

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ *FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ PROGRAMI

ELASTİK MESNETE OTURAN ÇİFT ŞERİT PROBLEMİ

İnş.Müh. Ahmet BİRİNCİ

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde

"İnşaat Yüksek Mühendisi"

Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 02.06.1994

Tezin Sözlü Savunma Tarihi : 19.07.1994

Tezin Danışmanı : Prof.Dr. Ragıp ERDÖL

Jüri Üyesi : Prof.Dr. A.Osman ÇAKIROĞLU

Jüri Üyesi : Doç.Dr. Ümit UZMAN

Enstitü Müdürü : Prof.Dr. Temeİ SAVAŞKAN

Haziran, 1994.

TRABZON

ÖNSÖZ

Bu çalışma, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak gerçekleştirilmiştir.

Bu çalışmayı bana önererek, diğer önemli görevlerine rağmen, çalışmamı başlangıcından sonuna kadar sürekli takip edip destekleyen geniş bilgi ve tecrübelerinden daima yararlandığım yönetici hocam, Sayın Prof.Dr. Ragıp ERDÖL'e şükran ve saygılarımı sunmayı çok zevkli bir görev sayarım.

Öğrenim hayatım boyunca ve özellikle üniversite yıllarında bana emeği geçen tüm hocalarıma da bu fırsatla teşekkür eder, kendilerine minnettar olduğumu belirtirim.

Çalışmalarım sırasında bana sürekli olarak yardımlarını esirgemeyen değerli hocam Sayın Yrd.Doç.Dr. Fevzi Lütfü ÇAKIROĞLU'na teşekkür ederim.

Çalışmamı büyük fedakarlık göstererek özenle daktilo eden ve çok sayıda bilimsel çalışmanın hazırlanmasında emeği geçen Sayın Araştırma Teknisyeni Temel TOSUN'a teşekkür ederim.

Okul hayatım boyunca beni sabırla destekleyen ailemin tüm fertlerine müteşekkir olduğumu belirtir bu çalışmanın ülkemize yararlı olmasını gönülden dilerim.

Trabzon, Haziran 1994

Ahmet BİRİNCİ

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖNSÖZ	II
İÇİNDEKİLER	III
ÖZET	IV
SUMMARY	V
SEKİLLER LİSTESİ	VI
TABLolar LİSTESİ	VIII
SEMBOLLER LİSTESİ	X
BÖLÜM 1. GİRİŞ	1
BÖLÜM 2. GENEL DENKLEMLERİN ÇIKARTILMASI	4
BÖLÜM 3. ELASTİK MESNETLENMİŞ ÇİFT TABAKA (ŞERİT) PROBLEMİ	15
3.1 Problemin Tanımı	15
3.2 Kullanılacak Denklemler	16
3.3 Sınır Şartları	18
3.4 Katsayıların Belirlenmesi	18
3.5 Elastik Mesnetlenmiş Tek Tabaka Problemine Geçiş	26
BÖLÜM 4. GERİLMELERİN BULUNMASI	28
4.1 Gerilme ve Yerdeğiştirme Çekirdeklerinin Yakınsama Kontrolü	28
4.2 Gerilmelerin İncelenmesi	29
4.3 Gerilmelere Ait Tablolar ve Grafikler	30
BÖLÜM 5. SONUÇLAR	77
KAYNAKLAR	79
ÖZGEÇMİŞ	82

ÖZET

Bu çalışmada, elastik mesnete oturan yapıştırılmış, elastik sabitleri ve yükseklikleri farklı sonsuz iki bileşik tabaka problemi elastisite teorisine göre incelenmiştir.

Birinci bölüm giriş bölümü olup ikinci bölümde, elastisite teorisine ait temel denklemler ve integral dönüşüm teknikleri kullanılarak gerilme ve yerdeğiştirmelerin genel ifadeleri elde edilmiştir.

Üçüncü bölümde, problemin tanımı yapılmış, kütle kuvvetleri ihmal edilerek gerilme ve yerdeğiştirme ifadeleri elde edilmiştir. Yine aynı bölümde gerilme ve yerdeğiştirme ifadeleri sınır şartlarına uygulanarak elde edilen denklem takımı çözülmüş, gerilme ve yerdeğiştirme ifadelerindeki katsayılar hesaplanmıştır.

Dördüncü bölümde, katsayılar gerilme ve yerdeğiştirme ifadelerinde yerlerine yazılmış, gerilme ve yerdeğiştirme ifadelerini bozan singüler terimler ayıklanmış ve bunların kapalı integralleri hesaplanmıştır. En büyük normal gerilmelerin simetri ekseninde olduğu bilindiğinden $\sigma_x(x,y)$ ve $\sigma_y(x,y)$ normal gerilmeleri; singüler terimlerin çıkartılıp, bunların kapalı integrallerinin ilave edilmesi ile hesaplanmıştır. Dış yüke, malzeme ve yay sabitlerinin oranlarına ve tabaka kalınlıklarının oranlarına değışik sayısal değıerler verilerek y simetri kesitindeki gerilme dağılımları hesaplanarak grafikleri çizilmiştir.

Çalışmadan çıkarılan sonuçlar beşinci bölümde özetlenmiş olup, bu son bölümü yararlanılan kaynaklar izlemektedir.

Anahtar kelimeler: Elastisite, Değıme mekaniğı, Elastik tabaka, Kompozit, Elastik mesnet, Serit.

SUMMARY

The problem of stuck layered composite made of two materials with different elastic constants and heights resting on an elastic foundation is solved according to the Theory of Elasticity.

For the solution, the upper elastic layer is assumed to be subjected to symmetrical distribution and concentrated loads.

This study consists of five main chapters. The first chapter introduces the work done. In the second chapter, general expressions of stresses and displacements are obtained for two-dimensional continuum by using governing equations of Elasticity and the integral transform technique.

In the third chapter, the problem is described and expressions of the stresses and displacements are studied without gravity forces. Eight linear algebraic equations are written under boundary conditions and the unknown coefficients in the expressions of the stresses and displacements are calculated from these equations.

In the fourth chapter, singular terms which spoil the convergency of the kernel of normal stresses σ_x and σ_y for values of y around h_1 are subtracted and their closed integral forms are added. The distribution of the stress on the y symmetrical cross section are calculated and plotted by giving different numerical values of the external load, ratios of material constants and spring constant and ratios of layered heights. The results obtained from the study in general are summarized in the fifth chapter. This chapter is followed by a list of references.

Key words: Elasticity, Contact mechanics, Elastic layer, Composite.
Elastic foundation, Strip.

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1. Düzgün yayılı yükte yüklü elastik mesnetlenmiş bileşik tabaka (şerit)	15
Şekil 2. Tekil yükte yüklü elastik mesnetlenmiş bileşik tabaka (şerit)	16
Şekil 3. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$ ve $k=0.001$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı	32
Şekil 4. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$ ve $k=0.001$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_y/P_0 gerilme dağılımı	33
Şekil 5. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$ ve $k=0.05$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı	35
Şekil 6. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$ ve $k=1.00$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı	37
Şekil 7. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$ ve $k=1.00$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_y/P_0 gerilme dağılımı	38
Şekil 8. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=0.5625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.34$ ve $k=0.05$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı	41
Şekil 9. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=6.400$, $\nu_1=0.20$, $\nu_2=0.30$ ve $k=0.001$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı	44
Şekil 10. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=6.400$, $\nu_1=0.20$, $\nu_2=0.30$ ve $k=0.05$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı	46
Şekil 11. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=6.400$, $\nu_1=0.20$, $\nu_2=0.30$ ve $k=1.0$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı	48
Şekil 12. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$ ve $k=0.05$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı	51
Şekil 13. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$ ve $k=0.05$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_y/P_0 gerilme dağılımı	52
Şekil 14. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$ ve $k=0.001$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı	55
Şekil 15. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$ ve $k=0.001$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_y/P_0 gerilme dağılımı	56
Şekil 16. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$ ve $k=1.00$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı	59
Şekil 17. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$ ve $k=1.00$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_y/P_0 gerilme dağılımı	60

Şekil 18. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=0.5625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=.34$ ve $k=0.05$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı	63
Şekil 19. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$ ve $k=0.001$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı	66
Şekil 20. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$ ve $k=0.05$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı	68
Şekil 21. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=.20$ ve $k=0.05$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_y/P_0 gerilme dağılımı	69
Şekil 22. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$ ve $k=1.00$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı	71
Şekil 23. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=6.400$, $\nu_1=0.20$, $\nu_2=0.30$ ve $k=0.001$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı	73
Şekil 24. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=6.400$, $\nu_1=0.20$, $\nu_2=0.30$ ve $k=0.001$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_y/P_0 gerilme dağılımı	74

TABLOLAR LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Tablo 1. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$ ve $k=0.001$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	31
Tablo 2. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$ ve $k=0.05$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	34
Tablo 3. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$ ve $k=1.0$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	36
Tablo 4. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=0.5625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.34$ ve $k=0.001$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	39
Tablo 5. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=0.5625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.34$ ve $k=0.05$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	40
Tablo 6. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=0.5625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.34$ ve $k=1.0$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	42
Tablo 7. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=6.400$, $\nu_1=0.20$, $\nu_2=0.30$ ve $k=0.001$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	43
Tablo 8. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=6.400$, $\nu_1=0.20$, $\nu_2=0.30$ ve $k=0.05$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	45
Tablo 9. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=6.400$, $\nu_1=0.20$, $\nu_2=0.30$ ve $k=1.0$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	47
Tablo10. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$ ve $k=0.001$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	49
Tablo11. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$ ve $k=0.05$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	50

Tablo 12. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$ ve $k=1.0$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	53
Tablo 13. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$ ve $k=0.001$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	54
Tablo 14. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$ ve $k=0.05$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	57
Tablo 15. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$ ve $k=1.0$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	58
Tablo 16. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=0.5625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.34$ ve $k=0.001$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	61
Tablo 17. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=0.5625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.34$ ve $k=0.05$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	62
Tablo 18. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=0.5625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.34$ ve $k=1.0$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	64
Tablo 19. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$ ve $k=0.001$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	65
Tablo 20. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$ ve $k=0.05$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	67
Tablo 21. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$ ve $k=1.0$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	70
Tablo 22. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=6.400$, $\nu_1=0.20$, $\nu_2=0.30$ ve $k=0.001$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	72
Tablo 23. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=6.400$, $\nu_1=0.20$, $\nu_2=0.30$ ve $k=0.05$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	75
Tablo 24. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=6.400$, $\nu_1=0.20$, $\nu_2=0.30$ ve $k=1.0$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri	76

SEMBOLLER

x, y, z	: dik koordinatlar
X, Y, Z	: x, y ve z eksenleri doğrultusundaki kütle kuvveti bileşenleri
g	: yerçekimi ivmesi
ρ	: yoğunluk
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$: x, y ve z eksenine paralel normal gerilme bileşenleri
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$: kayma gerilmesi bileşenleri
u, v, w	: yerdeğiştirme bileşenleri
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$: x, y ve z doğrultusundaki birim uzamalar
e	: hacim değiştirme oranı
γ_{xy}	: kayma şekildeğiştirme bileşeni
E	: elastisite modülü
G, μ	: kayma modülü
ν	: Poisson oranı
λ	: Lamé sabiti
μ_1	: 1 nolu elemanın kayma modülü
μ_2	: 2 nolu elemanın kayma modülü
χ_1	: 1 nolu elemana ait elastik sabit
χ_2	: 2 nolu elemana ait elastik sabit
a	: düzgün yayılı yükün uzunluğu
P_0	: düzgün yayılı yükün şiddeti
k_0	: elastik yay sabiti
h_1	: 1 nolu elemanın yüksekliği
h_2	: 2 nolu elemanın yüksekliği
h	: bileşik tabakanın toplam yüksekliği
P	: tekil yük

Not: Bu listede verilmeyen bazı semboller metin içinde ilgili oldukları yerlerde açıklanmıştır.

1. G İ R İ Ş

İçinde bulunduğumuz yıllarda Elastisite teorisi mühendislik problemlerinin çözümünde kayda değer bir uygulama alanı bulmuştur. Mühendislik yapılarındaki gerilme, yer ve şekildeğiştirme problemlerinin çözümünde Mukavemetin elemanter metodlarının yetersiz kaldığı pekçok durum vardır.

Kirişlerde yüklere ve mesnetlere yakın bölgelerdeki yerel gerilmelerle ilgili bilgileri vermekte elemanter teori yetersiz kalmaktadır. Özellikle işaret değiştiren gerilmelere maruz yapılarda içeriye girik köşelerde yüksek gerilme yığılmaları olur ve bunun sonucu olarak çatlaklar muhtemelen bu köşelerde başlar. Çalışmakta olan makine parçalarındaki kırılmaların büyük bir çoğunluğu bu çeşit çatlaklar yüzünden olur. Böyle hallerde elastisite teorisine başvurmak gerekmektedir (1).

Kirişlerin eğilme problemi ile ilk olarak Galilei (1654-1722) uğraşmıştır. Ancak Galilei kirişte çekme ve basınç gibi iki bölgenin bulunduğunu farketmemiştir. Kuvvet ve şekildeğiştirme arasındaki ilk matematik bağıntı Robert Hooke (1635-1703) tarafından kuruldu. Eğilmeye çalışan kirişlerde iki çeşit normal gerilme bulunacağını ilk farkedenerler arasında Mariotte (1680) ve Leibnitz (1684) sayılabilir. Bernoulli 1694'de eğrilik ile moment arasındaki orantılılığı ve 1705'de kiriş kesitlerinin eğilmede düzlem kalması gibi önemli bir hipotezi ortaya koydu. Kiriş teorisini geliştiren ve çeşitli mühendislik problemlerinin çözüm metodlarını ise Navier ortaya koymuştur (2).

Bileşik çubukların kullanılması ve bunlar üzerinde yapılan çalışmalar çok eskiye gitmemektedir. Önceleri bileşik çubukların doğrudan yapı elemanı olarak kullanılmasının değişik sebeplerle kötü sonuçlar verebileceği düşünüldü. Bu nedenle bileşik yapı tarzı sadece ilave bir emniyet ve yerdeğiştirmenin azaltılması için kullanılırdı. Bileşik çubuklar üzerindeki ilk çalışma 1941 yılında Maier-Leibniz tarafından yapılmıştır. Maier-Leibniz, plakla çelik kirişin kama ve pliye demirleri kullanarak bağlanması ile meydana getirdiği bileşik kirişler üzerinde deneyler yapmış ve bu deneyler

olumlu sonuçlar vermiştir. İkinci Dünya savaşından sonraki yıllarda çelik kıtlığı ve öngerilmeli betondaki hızlı gelişme çelik inşaatları bütün imkanları sonuna kadar kullanmaya zorlamaktaydı. Bu arada bileşik yapı tarzının da teorik esasları, bu inşaatın bütün imkanlarından planlı bir şekilde yararlanılmasını sağlayacak derinlikte araştırılmaktaydı (3).

Elastik mesnete veya zemine oturan tabakalarla ilgili çalışmalar ilk olarak Winkler tarafından 1867 yılında yapılmıştır. Winkler'e göre tabakanın üzerine oturduğu elastik mesnet veya zeminden görmüş olduğu reaksiyon çökmeleri orantılıdır. Winkler'in kendi adıyla anılan bu hipotez çok tenkitler görmesine rağmen birçok mühendislik problemlerinin yaklaşık çözümünü oluşturduğundan bugün dahi kullanılmaktadır (6).

Elastisite problemlerinde ifadelerin karışık ve hesapların uzun olması nedeniyle son yıllara kadar bileşik tabaka problemleri üzerinde çalışan bilim adamı sayısı azdı. Ancak bilgisayar teknolojisinin ve sayısal çözüm yöntemlerinin gelişmesi ile bu tür problemler üzerindeki çalışmalar yoğunluk kazanmıştır.

Elastik mesnete veya zemine oturan tek tabaka problemleri üzerinde çok çalışılmış olmasına karşın elastik mesnet veya zemine oturan bileşik tabaka problemleri üzerinde yapılan çalışmalar azdır. Bu çalışmalarda bazıları aşağıda verilmiştir.

Çok katlı bileşik tabakalarda iç çatlakların gerilme analizi ve tabakalı kompozitlerde iç çatlak (7,8). İki çeyrek elastik düzleme dayandırılmış elastik tabakada temas problemi (9). Rijit yarı sonsuz bir düzleme oturan bir tabakanın y simetri eksenini üzerindeki tekil yükü kaldırılması durumunda sürtünmesiz değme problemi (10). Yarı düzlem ve yarısonsuz tabaka için elastik temas problemi (11, 12). Simetrik yüklü elastik tabakada sürtünmesiz temas (13). Yayılı yükü bastırılan ve tekil yükü kaldırılan, yayılı yükü bastırılan ve simetrik tekil yükü kaldırılan elastik zemin üzerindeki elastik tabakaya ait temas (14,15). Yarısonsuz düzgün yayılı yükü bastırılan ve simetri eksenini üzerinde tekil bir yükü çekişen yapışık iki tabaka arasında meydana gelen ayrılma ve kayma (16). Sonlu bir bölgede elastik mesnete oturan demiryolunun sabit bir hızla hareket eden rastgele trafik yüklerine karşı davranışı (17). Birbirine yapışık iki yarı düzlemde oluşmuş çatlakların uçlarındaki gerilme şiddeti faktörleri (18). Elastik yarısonsuz mesnete oturan hareketli yüklere maruz elastik tabaka problemi (19). Bileşik çubukların elastisite teorisine göre eğilme problemi (22). Yarı düzlem ve yarısonsuz tabaka için elastik

temas problemi (23). Simetrik silindire bir tabaka arasındaki elastik değme problemi (25). Sınır yükleme durumuna maruz iki sonsuz izotrop elastik tabaka arasındaki yarısonsuz bir yüzey çatlağı (26). Bütün yüzeyleri sürtünmesiz elastik yarı sonsuz bir düzleme oturan bileşik tabakaların sürekli ve süreksiz değme problemleri (27, 30). Eğilmeye maruz kompozit kirişlerde kayma gerilmelerinin yaklaşık metodla belirlenmesi (28). Sürtünmesiz bir elastik tabaka ile elastik bir kirişin dinamik değme problemi (29).

Elastik mesnete oturan elastik sabitleri ve yükseklikleri farklı iki bileşik tabakanın gerilme ve yerdeğistirmelerinin incelendiği bu çalışma beş bölümden oluşmaktadır.

Birinci bölüm giriş bölümü olup, ikinci bölümde elastisite teorisine ait temel denklemler ve integral dönüşüm teknikleri kullanılarak iki boyutlu duruma ait gerilme ve yerdeğistirmelerin genel ifadeleri elde edilmiştir.

Üçüncü bölümde kütle kuvvetleri ihmal edilerek gerilme ve yerdeğistirme ifadeleri verilmiş ve elastik mesnete oturan bileşik tabaka probleminin tanımı yapılmıştır. Yine aynı bölümde gerilme ve yerdeğistirme ifadeleri sınır şartlarına uygulanarak sekiz bilinmeyenli sekiz cebrik denklem elde edilmiştir. Elde edilen sekiz bilinmeyenli sekiz denklem çözülerek gerilme ve yerdeğistirme ifadelerindeki katsayılar hesaplanmıştır. Ayrıca problem elastik mesnete oturan tek tabaka problemine dönüştürülerek bu duruma ait katsayılar hesaplanmıştır.

Dördüncü bölümde $\sigma_x(x,y)$ ve $\sigma_y(x,y)$ normal gerilme çekirdeklerinin $y \rightarrow h_1$ durumunda yakınsamalarını bozan singüler terimler çıkartılarak bunların yerlerine kapalı integralleri yazılmak suretiyle gerilme alanları hesaplanmıştır. Yine bu bölümde, en büyük normal gerilme değerlerinin y simetri ekseninde olduğu bilindiğinden dış yük, tabaka kalınlıkları, malzeme ve yay sabitlerinin oranlarına değişik sayısal değerler verilerek normal gerilme alanları hesaplanmış ve bunlara ait grafikler çizilmiştir.

Beşinci bölüm bu çalışmadan çıkartılabilecek sonuçları kapsamakta olup, bu son bölümü yararlanan kaynaklar listesi izlemektedir.

2. GENEL DENKLEMLERİN ÇIKARTILMASI

Elastik mesnetlenmiş bileşik tabaka problemi elastisite teorisine göre çözülecek, gerilme ve yerdeğiştirme ifadeleri bulunacaktır. Bu amaçla önce elastisitenin denge denklemleri, bünye denklemleri ve yerdeğiştirme ve şekildeğiştirme bağıntıları kullanılmak suretiyle yerdeğiştirmeler cinsinden yazılarak Navier denklemleri elde edilecektir. Yerdeğiştirme-şekildeğiştirme bağıntıları ve bünye denklemleri kullanılarak gerilme bileşenlerine ait ifadeler elde edilecektir.

Üç boyutlu halde; X, Y ve Z hacim (kütle) kuvvetlerini, σ_x , σ_y , σ_z , τ_{xy} , τ_{xz} ve τ_{yz} de gerilme bileşenlerini göstermek üzere denge denklemleri aşağıda verilmiştir.

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0 \quad (3)$$

Bu denklemlerdeki gerilme bileşenleri, bünye denklemlerini ve yerdeğiştirme-şekildeğiştirme bağıntılarını kullanarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\sigma_x = \lambda e + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad (4)$$

$$\sigma_y = \lambda e + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad (5)$$

$$\sigma_z = \lambda e + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \quad (6)$$

$$\tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (7)$$

$$\tau_{yz} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (8)$$

$$\tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (9)$$

Bu ifadelerde;

$$e = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad (10)$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (11)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (12)$$

dir. Yukarıdaki ifadelerde geçen e , ν , E ve μ sırasıyla hacim değiştirme oranı, Poisson oranı, elastisite modülü ve kayma modülünü göstermekte olup λ da Lamé sabitidir. u , v ve w ise sırasıyla x , y ve z eksenleri doğrultusundaki yerdeğiştirme bileşenlerini göstermektedir. Ayrıca;

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} \quad \text{ve} \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}$$

dir.

Bünye denklemlerinin gerekli türevleri alınıp (1) ifadesinde yerlerine yazılırsa,

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \lambda \frac{\partial e}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (13)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right) \quad (14)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) \quad (15)$$

$$\lambda \frac{\partial e}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) + X = 0$$

$$\lambda \frac{\partial e}{\partial x} + \mu \nabla^2 u + \mu \frac{\partial e}{\partial x} + X = 0$$

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial e}{\partial x} + \mu \nabla^2 u + X = 0 \quad (16)$$

olarak elde edilir. Benzer yolla;

$$(\lambda+\mu) \frac{\partial e}{\partial y} + \mu \nabla^2 v + Y = 0 \quad (17)$$

$$(\lambda+\mu) \frac{\partial e}{\partial z} + \mu \nabla^2 w + Z = 0 \quad (18)$$

bulunur ve Navier denklemleri olarak adlandırılırlar. Burada, ∇^2 Laplace operatörü olup;

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

dir.

iki boyutlu Elastisitede Navier denklemleri;

$$(\lambda+\mu) \frac{\partial e}{\partial x} + \mu \nabla^2 u + X = 0 \quad (19)$$

$$(\lambda+\mu) \frac{\partial e}{\partial y} + \mu \nabla^2 v + Y = 0 \quad (20)$$

şeklini alırlar.

Eğer kütle kuvvetleri ihmal edilirse bu ifadeler;

$$(\lambda+\mu) \frac{\partial e}{\partial x} + \mu \nabla^2 u = 0 \quad (21)$$

$$(\lambda+\mu) \frac{\partial e}{\partial y} + \mu \nabla^2 v = 0 \quad (22)$$

veya

$$\mu \nabla^2 u + (\lambda+\mu) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (23)$$

$$\mu \nabla^2 v + (\lambda+\mu) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (24)$$

halinde yazılabilirler. Problemin y eksenine göre simetrik olması halinde $U(x,y)$ ve $V(x,y)$ yerdeğiştirme bileşenleri,

$$U(x,y) = -U(-x,y) \quad (25)$$

$$V(x,y) = V(-x,y) \quad (26)$$

bağıntılarını sağlarlar. $U(x,y)$ ve $V(x,y)$ yerdeğiştirmeleri Fourier sinüs ve kosinüs dönüşümleri şeklinde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$U(x,y) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \Phi(\alpha,y) \sin(\alpha x) d\alpha \quad (27)$$

$$V(x,y) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \Psi(\alpha,y) \cos(\alpha x) d\alpha \quad (28)$$

Bunların ters fourier dönüşümleri ise;

$$\Phi(\alpha,y) = \int_0^{\infty} U(x,y) \sin(\alpha x) dx \quad (29)$$

$$\Psi(\alpha,y) = \int_0^{\infty} V(x,y) \cos(\alpha x) dx \quad (30)$$

olarak yazılabilirler. Burada $\Phi(\alpha,y)$ ve $\Psi(\alpha,y)$ fonksiyonları $U(x,y)$ ve $V(x,y)$ fonksiyonlarının ters Fourier dönüşüm fonksiyonları olup, bu fonksiyonlar bilinmemektedir. Bu fonksiyonların belirlenebilmesi için (23) ifadesini $\sin(\alpha x) dx$, (24) ifadesini de $\cos(\alpha x) dx$ ile çarpıp $(0,+\infty)$ aralığında integre etmekle,

$$\int_0^{\infty} \left[\mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \sin(\alpha x) dx = 0 \quad (31)$$

$$\int_0^{\infty} \left[\mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \cos(\alpha x) dx = 0 \quad (32)$$

ifadeleri elde edilir. (27) ve (28) ifadelerinin (31) ve (32) ifadelerinde kullanılacak gerekli türevleri;

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x^2} \sin(\alpha x) dx = -\alpha^2 \Phi(\alpha,y) \quad (33)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial y^2} \sin(\alpha x) dx = \frac{d^2}{dy^2} [\Phi(\alpha,y)] \quad (34)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial^2 V(x,y)}{\partial x \partial y} \sin(\alpha x) dx = -\alpha \frac{d}{dy} [\Psi(\alpha, y)] \quad (35)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial^2 V(x,y)}{\partial x^2} \cos(\alpha x) dx = -\alpha^2 \Psi(\alpha, y) \quad (36)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial^2 V(x,y)}{\partial y^2} \cos(\alpha x) dx = \frac{d^2}{dy^2} [\Psi(\alpha, y)] \quad (37)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x \partial y} \cos(\alpha x) dx = \alpha \frac{d}{dy} [\Phi(\alpha, y)] \quad (38)$$

olarak yazılabilir. Burada kısmi integrasyon uygulanmış ve

$$U(0) = U(\infty) = V(\infty) = \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=\infty} = \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{x=\infty} = \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{x=0} = 0$$

sınır şartları dikkate alınmıştır.

Yukarıdaki türev ifadeleri (31) ve (32) denklemlerinde yerlerine yazılıp gerekli düzenlemeler yapılırsa;

$$-(\lambda+2\mu)\alpha^2 \Phi(\alpha, y) + \mu \Phi''(\alpha, y) - (\lambda+\mu)\alpha \Psi'(\alpha, y) = 0 \quad (39)$$

$$(\lambda+2\mu)\Psi''(\alpha, y) - \alpha^2 \mu \Psi(\alpha, y) + (\lambda+\mu)\alpha \Phi'(\alpha, y) = 0 \quad (40)$$

adi diferansiyel denklem takımı elde edilir. Bu diferansiyel denklemlerdeki üsler y 'ye göre türevleri göstermektedir. Denklemleri çözmek için (39) denklemi y 'ye göre iki defa, (40) denklemi de y 'ye göre bir defa türetirirse,

$$-(\lambda+2\mu)\alpha^2 \Phi''(\alpha, y) + \mu \Phi''''(\alpha, y) - (\lambda+\mu)\alpha \Psi''(\alpha, y) = 0 \quad (41)$$

$$(\lambda+2\mu)\Psi''''(\alpha, y) - \alpha^2 \mu \Psi''(\alpha, y) + (\lambda+\mu)\alpha \Phi''(\alpha, y) = 0 \quad (42)$$

denklemleri elde edilir. Bu denklemlerden;

$$\Psi'''(\alpha, y) = \frac{1}{(\lambda+\mu)\alpha} [\mu\Phi''''(\alpha, y) - (\lambda+2\mu)\alpha^2\Phi''(\alpha, y)]$$

$$\Psi'(\alpha, y) = \frac{\lambda+2\mu}{\alpha^3(\lambda+\mu)} \Phi''''(\alpha, y) - \frac{2\lambda+3\mu}{\alpha(\lambda+\mu)} \Phi''(\alpha, y)$$

ifadeleri elde edilir. $\Psi'(\alpha, y)$ ifadesi (39) denkleminde yerine konulur ve gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$\Phi''''(\alpha, y) - 2\alpha^2\Phi''(\alpha, y) + \alpha^4\Phi(\alpha, y) = 0 \quad (43)$$

$\Phi(\alpha, y)$ 'ye göre dördüncü mertebeden sabit katsayılı, lineer, homojen diferansiyel denklem elde edilir. Bu diferansiyel denklemin çözümü $\Phi(\alpha, y) = e^{my}$ olarak aranır ve gerekli türevleri alınıp (43) denkleminde yerlerine konulursa,

$$m^4 - 2\alpha^2 m^2 + \alpha^4 = 0 \quad (44)$$

karakteristik denklemi elde edilir. Kökler; $m_1 = m_2 = \alpha$ ve $m_3 = m_4 = -\alpha$ olarak bulunur. Diferansiyel denklemin çözümü;

$$\Phi(\alpha, y) = (A_1 + A_2 y)e^{-\alpha y} + (A_3 + A_4 y)e^{\alpha y} \quad (45)$$

olur. $\Psi(\alpha, y)$ bilinmeyen fonksiyonunun çözümü ise (39) denkleminin y 'ye göre gerekli türevleri alınıp (40) denkleminde yerine yazılması ile aynı yolun izlenmesi durumunda,

$$\Psi(\alpha, y) = [A_1 + (\frac{\chi}{\alpha} + y)A_2]e^{-\alpha y} + [-A_3 + (\frac{\chi}{\alpha} - y)A_4]e^{\alpha y} \quad (46)$$

olarak elde edilir. Burada χ bir malzeme sabiti olup,

$$\text{düzlem gerilme halinde} \quad : \chi = (3-\nu)/(1+\nu)$$

$$\text{düzlem şekildeğiştirme halinde} \quad : \chi = 3-4\nu$$

şeklindedir. (45) ve (46) ifadelerindeki A_1, A_2, A_3 ve A_4 sınır şartlarından belirlenecek olan sabitlerdir.

