Tüm elemanları her zaman çekmeye çalışan kablo sisteminin tersine, asal kiriş çekme ve basınç etkilerine maruz kalabilmektedir.

Kablolu köprü sistemlerine ait elemanları oluşturan malzemeler lineer elastik davranış göstermesine rağmen, köprünün proje yükleri altındaki yük-yerdeğiştirme ilişkisi lineer olmayacaktır. Lineer olmayan bu davranış aşağıdaki sebeplerden kaynaklanmaktadır [17, 24, 29, 70, 73] :

1. Kabloların öz ağırlıklarından kaynaklanan sehimlerinden dolayı, lineer olmayan eksenel kuvvet-deformasyon ilişkisi. Kendi öz ağırlığı ve eksenel çekme kuvveti etkisindeki kablo bir eğri şeklinde sehim yapacaktır. Kablolu köprülerde; kablolardan kaynaklanan lineer olmayan davranış, bu sehimden kaynaklanmaktadır. Sehimin değişmesi ile kablonun eksenel rijitliği de değişecektir. Geleneksel çekme elemanları için kendi ağırlıklarından

kaynaklanan sehim güvenilir bir şekilde ihmal edilebilirken, kablo elemanları için doğru bir analiz yapılmak isteniyorsa sehim dikkate alınmak zorundadır.

2. Eğilme ve aksenal kuvvet etkisindeki kule ve uzunlamasına doğrultudaki kiriş elemanları için, lineer olmayan aksenal kuvvet-deformasyon ve eğilme momenti-deformasyon ilişkisi. Herangi bir yapı sisteminde küçük deformasyon kabulü yapılıyor ise, eğilme elemanlarının aksenal ve eğilme rijitliklerinin genelde bağımsız oldukları düşünülür. Ancak defomasyonlar küçük değil ise, aksenal kuvvet ve eğilme momenti etkisindeki elemanların aksenal ve eğilme deformasyonları arasında bir etkileşim vardır. Elemanın yatay olarak şekil değiştirmesi, eleman aynı zamanda aksenal kuvvet etkisinde ise, söz konusu elemanda ek eğilme momentleri meydana getirir. Benzer şekilde; eğilme momentinin varlığı, eğilme deformasyonlarının neden olduğu elemandaki kısalmadan dolayı, elemanın aksenal rijitliğini etkileyecektir. Çoğu geleneksel lineer yapı sistemleri için eğilme momenti ve aksenal kuvvet arasındaki etkileşim ihmal edilebilir. Fakat, kablolu köprü elemanlarında oluşabilecek büyük deformasyonlardan dolayı, bu etkileşim önemli olabilir ve tüm lineer olmayan hesaplarda dikkate alınmalıdır.

3. Bu tür yapılar için servis yükleri altında olabileceği gibi, çevresel yüklerden de kaynaklanabilecek büyük yerdeğıştirmelerin neden olduğu geometri değışimleri. Lineer yapı analizlerinde; yük etkisindeki yapı sisteminin düğüm noktalarındaki yerdeğıştirmeler, orjinal düğüm noktası koordinatları yanında ihmal edilebilmektedir. Böylece yapıdaki geometri değışimleri ihmal edilmekte ve şekil değıştirmiş yapı sistemini rijitliğinin, şekil değıştirmemiş yapı sisteminin rijitliğine eşit olduğu kabul edilmektedir. Fakat, kablolu köprülerde normal servis yükleri altında büyük yerdeğıştirmeler ve dolayısı ile köprü geometrisinde önemli değışimler olabilir. Böyle bir durumda, köprünün rijitliği, yapının yeni geometrisinden hesaplanmalıdır.

1.7.2. Eşdeğer Elastisite Modülü

Kablolu köprülerin rijitliği büyük ölçüde kabloların çekme rijitliğine bağlıdır. Aksenal yük altındaki serberst asılı kabloların ucundaki deplasman, sadece kablonun alanına ve elastisite modülüne bağlı değil aynı zamanda kablodaki sehim miktarına bağlıdır [6].

Kablolar da ki lineer olmayan bu özellik, yükün arttırılmasıyla kablodaki sehimin azalması sonucu oluşmaktadır. Lineer olmayan etkiyi gidermek amacı ile normal elastisite modülü, çökme ve çekme yükünün etkisini içeren eşdeğer elastisite modülü tavsiye edilmiştir .

Kablonun eşdeğer veya ideal elastisite modülü Ernst tarafından şu şekilde ifade edilmiştir.

$$E_i = \frac{E}{1 + (\gamma^2 l^2 E / 12 \sigma^3)} \quad (233)$$

Burada,

E : Kablo elastisite modülü

l : Kablonun yatay izdüşümü

γ : Kablonun birim ağırlığı

σ : Kablodaki çekme gerilmesidir.

1.7.3. Kablolu Köprülerle Asma Köprülerin Karşılaştırılması

Modern tipteki asma köprüler ile kablolu köprülerin karşılaştırılmasından, birçok bakımdan kablolu köprülerin asma köprülerden üstün olduğu anlaşılmaktadır. Kablolu köprüler asma köprülerden; analiz, projelendirme, yapım ve davranışları itibari ile farklıdır.

Asma köprülerde asal kiriş hemen hemen eksenel kuvvete maruz kalmazken; kablolu köprülerde, kablolar asal kirişte büyük oranda eksenel basınç kuvvetleri oluşturmaktadırlar [26].

Asma köprülerde döşeme, düşey askılara sahip kablolar ile desteklenir. Kablolu köprülerde ise döşeme, düz kablolar vasıtası ile direkt olarak kuleler tarafından desteklenir [17]. Kablo şeklindeki değişimlerden kaynaklanan deformasyonlar az olduğundan kablolu köprüler asma köprülere oranla önemli derecede daha rijitdirler [70]. Ayrıca sehim genelde daha az olduğundan döşeme daha hafif ve daha narin yapılabilir. Böylece yapısal olarak kablolu köprülerin rüzgâr direnci artmakta ve estetik görünüm kazanmaktadırlar.

Kablolu köprüler rijitlik ve sönüm özelliklerinden dolayı, rüzgâr etkilerine karşı asma köprüler kadar hassas değildirler. Böylece kablolu sistemler, döşemelerinde daha az burulma rijitliği gerektirmektedirler [5].

Kablolu köprülerin hareketli yük taşıma kapasiteleri asma köprülerden daha fazla iken, sabit yüklerin taşınması hususunda asma köprülerin taşıma kapasiteleri daha fazladır. Dolayısı ile kablolu köprüler çok uzun açıklıklar için uygun değildirler [9].

Kablolu köprüler, asma köprülerde gerekli olan geçici ara destekler kullanılmasını gerektirmeyen, çıkma metodu ile ekonomik bir şekilde inşa edilebilmektedir [21, 70].

Kablolu köprüler orta uzunluktaki açıklıklar için asma köprülerden daha ekonomik olmaktadır. Asma köprüler çok uzun açıklıkların geçilmesi için kullanılırken, kablolu köprüler asma köprülere oranla daha kısa açıklıkları geçmek için kullanılır [9].



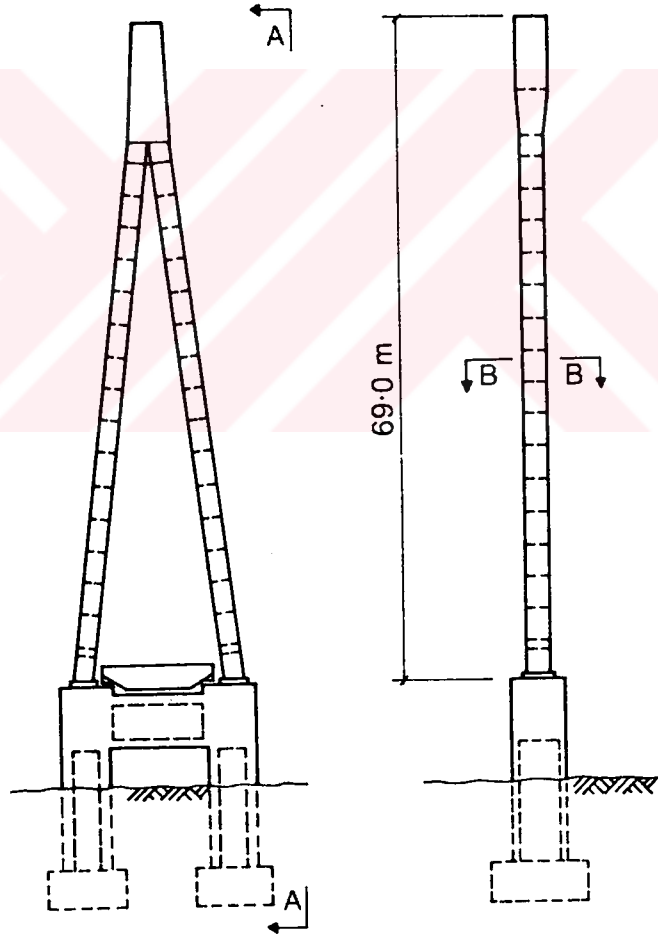
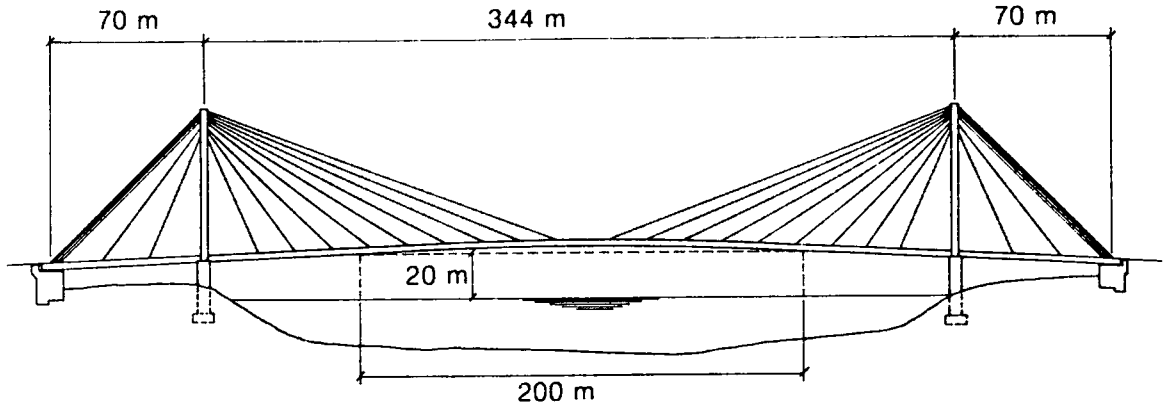
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

2.1. Jindo Köprüsünün Yapısal Özellikleri

Bu çalışmada stokastik analizi yapılmak amacıyla örnek sistem olarak Rendel Palmer ve Tritton tarafından projelendirilen ve Güney Kore’ de inşa edilen Jindo Köprüsü seçilmiştir. Şekil 24’de genel bir şekli görülen Jindo Köprüsü, 344 m olan ana açıklık ve 70’er m olan iki kenar açıklık olmak üzere, toplam üç açıklıktan oluşmaktadır. Kablolar yelpaze (fan) şeklinde düzenlenmiş olup, A-Çerçeve tipindeki kulelerin (A-frame tower) tepelerinde toplanmışlardır. Kullanılan kabloların çapları 56 mm, 67 mm, 76 mm ve 87 mm’dir. Her bir kule 24 kablo taşımaktadır ve kulelerin mesnetlendikleri ayaklar üzerindeki yükseklikleri 69 m’dir (Şekil 24). Söz konusu kuleler burulma rijitliklerinin büyüklükleri sayesinde birçok kablolu köprünün yapımında kullanılmıştır.

Çelik asal kiriş heksagonal (altıgen) biçimlidir ve köprünün bir ucundan diğer ucuna kadar sürekli olarak uzanır. Kablolu köprülerde en çok tercih edilen sistem, Jindo Köprüsünde olduğu gibi asal kirişin bir uçtan diğer uca kadar sürekli olarak uzandığı sistemlerdir. Köprü döşemesinin kendisinden beklenen fonksiyonunu doğru bir şekilde yapabilmesi için, mesnetlerde veya köprü ayaklarından biri üzerinde, köprü eksenine doğrultusundaki hareketin tutulmuş olması gerekir. Jindo köprüsünde proje gereği olarak, mesnetlerde ve köprü ayakları üzerlerinde, düşey doğrultudaki hareketler engellenmiş ve köprü eksenine dik doğrultuda dönme serbestliği verilmiştir. Jindo Köprüsü için, ana kıtadaki ayak üzerinde köprü eksenine doğrultusundaki hareket engellenirken, Jindo adası tarafındaki ayak üzerinde ve diğer mesnetlerde söz konusu doğrultudaki hareket serbest bırakılmıştır.

Gelgit olayına bağlı akımlar, Jindo Köprüsü ayaklarına ait temellerin deniz içerisinde inşasını oldukça güç ve pahalı bir duruma getirmiştir. Bu sebepten dolayı, üzerlerine köprü ayaklarının inşa edileceği temellerin karada inşa edilmesine karar verilmiştir [11].



Şekil 24. Jindo Köprüsünün genel görünümü [11]

Jindo Kablolu Köprüsüne ait asal kiriş ve kuleler çelik malzemeden inşa edilmiştir. Hesaplarda Jindo Kablolu Köprüsü için sönüm oranı % 2 olarak alınmıştır. Kablolu köprüler için sönüm oranı oldukça küçük olup yaklaşık olarak % 1 - 2 civarındadır [70].

Jindo Köprüsüne ait elemanların kesit özellikleri Tablo1 ve Tablo 2’de verilmektedir.

Tablo 1. Jindo Köprüsüne ait çeşitli elemanların kesit özellikleri

| Eleman no | Atalet Momenti (m ⁴) | Alan (m ²) | Elastisite Modülü (kN/ m ²) | Kayma Modülü (kN/ m ²) | Eleman |
|-------------------------|-------------------------------------|---------------------------|--|---------------------------------------|----------------|
| 1-2, 61-62 | 1.210 | 0.827 | 205000000 | 78846154 | Döşeme |
| 3-4, 21-38 59-60 | 0.519 | 0.416 | 205000000 | 78846154 | Döşeme |
| 5-6, 19-20 39-41, 58 | 0.536 | 0.464 | 205000000 | 78846154 | Döşeme |
| 7, 45, 46 | 121.420 | 35.600 | 21000000 | 9051724.1 | Köprü Ayağı |
| 8, 47 | 0.58 | 0.633 | 205000000 | 78846154 | Kule |
| 9, 48 | 0.473 | 0.507 | 205000000 | 78846154 | Kule |
| 10, 49 | 0.696 | 0.589 | 205000000 | 78846154 | Kule |
| 11-18, 50-57 | 0.818 | 0.647 | 205000000 | 78846154 | Kule |

Tablo 2. Jindo Köprüsünde kullanılan kabloların kesit özellikleri

| Eleman no | Alan (m ²) | Elastisite Modülü (kN/ m ²) |
|-------------------------|------------------------|--|
| 63-65, 88-90 | 0.02010 | 154000000 |
| 66, 87, 70-71, 82-83 | 0.00556 | 153600000 |
| 67-69, 84-86 | 0.00428 | 156100000 |
| 72-75, 78-81 | 0.00756 | 147600000 |
| 76-77 | 0.01004 | 142400000 |

Jindo Köprüsüne ait elemanların numaralandırılması Şekil 25’de ki gibidir.

2.2. Jindo Köprüsünün Analitik Modeli

A - Çerçeve tipindeki kuleler, kablolar ve asal kiriş üç boyutlu bir yapı sistemi oluştururlar. İki boyutlu analiz sonucu bulunanan mod biçimleri ile üç boyutlu analiz sonucu bulunan mod biçimlerinin uyum çerisinde oldukları gösterildiğinden [27], Jindo Köprüsünün rastgele olan deprem etkisinden oluşacak stokastik davranışını belirlemek amacıyla düşey düzlemdeki iki boyutlu analizi yapılmıştır. Seçilen düşey düzlem modelinde bir düğüm noktasının, yatay ve düşey doğrultudaki ötelenmeler ile bir dönmeden oluşan toplam üç serbestlik derecesi vardır (Şekil 26).

Jindo Köprüsünün stokastik analizi düşey düzlem içinde seçilen matematik model esas alınarak gerçekleştirilmiş olup, yapının kütlesi toplu kütleli sistem olarak modellendirilmiştir. Sürekli kütleli sistemlerden, kütlelerin belirli noktalara toplanmasıyla toplu kütleli sistemler meydana getirilebilir. Toplu kütleli sistemlerde sistemin kütlesi, sönüm ve elastik özellikleri belirli noktalarda ayrık olarak bulunmaktadır. Kütlelerin toplandığı noktaların hareketlerinin bilinmesi ile, tüm sistemin her andaki konumu belirlenebilir. Sistemin kütlesi, sönüm ve elastik özelliklerinin bazı noktalarda toplu olarak bulunmasından dolayı, bu tür sistemlere ayrık sistemler de denir. Fiziksel sistemlerde kütle, sönüm ve elastik özellikler sürekli yayılı olarak ortaya çıkar. Ancak sürekli sistemler, yayılı parametrelerin belirli noktalarda toplanmasıyla çok serbestlik dereceli ayrık sistemler haline dönüştürülebilir [51].

Seçilen sonlu eleman modeli 158 tane serbestlik derecesi ile temsil edilmiştir. Hareket denklemi ötelenme ve dönme serbestlik derecelerini içerecek şekilde yazılabilmektedir. Ancak, dönme serbestlik derecelerine ait dinamik tepkiler ötelenme serbestlik derecelerine bağlı olduklarından, dönme serbestlik derecelerine karşılık gelen kütle atalet momenti veya dış yük yok ise, hareket denkleminde dönme serbestlik derecelerini ihmal edecek statik yoğunlaştırma (static condensation) metodu kullanılabilir. Başka bir ifade ile statik yoğunlaştırma tekniğinin kullanılması atalet kuvveti oluşturacak kütle olmasına bağlıdır. Böylece, kullanılan 158 tane serbestlik derecesi statik yoğunlaştırma metodu ile, Stocal - II bilgisayar programı kullanılarak, 39 tane ana serbestlik derecesine indirgenmiştir.

Ana kiriş ve kuleler 60 kiriş eleman kullanılarak temsil edilmiştir. Kablolar ise 28 kafes elemanla gösterilmiş olup, söz konusu eğik kabloların lineer olmayan özellikleri eşdeğer elastisite modülü ile dikkate alınmıştır. Daha önce de bahsedildiği gibi kabloların lineer olmayan özeliği, yükün arttırılmasıyla kablodaki sehimin azalması sonucu ortaya çıkmaktadır. Lineer olmayan bu etkiyi gidermek amacı ile normal elastisite modülü, sehim ve çekme yükünün etkisini içeren eşdeğer elastisite modülü tavsiye edilmiştir. Kabloların eşdeğer veya ideal elastisite modülü Ernst tarafından (233) nolu denklem ile gösterilmiştir.

