KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

96746

DEĞİŞTİRİLMİŞ VLASOV MODELİNİ KULLANARAK ELASTİK ZEMİNE OTURAN KİRİŞLERİN SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ

İnş. Müh. Korhan ÖZGAN

96746

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünce
"İnşaat Yüksek Mühendisi"
Ünvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 07.08.2000
Tezin Savunma Tarihi : 25.08.2000

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Yusuf AYVAZ
Jüri Üyesi : Prof. Dr. Ahmet DURMUŞ
Jüri Üyesi : Yrd. Doç. Dr. Habip ASAN

Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Asım KADIOĞLU

Trabzon 2000

ÖNSÖZ

Bu çalışma, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda, yüksek lisans tezi olarak gerçekleştirilmiştir.

Değiştirilmiş Vlasov modelini kullanarak elastik zemine oturan kirişlerin serbest titreşim analizi konulu bu çalışmayı bana öneren, yakın ilgi, yardım ve desteğini esirgemeden daha iyisini ve daha mükemmelini gerçekleştirmek için titizlikle ve sabırla daha fazla çalışmanın önemi hususundaki tavsiyeleriyle bana cesaret veren, çalışmam süresince bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım danışman hocam Sayın Doç. Dr. Yusuf AYVAZ'a müteşekkir olduğumu belirtir, en içten sevgi ve saygılarımı sunarım.

Yoğun çalışmaları arasında bana zaman ayıran ve bu çalışmamı değerlendiren Sayın Prof. Dr. Ahmet DURMUŞ'a ve Sayın Yrd. Doç. Dr. Habip ASAN'a ayrıca teşekkürlerimi sunarım.

Öğrenimim boyunca bana emeği geçen tüm bölüm hocalarımı saygıyla anarım.

Lisans dönemiyle başlayan ve yüksek lisans çalışması ile her geçen gün artarak devam eden, yardımları, dostlukları ve sevgileri için tüm arkadaşlarıma sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Özellikle her konuda bana göstermiş oldukları destek, sabır ve anlayıştan ötürü anneme, babama ve kardeşime en içten teşekkürlerimi sunmak isterim.

Bugünlere gelmemde büyük emeklerinin olduğunu düşündüğüm büyükannemi saygıyla anar ve bu çalışmayı kendisine atfetmek isterim.

Korhan ÖZGAN

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

ÖZET

Elastik zemine oturan kirişler uygulamada çok sık rastlanan yapı elemanları olduğundan bu konuda yapılan çalışmalar oldukça fazladır. Bu tür sistemlerde zemin-yapı etkileşimini gerçekçi bir modelle ortaya koyarak yapının analizini yapmak gerekmektedir. Bilindiği gibi yapısal çözümlemede dinamik analiz mühendislik araştırmalarının önemli bir kısmını oluşturduğundan serbest titreşim analizine olan ihtiyaç daha da artmaktadır. Zira doğal titreşim frekansları ve bunlara karşılık gelen mod şekillerinin bilinmesi dinamik analizde mühendislere yol göstermektedir. Bundan dolayı yapı dinamiğinde serbest titreşim analizi bu konudaki araştırmaların önemli bir kısmını oluşturmaktadır.

Bu çalışmanın amacı kiriş uzunluğu, zemin derinliği ve zeminin düşey deformasyon parametresi gibi farklı değişkenlerin değiştirilmiş Vlasov modelini kullanarak elastik zemine oturan her iki ucu serbest kirişlerin frekans parametreleri üzerindeki etkilerini incelemektir. Bu inceleme, sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak hazırlanan bir bilgisayar programı yardımıyla gerçekleştirilmektedir. İnceleme sonunda elastik zemine oturan kirişlerin ilk on doğal frekans parametreleri ile bunların ilk altısına karşılık gelen mod şekilleri verilmektedir. Bu amaç doğrultusunda çalışmanın birinci bölümünde zemin modelleri incelendikten sonra elastik zemine oturan kirişler hakkında daha önce gerçekleştirilen bazı çalışmalar sunulmakta ve bu çalışmada kullanılan sonlu elemanlar yöntemi hakkında genel bilgiler verilerek inceleme konusu problemin bu yönteme göre formülasyonu üzerinde durulmaktadır. İkinci bölümde, dikkate alınan problemin tanımı yapılmakta ve elde edilen ilk on doğal frekans parametreleri ile bu değerlerin bazılarına karşılık gelen mod şekilleri verilerek irdelemeler yapılmaktadır. Üçüncü bölümde, çalışmanın bütününden çıkartılan bazı sonuçlar ve önerilere yer verilmekte ve bu bölümü kaynaklar listesi izlemektedir.

Çalışmanın sonunda genellikle zemin derinliğinin elastik zemine oturan her iki ucu serbest kirişlerin frekans parametreleri üzerindeki etkisinin bu çalışmada dikkate alınan diğer parametrelerin etkisinden daha büyük olduğu ortaya konmaktadır.

Anahtar Kelimeler : Parametrik çalışma, Elastik zemine oturan kiriş, Değiştirilmiş Vlasov modeli, Serbest titreşim, Sonlu elemanlar yöntemi,

SUMMARY

Free Vibration Analysis of Beams Resting on Elastic Foundation Using Modified Vlasov Model

Beams resting on elastic foundation are very common in structural systems. For this reason in the technical literature numerous works have been concerned with such problems. In these kinds of problems, the structural system should be analysed by using a realistic model for soil-structure interaction. It is well known that dynamic analysis is an important part of engineering investigations in these problems, so that the free vibration analysis should be done to do this, because a knowledge of natural frequencies of vibration and associated mode shapes are guide for researchers in the dynamic analysis. Therefore free vibration analysis is an important part of the researches made on structural dynamics.

The purpose of this study is to analyse the effects of various parameters such as subsoil depth, beam length, their ratio and the value of the vertical deformation parameter within the soil on the natural frequency parameters of beams on elastic foundation using modified Vlasov model. This analysis has been carried out by the aid of a computer program coded by using finite element method. The first ten natural frequencies and mode shapes corresponding to the first six of them are presented. For this purpose, in the first chapter, after brief information about soil-structures interaction is given, a brief review of previous studies of beams on elastic foundation are presented. Then finite element formulation of the problem is presented after some basic information about this method is given. In the second chapter, the first ten natural frequency parameters of beams considered and mode shapes corresponding to the first six of them for several subsoil depth, beam length, their ratio and value of the vertical deformation parameter within the soil are presented in tabular and graphical forms. In the third chapter, the conclusions drawn from the results are given and some recommendations for future studies are made. This chapter is followed by a list of references.

It is concluded that generally, the effect of the subsoil depth on the frequency parameters of the beam on elastic foundation is larger than that of the other parameters considered in this study.

Keywords : Parametric analysis, Beams on elastic foundation, Modified Vlasov model, Free vibration, Finite element method

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa No

TABLOLAR DİZİNİ

Sayfa No

SEMBOLLER DİZİNİ

b_w	: Kirişin gövde kalınlığı
E_s	: Zeminin elastisite modülü
EI	: Kirişin eğilme rijitliği
G	: Elastik zeminin kayma modülü
H	: Zeminin yüksekliği
k	: Yatak katsayısı
[K]	: Rijitlik matrisi
$[k_b]$	: Kirişin eleman rijitlik matrisi
$[k_v]$	: Zeminin ikinci parametre matrisi
$[k_w]$	: Winkler zeminin rijitlik matrisi
L	: Kirişin uzunluğu
M	: Eğilme momenti
[M]	: Kütle matrisi
p	: Kirişe etkiyen zeminin taban basıncı
q	: Kirişe etkiyen yayılı yük
S	: Kayma tabakasının kirişin altında oluşturacağı tepki kuvveti
V	: Kesme kuvveti
w	: Kirişin düşey yerdeğiştirmesi
$\overline{w}$	: Zeminin düşey yerdeğiştirmesi
2t	: Zeminin kayma parametresi
γ	: Zeminin düşey deformasyon parametresi
λ	: Frekans parametresi
ν	: Zeminin Poisson oranı
ω	: Açısal frekans

Not : Bu listede verilmeyen bazı semboller çalışmada ilgili oldukları yerlerde açıklanmıştır.

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Elastik zemine oturan kirişler hakkında yapılan çalışmalar, bu kirişlerin geniş uygulama alanı bulmaları sebebiyle, oldukça fazladır. Bu tür problemlerde zeminin davranışının yapıya olan etkisi önemli olmaktadır. Zira iyi bir projelendirme için etkiyen yüke ilave olarak yapının davranışının yanı sıra zeminin davranışını ve aralarındaki ilişkiyi de iyi bilmek gerekmektedir. Son yıllarda uygulamada yaygın olarak kullanılmaları nedeniyle elastik ve viskoelastik zemine oturan kiriş, plak veya kabuk problemlerinin çözümüne olan ihtiyaç daha da artmaktadır. Bu problemlerin formülasyonunda çoğu zaman yapılan yaklaşım, kiriş, plak ve kabukların diferansiyel denklemlerine zemin tepkisinin dahil edilmesine dayanmaktadır.

Zemin-yapı etkileşiminin belirlenmesindeki esas amaç, zeminin yapı üzerinde oluşturacağı etkileri ortaya koyarak bu etkileri hesaplarda dikkate almaktır. Bu ilişkiyi belirlemek zemin ortamının karmaşıklığından dolayı oldukça zordur. Bilindiği gibi beton ve çelik yapılar davranışın lineer ve izotrop olduğu kabulü ile yeterli doğrulukta modellenip analiz edilebilirken; zemin, homojen ve izotrop olmayan, dolayısıyla da lineer olmayan davranış gösteren bir katmandır. Ayrıca zemin parçacıklarının şekilsel, boyutsal ve mekaniksel özellikleri, zeminin nem durumu, suya doygunluğu, permeabilitesi ve zeminin geometrisi gibi değişik faktörler zeminin mekanik ve malzeme özelliklerini belirlemektedir. Diğer taraftan bu parametrelerinde tam olarak belirlenmesi hemen hemen mümkün olamamaktadır. Çeşitli laboratuvarlar arasındaki teknik farklılıklar dahi bu parametrelerin belirlenmesine etki etmektedir. Bu da problemi daha karmaşık bir hale getirmektedir. Bu konuda bir çok detaylı araştırma yapılmasına rağmen zemin-yapı etkileşimi ve bu etkileşimde zemin davranışının rolü tam olarak ortaya koyulamamaktadır.

Elastik zemine oturan kirişlerin çözümü üç aşamadan oluşmaktadır. Birinci ve en önemli aşama yapının davranışı ve zeminle ilgili temel kabullerin yapılması, ikinci aşama zemin katsayısı, kiriş kesiti ve malzemesi gibi gerekli büyüklüklerin belirlenmesi, üçüncü aşama ise gerçek çözümlere yakın sonuçlar verecek bir sayısal çözümleme tekniğinin seçimi ve kullanımıdır.

Sonuç olarak elastik zemine oturan kiriş ve plak problemlerinin matematik metotlarla çözümü zeminin oldukça karmaşık bir yapıya sahip olması sebebiyle bir takım idealleştirmeleri gerektirmektedir. Bu idealleştirmeler genellikle zeminin fiziksel ve mekanik davranışları ile ilgili olmaktadır.

Bu çalışmanın amacı değiştirilmiş Vlasov modelini kullanarak elastik bir zemine oturan iki ucu serbest bir kirişin serbest titreşimini incelemektir. Sistemin rijitlik ve kütle matrislerinin elde edilmesinde sonlu elemanlar metodu kullanılarak kiriş uzunluğunun, zeminin derinliğinin, bunların oranının ve zemin düşey deformasyon parametresinin serbest titreşim frekansları üzerindeki etkileri araştırılmaktadır.

Bu nedenle aşağıdaki alt başlıklar altında çalışmanın amacına yönelik bazı bilgiler sunulmaktadır.

1.2. Elastik Zemine Oturan Kirişler

1.2.1. Zemin-Yapı Etkileşim Modelleri

Zemin-yapı etkileşimini dikkate almak için literatürde yaygın olarak yapılan kabullerden bir tanesi zeminin lineer-elastik davrandığıdır. Zemindeki lineer olmayan etkilerin yerine bazı araştırmacılar yaklaşık bir metot olan lineer eşdeğerlilik metodunu kullanmışlardır. Son yıllarda meydana gelen bilgisayar teknolojisindeki hızlı gelişmelerden önce daha basit temel modelleri amaçlanmış ve daha basit bir alt yapı sistemi hedeflenmiştir. Bu çalışmalar içerisinde literatüre geçen en basit yöntem Winkler modelidir. Aşağıda zemin-yapı etkileşimi için kullanılan bazı modeller hakkında kısa bilgiler verilmektedir.

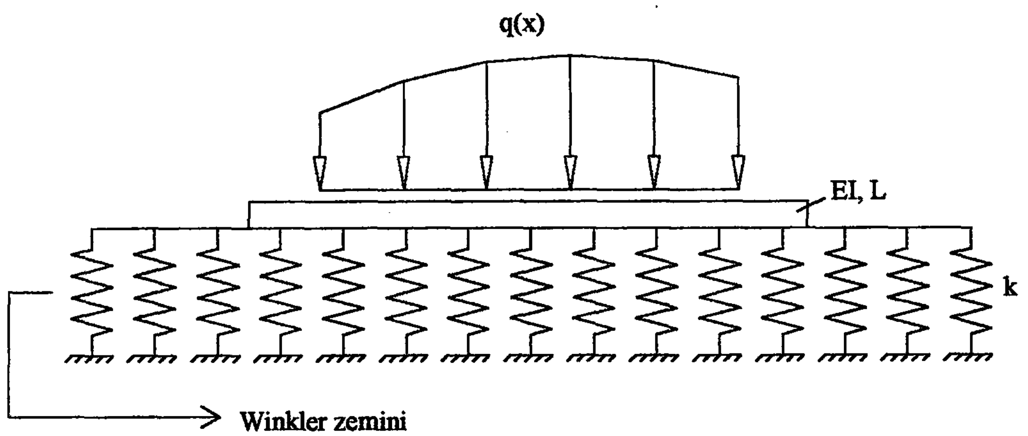
1.2.1.1. Bir Parametreli Model

Zemin ile yapı arasındaki ilişkiyi ortaya koyan en önemli modellerden biri Winkler tarafından 1867 yılında yapılan çalışmadır. Winkler tarafından önerilen bu modelde; zeminin birbirine sonsuz yakın, lineer ve elastik yaylardan meydana geldiği ve zeminin düşey yerdeğiştirmesinin (w) sadece o noktaya etki eden taban basıncına (p) ve idealleştirilmiş zemindeki yay sabitine (k) bağlı olduğu kabul edilmektedir (Şekil 1). Bu durumda zemin birbirine sonsuz yakın ve birbirinden bağımsız yaylardan oluşan bir sistem şeklinde düşünülmektedir. Yayların sadece doğrudan doğruya yüklendiklerinde şekil değiştirdikleri ve bir karşı tepki oluşturdukları ancak her yayın komşu yayın yüklenme durumundan etkilenmediği kabul edilmektedir. Bunun sonucunda zemin tamamen süreksiz bir ortam şeklinde dikkate alınmış olmaktadır. Bir parametreli modelde taban basıncı,

$$p(x,y) = k\,w(x,y) \tag{1}$$

ifadesiyle verilmektedir (Selvaduari, 1979).

Burada k elastik yay katsayısı olup uygulamada "yatak katsayısı" veya "zemin parametresi" olarak adlandırılmaktadır. Bu parametre, düşey yerdeğiştirme bir birim olduğunda birim genişlikteki birim alana gelen tepki kuvvetini ifade etmektedir



Şekil 1. Bir parametreli zemine oturan bir kiriş şeması (Winkler modeli)

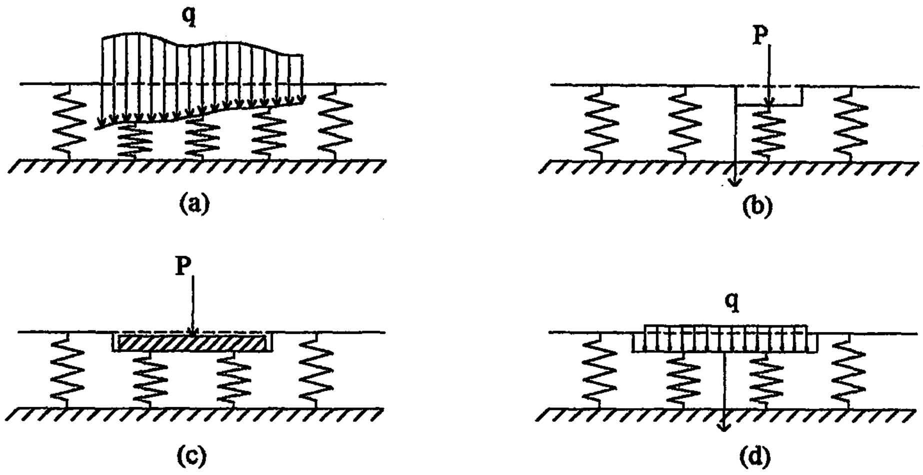
Bu model zemin ortamının elastik olduğunu dolayısıyla zeminin Hooke kanuna uyduğunu kabul etmektedir. Zemin basınç deneyleri, yük belli değerleri aşmadıkça, deformasyonların yükle orantılı olduğunu gösterdiğinden küçük şekildeğiştirmeler durumunda uygun olmaktadır (Doğan, 1993).

Başlangıçta demiryollarında yerdeğiştirmelerin ve nihai gerilmelerin analizinde kullanılan bu model daha sonraki yıllarda bir çok farklı zemin-yapı etkileşim problemlerinde kullanılmaya başlanmış ve Winkler modeli olarak literatüre geçmiştir.

Bu model bina döşemeleri ve köprü tabliyelerinin karakteristik konstrüksiyonu olan ızgara sistemler, bir ve iki doğrultuda sürekli temeller, gemi kaburgaları, dönel kabuklar, yatay yük etkisindeki düşey kazıklar ve palplanşlar, su tankı ve siloların betonarme temelleri gibi değişik mühendislik problemlerinde kullanılmaktadır. Basitliğine rağmen Winkler modelinin, gerçek zemin durumunu bazı karmaşık bağıntılarla veren modellere göre, yukarıda bahsedilen bazı önemli problemler için, özellikle temel sistemlerinde, gerçeğe daha yakın sonuçlar verdiği görülmüştür (Doğan,1993).

Winkler modelinin en büyük eksikliği yaylar arasındaki etkileşimi dikkate almaması, yani yükün etkidiği yay bir miktar çökerken diğer yaylarda bir değişiklik olmadığını, zemine etkiyen kuvvetlerin sadece etki ettikleri noktada şekildeğişimi yaptığını kabul etmesidir (Şekil 2). Bu durumda elastik zeminin üzerindeki herhangi bir yapı elemanının yapmış olduğu yerdeğiştirmeye yüklü alanın dışındaki zeminin etkisi olmamaktadır. Oysa elastik tabakanın yüzeyindeki bir noktada oluşan yerdeğiştirme sadece o noktaya etki eden kuvvetten değil aynı zamanda diğer noktalardaki kuvvetlerden de etkilenmektedir.

Winkler tarafından ortaya atılan bu modelde, daha önce bahsedildiği gibi, elastik bir zemine oturan kirişin herhangi bir noktasındaki çökme (w) aynı noktadaki taban basıncı (p) ile orantılıdır. Ancak bu durum Zimmerman' ın da ifade ettiği ve herkes tarafından bilindiği gibi zeminde sadece özel durumlar için sağlanabilmektedir (Erusta, 1996). Gerçekte herhangi bir noktada meydana gelen çökmeye bu noktanın civarındaki yüklerde etki etmektedir. Bu modelde bu durum dikkate alınmadığından basınç süperpozisyonu ihmal edilmiş olmaktadır. Bu nedenle yatak katsayısı zeminin özelliklerini yeterince ifade edebilen bir sabit olmaktan uzaklaşmaktadır.



Şekil 2. Winkler modeline göre yerdeğiştirme durumları
(a) Düzgün yayılı olmayan yük altında zeminin yerdeğiştirme durumu
(b) Tekil yük altında zeminin yerdeğiştirme durumu
(c) Rijit bir tabaka ile aktarılan yük altında zeminin yerdeğiştirme durumu
(d) Düzgün yayılı yük altında zeminin yerdeğiştirme durumu

Winkler tarafından geliştirilen, zeminin elastik karakteristikleri ve yüklü alanın boyutu gibi bir çok etkene bağlı olan, yatak katsayısının ne alınacağı geniş araştırma konusu olmuştur. Bir çok araştırmacı yatak katsayısını belirleyen teknik üzerinde çalışmıştır.

Bunlardan en kapsamlı olanı Terzahgi tarafından yapılmıştır. Terzahgi çalışmalarında yatak katsayısının zeminin tepkisi ile hareket eden alanın boyutlarına bağlı olduğunu göstermiştir. Biot, üç boyutlu elastik zemine oturan tekil yüke maruz sonsuz bir kirişi maksimum eğilme momentini de dikkate alarak çözmüş ve yatak katsayısının sadece kiriş genişliğine değil, bir dereceye kadar kirişin eğilme momentine de bağlı olduğunu göstermiştir. Vesic, farklı rijitliğe sahip aynı özellikteki yapıların aynı yüklemelerinde dahi farklı yatak katsayısı değerleri elde ederek yatak katsayısının zeminin rijitliği kadar yapının da rijitliğine bağlı olduğunu gösteren çalışmalar yapmıştır (Straughan, 1990).

Zimmerman, yatak katsayısını demiryolu traverslerinin hesabında kullanmış ve kendi özel uygulamaları için bulduğu ve kullandığı yatak katsayısı değerlerini sunmuştur. Kögler-Scheidig, sonsuz uzunluklu şerit temeller, dairesel ve kare plaklar için çeşitli parametrelere bağlı olarak, yatak katsayısını bulmaya yarayan çeşitli bağıntılar geliştirmiştir. Terzahgi ve Peck, deneysel çalışmalar yaparak, aynı taban basıncı değerleri için çökmelerin kiriş genişliğine bağlı olarak değiştiğini saptamışlar ve bununla ilgili bağıntılar sunmuşlardır (Ortakmaç, 1997).

Engesser, kiriş genişliği ile yatak katsayısı değerinin ters orantılı olduğuna işaret etmiştir. Yani kiriş genişliği artıkça yatak katsayısı değeri azalmaktadır. Hayashi ve Freud, yatak katsayısı değerinin taban basıncına bağlı olabileceğini düşünerek, taban basıncı artıkça yatak katsayısı değerinin azalacağı kabulü ile bir çok problem çözmüştür (Doğan, 1993).

Daloğlu, Vallabhan (2000), boyutsuz parametreler kullanarak tabakalı elastik Winkler zeminine oturan döşemeler için k yatak katsayısını hesaplayan bir metot geliştirmişlerdir. Elde ettikleri değerleri değiştirilmiş Vlasov modelin değerleri ile ve Biot ve Vesic' in önerdiği değerlerle karşılaştırmışlardır.

Mühendislik problemlerinin çözümü için gerekli olan yatak katsayısı değerleri, yayınlanmış çeşitli gözlemler veya zemin üzerinde yapılacak arazi deneyleri yardımıyla bulunabilmektedir. Çeşitli zemin türleri için yatak katsayısı değerleri aşağıda verilmektedir (Bowles, 1982).

Tablo 1. Çeşitli zemin türleri için yatak katsayısı, k, değerleri aralıkları

Zemin Türü	**k (kN/m^3)**
Balçık; turba	< 2000
Kil, plastik	12000 - 24000
Kil, yarı sert	24000 - 48000
Kil, sert	48000 <
Kum, gevşek	4800 - 16000
Kum, orta sıkı	9600 - 80000
Kum, sıkı	64000 - 128000
Kum-çakıl, sıkı	100000 - 150000

1.2.1.2. İki Parametreli Model

Winkler modelinin zeminin gerçek davranışını yansıtmadığını, bazı idealleştirmelerin gerektiğini, zemin ortamının daha karmaşık matematiksel ifadeler içerdiğini savunan bir çok araştırmacı Winkler modeline karşı modeller sunmuşlardır. Bunlardan bazıları aşağıda sıralanmaktadır (Selvaduari, 1979).

1. Filonenko-Borodich Modeli
2. Hetenyi Modeli
3. Pasternak Modeli
4. Vlasov Modeli
5. Reissner Modeli

Filonenko-Borodich (1940), Winkler modelinde yayların yüzeylerinin sabit bir T gerilmesine sahip elastik bir zar gibi olduğunu varsaymıştır (Şekil 3). Bu şekilde yaylar arasında süreklilik elde etmiştir. Yani sisteme bir yük etkidiği taktirde yüzeyde gerilmeler meydana gelmektedir. Bu modelde zeminin tepki fonksiyonu, T membran kuvvetini, ∇^2 Laplace operatörünü göstermek üzere

$$p(x,y) = k\, w(x,y) - T\, \nabla^2 w(x,y) \qquad (2)$$

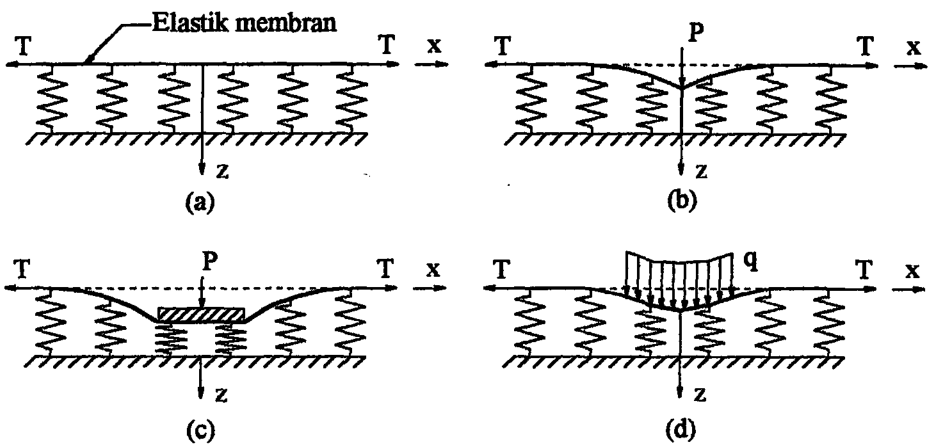
ifadesiyle verilmektedir. Bu ifadedeki Laplace operatörü ise,

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \qquad (3)$$

şeklindedir. Bir boyutlu problemler için (2) ifadesi;

$$p(x) = kw(x) - T\frac{d^2 w(x)}{dx^2} \qquad (4)$$

şeklini almaktadır.