$\Phi(\alpha, y)$ ve $\Psi(\alpha, y)$ (27) ve (28) denklemlerinde yerlerine yazılırsa, $U(x, y)$ ve $V(x, y)$ yerdeğiştirme ifadeleri,

$$U_h(x,y) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} [(A_1 + A_2 y)e^{-\alpha y} + (A_3 + A_4 y)e^{\alpha y}] \sin(\alpha x) d\alpha \quad (47)$$

$$V_h(x,y) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} [A_1 + (\frac{X}{\alpha} + y)A_2] e^{-\alpha y} + [-A_3 + (\frac{X}{\alpha} - y)A_4] e^{\alpha y} \cos(\alpha x) d\alpha \quad (48)$$

olarak elde edilirler. σ_x , σ_y , τ_{xy} gerilme bileşenleri (4), (5) ve (7) ifadelerinden u ve v yerdeğiştirmelerine bağlı olarak

$$\sigma_x = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \frac{\partial v}{\partial y} \quad (49)$$

$$\sigma_y = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \frac{\partial u}{\partial x} \quad (50)$$

$$\tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (51)$$

yazılırlar. (47) ve (48) ifadelerinde gerekli türevler alınıp (49), (50) ve (51) ifadelerinde yerlerine yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa, gerilme bileşenleri;

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\mu} \sigma_{xh}(x,y) &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ [\alpha(A_1 + A_2 y) - \frac{3-X}{2} A_2] e^{-\alpha y} \right. \\ &\quad \left. + [\alpha(A_3 + A_4 y) + \frac{3-X}{2} A_4] e^{\alpha y} \right\} \cos(\alpha x) d\alpha \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\mu} \sigma_{yh}(x,y) &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ -[\alpha(A_1 + A_2 y) + \frac{X+1}{2} A_2] e^{-\alpha y} \right. \\ &\quad \left. + [-\alpha(A_3 + A_4 y) + \frac{X+1}{2} A_4] e^{\alpha y} \right\} \cos(\alpha x) d\alpha \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\mu} \tau_{xyh}(x,y) &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ -[\alpha(A_1 + A_2 y) + \frac{X-1}{2} A_2] e^{-\alpha y} \right. \\ &\quad \left. + [\alpha(A_3 + A_4 y) - \frac{X-1}{2} A_4] e^{\alpha y} \right\} \sin(\alpha x) d\alpha \end{aligned} \quad (54)$$

olarak bulunurlar. Yukarıdaki ifadelerde geçen h indisi kütle kuvvetsiz haldeki gerilme ve yerdeğiştirme bileşenlerini göstermektedir.

Kütle kuvvetinin olması halinde gerilme ve yerdeğiştirme bileşenleri aşağıda verilen şekilde hesaplanırlar.

Şekildeğiştirmelerle yerdeğiştirmeler arasındaki bağıntılar,

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (55)$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (56)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (57)$$

olarak yazılabilir. Burada, ϵ_x , ϵ_y ve γ_{xy} sırasıyla x , y doğrultusundaki birim uzamaları ve dik koordinatlarda kayma şekildeğiştirme bileşenini göstermektedir. Gerilmelerle şekildeğiştirmeler arasındaki bağıntıyı ifade eden Hooke kanunları da,

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu \sigma_y] \quad (58)$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu \sigma_x] \quad (59)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy} \quad (60)$$

olarak yazılabilir. Yerdeğiştirme fonksiyonlarının seçilmesi ve gerekli türevlerin alınarak Navier denklemlerinde yerlerine yazılması ile;

$$U = U(x) \quad (61)$$

$$V = V(y) \quad (62)$$

$$(\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (63)$$

$$(\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) = \rho g \quad (64)$$

olur. Burada, ρ ve g sırasıyla yoğunluk ve yerçekim ivmesini göstermektedir. (63) denkleminde,

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = 0 \quad (65)$$

$$\frac{du}{dx} = a \quad (66)$$

$$u = ax + b \quad (67)$$

(64) denkleminde de,

$$\frac{d^2 v}{dy^2} = \frac{\rho g}{(\lambda + 2\mu)} \quad (68)$$

$$\frac{dv}{dy} = \frac{\rho g}{(\lambda + 2\mu)} y + c \quad (69)$$

$$v = \frac{\rho g}{2(\lambda + 2\mu)} y^2 + cy + d \quad (70)$$

olarak bulunurlar. Yukarıdaki ifadelerde geçen a, b, c ve d integrasyon sabitleridir. Kütle kuvveti ρg ve kalınlığı h olan tek tabaka için x eksenine tabaka altından geçmek üzere aşağıdaki sınır şartları yazılabilir.

$$U(0) = 0 \quad (71)$$

$$V(h) = 0 \quad (72)$$

$$\sigma_y = \rho g(y-h) \quad (73)$$

$$\int_0^{\infty} \sigma_x dy = 0 \quad (74)$$

Yazılan bu sınır şartlarının (65), (66), (67), (68), (69) ve (70) denklemlerine uygulanması ile;

$$a = \frac{3-\chi}{8\mu} \frac{\rho gh}{2}, \quad b = 0, \quad c = -\frac{\rho gh}{2\mu} \left[\frac{1+\chi}{8} + \frac{\chi-1}{\chi+1} \right] \quad \text{ve} \quad d = 0$$

olarak bulunur. Yer değiştirme ifadeleri ise;

$$U_p = \frac{3-\chi}{8\mu} \frac{\rho gh}{2} x \quad (75)$$

$$V_p = \frac{\rho g}{2\mu} y \left[\frac{\chi-1}{\chi+1} (y-h) - \frac{1+\chi}{8} \right] \quad 0 \leq y \leq h \quad (76)$$

olarak hesaplanır. Şekildeğiştirmelerden yararlanarak gerilme bileşenleri,

$$\sigma_{xp} = \frac{3-\chi}{\chi+1} \rho g(y - \frac{h}{2}) \quad (77)$$

$$\sigma_{yp} = \rho g(y-h) \quad (78)$$

$$\tau_{xyp} = 0 \quad (79)$$

olarak elde edilir. Yukarıdaki ifadelerde geçen p indisi kütle kuvvetinin olması durumunda özel çözümü göstermektedir. Genel gerilme ve yerdeğiştirme ifadeleri homojen ve özel çözümlerin toplamı olacağından;

$$U(x,y) = U_h(x,y) + U_p(x,y) \quad (80)$$

$$V(x,y) = V_h(x,y) + V_p(x,y) \quad (81)$$

$$\sigma_x(x,y) = \sigma_{xh}(x,y) + \sigma_{xp}(x,y) \quad (82)$$

$$\sigma_y(x,y) = \sigma_{yh}(x,y) + \sigma_{yp}(x,y) \quad (83)$$

$$\tau_{xy}(x,y) = \tau_{xyh}(x,y) + \tau_{xyp}(x,y) \quad (84)$$

olarak yazılabilir. Sonuç olarak elde edilen ifadeler aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$U(x,y) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} [(A_1+A_2y)^{-\alpha y} + (A_3+A_4y)e^{\alpha y}] \sin(\alpha x) d\alpha + \frac{3-\chi}{8\mu} \frac{\rho g h}{2} x \quad (85)$$

$$V(x,y) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \{ [A_1 + (\frac{\chi}{\alpha} + y)A_2] e^{-\alpha y} + [-A_3 + (\frac{\chi}{\alpha} - y)A_4] e^{\alpha y} \} \cos(\alpha x) d\alpha \\ + \frac{\rho g}{2\mu} y \left[\frac{\chi-1}{\chi+1} (y-h) - \frac{1+\chi}{8} h \right] \quad (86)$$

$$\frac{1}{2\mu} \sigma_x(x,y) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \{ [\alpha(A_1+A_2y) - \frac{3-\chi}{2} A_2] e^{-\alpha y} + [\alpha(A_3+A_4y) \\ + \frac{3-\chi}{2} A_4] e^{\alpha y} \} \cos(\alpha x) d\alpha + \frac{1}{2\mu} \frac{3-\chi}{1+\chi} \rho g (y - \frac{h}{2}) \quad (87)$$

$$\frac{1}{2\mu} \sigma_y(x,y) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ -\left[\alpha(A_1 + A_2 y) + \frac{1+\chi}{2} A_2 \right] e^{-\alpha y} + \right. \\ \left. \left[-\alpha(A_3 + A_4 y) + \frac{1+\chi}{2} A_4 \right] e^{\alpha y} \right\} \cos(\alpha x) d\alpha + \frac{1}{2\mu} \rho g(y-h) \quad (88)$$

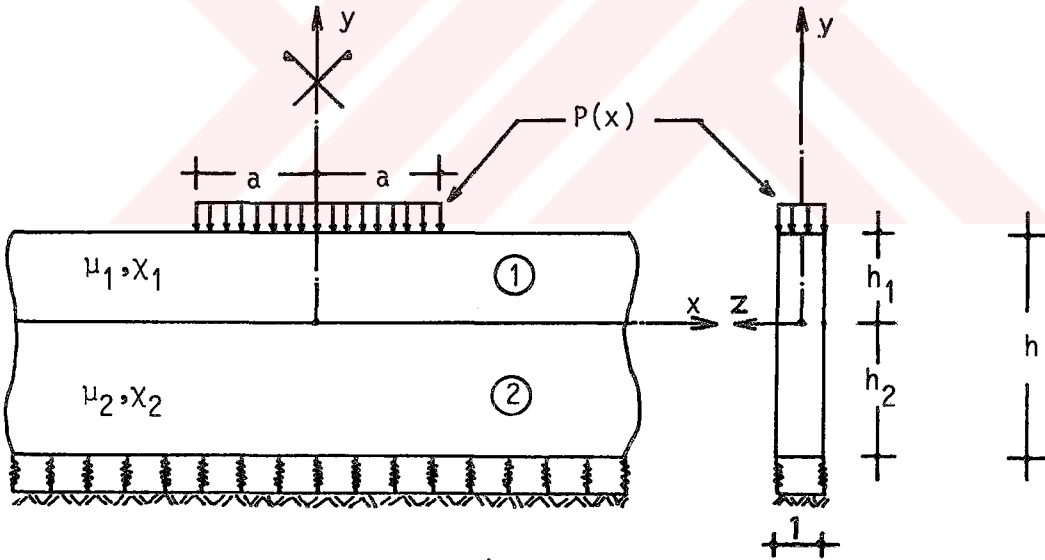
$$\frac{1}{2\mu} \tau_{xy}(x,y) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ -\left[\alpha(A_1 + A_2 y) + \frac{\chi-1}{2} A_2 \right] e^{-\alpha y} \right. \\ \left. + \left[\alpha(A_3 + A_4 y) - \frac{\chi-1}{2} A_4 \right] e^{\alpha y} \right\} \sin(\alpha x) d\alpha \quad (89)$$



3. ELASTİK MESNETLENMİŞ ÇİFT TABAKA (ŞERİT) PROBLEMİ

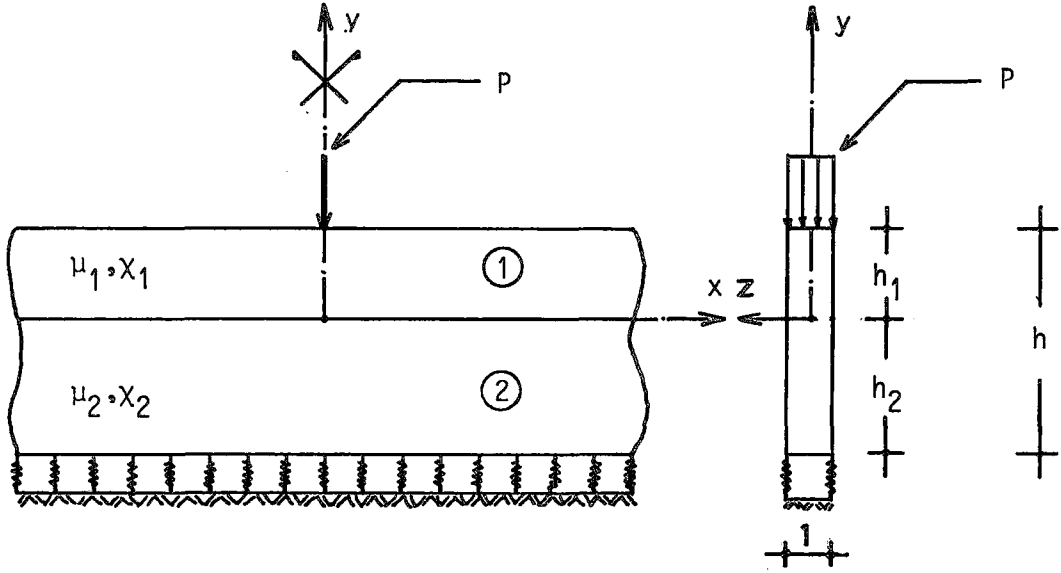
3.1 Problemin Tanımı

Ara yüzeyleri birbirine bağlanmış farklı iki malzemeden yapılmış, elastik mesnete oturan bileşik tabakaların gerilme ve yerdeğiştirmeleri elastisite teorisine göre çözülecektir. Çözümlerde kütle kuvvetinin olmadığı kabul edilecektir. Bileşik tabakalar $(-a, a)$ aralığında düzgün yayılı yüklerle yüklenmiş olup, tabakalar ve elastik mesnet x eksenine boyunca $(-\infty, +\infty)$ arasında uzanmaktadır (Şekil 1). Düzgün yayılı yük, elastik mesnet ve tabakalar y eksenine göre simetrik olduğundan hesaplar yayılı yük (dış yük) için $(0, +a)$, elastik mesnet ve tabakalar için ise $(0, +\infty)$ aralığında yapılacaktır. Elastik yay sabiti k_0 ($k_0 = \text{sabit}$) olarak alınmıştır.



Sekil 1. Düzgün yayılı yüklerle yüklü elastik mesnetlenmiş bileşik tabaka (şerit)

$(0, +a)$ aralığındaki düzgün yayılı yükün aralığını daraltmakla (a 'yı çok küçük almakla); problem tekil yüklerle yüklenmiş elastik mesnete oturan bileşik tabaka problemine dönüşmüş olur (Şekil 2). Problem düzlem hal için inceleneceğinden z doğrultusundaki kalınlıklar birim olarak alınmıştır (Şekil 1,2).



Sekil 2. Tekil yükü taşıyan elastik mesnetlenmiş bileşik tabaka (şerit)

3.2 Kullanılacak Denklemler

Kütle kuvvetleri ihmal edildiği için çözümde (52), (53) ve (54) ifadeleri kullanılarak her iki tabaka için bu ifadeler yeniden yazılacaktır.

1 nolu tabakanın yüksekliği h_1 , elastik sabitleri μ_1 ve ν_1 dir.

2 nolu tabakanın ise yüksekliği h_2 , elastik sabitleri μ_2 ve ν_2 dir.

Bu verilere göre gerilme ve yerdeğiştirme ifadeleri;

1 nolu tabaka için ($0 \leq y \leq h_1$, $0 \leq x \leq +\infty$):

$$U_1(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} [(A_1 + A_2 y) e^{-\alpha y} + (A_3 + A_4 y) e^{\alpha y}] \sin(\alpha x) d\alpha \quad (90)$$

$$V_1(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ \left[A_1 + \left(\frac{\chi_1}{\alpha} + y \right) A_2 \right] e^{-\alpha y} + \left[-A_3 + \left(\frac{\chi_1}{\alpha} - y \right) A_4 \right] e^{\alpha y} \right\} \cos(\alpha x) d\alpha \quad (91)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\mu_1} \sigma_{x_1}(x, y) &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ \left[\alpha (A_1 + A_2 y) - \frac{3-\chi_1}{2} A_2 \right] e^{-\alpha y} \right. \\ &\quad \left. + \left[\alpha (A_3 + A_4 y) + \frac{3-\chi_1}{2} A_4 \right] e^{\alpha y} \right\} \cos(\alpha x) d\alpha \end{aligned} \quad (92)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\mu_1} \sigma_{y_1}(x,y) &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ [-\alpha(A_1+A_2y) - \frac{1+\chi_1}{2} A_2] e^{-\alpha y} \right. \\ &\quad \left. + [-\alpha(A_3+A_4y) + \frac{1+\chi_1}{2} A_4] e^{\alpha y} \right\} \cos(\alpha x) d\alpha \end{aligned} \quad (93)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\mu_1} \tau_{xy_1}(x,y) &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ [-\alpha(A_1+A_2y) - \frac{\chi_1-1}{2} A_2] e^{-\alpha y} \right. \\ &\quad \left. + [\alpha(A_3+A_4y) - \frac{\chi_1-1}{2} A_4] e^{\alpha y} \right\} \sin(\alpha x) d\alpha \end{aligned} \quad (94)$$

2 nolu tabaka için $(-h_2 \leq y \leq 0, 0 \leq x \leq \infty)$:

$$U_2(x,y) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} [(B_1+B_2y)e^{-\alpha y} + (B_3+B_4y)e^{\alpha y}] \sin(\alpha x) d\alpha \quad (95)$$

$$V_2(x,y) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ [B_1 + (\frac{\chi_2}{\alpha} + y)B_2] e^{-\alpha y} + [-B_3 + (\frac{\chi_2}{\alpha} - y)B_4] e^{\alpha y} \right\} \cos(\alpha x) d\alpha \quad (96)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\mu_2} \sigma_{x_2}(x,y) &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ [\alpha(B_1+B_2y) - \frac{3-\chi_2}{2} B_2] e^{-\alpha y} \right. \\ &\quad \left. + [\alpha(B_3+B_4y) + \frac{3-\chi_2}{2} B_4] \right\} \cos(\alpha x) d\alpha \end{aligned} \quad (97)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\mu_2} \sigma_{y_2}(x,y) &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ [-\alpha(B_1+B_2y) - \frac{1+\chi_2}{2} B_2] e^{-\alpha y} \right. \\ &\quad \left. + [-\alpha(B_3+B_4y) + \frac{1+\chi_2}{2} B_4] e^{\alpha y} \right\} \cos(\alpha x) d\alpha \end{aligned} \quad (98)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\mu_2} \tau_{xy_2}(x,y) &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ [-\alpha(B_1+B_2y) - \frac{\chi_2-1}{2} B_2] e^{-\alpha y} \right. \\ &\quad \left. + [\alpha(B_3+B_4y) - \frac{\chi_2-1}{2} B_4] e^{\alpha y} \right\} \sin(\alpha x) d\alpha \end{aligned} \quad (99)$$

olarak yazılabilir.

3.3 Sınır Şartları

$U(x,y)$, $V(x,y)$ yerdeğiştirme, $\sigma_x(x,y)$, $\sigma_y(x,y)$ ve $\tau_{xy}(x,y)$ de gerilme bileşenlerini göstermek üzere sınır şartları:

$$\sigma_{y_1}(x, h_1) = -P(x) \quad 0 \leq x \leq a \quad (100)$$

$$\sigma_{y_2}(x, -h_2) = k_0 V_2(x, -h_2) \quad (101)$$

$$\sigma_{y_1}(x, 0) = \sigma_{y_2}(x, 0) \quad (102)$$

$$\tau_{xy_1}(x, h_1) = 0 \quad (103)$$

$$\tau_{xy_2}(x, -h_2) = 0 \quad (104)$$

$$\tau_{xy_1}(x, 0) = \tau_{xy_2}(x, 0) \quad (105)$$

$$U_1(x, 0) = U_2(x, 0) \quad (106)$$

$$V_1(x, 0) = V_2(x, 0) \quad (107)$$

olarak yazılabilir.

3.4 Katsayıların Belirlenmesi

Sınır şartlarında 1 ve 2 nolu elemanlara ait gerilme ve yerdeğiştirme ifadelerinin kullanılması ve ters integral dönüşüm alınması sonucu bu ifadelerdeki bilinmeyen A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , B_1 , B_2 , B_3 ve B_4 katsayılarını içeren 8 denklem elde edilir.

$$\begin{aligned} & -2\alpha A_1 - (\chi_1 + 1 + 2\alpha h_1) A_2 - 2\alpha e^{2\alpha h_1} A_3 + (1 + \chi_1 - 2\alpha h_1) e^{2\alpha h_1} A_4 \\ & = - \frac{e^{\alpha h_1}}{\mu_1} \int_0^{\infty} P(x) \cos(\alpha x) dx \end{aligned} \quad (108)$$

$$-2\alpha A_1 - (X_1 - 1 + 2\alpha h_1) A_2 + 2\alpha e^{2\alpha h_1} A_3 + (1 - X_1 + 2\alpha h_1) e^{2\alpha h_1} A_4 = 0 \quad (109)$$

$$\begin{aligned} -2\alpha A_1 - (X_1 + 1) A_2 - 2\alpha A_3 + (X_1 + 1) A_4 + 2\alpha \frac{\mu_2}{\mu_1} B_1 + (X_2 + 1) \frac{\mu_2}{\mu_1} B_2 \\ + 2\alpha \frac{\mu_2}{\mu_1} B_3 - (X_2 + 1) \frac{\mu_2}{\mu_1} B_4 = 0 \end{aligned} \quad (110)$$

$$\begin{aligned} -2\alpha A_1 - (X_1 - 1) A_2 + 2\alpha A_3 - (X_1 - 1) A_4 + 2\alpha \frac{\mu_2}{\mu_1} B_1 + (X_2 - 1) \frac{\mu_2}{\mu_1} B_2 \\ - 2\alpha \frac{\mu_2}{\mu_1} B_3 + (X_2 - 1) \frac{\mu_2}{\mu_1} B_4 = 0 \end{aligned} \quad (111)$$

$$\alpha A_1 + X_1 A_2 - \alpha A_3 + X_1 A_4 - \alpha B_1 - X_2 B_2 + \alpha B_3 - X_2 B_4 = 0 \quad (112)$$

$$A_1 + A_3 - B_1 - B_3 = 0 \quad (113)$$

$$-2\alpha B_1 - (X_2 - 1 - 2\alpha h_2) B_2 + 2\alpha e^{-2\alpha h_2} B_3 - (X_2 - 1 + 2\alpha h_2) e^{-2\alpha h_2} B_4 = 0 \quad (114)$$

$$\begin{aligned} -(2\alpha + k) B_1 + (2\alpha h_2 - X_2 - 1 - k \frac{X_2}{\alpha} + k h_2) B_2 + (-2\alpha + k) e^{-2\alpha h_2} B_3 \\ + (X_2 + 1 + 2\alpha h_2 - k \frac{X_2}{\alpha} - k h_2) e^{-2\alpha h_2} B_4 = 0 \end{aligned} \quad (115)$$

Burada;

$$k = \frac{k_0}{\mu_2} \text{ dir.}$$

Bu denklem takımının çözülmesi ile bilinmeyenler $A_1, A_2, A_3, A_4, B_1, B_2, B_3$ ve B_4 α nın fonksiyonu olarak hesaplanırlar. Katsayılar aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned}
\alpha A_1 = & -\frac{p^*}{\Delta} \frac{e^{-\alpha h_1}}{2\mu_1} \{4\alpha \{ (\chi_1 - 1 + 2\alpha h_1) Y_1 A e^{-2\alpha h_1} + \{Z_1 + 2\alpha h_1 Z_2 + e^{-2\alpha h_2} \\
& [Z_3 + 2\alpha h_2 Z_4 + 4\alpha^2 h_2^2 Z_5 + e^{-2\alpha h_2} Z_1 + 2\alpha h_1 (Z_6 + 2\alpha h_2 Z_7 + 4\alpha^2 h_2^2 Z_8 + e^{-2\alpha h_2} Z_2)] \} \} \\
& + k \{ (\chi_1 - 1 + 2\alpha h_1) Y_1 K e^{-2\alpha h_1} + \{Z_9 + 2\alpha h_1 Z_{10} + e^{-2\alpha h_2} [Z_{11} + 2\alpha h_2 Z_{12} \\
& - e^{-2\alpha h_2} Z_9 + 2\alpha h_1 (Z_{13} + 2\alpha h_2 Z_{14} - e^{-2\alpha h_2} Z_{10})] \} \} \} \} \quad (116)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_2 = & \frac{p^*}{\Delta} \frac{e^{-\alpha h_1}}{2\mu_1} \{8\alpha \{ Y_1 A e^{-2\alpha h_1} + \{Z_{15} (1 + 2\alpha h_1) + e^{-2\alpha h_2} [Z_{16} - 2\alpha h_2 Z_7 \\
& + 4\alpha^2 h_2^2 Z_{17} + e^{-2\alpha h_2} Z_{15} + 2\alpha h_1 (Z_{16} + 4\alpha^2 h_2^2 Z_{17} + e^{-2\alpha h_2} Z_{15})] \} \} \\
& + 2k \{ Y_1 K e^{-2\alpha h_1} + \{Z_{18} (1 + 2\alpha h_1) + e^{-2\alpha h_2} [-Z_{13} + 2\alpha h_2 Z_{19} \\
& - e^{-2\alpha h_2} Z_{18} + 2\alpha h_1 (2\alpha h_2 Z_{19} - e^{-2\alpha h_2} Z_{18})] \} \} \} \} \quad (117)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\alpha A_3 = & -\frac{p^*}{\Delta} \frac{e^{-\alpha h_1}}{2\mu_1} \{4\alpha \{ -(1 - \chi_1 + 2\alpha h_1) Y_2 A + e^{-2\alpha h_1} \{Z_1 - 2\alpha h_1 Z_2 + e^{-2\alpha h_2} \\
& [Z_3 - 2\alpha h_2 Z_4 + 4\alpha^2 h_2^2 Z_5 + e^{-2\alpha h_2} Z_1 + 2\alpha h_1 (-Z_6 + 2\alpha h_2 Z_7 - 4\alpha^2 h_2^2 Z_8 - e^{-2\alpha h_2} Z_2)] \} \} \\
& + k \{ -(1 - \chi_1 + 2\alpha h_1) Y_2 K + e^{-2\alpha h_1} \{Z_9 - 2\alpha h_1 Z_{10} + e^{-2\alpha h_2} [-Z_{11} + 2\alpha h_2 Z_{12} \\
& - e^{-2\alpha h_2} Z_9 + 2\alpha h_1 (Z_{13} - 2\alpha h_2 Z_{14} + e^{-2\alpha h_2} Z_{10})] \} \} \} \} \quad (118)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_4 = & \frac{p^*}{\Delta} \frac{e^{-\alpha h_1}}{2\mu_1} \{8\alpha \{ -Y_2 A + e^{-2\alpha h_1} \{Z_{15} (2\alpha h_1 - 1) + e^{-2\alpha h_2} [-Z_{16} - 2\alpha h_2 Z_7 \\
& - 4\alpha^2 h_2^2 Z_{17} - e^{-2\alpha h_2} Z_{15} + 2\alpha h_1 (Z_{16} + 4\alpha^2 h_2^2 Z_{17} + e^{-2\alpha h_2} Z_{15})] \} \} \\
& + 2k \{ -Y_2 K + e^{-2\alpha h_1} \{Z_{18} (2\alpha h_1 - 1) + e^{-2\alpha h_2} [-Z_{13} - 2\alpha h_2 Z_{19} + e^{-2\alpha h_2} Z_{18} \\
& + 2\alpha h_1 (2\alpha h_2 Z_{19} - e^{-2\alpha h_2} Z_{18})] \} \} \} \} \quad (119)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\alpha B_1 = & -\frac{p^*}{\Delta} \frac{e^{-\alpha h_1}}{2\mu_1} \{ 4\alpha(\chi_1+1)e^{-2\alpha h_2} \{-R_8-R_9-2\alpha h_2 R_7+4\alpha^2 h_2^2 R_{11}+2\alpha h_1(-R_{12}+2\alpha h_2 R_4) \\
& +e^{-2\alpha h_2}(R_9+2\alpha h_1 R_{10})+e^{-2\alpha h_1} [R_8-R_7-2\alpha h_2 R_9+R_3(2\alpha h_1-4\alpha^2 h_2^2) \\
& +2\alpha h_1(2\alpha h_2 R_{10}+4\alpha^2 h_2^2 R_3)+e^{-2\alpha h_2}(R_7+2\alpha h_1 R_4)] \} +k e^{-2\alpha h_2} \{(\chi_1+1) \\
& \{R_{13}-2\alpha h_2 R_5+2\alpha h_1 R_{14}+e^{-2\alpha h_2}(R_{16}+2\alpha h_1 R_{17})+e^{-2\alpha h_1} [-R_{16}+2\alpha h_2 R_6(1-2\alpha h_1) \\
& +2\alpha h_1 R_{17}+e^{-2\alpha h_2}(-R_{13}+2\alpha h_1 R_{14})] \} +R_{15}(1+e^{-2\alpha h_2})(1-e^{-2\alpha h_1}) \} \} \quad (120)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_2 = & \frac{p^*}{\Delta} \frac{e^{-\alpha h_1}}{2\mu_1} (\chi_1+1) \{ 8\alpha e^{-2\alpha h_2} \{-R_4(1+2\alpha h_1)+2\alpha h_2 R_1-e^{-2\alpha h_2} R_3(1+2\alpha h_1) \\
& +e^{-2\alpha h_1} [-R_2+2\alpha h_2 R_3(1-2\alpha h_1)-e^{-2\alpha h_2} R_1] \} +2k e^{-2\alpha h_2} \{R_5+e^{-2\alpha h_2} R_6(1+2\alpha h_1) \\
& +e^{-2\alpha h_1} [R_6(2\alpha h_1-1)-e^{-2\alpha h_2} R_5] \} \} \quad (121)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\alpha B_3 = & -\frac{p^*}{\Delta} \frac{e^{-\alpha h_1}}{2\mu_1} \{ 4\alpha(\chi_1+1) \{R_7-2\alpha h_1 R_4+e^{-2\alpha h_2} [R_8-R_7+2\alpha h_2 R_9-4\alpha^2 h_2^2 R_3 \\
& +2\alpha h_1(-R_3+2\alpha h_2 R_{10}-4\alpha^2 h_2^2 R_3)] +e^{-2\alpha h_1} \{R_9-2\alpha h_1 R_{10}+e^{-2\alpha h_2} [-R_8-R_9 \\
& +2\alpha h_2 R_7+4\alpha^2 h_2^2 R_{11}+2\alpha h_1(R_{12}+2\alpha h_2 R_4)] \} \} +k \{(\chi_1+1) \{R_{13}+2\alpha h_1 R_{14} \\
& +e^{-2\alpha h_2} [R_{16}+2\alpha h_1 R_{17}+2\alpha h_2 R_6(1+2\alpha h_1)] +e^{-2\alpha h_1} [-R_{16}+2\alpha h_1 R_{17} \\
& +e^{-2\alpha h_2}(-R_{13}-2\alpha h_2 R_5+2\alpha h_1 R_{14})] \} +R_{15}(1+e^{-2\alpha h_2})(1-e^{-2\alpha h_1}) \} \} \quad (122)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_4 = & \frac{p^*}{\Delta} \frac{e^{-\alpha h_1}}{2\mu_1} (\chi_1+1) \{ 8\alpha \{R_1+e^{-2\alpha h_2} [R_2+2\alpha h_2 R_3(1+2\alpha h_1)] \\
& +e^{-2\alpha h_1} \{R_3(1-2\alpha h_1)+e^{-2\alpha h_2} [R_4(1-2\alpha h_1)+2\alpha h_2 R_1] \} \} \\
& +2k \{-R_5+e^{-2\alpha h_2} [-R_6(1+2\alpha h_1)] +e^{-2\alpha h_1} [R_6(1-2\alpha h_1)+e^{-2\alpha h_2} R_5] \} \} \quad (123)
\end{aligned}$$