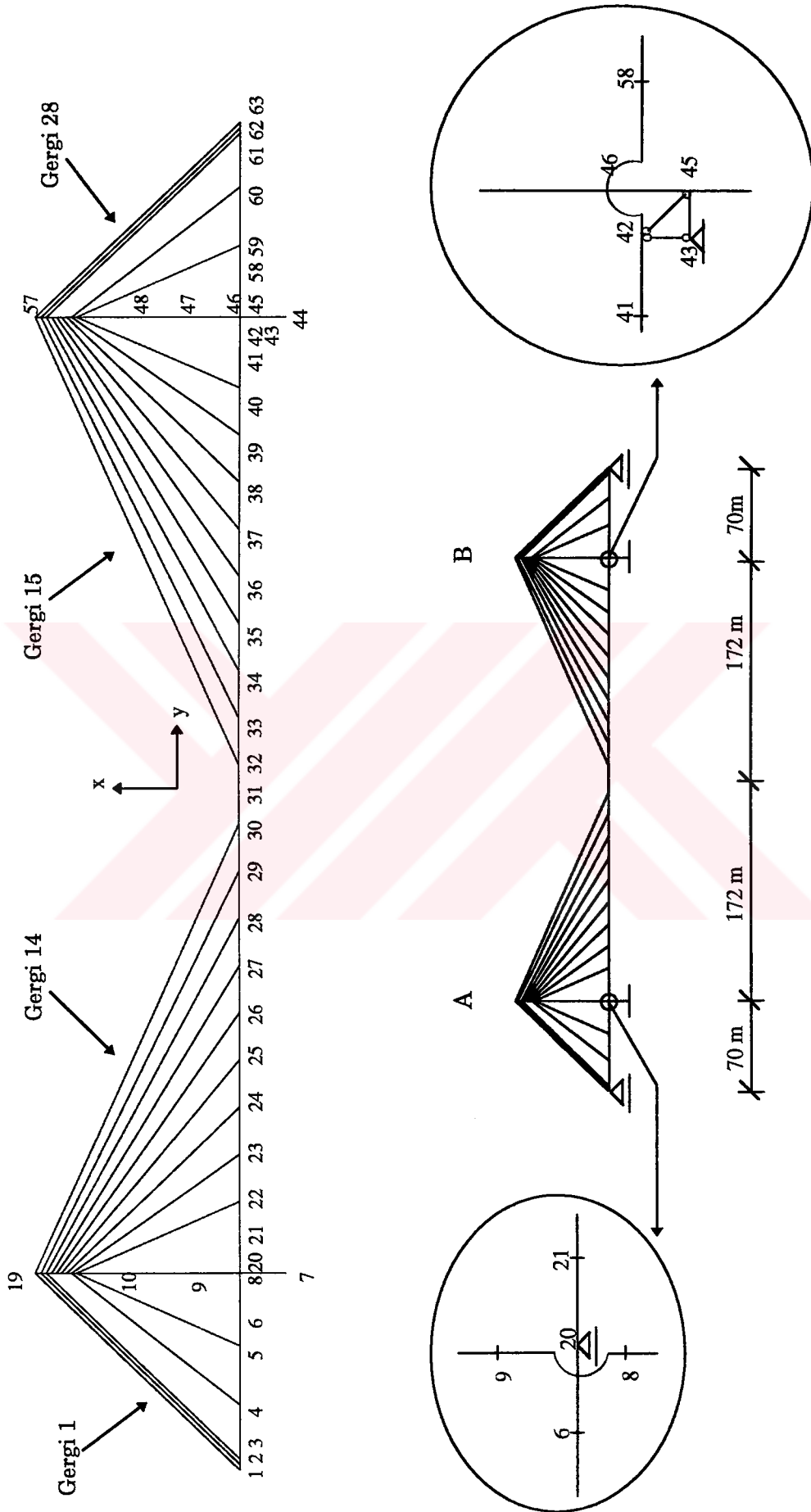
2.3. Yer Hareketinin Seçimi

Bu çalışmada istatistiksel özelliklerin zamandan bağımsız olduğu stasyonerlik kabulü yapılmıştır. Aslında deprem hareketleri gibi rastgele işlemler tüm hareket süresi boyunca stasyoner değildirler. Fakat, maksimum yapı tepkilerinin oluştuğu zaman boyunca stasyonerlik kabulü yapılabilmektedir. Stasyoner bir modelin kullanılması işlemleri önemli ölçüde kolaylaştırdığı gibi bulunan sonuçlarda tatmin edici olmaktadır [67].

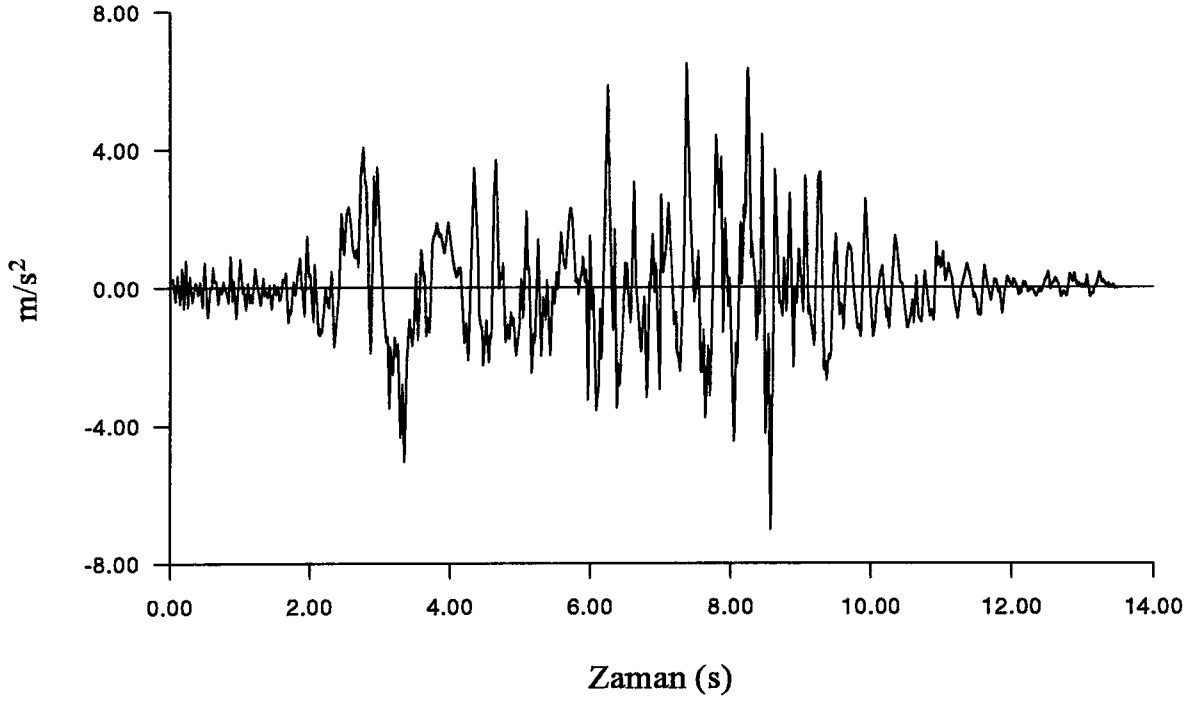
Deprem hareketinin ender görülen rastgele bir kuvvet olmasından dolayı, rastgele işlemde dikkate alınabilecek veri sayısı oldukça azdır. Dolayısı ile rastgele işlemi temsil etmek üzere, toplum ortalaması gibi, bulunması gereken büyüklüklerin belirlenmesinde güçlükler çıkmaktadır. Böylelikle ergodiklik kabulü yapılarak problemin incelenmesinde tek bir deprem kaydı kullanılabilir.

Yapılan kabullerden sonra, deprem hareketini temsil etmek üzere bulunan güç spektral yoğunluk fonksiyonu ve yapı tepkisi ile ilgili büyüklükler tek bir deprem kaydı kullanılarak hesaplanmıştır.

Birçok yapı sisteminin (bina, baraj vb.) deprem analizi yapılırken, depremin düşey bileşeni genelde önemli değildir. Depremin yatay bileşeninin düşey bileşenine oranla daha etkili olduğu yapılarda, projelendirme yatay bileşen dikkate alınarak yapılır. Fakat, uzun kablolu köprüler için düşey deprem hareketi daha fazla etkili olmaktadır [74]. Böylece, dinamik etki olarak 1971 San Fernando Depremi sırasında kaydedilen Pacoima Barajı kaydı S16E bileşeni kullanılmıştır (Şekil 27). 13.5 sn süren deprem kaydı Jindo Köprüsüne kaydedilen genliğinin 2/3' ü kadarıyla düşey doğrultuda uygulanmış ve Jindo köprüsünün stokastik analizi yapılarak sonuçlar elde edilmiştir.



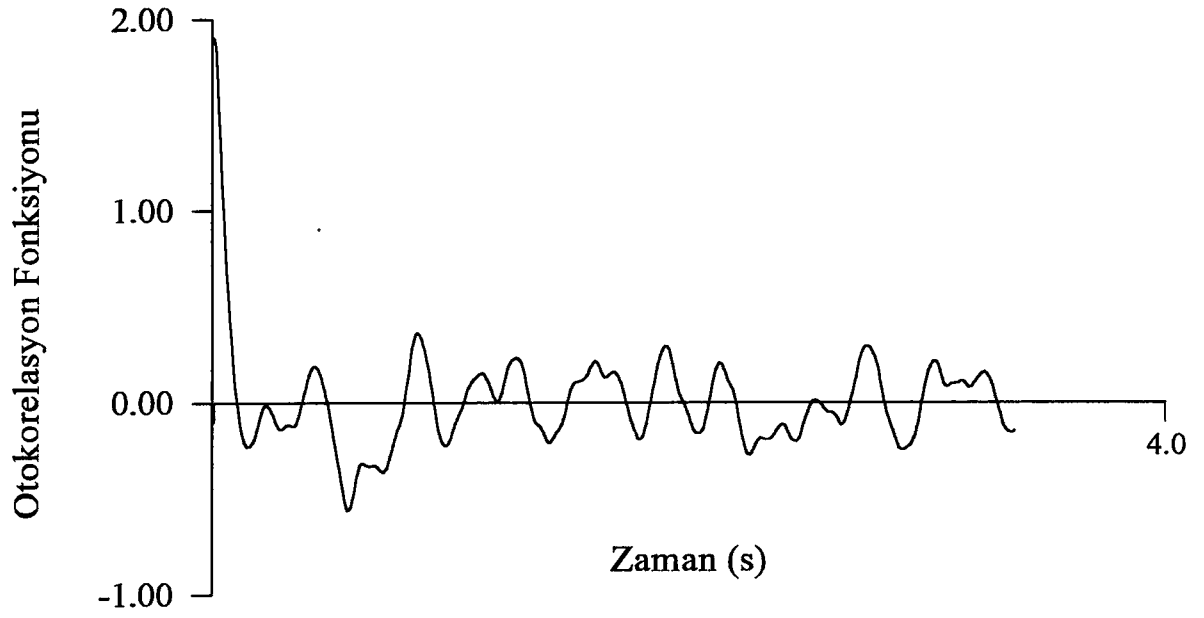
Şekil 26. Jindo kablolu köprüsünün iki boyutlu matematik modeli



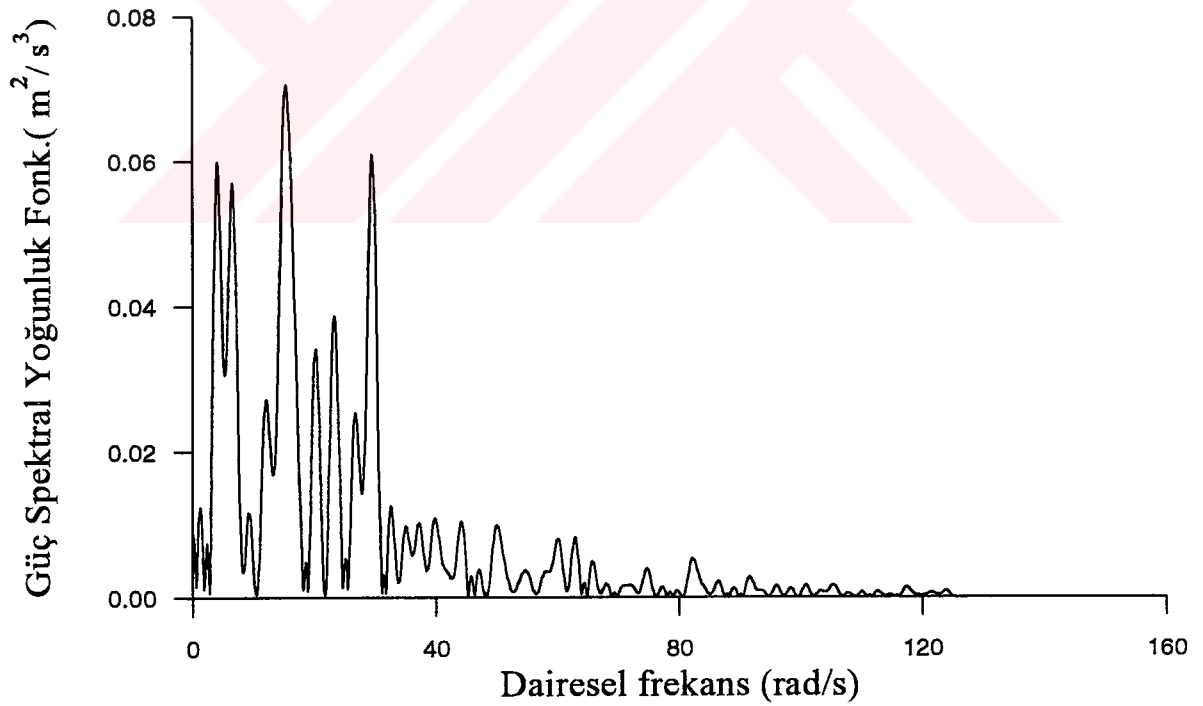
Şekil 27. San Fernando Depremi S16E bileşeni (Pacoima Barajı kaydı)

2.4. Yer Hareketi İçin Güç Spektral Yoğunluk Fonksiyonunun Belirlenmesi

Stokastik analizde rastgele işlem güç spektral yoğunluk fonksiyonu ile temsil edildiğinden, deprem hareketini temsil etmek üzere güç spektral yoğunluk fonksiyonunun belirlenmesi gerekmektedir. Bu amaçla önce deprem hareketi için otokorelasyon fonksiyonu hesaplanmış (Şekil 28), daha sonra otokorelasyon fonksiyonunun fourier dömüşümü alınarak güç spektral yoğunluk fonksiyonu bulunmuştur. San Fernando Depremi S16E bileşeni için güç spektral yoğunluk fonksiyonu Şekil 29'da verilmektedir. Güç spektral yoğunluk fonksiyonu deprem hareketinin gücünün frekansa karşı olan dağılımını göstermektedir. Daha öncede bahsedildiği gibi güç spektral yoğunluk fonksiyonu tüm frekans bölgesi boyunca integre edillirse, rastgele değişen deprem hareketinin toplam gücü elde edilir.



Şekil 28. San Fernando Depremi S16E bileşenin otokorelasyon fonksiyonu



Şekil 29. San Fernando Depremi S16E bileşenin güç spektral yoğunluk fonksiyonu

Bu çalışmada öncelikle stokastik yöntemle bulunacak sonuçların yeterli doğrulukta olabilmesi için dahil edilmesi gereken mod sayısını belirleyebilmek amacıyla parametrik bir çalışma yapılmış ve yeterli doğrulukta sonuçların bulunabilmesine imkân verecek mod sayısı tespit edilmiştir.

Jindo Köprüsünün stokastik analizi sonucu döşemenin ve her iki kulenin çeşitli noktalarında bulunan ortalama maksimum yerdeğiştirme, eğilme momentleri ve kesme kuvvetleri; deterministik yöntemlerle bulunan maksimum değerler ile karşılaştırılmıştır. Böylelikle stokastik yöntemin geçerliliği gösterilmeye çalışılmıştır. Ayrıca stokastik analiz sonucu ortalama maksimum değerler için bulunan ortalama tekrarlanma frekansları ve olasılık dağılım fonksiyonları sonuçlarda sunulmuştur. Stokastik analiz ile ilgili olarak ortalama maksimum yerdeğiştirmeler için bulunan güç spektral yoğunluk fonksiyonları da bulgular kısmında sunulmuştur.

Bunların yanında, Kanai tarafından deprem hareketini uygun bir şekilde temsil etmek üzere tavsiye edilen filtre edilmiş beyaz gürültü esas alınarak bulunan ortalama maksimum yerdeğiştirmeler de diğer sonuçlar ile karşılaştırılarak, Kanai'nin önerisinin uygunluğu gösterilmeye çalışılmıştır.

Sonuçların irdelenmesi için, depremden sonra oluşan yapı davranışlarını da değerlendirebilmek amacıyla deprem hareketi süresi önce 20 sn'ye, sonrada 27 sn'ye genişletilmiştir. Söz konusu genişletmelere bağlı olarak bulunan sonuçlar da çalışmaya dahil edilmiştir.

Jindo Köprüsü'nün stokastik analizi yapılırken CAL [75] bilgisayar programının uzantısı olarak tasarlanan, parametrik çalışma yapılmasına imkân vererek problemin daha iyi anlaşılmasını sağlayan, Stocal-II bilgisayar programı kullanılmıştır.

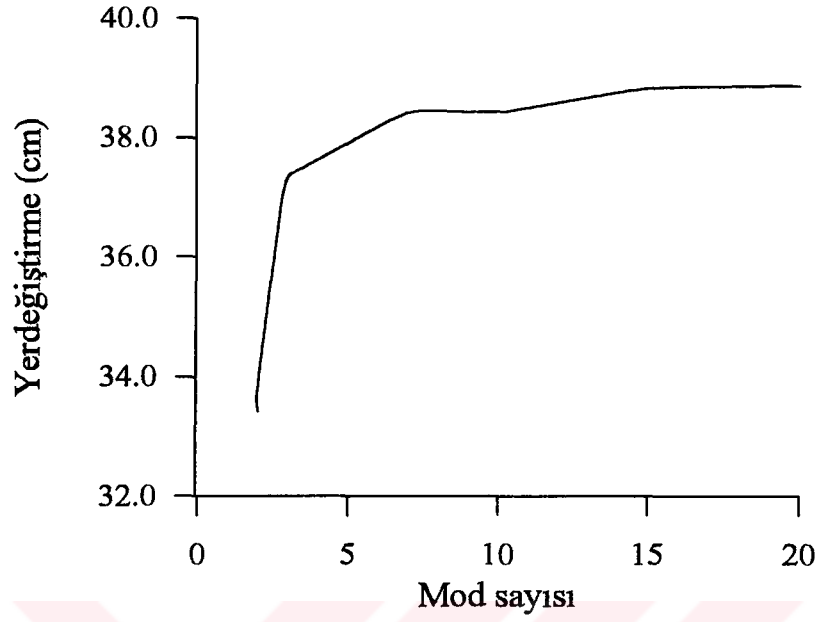
3. BULGULAR ve İRDELEMELER

3.1. Mod Sayısı

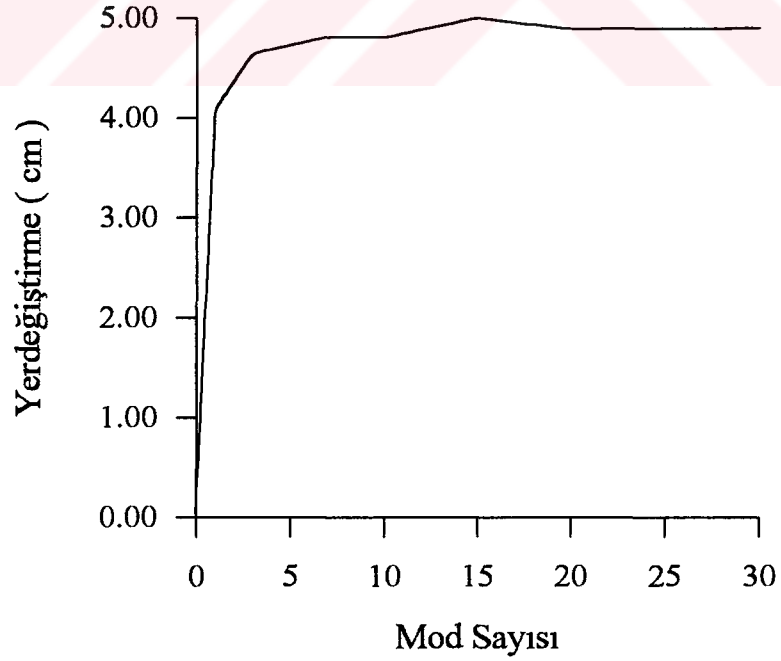
Yüksek binalar için ilk mod toplam tepkinin hemen hemen % 90'ını içermektedir. Bu tür yapılar için ilk üç mod genelde yeterli olmaktadır. Barajlarda ise ilk altı modun dikkate alınması yeterli doğrulukta sonuçların bulunabilmesine imkân vermektedir. Kablo ve asma köprüler, bina ve baraj sistemleri gibi yapısal olarak homojen değildirler. Yapılan çalışmalarda kulelerin, döşemenin ve kabloların geniş bir mod aralığında yapının tepkisine önemli katkılarının olduğu anlaşılmıştır [76]. Dolayısı ile sonuçların yeterli doğrulukta olabilmesi için, dikkate alınan mod sayısının büyük önemi vardır. Bu çalışmada en uygun mod sayısını belirleyebilmek amacıyla, döşeme ve kule noktalarındaki yerdeğişmeler dikkate alınarak, parametrik bir çalışma yapılmıştır. Önce döşeme orta noktasının düşey yerdeğiştirmesi dikkate alınarak, söz konusu yerdeğiştirmenin mod sayısına bağlı değişimi belirlenmiştir. Şekil 30'da görüldüğü gibi artan mod sayısı ile birlikte döşeme orta noktasının düşey yerdeğiştirmesi de büyümüştür. Ancak ilk 15 mod dikkate alınarak bulunan yerdeğiştirmenin, artan mod sayısı ile pek değişmediği görülmüştür. Döşemenin yanında, ilerki modlarda gerçek değerine yakınsaması beklenen, döşemeden çok daha rijit olan, kulelerde de ilk 15 modun yeterli olup olmayacağı belirlenmelidir. Bu amaçla A Kulesi tepe noktasına ait yatay yerdeğiştirmenin mod sayısına bağlı değişimi bulunarak Şekil 31'de gösterilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi rijit kulelerde de ilk 15 mod dikkate alınarak belirlenen yerdeğiştirmelerin ilerki modlardaki değişimi küçüktür.