Şekil 3. Filonenko-Borodich modeline göre yerdeğiştirme durumları
(a) Yüksüz durum
(b) Tekil yük altında zeminin yerdeğiştirme durumu
(c) Rijit bir tabaka ile aktarılan yük altında zeminin yerdeğiştirme durumu
(d) Yayılı yük altında zeminin yerdeğiştirme durumu

Hetenyi (1946; 1950), Winkler yaylarının üzerinde eğilme rijitliği D olan bir plak olduğunu varsaymıştır. Bir boyutlu problemler için ise plak yerine kirişi dikkate almıştır. Bu modele göre zeminin tepki fonksiyonu,

$$p(x,y) = kw(x,y) + D\nabla^2\nabla^2 w(x,y) \tag{5}$$

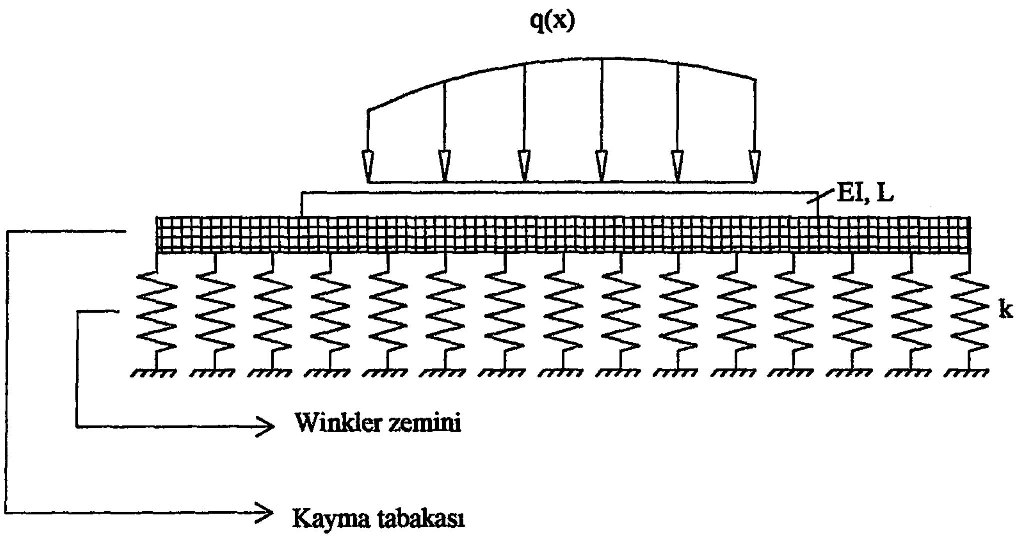
ifadesi ile verilmektedir. Bir boyutlu problemler için bu ifade

$$p(x) = kw(x) + D\frac{d^4 w(x)}{dx^4} \tag{6}$$

şeklini almaktadır.

Pasternak (1954), yayların üzerinde sıkışmayan, düşey elemanlardan oluşan ve sadece düşey yönde yerdeğiştirme yapabilen, kesme etkisinde deformasyona uğrayan bir kayma tabakası dikkate almıştır (Şekil 4). Bu modele göre zeminin tepki fonksiyonu, G elastik zeminin kayma modülünü göstermek üzere

$$p(x,y) = kw(x,y)\text{-}G\nabla^2 w(x,y) \tag{7}$$



Şekil 4. İki parametreli zemine oturan bir kiriş şeması (Pasternak modeli)

ifadesiyle verilmektedir.

Vlasov, Leont'ev (1966), Winkler zeminindeki olumsuzluklardan dolayı yeni bir teorik yaklaşımla plaklar için iki parametreli modeli geliştirmişlerdir. Daha sonraki yıllarda Nogami ve Lam benzer bir yaklaşımla düzlem şekildeğiştirme durumunda elastik zemine oturan kirişler için iki parametreli model üzerinde çalışmışlardır. Genelde Vlasov modeli diye bilinen bu model zemin tabakasındaki kayma şekildeğiştirmelerini dikkate almakta ve bu parametreleri zeminin tepki fonksiyonunda bulundurmaktadır (Turhan, 1992). Plaklar için geliştirilen bu modele göre zeminin tepki fonksiyonu, $2t$ zemin kayma parametresini göstermek üzere

$$p(x,y) = kw(x,y) - 2t\nabla^2 w(x,y) \tag{8}$$

ifadesiyle verilmektedir. Bu ifade bir boyutlu problemler için

$$p(x) = kw(x) - 2t\frac{d^2 w(x)}{dx^2} \tag{9}$$

şeklini almaktadır.

Bu bağıntılardaki k, T, D ve G parametrelerinin hesaplanmasında kullanılan kesin bir yöntem bulunmamakla birlikte bu parametreler zeminin özelliklerinden doğrudan elde edilebilmektedirler.

Literatürde bulunan iki parametreli modellerin bazı dezavantajları da mevcuttur. Bu dezavantajlar şunlardır (Güven, 1994).

1. Statik modellerdir, zemindeki dinamik etkileri dikkate almazlar.
2. Sadece zeminin düşey yöndeki direncini tanımlarlar.
3. Zemin içerisindeki değişimi dikkate almazlar. Zemin tabakasının homojen yarı sonsuz olması durumunda yada rijit bir kayaya oturan tek bir tabaka olduğunda zeminin elastik davranışını temsil ederler.
4. Modeldeki parametreler gerçek olmayan kuramsal ifadelerdir. Bu parametrelerin alabileceği değerlerle zemin özellikleri arasında kesin bir ilişkiyi gösteren ifade yoktur.

Yapıdaki ve zemindeki kayma etkilerini dikkate alan Vlasov modeli üzerinde çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Vlasov ve Leont'ev (1966) zemindeki düşey deformasyon değişimini gösteren ve γ olarak tanımladıkları bir başka parametreyi ortaya atmışlardır. γ parametresinin belirlenmesiyle yatak katsayısı (k) ve kayma parametresi ($2t$) değerlerinin deneysel zorunluluk olmaksızın hesaplanmasının mümkün olduğunu göstermişlerdir. Ancak γ parametresinin hesabı için herhangi bir şey belirtmemişlerdir.

Yang (1972), zemin-yapı etkileşimini göstermek amacıyla Vlasov modelini kullanarak elastik zemine oturan plakların analizini gerçekleştirmiştir. Bu analizde sınır şartları için sonlu farklar metodu, plak için ise sonlu elemanlar metodundan oluşan kombine bir yaklaşım kullanmıştır. Yang' ta Vlasov ve Leont'ev gibi γ parametresinin hesaplanması için herhangi bir yöntem göstermemiştir. O da γ 'nın alabileceği değerler hakkında aynı tahminleri yapmış ve Vlasov ve Leont'ev in yaptığı gibi zemin derinliliğinin sonsuz olduğu yarı sonsuz bir ortam dikkate almıştır. Temeldeki gerilme dağılımının kontrolü açısından γ parametresinin öneminin farkına varan Jones, Xenophontos (1977), değişik teknikler kullanarak γ parametresini hesaplamak için zemin tabakasına oturan yapının yerdeğiştirmeleri ile γ parametresi arasında bir ilişki ortaya koymuşlar ancak γ parametresinin hesaplanmasında kullanılabilecek kesin bir yöntem bulamamışlardır.

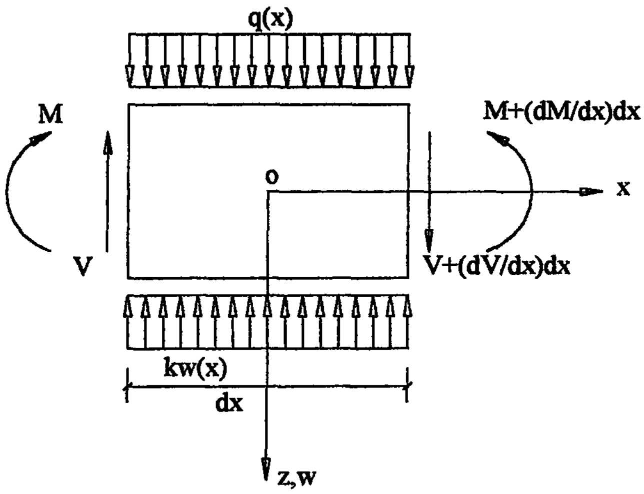
Vallabhan, Das (1988), yayılı yükle yüklenmiş elastik zemine oturan kirişler için zeminin yerdeğiştirme fonksiyonunu karakterize eden γ parametresinin hesabı için bir yöntem sunmuşlardır. Bu parametreyi kirişin, zeminin ve yükleme modunun boyutsuz bir fonksiyonu olarak belirlemişlerdir. Bu örnek için γ parametresinin, zeminin elastisite modülünün kirişin elastisite modülüne oranından bağımsız olduğunu ancak zemin tabakasının derinliğinin kirişin uzunluğuna oranından etkilendiğini göstermişlerdir. Elastik zemini, birbiri ile bağlantılı olan $k, 2t$ ve γ parametreleri ile tanımladıkları için kendi modellerini değiştirilmiş Vlasov model ya da üç-parametreli model olarak adlandırmışlardır. Bu parametrelerin yayılı yükten etkilendiklerinin yanı sıra zemin ve yapının malzeme özelliklerinden, yapının geometrisinden, zeminin derinliğinden etkilendiklerini belirlemişlerdir. Vallabhan ve Das elastik zemine oturan kirişlerin üç farklı yükleme durumu için sonlu farklar yöntemini kullanarak yerdeğiştirme konusunda da çalışmışlardır. Bu yaklaşım ile elde edilen sonuçlarla aynı yükleme durumu ve yapı sistemi için sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen sonuçların mükemmel bir uyum içinde olduğunu göstermişlerdir. Kirişin üzerindeki yükün yayılı olması durumunda Vlasov modelinden elde edilen sonuçların yeterli doğruluğa sahip olacağı sonucuna varmışlardır.

1.2.2. Modellere Ait Diferansiyel Denklemlerin Elde Edilmesi

1.2.2.1. Bir Parametreli Modele Ait Denklemler

Bir parametreli zemine oturan bir kiriş dikkate alınıp Winkler modelinde olduğu gibi zemindeki gerilmenin tamamen kiriş yerdeğiştirmesi ile orantılı olduğu ve zeminin birbirinden bağımsız yaylarla temsil edildiği kabul edilip (bkz. Şekil 1) bu kirişten sonsuz küçük bir eleman (Şekil 5) çıkartılıp üzerinde denge denklemleri yazılırsa,

$+\uparrow \sum z = 0$ dan, V kesme kuvvetini göstermek üzere



Şekil 5. Bir parametreli zemine oturan kirişten çıkarılan sonsuz küçük eleman

$$-q(x)dx+V-\left(V+\frac{dV}{dx}dx\right)+kw(x)dx=0$$

$$q(x) \;=\; -\frac{dV}{dx}+kw(x) \tag{10}$$

ifadesi, moment denge denklemleri için o noktasına göre moment alınır ve küçük terimler ihmal edilirse, M eğilme momentini göstermek üzere

$$M+\;V\frac{dx}{2}-\left(M+\frac{dM}{dx}dx\right)+\left(V+\frac{dV}{dx}dx\right)\frac{dx}{2}=0$$

$$V \;=\; \frac{dM}{dx} \tag{11}$$

ifadesi elde edilmektedir. Diğer taraftan moment denklemi,

$$M \;=\; -EI\frac{d^2w}{dx^2} \tag{12}$$

olduğundan bu ifade (11) ifadesinde yerine yazılırsa

$$V = \frac{dM}{dx} = -EI\frac{d^3w}{dx^3} \tag{13}$$

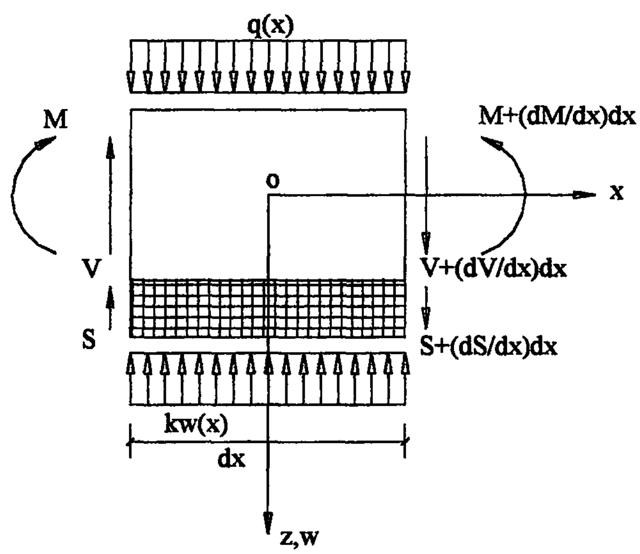
ifadesi elde edilmektedir. (13) ifadesi (10) ifadesinde yerine yazıldığında bir parametreli zemine oturan kirişlerin diferansiyel denklemi, EI kirişin eğilme rijitliğini göstermek üzere

$$EI\frac{d^4w(x)}{dx^4} + kw(x) = q(x) \tag{14}$$

şeklinde elde edilmektedir. Yükleme durumu ve sınır şartları belli olduğunda bu denklem çözülerek elastik eğri bulunur ve (12), (13) ifadeleriyle kesit etkileri hesaplanabilir.

1.2.2.2. İki Parametreli Modele Ait Denklemler

Daha öncede belirtildiği gibi iki parametreli model Winkler yaylarının üzerine bir kayma tabakası konulması halidir. Bu kayma tabakası yayların birbiri ile bağlantılıymış gibi davranmasını sağlamaktadır (bkz. Şekil 4). İki parametreli zemine oturan kirişe ait sonsuz küçük bir eleman (Şekil 6) üzerinde denge denklemleri benzer şekilde yazılabilir.



Şekil 6. İki parametreli zemine oturan kirişten çıkarılan sonsuz küçük eleman

Winkler modelinde olduğu gibi kirişin altında w çökmesiyle orantılı p tepkisi oluşacaktır. Ayrıca kirişin altında kayma tabakasının oluşturacağı bir S tepkisi de mevcuttur.

$$+\uparrow \sum z = 0 \text{ dan}$$

$$V + S - \left(V + \frac{dV}{dx}dx\right) - \left(S + \frac{dS}{dx}dx\right) - q(x)dx + kw(x)dx = 0$$

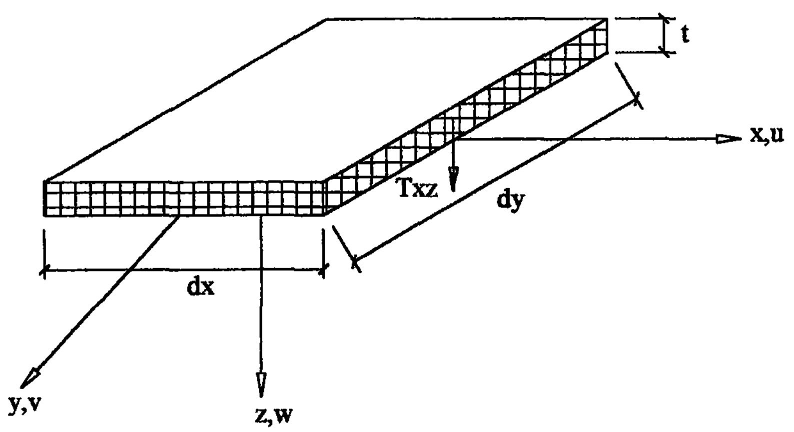
$$-\frac{dV}{dx} - \frac{dS}{dx} + kw(x) = q(x) \qquad (15)$$

ifadesi elde edilmektedir.

Sıkıştırılamayan tabakadaki kesme kuvveti, S, Şekil 7' deki modelden, G sıkışmayan tabakanın kayma modülünü ve

$$\tau_{xz} = G\gamma_{xz} = G\left[\frac{dw}{dx} + \frac{dv}{dz}\right] \qquad (16)$$

göstermek üzere



Şekil 7. İki parametreli modele ait sıkıştırılamayan kayma tabakası

$$S = dyt\tau_{xz} \tag{17}$$

şeklinde belirlenmektedir.

(16) ifadesindeki ikinci terim sıfıra çok yakın olduğundan ihmal edilirse bu ifade

$$\tau_{xz} = G\frac{dw}{dx} \tag{18}$$

şeklini almaktadır.

(18) ifadesi (17) ifadesinde yerine yazılırsa, $2t = G.dy.t$' yi göstermek üzere

$$S = dytG\frac{dw}{dx} = 2t\frac{dw}{dx} \tag{19}$$

ifadesi elde edilmektedir.

Pasternak modelinde $2t$ kuvvet boyutundadır. Kayma tabakasının dy ve t gibi boyutları bilinmediğinden ikinci parametrelerin tanımı doğrudan doğruya bir fiziksel anlama sahip değildir.

Kirişteki kesme kuvveti ve moment bir parametreli modeldeki gibi

$$V = \frac{dM}{dx}$$

$$M = -EI\frac{d^2w}{dx^2} \tag{20}$$

ifadeleriyle belirlenmektedir.

(19) ifadesi ile (20) ifadesinin birinci denklemi (15) ifadesinde yerine yazılır ve ara işlemler yapılırsa iki parametreli zemine oturan kirişlerin diferansiyel denklemi

$$EI\frac{d^4w(x)}{dx^4}-2t\frac{d^2w(x)}{dx^2}+kw(x) = q(x) \tag{21}$$

şeklinde elde edilmektedir.

(21) ifadesinde k ve 2t terimleri sırasıyla birinci ve ikinci zemin parametreleridir ve sırasıyla yatak katsayısı ve kayma parametresi olarak adlandırılmaktadırlar. Görüldüğü gibi 2t değeri sıfıra eşit olduğunda (21) ifadesi de (14) ifadesine dönüşmektedir (Alemdar, 1995).

1.2.3. Konu İle İlgili Yapılan Bazı Diğer Çalışmalar

Daha öncede belirtildiği gibi elastik zemine oturan kirişlerin uygulamada yaygın olarak kullanılmaları sebebiyle bu konuda günümüze kadar bir çok çalışma yapılmıştır. Bu çalışmalardan bazıları aşağıda özetlenmektedir.

Satio ve Terasawa (1980), Pasternak tipi elastik zemine oturan hareketli yüke maruz sonsuz uzunluktaki kirişin çözümünü araştırmışlardır. Elde ettikleri sonuçları Timoshenko ve Bernoulli-Euler kiriş teorileri ile elde edilenlerle karşılaştırmışlardır.

Doyle ve Pavlovic (1982), kirişin uzunluğu boyunca bir kısmının elastik zemine oturduğunu ve diğer kısmının altında zemin olmadığını düşünerek iki farklı mesnetlenme durumu için serbest titreşimini inceleyerek bu tür bir durumun kirişlerin doğal frekansları üzerindeki etkilerini araştırmışlardır.

Pavlovic ve Wylie (1983), bir çok araştırmacının aksine yatak katsayısının kirişin uzunluğu boyunca doğrusal değişmesi halinde kirişin doğal frekanslarını elde etmişlerdir.

Eisenberger, Yankelevsky ve Adin (1985), Doyle ve Pavlovic' in çalışmalarını genişleterek kısmen yada tamamen elastik zemine oturan kirişlerin titreşim analizlerini her türlü sınır şartlarına, karışık problemlere ve sürekli kirişlere genelleştirmeyi amaçlamışlayarak kirişin doğal frekansları ve mod şekillerini vermişlerdir.

Eisenberger, Yankelevsky ve Clastornik. (1986), geometrik rijitlik matrisini çıkararak tam rijitlik matrisi ile kullanmak suretiyle kısmen yada tamamen elastik zemine oturan kirişlerin mod şekillerini elde etmişlerdir.

Yankelevsky ve Eisenberger (1986), tam rijitlik matrisi terimlerini kullanarak Winkler elastik zeminine oturan kiriş-kolonların analitik çözümünü gerçekleştirmişlerdir.

Eisenberger ve Clastornik (1987), iki parametreli zemine oturan kirişlerin statik, dinamik ve stabilite analizlerini mutlak deplasman fonksiyonunu ve kübik deplasman fonksiyonunu kullanmak suretiyle rijitlik, kütle ve geometrik rijitlik matrislerini elde ederek gerçekleştirmişler ve elde ettikleri sonuçları kendi aralarında ve literatürdeki sonuçlarla karşılaştırmışlardır.

Laura ve Cortinez (1987), kısmen Winkler tipi elastik zemine oturan kirişlerin titreşimlerini incelemişler ve doğal frekanslarını elde etmişlerdir.

Chen (1987), Timoshenko kirişinin titreşimini, kirişin dönme etkisini, kayma etkisini, eksenel kuvvetini, elastik yayları ve sönüm etkisini de hesaba katarak incelemişlerdir.

Lin ve Adams (1987), çekme gerilmesi almayan elastik zemine oturan hareketli yük etkisinde sonsuz uzunluktaki bir kirişin davranışını incelemişler ve ayrılma noktalarını belirlemişlerdir.

Celep, Malaika ve Abu-Hussein. (1988), çekme gerilmesi almayan Winkler zeminine oturan yayılı yük, tekil yük ve moment etkisi altındaki kirişin statik ve dinamik davranışını incelemişlerdir.

Celep (1988), yine çekme gerilmesi almayan Winkler zeminine oturan dairesel plaklar için benzer bir çalışma yapmıştır. Çözümü sistemin minimum potansiyel enerjisi prensibinden yola çıkarak gerçekleştirmiş ve çeşitli yükler altındaki sistemin davranışını incelemiştir.

Valsangkar ve Pradhanang (1988), elastik zemine oturan kiriş-kolonun titreşimlerini elastik zemini kısmen bir parametreli, kısmen iki parametreli ve bazen de kirişin belirli bir kısmında elastik zemin olmayacak şekilde çeşitli mesnetlenme durumları için parametrik olarak inceleyerek doğal frekansları Winkler zemininden elde edilen sonuçlarla karşılaştırmışlardır.

Karamanlidis ve Prakash (1988), iki parametreli elastik zemine oturan kirişleri analitik ve sonlu elemanlar yöntemlerinden faydalanarak inceleyerek bazı mesnet durumları için doğal frekansları elde etmişlerdir.

Chiwanga ve Valsangkar (1988), iki parametreli zemine oturan yeni bir kiriş eleman modeli geliştirmişler ve bu modelde çözümün doğruluğunun eleman sayısından etkilenmediğini, ikinci parametrenin sadece zemindeki deformasyonla süreklilik göstermeyerek zemine oturan elemanlardaki gerilme dağılımından da etkilendiğini göstermişlerdir.

Sirosh ve Ghali (1989), elastik zemine oturan eksenel yüke maruz öngerilmeli olan yada olmayan çatlamamış betonarme elemanlardan oluşan düzlem çerçevelerde gerilme ve şekildeğiştirme analizi için bir yöntem geliştirmişlerdir. Çalışmalarında öngerilme telindeki zamanla meydana gelen gerilme kayıpları, betonun sünmesi ve rötresi gibi etkilerden doğacak iç kuvvetlerdeki değişmeler ile kesitlerde oluşan zamana bağlı yeniden gerilme dağılımlarını hesaba katmışlardır.

De Rosa (1989), bu çalışmasında elastik zemine oturan kirişler için ayrık metodun probleme uygunluğunu göstermiştir. Hamilton prensibine dayanarak hareket denklemini Lagrange eşitliğinden elde etmiş ve eksenel yüklerin titreşim frekanslarına etkisini araştırmıştır.

Lee ve Kes (1990), üniform olmayan Bernoulli-Euler kirişinin üniform olmayan zemine oturması durumunda doğal frekanslarını belirlemek için daha basit ve etkili bir yöntem sunmuşlardır. Elastik sınır şartlarının, üniform olmayan eğilme rijitliğinin ve elastik zeminin doğal frekanslar üzerindeki etkisini araştırmışlardır.

Wang (1991), bu çalışmasında Winkler elastik zeminine oturan enkesiti değişken kirişlerin dinamik davranışını incelemiştir.

Razaqpur ve Shah (1991), iki parametreli elastik zemine oturan kirişlerin diferansiyel denklemini kullanarak rijitlik matrisi, yük vektörü ve şekil fonksiyonunu elde etmek için yeni bir sonlu eleman yaklaşımı sunarak yaygın yük tipleri için çözümler gerçekleştirmişlerdir.

Vallabhan ve Das (1991), kendileri geliştirdikleri yeni bir iteratif teknik yardımıyla rijit bir zemin tabakasıyla son bulan, sonlu derinlikteki ve özellikleri derinlik boyunca lineer değişen zemine oturan kirişlerin üzerine yayılı yük ve ortasından tekil yük etkimesi durumları için k, 2t ve γ parametrelerini hesaplamışlar ve bu parametrelere zemin derinliğinin, zemin derinliğinin kirişin uzunluğuna oranının ve zeminin alt ve üst yüzeyindeki elastisite modüllerinin birbirine oranının etkisini araştırmışlardır.

Vallabhan ve Das (1991), kendileri geliştirdikleri üç parametreli model yardımıyla elastik zemine oturan kirişleri yayılı yüke, ortasından tekil yüke ve uçlarından tekil yüke maruz olacak şekilde üç farklı yükleme şeklini dikkate alarak sonlu farklar yöntemini kullanmak suretiyle çözmüşler ve k, 2t, γ parametrelerinin keyfi olarak belirlenmesinin gereksiz olduğunu malzeme özellikleri yardımıyla bu parametrelerin belirlenebileceğini göstermişlerdir. Ayrıca yatak katsayısının zemin derinliğine, uygulanan yüke, kirişin ve zeminin rijitliğine bağlı olduğuna işaret etmişlerdir.

Kukla (1991), değişken derinlikteki Winkler zeminine oturan kirişlerin titreşimlerini incelemiştir. Bu çalışmasında dört değişik sınır şartını dikkate almış ve kirişi zemin özelliklerinin sabit olduğu bölgelerde sonlu elemanlara ayırarak frekans denklemlerini elde etmiştir.

Lai, Ting, Lee ve Becker. (1992), elastik zemine oturan kirişlerin dinamik analizini ilgili diferansiyel denklemlerin tam çözümlerini temel alıp kütle ve rijitlik matrisini elde etmek amacıyla çözümün doğruluğu elaman sayısından bağımsız olan yeni bir sonlu eleman formülasyonu ile gerçekleştirmişler ve kirişin doğal frekanslarını elde etmişlerdir.

Eisenberger ve Bielak (1992), sonsuz uzunluktaki iki parametreli elastik zemine oturan kirişler üzerinde çalışmışlar, sayısal örneklerle kirişin dışında kalan zeminin çözümü etkilediğini belirleyerek bu etkinin büyüklüğünün kirişin uzunluğuna, kirişin rijitliğine, zeminin rijitliğine ve dış yüke bağlı olduğunu göstermişlerdir.

Franciosi ve Masi (1993), iki parametreli elastik zemine oturan kirişlerin serbest titreşimini yeni bir matris deplasman yaklaşımı ile incelemişler ve elde ettikleri sonuçları teknik literatürdeki örneklerle karşılaştırmışlardır.