Katsayılar da geçen notasyonlar aşağıda tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned} \Delta = & 16\alpha\{Y1A e^{-4\alpha h_1} + Y2A e^{-2\alpha h_1} \{Z20 + e^{-2\alpha h_2} (Z21 - 2 \cdot 2\alpha h_1 \cdot 2\alpha h_2 Z7 + 4\alpha^2 h_2^2 Z22 \\ & + e^{-2\alpha h_2} Z20) + 4\alpha^2 h_1^2 [Z15 + e^{-2\alpha h_2} (Z16 + 4\alpha^2 h_2^2 Z17 + e^{-2\alpha h_2} Z15)] \} \} \\ & + 4k\{Y1K e^{-4\alpha h_1} + Y2K e^{-2\alpha h_1} \{Z23 + e^{-2\alpha h_2} [2 \cdot 2\alpha h_2 Z24 + 2 \cdot 2\alpha h_1 Z25 \\ & - e^{-2\alpha h_2} Z23] + 4\alpha^2 h_1^2 [Z18 + e^{-2\alpha h_2} (2 \cdot 2\alpha h_1 Z19 - e^{-2\alpha h_2} Z18)] \} \} \end{aligned}$$

$$Y1A = Z26 + e^{-2\alpha h_2} (Z27 + 4\alpha^2 h_2^2 Z28 + e^{-2\alpha h_2} Z29)$$

$$Y2A = Z29 + e^{-2\alpha h_2} (Z27 + 4\alpha^2 h_2^2 Z28 + e^{-2\alpha h_2} Z26)$$

$$Y1K = Z30 + e^{-2\alpha h_2} (2 \cdot 2\alpha h_2 Z31 - e^{-2\alpha h_2} Z32)$$

$$Y2K = Z32 + e^{-2\alpha h_2} (2 \cdot 2\alpha h_2 Z31 - e^{-2\alpha h_2} Z30)$$

$$Z1 = 2X_2 - 2X_1 X_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} [-4X_1 + 4X_1 X_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (2X_1 - 2X_1^2)]$$

$$Z2 = -2X_1 X_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (-2X_1 + 2X_1 X_2 + 2X_1 \frac{\mu_2}{\mu_1})$$

$$Z3 = 2 - 2X_1 + 2X_2^2 - 2X_1 X_2^2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} [8X_1 - 8X_1 X_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (-4X_1 + 4X_1^2)]$$

$$Z4 = \frac{\mu_2}{\mu_1} (2 + 2X_2 - 2X_1^2 X_2 - 2X_1^2)$$

$$Z5 = 2 - 2X_1 + \frac{\mu_2}{\mu_1} [8X_1 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (-2X_1 + 2X_1^2)]$$

$$Z6 = -2X_1 - 2X_1 X_2^2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (4X_1 - 4X_1 X_2 - 4X_1 \frac{\mu_2}{\mu_1})$$

$$Z7 = \frac{\mu_2}{\mu_1} (2 + 2X_2 + 2X_1 + 2X_1 X_2)$$

$$Z_8 = -2X_1 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (4X_1 - 2X_1 \frac{\mu_2}{\mu_1})$$

$$Z_9 = 2X_2 + 2X_2^2 - 2X_1X_2^2 - 2X_1X_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} [-4X_1 + 4X_1X_2^2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (2X_1X_2 - 2X_1^2X_2 + 2X_1 - 2X_1^2)]$$

$$Z_{10} = -2X_1X_2 - 2X_1X_2^2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} [-2X_1 + 2X_1X_2^2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (2X_1 + 2X_1X_2)]$$

$$Z_{11} = \frac{\mu_2}{\mu_1} (-2 - 4X_2 + 2X_1^2 - 2X_2^2 + 4X_1X_2 + 2X_1^2X_2^2)$$

$$Z_{12} = -2 + 2X_1 + 2X_1X_2 - 2X_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} [-8X_1 - 8X_1X_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (2X_1 - 2X_1^2 + 2X_1X_2 - 2X_1^2X_2)]$$

$$Z_{13} = \frac{\mu_2}{\mu_1} (-2 - 2X_1 - 4X_2 - 4X_1X_2 - 2X_2^2 - 2X_1X_2^2)$$

$$Z_{14} = 2X_1 + 2X_1X_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} [-4X_1X_2 - 4X_1 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (2X_1 + 2X_1X_2)]$$

$$Z_{15} = -2X_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (-2 + 2X_2 + 2 \frac{\mu_2}{\mu_1})$$

$$Z_{16} = -2 - 2X_2^2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (4 - 4X_2 - 4 \frac{\mu_2}{\mu_1})$$

$$Z_{17} = -2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (4 - 2 \frac{\mu_2}{\mu_1})$$

$$Z_{18} = -2X_2 - 2X_2^2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} [-2 + 2X_2^2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (2 + 2X_2)]$$

$$Z_{19} = 2 + 2X_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} [-4 - 4X_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (2 + 2X_2)]$$

$$Z_{20} = -4X_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} [-2 + 2X_1 + 2X_2 - 2X_1X_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (2 + 2X_1^2)]$$

$$Z_{21} = -4 - 4X_2^2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} [4 - 4X_1 - 4X_2 + 4X_1X_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (-4 - 4X_1^2)]$$

$$Z_{22} = -4 + \frac{\mu_2}{\mu_1} [4 - 4X_1 - \frac{\mu_2}{\mu_1} (2 + 2X_1^2)]$$

$$Z_{23} = -4x_2 - 4x_2^2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} [-2 + 2x_1 + 2x_2^2 - 2x_1x_2^2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (2 + 2x_2 + 2x_1^2 + 2x_1^2x_2)]$$

$$Z_{24} = 4 + 4x_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} [-4 - 4x_2 + 4x_1 + 4x_1x_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (2 + 2x_2 + 2x_1^2 + 2x_1^2x_2)]$$

$$Z_{25} = \frac{\mu_2}{\mu_1} (2 + 2x_1 + 4x_2 + 4x_1x_2 + 2x_2^2 + 2x_1x_2^2)$$

$$Z_{26} = 2x_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (-2x_2 - 2x_1 + 2x_1 \frac{\mu_2}{\mu_1})$$

$$Z_{27} = 2 + 2x_2^2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (-2 + 2x_1 + 2x_2 - 2x_1x_2 - 4x_1 \frac{\mu_2}{\mu_1})$$

$$Z_{28} = 2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (-2 + 2x_1 - 2x_1 \frac{\mu_2}{\mu_1})$$

$$Z_{29} = 2x_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (2 + 2x_1x_2 + 2x_1 \frac{\mu_2}{\mu_1})$$

$$Z_{30} = 2x_2 + 2x_2^2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} [-2x_1 - 2x_2 - 2x_1x_2 - 2x_2^2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (2x_1 + 2x_1x_2)]$$

$$Z_{31} = -2 - 2x_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} [2 + 2x_2 - 2x_1 - 2x_1x_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (2x_1 + 2x_1x_2)]$$

$$Z_{32} = 2x_2 + 2x_2^2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} [2 + 2x_2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_2^2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (2x_1 + 2x_1x_2)]$$

$$R_1 = -2 - 2x_1 \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

$$R_2 = -2x_2 + 2x_1 \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

$$R_3 = 2 - 2 \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

$$R_4 = 2x_2 + 2 \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

$$R5 = 2 + 2x_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1} (2x_1 + 2x_1x_2)$$

$$R6 = 2 + 2x_2 - \frac{\mu_2}{\mu_1} (2 + 2x_2)$$

$$R7 = \frac{\mu_2}{\mu_1} (-2 + 2x_1x_2)$$

$$R8 = -2 + 2x_2^2$$

$$R9 = \frac{\mu_2}{\mu_1} (2x_2 - 2x_1)$$

$$R10 = -2x_2 + 2x_2 \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

$$R11 = 2 + 2x_1 \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

$$R12 = 2x_2^2 + 2x_2 \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

$$R13 = \frac{\mu_2}{\mu_1} (-2 + 2x_1x_2^2)$$

$$R14 = -2x_2 - 2x_2^2 - \frac{\mu_2}{\mu_1} (2 + 2x_2)$$

$$R15 = \frac{\mu_2}{\mu_1} (-2x_2 + 2x_1^2x_2)$$

$$R16 = \frac{\mu_2}{\mu_1} (2x_1 - 2x_2^2)$$

$$R17 = 2x_2 + 2x_2^2 - \frac{\mu_2}{\mu_1} (2x_2 + 2x_2^2)$$

$$P(x) = P_0/2 = \text{Sabit}$$

alınırsa, yük fonksiyonunun Fourier dönüşümü;

$$P_d = - \frac{e^{\alpha h_1}}{2\mu_1} P_0 \int_0^{\infty} \cos(\alpha x) dx = - \frac{e^{\alpha h_1}}{2\mu_1} P_0 \frac{\sin(\alpha a)}{\alpha}$$

olarak bulunur. Eğer,

$$P^* = P_0 \frac{\sin(\alpha a)}{\alpha}$$

olarak yazılırsa, yük fonksiyonunun Fourier dönüşümü;

$$P_d = - P^* \frac{e^{\alpha h_1}}{2\mu_1} \quad (124)$$

olur.

3.5 Elastik Mesnetlenmiş Tek Tabaka Problemine Geçiş

Elastik mesnetlenmiş bileşik tabaka probleminden elastik mesnetlenmiş tek tabaka problemine geçişte katsayılarda bir takım değişiklikler yapmak gerekir.

Elastik mesnetlenmiş bileşik tabaka problemindeki katsayılarda, $h_1 = h_2 = 0.5h$, $\chi_1 = \chi_2 = \chi$ ve $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ olarak alınırsa problem tek tabaka problemine dönüşmüş olur. Burada eksen takımının kirişin ortasından geçtiği kabulü yapılmıştır.

Bu şekilde hesaplanan katsayılar düzenlenerek şöyle yazılabilir;

$$\alpha D_1 = - \frac{PS}{\Delta^*} e^{-\alpha h} \{ 4\alpha \{ T_3 + \alpha h T_4 + T_1 [2\alpha^2 h^2 + (\chi-1+\alpha h)e^{-2\alpha h}] \} + k \{ T_5 - T_2 [3\alpha h + (\chi-1 + \alpha h) e^{-2\alpha h}] \} \} \quad (125)$$

$$D_2 = \frac{PS}{\Delta^*} e^{-\alpha h} [8\alpha T_1 (e^{-2\alpha h} - 1 - 2\alpha h) - 2k T_2 (e^{-2\alpha h} - 1)] \quad (126)$$

$$\alpha D_3 = - \frac{PS}{\Delta^*} \{ 4\alpha [e^{-2\alpha h} (T_3 - \alpha h T_4) + T_1 (2\alpha^2 h^2 e^{-2\alpha h} - 1 + \chi - \alpha h)] + k [-T_5 e^{-2\alpha h} + T_2 (-3\alpha h e^{-2\alpha h} - 1 + \chi - \alpha h)] \} \quad (127)$$

$$D_4 = \frac{PS}{\Delta^*} \{8\alpha T_1 [-1 + e^{-2\alpha h}(1 - 2\alpha h)] - 2k T_2(1 - e^{-2\alpha h})\} \quad (128)$$

Yukarıdaki ifadelerde geçen notasyonlar aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$PS = \frac{P^*}{2\mu} e^{-0.5\alpha h}$$

$$k = \frac{k_0}{\mu}$$

$$\Delta^* = 16\alpha T_1 [1 + e^{-2\alpha h}(-2 - 4\alpha^2 h^2 + e^{-2\alpha h})] + 4k T_2 [1 + e^{-2\alpha h}(4\alpha h - e^{-2\alpha h})]$$

$$T_1 = 2 + 4\chi + 2\chi^2$$

$$T_2 = 2 + 6\chi + 6\chi^2 + 2\chi^3$$

$$T_3 = 2 + 2\chi - 2\chi^2 - 2\chi^3$$

$$T_4 = 2 - 6\chi^2 - 4\chi^3$$

$$T_5 = -2 - 4\chi + 4\chi^3 + 2\chi^4$$

4. GERİLMELERİN BULUNMASI

Önceki bölümde hesaplanan $A_1, A_2, A_3, A_4, B_1, B_2, B_3$ ve B_4 katsayıları gerilme ve yerdeğiştirme ifadelerinde yerine konarak $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ gerilmeleri ve U ve V yerdeğiştirmeleri bulunmuş olur. Hesaplamalarda integrasyon işleminin sağlıklı yapılabilmesi için gerilme ve yerdeğiştirme ifadelerinde çekirdeklerin yakınsama durumunun incelenmesi gerekir.

4.1 Gerilme ve Yerdeğiştirme Çekirdeklerinin Yakınsama Kontrolü

Katsayıların gerilme ve yerdeğiştirme ifadelerinde yerlerine konulması ve integral içinin çıkartılarak α 'ya artımlar verilmesi ile çekirdeklerin yakınsayıp yakınsamadığı kontrol edilmiştir.

İncelemeler sonunda $y \rightarrow h_1$ durumunda $\sigma_x(x,y)$ ve $\sigma_y(x,y)$ normal gerilmelerine ait çekirdeklerde yakınsamanın bozulduğu görülmüştür. Diğer durumlarda gerilme ve yerdeğiştirmelere ait çekirdeklerin yakınsadığı yani sürekli olarak sıfıra yaklaştıkları görülmüştür. Gerilmelere ait çekirdeklerin bozulmasının nedeni; bu ifadeler içerisinde yakınsamayı bozan terimlerin olmasıdır. Yakınsamayı bozan bu terimlerin (singüler terimler) gerilme ifadeleri içerisinde çıkartılması ve yerine bu terimlerin kapalı integrallerinin eklenmesi gerekmektedir.

$\sigma_{x_1}(x,y)$ ve $\sigma_{y_1}(x,y)$ normal gerilmelerine ait çekirdekleri bozan singüler terimlerin $e^{-\alpha(h_1-y)}$ nin katsayı olarak bulunduğu ifadelerde ortaya çıktığı görülmüştür. Bu singüler terimler araştırıldığında;

$y \rightarrow h_1$ durumunda;

$$\sigma_{x_1s}(x,y) = \frac{2}{\pi} \frac{P_0}{2a} \int_0^{\infty} \left(-\frac{1}{\alpha} + h_1 - y\right) e^{-\alpha(h_1-y)} \sin(\alpha a) \cos(\alpha x) d\alpha \quad (129)$$

$$\sigma_{y_1s}(x,y) = \frac{2}{\pi} \frac{P_0}{2a} \int_0^{\infty} \left(-\frac{1}{\alpha} - h_1 + y\right) e^{-\alpha(h_1-y)} \sin(\alpha a) \cos(\alpha x) d\alpha \quad (130)$$

olarak bulunur. Bu singüler terimlerin kapalı integralleri ise;

$$\sigma_{x_{1K}}(x,y) = \frac{P_0}{4a} \left\{ -\operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{a+x}{h_1-y}\right) - \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{a-x}{h_1-y}\right) \right. \\ \left. + (h_1-y) \left[\frac{a+x}{(h_1-y)^2+(a+x)^2} + \frac{a-x}{(h_1-y)^2+(a-x)^2} \right] \right\} \quad (131)$$

$$\sigma_{y_{1K}}(x,y) = \frac{P_0}{4a} \left\{ -\operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{a+x}{h_1-y}\right) - \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{a-x}{h_1-y}\right) \right. \\ \left. - (h_1-y) \left[\frac{a+x}{(h_1-y)^2+(a+x)^2} + \frac{a-x}{(h_1-y)^2+(a-x)^2} \right] \right\} \quad (132)$$

olarak yazılabilir.

Yakınsamayı bozan (129) ve (130) ifadeleri ile verilen singüler terimlerin gerilme ifadelerinden çıkartılarak bunlara karşı gelen (131) ve (132) ifadelerindeki kapalı integrallerin ilave edilmesi ile çekirdeklerde meydana gelen bozulmalar giderilmiş olur. Eğer bu işlemler yapılırsa sonuçta gerilme ifadeleri;

$$\sigma_{x_1}^*(x,y) = \sigma_{x_1}(x,y) - \sigma_{x_{1S}}(x,y) + \sigma_{x_{1K}}(x,y) \quad (133)$$

$$\sigma_{y_1}^*(x,y) = \sigma_{y_1}(x,y) - \sigma_{y_{1S}}(x,y) + \sigma_{y_{1K}}(x,y) \quad (134)$$

olur.

4.2 Gerilmelerin incelenmesi

Yukarıda yapılan yakınsama kontrolü sayısal integral işleminin sağlıklı yapılması ve integral sınırlarının belirlenmesi amacına yöneliktir. Bunun için öncelikle gerilme ve yerdeğiştirme ifadelerinin sağ tarafları yüksekliğin oranları şekline getirilmiş ve hesaplar boyutsuz olarak yapılmıştır.

Önceki bölümde hesaplanmış olan $A_1, A_2, A_3, A_4, B_1, B_2, B_3$ ve B_4 katsayıları gerilme ifadelerinde yerlerine konulmuş ve bu ifadeler,

içerisindeki singüler terimlerden ayıklanarak belirlenen integral sınırları içerisinde sayısal yöntemle (Laguer) integre edilmiştir. Daha sonra gerilme ifadelerinden çıkartılmış olan singüler terimlerin kapalı integralleri ile sayısal integraller toplanarak gerilme alanları hesaplanmıştır.

Sonuçta gerilme alanları σ_x/P_0 , σ_y/P_0 ve τ_{xy}/P_0 şeklinde boyutsuz olarak hesaplanmıştır.

4.3 Gerilmelere Ait Tablolar ve Grafikler

En büyük normal gerilme değerlerinin tekil veya yayılı yükün altında ve y simetri ekseninde olacağı bilinmektedir. Bu nedenle incelemeler y simetri eksenindeki $\sigma_x(o,y)$ ve $\sigma_y(o,y)$ normal gerilmeleri üzerinde yoğunlaştırılmıştır. Boyutsuz hale getirilen gerilme alanları dış yük, malzeme ve yay sabitleri ve yüksekliklerin oranlarına değişik sayısal değerler verilerek, y simetri ekseninde kesit boyunca değişimleri elde edilmiştir.

σ_x ve σ_y normal gerilmelerine ait gerilme alanları iki ayrı durum için incelenmiştir. İlk olarak a yayılı yükün uzunluğu sıfıra yaklaştırılarak tekil yük durumu incelenmiş, ikinci olarak da düzgün yayılı yük olması halinde gerilme alanları hesaplanmıştır.

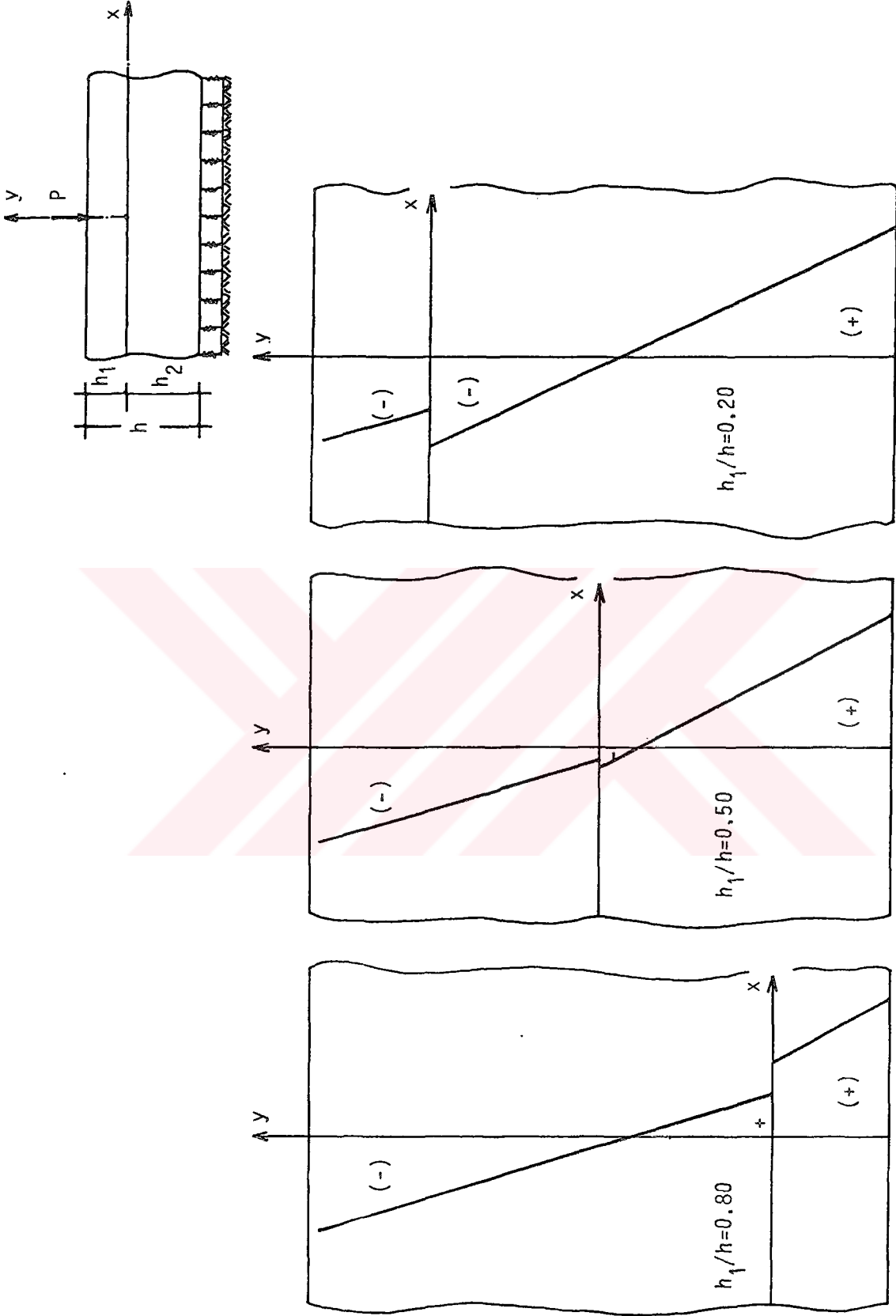
Malzeme olarak Çelik-Bakır ve Çelik-Beton seçilmiş, bunların değişik durumları için gerilme alanları hesaplanmıştır.

Tekil ve yayılı yük durumlarının her ikisi için de: tabaka kalınlıkları; $\frac{h_1}{h} = 0.20$, $\frac{h_1}{h} = 0.50$ ve $\frac{h_1}{h} = 0.80$, yay sabitleri ise; $k = \frac{k_0}{\mu_2} = 0.001$, 0.05 ve 1.0 olarak seçilmiştir. Seçilen bu değerlere göre σ_x/P_0 ve σ_y/P_0 gerilme alanlarına ait tablolar verilmiş ve grafikleri çizilmiştir.

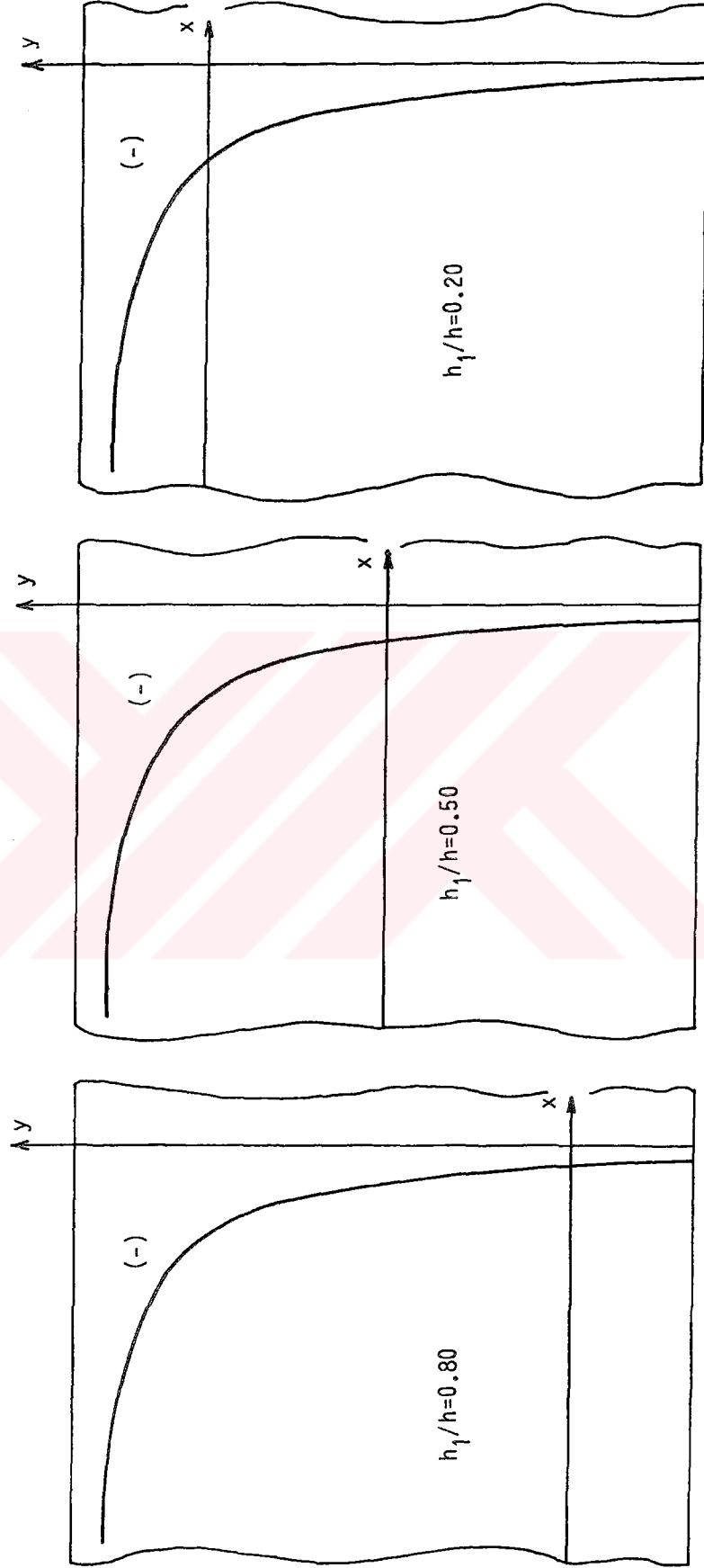
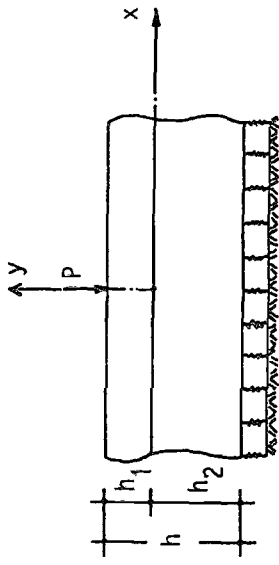
Grafiklerde gerilme dağılımının daha açık olarak görülebilmesi için bazı durumlarda ölçek değişikliği yapılmıştır. σ_x/P_0 gerilme alanları tekil ve yayılı yük durumları için; $k=0.001$ olması durumunda 1/2, $k=1.0$ olması durumunda ise 2 ile çarpılmıştır. σ_y/P_0 gerilme alanları tekil yük durumunda 1/2, yayılı yük durumunda da 4 ile çarpılmıştır.