İlk 15 mod'dan sonraki modların yerdeğiştirme üzerindeki etkilerinin çok az olmasından dolayı, yeterli doğrulukta sonuçların bulunabilmesi için ilk 15 mod kullanılmasının yeterli olduğu bulunan sonuçlardan anlaşılmaktadır.

İlk 15 mod dikkate alınarak bulunan mod şekilleri, frekans ve periyotları ile birlikte Şekil 32'de gösterilmiştir.



Şekil 30. Döşeme orta noktasına ait düşey yerdeğiştirmenin mod sayısına bağlı değişimi



Şekil 31. A Kulesi tepe noktasına ait yatay yerdeğiştirmenin mod sayısına bağlı değişimi



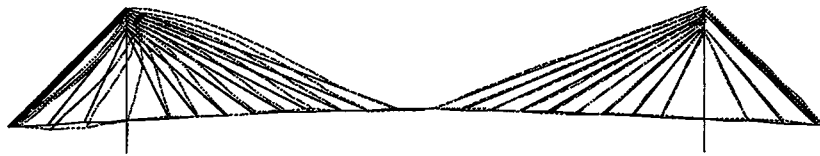
mod: 6 frekans: 1.946 Hz periyot: 0.51 sn



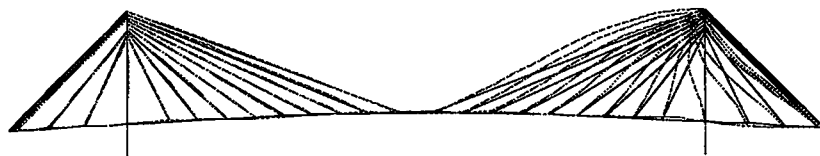
mod: 7 frekans: 2.159 Hz periyot: 0.46 sn



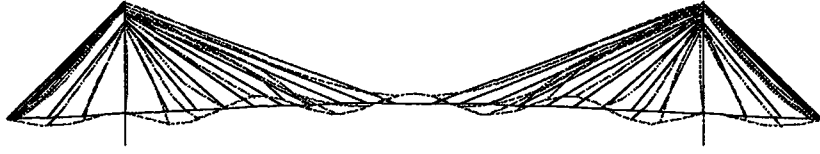
mod: 8 frekans: 2.471 Hz periyot: 0.40 sn



mod: 9 frekans: 2.552 Hz periyot: 0.39 sn



mod: 10 frekans: 2.862 Hz periyot: 0.35 sn



mod: 11 frekans: 2.976 Hz periyot: 0.34 sn



mod: 12 frekans: 3.615 Hz periyot: 0.28 sn



mod: 13 frekans: 3.692 Hz periyot: 0.27 sn



mod: 14 frekans: 4.336 Hz periyot: 0.23 sn



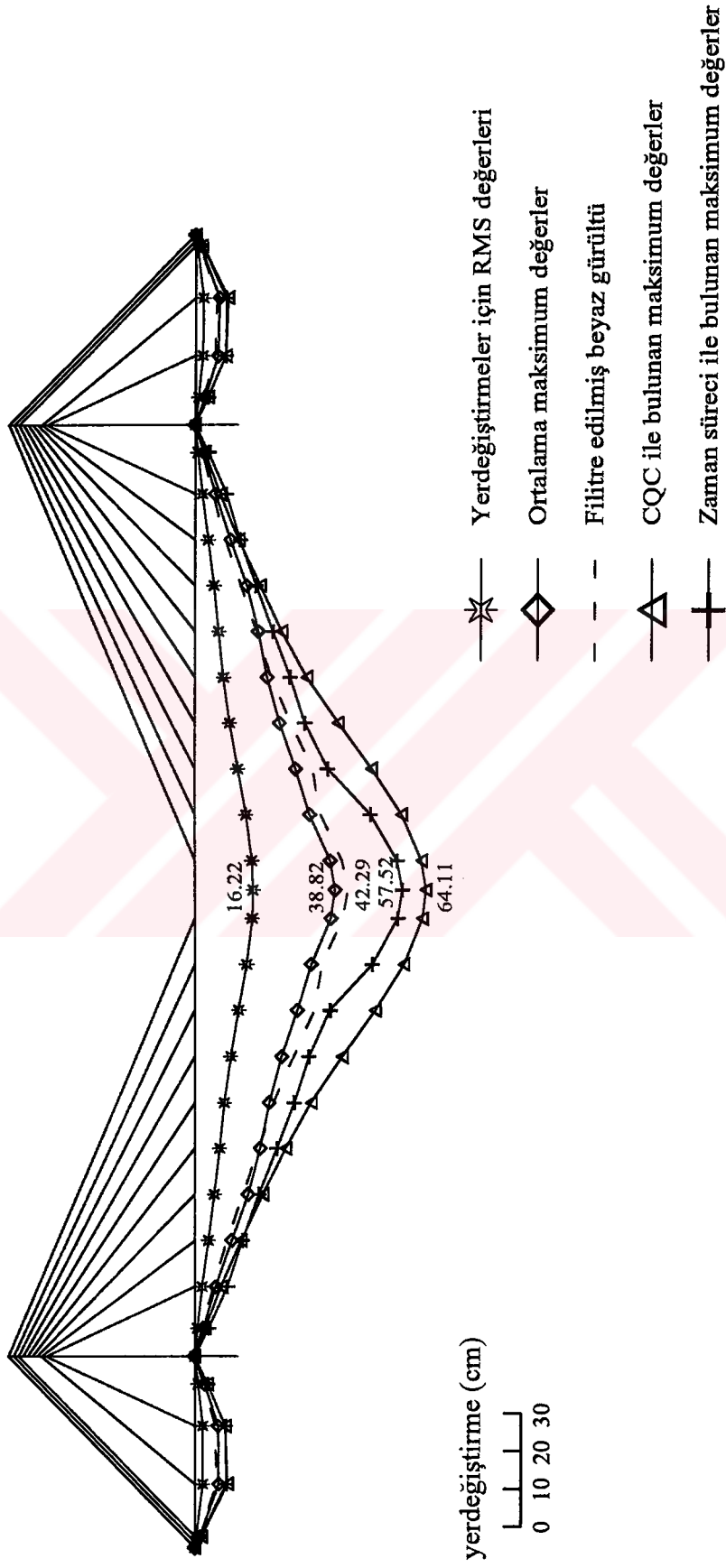
mod: 15 frekans: 4.360 Hz periyot: 0.22 sn

Şekil 32. İki boyutlu analiz sonucu bulunan doğal frekanslar ve mod şekilleri

3.2. Döşeme Noktalarındaki Düşey Yerdeğiştirmeler

3.2.1. Ortalama Maksimum Yerdeğiştirmeler

Şekil 33’de Jindo Köprüsünün döşemesinde kabloların bağlantı noktalarında çeşitli yöntemlerle hesaplanan, döşemeye ait düşey yerdeğiştirmeler görölmektedir. Rastgele işlemden en çok aranan parametrelerden biri, yapı tepkilerinin ortalama maksimum değerleridir. Stokastik analizde tüm maksimum değerlerin incelenmesi gerektiğinden, düşey yerdeğiştirmelerin karesel ortalamalarının karekök değerleri (RMS) ve ortalama maksimum değerleri stokastik yöntemle hesaplanmıştır. Karesel ortalamaların karekök değerleri (204) nolu denklem ile tanımlanan sıfırıncı spektral momentin karekökü ile bulunmuştur. Aynı yerdeğiştirmeler için ortalama maksimum değerler, ortalamaların elde edildiğİ gerçek deprem süresi (13.5) kullanılarak bulunmuştur. Ortalama maksimum değerler, (215) nolu denklem kullanılmak suretiyle, maksimum büyüklük faktörü ile sıfırıncı spektral momentin karekökünün çarpımına eşittir. Hesaplanan bu değerler, stokastik analiz sonucu bulunan sonuçların uygunluğunu göstermek amacıyla, CQC ve Zaman Süreci yöntemleri ile bulunan mutlak maksimum değerler ile karşılaştırılmıştır. Daha önceden bahsedildiğİ gibi, CQC metodunda tabii frekansların birbirine yakın olması nedeni ile, modlar arasındaki karşıt korelasyon katsayıları (208) nolu denklemde görüldüğü gibi dikkate alınmaktadır. Döşeme orta noktasında CQC ve Zaman Süreci yöntemleri ile bulunan değerler arasındaki fark 6 cm civarında iken, bu fark ortalama maksimum değer ile karşılaştırılınca 20-25 cm olmaktadır. CQC ve Zaman Süreci yöntemlerinde yapılan kabullerden dolayı, bu metodlar birer yaklaşımdır. Dolayısıyla hangi sonucun daha iyi olduğı tam olarak anlaşılamamaktadır. Fakat metodlar arasındaki uygunluk, bu tür kompleks bir problemde dahi ortaya çıkmaktadır. Stokastik analiz sonucu bulunan ortalama maksimum değerler, tüm maksimum değerler dikkate alınıp ortalamalarının alınması ile elde edildiğinden, CQC ve Zaman süreci analizleri ile bulunan mutlak maksimum değerlerin daha büyük olması şaşırtıcı değildir.

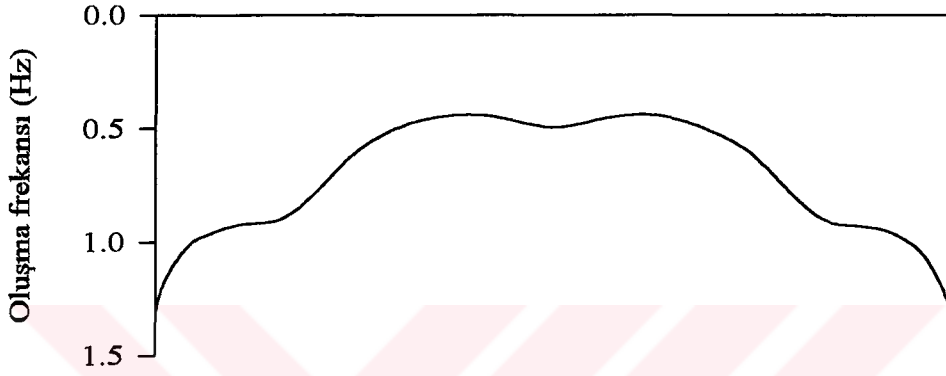
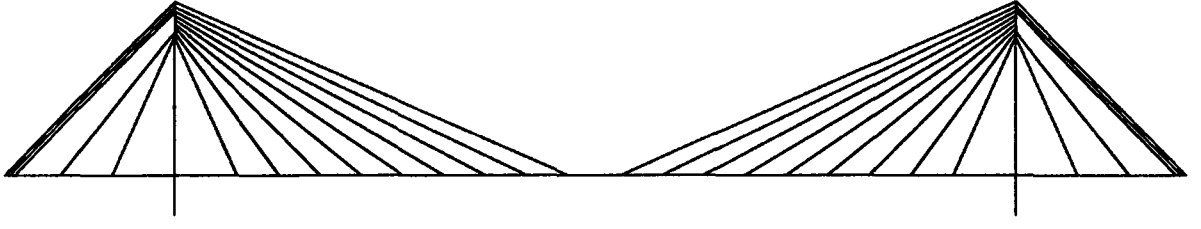


Şekil 33. Döşeme noktalarına ait düşey yerdeğiştirmeler

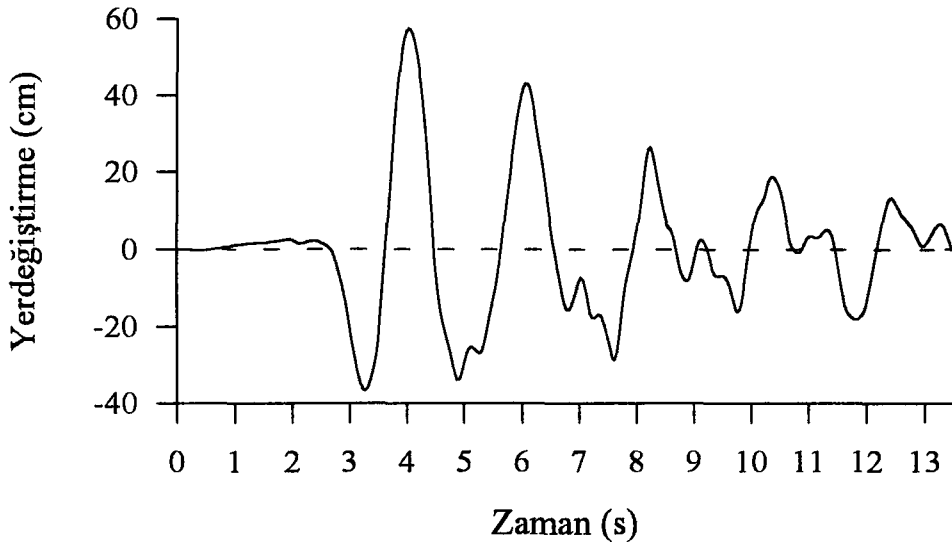
Şekildeki diğer bir karşılaştırmada, Kanai tarafından tavsiye edilen ve deprem hareketini temsil edebilen Filtre edilmiş beyaz gürültü etkisi dikkate alınarak bulunan sonuçlar ile yapılmıştır. Filtre edilmiş beyaz gürültü için tanımlanan (125) denkleminde, $S_0 = 0.005$ ve Kanai tarafından tavsiye edilen $w_g = 5\pi$ ve $\xi_g = 0.6$ değerleri alınmak suretiyle hesaplar yapılarak, döşeme noktalarına ait düşey yerdeğiştirmeler için ortalama maksimum değerler bulunmuştur. Filtre edilmiş beyaz gürültü etkisi sonucu bulunan döşeme orta noktasına ait 42.3 cm'lik düşey yer değiştirme, Kanai'nin önerisinin ne kadar uygun olduğunu göstermektedir.

3.2.2. Oluşma Frekansları

Şekil 34'de stokastik analiz sonucu (224) nolu denklem kullanılmak suretiyle hesaplanan, döşeme noktalarına ait düşey yer değiştirmelerin oluşma frekansları görülmektedir. Oluşma frekanslarının orta döşeme açıklığı boyunca değişimi 0.5 ve 1.4 Hz arasındadır. Köprü açıklığının orta noktasındaki yerdeğiştirme oluşma frekansının 0.55 Hz veya periyodunun 1.8 sn olduğu görülmektedir. Ancak kulelere yaklaştıkça oluşma frekansları artarak 1.4 Hz değerine kadar yaklaşmaktadır. Başka bir ifade ile yerdeğiştirmeler küçüldükçe oluşma frekansları artmaktadır. Oluşma frekansları, özellikle yorulma analizlerinde çok kullanışlıdır. Şekil 33 ve Şekil 34'de stokastik yöntemle bulunan sonuçların doğruluğu için, orta açıklığının orta noktasındaki düşey yerdeğiştirmenin zamanla değişimi hesaplanarak Şekil 35'de gösterilmiştir.



Şekil 34. Döşeme orta noktasına ait düşey yerdeğiştirmeler için oluşma frekansları



Şekil 35. Döşeme orta noktası düşey yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi

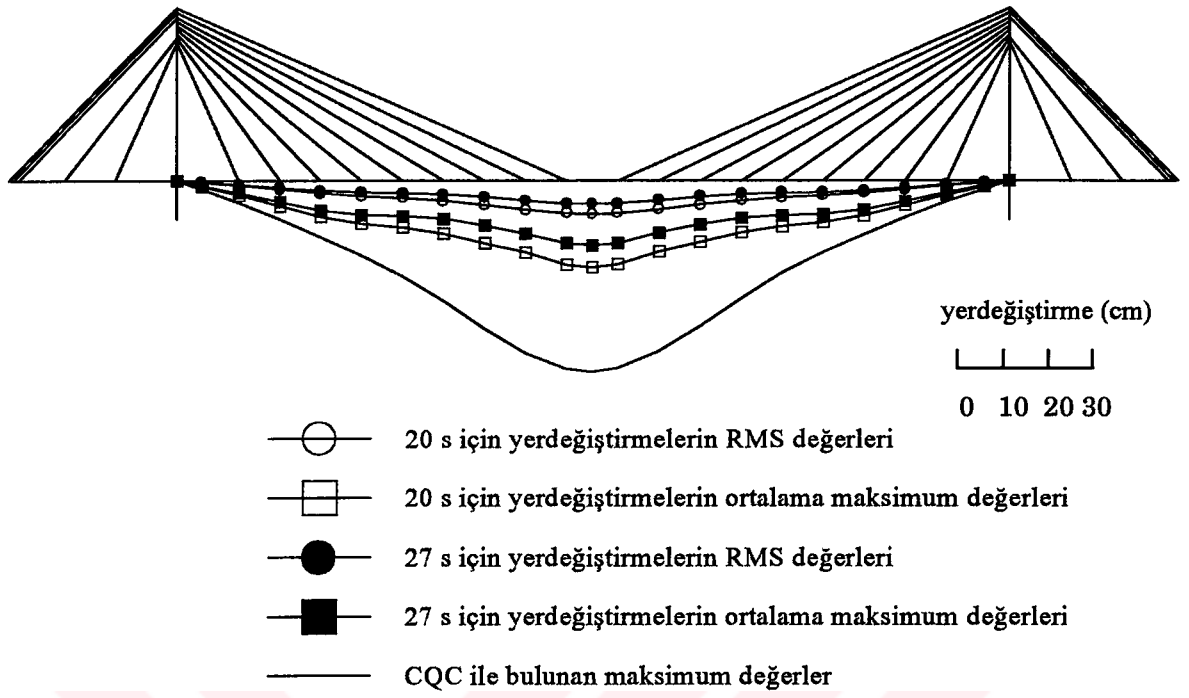
Şekil 35’de maksimum değerlerin periyoduna dikkat edilirse, maksimum değerlerin periyodunun hemen hemen 1.8 sn olduğu anlaşılmaktadır. Şeklin irdelenmesinden, yapı davranışı ile ilgili iki önemli özellik daha görülebilir.

Bunlardan birincisi, söz konusu noktadaki ortalama maksimum değer şekilde görülen dört tane pozitif eğimli en büyük değerlerin ortalaması alınarak bulunabilir. Ortalama alınmak suretiyle bulunan 33 cm’lik ortalama maksimum değer, stokastik analiz sonucu bulunan 38.8 cm ile uygunluk içerisindedir ve stokastik yöntemle bulunan sonuçların doğruluğunu göstermektedir. İki değer arasındaki farklılık ortalama maksimum değer için stokastik yöntemle hesabında (217) nolu denklem ile gösterilen maksimum büyüklük faktörünün içerdiği belirsizlikten (% 6 civarında) kaynaklanmaktadır.