De Rosa (1993), iki parametreli elastik zemine oturan kirişler için dinamik ve stabilite analizini daha basit ve daha etkili bir yöntemle çözmeyi amaçlamıştır. Üniform kirişlerin üniform olan yada üniform olmayan zeminlere oturması durumunda kolayca kullanılabilecek bir yöntem geliştirmiştir.

Ding (1993), elastik zemine oturan kirişler için genel bir yöntem geliştirmiştir. Bu yöntemle zeminin tepki kuvvetlerini kiriş üzerinde dış yükmüş gibi dikkate alarak çözdüğü örneklerde bağımsız düğüm noktası sayısını ve dolayısıyla bilgisayar zamanını azaltarak iyi sonuç alınabileceğini göstermiştir.

Chang (1993), perturbasyon metodunu kullanarak basit problemler için elastik zemine oturan kirişlerin stokastik dinamik analizini gerçekleştirmiştir. Zemin türlerinin çok fazla oluşu ve çok fazla basitleştirici kabul yapılması nedeniyle yatak katsayısını rasgele almıştır. Son olarak elde etmiş olduğu sonuçları Monte Carlo metodu ile elde edilenlerle karşılaştırmıştır.

Abramovich ve Livshits (1994), Timoshenko denklemlerine dayanarak üst üste konmuş ince parçalardan oluşan kompozit kirişlerin serbest titreşim analizini gerçekleştirmişlerdir. Enine ve boyuna yerdeğiştirmelerin, kayma deformasyonlarının, dönel ataletin etkisini araştırmışlardır ve çeşitli sınır şartları için doğal frekansları ve mod şekillerini elde etmişlerdir.

Eisenberger (1994), bir ve iki parametreli zemine oturan kirişlerin titreşim analizini diferansiyel denklemlerin çözümüne dayanan yeni bir yöntem yardımıyla farklı sınır şartları için gerçekleştirmiş ve titreşim frekanslarını elde ederek sonuçların diğer yöntemlere nazaran daha gerçekçi olduğunu ve bu yöntem için sadece bir elemanın çözüm için yeterli olduğunu göstermiştir.

De Rosa (1995), bu çalışmasında iki parametreli zemine oturan Timoshenko kirişinin serbest titreşim frekansları için iki ayrı hareket denklemi elde etmiştir. Birinci denklemde zeminin ikinci parametresini toplam dönmenin bir fonksiyonu olarak, ikinci denklemde ise sadece eğilmeden meydana gelecek dönmenin bir fonksiyonu olarak elde etmiştir. Çözdüğü örneklerde iki model arasında önemli farklar olabileceğini göstermiştir.

Kaschiev ve Mikhajlov (1995), çekme gerilmesi almayan elastik Winkler zeminine oturan kirişleri üç farklı yükleme durumunu dikkate alarak incelemişler ve ayrılma noktalarını, zeminin tepkisini, moment ve kesme kuvveti diyagramlarını belirlemişlerdir.

Yokoyama (1996), iki parametreli zemine kısmen yada tamamen oturan üniform Timoshenko kiriş-kolonlarının titreşimini incelemiştir. Eksenel yük, zeminin rijitliği, dönel atalet ve kesme deformasyonu gibi parametrelerin doğal frekanslar üzerindeki etkisini araştırmıştır.

Thambiratnam ve Zhuge (1996), elastik zemine oturan kirişlerin serbest titreşimi için basit bir sonlu eleman yaklaşımı geliştirmişlerdir. Kesiti değişken olan bir kirişin elastik zemine oturması, kirişin kesiti değişken olan elastik zemine oturması ve sürekli bir kirişin elastik zemine oturması gibi değişik problemler için serbest titreşim analizi gerçekleştirmişlerdir. Kirişin enkesitindeki değişimin ve zemine kısmen oturmanın frekanslar üzerindeki etkisini araştırarak geliştirilen modelin birkaç elemanla çabuk ve yeterli doğrulukta sonuç verdiği, zeminin yaylarla gösterilmesinin çözümün doğruluğunu azaltmadığı sonucuna varmışlardır.

Thambiratnam ve Zhuge (1996), bu çalışmalarında elastik zemine oturan hareketli tekil yüke maruz kirişler için sonlu eleman modeli sunmuşlardır. Hareketli yükün hızının, zeminin rijitliğinin ve kirişin uzunluğunun kirişin davranışına etkisini inceleyerek deformasyon ve gerilme değerlerini elde etmişlerdir.

Hou, Tseng ve Ling. (1996), özellikleri polinominal formda değişken iki parametreli zemine oturan dikdörtgen, daire ve boru şeklinde değişik enkesitlere sahip kiriş elemanının serbest titreşim analizi için yeni bir sonlu elaman modeli sunmuşlar ve elde ettikleri sonuçları literatürde bulunan sonuçlar ile karşılaştırmışlardır.

Ayvaz ve Daloğlu (1997), elastik zemine oturan kirişlerin deprem analizinde değiştirilmiş Vlasov modelini kullanmak suretiyle zeminin derinliğinin, kirişin uzunluğunun ve bu iki parametrelerin oranının çözüme olan etkisini araştırmışlardır.

Ayvaz, Daloğlu ve Doğangün (1998), değiştirilmiş Vlasov modelini kullanarak elastik zeminine oturan plakların deprem analizi için bir matemetik model geliştirerek zeminin derinliğinin, plak boyutlarının ve oranlarının çözüme olan etkisini araştırmışlardır.

Daloğlu, Doğangün ve Ayvaz (1999), k, 2t ve γ gibi üç parametreli elastik zemine oturan düşey yükler etkisi altında dikdörtgen plakların dinamik analizini gerçekleştirmişlerdir. Bu analizde zemin-plak sistemi için sonlu eleman metodu ve zaman integrasyonu için Newmak-β metodunu kullanarak kodladıkları fortran dilinde bir program kullanmışlardır. Zemin derinliğinin, plak boyutlarının ve oranlarının dinamik çözüme etkisini araştırmışlardır.

Matsunaga (1999), iki parametreli zemine oturan yüksek kiriş-kolon sisteminin doğal frekanslarını kayma etkisini ve dönel ataleti dikkate alarak incelemiştir.

Myshkis ve Belotserkovskiy (1999), homojen elastik zemine oturan bir harmonik yüke maruz sonsuz bir kirişin kararlı titreşimini gerçekleştirmişlerdir.

1.3. Sonlu Elemanlar Yöntemi Hakkında Özet Bilgi ve Problemin Bu Yönteme Göre Formülasyonu

1.3.1. Sonlu Elemanlar Yöntemi Hakkında Özet Bilgi

Bir çok mühendislik problemi için kapalı matematiksel çözüm elde etmek mümkün olamamaktadır. Bu nedenle değişik malzeme özellikleri, sınır şartları ve geometri içeren karmaşık problemler için yaklaşık fakat yeter sonuçlar veren sayısal çözümlere başvurmak gerekmektedir. Sayısal yöntemlerin çoğunda çözüm, sistemin düğüm noktaları adı verilen belirli noktalarda elde edilmektedir.

Yapı statiğinde matris yöntemleri düğüm noktalarında birleşen çubuklardan oluşan yapıların çözümlenmesinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu gibi yapılarda düğüm noktaları kolaylıkla seçilmektedir. Örneğin kiriş ile kolonların birleşme yerleri ve tekil kuvvetlerin etkidiği noktalar düğüm noktası olarak alınabilmektedir. Ancak sürekli ortamlarda oluşan yapılarda (baraj, plak, uçak gövdesi gibi) bir çerçeve iskeleti söz konusu olmadığından düğüm noktaları kolaylıkla belirlenemez. Bu tür yapılarda yapay düğüm noktaları yerleştirilerek yapı belirli sayıda elemanlara bölünmektedir.

Seçilen düğüm noktaları yardımıyla yapı veya sürekli ortam her birine sonlu eleman adı verilen sonlu sayıda parçalara bölünmektedir. Her elemanın düğüm noktalarına belirli serbestlik dereceleri tanınmakta ve elemanın davranışı bu serbestlik derecelerini içeren denklem takımı ile ifade edilmektedir. Gerek düğüm noktalarında gerekse eleman sınır yüzeylerinde bazı süreklilik şartları sağlandığında cismin bir matematiksel modeli elde edilmekte ve bu modele yapının "sonlu eleman ağı" adı verilmektedir.

Böylelikle sonsuz serbestlik derecesi olan sürekli ortam, sonlu serbestlik derecesi olan bir modele dönüştürülmektedir. Her eleman komşusu olan elemana sonsuz sayıda nokta ile bağlı olmasına rağmen, sonlu elemanlar modelinde sadece düğüm noktalarında bağlı olduğu kabul edilmektedir. Böylece elemanların sadece bu noktalarda uygunluğunun sağlanması yeterli olmaktadır.

Yapının sonlu elemanlara bölünmesinde hassasiyet derecesine ve yapılacak masraflara bağlı olarak değişik yollar kullanılmaktadır. Yapı elemanı az sayıda elemanlara bölünecek olursa sonuçlar yaklaşıktır. Daha fazla elemanlara bölünecek olursa kesin sonuçlara daha çok yaklaşılmakta ancak harcanan bilgisayar zamanı fazla olmaktadır. Bu nedenle gerilmelerin yüksek olduğu kısımlarda daha sık eleman kullanılması diğer kısımlarda ise büyük elemanlara yer verilmesi daha uygundur.

Sonlu elemanlar yönteminin diğer sayısal yöntemlere göre paket programlarda daha yaygın olarak kullanılmasını sağlayan bazı özellikleri vardır. Bunlar aşağıdaki şekilde özetlenebilmektedir.

1. Sonlu elemanlar, boyutları ve şekillerinin esnekliği sebebiyle, verilen bir yapıyı temsil edebilmektedir.

2. Çok bağlantılı veya köşeleri olan bölgeler kolaylıkla incelenebilmektedir.

3. Değişik malzeme veya geometrik özellikleri bulunan problemler de ek bir zorluk göstermeden bu özellikler kolaylıkla göz önüne alınabilmektedir.

4. Sınır şartları kolayca uygulanabilmektedir.

5. Sonlu elemanlar yönteminin çok yönlülük ve esnekliği karmaşık yapılarda, sürekli ortam, alan ve diğer problemlerde sebep sonuç ilişkilerini hesaplamak için çok etkin bir şekilde kullanılabilmektedir.

6. Sebep sonuç bağıntılarına ait problemler sistem rijitlik matrisi ile birbirine bağlanan genelleştirilmiş kuvvetler ve yerdeğiştirmeler cinsinden formüle edilebilmektedir. Yöntemin bu özelliği problemin anlaşılmasını ve çözümlemesini basitleştirmektedir (Özgan, 1997).

1.3.2. Problemin Sonlu Elemanlar Yöntemine Göre Formülasyonu

Daha öncede belirtildiği gibi bu çalışmada elastik zemine oturan kirişlerin serbest titreşim analizi üzerinde durulmaktadır. Serbest titreşime maruz sönümsüz bir yapı sisteminin genel hareket denklemi,

$[M]$ kütle matrisini,

$\{\ddot{w}\}$ bilinmeyen vektörünün zamana göre ikinci türevini,

$[K]$ rijitlik matrisini ve

$\{w\}$ bilinmeyen vektörünü göstermek üzere

$$[M]\{\ddot{w}\}+[K]\{w\}=0 \tag{22}$$

ifadesiyle verilmektedir. Bu nedenle burada ilk önce bu çalışmada kullanılan değiştirilmiş Vlasov modeline ait ifadeler verildikten sonra rijitlik ve kütle matrislerinin elde edilmesi üzerinde durulmaktadır.

Şekil 8'deki gibi elastik zemine oturan yüksüz bir kirişin potansiyel enerjisi fonksiyonu, σ_x, σ_z ve τ_{xz} zemindeki gerilmeleri, $\varepsilon_x, \varepsilon_z$ ve γ_{xz} zemindeki şekildeğiştirmeleri, w kirişin yaptığı düşey yerdeğiştirmeyi, b_w kirişin gövde genişliğini ve L kirişin uzunluğunu göstermek üzere,

$$\pi=\int_0^L \frac{EI}{2}\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)dx+\int_{-\infty}^{+\infty}\int_0^H \frac{b_w}{2}\left(\sigma_x\varepsilon_x+\sigma_z\varepsilon_z+\tau_{xz}\gamma_{xz}\right)dzdx \tag{23}$$

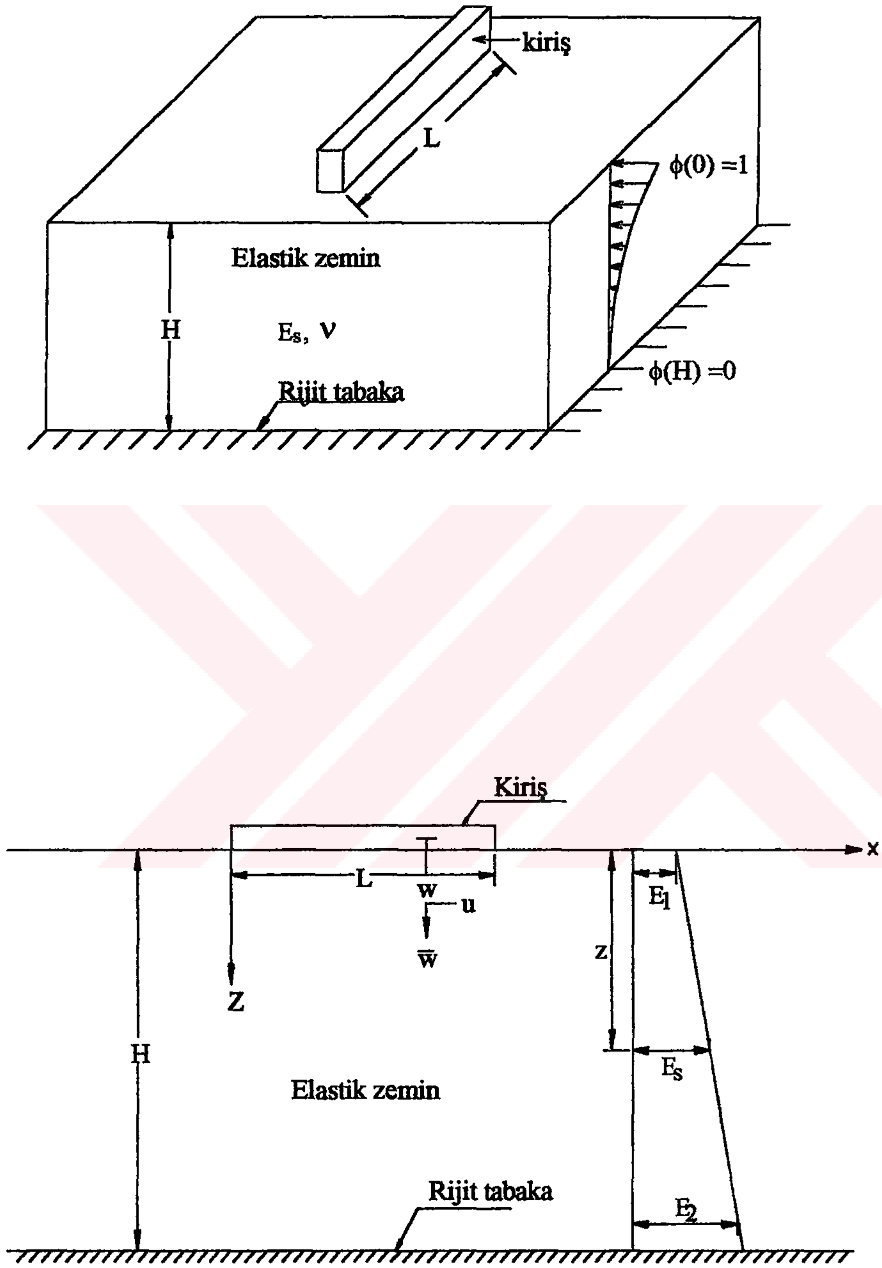
şeklindedir.

Şekildeğiştirme-yerdeğiştirme bağıntıları kullanıldığında zeminin her bir noktasındaki gerilme, ν zeminin poisson oranını göstermek üzere

$$\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_z\\ \tau_{xz}\end{Bmatrix}=\frac{E_s(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}\begin{bmatrix}1 & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 0\\ \frac{\nu}{(1-\nu)} & 1 & 0\\ 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\frac{\partial u}{\partial x}\\ \frac{\partial w}{\partial z}\\ \frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\end{Bmatrix} \tag{24}$$

ifadesiyle verilmektedir.

Pratik açıdan zemindeki yatay yerdeğiştirmeler düşey yerdeğiştirmeler ile kıyaslandığında ihmal edilebilecek düzeyde olduğundan



Şekil 8. Rijit bir tabaka ile son bulan elastik bir zemine oturan şematik bir kiriş

$$u(x,z)=0 \tag{25}$$

olmaktadır. Ayrıca zemindeki düşey yerdeğiştirmeler $\phi(0)=1$ ve $\phi(H)=0$ olmak üzere,

$$\overline{w}(x,z)=w(x)\phi(z) \tag{26}$$

şeklinde ifade edilebilmektedir (Vallabhan, Das, 1991).

(24), (25) ve (26) ifadeleri (23) ifadesinde yerine yazılırsa sadeleştirmeler yapıldıktan sonra,

$$\pi=\int_0^L \frac{EI}{2}\left(\frac{dw^2}{dx^2}\right)^2 dx$$
$$+\frac{E_s b_w}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_0^H\left[\frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}w^2\left(\frac{d\phi}{dz}\right)^2+\frac{1}{2(1+\nu)}\left(\frac{dw}{dx}\right)^2\phi^2\right]dzdx \tag{27}$$

ifadesi elde edilmektedir.

Minimum potansiyel enerji ilkesine göre bir sistemin verilen tüm sınırlamalarda tutarlı olarak alabileceği yerdeğiştirme durumları içinde dengeyi sağlayan durum potansiyel enerjiyi minimum kılan durum olmaktadır. Bu da (27) ifadesinin w ve ϕ ye göre varyasyonunun sıfıra eşitlenmesi ile elde edilmektedir. Bu varyasyonların alınarak ara işlemlerin yapılması sonucunda δw terimlerinin bir araya toplanmasıyla,

$$k=\int_0^H \frac{E_s b_w(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}\left(\frac{d\phi}{dz}\right)^2 dz \tag{28}$$

$$2t=\int_0^H \frac{E_s b_w}{2(1+\nu)}\phi^2 dz \tag{29}$$

olmak üzere

x=0 ve x=L de

$$EI\left(\frac{d^2w}{dx^2}\right)\delta\left(\frac{dw}{dx}\right)=0 \tag{30}$$

ve

$$\left[\frac{d}{dx}\left(EI\frac{d^2w}{dx^2}\right)-2t\frac{dw}{dx}\right]\delta w=0 \tag{31}$$

sınır şartları için

$$\frac{d}{dx^2}\left(EI\frac{d^2w}{dx^2}\right)-2t\frac{d^2w}{dx^2}+kw=0 \tag{32}$$

ifadesi ve

x=-∞ ve 0 ile x=L ve +∞ da

$$2t\frac{dw}{dx}\delta w=0 \tag{33}$$

sınır şartı için

$$-2t\frac{d^2w}{dx^2}+kw=0 \tag{34}$$

ifadesi elde edilmektedir.

(28) ve (29) ifadelerindeki zemin elastisite modülü (E_s), E_1 ve E_2 sırasıyla zeminin üst ve alt yüzeyindeki elastisite modüllerini göstermek üzere, E_s

$$E_s=E_1\left(1-\frac{z}{H}\right)+E_2\left(\frac{z}{H}\right) \tag{35}$$

ifadesiyle hesaplanabilmektedir.

Benzer şekilde $\delta\phi$ içeren terimlerin bir araya toplanmasıyla,

$$m = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{E_s b_w (1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} w^2 dx \tag{36}$$

$$n = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{E_s b_w}{2(1+\nu)} \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx \tag{37}$$

olmak üzere

$$\left[\frac{d\phi}{dz}\delta\phi\right]_0^H = 0 \tag{38}$$

sınır şartı için

$$-m\frac{d^2\phi}{dz^2} + n\phi = 0 \tag{39}$$

ifadesi elde edilmektedir.

(39) ifadesinin çözümünden γ zeminin düşey deformasyon parametresini göstermek üzere

$$\phi(z) = \frac{Sinh\gamma\left(1 - \frac{z}{H}\right)}{Sinh\gamma} \tag{40}$$

ifadesi belirlenmektedir. γ parametresi ise

$$\left(\frac{\gamma}{H}\right)^2 = \frac{n}{m} = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} w^2 dx} \tag{41}$$

şeklinde verilmektedir (Vallabhan, Das, 1988).

(40) ifadesinin (28) ve (29) ifadelerinde yerine yazılması ve gerekli ara işlemlerin yapılması sonucunda k ve $2t$ parametrelerinin açık ifadeleri

$$k = \frac{b_w(1-\nu)}{8H(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\frac{E_1(2\gamma \sinh 2\gamma + 4\gamma^2) + (E_2 - E_1)(\cosh 2\gamma - 1 + 2\gamma^2)}{\sinh^2 \gamma} \right] \tag{42}$$

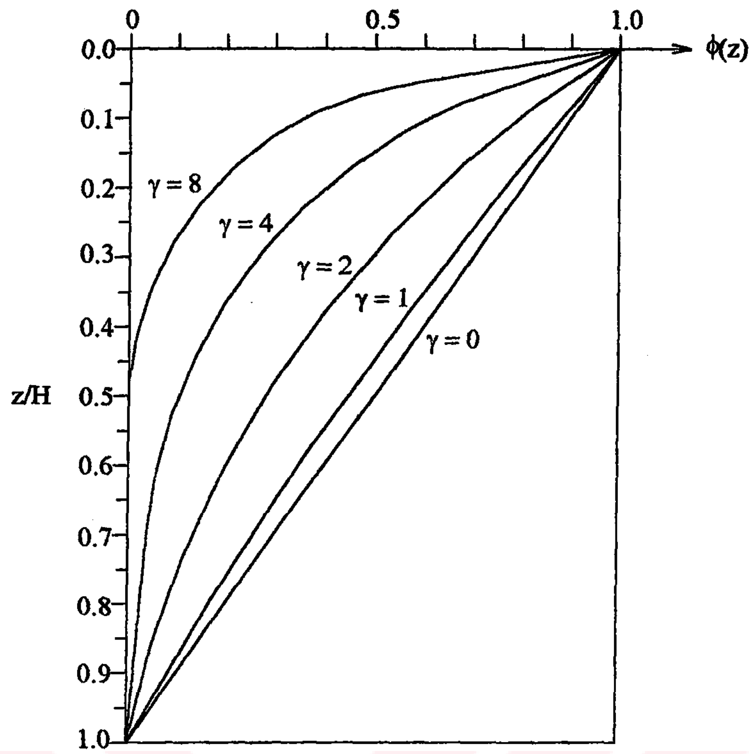
$$2t = \frac{b_w H}{16\gamma^2(1+\nu)} \left[\frac{E_1(2\gamma \sinh 2\gamma - 4\gamma^2) + (E_2 - E_1)(\cosh 2\gamma - 1 + 2\gamma^2)}{\sinh^2 \gamma} \right] \tag{43}$$

şeklinde elde edilmektedir. (41) ifadesi uzunluğu L olan elastik zemine oturan bir kiriş için

$$\left(\frac{\gamma}{H}\right)^2 = \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} \frac{\int_0^L (dw/dx)^2 dx + \frac{1}{2}\sqrt{k/2t}\left[w^2(0) + w^2(L)\right]}{\int_0^L w^2(x) dx + \frac{1}{2}\sqrt{2t/k}\left[w^2(0) + w^2(L)\right]} \tag{44}$$

şeklini almaktadır.

Bu ifadeden görüldüğü gibi γ parametresinin değeri, kirişin yerdeğiştirmiş şekline ve zeminin derinliğine bağlı olarak değişmektedir. Diğer bir deyişle elastik zemine oturan bir kiriş probleminde $w, k, 2t$ ve γ değişkenleri arasında son derece kompleks bir ilişki vardır. Vallabhan, Das (1988), elastik zemine oturan kirişler için değiştirilmiş Vlasov modeli adı altında bir çalışma yayınlamışlardır. Bu çalışmalarında değişik γ değerleri için ϕ fonksiyonu ile zeminin derinliğinin değişimini gösteren eğriler elde etmişler ve bu eğrileri grafik halinde sunmuşlardır (Şekil 9).



Şekil 9. ϕ nin γ ile değişimi (Vallabhan, Das, 1988).

(28) ve (29) ifadelerinin (27) ifadesinde yerine yazılmasıyla

$$\pi = \frac{1}{2}\int_0^L EI\left(\frac{dw^2(x)}{dx^2}\right)^2 dx + \frac{1}{2}\int_0^L kw^2(x)dx + \frac{1}{2}\int_0^L 2t\left(\frac{dw(x)}{dx}\right)^2 dx \qquad (45)$$

ifadesi elde edilmektedir.

1.3.2.1. Rijitlik Matrisinin Elde Edilmesi

Eleman rijitlik matrisi, N_1-N_4 şekil fonksiyonlarını ve $\{w_e\} = \{w_{i,i}, w_{j,j}\}'$ i göstermek üzere

$$w(x) = [N_1 \ \ N_2 \ \ N_3 \ \ N_4]\{w_e\} \qquad (46)$$

bağıntısıyla verilen kübik deplasman fonksiyonu kullanılarak hesaplanmaktadır.(46) ifadesi (45) ifadesinde yerine yazılırsa kiriş ve zeminden oluşan sistemin rijitlik matrisi

$$\pi = \frac{1}{2}\{w_e\}([k_b]+[k_w]+[k_v])\{w_e\} \tag{47}$$

ifadesiyle belirlenmektedir. Burada $[k_b]$ kirişin rijitlik matrisidir ve

$$[k_b] = \frac{EI}{l^3}\begin{bmatrix} 12 & -6l & -12 & -6l \\ & 4l^2 & 6l & 2l^2 \\ & & 12 & 6l \\ & & & 4l^2 \end{bmatrix} \tag{48}$$

ifadesiyle, $[k_w]$ winkler zeminin rijitlik matrisidir ve

$$[k_w] = k\begin{bmatrix} \frac{13}{35}l & -\frac{11}{210}l^2 & \frac{9}{70}l & \frac{13}{420}l^2 \\ & \frac{1}{105}l^3 & -\frac{13}{420}l^2 & -\frac{1}{140}l^3 \\ & & \frac{13}{35}l & \frac{11}{210}l^2 \\ & & & \frac{1}{105}l^3 \end{bmatrix} \tag{49}$$

ifadesiyle ve $[k_v]$ ise zeminin ikinci parametre matrisidir ve

$$[k_v] = 2t\begin{bmatrix} \frac{6}{5l} & -\frac{1}{10} & -\frac{6}{5l} & -\frac{1}{10} \\ & \frac{2}{15}l & \frac{1}{10} & -\frac{1}{30}l \\ & & \frac{6}{5l} & \frac{1}{10} \\ & & & \frac{2}{15}l \end{bmatrix} \tag{50}$$

ifadesiyle belirlenmektedir (Ayvaz, Daloğlu, 1997). Yukarıdaki ifadelerden elde edilen her bir elemanın rijitlik matrisleri bir araya getirilerek tüm sistemin rijitlik matrisi oluşturulur.