Tablo 1. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$ ve $k=k_0/\mu_2=0.001$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.15	-2.8754	-12.7310	0.45	-3.2258	-12.7310	0.75	-3.2201	-12.7310
0.10	-2.5728	-6.3627	0.40	-2.8976	-6.3620	0.70	-2.8774	-6.3616
0.05	-2.2767	-4.2364	0.35	-2.5763	-4.2351	0.65	-2.5417	-4.2344
0.00	-1.9862	-3.1697	0.30	-2.2609	-3.1675	0.60	-2.2120	-3.1666
0.00	-3.3409	-3.1697	0.25	-1.9506	-2.5230	0.55	-1.8874	-2.5217
-0.05	-2.8303	-2.5256	0.20	-1.6447	-2.0894	0.50	-1.5671	-2.0879
-0.10	-2.3256	-2.0917	0.15	-1.3426	-1.7761	0.45	-1.2502	-1.7744
-0.15	-1.8256	-1.7775	0.10	-1.0436	-1.5376	0.40	-0.9362	-1.5359
-0.20	-1.3294	-1.5378	0.05	-0.7472	-1.3489	0.35	-0.6244	-1.3473
-0.25	-0.8360	-1.3479	0.00	-0.4529	-1.1949	0.30	-0.3141	-1.1938
-0.30	-0.3445	-1.1928	0.00	-0.7225	-1.1949	0.25	-0.0477	-1.0659
-0.35	0.1461	-1.0630	-0.05	-0.1870	-1.0662	0.20	0.3041	-0.9574
-0.40	0.6365	-0.9533	-0.10	0.3476	-0.9567	0.15	0.6132	-0.8639
-0.45	1.1276	-0.8588	-0.15	0.8824	-0.8622	0.10	0.9229	-0.7827
-0.50	1.6204	-0.7768	-0.20	1.4182	-0.7802	0.05	1.2339	-0.7114
-0.55	2.1156	-0.7054	-0.25	1.9562	-0.7086	0.00	1.5466	-0.6487
-0.60	2.6142	-0.6433	-0.30	2.4973	-0.6462	0.00	2.6985	-0.6487
-0.65	3.1170	-0.5896	-0.35	3.0425	-0.5921	-0.05	3.2656	-0.5939
-0.70	3.6249	-0.5436	-0.40	3.5930	-0.5457	-0.10	3.8380	-0.5470
-0.75	4.1390	-0.5050	-0.45	4.1497	-0.5068	-0.15	4.4171	-0.5077
-0.80	4.6602	-0.4735	-0.50	4.7138	-0.4753	-0.20	5.0042	-0.4761



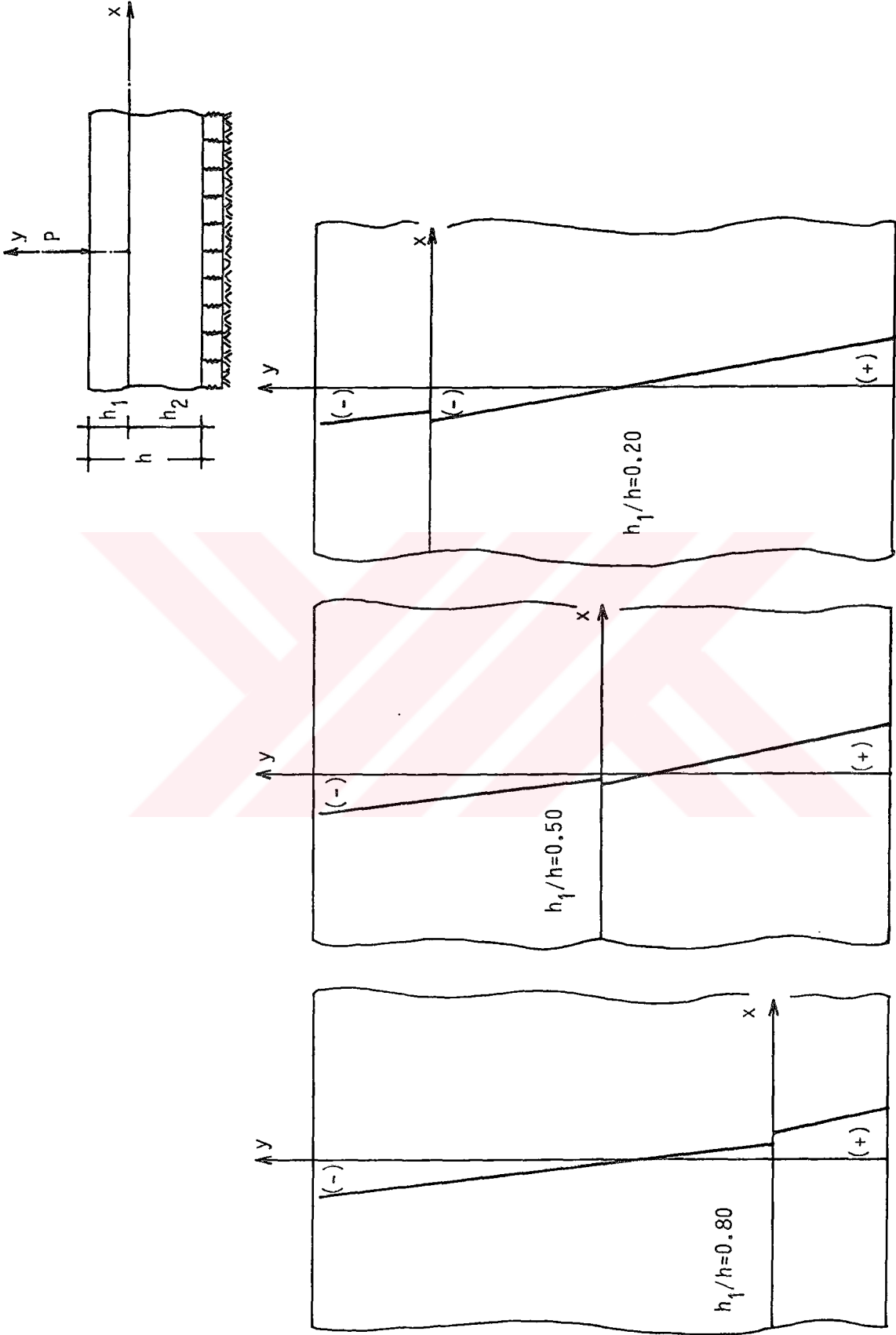
Şekil 3. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$, $k=0.001$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı



Şekil 4. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$, $k=0.001$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_y/P_0 gerilme dağılımı

Tablo 2. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$ ve $k=k_0/\mu_2=0.05$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

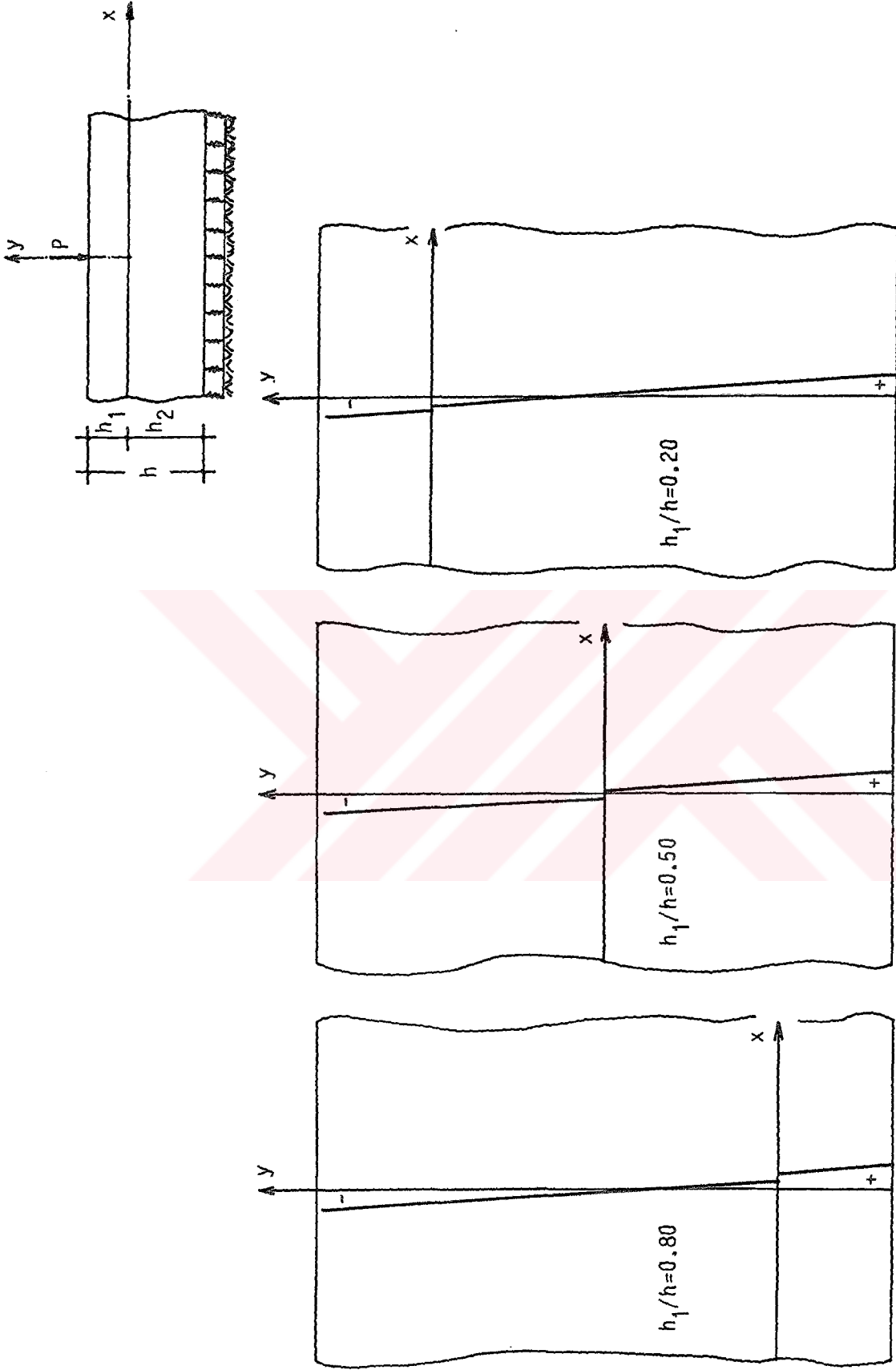
$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.15	-0.6062	-12.7320	0.45	-0.6416	-12.7320	0.75	-0.6327	-12.7310
0.10	-0.5396	-6.3647	0.40	-0.5686	-6.3644	0.70	-0.5550	-6.3633
0.05	-0.4778	-4.2408	0.35	-0.5005	-4.2402	0.65	-0.4823	-4.2389
0.00	-0.4201	-3.1772	0.30	-0.4365	-3.1763	0.60	-0.4137	-3.1748
0.00	-0.6376	-3.1772	0.25	-0.3761	-2.5362	0.55	-0.3486	-2.5345
-0.05	-0.5322	-2.5371	0.20	-0.3187	-2.1078	0.50	-0.2865	-2.1059
-0.10	-0.4308	-2.1082	0.15	-0.2639	-1.8001	0.45	-0.2267	-1.7982
-0.15	-0.3325	-1.7997	0.10	-0.2113	-1.5678	0.40	-0.1688	-1.5660
-0.20	-0.2367	-1.5665	0.05	-0.1607	-1.3856	0.35	-0.1125	-1.3840
-0.25	-0.1428	-1.3834	0.00	-0.1117	-1.2385	0.30	-0.0573	-1.2373
-0.30	-0.0503	-1.2355	0.00	-0.1215	-1.2385	0.25	-0.0030	-1.1164
-0.35	0.0415	-1.1133	-0.05	-0.0219	-1.1168	0.20	0.0509	-1.0148
-0.40	0.1330	-1.0106	-0.10	0.0798	-1.0143	0.15	0.1047	-0.9282
-0.45	0.2248	-0.9230	-0.15	0.1799	-0.9269	0.10	0.1586	-0.8535
-0.50	0.3174	-0.8477	-0.20	0.2804	-0.8515	0.05	0.2131	-0.7885
-0.55	0.4112	-0.7825	-0.25	0.3821	-0.7861	0.00	0.2683	-0.7316
-0.60	0.5069	-0.7260	-0.30	0.4855	-0.7292	0.00	0.5175	-0.7316
-0.65	0.6049	-0.6766	-0.35	0.5910	-0.6798	-0.05	0.6286	-0.6817
-0.70	0.7059	-0.6340	-0.40	0.6995	-0.6370	-0.10	0.7428	-0.6388
-0.75	0.8104	-0.5976	-0.45	0.8117	-0.6004	-0.15	0.8607	-0.6020
-0.80	0.9190	-0.5969	-0.50	0.9282	-0.5697	-0.20	0.9831	-0.5712



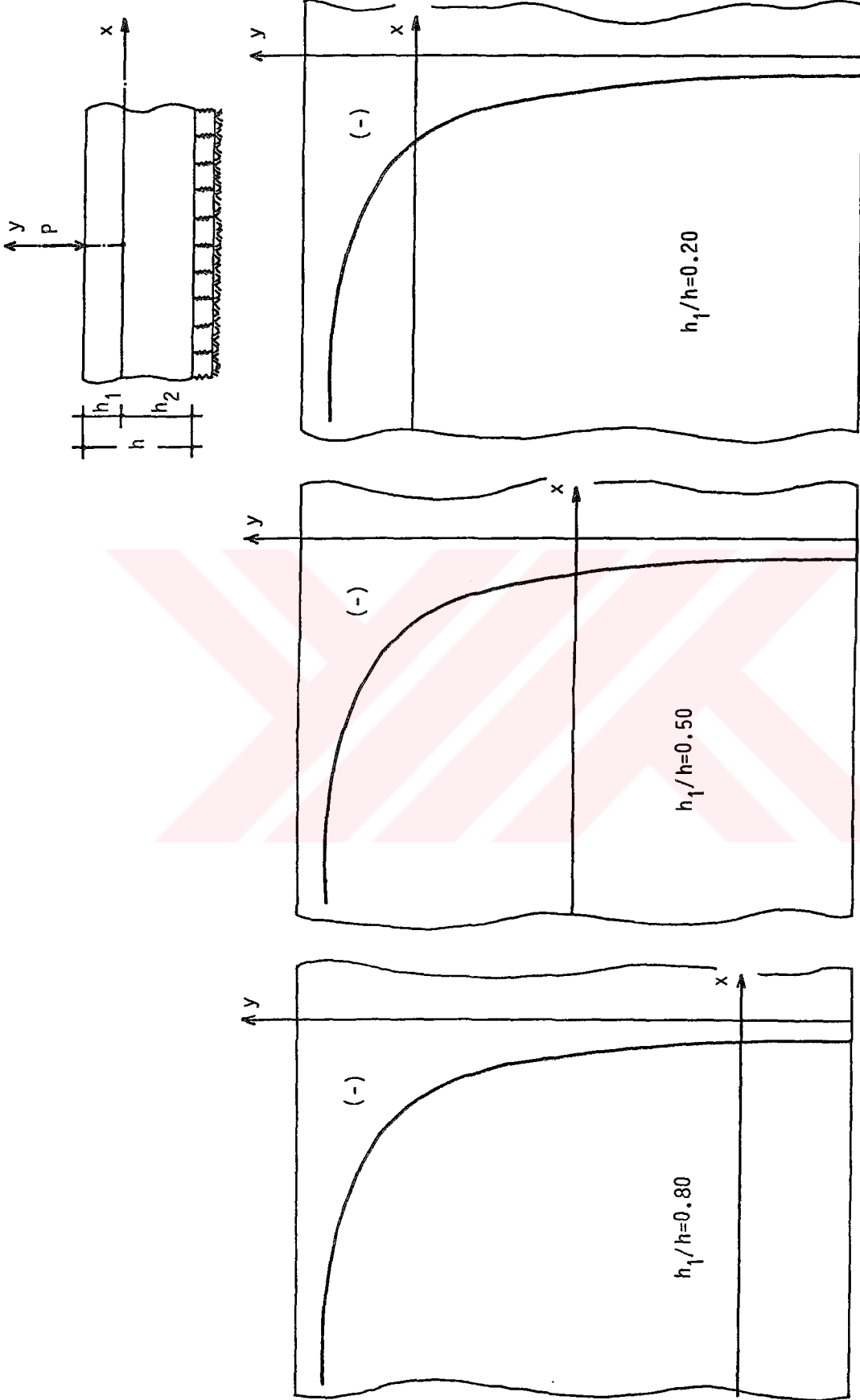
Şekil 5. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$, $k=0.05$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı

Tablo 3. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$ ve $k=k_0/\mu_2=1.0$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.15	-0.1707	-12.7330	0.45	-0.1646	-12.7320	0.75	-0.1555	-12.7300
0.10	-0.1511	-6.3665	0.40	-0.1416	-6.3662	0.70	-0.1304	-6.3638
0.05	-0.1347	-4.2445	0.35	-0.1218	-4.2442	0.65	-0.1086	-4.2417
0.00	-0.1214	-3.1834	0.30	-0.1048	-3.1832	0.60	-0.0894	-3.1806
0.00	-0.1206	-3.1834	0.25	-0.0901	-2.5467	0.55	-0.0726	-2.5439
-0.05	-0.0947	-2.5466	0.20	-0.0774	-2.1223	0.50	-0.0576	-2.1195
-0.10	-0.0712	-2.1217	0.15	-0.0665	-1.8191	0.45	-0.0442	-1.8164
-0.15	-0.0496	-1.8180	0.10	-0.0572	-1.5916	0.40	-0.0321	-1.5891
-0.20	-0.0295	-1.5901	0.05	-0.0493	-1.4146	0.35	-0.0211	-1.4124
-0.25	-0.0107	-1.4126	0.00	-0.0426	-1.2728	0.30	-0.0110	-1.2711
-0.30	0.0071	-1.2706	0.00	0.0074	-1.2728	0.25	-0.0017	-1.1556
-0.35	0.0243	-1.1544	-0.05	0.0261	-1.1568	0.20	0.0071	-1.0595
-0.40	0.0410	-1.0576	-0.10	0.0442	-1.0600	0.15	0.0153	-0.9784
-0.45	0.0575	-0.9759	-0.15	0.0620	-0.9783	0.10	0.0232	-0.9090
-0.50	0.0740	-0.9061	-0.20	0.0796	-0.9085	0.05	0.0309	-0.8491
-0.55	0.0907	-0.8459	-0.25	0.0973	-0.8483	0.00	0.0383	-0.7968
-0.60	0.1078	-0.7938	-0.30	0.1154	-0.7960	0.00	0.1396	-0.7968
-0.65	0.1256	-0.7484	-0.35	0.1341	-0.7505	-0.05	0.1588	-0.7512
-0.70	0.1442	-0.7088	-0.40	0.1537	-0.7108	-0.10	0.1789	-0.7114
-0.75	0.1640	-0.6742	-0.45	0.1744	-0.6762	-0.15	0.2002	-0.6767
-0.80	0.1852	-0.6442	-0.50	0.1967	-0.6462	-0.20	0.2231	-0.6467



Şekil 6. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$, $k=1.0$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı



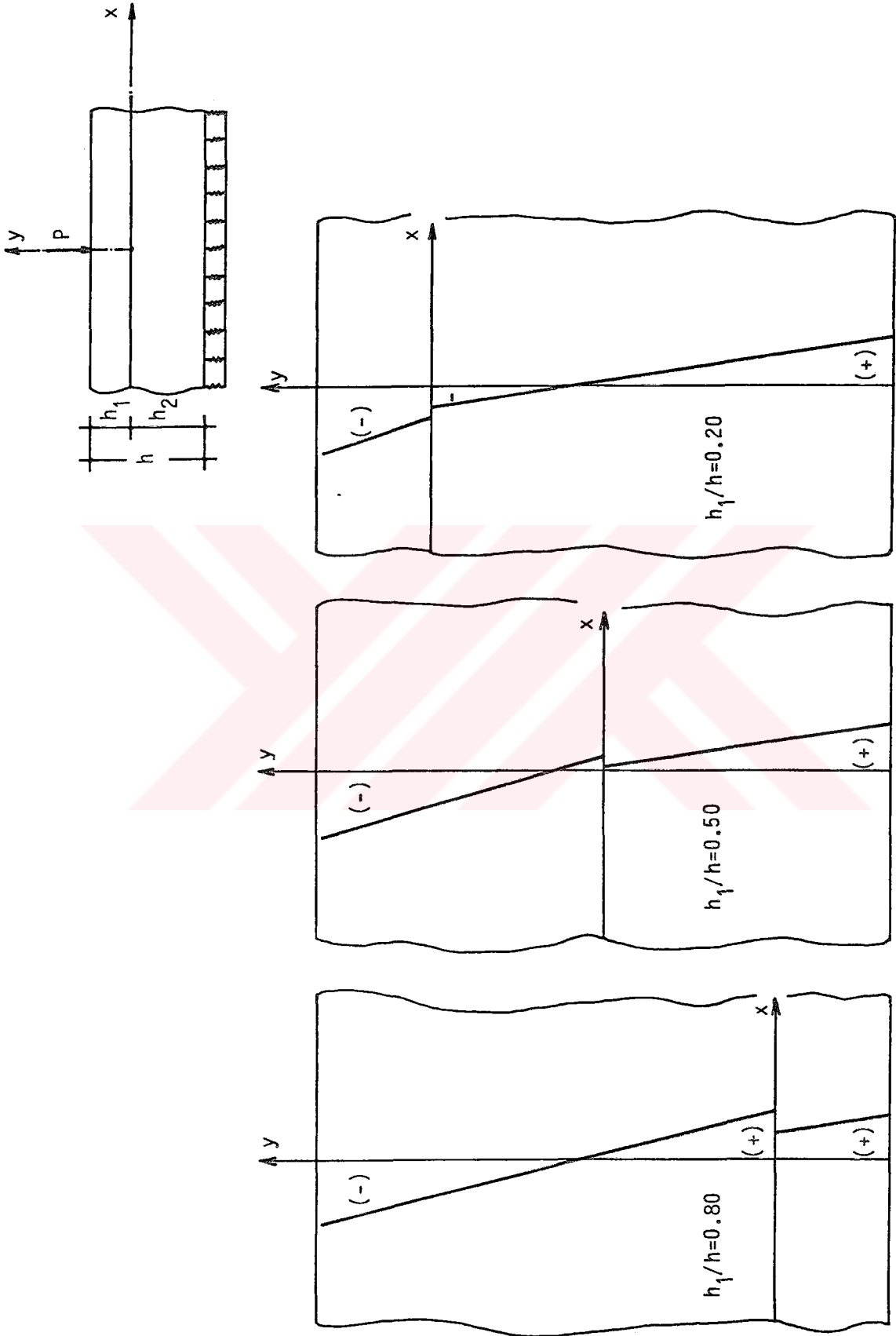
Şekil 7. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$, $k=1.0$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_y/P_0 gerilme dağılımı

Tablo 4. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=0.5625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.34$ ve $k=k_0/\mu_2=0.001$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.15	-5.0464	-12.7300	0.45	-4.7661	-12.7310	0.75	-4.7419	-12.7310
0.10	-4.3663	-6.3588	0.40	-4.1156	-6.3594	0.70	-4.1455	-6.3598
0.05	-3.6950	-4.2285	0.35	-3.4738	-4.2296	0.65	-3.3575	-4.2305
0.00	-3.0307	-3.1571	0.30	-2.8391	-3.1586	0.60	-2.9766	-3.1601
0.00	-1.8043	-3.1571	0.25	-2.2101	-2.5103	0.55	-2.4016	-2.5122
-0.05	-1.4376	-2.5089	0.20	-1.5855	-2.0729	0.50	-1.8311	-2.0752
-0.10	-1.0742	-2.0721	0.15	-0.9639	-1.7560	0.45	-1.2643	-1.7584
-0.15	-0.7131	-1.7562	0.10	-0.3443	-1.5145	0.40	-0.7001	-1.5167
-0.20	-0.3538	-1.5158	0.05	0.2747	-1.3237	0.35	-0.1375	-1.3252
-0.25	0.0043	-1.3258	0.00	0.8941	-1.1688	0.30	0.4244	-1.1692
-0.30	0.3621	-1.1714	0.00	0.4887	-1.1688	0.25	0.9866	-1.0393
-0.35	0.7199	-1.0430	-0.05	0.8308	-1.0405	0.20	1.5500	-0.9295
-0.40	1.0785	-0.9346	-0.10	1.1740	-0.9321	0.15	2.1155	-0.8357
-0.45	1.4385	-0.8418	-0.15	1.5187	-0.8396	0.10	2.6840	-0.7552
-0.50	1.8004	-0.7618	-0.20	1.8655	-0.7598	0.05	3.2564	-0.6861
-0.55	2.1649	-0.6925	-0.25	2.2151	-0.6908	0.00	3.8338	-0.6270
-0.60	2.5326	-0.6323	-0.30	2.5678	-0.6309	0.00	2.2085	-0.6270
-0.65	2.9042	-0.5803	-0.35	2.9244	-0.5792	-0.05	2.5375	-0.5764
-0.70	3.2802	-0.5356	-0.40	3.2854	-0.5348	-0.10	2.8705	-0.5329
-0.75	3.6615	-0.4979	-0.45	3.6514	-0.4973	-0.15	3.2079	-0.4959
-0.80	4.0487	-0.4668	-0.50	4.0232	-0.4663	-0.20	3.5504	-0.4650

Tablo 5. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=0.5625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.34$ ve $k=k_0/\mu_2=0.05$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.15	-1.0923	-12.7310	0.45	-1.0691	-12.7310	0.75	-1.0810	-12.7310
0.10	-0.9192	-6.3620	0.40	-0.9078	-6.3623	0.70	-0.9332	-6.3619
0.05	-0.7524	-4.2354	0.35	-0.7527	-4.2359	0.65	-0.7915	-4.2358
0.00	-0.5903	-3.1687	0.30	-0.6027	-3.1693	0.60	-0.6548	-3.1696
0.00	-0.3913	-3.1687	0.25	-0.4568	-2.5262	0.55	-0.5222	-2.5269
-0.05	-0.3095	-2.5260	0.20	-0.3139	-2.0947	0.50	-0.3930	-2.0956
-0.10	-0.2300	-2.0952	0.15	-0.1732	-1.7841	0.45	-0.2663	-1.7851
-0.15	-0.1524	-1.7855	0.10	-0.0338	-1.5492	0.40	-0.1415	-1.5501
-0.20	-0.0761	-1.5515	0.05	0.1051	-1.3651	0.35	-0.0179	-1.3654
-0.25	-0.0008	-1.3681	0.00	0.2442	-1.2169	0.30	0.1050	-1.2163
-0.30	0.0741	-1.2202	0.00	0.1040	-1.2169	0.25	0.2280	-1.0932
-0.35	0.1488	-1.0983	-0.05	0.1739	-1.0951	0.20	0.3515	-0.9899
-0.40	0.2238	-0.9961	-0.10	0.2444	-0.9930	0.15	0.4762	-0.9022
-0.45	0.2995	-0.9093	-0.15	0.3157	-0.9063	0.10	0.6027	-0.8272
-0.50	0.3762	-0.8347	-0.20	0.3881	-0.8320	0.05	0.7316	-0.7628
-0.55	0.4543	-0.7703	-0.25	0.4621	-0.7678	0.00	0.8635	-0.7076
-0.60	0.5343	-0.7144	-0.30	0.5379	-0.7122	0.00	0.4729	-0.7076
-0.65	0.6165	-0.6660	-0.35	0.6160	-0.6640	-0.05	0.5457	-0.6599
-0.70	0.7014	-0.6240	-0.40	0.6966	-0.6222	-0.10	0.6209	-0.6186
-0.75	0.7895	-0.5880	-0.45	0.7804	-0.5864	-0.15	0.6988	-0.5831
-0.80	0.8813	-0.5575	-0.50	0.8676	-0.5559	-0.20	0.7798	-0.5527



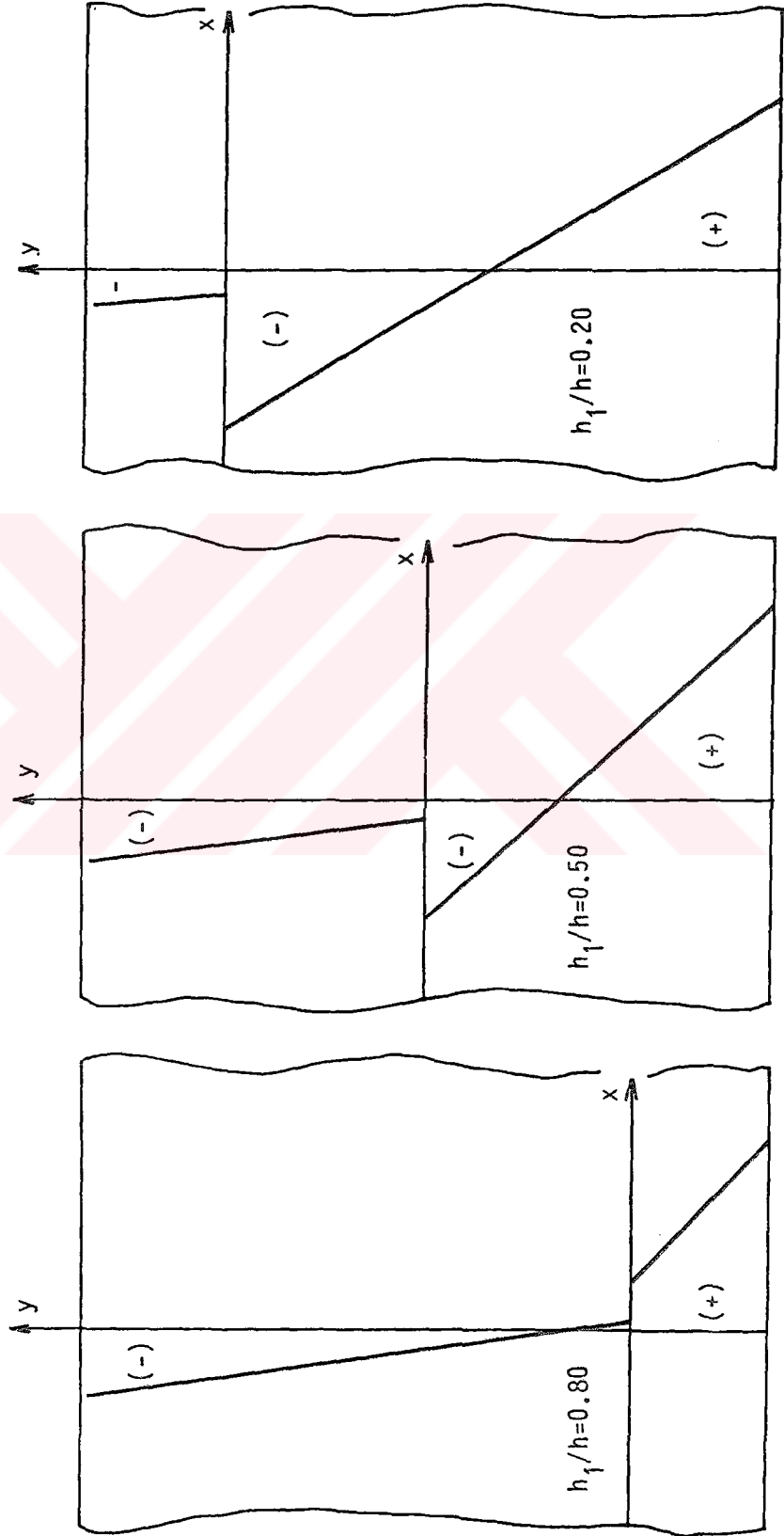
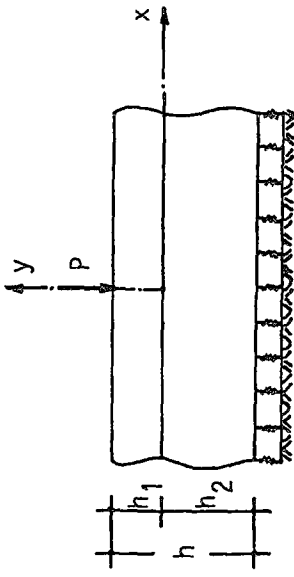
Şekil 8. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=0.5625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.34$, $k=0.05$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı