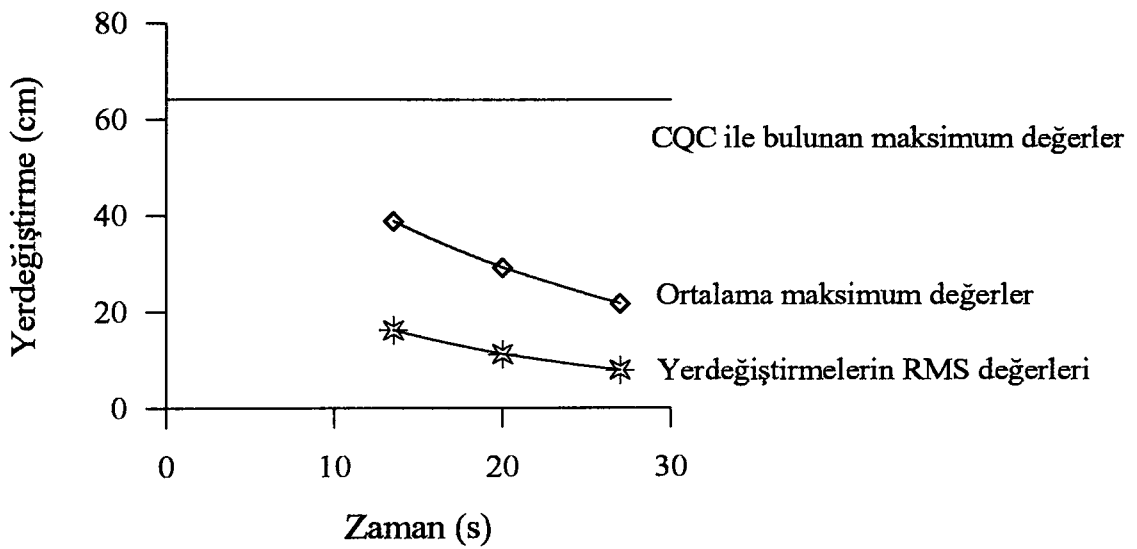
Yerdeğiştirmenin zamanla değişimi, deprem etkisinin sona ermesi ile birlikte hemen bitmeyip, deprem süresinden sonrada bir müddet devam edebilir ve ihmal edilemeyecek değerler alabilir. Bu olay ortalama değerlerin hesabı ile doğrudan ilişkilidir.

Ortalama değerlerin hesabında sonuçların irdelenebilmesi amacıyla, depremden sonra oluşan davranışların belirlenebilmesi için deprem kaydı sıfır değerler eklenerek büyütülmüştür. Böylece, deprem kaydı önce 20 sn’ye sonrada 27 sn’ye genişletilmiştir. Genişletmeler sonucu, düşey yerdeğiştirmeler için stokastik yöntemle bulunan karesel ortalamaların karekök değerleri ve ortalama maksimum değerler orta açıklık için Şekil 36 da gösterilmiştir. Daha sonra bu değerler, zaman artımından etkilenmeyen CQC yöntemi sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Beklenildiği gibi deprem kaydı süresi arttıkça, karesel ortalamaların karekök değerleri ve ortalama maksimum değerler azalmıştır.

Şekil 37’de sıfır değerler eklenerek artırılan deprem süresi için bulunan düşey yerdeğiştirmelerin zamanla değişimi görülmektedir.



Şekil 36. Deprem kaydı süresinin artırılmasının orta döşemeye ait düşey yer değiştirmeler üzerindeki etkisi



Şekil 37 . Sıfır değerler eklenerek deprem süresinin artırılmasının orta açıklık düşey yer değiştirmeleri üzerindeki etkisi

Şekil 37'den görüldüğü gibi sıfır değerler eklenmek suretiyle deprem kaydı süresi artırılınca, düşey yer değiştirmeler azalmakta ve gittikçe sifira yaklaşmaktadır. Gerçek deprem hareketinden hemen sonra da maksimum değerler oluşabileceğinden, istatistiksel ortalamaların hesabında deprem süresinden sonra oluşacak maksimum değerlerin hesaba katılabilmesi için deprem süresi sıfır değerler eklenerek artırılmıştır. Deprem süresinden sonra oluşabilecek maksimum değerlerin hesaba katılabilmesi için deprem kaydı sıfır değerler verilerek belirli bir limite artırılmalıdır.

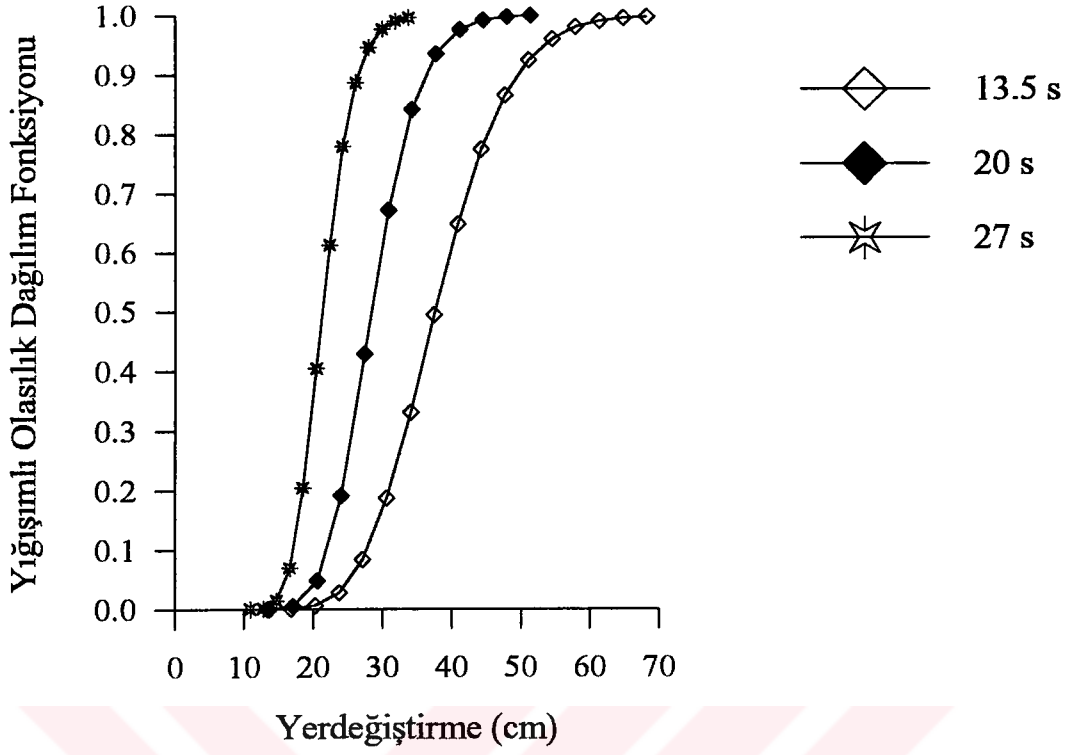
3.2.3. Döşeme Orta Noktası İçin Yığışım Olasılık Dağılım Fonksiyonu

13.5 sn, 20 sn ve 27sn' lik deprem kaydı süreleri için orta açıklığın orta noktasına ait düşey yerdeğiştirmenin yığışım olasılık dağılım fonksiyonları, (228) nolu denklem ile hesaplanarak Şekil 38'de gösterilmiştir. Şeklin incelenmesi ile belirlenebilecek sonuçlar Tablo 3'de sunulmuştur.

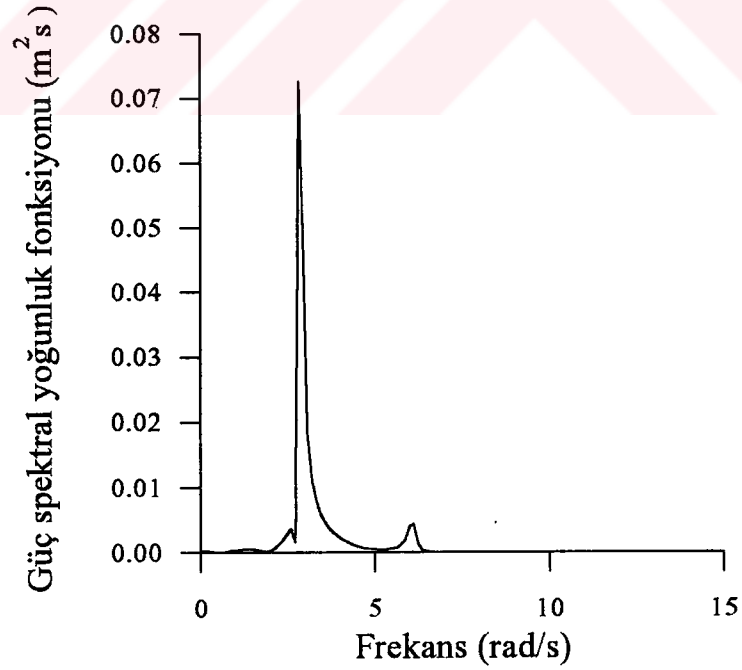
Tablodaki karşılaştırılmadan anlaşılacağı üzere deprem süresi sıfır değerler eklenerek artırılınca, yerdeğiştirmeler için bulunan ortalama maksimum değerlerin oluşma olasılıkları azalmaktadır. Deprem süresi sıfır değerler eklenerek artırılınca, ortalama maksimum yerdeğiştirmelerin azaldığı Şekil 36'da gösterilmiştir. Dolayısı ile ortalama maksimum yerdeğiştirmelerin oluşma olasılıklarının azalması, Şekil 36'da ki yerdeğiştirmelerin zamanla azalması ile açıklanabilmektedir.

3.2.4. Döşeme Orta Noktası İçin Güç Spektral Yoğunluk Fonksiyonu

Şekil 39'da köprü orta noktasına ait düşey yer değiştirme için (200) nolu denklem kullanılarak hesaplanan güç spektral yoğunluk fonsiyonu görülmektedir. Şekilden görüldüğü gibi, düşey yerdeğiştirmenin frekans dağılımını gösteren güç spektral yoğunluk fonksiyonu, dar bir frekans aralığında değişmektedir. Daha öncede belirtildiği gibi etki işlemi (deprem hareketi) geniş bant işlemi olsa dahi, $|H(w)|^2$ transfer fonksiyonu dar bir frekans genişliğine sahip olduğundan, yerdeğiştirme için bulunan güç spektral yoğunluk fonksiyonu dar bir frekans genişliğine sahip olmuştur.



Şekil 38. Döşeme orta noktasına ait düşey yerdeğiştirme için yığışımli olasılık dağılım fonksiyonu



Şekil 39. Köprü orta noktası düşey yerdeğiştirmesi için güç spektral yoğunluk fonksiyonu

Tablo 3. Döşeme orta noktasının düşey yerdeğiştirmesinin 13.5 s, 20 s ve 27s' lik deprem kaydı süreleri için bulunan yığışımı olasılık dağılım fonksiyonlarının karşılaştırılması

| | 13.5 s | 20 s | 27 s |
|---|--------|------|------|
| Ortalama maksimum yerdeğiştirmenin 70 cm' den küçük olma olasılığı | %100 | %100 | %100 |
| Ortalama maksimum yerdeğiştirmenin 35 cm' den küçük olma olasılığı | %37 | %87 | %100 |
| Ortalama maksimum yerdeğiştirmenin 20 cm' den küçük olma olasılığı | %0 | %5 | %40 |
| Ortalama maksimum yerdeğiştirmenin (38.8 cm) aşılma olasılığı | %50 | %5 | %0 |
| Ortalama maksimum yerdeğiştirmenin 30 - 40 cm arasında olma olasılığı | %47 | %30 | %1 |

3.3. Döşeme Noktalarındaki Eğilme Momentleri

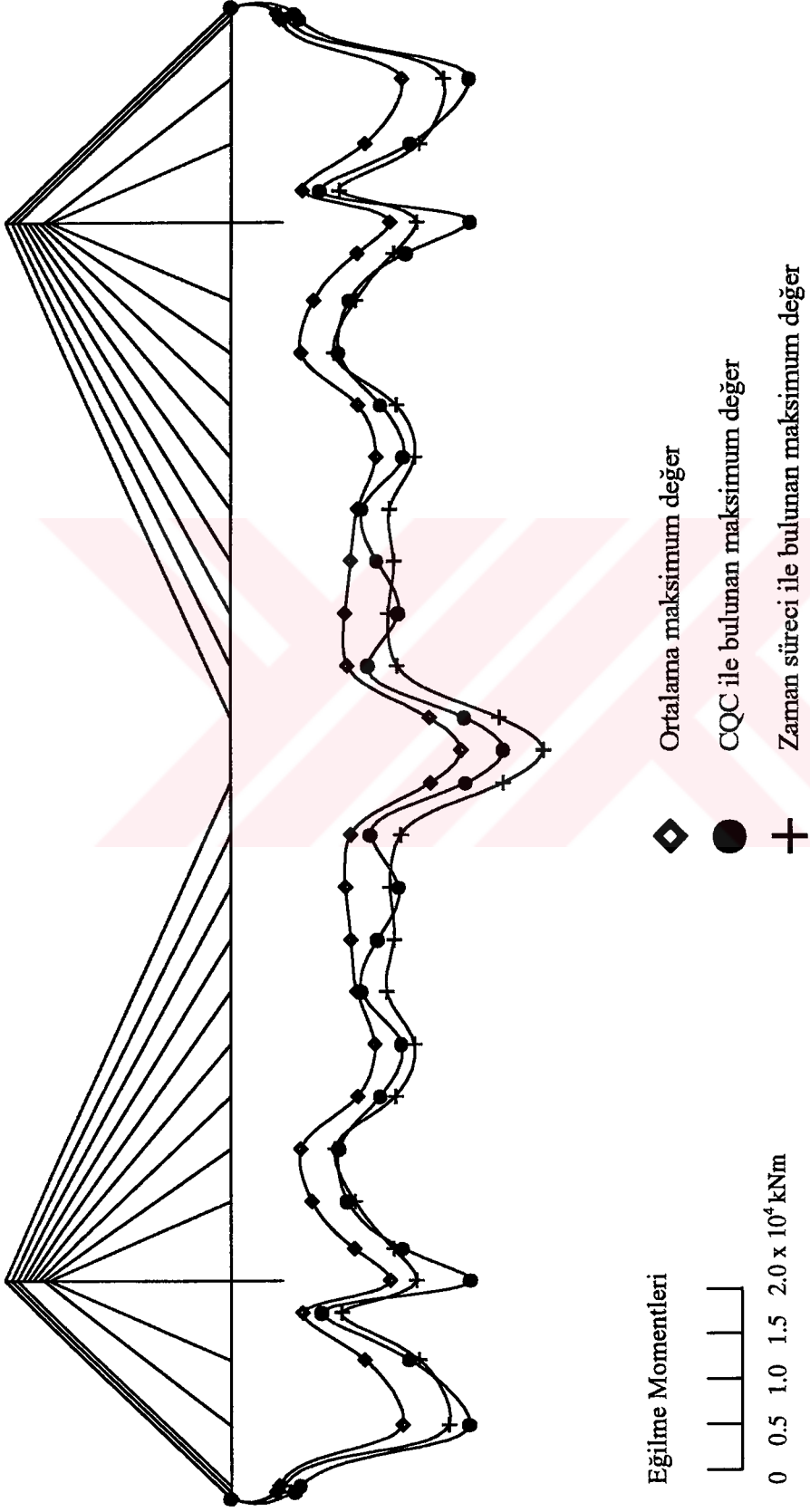
3.3.1. Ortalama Maksimum Eğilme Momentleri ve Oluşma Frekansları

Jindo Köprüsü için döşeme noktalarında hesaplanan eğilme momentleri Şekil 40'da gösterilmiştir. Karşılaştırılan değerler, stokastik analiz sonucu bulunan ortalama maksimum eğilme momentleri ile, CQC ve Zaman süreci analizleri ile bulunan mutlak maksimum eğilme momentleridir. Beklenildiği gibi CQC ve Zaman süreci analizi sonucu bulunan mutlak maksimum eğilme momentleri değerleri her zaman büyük olmuştur, fakat farklar fazla değildir. Farkların beklenenden daha az olmasının nedeni Şekil 41'de görülen köprü orta açıklığının orta noktasına ait eğilme momentinin zaman değişiminden anlaşılabilir. Şekilde görüldüğü gibi 13.5 sn süren deprem kaydı süresince döşeme orta noktasına ait eğilme momenti için bir çok maksimum değer oluşmaktadır. Dolayısı ile maksimum değerlerin ortalaması alınmak sureti ile hesaplanan ortalama maksimum eğilme momenti, CQC ve Zaman süreci analizleri sonucu hesaplanan mutlak maksimum eğilme momentlerine kısmen yakın olmuştur.

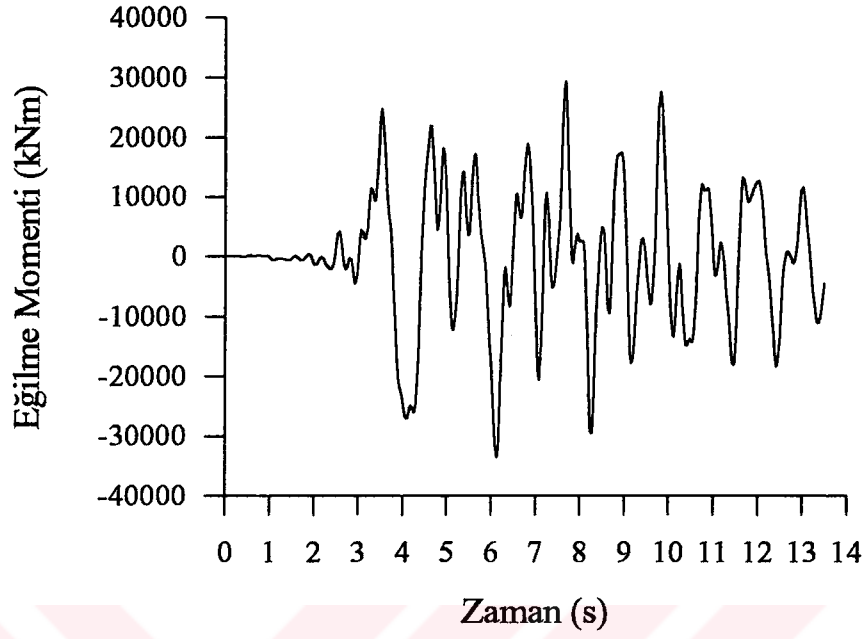
Stokastik analiz sonucu döşeme noktalarına ait ortalama maksimum eğilme momentleri için bulunan oluşma frekansları Şekil 42'de gösterilmiştir. Oluşma frekanslarının değişim bölgesi 0.9 - 2.7 Hz arasındadır.

3.3.2. Döşeme Orta Noktası İçin Yığılımlı Olasılık Dağılım Fonksiyonu

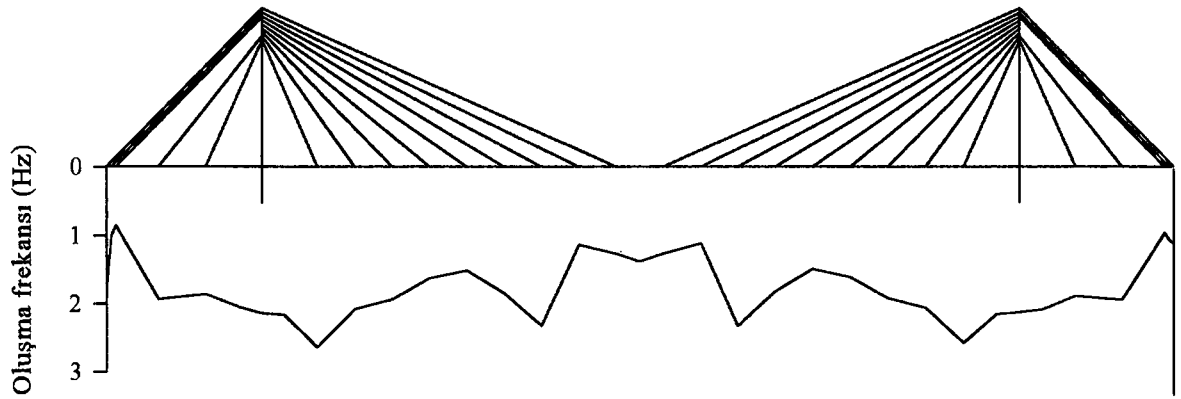
Şekil 43'de köprü orta noktasına ait eğilme momenti için bulunan yığılımlı olasılık dağılım fonksiyonu görülmektedir. Şeklin incelenmesinden anlaşılacağı üzere, stokastik yöntemle bulunan ortalama maksimum eğilme momentinin (24808 kNm) aşılma olasılığı yaklaşık olarak % 42 kadardır. Ayrıca 16000 kNm altında bir maksimum değer oluşma olasılığı oldukça az iken, 40000 kNm altında bir maksimum değer oluşma olasılığı % 100 dür. Bunun yanında, eğilme momentinin 20000 - 25000 kNm arasında olma olasılığı % 50 civarındadır.