1.3.2.2. Kütle Matrisinin Elde Edilmesi

Elastik yapıların dinamiği Hamilton prensibine dayanmaktadır. Bu prensipte kullanılmak üzere sistemin kinetik enerjisi π_k, μ birim kütle matrisini ve $\dot{w}$ yerdeğiştirme bileşen vektörünün zamana göre türevini göstermek üzere

$$\pi_k = \frac{1}{2}\int_{\Omega} \dot{w}^T \mu \, \dot{w} \, d\Omega \qquad (51)$$

bağıntısıyla verilmektedir. Kütle matrisi, M, (51) ifadesinde $w = N_1 w_e$ yazılmasıyla.

$$M = \int_{\Omega} N_1^T \mu N_1 d\Omega \qquad (52)$$

ifadesiyle belirlenmektedir. Bu eşitlikteki μ simetrik bir kare matristir ve ρ_b kirişin birim kütlesini, h kirişin yüksekliği ve ρ_s ise zeminin birim kütlesini göstermek üzere

$$\mu = \begin{bmatrix} \rho_b h + \frac{1}{3}\rho_s H & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}\rho_b h^3 \end{bmatrix} \qquad (53)$$

ifadesiyle verilmektedir. (46) eşitliğinden her sonlu eleman için

$$[N_1] = \begin{bmatrix} N \\ -dN/dx \end{bmatrix} \qquad (54)$$

ifadesi yazılabilmektedir. (52) ifadesi ile verilen kütle matrisi de (54) ifadesinin (52) ifadesinde yerine yazılması ve sıfırdan L' ye entegrasyonunun alınması suretiyle belirlenmektedir (Ayvaz, Daloğlu, 1997).

Her bir elemanın kütle matrisi bir araya getirilerek tüm sistemin kütle matrisi oluşturulur.

Daha önce sönümsüz serbest titreşime maruz kalan bir kiriş için verilen (22) nolu ifadesinde

$$w = W \sin \omega t \tag{55}$$

ifadesi gerekli türevler alınarak yerine yazılırsa

$$[K - \omega^2 M]W = 0 \tag{56}$$

ifadesi elde edilmektedir. Bilindiği gibi bu ifade bir özdeğer analizini göstermektedir. Daha önce belirlenen kütle matrisi köşegen olmadığından bu problem genelleştirilmiş bir özdeğer problemi olmaktadır. Görüldüğü gibi bu ifadenin çözümünden elde edilen özdeğerler açısal frekansın karesine karşılık gelmektedir. Periyot ile açısal frekans arasındaki $T = 2\pi / \omega$ ifadesinden, açısal frekans ve doğal frekans arasındaki $\omega = 2\pi f$ ifadesinden gerekli olan büyüklükler belirlenebilecektir.

Daha öncede belirtildiği gibi bu çalışmada bu özdeğer probleminin özdeğer ve özvektörlerinin hesaplanmasında Matlab for Windows Version 4.0 adındaki bir paket program kullanılmıştır.

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR, BULGULAR ve İRDELEMELER

2.1. Problemin Tanımı

Daha öncede belirtildiği gibi bu çalışmanın amacı değiştirilmiş Vlasov modelini kullanarak kiriş uzunluğu, zemin derinliği ve zeminin düşey deformasyon parametresi gibi farklı parametrelerin elastik zemine oturan her iki ucu serbest kirişlerin frekans parametreleri üzerindeki etkilerini incelemektir. Bu inceleme değiştirilmiş Vlasov modelini kullanarak elastik zeminine oturan depremin düşey bileşeni etkisindeki kirişlerin hareket denklemini çözen Ayvaz, Daloğlu (1997) tarafından hazırlanmış bir bilgisayar programının serbest titreşim problemine uyarlanmasıyla gerçekleştirilmiştir. Bu programdan elde edilen rijitlik ve kütle matrislerinin kullanıldığı özdeğer probleminin çözümünde Matlab for Windows Version 4.0 paket programı kullanılmıştır.

Bu çalışmada elastik zemin derinliği (H), 5, 10 ve 15 metre, zemin derinliğinin kirişin uzunluğuna oranının (H/L); 0,25; 0,50; 0,75 ve 1,00 olması durumları dikkate alınmıştır. Ayrıca dikkate alınan her bir durum için zemindeki düşey deformasyonların değişimini gösteren ve γ olarak adlandırılan parametrenin de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8 olduğu durumlar için çözüm gerçekleştirilmiştir.

Bu çalışmada dikkate alınan kirişlerin enkesit boyutları (b_w x h) 30 cm x 50 cm, kirişin elastisite modülü, 27.10^9 (N/m^2), derinlik boyunca sabit kabul edilen zeminin elastisite modülü, 2.10^7 (N/m^2) ve Poisson oranı, 0,2 olarak dikkate alınmıştır.

Belirlenen bu sayısal değerler kullanılarak elde edilen zemin parametreleri ile frekans parametreleri ve bunların bazılarına karşılık gelen mod şekilleri aşağıda verilmektedir.

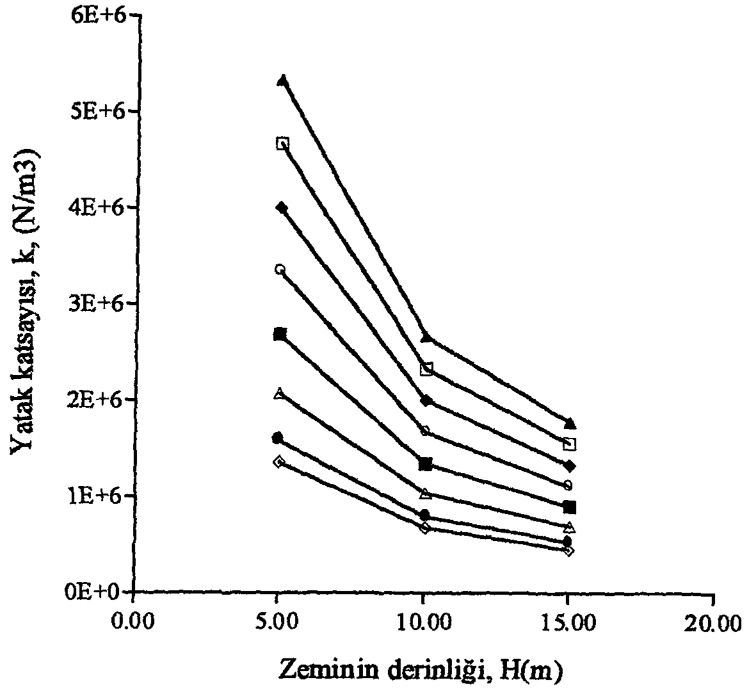
2.2. Elastik Zemin Parametreleri

Daha öncede belirtildiği gibi bu çalışmada elastik zemin Vallabhan, Das (1988) tarafından geliştirilen değiştirilmiş Vlasov modeline göre dikkate alınmaktadır. Bilindiği gibi bu modelde zeminin yatak katsayısı (k), kayma parametresi (2t) ve zeminin düşey deformasyon parametresi (γ) gibi üç parametresi bulunmakta ve diğer zemin modellerinden farklı olarak bu parametreler birbirine bağımlı olarak bir iterasyon yardımıyla hesaplanmaktadır. Bu çalışmada ise bu modele göre kodlanan bilgisayar programında zeminin düşey deformasyon parametresi sabit tutulmakta ve bu değere bağlı olarak belirlenen yatak katsayısı ve kayma parametresi ile işleme devam edilmektedir.

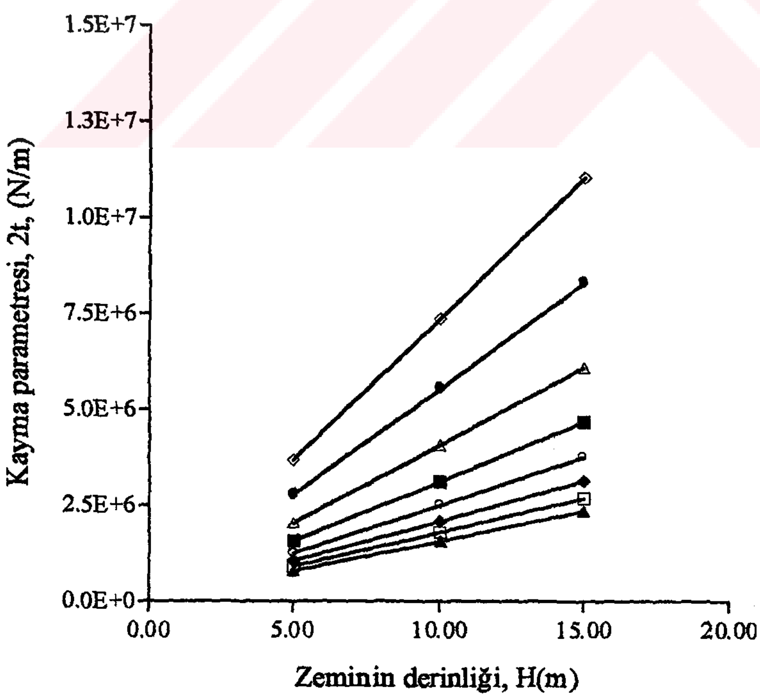
Bu şekilde zeminin düşey deformasyon parametresi γ' ya bağlı olarak elde edilen yatak katsayısı ve kayma parametresi değerleri Tablo 2 ile Şekil 10 ve 11' de verilmektedir.

Tablo 2. Zeminin düşey deformasyon parametresine ve zemin derinliğine bağlı olarak hesaplanan yatak katsayısı ve kayma parametresi değerleri

H=5m								
	γ=1	γ=2	γ=3	γ=4	γ=5	γ=6	γ=7	γ=8
k	1358064	1585811	2069725	2682779	3336662	4000639	4666783	5333353
2t	3681085	2766472	2031409	1555156	1248978	1041525	892837	781247
H=10m								
	γ=1	γ=2	γ=3	γ=4	γ=5	γ=6	γ=7	γ=8
k	679032	792905	1034862	1341389	1668331	2000319	2333391	2666676
2t	7362170	5532944	4062819	3110312	2497956	2083051	1785675	1562494
H=15m								
	γ=1	γ=2	γ=3	γ=4	γ=5	γ=6	γ=7	γ=8
k	452668	528603	689908	894259	1112220	1333546	1555594	1777784
2t	11043255	8299416	6094229	4665469	3746935	3124577	2678513	2343742



Şekil 10. Zemin derinliğinin γ' ya bağlı olarak yatak katsayısı üzerindeki etkisi -◊-, γ=1; -●-, γ=2; -Δ-, γ=3; -■-, γ=4; -○-, γ=5; -♦-, γ=6; -□-, γ=7; -▲-, γ=8



Şekil 11. Zemin derinliğinin γ' ya bağlı olarak kayma parametresi üzerindeki etkisi -◊-, γ=1; -●-, γ=2; -Δ-, γ=3; -■-, γ=4; -○-, γ=5; -♦-, γ=6; -□-, γ=7; -▲-, γ=8

Tablo 2 ve Şekil 10' dan görüldüğü gibi yatak katsayısı değerleri zeminin düşey deformasyon parametresinin (γ) sabit bir değeri için artan zemin derinliği (H) ile birlikte azalmaktadır. Bu azalma miktarı zeminin düşey deformasyon parametresinin büyük değerleri için daha fazla olmaktadır. Yine bu tablo ve şekilden görüldüğü gibi sabit bir zemin derinliği için yatak katsayısı değerleri zeminin düşey deformasyon parametresi değeri arttıkça artmaktadır. Bu artış miktarı büyük zemin derinliklerinde daha az, küçük zemin derinliklerinde daha fazla olmaktadır.

Tablo 2 ve Şekil 11' den görüldüğü gibi kayma parametresi değerleri zeminin düşey deformasyon parametresinin sabit bir değeri için artan zeminin derinliği ile birlikte artmaktadır. Bu artış miktarı düşey deformasyon parametresinin büyük değerleri için daha az olmaktadır. Yine bu tablo ve şekillerden görüldüğü gibi sabit bir zemin derinliği için kayma parametresi değerleri zeminin düşey deformasyon parametresi arttıkça azalmaktadır. Bu azalma miktarı büyük zemin derinliklerinde daha fazla, küçük zemin derinliklerinde daha az olmaktadır.

Zeminin düşey deformasyon parametresinin sabit bir değeri için zemin derinliği arttıkça kayma parametresindeki (2t) artışı gösteren eğri lineere yakın olmakla birlikte yatak katsayısındaki (k) azalmayı gösteren eğri kırıklı olmaktadır.

Küçük zemin derinliklerinde zemin derinliğindeki değişimin yatak katsayısı üzerindeki etkisi zeminin düşey deformasyon parametresindeki değişimin yatak katsayısı üzerindeki etkisinden daha büyük olmaktadır. Büyük zemin derinliklerinde ise zeminin düşey deformasyon parametresinin 1, 2, 3, 4 ve 5 değerleri için zemin derinliğinin yatak katsayısı üzerindeki etkisi zeminin düşey deformasyon parametresindeki değişimin yatak katsayısı üzerindeki etkisinden daha küçük olmaktadır. Zeminin düşey deformasyon parametresinin 6, 7, ve 8 değerleri için zemin derinliğinin yatak katsayısı üzerindeki etkisi daha büyük olmaktadır.

Zemin derinliği değerindeki değişimin kayma parametresi üzerindeki etkisi daima zeminin düşey deformasyon parametresindeki değişimin kayma parametresi üzerindeki etkisinden büyük olmaktadır.

Burada, parametrelerden biri artarken diğerinin azalması gerektiği bununda Şekil 10 ve 11 de açık bir şekilde görüldüğünü belirtmek uygun olmaktadır.

2.3. Frekans Parametreleri

Bu çalışmada verilen frekans parametresi değerleri belirlenen bir sonlu eleman ağına bağlı olarak hesaplanmıştır. Zira diğer sayısal yöntemlerde olduğu gibi bu çalışmada kullanılan sonlu eleman yöntemi ile elde edilen sonuçlarda da bir hata payı bulunmaktadır. Büyüklüğü kullanılan sonlu eleman ağına bağlı olan bu hata payının mühendislikte kabul edilebilir sınırlar içinde kalması yanında harcanan bilgisayar zamanının da kabul edilebilir olması bakımından tüm örneklerde kirişler 50 cm uzunluğunda elemanlara bölünmüştür.

Bu çalışmada proje mühendislerine geniş bir veri sunmak amacıyla çalışmaya konu olan kirişlerin ilk on frekans parametresi değerleri zeminin düşey deformasyon parametresi γ' ya bağlı olarak farklı zemin derinlikleri (H) ve zemin derinliğinin kiriş uzunluğuna oranı (H/L) için Tablo 3' te verilmektedir.

Bu tabloda verilen değerler, çalışmada dikkate alınan bu parametrelerin elastik zemine oturan kirişlerin frekans parametreleri üzerindeki etkilerini daha iyi görebilmek amacıyla, ilk altı frekans parametresi değerleri için zeminin düşey deformasyon parametresi, zemin derinliği ve zemin derinliğinin kirişin uzunluğuna oranına bağlı olarak Şekil 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 ve 19' da grafikler halinde verilmektedir.

Tablo 3 ve Şekil 12, 13, 14, 15, 16, 17,18 ve 19'dan görüldüğü gibi zemin derinliğinin sabit bir değeri için zemin derinliğinin kiriş uzunluğuna oranı arttıkça frekans parametresi değerleri artmakta ancak zemin derinliğinin kiriş uzunluğuna oranının sabit bir değeri için zemin derinliği arttıkça frekans parametresi değerleri azalmaktadır. Yine aynı tablo ve şekillerden zeminin düşey deformasyon parametresinin artmasıyla frekans parametresi değerlerinin arttığı ve zeminin düşey deformasyon parametresinin büyük değerlerindeki artış için artış miktarının daha fazla olduğu görülmektedir.

Tablo 3. Farklı zemin derinliklerine ve zemin derinliğinin kirişin uzunluğuna oranına bağlı olarak zeminin düşey deformasyon parametresi değerleri için elastik zemine oturan iki ucu serbest kirişlerin ilk on moduna karşılık gelen frekans parametreleri

γ	H (m)	H/L	Frekans parametreleri, λ									
			λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8	λ_9	λ_{10}
1	5	0,25	45,17	58,68	89,68	166,28	366,18	808,79	1647,92	3074,02	5314,85	8635,29
		0,50	52,86	93,82	286,37	1221,60	4139,36	10858,35	23785,93	49507,91	80782,93	132542,12
		0,75	61,13	133,48	917,71	5440,28	19880,09	53304,84	117699,42	227953,90	401964,07	660805,38
		1,00	68,87	179,07	2475,25	16491,92	61512,95	165736,38	366442,38	710203,56	1252984,53	2055523,34
	10	0,50	13,23	21,62	42,24	92,08	211,07	461,69	926,00	1705,75	2922,66	4718,55
		0,75	15,10	32,41	87,28	276,07	806,88	1990,12	4236,73	8058,81	14069,59	22983,66
		1,00	17,18	45,02	169,23	703,83	2305,01	5946,46	12921,66	24843,59	43647,26	71596,03
	15	0,50	5,93	9,00	15,89	29,25	53,89	97,81	172,07	290,55	469,80	729,01
		0,75	6,67	13,28	30,25	70,21	159,79	340,95	669,56	1215,06	2060,55	3302,86
		1,00	7,50	18,74	52,28	149,08	395,97	925,22	1912,30	3575,88	6178,06	10024,51
2	5	0,25	51,91	64,39	92,58	164,22	358,10	793,68	1624,48	3040,88	5270,63	8578,59
		0,50	59,26	95,60	276,45	1194,17	4089,77	10781,18	23675,77	45759,43	80590,87	13201,32
		0,75	67,08	129,47	888,27	5372,61	19763,08	53126,49	117448,01	227618,06	401532,79	660268,00
		1,00	74,34	167,65	2419,49	16368,99	61303,25	165419,26	365998,13	709613,57	1252232,05	2054596,63
	10	0,50	14,85	22,35	40,44	85,50	198,14	441,17	869,53	1665,89	2870,96	4653,53
		0,75	16,63	31,83	80,34	258,46	775,68	1942,22	4168,88	7967,71	13951,97	22836,22
		1,00	18,62	42,53	155,18	671,23	2248,64	5860,58	12800,45	24681,22	43437,97	71334,06
	15	0,50	6,65	9,29	15,21	26,74	48,60	88,92	158,96	272,61	446,39	699,51
		0,75	7,32	13,08	27,59	62,90	146,07	319,42	638,83	1173,68	2007,03	3235,71
		1,00	8,11	17,81	46,57	134,91	370,66	886,30	1857,18	3501,93	6082,60	9904,88

Tablo 3.' ün devamı

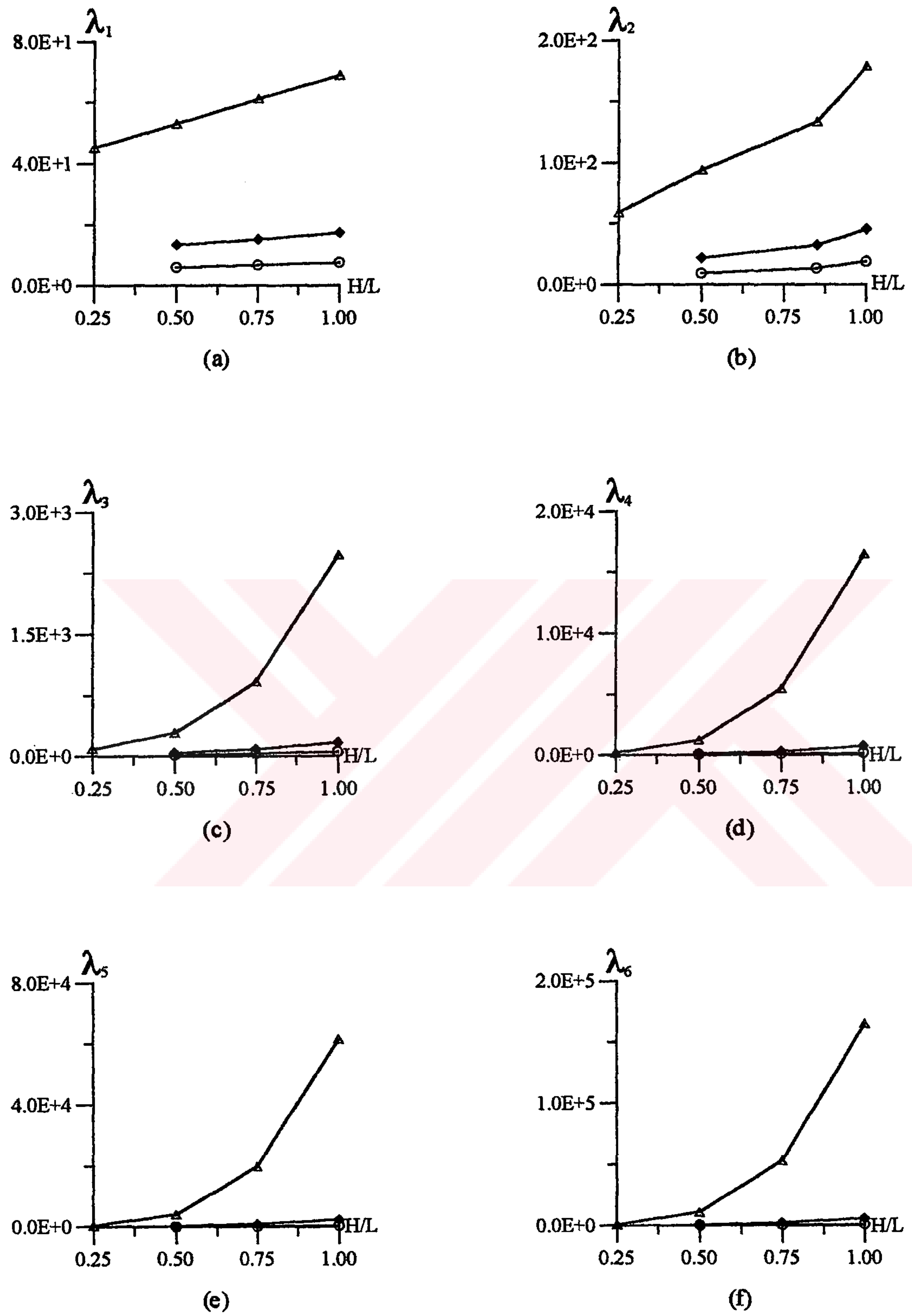
γ	H (m)	H/L	Frekans parametreleri, λ									
			λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8	λ_9	λ_{10}
3	5	0,25	66,72	78,64	105,01	172,89	361,95	791,84	1615,92	3024,49	5245,31	8543,24
		0,50	74,01	107,51	279,60	1173,26	4061,02	10730,22	23598,26	45651,07	80447,45	132118,69
		0,75	81,77	137,44	876,57	5330,15	19680,92	52994,95	117257,70	227359,81	401197,75	659847,83
		1,00	88,90	170,34	2387,44	16282,90	61147,34	165176,92	365653,50	709151,68	1251639,42	2053863,76
	10	0,50	18,64	25,59	41,85	83,13	190,68	427,62	875,79	1636,81	2832,35	4604,22
		0,75	20,40	34,23	77,88	247,44	753,77	1906,89	4117,51	7897,66	13860,60	22720,90
		1,00	22,41	43,57	147,22	648,40	2206,73	5794,95	12706,42	24554,12	43273,14	71126,90
	15	0,50	8,35	10,67	15,91	26,04	45,64	83,06	149,71	259,49	428,90	677,11
		0,75	8,98	14,16	26,82	58,39	136,40	303,50	615,54	1141,84	1965,45	3183,17
		1,00	9,75	18,40	43,44	124,96	351,80	856,52	1814,41	3444,02	6007,42	9810,27
4	5	0,25	85,64	97,29	122,64	188,13	374,04	800,24	1619,95	3023,45	5238,46	8529,88
		0,50	92,97	124,88	291,49	1186,02	4052,20	10706,99	23557,80	45590,60	80364,22	132010,01
		0,75	100,78	152,47	879,06	5312,69	19637,69	52919,68	117144,28	227202,30	400990,41	659585,17
		1,00	107,90	182,15	2376,98	16237,37	61056,50	165029,98	365440,19	708862,27	1251265,17	2053398,47
	10	0,50	23,57	30,20	45,36	84,20	188,44	421,43	864,96	1620,57	2809,95	4574,88
		0,75	25,32	38,37	78,95	242,95	742,23	1886,67	4086,90	7854,95	13804,06	22648,84
		1,00	27,36	46,89	144,79	636,32	2182,30	5755,16	12648,23	24474,50	43169,07	70995,39
	15	0,50	10,57	12,67	17,52	26,77	44,89	80,42	144,87	252,15	418,73	663,78
		0,75	11,16	16,01	27,53	56,66	131,32	294,38	601,64	1122,41	1939,71	3150,34
		1,00	11,93	19,97	42,65	119,72	340,78	838,45	1787,93	3407,74	5959,94	9750,21