Tablo 6. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=0.5625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.34$ ve $k=k_0/\mu_2=1.0$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.15	-0.2256	-12.7320	0.45	-0.2445	-12.7320	0.75	-0.2513	-12.7290
0.10	-0.1710	-6.3650	0.40	-0.1966	-6.3650	0.70	-0.2086	-6.3626
0.05	-0.1203	-4.2417	0.35	-0.1528	-4.2416	0.65	-0.1700	-4.2394
0.00	-0.0725	-3.1793	0.30	-0.1123	-3.1789	0.60	-0.1347	-3.1770
0.00	-0.0928	-3.1793	0.25	-0.0744	-2.5405	0.55	-0.1020	-2.5388
-0.05	-0.0717	-2.5414	0.20	-0.0385	-2.1142	0.50	-0.0715	-2.1127
-0.10	-0.0523	-2.1158	0.15	-0.0040	-1.8093	0.45	-0.0427	-1.8078
-0.15	-0.0343	-1.8115	0.10	0.0295	-1.5804	0.40	-0.0152	-1.5787
-0.20	-0.0173	-1.5832	0.05	0.0627	-1.4023	0.35	0.0114	-1.4001
-0.25	-0.0012	-1.4055	0.00	0.0958	-1.2600	0.30	0.0373	-1.2572
-0.30	0.0142	-1.2634	0.00	0.0108	-1.2600	0.25	0.0629	-1.1401
-0.35	0.0293	-1.1472	-0.05	0.0247	-1.1439	0.20	0.0885	-1.0427
-0.40	0.0441	-1.0505	-0.10	0.0386	-1.0473	0.15	0.1144	-0.9606
-0.45	0.0588	-0.9689	-0.15	0.0524	-0.9658	0.10	0.1409	-0.8906
-0.50	0.0737	-0.8992	-0.20	0.0665	-0.8964	0.05	0.1683	-0.8305
-0.55	0.0889	-0.8393	-0.25	0.0808	-0.8366	0.00	0.1969	-0.7788
-0.60	0.1046	-0.7873	-0.30	0.0957	-0.7848	0.00	0.0746	-0.7788
-0.65	0.1210	-0.7421	-0.35	0.1113	-0.7396	-0.05	0.0893	-0.7340
-0.70	0.1382	-0.7026	-0.40	0.1277	-0.7003	-0.10	0.1047	-0.6948
-0.75	0.1565	-0.6681	-0.45	0.1452	-0.6659	-0.15	0.1211	-0.6605
-0.80	0.1762	-0.6382	-0.50	0.1639	-0.6360	-0.20	0.1386	-0.6307

Tablo 7. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=6.400$, $\nu_1=0.20$, $\nu_2=0.30$ ve $k=k_0/\mu_2=0.001$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

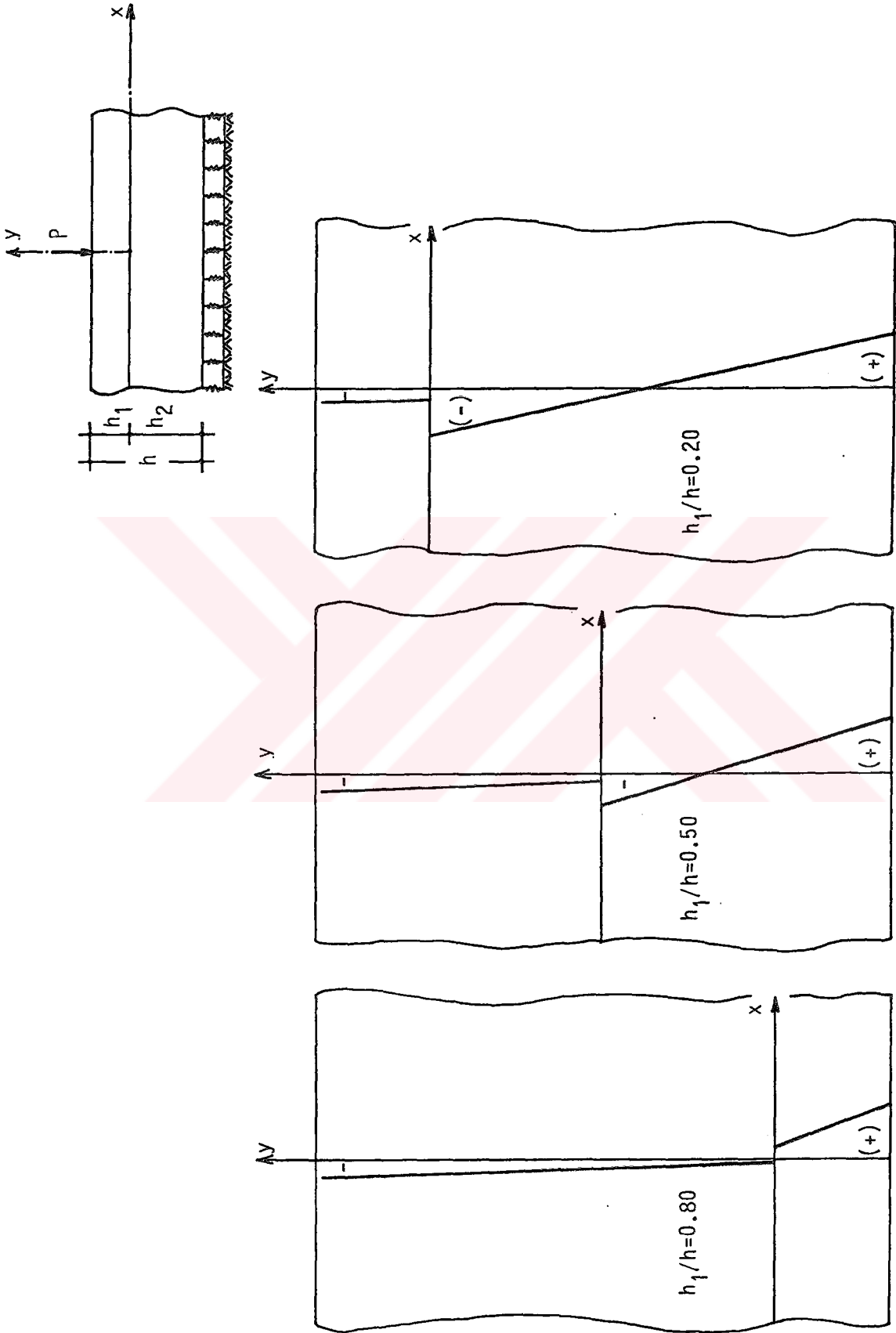
$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.15	-1.0247	-12.7320	0.45	-1.7380	-12.7320	0.75	-1.9473	-12.7310
0.10	-0.9287	-6.3662	0.40	-1.5916	-6.3644	0.70	-1.7815	-6.3622
0.05	-0.8364	-4.2439	0.35	-1.4502	-4.2401	0.65	-1.6214	-4.2368
0.00	-0.7475	-3.1824	0.30	-1.3132	-3.1760	0.60	-1.4662	-3.1713
0.00	-4.8474	-2.1824	0.25	-1.1801	-2.5356	0.55	-1.3154	-2.5292
-0.05	-4.1906	-2.5431	0.20	-1.0505	-2.1066	0.50	-1.1684	-2.0983
-0.10	-3.5428	-2.1125	0.15	-0.9240	-1.7982	0.45	-1.0246	-1.7879
-0.15	-2.9026	-1.8003	0.10	-0.8003	-1.5648	0.40	-0.8836	-1.5526
-0.20	-2.2684	-1.5616	0.05	-0.6793	-1.3813	0.35	-0.7450	-1.3671
-0.25	-1.6391	-1.3716	0.00	-0.5607	-1.2325	0.30	-0.6085	-1.2165
-0.30	-1.0130	-1.2158	0.00	-3.6244	-1.2325	0.25	-0.4737	-1.0912
-0.35	-0.3897	-1.0849	-0.05	-2.6536	-1.1073	0.20	-0.3402	-0.9847
-0.40	0.2328	-0.9731	-0.10	-1.6893	-0.9985	0.15	-0.2079	-0.8928
-0.45	0.8553	-0.8764	-0.15	-0.7293	-0.9027	0.10	-0.0765	-0.8123
-0.50	1.4789	-0.7922	-0.20	0.2286	-0.8177	0.05	0.0544	-0.7410
-0.55	2.1049	-0.7185	-0.25	1.1864	-0.7422	0.00	0.1848	-0.6771
-0.60	2.7344	-0.6542	-0.30	2.1463	-0.6754	0.00	1.4301	-0.6771
-0.65	3.3685	-0.5986	-0.35	3.1103	-0.6170	-0.05	2.5317	-0.6201
-0.70	4.0086	-0.5510	-0.40	4.0806	-0.5669	-0.10	3.6374	-0.5703
-0.75	4.6557	-0.5113	-0.45	5.0593	-0.5253	-0.15	4.7507	-0.5286
-0.80	5.3114	-0.4795	-0.50	6.0488	-0.4928	-0.20	5.8746	-0.4959



Sekil 9. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=6.400$, $\nu_1=0.20$, $\nu_2=0.30$, $k=0.001$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı

Tablo 8. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=6.400$, $\nu_1=0.20$, $\nu_2=0.30$ ve $k=k_0/\mu_2=0.05$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

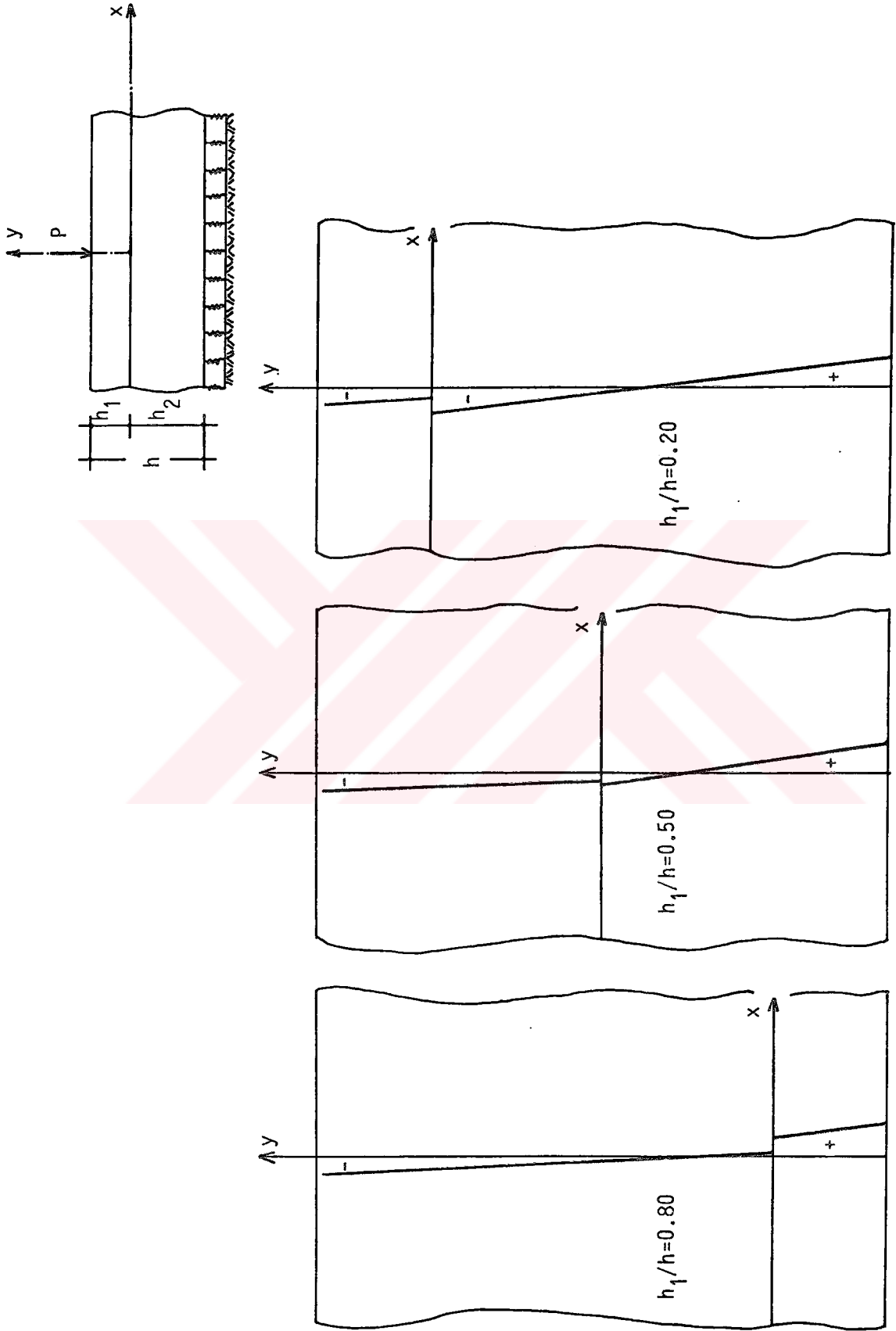
$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.15	-0.2307	-12.7330	0.45	-0.3144	-12.7320	0.75	-0.3322	-12.7250
0.10	-0.2097	-6.3671	0.40	-0.2826	-6.3660	0.70	-0.2946	-6.3583
0.05	-0.1918	-4.2457	0.35	-0.2543	-4.2436	0.65	-0.2609	-4.2354
0.00	-0.1767	-3.1854	0.30	-0.2292	-3.1821	0.60	-0.2305	-3.1731
0.00	-0.8861	-3.1854	0.25	-0.2068	-2.5448	0.55	-0.2029	-2.5351
-0.05	-0.7543	-2.5483	0.20	-0.1867	-2.1195	0.50	-0.1777	-2.1090
-0.10	-0.6284	-2.1215	0.15	-0.1689	-1.8153	0.45	-0.1545	-1.8040
-0.15	-0.5074	-1.8144	0.10	-0.1532	-1.5865	0.40	-0.1332	-1.5745
-0.20	-0.3902	-1.5820	0.05	-0.1393	-1.4079	0.35	-0.1133	-1.3954
-0.25	-0.2761	-1.3991	0.00	-0.1274	-1.2644	0.30	-0.0948	-1.2515
-0.30	-0.1643	-1.2510	0.00	-0.5855	-1.2644	0.25	-0.0774	-1.1332
-0.35	-0.0541	-1.1283	-0.05	-0.4203	-1.1453	0.20	-0.0610	-1.0340
-0.40	0.0553	-1.0248	-0.10	-0.2591	-1.0441	0.15	-0.0454	-0.9496
-0.45	0.1645	-0.9364	-0.15	-0.1005	-0.9567	0.10	-0.0306	-0.8766
-0.50	0.2742	-0.8600	-0.20	0.0566	-0.8805	0.05	-0.0165	-0.8129
-0.55	0.3850	-0.7937	-0.25	0.2135	-0.8137	0.00	-0.0029	-0.7566
-0.60	0.4976	-0.7360	-0.30	0.3713	-0.7551	0.00	0.2151	-0.7566
-0.65	0.6128	-0.6858	-0.35	0.5311	-0.7039	-0.05	0.4070	-0.7067
-0.70	0.7312	-0.6425	-0.40	0.6941	-0.6595	-0.10	0.6006	-0.6629
-0.75	0.8536	-0.6056	-0.45	0.8615	-0.6217	-0.15	0.7977	-0.6252
-0.80	0.9808	-0.5747	-0.50	1.0347	-0.5906	-0.20	1.0002	-0.5940



Şekil 10. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=6.400$, $\nu_1=0.20$, $\nu_2=0.30$, $k=0.05$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı

Tablo 9. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=6.400$, $\nu_1=0.20$, $\nu_2=0.30$ ve $k=k_0/\mu_2=1.0$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.15	-0.0883	-12.7330	0.45	-0.1012	-12.7330	0.75	-0.1020	-12.7180
0.10	-0.0811	-6.3680	0.40	-0.0879	-6.3670	0.70	-0.0858	-6.3527
0.05	-0.0763	-4.2473	0.35	-0.0772	-4.2459	0.65	-0.0723	-4.2313
0.00	-0.0739	-3.1879	0.30	-0.0688	-3.1861	0.60	-0.0610	-3.1712
0.00	-0.1711	-3.1879	0.25	-0.0623	-2.5508	0.55	-0.0517	-2.5356
-0.05	-0.1383	-2.5526	0.20	-0.0577	-2.1279	0.50	-0.0439	-2.1125
-0.10	-0.1088	-2.1288	0.15	-0.0546	-1.8263	0.45	-0.0375	-1.8107
-0.15	-0.0821	-1.8259	0.10	-0.0531	-1.6005	0.40	-0.0323	-1.5848
-0.20	-0.0576	-1.5984	0.05	-0.0530	-1.4252	0.35	-0.0282	-1.4095
-0.25	-0.0350	-1.4212	0.00	-0.0506	-1.2850	0.30	-0.0250	-1.2696
-0.30	-0.0136	-1.2792	0.00	-0.0584	-1.2850	0.25	-0.0227	-1.1555
-0.35	0.0066	-1.1630	-0.05	-0.0301	-1.1702	0.20	-0.0212	-1.0607
-0.40	0.0261	-1.0661	-0.10	-0.0035	-1.0743	0.15	-0.0204	-0.9808
-0.45	0.0451	-0.9841	-0.15	0.0218	-0.9930	0.10	-0.0203	-0.9125
-0.50	0.0640	-0.9141	-0.20	0.0463	-0.9233	0.05	-0.0200	-0.8534
-0.55	0.0829	-0.8537	-0.25	0.0703	-0.8631	0.00	-0.0182	-0.8018
-0.60	0.1022	-0.8013	-0.30	0.0942	-0.8106	0.00	0.1268	-0.8018
-0.65	0.1221	-0.7556	-0.35	0.1185	-0.7649	-0.05	0.1524	-0.7565
-0.70	0.1429	-0.7158	-0.40	0.1435	-0.7249	-0.10	0.1784	-0.7168
-0.75	0.1650	-0.6811	-0.45	0.1697	-0.6901	-0.15	0.2052	-0.6821
-0.80	0.1885	-0.6511	-0.50	0.1975	-0.6600	-0.20	0.2335	-0.6520



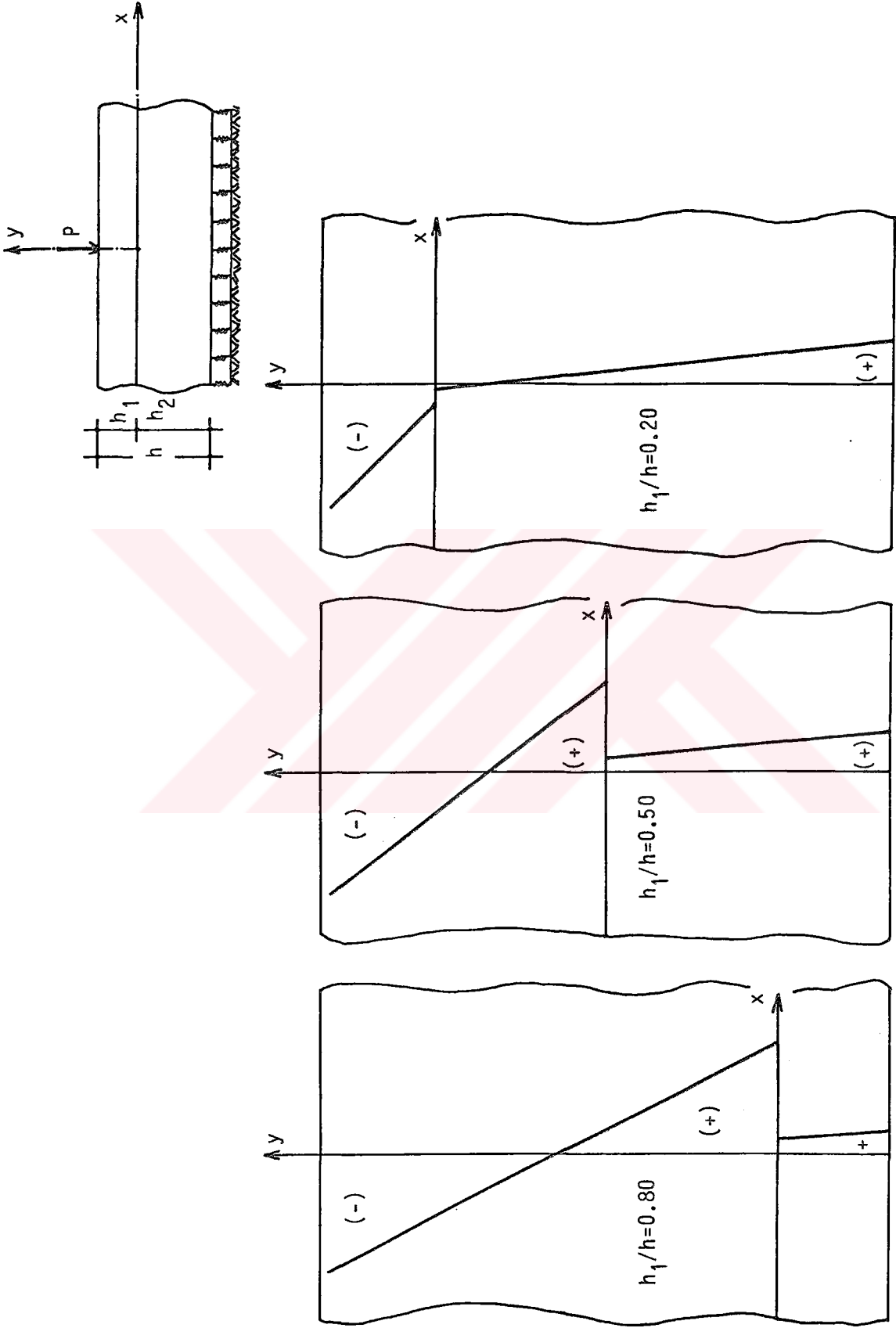
Şekil 11. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=6.400$, $\nu_1=0.20$, $\nu_2=0.30$, $k=1.0$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı

Tablo 10. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$ ve $k=k_0/\mu_2=0.001$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

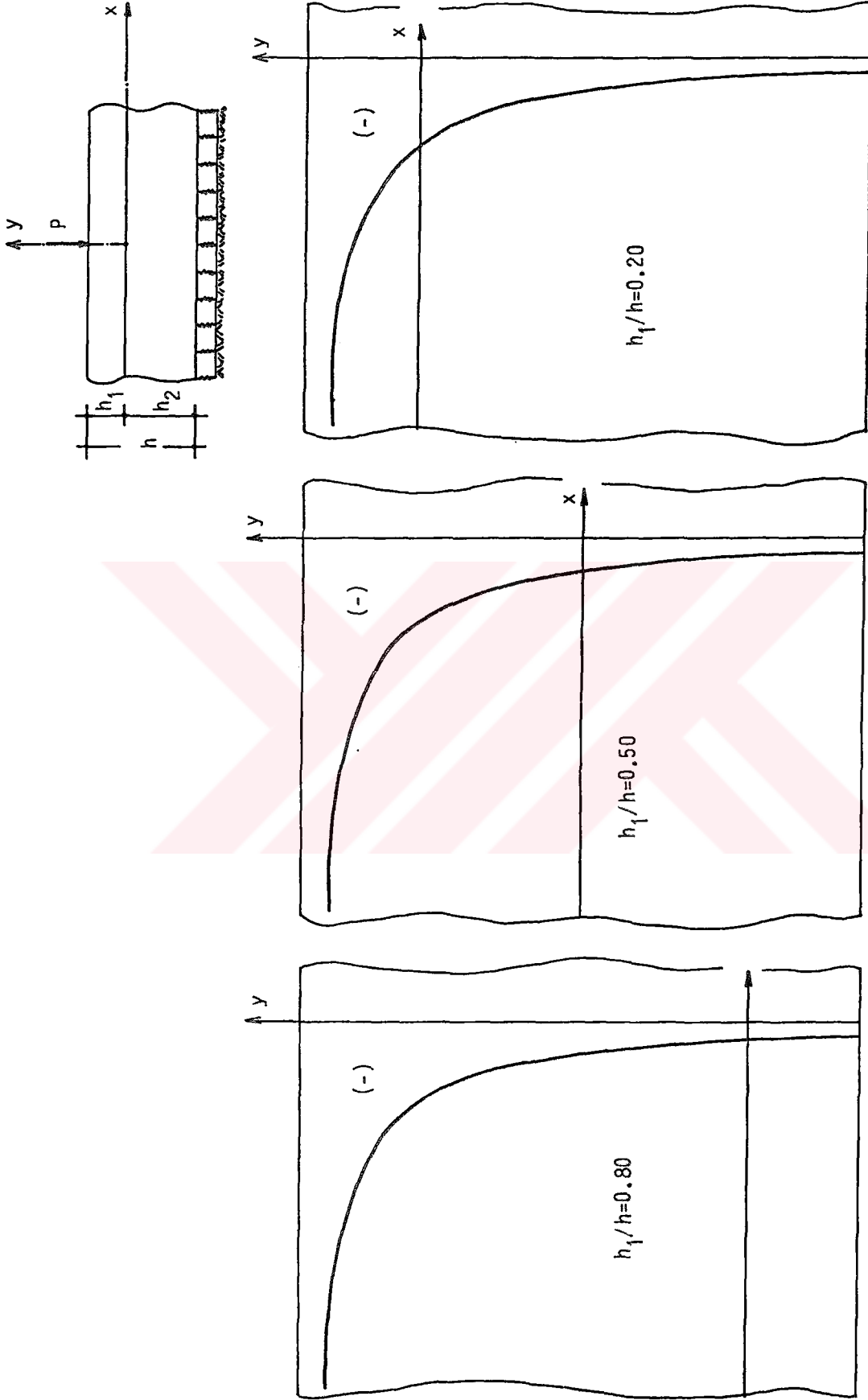
$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.15	-7.8174	-12.7290	0.45	-8.1784	-12.7290	0.75	-7.1661	-12.7300
0.10	-5.9613	-6.3525	0.40	-6.5861	-6.3539	0.70	-6.1672	-6.3574
0.05	-4.1157	-4.2168	0.35	-5.0059	-4.2184	0.65	-5.1782	-4.2259
0.00	-2.2752	-3.1408	0.30	-3.4347	-3.1407	0.60	-4.1974	-3.1526
0.00	-0.3700	-3.1408	0.25	-1.8698	-2.4854	0.55	-3.2232	-2.5016
-0.05	-0.1397	-2.4897	0.20	-0.3082	-2.0415	0.50	-2.2540	-2.0611
-0.10	0.0899	-2.0511	0.15	1.2527	-1.7191	0.45	-1.2885	-1.7409
-0.15	0.3191	-1.7343	0.10	2.8158	-1.4740	0.40	-0.3252	-1.4958
-0.20	0.5483	-1.4938	0.05	4.3836	-1.2822	0.35	0.6371	-1.3013
-0.25	0.7778	-1.3044	0.00	5.9195	-1.1299	0.30	1.5998	-1.1427
-0.30	1.0081	-1.1510	0.00	0.8376	-1.1299	0.25	2.5642	-1.0109
-0.35	1.2395	-1.0242	-0.05	1.0416	-1.0061	0.20	3.5316	-0.9001
-0.40	1.4723	-0.9176	-0.10	1.2470	-0.9024	0.15	4.5033	-0.8064
-0.45	1.7070	-0.8268	-0.15	1.4540	-0.8144	0.10	5.4806	-0.7272
-0.50	1.9439	-0.7489	-0.20	1.6629	-0.7391	0.05	6.4651	-0.6608
-0.55	2.1833	-0.6816	-0.25	1.8739	-0.6742	0.00	7.4580	-0.6062
-0.60	2.4258	-0.6234	-0.30	2.0874	-0.6180	0.00	1.0653	-0.6062
-0.65	2.6717	-0.5731	-0.35	2.3036	-0.5694	-0.05	1.2033	-0.5605
-0.70	2.9214	-0.5298	-0.40	2.5229	-0.5274	-0.10	1.3429	-0.5208
-0.75	3.1755	-0.4930	-0.45	2.7456	-0.4914	-0.15	1.4842	-0.4862
-0.80	3.4343	-0.4630	-0.50	2.9720	-0.4609	-0.20	1.6274	-0.4562

Tablo 11. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$ ve $k=k_0/\mu_2=0.05$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.15	-1.9112	-12.7310	0.45	-2.0891	-12.7300	0.75	-2.0147	-12.7250
0.10	-1.3698	-6.3582	0.40	-1.6631	-6.3582	0.70	-1.7221	-6.3547
0.05	-0.8358	-4.2273	0.35	-1.2460	-4.2274	0.65	-1.4369	-4.2265
0.00	-0.3047	-3.1572	0.30	-0.8356	-3.1557	0.60	-1.1579	-3.1577
0.00	-0.0884	-3.1572	0.25	-0.4296	-2.5072	0.55	-0.8838	-2.5119
-0.05	-0.0350	-2.5123	0.20	-0.0260	-2.0706	0.50	-0.6134	-2.0774
-0.10	0.0177	-2.0801	0.15	0.3770	-1.7556	0.45	-0.3459	-1.7634
-0.15	0.0699	-1.7696	0.10	0.7815	-1.5176	0.40	-0.0801	-1.5250
-0.20	0.1219	-1.5353	0.05	1.1895	-1.3322	0.35	0.1849	-1.3372
-0.25	0.1739	-1.3520	0.00	1.6029	-1.1852	0.30	0.4501	-1.1851
-0.30	0.2262	-1.2045	0.00	0.2006	-1.1852	0.25	0.7162	-1.0596
-0.35	0.2791	-1.0833	-0.05	0.2454	-1.0660	0.20	0.9843	-0.9545
-0.40	0.3327	-0.9820	-0.10	0.2909	-0.9667	0.15	1.2554	-0.8658
-0.45	0.3873	-0.8961	-0.15	0.3374	-0.8827	0.10	1.5302	-0.7907
-0.50	0.4432	-0.8227	-0.20	0.3851	-0.8110	0.05	1.8100	-0.7275
-0.55	0.5006	-0.7594	-0.25	0.4339	-0.7493	0.00	2.0956	-0.6747
-0.60	0.5598	-0.7045	-0.30	0.4843	-0.6959	0.00	0.2812	-0.6747
-0.65	0.6211	-0.6570	-0.35	0.5363	-0.6495	-0.05	0.3188	-0.6300
-0.70	0.6848	-0.6157	-0.40	0.5902	-0.6092	-0.10	0.3574	-0.5909
-0.75	0.7511	-0.5802	-0.45	0.6461	-0.5743	-0.15	0.3971	-0.5568
-0.80	0.8206	-0.5499	-0.50	0.7043	-0.5442	-0.20	0.4382	-0.5270