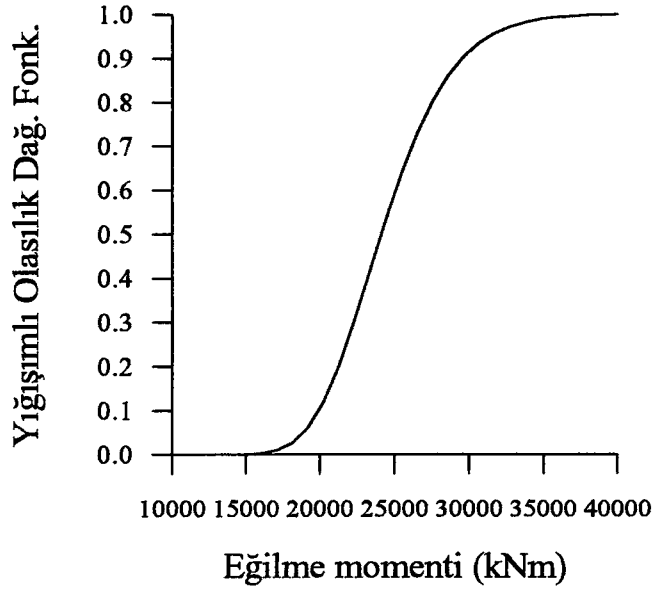
Şekil 40. Döşeme noktalarına ait eğilme momentleri



Şekil 41 . Döşeme orta noktası eğilme momentinin zamanla değişimi



Şekil 42. Döşeme noktalarına ait eğilme momentleri için oluşma frekansları



Şekil 43. Döşeme orta noktasına ait eğilme momentleri için yığılımlı olasılık dağılım fonksiyonu

3.4. Döşeme Noktalarındaki Kesme Kuvvetleri

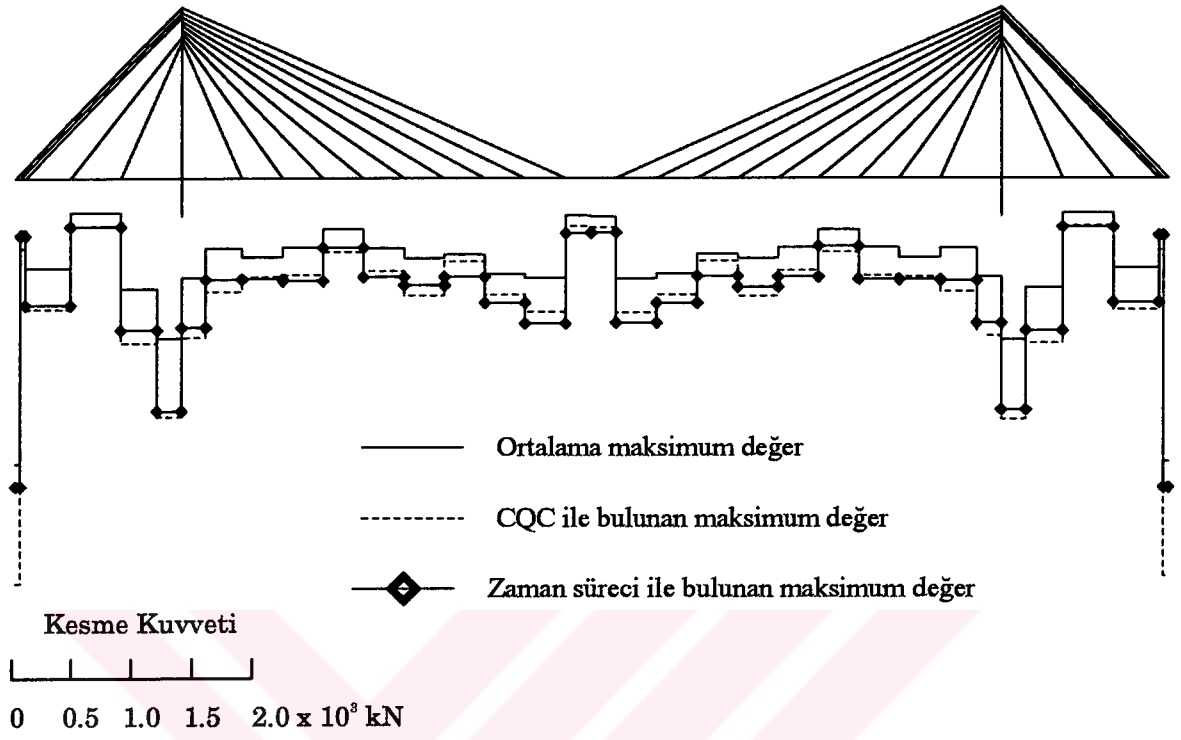
3.4.1. Ortalama Maksimum Kesme Kuvvetleri ve Oluşma Frekansları

Şekil 44'de döşeme noktalarında stokastik yöntemle bulunan ortalama maksimum kesme kuvvetleri, CQC ve Zaman süreci yöntemleri ile bulunan mutlak maksimum değerler ile karşılaştırılmaktadır.

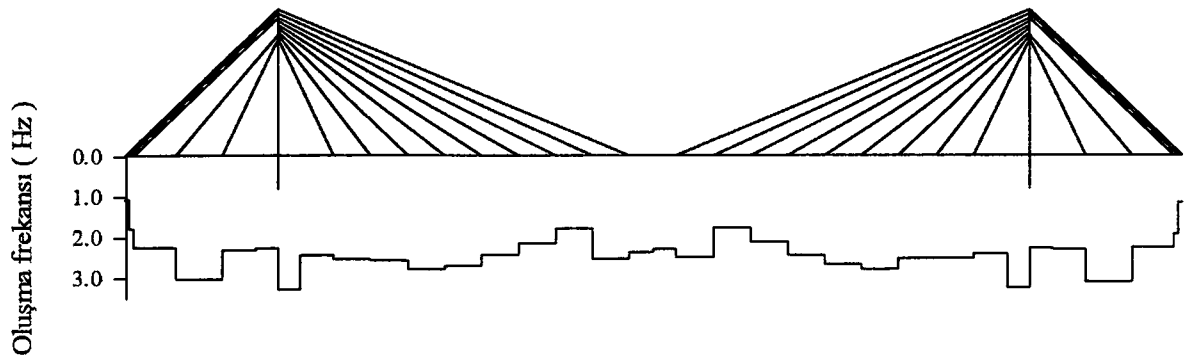
Şekil 45'de döşeme noktalarında maksimum kesme kuvvetleri için stokastik yöntemle hesaplanan oluşma frekansları görülmektedir. Oluşma frekanslarının değişim bölgesi 1 - 3.1 Hz arasındadır. Şekil 46'da ise döşeme orta noktası kesme kuvvetinin zamanla değişimi görülmektedir.

3.4.2. Döşeme Orta Noktası İçin Yığılımlı Olasılık Dağılım Fonksiyonu

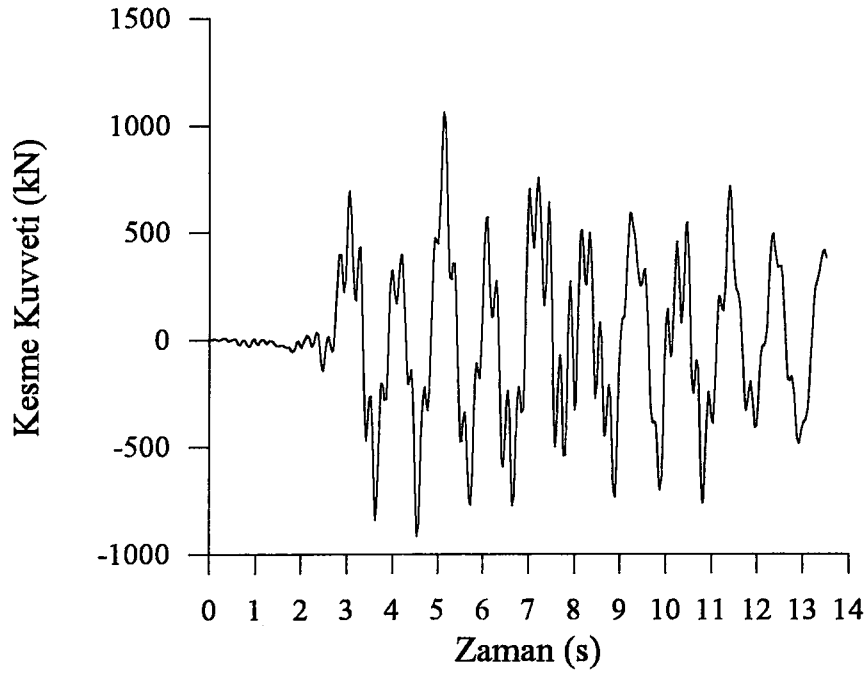
Döşeme orta noktasına ait kesme kuvvetinin yığılımlı olasılık dağılım fonksiyonu Şekil 47'de görülmektedir. Ortalama maksimum kesme kuvvetinin (333.2 kN) aşılma olasılığının %43 olduğu şeklin incelenmesinden anlaşılmaktadır. Ayrıca kesme kuvvetinin 300 - 350 kN arasında olma olasılığı da % 42'dir.



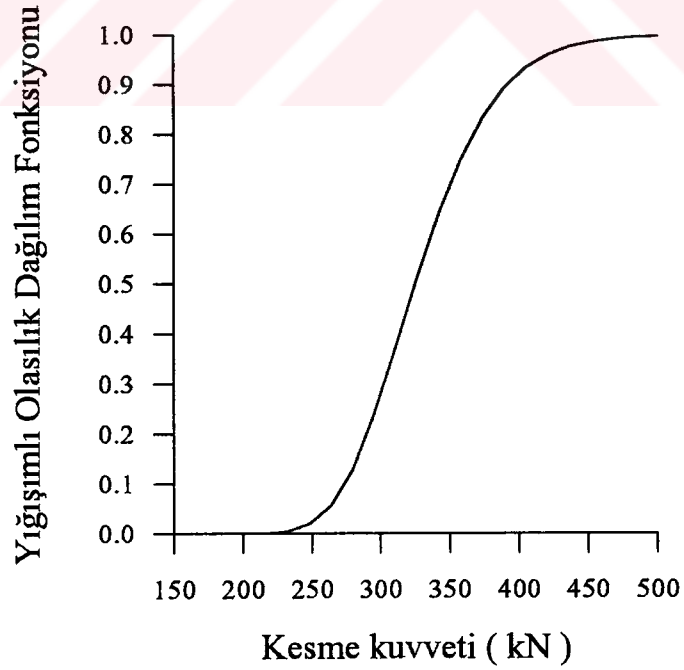
Şekil 44. Döşeme noktalarına ait kesme kuvvetleri



Şekil 45. Döşeme noktalarında kesme kuvvetleri için hesaplanan oluşma frekansları



Şekil 46 . Döşeme orta noktasının kesme kuvvetinin zamanla değişimi



Şekil 47. Döşeme orta noktasına ait kesme kuvvetinin yığılımlı olasılık dağılım fonksiyonu

3.5. Kule Noktalarına Ait Yatay Yerdeşiştirmeler

3.5.1. Ortalama Maksimum Yerdeşiştirme ve Oluşma Frekansları

A ve B kulelerine ait yatay yerdeşiştirmeler için hesaplanan ortalama maksimum yerdeşiştirmeler sırası ile Şekil 48 ve Şekil 49'da görüldüğü gibi kule yüksekliği ile birlikte artmaktadır. Beklenildiği gibi, CQC ve Zaman süreci analizi ile bulunan mutlak maksimum değerler, stokastik analiz sonucu bulunan ortalama maksimum değerlerden büyüktür.

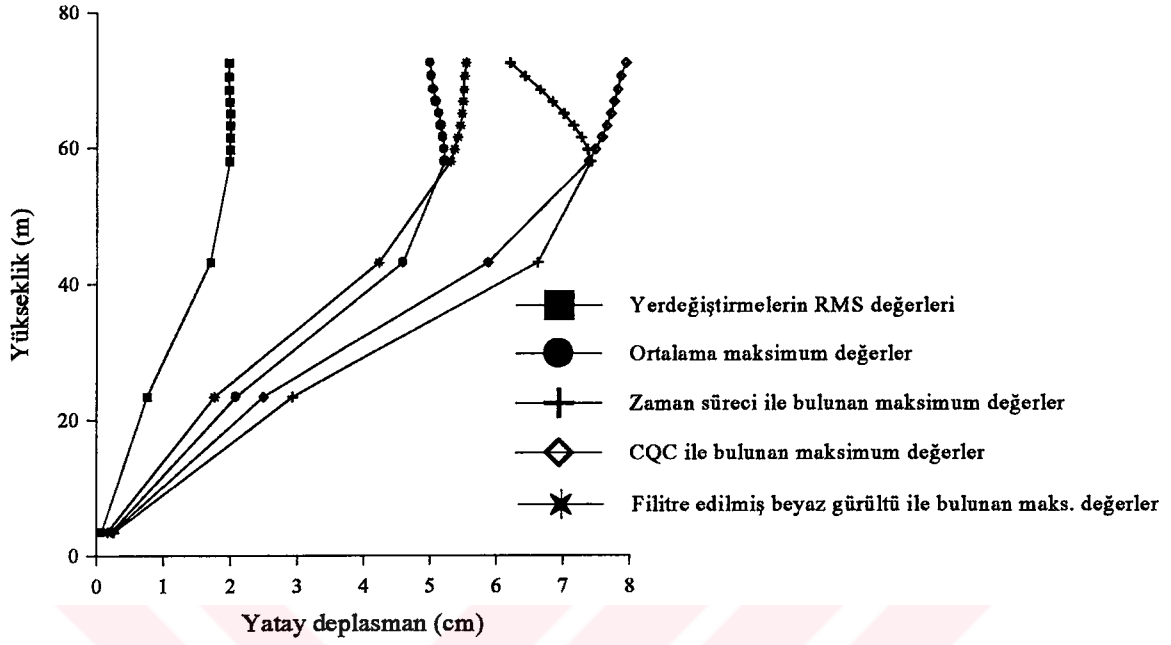
Şekil 48 ve Şekil 49'da ki diğer bir karşılaştırmada, deprem hareketini temsil etmek üzere kullanılan; Filtre edilmiş beyaz gürültü etkisi için bulunan sonuçlar ile yapılmıştır. Karşılaştırma sonucu, Kanai'nin önerisinin ne kadar uygun olduğu birkez daha görülmektedir.

Şekil 50 ve Şekil 51'de sırası ile A ve B kulelerine ait yatay yerdeşiştirmeler için stokastik yöntemle hesaplanan oluşma frekansları görülmektedir. Oluşma frekansının A kulesi tepe noktası için değişimi 0.62 - 1.82 Hz arasında iken, B kulesi için 0.64 - 1.4 Hz arasındadır. A kulesi tepe noktasındaki yatay yerdeşiştirmenin oluşma frekansı 0.62 Hz veya periyodu 1.6 sn iken, B kulesi için aynı değerlerin 0.64 Hz ve 1.56 sn olduğu Şekil 50 ve Şekil 51'den anlaşılabilir. Ayrıca tepe noktalarına yaklařtıķça, artan yerdeşiştirmeler ile birlikte oluşma frekansları da beklenildiği gibi azalmıştır.

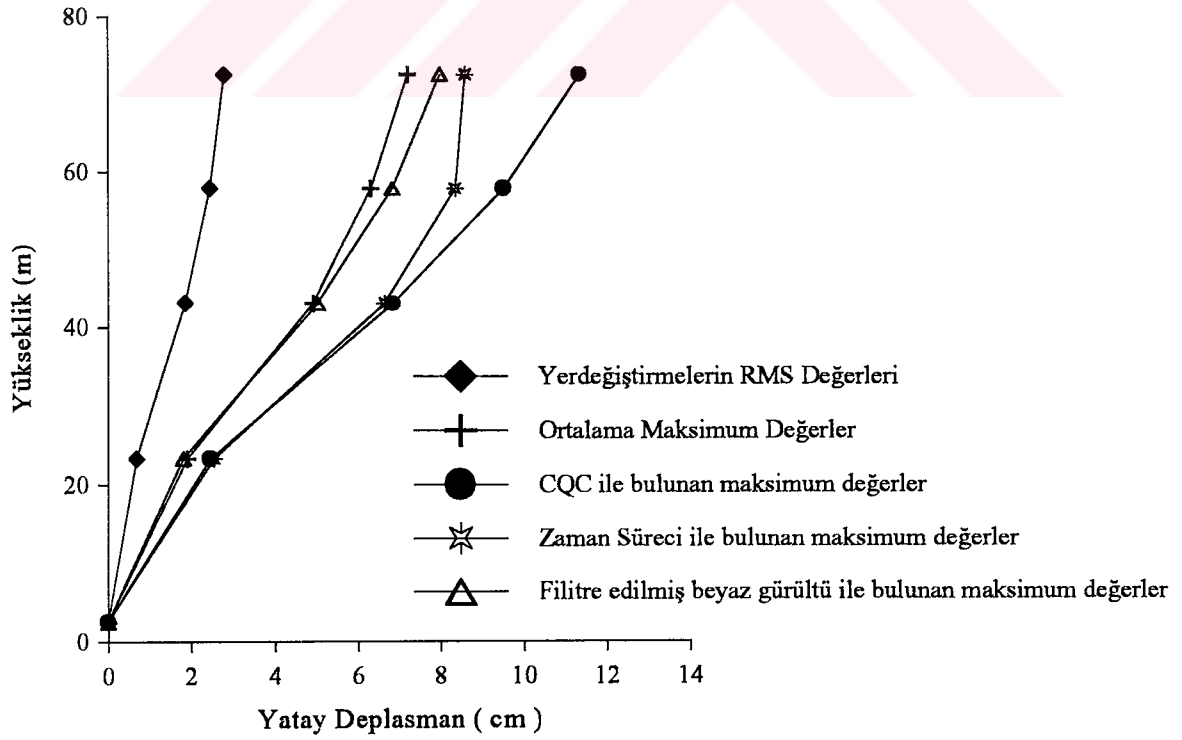
A kulesi ve B kulesi tepe noktası yatay yerdeşiştirmelerinin zamanla değişimleri de Şekil 52 ve Şekil 53'de gösterilmiştir.

3.5.2. Kule Tepe Noktası İçin Yığışımlı Olasılık Dağılım Fonksiyonu ve Güç Spektral Yoğunluk Fonksiyonu

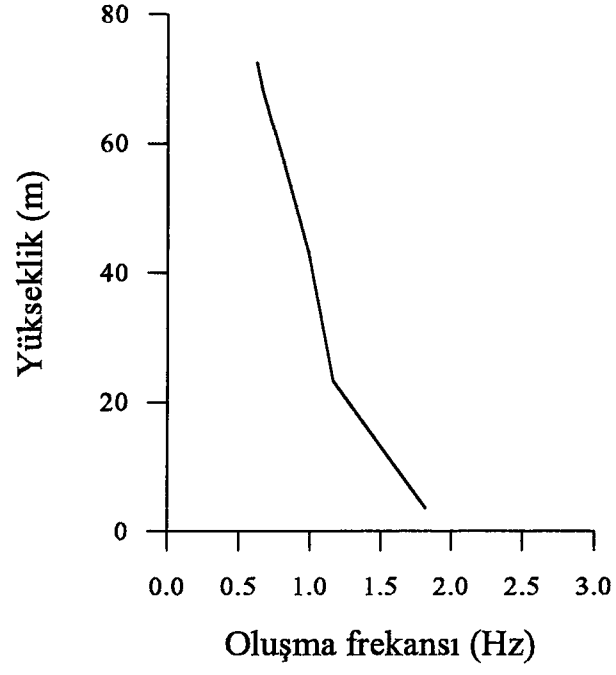
Şekil 54'de A kulesi tepe noktası yatay yerdeşiştirmesi için ve Şekil 55'de B kulesi tepe noktası yatay yerdeşiştirmesi için hesaplanan yığışımlı olasılık dağılım fonksiyonları görülmektedir.