Tablo 3.' ün devamı

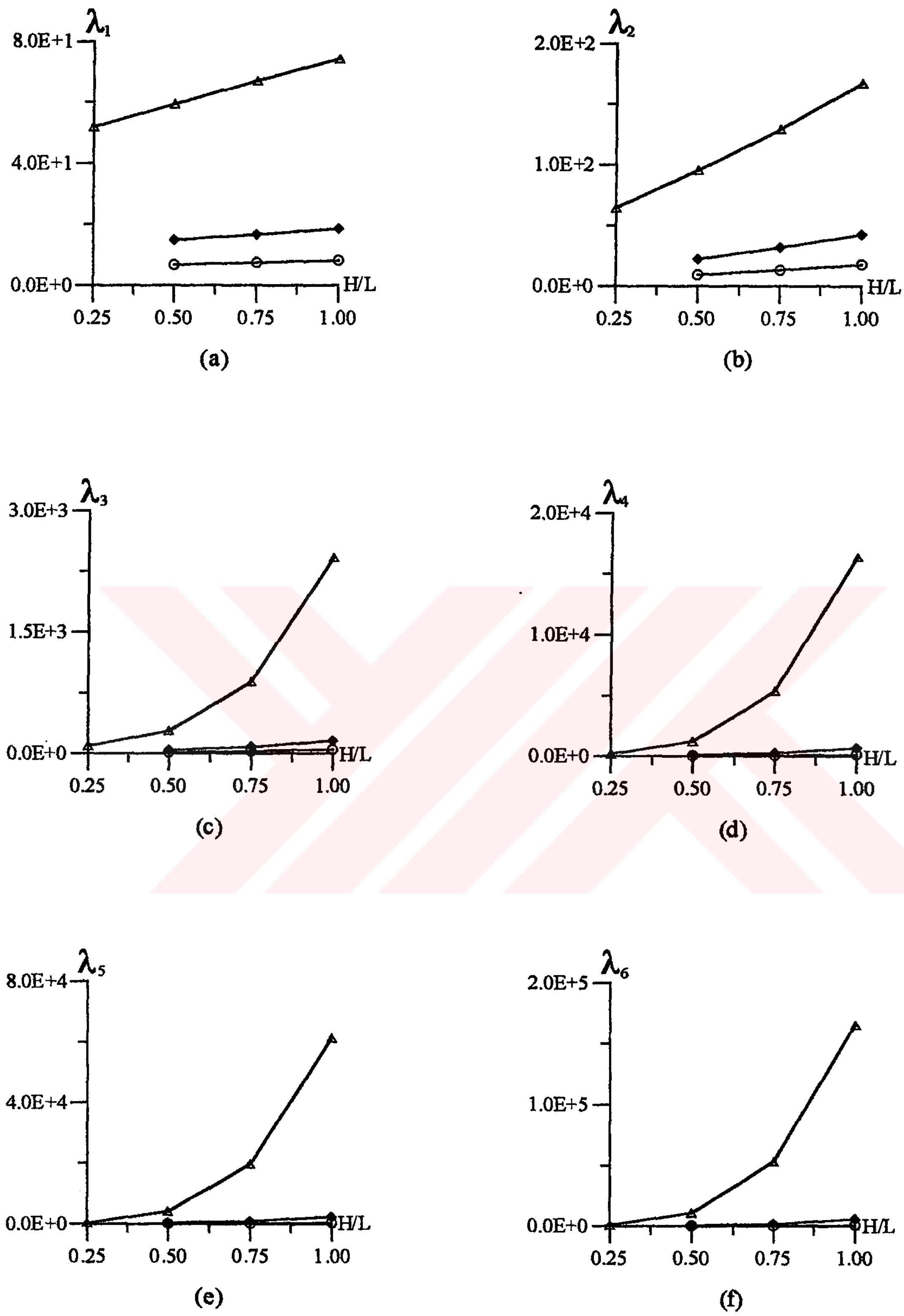
γ	H (m)	H/L	Frekans parametreleri, λ									
			λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8	λ_9	λ_{10}
5	5	0,25	105,90	117,39	142,11	206,07	389,96	813,77	1630,67	3030,89	5242,17	8529,39
		0,50	113,27	144,21	307,33	1195,97	4054,69	10700,19	23539,90	45559,80	80318,76	131948,16
		0,75	121,12	170,33	888,88	5309,65	19618,05	52879,40	117079,43	227109,05	400865,06	659424,18
		1,00	128,26	197,97	2378,51	16216,30	61006,25	164943,59	365311,03	708684,10	1251032,33	2053106,98
	10	0,50	28,87	35,32	49,80	87,06	189,17	419,63	860,16	1612,30	2797,71	4558,18
		0,75	30,63	43,20	81,83	242,23	736,99	1875,85	4069,41	7829,67	13769,90	22604,69
		1,00	32,70	51,21	145,42	630,74	2168,79	5731,77	12613,00	24425,49	43104,35	70913,03
	15	0,50	12,97	14,93	19,54	28,24	45,40	79,70	142,73	248,40	413,17	656,19
		0,75	13,53	18,18	28,98	56,53	129,02	289,49	593,69	1110,91	1924,15	3130,22
		1,00	14,29	21,97	43,14	117,32	334,68	827,82	1771,89	3385,40	5930,42	9712,60
6	5	0,25	126,51	137,89	162,20	225,12	407,62	829,82	1644,81	3042,81	5251,55	8535,92
		0,50	133,90	164,20	324,95	1209,59	4063,24	10702,44	23534,61	45545,75	80294,75	131913,01
		0,75	141,80	189,30	902,43	5314,46	19611,59	52858,92	117042,25	227052,58	400786,78	659321,69
		1,00	148,95	215,59	2386,42	16208,86	60978,99	164891,78	365230,18	708569,94	1250881,04	2052915,84
	10	0,50	34,29	40,62	54,65	90,83	191,48	420,23	858,74	1608,53	2791,25	4548,70
		0,75	36,04	48,31	85,62	243,57	735,26	1870,34	4059,38	7814,36	13748,57	22576,60
		1,00	38,15	55,96	147,68	628,78	2161,46	5717,75	12590,97	24394,11	43062,32	70859,03
	15	0,50	15,42	17,28	21,74	30,07	46,57	80,03	142,11	246,69	410,23	651,87
		0,75	15,96	20,47	30,81	57,27	128,29	287,00	589,13	1103,94	1914,44	3117,41
		1,00	16,72	24,15	44,30	116,51	331,37	821,45	1761,85	3371,10	5911,24	9687,94

Tablo 3.' ün devamı

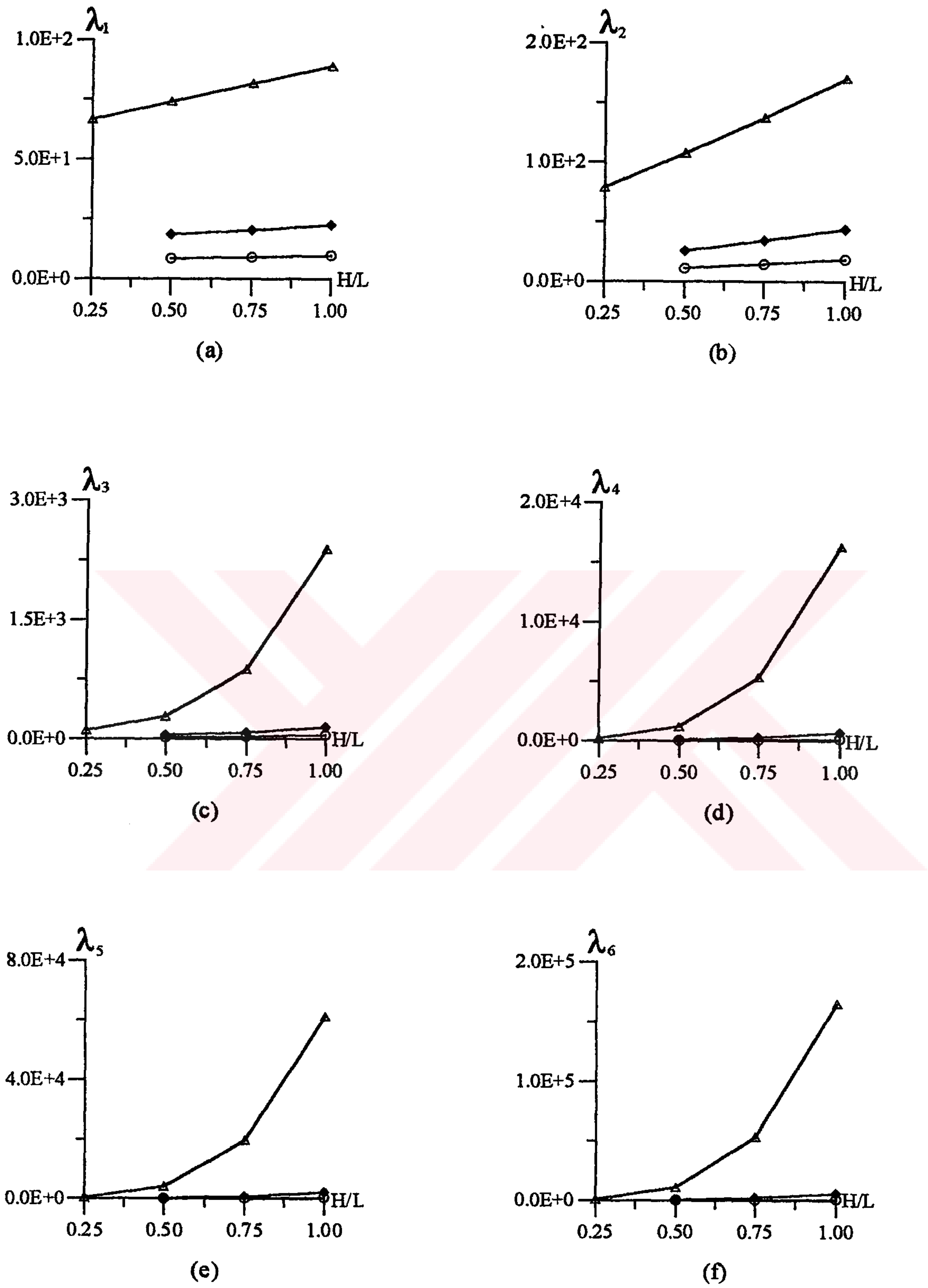
γ	H (m)	H/L	Frekans parametreleri, λ									
			λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8	λ_9	λ_{10}
7	5	0,25	147,20	158,51	182,52	244,69	426,21	847,24	1660,86	3057,26	5264,18	8546,50
		0,50	154,62	184,46	343,50	1225,26	4075,28	10709,94	23536,69	45541,53	80283,37	131893,63
		0,75	162,55	208,87	918,05	5323,80	19612,83	52850,07	117021,41	227017,86	400736,38	659253,89
		1,00	169,70	234,14	2397,99	16209,40	60965,28	164860,42	365177,93	708493,75	1250778,16	2052784,32
	10	0,50	39,75	45,99	59,70	95,10	194,71	422,23	859,29	1607,39	2788,19	4543,47
		0,75	41,50	53,54	89,91	246,11	735,60	1867,97	4053,76	7804,96	13734,85	22558,03
		1,00	43,62	60,94	150,87	628,95	2157,78	5709,27	12576,74	24373,19	43033,75	70821,89
	15	0,50	17,88	19,68	24,04	32,10	48,12	80,98	142,37	246,18	408,84	649,49
		0,75	18,41	22,83	32,83	58,51	128,47	285,92	586,58	1099,66	1908,19	3108,95
		1,00	19,16	26,43	45,85	116,64	329,70	817,59	1755,37	3361,56	5898,21	9670,98
8	5	0,25	167,93	179,18	202,97	264,58	445,34	865,50	1678,08	3073,28	5278,83	8559,60
		0,50	175,37	204,85	362,61	1242,21	4089,48	10720,73	23543,39	45543,49	80279,94	131884,16
		0,75	183,31	228,73	934,95	5335,97	19618,90	52848,55	117010,84	226996,85	400703,57	659207,96
		1,00	190,48	253,25	2411,85	16214,95	60960,09	164841,94	365143,72	708441,51	1250705,80	2052690,39
	10	0,50	45,22	51,40	64,87	99,68	198,51	425,11	861,08	1607,92	2787,27	4540,92
		0,75	46,97	58,85	94,51	249,38	737,23	1867,56	4050,92	7799,28	13725,93	22545,46
		1,00	49,10	66,06	154,65	630,45	2156,39	5704,28	12567,43	24358,85	43013,68	70795,38
	15	0,50	20,36	22,10	26,38	34,24	49,91	82,31	143,19	246,42	408,42	648,33
		0,75	20,87	25,23	34,97	60,07	129,23	285,74	585,28	1097,07	1904,12	3103,22
		1,00	21,62	28,77	47,64	117,36	329,08	815,32	1751,13	3355,03	5889,05	9658,87



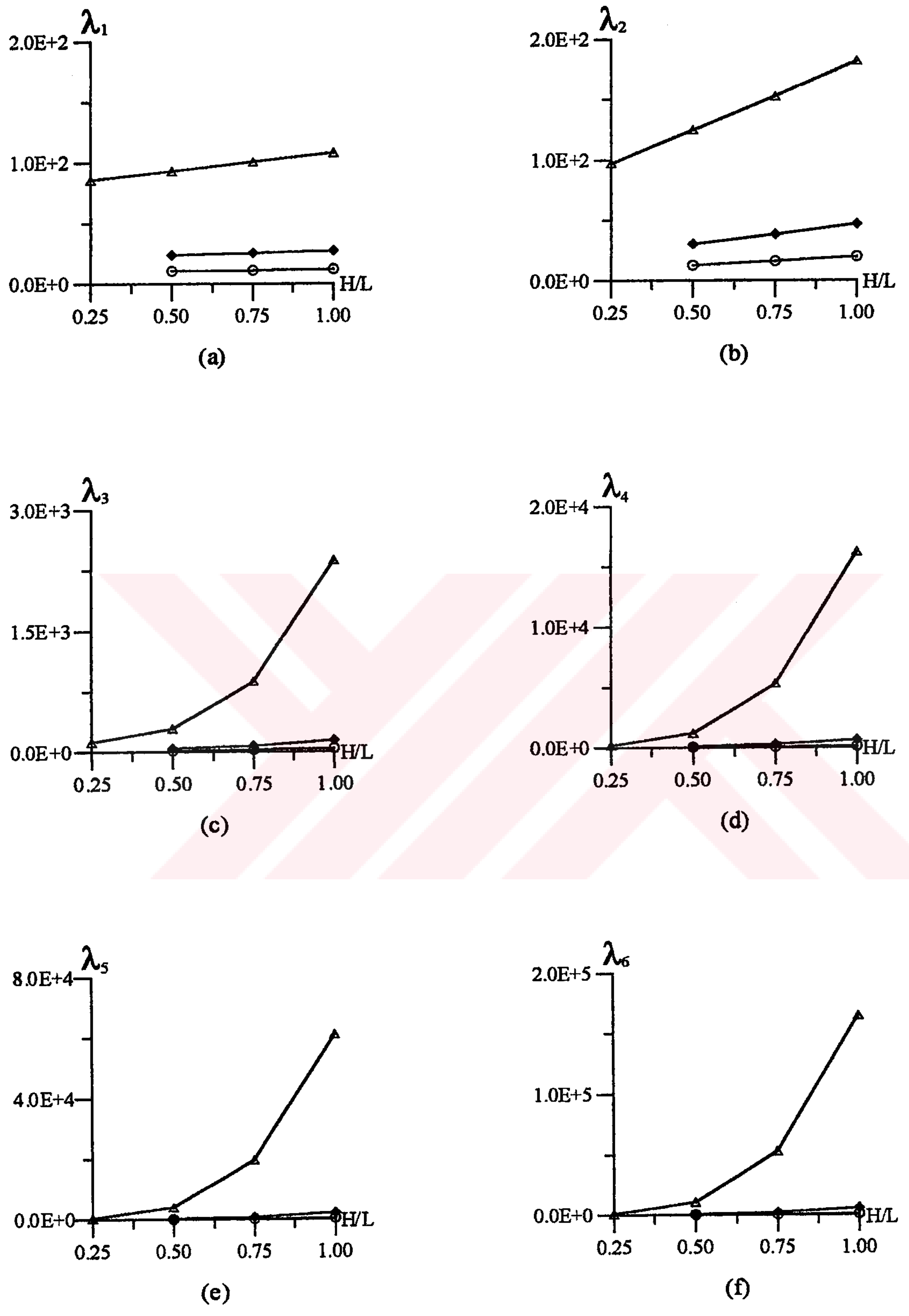
Şekil 12. Farklı H değerleri ve H/L oranlarının γ=1 için elastik zemine oturan iki ucu serbest kirişlerin ilk altı frekans parametresi üzerindeki etkileri –Δ–, H=5m; –♦–, H=10m; –o–, H=15m



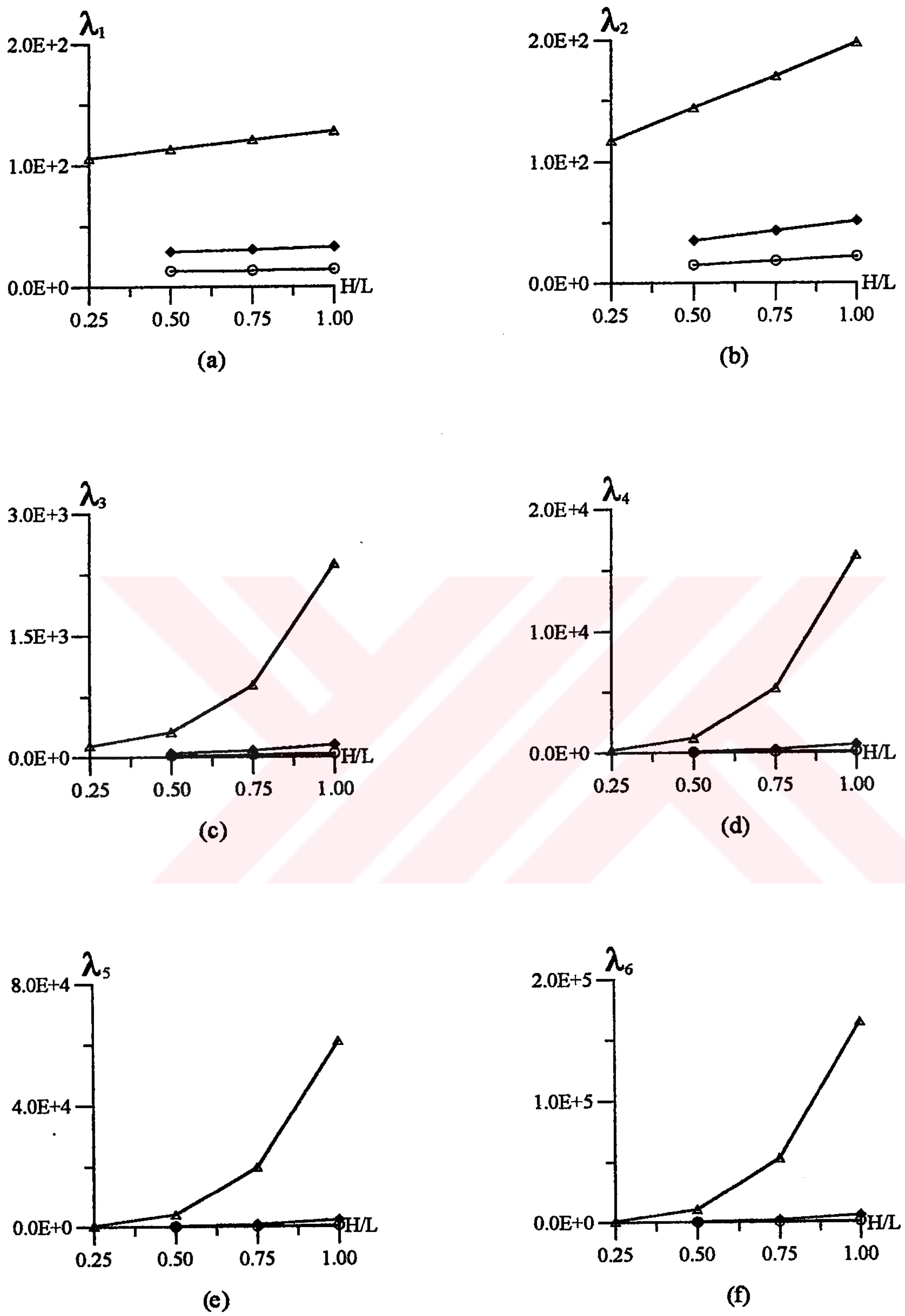
Şekil 13. Farklı H değerleri ve H/L oranlarının γ=2 için elastik zemine oturan iki ucu serbest kirişlerin ilk altı frekans parametresi üzerindeki etkileri –Δ–, H=5m; –♦–, H=10m; –o–, H=15m



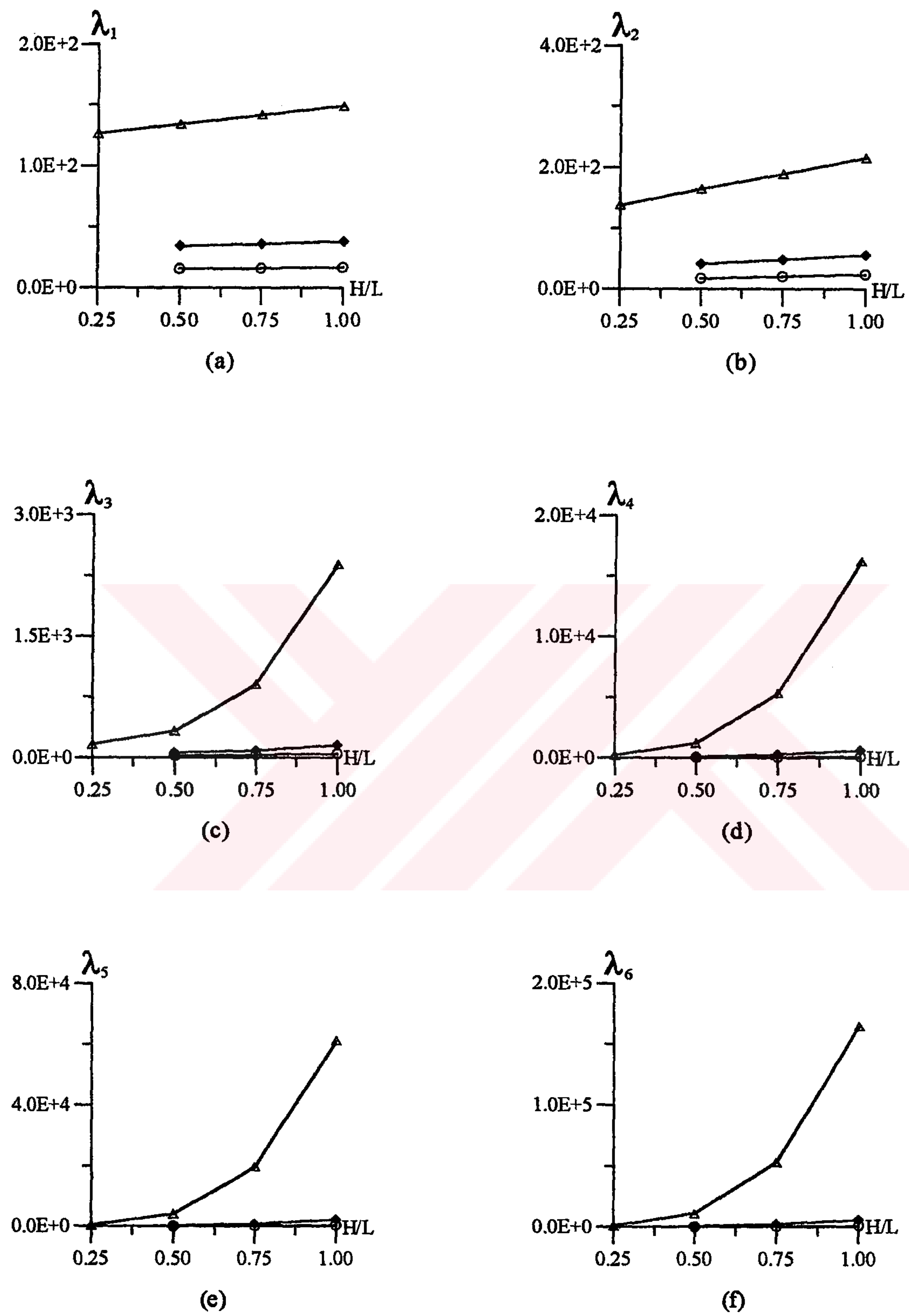
Şekil 14. Farklı H değerleri ve H/L oranlarının γ=3 için elastik zemine oturan iki ucu serbest kirişlerin ilk altı frekans parametresi üzerindeki etkileri –Δ–, H=5m; –♦–, H=10m; –o–, H=15m



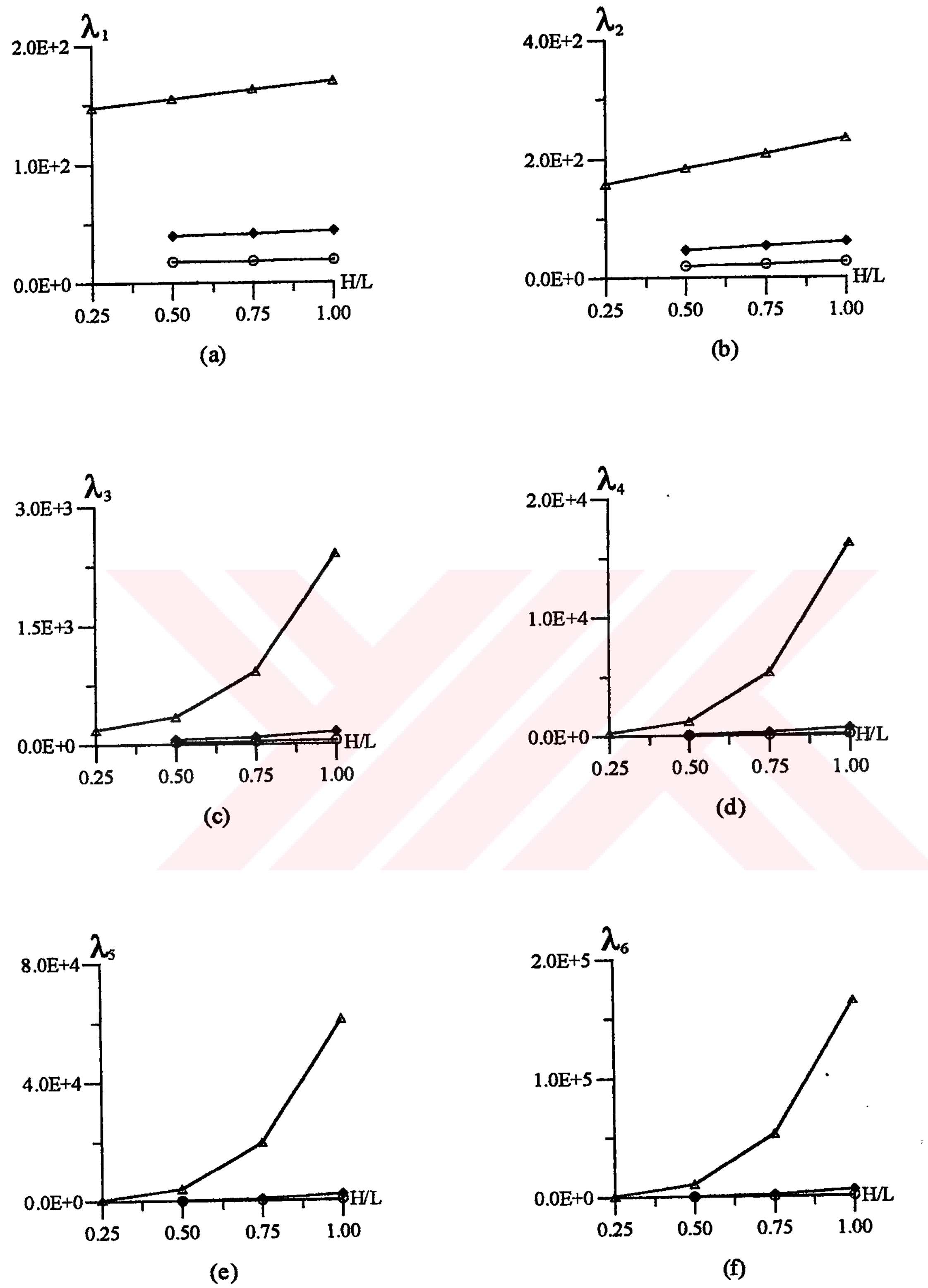
Şekil 15. Farklı H değerleri ve H/L oranlarının γ=4 için elastik zemine oturan iki ucu serbest kirişlerin ilk altı frekans parametresi üzerindeki etkileri –Δ–, H=5m; –♦–, H=10m; –o–, H=15m