Şekil 12. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$, $k=0.05$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı



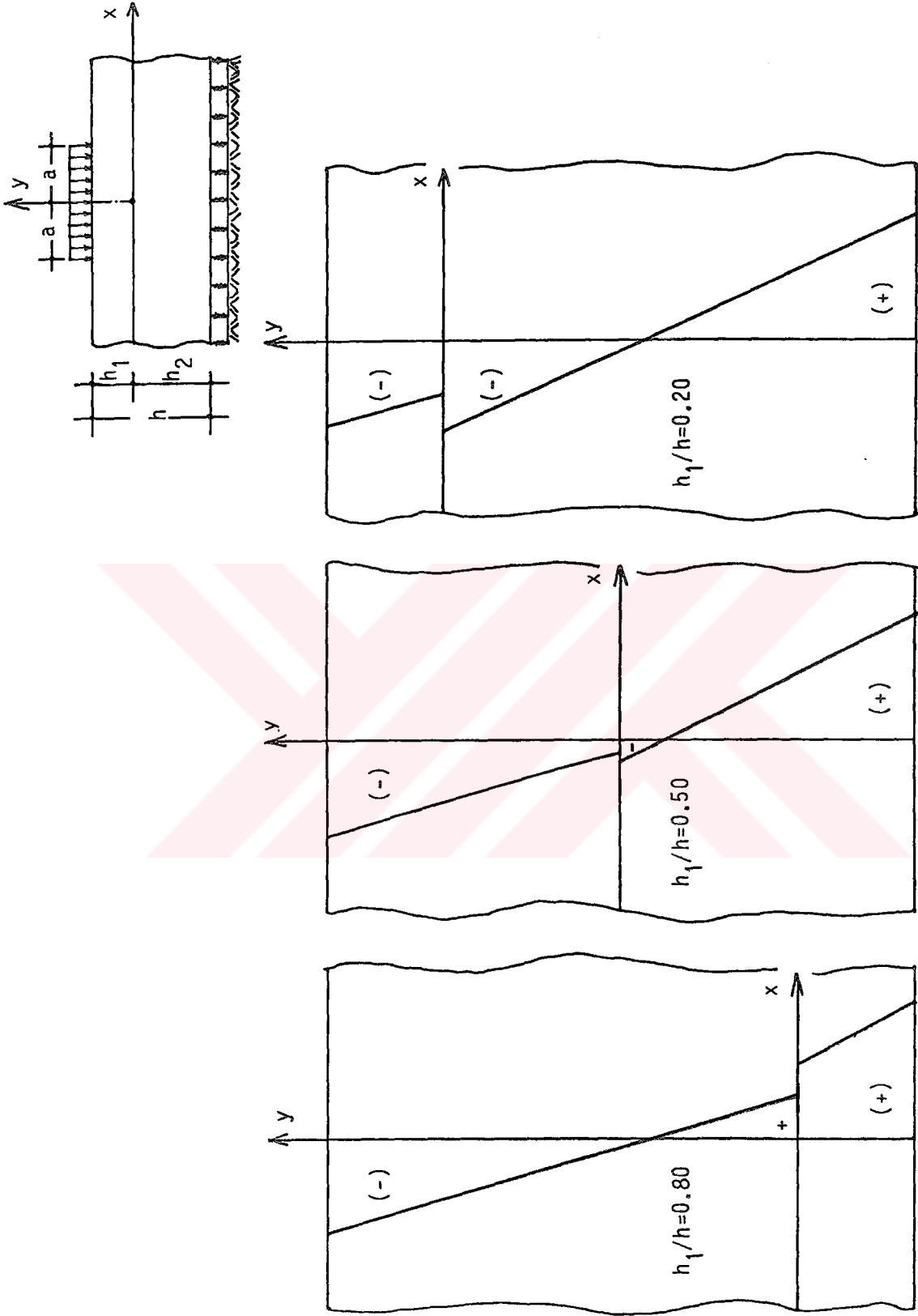
Şekil 13. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$, $k=0.05$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_y/P_0 gerilme dağılımı

Tablo 12. $a/h=0.0001$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$ ve $k=k_0/\mu_2=1.0$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

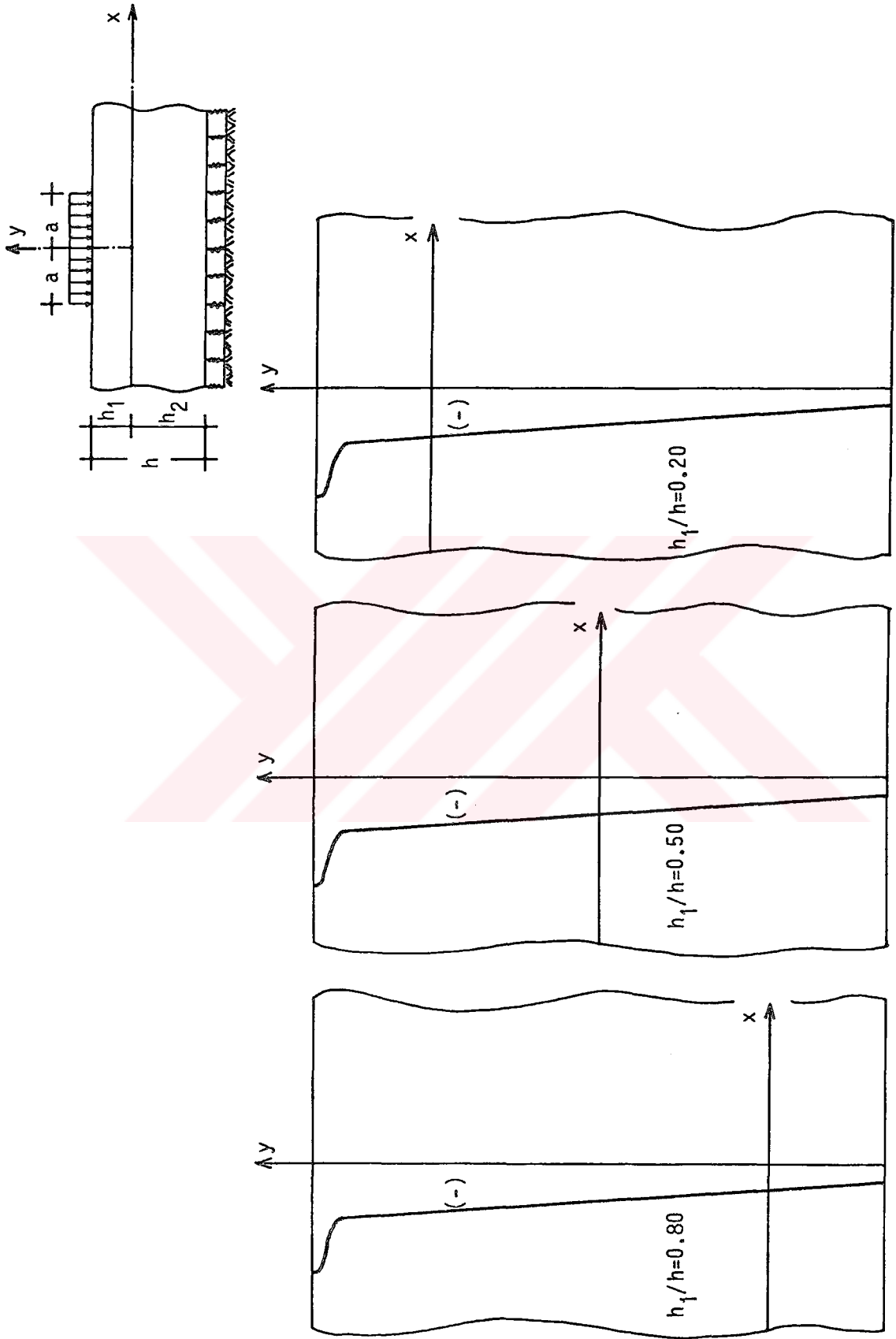
$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.15	-0.4360	-12.7360	0.45	-0.5253	-12.7310	0.75	-0.4612	-12.7090
0.10	-0.2515	-6.3659	0.40	-0.4040	-6.3622	0.70	-0.3856	-6.3413
0.05	-0.0715	-4.2395	0.35	-0.2887	-4.2360	0.65	-0.3148	-4.2168
0.00	0.1073	-3.1750	0.30	-0.1777	-3.1699	0.60	-0.2479	-3.1527
0.00	-0.0317	-3.1750	0.25	-0.0696	-2.5278	0.55	-0.1842	-2.5125
-0.05	-0.0183	-2.5359	0.20	0.0367	-2.0979	0.50	-0.1230	-2.0842
-0.10	-0.0056	-2.1095	0.15	0.1427	-1.7898	0.45	-0.0636	-1.7769
-0.15	0.0064	-1.8047	0.10	0.2494	-1.5584	0.40	-0.0054	-1.5454
-0.20	0.0179	-1.5761	0.05	0.3581	-1.3790	0.35	0.0521	-1.3646
-0.25	0.0291	-1.3984	0.00	0.4701	-1.2369	0.30	0.1094	-1.2195
-0.30	0.0401	-1.2563	0.00	0.0292	-1.2369	0.25	0.1671	-1.1005
-0.35	0.0510	-1.1402	-0.05	0.0379	-1.1219	0.20	0.2256	-1.0015
-0.40	0.0619	-1.0438	-0.10	0.0468	-1.0264	0.15	0.2855	-0.9182
-0.45	0.0730	-0.9625	-0.15	0.0559	-0.9461	0.10	0.3472	-0.8476
-0.50	0.0844	-0.8932	-0.20	0.0653	-0.8777	0.05	0.4115	-0.7876
-0.55	0.0961	-0.8335	-0.25	0.0750	-0.8189	0.00	0.4788	-0.7368
-0.60	0.1085	-0.7819	-0.30	0.0852	-0.7680	0.00	0.0383	-0.7368
-0.65	0.1214	-0.7370	-0.35	0.0959	-0.7236	-0.05	0.0461	-0.6932
-0.70	0.1352	-0.6978	-0.40	0.1072	-0.6849	-0.10	0.0542	-0.6550
-0.75	0.1500	-0.6635	-0.45	0.1192	-0.6509	-0.15	0.0628	-0.6214
-0.80	0.1660	-0.6336	-0.50	0.1321	-0.6211	-0.20	0.0718	-0.5917

Tablo 13. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$ ve $k=k_0/\mu_2=0.001$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.20	-2.9965	-0.5000	0.50	-3.3516	-0.5000	0.80	-3.3520	-0.4990
0.15	-2.7107	-0.2490	0.45	-3.0435	-0.2489	0.75	-3.0318	-0.2488
0.10	-2.4291	-0.2461	0.40	-2.7401	-0.2457	0.70	-2.7162	-0.2455
0.05	-2.1512	-0.2416	0.35	-2.4408	-0.2406	0.65	-2.4048	-0.2403
0.00	-1.8767	-0.2356	0.30	-2.1451	-0.2339	0.60	-2.0971	-0.2335
0.00	-3.1697	-0.2356	0.25	-1.8527	-0.2257	0.55	-1.7925	-0.2253
-0.05	-2.6889	-0.2279	0.20	-1.5631	-0.2163	0.50	-1.4908	-0.2159
-0.10	-2.2125	-0.2184	0.15	-1.2760	-0.2059	0.45	-1.1913	-0.2054
-0.15	-1.7393	-0.2075	0.10	-0.9909	-0.1946	0.40	-0.8938	-0.1942
-0.20	-1.2687	-0.1955	0.05	-0.7074	-0.1826	0.35	-0.5977	-0.1824
-0.25	-0.8000	-0.1826	0.00	-0.4252	-0.1701	0.30	-0.3027	-0.1702
-0.30	-0.3326	-0.1692	0.00	-0.6847	-0.1701	0.25	-0.0082	-0.1578
-0.35	0.1342	-0.1556	-0.05	-0.1773	-0.1572	0.20	0.2860	-0.1454
-0.40	0.6010	-0.1421	-0.10	0.3296	-0.1442	0.15	0.5805	-0.1332
-0.45	1.0684	-0.1291	-0.15	0.8367	-0.1313	0.10	0.8756	-0.1213
-0.50	1.5371	-0.1167	-0.20	1.3447	-0.1191	0.05	1.1717	-0.1101
-0.55	2.0077	-0.1053	-0.25	1.8545	-0.1077	0.00	1.4693	-0.0996
-0.60	2.4810	-0.0953	-0.30	2.3666	-0.0975	0.00	2.5627	-0.0996
-0.65	2.9574	-0.0869	-0.35	2.8819	-0.0890	-0.05	3.0967	-0.0905
-0.70	3.4378	-0.0805	-0.40	3.4011	-0.0824	-0.10	3.6348	-0.0805
-0.75	3.9228	-0.0764	-0.45	3.9250	-0.0782	-0.15	4.1778	-0.0790
-0.80	4.4130	-0.0750	-0.50	4.4543	-0.0767	-0.20	4.7267	-0.0774



Şekil 14. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$, $k=0.001$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı



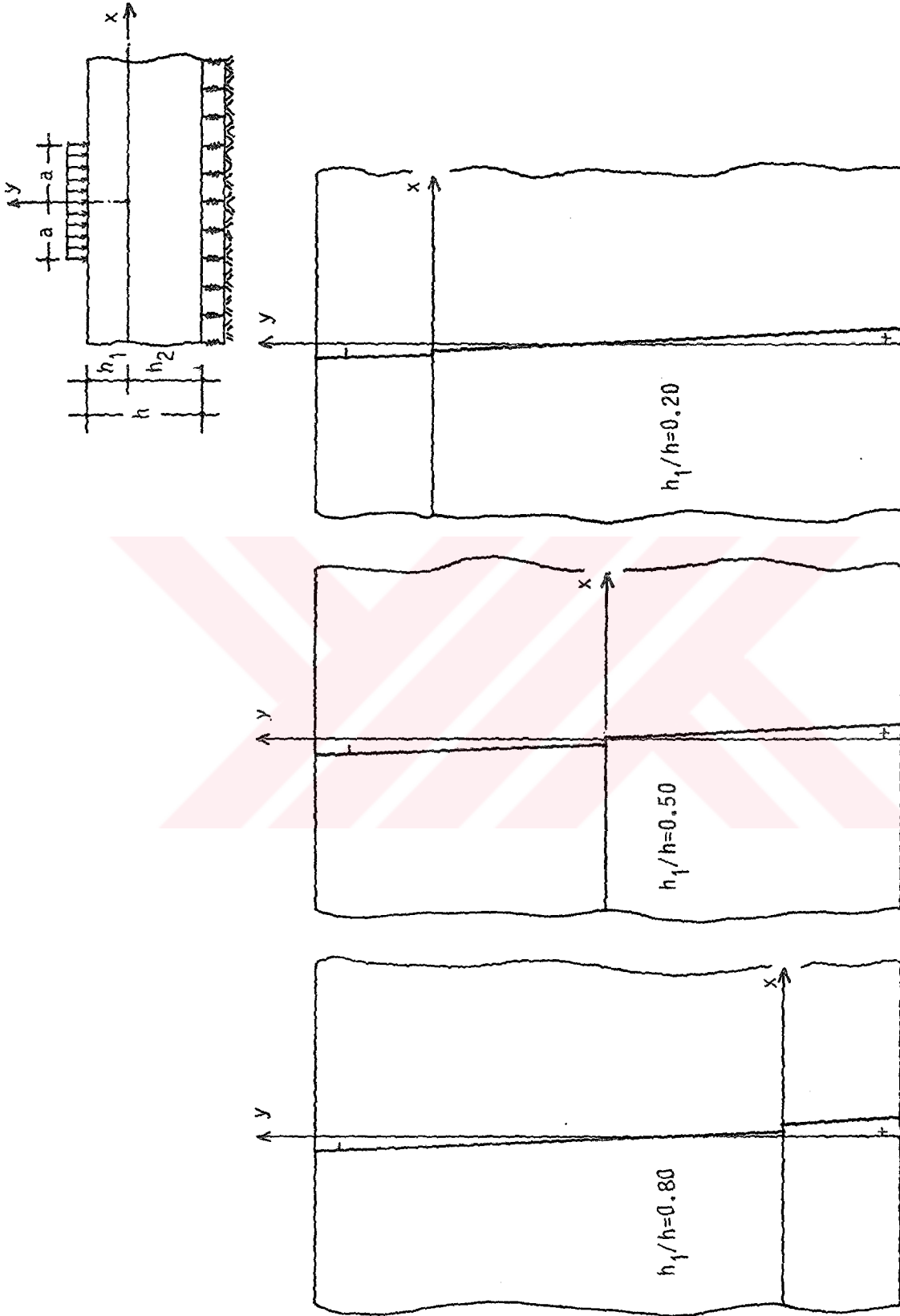
Şekil 15. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$, $k=0.001$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_y/P_0 gerilme dağılımı

Tablo 14. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$ ve $k=k_0/\mu_2=0.05$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

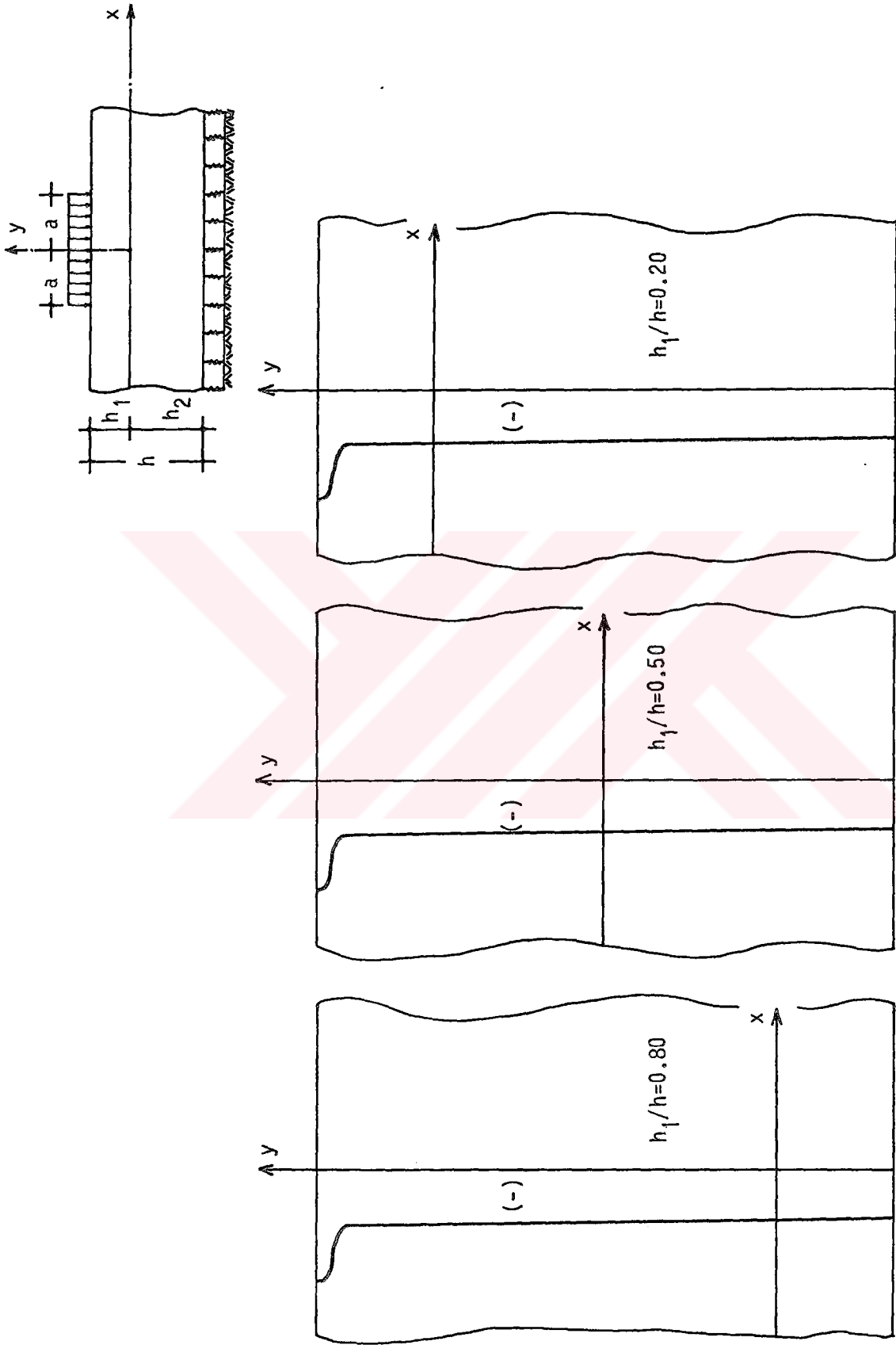
$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.20	-0.5592	-0.4999	0.50	-0.5912	-0.4999	0.80	-0.5813	-0.4993
0.15	-0.5046	-0.2495	0.45	-0.5331	-0.2494	0.75	-0.5202	-0.2487
0.10	-0.4523	-0.2480	0.40	-0.4774	-0.2478	0.70	-0.4617	-0.2471
0.05	-0.4022	-0.2457	0.35	-0.4240	-0.2453	0.65	-0.4054	-0.2446
0.00	-0.3539	-0.2426	0.30	-0.3725	-0.2420	0.60	-0.3510	-0.2412
0.00	-0.5409	-0.2426	0.25	-0.3228	-0.2380	0.55	-0.2984	-0.2372
-0.05	-0.4544	-0.2386	0.20	-0.2747	-0.2334	0.50	-0.2472	-0.2327
-0.10	-0.3700	-0.2338	0.15	-0.2280	-0.2282	0.45	-0.1974	-0.2276
-0.15	-0.2874	-0.2283	0.10	-0.1824	-0.2227	0.40	-0.1486	-0.2222
-0.20	-0.2062	-0.2223	0.05	-0.1379	-0.2168	0.35	-0.1007	-0.2165
-0.25	-0.1260	-0.2158	0.00	-0.0941	-0.2107	0.30	-0.0534	-0.2106
-0.30	-0.0466	-0.2092	0.00	-0.1020	-0.2044	0.25	-0.0065	-0.2047
-0.35	0.0324	-0.2024	-0.05	-0.0166	-0.2044	0.20	0.0401	-0.1987
-0.40	0.1122	-0.1957	-0.10	0.0685	-0.1981	0.15	0.0867	-0.1929
-0.45	0.1903	-0.1892	-0.15	0.1535	-0.1918	0.10	0.1334	-0.1872
-0.50	0.2699	-0.1831	-0.20	0.2389	-0.1858	0.05	0.1805	-0.1818
-0.55	0.3503	-0.1774	-0.25	0.3250	-0.1802	0.00	0.2281	-0.1767
-0.60	0.4319	-0.1725	-0.30	0.4121	-0.1752	0.00	0.4440	-0.1767
-0.65	0.5150	-0.1683	-0.35	0.5007	-0.1709	-0.05	0.5359	-0.1723
-0.70	0.5999	-0.1651	-0.40	0.5910	-0.1677	-0.10	0.6298	-0.1689
-0.75	0.6870	-0.1631	-0.45	0.6836	-0.1656	-0.15	0.7260	-0.1667
-0.80	0.7767	-0.1623	-0.50	0.7788	-0.1648	-0.20	0.8249	-0.1659

Tablo 15. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$ ve $k=k_0/\mu_2=1.00$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.20	-0.1302	-0.4999	0.50	-0.1246	-0.5000	0.80	-0.1150	-0.4993
0.15	-0.1183	-0.2499	0.45	-0.1116	-0.2498	0.75	-0.1010	-0.2481
0.10	-0.1074	-0.2494	0.40	-0.0996	-0.2493	0.70	-0.0881	-0.2476
0.05	-0.0976	-0.2485	0.35	-0.0887	-0.2485	0.65	-0.0761	-0.2467
0.00	-0.0887	-0.2474	0.30	-0.0787	-0.2474	0.60	-0.0650	-0.2457
0.00	-0.0822	-0.2474	0.25	-0.0695	-0.2461	0.55	-0.0548	-0.2444
-0.05	-0.0659	-0.2460	0.20	-0.0617	-0.2445	0.50	-0.0452	-0.2430
-0.10	-0.0507	-0.2443	0.15	-0.0535	-0.2429	0.45	-0.0363	-0.2414
-0.15	-0.0361	-0.2425	0.10	-0.0465	-0.2410	0.40	-0.0280	-0.2397
-0.20	-0.0223	-0.2405	0.05	-0.0401	-0.2391	0.35	-0.0202	-0.2380
-0.25	-0.0089	-0.2384	0.00	-0.0342	-0.2371	0.30	-0.0128	-0.2362
-0.30	0.0039	-0.2362	0.00	-0.0089	-0.2371	0.25	-0.0059	-0.2344
-0.35	0.0165	-0.2341	-0.05	0.0220	-0.2350	0.20	0.0008	-0.2326
-0.40	0.0287	-0.2320	-0.10	0.0348	-0.2329	0.15	0.0071	-0.2308
-0.45	0.0408	-0.2299	-0.15	0.0474	-0.2309	0.10	0.0133	-0.2291
-0.50	0.0529	-0.2280	-0.20	0.0599	-0.2290	0.05	0.0193	-0.2274
-0.55	0.0650	-0.2263	-0.25	0.0724	-0.2273	0.00	0.0251	-0.2258
-0.60	0.0772	-0.2248	-0.30	0.0850	-0.2258	0.00	0.1080	-0.2258
-0.65	0.0896	-0.2235	-0.35	0.0978	-0.2245	-0.05	0.1208	-0.2245
-0.70	0.1024	-0.2226	-0.40	0.1109	-0.2235	-0.10	0.1340	-0.2234
-0.75	0.1156	-0.2219	-0.45	0.1245	-0.2229	-0.15	0.1476	-0.2228
-0.80	0.1293	-0.2217	-0.50	0.1386	-0.2227	-0.20	0.1618	-0.2225



Şekil 16. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$, $k=1.00$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı



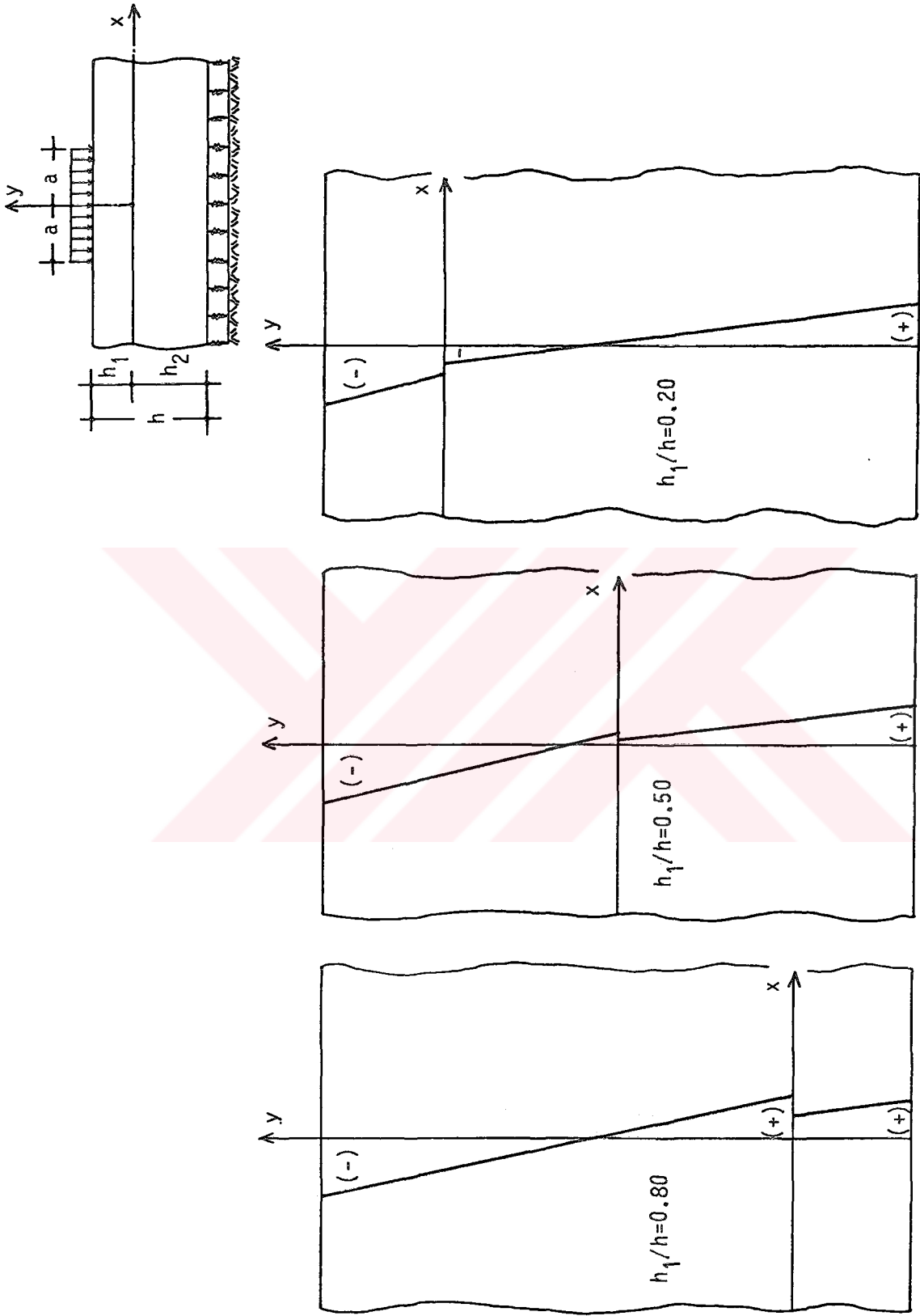
Şekil 17. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=1.7778$, $\nu_1=0.34$, $\nu_2=0.30$, $k=1.00$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_y/P_0 gerilme dağılımı