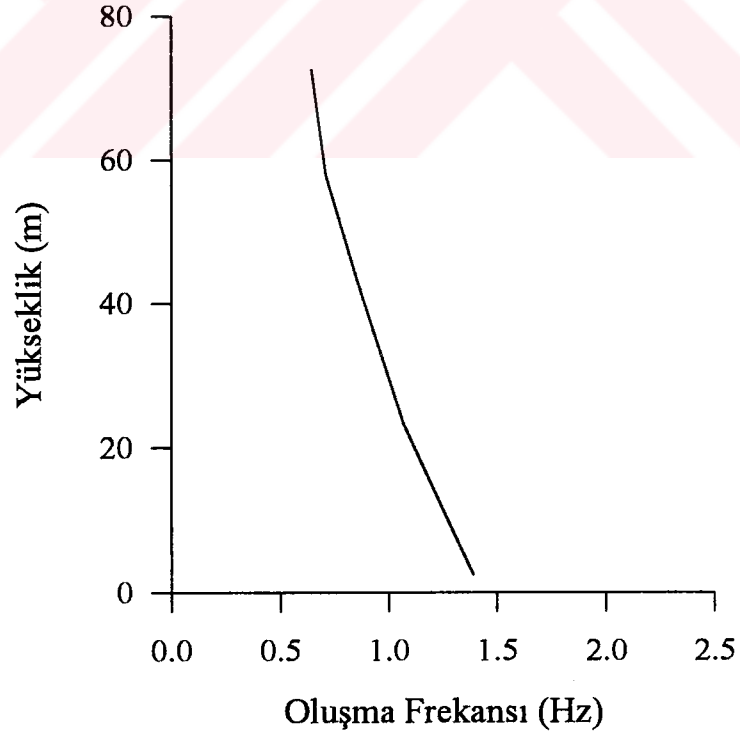
Şekil 48. A Kulesine ait yatay yerdeğiştirmeler



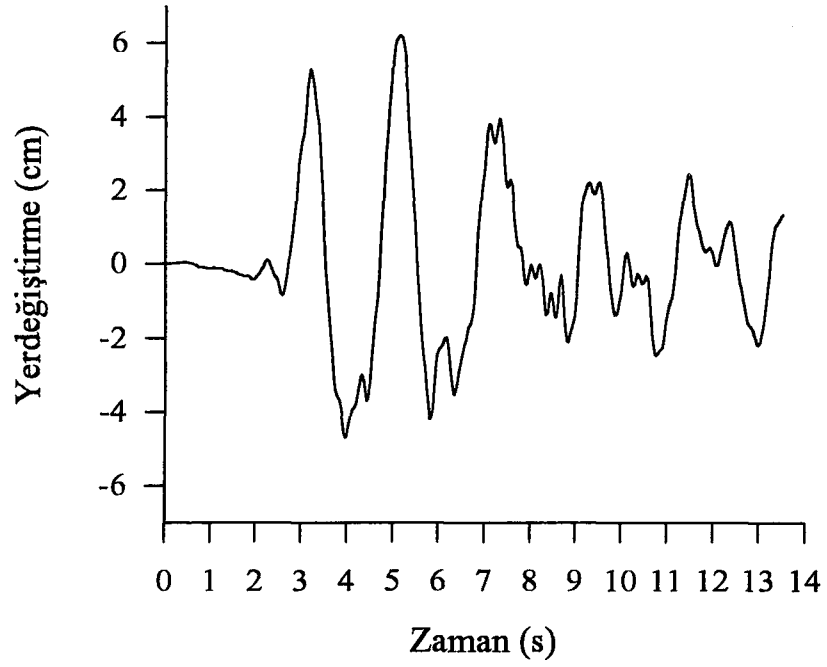
Şekil 49. B Kulesine ait yatay yerdeğiştirmeler



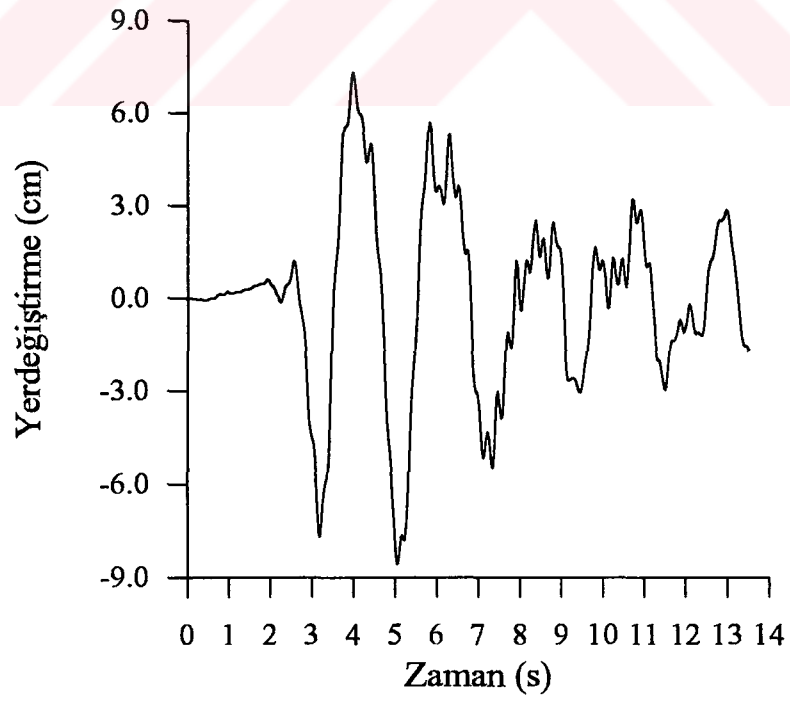
Şekil 50. A Kulesi yatay yerdeğiştirmeleri için oluşma frekansları



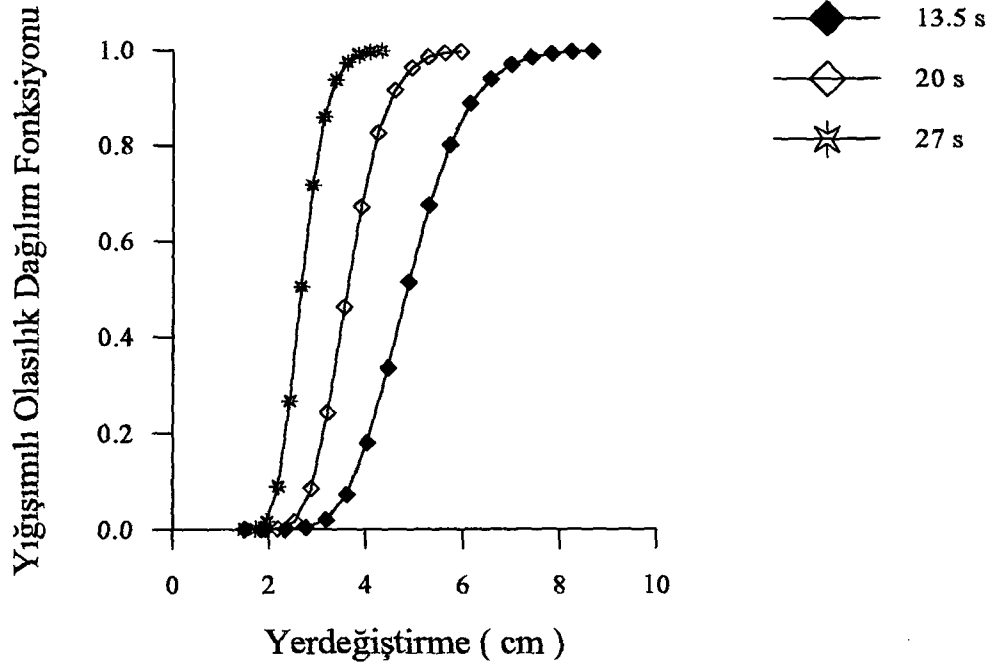
Şekil 51. B Kulesi yatay yerdeğiştirmeleri için oluşma frekansları



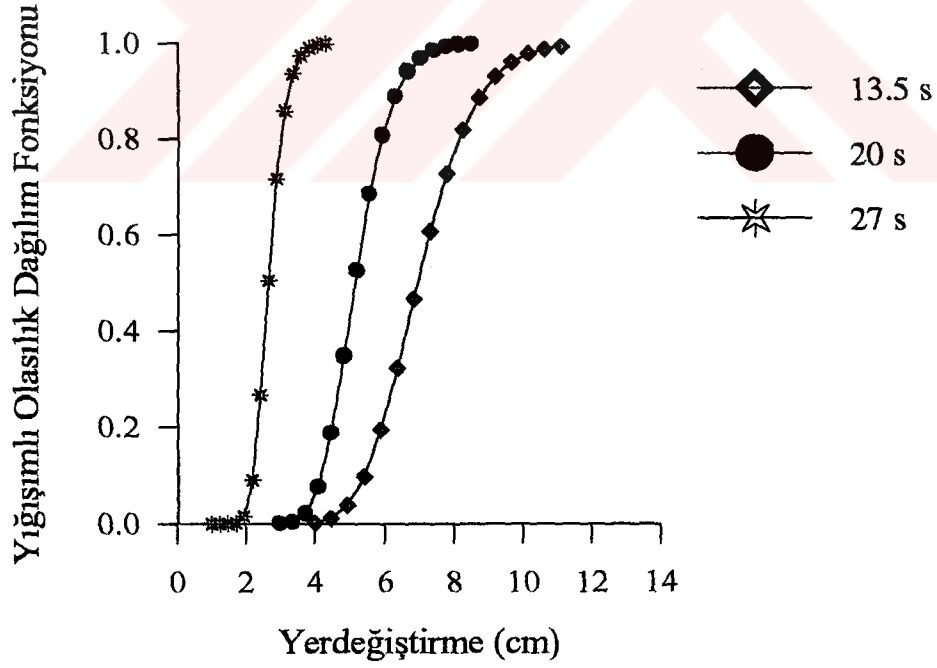
Şekil 52. A kulesi tepe noktası yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi



Şekil 53. B kulesi tepe noktası yatay yerdeğiştirmesinin zamanla değişimi



Şekil 54. A Kulesi tepe noktası yatay yerdeğiştirmesi için yığışımlı olasılık dağılım fonksiyonu



Şekil 55. B Kulesi tepe noktası yatay yerdeğiştirmesi için yığışımlı olasılık dağılım fonksiyonu

Şekil 54 ve Şekil 55'den çıkarılabilecek sonuçlar tablo halinde Tablo 4 ve Tablo 5'de sunulmuştur.

Tablo 4. A kulesi tepe noktası yatay yerdeğiştirmesinin 13.5 s, 20 s ve 27s' lik deprem kaydı süreleri için bulunan yığışımlı olasılık dağılım fonksiyonlarının karşılaştırılması

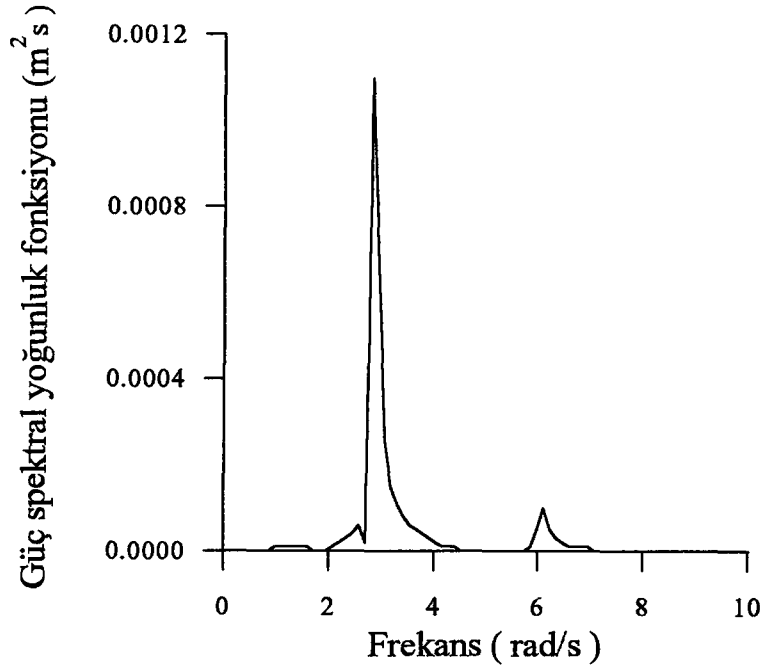
| | 13.5 s | 20 s | 27 s |
|---|--------|------|-------|
| Ortalama maksimum yerdeğiştirmenin 9 cm' den küçük olma olasılığı | %100 | %100 | %100 |
| Ortalama maksimum yerdeğiştirmenin 4 cm' den küçük olma olasılığı | %18 | %75 | %99.5 |
| Ortalama maksimum yerdeğiştirmenin (5 cm) aşılma olasılığı | %40 | %3 | %0 |
| Ortalama maksimum yerdeğiştirmenin 4 - 5 cm arasında olma olasılığı | %42 | %22 | %0.5 |

Tablo 4 ve Tablo 5'den anlaşılacağı üzere deprem süresi sıfır değerler eklenerek artırılınca, kule tepe noktasına ait yatay yerdeğiştirmeler için bulunan ortalama maksimum değerlerin oluşma olasılıkları azalmaktadır.

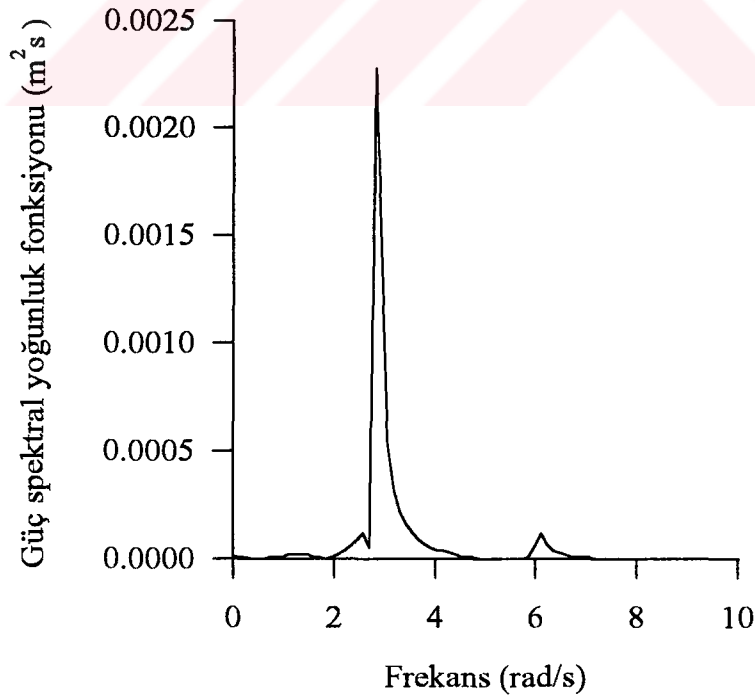
Tablo 5. B kulesi tepe noktası yatay yerdeğiştirmesinin 13.5 s, 20 s ve 27s' lik deprem kaydı süreleri için bulunan yığışımlı olasılık dağılım fonksiyonlarının karşılaştırılması

| | 13.5 s | 20 s | 27 s |
|--|--------|------|------|
| Ortalama maksimum yerdeğiştirmenin 11.5 cm' den küçük olma olasılığı | %100 | %100 | %100 |
| Ortalama maksimum yerdeğiştirmenin 5 cm' den küçük olma olasılığı | %4.5 | %43 | %97 |
| Ortalama maksimum yerdeğiştirmenin (7.2 cm) aşılma olasılığı | %41 | %3.5 | %0 |
| Ortalama maksimum yerdeğiştirmenin 5 - 6 cm arasında olma olasılığı | %18 | %40 | %3 |

şekil 56 ve şekil 57'de sırası ile A ve B kuleleri tepe noktaları yatay yerdeğiştirmeleri için hesaplanan güç spektral yoğunluk fonksiyonları görölmektedir. Burada da göröldüğü gibi, her iki kule tepe noktaları yatay yerdeğiştirmeleri için hesaplanan güç spektral yoğunluk fonksiyonları dar bir frekans bölgesinde değişim göstermektedir.



Şekil 56. A Kulesi tepe noktasının yatay yerdeğiştirmesi için güç spektral yoğunluk fonksiyonu



Şekil 57. B Kulesi tepe noktasının yatay yerdeğiştirmesi için güç spektral yoğunluk fonksiyonu

3.6. Kule Üzerindeki Noktalara Ait Eğilme Momentleri İçin Ortalama Maksimum Değerler ve Oluşma Frekansları

A ve B kuleleri için hesaplanan eğilme momentleri Şekil 58 ve Şekil 59'da gösterilmiştir. Bu grafiklerde de stokastik yöntemle hesaplanan ortalama maksimum eğilme momentleri, CQC ve Zaman Süreci ile hesaplanan mutlak maksimum eğilme momentlerinden küçüktürler, fakat burada da farklar fazla değildir.

Şekil 60 ve Şekil 61'de ise sırası ile A ve B kulelerindeki eğilme momentleri için stokastik yöntemle hesaplanan oluşma frekansları görülmektedir. Oluşma frekanslarının değişim bölgesi A kulesi için 0.93 - 1.4 Hz arasında iken B kulesinde 0.97 - 1.7 Hz arasındadır.