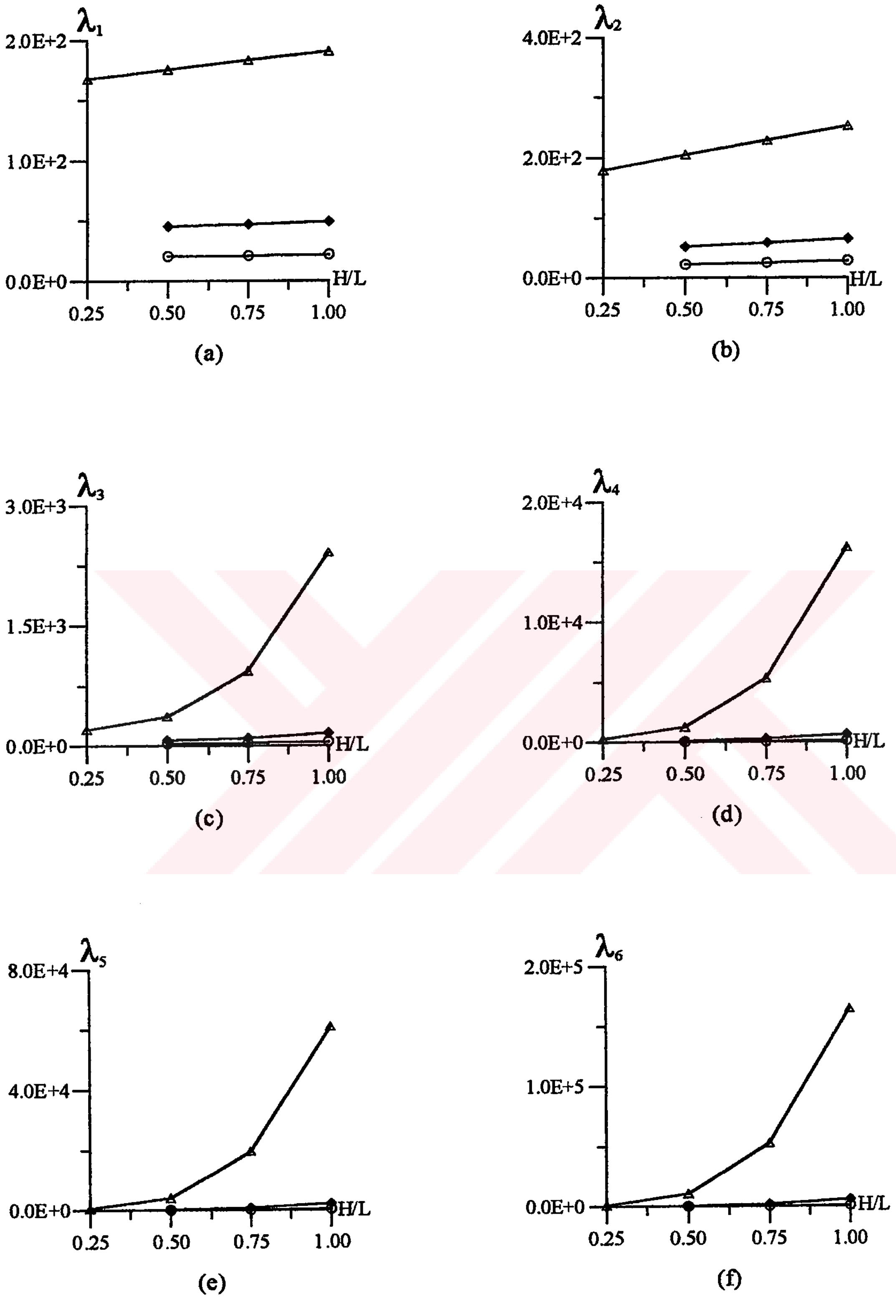
Şekil 16. Farklı H değerleri ve H/L oranlarının γ=5 için elastik zemine oturan iki ucu serbest kirişlerin ilk altı frekans parametresi üzerindeki etkileri –Δ–, H=5m; –♦–, H=10m; –o–, H=15m



Şekil 17. Farklı H değerleri ve H/L oranlarının γ=6 için elastik zemine oturan iki ucu serbest kirişlerin ilk altı frekans parametresi üzerindeki etkileri –Δ–, H=5m; –♦–, H=10m; –o–, H=15m



Şekil 18. Farklı H değerleri ve H/L oranlarının γ=7 için elastik zemine oturan iki ucu serbest kirişlerin ilk altı frekans parametresi üzerindeki etkileri –Δ–, H=5m; –♦–, H=10m; –o–, H=15m



Şekil 19. Farklı H değerleri ve H/L oranlarının γ=8 için elastik zemine oturan iki ucu serbest kirişlerin ilk altı frekans parametresi üzerindeki etkileri –Δ–, H=5m; –♦–, H=10m; –o–, H=15m

Tablo 3' deki frekans parametresi değerleri dikkate alındığında zeminin düşey deformasyon parametresi (γ) ve zemin derinliğinin (H) sabit bir değeri için zemin derinliğinin kiriş uzunluğuna oranı (H/L) arttıkça frekans parametresi değerlerindeki artış büyük frekans parametreleri için daha fazla olmaktadır. Zemin derinliğinin kiriş uzunluğuna oranının sabit bir değeri için zemin derinliğine bağlı olarak frekans parametrelerinde oluşan azalma büyük frekans değerlerinde daha büyük olmaktadır. Yine Tablo 3' ten görüldüğü gibi zemin derinliğinin sabit bir değeri için zemin derinliğinin kirişin uzunluğuna oranı arttıkça frekans parametresi değerlerinde meydana gelen artış zemin derinliğinin kiriş uzunluğuna oranının büyük değerleri için artmaktadır. Benzer şekilde zemin derinliğinin kirişin uzunluğuna oranının sabit bir değeri için artan H değeri ile birlikte frekans parametresi değerlerinde meydana gelen azalma miktarı büyük zemin derinliklerinde daha az olmaktadır.

Tablo 3' den görüldüğü gibi zemin derinliğinin kirişin uzunluğuna oranının sabit bir değeri için artan zemin derinliği ile birlikte oluşan frekans parametresi değerlerindeki değişim gerek zemin derinliğinin sabit bir değeri için zemin derinliğinin kirişin uzunluğuna oranı arttıkça frekans parametresi değerlerinde oluşan değişimden gerekse zeminin düşey deformasyon parametresi arttıkça frekans parametresi değerlerinde oluşan değişimden daha büyük olmaktadır. Bu gözlemler zemin derinliğinin frekans parametresi üzerindeki etkisinin kirişin uzunluğunun ve zeminin düşey deformasyon parametresinin frekans parametresi üzerindeki etkisinden daha büyük olduğunu göstermektedir.

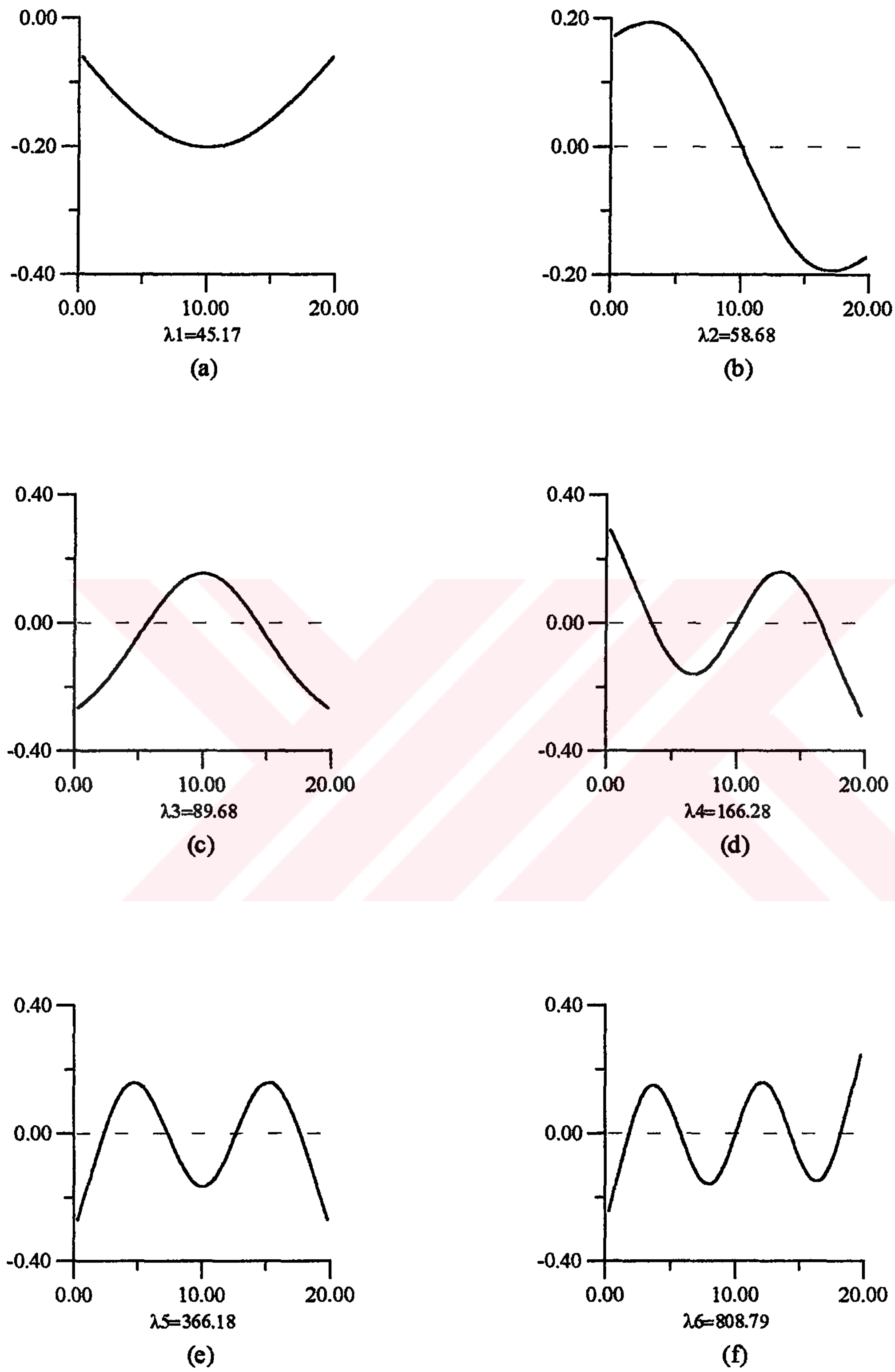
Şekil 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 ve 19' dan görüldüğü gibi zemin derinliğinin kiriş uzunluğuna oranının sabit bir değeri için artan zemin derinliği değeri ile birlikte eğriler birbirine yaklaşmaktadır. Bu da zemin derinliği değerinin daha da artması halinde söz konusu eğrilerin pratik olarak çakışacağını yani frekans parametresindeki değişimin ihmal edilebileceğini göstermektedir. Diğer bir deyişle belirli bir değerden sonra zemin derinliğindeki değişim frekans parametresini hemen hemen etkilememektedir. Yine bu şekillerden görüldüğü gibi zemin derinliğinin kiriş uzunluğuna oranındaki artış tüm frekans parametreleri için zemin derinliğine bağlı olarak eğrileri birbirinden uzaklaştırmaktadır. Diğer bir deyişle zemin derinliğinin kiriş uzunluğuna oranı arttıkça zemin derinliğine bağlı olarak meydana gelen frekans parametresi değerlerindeki değişim daha fazla olmaktadır.

Ayrıca zeminin düşey deformasyon parametresindeki artış aynı frekans parametrelerine ait eğrilerin birbirinden uzaklaşmasına neden olmaktadır.

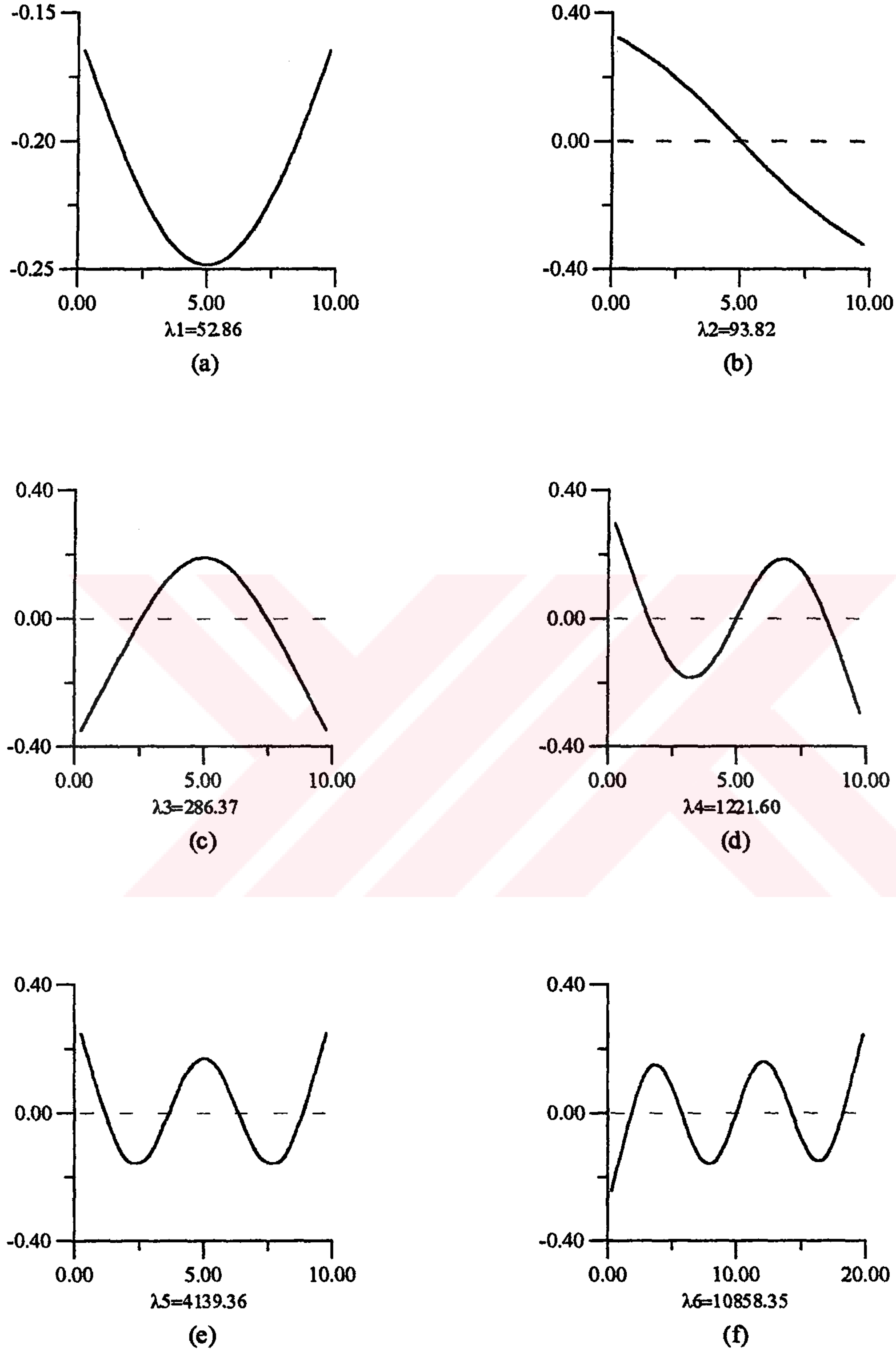
Yine bu şekillerden görüldüğü gibi zeminin düşey deformasyon parametresi arttıkça zemin derinliğinin kiriş uzunluğunun oranının artmasına bağlı olarak frekans parametresi değerlerinde oluşan artış zeminin düşey deformasyon parametresinin büyük değerleri için daha az olmaktadır. Özellikle zemin derinliğinin 10 m ve 15 m' si için çizilen eğriler zeminin düşey deformasyon parametresinin büyük değerlerinde pratik olarak yatay duruma gelmektedir. Genellikle zeminin düşey deformasyon parametresi değerleri için birinci ve ikinci frekans parametrelerine ait eğrilerde zemin derinliğinin kirişin uzunluğuna oranına bağlı olarak oluşan değişim lineere çok yakın olmasına rağmen daha büyük frekans parametrelerinde eğriler kırıklı hale gelmektedir.

2.4. Mod Şekilleri

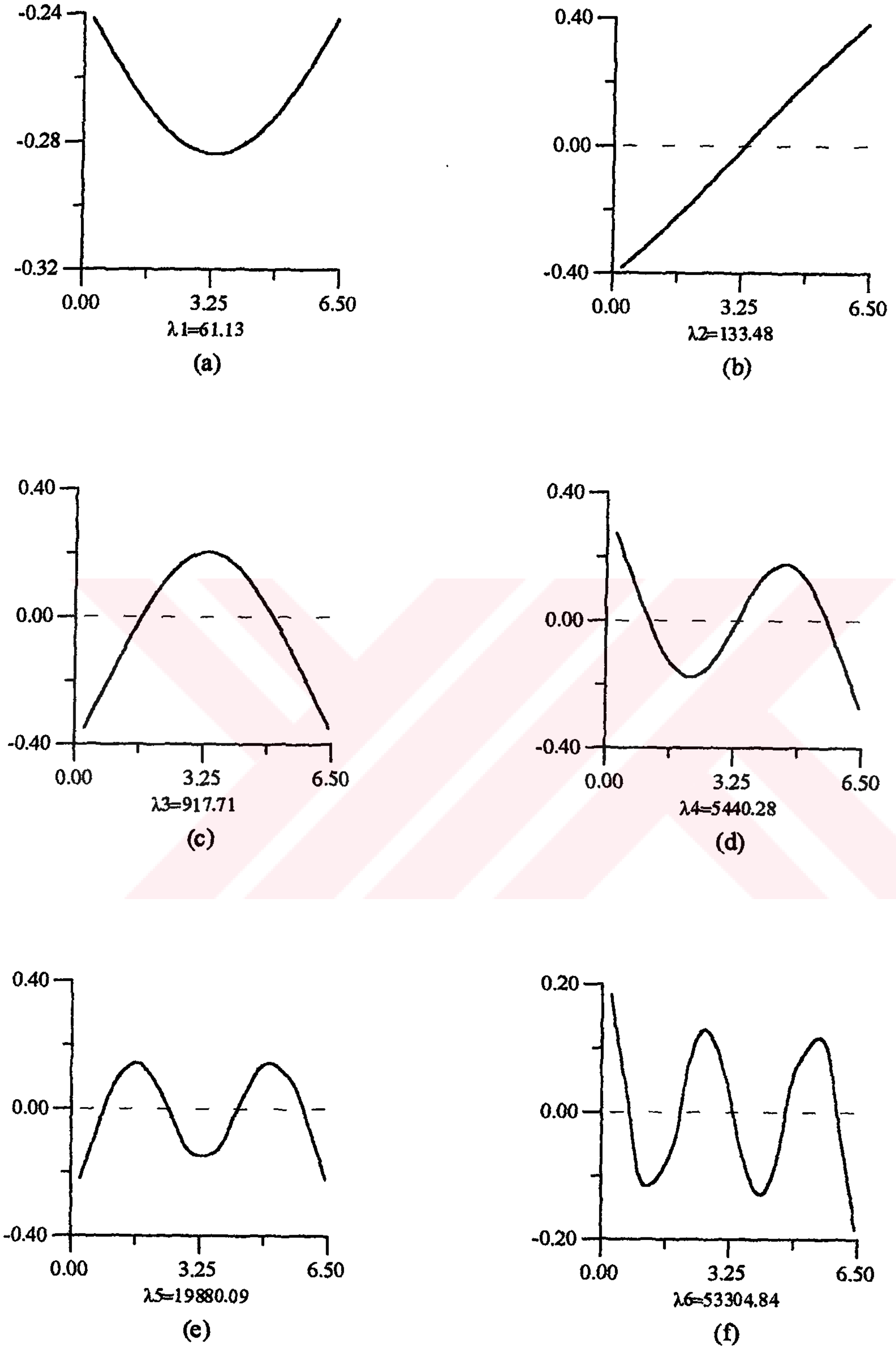
Bu çalışmada zeminin düşey deformasyon parametresinin, zemin derinliğinin ve zemin derinliğinin kiriş uzunluğuna oranının kombinezonlarına bağlı olarak toplam seksen tane farklı örnek çözülmüştür ve her bir örnek için de ilk on frekans parametreleri belirlenmiştir. Dikkate alınan tüm örneklere ait mod şekillerini sunmak çok yer işgal edeceğinden burada örnekleme olarak seçilen durumlara ait ilk altı mod şekilleri verilmektedir. Bu mod şekilleri; $\gamma=1$, $H=5$ ve $H/L=0.25$ için Şekil 20 de; $\gamma=1$, $H=5$ ve $H/L=0.50$ için Şekil 21 de; $\gamma=1$, $H=5$ ve $H/L=0.75$ için Şekil 22 de; $\gamma=1$, $H=5$ ve $H/L=1.00$ için Şekil 23 de; $\gamma=1$, $H=10$ ve $H/L=1.00$ için Şekil 24 de; $\gamma=1$, $H=15$ ve $H/L=1.00$ için Şekil 25 te; $\gamma=2$, $H=15$ ve $H/L=1.00$ için Şekil 26 da; $\gamma=3$, $H=15$ ve $H/L=1.00$ için Şekil 27 de; $\gamma=4$, $H=15$ ve $H/L=1.00$ için Şekil 28 de; $\gamma=5$, $H=15$ ve $H/L=1.00$ için Şekil 29 da; $\gamma=6$, $H=15$ ve $H/L=1.00$ için Şekil 30 da; $\gamma=7$, $H=15$ ve $H/L=1.00$ için Şekil 31 de ve $\gamma=1$, $H=15$ ve $H/L=1.00$ için Şekil 32 de verilmektedir. Burada bu mod şekillerinin, daha iyi bir görünüm elde etmek amacıyla, abartılı olarak çizildiğini belirtmek gerekmektedir.



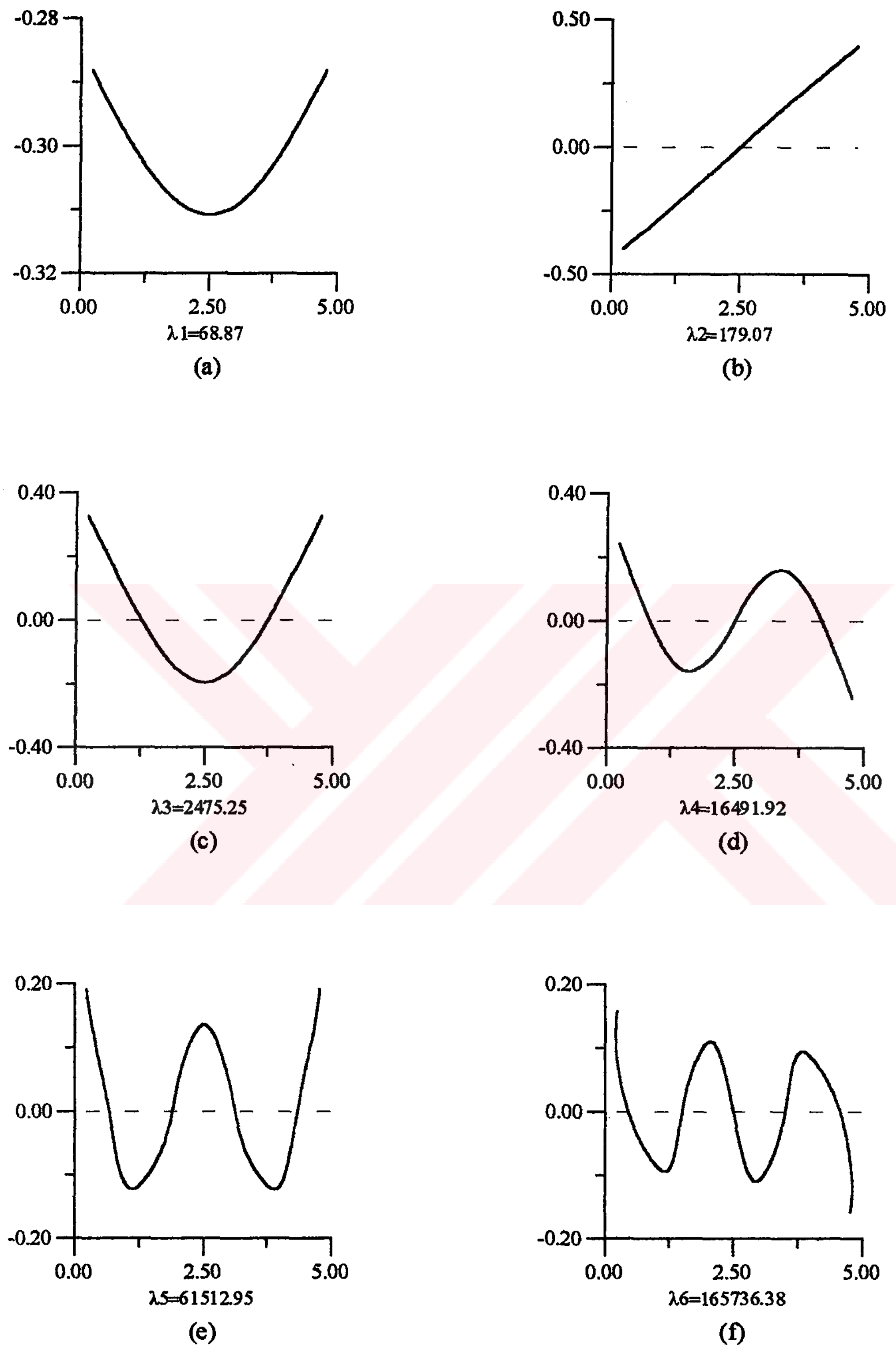
Şekil 20. γ=1, H=5m ve H/L=0,25 için elastik zemine oturan iki ucu serbest kirişin ilk altı mod şekli