Tablo 16. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=0.5625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.34$ ve $k=k_0/\mu_2=0.001$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.20	-5.4177	-0.4999	0.50	-5.1267	-0.5000	0.80	-5.0646	-0.4999
0.15	-4.7797	-0.2483	0.45	-4.5125	-0.2484	0.75	-4.4997	-0.2484
0.10	-4.1484	-0.2436	0.40	-3.9045	-0.2439	0.70	-3.9407	-0.2440
0.05	-3.5226	-0.2362	0.35	-3.3019	-0.2469	0.65	-3.3871	-0.2372
0.00	-2.9016	-0.2266	0.30	-2.7038	-0.2278	0.60	-2.8379	-0.2283
0.00	-1.7200	-0.2266	0.25	-2.1095	-0.2170	0.55	-2.2927	-0.2177
-0.05	-1.3728	-0.2157	0.20	-1.5180	-0.2049	0.50	-1.7505	-0.2057
-0.10	-1.0277	-0.2038	0.15	-0.9287	-0.1919	0.45	-1.2108	-0.1926
-0.15	-0.6842	-0.1913	0.10	-0.3408	-0.1784	0.40	-0.6728	-0.1788
-0.20	-0.3417	-0.1785	0.05	0.2466	-0.1647	0.35	-0.1360	-0.1646
-0.25	0.0001	-0.1654	0.00	0.8343	-0.1513	0.30	0.4008	-0.1503
-0.30	0.3416	-0.1523	0.00	0.4586	-0.1513	0.25	0.9377	-0.1363
-0.35	0.6834	-0.1394	-0.05	0.7866	-0.1382	0.20	1.4756	-0.1228
-0.40	1.0259	-0.1270	-0.10	1.1154	-0.1257	0.15	2.0152	-0.1103
-0.45	1.3695	-0.1151	-0.15	1.4455	-0.1139	0.10	2.5571	-0.0990
-0.50	1.7147	-0.1042	-0.20	1.7772	-0.1030	0.05	3.1020	-0.0892
-0.55	2.0619	-0.0942	-0.25	2.1111	-0.0932	0.00	3.6508	-0.0814
-0.60	2.4116	-0.0856	-0.30	2.4475	-0.0847	0.00	2.1032	-0.0814
-0.65	2.7643	-0.0785	-0.35	2.7868	-0.0777	-0.05	2.4171	-0.0753
-0.70	3.1204	-0.0731	-0.40	3.1296	-0.0724	-0.10	2.7340	-0.0706
-0.75	3.4804	-0.0697	-0.45	3.4763	-0.0691	-0.15	3.0542	-0.0677
-0.80	3.8449	-0.0685	-0.50	3.8273	-0.0679	-0.20	3.3782	-0.0667

Tablo 17. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=0.5625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.34$ ve $k=k_0/\mu_2=0.05$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.20	-1.0656	-0.4999	0.50	-1.0414	-0.5000	0.80	-1.0513	-0.4993
0.15	-0.9246	-0.2492	0.45	-0.9067	-0.2491	0.75	-0.9266	-0.2485
0.10	-0.7872	-0.2466	0.40	-0.7756	-0.2466	0.70	-0.8053	-0.2461
0.05	-0.6530	-0.2427	0.35	-0.6476	-0.2428	0.65	-0.6871	-0.2423
0.00	-0.5215	-0.2376	0.30	-0.5223	-0.2378	0.60	-0.5715	-0.2375
0.00	-0.3418	-0.2376	0.25	-0.3990	-0.2320	0.55	-0.4581	-0.2317
-0.05	-0.2725	-0.2318	0.20	-0.2775	-0.2254	0.50	-0.3466	-0.2251
-0.10	-0.2044	-0.2256	0.15	-0.1572	-0.2184	0.45	-0.2365	-0.2180
-0.15	-0.1372	-0.2190	0.10	-0.0377	-0.2111	0.40	-0.1275	-0.2105
-0.20	-0.0709	-0.2122	0.05	0.0814	-0.2039	0.35	-0.0192	-0.2028
-0.25	-0.0050	-0.2053	0.00	0.2007	-0.1968	0.30	0.0888	-0.1951
-0.30	0.0607	-0.1984	0.00	0.0837	-0.1968	0.25	0.1969	-0.1875
-0.35	0.1263	-0.1916	-0.05	0.1460	-0.1899	0.20	0.3054	-0.1802
-0.40	0.1922	-0.1851	-0.10	0.2084	-0.1833	0.15	0.4148	-0.1735
-0.45	0.2586	-0.1788	-0.15	0.2719	-0.1771	0.10	0.5253	-0.1673
-0.50	0.3256	-0.1730	-0.20	0.3359	-0.1714	0.05	0.6374	-0.1621
-0.55	0.3937	-0.1678	-0.25	0.4009	-0.1661	0.00	0.7514	-0.1578
-0.60	0.4629	-0.1632	-0.30	0.4672	-0.1617	0.00	0.4095	-0.1578
-0.65	0.5336	-0.1594	-0.35	0.5349	-0.1580	-0.05	0.4732	-0.1545
-0.70	0.6060	-0.1565	-0.40	0.6044	-0.1552	-0.10	0.5385	-0.1521
-0.75	0.6805	-0.1547	-0.45	0.6758	-0.1534	-0.15	0.6056	-0.1505
-0.80	0.7373	-0.1541	-0.50	0.7495	-0.1528	-0.20	0.6746	-0.1499



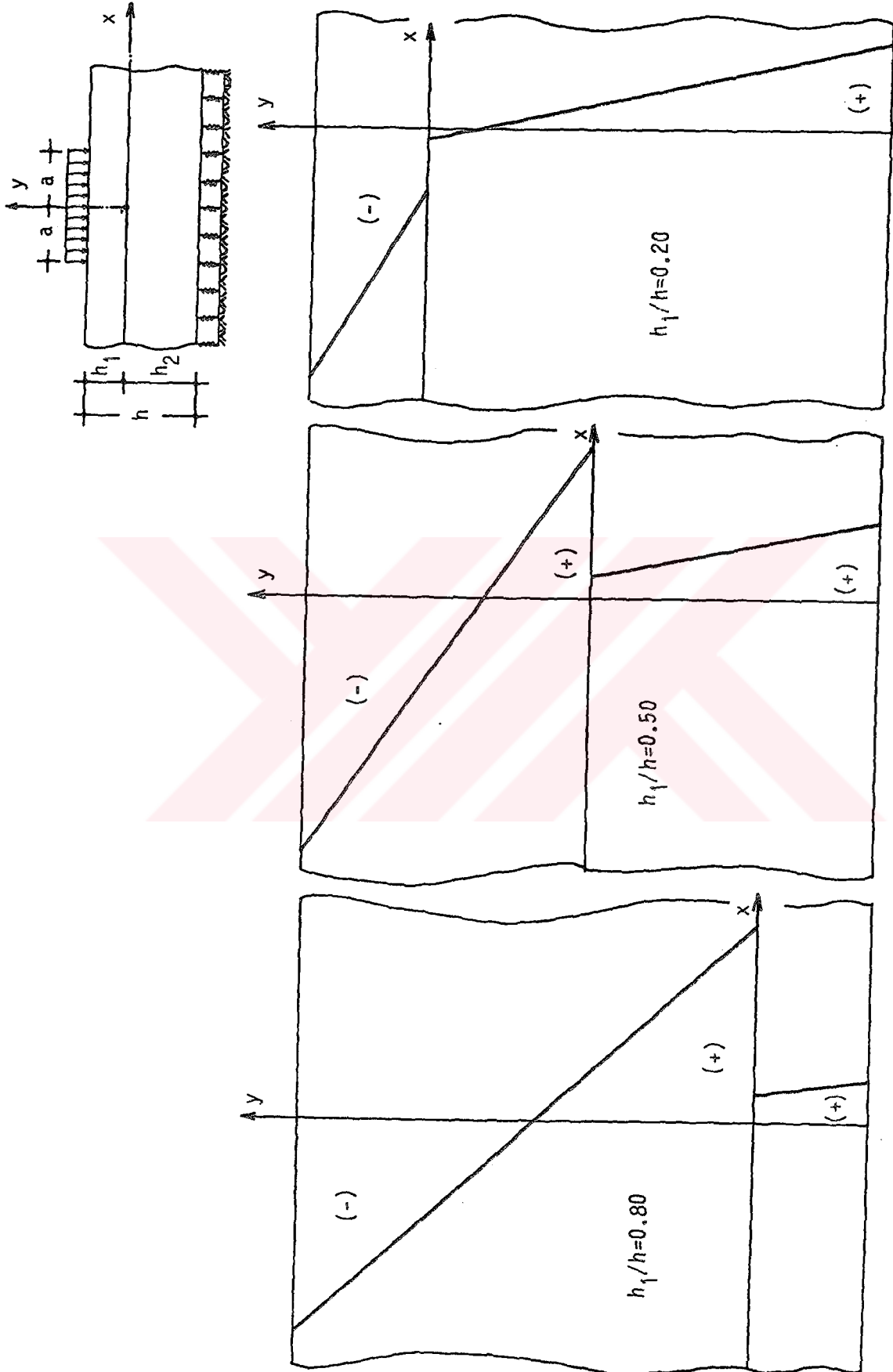
Şekil 18. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=0.5625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.34$, $k=0.05$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı

Tablo 18. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=0.5625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.34$ ve $k=k_0/\mu_2=1.0$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.20	-0.1753	-0.4998	0.50	-0.1914	-0.5000	0.80	-0.1998	-0.4996
0.15	-0.1424	-0.2499	0.45	-0.1608	-0.2497	0.75	-0.1722	-0.2476
0.10	-0.1110	-0.2490	0.40	-0.1318	-0.2488	0.70	-0.1461	-0.2467
0.05	-0.0810	-0.2476	0.35	-0.1041	-0.2473	0.65	-0.1214	-0.2454
0.00	-0.0520	-0.2459	0.30	-0.0777	-0.2455	0.60	-0.0979	-0.2436
0.00	-0.0710	-0.2459	0.25	-0.0522	-0.2434	0.55	-0.0754	-0.2414
-0.05	-0.0567	-0.2440	0.20	-0.0276	-0.2411	0.50	-0.0539	-0.2390
-0.10	-0.0432	-0.2419	0.15	-0.0035	-0.2386	0.45	-0.0330	-0.2364
-0.15	-0.0302	-0.2397	0.10	0.0200	-0.2361	0.40	-0.0128	-0.2337
-0.20	-0.0178	-0.2374	0.05	0.0433	-0.2336	0.35	0.0070	-0.2310
-0.25	-0.0057	-0.2351	0.00	0.0665	-0.2312	0.30	0.0265	-0.2282
-0.30	0.0060	-0.2327	0.00	0.0002	-0.2312	0.25	0.0458	-0.2255
-0.35	0.0175	-0.2307	-0.05	0.0112	-0.2289	0.20	0.0651	-0.2230
-0.40	0.0288	-0.2282	-0.10	0.0221	-0.2268	0.15	0.0845	-0.2206
-0.45	0.0400	-0.2262	-0.15	0.0330	-0.2247	0.10	0.1041	-0.2185
-0.50	0.0513	-0.2242	-0.20	0.0439	-0.2228	0.05	0.1241	-0.2167
-0.55	0.0626	-0.2225	-0.25	0.0548	-0.2211	0.00	0.1446	-0.2153
-0.60	0.0741	-0.2209	-0.30	0.0660	-0.2196	0.00	0.0481	-0.2153
-0.65	0.0859	-0.2197	-0.35	0.0774	-0.2184	-0.05	0.0591	-0.2142
-0.70	0.0980	-0.2187	-0.40	0.0892	-0.2175	-0.10	0.0704	-0.2134
-0.75	0.1106	-0.2181	-0.45	0.1014	-0.2169	-0.15	0.0820	-0.2129
-0.80	0.1237	-0.2179	-0.50	0.1142	-0.2167	-0.20	0.0941	-0.2127

Tablo 19. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$ ve $k=k_0/\mu_2=0.001$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme dağılımı

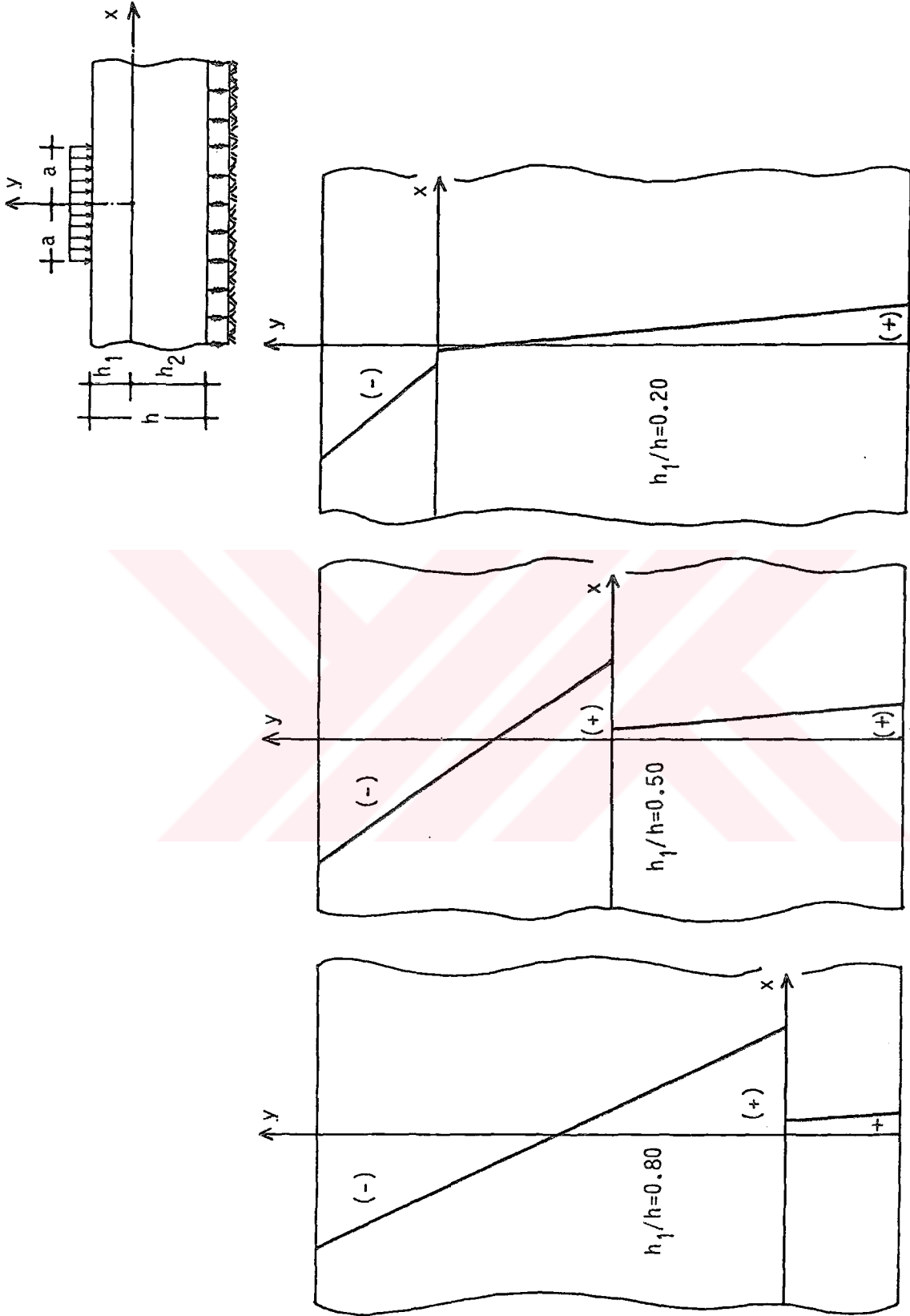
$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.20	-9.1341	-0.4999	0.50	-9.2917	-0.5000	0.80	-7.8229	-0.4996
0.15	-7.4061	-0.2474	0.45	-7.7764	-0.2473	0.75	-6.8654	-0.2476
0.10	-5.7866	-0.2401	0.40	-6.2708	-0.2399	0.70	-5.9154	-0.2420
0.05	-3.9763	-0.2294	0.35	-4.7732	-0.2288	0.65	-4.9719	-0.2334
0.00	-2.2695	-0.2166	0.30	-3.2816	-0.2148	0.60	-4.0340	-0.2223
0.00	-0.3613	-0.2166	0.25	-1.7941	-0.1990	0.55	-3.1004	-0.2091
-0.05	-0.1407	-0.2031	0.20	-0.3089	-0.1821	0.50	-2.1704	-0.1943
-0.10	0.0795	-0.1896	0.15	1.1759	-0.1651	0.45	-1.2428	-0.1784
-0.15	0.2995	-0.1761	0.10	2.6621	-0.1490	0.40	-0.3168	-0.1616
-0.20	0.5196	-0.1628	0.05	4.1515	-0.1346	0.35	0.6088	-0.1452
-0.25	0.7402	-0.1498	0.00	5.6461	-0.1228	0.30	1.5348	-0.1288
-0.30	0.9614	-0.1373	0.00	0.7951	-0.1228	0.25	2.4621	-0.1133
-0.35	1.1836	-0.1253	-0.05	0.9926	-0.1129	0.20	3.3919	-0.0989
-0.40	1.4070	-0.1140	-0.10	1.1912	-0.1035	0.15	4.3251	-0.0863
-0.45	1.6319	-0.1035	-0.15	1.3910	-0.0949	0.10	5.2626	-0.0759
-0.50	1.8585	-0.0939	-0.20	1.5924	-0.0871	0.05	6.2054	-0.0683
-0.55	2.0873	-0.0854	-0.25	1.7954	-0.0801	0.00	7.1547	-0.0638
-0.60	2.3183	-0.0781	-0.30	2.0005	-0.0742	0.00	1.0219	-0.0638
-0.65	2.5521	-0.0722	-0.35	2.2077	-0.0694	-0.05	1.1549	-0.0614
-0.70	2.7888	-0.0678	-0.40	2.4174	-0.0658	-0.10	1.2890	-0.0596
-0.75	3.0289	-0.0650	-0.45	2.6298	-0.0635	-0.15	1.4245	-0.0585
-0.80	3.2725	-0.0641	-0.50	2.8451	-0.0627	-0.20	1.5615	-0.0581



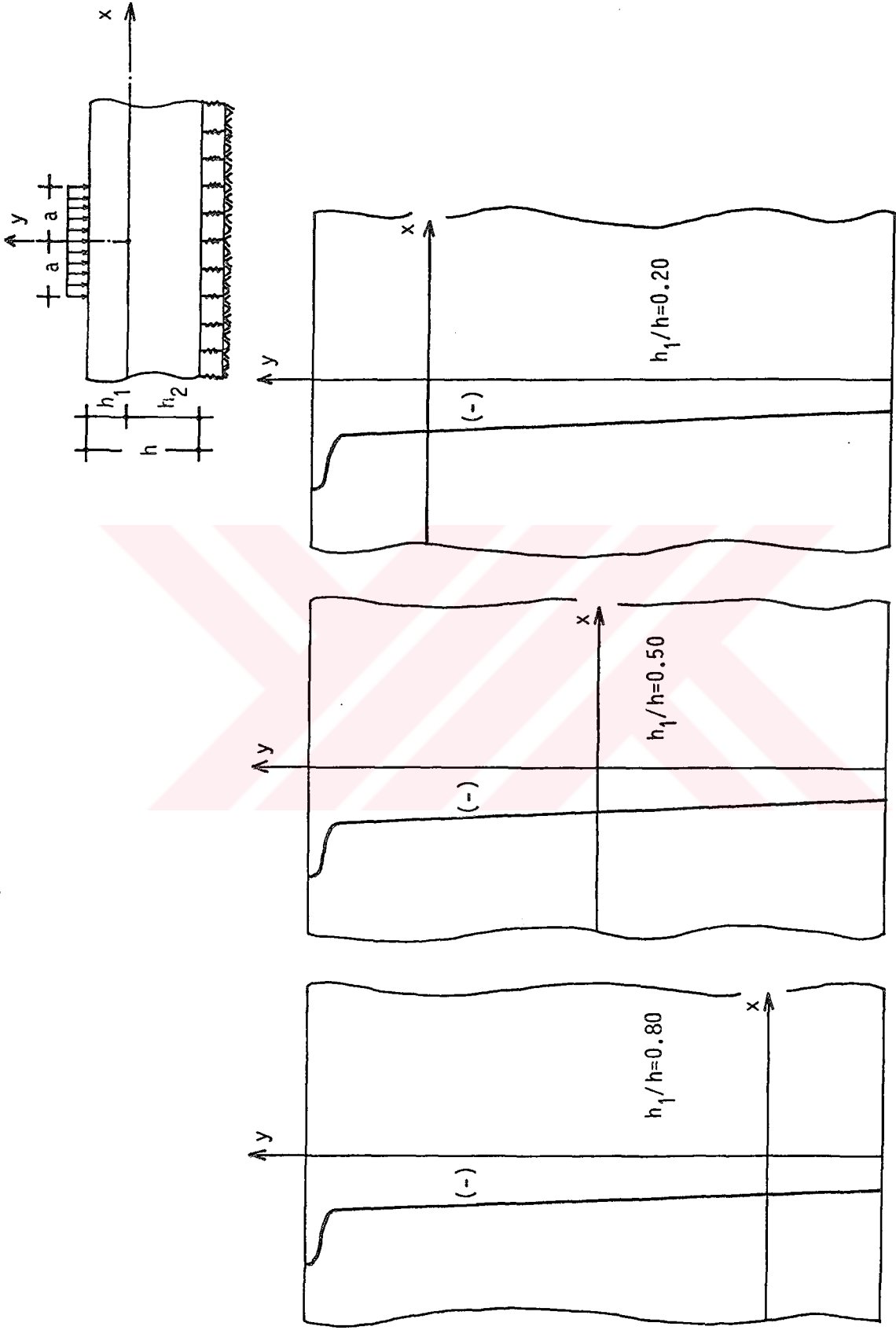
Şekil 19. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$, $k=0.001$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı

Tablo 20. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$ ve $k=k_0/\mu_2=0.05$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.20	-2.0740	-0.4988	0.50	-2.1892	-0.5000	0.80	-2.0685	-0.4992
0.15	-1.6338	-0.2497	0.45	-1.8186	-0.2484	0.75	-1.8071	-0.2431
0.10	-1.1992	-0.2454	0.40	-1.4541	-0.2440	0.70	-1.5505	-0.2397
0.05	-0.7686	-0.2393	0.35	-1.0943	-0.2374	0.65	-1.2981	-0.2343
0.00	-0.3406	-0.2321	0.30	-0.7382	-0.2292	0.60	-1.0492	-0.2274
0.00	-0.0855	-0.2321	0.25	-0.3846	-0.2198	0.55	-0.8031	-0.2193
-0.05	-0.0380	-0.2246	0.20	-0.0325	-0.2099	0.50	-0.5593	-0.2101
-0.10	0.0091	-0.2171	0.15	0.3194	-0.2000	0.45	-0.3172	-0.2003
-0.15	0.0560	-0.2097	0.10	0.6721	-0.1906	0.40	-0.0760	-0.1901
-0.20	0.1028	-0.2023	0.05	1.0268	-0.1823	0.35	0.1647	-0.1799
-0.25	0.1498	-0.1951	0.00	1.3845	-0.1757	0.30	0.4056	-0.1698
-0.30	0.1969	-0.1881	0.00	0.1722	-0.1757	0.25	0.6473	-0.1602
-0.35	0.2445	-0.1815	-0.05	0.2137	-0.1702	0.20	0.8905	-0.1514
-0.40	0.2927	-0.1752	-0.10	0.2557	-0.1650	0.15	1.1356	-0.1436
-0.45	0.3415	-0.1694	-0.15	0.2984	-0.1602	0.10	1.3833	-0.1372
-0.50	0.3913	-0.1641	-0.20	0.3419	-0.1559	0.05	1.6343	-0.1325
-0.55	0.4421	-0.1593	-0.25	0.3862	-0.1520	0.00	1.8892	-0.1298
-0.60	0.4941	-0.1553	-0.30	0.4316	-0.1487	0.00	0.2522	-0.1298
-0.65	0.5475	-0.1519	-0.35	0.4782	-0.1460	-0.05	0.2865	-0.1283
-0.70	0.6025	-0.1495	-0.40	0.5260	-0.1440	-0.10	0.3215	-0.1272
-0.75	0.6593	-0.1479	-0.45	0.5752	-0.1428	-0.15	0.3573	-0.1265
-0.80	0.7181	-0.1473	-0.50	0.6261	-0.1423	-0.20	0.3940	-0.1263



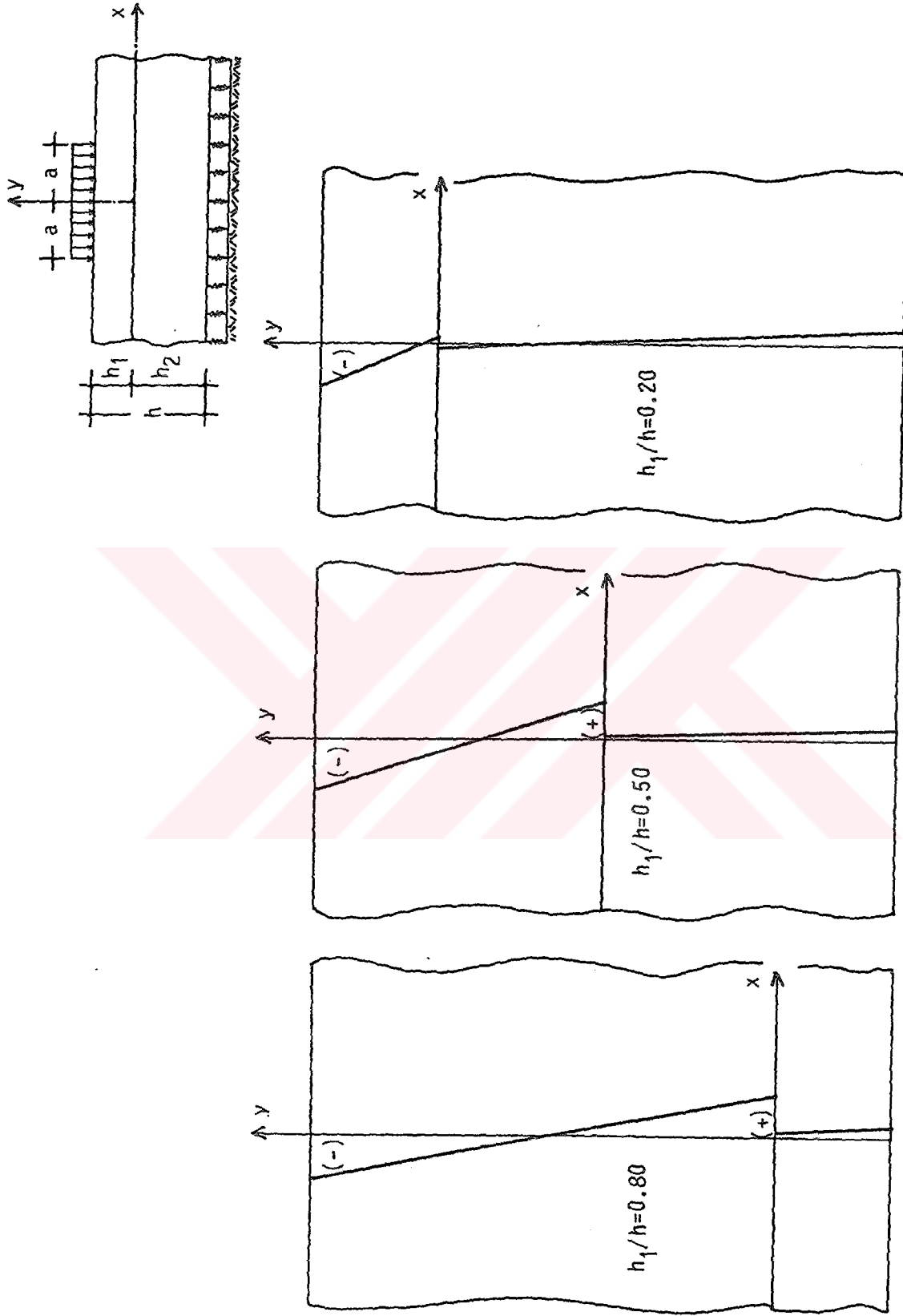
Şekil 20. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$, $k=0.05$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı



Şekil 21. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$, $k=0.05$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_y/P_0 gerilme dağılımı

Tablo 21. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$ ve $k=k_0/\mu_2=1.00$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