3.7. Kule Noktalarına Ait Kesme Kuvvetleri

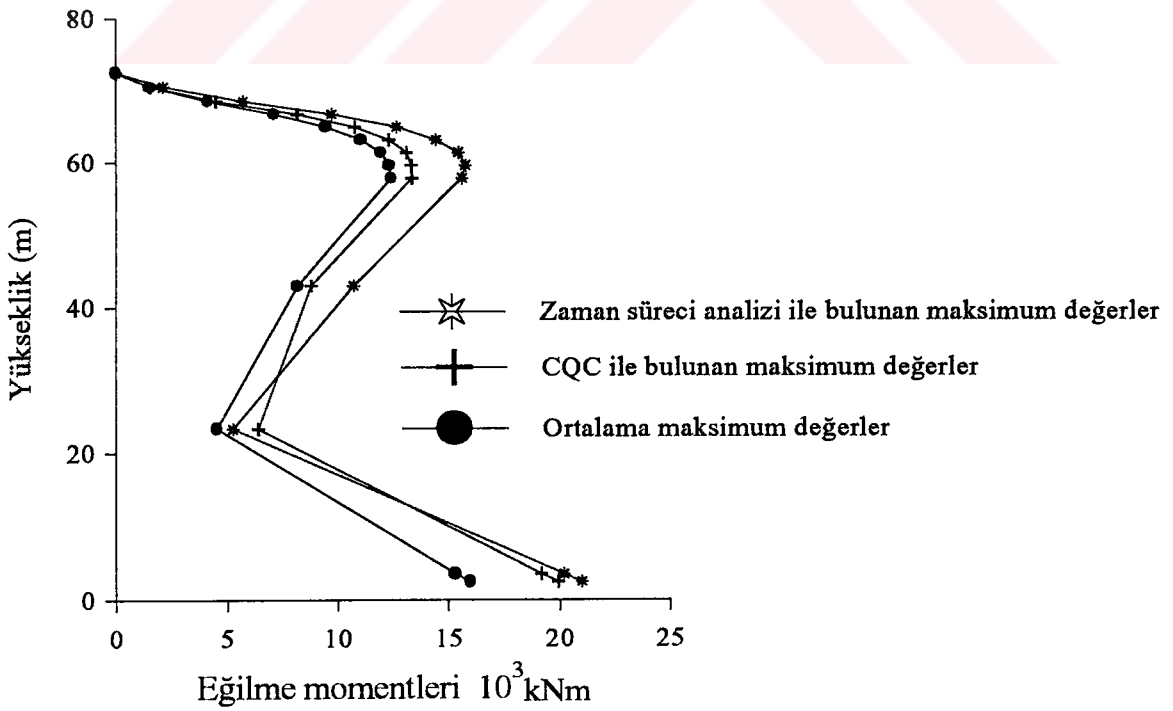
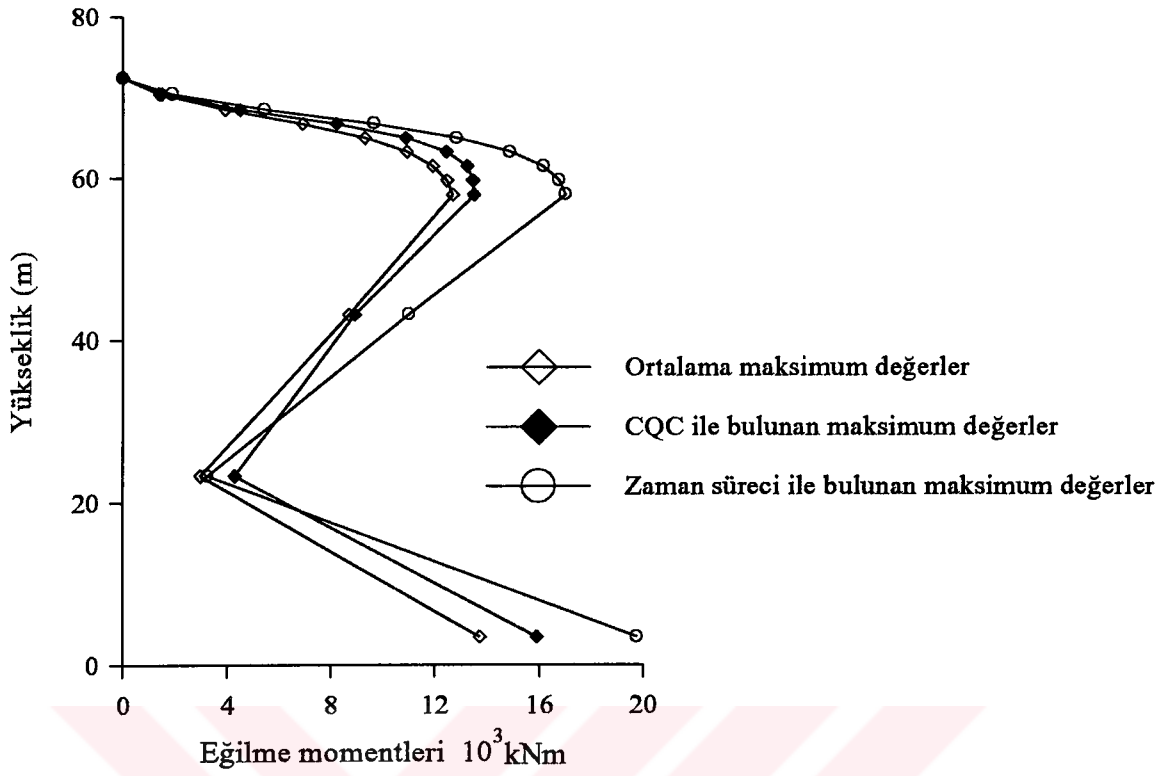
3.7.1. Ortalama Maksimum Kesme Kuvvetleri ve Oluşma Frekansları

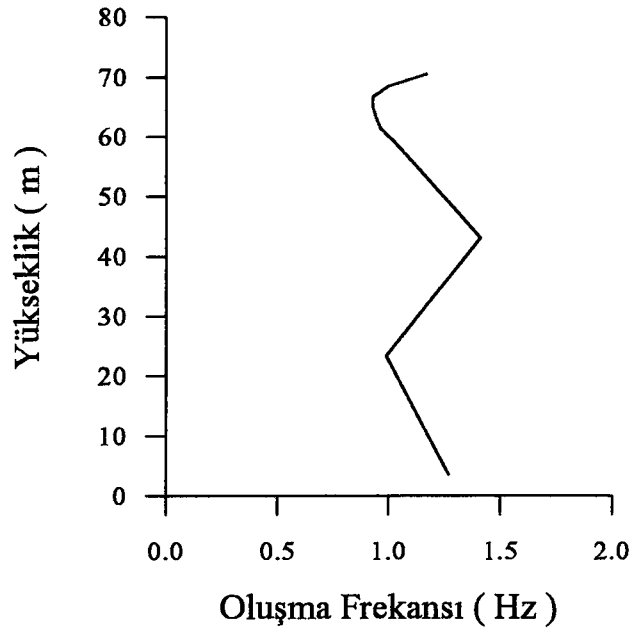
Şekil 62 ve Şekil 63'de sırası ile A ve B kuleleri için stokastik yöntemle bulunan ortalama maksimum kesme kuvvetleri, CQC ve Zaman süreci yöntemleri ile bulunan mutlak maksimum değerler ile karşılaştırılmıştır. Beklenildiği gibi CQC ve Zaman süreci değerleri ortalama maksimum değerlerden büyük çıkmıştır.

A kulesine ait kesme kuvvetleri için hesaplanan oluşma frekansları Şekil 64'de, B kulesine ait kesme kuvvetleri için hesaplanan oluşma frekansları da Şekil 65'de görülmektedir. Oluşma frekanslarının değişim aralığı A kulesi için 0.86 - 2.1 Hz aralığında, B kulesi içinde 0.87 - 2.07 Hz aralığındadır.

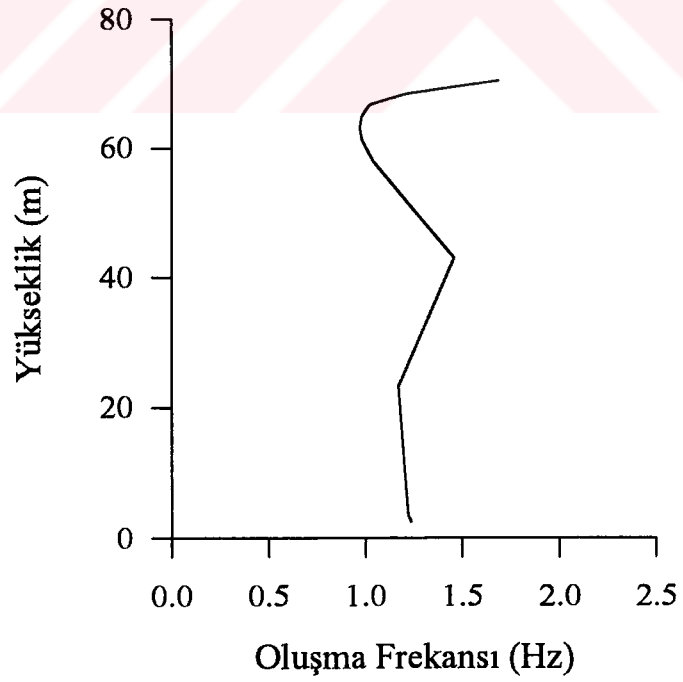
3.7.2. Kule Tepe Noktası İçin Yığışimli Olasılık Dağılım Fonksiyonu

Şekil 66 ve Şekil 67'de sırası ile A kulesi ve B kulesi tepe noktasına ait kesme kuvvetleri için hesaplanan yığışimli olasılık dağılım fonksiyonları görülmektedir. Şekil 66'den A kulesi ortalama maksimum kesme kuvveti değerinin (690 kN) aşılma olasılığının % 43 olduğu anlaşılmaktadır. Şekil 67'den ise B kulesi ortalama maksimum kesme kuvveti değerinin aşılma olasılığının % 40 olduğu sonucuna varılmaktadır.

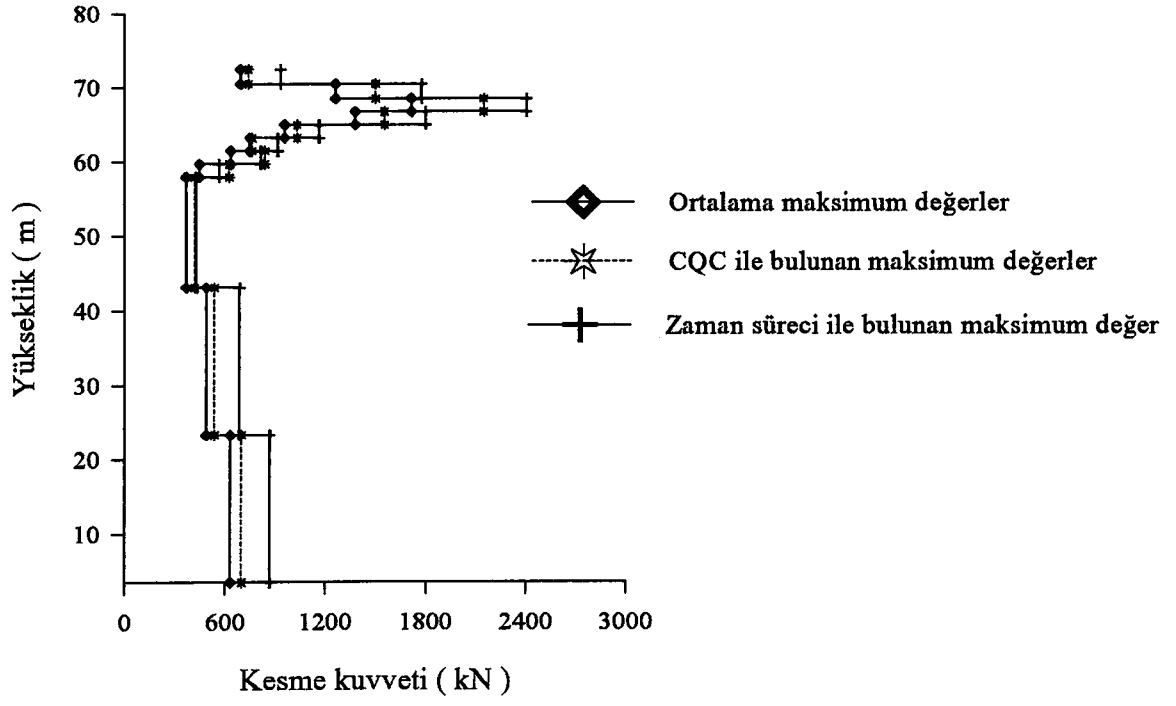




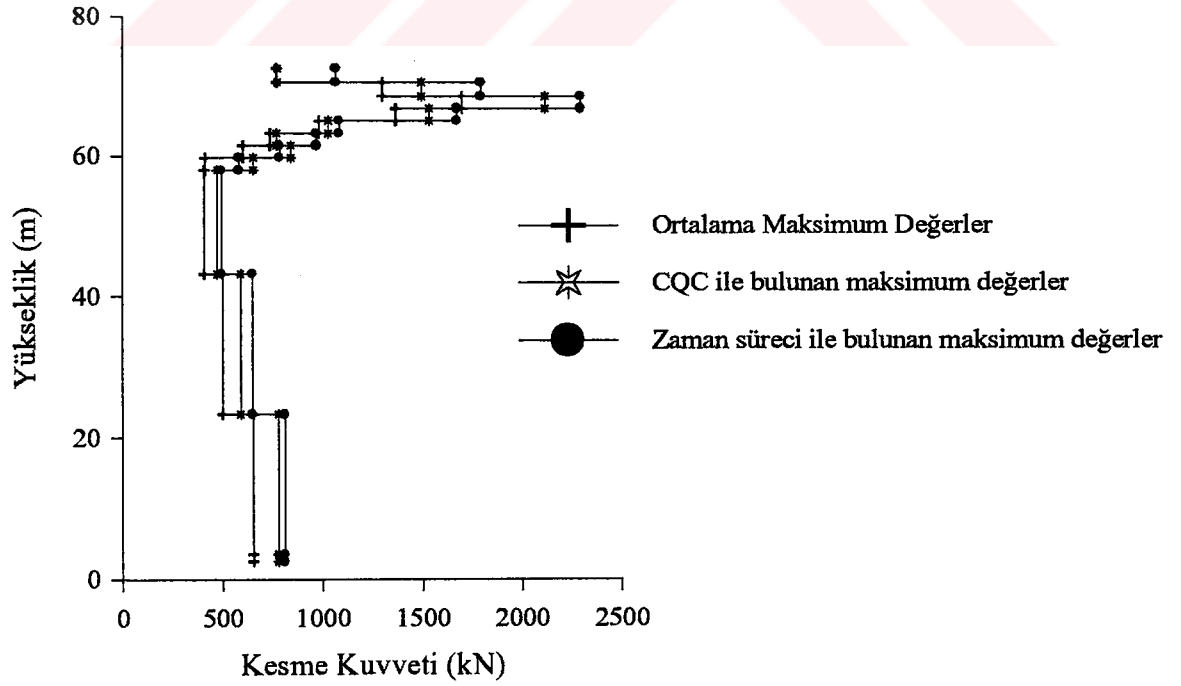
Şekil 60. A Kulesine ait eğilme momentleri için hesaplanan oluşma frekansları



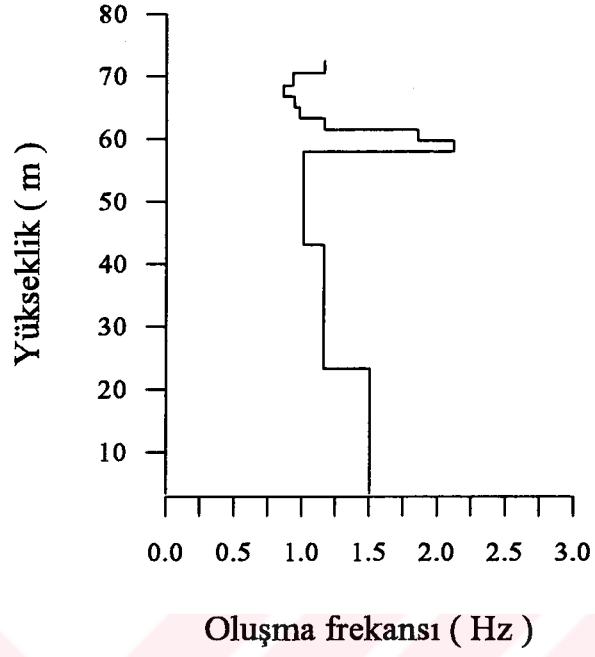
Şekil 61. B Kulesine ait eğilme momentleri için hesaplanan oluşma frekansları



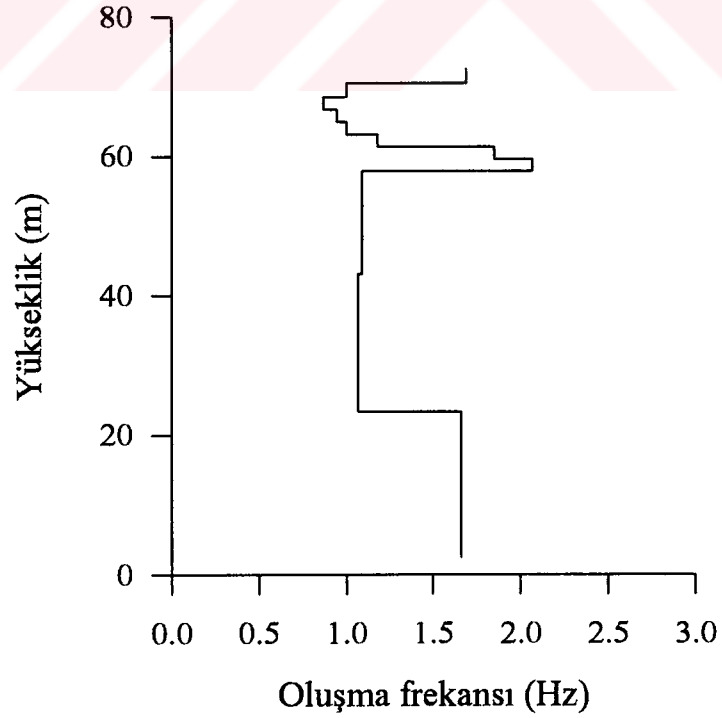
Şekil 62. A Kulesine ait kesme kuvvetleri



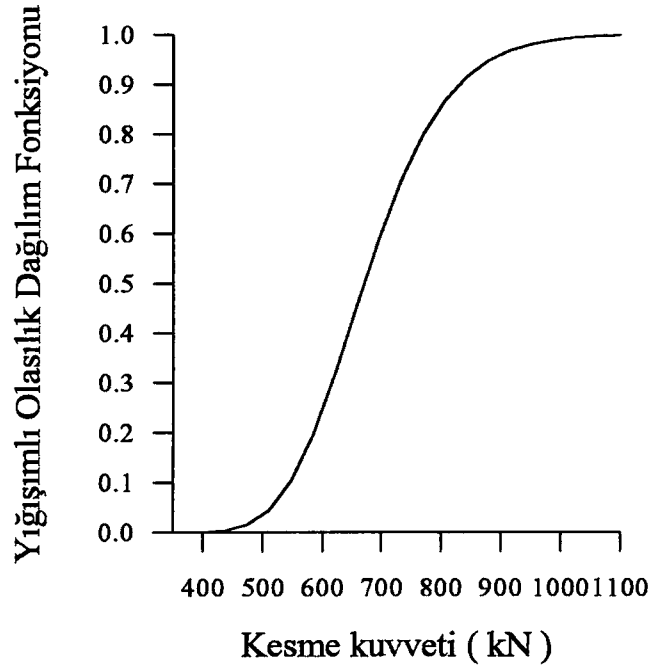
Şekil 63. B Kulesine ait kesme kuvvetleri



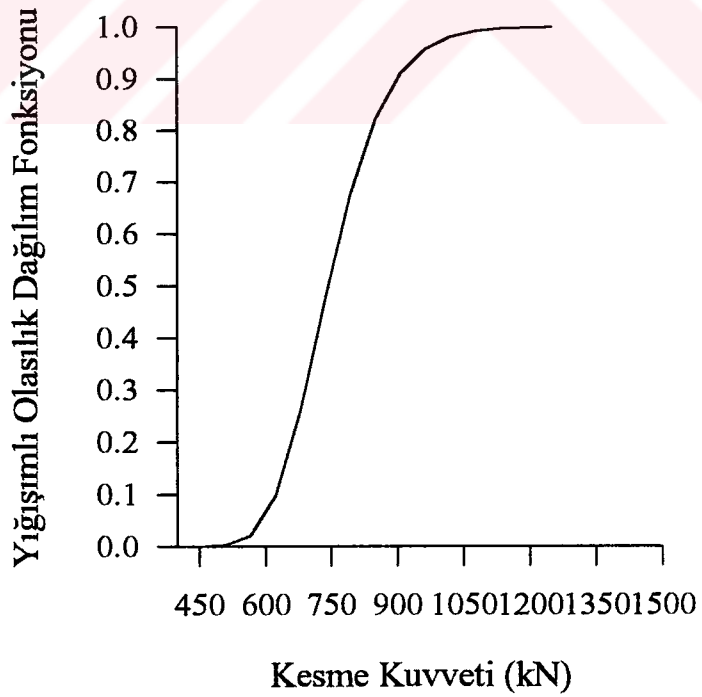
Şekil 64. A Kulesine ait kesme kuvvetleri için hesaplanan oluşma frekansları



Şekil 65. B Kulesine ait kesme kuvvetleri için hesaplanan oluşma frekansları



Şekil 66. A Kulesi tepe noktasına ait kesme kuvveti için yığışımlı olasılık dağılım fonksiyonu



Şekil 67. B Kulesi tepe noktasına ait kesme kuvveti için yığışımlı olasılık dağılım fonksiyonu

4. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Bu çalışmada kablolu bir köprünün (Jindo Köprüsü) stokastik analizi yapılarak; döşeme ve bir kuleye ait çeşitli noktalardaki yerdeğiştirme, kesme kuvveti ve eğilme momentleri için ortalama maksimum değerler, karesel ortalamaların karekökü değerleri, özellikle yorulma analizlerinde çok kullanışlı olan oluşma frekansları, yığılımlı olasılık dağılım fonksiyonları, birçok tepki büyüüğünün hesabı için gerekli olan spektral momentler ile maksimum tepkilerin frekans dağılımını gösteren güç spektral yoğunluk fonksiyonları bulunmuştur. Bilindiği gibi, tepkilerin en büyük değerleri yanında veya onlardan çok ortalama değerlerin, oluşma frekanslarının ve oluşma varsayımlarının bilinmesine ihtiyaç duyulmaktadır.