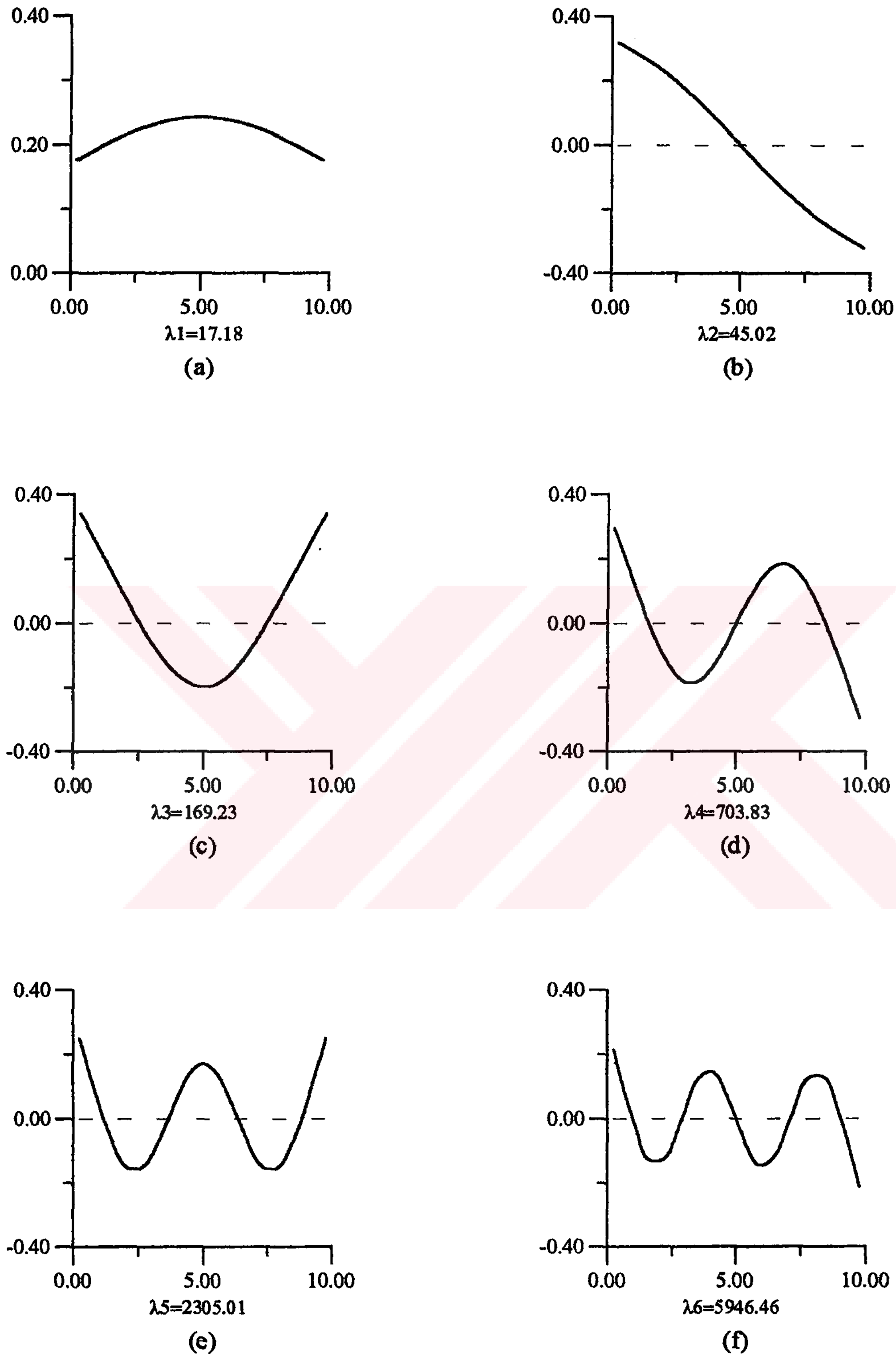
Şekil 21. γ=1, H=5m ve H/L=0,50 için elastik zemine oturan iki ucu serbest kirişin ilk altı mod şekli



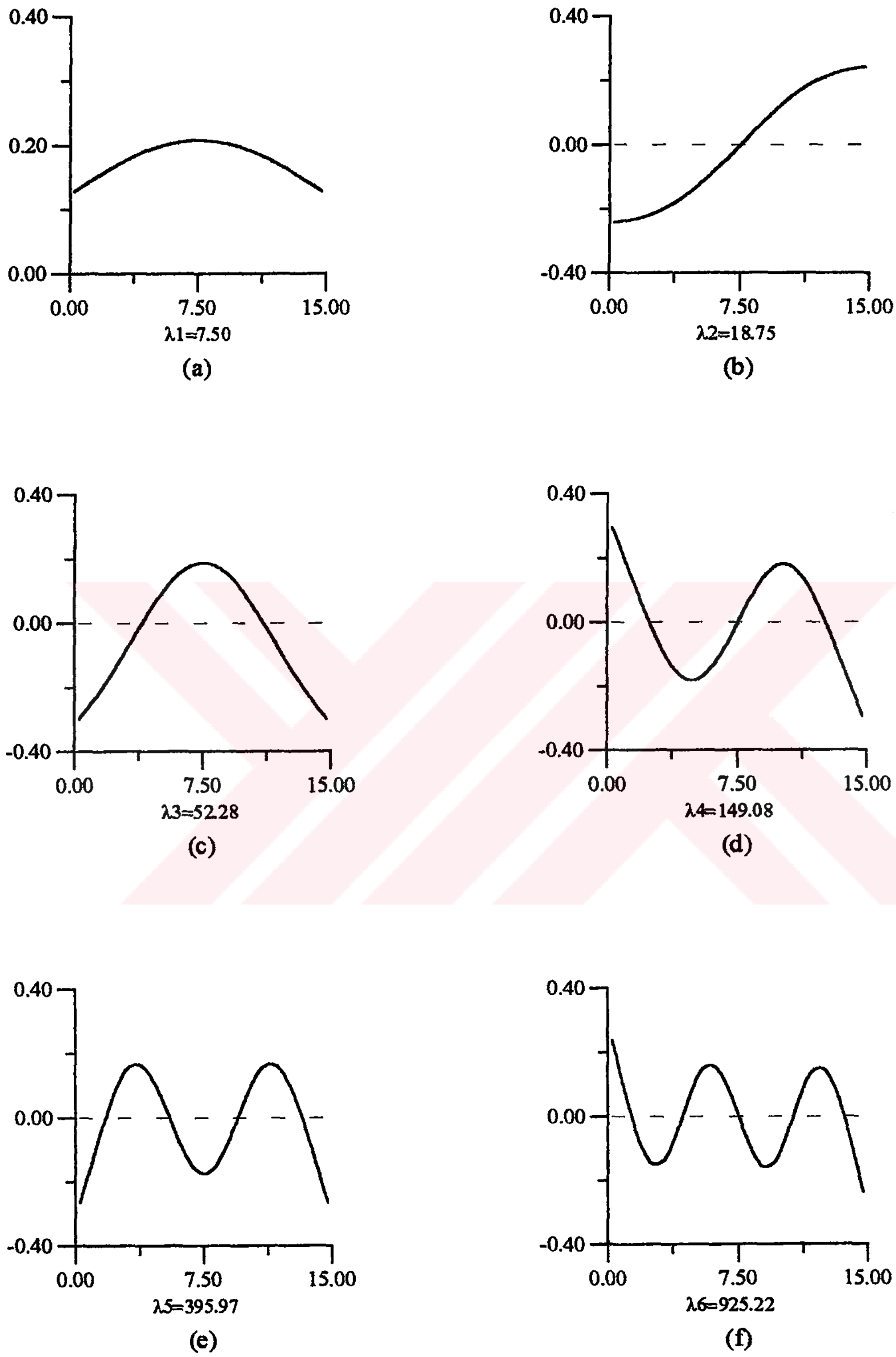
Şekil 22. γ=1, H=5m ve H/L=0,75 için elastik zemine oturan iki ucu serbest kirişin ilk altı mod şekli



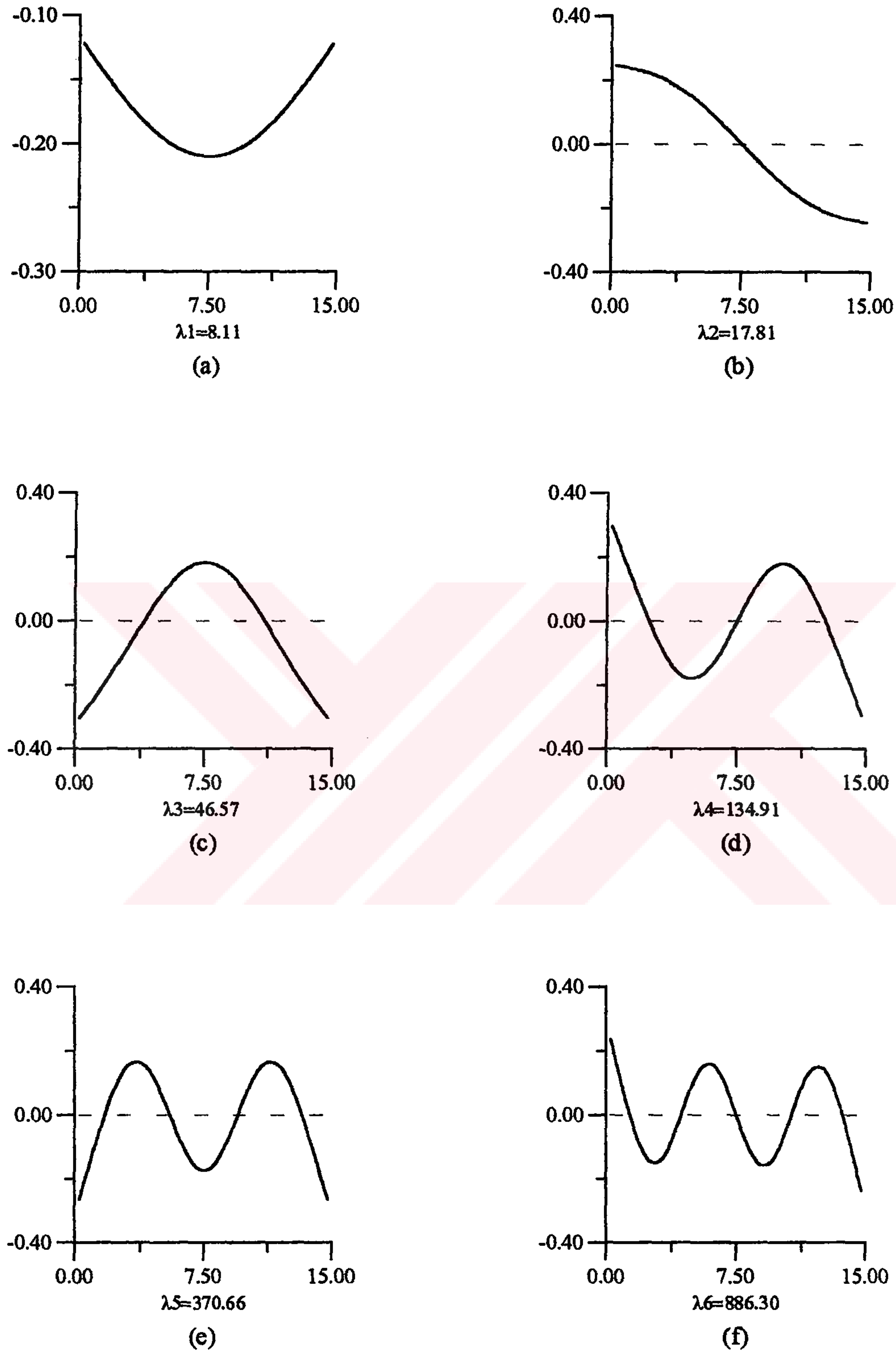
Şekil 23. γ=1, H=5m ve H/L=1,00 için elastik zemine oturan iki ucu serbest kirişin ilk altı mod şekli



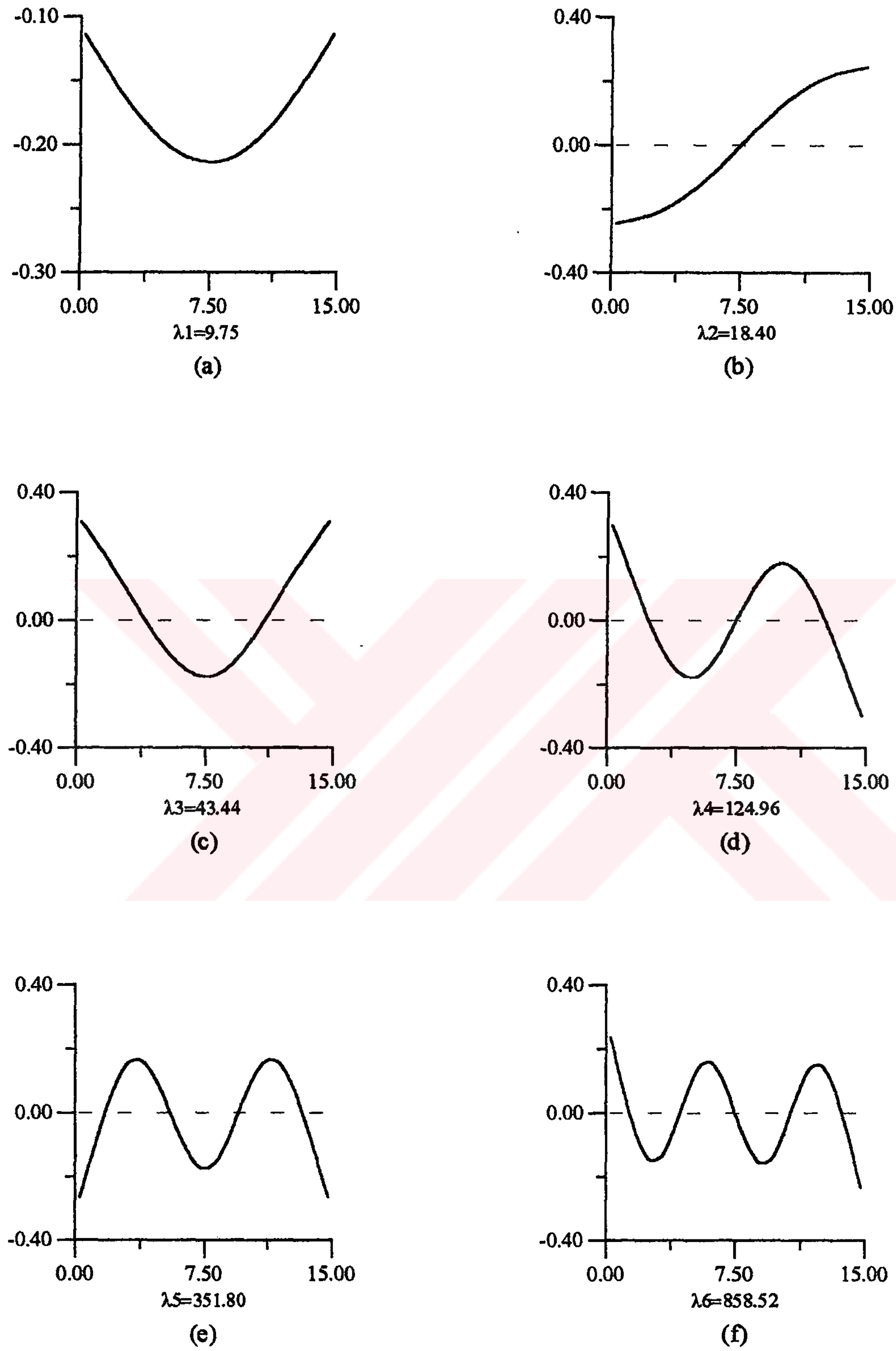
Şekil 24. γ=1, H=10m ve H/L=1,00 için elastik zemine oturan iki ucu serbest kirişin ilk altı mod şekli



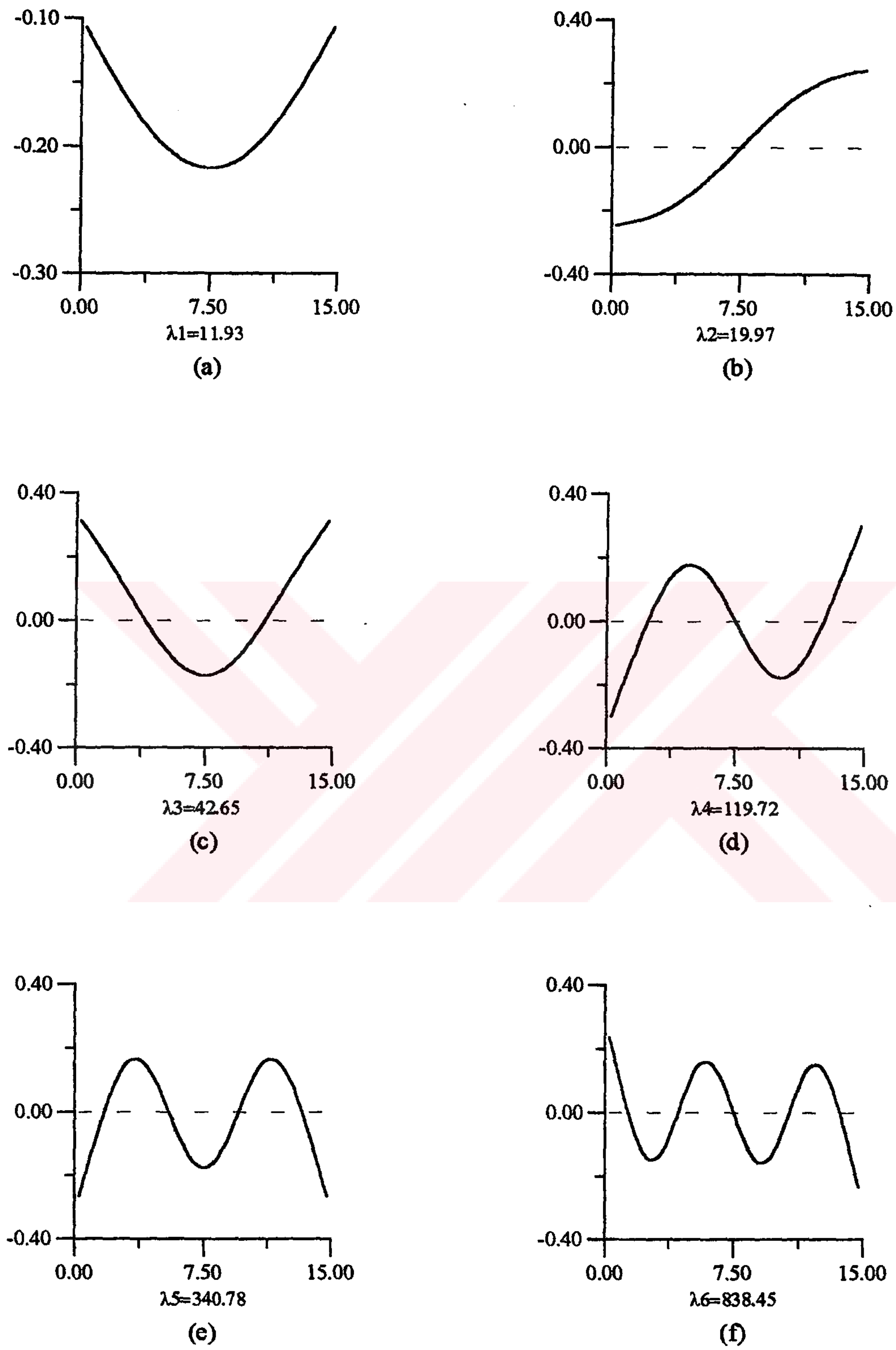
Şekil 25. $\gamma=1$, H=15m ve H/L=1,00 için elastik zemine oturan iki ucu serbest kirişin ilk altı mod şekli



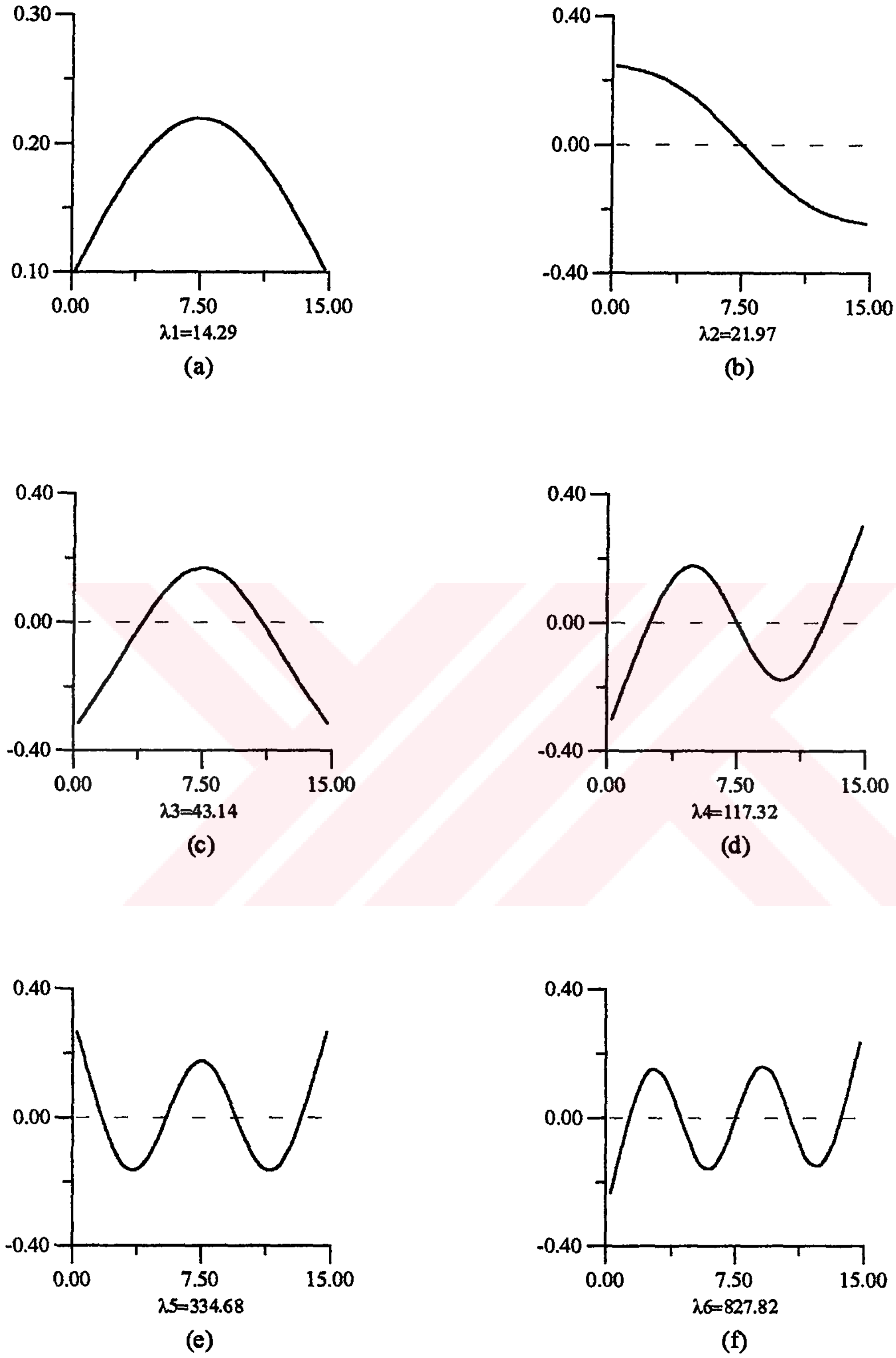
Şekil 26. γ=2, H=15m ve H/L=1,00 için elastik zemine oturan iki ucu serbest kirişin ilk altı mod şekli



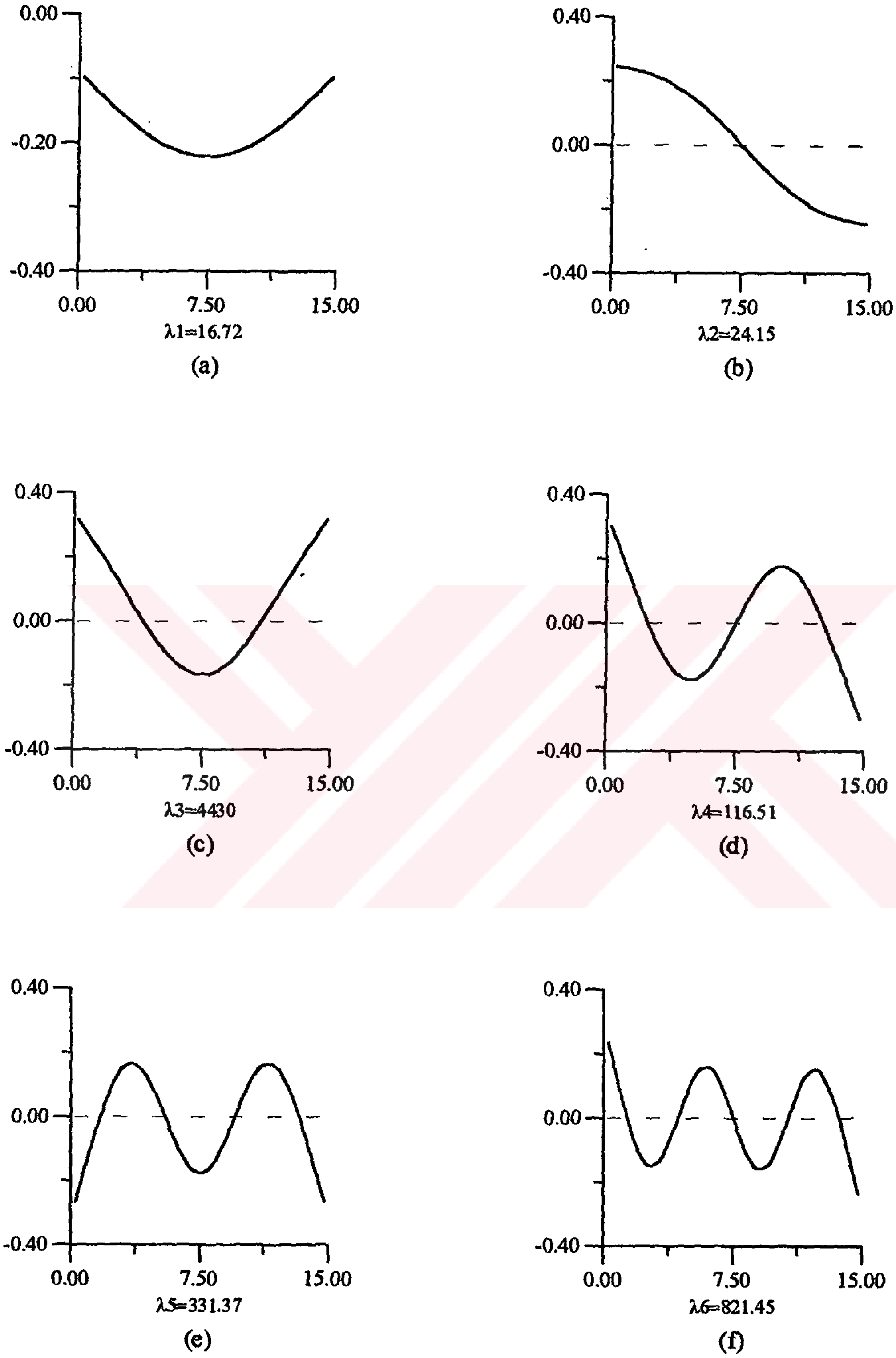
Şekil 27. γ=3, H=15m ve H/L=1,00 için elastik zemine oturan iki ucu serbest kirişin ilk altı mod şekli