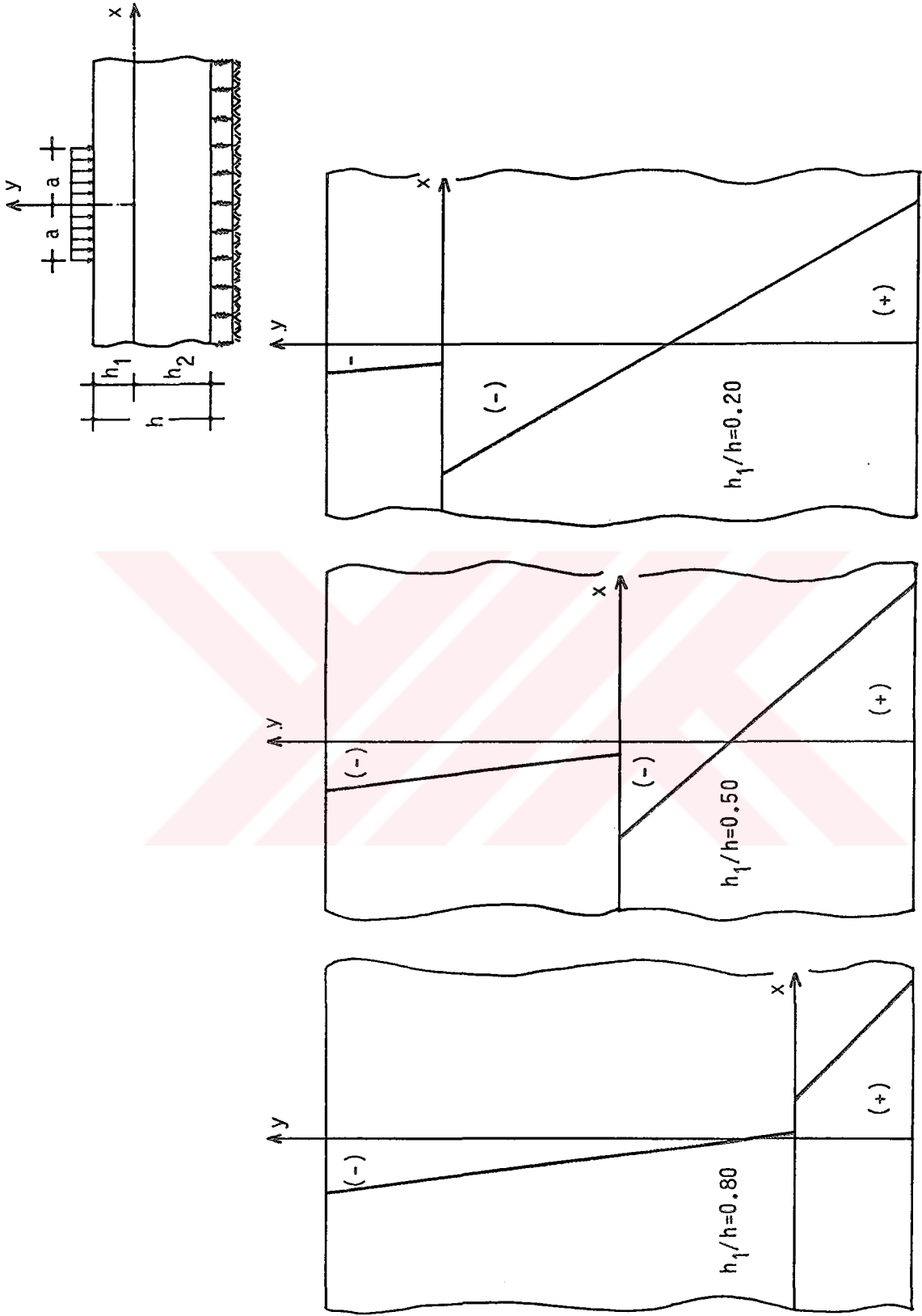
$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.20	-0.3958	-0.4992	0.50	-0.4606	-0.5000	0.80	-0.4046	-0.4989
0.15	-0.2822	-0.2532	0.45	-0.3741	-0.2493	0.75	-0.3489	-0.2309
0.10	-0.1712	-0.2514	0.40	-0.2905	-0.2474	0.70	-0.2955	-0.2295
0.05	-0.0619	-0.2490	0.35	-0.2091	-0.2445	0.65	-0.2440	-0.2272
0.00	0.0464	-0.2463	0.30	-0.1296	-0.2409	0.60	-0.1942	-0.2243
0.00	-0.0319	-0.2463	0.25	-0.0512	-0.2369	0.55	-0.1457	-0.2208
-0.05	-0.0216	-0.2436	0.20	0.0263	-0.2327	0.50	-0.0984	-0.2169
-0.10	-0.0118	-0.2409	0.15	0.1037	-0.2285	0.45	-0.0519	-0.2128
-0.15	-0.0022	-0.2381	0.10	0.1813	-0.2246	0.40	-0.0060	-0.2085
-0.20	0.0070	-0.2354	0.05	0.2597	-0.2213	0.35	0.0396	-0.2042
-0.25	0.0161	-0.2328	0.00	0.3394	-0.2187	0.30	0.0851	-0.1999
-0.30	0.0250	-0.2302	0.00	0.0147	-0.2187	0.25	0.1309	-0.1959
-0.35	0.0338	-0.2278	-0.05	0.0224	-0.2167	0.20	0.1770	-0.1922
-0.40	0.0426	-0.2255	-0.10	0.0300	-0.2148	0.15	0.2239	-0.1890
-0.45	0.0515	-0.2233	-0.15	0.0378	-0.2130	0.10	0.2718	-0.1864
-0.50	0.0604	-0.2214	-0.20	0.0456	-0.2114	0.05	0.3210	-0.1844
-0.55	0.0696	-0.2196	-0.25	0.0535	-0.2100	0.00	0.3717	-0.1833
-0.60	0.0789	-0.2182	-0.30	0.0617	-0.2087	0.00	0.0249	-0.1833
-0.65	0.0886	-0.2169	-0.35	0.0701	-0.2078	-0.05	0.0312	-0.1828
-0.70	0.0986	-0.2160	-0.40	0.0788	-0.2070	-0.10	0.0377	-0.1824
-0.75	0.1090	-0.2155	-0.45	0.0878	-0.2066	-0.15	0.0443	-0.1821
-0.80	0.1200	-0.2153	-0.50	0.0972	-0.2064	-0.20	0.0511	-0.1820



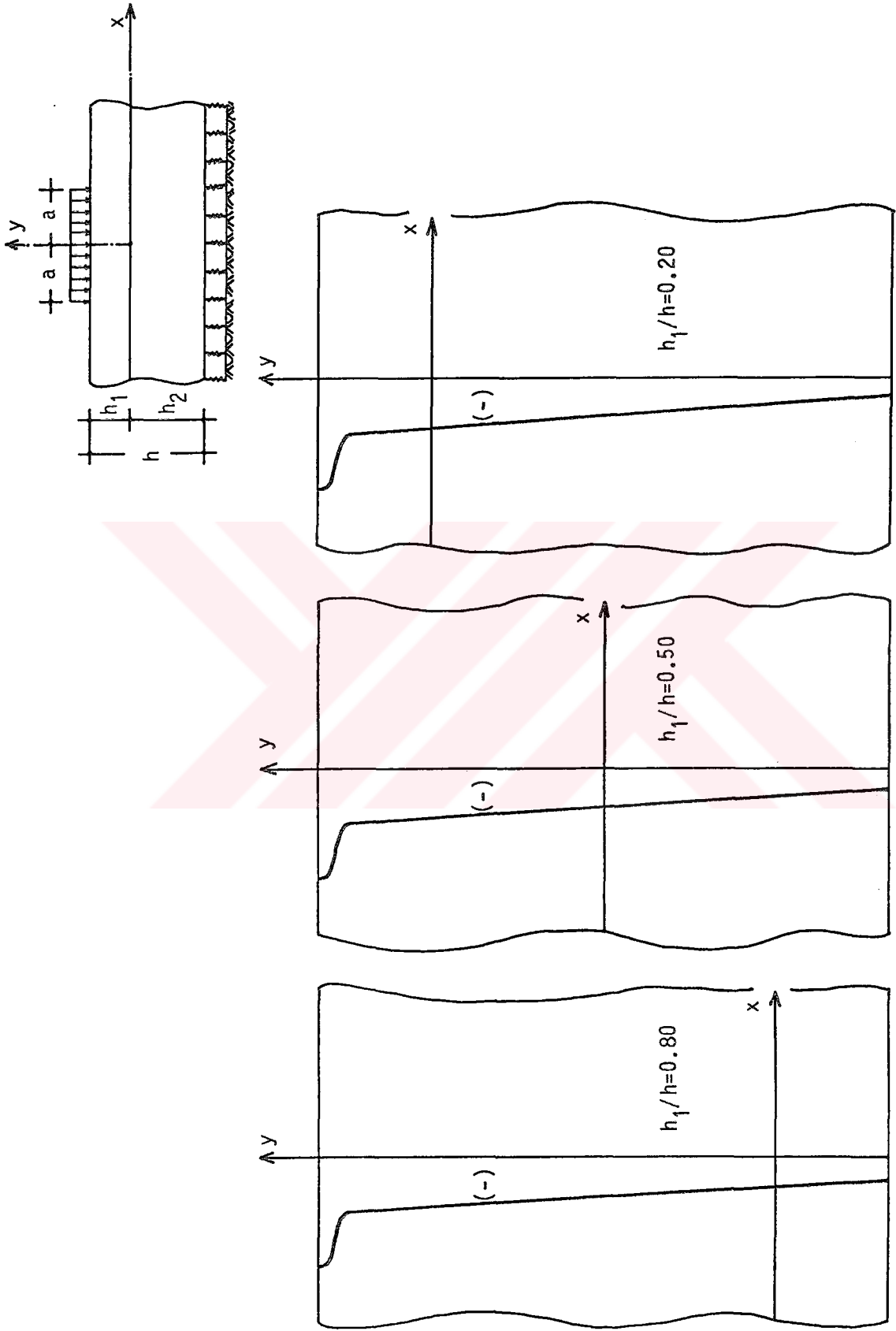
Şekil 22. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=0.15625$, $\nu_1=0.30$, $\nu_2=0.20$, $k=1.00$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı

Tablo 22. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=6.400$, $\nu_1=0.20$, $\nu_2=0.30$ ve $k=k_0/\mu_2=0.001$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.20	-1.0473	-0.4999	0.50	-1.7575	-0.5000	0.80	-1.9566	-0.4989
0.15	-0.9574	-0.2494	0.45	-1.6231	-0.2493	0.75	-1.8065	-0.2481
0.10	-0.8693	-0.2485	0.40	-1.4917	-0.2474	0.70	-1.6599	-0.2458
0.05	-0.7829	-0.2468	0.35	-1.3629	-0.2443	0.65	-1.5163	-0.2422
0.00	-0.6981	-0.2445	0.30	-1.2366	-0.2402	0.60	-1.3757	-0.2372
0.00	-4.5743	-0.2445	0.25	-1.1126	-0.2352	0.55	-1.2376	-0.2312
-0.05	-3.9608	-0.2403	0.20	-0.9907	-0.2293	0.50	-1.1018	-0.2242
-0.10	-3.3533	-0.2334	0.15	-0.8706	-0.2226	0.45	-0.9681	-0.2164
-0.15	-2.7509	-0.2241	0.10	-0.7523	-0.2152	0.40	-0.8362	-0.2078
-0.20	-2.1526	-0.2129	0.05	-0.6354	-0.2073	0.35	-0.7059	-0.1985
-0.25	-1.5576	-0.2002	0.00	-0.5200	-0.1988	0.30	-0.5770	-0.1887
-0.30	-0.9651	-0.1865	0.00	-3.3891	-0.1988	0.25	-0.4492	-0.1785
-0.35	-0.3741	-0.1721	-0.05	-2.4825	-0.1888	0.20	-0.3224	-0.1679
-0.40	0.2162	-0.1574	-0.10	-1.5804	-0.1767	0.15	-0.1963	-0.1571
-0.45	0.8066	-0.1429	-0.15	-0.6812	-0.1633	0.10	-0.0706	-0.1461
-0.50	1.3980	-0.1290	-0.20	0.2167	-0.1493	0.05	0.0547	-0.1350
-0.55	1.9912	-0.1161	-0.25	1.1146	-0.1354	0.00	0.1799	-0.1239
-0.60	2.5871	-0.1045	-0.30	2.0142	-0.1224	0.00	1.3820	-0.1239
-0.65	3.1866	-0.0948	-0.35	2.9168	-0.1110	-0.05	2.3943	-0.1134
-0.70	3.7905	-0.0873	-0.40	3.8240	-0.1019	-0.10	3.4101	-0.1047
-0.75	4.3996	-0.0825	-0.45	4.7373	-0.0958	-0.15	4.4313	-0.0988
-0.80	5.0151	-0.0807	-0.50	5.6583	-0.0936	-0.20	5.4600	-0.0966



Sekil 23. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=6.400$, $\nu_1=0.20$, $\nu_2=0.30$, $k=0.001$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_x/P_0 gerilme dağılımı



Şekil 24. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=6.400$, $\nu_1=0.20$, $\nu_2=0.30$, $k=0.001$ için $x/h=0$ kesitindeki σ_y/P_0 gerilme dağılımı

Tablo 23. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=6.400$, $\nu_1=0.20$, $\nu_2=0.30$ ve $k=k_0/\mu_2=0.05$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.20	-0.2038	-0.4999	0.50	-0.2727	-0.5000	0.80	-0.2822	-0.4992
0.15	-0.1873	-0.2499	0.45	-0.2501	-0.2497	0.75	-0.2565	-0.2437
0.10	-0.1720	-0.2494	0.40	-0.2290	-0.2489	0.70	-0.2325	-0.2428
0.05	-0.1577	-0.2484	0.35	-0.2093	-0.2476	0.65	-0.2099	-0.2413
0.00	-0.1445	-0.2472	0.30	-0.1909	-0.2458	0.60	-0.1887	-0.2393
0.00	-0.7329	-0.2472	0.25	-0.1737	-0.2436	0.55	-0.1687	-0.2369
-0.05	-0.6283	-0.2451	0.20	-0.1576	-0.2410	0.50	-0.1499	-0.2341
-0.10	-0.5267	-0.2417	0.15	-0.1426	-0.2381	0.45	-0.1320	-0.2311
-0.15	-0.4277	-0.2372	0.10	-0.1285	-0.2350	0.40	-0.1150	-0.2272
-0.20	-0.3308	-0.2318	0.05	-0.1153	-0.2315	0.35	-0.0989	-0.2241
-0.25	-0.2356	-0.2257	0.00	-0.1029	-0.2279	0.30	-0.0834	-0.2203
-0.30	-0.1417	-0.2192	0.00	-0.4660	-0.2279	0.25	-0.0686	-0.2163
-0.35	-0.0487	-0.2123	-0.05	-0.3348	-0.2234	0.20	-0.0543	-0.2122
-0.40	0.0439	-0.2054	-0.10	-0.2056	-0.2182	0.15	-0.0406	-0.2080
-0.45	0.1364	-0.1985	-0.15	-0.0778	-0.2123	0.10	-0.0272	-0.2037
-0.50	0.2292	-0.1919	-0.20	0.0492	-0.2063	0.05	-0.0141	-0.1994
-0.55	0.3228	-0.1858	-0.25	0.1761	-0.2003	0.00	-0.0013	-0.1950
-0.60	0.4175	-0.1803	-0.30	0.3036	-0.1946	0.00	0.2031	-0.1950
-0.65	0.5138	-0.1757	-0.35	0.4322	-0.1897	-0.05	0.3480	-0.1909
-0.70	0.6121	-0.1722	-0.40	0.5627	-0.1857	-0.10	0.4939	-0.1874
-0.75	0.7127	-0.1699	-0.45	0.6957	-0.1831	-0.15	0.6419	-0.1850
-0.80	0.8163	-0.1690	-0.50	0.8319	-0.1822	-0.20	0.7927	-0.1841

Tablo 24. $a/h=1.00$, $\mu_2/\mu_1=6.400$, $\nu_1=0.20$, $\nu_2=0.30$ ve $k=k_0/\mu_2=1.0$ olması durumuna ait $x/h=0$ kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilme değerleri

$h_1/h = 0.20$			$h_1/h = 0.50$			$h_1/h = 0.80$		
$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$	$Z = \frac{Y}{h}$	$\frac{1}{P_0} \sigma_x$	$\frac{1}{P_0} \sigma_y$
0.20	-0.0670	-0.4997	0.50	-0.0740	-0.5000	0.80	-0.0717	-0.4997
0.15	-0.0629	-0.2502	0.45	-0.0677	-0.2499	0.75	-0.0642	-0.2396
0.10	-0.0595	-0.2500	0.40	-0.0622	-0.2496	0.70	-0.0574	-0.2394
0.05	-0.0568	-0.2496	0.35	-0.0575	-0.2492	0.65	-0.0513	-0.2389
0.00	-0.0547	-0.2491	0.30	-0.0534	-0.2486	0.60	-0.0459	-0.2383
0.00	-0.1087	-0.2491	0.25	-0.0500	-0.2479	0.55	-0.0411	-0.2376
-0.05	-0.0899	-0.2483	0.20	-0.0472	-0.2471	0.50	-0.0368	-0.2368
-0.10	-0.0722	-0.2472	0.15	-0.0450	-0.2461	0.45	-0.0331	-0.2359
-0.15	-0.0555	-0.2457	0.10	-0.0435	-0.2451	0.40	-0.0299	-0.2350
-0.20	-0.0397	-0.2441	0.05	-0.0425	-0.2440	0.35	-0.0271	-0.2339
-0.25	-0.0246	-0.2422	0.00	-0.0420	-0.2427	0.30	-0.0248	-0.2329
-0.30	-0.0100	-0.2403	0.00	-0.0278	-0.2427	0.25	-0.0229	-0.2318
-0.35	0.0040	-0.2383	-0.05	-0.0106	-0.2414	0.20	-0.0215	-0.2306
-0.40	0.0177	-0.2363	-0.10	0.0059	-0.2398	0.15	-0.0204	-0.2294
-0.45	0.0312	-0.2343	-0.15	0.0219	-0.2383	0.10	-0.0197	-0.2283
-0.50	0.0445	-0.2324	-0.20	0.0376	-0.2367	0.05	-0.0194	-0.2270
-0.55	0.0577	-0.2307	-0.25	0.0530	-0.2352	0.00	-0.0190	-0.2258
-0.60	0.0711	-0.2292	-0.30	0.0683	-0.2338	0.00	0.1105	-0.2258
-0.65	0.0846	-0.2279	-0.35	0.0838	-0.2326	-0.05	0.1251	-0.2247
-0.70	0.0984	-0.2269	-0.40	0.0993	-0.2316	-0.10	0.1399	-0.2238
-0.75	0.1127	-0.2263	-0.45	0.1152	-0.2310	-0.15	0.1550	-0.2232
-0.80	0.1275	-0.2260	-0.50	0.1316	-0.2308	-0.20	0.1706	-0.2230

5. SONUÇLAR

Elastik mesnete oturan, elastik sabitleri ve yükseklikleri farklı birbirine yapıştırılmış iki bileşik tabaka probleminin çözüldüğü bu çalışmadan elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibi özetlenebilir.

Son yıllarda bileşik yapı tarzına olan talebin artması bu tür çalışmaların önemini artırmaktadır. Bileşik tabaka (şerit) şeklindeki yapı elemanlarının kesin çözümünü yapabilmek için elastisite teorisini ve integral dönüşüm tekniğini kullanmak çok uygun olmaktadır. Bilgisayarlardan yararlanılarak çeşitli integrallerin hassas bir şekilde hesaplanabilmesi bu çözüm yöntemini çok kullanışlı duruma getirmektedir. Elastisite teorisine ait temel denklemler ve integral dönüşüm tekniği kullanılarak elastik mesnetlenmiş bileşik tabaka problemine ait kısmi türevli diferansiyel denklem sabit katsayılı, homojen adi diferansiyel denkleme indirgenmiş, yükleme durumu ve sınır şartları da kullanılarak gerilme ve yerdeğiştirme ifadeleri elde edilmiştir.

Bu çalışmada özellikle en büyük normal gerilmelerin olduğu y simetri kesitindeki σ_x ve σ_y normal gerilmeleri hesaplanmıştır. Gerilme ifadelerinde geçen integrallerde y koordinatının h_1 civarında meydana gelen singüler terimler nedeniyle gerilme ifadelerine ait çekirdeklerde yakınsama iyi olmamaktadır. Ancak bu durum dördüncü bölümde gösterildiği şekilde sözkonusu singüler terimlerin gerilme ifadelerine ait çekirdeklerden ayıklanması ile giderilmiştir. Gerilme ifadelerinden çıkarılan bu singüler terimlerin yerlerine yine dördüncü bölümde verilmiş kapalı integralleri yazılarak σ_x ve σ_y normal gerilmeleri hesaplanmıştır.

Elastik mesnetlenmiş bileşik tabakanın tekil yükü yüklenmesi durumunda yükün altında yukarıda belirtilen sebeplerden dolayı tekillikler meydana gelmektedir. σ_x normal gerilme dağılımı her tabakada kesit boyunca lineerlik göstermekte olup tekil yükün altında bu lineerlik bozulmaktadır. σ_y normal gerilme değerleri tekil yükü yaklaşıldıkça hızla büyümekte, kesit boyunca derine inildikçe azalmaktadır. σ_y normal gerilme dağılımı tabaka kalınlıklarının oranlarının farklı seçilmesi durumunda

değişiklik göstermemektedir. σ_x normal gerilme dağılımını en çok etkileyen faktör elastik yay sabitidir. Elastik yay sabitinin büyük seçilmesi durumunda σ_x normal gerilme değerlerinin azaldığı, tersi durumunda da arttığı görülmüştür. Ancak elastik yay sabiti σ_x gerilme dağılımında etkili olduğu kadar σ_y gerilme dağılımında etkili olmamaktadır. Elastik yay sabitinin büyük seçilmesi durumunda σ_y normal gerilmelerinin alt tabakalarda yay sabitinin küçük seçilmesi durumuna göre azda olsa büyüdüğü görülmüştür. Üst tabakalarda ise hemen hemen değişiklik göstermemektedir.

Elastik mesnetlenmiş bileşik tabakanın yayılı yükü yüklenmesi durumunda ise σ_x normal gerilme dağılımı kesit boyunca her tabakada lineer olup, tekil yük durumuna göre daha küçük değerler almaktadır. σ_y normal gerilmeleri yüzeyden derine inildikçe lineere yakın bir şekilde azalmakta, yükün altında yükün şiddetine eşit olmakta ve böylece sınır şartı sağlanmaktadır.

Tekil ve yayılı yükleme durumlarının her ikisinde de elastisite modülü büyük olan tabakada σ_x normal gerilmeleri daha büyük değerler almaktadır. Elastik yay sabitinin küçük seçilmesi durumunda etkin olan σ_x normal gerilmeleri olmasına rağmen yay sabitinin büyük seçilmesi durumunda σ_x normal gerilme değerleri azaldığından σ_y normal gerilmeleri etkin olmaktadır. Her iki yükleme durumunda da τ_{xy} kayma gerilmelerinin küçük olması nedeniyle asal normal gerilmeler, her yerde σ_x ve σ_y normal gerilmelerine yakın değerler almaktadır. Farklı malzemelerden oluşan farklı yükseklikteki bileşik tabakalarda hesaplanan σ_x normal gerilmeleri tabakaların birleşim noktasında süreksizlik göstermekte ve elastisite modülü büyük olan tabakalardaki σ_x normal gerilmeleri daha büyük değerler almaktadır. Elastisite modülleri arasındaki fark büyüyünce süreksizlik miktarının farkı da artmaktadır.

KAYNAKLAR

1. Timoshenko, S. ve Goodier, J.N., Elastisite Teorisi, Ç. Kayan, İ. ve Şuhubi, E., Arı Kitapevi, İstanbul, 1969.
2. İnan, M., Cisimlerin Mukavemeti, İkinci baskı, Ofset Matbaacılık, İstanbul, 1970.
3. Baydar, H.A., Kompozit Kirişlerin Pratik Hesabı, Bayındırlık Bakanlığı Karayolları Genel Müdürlüğü, Ankara, 1975.
4. Timoshenko, S., Cisimlerin Mukavemeti, Kısım II, Ç. İnan, M. ve Sönmez, F., İkinci baskı, Berksoy Matbaası, İstanbul, 1965.
5. İnan, M., Düzlemde Elastisite Teorisi, Matbaa Teknisyenleri Basımevi, İstanbul, 1969.
6. Cook, R.D., Young, W.C., Advanced Mechanics of Materials, First Edition, Macmillan Publishing Company, 1985.
7. Edoğan, F. ve Gupta, G.D., The Stress Analysis of Multi-Layered Composites with a flaw, International Journal of Solids and Structures, Vol.7 (1971) 39-61.
8. Edoğan, F. ve Gupta, G.D., Layered Composites with an Interface Flaw, International Journal of Solids and Structures, Vol.7 (1971) 1089-1107.
9. Edoğan, F. ve Ratwani, M., The Contact Problem for an Elastic Layer Supported by two Elastic Quarter Planes, Journal of Applied Mechanics, 41 (1974) 673-678.
10. Civelek, M.B. ve Edoğan, F., The Frictionless Contact Problem for an Elastic Layer Under Gravity, Journal of Applied Mechanics, 43, 3 (1975) 136-140.
11. Adams, G.G. ve Bogy, D.B., The Plane Solutions for the Elastic Contact Problem of a Semi-infinite Strip and Half Plane, Journal of Applied Mec., 43 (1976) 603-607.
12. Adams, G.G., The Plane Symmetric Contact Problem for Dissimilar Elastic Semi-infinite Strips of different widths, Journal of Applied Mec., (1977) 604-610.
13. Geçit, M.R., Fracture of a Surface Layer Bonded to Half Space, Int. J. Engng. Sci., 17 (1979) 287-295.
14. Geçit, M.R., A tensionless Contact without Friction between an Elastic Layer and Elastic Foundation, Int. J. Solids and Structures, 16 (1980) 387-396.

15. Geçit, M.R., Axisymmetric Contact Problem for an Elastic Layer and Elastic Foundation, Int. J. Engng. Sci., 19 (1981) 747-755.
16. Schmueser, D., Comninou, M. ve Dundurs, J., Separation and Slip Between A Layer and a Substrate Caused by a Tensile Load, Int. J. Engng. Sci., 18 (1980) 1149-1155.
17. Le Houedec, D., Response of a Roadway Lying on an Elastic Foundation to Random Traffic Loads, Journal of Applied Mechanics, 47, 3 (1980) 145-149.
18. Civelek, M.B. ve Altıntaş, S., Birbirine Yapışık İki Yarı Düzlemde Oluşmuş Çatlakların Uçlarındaki Gerilme Şiddeti Faktörleri, 2. Ulusal Mekanik Kongresi, 1981, Trabzon, Bildiriler Kitabı, 203-219.
19. Saito, H. ve Teresawe, T., Steady-State Vibrations of a Beam on a Pasternak Foundation for Moving Loads, Journal of Applied Mechanics, 47, 12 (1980) 879-883.
20. Allen, D.H., Harries, E.C. ve Groves, S.E., Thermomechanical Constitutive Theory for Elastic Composites with Distributed Damage, Int. J. of Solids and Structures, 23, 9 (1987) 1301-1318.
21. Wang, K., Analysis and Calculation of Stresses and Displacements in Layered Elastic Systems, Acta Mechanica Sinica/Lixue Xuebao, 3, 3 (1987) 251-260.
22. Çakıroğlu, F.L. ve Erdöl, R., Bileşik Çubukların Elastisite Teorisine Göre Çözümü, A.Ü. Isparta Müh. Mim. Fak. Dergisi, Mart 1987, 53-60.
23. Loboda, V.V., Plane Solution for the Elastic Contact Problem of a Strip and a Semi-infinite Strip, Mechanics of Solids, 22, 1(1987) 62-71.
24. Fabrikant, V.I. ve Sankar, T.S., Singularities at Angular Points in Elastic Contact Problems, Communications in Applied Numerical Methods, 4, 2 (1988) 173-178.
25. Nowell, D. ve Hills, D.A., Contact Problems Incorporating Elastic Layers, International Journal of Solids and Structures, 24, 1 (1988) 105-115.
26. Suo, Z. ve Hutchinson, J.W., Interface Crack Between Two Elastic Layers, Int. J. of Fracture, 43, 1 (1990) 1-18.
27. Çakıroğlu, A.O. ve Çakıroğlu, F.L., Continuous and Discontinuous Contact Problems for Strips on an Elastic Semi-infinite Plane, Int. J. of Engng. Sci., 29, 1 (1991) 99-111.
28. Segura, J.M., Approximate Method of Determination of Shear Stresses due to Flexure in Composite Beams, Journal of Engineering Science, 28, 8 (1990) 735-750.
29. Vorovich, E.I. ve Pryakhina, O.D., Dynamic Contact Problem for an Elastic Beam-Layer System, Mechanics of Solids, 24, 1 (1989) 139-143.

30. Çakıroğlu, F.L. ve Erdöl, R., Elastik Zemine Oturan Bileşik Şeritte Sürekli Değme Problemi, 6. Ulusal Mekanik Kongresi, 1990, Bursa, Bildiriler Kitabı, Cilt I, 234-248.
31. Sneddon, Ian N., Fourier Transforms, Mc Graw-Hill Book Co., New York 1951.
32. Sneddon, Ian N., The Use of Integral Transforms, Mc Graw-Hill Book Co., New York, 1972.
33. Sokolnikoff, I.S., Mathematical Theory of Elasticity, Mc Graw-Hill Book Co., New York, 1956.
34. Chou, P.C. ve Pagano, N.J., Elastisite, Ç. Yaman, N. ve Erdöl R., KTÜ Basımevi, Trabzon, 1984.
35. Kayan, İ., Cisimlerin Mukavemeti, İTÜ Matbaası, İstanbul 1987.
36. Little, R. Wm., Elasticity, Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1973.
37. Love, A.E.H., A Treatise on The Mathematical Theory of Elasticity, Dover Publications, New York, 1944.
38. Girkman, K., Yüzeysel Taşıyıcı Sistemler, Ç. Tameröglü, S.S., Cilt I, ikinci Baskı, İTÜ İnşaat Fak. Matbaası, 1991.
39. Muskhelishvili, N.I., Some Basic Problems of The Mathematical Theory of Elasticity, Noordhoff International Publishing-Leyden, The Netherlands, 1975.
40. Muskhelishvili, N.I., Singular Integral Equations, Noordhoff International Publishing-Leyden, The Netherlands, 1977.
41. Sokolnikoff, I.S., Matematik Elastisite Teorisi, Ç. Şuhubi, E.S., Arı Kitapevi, İstanbul, 1965.
42. Çakıroğlu, F.L., Elastik Yarı Sonsuz Düzleme Oturan Bileşik Tabakaların Değme Problemi, Doktora Tezi, K.T.O. Müh. Mim. Fak., Trabzon, 1990.

ÖZGEÇMİŞ

Ahmet BİRİNCİ, 1968 yılında Çaykara'da doğdu. İlk öğrenimini 1972-1977 yılları arasında Çaykara'nın Ulucami köyünde tamamladı. Orta ve Lise öğrenimini 1977-1983 yılları arasında Çaykara'da yaptı. 1983-1984 eğitim ve öğretim yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Gümüşhane Meslek Yüksek Okulu İnşaat Bölümü'ne girerek bu bölümden 1985 yılında birinci olarak mezun oldu. 1985-1988 yılları arasında İstanbul'da özel bir şirkette çalıştıktan sonra 1988 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Müh. Mim. Fak. İnşaat Mühendisliği Bölümü 2. sınıfına dikey geçişle kayıt yaptırdı. 1991 yılında bu bölümü de birinci olarak bitirdikten sonra aynı yıl mezun olduğu bölümde Yüksek Lisans öğrenimine başladı. Açılan bir sınavla mezun olduğu bölümün Mekanik Anabilim Dalı'na Aralık 1991'de Araştırma Görevlisi olarak atandı. Evli ve bir çocuğu olan Arş. Gör. Ahmet BİRİNCİ, İngilizce bilmekte ve halen Karadeniz Teknik Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'nde görevine devam etmektedir.