Stokastik metodun uygunluğunun gösterilmesi amacı ile, birer deterministik yöntem olan CQC ve Zaman süreci analizleri sonucu köprünün çeşitli noktalarında bulunan maksimum değerler, stokastik analiz sonucu bulunan ortalama maksimum değerler ile karşılaştırılmıştır. Beklenildiği gibi stokastik yöntemle bulunan ortalama maksimum değerler daha küçük çıkmıştır.

Bu çalışmada istatistiksel özelliklerin zamandan bağımsız olmasını gerektiren ve hesapları önemli ölçüde kolaylaştıran stasyonerlik kabulü yapılmıştır. Ayrıca deprem hareketinin çok ender görülen rastgele bir kuvvet olmasından dolayı, mevcut deprem kayıtları ile istatistiksel olarak anlamlı sonuçların çıkarılabileceği rastgele analizler yapılamamaktadır. Bu sebepten dolayı ergodiklik kabulü yapılarak, problemin incelenmesinde tek bir deprem kaydı kullanılmış ve sonuçlar bulunmuştur.

Bu çalışmada ayrıca gerçek bir deprem kaydı ve bu kaydı temsil etmek üzere filitre edilmiş beyaz gürültü kullanılmıştır. Böylece deprem yer ivmesine maruz kablolu bir köprünün düşey düzlemdeki tepkilerinin bulunabilmesi için, stokastik yöntemin kullanılmasının gerekliliği gösterilmeye çalışılmıştır.

Filtre edilmiş beyaz gürültüye ait spektral yoğunluk fonksiyonunun hesabı kolay olduğundan, deprem hareketini temsil etmek üzere Kanai tarafından tavsiye edilen bu özel spektral yoğunluk fonksiyonu da bu çalışmada kullanılmıştır. Bu şekilde bulunan sonuçlar,

gerçek deprem kaydı kullanılarak elde edilen sonuçlar ile uygunluk içerisinde olmuştur ve kablolu köprüler için tatmin edici sonuçlar verdiği anlaşılmıştır.

Merkez açıklığı 344 m, toplam uzunluğu 484 m ve hakim periyodu 2.22 sn olan kablolu bir köprüde, 13.5 sn süren bir deprem hareketi için tepkiler, stokastik yöntem kullanılarak tatminkâr bir şekilde bulunabilmektedir. Daha büyük hakim periyoda sahip köprüler için deprem kaydına sıfır değerler eklenerek stokastik metod kullanılabilir.

Deterministik analiz sonucu tepki değerlerinin maksimumları yada zaman süreçleri belirlenmektedir. Bu değerler dikkate alınarak yapılan projelendirmeler pek gerçekçi olmadığı gibi ekonomik de değildirler. Bu değerler özel bir deprem için bulunmuş değerler olup, oluşma frekansları, oluşma dağılımları, maksimum değerlerin ortalamaları yada karesel ortalamasının karekökü (RMS) değerleri hakkında herhangi bir bilgi vermemektedirler.

Stokastik yöntemle yapılan dinamik analizlerde ise, projelendirme için diğer yöntemlere oranla daha çok bilgi edinilmektedir. Böylece seçilen yapı türünün hem daha sağlıklı ve gerçekçi olarak projelendirilmesi sağlanmakta, hem de yapı tepkilerinin oluşma frekansları ve olasılık dağılımları hakkında bilgi edinilmektedir.

Rastgele bir etkiye maruz yapı sistemlerinin çeşitli tepki büyüklükleri mevcut sistemin güvenilirliğinin belirlenmesinde yada projelendirme amacıyla kullanılmaktadır. Bu tepki büyüklükleri arasında yığılımlı olasılık dağılım fonksiyonunun yada maksimum değerlerin ortalama ve varyansının özel bir önemi vardır. Bunun yanında, stasyonier etki altındaki bir sisteme ait birçok tepki büyüklüğü ilk üç spektral moment ile belirlenmektedir.

Herhangi bir yapı sisteminin davranışı ister deterministik analiz ile belirlensin ister deterministik olmayan analiz ile belirlensin, bu yapı sisteminin güvenilirliğinin de ayrıca belirlenmesi gerekmektedir.

Yapı mühendisliğinde rastgele titreşim teorisinin kullanılmasının esas amaçlarından biriside, rastgele etkilere karşı koyacak şekilde projelendirilen yapı sisteminin uygulanan stokastik yüke karşı güvenilirliğinin sağlanmasıdır. Bu tür analizlerde yapı güvenliğinin sağlanamadığı genelde iki durum vardır.

Yapıya ait herhangi bir tepki büyüklüğünün limit bir değeri aşması durumunda yapı güvenliği sağlanamamaktadır.

Ayrıca tekrarlanan yükler altında yapı malzemesinin zayıflamasından kaynaklanan, malzeme yorulması sonucu yapı güvenliği sağlanamamaktadır. Malzeme yorulması sonucu yapı sisteminin işlevini yapamaması, tekrarlanan yükler altında oluşan ve tek başına yapı güvenliği için bir sorun teşkil etmeyen, ancak yığılmaları sonucu belirli bir seviyeye ulaşan küçük hasarlardan kaynaklanmaktadır.

Bu tür olayların oluşma olasılıklarının hesabı için gerekli tepki istatistikleri olan, ortalama değer, otokorelasyon fonksiyonu, yığışımli olasılık dağılım fonksiyonları ve oluşma frekansları gibi büyüklükler stokastik analiz sonucu elde edilebilmektedir.

Kablolu köprüler özellikleri nedeni ile geometrik ve malzeme yönünden lineer olmayan davranışlar gösterdiğinden, çalışmalarda bu özellikleri içeren karşılaştırmalarında yapılması gereklidir.

Kablolu köprülerin açıklıklarının fazla olması nedeni ile, belirli bir hızla yayılan asinkronize yer hareketlerinin de stokastik yöntemlerle incelenmesi zorunlu hale gelmektedir.

Sonuç olarak, deprem hareketi gibi dinamik etkilerin rastgele olacağı bilindiğinden, analizlerde dinamik yüklemenin bu belirsizliğini dikkate alacak bir metoda ihtiyaç vardır. Böylece, anlamlı sonuçlar çıkarılmak isteniyorsa problemler stokastik olarak incelenmelidirler.

Problemlerin stokastik olarak incelenme nedeni açıklandıktan ve analitik metodlar rastgele etkilerin stokastik olarak tanımlanması için yıllardır kullanılmasına rağmen, halen dinamik yapı analizlerinin büyük bir çoğunluğunun deterministik metodlarla yapılıyor olması şaşırtıcıdır.

5. KAYNAKLAR

1. Gimsing, N.J., Cable Supported Bridges (Concept and Design), First Edition, John Wiley and Sons, New York, 1983.
2. Pugsley, S.A., The Theory of Suspension Bridges, Second Edition, Edward Arnold, London, 1968.
3. Walther, R., Cable-Stayed Bridges, First Edition, Thomas Telford, London, 1985.
4. Paskalov, T. ve Garevski, M., Static and Dynamic Analysis of Cable-Stayed Bridges, International Seminar on Computer-Aided Design of Earthquake Resistant Engineering Structures, October 1985, Skopje, 1-27.
5. Podolyn, W., Cable -Stayed Versus Classical Suspension Bridge, Transportation Engr. Journal, 102, (1975) 291-310.
6. Troitsky, M.S., Cable-Stayed Bridges, Second Edition, BSP Professional Books, London, 1988.
7. Krishna, P., Arya, A.S. ve Agrawal, T.P., Effect of Cable Stiffness on Cable-Stayed Bridges, Journal of Structural Engineering, 111, (1985) 2008-2020.
8. Podolyn, Jr.W. ve Fleming, J.F., Historical Development of Cable Stayed Bridges, Journal of Structural Division, 98, (1972) 2079-3095.
9. O'conner, C., Design of Bridge Superstructures, First Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1971.
10. American Institute of Steel Construction, Design Manual for Orthotropic Steel Plate Deck Bridges, First Edition, American Institute of Steel Construction, Inc., New York, 1963.

11. Tappin, R.G.R. ve Clark, P.J., Jindo and Dolsan Bridges: Design, Proc. Instn Civ. Engrs, 78, (1985) 1281-1300.
12. Rees, A. ve Kim, S.J., Jindo and Dolsan Bridges: Construction, Proc. Instn Civ. Engrs, 78, (1985) 1301-1324.
13. Garevski, M., Brownjohn, J.M.W., Blakeborough, A. ve Severn R.T., Resonance-Search Tests on a Small-Scale Model of a Cable-Stayed Bridge, Engineering Struct., 13, (1991) 59-66.
14. Hegab, H.I.A., Energy Analysis of Cable Stayed Bridges, Journal of Structural Engineering, 12, (1986) 1182-1194.
15. Baron, F. ve Lien, S.H., Analytical Studies of a Cable Stayed Girder Bridge, Computers and Structures, 3, (1973) 443-465.
16. Morris, N.F., Dynamic Analysis of Cable-Stiffened Structures, Journal of the Structural Division, 100, (1974) 971-981.
17. Fleming, J.F., Nonlinear Static Analysis of Cable-Stayed Bridge Structures, Computers and Structures, 10, (1979) 621-635.
18. Lazar, B.E., Stiffness Analysis of Cable-Stayed Bridges, Proceedings of Structural Division, 98, (1972) 1605-1612.
19. Tang, M.C., Analysis of Cable Stayed Girder Bridges, Proceedings of Structural Division, 97, (1971) 1481-1495.
20. Lazar, B.E., Troitsky, M.S. ve Doughlass, M. McC., Load Balancing Analysis of Cable Stayed Bridges, Proceedings of Structural Division, 98, (1972) 1725-1740.
21. Tang, Man-Chung, Design of Cable-Stayed Girder Bridges, Proceedings of Structural Division, 98, (1972), 1789-1802.

22. Goschy, B., Dynamics of Cable Stayed Pipe Bridges, Acier-Stahl-Steel, 26, (1961) 277-282.
23. Morris, N.F., The Use of Modal Superposition in Nonlinear Dynamics, Computers and Structures, 7, (1977) 65-72.
24. Fleming, J.F. ve Egeseli, E.A., Dynamic Behaviour of a Cable-Stayed Bridge, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 8, (1980) 1-16.
25. Pandey, A.D., Krishna, P. ve Sethia, M.R., Seismic Response Analysis of Cable Stayed Bridges, Proc. of the 7WCEE, İstanbul, Turkey, 8, (1980) 343-350.
26. Hegab, H.I.A., Static Analysis of Cable-Stayed Bridges, Proc. Instn. Civ. Engrs., 81, (1986) 497-510.
27. Garevski, M., Dumanoğlu, A.A. ve R.T. Severn, Dynamic Charecteristics and Seismic Behaviour of Jindo Bridge, South Korea, Structural Engineering Review, 1, (1988) 141-149.
28. Nazmy, A.S. ve Abdel-Ghaffar, A.M., Non-Linear Earthquake-Response Analysis of Long-Span Cable-Stayed Bridges: Applications, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 19, (1990) 63-76.
29. Nazmy, A.S. ve Abdel-Ghaffar, A.M., Non-Linear Earthquake-Response Analysis of Long-Span Cable-Stayed Bridges: Theory, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 19, (1990) 45-62.
30. Nazmy, A.S. ve Abdel-Ghaffar, A.M., Effects of Ground Motion Spatial Variability on the Response of Cable-Stayed Bridges, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 21, (1992) 1-20.
31. Lin, Y.K., Probabilistic Theory of Structural Dynamics, First Edition, McGraw Hill, Inc., New York, 1967.
32. Clough, R.W. ve Penzien, J., Dynamics of Structures, Second Edition, McGraw Hill, Inc., Singapore, 1993.

33. Newland, D.E., An Introduction to Random Vibrations and Spectral Analysis, First Edition, Longman, Inc., New York, 1975.
34. Bolotin, V.V., Random Vibrations of Elastic Systems, First Edition, Martinus Nijhoff Publishers, The Hague, 1984.
35. Elishakoff, I., Probabilistic Method in the Theory of Structures, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1983.
36. Yang, C.Y., Random Vibration of Structures, First Edition, John Wiley, Inc., New York, 1986.
37. Der Kiureghian, A., A Response Spectrum Method for Random Vibration Analysis of MDF Systems, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 9, (1981) 419-435.
38. Der Kiureghian, A. ve Nakamura, Y., CQC Modal Combination Rule for High-Frequency Modes, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 22, (1993) 943-956.
39. Der Kiureghian, A., Structural Response to Stationary Excitation, Journal of Engineering Mechanics Division, 106, (1980) 1195-1213.
40. Igusa, T., Der Kiureghian, A. ve Sackman, J.L., Modal Decomposition Method for Stationary Response of Non-Classically Damped Systems, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 12, (1984) 121-136.
41. Vanmarcke, E.H., On the Distribution of the First-Passage Time for Normal Stationary Random Process, Journal of Applied Mechanics, 42, (1975), 215-219.
42. Der Kiureghian, A. ve Wung, C.D., A Computer-Assisted Learning System for Random Vibrations, Computers and Structures, 43, (1992), 975-993,
43. Wilson, E.L., Der Kiureghian, A. ve Bayo, E.P., A Replacement for the SRSS Method in Seismic Analysis, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 9, (1981) 187-194.

44. Wung, C.D. , ve A. Der Kiureghian, STOCAL-II: Computer - Assisted Learning System for Stochastic Dynamic Analysis of Structures, Part II-User's Manual, Report No. UCB/SEMM-89/11, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley,CA., 1989.
45. Vanmarcke, E.H., Properties of Spectral Moments with Applications to Random Vibration, ASCE, 98, (1971) 425-446.
46. Vanmarcke, E.H. ve Lai, S.P.,Strong Motion and RMS Amplitude of Earthquake Records, Bull.Seis.Soc.Am., 70, (1980) 1293-1307 .
47. Dumanoğlu, A.A. ve Severn, R.T., Stochastic Response of Suspension Bridges to Earthquake Forces, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 19, (1990) 133-152.
48. Dumanoğlu, A.A., Brownjohn, J.M.W., ve Severn, R.T., Seismic Analysis of the Fatih Sultan Mehmet (Second Bosphorus) Suspension Bridge, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 21, (1992) 881-906.
49. Sungur, I., Stochastic Response to Earthquake Forces of a Cable-Stayed Bridge, Engineering Structures, 15, (1993) 307-314.
50. Bendat, S.J. ve Piersol, A.G., Random Data: Analysis and Measurement Procedures, First Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1971.
51. Celep, Z. ve Kumbasar, N., Yapı Dinamiği ve Deprem Mühendisliğine Giriş, Birinci Baskı, Sema Matbaacılık, İstanbul, 1992.
52. Button, M.R.,Numerical Techniques for Dynamic Stochastic Structural Analysis, Doktora Tezi, University of California, Berkeley, 1981.
53. Wung, C.D., ve A.Der Kiureghian, STOCAL-II: Computer - Assisted Learning System for Stochastic Dynamic Analysis of Structures, Part I- Theory and Development, Report No. UCB/SEMM-89/10, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley Ca, 1989.

54. Peebles, P.Z., Probability, Random Variables and Random Signal Principles, Second Edition, McGraw Hill, Inc., New York 1987.
55. Augisti, G., Baratta, A. ve Casciati, F., Probabilistic Methods in Structural Engineering, First Edition, Chapman and Hall Ltd., New York, 1984.
56. Kreyszig, E., Advanced Engineering Mathematics, Seventh Edition, John Wiley and Sons, Inc., Singapore, 1993.
57. Ang, A.H. ve Tang, W.H., Probability concepts in Engineering Planning and Design, First Edition, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1975.
58. Wiegel, R.L., Earthquake Engineering, First Edition, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1970.
59. Davenport, W.B. ve Root, W.L., Random Signals and Noise, First Edition, McGraw Hill, Inc., New York, 1958.
60. Fertis, D.G., Dynamics and Vibration of Structures, First Edition, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1973.
61. Paz, M., Structural Dynamics, Third Edition, Van Nostrand Reinhold Company Inc., New York, 1991,
62. Madsen, P.H. ve Krenk, S., Stationary and Transient Response Statistics, ASCE, 108, (1982) 622-635.
63. Liu, S.C., Evolutionary Power Spectral Density of Strong-Motion Earthquakes, BSSA, 60, (1970) 891-900.
64. Pfaffinger, D.D., Probabilistic Dynamic Analysis with ADINA, Computers and Structures, 13, (1981) 637-646.
65. Der Kiureghian, A., Probabilistic Modal Combination for Earthquake Loading, Proc. 7th World Conf. Earthquake Eng., İstanbul, 1980.

66. Hurty, W.C. ve Rubinstein, M.F., Dynamics of Structures, First Edition, Prentice Hall, Inc., New Jersey, 1964.
67. Button, M.R., A.Der Kiureghian ve E.L.Wilson, STOCAL - User Information Manual, Report NO. UCB-SESM/81-2, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley, CA., 1981.
68. Yiu, P.K.A., ve Brotton, D.M., Computation of Fabrication Dimensions for Cable-Stayed Bridges, The Structural Engineer, 66, (1988) 237-243.
69. Khalil, M.S., Dilger, W.H. ve Ghali, A., Time-Dependent Analysis of PC Cable-Stayed Bridges, Journal of Structural Engineering, 109, (1983) 1980-1997.
70. Nazmy, A.S., ve Abdel-Ghaffar, A.M., Seismic Response Analysis of Cable Stayed Bridges Subjected to Uniform and Multiple-Support Excitations, Report No. 87-SM-1, 1987.
71. Podolny, Jr. W., Chmn., Tentative Recommendations for Cable Stayed Bridge Structures, by the Task Committee on Cable Suspended Structure of the Committee on Special Structures, of the Committee on Metals, of the Structural Division, Journal of Structural Division, 103, (1977) 929-939.
72. Podolny, Jr. W., Chmn., Tentative Recommendations for Cable Stayed Bridge Structures, by the Task Committee on Cable Suspended Structure of the Committee on Special Structures, of the Committee on Metals, of the Structural Division, Journal of Structural Division, 103, (1977) 941-959.
73. Wang, P.H. ve Yang, C.G., Parametric Studies of Cable Stayed Bridges, Computers and Structures, 60, (1996) 243-260.
74. Abdel-Ghaffar, A.M. ve Lawrence, I.R., Suspension Bridge Response to Multiple-Support Excitations, Journal of the Engineering Mechanics Division, 108, (1982) 419-435.
75. Wilson E.L., Cal-A Computer Analysis Language for Teaching Structural Analysis, Computers and Structures, 10, (1979) 127-132.

76. Dumanoğlu, A.A. ve Severn, R.T., Seismic Response of Modern Suspension Bridges to Asynchronous Vertical Ground Motion, Proc. Instn. Civ. Engrs., (1987) 701-730.



6. ÖZGEÇMİŞ

Kurtuluş SOYLUK 1971 yılında Trabzon'da doğdu. İlköğrenimini Almanya'da, Orta ve Lise öğrenimini Trabzon'da tamamladı. 1989 yılında girdiği üniversite sınavlarını kazanarak, Karadeniz Teknik Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'ne başladı. Lisans öğrenimini, 1992-93 öğretim yılı Haziran döneminde tamamladı ve aynı yıl Yüksek Lisans sınavını kazanarak mezun olduğu bölümde Yüksek Lisans öğrenimine başladı. 1994 yılında K.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Araştırma Görevlisi kadrosuna atandı. Aynı yıl K.T.Ü. Gümüşhane Mühendislik Fakültesi'nin açtığı sınavı kazanarak, Şubat 1995'de bu Fakültenin İnşaat Mühendisliği Bölümü Yapı Anabilim Dalı'na Araştırma Görevlisi olarak atandı. Halen Araştırma Görevliliği ile birlikte Lisansüstü çalışmalarına devam etmektedir.