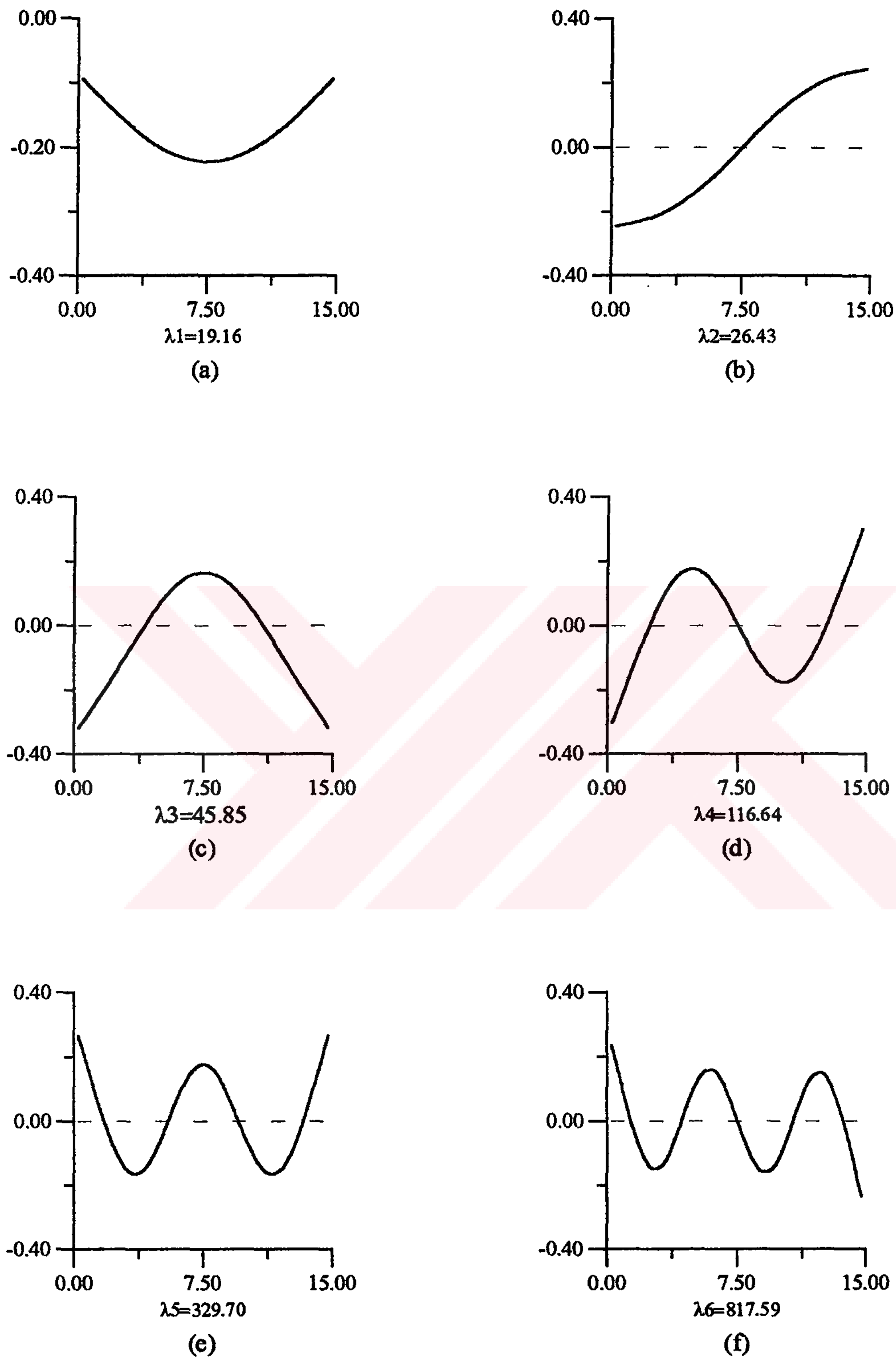
Şekil 28. γ=4, H=15m ve H/L=1,00 için elastik zemine oturan iki ucu serbest kirişin ilk altı mod şekli



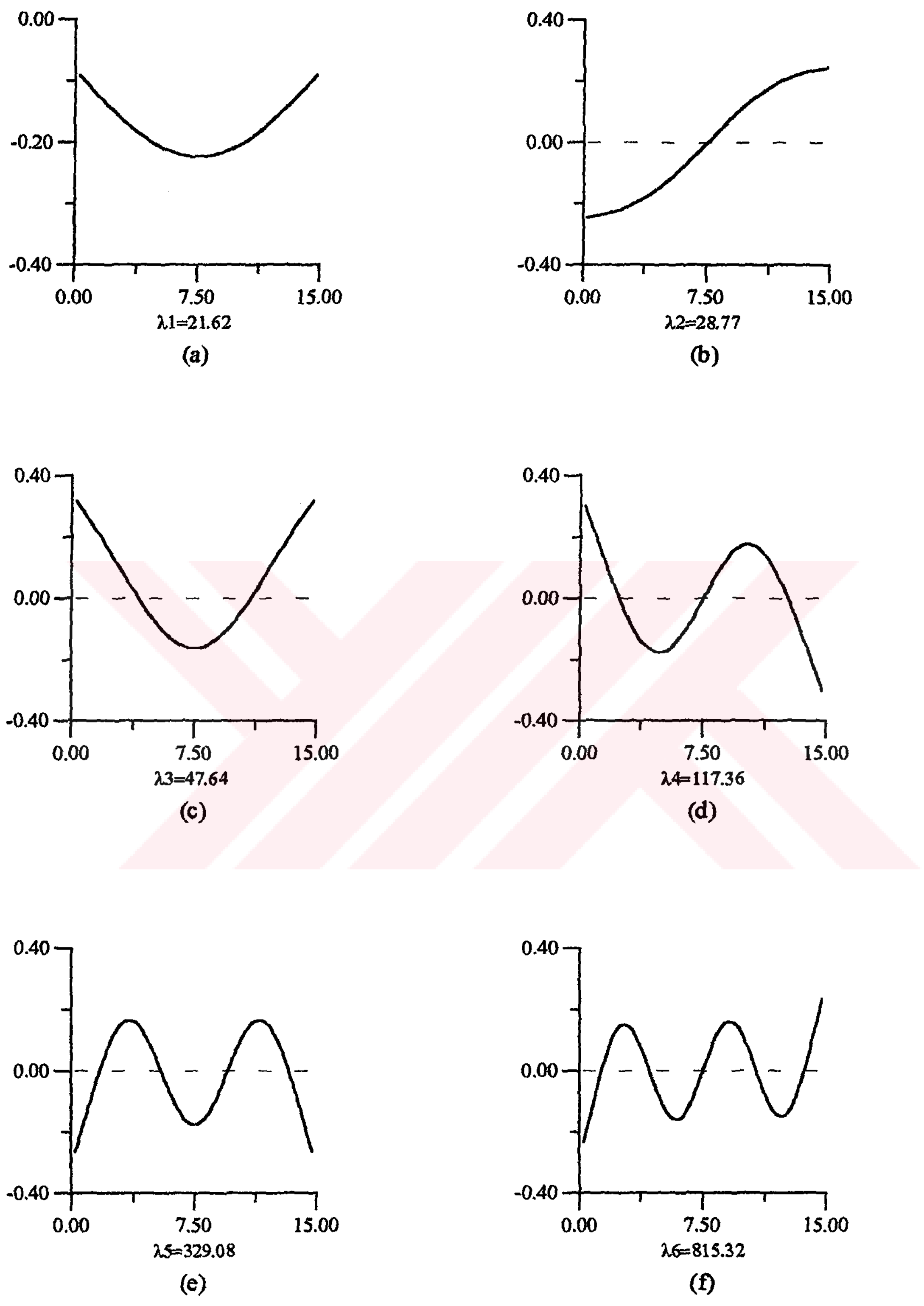
Şekil 29. γ=5, H=15m ve H/L=1,00 için elastik zemine oturan iki ucu serbest kirişin ilk altı ait mod şekli



Şekil 30. $\gamma=6$, H=15m ve H/L=1,00 için elastik zemine oturan iki ucu serbest kirişin ilk altı mod şekli



Şekil 31. γ=7, H=15m ve H/L=1,00 için elastik zemine oturan iki ucu serbest kirişin ilk altı mod şekli



Şekil 32. γ=8, H=15m ve H/L=1,00 için elastik zemine oturan iki ucu serbest kirişin ilk altı mod şekli

Şekil 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31 ve 32' den görüldüğü gibi bu çalışmada dikkate alınan zeminin derinliği (H), zemin derinliğinin kirişin uzunluğuna oranı (H/L) ve zeminin düşey deformasyon parametresi (γ) gibi farklı parametrelere bağlı olarak elde edilen mod şekilleri görünüm itibariyle, beklenildiği gibi, genel olarak birbirine benzemektedir.

Bu şekillerden görüldüğü gibi birinci modda bir yarım dalga, ikinci modda iki yarım dalga, üçüncü modda üç yarım dalga şeklinde artan mod sayısı ile birlikte oluşan yarım dalga sayısı da artmaktadır.

Sabit bir zemin derinliği için zemin derinliğinin kiriş uzunluğuna oranı arttıkça ikinci mod şekli rijit bir dönmeye benzer bir hal almaktadır. Zemin derinliğinin kirişin uzunluğuna oranının sabit bir değeri için artan zemin derinliği ile birlikte ikinci mod şekli rijit dönmeye benzer durumdan daha esnek bir duruma geçmektedir.

3. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmanın amacı kiriş uzunluğunun, zemin derinliğinin, aralarındaki oranın ve zeminin düşey deformasyon parametresinin değiştirilmiş Vlasov modelini kullanarak elastik zemine oturan her iki ucu serbest kirişlerin frekans parametreleri üzerindeki etkilerini incelemekti. Bu inceleme sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak hazırlanan bir bilgisayar programından elde edilen rijitlik ve kütle matrislerinin kullanıldığı özdeğer probleminin Matlab for Windows Version 4.0 paket programı yardımıyla çözülmesiyle gerçekleştirilmişti. Bu şekilde gerçekleştirilen bu çalışmadan elde edilen bulgulara bağlı olarak çıkartılabilecek başlıca sonuç ve öneriler aşağıda özetlenmektedir.

1) Bu çalışmada dikkate alınan elastik zeminde yatak katsayısı (k) değerleri zeminin düşey deformasyon parametresinin (γ) sabit bir değeri için zemin derinliğindeki (H) artış ile birlikte azalmakta, zemin derinliğinin sabit bir değeri için zeminin düşey deformasyon parametresi değerindeki artış ile birlikte artmaktadır.

2) Zeminin kayma parametresi (2t) değerleri zeminin düşey deformasyon parametresinin sabit bir değeri için zemin derinliğindeki artış ile birlikte artmakta, zemin derinliğinin sabit bir değeri için zeminin düşey deformasyon parametresi değerindeki artış ile birlikte azalmaktadır

3) Elastik zemin derinliği boyunca yatak katsayısı ve kayma parametresi değerleri biri artarken diğeri azalmaktadır. Ayrıca zemin derinliği boyunca kayma parametresindeki değişim hemen hemen lineer olurken yatak katsayısındaki değişim lineer olmamaktadır.

4) Zemin derinliğinin küçük değerleri için yatak katsayısı üzerinde zemin derinliğindeki değişimin etkisi zeminin düşey deformasyon parametresindeki değişimin etkisinden daha büyük olmaktadır. Ancak zemin derinliğinin büyük değerlerinde, zeminin düşey deformasyon parametresinin küçük değerleri için yatak katsayısı üzerinde zemin derinliğindeki değişimin etkisi zeminin düşey deformasyon parametresindeki değişimin etkisinden küçük olmaktadır. Zeminin düşey deformasyon parametresinin büyük değerleri için ise zemin derinliğinin yatak katsayısı üzerindeki etkisi daha büyük olmaktadır.

5) Kayma parametresi üzerinde zemin derinliği değerindeki değişimin etkisi daima zeminin düşey deformasyon parametresindeki değişimin etkisinden büyük olmaktadır.

6) Zemin derinliğinin sabit bir değeri için zemin derinliğinin kirişin uzunluğuna oranı arttıkça frekans parametresi değerleri artmakta fakat zemin derinliğinin kirişin uzunluğuna oranının sabit bir değeri için zemin derinliği değeri arttıkça frekans parametresi değerleri azalmaktadır.

7) Zemin derinliğinin ve zemin derinliğinin kirişin uzunluğuna oranının sabit bir değeri için zeminin düşey deformasyon parametresi değerindeki artış frekans parametresi değerlerini arttırmaktadır.

8) Zemin derinliği değerindeki değişimin frekans parametreleri üzerindeki etkisi daima zemin derinliğinin kirişin uzunluğuna oranındaki ve zeminin düşey deformasyon parametresindeki değişimin etkisinden daha büyük olmaktadır.

9) Zemin derinliğinin kiriş uzunluğuna oranının sabit bir değeri için zemin derinliği arttıkça frekans parametrelerine bağlı olarak çizilen eğriler birbirine yaklaşmaktadır. Bu da belirli bir değerden sonra zemin derinliğindeki değişimin frekans parametrelerini hemen hemen etkilemediğini göstermektedir.

10) Özellikle zemin derinliğinin 10 metreden fazla olduğu durumlarda zemin düşey deformasyon parametresinin büyük değerlerinde zemin derinliğinin kiriş uzunluğuna oranının frekans parametresine etkisi ihmal edilebilecek düzeye inmektedir.

11) Bu çalışmada dikkate alınan parametreler beklenildiği gibi mod şekillerinde görünüm itibariyle önemli bir değişiklik yapmamaktadır. Artan mod sayısı ile birlikte yarım dalga sayısı da artmaktadır

12) Bu çalışmada değiştirilmiş Vlasov modeli kullanılarak elastik zemine oturan kirişlerin serbest titreşim analizi incelenmiştir. Aynı çalışmanın elastik zemine oturan plaklar içinde yapılmasında fayda bulunmaktadır.

13) Bu çalışmada zeminin elastisite modülü zemin derinliği boyunca sabit alınmıştır. Elastisite modülünün zemin derinliği ile değiştiği kabulü ile benzer bir çalışma yapılabilir.

14) Burada zeminin düşey deformasyon parametresi değerleri 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8 olarak dikkate alınmıştır. Bu parametrenin serbest titreşim frekansları üzerindeki etkisini daha detaylı incelemek amacıyla daha sık değerler dikkate alınabilir.

15) Aynı çalışmanın sonlu farklar yöntemiyle yapılarak elde edilecek sonuçların bu çalışmada elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmasının yararlı olacağı düşünülmektedir.

16) Bu çalışmanın sınır şartlarının farklı olması durumu için de yapılmasında fayda bulunmaktadır.

4. KAYNAKLAR

Abramovich, H., Livshits, A., 1994, Free Vibrations of Non-Symmetric Cross-Ply Laminated Composite Beams, Journal of Sound and Vibration, 176, 5, 597-612.

Alemdar, B. N., 1995, An Exact Finite Element for Beams on Elastic Foundation, A Mater's Thesis, M.E.T.U., Graduate School of Natural and Applied Sciences, Ankara.

Ayvaz, Y., Daloglu, A., 1997, Earthquake Analysis of Beams Resting on Elastic Foundations by Using a Modified Vlasov Model, Journal of Sound And Vibration, 200, 3, 315-325.

Ayvaz, Y., Daloglu A., Dogangün A., 1998, Application of a Modified Vlasov Model to Earthquake Analysis of Plates Resting on Elastic Foundation, Journal of Sound and Vibration, 212, 3, 499-509.

Bowles, E. J., 1982, Foundation Analysis and Design, McGraw-Hill Book Company, New York.

Celep, Z., 1988, Circular Plate on Tensionless Winkler Foundation, Journal of Engineering Mechanics, 114, 10, 1723-1737.

Celep, Z., Malaika, A., Abu-Hussein, M., 1988, Forced Vibrations of a Beam on A Tensionless Foundation, J. of Sound and Vibration, 128, 2, 1390-1402.

Chang, T. P., 1993, Dynamic Finite Element Analysis of o Beam on Random Foundation, Computers and Structures, 48, 4, 583-589.

Chen, Y. H., 1987, General Dynamic-Stiffness Matrix of a Timoshenko Beam for Transverse Vibrations, Earthquake Eng. And Struct. Dynamics, 15, 391-402.

Chiwanga, M., Valsangkar, A. J., 1988, Generalised Beam Element on Two-Parameter Elastic Foundation, Journal of Structural Engineering, 114, 6, 1414-1427.

Daloglu, A., Dogangün, A., Ayvaz, Y., 1999, Dynamic Analysis of Foundation Plates Using a Consistent Vlasov Model, Journal of Sound and Vibration, 224, 5, 941-951.

Daloglu, A., T., Vallabhan, C., V., G., 2000, Values of K for Slab on Winkler Foundation, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 126, 5, 463-471.

De Rosa, M. A., 1989, Stability and Dynamics of Beams on Winkler Elastic Foundations, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 18, 377-388.

De Rosa, M. A., 1993, Stability and Dynamic Analysis of Two-Parameter Foundation Beams, Computers and Structures, 49, 2, 341-349.

De Rosa, M. A., 1995, Free Vibration of Timoshenko Beams on Two-Parameter Elastic Foundation, Computers and Structures, 57, 1, 151-156.

Ding, Z., 1993, A General Solution to Vibrations of Beams on Variable Winkler Elastic Foundation, Computers and Structures, 47, 1, 83-90.

Doğan, O., 1993, Elastik Zemine Oturan Kirişler, Yüksek Lisans Tezi, İ.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Doyle, P. F., Pavlovic, M. N., 1982, Vibration of Beams on Partial Elastic Foundations, Earthquake Eng. And Struct. Dynamics, 13, 651-660.

Eisenberger, M., Yankelevsky, D. Z., Adin, M. M., 1985, Vibration of Beams Fully or Partially Supported on Elastic Foundations, Earthquake Eng. and Structural Dynamics, 13, 651-660.

Eisenberger, M., Yankelevsky, D. Z., Clastornik, J., 1986, Stability of Beams on Elastic Foundation, Computers and Structures, 24, 1, 135-139.

Eisenberger, M., Clastornik, J., 1987, Beams on Variable Two-Parameter Elastic Foundation, Journal of Engineering Mechanics, 113, 10, October, 1454-1466.

Eisenberger, M., Bielak, J., 1992, Finite Beams on Infinite Two-Parameter Elastic Foundations, Computers and Structures, 42, 4, 661-664.

Eisenberger, M., 1994, Vibration Frequencies for Beams on Variable One and Two Parameter Elastic Foundation, Journal of Sound and Vibration, 176, 577-584.

Erusta, A., 1996, İki Doğrultuda Zemine Oturan Sonlu Bir Kiriş Olarak Bilgisayarla Çözümü, Yüksek Lisans Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Filenenko-Borodich, M. M., 1940, Some Approximate theories of Elastic Foundation, Uchenyie Zapiski Moskovskogo Gosurdarstvennogo Universiteta Mekhanika, 46, 3-18.

Franciosi, C., Masi, A., 1993, Free Vibrations of Foundation Beams on Two-Parameter Elastic Soil, Computers and Structures, 47, 3, 419-426.

Güven, İ., 1994, A Generalised Two Parameter Model for Layered Elastic Foundations, , A Mater' s Thesis, M.E.T.U., Graduate School of Natural and Applied Sciences, Ankara.

Hetenyi, M., 1946, Beams on Elastic Foundations, The University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan.

Hetenyi, M., 1950, A General Solution for The Bending of Beams on an Elastic Foundation of Arbitrary Continuity, Journal of Applied Physics, 21, 55-58.

Hou, Y. C., Tseng, C. H., Ling, S. F., 1996, A New High-Order Non-Uniform Timoshenko Beam Finite Element on variable Two-Parameter Foundation for Vibration Analysis, Journal of Sound and Vibration, 191,1, 91-106.

Jones, R., Xenophontos, 1977, The Vlasov Foundation Models, International Journal of Mechanical Science, 19, 317-323.

Karamanlidis, D., Prakash, V., 1988, Buckling and Vibration Analysis of Flexible Beams Resting on an Elastic Half-Space, Earthquake Eng. and Structural Dynamics, 16, 1103-1114.

Kaschiev, M., S., Mikhajlov, K., 1995, A Beam Resting On a Tensionless Winkler Foundation, Computers and Structures, 55, 2, 261-264.

Kukla, S., 1991, Free Vibration of A Beam Supported on A Stepped Elastic Foundation, Journal of Sound and Vibration, 149, 2, 259-265.

Lai, Y. C., Ting, B. Y., Lee, W., Becker, B. R., 1992, Dynamic Response of Beams on Elastic Foundation, Journal of Structural Engineering, 118, 3, 853-858.

Laura, P. A. A., Cortinez, V. H., 1987, Vibrating Beam Partially Embedded in Winkler-Type Foundation, Journal Engineering Mechanics, 113, 1, 143-147.

Lee, S.Y., Kes, H.Y., 1990, Free Vibrations of Non-Uniform Beams Resting on Non-Uniform Elastic Foundation with General Elastic End Restraints, Computers and Structures, 34, 3, 421-429.

Lin, L., Adams, G. G., 1987, Beam on a Tensionless Elastic Foundation, Journal of Engineering Mechanics,113, 4, 542-553.

Matsunaga, H., 1999, Vibration and Buckling of Deep Columns on Two-Parameter Elastic Foundation, Journal of Sound and Vibration, 228, 2, 359-376.

Myshkis, A. D., Belotserkovskiy, P. M., 1999, On Resonance of an Infinite Beam on Uniform Elastic Foundation, ZAMM, 79, 9, 645-647.

Ortakmaç, E., 1997, Elastik Zemine Oturan Kirişler, Yüksek Lisans Tezi, İ.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Özgan, K., 1997, Menba Yüzeyi Beton İle Kaplı Kaya Dolgu Barajların İki ve Üç Boyutlu Statik Analizi, Bitirme Çalışması, K.T.Ü., İnşaat Mühendisliği Bölümü, Trabzon.

Pasternak, P.,L., 1954, On a New Method of Analysis of an Elastic Foundations by means of Two Foundation Constants, Gosudarstvennoe Izdatelstvo Literaturi po Stroitelstvu i Arkhitekture, Moskov, Russia.

Pavlovic, M. N., Wylie, 1983, G. B., Vibration of Beams on Non-Homogenous Elastic Foundations, Earthquake Eng. And Structural Dynamics, 11, 797-808.

Razaqpur, A. G., Shah, K. R., 1991, Exact Analysis of Beams on Two-Parameter Elastic Foundations, Int. J. Solids Structures, 27, 4, 435-454.

Saito, H., Terasawa, T., 1980, Steady-State Vibration of a Beam on a Pasternak Foundation for Moving Loads, Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, 47, 879-883.

Selvaduari, A. P. S., 1979, Elastic Analysis of Soil-Foundation Interaction, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam.

Sirosh, S. N., Ghali, A., 1989, Reinforced Concrete Beam-Columns and Beams on Elastic Foundation, Journal of Structural Engineering, 115, 3, March, 666-682.

Straughan, W. T., 1990, Analysis of Plates on Elastic Foundations, Ph. D. Thesis, The Graduate School of Texas Tech. University, Lubbock, Texas.

Thambiratnam, D., Zhuge, Y., 1996, Free Vibration Analysis of Beams on Elastic Foundation, Computers and Structures, 60, 6, 971-980.

Thambiratnam, D., Zhuge, Y., 1996, Dynamic Analysis of Beams on an Elastic Foundation Subjected to Moving Loads, Journal of Sound and Vibration, 198, 2, 149-169.

Turhan, A., 1992, A Consistent Vlasov Model for Analysis of Plates on Elastic Foundations Using The Finite Element Method, Ph. D. Thesis, The Graduate School of Texas Tech. University, Lubbock, Texas.

Wang, J., 1991,Vibration of Stepped Beams on Elastic Foundations, Journal of Sound and Vibration, 149, 2, 315-322.

Vallabhan, C. V. G., Das, Y. C., 1988, A Parametric Study of Beams on elastic Foundations, Journal of Engineering Mechanics Division, 114, 12, 2072-2082.

Vallabhan, C. V. G., Das, Y. C., 1991, A Refined Model for Beams on Elastic Foundation, Int. J. Solids Structures, 27, 5, 629-637.

Vallabhan, C. V. G., Das, Y. C., 1991, Modified Vlasov Model for Beams on Elastic Foundation, Journal of Geotechnical Engineering, 117, 6, 956-966.

Valsangkar, A. J., Pradhanang, R., 1988, Vibrations of Beam-Columns on Two-Parameter Elastic Foundations, Earthquake Eng. and Structural Dynamics, 16, 217-225.

Vlasov, V. Z., Leont'ev, N. N., 1966, Beams, Plates, and Shells on elastic Foundations, Traslated from Russian, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem.

Yang, T. Y., 1972, A Finite-element analysis of Plates on a Two-parameter Foundation Model, Computers and Structures, 2, 593-614.

Yankelevsky, D. Z., Eisenberger, M., 1986, Analysis of a Beam Column on Elastic Foundation, Computers and Structures, 23, 3, 351-356.

Yokoyama, T., 1996, Vibration Analysis of Timoshenko Beam-Columns on Two-Parameter Elastic Foundations, Computers and Structures, 61, 6, 995-1007.

ÖZGEÇMİŞ

Korhan ÖZGAN 1975 yılında Rize ilinin Fındıklı ilçesinde doğdu. İlk ve orta öğrenimini Beşikdüzü' nde ve Lise öğrenimini Of ' ta tamamlayarak 1992-1993 öğretim yılında Dumlupınar Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümüne girdi. 1993-1994 öğretim yılında K.T.Ü.' nün aynı bölümüne yatay geçiş yaptı. Lisans öğrenimini 1996-1997 öğretim yılında tamamlayarak aynı yıl mezun olduğu bölümde Yüksek Lisans öğrenimine başladı. Kasım 1998 tarihinde K.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsüne Araştırma Görevlisi olarak atanan ÖZGAN İngilizce bilmekte ve halen buradaki görevini sürdürmektedir.